



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

---

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Análisis y control lineal de un  
Convertidor de Energía de las Olas**

**T E S I S**

Que para obtener el título de  
**Ingeniero Eléctrico - Electrónico**

**P R E S E N T A**

José Ángel Palacios Soriano

**DIRECTOR DE TESIS**

Dr. Paul Rolando Maya Ortiz



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2018



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

---

## **JURADO ASIGNADO**

Presidente:	M.I DANIEL
Secretario:	DR. MARCOS ANGEL GONZALEZ OLVERA
Vocal:	DR. PAUL MAYA ORTIZ
1 <sup>er</sup> SUPLENTE:	DR. CESAR ANGELES
2 <sup>do</sup> SUPLENTE:	DR. HOOVER MUJICA

Esta tesis se realizó en el Laboratorio de Control perteneciente a la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería en la UNAM.

Director de Tesis:

---

Dr. Paul Rolando Maya Ortiz

*A mis padres  
Gracias*

# Agradecimientos

---

Al Dr. Paul por su apoyo y dirección en la realización de esta tesis.

Al Dr. Hoover por su asesoría sobre este trabajo.

A mi familia por su apoyo incondicional durante todos estos años.

A mis amigos y compañeros de los laboratorios de Control, en especial a Natanel, Osvaldo, Ivan, Juan, Karen y Mich.

A todas las personas con las que pasamos un buen momento durante la carrera.

# Índice general

---

<b>Índice de figuras</b>	<b>VII</b>
<b>Índice de tablas</b>	<b>IX</b>
<b>1. Antecedentes</b>	<b>4</b>
1.1. Introducción . . . . .	4
1.2. Potencial de la energía marina . . . . .	5
1.2.1. Sistema de conversión de olas (WEC) . . . . .	8
1.3. Planteamiento del problema . . . . .	9
1.4. Objetivos . . . . .	10
1.5. Metodología . . . . .	10
1.6. Estructura de la tesis . . . . .	10
<b>2. Modelado del sistema</b>	<b>11</b>
2.1. Introducción . . . . .	11
2.2. Oleaje . . . . .	13
2.3. Brazo flotador . . . . .	14
2.4. Acumulador hidroneumático . . . . .	18
2.4.1. Modelado del acumulador . . . . .	20
2.4.2. Medición de los estados del sistema . . . . .	25
2.5. Linealización del sistema . . . . .	26
2.5.1. Función de transferencia . . . . .	29
2.5.2. De espacio de estados a función de transferencia . . . . .	29
2.6. Análisis en frecuencia . . . . .	32
2.6.1. Controlabilidad del sistema . . . . .	33
2.7. Selección de la turbina hidráulica . . . . .	34
<b>3. Ley de control lineal</b>	<b>37</b>
3.1. Selección de la ley de control . . . . .	37
3.2. Diseño del controlador . . . . .	37
3.3. Región de operación de la ley del control . . . . .	46

<b>4. Conclusiones y trabajo futuro</b>	<b>48</b>
4.1. Resultados obtenidos . . . . .	48
4.2. Trabajo futuro . . . . .	49
<b>A. Modelado dinámico de sistemas hidráulicos</b>	<b>50</b>
A.1. Introducción . . . . .	50
A.2. Elementos hidráulicos . . . . .	51
A.2.1. Resistencia hidráulica . . . . .	51
A.2.2. Válvula antirretorno . . . . .	52
A.2.3. Capacitor hidráulico . . . . .	53
A.2.4. Acumulador hidroneumático . . . . .	54
A.2.5. Inertancia hidráulica . . . . .	57
A.2.6. Elementos electromecánicos . . . . .	59
<b>B. Diseño de una la ley de control PID mediante sintonización</b>	<b>61</b>
B.1. Introducción . . . . .	61
B.2. Métodos de diseño de un controlador PID . . . . .	62
B.2.1. Reglas de Ziegler -Nichols . . . . .	62
B.2.2. Primer método . . . . .	63
B.2.3. Segundo método . . . . .	64
<b>C. Modelo no lineal de 3 estados para el acumulador hidroneumático</b>	<b>65</b>
C.1. Introducción . . . . .	65
C.2. Obtención de la dinámica de la presión . . . . .	66
<b>Bibliografía</b>	<b>69</b>

## Índice de figuras

---

1.1. Capacidad instalada por tipo de tecnología <i>Fuente:[SENER, 2017]</i> . . . . .	5
1.2. Clasificación de la energía a partir de los océanos . . . . .	6
1.3. Potencial de las olas en México <i>Fuente:[López, et al., 2013]</i> . . . . .	7
1.4. Clasificación de WEC según su ubicación <i>Fuente:[Díaz, 2015]</i> . . . . .	8
1.5. Sistema de generación WEC . . . . .	8
2.1. Diagrama de bloques de una central hidroeléctrica . . . . .	11
2.2. Similitud entre sistema WEC y un sistema de generación hidroeléctrico clásico . . . . .	12
2.3. Diagrama de bloques de los subsistemas del sistema WEC . . . . .	13
2.4. Variables de la ola . . . . .	13
2.5. Periodos de ola <i>Fuente: [Rivillas, 2008]</i> . . . . .	14
2.6. Masa flotante y pistón . . . . .	15
2.7. Modelo lineal del brazo flotador <i>Fuente [Machado, et al., 2015]</i> . . . . .	16
2.8. Flujo de entrada definido como una sinusoidal $q_{in}$ . . . . .	17
2.9. Métodos de separación de un acumulador hidroneumático <i>Fuente [Hidroleduc, 2018]</i> . . . . .	18
2.10. Esquema del acumulador hidroneumático del sistema WEC . . . . .	19
2.11. Variaciones de $P$ y $V$ en el acumulador <i>Fuente [Hidroleduc, 2018]</i> . . . . .	19
2.12. Acumulador de gas separado . . . . .	20
2.13. Variables en el acumulador . . . . .	21
2.14. Variables relacionadas a la válvula del acumulador . . . . .	22
2.15. Lugar geométrico de las raíces en lazo abierto . . . . .	31
2.16. Respuesta al escalón del sistema no lineal y el sistema linealizado . . . . .	32
2.17. Respuesta en frecuencia del sistema: Magnitud y fase . . . . .	33
2.18. Carta de selección turbinas hidráulicas en función del flujo y el salto [ <i>García y Nava, 2013</i> ] . . . . .	35
2.19. Eficiencia de una central hidroeléctrica . . . . .	36
3.1. Respuesta del sistema $k_p = -2.2$ . . . . .	40
3.2. Lugar geométrico de las raíces en lazo cerrado . . . . .	41



3.3. Estados $h$ y $v_2$ del sistema lineal . . . . .	42
3.4. Estados $h$ y $v_2$ del sistema no lineal . . . . .	43
3.5. Estados $h$ y $v_2$ . . . . .	44
3.6. Señales de control y presión . . . . .	45
3.7. Flujo de salida y entrada en el acumulador . . . . .	46
3.8. Respuestas del sistema WEC a diferentes condiciones iniciales . .	47
A.1. Resistencia hidráulica . . . . .	52
A.2. Esquema de un válvula antirretorno <i>Fuente:[Díaz, 2015]</i> . . . . .	52
A.3. Curva de presión de una válvula antirretorno <i>Fuente:[Díaz, 2015]</i> . .	53
A.4. Esquema del capacitor hidráulico . . . . .	54
A.5. Esquema del acumulador hidroneumático . . . . .	55
A.6. Variaciones de volumen y presión en el acumulador hidroneumático	57
A.7. Esquema de inercia hidráulica . . . . .	58
A.8. Esquema de un pistón hidráulico . . . . .	59
B.1. Lazo de Control PID . . . . .	61
B.2. Lazo de Control PID . . . . .	62
B.3. Curva en forma de $S$ . . . . .	63
B.4. Periodo de las oscilaciones sostenidas . . . . .	64
C.1. Circuito hidráulico cerrado . . . . .	66

# Índice de tablas

---

1.1. Potencial de las diferentes energías a partir del océano en México	7
2.1. Parámetros usados en las simulaciones <i>Fuente:[Osio, 2018]</i>	28
A.1. Analogía entre los sistemas eléctricos e hidráulicos	50
A.2. Elementos equivalentes entre sistemas eléctricos e hidráulicos [Bolton, 2001]	60
B.1. Tabla de parámetros para el primer método de ZN	64
B.2. Tabla de parámetros para el segundo método de ZN	64

# Nomenclatura

---

## Abreviaturas

- OTEC* — Ocean Thermal Energy Conversion (Conversión de energía térmica oceánica).  
*PI* — Proporcional e integral.  
*PID* — Proporcional, integral y derivativo.

## Mayúsculas

- A* — Matriz de estado.  
*A<sub>a</sub>* — Área del pistón del acumulador hidroneumático  
*A<sub>e</sub>* — Área de sección transversal del ducto de entrada del acumulador hidroneumático.  
*A<sub>0</sub>* — Área de la base del acumulador.  
*A<sub>p</sub>* — Área de sección transversal del ducto de salida del acumulador hidroneumático.  
*A<sub>w</sub>* — Amplitud de la ola.  
*B* — Matriz de entrada de control.  
*C* — Matriz de salida.  
*C<sub>c</sub>* — Coeficiente de pérdidas en una tubería.  
*C<sub>h</sub>* — Capacitancia hidráulica  $\frac{A}{\rho g}$   
*D* — Diámetro de la tubería.  
*F<sub>p</sub>* — Fuerza del pistón en el sistema WEC.  
*F<sub>pis</sub>* — Fuerza del pistón.  
*F<sub>e</sub>* — Coeficiente de la fuerza de excitación de la ola.

$G$	—	Función de transferencia del acumulador hidroneumático.
$H$	—	Función de transferencia del controlador.
$H_s$	—	Altura del salto neto.
$I$	—	Inertancia hidráulica.
$K_e$	—	Coefficiente de restitución.
$L$	—	Longitud de la tubería.
$M$	—	Masa del cuerpo.
$P$	—	Presión ejercida por la columna de agua.
$P_g$	—	Presión ejercida por el gas en el acumulador.
$P_H$	—	Potencia hidráulica.
$P_m$	—	Potencia mecánica.
$P_0$	—	Presión inicial del gas.
$P_1$	—	Suma algebraica de las presiones ejercidas en el fluido.
$P_2$	—	Presión atmosférica.
$R_y$	—	Coefficiente de amortiguamiento.
$R_f$	—	Resistencia hidráulica.
$V$	—	Velocidad media del fluido (m/s).
$V_{air}$	—	Volumen de aire dentro del acumulador.
$V_g$	—	Volumen del gas.
$V_{pis}$	—	Velocidad del pistón.
$V_0$	—	Volumen inicial del gas.

### Minúsculas

$a$	—	Aceleración del fluido.
$a_i$	—	Amplitud de la ola $i$ .
$h$	—	Altura de la columna de agua.
$f$	—	Factor de fricción de Darcy.
$f_i$	—	Frecuencia de la ola $i$ .
$g$	—	Aceleración de la gravedad.
$h_f$	—	Pérdida de carga debida a la fricción.
$m$	—	Masa del fluido.
$q_{in}$	—	Flujo de entrada en el acumulador.
$q_o$	—	Flujo que atraviesa la tubería.
$q_{sensor}$	—	Flujo medido por un sensor.
$r$	—	Índice politrópico.
$v_2$	—	Velocidad del fluido.
$y$	—	Salida del sistema.
$y(t)$	—	Desplazamiento vertical del brazo.

**Letras griegas minúsculas**

$\alpha_i$	—	Fase de la ola $i$ .
$\gamma$	—	Peso específico del agua.
$\lambda$	—	Longitud de la ola.
$\rho$	—	Densidad del agua.
$\eta$	—	Eficiencia de la turbina.
$\tau$	—	Constante de tiempo.
$\omega$	—	Velocidad angular de la ola.

**Letras griegas mayúsculas**

$\Delta P$	—	Incremento de presión a través de la tubería.
------------	---	---

## 1.1. Introducción

En años recientes se ha señalado la necesidad de buscar nuevas fuentes de energía eléctrica, dado que el planeta ya no puede soportar más la contaminación asociada a la quema de hidrocarburos y a la disminución de los recursos naturales que provocan las fuentes convencionales de energía eléctrica.

Así mismo, es bien sabido los recursos no renovables se han encarecido ya que las reservas de ellos cada vez son más escasas en México y en el mundo [Oswald, 2014]. Para ayudar a solventar este problema en México se implementó la Estrategia Nacional Contra el Cambio Climático (ENCCC) que tiene por objetivo que para el año 2020 el 30 % de la energía del país provenga de fuentes no contaminantes.

Según estudios de la Secretaría de Energía hasta hace pocos años aún se dependía en un gran porcentaje de los combustibles fósiles para generar energía eléctrica como es posible observar en la Figura 1.1 cuyos datos son para el año 2017 [SENER, 2017] [Beltrán, *et al.*, 2016].

Las energías no renovables son aquellas cuyo origen se encuentra en la naturaleza de forma limitada y que en los procesos de extracción y conversión de energía tienen un gran impacto ambiental. Algunos ejemplos de estas energías son: el carbón, el gas natural y el petróleo. Mientras que las energías renovables se definen como aquellas que se encuentran en la naturaleza y su recurso es ilimitado o se puede renovar, como lo son: la energía solar, eólica, geotérmica y marina.

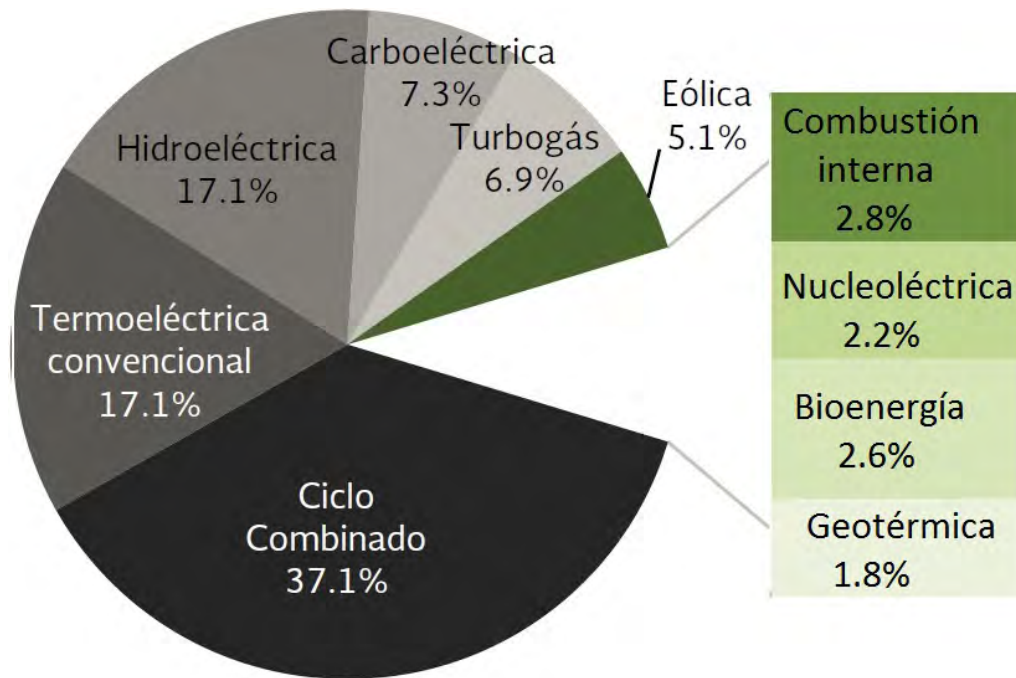
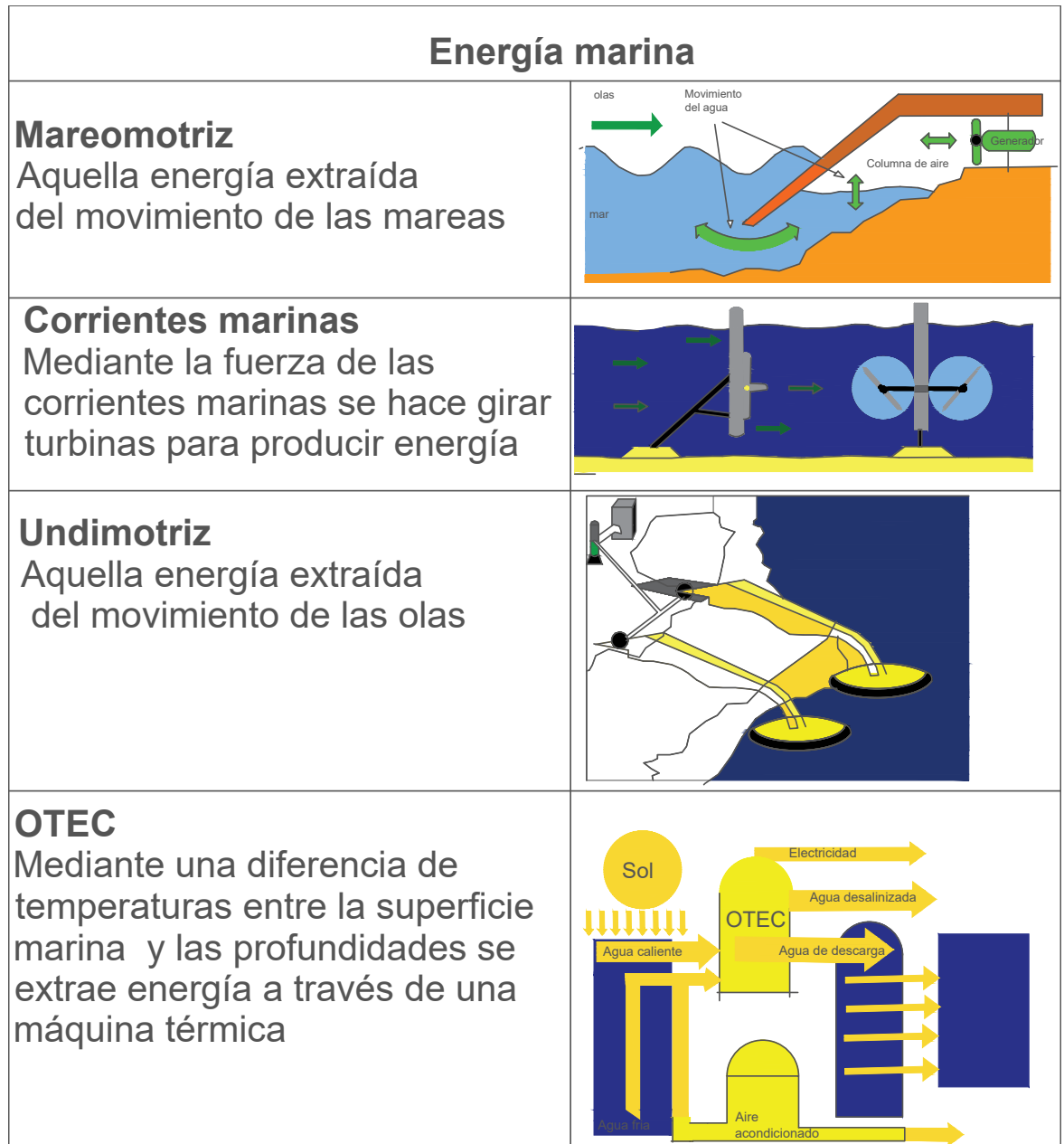


Figura 1.1: Capacidad instalada por tipo de tecnología Fuente:[SENER, 2017].

