



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

POSGRADO EN FILOSOFÍA DE LA CIENCIA

Facultad de Filosofía y Letras, Facultad de Ciencias, Instituto de
Investigaciones Filosóficas, Dirección General de Divulgación de la
Ciencia.
Filosofía de la Ciencia

El Problema de las Colas Estructuradas

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

MAESTRO EN FILOSOFÍA DE LA CIENCIA

PRESENTA:

JAVIER BERJÓN DE GORTARI

TUTORES:

Elías Okón Gurvich, Instituto de Investigaciones Filosóficas, UNAM
Yuri Bonder Grimberg, Instituto de Ciencias Nucleares, UNAM
Pablo Barberis Blostein, IIMAS, UNAM

Ciudad Universitaria, Ciudad de México. Octubre 2018



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Hoja de Datos del Jurado

<p>1. Datos del alumno.</p> <p>Apellido Paterno Apellido Materno Nombre(s) Teléfono Universidad Posgrado Carrera Número de Cuenta</p>	<p>Berjón de Gortari Javier 56 18 58 66 Universidad Nacional Autónoma de México Posgrado en Filosofía de la Ciencia Filosofía de la Ciencia 305501549</p>
<p>2. Datos del tutor.</p> <p>Grado Nombres(s) Apellido Paterno Apellido Materno</p>	<p>Doctor Elías Okón Gúrvich</p>
<p>3. Datos del sinodal 1.</p> <p>Grado Nombres(s) Apellido Paterno Apellido Materno</p>	<p>Doctor Yuri Bonder Grimberg</p>
<p>4. Datos del sinodal 2.</p> <p>Grado Nombres(s) Apellido Paterno Apellido Materno</p>	<p>Doctor Pablo Barberis Blostein</p>
<p>5. Datos del sinodal 3.</p> <p>Grado Nombres(s) Apellido Paterno Apellido Materno</p>	<p>Doctor Francisco Hernández Quiroz</p>
<p>6. Datos del sinodal 4.</p> <p>Grado Nombres(s) Apellido Paterno Apellido Materno</p>	<p>Doctor Alessandro Torza</p>
<p>Datos del trabajo escrito.</p> <p>Título Número de páginas Año</p>	<p>El Problema de las Colas Estructuradas 45 2018</p>

*Dedico este trabajo
a mi familia y queridos amigos.*

Índice general

Introducción	v
1. El problema de la medición	1
1.1. Formalismo	1
1.2. Mediciones y colapsos	6
2. La teoría de Ghirardi, Rimini y Weber	15
2.1. Modificación de la dinámica en GRW	16
2.2. GRW con densidad de masa	20
3. El problema de las colas	23
3.1. El problema de las colas	23
3.2. Las colas estructuradas y GRW_m	27
4. Análisis y conclusiones	31
4.1. Los objetivos de la teoría	31
4.2. Conclusiones	34

Introducción

La mecánica cuántica es una de las teorías físicas experimentalmente más exitosas de todos los tiempos. Sin embargo, desde sus comienzos a inicios del siglo XX, no ha estado completamente libre de controversias conceptuales. Una de estas controversias o dificultades que siempre han aquejado a la teoría es el así llamado ‘Problema de la Medición’. Recordemos que de acuerdo con un supuesto fundamental de la teoría, cuando se ‘mide’ un observable \hat{O} de un sistema, el estado cuántico $|\Psi\rangle$ de éste es arrojado a un eigenvector de dicho observable y que la probabilidad de que éste sea un cierto eigenestado $|o\rangle$, está dada por $|\langle\Psi|o\rangle|^2$. Sin embargo aquí surge de inmediato una pregunta incómoda pero necesaria: ¿exactamente qué significa ‘medir’? Podemos decir a grandes rasgos que de aquí parte el Problema de la Medición, cuyos intentos por ser resuelto han dado pie a diferentes teorías físicas, que ahora son conocidas como teorías alternativas a la ‘mecánica cuántica estándar’, i.e. aquella que se expone comúnmente en los textos y libros sobre el tema. Una de estas teorías alternativas es la que nos interesará en este trabajo, a saber, la teoría de *GRW con densidad de masa* o simplemente GRW_m . El nombre de ésta se debe a sus creadores Ghirardi, Rimini y Weber, así como a la conexión que en ella se hace entre el estado cuántico de un sistema y una correspondiente distribución de masa $m(\mathbf{x}, t)$. Estudiaremos con cuidado esta teoría a lo largo del trabajo, pero por ahora basta saber que ésta es una de las teorías alternativas al formalismo estándar.

Como veremos más adelante, a pesar de que la teoría de GRW_m es una posible alternativa a la mecánica cuántica estándar, esto no quiere decir que se halle libre de sus propios problemas o dificultades. Entre otras cosas, una crítica que se le hace es el llamado ‘Problema de las Colas Estructuradas’, cuyo estudio será el eje central del trabajo. En pocas palabras, este problema es una dificultad interpretativa/conceptual que proviene de considerar estados enredados entre objetos macroscópicos y sistemas microscópicos, a la luz de la distribución de masa $m(\mathbf{x}, t)$ que propone la teoría. Nuestros objetivos serán exponer, motivar, analizar y dilucidar el ‘Problema de las

Colas Estructuradas', en aras de intentar contestar preguntas como ¿es o no éste realmente un problema para la teoría?, si lo es, ¿ha fallado entonces la teoría en cumplir sus propósitos originales?, ¿qué alternativas o salidas tiene la teoría para intentar sortear el problema?, etc. Para lograr esto, la estructura del trabajo será la siguiente. Comenzamos con una exposición del Problema de la Medición, con el objetivo de motivar a la teoría de GRW_m . Después introducimos tanto a dicha teoría, como a su precursora original GRW , que básicamente difiere de GRW_m en tanto que no postula ninguna distribución de masa correspondiente al estado $|\Psi\rangle$ del sistema. En el tercer capítulo se expone el Problema de las Colas Estructuradas (al igual que el así llamado 'Problema de las Colas Desnudas'). Por último, en el capítulo final ofreceremos un análisis global de todo lo expuesto anteriormente, así como nuestras conclusiones generales al respecto.

Capítulo 1

El problema de la medición

En este primer capítulo comenzamos con un análisis de lo que comúnmente se denomina el ‘problema de la medición’, cuyas ramificaciones se extienden hasta lo más profundo del formalismo de la mecánica cuántica. Podemos decir que este problema ha sido una de las principales causas para el surgimiento de distintas formulaciones o interpretaciones de la mecánica cuántica, siendo una de ellas la que concierne principalmente a este trabajo, a saber, la teoría de colapso objetivo conocida como GRW. Otras teorías a las que el problema de la medición ha dado lugar son por ejemplo la ‘Mecánica Bohmiana’ o la interpretación de ‘Muchos Mundos’, entre otras. La raíz del problema, a mi parecer, se encuentra allí donde el aparato teórico de la mecánica cuántica hace contacto con el mundo de la experiencia, o en una palabra, en la frontera entre la experimentación y la teoría. En este capítulo intentaré tanto dilucidar como motivar el problema de la medición, para lo cual iniciaré con un breve pero suficiente y necesario recorrido por el formalismo teórico de la mecánica cuántica.

1.1. Formalismo

Es imposible comenzar a hablar de cualquier tema concerniente a la mecánica cuántica, así como lo es el problema de la medición, sin antes hacer una revisión de siquiera los principios básicos de la teoría. Por ello esta sección está dedicada al formalismo matemático que será necesario para nuestra investigación a lo largo del presente trabajo. Sin embargo, antes de entrar de lleno al tema, aquí debo hacer una advertencia y aclaración de suma importancia. Como se mencionó anteriormente, este trabajo concierne a la teoría de GRW, una interpretación o formulación de la mecánica cuántica, de entre

otras tantas posibles teorías alternativas. Esto quiere decir, evidentemente, que cada una de ellas cuenta con su propio juego de reglas o principios dentro de su formalismo. Lo que representa un ligero obstáculo al intentar exponer el problema de la medición, ya que para hacer esto primero debemos hablar, claro está, del formalismo de la teoría, pero la pregunta inmediata es, ¿cuál teoría?, ¿GRW?, ¿mecánica de Bohm? o ¿alguna otra?; tal vez la mejor estrategia sería examinar cómo cada una de estas teorías pretende resolver el problema de la medición. Lo que haré para remediar esto es exponer en esta sección los principios de la interpretación o formulación conocida como ‘mecánica cuántica estándar’ (MCE), que es la teoría más típicamente enseñada y utilizada hoy por hoy en las ciencias físicas. Presentar el formalismo de esta teoría en particular nos será útil como punto de partida para el estudio del problema de la medición, pues nos acercará de inmediato no sólo con su aparato teórico propio sino con el que esta teoría comparte con las demás, además de que así podremos introducir también el nuevo papel que comienza a jugar la probabilidad en el mundo de la física cuántica.

La mecánica cuántica presupone un cambio radical con respecto del mundo de la ahora llamada física clásica. La diferencia entre estas dos ramas de la física pueden ser muchas y variadas, pero podemos decir sin miedo a caer en controversia que una de las principales diferencias se encuentra en las herramientas con las cuales describimos a un sistema físico dado, así como la información que podemos obtener a partir de estas descripciones. En la mecánica clásica la herramienta principal que se utiliza para describir por ejemplo a una partícula puntual, es el vector de posición de ésta [1]. Una vez que conocemos este vector (para todo instante de tiempo), podemos responder muchas otras preguntas sobre el sistema como ¿cuál es su momento?, o ¿cuál es su aceleración?, etc.; y todo esto lo podemos saber para cualquier instante de tiempo [1, 2]. En mecánica cuántica las cosas son decididamente diferentes. La herramienta principal para el análisis de un sistema cuántico es lo que se denomina como *vector de estado* [1]. Y una vez que conocemos al vector de estado de nuestro sistema podemos responder distintas preguntas sobre éste, como por ejemplo (si hacemos la pregunta desde el contexto de MCE) ¿cuál es la probabilidad de que el sistema sea hallado con energía E ?, o ¿con momento p ?, etc. Comencemos pues por desentrañar el concepto del vector de estado.

Es un simple hecho el que en MCE a cada sistema físico se le asocia un vector $|\Psi\rangle$, y en ese caso decimos entonces que el sistema *se encuentra en el estado* $|\Psi\rangle$ [3, 4, 5]. Este vector pertenece a un determinado espacio vectorial

\mathcal{H} llamado *espacio de Hilbert*¹, que cumple las usuales relaciones, según las cuales, para todo $|a\rangle, |b\rangle \in \mathcal{H}$, y $z \in \mathbb{C}$ se tiene que

$$|a\rangle + |b\rangle \in \mathcal{H} \quad (1.1)$$

$$z|a\rangle \in \mathcal{H} \quad (1.2)$$

esto último quiere decir que podemos sumar o combinar vectores de estado entre sí y que además los podemos multiplicar por escalares (complejos) [3, 4, 6].

Los espacios de Hilbert vienen dotados con un producto escalar, tal que para todo $|a\rangle, |b\rangle, |c\rangle \in \mathcal{H}$ y $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$, se satisface que

$$\langle a|b\rangle = \overline{\langle b|a\rangle} \quad (1.3)$$

$$\langle a|a\rangle \geq 0, \quad \text{y} \quad \langle a|a\rangle = 0 \iff |a\rangle = |0\rangle \quad (1.4)$$

$$\langle a|(z_1|b\rangle + z_2|c\rangle) = z_1\langle a|b\rangle + z_2\langle a|c\rangle \quad (1.5)$$

Por último, el que \mathcal{H} tenga un producto interno nos permite definir la norma de todo $|a\rangle \in \mathcal{H}$ de la manera usual [6, 7]:

$$\|a\| = \sqrt{\langle a|a\rangle} \quad (1.6)$$

Ahora, si bien es cierto que en todo instante de tiempo t a un sistema le corresponde un cierto vector de estado $|\Psi(t)\rangle$, también es cierto que este vector evolucionará en el tiempo. La manera precisa mediante la cual esto ocurrirá está dictaminado por lo que se conoce como la *Ecuación de Schrödinger* (ES) [4, 5]:

$$i\hbar \frac{\partial |\Psi(t)\rangle}{\partial t} = \hat{H} |\Psi(t)\rangle \quad (1.7)$$

donde i es la unidad imaginaria, \hbar es la constante de Planck h dividida por 2π , y \hat{H} es un operador llamado el *hamiltoniano* tal que $\hat{H} : \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{H}$. Este operador² está asociado con la energía del sistema y por ello su forma particular viene dada en función de la situación física del sistema cuántico (por ejemplo tendremos un cierto hamiltoniano para un electrón libre y otro hamiltoniano para un electrón en el átomo de hidrógeno).

