



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
INGENIERIA QUIMICA – BIOINGENIERIA

CARACTERIZACIÓN Y VISUALIZACIÓN DEL MACRO MEZCLADO DE POLVOS  
COHESIVOS EN UN MEZCLADOR DE DOBLE LISTÓN HORIZONTAL

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:  
I.A. LUIS JAVIER CEBRIAN RAMOS

TUTOR  
DR. ALBERTO TECANTE CORONEL

MÉXICO, CIUDAD DE MÉXICO, AGOSTO 2018



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

**PRESIDENTE: DR. ENRIQUE GALINDO FENTANES**

**SECRETARIO: M.C. MARÍA DEL SOCORRO ALPIZAR RAMOS**

**VOCAL: DR. JUAN PABLO AGUAYO VALLEJO**

**1 ER. SUPLENTE: ING CELESTINO MONTIEL MALDONADO**

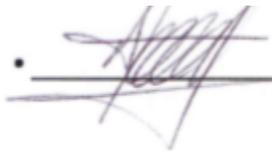
**2 DO. SUPLENTE: DR. ALBERTO TECANTE CORONEL**

**LUGAR DONDE SE REALIZÓ LA TESIS:**

DEPARTAMENTO DE ALIMENTOS Y BIOTECNOLOGÍA  
FACULTAD DE QUÍMICA, UNAM  
LABORATORIO 313, CONJUNTO E

TUTOR DE TESIS

**DR. ALBERTO TECANTE CORONEL**

A handwritten signature in dark ink, appearing to be 'A. Tecante Coronel', written over a horizontal line. There is a small dot to the left of the line.



## DEDICATORIA

A mi padre que siempre estuvo conmigo a lo largo de este proceso, soy lo que soy gracias a él. ¡Atrévete y se valiente!

A mi madre que me infundió el coraje para enfrentar mis miedos y me enseñó que el orgullo puede ser una gran motivación, siempre que venga acompañada de la humildad.

A mi hermana quien me apoya incondicionalmente y me inspira cada día a ser mejor.

## **AGRADECIMIENTOS**

A mi tutor Alberto Tecante, una gran persona con un gran sentido de la responsabilidad, quien me brindo la confianza y las puertas de su laboratorio para realizar este proyecto.

A Ixchel por enseñarme y brindarme el apoyo de todo su proyecto y tomarse el tiempo de atender mis inquietudes.

A todo el equipo del laboratorio 313 del conjunto E, principalmente a Mariana que siempre me apoyo en lo necesario para realizar mi etapa experimental.

A mis profesores, de los cuales aprendí mas de lo que nunca imaginé antes de empezar esta aventura.

A David que me escucho en todo momento y sin su amistad no habría sido lo mismo esta grandiosa experiencia que viví en esta ciudad.

Al Dr. Carlos, por ser un colega compañero y amigo que siempre admirare.

A mis amigos Gaby, Armando, Jazmín Marisol y Laura. Por siempre hacerme reír en San Luis.

A Carmen por ser una jefa tan comprensiva que me ha brindado su apoyo a lo largo de este tiempo.

**“ESTE TRABAJO FUE FINANCIADO POR EL CONSEJO NACIONAL DE CIENCIA Y TECNOLOGIA (CONACYT) CON NÚMERO DE CVU/BECARIO 630724/338435, AL CUAL SE LE AGRADECE POR LA BECA DE MAESTRIA”**

## INDICE

<b>ÍNDICE DE FIGURAS.....</b>	<b>10</b>
<b>ÍNDICE DE TABLAS .....</b>	<b>11</b>
<b>LISTA DE SÍMBOLOS Y ABREVIATURAS .....</b>	<b>12</b>
<b>RESUMEN.....</b>	<b>13</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>14</b>
<b>1. INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>15</b>
<b>2. FUNDAMENTOS.....</b>	<b>17</b>
<b>2.1 Polvos: Definición y clasificación .....</b>	<b>17</b>
<b>2.2 Propiedades de partícula.....</b>	<b>17</b>
2.2.1 Composición química y estructura molecular .....	17
2.2.2 Forma y tamaño .....	18
2.2.3 Densidad de partícula .....	19
<b>2.3 Propiedades como un conjunto de partículas o a granel.....</b>	<b>19</b>
2.3.1 Fuerzas de fricción y de cohesión.....	19
2.3.2 Contenido de humedad .....	20
2.3.3 Densidad y porosidad de un polvo .....	20
<b>2.4 Capacidad de flujo de un polvo.....</b>	<b>21</b>
2.4.1 Relación de Hausner e índice de compresibilidad .....	21
2.4.2 Ángulo de reposo .....	22
<b>2.5 Flujo como función de las propiedades mecánicas .....</b>	<b>22</b>
2.5.1 Condición de falla y sus propiedades .....	22
2.5.2 Pruebas de cizalla .....	23
<b>2.6 Mezclado de sólidos.....</b>	<b>25</b>
2.6.1 Mecanismos del mezclado .....	26
2.6.2 Tipos de mezclas .....	27
<b>2.7 Caracterización estadística de una mezcla .....</b>	<b>28</b>
2.7.1 Muestreo.....	29
2.7.2 Índices de mezclado.....	29
2.7.3 Curva característica y tasa de mezclado .....	31
2.7.4 Tiempo óptimo de mezclado .....	32
<b>2.8 Equipos de mezclado: Clasificación, funcionamiento y potencia .....</b>	<b>33</b>
2.8.1 Mezclador de doble listón horizontal.....	34
2.8.2 Visualización de flujo.....	35
2.8.3 Condiciones de operación en el mezclado .....	36

2.8.4	Potencia del equipo como función del torque .....	37
2.8.5	Análisis dimensional en el mezclado de sólidos .....	39
<b>3.</b>	<b>HIPÓTESIS Y OBJETIVOS .....</b>	<b>41</b>
<b>3.1</b>	<b>Hipótesis .....</b>	<b>41</b>
<b>3.2</b>	<b>Objetivo general .....</b>	<b>41</b>
<b>3.3</b>	<b>Objetivos específicos.....</b>	<b>41</b>
<b>4.</b>	<b>METODOLOGÍA.....</b>	<b>42</b>
<b>4.1</b>	<b>Diseño experimental .....</b>	<b>42</b>
<b>4.2</b>	<b>Materiales.....</b>	<b>42</b>
4.2.1	Características del almidón y el azúcar glass .....	42
<b>4.2.1</b>	<b>Tinción del almidón.....</b>	<b>43</b>
<b>4.3</b>	<b>Equipo de mezclado.....</b>	<b>45</b>
4.3.1	Geometría del agitador.....	46
<b>4.4</b>	<b>Evaluación del desempeño de mezclado .....</b>	<b>48</b>
4.4.1	Muestreo.....	48
4.4.2	Procesamiento de la muestra.....	50
4.4.3	Análisis estadístico y presentación de resultados .....	51
<b>4.5</b>	<b>Consumo de potencia .....</b>	<b>51</b>
<b>4.5.1</b>	<b>Interpretación de las mediciones y análisis estadístico.....</b>	<b>52</b>
<b>4.6</b>	<b>Visualización del mezclado .....</b>	<b>53</b>
4.6.1	Montaje del panel de captura y atributos de la lente .....	54
4.6.2	Rutina de captura .....	55
4.6.3	Procesamiento de las secuencias.....	56
4.6.4	Determinación de la fracción superficial de película .....	57
<b>5.</b>	<b>RESULTADOS Y DISCUSIÓN .....</b>	<b>59</b>
<b>5.1</b>	<b>Características de los componentes .....</b>	<b>59</b>
<b>5.2</b>	<b>Evaluación del desempeño del mezclado .....</b>	<b>60</b>
<b>5.3</b>	<b>Consumo de potencia .....</b>	<b>66</b>
5.3.1	Mediciones de torque .....	66
5.3.2	Efecto de $N_s$ y $f$ sobre el torque.....	67
5.3.3	Consumo de potencia .....	69
5.3.4	Análisis dimensional.....	71
<b>5.4</b>	<b>Visualización y descripción del mezclado.....</b>	<b>79</b>
5.4.1	Descripción del flujo .....	79
5.4.2	Descripción del mezclado .....	81
5.4.3	Formación de película .....	83

<b>6. CONCLUSIONES</b> .....	<b>87</b>
<b>7. PERSPECTIVAS Y RECOMENDACIONES</b> .....	<b>89</b>
<b>8. REFERENCIAS</b> .....	<b>90</b>
<b>9. ANEXOS</b> .....	<b>93</b>
<b>9.1 Código de programación para el procesamiento de secuencias</b> .....	<b>93</b>
<b>9.2 Secuencias de imágenes</b> .....	<b>94</b>

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Prueba de compresión uniaxial.....	23
Figura 2. Celda de cizalla de Jenike.....	24
Figura 3. Historial de una muestra de polvo sometida a una prueba de cizalla.....	24
Figura 4. Gráfico de fluencia para distintas muestras de polvos.....	25
Figura 5. Mecanismos de mezclado.....	27
Figura 6. Tipos de mezclas.....	28
Figura 7. Curva característica de mezclado.....	31
Figura 8. Mezclador de doble listón horizontal.....	34
Figura 9. Dirección del movimiento de la mezcla en un mezclador de doble listón horizontal.....	35
Figura 10. Torque en un mezclador de doble listón horizontal.....	37
Figura 11 Vista lateral y superior del equipo de mezclado.....	46
Figura 12. Ubicación de los componentes de la mezcla antes del mezclado.....	48
Figura 13. Puntos de toma de muestra. Vista superior del tanque de mezclado.....	49
Figura 14. Curva estándar para la determinación de azúcar glass en las muestras.....	50
Figura 15. Medición del torque durante una prueba.....	52
Figura 16. a) Cámara. b) Objetivo de aumento.....	53
Figura 17. Panel de captura de imágenes.....	54
Figura 18. Diagrama de flujo creado para el procesamiento digital de imágenes.....	58
Figura 19. Evolución del mezclado en los puntos de muestreo para $N_s = 25$ rpm y $f = 0.33$ .....	60
Figura 20. Evolución del mezclado en los puntos de muestreo para $N_s = 50$ rpm y $f = 0.33$ .....	61
Figura 21. Evolución del mezclado en los puntos de muestra para $N_s = 75$ rpm y $f = 0.33$ .....	62
Figura 22. Curva característica de mezclado para $N_s = 25$ rpm y $f = 0.33$ .....	63
Figura 23. Curva característica de mezclado para $N_s = 50$ rpm y $f = 0.33$ .....	64
Figura 24. Curva característica de mezclado para $N_s = 75$ rpm y $f = 0.33$ .....	65
Figura 25. Valores máximos de torque en función de $N_s$ y $f$ .....	67
Figura 26. Efecto de la velocidad de rotación sobre las mediciones de torque bajo diferentes razones de carga.....	68
Figura 27. Efecto de la velocidad de rotación sobre la potencia para distintas razones de carga.....	70
Figura 28. Relación entre la potencia y el producto de variables ( $\rho b \mu \pi D_o 2 L T \text{ def } N_s$ ).....	71
Figura 29. Relación entre $N_P$ y $N_c$ para distintas razones de carga ( $f$ ).....	72
Figura 30. Curva generalizada entre $N_P$ y $N_{c_e}$ , para razones de carga ( $f$ ) entre 0.08 y 0.5.....	73
Figura 31. Curva generalizada entre $N_P$ y $N_{c_e}$ , para razones de carga ( $f$ ) entre 0.25 y 0.5.....	74
Figura 32. Relación entre $N_P$ y $f$ a distintas velocidades de rotación.....	75
Figura 33. Relación entre $N_P$ y $N_{F_r}$ para distintas razones de carga ( $f$ ).....	76
Figura 34. Curva generalizada entre $N_P$ y $(N_c)^a(f)^b$ .....	77
Figura 35. Curva generalizada entre $N_P$ y $(N_{F_r})^a(f)^b$ .....	78
Figura 36. Efecto del tratamiento de las imágenes.....	79
Figura 37. Mezclador de doble listón horizontal en coordenadas cilíndricas.....	80
Figura 38. Geometría del doble listón helicoidal.....	81
Figura 39. Desplazamiento de los polvos durante una revolución del agitador.....	81
Figura 40. Efecto de la velocidad de rotación sobre el mezclado.....	82
Figura 41. Efecto de la razón de carga sobre el mezclado.....	83
Figura 42. Esquema de formación de película. Partículas AL (almidón), AG (azúcar glass).....	84
Figura 43. Procesamiento para aislar la película de mezcla adherida a la superficie del tanque.....	85
Figura 44. Películas formadas a 50 rpm. A) $f = 0.17$ . B) $f = 0.33$ . C) $f = 0.50$ . Vista lateral del tanque.....	85
Figura 45. Secuencia de imágenes para $N_s = 25$ rpm y $f = 0.17$ .....	95
Figura 46. Secuencia de imágenes para $N_s = 50$ rpm y $f = 0.17$ .....	96
Figura 47. Secuencia de imágenes para $N_s = 75$ rpm y $f = 0.17$ .....	97
Figura 48. Secuencia de imágenes para $N_s = 25$ rpm y $f = 0.33$ .....	98
Figura 49. Secuencia de imágenes para $N_s = 50$ rpm y $f = 0.33$ .....	99
Figura 50. Secuencia de imágenes para $N_s = 75$ rpm y $f = 0.33$ .....	100
Figura 51. Secuencia de imágenes para $N_s = 25$ rpm y $f = 0.50$ .....	101
Figura 52. Secuencia de imágenes para $N_s = 50$ rpm y $f = 0.50$ .....	102

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Descripciones generales de formas de partículas. ....	18
Tabla 2. Capacidad de flujo de polvos con base en la relación de Hausner e Índice de compresibilidad .....	20
Tabla 3. Índices de mezclado. ....	30
Tabla 4. Ventajas y desventajas de los mezcladores por lotes. ....	332
Tabla 5. Estrategia de la experimentación. ....	42
Tabla 6. Distribución del tamaño de partícula.....	42
Tabla 7. Propiedades físicas de los polvos. ....	43
Tabla 8. Propiedades de flujo de los polvos. ....	43
Tabla 9. Propiedades mecánicas de los polvos.....	43
Tabla 10. Humedad y distribución del tamaño de partícula por tamizado para muestras de almidón. ....	45
Tabla 11. Dimensiones del equipo de mezclado. ....	45
Tabla 12. Posición relativa ( $z_r, r_r$ ) de los puntos de muestreo. ....	49
Tabla 13. Códigos de prueba para las secuencias de imágenes. ....	54
Tabla 14. Parámetros del mezclado en función de los índices de mezclado. ....	65
Tabla 15. Efecto de $N_s$ y $f$ sobre la fracción de superficie de la película de mezcla ( $F_s$ ). ....	854

## LISTA DE SÍMBOLOS Y ABREVIATURAS

$A_p$	Área ocupada por la película de mezcla (m <sup>2</sup> )	$s_0^2$	Varianza de mezcla separada
$A_T$	Área de la superficie lateral del tanque (m <sup>2</sup> )	$s_T^2$	Varianza de mezcla distribuida aleatoriamente
$C$	Cohesión (Pa)	$s$	Desviación estándar
$CI$	Índice de compresibilidad (%)	$t$	Tiempo (min)
$CV$	Coefficiente de variación	$t_M$	Tiempo de mezclado (min)
$D[v, 0.5]$	Diámetro mediano de partícula (μm)	$T$	Torque (N-m)
$D_i$	Diámetro del listón interno (m)	$T_T$	Torque promedio (N-m)
$D_o$	Diámetro del listón externo (m)	$\bar{T}_T$	Torque promedio global (N-m)
$D_T$	Diámetro del tanque (m)	$T_R$	Torque residual (N-m)
$f$	Razón de carga	$V$	Volumen del tanque (m <sup>3</sup> )
$F_C$	Fuerza de cohesión (N)	$V_m$	Volumen del lecho de polvo (m <sup>3</sup> )
$F_S$	Fracción superficial	$V_I$	Volumen del agitador (m <sup>3</sup> )
$g$	Aceleración de la gravedad (m/s <sup>2</sup> )	$w_i$	Espesor del listón interno (m)
$H$	Índice de Hausner	$w_o$	Espesor del listón externo (m)
$I$	Momento de inercia (kg-m)	$W_m$	Masa del lecho de polvo (kg)
$K_P$	Constante de proporcionalidad	$W_s$	Peso de la muestra (kg)
$K_{Pe}$	Constante de proporcionalidad efectiva	$W_{sac}$	Peso de azúcar glass (kg)
$K_{Pg}$	Constante de proporcionalidad integral	$\bar{x}$	Media
$K_S$	Constante del modelo de Sato et al.,	$\bar{x}_0$	Proporción de mezclado
$l_c$	Distancia entre centros (m)	$x_{sac}$	Fracción masa de azúcar glass
$L_i$	Longitud del listón interno (m)	$Y$	Valor experimental de la variable dependiente
$L_o$	Longitud del listón externo (m)	$\bar{Y}$	Valor estimado por el modelo
$L_T$	Longitud del tanque (m)	$z$	Posición axial (m)
$m$	Numero de predictores (variables independientes)		
$M_{\circ Bx}$	Medición del refractómetro (°Bx)		
$n$	Numero de experimentos	$\alpha$	Aceleración angular (rad/s <sup>2</sup> )
$n_i$	Numero de pasos del listón interno	$\varepsilon$	Porosidad (%)
$n_o$	Numero de pasos del listón externo	$\epsilon$	Constante del sentido de rotación.
$N$	Numero de muestras	$\varphi$	Coefficiente tasa de mezclado (min <sup>-1</sup> )
$N_\theta$	Numero de revoluciones	$\phi_i$	Angulo de fricción interna
$N_s$	Velocidad rotacional (rpm)	$\theta$	Posición angular
$N_C$	Numero de cohesión	$\mu_i$	Coefficiente de fricción interna.
$N_{Ce}$	Numero de cohesión efectivo	$\rho_b$	Densidad a granel (kg/m <sup>3</sup> )
$N_{Fr}$	Numero de Froude	$\rho_P$	Densidad de partícula (kg/m <sup>3</sup> )
$N_P$	Numero de Potencia	$\rho_t$	Densidad compactada (kg/m <sup>3</sup> )
$p_i$	Ancho de paso del listón interno (m)	$\sigma$	Esfuerzo normal (Pa)
$p_o$	Ancho de paso del listón externo (m)	$\sigma_1$	Esfuerzo de consolidación (Pa)
$P$	Potencia (W)	$\sigma_c$	Esfuerzo compresivo (Pa)
$r$	Posición radial (m)	$\tau$	Esfuerzo de cizalla (Pa)
$s^2$	Varianza	$\omega$	Velocidad angular (rad/s)

### Letras griegas

$\alpha$	Aceleración angular (rad/s <sup>2</sup> )
$\varepsilon$	Porosidad (%)
$\epsilon$	Constante del sentido de rotación.
$\varphi$	Coefficiente tasa de mezclado (min <sup>-1</sup> )
$\phi_i$	Angulo de fricción interna
$\theta$	Posición angular
$\mu_i$	Coefficiente de fricción interna.
$\rho_b$	Densidad a granel (kg/m <sup>3</sup> )
$\rho_P$	Densidad de partícula (kg/m <sup>3</sup> )
$\rho_t$	Densidad compactada (kg/m <sup>3</sup> )
$\sigma$	Esfuerzo normal (Pa)
$\sigma_1$	Esfuerzo de consolidación (Pa)
$\sigma_c$	Esfuerzo compresivo (Pa)
$\tau$	Esfuerzo de cizalla (Pa)
$\omega$	Velocidad angular (rad/s)

## RESUMEN

El mezclado de sólidos es una operación unitaria ampliamente usada en distintas industrias. Sin embargo, el conocimiento disponible es una mezcla entre la experiencia y la ciencia, y es relativamente bajo comparado con el mezclado de líquidos.