## 1.2. Potencial de la energía marina

El interés de este trabajo es la energía marina debido a que su recurso energético mundial analizado se estima para las olas entre 8000 y 80000 [TWh] y para corrientes marinas en 800 [TWh] por año. De manera adicional, el movimiento de las olas, corrientes y mareas es en buena medida predecible, por lo que es posible generar energía eléctrica sin intermitencias considerables a diferencia de otros tipos de tecnologías renovables como la solar y la eólica [Melikoglu, 2018] [Khan, *et al.*, 2017]. Los mejores lugares para la extracción de energía marina son los que se encuentran en zonas donde se presentan tormentas y huracanes de gran magnitud.

Existen diferentes formas de generar energía eléctrica a partir de la energía marina, en la Figura 1.2 se presentan algunas de ellas con datos tomados de [López, *et al.*, 2013]. Para el caso particular de México, el potencial de generación y el impacto ambiental de estas tecnologías es resumido en la Tabla 1.1 con datos consultados en [Barcenas, 2014].



**Figura 1.2:** Clasificación de la energía a partir de los océanos

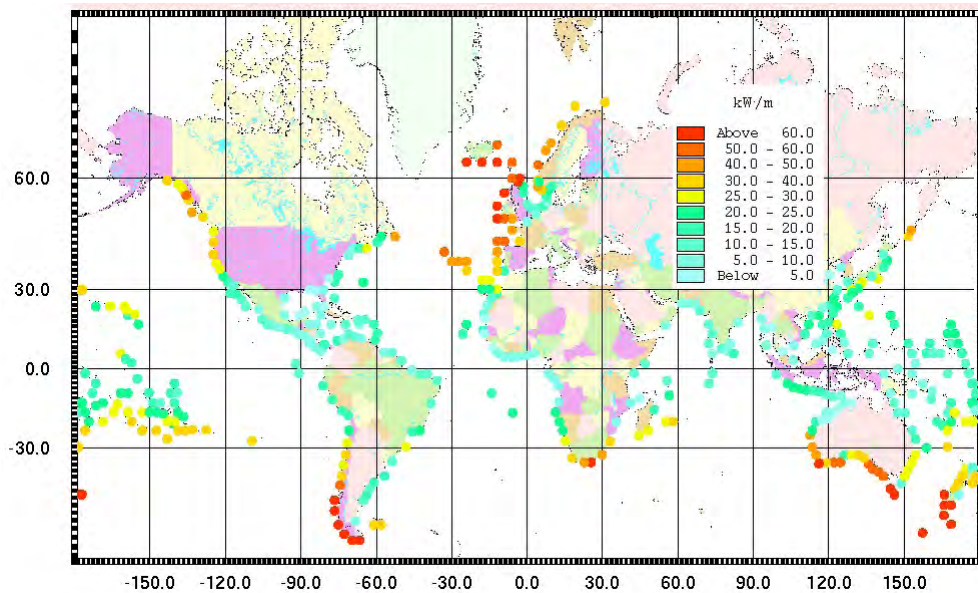
Derivado de los datos mostrados en la Tabla 1.1, en este trabajo se decidió estudiar la tecnología undimotriz ya que esta es la tecnología con mayor potencial y viabilidad en el país.



	Potencial en México	Impacto Ambiental
<b>Maremotriz</b>	Bajo	Alto
<b>Corrientes</b>	Bajo	Medio
<b>Undimotriz</b>	Medio	Bajo
<b>OTEC</b>	Bajo en la mayor parte del país Medio en la península de Yucatán	Alto

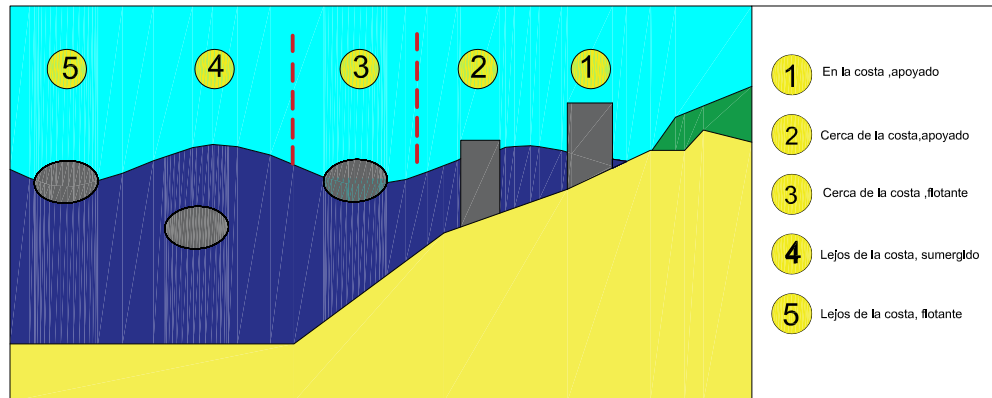
**Tabla 1.1:** Potencial de las diferentes energías a partir del océano en México

En el caso particular de Cancún, al año las olas tienen periodos de 1 a 7 [s] y una amplitud de 1 a 2 [m] [Rivillas, 2008]. El promedio anual de la altura significativa para Cancún es de 1.265[m] y periodos de 6.6[s] estos valores se encuentran en los rangos de operación de los sistemas de generación undimotriz y se estima que tienen un factor de producción anual de 2700[GWh-año][Barcenás, 2014]. En la Figura 1.3 puede observarse el potencial de energético de las olas en [kW/m] para México se encuentra en un valores entre 25 y 10 [kW/m].



**Figura 1.3:** Potencial de las olas en México *Fuente:[López, et al., 2013]*

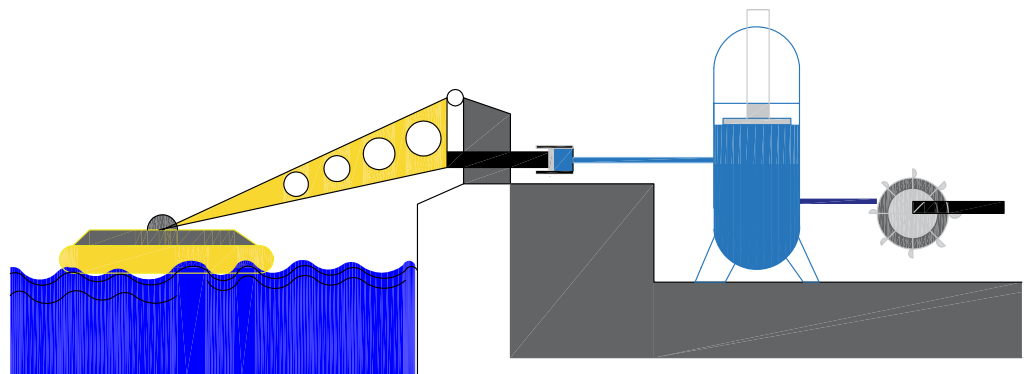
Los dispositivos que extraen energía a partir de las olas son llamados WEC (por sus siglas en inglés Wave Energy Converter). Para la extracción de energía de las olas estos dispositivos deben de estar cerca o en la superficie del agua. La mayoría de los diseños contempla un cuerpo flotante o parcialmente sumergido y atado al fondo del mar. Estos dispositivos también se pueden clasificar en función de su distancia a la costa, como se muestra en la Figura 1.4.



**Figura 1.4:** Clasificación de WEC según su ubicación *Fuente: [Díaz, 2015]*

### 1.2.1. Sistema de conversión de olas (WEC)

Esta tesis analiza un sistema WEC, que se encuentra anclado en la costa y que a través de un brazo flotador bombea agua hacia un acumulador hidroneumático. La salida del acumulador es un flujo de agua que deberá tener la suficiente fuerza para hacer girar una turbina hidráulica, está a su vez será acoplada a un generador eléctrico [Machado, *et al.*, 2015]. Un esquema de este WEC es el mostrado en la Figura 1.5.



**Figura 1.5:** Sistema de generación WEC

Algunas características que posee este WEC son las siguientes: mantenimiento sencillo, no requieren instalaciones submarinas, facilidad de instalación, menor costo de mantenimiento y mayor supervivencia a fenómenos atmosféricos.

Cualquier instalación industrial que se construya tendrá un impacto negativo en el medio ambiente sin embargo, dependiendo de la tecnología empleada, este impacto será diferente. Con el fin de explorar medios de bajo impacto ambiental en este trabajo se consideran sistemas WEC para microgeneración y generación destruida en micro-redes de potencia. Para fines de este trabajo una micro-red será considerada:

- Como un conjunto de cargas, generadores y almacenamiento que puede ser gestionado de forma aislada o conectado al resto de la red eléctrica.
- Los generadores y las cargas correspondientes se pueden separar de la red de distribución, manteniendo el servicio sin dañar la integridad del sistema, esto es conocido como modo isla.
- Para una microrred sus fuentes de alimentación principal provienen de energía renovables, pero de ser necesario puede conectarse a una red más grande.
- En general contienen generadores de diésel y baterías de respaldo.
- Se considera una micro-red de generación hasta un 1 [MW].
- Se pueden instalar en los lugares de consumo generando un ahorro en la transmisión de energía [Bordons, *et al.*, 2015].

En vista de lo anterior, es posible afirmar que las microrredes tienen un impacto ambiental menor que otras tecnologías y, dada su dimensión, son menos vulnerables a fenómenos naturales.

### 1.3. Planteamiento del problema

En el sistema WEC se realiza regulación en el acumulador hidroneumático el cual tiene por objetivo mantener una velocidad constante a la salida del acumulador mediante la variación de la abertura de una válvula, sin embargo esta regulación permite pasar las diversas variaciones de las olas, estas variaciones afectan su vez al flujo de salida impidiéndole ser constante.

## 1.4. Objetivos

Los objetivos de este trabajo son:

- Desarrollar un modelo dinámico que describa al sistema WEC.
- Proponer una ley de control lineal que permita mantener una velocidad constante a la salida del acumulador a pesar de las variaciones de las olas.

## 1.5. Metodología

La metodología a seguir es la siguiente:

1. Modelar un convertidor de energía de las olas (WEC).
2. Diseñar una ley de control con base a la teoría de control lineal, e implementarla sobre el modelo no lineal del sistema WEC.
3. Simular en el entorno MATLAB/Simulink la operación del sistema WEC.
4. Analizar los resultados obtenidos en las simulaciones

## 1.6. Estructura de la tesis

Este trabajo está dividido en 4 Capítulos los cuales vienen desarrollados de la siguiente manera:

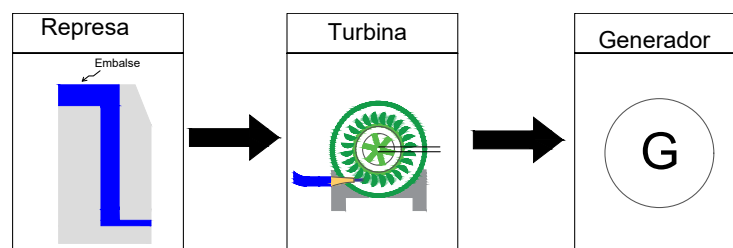
- En el Capítulo 1 se hace una revisión del estado del arte de las tecnologías existentes de generación eléctrica a través del mar, además de incluir su factibilidad de producción en México.
- En el Capítulo 2 se realiza el modelado dinámico del sistema WEC, se presenta un análisis de la linealización del modelo dinámico.
- En el Capítulo 3 se realiza el diseño de una ley de control lineal para el sistema linealizado y se presentan los resultados de la implementación de esta ley en el sistema no lineal.
- En el Capítulo 4 se presentan las conclusiones y trabajo futuro.

## Modelado del sistema

---

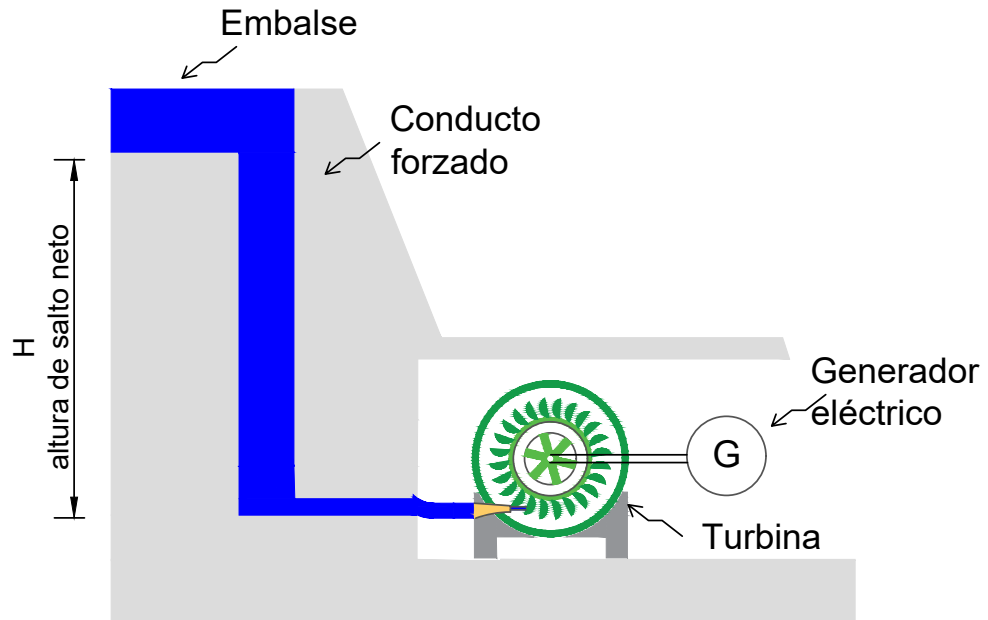
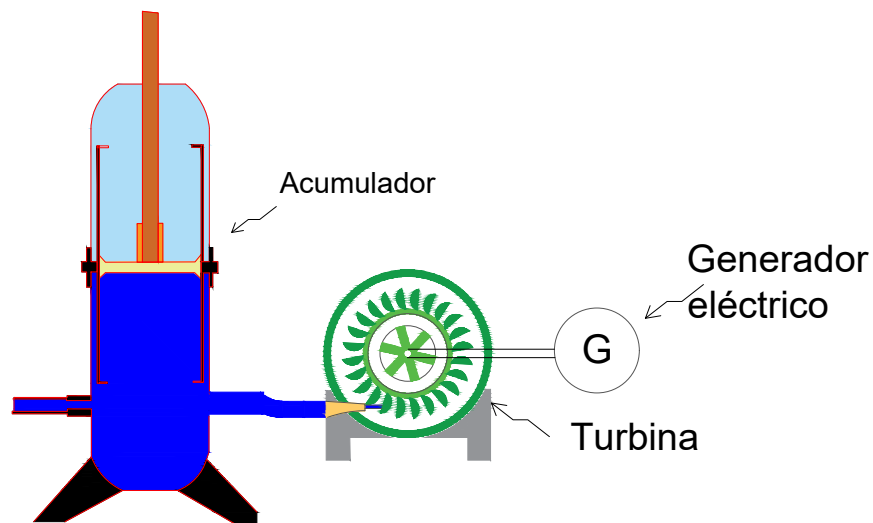
### 2.1. Introducción

Las centrales hidroeléctricas aprovechan la energía potencial que posee la masa de agua del embalse de una presa hidráulica, al estar a una diferencia de alturas ( $H$ ) respecto a la turbina, esta altura ( $H$ ) es conocida como altura de salto neto. La turbina se encuentra acoplada a un generador eléctrico transmitiendo su energía mecánica al generador que la convertirá en energía eléctrica, estos elementos son ilustrados en la Figura 2.1.



**Figura 2.1:** Diagrama de bloques de una central hidroeléctrica

El sistema WEC tiene una esquema de trabajo similar a una central hidroeléctrica, la presión dada por el salto neto es la que hace girar la turbina; en el caso del sistema WEC, la presión para hacer rodar la turbina viene dada por el acumulador. En la Figura 2.2 se muestran los esquemas de generación de una presa hidroeléctrica y del sistema WEC.

(a) *Presa hidráulica*(b) *Sistema WEC*

**Figura 2.2:** Similitud entre sistema WEC y un sistema de generación hidroeléctrico clásico

El sistema WEC está compuesto por varios subsistemas entre los que se encuentran: una masa flotante, un pistón hidráulico, acumulador hidroneumático, turbina Pelton, un generador eléctrico. Estos son ilustrados en la Figura 2.3.

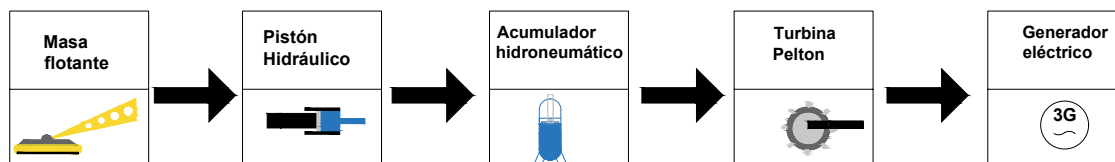


Figura 2.3: Diagrama de bloques de los subsistemas del sistema WEC

## 2.2. Oleaje

La superficie del océano suele ser irregular debido a las variaciones en altura y periodo, además las olas tienen fenómenos propios de las ondas como los son refracción y difracción [Wang y Isberg, 2018].

Existen diversas formas de modelar comportamientos de las olas, por ejemplo series de Fourier con fases aleatorias y los métodos estadísticos de primer, segundo o tercer orden. En particular, los modelos estadísticos son buenas aproximaciones para describir el movimiento de las olas y arrojan predicciones certeras que pueden ser usadas para análisis y control. También poseen ventaja en comparación de otras tecnologías, por ejemplo la generación eólica donde existen mayores incertidumbres sobre el flujo del viento [Rivillas, 2008]. Como se ilustra en la Figura 2.4 la forma más simple de representar una ola es una señal senoidal con longitud de onda y amplitud definida.

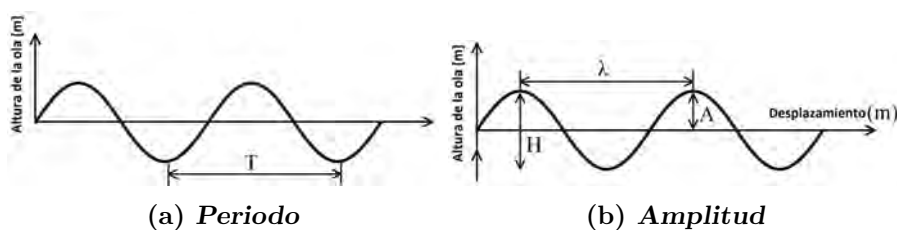


Figura 2.4: Variables de la ola

En la Figura 2.5 se muestran las probabilidades de ocurrencia anuales de periodo de olas en Cancún, en particular, para esta tesis se consideró una ola con un periodo de 6[s] con datos tomados de [Rivillas, 2008].