¹Un espacio de Hilbert es un espacio con producto interior que además es *completo* [6, 7], i.e. tal que toda sucesión de Cauchy converge a algún vector $|V\rangle \in \mathcal{H}$.

²En adelante distinguiré a los operadores anotando sobre ellos el usual ‘ $\hat{}$ ’.

Hasta ahora hemos estado haciendo referencia al vector de estado directamente, utilizando la notación de P.A.M. Dirac conocida como *notación de braket*. Pero bien podríamos escoger alguna base vectorial específica para \mathcal{H} y trabajar con las correspondientes *coordenadas* de $|\Psi\rangle$ en dicha base. Si hacemos esto con por ejemplo la llamada ‘base de posición’, i.e. la base formada por el conjunto de eigenvectores³ del operador \hat{x} entonces damos con la común formulación de ES:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi(x, t)}{\partial x^2} + V(x)\Psi(x, t) \quad (1.9)$$

donde $V(x)$ es el potencial del sistema, m es su masa y $\Psi(x, t)$ no es sino las ‘coordenadas’ de $|\Psi(t)\rangle$ en esta base vectorial [1, 8]. Además de esto, en dicha base⁴, el hamiltoniano ha pasado a escribirse como $\hat{H} \doteq \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x)$.

Otro ingrediente necesario para la teoría es el papel que juegan los *operadores hermitianos*. Para toda propiedad física de nuestro sistema cuántico como la posición, el momento, la energía, etc., es decir, para todo ‘observable’, decimos que existe un correspondiente operador $\hat{O} : \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{H}$ tal que para todo $|a\rangle, |b\rangle \in \mathcal{H}$ se cumple que [1, 5, 9]

$$\langle a | \hat{O} b \rangle = \langle \hat{O} a | b \rangle \quad (1.11)$$

esto último equivale a decir que el operador \hat{O} es igual a su correspondiente operador autoadjunto, i.e. $\hat{O}^\dagger = \hat{O}$, y en cuyo caso decimos que \hat{O} es un operador hermitiano. Una característica esencial de los operadores hermitianos

³Estrictamente hablando el operador de posición carece de verdaderos eigenestados o eigenfunciones, ya que estos serían las llamadas ‘deltas de Dirac’ $\delta(x)$, que en realidad no son funciones sino distribuciones que se definen por medio de la siguiente ecuación

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{\infty} \delta_n(x) f(x) dx \quad (1.8)$$

donde cada $\delta_n(x)$ es una función normalizada [10].

⁴Sin embargo, no hay nada en especial con respecto a la base de posición que no nos permita escribir también a ES en por ejemplo la llamada ‘base de momento’, i.e. la base que corresponde a los eigenvectores del operador de momento \hat{p} , en cuyo caso la ecuación sería [1]

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(p, t)}{\partial t} = \frac{p^2}{2m} \Psi(p, t) + V(p)\Psi(p, t) \quad (1.10)$$

es que su espectro es real, y también, que el conjunto de sus eigenvectores forma una base para \mathcal{H} .

Por último, necesitamos hablar de la llamada ‘Regla de Born’ y el ‘colapso’ de $|\Psi\rangle$. La Regla de Born es un postulado mediante el cual se pueden realizar predicciones empíricas, es decir que dicha regla es el puente entre la teoría y los experimentos. La regla dice así [1, 5, 11]: sean \hat{A} un observable con eigenvectores y eigenvalores $a_n |a_n\rangle$ y un sistema cuántico descrito por $|\Psi\rangle$, entonces, los únicos posibles valores de la propiedad A en que puede ser hallado el sistema son los eigenvalores a_n y además, la probabilidad de encontrar al sistema con un valor particular a_n es igual a $|\langle\Psi|a_n\rangle|^2$, esto es

$$P(a_n) = |\langle\Psi|a_n\rangle|^2 \quad (1.12)$$

Esta regla nos dice entonces, en términos probabilísticos, qué ocurrirá una vez que realicemos una ‘medición’ sobre nuestro sistema para conocer una propiedad representada por algún operador hermitiano. Más adelante intentaremos hacer ver cómo esto presenta ciertas dificultades debido al término o concepto de ‘medición’. Por ahora terminamos esta sección con el *postulado del colapso*.

Es un hecho empírico el que, una vez realizada una medición y hallado un valor a_n para la propiedad medida, si hacemos mediciones subsecuentes de esta misma propiedad, siempre y cuando no perturbemos al sistema entre cada nueva medición, entonces obtendremos nuevamente el valor a_n [1, 5]. Esto motiva la idea de que si el estado inicial del sistema es (en términos de la base generada por los eigenestados $\{|a_j\rangle\}$)

$$|\Psi\rangle_i = \sum_j c_j |a_j\rangle \quad (1.13)$$

entonces el estado después de la medición debe ser simplemente $|\Psi\rangle_f = |a_n\rangle$, pues esto garantizaría que la probabilidad de hallar posteriormente el valor a_n , de acuerdo con la regla de Born, sea igual a 1. La transición de $|\Psi\rangle_i$, que es una combinación lineal de los eigenestados de $\{|a_j\rangle\}$, al estado $|\Psi\rangle_f$, es lo que se conoce como el ‘colapso de la función de onda’ [12, 13, 14]. Este ‘decaimiento’ o ‘colapso’ se dice que ocurre una vez realizada una medición sobre el sistema, o también que ocurre sencillamente cuando se ha ‘observado’ alguna propiedad física de éste.

Por último, notamos que al añadir el postulado del colapso a nuestra teoría, el vector de estado se halla ahora sujeto a dos tipos distintos de

evoluciones temporales. Por un lado, siempre y cuando no ocurra ningún ‘proceso de medición’ u ‘observación’, $|\Psi(t)\rangle$ evolucionará de acuerdo a la ecuación de Schrödinger y por otro lado, si se realiza una medición sobre el sistema, entonces el vector de estado cambiará o evolucionará de acuerdo con el postulado del colapso (con la restricción adicional de cumplirse las relaciones probabilísticas dictadas por la regla de Born, claro está).

El colapso de la función de onda podría parecer a primera vista no acarrear consigo ninguna dificultad o ambigüedad, pero en la siguiente sección intentaremos mostrar como esto no es así.

1.2. Mediciones y colapsos

El problema de la medición para MCE es, en última instancia, la búsqueda de principios *precisos* para ésta. ¿Exactamente dónde se halla la imprecisión? En el postulado del colapso, pues éste abre las puertas a muchas preguntas como: ¿cuándo y cómo ocurre exactamente el colapso?, ¿qué lleva al vector de estado a colapsar?, si es la *observación* o *medición* del sistema entonces, ¿precisamente qué constituye una medición o una observación?, ¿qué particularidades tienen los procesos de observación o medición que llevan al vector de estado a colapsar?, etc. El problema de la medición es el problema de darle una respuesta a todas estas preguntas. Seamos claros. La mecánica cuántica es una de las teorías científicas más predictivamente exitosas que hayan existido. Pero de allí no se sigue que sus principios sean perfectamente claros o que estén libres de ambigüedades. Y esto es de hecho lo que ocurre con el postulado del colapso. El problema con este postulado es que el término o concepto de ‘medición’ simple y sencillamente carece de una formulación matemáticamente precisa, lo cual obviamente debería ser un requisito para un postulado fundamental de una teoría física como la mecánica cuántica. Para aseverar esto último basta echar un vistazo al postulado del colapso, donde el término de ‘medición’ aparece sin ninguna explicación o dilucidación ulterior⁵. Esto termina por hacer que el concepto cobre diferentes acepciones tan variadas y extravagantes como la de Wigner [15, 16], según la cual el colapso ocurre debido a la presencia de una consciencia externa sobre el sistema, hasta las más moderadas pero desafortunadamente aún ambiguas como la de Bohr y L.D. Landau [15, 12], según la cual el colapso ocurre debido a la

⁵Si el lector en este punto se halla así mismo pensando ‘¿Por qué no simplemente buscar todo esto en algún buen libro de mecánica cuántica?’, se le exhorta a leer el artículo de J.S. Bell de ‘Against Measurement’. Allí se da una revisión de distintas fuentes populares sobre el tema, y se da cuenta de la gran variedad de propuestas que existen sobre cómo interpretar precisamente al postulado del colapso.

influencia del mundo clásico sobre los sistemas cuánticos (¿exactamente en qué momento un sistema se vuelve ‘clásico’ y deja de ser ‘cuántico’?).

Por otro lado, como ya apuntaba J.S. Bell en su artículo ‘Against Measurement’, bien puede ser que las preguntas arrojadas por el problema de la medición atañan poco a la validez *pragmática* de la teoría cuántica, es decir, bien es posible hacer o trabajar con MCE sin tener una respuesta a estas preguntas (así como de hecho se ha venido haciendo casi desde que surgió la teoría cuántica), pues *para todo fin práctico*, en la mayoría de los casos, los físicos no necesitan planteárselas, sin embargo de ahí no debería seguirse que sea irrelevante resolver el problema de la medición [15]. Está muy bien que debido al uso más o menos inequívoco que hacemos en la vida cotidiana del concepto de medición, no sea exageradamente difícil comprender qué se dice cuando hablamos de ‘mediciones’, y también que *para todo fin práctico*, no sea necesario definirlo con mayor rigor. Pero no demandar una excepcional claridad a una teoría científica de primer orden como lo es la mecánica cuántica, una teoría que nos habla de literalmente lo más fundamental que existe en la naturaleza y que por tanto debería decidida y forzosamente darnos una imagen perfectamente nítida del mundo, sería, como dice Bell [15]: “(...) traicionar el gran propósito”⁶ de las ciencias empíricas. Esto debe haber sido lo que Dirac tenía en mente cuando escribió que [17]:

*“Si el físico sabe cómo calcular resultados y compararlos con el experimento, está bastante contento si los resultados coinciden con sus experimentos, y eso es todo lo que necesita. Es tan sólo el filósofo, al querer una descripción satisfactoria de la naturaleza, quien se preocupa (por estas) dificultades.”*⁷

Nosotros estaremos ciertamente preocupados en este trabajo por las implicaciones de la búsqueda por una ‘descripción satisfactoria de la naturaleza’.

Además de las dificultades conceptuales que presenta el problema de la medición para MCE, si no se la da a éste una resolución inequívoca, también

⁶Aquí y en las citas subsecuentes la traducción es mía.

⁷“If the physicist knows how to calculate results and compare them with experiment, he is quite happy if the results agree with his experiments, and that is all he needs. It is only the philosopher, wanting to have a satisfying description of nature, who is bothered by Class One difficulties.” Es realmente notable que en este trabajo donde Dirac menciona los problemas conceptuales de la mecánica cuántica, también nos exhorta a soslayarlos por completo. Esto pues Dirac pensaba que una solución a dichos problemas se hallaría *eventualmente* y sin lugar a dudas, pero que dada la situación de la física a mediados del siglo XX esto tomaría aún mucho tiempo. Nosotros, por razones evidentes, hacemos caso omiso de esta sugerencia.

podrían existir potenciales problemas en cuanto a las predicciones empíricas que hace la teoría [18]. Veamos esto.