En este trabajo se caracterizó por medios estadísticos una mezcla de igual proporción de dos polvos cohesivos de uso alimentario con propiedades de partícula similares, bajo distintas velocidades de rotación de un impulsor de doble listón helicoidal de acero inoxidable instalado en un tanque de mezclado transparente en forma de U. Los resultados mostraron una relación inversa entre el tiempo de mezclado y la velocidad de rotación del impulsor, así como una mayor influencia del flujo axial sobre los gradientes de concentración durante el mezclado.

Por medio de mediciones de torque producido por el impulsor al desplazar la mezcla de polvos dentro del tanque, se relacionó el consumo de potencia con las dimensiones del equipo, las condiciones de operación y las características físicas de la mezcla. El torque producido durante el mezclado aumentó con la carga de polvos y se redujo al aumentar la velocidad de rotación del impulsor. Con base en lo anterior se evaluó un modelo adimensional reportado en la literatura para el mismo sistema y tomando como base ese modelo se desarrolló uno nuevo para relacionar la potencia consumida con la carga de polvos, las fuerzas de inercia y la cohesión de la mezcla.

Con el propósito de comprender el mezclado de polvos cohesivos y su flujo en este tipo de equipo, se obtuvieron secuencias de imágenes con una cámara de alta velocidad. La tinción de uno de los componentes de la mezcla, permitió rastrear y visualizar el mezclado bajo diferentes condiciones de operación. La velocidad con la que ocurre el mezclado aumenta con la velocidad de rotación del agitador y disminuye al aumentar la carga de polvos por mezclar.

Finalmente, se observó la formación de una capa delgada de mezcla sobre la superficie interior del tanque de mezclado a lo largo de su dimensión axial. Este fenómeno fue atribuido principalmente a un efecto electrostático entre las partículas de la mezcla de polvos y la pared del tanque de mezclado. La extensión de esta capa depende de la carga de polvos dentro del tanque de mezclado.

## **ABSTRACT**

Mixing of solids is a unit operation widely used in different industries. However, the available knowledge is a combination of experience and science, and is relatively low compared with mixing of liquids.

In this work, a mixture of equal proportions of two cohesive food powders was characterized by statistical means. The powders had similar particle properties. Mixing was carried out in a horizontal U-shaped transparent tank equipped with a stainless-steel double-ribbon impeller turning at different rotational speeds. An inverse relationship between mixing time and rotational speed of the impeller, and a greater influence of axial flow on the concentration gradients throughout mixing were observed.

Torque measurements during mixing allowed power consumption to be related to equipment dimensions, operating conditions, and physical characteristics of powders. The torque produced during mixing increased with the amount of powder loaded to the mixer and was reduced by increasing the rotational speed of the impeller. On this basis, a dimensionless model previously reported in the literature for the same system was assessed and taken as a starting point to develop a new dimensionless model that relates the power consumed to the amount of powder loaded to the mixer, inertia forces and powder cohesion.

To understand mixing of cohesive powders and their flow in this type of equipment, image sequences were obtained with a high-speed video camera. Staining of one of the components of the mixture allowed the mixing process to be traced and visualized under different operating conditions. The rate of mixing increased with the rotational speed of the impeller and decreased as the amount of powder loaded to the mixer increased.

Finally, a thin layer of powders mixture was formed on the internal surface of the mixing tank along its axial dimension. This phenomenon was primarily attributed to an electrostatic effect between the powder particles and the wall of the tank. The extension of this layer depended on the amount of powder loaded to the mixing tank.

## 1. INTRODUCCIÓN

El mezclado de sólidos es una operación unitaria en la cual dos o más materiales granulares se intercalan en el espacio uno con el otro (Barbosa-Cánovas et al., 2005). Un material granular es un conjunto de partículas sólidas discretas. Los polvos son un tipo de material granular constituido por partículas microscópicas (Duran, 2000). Es una de las operaciones más antiguas y también es una de las menos comprendidas en la ingeniería de procesos (Barbosa-Cánovas et al., 2005). Es esencial en muchas industrias tales como metalúrgica, química, cerámica, cosmética, polimérica, alimentaria y farmacéutica. Mundialmente se producen más de un trillón de kilogramos por año de productos granulares, de los cuales muchos son mezclas (Muzzio et al., 2004).

En la industria alimentaria el mercado de los productos en polvo está creciendo rápidamente alrededor del mundo debido al desarrollo de nuevos productos y pre mezclas en polvo. Debido a que el manejo de productos en polvo proporciona soluciones tecnológicas, ya que son relativamente fáciles de conservar, transportar y almacenar (Bhandari, 2013). El objetivo del mezclado es reducir gradientes en propiedades tales como la concentración, color, textura o sabor entre diferentes partes de un sistema, a través del movimiento de los componentes (Uhl & Gray, 1986). Debido a esto la calidad de una mezcla en polvo depende de su homogeneidad. Las características de los polvos que constituyen una mezcla afectan el desempeño del mezclado. La capacidad de flujo de un polvo es una característica que permite diferenciar en dos categorías a los polvos: de flujo libre y cohesivos, estos últimos aumentan la complejidad del comportamiento respecto al flujo y por ende el mezclado (Kaye, 1997). En ocasiones el mezclado es logrado simplemente colocando los componentes en un contenedor común, mientras que en otros casos se requiere un gran consumo energético para poner en movimiento los componentes de la mezcla. Mezclar es más difícil de definir y evaluar con polvos que con fluidos debido a esto los casos de mezclado donde se involucra un fluido, e.g. líquido-sólido, líquido-líquido, han sido ampliamente estudiados, en cambio el conocimiento disponible en el mezclado de sólidos es una combinación empírica y científica (Barbosa-Cánovas et al., 2005).

El mezclado puede llevarse a cabo por un gran número de equipos continuos y por lotes, los cuales se encuentran disponibles en el mercado. Sin embargo, los procesos de mezclado no siempre son diseñados con la atención adecuada. Esto provoca una pérdida financiera importante que surge de las siguientes maneras. Si la calidad de la mezcla es baja, el producto final no cumplirá los estándares del mercado afectando el precio del producto. Además, si el producto final es una materia prima de otro proceso, éste será rechazado al no cumplir las especificaciones del cliente (Weineötter & Gericke, 2000). En otros casos, la calidad de la mezcla es satisfactoria, pero el trabajo para producir la mezcla es muy grande. Esto se debe principalmente a dos causas: la primera es originada por la resistencia al movimiento de los polvos que componen la mezcla, generando mayor consumo de potencia del equipo de mezclado. La segunda causa se atribuye a un tiempo de mezclado excesivo, el excedente repercutirá en la potencia consumida. También puede afectar las propiedades del producto final (Weineötter & Gericke, 2000).

Con base en lo anterior se entiende que un proceso de mezclado satisfactorio producirá una mezcla uniforme en un tiempo mínimo y con el menor costo de operación. Para lograr este punto óptimo en un proceso de mezclado es necesario caracterizarlo en su totalidad (Barbosa-Cánovas et al., 2005). Es decir, la caracterización del equipo, los componentes en polvo, el tiempo de mezclado y la cantidad de energía suministrada para realizarlo. Correlaciones de entre estas

variables permiten predecir el desempeño del equipo de mezclado. Solo unas cuantas correlaciones de mezclado de sólidos han sido publicadas en comparación con los sistemas fluidos (Gijón-Arreortúa & Tecante, 2014). Los diferentes mecanismos por los cuales ocurre el mezclado de sólidos son difusión, convección o una combinación de ambos. La difusión es el cambio de lugar completamente aleatorio de partículas individuales. La convección produce un movimiento de grandes grupos de partículas de un lugar a otro, p. ej. macro mezclado (Weineötter & Gericke, 2000).

El estudio del mecanismo de mezclado en polvos permite describir el movimiento de las partículas de polvo dentro del mezclador, es decir, su flujo. Las pruebas de visualización del flujo proveen información del movimiento de partículas y las regiones de interés dentro del sistema. Los patrones de flujo dependen del tipo de mezclador (Brown & Middleton, 2004). En sistemas fluidos existen diversas técnicas para realizar estos estudios. La captura de imágenes en secuencia es una técnica usada para medir fluctuaciones en el flujo y las interacciones entre sistemas con varios agitadores. A través de este tipo de estudios se pueden originar mejoras en el diseño de los equipos y en los distintos métodos de simulación del mezclado.

El presente trabajo describe la caracterización de un proceso de mezclado de dos polvos cohesivos, llevado a cabo en un mezclador de doble listón horizontal, observando los efectos de las condiciones de operación en el tiempo de mezclado y el consumo de potencia del equipo, así como la visualización y descripción del proceso, buscando extender los conocimientos disponibles respecto al flujo y mezclado en este tipo de sistemas.

## **2. FUNDAMENTOS**

### **2.1 Polvos: Definición y clasificación**

Los materiales granulares son conjuntos de partículas sólidas discretas caracterizados por la pérdida de energía cuando las partículas interactúan entre sí (Duran, 2000). Los polvos son materiales granulares cuyas partículas tiene un diámetro menor de 100  $\mu\text{m}$ . Actualmente se ha propuesto una distinción adicional entre polvos granulares; 10 a 100  $\mu\text{m}$ , polvos superfinos; 1 a 10  $\mu\text{m}$ , y polvos hiperfinos; 0.1 a 1  $\mu\text{m}$  (Duran, 2000). Las partículas que constituyen un polvo suelen ser creadas a partir de sólidos mediante procesos de molienda, trituración, desgaste y pulverización, mientras que a partir de líquidos ocurren mediante procesos de secado, precipitación y cristalización (Bhandari, 2013). La capacidad para fluir de un polvo permite diferenciar entre dos principales clases de polvos:

1. Polvos de flujo libre: son aquellos que no forman agregados entre sí representados por sistemas como la arena seca y polvos metálicos.
2. Polvos cohesivos: están constituidos por partículas finas agregadas unas a otras por fuerzas de cohesión tales como las fuerzas electrostáticas y puentes líquidos causados por la humedad (Kaye, 1997). Muchos de los polvos elaborados en la industria alimentaria son de este tipo, tales como la cocoa, la harina y el almidón.

Los polvos son estudiados como un sistema disperso, que consta de una fase dispersa de partículas sólidas de diferentes tamaños y un gas como la fase continua. La mezcla de materiales en polvo depende de las propiedades de una partícula como una entidad individual, las propiedades del conjunto de las partículas (granel), y las interacciones entre estos conjuntos y su ambiente (Barbosa-Cánovas et al., 2005).

### **2.2 Propiedades de partícula**

El estudio de las propiedades de un polvo como elementos discretos individuales denominados partículas, define un gran número de características de comportamiento del polvo como un todo, además influye en el procesamiento y la calidad de un producto. Las propiedades de partícula se utilizan principalmente para la evaluación cualitativa del comportamiento de las suspensiones y polvos. Algunas de las propiedades más importantes de partícula son: distribución de tamaño, forma, composición, estructura interna y densidad de partícula (Fitzpatrick, 2013).

#### **2.2.1 Composición química y estructura molecular**

La composición química y la estructura a nivel molecular de las partículas influyen en las interacciones que ocurren entre las partículas de un polvo, así como las interacciones entre las partículas y el medio al que se encuentran expuestas, debido a esto, un gran número de propiedades a granel y de partícula dependen de estos parámetros. En un polvo la composición química se describe de dos maneras: la composición de la superficie de las partículas y la composición a granel. La composición de la superficie afecta las propiedades que se ven influenciadas por fenómenos superficiales como fuerzas de atracción superficiales y absorción. Mientras que la composición a granel generalmente es una medida de la calidad del producto, también tiene un efecto en propiedades como la densidad en granel (Bhandari, 2013). La estructura molecular de las partículas de un polvo puede ser amorfa, cristalina o semicristalina (Bhandari, 2013).

- **Cristalina:** La forma cristalina presenta una disposición molecular estrecha. Sólo las moléculas en la interface aire-cristales pueden interactuar con materiales externos tales como el agua. Termodinámicamente, la forma cristalina se encuentra en el nivel más bajo de energía o estado de equilibrio estable Hartel (2001).
- **Amorfa:** Las moléculas en el estado amorfo están desordenadas, más abiertas y porosas. Una molécula individual posee más sitios para interacciones externas, por lo que son capaces de absorber sustancias volátiles. Una estructura amorfa puede absorber agua fácilmente. El estado amorfo es un estado de no equilibrio, su estructura puede sufrir cristalización o la relajación estructural para lograr una condición de equilibrio (Yu, 2001).
- **Semicristalina:** En los polvos mixtos estructurados existen regiones amorfas y cristalinas en las partículas de polvo (Bhandari, 2013).

El arreglo de las moléculas en las partículas de un polvo tiene un impacto en propiedades como la forma, el tamaño y la densidad, entre otras.

### 2.2.2 Forma y tamaño

La forma de las partículas se puede evaluar cualitativamente mediante el uso de palabras como esférica, en forma de aguja, en forma de placa y otras. La simple definición de la forma no es lo suficientemente precisa para evaluar los diferentes métodos de medición del tamaño de partícula o para incorporarlos como parámetros en las ecuaciones donde las formas de las partículas no son las mismas (Allen, 1981). La forma puede ser utilizada como un parámetro de clasificación como se muestra en la Tabla 1.

Tabla 1. Descripciones generales de formas de partículas. Adaptada de Allen (1981).

Nombre	Descripción
Acicular	Forma de aguja
Angular	Aproximadamente forma poliédrica
Cristalino	Forma geoméricamente regular con planos simétricamente arreglados.
Dendrítica	Forma cristalina ramificada
Fibrosa	Filiforme regular o irregular
Escamosa	Forma de placa
Granular	Aproximadamente forma irregular equidimensional
Irregular	Carece de simetría modular
Redondeada	Irregular de bordes redondeados
Esférica	F Forma regular similar a una esfera.

El tamaño de partícula es una de las propiedades más importantes e influye en muchos aspectos del comportamiento del polvo a granel. El término diámetro a menudo es usado para referirse a la dimensión lineal característica de las partículas (Barbosa-Cánovas et al., 2005). Aunque en el caso de las partículas de formas irregulares, las dimensiones cambian a medida que rota la partícula. La necesidad de describir el tamaño de una partícula irregular origina el concepto de diámetro esférico equivalente, en el cual una propiedad física de la partícula, e.g. volumen, superficie, se relaciona con la una esfera que tendría la misma propiedad (Holdich, 2002). Las partículas en un polvo por lo general no tienen el mismo tamaño, por lo tanto, es necesario describir la distribución de tamaño de partícula. Los métodos para medir la distribución de tamaño de partícula son: tamizado, técnicas de conteo microscópicas, sedimentación y

técnicas fotométricas (Barbosa-Cánovas et al., 2005). Las distribuciones de tamaño de partícula pueden ser representadas como histogramas, donde las fracciones son graficadas en función de incrementos discretos del tamaño de partícula.

Existen tres importantes medidas de tendencia central para una distribución de tamaño de partícula, estas son: la moda, la mediana y la media. La moda es el valor del tamaño con mayor frecuencia, representada por el pico en el diagrama de frecuencia. Algunas distribuciones pueden tener más de un pico y se conocen como distribución multimodal. La mediana es el valor del tamaño donde el 50 % de las partículas son más grandes o más pequeñas que dicho valor. Hay muchas definiciones de la media en la medición de tamaño de partícula (como la aritmética, geométrica y medias armónicas), sin embargo, la media aritmética es la de mayor uso (Fitzpatrick, 2013). Los procesos de obtención de los polvos, e.g. reducción, molienda, las materias primas y el manejo subsecuente del polvo influyen en el tamaño y la forma. El manejo de los polvos afecta la forma y el tamaño ya que puede producir "atrición" considerada como la reducción de tamaño debido a la fractura de partículas de mayor tamaño (Bhandari, 2013).

### **2.2.3 Densidad de partícula**

La densidad de una partícula ( $\rho_p$ ) se define como su masa dividida por su volumen total. Las partículas generalmente tienen cierto grado de porosidad definido por las grietas, defectos, huecos, y poros cerrados, lo cual representa un problema al medir el volumen total. Existen diferentes definiciones de la densidad de partícula y dependen de las consideraciones realizadas al medir el volumen total (Barbosa-Cánovas et al., 2005).

## **2.3 Propiedades como un conjunto de partículas o a granel**

Las propiedades a granel de un polvo son función del polvo como un todo, es decir su proceso de elaboración, las materias primas y consecuentemente de las propiedades individuales de las partículas y sus interacciones (Barbosa-Cánovas et al., 2005; Duran, 2000). Las interacciones superficiales entre partículas se pueden categorizar como fuerzas de fricción y de cohesión (Bhandari, 2013).

### **2.3.1 Fuerzas de fricción y de cohesión**

Si dos partículas están en contacto a través de una interfaz, la fricción será la tendencia de la interfaz para resistir el movimiento relativo de estas partículas en cualquier dirección que es tangencial a la interfaz bajo condiciones de presión normal. Esta resistencia se puede atribuir a la estructura superficial de las partículas, es decir si la superficie presenta asperezas (Rao & Not, 2008). Cuando no exista una presión normal, pueden existir fuerzas entre las partículas como resultado de la cohesión, aunque las fuerzas cohesivas se vuelven mucho más fuertes con el aumento de la presión normal (Bhandari, 2103). La cohesión es la tendencia de las partículas a adherirse entre sí debido a la acción de fuerzas de atracción entre partículas (Rao & Not, 2008), estas pueden ser fuerzas de van der Waals, fuerzas electrostáticas, puentes líquidos y sólidos, las cuales pueden actuar de manera simultánea en las partículas de un polvo (Bhandari, 2013).