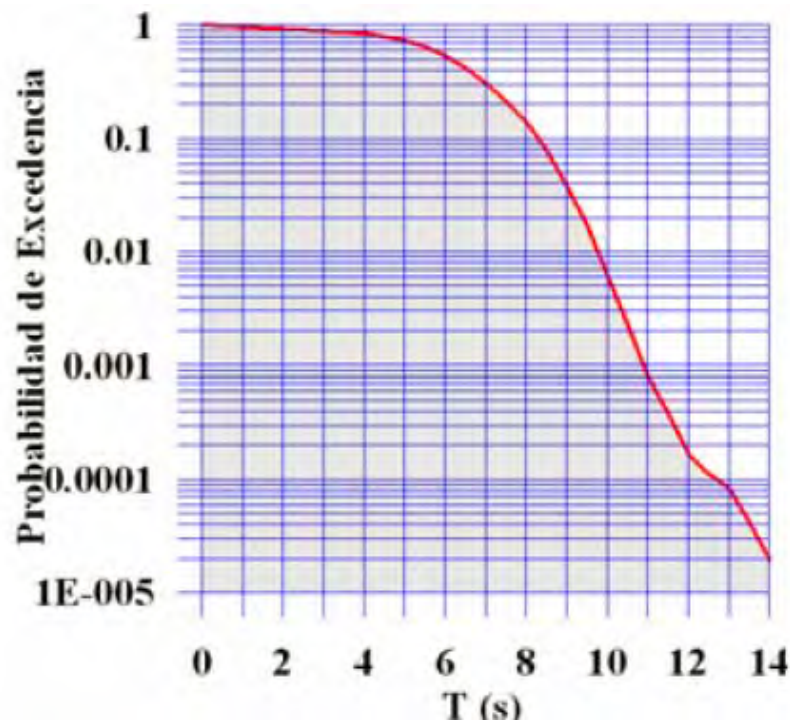


Figura 2.5: Periodos de ola Fuente: [Rivillas, 2008]

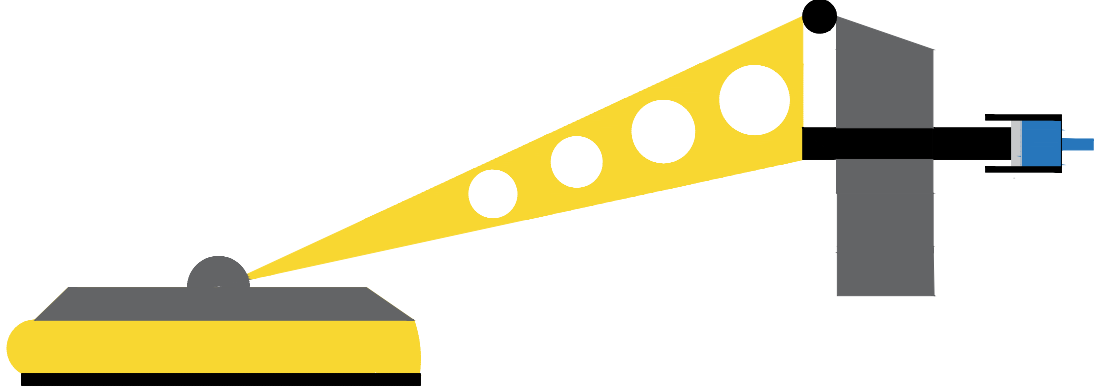
## 2.3. Brazo flotador

El brazo flotador se modela como una masa que se mueve al vaivén de las olas, el flotador tiene las siguientes restricciones:

- El movimiento del brazo flotador se considera en fase con las olas del mar.
- El pistón es considerado una fuerza que se opone al movimiento de las olas.

En la Figura 2.6 se muestra el esquema del flotador acoplado al pistón. El modelo lineal de la masa flotante es un sistema masa-resorte-amortiguador que es empujado por la fuerza de las olas.





**Figura 2.6:** Masa flotante y pistón

El movimiento del brazo flotador puede ser descrito por la ecuación (2.1) [Osio, 2018], donde  $y$  es el movimiento vertical del brazo y  $M$  es la masa del cuerpo. Los elementos dinámicos que conforman el sistema son mostrados en la Figura 2.7.

$$M\ddot{y} = F_e + F_b + F_k \quad (2.1)$$

$F_b$  es la fuerza de fricción que se considera viscosa y se calcula como 2.2, donde  $R_y$  es el coeficiente de amortiguamiento

$$F = -R_y\dot{y}(t) \quad (2.2)$$

$F_k$  es la fuerza de hidrostática se considera proporcional al desplazamiento vertical del flotador y se calcula como 2.3, donde  $K_e$  es el coeficiente de restitución.

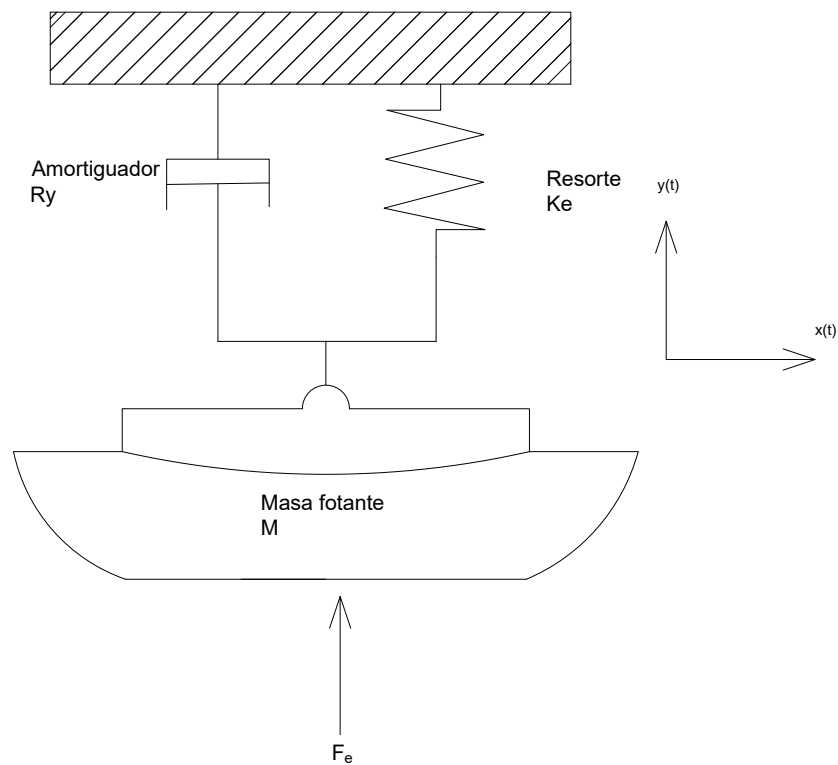
$$F_k = -K_e y(t) \quad (2.3)$$

$F_e$  es la fuerza incidente de las olas y es descrito por la ecuación 2.4, que modela la ola como una componente principal y la suma de  $N$  componentes armónicos con diferentes amplitudes ( $a_i$ ), fases ( $\alpha_i$ ) y frecuencias ( $f_i$ ) ??.

$$F_e = \sum_{i=1}^N a_i \cos(2\pi f_i t + \alpha_i) \quad (2.4)$$

Considerando una sola frecuencia principal para la ecuación 2.4 y sustituyendo en la ecuación 2.1:

$$M\ddot{y}(t) + R_r\dot{y}(t) + K_e y(t) = a_0 \cos(2\pi f_i t) \quad (2.5)$$



**Figura 2.7:** Modelo lineal del brazo flotador *Fuente [Machado, et al., 2015]*

El flotador al ser un modelo lineal, al tener una entrada sinusoidal con frecuencia ( $f_i$ ) su salida será una señal sinusoidal con la misma frecuencia y diferente amplitud y fase.

La fuerza  $F_p$  está directamente relacionada con el flujo de entrada ( $q_{in}$ ). En el acumulador este flujo ( $q_{in}$ ) existente será considerado como que bombea tanto en el movimiento de subida como de bajada, esto es expresado en la ecuación (2.6).

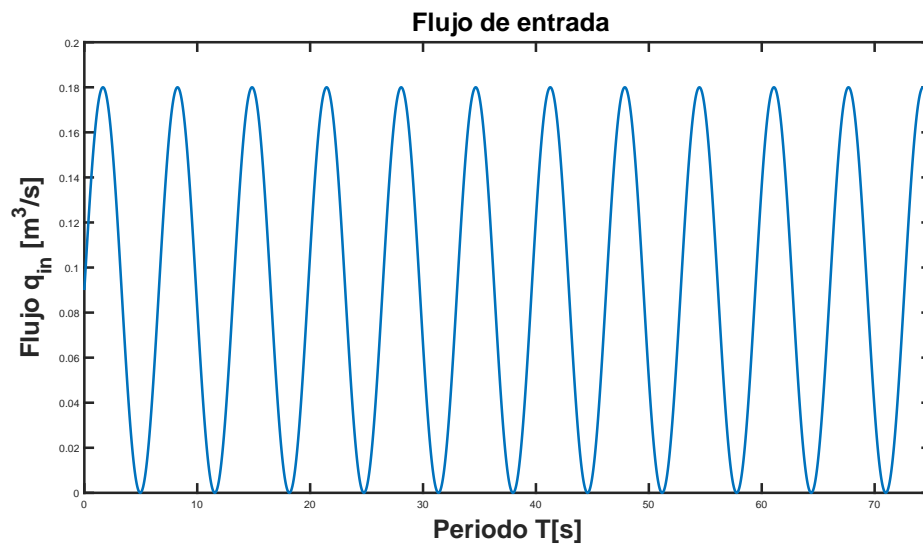
$$\begin{aligned} q_{in} &= A_e v_1 \\ &= A_e \dot{y} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Se considera un valor medio de la señal, para una señal periódica su valor se calcula con la ecuación 2.7, donde  $T$  es el periodo de la señal.

$$V_{med} = \frac{1}{T} \int_0^T y(t) \quad (2.7)$$

En particular para una señal sinusoidal, donde  $A_m$  es la amplitud de la señal 2.8:

$$V_{med} = 0.632A_m \quad (2.8)$$



**Figura 2.8:** Flujo de entrada definido como una sinusoidal  $q_{in}$

Para obtener un flujo de valor medio de  $0.11[\frac{m^3}{s}]$ , se utiliza la ecuación 2.8, se considera pequeñas pérdidas en el canal entre el pistón y el acumulador.

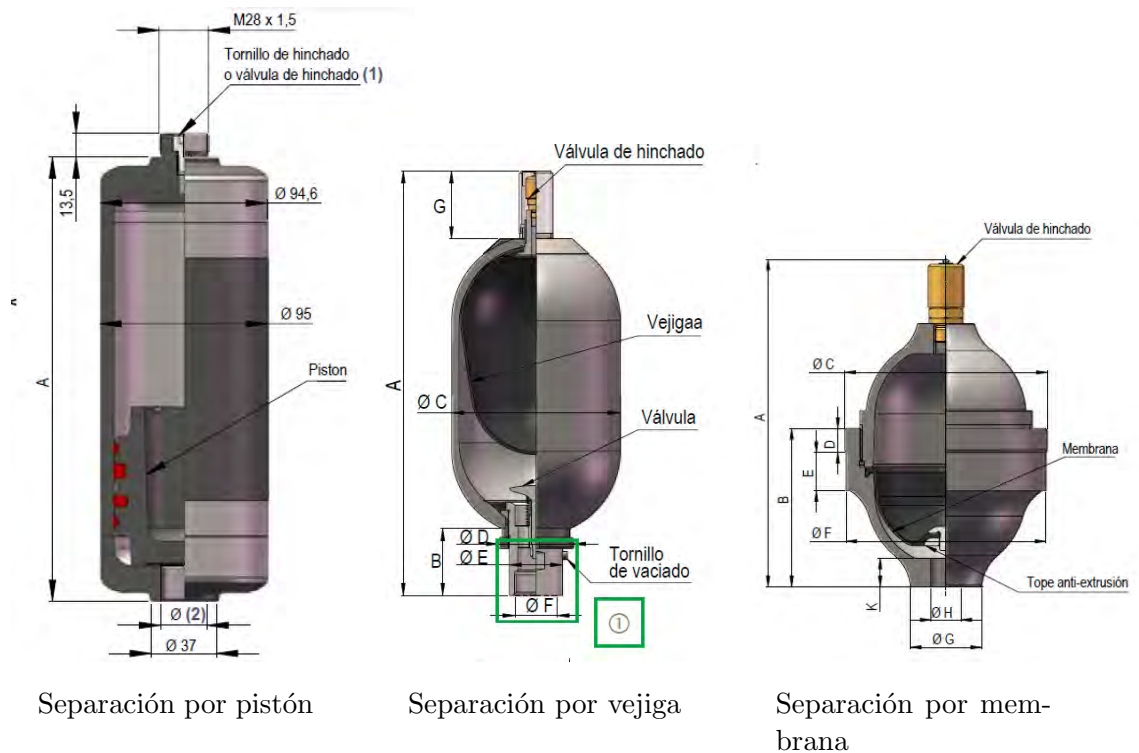
$$\begin{aligned} V_{med} &= 0.632(0.18) \\ &= 0.1137 \end{aligned} \quad (2.9)$$

Además se considera que se bombea agua en todo el movimiento del flotador, por tanto la señal de flujo de entrada será 2.10, esta señal se ilustra en la Figura 2.8.

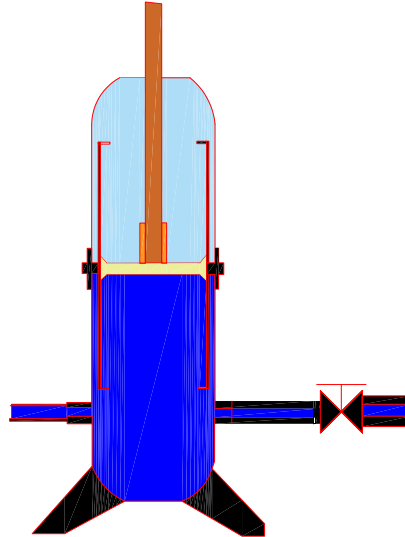
$$q_{in} = 0.18(1 + \text{sen}(wt)) \quad (2.10)$$

## 2.4. Acumulador hidroneumático

El acumulador es un dispositivo que separa gas de un líquido, en general el gas es nitrógeno por las presiones a las que será sometido y el líquido suele ser agua o aceite. El medio que separa el gas del líquido suele ser una membrana elástica, una vejiga o un pistón estas formas de separación se ilustran en la Figura 2.9. En el caso del sistema WEC el acumulador corresponde a una separación mediante pistón, para este trabajo se usara el esquema mostrado en la Figura 2.10.



**Figura 2.9:** Métodos de separación de un acumulador hidroneumático *Fuente [Hidroeduc, 2018]*



**Figura 2.10:** Esquema del acumulador hidroneumático del sistema WEC

El funcionamiento del acumulador es el siguiente: con un flujo de entrada ( $q_{in}$ ) con una presión superior a la presión inicial del gas, el gas comienza a comprimirse y la válvula se abre para que el flujo de salida se libere a alta presión. Toda caída de presión en el circuito hidráulico acciona una restitución de caudal por el acumulador, hasta volver a la presión inicial  $P_0$  [Hidroleduc, 2018]. Estos procesos son ilustrados en la Figura 2.11.



**Figura 2.11:** Variaciones de  $P$  y  $V$  en el acumulador Fuente [Hidroleduc, 2018]

Los acumuladores hidroneumáticos suelen ser usados por: su capacidad de

elevant la presión del líquido para bombear agua a alturas considerables, reducen el impacto de golpes de ariete que se presentan en el sistema hidráulico y la propiedad de los gases de comprimirse y acumular energía de esta forma.

Como en el acumulador se manejan grandes volúmenes de líquido suelen usarse tanques de gas adicionales que permiten una mayor capacidad de compresión del gas, en el caso de WEC se usa un acumulador hidroneumático de pistón y una cámara hiperbárica que actúa como los tanques de gas adicionales. En la Figura 2.12 se muestra un ejemplo de este tipo de acumuladores.

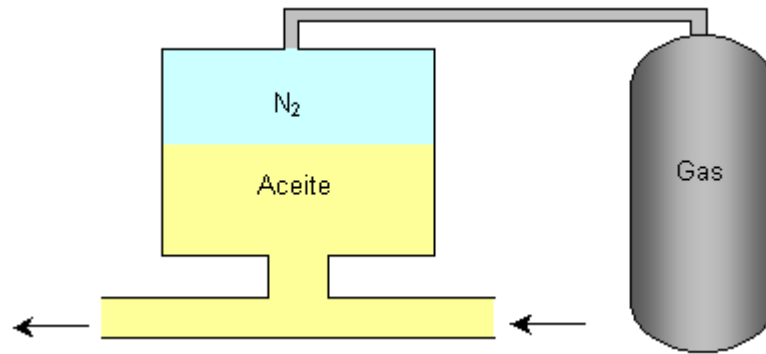


Figura 2.12: Acumulador de gas separado

### 2.4.1. Modelado del acumulador

A continuación se presentan la obtención del modelo dinámico de acumulador. La variación del volumen dentro del acumulador es 2.11.

$$\dot{V}_{air} = q_{in} - q_o \quad (2.11)$$

donde  $V_{air}$  es el volumen de aire dentro del acumulador,  $q_{in}$  es el flujo de entrada en el acumulador y  $q_o$  es el flujo de salida del acumulador.

Pero las variaciones del volumen del acumulador son en función de las variaciones de la altura de la columna que existe dentro del acumulador, esta relación la describe la ecuación 2.12.

$$\dot{V}_{air} = A_0 \dot{h} \quad (2.12)$$

entonces al sustituir 2.12 en 2.11:

$$\dot{h} = \frac{1}{A_0} (q_{in} - q_o) \quad (2.13)$$

donde  $h$  es la altura de la columna de agua,  $A_0$  es el área de la base del acumulador.

El flujo de salida se define mediante la ecuación 2.14:

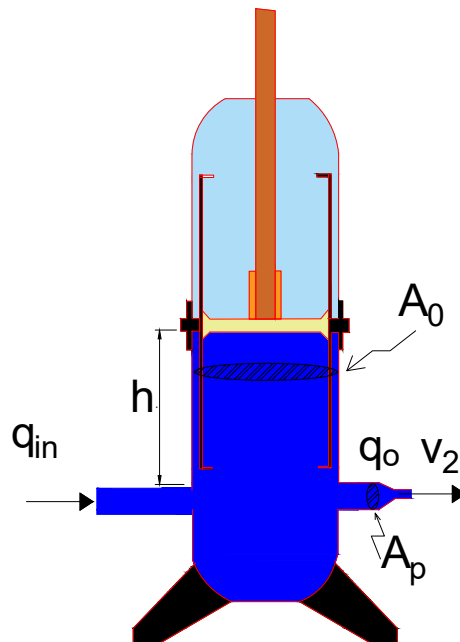
$$q_o = C_c A_p v_2 \quad (2.14)$$

donde  $C_c$  es el coeficiente de pérdidas en una tubería,  $A_p$  área de la sección transversal del ducto y  $v_2$  velocidad del fluido.

Al sustituir la ecuación (2.14) en (2.13)

$$\dot{h} = \frac{1}{A_0} (q_{in} - C_c A_p v_2) \quad (2.15)$$

Las variables de la ecuación 2.15 son ilustradas en la Figura 2.13.