Imaginemos el siguiente escenario experimental. Tenemos en un laboratorio un aparato de medición, que por definición será tal que es capaz de medir el espín de un electrón a lo largo de la dirección z por ejemplo, y cuando decimos ‘medir’ lo que queremos decir es lo siguiente. El aparato de medición cuenta con un indicador en uno de sus costados que puede hallarse en tres posiciones: ‘listo’, ‘arriba’ y ‘abajo’; describimos respectivamente al aparato de medición con el indicador en estas tres posiciones mediante los siguientes kets: $|listo\rangle_m$, $|arriba\rangle_m$ y $|abajo\rangle_m$. Y sucede que, siempre que le damos al aparato, que se encuentra inicialmente en el estado $|listo\rangle_m$, un electrón en el eigenestado $|\uparrow\rangle_e$, el indicador apuntará en la posición de ‘arriba’, i.e. su estado será $|arriba\rangle_m$. Y análogamente, si el damos un electrón en el eigenestado $|\downarrow\rangle_e$, el estado posterior del aparato será $|abajo\rangle_m$. Todo esto quiere decir que si consideramos el estado conjunto del electrón más el aparato de medición, la evolución de dicho estado será así:

$$|listo\rangle_m |\uparrow\rangle_e \rightarrow |arriba\rangle_m |\uparrow\rangle_e \quad (1.14)$$

y

$$|listo\rangle_m |\downarrow\rangle_e \rightarrow |abajo\rangle_m |\downarrow\rangle_e \quad (1.15)$$

Todo está muy bien hasta aquí, pero veamos qué pasa si consideramos el siguiente estado para el electrón: $\frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle_e + |\downarrow\rangle_e)$. En ese caso, dado la linealidad de la ecuación de Schrödinger, sabemos que el estado conjunto de aparato de medición más electrón evolucionará así

$$|listo\rangle_m \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle_e + |\downarrow\rangle_e) \rightarrow \quad (1.16)$$

$$|S\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |arriba\rangle_m |\uparrow\rangle_e + \frac{1}{\sqrt{2}} |abajo\rangle_m |\downarrow\rangle_e \quad (1.17)$$

i.e. ahora tenemos un estado enredado para el aparato de medición y el electrón.

¿Cuál es el problema con el estado enredado $|S\rangle$ de la ec. (1.16)? Para comenzar, percatémonos de algo evidente, el estado $|S\rangle$ no es lo que se obtendría si utilizáramos el postulado del colapso. De acuerdo con éste, después de haberse realizado la medición del electrón, el estado final del aparato de medición y el electrón debería ser o bien

$$|arriba\rangle_m |\uparrow\rangle_e \quad (1.18)$$

o bien

$$|abajo\rangle_m |\downarrow\rangle_e \quad (1.19)$$

y de acuerdo con la regla de Born se obtendría (1.18) la mitad de las veces y la otra mitad se obtendría (1.19). Entonces el problema con haber llegado al estado $|S\rangle$, es que el postulado del colapso y la evolución de acuerdo con la ecuación de Schrödinger nos han llevado a resultados diferentes: el uno predice alguno de los estados (1.18) o (1.19) mientras que el otro predice al estado enredado $|S\rangle$. ¿Cuál es la evolución correcta? Sin lugar a dudas aquella que dictamina el postulado del colapso. Esto es una verdad empírica ya que el estado enredado $|S\rangle$ tiene de hecho propiedades físicas diferentes a las que tienen ya sea (1.18) o (1.19) y el estado final sabemos que de hecho no posee dichas propiedades, sino aquellas que tienen los estados predichos por el postulado del colapso [18]. De todo esto se deriva que si no tenemos prescripciones *claras* y explícitas sobre exactamente cuándo y cómo ocurre el colapso del vector de estado, entonces nos encontramos con una bifurcación predictiva, ¡que nos puede llevar a hacer predicciones equivocadas!

La conclusión a la que se llega después de esto es lo que hemos venido diciendo a lo largo de esta sección: es necesario aclarar cuándo y cómo ocurre el colapso de la función de onda. Pues de lo contrario nos hallamos no sólo frente a una teoría conceptual y torpemente incompleta, sino también frente a posibles predicciones equivocadas siempre y cuando el formalismo no se utilice de una manera ‘pragmáticamente adecuada’. ¿Será que la función de onda colapsa en algún momento de su interacción con el aparato de medición?, ¿colapsará después?, estas preguntas no son, como algunos piensan, de carácter metafísico, i.e. algo más allá de los intereses de las ciencias físicas, sino todo lo contrario: son preguntas de primer orden en cuanto a su relevancia para nuestra comprensión de los elementos más fundamentales del mundo. Por ello no es de extrañarse que varios autores hayan intentado darles una seria respuesta. Por ejemplo Wigner, quien creía que el colapso sucede, posteriormente a la interacción entre aparato de medición y sistema cuántico, cuando un observador consciente observa al aparato de medición [16]; y por ejemplo algunos como Bohr apuntan a que el colapso ocurre en algún momento cuando la partícula interactúa con el aparato de medición, i.e. cuando el mundo ‘microscópico’ hace contacto con el ‘macroscópico’. La teoría que aquí analizaremos más adelante, GRW, postula por ejemplo que la función de onda colapsa espontáneamente, sin la necesidad de ninguna

interacción con cosa alguna o la consciencia de un observador. El problema de la medición para la física cuántica puede así también ser entendido como la falta de consenso entre la comunidad científica con respecto al contenido preciso del postulado del colapso, ya que de hecho, sí se le ha intentado dar una respuesta. Con respecto a esta falta de consenso cabe destacar que una de las teorías más populares y aceptadas dentro de la comunidad hoy en día es la llamada teoría de ‘Decoherencia’, y por esto mismo vale la pena echar un vistazo a cómo pretende resolver el problema de la medición, aunque en nuestra opinión no lo logre en última instancia.

La teoría de Decoherencia afirma que podemos resolver el problema de la medición apelando al ‘entorno’ del sistema cuántico en cuestión, sin hacer uso ya del postulado del colapso y la regla de Born [19]. De acuerdo con esta postura, una vez que el sistema cuántico interactúa con su ‘medio’, y por ello termina enredado con éste, podemos decir que el estado conjunto entra en lo que se conoce como un ‘estado mixto’⁸. Veamos esto con un sencillo pero ilustrativo ejemplo.

Supongamos que tenemos un sistema en el siguiente estado $|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\phi_1\rangle + |\phi_2\rangle)$, y que lo dejamos interactuar con su entorno, cuyo estado escribimos como $|E\rangle$. Tenemos entonces que el estado conjunto, de acuerdo con la evolución unitaria de la ecuación de Schrödinger será

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|\phi_1\rangle |E\rangle_1 + |\phi_2\rangle |E\rangle_2). \quad (1.21)$$

A partir de aquí se dice que podemos obtener lo que se conoce como la ‘matriz reducida’ ρ del sistema $|\Psi\rangle$, que se define como

$$\rho = \frac{1}{2}(|\phi_1\rangle \langle\phi_1| + |\phi_2\rangle \langle\phi_2| + |\phi_1\rangle \langle\phi_2| \langle E_2|E_1\rangle + |\phi_2\rangle \langle\phi_1| \langle E_1|E_2\rangle). \quad (1.22)$$

⁸Los estados mixtos son los casos en que un sistema está definitivamente en algún estado $|a_n\rangle$, pero no se sabe en cuál de todos se encuentra. Sin embargo existe una probabilidad p_n de que se halle en alguno de éstos. A los estados mixtos se les asigna una matriz de densidad definida como

$$\rho = \sum_n p_n |a_n\rangle \langle a_n|, \quad (1.20)$$

con la cual se pueden calcular los valores de expectación de un observable cualquiera \hat{B} tomando la traza de $\rho\hat{B}$. Donde es crucial notar que se ha utilizado la regla de Born al asumir que $|\langle a_n|b_m\rangle|^2$ es la probabilidad de obtener el eigenvalor b_m al medir \hat{B} , cuando el sistema se halla en el estado $|a_n\rangle$.

Aquí se invoca otra presuposición de la teoría, según la cual los estados del entorno son aproximadamente ortogonales entre sí [19], i.e. $\langle E_1 | E_2 \rangle \approx 0$, con lo que obtenemos

$$\rho \approx \frac{1}{2}(|\phi_1\rangle \langle \phi_1| + |\phi_2\rangle \langle \phi_2|). \quad (1.23)$$

Después se hace la observación de que ρ es matemáticamente idéntica al estado que asignaríamos al sistema $|\Psi\rangle$, si éste se hallara en un estado mixto. Es decir, si de hecho el sistema estuviera, ya sea en $|\phi_1\rangle$ o bien $|\phi_2\rangle$ (con probabilidad de $\frac{1}{2}$ para cada uno), entonces la matriz que utilizaríamos para describir al sistema sería precisamente la ecuación (1.23). Se concluye entonces, de acuerdo con la teoría de Decoherencia, que el estado del sistema es de hecho un estado mixto, i.e. que se encuentra en $|\phi_1\rangle$ o $|\phi_2\rangle$. De ser esto cierto el problema de la medición parecería quedar resuelto, pues sin apelar a la regla de Born o al postulado del colapso (es decir, sin hacer mención de ninguna ‘medición’), hemos podido explicar los usuales resultados experimentales, a saber, que la mitad de las veces hallaremos al sistema $|\Psi\rangle$ en alguno de los dos estados posibles para él. ¿Cuál es el problema con esta conclusión? Primero está la simple cuestión de por qué habríamos de pensar que la ecuación (1.23) corresponde de hecho a un estado mixto. A lo cuál se puede responder que ρ no sólo es idéntica en forma a una matriz de densidad para un estado mixto, sino que además con ella podemos calcular valores de expectación con la usual regla para matrices de densidad. Pero he aquí precisamente el talón de Aquiles de la teoría: si interpretamos a ρ como una matriz de densidad que nos permite hacer predicciones empíricas, entonces estamos asumiendo implícitamente a la regla de Born y al postulado del colapso. Para comprender esto mejor, olvidémonos por un momento de esta discusión y supongamos que simplemente $|\Psi\rangle$ está sin lugar a dudas en un estado mixto entre $|\phi_1\rangle$ y $|\phi_2\rangle$. Podemos construir su matriz de densidad, que será formalmente equivalente a la ecuación (1.23). Pero, sin hacer uso de la regla de Born y el postulado del colapso, ¿qué interpretación se le puede dar a esta matriz de densidad? La respuesta es clara: ninguna interpretación es posible. O en todo caso, ciertamente no es posible interpretarla como se hace en MCE. Y lo mismo vale para la ecuación (1.23), no podemos dar una interpretación para ella si nos deshacemos de la regla de Born y el postulado del colapso, o en todo caso, no podemos interpretarla como una herramienta para hacer predicciones empíricas, i.e. como una matriz de densidad.

Resumiendo, para que la teoría de Decoherencia pueda interpretar a la ecuación (1.23) como la matriz de densidad correspondiente a un estado

mixto para $|\Psi\rangle$, es necesario asumir tanto la regla de Born como el postulado del colapso, con lo cual se ha perdido por completo el objetivo de la teoría, que era justamente no invocar estos principios.

Por último me gustaría decir que aquí nuestro interés inmediato no ha sido resolver el problema de la medición, sino meramente plantearlo, motivarlo y dejar en claro que existe y merece seriamente nuestra atención. Esperamos haber logrado todo esto.

Hasta aquí hemos estado considerando el problema de la medición sólo en relación a la mecánica cuántica estándar, i.e. aquella que cuenta entre sus principios al postulado del colapso y la regla de Born así como fueron expuestos en la primera sección. Sin embargo existe una formulación alternativa y de un alcance mucho más general del problema y que aquí llamaré el Problema de la Medición Generalizado. Distintas soluciones a esta versión más general del problema son teorías como la mecánica de Bohm, las teorías de Colapso Objetivo, la Mecánica Cuántica Estándar o la interpretación de Muchos Mundos.

El PMG es la mutua inconsistencia entre las siguientes proposiciones [20, 21]:

A) El vector de estado $|\Psi\rangle$ especifica *todas* las propiedades físicas del sistema, i.e., es *completo*.

B) El vector de estado $|\Psi\rangle$ evoluciona *siempre*, de acuerdo a la ecuación de Schrödinger.

C) Las mediciones arrojan resultados unívocos, esto es, después de que un aparato ha realizado una medición, se hallará en un estado bien definido.