- Fuerzas de van der Waals: Ocurren debido a la atracción electrostática de los núcleos de una molécula a los electrones de la otra. Las fuerzas de van der Waals se vuelven predominantes en partículas pequeñas mientras que en las partículas más grandes las fuerzas de gravedad tienen mayor influencia.
- Fuerzas electrostáticas: Son de la misma naturaleza que las fuerzas de van der Waals (Feng & Hays, 2003). Las cargas eléctricas superficiales entre partículas son el resultado de la energía disipada por colisiones mutuas o fricción (Duran, 2000). Las partículas que tienen un exceso de electrones son atraídas a las partículas pobres en electrones para equilibrar la carga originando la cohesión o adhesión de las partículas. El exceso de electrones no puede ser disipado debido a la mala conductividad de las partículas de polvo.
- Puentes líquidos: Se producen debido a la migración de líquidos a la superficie de las partículas. El secado o cristalización del líquido después de la formación del puente convierte el puente líquido en un puente sólido (Bhandari, 2013).

### **2.3.2 Contenido de humedad**

El contenido de humedad es de suma importancia en el manejo de un polvo. Depende de la estructura molecular, composición química, forma, superficie y porosidad de las partículas que constituyen las partículas de un polvo. A su vez estas propiedades influyen en la higroscopicidad, es decir la capacidad de las partículas para absorber humedad del ambiente. El aumento del contenido de humedad se asocia con el aumento de las fuerzas cohesivas, principalmente debido a la formación de puentes líquidos entre las partículas (Barbosa-Cánovas et al., 2005). Lo cual puede propiciar fenómenos como el apelmazamiento y adhesión a las superficies. El contenido de humedad puede ser una especificación del producto final. Se determina principalmente mediante técnicas gravimétricas y se expresa como la relación entre la masa de agua contenida en el polvo y el peso total del polvo en base húmeda o el peso seco del polvo en base seca. En el manejo y empaque de un producto en polvo deben considerarse factores ambientales tales como la humedad relativa y la temperatura.

### **2.3.3 Densidad y porosidad de un polvo**

La medida de la densidad a granel de un polvo es una propiedad importante de procesamiento que puede emplearse como especificación de un producto final. Cuando se tiene un recipiente de volumen conocido y se llena con una masa de polvo, la densidad a granel (suelta) ( $\rho_b$ ) será la relación entre la masa y el volumen. Si el recipiente fuese golpeado desde la parte superior las partículas se reacomodarían por vibración vertical, es decir las partículas de polvo se asentarían reduciendo el volumen ocupado y por ende aumentando la densidad, esto origina el concepto de la densidad compactada de un polvo ( $\rho_t$ ), aunque normalmente esta es determinada en una máquina de impactos (Barbosa-Cánovas et al., 2005). El reacomodo de las partículas ocurre por cambios en la distribución espacial.

La distribución espacial de las partículas, dentro de un polvo no es continua, es decir, un volumen definido de polvo no está conformado en su totalidad por partículas debido a los espacios que existen entre estas. La distribución espacial y por ende los espacios entre partículas

dependen de las propiedades individuales de partícula, así como de sus interacciones. Con base en lo anterior se establece el concepto de porosidad ( $\varepsilon$ ) expresada como una fracción entre el volumen de espacios dentro de un polvo y su volumen total (Barbosa-Cánovas et al., 2005). La relación entre la porosidad y la densidad a granel de un polvo puede obtenerse mediante el siguiente balance de masa

$$\rho_b = \rho_p(1 - \varepsilon) + \rho_a\varepsilon \quad [1]$$

En esta ecuación  $\rho_p$  y  $\rho_a$  son la densidad de partícula y del aire, respectivamente. La densidad del aire es muy pequeña comparada con la densidad de un polvo por lo cual puede ser despreciada. En la práctica son comunes las mediciones de la densidad de partícula y de un polvo, por lo que la porosidad se puede determinar mediante la siguiente ecuación

$$\varepsilon = \frac{\rho_p - \rho_b}{\rho_p} \quad [2]$$

## 2.4 Capacidad de flujo de un polvo

En el procesamiento de polvos existen distintas operaciones que involucran su flujo, por ejemplo, mezclado, transporte, fluidización entre otros (Prescott & Barnum, 2000). El comportamiento de un polvo respecto al flujo, es decir, su capacidad para fluir depende de las propiedades de partícula, así como las fuerzas de gravedad, fricción, cohesión, p. ej. atracción entre las partículas, y adhesión, p. ej. atracción entre las partículas y la pared del contenedor (Barbosa-Cánovas et al., 2005). En el estudio de materiales granulares fluir significa que un sólido granular está siendo deformado plásticamente por la acción de esfuerzos sobre él. La magnitud del esfuerzo necesario para fluir es una medida de la capacidad de flujo (Schulze, 2008). Con base en lo anterior se origina el enfoque del estudio del flujo de polvos a través de sus propiedades mecánicas. Cuando no se cuenta con el equipo necesario para medir dichas propiedades, se pueden estimar índices de flujo relacionados con propiedades físicas tales como la densidad.

### 2.4.1 Relación de Hausner e índice de compresibilidad

La determinación de la densidad de un polvo, suelta  $\rho_b$  y compactada  $\rho_t$ , permite estimar parámetros relacionados con el flujo. Uno de ellos es la relación de Hausner (H) definida por la siguiente ecuación

$$H = \frac{\rho_t}{\rho_b} \quad [3]$$

Se basa en que un polvo cohesivo presenta fuerzas entre partículas, si son muy fuertes superarán a la fuerza de gravedad, generando espacios de mayor tamaño entre sus partículas. Al medir la densidad compactada se aplica una fuerza de impacto que supera las fuerzas interparticulares, reduciendo los espacios y por ende aumentando la densidad (Fitzpatrick, 2013). El índice de compresibilidad es una medida de la susceptibilidad del polvo a consolidarse, está estrechamente relacionado con el índice de Hausner (Amidon et al., 2009).

$$CI = \frac{\rho_t - \rho_b}{\rho_b} \cdot 100 \quad [4]$$

$$CI = \frac{H - 1}{H} \cdot 100 \quad [5]$$

La Tabla 2 relaciona el carácter de flujo de un polvo con la relación de Hausner y el índice de compresibilidad.

Tabla 2. Capacidad de flujo de polvos con base en la relación de Hausner e Índice de compresibilidad. Adaptada de Amidon et al. (2009).

Fluidez	Relación de Hausner	Índice de compresibilidad
Excelente	1.00 - 1.11	≤10
Buena	1.12 - 1.18	11 – 15
Justa	1.19 - 1.25	16 – 20
Pasable	1.26 - 1.34	21 – 25
Baja	1.35 - 1.45	26 - 31
Muy baja	1.46 - 1.59	32 – 37
Extremadamente baja	>1.60	>38

### 2.4.2 Ángulo de reposo

Un polvo puede fluir por acción de la gravedad al dejarlo caer de una determinada altura. Si el polvo incide sobre una superficie plana comenzará a amontonarse en forma de cono. El ángulo de reposo será el ángulo formado por la pendiente del montón de polvo y el plano horizontal (Barbosa-Cánovas et al., 2005). El ángulo de reposo se relaciona con las fuerzas interparticulares, y la resistencia al movimiento de las partículas (Amidon et al., 2009). Esta propiedad puede indicar a *grosso modo* la capacidad de flujo de pequeñas cantidades de polvo que no han sido sometidos a procesos de compresión (Barbosa-Cánovas et al., 2005). Ángulos cerca de 35° indican polvos de flujo libre, entre 35° y 45° polvos ligeramente cohesivos, entre 45° y 55° polvos cohesivos y superiores a 55° polvos altamente cohesivos con una capacidad de flujo muy limitada (Carr, 1976). Este tipo de índices tales como la relación de Hausner, el índice de compresibilidad, el ángulo de reposo entre otros son métodos meramente empíricos (Fitzpatrick, 2013). Las propiedades mecánicas de un polvo determinadas por las relaciones esfuerzo-deformación tienen una base más fundamentada (Amidon et al., 2009).

## 2.5 Flujo como función de las propiedades mecánicas

El comportamiento mecánico de un material refleja la relación entre la deformación de dicho material sometido a una carga o fuerza aplicada. La deformación de un material puede ser elástica o plástica. En la deformación elástica el material recupera su forma original al liberar la carga aplicada, mientras que en la deformación plástica no (Callister & Rethwisch, 2008). En sólidos granulares como los polvos el flujo es el resultado de la deformación plástica (Schulze, 2008).

### 2.5.1 Condición de falla y sus propiedades

Para fluir, un polvo necesita fallar o colapsarse, es decir, vencer las fuerzas de resistencia como la cohesión y la fricción. Estas fuerzas tienen que ser menores que la fuerza aplicada (Barbosa-Cánovas et al., 2005). En el estudio de las propiedades mecánicas, éstas fuerzas son medidas a través de equipos que someten a una muestra de polvo a distintos esfuerzos. Por ejemplo, en una prueba de compresibilidad uniaxial (Fig. 1), un cilindro hueco de área transversal (A) es llenado con un sólido granular y sometido a un esfuerzo ( $\sigma_1$ ) (esfuerzo de consolidación) en la dirección vertical. La compresibilidad depende del volumen reducido, por lo tanto, se notará

un aumento en la densidad a granel del polvo y un aumento en la fuerza del sólido granular el cual formará una estructura compacta. Si se remueve el cilindro y se aplica un esfuerzo con un incremento gradual, la estructura formada por el sólido granular se quebrará (falla) a un cierto esfuerzo; este esfuerzo se denomina esfuerzo compresivo o límite elástico no confinado  $\sigma_c$  (Schulze, 2008).

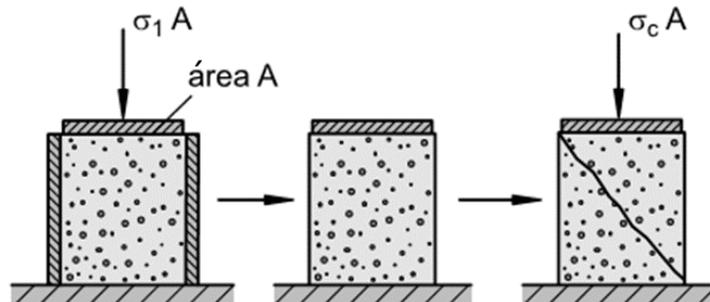


Figura 1. Prueba de compresión uniaxial.  $\sigma_1$ : Esfuerzo de consolidación.  $\sigma_c$ : Esfuerzo cohesivo. Adaptada de Schulze (2008).

En el estudio de los materiales granulares, el quiebre o falla se conoce como flujo incipiente (Schulze, 2008) y es un parámetro que define muchas propiedades mecánicas conocidas como propiedades de falla. Las propiedades básicas que describen la condición de falla son:

- Ángulo de fricción de pared: Ángulo de fricción entre dos superficies sólidas donde una de ellas es un polvo y la otra el material donde se confinará el polvo (tubería, tolva, tanque).
- Ángulo de fricción interna ( $\phi_i$ ): Es una medida de la fricción interna de las partículas y depende de las propiedades individuales de las partículas y de las interacciones entre ellas.
- Función de falla: Gráfico que muestra la relación entre el límite elástico no confinado ( $\sigma_c$ ) y el esfuerzo mayor de consolidación ( $\sigma_1$ ).
- Cohesión (C): Cuando no existe un esfuerzo normal actuando sobre el polvo, aún existen fuerzas de atracción entre las partículas que oponen resistencia al flujo, y esto se llama cohesión (Fitzpatrick, 2013).
- Resistencia máxima a la tracción ( $T_1$ ): Representa la fuerza mínima requerida para causar la separación de la estructura del polvo sin mayores perturbaciones de partícula dentro del plano de falla (Barbosa-Cánovas et al., 2005).

### 2.5.2 Pruebas de cizalla

La prueba de compresión uniaxial presenta dificultad para llevarse a cabo en materiales granulares de partículas finas como los polvos y no permite estimar la fricción interna y de pared. Para medir las propiedades de falla de un polvo, se utilizan equipos que constan de una celda donde se aplican esfuerzos de cizalla además de los esfuerzos normales tales como las celdas de Jenike (Schulze, 2008). La Figura 2 es un ejemplo de la celda de Jenike de rotación.

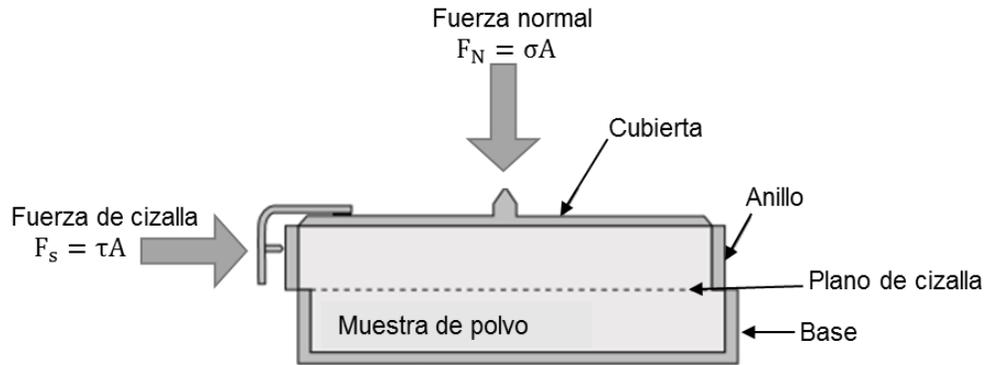


Figura 2. Celda de cizalla de Jenike. Adaptada de Fitzpatrick (2013).

En una prueba empleando la celda de cizalla de Jenike, una muestra de polvo es sometida verticalmente a una carga de compactación normal  $\sigma_{pre}$  a este paso se conoce como consolidación (Amidon et al., 2009; Barbosa-Cánovas et al., 2005).

El siguiente paso es el precizallamiento en el que se aplica de manera continua una fuerza de cizalla hasta alcanzar el estado estacionario indicando el flujo plástico de la muestra como se muestra en la Figura 3. Este valor corresponde al esfuerzo de cizalla ( $\tau_{pre}$ ) para un determinado esfuerzo normal  $\sigma_{pre}$  constituye el primer punto del gráfico de fluencia o *yield locus* (Barbosa-Cánovas et al., 2005).

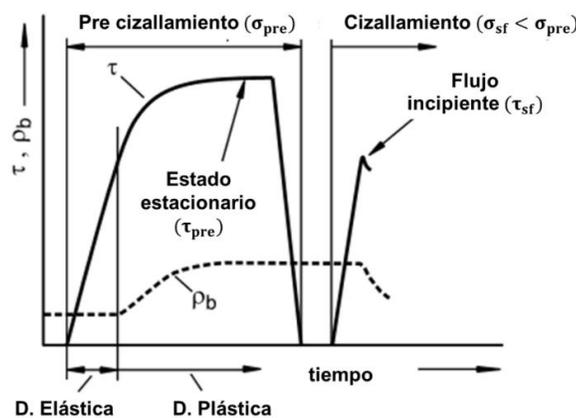


Figura 3. Historial de una muestra de polvo sometida a una prueba de cizalla.  $\tau$  (esfuerzo de cizalla),  $\rho_b$  (densidad del polvo). Adaptada de Schulze (2008).

Posteriormente se libera la muestra del esfuerzo de cizalla al que fue sometida. Finalmente, en el cizallamiento se aplica una fuerza normal ( $\sigma_{sf}$ ), menor a la fuerza normal aplicada en la consolidación ( $\sigma_{pre}$ ), y se inicia nuevamente el esfuerzo de cizalla hasta que su valor decrece de un máximo indicando la fractura de la muestra en el plano de cizallamiento y por ende el flujo incipiente. Esto puede ser observado en la Figura 4. Este valor del esfuerzo de cizalla se define como ( $\tau_{sf}$ ) de la muestra de polvo. Dicho valor, con su respectivo esfuerzo normal, establece otro punto en el gráfico de fluencia, este proceso se repite hasta obtener cinco o seis puntos en el gráfico. (Barbosa-Cánovas et al., 2005; Amidon et al., 2009). La Figura 4 muestra los gráficos de

fluencia para distintos polvos obtenidos al graficar el esfuerzo de cizalla en función del esfuerzo normal. El primer punto de izquierda a derecha corresponde al valor del pre cizallamiento ( $\sigma_{pre}$ ,  $T_{pre}$ ).

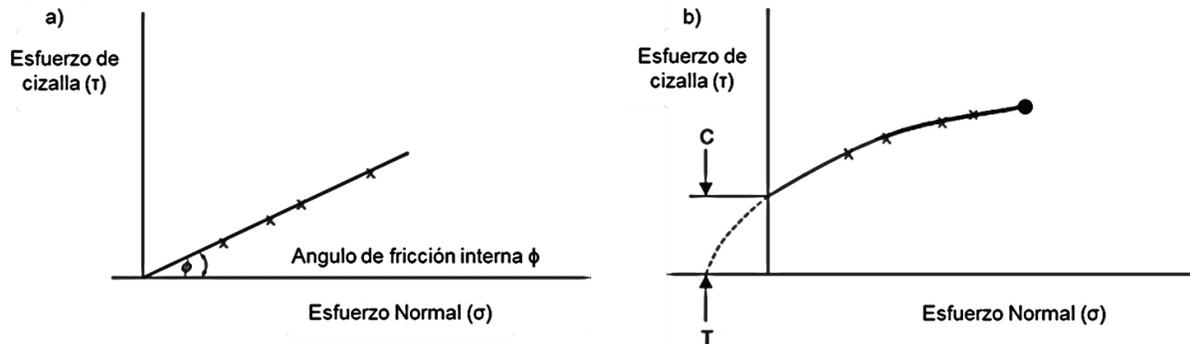


Figura 4. Gráfico de fluencia para distintas muestras de polvos. a) Polvo de flujo libre. b) Polvo cohesivo. Adaptada de Barbosa-Cánovas (2005).