**Figura 2.13:** Variables en el acumulador

Para obtener la dinámica de la velocidad se emplean las ecuaciones del momentum hidráulico. Esta se representa mediante la ecuación 2.16.

$$\frac{d(mv)}{dt} = \sum_N^{i=1} F_i \quad (2.16)$$

Para el caso de una sección de tubería se define que la masa  $m = \rho l A_p$  y la fuerza  $F_i = P A_p$ , por lo que al sustituir en 2.16 resulta 2.17

$$\rho l \dot{v}_2 = \sum_N^{i=1} P_i \quad (2.17)$$

donde  $\rho$  es la densidad del fluido,  $l$  es la longitud de la tubería. Esta ecuación se ilustra en la Figura 2.14.

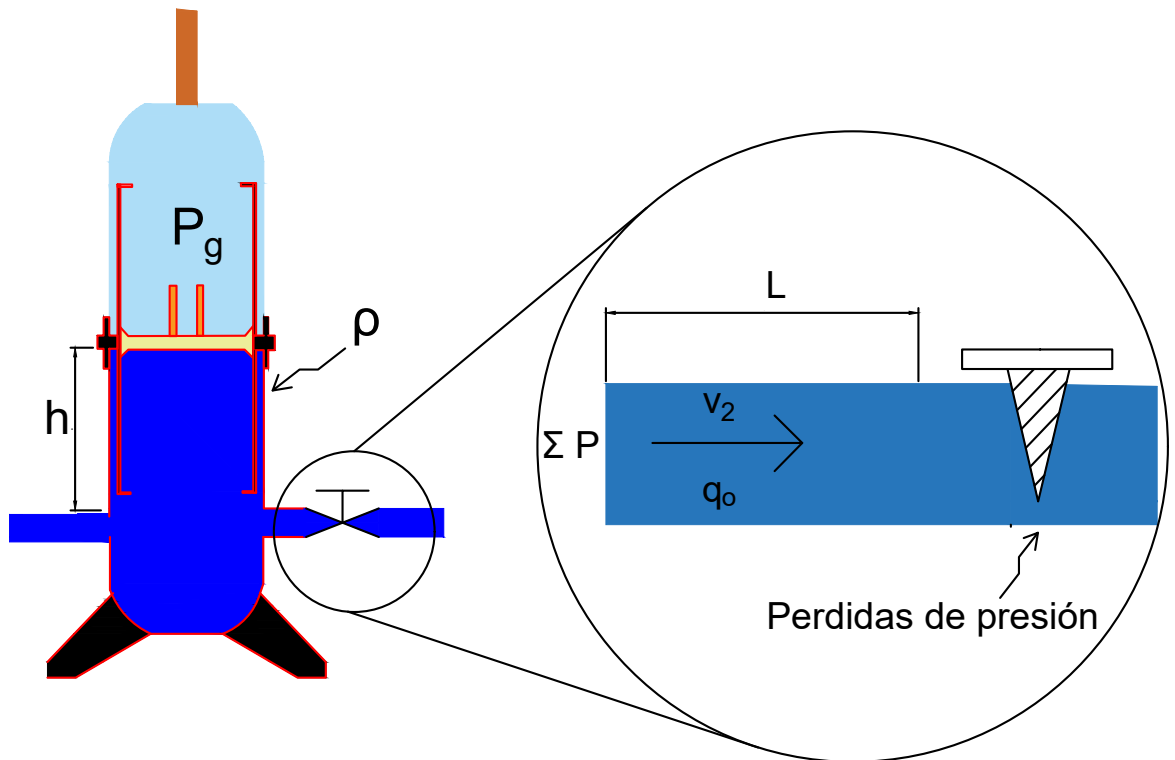


Figura 2.14: Variables relacionadas a la válvula del acumulador



Las presiones del sistema están dadas por la ecuación 2.18:

$$P_1 = P_g + \rho gh - \text{pérdidas} \quad (2.18)$$

Al sustituir 2.18 en 2.17:

$$\dot{v}_2 = \frac{1}{\rho l} (P_g + \rho gh - \text{pérdidas}) \quad (2.19)$$

Donde

- *pérdidas* de presión en la válvula debido a los cambios de apertura en la misma
- $P_g$  es la presión ejercida por el gas en el acumulador.
- $P_1$  es la suma algebraica de las presiones ejercidas en el fluido (la columna de agua ( $\rho gh$ ), la presión del gas y las pérdidas de presión en la válvula).

Para este caso las pérdidas de presión son dadas por la ecuación de Darcy-Weisbach 2.20.

$$\text{Perdidas} = h_f = f \frac{L}{D} \frac{v_2^2}{2g} \quad (2.20)$$

donde  $f$  es factor de fricción de Darcy,  $h_f$  pérdida de carga debida a la fricción,  $L$  longitud de la tubería (m),  $D$  diámetro de la tubería y  $g$  aceleración de la gravedad.

Se define una constante  $k_1$

$$k_1 = \frac{fL}{2g} \quad (2.21)$$

Al sustituir 2.21 en

$$\text{Pérdidas} = \frac{k_1 v_2^2}{D} \quad (2.22)$$

En el sistema podemos variar la apertura de la válvula sin embargo resulta complicado diseñar un control lineal para un ecuación en la que nuestra acción de

control ( $\mathbf{u}$ ) se encuentra en el denominador. A causa de lo anterior usaremos la siguiente simplificación de las pérdidas:

$$u = \frac{k_1}{D} \quad (2.23)$$

Al sustituir la ecuación 2.23 en 2.19:

$$\dot{v}_2 = \frac{1}{\rho l} (P_g + \rho g h - u v_2^2) \quad (2.24)$$

Las variaciones de presión y volumen dentro del acumulador son descritas mediante la ecuación:

$$P(t)V(t)^r = k \quad (2.25)$$

donde  $V$  es el volumen del gas,  $P$  es la presión del gas,  $r$  es el índice politrópico y  $k$  es un valor constante. En el caso del sistema WEC, se considera que el sistema no presenta cambios en su temperatura interna, por tanto el índice politrópico:

$$r = 1 \quad (2.26)$$

Debido al valor de la expresión 2.26, el proceso del sistema WEC es descrito por la ecuación de Boyle-Mariotte, entonces la presión dentro del acumulador ( $P_g$ ) y el volumen ( $V(t)$ ) están relacionados por la expresión (2.27).

$$P_g(t)V_g(t) = P_0V_0 \quad (2.27)$$

como

$$V_g = (V_1 - hA_0) \quad (2.28)$$

entonces

$$P_g(t)(V_1 - hA_0) = P_0V_0 \quad (2.29)$$

$$P_g = \frac{P_0V_0}{(V_1 - hA_0)} \quad (2.30)$$

donde  $V_g$  es el volumen del gas.  $P_0$  es la presión inicial del gas y  $V_0$  es el volumen inicial del gas.

Los estados del sistema serán:

$$x_1 = h \quad (2.31)$$

$$x_2 = v_2 \quad (2.32)$$

La representación en variables de estado del sistema es de la forma:

$$\dot{x}_1 = \frac{1}{A_0}(q_{in} - C_c A_p x_2) \quad (2.33)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{\rho l} \left( \frac{P_0 V_0}{(V_1 - x_1 A_0)} + \rho g x_1 - u x_2^2 \right) \quad (2.34)$$

La acción de control en el sistema WEC es variar la apertura de la válvula  $u$  para obtener una velocidad ( $v_2$ ) constante con una presión capaz de hacer girar la turbina Pelton. Por tanto la salida del sistema es el estado  $x_2$

$$y = x_2 \quad (2.35)$$

Para poder mantener una velocidad constante es necesario que el flujo medio de entrada ( $q_{in_{med}}$ ) y salida ( $q_o$ ) sean iguales en caso de ser diferentes el acumulador tendera a llenarse o vaciarse según sea el caso [Paulo, *et al.*, ].

$$q_o \approx q_{in} \quad (2.36)$$

### 2.4.2. Medición de los estados del sistema

Aunque para este trabajo se considera que todos los estados son medibles, la medición de estos se puede realizar mediante sensores de posición para el estado  $h$  y para el estado  $v_2$  es posible mediante un sensor de flujo, ya que el flujo de salida es definido como:

$$q_{sensor} = C_c A_p y \quad (2.37)$$

al despejar  $y$  de la ecuación 2.37 se obtiene la señal  $y$ :

$$y = \frac{q_{sensor}}{C_c A_p} \quad (2.38)$$

Para el modelo del sistema se considera el flujo  $q_{in,med}$  como una perturbación del sistema.

## 2.5. Linealización del sistema

La técnica linealización consiste en aproximar un sistema no lineal por un sistema lineal considerando sólo el término de primer orden de la expansión en serie de Taylor, del sistema no lineal del WEC, en torno a un punto de interés[Aström y Murray, 2010].

$$\dot{x} = Ax + Bu + E * p \quad (2.39)$$

En la expresión 2.39 las matrices se obtienen con

$$A = \frac{\partial f}{\partial x} \quad (2.40)$$

$$B = \frac{\partial f}{\partial u} \quad (2.41)$$

$$E = \frac{\partial f}{\partial q_{in}} \quad (2.42)$$

El punto de operación del sistema sera  $P(P_0, V_0, u^*, x_1^*, x_2^*)$  por lo que la expresión lineal alrededor del punto  $P$  es de la forma

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_1} = 0 \quad (2.43)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_2} = \frac{-C_c A_p}{A_0} \quad (2.44)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_1} = \frac{g}{l} + \frac{P_0 V_0}{\rho l (V_1 - x_1 A_0)^2} \quad (2.45)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_2} = \frac{-2u^* x_2^*}{\rho l} \quad (2.46)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial u} = 0 \quad (2.47)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial u} = -\frac{x_2^{*2}}{\rho l} \quad (2.48)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial q_{in}} = \frac{1}{A_0} \quad (2.49)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial q_{in}} = 0 \quad (2.50)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-C_c A_p}{A_0} \\ \frac{g}{l} + \frac{P_0 V_0}{\rho l (V_1 - x_1 A_0)^2} & -\frac{2u^* x_2^*}{\rho l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{-x_2^{*2}}{\rho l} \end{bmatrix} [u] + \begin{bmatrix} \frac{1}{A_0} \\ 0 \end{bmatrix} [q_{in}]$$

Considerando como salida la velocidad

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = 0 \quad (2.51)$$

$$\frac{\partial y}{\partial x_2} = 1 \quad (2.52)$$

$$y = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + [0] [u]$$

Si se consideran que los parámetros del sistema tienen los valores numéricos

mostrados en la Tabla 2.1

$P_0 = 245.7 * 10^3 [Pa]$	$V_0 = 1 [m^3]$
$\rho = 1000 [\frac{kg}{m^3}]$	$C_c = 0.95 [u]$
$u^* = 1500 [\frac{1}{m}]$	$l = 0.4 [m]$
$V_1 = 1.69 [m^3]$	$g = 9.81 [\frac{m}{s^2}]$
$A_p = 1.5 * 10^{-3} [m^2]$	$A_T = 0.5675 [m^3]$
$x_1^* = 2.4 [m]$	$x_2^* = 56 [\frac{m}{s}]$

**Tabla 2.1:** Parámetros usados en las simulaciones *Fuente:*[Osio, 2018]

Las parámetros del sistema lineal toman los valores de:

$$\begin{aligned} \frac{C_c A_p}{A_0} &= 0.0025 \\ \frac{\rho}{l} + \frac{P_0 V_0}{\rho l (V_t - x_1 A_t)^2} &= 5699 \\ \frac{2u^* x_2^*}{\rho l} &= 98 \\ \frac{x_2^*}{\rho l} &= 7.84 \end{aligned}$$

Las matrices quedan de la siguiente manera

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -0.0025 \\ 5696 & -98 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ -7.84 \end{bmatrix}$$

$$C = [0 \quad 1]$$

$$D = [0]$$

$$E = \begin{bmatrix} 1.76 \\ 0 \end{bmatrix}$$

El sistema linealizado queda de la siguiente manera:

$$\dot{x}_1 = 1.76q_{in} - 0.0025x_2 \quad (2.53)$$

$$\dot{x}_2 = 5696x_1 - 98x_2 + 7.8u \quad (2.54)$$

$$y = x_2 \quad (2.55)$$

### 2.5.1. Función de transferencia

Para un sistema lineal, invariante en el tiempo descrito por ecuaciones diferenciales lineales se define una función de transferencia  $H(s)$  como el cociente entre la entrada y la salida de ambas en el dominio de Laplace bajo la premisa que todas las condiciones iniciales son nulas [Ogata, 1999].

$$H(s) = K \frac{(s - z_1) \dots (s - z_m)}{(s - p_1) \dots (s - p_n)}$$

Para una representación de este tipo, los ceros son los valores de  $s$  que hacen  $H(s) = 0$

$$Z_i = \text{Ceros de } H(w) \longrightarrow H(z_i) = 0$$

De la misma manera, los polos de la función de transferencia son los valores de  $s$  que hacen  $H(s) = \infty$ .

$$P_i = \text{Polos de } H(w) \longrightarrow H(z_i) = \infty$$

### 2.5.2. De espacio de estados a función de transferencia

La forma general de una función de transferencia en términos de las matrices de la representación en espacio de estados es de la forma:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = C(sI - A)^{-1}B + D \quad (2.56)$$

Para el sistema la función de transferencia 2.55 es de la forma:

$$C(sI - A)^{-1}B + D = G_p$$

$$[0 \ 1] \left( \begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -\frac{C_c A_p}{A_0} \\ \frac{g}{l} + \frac{P_0 V_0}{\rho l (V_t - x_1 A_T)^2} & -\frac{2u x_2}{\rho l} \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{x_2^{2*}}{\rho l} \end{bmatrix}$$

$$G_p =$$

$$[0 \ 1] \left( \begin{bmatrix} s & 0.0025 \\ -5696 & s + 98 \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ -7.8 \end{bmatrix}$$

$$G_p =$$

$$\frac{1}{s^2 + 98s + 14.24} [0 \ 1] \begin{bmatrix} s + 98 & -0.0025 \\ 5696 & s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -7.8 \end{bmatrix}$$

$$G_p =$$

$$\frac{1}{s^2 + 98s + 14.24} [0 \ 1] \begin{bmatrix} 0.0195 \\ -7.8s \end{bmatrix}$$

quedando como

$$G_p = \frac{-7.8s}{s^2 + 98s + 14.24} \tag{2.57}$$

$$= \frac{-9s}{(s + 97)(s + 0.14)} \tag{2.58}$$

puede observarse que 2.58 tiene un cero en el origen

$$s = 0$$

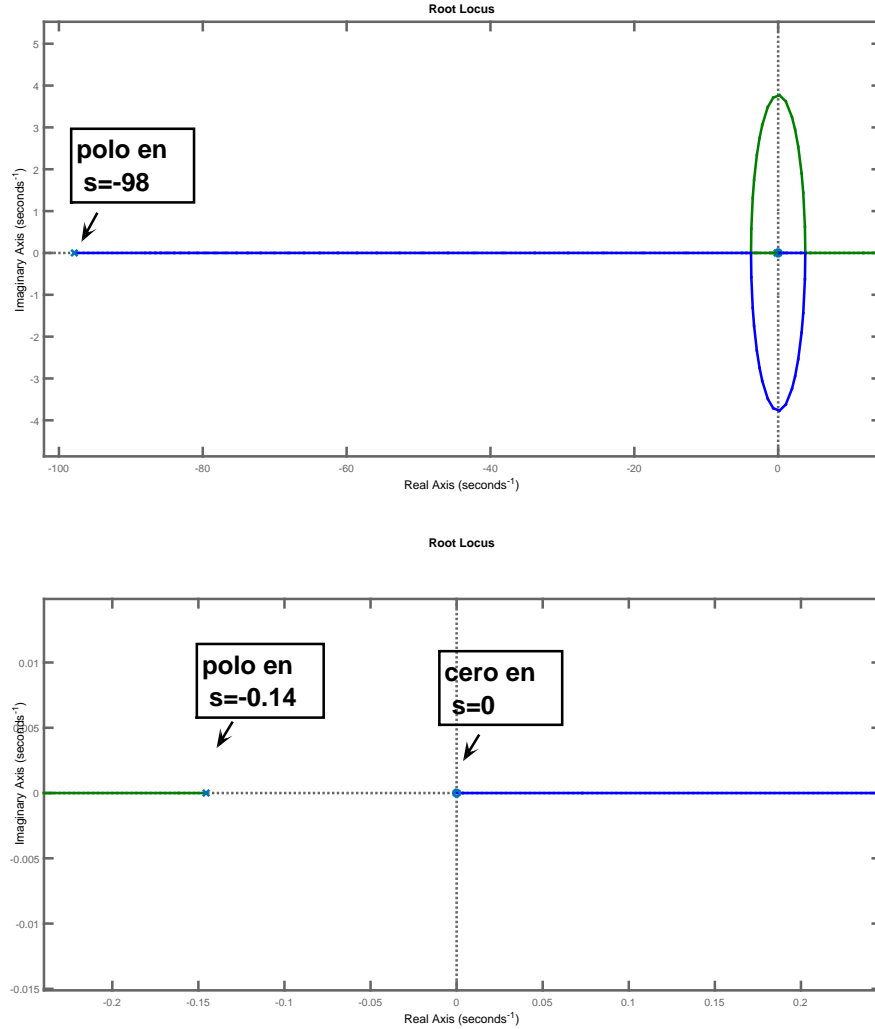
y los polos están en

$$s_1 = -97$$

$$s_2 = -0.14$$

Se puede observar que  $s_1 \gg s_2$ , siendo el polo dominante  $s_2$ . El lugar geométrico de las raíces es mostrado en la Figura (2.15).

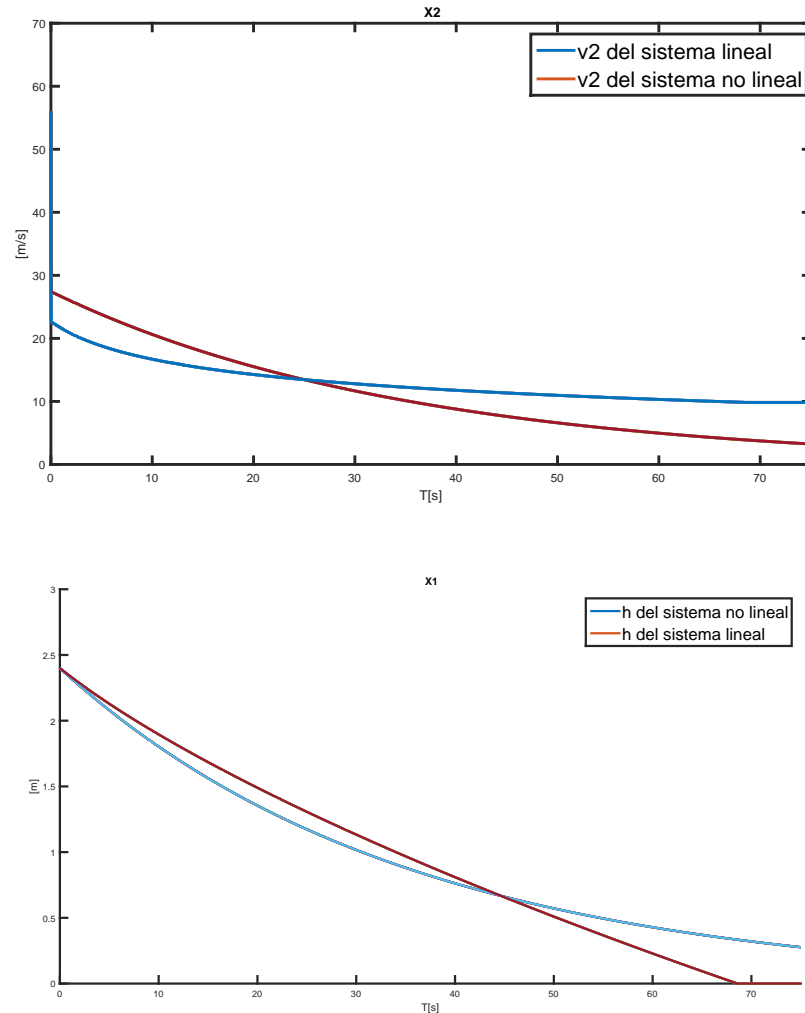




**Figura 2.15:** Lugar geométrico de las raíces en lazo abierto

Para garantizar que un sistema lineal sea estable en el sentido de Routh los polos deben encontrarse en el semi plano izquierdo [Ogata, 1999]. Para este sistema ambos polos son reales negativos uno de ellos muy cercano al eje imaginario, por lo cual el sistema es *BIBO* estable.