Veamos porqué no pueden ser ciertas al mismo tiempo estas tres proposiciones. Supongamos, como en el ejemplo anterior, que a nuestro aparato de medición de espín le damos un electrón en el estado $\frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle_e + |\downarrow\rangle_e)$. De acuerdo con la proposición **B**, así como se explicó anteriormente, el estado final del aparato de medición y el electrón será

$$|S\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |\text{arriba}\rangle_m |\uparrow\rangle_e + \frac{1}{\sqrt{2}} |\text{abajo}\rangle_m |\downarrow\rangle_e \quad (1.24)$$

luego, de acuerdo a la proposición **A** no existe ninguna otra cosa que agregar a $|S\rangle$, esto es, no podemos decir ninguna otra cosa más allá de que el estado conjunto de electrón y aparato de medición es $|S\rangle$ y la información que de éste podamos extraer es *toda* la información que es posible obtener sobre el sistema. La contradicción se da entonces cuando intentamos reconciliar

al estado $|S\rangle$ con la proposición **C**. Esta última proposición nos dice que el aparato de medición debería de encontrarse en un estado bien definido, pero dado que $|S\rangle$ es un estado enredado, no existe tal estado bien determinado para el aparato de medición. Esta inconsistencia entre las proposiciones **A**, **B** y **C** es el PMG.

La estrategia que podemos seguir para resolver el PMG es evidente: negar alguna de las proposiciones **A**, **B** o **C**. Por ejemplo, podríamos negar **C** y conservar la validez o verdad de solamente **A** y **B**. Una teoría que hiciera eso lo que estaría afirmando es que los aparatos de medición no nos dan resultados bien determinados, y que al final del proceso de medición se pueden encontrar en algún estado (poco intuitivo) en que indicasen que el sistema tiene varias propiedades a la vez. Esta es por ejemplo la ruta que toman quienes se adhieren a la interpretación de los muchos mundos. De acuerdo con esta teoría todas las posibles propiedades del sistema de hecho se obtienen e indican en el aparato de medición [20, 21, 22]. Para el estado $|S\rangle$ eso querría decir que después de la medición, el mundo se bifurca en dos: en uno el estado del aparato y el electrón es $|arriba\rangle_m |\uparrow\rangle_e$ y en el otro el estado es $|abajo\rangle_m |\downarrow\rangle_e$.

Una segunda opción es negar **A**. Eso equivale a decir que $|\Psi\rangle$ es un referente incompleto para el sistema que representa, lo que a su vez significa que podría existir información adicional con la cual se pudiera complementar a $|\Psi\rangle$. Esta información extra es lo que se conoce como ‘variables ocultas’. Teorías que toman esta vía son por ejemplo la mecánica de Bohm [21, 23, 24]. En esta teoría además del vector de estado, se postula que a una partícula se le puede asignar un vector de posición, esto es, las partículas se encuentran bien localizadas para todo instante de tiempo. Así, el vector de posición sería la ‘variable oculta’ en esta teoría, de acuerdo con la cual, en conjunto con su vector de estado, la posición de las partículas nos proveería con toda la información posible de los sistemas cuánticos.

Por último tenemos la posibilidad de negar **B**. Si hacemos esto entonces estaríamos afirmando que $|\Psi\rangle$ evoluciona de alguna manera distinta a la ecuación de Schrödinger, o sólo que no siempre evoluciona de acuerdo a ella. El ejemplo más inmediato de una teoría que postule esto es la mecánica cuántica estándar. Recordamos que la evolución de $|\Psi\rangle$ está determinada no únicamente por la ecuación de Schrödinger sino también por el postulado del colapso (sujeto a cumplir la Regla de Born)⁹. Otro ejemplo de una teoría que

⁹Sin embargo esta vía no está libre de controversias, es decir, a pesar de que MCE pretende resolver el PMG por medio de negar a **B**, esto no significa que lo haga exitosamente, pues para hacer esto introdujo los términos vagos e imprecisos de ‘medición’, ‘observación’ y/o ‘conciencia’, etc.

niega esta proposición es la teoría de GRW, nombrada así por sus creadores: Ghirardi, Rimini y Weber. El siguiente capítulo estará dedicado a esta teoría, pero aquí podemos adelantar que de acuerdo con ella, la evolución de $|\Psi\rangle$ está dada no sólo por la ecuación de Schrödinger sino también por una restricción adicional para el colapso del vector de estado [21, 25, 26].

Hemos visto así como el PMG impone restricciones no sólo a la mecánica cuántica estándar sino en principio a cualquier teoría que utilice el formalismo de los vectores de estado. Como resultado de esto todas las teorías alternativas a MCE deben caer dentro de alguna de las posibilidades que quedarían abiertas de acuerdo con el PMG. Esto es, todas las teorías alternativas deben negar alguna de las proposiciones incompatibles **A**, **B** o **C**.

Cerramos este capítulo con una cita de J.S. Bell [27]:

*“La disputa en marcha sobre la teoría cuántica de la medición no es entre gente que está en desacuerdo sobre los resultados de simples manipulaciones matemáticas. (...) Es entre gente que mira con diferentes grados de preocupación o complacencia el siguiente hecho: mientras la reducción de la función de onda sea un componente esencial, y mientras no sepamos exactamente cuándo y cómo reemplaza la ecuación de Schrödinger, no tendremos una exacta e inequívoca formulación de nuestra más fundamental teoría física.”*¹⁰

¹⁰“The continuing dispute about quantum measurement theory is not between people who disagree on the results of simple mathematical manipulations. It is between people who view with different degrees of concern or complacency the following fact: so long as the wave packet reduction is an essential component, and so long as we do not know exactly when and how it takes over from the Schrodinger equation, we do not have an exact and unambiguous formulation of our most fundamental physical theory.”

Capítulo 2

La teoría de Ghirardi, Rimini y Weber

En el capítulo anterior vimos que la mecánica cuántica estándar presenta problemas interpretativos o conceptuales con relación al postulado del colapso. Vimos cómo estos problemas surgen de la ambigüedad del término ‘medición’, que aparece en dicho postulado de la teoría. También hablamos sobre cómo el problema de la medición generalizado abre las puertas a tres tipos de teorías cuánticas. Una de estas posibilidades son las teorías que modifican la evolución de $|\Psi\rangle$, de tal manera que éste cambia en el tiempo no ya sólo de acuerdo con la ecuación de Schrödinger y/o el postulado del colapso.

En este capítulo analizaremos una teoría alternativa que cae en este rubro y que pretende así desterrar toda imprecisión sobre la evolución del vector de estado, a saber, la teoría de Ghirardi, Rimini y Weber, conocida como GRW. Esta teoría fue expuesta por primera vez en el artículo de 1986: ‘Unified dynamics for microscopic and macroscopic systems’ [26]. Los propósitos de la teoría, de acuerdo con dicho trabajo, son lograr dar cuenta de la dinámica tanto de objetos macroscópicos como microscópicos, así como resolver el problema de la medición. En palabras de los autores [26]:

“Presentamos aquí un intento de una descripción unificada a través de la discusión de un modelo dinámico en el cual se suprimen naturalmente las superposiciones lineales de estados correspondientes al mismo objeto macroscópico que se localizan en regiones espaciales lejanamente separadas.”¹

¹“We present here an attempt of such a unified description through the discussion of a dynamical model in which linear superpositions of states corresponding to the same macroscopic object being localized in far apart spatial regions are naturally suppressed.”(Aquí

En aras de lograr su cometido, los autores propondrán modificar la evolución de $|\Psi\rangle$, introduciendo un nuevo término estocástico en lugar de la regla de Born y el postulado del colapso. En la primera sección de este capítulo presentaremos una versión del formalismo de la teoría que se halla más apegado al que J.S. Bell expuso en el trabajo de 1987, ‘Are there quantum jumps?’ [25], pero que es completamente equivalente al expuesto originalmente por Ghirardi, et al. Y en la segunda sección expondremos una variante de ésta, a saber, una formulación conocida como ‘GRW con densidad de masa’ o simplemente GRW_m . Esta teoría fue creada para mitigar un problema que aqueja a GRW como veremos adelante, a saber, la falta de una interpretación explícita para $|\Psi\rangle$. GRW_m se compone de los mismos principios que GRW pero añadiendo un postulado que relaciona a $|\Psi\rangle$ con una distribución de masa $m(\mathbf{x}, t)$.

2.1. Modificación de la dinámica en GRW

La teoría de GRW se deshace por completo del postulado del colapso. Se estipula en cambio que el vector de estado $|\Psi\rangle$ decae *espontáneamente*. Esto elimina por completo la necesidad de hablar de ‘mediciones’, ‘observaciones’, ‘conciencias’, etc., y es desde mi punto de vista lo más atractivo de la teoría. Cuando no ocurren estos decaimientos o colapsos la evolución está dictaminada por la ecuación de Schrödinger. Estas modificaciones se hacen para resolver el problema de la medición así como eliminar los estados enredados de objetos macroscópicos, como el estado $|S\rangle$ que se discutió en el capítulo anterior.

Ahora bien, si la teoría en verdad ha de sortear el problema de la medición así como aquejaba éste a la mecánica cuántica estándar, entonces nos ha de aclarar, mediante sus postulados más básicos, preguntas como: ¿bajo qué circunstancias ocurren los colapsos?, i.e. ¿cuándo ocurren?, o ¿en qué consiste un colapso?, es decir, ¿qué le sucede a la función de onda cuando decae? Y estas preguntas tienen que ser respondidas sin apelar a ninguna otra cosa que no se halle dentro de la teoría misma. Comencemos con la pregunta de cuándo ocurren los colapsos.

Consideremos una sola partícula con función de onda $\psi(\mathbf{r}, t)$. Como dijimos arriba, la teoría postula que esta función de onda decaerá espontáneamente, pero se especifica que la probabilidad por unidad de tiempo de tener un decaimiento es $1/\tau$, donde τ es una nueva constante de la naturaleza. Si

y en las notas subsecuentes la traducción de nuevo es mía.)

ahora consideramos un sistema de N partículas con la usual función de onda

$$\psi(t, \mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_N), \quad (2.1)$$

de acuerdo con la teoría, al igual que con una sola partícula, ψ ahora simplemente decaerá de manera espontánea, sin que se haya realizado ninguna ‘medición’ u ‘observación’ sobre el sistema que describe. Y en este caso, la probabilidad de decaimiento para ψ será

$$\frac{N}{\tau}.$$

Esto responde cabalmente a la pregunta de cuándo ocurren los colapsos: ocurren de manera aleatoria. Y la probabilidad por unidad de tiempo de que tengan lugar está bien definida y dada por $1/\tau$. Los autores proponen como valor tentativo para esta nueva constante: $\tau \approx 10^{16}s$. Esto significaría que una sola partícula tendría un decaimiento o colapso aproximadamente una vez cada 10^8 años, lo cual es una cantidad de tiempo realmente muy grande para que esperar ver un decaimiento de este tipo. Sin embargo, para objetos macroscópicos, de por ejemplo alrededor de 10^{20} partículas, el intervalo se reduce a un tiempo considerablemente menor de $10^{-4}s$. Más adelante veremos que esto es una parte crucialmente importante de la teoría. Ahora veamos qué tiene que decir la teoría con respecto a la pregunta de ¿cómo ocurre el colapso?

Supongamos que una de las partículas descritas por ψ sufre un decaimiento. En ese instante ocurrirán dos cosas: se seleccionará un punto del espacio \mathbf{x}_0 , que llamamos el ‘centro del colapso’, y ψ cambiará a ψ' , dada por

$$\psi' = \frac{j(\mathbf{x}_0 - \mathbf{r}_i)\psi(t, \mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_N)}{R(\mathbf{x}_0)}, \quad (2.2)$$

donde

$$j(\mathbf{x}) = K \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x}\|^2}{2a^2}\right), \quad (2.3)$$

donde a es otra nueva constante de la naturaleza cuyo valor propuesto es de $10^{-5}cm$, $K = (a\sqrt{\pi})^{-3/2}$ una constante de normalización, y $R(\mathbf{x}_0)$ es también un factor de normalización tal que

$$|R(\mathbf{x}_0)|^2 = \int d^3\mathbf{r}_1 \dots d^3\mathbf{r}_N |j(\mathbf{x}_0 - \mathbf{r}_i)\psi(\mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_N)|^2. \quad (2.4)$$

Por último, se especifica la probabilidad de obtener como centro de colapso un punto \mathbf{x} mediante

$$P(\mathbf{x}) = |R(\mathbf{x})|^2 d^3\mathbf{x}. \quad (2.5)$$

Entonces tenemos lo siguiente. El vector de estado evoluciona de acuerdo a la ecuación de Schrödinger, excepto cuando, de manera espontánea, éste sufre un colapso. El efecto de esto es multiplicar a la función de onda por una gaussiana centrada en algún punto \mathbf{x}_0 (y por un factor de normalización $R(\mathbf{x}_0)$), lo que por así decirlo ‘localiza’ a ψ alrededor de dicho punto. Esto quiere decir simplemente que los valores de ψ para regiones alejadas de \mathbf{x}_0 serán despreciablemente cercanos a cero. Las especificaciones de cuándo y dónde ocurren los colapsos se dan mediante la frecuencia $1/\tau$ y la ecuación (2.5).