En el caso de los polvos de flujo libre, su comportamiento corresponde a una recta con intersección en el origen cuya inclinación representa el ángulo de fricción interna ( $\phi_i$ ). Esta relación está representada por

$$\tau = \tan(\phi_i) \sigma \quad [6]$$

La  $\tan(\phi_i)$  representa el coeficiente de fricción interna (Müller, 1983). Mientras que para los polvos cohesivos el comportamiento presenta una curvatura ligeramente convexa hacia arriba, la curvatura aumenta para esfuerzos normales pequeños. En el gráfico de fluencia para polvos cohesivos se puede obtener la cohesión del polvo (C), mediante la extrapolación de la intersección con el eje de las ordenadas y la resistencia máxima a la tracción ( $T_r$ ) extrapolando la intersección con el eje de las abscisas (Schulze, 2008). Debido a la curvatura del gráfico de fluencia en el caso de los polvos cohesivos, el ángulo de fricción interna no es un único valor como en el caso de los polvos de flujo libre y varía a lo largo de los puntos del gráfico de fluencia. Se determina como el arco tangente de la pendiente de la recta que pasa por el origen y un punto del gráfico de fluencia, sin embargo para fines prácticos, se reporta un solo ángulo de fricción interna de la curva linealizada., (Schulze, 2008).

## 2.6 Mezclado de sólidos

Una mezcla es un sistema material formado por dos o más componentes unidos, pero no combinados químicamente (Atkins & De Paula, 2006). El objetivo de una mezcla es reducir gradientes en la composición u otras propiedades mediante el movimiento de los componentes (Uhl & Gray, 1986). El estado físico de los componentes, sólido, líquido o gas, de la mezcla permite categorizar los sistemas de estudio en el mezclado. Entre estos sistemas se encuentra el mezclado de sólidos puro, es decir, todos los componentes de la mezcla son sólidos granulares (Weineötter & Gericke, 2000). El mezclado de sólidos es una operación unitaria llevada a cabo en diversas industrias, para obtener un producto final o como parte de un proceso. En el mezclado de sólidos se requiere el movimiento de los componentes con el fin de alcanzar el nivel deseado de homogeneidad. El mezclado ocurre cuando dos partículas distintas cambian sus posiciones relativas en respuesta al movimiento.

El mezclado de polvos de flujo libre, difiere del mezclado de polvos cohesivos en que en este es más difícil generar el movimiento de polvos cohesivos y de separar partículas unidas de un componente y mezclarlo con las partículas del otro componente (Barbosa-Cánovas et al., 2005). Por ello la capacidad de flujo de un polvo es una variable de suma importancia en el estudio de este proceso. Por ejemplo, en un polvo de flujo libre se tiene una mayor tendencia a la segregación, mientras que un polvo cohesivo puede formar aglomerados (Bridgewater, 2012). El mezclado de sólidos es afectado principalmente por el tiempo, las características de los componentes, el diseño del mezclador, incluyendo, tamaño, forma, geometría del agitador y velocidad de rotación, y el tipo de polvos que están siendo mezclados, así como sus características; forma, tamaño, capacidad de flujo (Cuq, 2013). A fin de entender el proceso de mezclado en esta sección se definen los mecanismos por los cuales ocurre el mezclado, los tipos de mezclas, el fenómeno de segregación.

### **2.6.1 Mecanismos del mezclado**

Se han reconocido tres mecanismos en el mezclado de sólidos, convección, difusión y cizalla. Durante el mezclado de polvos existen interacciones complejas entre dos o más de estos mecanismos. En el mezclado convectivo la circulación de flujo de los polvos es causada por el movimiento del equipo mezclador, o un flujo de gas. Este mecanismo contribuye principalmente al mezclado macroscópico de mezclas en polvo. Durante la convección el volumen total de la mezcla es dividido continuamente en grupos de partículas, los cuales cambian de posición y se incorporan nuevamente a la mezcla, debido al funcionamiento del mezclador (Weineötter & Gericke, 2000). Tales grupos se mueven a tasas relativamente altas, desplazándose entre sí. El tamaño de los grupos no se ha relacionado con la geometría de los mezcladores, ni se ha evaluado a partir de la mecánica de flujo (Bridgewater, 2012). Durante el mezclado convectivo no se esperan cambios a escala microscópica (Barbosa-Cánovas et al., 2005).

El mezclado difusivo es causado por el movimiento aleatorio de partículas individuales de polvo, es decir, promueve el mezclado en la escala de tamaño de las partículas (micro mezclado) como se muestra en la Figura 5. Previo al mezclado, los polvos cohesivos, generalmente se encuentran bajo cierto grado de consolidación debido a la cohesión y otros esfuerzos causados durante el manejo. Una vez iniciado el mezclado el material es distribuido sobre la superficie y como resultado se generan nuevos sitios de contacto entre las partículas intercalándose individualmente con otras distintas. De esta manera ocurre la difusión de partículas. La tasa de mezclado de este mecanismo es baja comparada con el mecanismo convectivo. La difusión pura, cuando es realizable, produce mezclas muy buenas a nivel de partículas individuales, pero a una tasa excesivamente baja. No es un proceso físico con una ecuación gobernante como ocurre con la difusión molecular en fluidos. Los sistemas de sólidos granulares solo difundirán como resultado del movimiento causado por la gravedad u otro medio mecánico (Barbosa-Cánovas et al., 2005; Bridgewater, 2012).

Al iniciar el mezclado existen grandes grupos de partículas que están compuestos de un solo componente cuya proporción se verá reducida conforme avance la operación, debido a la incorporación de otro componente (Fig. 6). Una región “vecina” es aquella donde existe una superficie de contacto entre dos grupos de partículas distintas. La convección aumenta el número de regiones vecinas entre los componentes de la mezcla, estas a su vez promueven los procesos de intercambio difusivo (Weineötter & Gericke, 2000).

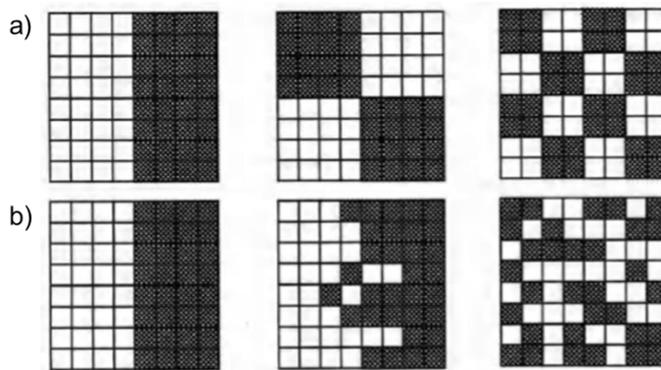


Figura 5. Mecanismos de mezclado. a) Convección, b) Difusión. Adaptada de Weineötter & Gericke (2000).

El mezclado de cizalla es inducido por el intercambio de cantidad de movimiento entre las partículas de los polvos que componen la mezcla. Cuando ocurre el mezclado convectivo en un polvo, se desarrollan regiones estrechas llamadas zonas de deslizamiento o planos deslizables. En estas zonas, el gradiente de velocidad y la distribución de velocidades diferencial, son altos. El gradiente se desarrolla alrededor del agitador y las paredes del tanque, también se desarrolla en la capa de polvo formada en las superficies de algunos mezcladores. Fuera de estas zonas, los grupos de partículas se mueven casi como bloques. Mientras que por dentro de dichas zonas se rompen. La ruptura de los aglomerados se vincula a una alta deformación por esfuerzo de cizalla, la cual comprime y extiende los grupos de partículas. El mezclado de cizalla puede enriquecer el mezclado semi-microscópico (O'Bridgewater, 2012). Otros mecanismos tales como la segregación pueden involucrarse durante el movimiento de partículas.

### 2.6.2 Tipos de mezclas

Una mezcla perfectamente homogénea es aquella en la que las partículas de diferentes componentes se alternan entre sí, mientras que ninguna partícula del mismo componente colinda directamente con otra igual (Figura 6-a). Una mezcla perfecta es un estado altamente ordenado y meramente hipotético en la práctica (Muzzio et al., 2004). La realidad del mezclado de sólidos es otra, ya que las mezclas reales tienden a mostrar al menos cierto grado de heterogeneidad, debido a un mezclado incompleto y a los fenómenos de aglomeración y segregación (Barbosa-Cánovas et al., 2005). Con base en lo anterior, las mezclas reales pueden ser clasificadas en tres tipos principales: aleatoria, ordenada y segregada (Rhodes, 1998).

La mezcla aleatoria (Fig. 6-b) es aquella en la que la probabilidad de que una partícula perteneciente a la mezcla es estadísticamente independiente de la naturaleza de sus vecinos (Muzzio et al., 2004). También se puede definir como la mezcla en la que la probabilidad de encontrar una partícula de un constituyente de la mezcla es la misma para todos los puntos. Si se tiene una mezcla de dos o más componentes, la probabilidad de encontrar partículas de un componente, está relacionada directamente con la proporción de dicho componente en la mezcla (Barbosa-Cánovas et al., 2005).

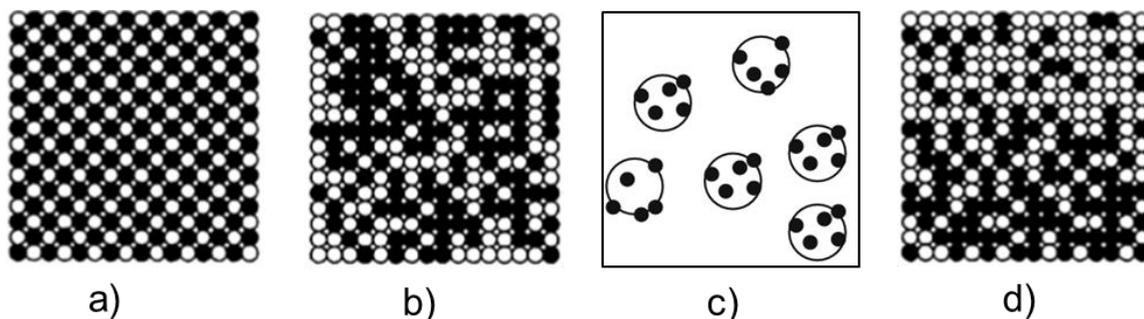


Figura 6. Tipos de mezclas. a) Mezcla perfecta, b) Mezcla aleatoria, c) Mezcla ordenada, d) Mezcla segregada. Adaptada de Barbosa-Cánovas et al. (2005).

Mezcla ordenada: En mezclas de polvos cohesivos donde existen fuerzas interparticulares, es común observar la formación de aglomerados resultantes de la interacción de partículas de componentes iguales y distintos. Esto origina el concepto de mezcla ordenada la cual es una mezcla de polvos finos en la que se forman aglomerados entre partículas de distintos componentes (Muzzio et al., 2004). Regularmente pequeñas partículas con un diámetro menor de 5  $\mu\text{m}$  se adhieren a la superficie de una partícula de mayor tamaño de manera controlada (Rhodes, 1998). En el caso ideal la partícula grande tiene el mismo número de partículas pequeñas adheridas, alcanzando un alto grado de homogeneidad en la mezcla. En la realidad el número de partículas adheridas puede variar en cada aglomerado formado (Figura 6-c) y por lo tanto disminuye el grado de homogeneidad (Muzzio et al., 2004). No obstante, estas mezclas son de mejor calidad que las mezclas aleatorias (Barbosa-Cánovas et al., 2005).

Mezcla segregada: Es aquella que exhibe un alto grado de segregación, es decir separación de partículas de un mismo componente en regiones específicas de la mezcla (Figura 6-d) (Muzzio et al., 2004).

El arreglo de las partículas en una porción de mezcla define los tipos de mezclas y es importante para clasificar y describir las mezclas resultantes de un proceso. La aplicación práctica depende del tamaño de la porción. Por ejemplo, en un fármaco encapsulado el efecto terapéutico dependerá de la dosis, concentración, y no del arreglo de las partículas. Por lo que la mezcla ideal para tal aplicación sería la que cumpla las especificaciones de concentración independiente del tipo de mezcla (Cuq, 2013). Por ello se entiende que para las aplicaciones prácticas del mezclado, una mezcla ideal puede ser considerada como la producida con un mínimo de costo y que satisface las especificaciones de uso (Barbosa-Cánovas et al., 2005).

## 2.7 Caracterización estadística de una mezcla

Un requisito previo para la evaluación significativa de una mezcla es el desarrollo de una medida confiable de la misma. Para lograr esto se muestrea frecuentemente la mezcla y se determina una cantidad relevante, generalmente la concentración. Este procedimiento es de naturaleza estadística y permite establecer criterios para determinar el grado de mezclado (Muzzio et al., 2004). El muestreo y el análisis posterior de las muestras sirven para especificar límites entre los cuales el producto es aceptable o decidir cuándo las características de un lote cumplen ciertos criterios, así como para estimar la variabilidad dentro del lote (Cuq, 2013). Como el muestreo tiene un aspecto estadístico, los procedimientos de muestreo siguen un enfoque

puramente matemático y no completamente práctico en situaciones industriales (Barbosa-Cánovas et al., 2005).

### **2.7.1 Muestreo**

El muestreo es un paso crucial en los procesos de control de las operaciones de mezclado. La muestra debe ser representativa de la mezcla y el manejo posterior no debe alterarla. El muestreo depende del número de muestras, el tamaño de la muestra y la locación donde es tomada. El número de muestras es una variable que representa la base estadística del muestreo, por ejemplo, estimadores como la media, la varianza, entre otros dependen de este valor. La media aritmética es el mejor estimador de una distribución normal cuya media poblacional, es desconocida. La mejor manera de aproximarse a la media poblacional es mediante un gran número de muestras, sin embargo, esto es difícil de realizar en la práctica debido a los factores que influyen el establecimiento del número de muestras. Estos factores son: el tipo de mezclador, las propiedades de la mezcla, la técnica de muestreo, la masa total, el método, tipo de análisis y costo de analizar la muestra. La cantidad mínima de muestras puede estimarse si se conocen la varianza del muestreo y un límite de confianza establecido para el uso de la mezcla. Esto es difícil al caracterizar por primera vez un proceso de mezclado dado que estos parámetros dependen del número de muestras (Barbosa-Cánovas et al., 2005).

La posición para la toma de muestras depende del objetivo de estudio, por ejemplo, la evaluación del desempeño de un mezclador, en mezcladores por lotes, esto se realiza deteniendo el mezclador y muestreando el lecho de polvo en varios puntos (Muzzio et al., 2004). Estos puntos regularmente se establecen de manera aleatoria en los mezcladores por lotes (Weineötter & Gericke, 2000). En mezcladores continuos se recomienda recolectar mezclas desde la salida del mezclador, en la corriente en movimiento, en lugar de tomarlas de una masa estática (Harnby, 1985). Si el mecanismo de acción del mezclador es entendido, las posiciones de muestreo se pueden seleccionar como aquellas donde el movimiento de los polvos ocurre más lentamente o aquellas que muestren una tendencia a la segregación (Muzzio et al., 2003). El tamaño de la muestra también es importante, dado que representa la resolución por la cual una mezcla puede ser juzgada (Weineötter & Gericke, 2000). El volumen de mezcla recomendado, es a menudo llamado escala de control, o tamaño de muestra característico (Barbosa-Cánovas et al., 2005). Con base en la "teoría de Gy" se puede estimar el tamaño de muestra mínimo para fines analíticos, relacionando las propiedades de la mezcla, el analito y el error estándar de muestreo (Minkkinen, 2004).

Una vez definido el número de muestras, la locación y la cantidad, se procede a realizar el muestreo. Para esto existen dos tipos de métodos: físicos y no invasivos. Los métodos físicos consisten en la toma de muestra en un contenedor. En los mezcladores por lotes se realiza mediante la inserción de un muestreador en la posición de donde se desea obtener la muestra. Los muestreadores consisten en un tubo con una o varias cavidades donde se almacena el polvo. Los métodos no invasivos son más complejos tecnológicamente, como la tomografía de rayos X entre otras (Muzzio et al., 2004).

### **2.7.2 Índices de mezclado**

La calidad de una mezcla yace principalmente en la homogeneidad de su composición. La intensidad de segregación representa una manera de calificar el grado de heterogeneidad de la

mezcla, es decir, funge como índice del proceso de mezclado y puede representarse mediante parámetros estadísticos básicos, como la media y la desviación estándar de una propiedad medida en una serie de muestras de la mezcla (Cuq, 2013). Normalmente la propiedad que se utiliza para caracterizar las mezclas es la concentración de uno de los componentes. La media ( $\bar{x}$ ) puede expresarse de la siguiente manera

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad [7]$$

En esta ecuación N es el número de muestras y  $x_i$  la propiedad medida, e.g. concentración. La diferencia global entre las composiciones de la muestra y la media, es decir la intensidad de segregación puede representarse por la varianza de la distribución de la composición en las muestras. La varianza ( $s^2$ ) se expresa por la siguiente relación

$$s^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \quad [8]$$

Es importante mencionar que esta varianza representa la suma de las varianzas de la mezcla, del muestreo y de la técnica analítica para determinar la propiedad medida (Manjunath et al., 2004). La raíz cuadrada de la varianza corresponde a la desviación estándar ( $s$ ). La desviación estándar es tan precisa como la varianza para describir el estado de segregación. En algunas aplicaciones prácticas es común el uso de la relación entre la desviación estándar y la media de una serie de muestras como una especificación de la mezcla, este parámetro se conoce como coeficiente de variación (CV) y se determina de la siguiente manera

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} \quad [9]$$

El valor de la varianza o desviación estándar a menudo es comparado contra valores límites. Estos valores corresponden a la mezcla completamente ( $s_0^2$ ) separada, segregación total, o la mezcla distribuida aleatoriamente ( $s_r^2$ ). Para mezclas de dos componentes estos límites se pueden determinar de acuerdo con las siguientes expresiones

$$s_0^2 = (1 - \bar{x}_0)\bar{x}_0 \quad [10] \quad s_r^2 = \frac{(1-\bar{x}_0)\bar{x}_0}{n_p} \quad [11]$$

$n_p$  corresponde al número de partículas en la muestra y ( $\bar{x}_0$ ) corresponde a la proporción en la que se desean mezclar los componentes. Con base en relaciones entre la varianza o la desviación estándar y sus límites, se han derivado alrededor de 30 índices para evaluar el desempeño del mezclado (Bridgewater, 2012). En la Tabla 3 se muestran algunos de los índices de mezclado.

Tabla 3. Índices de mezclado. Adaptada de Cuq (2013).