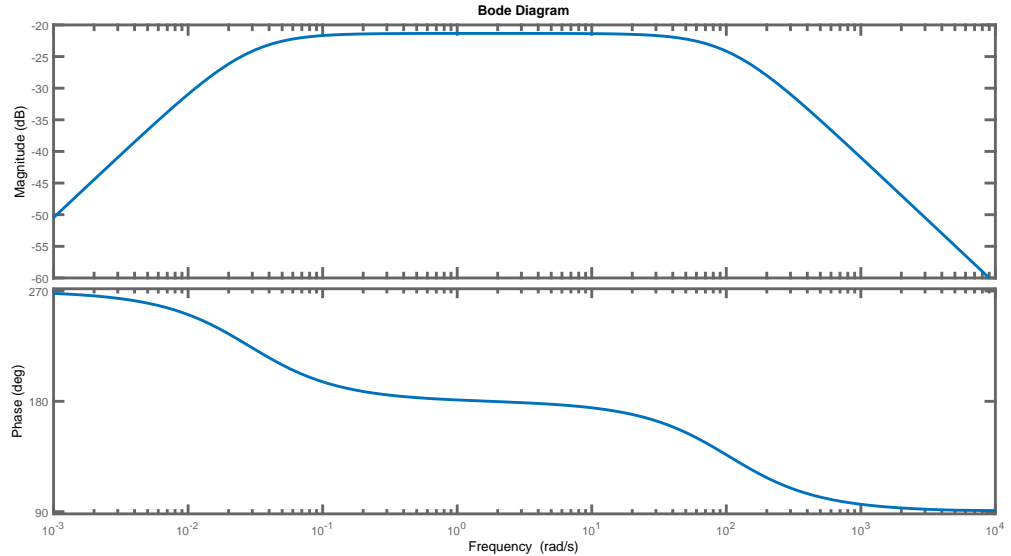
La respuesta al escalón del sistema en lazo abierto es mostrada en la Figura 2.16. Puede observarse que, de no cumplirse que  $q_{in} \geq q_o$ , los estados tienden a cero, esto es, el tanque tenderá a vaciarse conforme transcurre el tiempo.



**Figura 2.16:** Respuesta al escalón del sistema no lineal y el sistema linealizado

## 2.6. Análisis en frecuencia

La respuesta en frecuencia del sistema es mostrada en la Figura 2.17. Se puede observar que en régimen permanente se tiene la misma respuesta en magnitud en la región entre  $10^{-1} \left[ \frac{1}{s} \right]$  y  $10^2 \left[ \frac{1}{s} \right]$ . Este rango de frecuencias equivale a un rango de periodos entre  $0.01[s]$  y  $10[s]$ . Con los datos de [Rivillas, 2008] los periodos de ola para México se encuentran debajo de los  $10[s]$ .



**Figura 2.17:** Respuesta en frecuencia del sistema: Magnitud y fase

### 2.6.1. Controlabilidad del sistema

Se dice que un punto del estado de un sistema es controlable,  $\mathbf{x}_1$ , es controlable si desde un estado  $\mathbf{x}_0$  en  $[t_0, t_1]$  si existe una entrada  $\mathbf{u}$  definida en el intervalo  $[t_0, t_1]$  tal que transfiera el estado del sistema desde  $\mathbf{x}_0$  en  $t_0$  hasta  $\mathbf{x}_1$  en  $t_1$  [Ogata, 1999]. Un sistema se dice controlable si todos los puntos de su espacio de estado son controlables

Si el sistema es lineal e invariante en el tiempo con  $n$  ecuaciones de estado

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \quad (2.59)$$

es controlable si y sólo si la matriz de controlabilidad  $Q$  definida de la siguiente forma :

$$Q = [\mathbf{B} | \mathbf{A}\mathbf{B} | \mathbf{A}^2\mathbf{B} | \dots | \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}] \quad (2.60)$$

es de rango máximo, es decir,  $n$ .

La matriz de controlabilidad del sistema es

$Q =$

$$\left[ \begin{bmatrix} 0 \\ -7.8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0.0025 \\ 5696 & 98 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ -7.8 \end{bmatrix} \right]$$

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & -0.0195 \\ -7.8 & -764.4 \end{bmatrix}$$

La matriz 2.6.1 es de rango 2 por lo tanto el sistema lineal controlable.

## 2.7. Selección de la turbina hidráulica

Las turbinas hidráulicas aprovechan la energía potencial del agua de las presas hidroeléctricas para generar movimiento de rotación. Al incidir el flujo de agua en las paletas de la turbina, ésta gira y, si está acoplada a un generador eléctrico, se producirá energía eléctrica. Como se ilustra en la Figura 2.18, la capacidad de generación depende de dos factores: el salto neto y el flujo de agua.

La potencia mecánica de una turbina está dada por la expresión [2.63] [Diaz, 2008].

$$P_m = Pq_o\eta \quad (2.61)$$

$$= H\gamma A_p v\eta \quad (2.62)$$

$$(2.63)$$

donde  $P$  es la presión ejercida por la columna de agua,  $H$  es la altura del salto neto,  $q_o$  es el flujo de salida,  $\gamma$  es el peso específico del agua,  $\eta$  es la eficiencia de la turbina y  $P_m$  es la potencia mecánica.

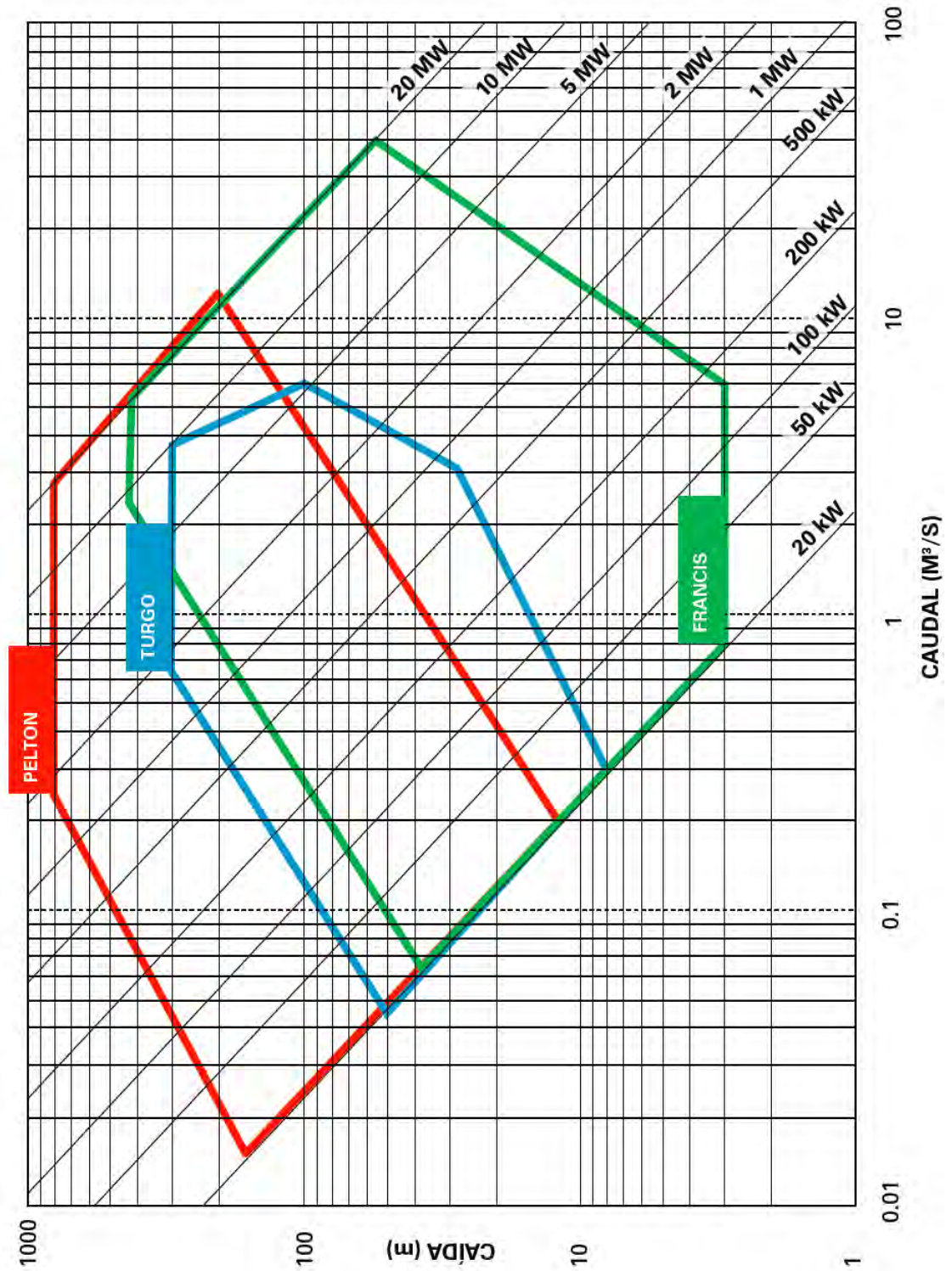
En el caso del sistema WEC la potencia mecánica para la turbina es (2.66).

$$P_m = Pq_o \quad (2.64)$$

$$= (H\gamma + P_g)A_p v_2\eta \quad (2.65)$$

$$= \left(\rho gh + \frac{P_0 V_0}{(V_1 - x_1 A_0)}\right)A_p v_2\eta \quad (2.66)$$

- $P_g$  es la presión ejercida por el gas en el acumulador. La presión del gas debe ser lo suficientemente grande para poder tener valores equivalentes a las presiones ejercidas por grandes saltos de agua que requiere la turbina.



**Figura 2.18:** Carta de selección turbinas hidráulicas en función del flujo y el salto [García y Nava, 2013]

Con los valores de la tabla 2.1 se realiza el cálculo para la potencia mecánica

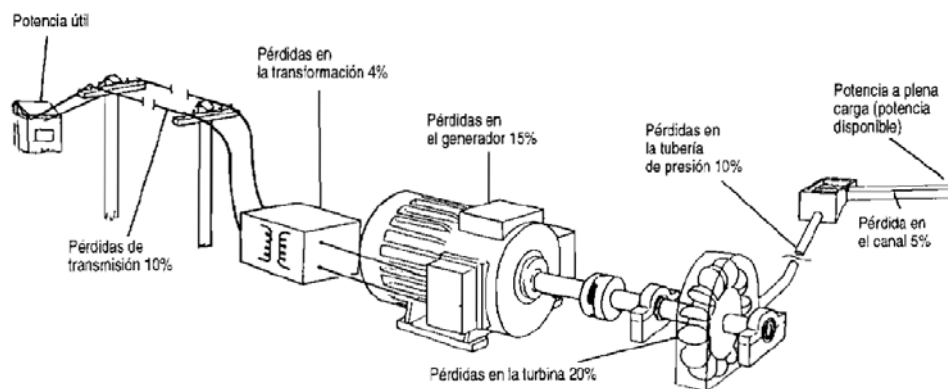
$$P_m = (23544 + 7.46(10^5))0.0672 \quad (2.67)$$

$$= 51.71 [kW] \quad (2.68)$$

Para el caso de México se usó un flujo promedio de  $0.1 \left[\frac{m^3}{s}\right]$  y con el valor de  $50 [kW]$  se seleccionó una turbina tipo Pelton acuerdo a la Figura 2.18. Se descartaron las turbinas Turgo y Francis por estar en sus límites de operación.

Además la turbina Pelton se caracteriza por ser una de las más eficientes que existen, es usada en general en las centrales hidroeléctricas en la cuales se pueden manejar grandes volúmenes de carga ( $H_d$ ) y gastos ( $Q_d$ ) y es posible regular su flujo de admisión [Židonis y Aggidis, 2015].

Con los valores de la ecuación 2.68 se obtienen  $51 [kW]$  de potencia mecánica para la turbina Pelton, para una aproximación se recomienda una eficiencia general del sistema (entre la admisión de la valvula y la transmisión) de  $50\%$  en una central hidroeléctrica [Coz, 1996] (ver Figura 2.19). Al tener en cuenta la la consideración anterior, la capacidad de generación es cercana a los  $25 [kW]$ .



**Figura 2.19:** Eficiencia de una central hidroeléctrica

## Ley de control lineal

---

### 3.1. Selección de la ley de control

En este trabajo se intentara estabilizar la velocidad ( $v_2$ ) del flujo de agua hacia la turbina, a través de variar las pérdidas de presión en la válvula.

Los controladores tipo PID son estructuras de control basados en una referencia y no en el modelo del sistema. Este controlador es ampliamente usado en la industria cuando no es posible obtener el modelo de la planta o este es muy complejo, por esta razón se decidió usar controlador tipo PID. En el anexo B se hace un análisis detallado de este controlador y diferentes métodos de sintonización.

### 3.2. Diseño del controlador

La estructura de una ley de control PID es:

$$\begin{aligned} H(s) &= k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s \\ &= \frac{k_i + k_p s + k_d s^2}{s} \end{aligned} \tag{3.1}$$

donde  $k_p$  es la ganancia proporcional,  $k_i$  es la ganancia integral y  $k_d$  es la ganancia derivativa.

En los sistema WEC tenemos una entrada  $q_{in}$  compuesta por múltiples señales sinusoidales, debido a estas se decidió no implementar el controlador derivativo D, ya que este ante señales de alta frecuencia puede crear aun más oscilaciones en el sistema. En el sistema WEC la función de transferencia en lazo abierto es 3.2:

$$G(s) = \frac{-9s}{s^2 + 98s + 14.4} \quad (3.2)$$

La función de transferencia en lazo cerrado es 3.3

$$\frac{H(s)G(s)}{1 + H(s)G(s)} \quad (3.3)$$

Para el diseño de control PI queda de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} G(s)H(s) &= \frac{-7.8(k_i + k_p s)}{s^2 + 98s + 14.24} \\ \frac{G(s)H(s)}{1 + H(s)G(s)} &= \frac{-7.8(k_i + k_p s)}{s + 98 + 14.24 - 7.8(k_i + k_p s)} \\ \frac{G(s)H(s)}{1 + H(s)G(s)} &= \frac{-7.8k_p(s + \frac{k_i}{k_p})}{s^2 + (98 - 7.8k_p)s + (14.24 - 7.8k_i)} \end{aligned} \quad (3.4)$$

Para que el sistema sea estable es necesario que los polos de lazo cerrado tengan parte real negativa. En particular para que un polinomio de coeficientes reales de segundo grado sea Hurwitz basta con que todos los coeficientes sean positivos. Así el rango de valores permitidos por las ganancias de estos controladores son:

$$k_p < \frac{98}{7.8} \quad (3.5)$$

$$k_i < \frac{14.4}{7.8} \quad (3.6)$$

Para evitar sobrepasos muy grandes a partir de observar el numerador de la

---



función de transferencia se elige:

$$k_i \gg k_p \quad (3.7)$$

La estrategia que se siguió fue que ambos polos fueran reales negativos, para el cero  $c_1$  del sistema fue llevarlo lejos del origen y anularlo con el polo  $p_2$  ( $p_2 \approx c_1$ ).

$$H(s) = \frac{-7.8k_p(s + c_1)}{(s + p_1)(s + p_2)}$$

Los polos para la ecuación 3.4 son:

$$p_1 = 3.9k_p + \frac{1}{2}\sqrt{31.2k_i + (7.8k_p - 98)^2 - 57.6} - 49.0 \quad (3.8)$$

$$p_2 = 3.9k_p - \frac{1}{2}\sqrt{31.2k_i + (7.8k_p - 98)^2 - 57.6} - 49.0 \quad (3.9)$$

$$c_1 = k_i/k_p \quad (3.10)$$

Para que los polos sean reales negativos debe cumplirse

$$(31.2k_i + (7.8k_p - 98)^2 - 57.6) \geq 0 \quad (3.11)$$

$$3.9k_p - \frac{1}{2}\sqrt{31.2k_i + (7.8k_p - 98)^2 - 57.6} - 49.0 \leq 0 \quad (3.12)$$

El primer valor  $k_p$  se propuso con base a la respuesta en lazo cerrado (ver Figura 3.1) del sistema usando una ley de control P, el valor  $k_p$  fue 3.13 :

$$k_p = -2.2 \quad (3.13)$$

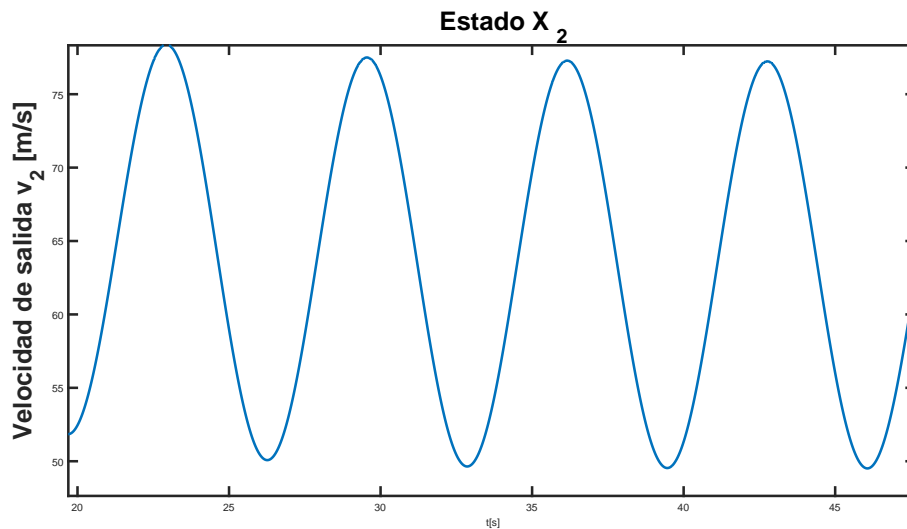
Al tener en cuenta las consideraciones 3.7, 3.6, 3.12 y el valor  $k_p$  propuesto en 3.13, las ganancias a las que se llegaron fueron las siguientes son:

$$k_p = -2.2$$

$$k_i = -215$$

La función de transferencia en lazo cerrado queda de la siguiente manera

$$H(s) = \frac{17.16(s + 97.72)}{(s + 97.87)(s + 17.3)} \quad (3.14)$$



**Figura 3.1:** Respuesta del sistema  $k_p = -2.2$

Así el cero y un polo no tienen mayor influencia en la respuesta del sistema al ser muy lentos, cabe destacar que no hay cancelación exacta del polo con el cero. El lugar geométrico de las raíces en lazo cerrado es mostrado en la Figura 3.2.