¿Qué se ha logrado con todo esto? En primer lugar hemos resuelto exitosamente el problema que tenía la MCE por tener que invocar terminología imprecisa como ‘medición’, etc. En cambio, hemos reemplazado la ambigua formulación del postulado del colapso en términos de mediciones o cosas como observadores conscientes, por principios perfectamente inteligibles y matemáticamente inequívocos: sabemos perfectamente bien cuándo, dónde y por qué ocurren los colapsos en GRW. Esto es ciertamente un gran logro de la teoría. Sin embargo, de acuerdo con los autores también se ha logrado algo más, a saber, la eliminación de estados enredados para objetos macroscópicos. De hecho, eliminar dichos estados fue una de las motivaciones principales para crear la teoría. Veamos cómo se logra esto.

Supongamos que tenemos un caso semejante al que analizamos en el primer capítulo en donde después de interactuar, un aparato de medición $|\gamma\rangle$ se encuentra enredado con un sistema mucho más pequeño $|\omega\rangle$. Nuevamente consideramos dos posibles arreglos macroscópicos para el aparato de medición $|\gamma_1\rangle$ y $|\gamma_2\rangle$, correspondientes a dos ‘lecturas’, como dos posiciones diferentes de algún indicador (i.e. una aguja por ejemplo) sobre él. También consideramos, para el sistema más pequeño, dos eigenestados $|\omega_1\rangle$ y $|\omega_2\rangle$ de algún observable que en principio nuestro aparato es capaz de medir. El estado conjunto después de la interacción será

$$\mathcal{L}(\mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_m, \mathbf{s}_1 \dots \mathbf{s}_n) = A\omega_1(\mathbf{s}_1 \dots \mathbf{s}_n)\gamma_1(\mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_m) + B\omega_2(\mathbf{s}_1 \dots \mathbf{s}_n)\gamma_2(\mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_m), \quad (2.6)$$

donde $|A|^2 + |B|^2 = 1$ y $n \ll m$.

Ahora bien, es poco probable que tenga lugar un colapso para algún elemento del sistema $|\omega\rangle$ pues en principio está hecho de muy pocas partículas. En cambio, dado que el aparato de medición está conformado por un gran número de partículas, es muy probable que ocurra rápidamente un colapso para alguna de ellas². Una vez que decaiga alguna de estas partículas se multiplicará toda la ecuación (2.6) por la gaussiana $j(\mathbf{x}_0 - \mathbf{r}_i)$, donde \mathbf{x}_0 se encuentra más cercano a alguna de las dos posiciones posibles para el indicador del aparato. Esto significa que el otro término de la ecuación se verá prácticamente reducido a nada, es decir, después del colapso el estado será

$$|\psi\rangle \approx A'\omega_1(\mathbf{s}_1 \dots \mathbf{s}_n)\gamma_1(\mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_m), \quad (2.7)$$

o bien

$$|\psi\rangle \approx B'\omega_2(\mathbf{s}_1 \dots \mathbf{s}_n)\gamma_2(\mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_m). \quad (2.8)$$

Todo esto quiere decir que el estado enredado del aparato de medición y nuestro pequeño sistema cuántico no perdura por más de una despreciable fracción de segundo. Así se lograría entonces el cometido propuesto por GRW de deshacerse de los estados enredados de objetos macroscópicos, pues el aparato de medición muy rápidamente se encuentra ya sea con el medidor apuntando en una u otra de las posibles direcciones. Es decir que el sistema, en principio, finalmente se halla en un estado macroscópico perfectamente bien definido, determinado, y no ya en una poco intuitiva, ininteligible superposición donde el indicador ‘apunta en ésta y aquella dirección simultáneamente’. Y todo esto sin invocar ninguna cosa como observadores, o conciencias ni ninguna otra cosa extrínseca a la teoría misma. Más aún, se aduce como evidencia a favor de que la teoría también es compatible con las usuales predicciones de la mecánica cuántica estándar [25], el hecho de que la probabilidad que el decaimiento de la ecuación (2.6), hacia uno u otro de los estados posibles, sea precisamente proporcional al cuadrado del módulo de éstos. En efecto, la probabilidad (o estrictamente hablando la densidad de probabilidad) de que la i -ésima partícula del aparato tenga como centro de colapso a por ejemplo la posición \mathbf{x}_1 (i.e. una posición cercana al indicador cuando el estado es $|\gamma_1\rangle$), está dada, de acuerdo con la ecuación (2.4) por

$$\int d^3\mathbf{r}_1 \dots d^3\mathbf{r}_m d^3\mathbf{s}_1 \dots d^3\mathbf{s}_n |j(\mathbf{x}_1 - \mathbf{r}_i)\mathcal{L}(\mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_m, \mathbf{s}_1 \dots \mathbf{s}_n)|^2 \quad (2.9)$$

²Como se dijo más arriba, si el número de partículas es por ejemplo del orden de 10^{20} , entonces un colapso tendrá lugar en aproximadamente 10^{-4} segundos.

y que debido a la concentración de la función de onda alrededor de \mathbf{x}_1 por la gaussiana centrada allí, será entonces aproximadamente igual a

$$|A|^2 \int d^3\mathbf{r}_1 \dots d^3\mathbf{r}_m d^3\mathbf{s}_1 \dots d^3\mathbf{s}_n |j(\mathbf{x}_1 - \mathbf{r}_i)(\omega_1(\mathbf{s}_1 \dots \mathbf{s}_n)\gamma_1(\mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_m))|^2. \quad (2.10)$$

Esto concluye la exposición de la teoría de GRW. Cerramos esta sección haciendo una observación. La teoría se deshizo del postulado del colapso y la regla de Born presentes en la mecánica cuántica estándar. Estos postulados fueron sustituidos por el mecanismo del colapso que arriba estudiamos. Así que, sin la regla de Born en nuestra teoría, la pregunta ahora es: ¿qué interpretación podemos hacer de $|\Psi\rangle$?, o más directamente, ¿cuál es la relación entre $|\Psi\rangle$ y el experimento en GRW? Sea lo que sea la respuesta, ésta no puede ser: ‘la probabilidad de hallar a la partícula en \mathbf{x} ’. Esa posibilidad, por lo menos aparentemente, nos fue arrebatada cuando echamos por la borda a la regla de Born. Más adelante tendremos algo más que decir con respecto a este nuevo problema que parece tener la teoría. En contraste con esta situación, en la siguiente sección hablaremos de una variante de GRW que hace una interpretación explícita y con conexiones empíricas claras, sobre la función de onda.

2.2. GRW con densidad de masa

En 1995 Ghirardi et al. publicaron un artículo donde se discutía la posibilidad de utilizar el formalismo arriba expuesto de GRW junto con una distribución de masa en el espacio tridimensional ordinario³ [28]. Esta variante de la teoría de Ghirardi, Rimini y Weber pasó a ser conocida con ‘GRW con densidad de masa’ o simplemente GRW_m . Parece ser que las motivaciones explícitas de Ghirardi para crear esta variante de la teoría fue la insatisfactoria interpretación (o falta de interpretación) de la función de onda, una vez que removemos de la teoría a la regla de Born [32, 31]. Como se mencionó al final de la sección pasada, al ya no contar con esta regla es difícil saber exactamente qué información empírica se encuentra en $|\Psi\rangle$. Para remediar este problema lo que tenemos en GRW_m es lo siguiente. Se retiene todo el formalismo antes expuesto con relación al proceso de localización del vector

³De hecho, parece ser que E. Schrödinger ya había sugerido algo similar, sólo que postulando una distribución de carga, en vez de una distribución de masa [29, 30].

de estado mediante decaimientos aleatorios o espontáneos, así como se presentó en la sección anterior, pero ahora, además, se postula que a partir de la función de onda se obtiene la siguiente distribución de masa [28, 32, 31]

$$m(\mathbf{x}, t) = \sum_{i=1}^N m_i \int d^3\mathbf{r}_1 \dots d^3\mathbf{r}_N \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{x}) |\Psi(\mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_N)|^2 \quad (2.11)$$

donde m_i es la masa de la i -ésima partícula y $\delta(\mathbf{x})$ es la ‘función delta’.

Ahora bien, ¿cuál es entonces la imagen del mundo de acuerdo con (2.11)? Primero notemos que, a pesar de que $\Psi(\mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_N)$ claramente está definida en el espacio de configuraciones de dimensión $3N$, la distribución $m(\mathbf{x}, t)$ está definida en el espacio ordinario tridimensional (al tiempo t). Después veamos que la distribución está dada para todo punto del espacio, lo cual significa que tenemos un ‘continuo’ de masa y no una distribución discreta de ésta. Por ejemplo para una sola partícula de masa m tendríamos que

$$m(\mathbf{x}, t) = m \int d^3\mathbf{r}_1 \delta(\mathbf{r} - \mathbf{x}) |\Psi(\mathbf{r})|^2 = m |\Psi(\mathbf{r})|^2, \quad (2.12)$$

es decir que la partícula se encontraría ‘esparcida’, de alguna manera un tanto no intuitiva, en el espacio físico tridimensional, y con su masa distribuida proporcionalmente con el cuadrado de su función de onda. Esto podría generar muchas dudas con respecto a la más que comprobada granularidad de la materia, sin embargo, recordamos que debido a los decaimientos espontáneos característicos de la teoría, la distribución de masa se agruparía alrededor de algún punto en el espacio, lo que permitiría así tal vez explicar la granularidad [32]. Independientemente de qué tan intuitiva sea la propuesta de GRW_m , una cosa es cierta, ya contamos ahora con una interpretación explícita y precisa para lo que $|\Psi\rangle$ representa empíricamente, a saber, a partir de ella podemos obtener la distribución de materia $m(\mathbf{x}, t)$. Pero aún falta centrar la atención en el caso de mayor interés, a saber, las superposiciones de objetos macroscópicos.

¿Qué ocurrirá con los estados enredados como la ecuación (2.6)? Inicialmente, i.e. antes de que haya ningún colapso, de acuerdo con la ecuación (2.11), dicho estado enredado dará lugar a una distribución de masa correspondiente a dos indicadores del aparato de medición, una en cada una de las dos posiciones posibles. Es decir que el estado \mathcal{L} es una superposición en el espacio ordinario de las dos posibilidades para el sistema, ambas coexistiendo mutua y simultáneamente. Además, cada estado posible llevará una fracción de la masa total M_T del sistema igual al cuadrado de su amplitud [33]. Por

ejemplo la primera posición, i.e. la que corresponde al estado $|\gamma\rangle_1$, tendrá una fracción de la masa dada por $|A|^2 M_T$. Mientras que el otro indicador tendrá masa igual a $|B|^2 M_T$. Esta es sin duda una situación bastante peculiar pues el aparato de medición se encuentra en dos estados macroscópicos distintos simultáneamente. Sin embargo, sabemos que muy velozmente tendrá lugar un colapso debido al gran número de partículas que conforman al aparato. El efecto de este colapso será el mismo que antes, i.e. la función de onda se concentrará alrededor ya sea del punto \mathbf{x}_1 o \mathbf{x}_2 . Una vez que suceda esto la distribución de masa cambiará también, de tal manera que la mayor parte de la masa ahora estará en el indicador que haya sufrido el colapso (pues ahí se encuentra ahora la mayor parte de la amplitud total de la función de onda), y a su vez, esto implica que la masa total del otro indicador disminuirá correspondientemente. Y mientras sigan habiendo colapsos (siempre más probables para los estados que ya son más masivos), la masa total seguirá siendo redistribuida entre los posibles estados.