Autor	Lacey (1954)	Kramer (1954)	Ashton (1966)	Poole (1964)	Rose (1969)
Índice de mezclado (M)	$\frac{s_0^2 - s^2}{s_0^2 - s_r^2}$	$\frac{s_0 - s}{s_0 - s_r}$	$\frac{\log(s_0^2/s^2)}{\log(s_0^2/s_r^2)}$	$\frac{s}{s_r}$	$1 - \frac{s}{s_0}$

En la práctica, el uso de estas relaciones se limita a casos en los cuales el número de partículas es menor de 100 (Cuq, 2013). En la mayoría de los casos industriales, se emplea como índice de mezclado el valor de CV,  $s$  o  $s^2$  de las muestras tomadas durante cierto intervalo, en función del tiempo.

### 2.7.3 Curva característica y tasa de mezclado

El seguimiento del proceso de mezclado a lo largo del tiempo mediante el muestreo, el análisis de la muestra y la interpretación estadística de los datos, es el método más usado para la evaluación de este proceso. Al graficar el índice de mezclado (M) definido, en escala logarítmica, contra el tiempo de mezclado (t) en escala lineal, se obtiene la curva característica del mezclado, la cual permite apreciar la reducción del grado de heterogeneidad en la mezcla a través del tiempo (Miyunami, 2007). La curva de mezclado puede variar dependiendo del tipo de mezclador, las condiciones de operación y las propiedades del polvo influyen significativamente en el resultado final de la mezcla (Barbosa-Cánovas et al., 2005). La Figura 7 corresponde a una curva característica de mezclado empleando como índice de mezclado la desviación estándar  $s$ . El primer punto corresponde al valor límite de la mezcla completamente separada ( $s_0$ ). Generalmente en el mezclado convectivo es el mecanismo predominante en la etapa inicial (Fig. 7-I), posteriormente el mezclado es llevado a cabo por una mezcla de convección y cizalla (Fig. 7-II), en la etapa final aparecen los efectos de la difusión alcanzando un equilibrio dinámico entre el mezclado y la segregación (Fig. 7-III) correspondiente al valor límite de la desviación estándar ( $s_r$ ) (Miyunami, 2007).

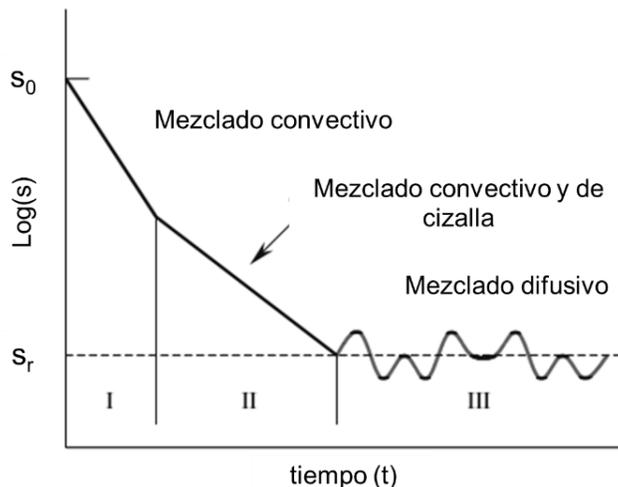


Figura 7. Curva característica de mezclado. Adaptada de Miyunami (2007).

Como ya se ha mencionado, el índice de mezclado representa el grado de heterogeneidad de la mezcla. La reducción de este valor indica la distribución de partículas diferentes a lo largo de la mezcla. En la Figura 7, existen distintas pendientes a lo largo de la curva. Estas representan

la tasa de mezclado en el proceso. Con base en la pendiente se observa que la tasa de mezclado difusiva (Fig. 7-III) es relativamente baja comparada con la tasa por convección y de cizalla (Figs. 7-I y II). En la etapa del mezclado convectivo, el logaritmo del índice de mezclado ( $s$ ) cambia linealmente con el tiempo en casi todos los polvos. Esta relación puede expresarse con una ecuación de rapidez de primer orden

$$\frac{ds}{dt} = -k_1 s; \quad t = 0 \rightarrow s = s_0$$

Al resolver la ecuación anterior se obtiene:

$$s = s_0 \exp(-k_1 t) \quad [12]$$

Aplicando logaritmos y sus propiedades se obtiene la ecuación de una recta:

$$\ln s = \ln s_0 - k_1 t \quad [13]$$

Donde el valor de  $k_1$  corresponde a la pendiente durante el mezclado convectivo, conocida como tasa constante de mezclado y es afectada principalmente por las condiciones de operación y las propiedades del polvo (Miyunami, 2007). Un modelo similar al de la ecuación [13], fue reportado por Yano et al. (1960) para la evaluación de una mezcla de arena y bicarbonato de sodio en un mezclador de doble listón helicoidal. Al igual que el modelo anterior emplea la desviación estándar como índice de mezclado, aplicando logaritmo decimal

$$\log s = \log s_0 - \varphi t \quad [14]$$

En [14]  $\varphi$  es el coeficiente de tasa de mezclado, tiene el mismo significado que  $k_1$ , aunque su valor no es el mismo. Existe otro modelo que describe la relación entre el índice de mezclado y el tiempo conocido como “modelo de decaimiento exponencial” usado por Kuakpetoon et al. (2001) para la evaluación de una mezcla de harinas de trigo en un mezclador de tambor y un mezclador de doble listón helicoidal

$$y = a \exp(-bt) + c \quad [15]$$

En esta expresión, “ $y$ ” representa el grado de uniformidad o índice de mezclado. La constante “ $a$ ” corresponde a la diferencia de uniformidad en la mezcla al inicio y al final del mezclado,  $c$  es el valor más alto de uniformidad que la mezcla puede alcanzar y “ $b$ ” es la tasa de mezclado (Kuakpetoon et al., 2001).

#### 2.7.4 Tiempo óptimo de mezclado

En mezcladores por lotes, el tiempo se mide desde el inicio hasta el final del proceso, mientras que en mezcladores continuos el tiempo corresponde al periodo de residencia dentro del mezclador. La terminación del mezclado o tiempo óptimo de mezclado es un término muy relativo. Específicamente se refiere al tiempo después de que el material está completamente distribuido a través del otro de manera aleatoria (Barbosa-Cánovas et al., 2005). La definición anterior es muy amplia debido a que una evaluación microscópica de toda la mezcla permitiría apreciar segregación y aglomeración en menor o mayor grado a lo largo de la mezcla. Por ello el tiempo

óptimo de mezclado puede considerarse como el tiempo en el cual el índice de mezclado no cambia significativamente (Kuakpetoon et al., 2001).

La curva característica es recomendada para seleccionar el tiempo de mezclado por ejemplo en un proceso conocido se puede especificar un valor del índice de mezclado donde la mezcla sea aceptable para su uso posterior. El tiempo donde la mezcla alcance dicho valor será el tiempo de mezclado para ese proceso. Los tiempos de mezclado no deben ser muy grandes, debido a problemas comunes como la aglomeración indeseada en polvos cohesivos y la segregación en polvos de flujo libre.

## 2.8 Equipos de mezclado: Clasificación, funcionamiento y potencia

Un equipo de mezclado básicamente está constituido por dos componentes: un contenedor o tanque y un motor para generar el movimiento (Cuq, 2013). La gama de equipos disponibles es muy amplia y la elección del equipo depende de las propiedades de los componentes como el tamaño, la capacidad de flujo, el contenido de humedad, las condiciones de operación, el tamaño y la geometría, entre otras. Existen equipos que realizan el mezclado de manera continua en una sola etapa, mientras que en equipos por lotes los componentes se cargan en el tanque y son agitados durante cierto tiempo hasta lograr la mezcla que posteriormente es descargada (Manjunath et al., 2004). La Tabla 4 muestra una lista de las ventajas y desventajas de utilizar mezcladores por lotes.

Tabla 4. Ventajas y desventajas de los mezcladores por lotes. Adaptada de Manjunath et al. (2004).

Ventajas	Desventajas
<ul style="list-style-type: none"> <li>● Cualquier tipo de polvo, cohesivo o de flujo libre, puede ser mezclado exitosamente.</li> <li>● La carga de los componentes de la mezcla es relativamente sencilla</li> <li>● Facilidad de mantenimiento y limpieza.</li> <li>● La carga de los componentes de la mezcla es relativamente sencilla.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● El mezclado es deficiente para componentes en proporciones pequeñas.</li> <li>● Segregación inevitable e inclusive severa por la descarga de la mezcla.</li> </ul>

Los mezcladores por lotes pueden ser clasificados como mezcladores de tanque rotatorio y estacionario.

**Mezcladores de tanque rotatorio:** El tanque gira alrededor de uno o más ejes, produciendo el deslizamiento de los componentes de la mezcla en su interior. Algunos ejemplos de estos mezcladores son los de tambor, cilíndrico y descentrado, de doble cono, de asas y tipo V (Bridgewater, 2012). En estos equipos el mezclado ocurre principalmente por los mecanismos de cizalla y difusión (Poux et al., 1991).

**Mezcladores de tanque estacionario:** Dentro del tanque existen uno o más rotores equipados con aspas de distintos diseños causando la agitación de los componentes de la mezcla. La orientación del eje del rotor puede ser horizontal o vertical (Bridgewater, 2012). El mecanismo dominante en la mayoría de estos mezcladores es la convección (Poux et al., 1991). Generalmente estos mezcladores se nombran con base en el tipo de agitador o aspa, por ejemplo, de tornillo, de barra, de listón sencillo o doble, entre otros.

Los mezcladores de listón son comunes en la industria debido a su versatilidad para realizar procesos de mezclado. Por ejemplo, mezclas sólidas, líquidas, o sistemas líquido-sólido. Debido

a esto son utilizados ampliamente en la industria alimentaria, química y farmacéutica (Muzzio et al., 2004). El diseño de los mezcladores de listón también es variado. Pueden tener uno, sencillo, o dos listones, doble; el eje del rotor puede ubicarse de manera horizontal o vertical y debido al tipo de movimiento que producen pueden ser adaptados para trabajar de manera continua (Barbosa-Cánovas et al., 2005). En esta sección se definen las características del mezclador de doble listón horizontal, las condiciones de operación, la visualización del flujo y el consumo de potencia.

### 2.8.1 Mezclador de doble listón horizontal

El diseño típico de este mezclador se muestra en la Figura 8. Consiste en un tanque horizontal, semicilíndrico con forma de U. Dentro del tanque se posiciona un rotor equipado con dos listones de forma helicoidal o espiral, uno de mayor tamaño, el externo, que el otro, el interno. Esta parte es denominada agitador. Los componentes de la mezcla se cargan por la parte superior del tanque donde regularmente existe una cubierta o tapa. La descarga de la mezcla no puede realizarse en su totalidad por gravedad, debido a esto puede contar con una o varias compuertas de descarga a lo largo del tanque. Generalmente el tanque, el agitador y la tapa están contruidos de acero inoxidable (Bridgewater, 2012; Barbosa-Cánovas et al., 2005; Muzzio et al., 2004).

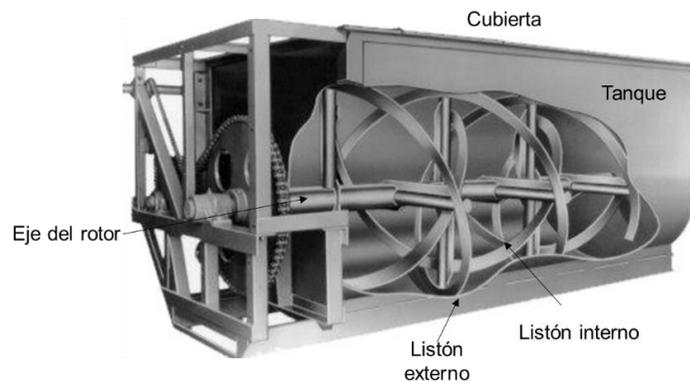


Figura 8. Mezclador de doble listón horizontal. Adaptada de Muzzio et al. (2004).

El movimiento de los componentes de la mezcla dentro del tanque ocurre debido a que uno de los listones desplaza parte de la mezcla cerca del agitador en una de las direcciones axiales, y simultáneamente el otro listón desplaza parte de la mezcla en la dirección opuesta (Fig. 9). La mezcla es desplazada a lo largo de las dos direcciones del eje del rotor, así como radialmente. El mezclado radial es mejor que el mezclado axial (Bridgewater, 2012). Este tipo de equipo a menudo se cataloga como mezclador convectivo, debido a que es el mecanismo predominante de mezclado (Muzzio et al., 2004).

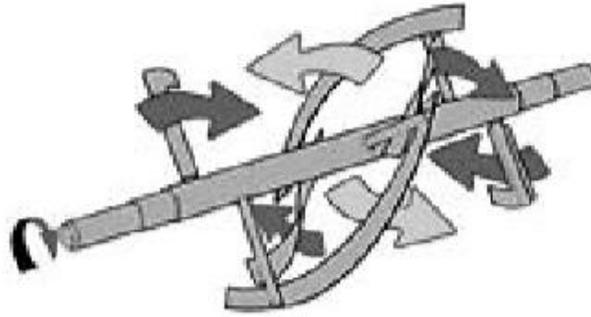


Figura 9. Dirección del movimiento de la mezcla en un mezclador de doble listón horizontal. Adaptada de Manjunath et al. (2004)

Estos mezcladores pueden ser utilizados en polvos de flujo libre y cohesivos, así como algunas pastas.(Bridgewater, 2012). Dentro de los problemas comunes de estos equipos se tienen:

- Segregación en menor o mayor grado en el fondo del tanque dependiente de las propiedades del polvo.
- El vaciado total de a mezcla puede dificultarse debido al pequeño espacio entre el tanque y el listón. Este espacio generalmente tiene un intervalo de 3 a 6 mm en mezcladores industriales (Manjunath et al., 2004).
- El espacio entre la pared y el tanque conforma una serie de zonas de cizalla, debido a la presencia de altos esfuerzos de este tipo, los cuales pueden dañar materiales frágiles o la atrición de partículas.
- Además, como resultado de la intensidad de la cizalla se puede producir un calentamiento de la mezcla en esta zona, pudiendo afectar el producto final (Muzzio et al., 2004).
- Las zonas de cizalla también producen un incremento en el consumo energético del mezclador (Barbosa-Cánovas et al., 2005).

La capacidad de estos mezcladores está definida por las dimensiones del listón. La altura del lecho de polvo debe ser menor a la altura del listón, a fin de realizar un mezclado efectivo (Muzzio et al., 2004). El tamaño depende de la aplicación, aunque tamaños grandes implican costos energéticos mayores. La razón entre energía consumida y volumen del tanque puede ser hasta de  $6 \text{ kW/m}^3$  (Manjunath et al., 2004).

### 2.8.2 Visualización de flujo

Antes de llevar a cabo la medida del tiempo de mezclado, es necesario evaluar estudios de visualización del flujo. Estas pruebas están diseñadas no solo para ayudar a decidir cómo debería ser medido el tiempo de mezclado, también proveen información del flujo y las regiones de interés dentro del sistema. Los patrones de flujo dependen del tipo de mezclador (Brown et al., 2004). En sistemas fluidos existen diversas técnicas para realizar estos estudios. La captura de imágenes en secuencia es una técnica usada para medir fluctuaciones en el flujo y las interacciones entre sistemas con varios agitadores. Esta técnica puede acoplarse con un método colorimétrico para la determinación de la tasa de mezclado mediante la incorporación de un elemento rastreador teñido (Brown et al., 2004). En el mezclado de sólidos la captura de secuencias de imágenes también es usada para lograr un estudio integral de dicha operación.

(Kingston & Henidel, 2014) estudiaron el mezclado de virutas de roble rojo y perlas de cristal con un tamaño de partícula entre 0.3 y 6.35 mm en un mezclador continuo de doble tornillo, mediante la visualización y el análisis de la composición, a fin de proveer características cualitativas y cuantitativas del mezclado de sólidos. La visualización óptica fue llevada a cabo colocando cuatro cámaras de video en las posiciones laterales y en la parte superior e inferior del mezclador, mientras que el análisis cuantitativo fue realizado por una correlación basada en la densidad de las muestras. Mediante la descripción de las secuencias observaron que el aumento en la velocidad de agitación puede producir una mejora en la efectividad del mezclado. Cabe mencionar que el tamaño de partícula de los materiales usados es relativamente grande comparado con los polvos, debido a esto no existe cohesión dado que las fuerzas interparticulares son muy pequeñas comparadas con la fuerza de gravedad.

(Uchida & Okamoto, 2006) emplearon una técnica de captura de imágenes mediante rayos X, y la incorporación de un elemento rastreador, tungsteno, en pequeñas proporciones para visualizar el flujo de resinas en polvo en un transportador de tornillo. Las imágenes obtenidas fueron procesadas a fin de determinar las trayectorias del rastreador. En el estudio de los fenómenos de segregación, también se ha tomado ventaja de las posibilidades ofrecidas por el procesamiento de imágenes, estudiando mediante cámaras de video, la velocidad de descenso de un elemento rastreador por efectos de gravedad y vibratorios (Duran, 2000).

### 2.8.3 Condiciones de operación en el mezclado

Al seleccionar un equipo de mezclado, más allá de su consumo energético, la aplicación y las propiedades de los componentes de la mezcla son los parámetros que definen la elección del equipo (Barbosa-Cánovas et al., 2005). La literatura disponible relaciona el equipo de mezclado con características de los componentes de la mezcla, como tamaño de partícula, comportamiento al flujo, entre otras (Poux et al., 1991). En una aplicación industrial, además de las características de los componentes, se debe tomar en cuenta si el equipo se adapta a la capacidad de producción. Este parámetro es de suma importancia debido a que, en equipos por lotes, se relaciona directamente con el tamaño del mezclador. Por lo tanto, el consumo energético está influenciado por un gran número de factores como el diseño y tamaño del mezclador, las propiedades de los componentes y las condiciones de operación, en un proceso de mezclado (Sato et al. 1977).