Con este conjunto de ganancias se implementó el control PI primero en el sistema linealizado los resultados de la se muestran en la Figura 3.3.

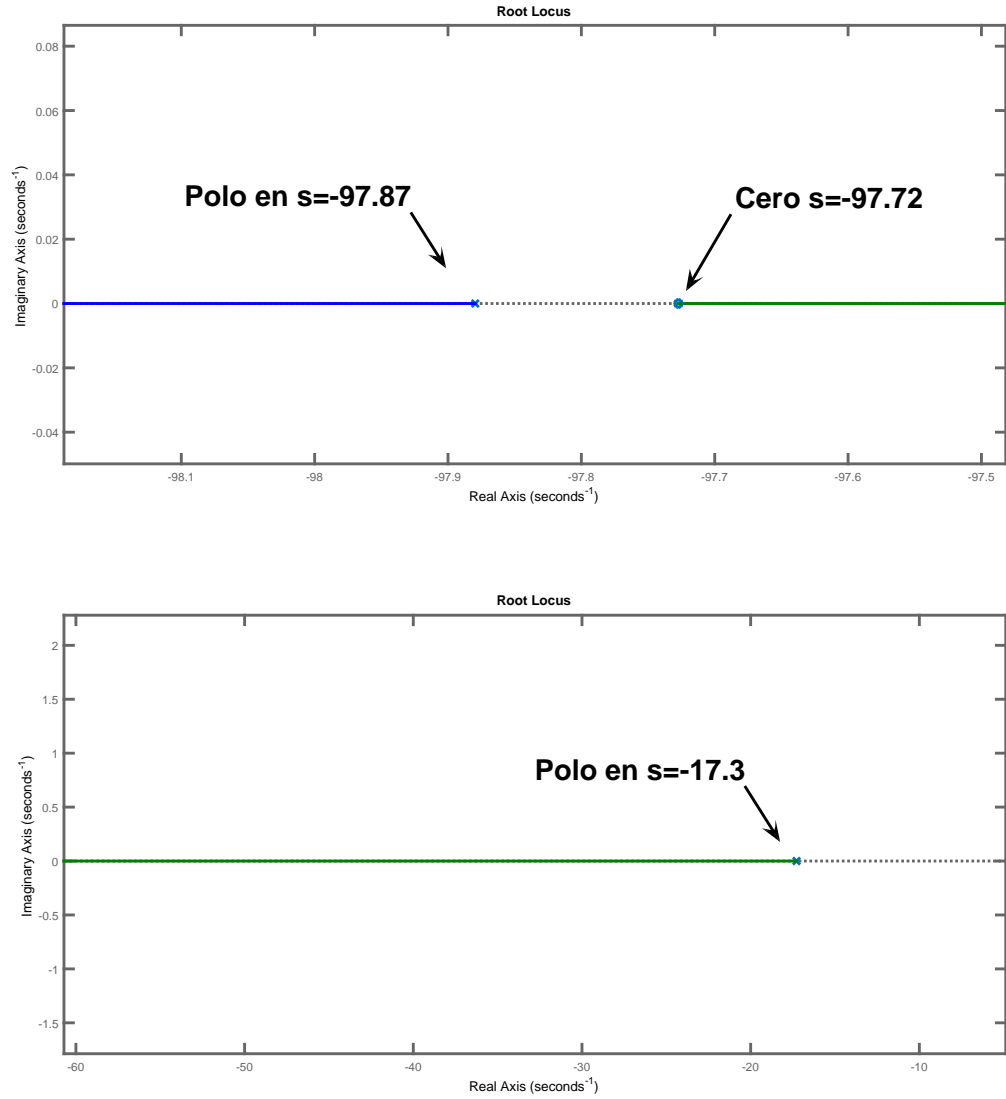
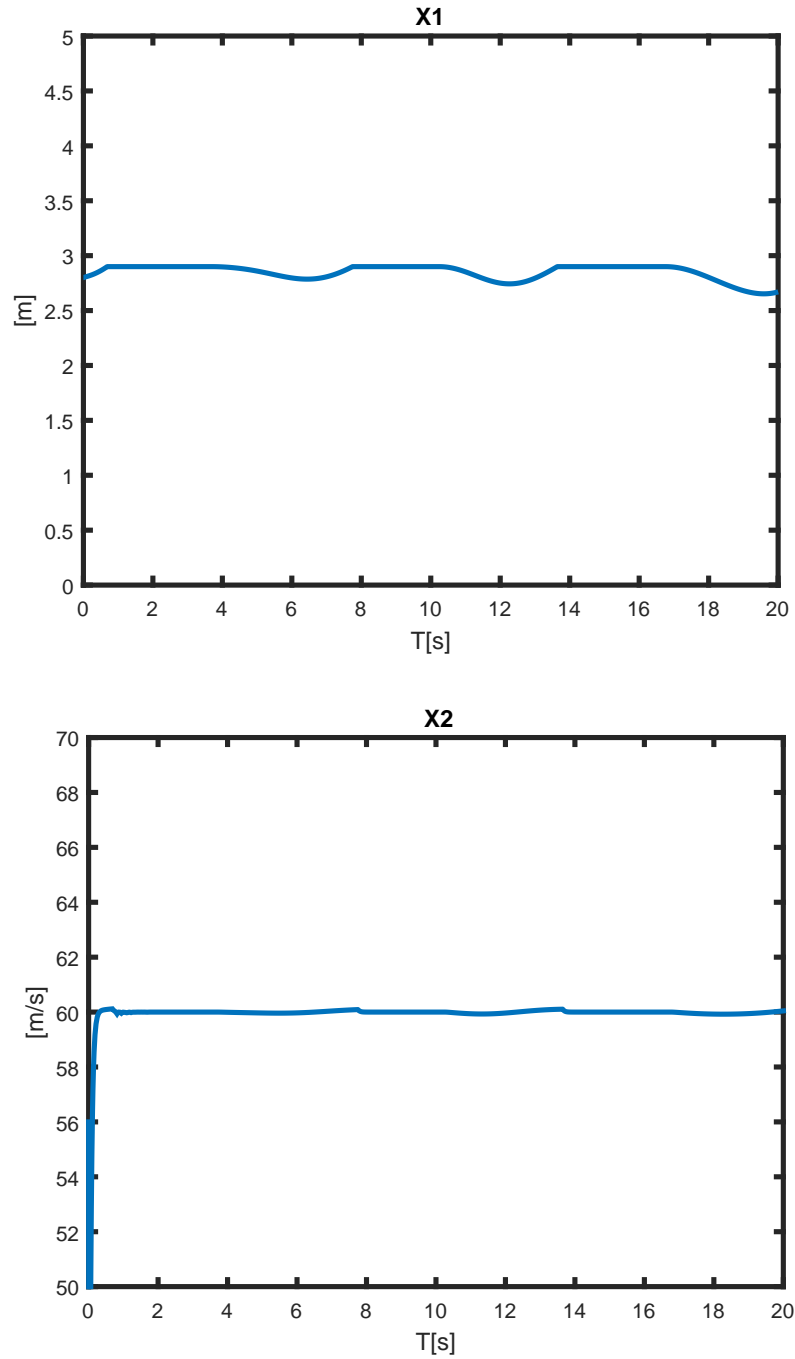


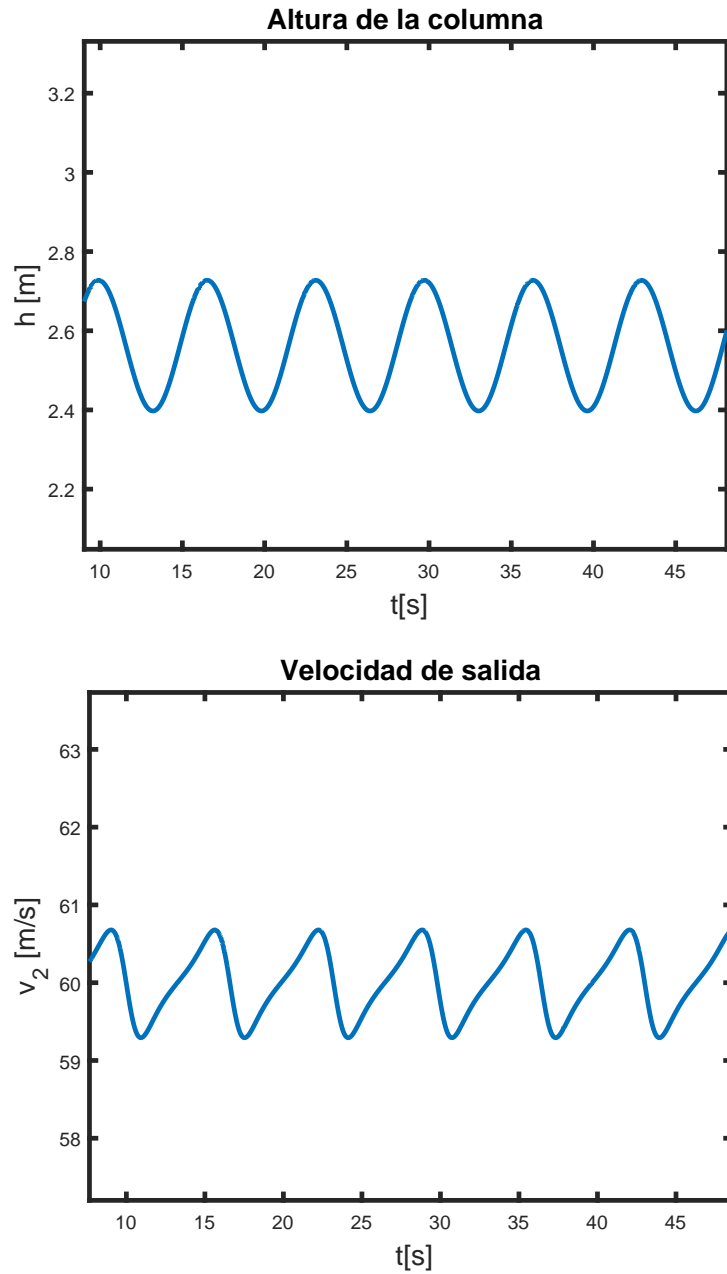
Figura 3.2: Lugar geométrico de las raíces en lazo cerrado



**Figura 3.3:** Estados  $h$  y  $v_2$  del sistema lineal

Las ganancias del controlador PI fueron diseñadas para el sistema linealizado, estas mismas ganancias se implementaron en el sistema no lineal, los resultados

para esta ley de control son mostrados en las Figura 3.4.



**Figura 3.4:** Estados  $h$  y  $v_2$  del sistema no lineal

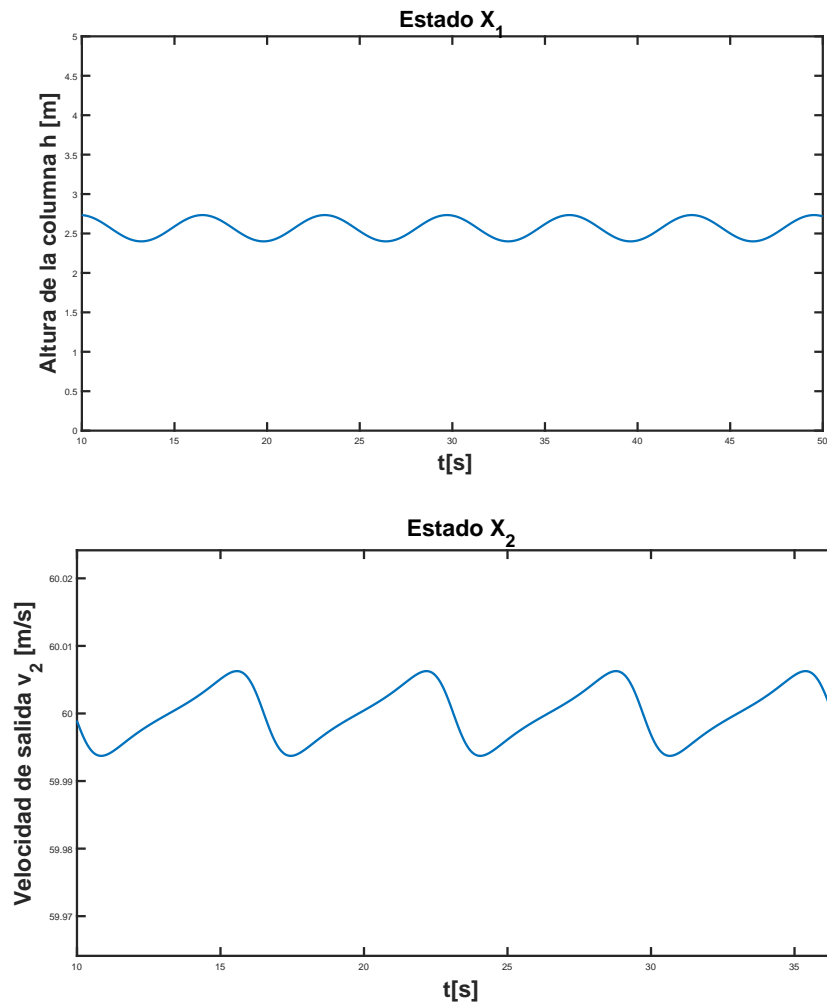
Como puede observarse el sistema no lineal presenta grandes sobrepasos debido al cero  $c_1$  por lo que se decidió aumentar la ganancia  $k_i$  para evitar estos sobrepasos.

Las ganancias obtenidas son las siguientes:

$$k_p = -2.2 \quad (3.15)$$

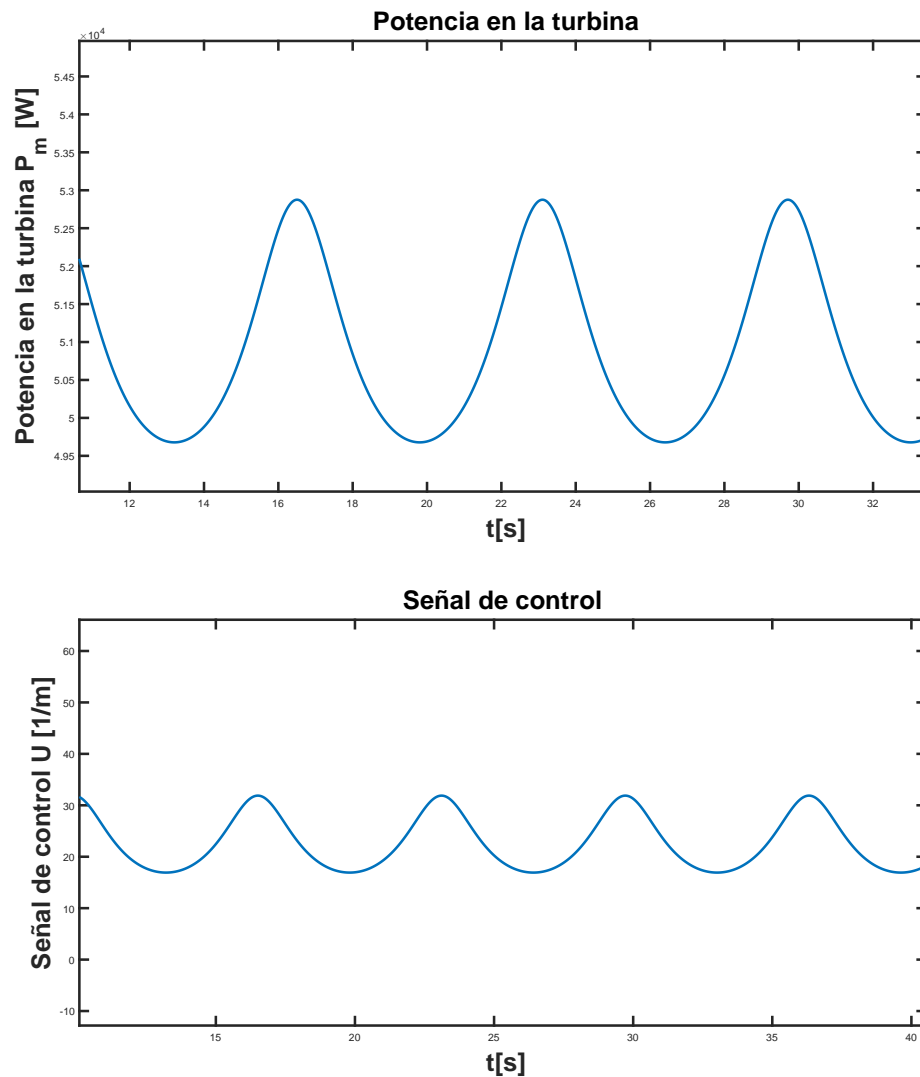
$$k_i = -1300 \quad (3.16)$$

Para las ganancias ( 3.15) los resultados de la simulación para los estados  $h$  y  $v_2$  son mostrados en la Figura 3.5, con respecto a la Figura 3.4 se observa que el estado a controlar  $v_2$  tiene mayor uniformidad y sobrepasos menores de 5 %.



**Figura 3.5:** Estados  $h$  y  $v_2$

La potencia mecánica en la turbina presenta fluctuaciones sinusoidales entre 50[kW] y 53[kW] con una misma frecuencia del flujo de entrada ( $q_{in}$ ). La señal de control de igual manera presenta un comportamiento sinusoidal, en el caso del control esto es abrir y cerrar la válvula con la frecuencia del flujo incidente. Las señales de potencia mecánica y control son mostradas en la Figura 3.6.



**Figura 3.6:** Señales de control y presión

Las señales del flujo de entrada ( $q_{in}$ ) y flujo de salida ( $q_o$ ) son mostrados en la Figura 3.7 donde se observa que el flujo ( $q_o$ ) es casi constante y aproximadamente igual promedio de flujo de ( $q_{in}$ ) cumpliendo así con la condición 2.36.