Hemos visto así como el formalismo de GRW_m logró completar una pieza faltante pero de suma importancia para GRW: una interpretación para el vector de estado. Sin embargo, esto nos ha llevado a considerar extrañas superposiciones macroscópicas que si bien ‘decaen’ velozmente, en realidad nunca dejan de existir. Es decir, si bien es cierto que el proceso de localización de GRW_m lleva a que uno de los estados rápidamente tenga mucha más masa que el otro, no deja de ser cierto que ambos estados se encuentran presentes para todo instante de tiempo. Entonces nos podemos preguntar ¿realmente se han eliminado las superposiciones?, ¿se ha logrado el objetivo original de la teoría?, ¿podría esto presentar nuevos problemas conceptuales o interpretativos para ésta? Estas son las preguntas que abordaremos en el siguiente capítulo.

Capítulo 3

El problema de las colas

En este capítulo revisaremos con cuidado el tema principal de este trabajo, a saber, el Problema de las Colas Estructuradas (PCE). Este es un problema que atañe principalmente a la teoría de GRW con densidad de masa. No obstante, es conveniente comenzar su estudio revisando lo que se podría considerar como el precursor de éste, a saber, lo que algunas veces es simplemente llamado el Problema de las Colas, o también, el Problema de las Colas Desnudas. Este último problema surgió inicialmente como un obstáculo conceptual para GRW (no GRW_m) pero analizarlo y comprenderlo nos brindará buenas herramientas con las cuales comenzar nuestras investigaciones en torno al PCE, que será el propósito de la segunda sección en este capítulo, donde nos interesará sobre todo motivar y exponer al PCE como se entiende hoy en día. Cabe mencionar también que ambos problemas han estado siempre en el núcleo de las críticas tanto a GRW como GRW_m , por lo que su elucidación es de primera importancia para el área de los fundamentos de la mecánica cuántica y su resolución, de ser posible, es de obvio y profundo interés para las teorías mismas.

3.1. El problema de las colas

Lo que se conoce como el Problema de las Colas (PC) es el problema de cómo los colapsos de GRW no terminan realmente por llevar a la función de onda a un eigenestado de la posición [34, 35, 36]. Para ilustrar mejor el problema analicemos el siguiente caso.

Supongamos que tenemos una partícula en una sola dimensión, cuya función de onda en el instante t_0 se ve así

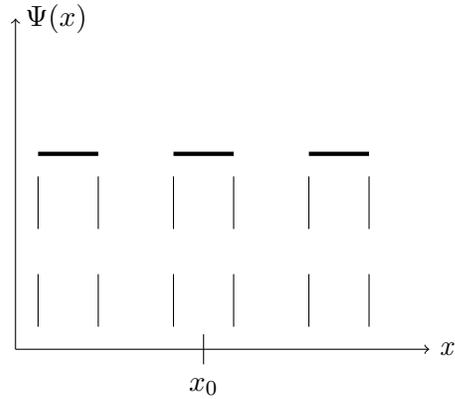


Figura 1. Ψ justo antes de sufrir un colapso tipo GRW.

donde el ancho y altura de cada término rectangular son tales que Ψ está normalizada. Ahora, justo después del instante t_0 imaginemos que la partícula sufre un colapso tipo GRW, i.e. su función de onda es multiplicada por una gaussiana, y supongamos que el lugar del colapso es el punto x_0 . Entonces la función resultante será ésta

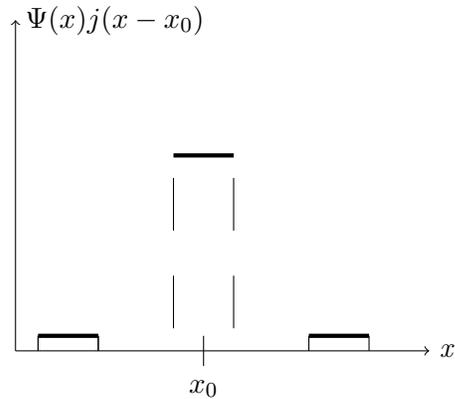


Figura 2. La función de onda después de ser multiplicada por $j(x - x_0)$.

donde de nuevo, las alturas y anchos son tales que $j(x - x_0)\Psi(x)$ está normalizada.

Es evidente en la figura 2 que la función después del colapso es distinta de cero en varias regiones. Esto se debe a que la función del colapso, i.e. la gaussiana $j(x - x_0)$, *nunca es distinta de cero*, lo que ocasiona que la función de onda resultante solamente disminuya su valor en los puntos alejados de

x_0 , pero no que sea cero. Entonces, el efecto neto del colapso es modificar a la función original, de tal manera que la mayor parte de ésta se encuentre ahora alrededor de x_0 . Además de que ahora han surgido lo que se denominan ‘colas’ de la función, i.e. las regiones que ahora tienen una amplitud mucho menor que antes del colapso (que en este caso son las dos regiones a la derecha e izquierda de x_0)¹. El problema con todo esto es que la función después del colapso simplemente no se encuentra en un eigenestado de la posición². Pero esto es algo que en un principio creíamos haber logrado: la teoría no sólo hacía innecesario el uso de terminología ambigua como ‘medir’, sino que también podía reproducir el efecto de las ‘mediciones’, i.e. llevar a Ψ a eigenestados determinados. Sin embargo la teoría ahora parece haber fallado en este cometido debido a la presencia de las colas, que terminan por hacer de Ψ nuevamente una superposición de eigenestados de la posición. Y cómo lidiar con todo esto dentro del marco teórico de GRW es el Problema de las Colas³.

¿Qué implica esta situación para el estado enredado de sistema más aparato de medición? Recordemos que el estado final después de la interacción es

$$\mathcal{L}(\mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_m, \mathbf{s}_1 \dots \mathbf{s}_n) = A\omega_1(\mathbf{s}_1 \dots \mathbf{s}_n)\gamma_1(\mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_m) + B\omega_2(\mathbf{s}_1 \dots \mathbf{s}_n)\gamma_2(\mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_m). \quad (3.2)$$

Para este sistema el efecto de la multiplicación por $j(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)$ será, por así decirlo, una redistribución de la amplitud de la función de onda; de tal manera que, dependiendo de dónde sea el centro del colapso, ya sea A o B se verán reducidos drásticamente, mientras que el otro término tendrá ahora la

¹De hecho, como demuestra D. Wallace en su artículo ‘Life and Death in the Tails of GRW’ [36], el efecto de los colapsos tipo GRW no es meramente reducir la amplitud de algunas partes de la función de onda. Hay una segunda pero más sutil consecuencia de los colapsos: las colas de la función se recorren ligeramente hacia el centro del colapso. Por ejemplo en la figura 2 las regiones de baja amplitud estarían un poco más cerca de x_0 que antes del colapso.

²Ni siquiera se encuentra en un eigenestado del operador ‘estar en la región R ’ [39], i.e.

$$\hat{P}_R = \int_R dx |x\rangle \langle x| \quad (3.1)$$

donde R es la zona alrededor de x_0 . Esto se debe justamente a que la función post-colapso tiene ‘colas’ donde es diferente de cero.

³Por ejemplo, una manera de resolver el problema sería multiplicar no por una gaussiana sino por una función de soporte compacto (i.e. que es distinta de cero sólo en una región cerrada y acotada). Sin embargo, esto no resolvería el problema, puesto que, si bien las colas serían eliminadas *inicialmente*, después de un instante aparecerían nuevas colas, debido a la evolución unitaria de Ψ de acuerdo con la ecuación de Schrödinger [37].

mayor parte de la amplitud de la función. Pero es importante recalcar que, nuevamente, esto no implicará la eliminación *completa* de ninguno de los dos términos en la ecuación (3.2), sino sólo la disminución de su amplitud correspondiente. Lo cual se debe, claramente, a que aquí tampoco la gaussiana es cero realmente en ningún punto del espacio. Así que el estado después del colapso sigue siendo un estado enredado entre sistema y aparato de medición, pero con la mayor parte de la amplitud ahora en uno solo de los dos términos y el resto en la ‘cola’ de la nueva función de onda. Esto quiere decir que J.S. Bell tal vez se equivocó, o por lo menos se apresuró a decir que [25]: “De manera bastante general, cualquier embarazosa ambigüedad macroscópica en la teoría usual es sólo momentánea en la teoría de GRW”⁴. En realidad la ‘ambigüedad macroscópica’, i.e. el estado enredado de la ecuación (3.2), persiste a través del tiempo y sobrevive a cuantos colapsos tipo GRW sufra a lo largo de su existencia.

El Problema de las Colas es entonces dar cuenta (desde el marco teórico de GRW) de las regiones de baja amplitud post-colapso (i.e. las colas), ya que éstas nunca desaparecen del todo después de un colapso. Es decir que la teoría ahora debe ofrecernos una explicación de cómo o por qué, a pesar de que las colas de los estados enredados nunca son cero, aún así, los estados post-colapso de alguna manera representan lo que sabemos del mundo macroscópico, a saber, que los aparatos de medición arrojan resultados determinados, y no extrañas superposiciones de éstos. O tal vez la teoría sencillamente sea incapaz de hacer esto (incluso si se modifica de alguna manera), pero entonces aún se nos debería ofrecer alguna explicación del significado experimental y/o conceptual de las colas. Por ejemplo, una propuesta para lidiar con el problema fue dada por Albert y Loewer, y se conoce como GRW con ‘fuzzy link’. De acuerdo con esta variante de GRW [38], una partícula se encuentra en una región R si y sólo si la proporción de la amplitud de Ψ allí, es mayor a una cierta cantidad predeterminada $1 - q$. Sin embargo nuestro interés inmediato aquí es la teoría de GRW _{m} , así que veamos cómo ésta lidia con un problema que se encuentra relacionado con el problema de las colas, a saber, el llamado Problema de las Colas Estructuradas.

⁴“Quite generally any embarrassing macroscopic ambiguity in the usual theory is only momentary in the GRW theory.” (De nuevo, aquí y en las citas subsecuentes, la traducción es mía.)

3.2. Las colas estructuradas y GRW_m

El Problema de las Colas Estructuradas (PCE) para GRW_m es el problema de interpretar o dar cuenta de las ‘colas’ de Ψ (i.e. las partes de ésta con poca amplitud), desde la interpretación de la distribución de masa que caracteriza a esta teoría [34, 33, 36]. Recordemos primeramente que de acuerdo con la distribución de masa que propone la teoría, i.e.

$$m(\mathbf{x}, t) = \sum_{i=1}^N m_i \int d^3\mathbf{r}_1 \dots d^3\mathbf{r}_N \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{x}) |\Psi(\mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_N)|^2 \quad (3.3)$$

si tenemos el estado enredado de la ecuación (3.2), entonces tendremos una distribución de masa conformada por dos partes. Por un lado tendremos al indicador del aparato de medición en la primera posición y con una masa dada por $|A|^2 M_T$, donde M_T es la masa total del sistema, y por otro lado tendremos al indicador en la segunda posición y con una masa $|B|^2 M_T$. Ambas distribuciones de masa se encuentran en el espacio *simultáneamente*.