Una vez establecido el tipo de mezclador y los componentes de la mezcla, las condiciones de operación son las últimas variables de control para la determinación del consumo de potencia de un equipo de mezclado. Entre estas principalmente se encuentran la velocidad con la cual girará el tanque o el agitador, y la cantidad de mezcla que se desea producir en un lote. La velocidad de rotación del agitador ( $N_s$ ) generalmente se designa en revoluciones por minuto o segundo y es una medida de la velocidad angular ( $\omega$ ), es decir, del desplazamiento de cierto ángulo en una circunferencia en un periodo de tiempo. Una revolución es igual a un giro de  $360^\circ$  o  $2\pi$  radianes, como se expresa en la siguiente relación

$$\omega = 2\pi N_s \quad [16]$$

No se debe confundir la velocidad angular del agitador con la velocidad tangencial ya que esta última es función de la posición radial (Serway et al., 2008). Es decir, la distancia que recorrerá una partícula cerca del centro del agitador, será menor que la distancia recorrida en los extremos,

a pesar de que ambas realicen una trayectoria circular en un mismo periodo de tiempo. La cantidad de mezcla que se desea producir depende de la capacidad total del mezclador, es decir, de su tamaño. En la literatura se reporta como una relación entre estas variables definida como razón de carga. Sato et al. (1977) y Miyanami (2007) la definen como la relación entre el volumen de la mezcla en polvo ( $V_m$ ) y el volumen del tanque del mezclador ( $V_T$ )

$$f = \frac{V_m}{V_T} \quad [17]$$

$$f = \frac{W_m}{\rho_b V_T} \quad [18]$$

El volumen  $V_m$  corresponde a la masa de la mezcla  $W_m$  entre su densidad a granel  $\rho_b$ . Masiuk (1987) reporta una variante de esta relación como la masa de la mezcla entre la capacidad en masa del tanque si estuviese lleno de esta mezcla. Ambas relaciones representan una fracción de la cantidad de mezcla respecto a la capacidad total del tanque. Para mezcladores de doble listón horizontal se recomiendan valores entre 0.4 y 0.85 (Manjunath et al., 2004). Entre otras variables, durante el mezclado se tienen las condiciones de temperatura y humedad del medio ambiente, así como la humedad de los componentes de la mezcla. Generalmente los procesos de mezclado en alimentos son realizados isotérmicamente, y la transferencia de humedad entre el ambiente y los componentes de la mezcla depende de las propiedades de los componentes como la higroscopicidad.

#### 2.8.4 Potencia del equipo como función del torque

En mezcladores con componentes rotatorios (tanque, agitador) la potencia puede estimarse como función del momento de torsión o torque (Miyanami, 2007). Cuando se ejerce una fuerza ( $F$ ) en un objeto rígido que se articula en torno a un eje, el objeto tiende a dar vuelta en torno a dicho eje. La tendencia de una fuerza a dar vuelta un objeto en torno a cierto eje se mide mediante una cantidad llamada momento de torsión o torque (Serway et al., 2008). La Figura 10 describe el momento de torsión al aplicar una fuerza en una posición ( $r$ ) partiendo del eje de rotación del mezclador de doble listón horizontal.

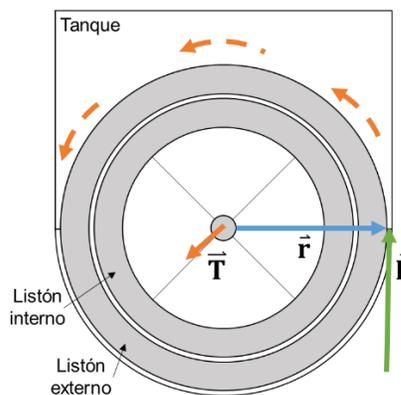


Figura 10. Torque en un mezclador de doble listón horizontal.

El torque ( $T$ ) es una cantidad vectorial y es el resultado del producto cruz entre el vector de posición y el vector fuerza. Las unidades de la magnitud de torque son fuerza por unidad de distancia, pese a esto el torque no debe ser confundido con el trabajo. El trabajo consumido por

la rotación infinitesimal de un objeto respecto a un eje es una cantidad escalar expresada por la siguiente relación (Serway et al., 2008).

$$dW = Td\theta \quad [19]$$

$dW$  es el diferencial de trabajo realizado por la aplicación de una fuerza  $F$  en la posición  $r$ , multiplicado por la magnitud del torque  $T$ , a lo largo de un desplazamiento de rotación definido por  $d\theta$ . La rapidez con la que se realiza el trabajo en un diferencial de tiempo  $dt$  corresponde a la potencia (Serway et al., 2008).

$$\frac{dW}{dt} = T \frac{d\theta}{dt} \quad [20]$$

$\frac{d\theta}{dt}$  es la velocidad angular  $\omega$ . Como ya se ha mencionado en mezcladores de componentes rotatorios esta es expresada como  $N_s$

$$P = 2\pi N_s T \quad [21]$$

Esta ecuación es usada en la literatura para estimar el consumo de potencia de un mezclador en función del torque (Miyunami, 2007). La potencia requerida durante el mezclado debe ser superior a la resistencia causada por el agitador y la fricción de los componentes de la mezcla (Weineötter & Gericke, 2000). Es decir, la fuerza aplicada para generar el giro del agitador a cierta velocidad debe vencer a estas fuerzas de resistencia. De cierta manera esto representa el fundamento de las mediciones de torque. Entre los métodos disponibles para medir el torque, algunos permiten medir el torque individual de los agitadores, mientras otros miden el torque total del sistema. Los dispositivos normalmente usados para determinar el torque son los medidores de tensión, se pueden colocar uno o varios de estos elementos a lo largo del eje del agitador, los cuales envían una baja señal de voltaje a un amplificador antes de ser registrada e interpretada como un valor de torque. De funcionamiento similar existen los transductores de torque, los cuales contienen secciones de medidores de tensión y pueden ser acoplados en línea con el eje del mezclador. Se debe tener cuidado al realizar las mediciones, el equipo tiene que estar calibrado y el torque medido debe ser aislado de algún torque friccional en el rotor del mezclador (Brown & Middleton, 2004).

Sato et al. (1977) observaron que durante el mezclado de “arena toyoura”, un tipo de arena limpia encontrada en Japón, en un mezclador de doble listón horizontal, la medición del torque fluctuaba a lo largo del tiempo bajo determinadas condiciones de operación ( $f$  y  $N_s$ ) entre un intervalo ( $T_{max} - T_{min}$ ). El torque utilizado para determinar la potencia del mezclador se obtuvo mediante la siguiente relación

$$T = \frac{T_{max} + T_{min}}{2} - T_0 \quad [22]$$

$T_0$  es el torque medido sin carga en el mezclador a la misma velocidad de rotación. Masiuk (1987) determinó la potencia en el mezclado de arena de mar en una variante del mezclador de doble listón helicoidal con dos agitadores, de acuerdo con la siguiente expresión del torque

$$T = T_m - T_e \quad [23]$$

$T_m$  es el torque del motor obtenido a partir de relaciones en función de las propiedades electromagnéticas del motor y la velocidad de rotación.  $T_e$  corresponde al torque sin carga dentro del tanque. También Tecante & Choplin (1993) determinaron la potencia requerida para agitar líquidos no Newtonianos en un agitador de listón vertical, mediante la corrección del torque medido sustrayendo el torque causado por la fricción del rotor. Gijón-Arreortúa & Tecante (2014) emplearon esta corrección en la medición del torque durante el mezclado de polvos cohesivos en un mezclador de doble listón horizontal de acuerdo con la siguiente expresión

$$T = T_T - T_R \quad [24]$$

$T_T$  corresponde al torque promedio de las mediciones y  $T_R$  el torque residual el cual es medido sin carga en el tanque incrementando la velocidad de rotación.

### 2.8.5 Análisis dimensional en el mezclado de sólidos

A diferencia del mezclado de sólidos, los cálculos y el escalamiento del mezclado de líquidos han sido ampliamente estudiados, derivando relaciones entre números adimensionales como el número de Reynolds, el número de Froude y el número de Potencia (Cuq, 2013). No existe una relación como el número de Reynolds en el mezclado de sólidos, debido a la ausencia de un parámetro comparable con la viscosidad (Müller, 1983). Sin embargo, es posible determinar el número de Froude y el número de Potencia.

En mezcladores con componentes rotatorios a menudo se hace una clasificación de acuerdo con el número de Froude, el cual surge como una relación entre la fuerza centrífuga y la aceleración de la gravedad (g)

$$N_{Fr} = \frac{r\omega^2}{g} \quad [25]$$

$$N_{Fr} = \frac{4r(\pi N_s)^2}{g} \quad [26]$$

En la ecuación [25]  $r$  es el radio del agitador,  $\omega$  la velocidad angular normalmente expresada en términos de la velocidad de rotación del mezclador ( $N_s$ ). El número de Froude representa una frecuencia rotatoria adimensional y no emplea propiedades del material. Permite comparar las diferentes condiciones de operación de un mezclador mas no el tipo de flujo. Generalmente, en mezcladores de tanque estacionario con un agitador el número de Froude es menor que la unidad, mientras que en mezcladores de tanque rotatorio, el valor es mayor a uno (Müller, 1983). Si el valor de este número es mayor de 7 indica un incremento en las fuerzas de cizalla actuando sobre la mezcla, produciendo un calentamiento debido a la fricción entre partículas como resultado de la energía disipada (Weineötter & Gericke, 2000). El número de Potencia ( $N_p$ ) se obtiene de manera similar a los procesos de agitación en líquidos, también es conocido como número de Newton (Weineötter & Gericke, 2000). En la literatura se han determinado las relaciones que definen a este número según el tipo de mezclador. Surge de la relación entre la potencia ( $P$ ) y la densidad de polvo ( $\rho_b$ ), la velocidad de rotación ( $N_s$ ) y una longitud característica ( $L$ ), generalmente corresponde al diámetro del tanque o agitador

$$N_p = \frac{P}{\rho_b N_s^3 L^5} \quad [27]$$

Actualmente existen unas cuantas correlaciones adimensionales para los sistemas de mezclado de sólidos. Generalmente son correlaciones directas entre  $N_p$  y  $N_{Fr}$  para polvos de flujo

libre, sin realizar un análisis dimensional previo. En el enfoque del análisis adimensional clásico se necesita una revisión completa de todas las variables que intervienen en un problema, lo cual es bastante difícil en el mezclado de sólidos (Cuq, 2013). En los mezcladores de doble listón horizontal se han obtenido diversas correlaciones que involucran algunas de las variables del análisis dimensional.

Sato et al. (1977) estudiaron la relación entre el torque y las condiciones de operación, las propiedades de los polvos y las dimensiones en un mezclador de doble listón horizontal con un polvo de flujo libre. Además, propusieron una correlación entre la potencia determinada en función del torque medido y las variables del mezclado.

Masiuk (1987) estudió el efecto de la velocidad de rotación, la razón de carga y el contenido de humedad de un tipo de arena, polvo de flujo libre, en un mezclador de listón horizontal con dos agitadores. Con base en esto propuso una ecuación empírica para el cálculo de la potencia del mezclado, demostrando su validez en un amplio intervalo de velocidad de rotación, razón de carga y contenido de humedad.

Gijón-Arreortúa & Tecante (2014) realizaron un análisis dimensional considerando la fuerza cohesiva como una variable que afecta el consumo de potencia para el mezclado de polvos cohesivos en un mezclador de doble listón horizontal. El análisis dimensional realizado involucró las dimensiones del sistema, las propiedades físicas de los polvos y las condiciones de operación. El modelo obtenido es el siguiente

$$N_p = K_{pe}(N_{ce})^{-a} \quad [28]$$

$N_{ce}$  corresponde al número de Cohesión efectivo. El exponente “a” es la pendiente de la curva generalizada y  $K_{pe}$  es una constante de proporcionalidad efectiva. El modelo mostró un ajuste bastante bueno con los datos experimentales. El conocimiento de las relaciones entre las variables de mezclado aún es limitado. El uso de herramientas de la ingeniería química, como las relaciones entre números adimensionales establecidas bajo criterios del análisis dimensional puede ayudar a comprender mejor este tipo de procesos (André et al., 2014).

### **3. HIPÓTESIS Y OBJETIVOS**

#### **3.1 Hipótesis**

La caracterización de un proceso de mezclado de polvos cohesivos en un mezclador de doble listón helicoidal permitirá relacionar el desempeño del mezclado con las condiciones de operación y las propiedades físicas de los polvos conforme a lo reportado por la literatura.

Mediante relaciones entre el consumo de potencia y las propiedades físicas de los componentes, las dimensiones del sistema y las condiciones de operación se reproducirá el comportamiento descrito por el modelo adimensional de Gijón-Arreortúa & Tecante (2014).

Es posible visualizar el mezclado de polvos cohesivos de propiedades similares mediante una técnica colorimétrica que implica la tinción de uno de ellos.

#### **3.2 Objetivo general**

Evaluar el desempeño del mezclado de polvos cohesivos, almidón y azúcar glass, en un mezclador horizontal de doble listón. Correlacionar el consumo de energía con las propiedades físicas de los componentes, las dimensiones del sistema y las condiciones de operación, mediante el análisis adimensional. Lograr visualizar el sistema, para comprender y describir el mecanismo de mezclado.

#### **3.3 Objetivos específicos**

- Evaluar el desempeño del mezclado como función de la velocidad de rotación del agitador y la razón de carga, manteniendo constante la proporción de los componentes, para caracterizar su funcionamiento con polvos cohesivos.
- Adecuar una metodología para determinar la concentración de azúcar glass como parámetro de seguimiento con el tiempo del mezclado, para disponer de una forma cuantitativa de expresar la homogeneidad.
- Establecer la región de factibilidad de medición de torque para las condiciones establecidas, con el propósito de conocer el intervalo de determinación del consumo de potencia del impulsor.
- Aplicar la correlación adimensional de Gijón-Arreortúa & Tecante (2014) y si es posible mejorarla mediante el análisis dimensional, para disponer de una relación generalizada que describa la operación de mezclado.
- Establecer una metodología para capturar secuencias de imágenes con el fin de lograr la visualización del proceso de mezclado.
- Desarrollar un código para realizar el procesamiento digital de las imágenes obtenidas, para disponer de una herramienta de análisis visual del proceso de mezclado.

## 4. METODOLOGÍA

### 4.1 Diseño experimental

El presente trabajo constó de las siguientes tres etapas experimentales.

1. Evaluación del desempeño de mezclado por medios estadísticos, a través del seguimiento del cambio de la concentración de azúcar glass.
2. Determinación del consumo de potencia mediante mediciones de torque.
3. Visualización del flujo durante el mezclado por medio de capturas de secuencias de imágenes. La Tabla 5 muestra la organización de la estrategia experimental.
- 4.

Tabla 5. Estrategia de la experimentación.

Etapa	Factores	Descripción de los factores	Niveles	Respuesta	Diseño de experimentos	Réplicas
1	3	Velocidad de agitador ( $N_s$ )	3	Concentración	Diseño factorial multinivel	2
		Tiempo (t)	15			
		Posición de muestreo	8			
2	2	Velocidad de agitador ( $N_s$ )	5	Torque	Diseño factorial multinivel	3
		Razón de carga (f)	6			
3	2	Velocidad de agitador ( $N_s$ )	3	Secuencia de imágenes (Variable no numérica)	Diseño factorial	1
		Razón de carga (f)	3			

### 4.2 Materiales

Los polvos cohesivos utilizados en este trabajo fueron almidón de maíz (CP Ingredients, México) y azúcar glass (Distribuidores Arenas, México). El almidón (AL), el azúcar glass (AG) y su mezcla (AL/AG) en proporciones iguales, fueron caracterizados previamente por Gijón-Arreortúa (2016).

#### 4.2.1 Características del almidón y el azúcar glass

La distribución del tamaño de partícula se evaluó mediante la técnica de difracción láser. Los valores reportados fueron el diámetro mediano  $D [v 0.5]$ , el tipo de distribución y el índice de polidispersidad (PDI), para las muestras de almidón y azúcar glass. La Tabla 6 muestra los resultados.

Tabla 6. Distribución del tamaño de partícula. Adaptada de Gijón-Arreortúa & Tecante (2014).

Muestra	$D [v 0.5]$ ( $\mu\text{m}$ )	PDI	Distribución
AL	$15.81 \pm 0.12^a$	0.92	Mono modal
AG	$20.98 \pm 0.28^b$	3.62	Bimodal

Letras iguales en una columna indican valores sin diferencia significativa ( $p > 0.05$ ).

El contenido de humedad se determinó mediante una termo balanza en un periodo de 10 minutos a 100 °C. La densidad de partícula ( $\rho_p$ ) fue determinada en un picnómetro de vidrio. La

densidad del polvo ( $\rho_b$ ) se determinó en una celda de compresión. La densidad compactada fue determinada en una máquina de impactos a 300 impactos por minuto ( $\rho_t = \rho_{300}$ ). Una vez determinadas  $\rho_p$  y  $\rho_b$ , la porosidad ( $\epsilon$ ) fue estimada de acuerdo con la ecuación [2]. La Tabla 7 muestra los valores de estas propiedades.

Tabla 7. Propiedades físicas de los polvos. Adaptada de Gijón-Arreortúa & Tecante (2014).

Muestra	Humedad (%)	$\rho_b$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\rho_p$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\rho_T$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\epsilon$ (%)
AL	10.16 ± 1.3 <sup>a</sup>	533 ± 12 <sup>c</sup>	1484 ± 18 <sup>e</sup>	600 ± 5 <sup>f</sup>	64.08
AG	0.99 ± 0.03 <sup>b</sup>	463 ± 14 <sup>d</sup>	1406 ± 86 <sup>e</sup>	624 ± 13 <sup>g</sup>	67.06
AL/AG	-	482 ± 21 <sup>d</sup>	1322 ± 84 <sup>e</sup>	605 ± 18 <sup>f</sup>	64.00

Letras iguales en una columna indican valores sin diferencia significativa ( $p > 0.05$ ).

El índice de compresión fue calculado en función de  $\rho_b$  y  $\rho_t$ , según la ecuación [4]. El ángulo de reposo se determinó como el arco tangente de la relación entre la altura y el radio de un montículo de polvo. La Tabla 8 muestra los valores.

Tabla 8. Propiedades de flujo de los polvos. Adaptada de Gijón-Arreortúa & Tecante (2014).

Muestra	Índice de compresibilidad CI (%)	Angulo de reposo $\alpha$ (°)
AL	11.5 ± 1.3 <sup>a</sup>	44.38 ± 2.17 <sup>c</sup>
AG	16.5 ± 2.0 <sup>b</sup>	55.14 ± 0.04 <sup>d</sup>
AL/AG	16.5 ± 1.3 <sup>b</sup>	49.69 ± 1.52 <sup>c</sup>

Letras iguales en una columna indican valores sin diferencia significativa ( $p > 0.05$ ).

Las propiedades mecánicas fueron evaluadas mediante una celda de cizalla cuadrada con un área transversal de 360 mm<sup>2</sup>, bajo el criterio del mínimo esfuerzo de consolidación aplicado al polvo para poder operar el equipo. Los esfuerzos normales aplicados fueron: 9.5, 19, 38, 60.8 kPa, y en las tres muestras el gráfico de fluencia se ajustó a una línea recta dada por el modelo de Mohr-Coulomb; ecuación [29]

$$\tau = \tan(\phi_i) \sigma + C \quad [29]$$

La Tabla 9 muestra los valores de las propiedades mecánicas de los polvos.