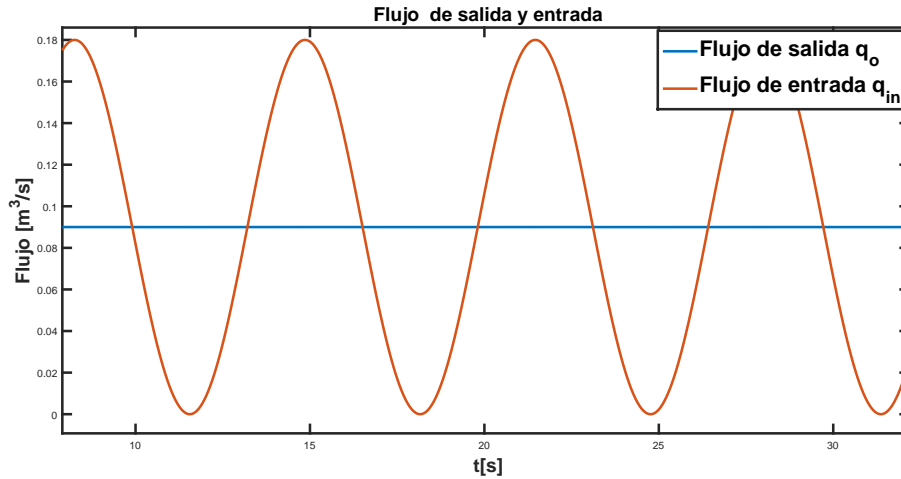


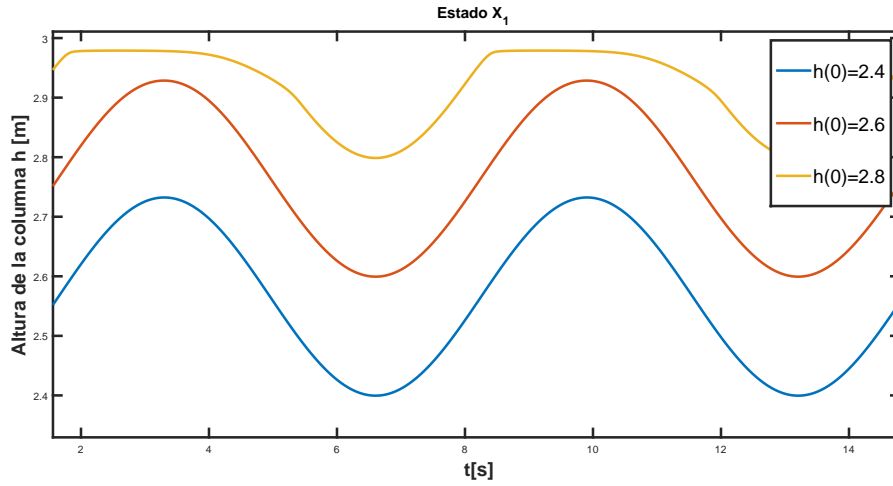
Figura 3.7: Flujo de salida y entrada en el acumulador

### 3.3. Región de operación de la ley del control

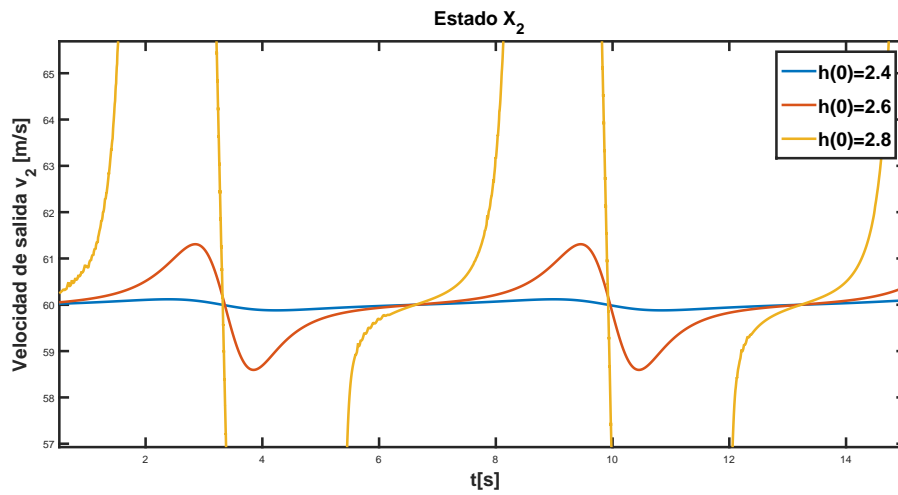
Al diseñar una ley de control en un sistema lineal e implementar esta ley en un sistema no lineal, la ley es válida solo en las condiciones iniciales en las que se diseñó en el sistema lineal.

En el caso del sistema WEC para la región de operación del controlador es pequeña, como lo es mostrado en la Figura 3.8 para condiciones iniciales superiores a  $h(0) = 2.8$ , la ley de control no puede estabilizar la velocidad  $v_2$ . Esto es debido a que el sistema no lineal pierde controlabilidad, cuando el acumulador comienza a estar cerca de su máximo volumen, la velocidad ( $v_2$ ) a la que debe operar debe ser mucho mayor.





(a) *Diferentes valore iniciales para  $h$*



(b) *Respuesta de  $v_2$  a diferentes valores iniciales para  $h$*

**Figura 3.8:** Respuestas del sistema WEC a diferentes condiciones iniciales

## Conclusiones y trabajo futuro

---

### 4.1. Resultados obtenidos

Este trabajo incluye las etapas de modelado de la planta, el desarrollo de una estrategia de control PI para velocidad de salida de flujo del sistema WEC y se muestra la factibilidad de generación de energía eléctrica de los sistemas WEC para el litoral mexicano.

A continuación se mencionan los resultados obtenidos:

- Se desarrollan los modelos matemáticos de los componentes que forman parte del sistema WEC desde la ola incidente hasta la turbina Pelton (ver [2.5](#), [2.34](#) y [2.66](#)), además de obtener un segundo modelo para el acumulador que es mostrado en el anexo [C](#).
- Se diseña y prueba una estrategia de control lineal en una planta con dos constantes tiempo una de un valor pequeño respecto una de otra. El resultado de aplicar la ley de control a la velocidad de salida del flujo posee picos con un sobrepaso de 3% respecto a la velocidad de referencia, y poseen el mismo periodo que la ola incidente.

Cabe destacar que el controlador solo puede cumplir su objetivo si comienza cerca del punto de operación en el que se linealizó el sistema.

A la vista de los resultados obtenidos, se considera que se ha cumplido el objetivo de implementar una estrategia de control para obtener un flujo de salida con velocidad constante.

## 4.2. Trabajo futuro

A continuación, se hacen propuestas que permitirán mejorar el trabajo realizado en esta tesis:

- Inclusión de dinámicas no modeladas en este trabajo como lo son la aguja de la válvula de control, válvulas *check* y de alivio.
- Interconexión del sistema WEC con un generador eléctrico conectado a la red.
- Uso de técnicas de control no lineales para el control de sistemas WEC, haciendo uso de la dinámica completa de la planta en la toma de decisiones para el control de la tensión y al frecuencia de generación.
- Implementación de la planta en laboratorio y validación del modelo obtenido mediante pruebas experimentales.

# Modelado dinámico de sistemas hidráulicos

---

## A.1. Introducción

A continuación se presentará algunas ecuaciones por modelo clásicos de los sistemas hidráulicos. Los circuitos hidráulicos generalmente son compuestos de elementos no lineales, para esta sección se consideran que trabajan en su región lineal y que trabajan bajo flujo laminar.

En el modelado de sistemas es común usar a analogías con los elementos eléctricos, se debe tener en cuenta que los sistemas hidráulicos se puede usar como variable esfuerzo la presión o la altura de la columna de agua. Esto se muestra en la tabla [A.1](#).

Variable Eléctrica	Análogo Hidráulico
Voltaje $V$	Presión $P$
	Altura de la columna $h$
Corriente $i$	Flujo $Q$

**Tabla A.1:** Analogía entre los sistemas eléctricos e hidráulicos

## A.2. Elementos hidráulicos

### A.2.1. Resistencia hidráulica

La resistencia hidráulica es la oposición de las tuberías al paso del fluido. Este valor depende de las condiciones de flujo (fluido laminar y turbulento) y esta puede ser lineal o no. Elementos como cambios de tamaño en los diámetros de las tuberías, válvulas y obstrucciones en las tuberías se modelan como resistencias eléctricas [Bolton, 2001].

Las ecuaciones que describe al resistor hidráulico son las siguientes A.1:

$$\begin{aligned}q_o &= \frac{\Delta P}{R_f} \\q_o &= \frac{\Delta h}{R_f}\end{aligned}\tag{A.1}$$

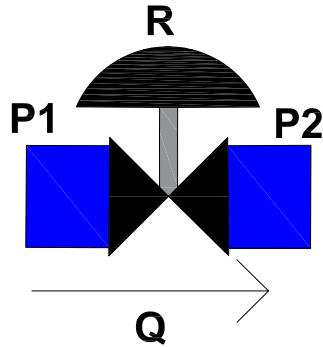
donde  $R_f$  resistencia hidráulica [ $\frac{Pa \cdot s}{m^3}$ ],  $\Delta P$  incremento de presión a través de la tubería [ $Pa$ ],  $h$  variación de la columna de agua [ $m$ ] y  $q_o$  flujo que atraviesa la tubería [ $\frac{m^3}{s}$ ].

Y la potencia hidráulica que disipa es la siguiente:

$$P_H = P q_o = R q_o^2\tag{A.2}$$

$$\begin{aligned}P_H &= P q_o \\&= R q_o^2\end{aligned}\tag{A.3}$$

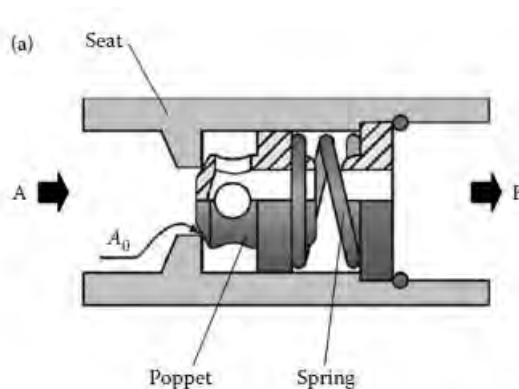
La simbología para este elemento es mostrada en la Figura A.1.



**Figura A.1:** Resistencia hidráulica

### A.2.2. Válvula antirretorno

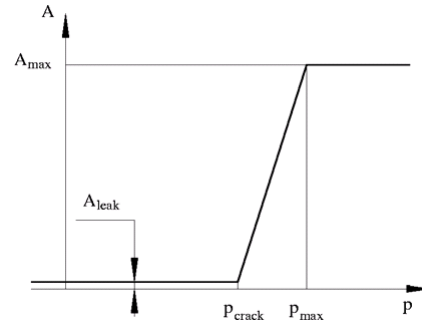
Esta válvula es similar a un diodo eléctrico ya que solo permite el flujo ( $q$ ) en un solo sentido convirtiendo así al sistema en unidireccional [Díaz, 2015]. En la Figura A.2 se muestra un esquema de esta válvula.



**Figura A.2:** Esquema de un válvula antirretorno Fuente:[Díaz, 2015].

Como se muestra en la Figura A.3 la válvula necesita una presión inicial para permitir pasar el flujo en el sentido en que esta dispuesta y en sentido contrario al llegar a la presión de ruptura esta válvula se abre.

En el sistema WEC esta válvulas se encontraran a la entrada y salida del mismo actuando sobre el los flujos  $q_{in}$  y  $q_0$  respectivamente. Se les considera ideales, es decir permiten el paso de todo el flujo en el sentido positivo y en sentido negativo no hay paso de fluido.



**Figura A.3:** Curva de presión de una válvula antirretorno *Fuente:[Díaz, 2015].*

### A.2.3. Capacitor hidráulico

Es definido como la capacidad de almacenar un fluido en forma de energía potencial. La variación de volumen del tanque de la Figura A.4 viene dada por la ecuación A.4:

$$\frac{dV}{dt} = q_o - q_{in} \quad (\text{A.4})$$

Pero

$$\frac{dV}{dt} = A \frac{dh}{dt}$$

donde  $A$  es el área transversal y  $h$  la altura del contenedor.

$$A \frac{dh}{dt} = q_o - q_{in} \quad (\text{A.5})$$

La diferencia de presiones es dada por:

$$P = \rho g h$$

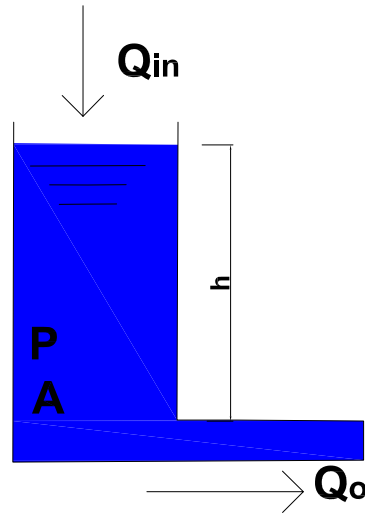
Entonces la dinámica de la presión queda representada por la siguiente Ecuación A.6

$$\frac{dP}{dt} C_H = q_o - q_{in} \quad (\text{A.6})$$

donde  $C_h$  Capacitancia hidráulica y es definida como A.7:

$$C_h = \frac{A}{\rho g} \quad (\text{A.7})$$

La simbología para este elemento es mostrada en la Figura A.4.

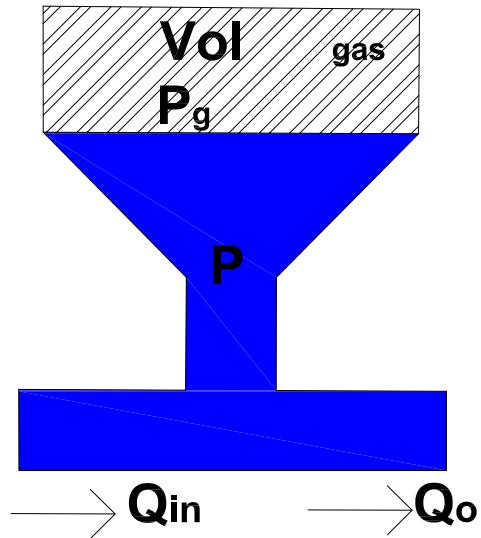


**Figura A.4:** Esquema del capacitor hidráulico

#### A.2.4. Acumulador hidroneumático

El modelo del acumulador es similar al de un capacitor hidráulico. En un acumulador no existen los intercambios de calor lo que convierte en un proceso politrópico. Su representación es mostrada en la Figura A.5





**Figura A.5:** Esquema del acumulador hidroneumático

Como en el acumulador se consideran constantes las variaciones de temperatura es un proceso descrito por la ley de Boyle-Mariotte (ver ecuación A.8).

$$PV^r = K \quad (\text{A.8})$$

y para un valor inicial de presión  $P_0$  y de volumen  $V_0$ .

$$PV^r = P_0V_0^r \quad (\text{A.9})$$

La ecuación que define a la presión  $P$  en el acumulador es A.10:

$$P = \frac{P_0V_0^r}{V^r} \quad (\text{A.10})$$

Al derivar la ecuación anterior

$$\dot{P}_g(t)V_g(t)^r = -P_g\dot{V}_g^r \quad (\text{A.11})$$

$$\dot{P}_g(t) = \frac{-P_g\dot{V}_g^r}{V_g(t)^r} \quad (\text{A.12})$$

$$\dot{P}_g = -P_g r V_g^{r-1-r} \dot{V}_g \quad (\text{A.13})$$

donde el volumen del gas viene dado por la siguiente ecuación [A.14](#):

$$V_g = V_T - A_0 h \quad (\text{A.14})$$

y la variación del volumen del gas viene dada por las ecuaciones [A.15](#) y [A.17](#).

$$\dot{V}_g^r = r V_g^{r-1} \dot{V}_g \quad (\text{A.15})$$

$$\dot{V}_g = A \dot{h} \quad (\text{A.16})$$

$$= -q_{in} + q_0 \quad (\text{A.17})$$

Al sustituir las ecuaciones [A.14](#) [A.15](#) y [A.17](#) en [A.13](#) el resultado es:

$$\dot{P}_g = \frac{-P_g r (-q_{in} + q_0)}{V_g} \quad (\text{A.18})$$

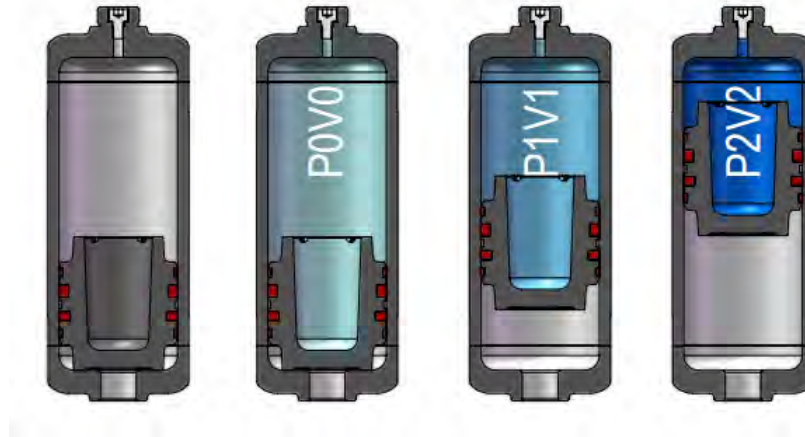
Por lo que las ecuaciones que describen al acumulador son ([A.19](#)) y ([A.20](#)).

$$\dot{P}_g = \frac{P_g r (q_{in} - q_0)}{V_T - A_0 h} \quad (\text{A.19})$$

$$\dot{h} = \frac{q_{in} - q_0}{A_0} \quad (\text{A.20})$$

Los efectos físicos de la Ecuación [A.9](#) en el acumulador se ilustra en la Figura

## A.6



**Figura A.6:** Variaciones de volumen y presión en el acumulador hidroneumático

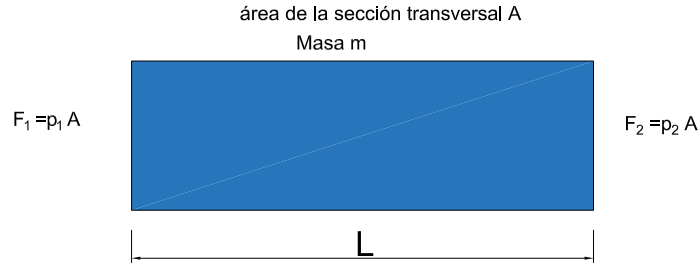
### A.2.5. Inertancia hidráulica

Es el cambio en el potencial necesario para producir una razón de cambio unitaria en la razón de flujo considere un bloque de líquido de masa  $m$ , para poder acelerar este fluido se requiere una fuerza [Bolton, 2001].

$$F_1 - F_2 = (\Sigma P)A \quad (\text{A.21})$$

$$F_1 = P_1 \quad (\text{A.22})$$

$$F_2 = P_2A \quad (\text{A.23})$$



**Figura A.7:** Esquema de inercia hidráulica

como

$$F = ma \quad (\text{A.24})$$

entonces

$$(P_1 - P_2)A = ma \quad (\text{A.25})$$

donde  $m$  es la masa del fluido que se define como  $m = \rho l A$  y  $a$  es la aceleración del fluido que se define como  $a = \dot{v}$ .

$$(P_1 - P_2)A = \rho l A \dot{v} \quad (\text{A.26})$$

como

$$q = Av \quad (\text{A.27})$$

entonces

$$(P_1 - P_2)A = \rho l \dot{q} \quad (\text{A.28})$$

La inercia hidráulica es

$$I_f = \frac{\rho l}{A} \quad (\text{A.29})$$

Y la ecuación que describe la dinámica es [A.30](#).

$$\Delta P = I \frac{dq}{dt} \quad (\text{A.30})$$

### A.2.6. Elementos electromecánicos

Un pistón es un elemento que convierte la energía hidráulica en mecánica, la fuerza aplicada en el pistón viene dada por la ecuación (A.31) y su representación es mostrada en la Figura A.8.