Ahora bien, el problema de las colas estructuradas surge cuando suponemos que ocurre un colapso tipo GRW. En ese caso, como ya sabemos, habrá una redistribución de la amplitud de la función de onda, dando lugar a una región con una alta amplitud y a otras regiones con poca amplitud, i.e. las ‘colas’ de la función post-colapso. Pero en el contexto de GRW_m esto implicará dos cosas: por un lado, que una parte de la función post-colapso tendrá la mayor parte de la masa total del sistema, y por otro lado, que las colas tendrán una porción despreciable de ésta, lo cual se debe a que la masa de cada término es directamente proporcional al cuadrado de la amplitud que éstos llevan. Para comenzar a ilustrar todo esto mejor, regresemos brevemente a nuestro muy simplista modelo de la figura 1 arriba para una sola partícula en una línea. En ese caso lo que tenemos es lo siguiente. Primero, recordamos que la distribución de masa en ese caso estará dada por:

$$m(x, t) = m \int dx' \delta(x' - x) |\Psi(x')|^2 = m |\Psi(x)|^2 \quad (3.4)$$

donde m es la masa de la partícula. Así, de acuerdo con la figura 1 lo que tendremos inicialmente son 3 regiones con una distribución continua de masa en ellas, y cada una con masa total de $m/3$. Pero después de que ocurra el colapso, centrado en x_0 , y la función de onda se torne en aquella representada por la figura 2, entonces habrá una redistribución de la masa del sistema. De tal manera que ahora la región central, i.e. alrededor del centro de colapso, tendrá la mayor cantidad de la masa total m , mientras que las otras dos

regiones, que antes tenían la misma masa que la región central, ahora tendrán sólo una pequeña porción de ésta. Es decir que la distribución de masa resultante para la función post-colapso, es tal que la región alrededor de x_0 es *mucho más densa* que antes, y que las colas de la función post-colapso ahora son *mucho menos densas*. Pero nuevamente, debido a que la gaussiana $j(x - x_0)$, no es distinta de cero nunca, y que por ello han aparecido las colas de la función post-colapso, *seguimos teniendo una distribución continua de masa allí donde la teníamos previamente al colapso*. La única diferencia entre las distribuciones antes y después del colapso, es que después de éste, las colas de la función solo tienen una pequeña porción de la masa total del sistema, mientras que la región alrededor del centro del colapso, ahora se ha vuelto más densa que las colas. Eso es lo único que ha cambiado después del colapso de acuerdo con GRW_m .

Volviendo al ejemplo de mayor interés, i.e. el pequeño sistema cuántico más aparato de medición de la ecuación (3.2), lo que tendremos es lo siguiente. Inicialmente, y durante un intervalo de tiempo muy pequeño, existen simultáneamente una distribución de masa correspondientes al indicador del aparato de medición en su primera y segunda posición. Cada una de ellas con una masa total proporcional al cuadrado de su respectiva amplitud. Después, supongamos que tiene lugar un colapso tipo GRW y que así hay un cambio en las amplitudes del sistema de tal manera que (por ejemplo) ahora $|B'|^2 \ll |A'|^2$. Esto implicará que las dos distribuciones de masa se verán afectadas también, de tal forma que la distribución de masa para el indicador en la primera posición, ahora tendrá una masa total $|A'|^2 M_T$ mucho mayor que la que tenía antes, y mucho mayor también que la de la cola de la función post-colapso, i.e. la distribución de masa para el indicador en la segunda posición, que ahora tendrá una masa total $|B'|^2 M_T$ mucho menor que antes y menor que la otra distribución de masa presente. Es decir que con cada colapso tendrá lugar una redistribución de la masa total del sistema, de tal modo que una de las partes obtendrá así la mayor parte de la masa ‘disponible’, mientras que la otra se quedará con una porción despreciable de ésta⁵. Más aún, dado que los dos indicadores a los que dará pie la distribución de masa $m(\mathbf{x}, t)$, sólo difieren entre sí (además de en su posición claro), en cuánta masa tiene cada uno, entonces podemos también decir que de hecho son *estructuralmente idénticos* el uno con el otro. Esto es claro dado que las distribuciones de masa que por separado darían lugar, en principio, al indicador en la primera posición y al indicador en la segun-

⁵Recordemos que además de esto, como se mencionó en una nota al pie arriba, las colas de la función post-colapso también se acercarán un poco hacia el centro del colapso.

da posición, solamente se superponen la una con la otra, de acuerdo con la ecuación (3.3), cuando tenemos el estado enredado de la ecuación (3.2). Así, es difícil entrever cómo o por qué cada una de las dos partes de esta nueva distribución de masa post-colapso podría diferenciarse la una de la otra (más allá de por la diferencia en su masa claro), pues al contar con la misma estructura interna, inclusive poseen, en principio, las mismas disposiciones y posibles funciones. Como dice Tim Maudlin [33] “... pero no hay un sentido obvio en el cual estos cambios en la amplitud afecten de manera relevante la estructura u organización funcional de la parte con baja densidad”⁶.

¿Qué significa todo esto para GRW_m ? Recordemos que la teoría fue creada con el propósito de resolver el Problema de la Medición de igual manera que lo hacía (por lo menos en principio) GRW pero añadiendo a ésta una interpretación clara y explícita para la función de onda en términos de $m(\mathbf{x}, t)$. Sin embargo hemos visto cómo dicha interpretación nos lleva a suponer la existencia simultánea de diferentes distribuciones de masa, que corresponden cada una a lo que en Mecánica Cuántica Estándar llamaríamos los resultados posibles de los experimentos en cuestión. Para resolver esto la teoría podría en principio argüir que después de un intervalo de tiempo muy pequeño ocurrirá un colapso tipo GRW en el sistema, ocasionando que alguna de las distribuciones de masa presentes se vuelva mucho más densa que el resto (i.e. más densa que las colas del sistema). Motivo por el cual tal vez se podrían entonces despreciar estas colas de baja densidad. Pero esto se pone en entredicho cuando nos percatamos de que las colas del sistema post-colapso, a pesar de ser muy poco densas, aún así tienen exactamente la misma estructura que la parte más densa del sistema. Es decir que, a la luz de este isomorfismo estructural y disposicional entre las colas y la parte de alta densidad del sistema, ¿en qué sentido podemos realmente despreciar o soslayar a la colas de baja densidad? Y de no ser esto posible, entonces, ¿ha fracasado GRW_m verdaderamente?, ¿se ha resuelto o no efectivamente el Problema de la Medición? Todo esto es lo que puede entenderse como el Problema de las Colas Estructuradas.

Otra consecuencia que se suele extraer del PCE para GRW_m es que la teoría parece traicionar a su *ontología* y terminar por ser solamente una versión, por así decirlo, disfrazada, de la teoría de Muchos Mundos de Everett [33, 29, 34]. La razón de esto es lo siguiente. De acuerdo con la distribución de masa $m(\mathbf{x}, t)$, tenemos al mismo tiempo todos los resultados posibles experimentales conviviendo los unos con los otros (aunque sólo uno de ellos con

⁶“...but there is no obvious sense in which these changes in amplitude relevantly affect the structural or functional organization of the low-density part.”

la mayor parte de la masa del sistema). Y resulta ser que esto es básicamente lo que propone la teoría de Muchos Mundos para resolver el Problema de la Medición, i.e. que de hecho todos los posibles resultados experimentales de hecho se obtienen cuando se realiza el experimento. Por ejemplo, en el caso de nuestro sistema cuántico y el aparato de medición de la ecuación (3.2), de acuerdo con la teoría de Muchos Mundos, es verdad tanto que el indicador del aparato está en la primera posición, como que está en la segunda posición: ambas afirmaciones son verdaderas a la vez. Para dar cuenta de esto la teoría nos dice que después del experimento el mundo se divide o bifurca en distintas ramas (o en distintos mundos), de tal manera que en cada una de ellas se obtiene uno y sólo uno de los posibles resultados experimentales [18]. Así que todo esto efectivamente (por lo menos) se asemeja mucho a lo que ocurre para las diferentes distribuciones de masa en GRW_m . Por lo que será interesante analizar con cuidado qué tan lejos llega esta similitud. Y esto es lo que haremos en el siguiente capítulo, donde también exploraremos con más cuidado las implicaciones conceptuales, lógicas y empíricas que podría tener el Problema de las Colas Estructuradas para la teoría, al igual que ofreceremos nuestras conclusiones al respecto.

Capítulo 4

Análisis y conclusiones

En este último capítulo ofreceremos un análisis que abarque todo lo visto a lo largo del trabajo y ofreceremos también nuestras conclusiones al respecto. Para esto comenzamos por analizar cuáles fueron los objetivos iniciales de GRW y GRW_m y si podemos afirmar que éstos han sido realmente alcanzados o no por dichas teorías.

4.1. Los objetivos de la teoría

En esta sección me gustaría investigar una cosa muy concreta, a saber, si GRW_m , a la luz del problema de las colas estructuradas, cumplió o no sus objetivos así como aquí han sido expuestos. Esto me parece de primera importancia, dado que este problema realmente será un obstáculo para la teoría, primordialmente, en la medida en que afecte el cumplimiento de sus propósitos. Comencemos recordando brevemente cuáles son éstos.

Inicialmente la teoría de GRW fue creada con la intención de ser una alternativa para el problema de la medición, esto es, una alternativa a la mecánica cuántica estándar. Además de esto, la teoría tenía el propósito de eliminar la presencia o existencia de ambiguas y poco intuitivas superposiciones macroscópicas. Por otro lado, la teoría de GRW_m se hizo para resolver un problema interpretativo de GRW, ya que ésta última parecía no ofrecer nos un significado claro y preciso para la función de onda. Así entonces en GRW_m lo que se pretendía ante todo era darle una interpretación a Ψ , a la vez que permanecer como una alternativa a la cuántica estándar y lograr eliminar también las superposiciones macroscópicas. Estos son básicamente los objetivos de ambas teorías, la pregunta es, dados el PC y el PCE, ¿los han cumplido?

Con respecto a la viabilidad de GRW_m como alternativa para la teoría estándar podemos decir sin reparo alguno que por lo menos ciertamente ya no aparecen los términos imprecisos y vagos como ‘medición’, ‘observador’, ‘conciencia’, etc. Esto de hecho lo lograron tanto GRW como GRW_m , y este éxito no debe ser menospreciado. Sin embargo, no me parece nada controversial afirmar que, *estrictamente hablando*, el propósito de eliminar las superposiciones macroscópicas sencillamente no se logró. Esto es así en GRW y GRW_m por igual. Veamos esto con más cuidado.

En el marco de GRW, a pesar de que podamos no contar con una interpretación para la función de onda, es evidente que ni siquiera en un sentido meramente matemático se han eliminado las superposiciones macroscópicas mediante los procesos de decaimientos tipo GRW. Esto es justamente el Problema de las Colas para dicha teoría, i.e. que después de un decaimiento, la función de onda no es llevada a un eigenestado de la posición, como se explicó en detalle en las secciones anteriores. Ahora bien, esto es, si acaso, todavía peor para GRW_m pues allí claramente, y como se expuso con cuidado en el capítulo anterior, después de un colapso tenemos también la aparición de colas en la función de onda, pero que ahora determinan de una manera empíricamente inequívoca una distribución de masa en el espacio tridimensional ordinario. Es decir que en GRW_m ciertamente no se han eliminado de ninguna manera las superposiciones de objetos macroscópicos; la única diferencia es que aquí de hecho éstas tienen ahora un significado empírico concreto: superposiciones de distribuciones de masa. Ahora bien, es cierto que las colas de Ψ están relacionadas con distribuciones de masa poco densas, pero en un sentido riguroso y estricto (que es cómo se ha estado evaluando la situación por el momento), eso no implica de ninguna manera que dichas distribuciones no existan o que no tengan realidad empírica y es por ello que GRW_m , bajo una consideración estricta, ha fallado su cometido, heredado de GRW, de eliminar a las superposiciones macroscópicas. Sin embargo, habiendo dicho esto, debido a la poca densidad de las colas de Ψ , podríamos aún hablar, por ejemplo, de que tal vez *para todo fin práctico*, éstas pueden ser despreciadas por completo, pero allí es, como ya sabemos, donde comienza el Problema de las Colas Estructuradas. Entonces, habiendo visto cómo GRW y GRW_m fallan en uno de sus propósitos, pasemos a analizar los impedimentos que arroja el PCE para despreciar a las colas de la función de onda.