Tabla 9. Propiedades mecánicas de los polvos. Adaptada de Gijón-Arreortúa & Tecante (2014).

Muestra	$\mu_i$ (-)	$\Phi_i$ (°)	C (kPa)
AL	0.86	40.86	3.59
AG	0.71	35.55	2.01
AL/AG	0.67	34.21	4.20

#### 4.2.1 Tinción del almidón

Durante la tercera fase experimental de este trabajo fue necesario realizar la tinción del almidón, debido a que no existe una gran diferencia visual entre el almidón y el azúcar glass. Ambos polvos son blancos, con un tamaño de partícula similar a simple vista. Después del mezclado no existe una diferencia aparente entre la mezcla y sus componentes. Si se entiende el contraste como la percepción de diferencias en el color de un objeto de interés y sus alrededores (Costa Silva, 1993), entonces se concluye que el contraste de los componentes de la mezcla es nulo.

El colorante empleado fue una mezcla comercial de grado alimenticio, rojo grosella, constituida por amarillo No. 6, rojo No.5 y azul No.1 en cloruro de sodio como excipiente al 87.5 % en masa. Al mezclar el almidón con el colorante en polvo, se observó que para tener un efecto notable de la presencia del colorante se necesitaban proporciones de 15 % masa, pero esta cantidad tendría un efecto de tercer componente en la mezcla alterando sus propiedades originales. Por lo anterior el almidón fue teñido con una disolución de colorante en agua con la finalidad de reducir el impacto de la presencia del colorante en la mezcla. El procedimiento desarrollado para realizar la tinción consistió en estimar la concentración de colorante, y posteriormente a un proceso de secado comparar entre las muestras de almidón normal y teñido.

### **Determinación de la concentración de colorante**

Se pesó 0.1 g de colorante y se disolvió en 10 mL de agua destilada. De esta disolución se añadieron 0.25, 0.5, 0.75 y 1 mL en un vial con 1 g de almidón, por duplicado. Se aforó con el volumen de agua necesario para completar 1 mL de líquido dentro del vial, se agitó durante un minuto y se dejó reposar durante 24 horas a temperatura ambiente con la finalidad de evaporar el agua. La relación de porcentaje masa de colorante en almidón corresponde al volumen de disolución de colorante añadido.

Se observaron cambios en las tonalidades del almidón para 0.25, 0.5 y 0.75 % masa mientras que visualmente no se observó un cambio en la tonalidad de 0.75 y 1 % masa. Por debajo del 0.5% el almidón adquirió tonalidades muy tenues. No se encontró una diferencia aparente en el color del almidón al evaluar las conc. 0.75 y 1%. A fin de incorporar la menor cantidad de colorante fue seleccionada la concentración de 0.75%. Esta concentración es sumamente baja comparada con el 15 % masa al mezclarlo en polvo.

### **Tinción y secado del almidón**

Para facilitar el secado se redujo la proporción de agua utilizada en la hidratación del almidón en la prueba anterior y se utilizó una relación de 1 mL de agua por 1 g de almidón. La cantidad de agua para hidratar el almidón sin tener un exceso fue 0.7 mL de agua por gramo de almidón.

Tres lotes de 1 kg de almidón fueron teñidos, empleando 7.5 g de colorante disueltos en 700 mL de agua. Posteriormente se esparció el almidón en una bandeja de acero inoxidable y se colocó en un horno eléctrico con control de temperatura. La temperatura de secado fue 50 °C, ya que este valor es inferior a la temperatura inicial de gelatinización del almidón de maíz nativo la cual va desde 65 hasta 70 °C (Sablani, 2008). El seguimiento del cambio con el tiempo en el contenido de humedad se realizó mediante la termo balanza. Se partió de una humedad inicial de 47.8 % y después de 24 horas a 50 °C se alcanzó una humedad de 10.55 %. Una vez seco, el almidón fue tamizado y se pulverizaron los aglomerados formados en una licuadora de trituración. El almidón seco presentó una tonalidad rosada.

### **Comparación entre muestras**

Además del contenido de humedad, otro parámetro de comparación entre las muestras de almidón fue la evaluación del tamaño de partícula por tamizado. Se realizaron ensayos por triplicado de muestras de almidón nativo con y sin colorante empleando una columna de tamices con mallas de 32, 25 y 20  $\mu\text{m}$  (ASTM 450, 500 Y 635). Cada ensayo consistió en colocar 20 g de la muestra en la parte superior de la columna, una vez asegurada mediante el seguro magnético.

Se programó el equipo a 3240 vibraciones por minuto (VPM) durante 15 minutos. Posteriormente se pesó la cantidad retenida en cada malla y se determinó el porcentaje con respecto al peso de la muestra. Los datos de humedad y los porcentajes retenidos en cada malla fueron comparados mediante una prueba t de student entre las muestras de almidón con y sin colorante. La Tabla 10 muestra los resultados obtenidos.

Tabla 10. Humedad y distribución del tamaño de partícula por tamizado para muestras de almidón.

Muestra	Humedad (%)	Distribución de tamaño de partícula (%)			
		32 $\mu\text{m}$	25 $\mu\text{m}$	20 $\mu\text{m}$	< 20 $\mu\text{m}$
Almidón nativo	11.42 $\pm$ 0.04 <sup>a</sup>	61.36 $\pm$ 5.17 <sup>c</sup>	37.00 $\pm$ 4.42 <sup>d</sup>	1.31 $\pm$ 0.89 <sup>e</sup>	0.34 $\pm$ 0.13 <sup>f</sup>
Almidón con colorante	10.55 $\pm$ 0.26 <sup>b</sup>	61.34 $\pm$ 2.76 <sup>c</sup>	36.16 $\pm$ 1.03 <sup>d</sup>	1.83 $\pm$ 1.54 <sup>e</sup>	0.66 $\pm$ 0.33 <sup>f</sup>

Letras iguales en una columna indican valores sin una diferencia significativa ( $p > 0.05$ ).

No se encontraron diferencias significativas entre las medias de los porcentajes retenidos en cada malla para el almidón con y sin colorante, mientras que el contenido de humedad mostró una diferencia menor de 1 %.

#### 4.3 Equipo de mezclado

Los experimentos fueron realizados con un impulsor de doble listón horizontal de acero inoxidable, colocado en el interior de un tanque horizontal en forma de U, transparente, fabricado de polimetilmetacrilato (PMMA). Las bases del funcionamiento del equipo se describen en la Sección 2.8.1 de este trabajo. La Tabla 11 muestra las dimensiones del mezclador y la Figura 11 esquematiza en el mezclador estas mediciones. El eje del agitador está acoplado a un torquímetro (S. Himmelstein & Co., modelo MCRT 28000TB (5-1)-NFNN, USA) alineado y conectado directamente a la flecha del motor. El motor de corriente directa (DC) utilizado (Control Techniques Worldwide, USA) estuvo acoplado a una caja de control de velocidad variable (Boston Gear, USA). La velocidad de rotación proporcionada por el motor fue medida con un tacómetro de contacto (Cole-Parmer, modelo 08204-80, USA) y expresada en revoluciones por minuto (rpm).

Tabla 11. Dimensiones del equipo de mezclado.

Dimensión	Variable	Dimensión (m)
Diámetro del tanque	$D_T$	0.100
Longitud del tanque	$L_T$	0.250
Diámetro del listón externo	$D_o$	0.096
Longitud del listón externo	$L_o$	0.244
Ancho de paso del listón externo	$p_o$	0.101
Número de pasos del listón externo	$n_o$	2.5 (adimensional)
Grosor del listón externo	$w_o$	0.011
Diámetro del listón interno	$D_i$	0.0745
Longitud del listón interno	$L_i$	0.244
Ancho de paso del listón interno	$p_i$	0.078
Número de pasos del listón interno	$n_i$	3.2 (adimensional)
Grosor del listón interno	$w_i$	0.011

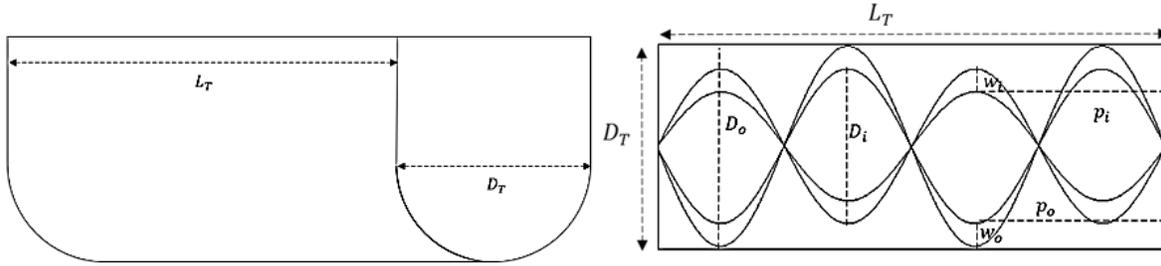


Figura 11 Vista lateral y superior del equipo de mezclado

El volumen del tanque se calculó como la suma del volumen de medio cilindro con diámetro  $D_T$  y longitud  $L_T$  y el volumen de un prisma rectangular de ancho  $D_T$ , altura  $D_T/2$  y longitud  $D_T$

$$V = \frac{1}{2} \left( \frac{\pi D_T^2}{4} L_T \right) + \frac{D_T^2}{2} L_T \quad V = \left( \frac{\pi + 4}{8} \right) D_T^2 L_T \quad [30]$$

Una vez conocido el volumen ( $V$ ) y la densidad de la mezcla en polvo ( $\rho_b$ ), se determinaron los pesos de la mezcla ( $W_m$ ) despejando la ecuación [30] ( $W_m = fV\rho_b$ ), para las razones de carga definidas en cada fase experimental.

#### 4.3.1 Geometría del agitador

El agitador está formado por dos hélices concéntricas y cilíndricas. Se entiende por hélice cilíndrica aquella que es una curva que corta a las generatrices de un cilindro recto con un ángulo constante. La hélice en coordenadas rectangulares puede determinarse por las siguientes expresiones

$$x = r \cos \omega t \quad [31]$$

$$y = \epsilon r \sin \omega t \quad [32]$$

$$z = kt \quad [33]$$

$r$  es el radio de giro de la espiral,  $\omega$  es la tasa de cambio del ángulo girado por unidad de tiempo,  $t$  es el tiempo y  $k$  es la tasa de cambio de la dirección  $z$  por unidad de tiempo,  $\epsilon$  según el sentido sea levógiro (+1) o dextrógiro (-1) (Weisstein, 2016). Por lo tanto

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad [34] \quad k = \frac{dz}{dt} \quad [35]$$

La velocidad angular ( $\omega$ ) se ha definido en función de la velocidad de rotación del listón del tanque ( $N_s$ ) en la ecuación [16] como  $\omega = 2\pi N_s$ . La tasa de cambio de  $z$  ( $k$ ) es desconocida, pero se obtendrá en la siguiente demostración, con la finalidad de obtener de manera gráfica las hélices del agitador en función de sus dimensiones.

El número de pasos ( $n_p$ ) corresponde con el número de revoluciones que debería girar la espiral para recorrer la longitud axial en  $z$  ( $L_T$ ). Una revolución es igual a un ángulo  $\theta$  de  $2\pi$  rad. Al considerar el inicio de la espiral como  $\theta = 0$  y el final de la espiral como  $\theta = 2\pi n_p$  podemos definir  $z$  en función de  $\theta$ . Por lo tanto si:

$$\frac{dz}{d\theta} = k_1$$

Dadas las condiciones:

$$\theta = 0 \quad z(\theta) = 0;$$

$$\theta = 2\pi n_p \quad z(\theta) = L_T;$$

Al resolver la ecuación diferencial se tiene que:

$$z = k_1\theta + c_1 \quad [36]; \quad k_1 = \frac{L_T}{2\pi n_p} \quad [37]; \quad c_1 = 0$$

Dado que se conoce  $\frac{d\theta}{dt}$  y se ha planteado  $z = f(\theta)$  en la ecuación [36], podemos aplicar la regla de la cadena para obtener  $\frac{dz}{dt}$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{dz}{d\theta} \frac{d\theta}{dt}$$

De esta manera se obtiene una expresión para determinar la tasa de cambio de  $z$  con respecto al tiempo ( $k$ )

$$\frac{dz}{dt} = \frac{L_T}{2\pi n_p} (2\pi N_s) = \frac{L_T N_s}{n_p} \quad [38]$$

De la ecuación [33] se despeja el tiempo,  $t = z/k$ , y se sustituye el valor de  $k$  en la ec. [38], para obtener la siguiente expresión

$$t = \frac{zn_p}{L_T N_s} \quad [39]$$

El producto ( $\omega t$ ) es el argumento en las ecuaciones [31] y [32]. Sustituyendo  $t$  de la ecuación [39] y  $\omega = 2\pi N_s$  se tiene

$$\omega t = (2\pi N_s) \left( \frac{zn_p}{L_T N_s} \right) = \frac{2\pi n_p}{L_T} z \quad [40]$$

Introduciendo en las ecuaciones (31) y (32) se obtienen las expresiones para generar de manera gráfica una hélice con base en las dimensiones del agitador, definiendo una variable  $z$  la cual parte de 0 y termina en  $L_T$ . De esta manera se obtuvieron las espirales acopladas en la vista superior de la figura 12.

$$x = r \cos\left(\frac{2\pi n_p}{L_T} z\right) \quad [41]$$

$$y = \epsilon r \sin\left(\frac{2\pi n_p}{L_T} z\right) \quad [42]$$

El agitador está conformado por dos hélices o listones, una interna y una externa, cuyos radios ( $r$ ) corresponden a  $D_o/2$  y  $D_i/2$ , respectivamente, y pasos ( $n_p$ ) a  $n_o$  y  $n_i$ . El valor de  $\epsilon$  para la hélice externa fue de +1 y para la hélice interna de -1, debido a que giran en sentido opuesto. Dado que las gráficas obtenidas son líneas espirales, para otorgar el espesor ( $w$ ) de los listones es

necesario sustraer el valor de este, a cada uno de los radios y generar dos espirales adicionales paralelas a la hélice externa y la hélice interna.

#### 4.4 Evaluación del desempeño de mezclado

Se pesaron proporciones iguales de almidón y azúcar glass de acuerdo con la razón de carga establecida  $f = 0.33$  (0.358 kg), es decir, se pesaron 0.179 kg de almidón y de azúcar glass, respectivamente. Posteriormente fueron colocadas en el tanque de mezclado y separadas a la mitad de la longitud del tanque. La Figura 12 muestra una vista superior del tanque de mezclado y el posicionamiento de los componentes antes del inicio de la operación.

Antes de verter los componentes de la mezcla, según se ilustra en la Figura 12, se fijó la velocidad de rotación mediante la caja de control de velocidad variable conectada al motor, la cual fue verificada mediante el tacómetro de contacto. El efecto de la velocidad sobre el desempeño del mezclado se evaluó mediante tres velocidades de rotaciones ( $N_s$ ); 25, 50 y 75 RPM. Cada velocidad de rotación designó un ensayo experimental y fue realizada por duplicado. Durante cada ensayo se capturaron muestras durante una hora de mezclado. Las muestras fueron procesadas y cuantificadas.

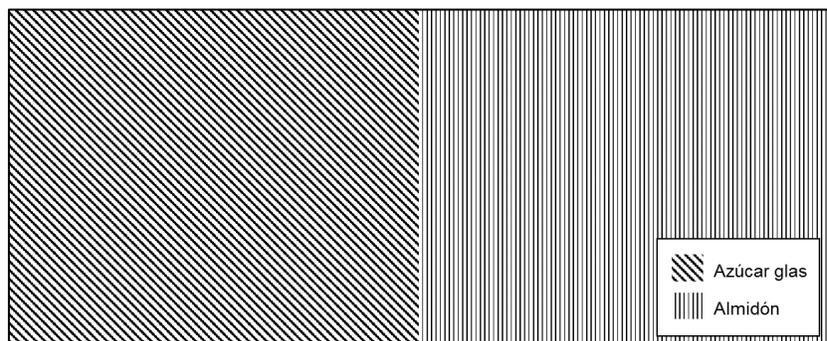


Figura 12. Ubicación de los componentes de la mezcla antes del mezclado.

A continuación, se describe la metodología para obtener una muestra, su procesamiento y cuantificación, así como el procedimiento para evaluar el desempeño del mezclado por medios estadísticos.

##### 4.4.1 Muestreo

Se tomó muestra en ocho posiciones del tanque durante 14 intervalos no constantes a lo largo de una hora, incluyendo el tiempo inicial. Para la recolección de las muestras se apagó el motor del equipo entre cada intervalo. Se obtuvieron un total de 112 muestras por ensayo. Los intervalos de muestreo a lo largo de los primeros 10 minutos fueron más cortos debido a que en el inicio del mezclado se observa el mayor cambio en el índice de mezclado, como se describe en la Sección 2.7.3 de este trabajo.

El posicionamiento de los puntos de muestreo se definió considerando un muestreo aleatorio sistemático, donde las distancias entre los puntos se determinaron de la siguiente manera. Gráficamente se trazaron dos círculos con diámetro  $D_T/2$  en los extremos superior derecho e izquierdo del tanque que fuesen tangentes a los dos extremos colindantes (Fig. 13). Después se determinó la distancia entre los centros de estos círculos ( $l_c$ ), y esta distancia fue dividida entre tres para establecer la posición equidistante de dos círculos adicionales del mismo diámetro.

Simétricamente se establecieron los puntos en la parte inferior del plano mostrado en la Figura 13.

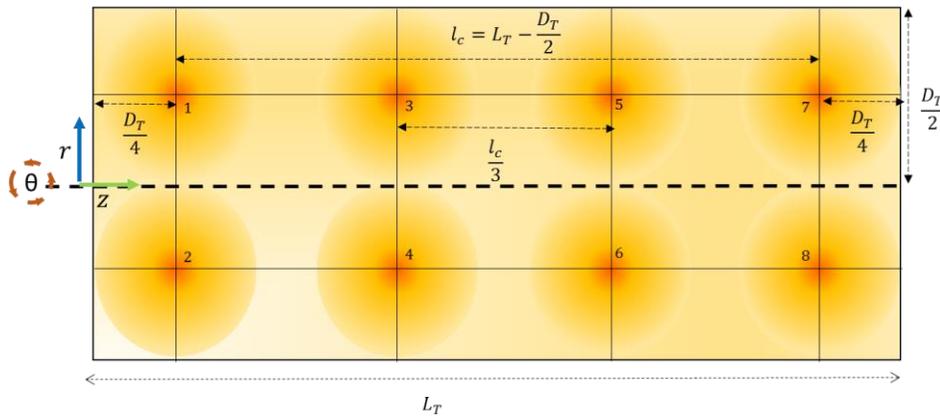


Figura 13. Puntos de toma de muestra. Vista superior del tanque de mezclado.