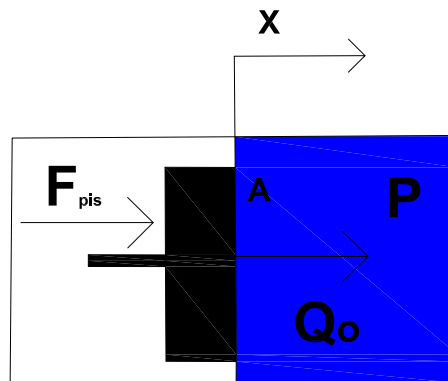
$$F_{pis} = PA \quad (A.31)$$

y el flujo en el pistón es dado por la siguiente ecuación (A.32).

$$q_0 = Av_{pis} \quad (A.32)$$

Al despejar A de (A.32) y sustituirla en (A.31) nos queda (A.33).

$$F_{pis}v_{pis} = q_0P \quad (A.33)$$



**Figura A.8:** Esquema de un pistón hidráulico

En la siguiente Tabla A.2 se resumen las analogías entre los sistemas.

Bloque Funcional	Ecuación descriptiva	Energía potencial
Almacenamiento de energía		
Inductor	$i = \frac{1}{L} \int v dt$	$E = \frac{1}{2} Li^2$
Inertancia hidráulica	$q = \frac{1}{L} \int (p_1 - p_2) dt$	$E = \frac{1}{2} Iq^2$
Capacitor	$i = C \frac{dv}{dt}$	$E = \frac{1}{2} Cv^2$
Capacitación hidráulica	$q = C \frac{d(p_1 - p_2)}{dt}$	$E = \frac{1}{2} C(p_1 - p_2)^2$
Disipación de energía		
Resistor	$i = \frac{v}{R}$	$P = v^2 \frac{1}{R}$
Resistencia hidráulica	$q = \frac{(p_1 - p_2)}{R}$	$P = \frac{(p_1 - p_2)^2}{R}$

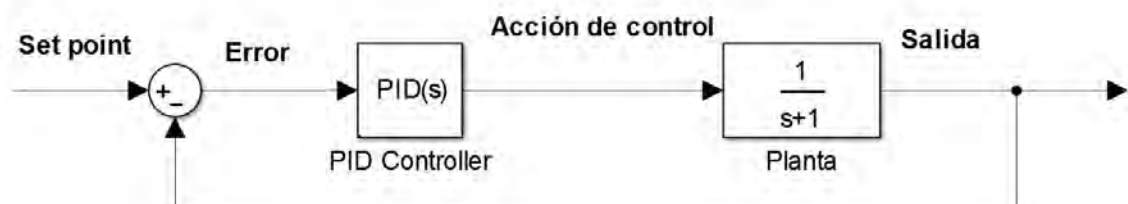
**Tabla A.2:** Elementos equivalentes entre sistemas eléctricos e hidráulicos [Bolton, 2001]

# Diseño de una la ley de control PID mediante sintonización

---

## B.1. Introducción

Los controles PID son ampliamente usados ya que una referencia deseada (set point) y no en un modelo. Existen técnicas para sintonizar las ganancias de un PID sin conocer el modelo de la planta las cuales son mostradas en esta sección.



**Figura B.1:** Lazo de Control PID

El control PID se compone de 3 elementos:

- Acción Proporcional  $K_p$ . La acción de  $K_p$  este control entrega la energía para el sistema. Donde su señal de control es:

$$u(t) = K_p e(t)$$

donde  $e(t)$  es la señal de error

- Acción integral  $k_i$  La acción de control integral lleva a la señal de error a 0 en estado estable. Donde su señal de control es:

$$u(t) = k_i \int e(t)$$

- Acción Derivativa  $k_d$ , donde  $k_d$  es la ganancia derivativa, esta mejora la respuesta de la señal durante el transitorio ,sin embargo tiene la desventaja de que amplifica señales de alta frecuencia como lo es el ruido.

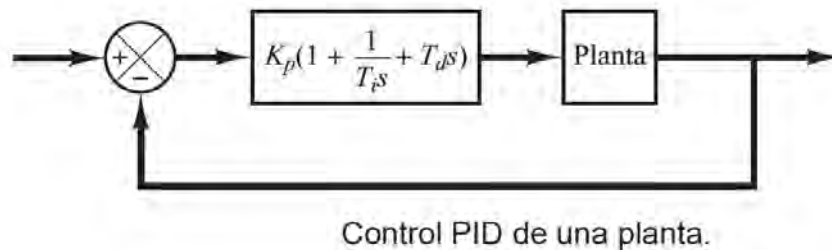
$$u(t) = k_d \frac{de(t)}{dt}$$

## B.2. Métodos de diseño de un controlador PID

En esta sección se presentan los metodos diseñados por Ziegler -Nichols.

### B.2.1. Reglas de Ziegler -Nichols

Los métodos de sintonización de Z-N están basados en técnicas experimentales para plantas cuyo modelo dinámico se desconoce o son complicados de modelar.



**Figura B.2:** Lazo de Control PID

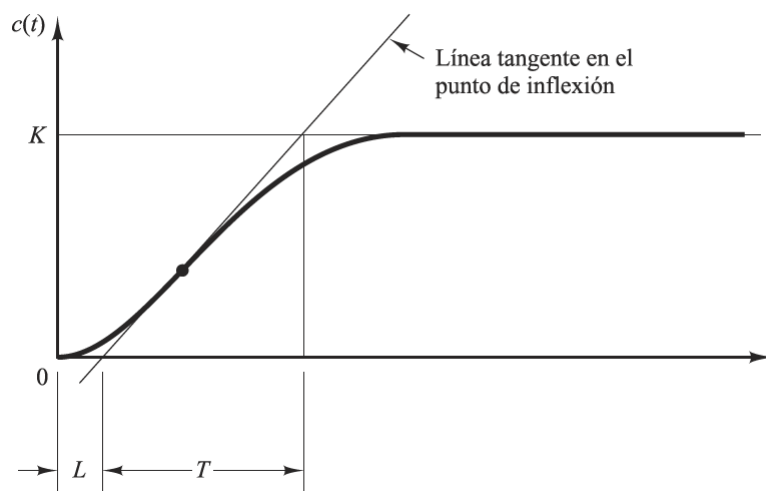


Este método es realmente útil cuando no se conoce los parámetros de la planta, sin embargo el método se puede usar en sistemas que se conoce su dinámica. El método define los valores de  $k_p$ ,  $T_i$  y  $T_d$ .

### B.2.2. Primer método

En el primer método la respuesta de la planta de una entrada escalón unitaria, si la planta no tiene integradores ni polos dominantes la curva puede tener una forma de  $S$ .

Esta curva se caracteriza por dos parámetros el tiempo de retardo  $L$  y la constante de tiempo  $T$ . Los valores de  $L$  y  $T$  se determinan dibujando una recta tangente en el punto de inflexión de la curva con forma de  $S$  y determinando las intersecciones con esa tangente en el eje del tiempo y con la línea  $c(t) = K$



**Figura B.3:** Curva en forma de  $S$

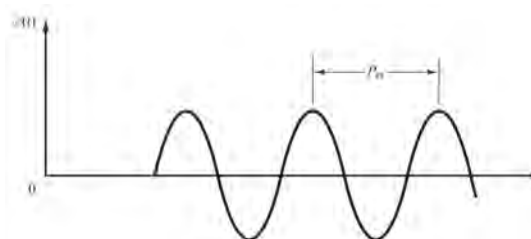
Z-N sugirieron establecer los valores  $k_p$ ,  $T_i$  y  $T_d$  de acuerdo con las formulas mostradas en la Tabla B.1.

Tipo de controlador	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P	$\frac{T}{L}$	$\infty$	0
PI	$0.9 \frac{T}{L}$	$\frac{L}{0.3}$	0
PID	$1.2 \frac{T}{L}$	$2L$	$0.5L$

**Tabla B.1:** Tabla de parámetros para el primer método de ZN

### B.2.3. Segundo método

Se fija el valor  $T_i = \infty$  y  $T_d = 0$ , usando solo la acción proporcional se incrementa  $K_p$  desde 0 hasta un valor crítico  $K_{cr}$  en donde la salida presente oscilaciones sostenidas.



**Figura B.4:** Periodo de las oscilaciones sostenidas

Así la ganancia crítica  $K_{cr}$  y el periodo  $P_{cr}$  que corresponde al periodo de la oscilaciones, se establecen los parámetros  $k_p$ ,  $T_i$  y  $T_d$  de acuerdo a la siguiente Tabla B.2.

Tipo de controlador	$k_p$	$T_i$	$T_d$
P	$0.5 K_{cr}$	$\infty$	0
PI	$9.45 K_{cr}$	$\frac{P_{cr}}{1.2}$	0
PID	$0.6 K_{cr}$	$0.5 P_{cr}$	$0.125 P_{cr}$

**Tabla B.2:** Tabla de parámetros para el segundo método de ZN

# Modelo no lineal de 3 estados para el acumulador hidroneumático

---

## C.1. Introducción

Este trabajo de tesis pertenece a una serie de publicaciones que comienza con [Arellano, 2018] donde se analizó la viabilidad de diferentes formas de extraer energía del mar y presento un primer modelo del acumulador C.1, siendo este un modelo no lineal y considerando un solo estado.

$$A_0 \dot{h} = q_{in} - uk_1 \frac{1}{\sqrt{V_t - hA_0}} \quad (\text{C.1})$$

En este trabajo se presentó un modelo representado por las siguientes ecuaciones C.2 y C.3.

$$\dot{h} = \frac{1}{A_0} (q_i - C_c uv_2) \quad (\text{C.2})$$

$$\dot{v}_2 = P_g + \rho gh - uv^2 \quad (\text{C.3})$$

## C.2. Obtención de la dinámica de la presión

Para este trabajo de tesis se consideró que la presión cambia en función de  $v_2$  y  $h$  y que el gas en el acumulador se comporta idealmente. Al considerar la dinámica de la presión:

$$P(t)V(t)^r = m_g R_g T_g = k \quad (\text{C.4})$$

Se considera que la masa del gas ( $m_g$ ) es constante y que las variaciones de temperatura en el empuje de agua dentro del pistón son mínimas por lo cual se van a despreciar en este trabajo.

Al derivar la ecuación 2.13.

$$\dot{P}_g(t)V_g(t)^r + P_g \dot{V}_g^r = 0 \quad (\text{C.5})$$

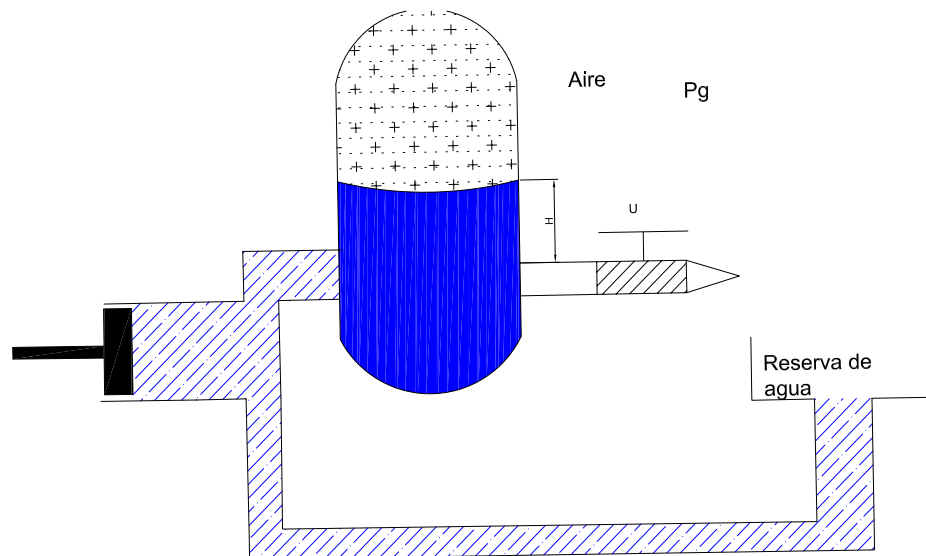


Figura C.1: Circuito hidráulico cerrado

$$\dot{P}_g(t) = \frac{-P_g \dot{(V_g^r)}}{V_g(t)^r} \quad (\text{C.6})$$

donde

$$\dot{(V_g^r)} = rV_g^{r-1}\dot{V}_g \quad (\text{C.7})$$

$$\dot{P}_g = -P_g r V_g^{r-1-r} \dot{V}_g \quad (\text{C.8})$$

Sabemos que el volumen del gas viene dado por la siguiente Ecuación C.9.

$$V_g = V_T - A_0 h \quad (\text{C.9})$$

$$\dot{V}_g = A \dot{h} = -q_{in} + q_0 \quad (\text{C.10})$$

Al sustituir las ecuaciones resulta

$$\dot{P}_g = \frac{-P_g r (-q_{in} + q_0)}{V_g} \quad (\text{C.11})$$

$$\dot{P}_g = \frac{P_g r (q_{in} - q_0)}{V_T - A_0 h} \quad (\text{C.12})$$

Por lo cual el sistema quedara de la siguiente manera

$$\dot{P}_g = \frac{r P_g (q_{in} - v_2 A_p)}{V_t - h A_0} \quad (\text{C.13})$$

Para este anexo se requiere que la variación de  $P_g$  este en función de si mismo ( $\dot{P}_g = f(P_g)$ ), sin embargo el modelo puede quedar también en función solo de  $h$  y  $v_2$

$$P = \frac{m_g R_g T_g}{V^r} = \frac{m_g R_g T_g}{(V_t - A_0 h)^r} \quad (\text{C.14})$$

$$\dot{P}_g = \frac{rm_g R_g T_g (q_{in} - v_2 A_p)}{(V_t - h A_0)^{r+1}} \quad (\text{C.15})$$

En variables de estado el modelo es

$$\begin{aligned} x_1 &= h \\ x_2 &= P \\ x_3 &= v \end{aligned}$$

Y el modelo resultante es el siguiente:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \frac{q_{in} - x_3 A_p}{A_t} \\ \dot{x}_2 &= \frac{K_p x_2 (q_{in} - x_3 A_p)}{A_t (l_1 - x_1)} \\ \dot{x}_3 &= \frac{A_p (x_2 + \rho g x_1 - u(x_3)^2)}{\rho l} \end{aligned}$$

El cual es un tercer modelo a desarrollar en trabajo futuro.

## Bibliografía

---

- [Arellano, 2018] Arellano, O. (2018). *Modelado, análisis y control de un convertidor de energía de las olas*. Agosto, Posgrado en Ingeniería Eléctrica. UNAM. [65](#)
- [Aström y Murray, 2010] Aström, K. y Murray, J. (2010). *Feedback systems: an introduction for scientists and engineers*. Princeton university press. [26](#)
- [Barcenás, 2014] Barcenás, J. (2014). *Evaluación del potencial de conversión de energía renovable en el mar Caribe mexicano*. Tesis de Doctorado, Posgrado en Ciencias del Mar y Limnología. UNAM. [5](#), [7](#)
- [Beltrán, et al., 2016] Beltrán, L., Rionda, R., y Caffagi, F. (2016). Balance nacional de energía. *SENER*, 6(6):2016. [4](#)
- [Bolton, 2001] Bolton, W. (2001). Ingeniería de control. [ix](#), [51](#), [57](#), [60](#)
- [Bordons, et al., 2015] Bordons, C., Garcia-Torresb, F., y Valverde, L. (2015). Gestión óptima de la energía en microrredes con generación renovable. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial*, 12:117–132. [9](#)
- [Coz, 1996] Coz, F. (1996). Manual de mini y micro-centrales hidráulicas: Una guía para el desarrollo de proyectos. *Intermediate Technology Development Group. ITDG-Perú*. [36](#)
- [Díaz, 2015] Díaz, F. (2015). *RGeneración undimotriz mediante absorbedores puntuales con sistemas hidráulicos de conversión de potencia*. Tesis de Doctorado, Escuela Técnica Superior de Ingeniería. [VII](#), [VIII](#), [VIII](#), [8](#), [52](#), [53](#)
- [Díaz, 2008] Díaz, R. (2008). *Diseño de minicentrales hidroeléctricas. Modelo de aprovechamiento en el río Bernesga (León)*. Tesis de Doctorado, Universidad de Salamanca. [34](#)

- [García y Nava, 2013] García, H. y Nava, A. (2013). Selección y dimensionamiento de turbinas hidráulicas para centrales hidroeléctricas. *México Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ingeniería*. VII, 35
- [Hidroleduc, 2018] Hidroleduc (2018). Acumuladores hidroneumáticos. *Hidroleduc Journal consultado en www .hydroleduc.com*. VII, VII, 18, 19
- [Khan, et al., 2017] Khan, N., Abas, A. K. N., y Haider, A. (2017). Review of ocean tidal, wave and thermal energy technologies. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 72:590–604. 5
- [López, et al., 2013] López, I., Andreu, J., Ceballos, S., de Alegría Martínez, I., y Kortabarria, I. (2013). Review of wave energy technologies and the necessary power-equipment. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 27:413–434. VII, 5, 7
- [Machado, et al., 2015] Machado, I., Watanabe, E., y Rosa., P. G. (2015). Modeling and analysis of a sea wave energy converter. *En Power Electronics Conference and 1st Southern Power Electronics Conference (COBEP/SPEC). IEEE 13th Brazilian*. VII, 16
- [Machado, et al., 2015] Machado, I., Watanabe, E., y Rosa, P. G. (2015). Modeling and analysis of a sea wave energy converter. 8
- [Melikoglu, 2018] Melikoglu, M. (2018). Current status and future of ocean energy sources: A global review. *Ocean Engineering*, 148:563–573. 5
- [Ogata, 1999] Ogata, K. (1999). *Modern control engineering*, volumen 35. 29, 31, 33
- [Osio, 2018] Osio, I. (2018). *Análisis físico de un sistema WEC y diseño de un controlador predictivo*. Junio, Posgrado de Ingeniería. UNAM. IX, 15, 28
- [Oswald, 2014] Oswald, Ú. (2014). Seguridad, disponibilidad y sustentabilidad energética en México. *Revista Mexicana de Ciencias Políticas y Sociales*, 62(230):1–2. 4
- [Paulo, et al., ] Paulo, J., Watanabe, E., y Rosa, P. G. Modelagem da dinamica de um conversor hiperbárico de energia das ondas em energia elétrica. 25
- [Rivillas, 2008] Rivillas, G. (2008). *Re-Análisis de oleaje para México:1948-2007*. Tesis de Doctorado, Posgrado en Ciencias del Mar y Limnología. UNAM. VII, 7, 13, 14, 32



- [SENER, 2017] SENER (2017). Prospectiva del sector eléctrico. 1(1):176. [VII, 4, 5](#)
- [Wang y Isberg, 2018] Wang, L. y Isberg, J. (2018). Review of control strategies for wave energy conversion systems and their validation: the wave-to-wire approach. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 81:366–379. [13](#)
- [Židonis y Aggidis, 2015] Židonis, A. y Aggidis, G. (2015). State of the art in numerical modelling of pelton turbines. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 45:135–144. [36](#)