El PCE es el problema de cómo sería posible despreciar a las colas de Ψ en el marco de GRW_m , dado que éstas son estructuralmente isomórficas a sus contrapartes de alta densidad. Primero quiero recalcar que lo que se está buscando aquí es algo mucho más débil que el objetivo inicial de la teoría. Ahora estamos lidiando con que de hecho las superposiciones macroscópi-

cas no han sido eliminadas por completo, y nuestra estrategia es intentar despreciar, por lo menos para fines prácticos, a las colas de baja densidad. Esto lograría una mejor reconciliación entre la teoría y los experimentos pues ofrecería una explicación a porque nunca de hecho vemos las superposiciones macroscópicas: porque las colas de baja densidad son empíricamente despreciables. El problema es bajo qué argumentos despreciarlas. Si simplemente argumentamos que las podemos despreciar debido a que tienen baja densidad entonces el PCE nos imputará que esto no es tan sencillo puesto que, a pesar de ser poco densas, aún así tienen las mismas disposiciones y la misma estructura que si tuvieran una alta densidad. En palabras de Tim Maudlin [33]: “Pero ¿por qué razones, exactamente, puede ser despreciada la pequeña densidad de masa? Después de todo, esa densidad de masa es algo, y tiene la misma forma y (...) comportamiento y disposiciones a comportarse como lo habría hecho si el colapso la hubiera dejado con una mayor densidad de masa.”¹. Analicemos esto último con cuidado. La cola de baja densidad ciertamente tiene, cuando menos en principio, exactamente la misma forma y estructura que tendría si de hecho tuviera una mayor densidad de masa, que sería el caso de haber sucedido el colapso tipo GRW de manera distinta. Sin embargo creo que aquí debemos centrar nuestra atención no en este isomorfismo estructural, sino en la afirmación de la igualdad disposicional entre la distribución densa y la cola de baja densidad. Supongamos, para tener un ejemplo concreto, que el indicador del aparato en su segunda posición o configuración fue aquel que tuvo el infortunio de poseer una pequeña densidad de masa. Este indicador es simplemente un pedazo por ejemplo de metal, que se encuentra en alguna posición particular con respecto al aparato de medición. Preguntémosnos si en caso de que este indicador tuviera una mayor densidad a la que tiene la cola correspondiente, ¿se comportaría de manera distinta a que si tuviera una menor densidad? Mi respuesta es que de hecho no se comportarían de la misma forma, puesto que, ¿no es acaso la densidad de masa un factor que atañe de manera crucial al comportamiento de los objetos? Para ver esto no hace falta sino someter a exactamente la misma fuerza a estos dos indicadores (el uno con alta densidad y el otro con baja), para convencernos de que claramente no se comportan de la misma forma: bajo la misma fuerza el indicador de alta densidad se acelerará mucho menos que el de baja densidad, justamente debido a la diferencia de densidad entre ambos. En resumen: es verdad que las colas de baja densidad tienen

¹But on what basis, exactly, can the small mass density be neglected? After all, that mass density is something, and it has the same shape and (...) behavior and dispositions to behave as it would have had if the hit had left it with the lion’s share of mass density’.

la misma forma y la misma estructura a que si tuvieran una mayor densidad de masa, pero esto de ninguna manera implica que tienen las mismas disposiciones a comportarse de esta o aquella manera. Ahora bien, ¿es esto suficiente para superar las objeciones arrojadas por el PCE y afirmar que es posible, cuando menos para fines prácticos, despreciar a las colas de baja densidad? Mi respuesta aquí sería afirmativa. Tras percatarnos de que las colas de baja densidad de hecho no se comportan de la misma manera a que si tuvieran una alta densidad, entonces quedan bien abiertas las puertas para despreciarlas como actores considerables en situaciones experimentales.

Con respecto a la objeción de que la ontología de GRW_m de alguna manera se reduce a la de la teoría de Muchos Mundos hay que decir un par de cosas. Primero, desde el punto de vista estricto, como ya vimos, es cierto que en GRW_m ‘se obtienen todos los resultados posibles’, en el sentido de que hay una convivencia de las diferentes distribuciones de masa correspondientes a los distintos resultados posibles. Sin embargo creo que aquí se podría objetar tal vez, que de hecho los resultados posibles, estrictamente hablando sólo coexisten durante una fracción de segundo, antes de que ocurra un colapso tipo GRW, y que después del colapso, debido a la redistribución de masa que ocurre por ello, ya no se tienen realmente los mismos ‘resultados’. Pero incluso si concedemos que sí se ‘obtienen todos los resultados’, mi opinión es que aún así no se ha reducido realmente la ontología a la de la teoría de Muchos Mundos. La razón de esto es muy sencilla. En la teoría de Muchos Mundos, como el nombre nos indica, se tienen diferentes realidades o diferentes mundos, cada uno de los cuales con uno de los posibles resultados del experimento en cuestión ². Pero esto no es para nada lo que se tiene en GRW_m , pues en esta teoría, la ontología estipula que solamente existe *un mundo*, una sola realidad, en la cual, es verdad, coexisten los diferentes resultados, pero cada uno de ellos está en el mismo espacio tridimensional que habitan todos los demás, no hay un mundo para cada uno. Por esto me parecería equivocado afirmar que las ontologías son el fondo iguales entre sí.

4.2. Conclusiones

Podemos concluir que tanto GRW como GRW_m , en un sentido estricto, han fallado decididamente en su objetivo de eliminar de la teoría a las super-

²De hecho esta interpretación de la teoría de Muchos Mundos es sólo una de tantas. Existen otras interpretaciones o subvariantes de esta teoría que no emplean una ontología con literalmente muchos mundos o realidades. La interpretación de Muchos Mundos que sí usa esta ontología (y es a la que atañen mis observaciones en esta sección) se debe a B. DeWitt [40].

posiciones macroscópicas. Esto es irrefutable. No hace falta más que poner la mirada en la formación de las colas en la función de onda una vez que ha ocurrido un colapso tipo GRW. En ambas teorías estas colas imposibilitan hablar de la eliminación *completa y absoluta* de estas superposiciones. Ahora bien, en el contexto de GRW_m , ¿es posible desprestigiar a las colas de baja densidad incluso a la luz de las objeciones arrojadas por el Problema de las Colas Estructuradas? Hemos visto que esto parece en principio ser posible pues, a pesar de que, así como argumenta el PCE, las colas de baja densidad y sus contrapartes de alta densidad, efectivamente cuentan con la misma forma, tamaño y estructura interna, aún así no presentan las mismas disposiciones bajo las mismas circunstancias, i.e. no se comportan de la misma forma. Esto hace a las colas de baja densidad candidatas para componentes despreciables debido justamente a que gozan de una pequeña masa. En conclusión, el Problema de las Colas Estructuradas *no* termina por poner en entredicho *cuando menos para fines prácticos* la eliminación de las superposiciones macroscópicas en GRW_m debido a su baja densidad.

Bibliografía

- [1] D.J. Griffiths. *Introduction to Quantum Mechanics*. Prentice Hall, 2a ed. (2005), pp.1, 106, 118-119, 420-422.
- [2] V.I. Arnol'd. *Mathematical Methods of Classical Mechanics*. Springer, 2a ed. (1988).
- [3] P.A.M. Dirac. *Principles of Quantum Mechanics*. Oxford University Press, 4a ed. (1978), p.16.
- [4] J.J. Sakurai, J. Napolitano. *Modern Quantum Mechanics*. Addison-Wesley, 2a ed. (2011), pp.11, 70.
- [5] M. Beck. *Quantum Mechanics. Theory and Experiment*. Oxford University Press (2012), pp. 91-93,195.
- [6] D.W. Cohen. *An Introduction to Hilbert Space and Quantum Logic*. Springer-Verlag, 3a ed. (1989), p.18.
- [7] W. Rudin. *Functional Analysis*. McGraw-Hill (1991), pp.306-307.
- [8] C. Cohen-Tannoudji, B. Dui, F. Laloe. *Quantum Mechanics*. Wiley-VCH (1991), p.20.
- [9] L.E. Ballentine. *Quantum Mechanics. A Modern Development*. World Scientific (1998), p.46.
- [10] G.J. Arfken, H.J. Weber. *Mathematical Methods for Physicists*. Elsevier Academic Press, 6a ed., pp.83-85.
- [11] W. Greiner, D.A. Bromley. *Quantum Mechanics. An Introduction*. Springer (2000), pp.38-39.
- [12] L.D. Landau, E.M. Lifshitz. *Quantum Mechanics. Non-relativistic theory*. Pergamon Press (1981), 3a ed., pp.2-5.

- [13] F. Giacomini (2014). ‘On unitary evolution and collapse in quantum mechanics’. *Quanta*. 3 (1): 156–170.
- [14] J. von Neumann. *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*. Princeton University Press (1955).
- [15] J.S. Bell, ‘Against Measurement’, en *Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics*, Cambridge University Press, 2a ed. (2008).
- [16] E.P. Wigner, ‘Remarks on the mind-body question’, en *Quantum Theory and Measurement*, J. Wheeler y W. Zurek (eds.), Princeton University Press (1983).
- [17] P. A. M. Dirac, *Sci. American* **208**, May 45 (1963).
- [18] D. Albert. *Quantum Mechanics and Experience*. Harvard University Press (1992), pp.80-115.
- [19] E. Okon y D. Sudarsky. ‘Less decoherence and more coherence in quantum gravity, inflationary cosmology and elsewhere’. *Found. Phys.*, 46:852–879, 2016c.
- [20] T. Maudlin, (1995), ‘Three Measurement Problems’, *Topoi* 14, 7-15.
- [21] E. Okon, (2014), ‘El problema de la medición en mecánica cuántica’, *Revista Mexicana de Física E* 60:130–140.
- [22] H. Everett, ‘The Theory of the Universal Wavefunction’, en *The Many-Worlds Interpretation of Quantum Mechanics*, B.S. DeWitt, R.N. Graham (eds.), Princeton University Press (1973).
- [23] J.S. Bell, ‘On the impossible pilot wave’, en *Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics*, Cambridge University Press, 2a ed. (2008).
- [24] D. Bohm, *Phys. Rev.* **85**, 165, 180 (1952).
- [25] J.S. Bell, ‘Are there quantum jumps?’, en *Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics*, Cambridge University Press, 2a ed. (2008).
- [26] G. C. Ghirardi, A. Rimini, y T. Weber, (1986) *Phys. Rev.* **D 34**, p. 470.
- [27] J.S. Bell, ‘On wave packet reduction in the Coleman-Hepp model’, en *Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics*, Cambridge University Press, 2a ed. (2008).

- [28] F. Benatti, G.C. Ghirardi y R. Grassi (1995), ‘Describing the macroscopic world: closing the circle within the dynamical reduction program’, *Foundations of Physics*, 25, pp. 5–38.
- [29] V. Allori, S. Goldstein, R. Tumulka y N. Zanghí, ‘Many worlds and Schrödinger’s first quantum theory’ *British Journal for the Philosophy of Science* 62 (1), 1-27.
- [30] E. Schrödinger, ‘Quantization as a problem of proper values (part IV)’, en *Collected Papers on Wave Mechanics*, Blackie and Son Ltd. (1928).
- [31] D. Albert. *After Physics*. Harvard University Press (2015), pp.144-161.
- [32] V. Allori, S. Goldstein, R. Tumulka y N. Zanghì (2008), ‘On the Common Structure of Bohmian Mechanics and the Ghirardi–Rimini–Weber Theory’, *British Journal for the Philosophy of Science*, 59, pp.353–89.
- [33] T. Maudlin, ‘Can the world be only wavefunction’, en *Many Worlds. Everett, Quantum Theory and Reality.*, S. Saunders, J. Barrett, A. Kent y D. Wallace (eds.), Oxford University Press (2010), pp.121-144.
- [34] K.J. McQueen(2015), ‘Four Tails Problems for Dynamical Collapse Theories’, *Studies in the History and Philosophy of Modern Physics* 49: 10-18.
- [35] R. Clifton, B. Monton (1999). ‘Losing your marbles in wavefunction collapse theories’. *British Journal for the Philosophy of Science*, 50,697–717.
- [36] D. Wallace (2014). ‘Life and death in the tails of the GRW wavefunction’. arXiv:1407.4746 [quant-ph].
- [37] P.J. Lewis (1995). ‘GRW and the Tails Problem’. *Topoi*, 14: 23-33.
- [38] D. Albert, B. Loewer, ‘Tails of Schrödinger’s Cat’, en *Perspectives on Quantum Reality. Non Relativistic, Relativistic and Field-Theoretic*, R. Clifton (editor), Springer (1996).
- [39] D. Wallace, ‘Philosophy of Quantum Mechanics’, en *The Ashgate Companion to Contemporary Philosophy of Physics*, D. Rickles (editor), Ashgate (2008).
- [40] B. DeWitt (1970).‘Quantum mechanics and reality’. *Physics Today* 23:30-35.