Se estableció un sistema de coordenadas cilíndricas, como se muestra en la Figura 13. Este sistema se define por un componente radial ( $r$ ), uno angular ( $\theta$ ) y uno axial ( $z$ ). Empleando este sistema se establecieron las coordenadas de los puntos en el plano  $rz$  para  $\theta = 0$  y  $\theta = \pi$ . En función de la numeración de los puntos de muestreo, se definieron dos coordenadas de posición adimensional denominadas posición relativa ( $z_r, r_r$ )

$$z_r = \frac{z}{L_T} \quad [43]$$

$$r_r = \frac{r \cos \theta}{D_T} \quad [44]$$

definidas con respecto a las dimensiones del tanque, como se muestra en la Tabla 12.

Tabla 12. Posición relativa ( $z_r, r_r$ ) de los puntos de muestreo.

Posición relativa	Puntos de muestreo							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$z_r$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{11}{30}$	$\frac{11}{30}$	$\frac{19}{30}$	$\frac{19}{30}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{9}{10}$
$r_r$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$

La toma de las muestras se realizó mediante un recolector de cubierta deslizable, con forma de prisma triangular regular, con una altura de 110 mm y una longitud de la sección transversal de 5 mm. La técnica de muestreo se realizó con base en la metodología descrita por (Susana & Santomaso, 2011). Se insertó el dispositivo en el lecho de polvo en cada uno de los puntos establecidos, hasta alcanzar una altura predeterminada. Después, se deslizó la cubierta hacia abajo aislando la muestra, y se extrajo el dispositivo del lecho. El contenido se liberó deslizando la cubierta hacia arriba. Finalmente, se pesó 0.1 g de la muestra dentro de un vial de 5 mL, y se identificó para su posterior análisis.

#### 4.4.2 Procesamiento de la muestra

Una vez recolectada la muestra en el vial, se añadió 1 mL de agua destilada a temperatura ambiente con una micro pipeta (Labnet, USA). Posteriormente se colocó la tapa en el vial y se agitó durante un minuto en un Vortex. Se dejó reposar la muestra en el vial durante 10 minutos, para sedimentar la fracción insoluble del almidón, en el fondo del vial y disolver totalmente el azúcar glass. La concentración de azúcar glass en las muestras se determinó colocando una gota del sobrenadante del vial en un refractómetro donde se midió el contenido de sólidos solubles y se expresó en grados Brix ( $^{\circ}\text{Bx}$ ), los cuales representan el porcentaje de sólidos solubles en el líquido, en este caso, el azúcar glass.

Para cuantificar la cantidad de azúcar glass en la muestra se elaboró previamente, una curva estándar entre 0 y 100 % de azúcar glass en las muestras de 0.1 g. Primero se pesaron cantidades de 0.02, 0.04, 0.06, 0.08 y 0.10 g de azúcar glass dentro de un vial de 5 mL por duplicado. A partir de este punto se siguió la metodología descrita para el procesamiento de la muestra. Antes de realizar las mediciones en el refractómetro, este fue ajustado a cero con un blanco de agua destilada.

Se trazaron tres curvas estándar en distintos días con el fin de eliminar las variaciones de las lecturas por la temperatura ambiental. Mediante un análisis de varianza no se observaron diferencias significativas entre las varianzas de las curvas. La curva promedio obtenida es reportada en la Figura 14.

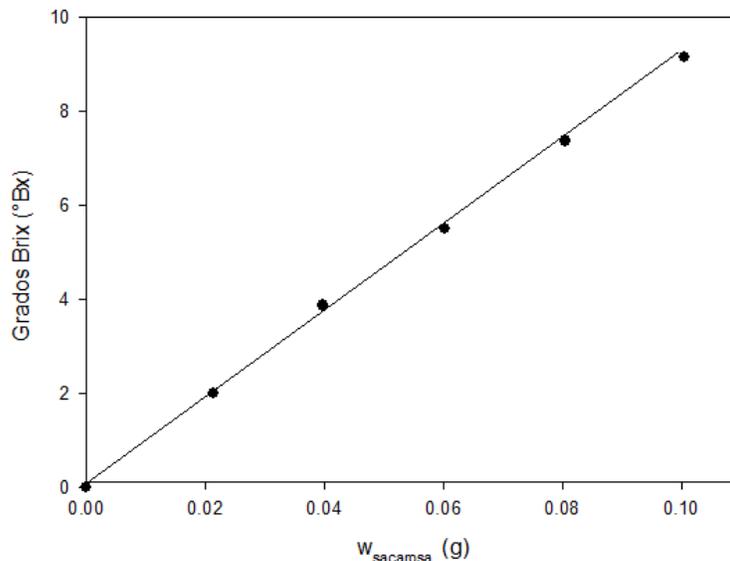


Figura 14. Curva estándar para la determinación de azúcar glass en las muestras.

Mediante un ajuste de los datos por mínimos cuadrados, con una correlación de 0.999 se obtuvo la ecuación de la curva con intersección en el origen, relacionando así la medición en grados Brix ( $M_{\text{Bx}}$ ) con el peso de azúcar glass en la muestra ( $W_{\text{sac}}$ )

$$M_{\text{Bx}} = 95.0375 \left( \frac{\text{°Bx}}{\text{g}} \right) W_{\text{sac}} \quad [45]$$

Para conocer el peso de azúcar glass a partir de una medición del refractómetro se despejó  $W_{\text{sac}}$  de la ecuación 45. Los resultados de la concentración de azúcar glass en la muestra fueron expresados en función de la fracción masa de azúcar glass ( $x_{\text{sac}}$ ), expresada por la siguiente relación

$$x_{\text{sac}} = \frac{W_{\text{sac}}}{W_{\text{S}}} \quad [46]$$

$W_{\text{S}}$  corresponde al peso de la muestra el cual fue de  $0.1002 \pm 0.0005$  g.

#### 4.4.3 Análisis estadístico y presentación de resultados

Los valores de la concentración de azúcar glass obtenidos durante los ensayos y sus réplicas se compararon mediante una serie de análisis de varianza (ANOVA) probando el efecto de las réplicas, el tiempo, la velocidad de rotación y las coordenadas de las posiciones de muestreo, mediante la prueba de Fisher con un nivel de significancia ( $\alpha$ ) de 5 %. El análisis se realizó mediante el software Minitab® (Minitab Inc., 2013, Versión 17.1.0, USA). No se encontraron diferencias significativas entre las réplicas de los ensayos ( $p > 0.05$ ). Finalmente, por cada una de las velocidades de rotación probadas, se determinó el valor promedio de la concentración de azúcar glass para los ocho puntos de muestreo durante los 14 intervalos de tiempo.

Durante cada intervalo de tiempo se determinó la desviación estándar de la fracción masa de las muestras, mediante la ecuación [8], el coeficiente de variación como se describe en la ecuación [9] y la relación entre la desviación estándar y la desviación estándar inicial (en  $t = 0$  min). Estos parámetros fueron comparados como los índices de mezclado. La curva característica de mezclado se obtuvo al graficar el logaritmo de los índices de mezclado en función del tiempo, obteniendo curvas similares a las mostradas en la Figura 7. El tiempo de mezclado ( $t_m$ ) fue considerado como aquel donde el logaritmo del índice de mezclado es independiente del tiempo. La región correspondiente al mezclado convectivo fue descrita por el modelo de Yano et al. (1960) mostrado en la ecuación [14] en la Sección 2.7.3 de este trabajo.

#### 4.5 Consumo de potencia

La segunda etapa experimental consistió en la determinación del consumo de potencia a partir de la medición de torque, variando la velocidad de rotación ( $N_s$ ) y la razón de carga ( $f$ ). Se establecieron cinco velocidades de rotación de 15, 25, 50, 75 y 100 rpm y seis razones de carga  $f$  de 0.08 ( $W_m = 0.087$  kg), 0.17 ( $W_m = 0.0185$  kg), 0.25 ( $W_m = 0.272$  kg), 0.33 ( $W_m = 0.358$  kg), 0.42 ( $W_m = 0.456$  kg) y 0.5 ( $W_m = 0.543$  kg). Un ensayo experimental correspondió a 30 pruebas, es decir, por cada una de las seis razones de carga se evaluaron las cinco velocidades. Se realizaron tres ensayos.

Durante cada prueba se pesó la masa de mezcla correspondiente a la razón de carga definida, y fue colocada en el tanque de mezclado. Mediante la caja de control de velocidad variable y el tacómetro de contacto se fijó cada una de las velocidades de rotación. Antes de iniciar, el motor del equipo se conectó y se configuró el torquimetro, el cual fue acoplado al equipo de acuerdo con la Sección 4.3 de este trabajo. Al encender el motor la señal medida por el torquimetro (S. Himmelstein & Co., modelo MCRT 28000TB (5-1)-NFNN, USA) fue amplificada en una unidad

modular de lectura de salida (S. Himmelstein & Co., modelo: 701 v7.0). Los datos se transfirieron a la computadora mediante un cable convertidor USB a DB9M a partir del puerto RS-232 de la unidad modular. Se obtuvieron alrededor de 27000 lecturas en un intervalo de 5 minutos para cada prueba, esto quiere decir que el torquímetro proporcionó una lectura cada 0.01 segundos.

Adicionalmente, durante cada ensayo se midió el torque sin carga en el mezclador evaluando las cinco velocidades, a fin de medir el torque causado por la fricción del agitador.

#### 4.5.1 Interpretación de las mediciones y análisis estadístico

Las lecturas obtenidas mostraron un comportamiento oscilatorio dentro de un intervalo como el observado por Sato et al. (1977). La Figura 15 es un ejemplo de este comportamiento en una de las pruebas realizadas.

Prácticamente todo dispositivo rotatorio y su fuente de poder, eléctrica, hidráulica, u otra, producen pulsaciones de torque y potencia. Estas también pueden ser ocasionadas por iniciar y detener el equipo. Debido a esto la transmisión de la señal de torque incluye una frecuencia fundamental y un múltiplo sobrepuesto de esta frecuencia denominado armónico, (Himmelstein, 2015).

Los parámetros estadísticos para caracterizar las series de datos fueron el torque promedio ( $T_T$ ) y la desviación estándar ( $s_T$ ). La línea azul en la Figura 15 corresponde a  $T_T$  y las líneas rojas a  $T_T \pm s_T$ . Con base en la media y la desviación estándar se determinó el coeficiente de variación ( $CV_T$ ). Además de los parámetros ya mencionados, de cada serie de datos se obtuvo el valor máximo y mínimo de cada medición.

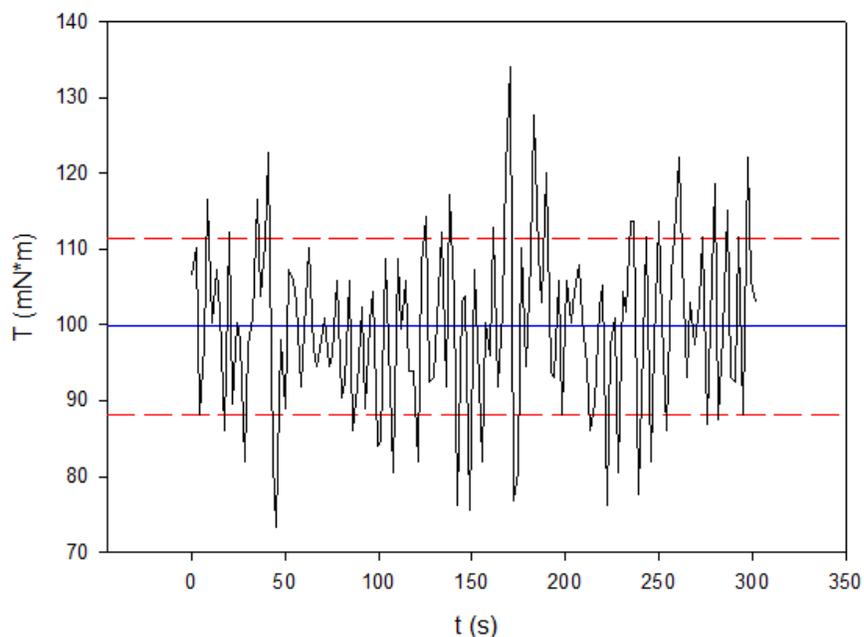


Figura 15. Medición del torque durante una prueba ( $f = 0.25$ , 75 rpm).

El diseño experimental (DOE) fue un diseño factorial multinivel para dos factores ( $N_s$  y  $f$ ) de cinco y seis niveles, respectivamente, es decir un total de 30 experimentos con tres réplicas, respectivamente. El DOE fue estructurado y analizado por el *software* Minitab® (Minitab Inc., 2013, Versión 17.1.0, USA). El análisis de varianza (ANOVA) de las medias de las series de

datos, mostró, mediante la prueba de Fisher con un nivel de significancia ( $\alpha$ ) de 5 % un valor  $p$  de 0.835 para la relación entre las medias y las réplicas. Es decir, no existen diferencias significativas entre las medias de las series de datos y sus réplicas. De acuerdo con lo esperado, los factores ( $N_s$  y  $f$ ) influyen en el valor del torque promedio ( $p < 0.05$ ). Finalmente, se reportan los promedios globales para cada condición de  $f$  y  $N_s$  de acuerdo con la siguiente expresión

$$\overline{T_T} = \frac{T_{T_1} + T_{T_2} + T_{T_3}}{3} \quad [47]$$

donde  $T_{T_1}$ ,  $T_{T_2}$  y  $T_{T_3}$  corresponden a las medias de las tres réplicas y  $\overline{T_T}$  el promedio global.

Las series de datos de torque residual ( $T_R$ ) definido como el torque sin carga ( $f = 0$ ) en el tanque de mezclado se evaluaron en función de  $N_s$ . En el análisis de varianza, no se observaron diferencias significativas entre las medias de las series de datos y sus respectivas réplicas ( $p > 0.05$ ), y de igual manera no se observaron efectos de la velocidad de rotación sobre el valor promedio. El valor promedio y la desviación estándar de todas las mediciones de torque residual fue de  $6.69 \pm 2.71$  mN-m.

El torque utilizado para estimar el consumo de potencia del equipo debido al mezclado se obtuvo sustrayendo el valor de torque residual al valor del promedio global, como se muestra en la ecuación [24].

#### 4.6 Visualización del mezclado

En esta fase experimental se buscó observar el mezclado de los componentes dentro del tanque para distintas razones de carga y distintas velocidades de rotación mediante la captura de secuencias de video. Esta se realizó mediante una cámara (Vieworks Co., modelo: VH-310G2, Corea), equipada con un objetivo de aumento manual (Computar®, modelo: M6Z1212-3S, Japón). La transmisión de datos de la cámara se realizó por medio de una conexión ethernet. La Figura 16 muestra el equipo usado.

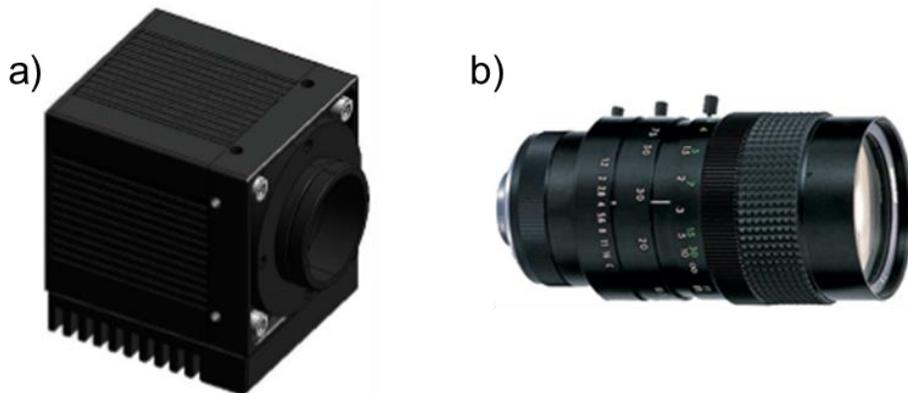


Figura 16. a) Cámara. b) Objetivo de aumento.

Durante la primera fase de este proyecto se planteó una razón de carga  $f = 0.33$  evaluando el efecto de tres velocidades de rotación;  $N_s = 25, 50$  y  $75$  RPM. En esta fase se trabajó bajo las mismas condiciones de operación del mezclador, y además de la influencia de  $N_s$ , se buscó

observar el efecto de la razón de carga, mediante un valor mayor ( $f = 0.5$ ) y menor ( $f = 0.17$ ) al establecido. Se hicieron nueve pruebas como se muestra en la Tabla 13.

Tabla 13. Códigos de prueba para las secuencias de imágenes.

f/N (rpm)	25	50	75
0.17	SEC 0.1725	SEC 0.1750	SEC 0.1775
0.33	SEC 0.3325	SEC 0.3350	SEC 0.3375
0.5	SEC 0.5025	SEC 0.5050	SEC 0.5075

A fin de establecer una rutina para la captura de secuencias, se estandarizaron condiciones tales como: iluminación, atributos de la lente y contraste de los componentes de la mezcla. A continuación, se describe la metodología establecida para la selección de dichos factores.

#### 4.6.1 Montaje del panel de captura y atributos de la lente

El panel de captura se montó de acuerdo con el esquema mostrado en la Figura 17.

- A. Tanque de mezclado: Objeto de interés
- B. Cámara: Esta fue colocada en un trípode de aluminio con una altura de 1.8 m y una distancia de 1.3 m del tanque, con un ángulo de inclinación de  $30^\circ$ .
- C. Reflectores: La iluminación consistió en dirigir y hacer rebotar luz hacia un objeto de interés, en fotografía existen dos tipos de luz; la luz natural o ambiental y la luz artificial la cual es producida intencionalmente mediante una fuente de luz (Costa Silva, 1993). Como fuente de luz artificial, se utilizaron dos pantallas reflectoras trapezoidales con lámparas fluorescentes de 65 W y un flujo luminoso de 4400 lm.
- D. Fondos de color blanco: colocados para aislar los alrededores del tanque de mezclado.

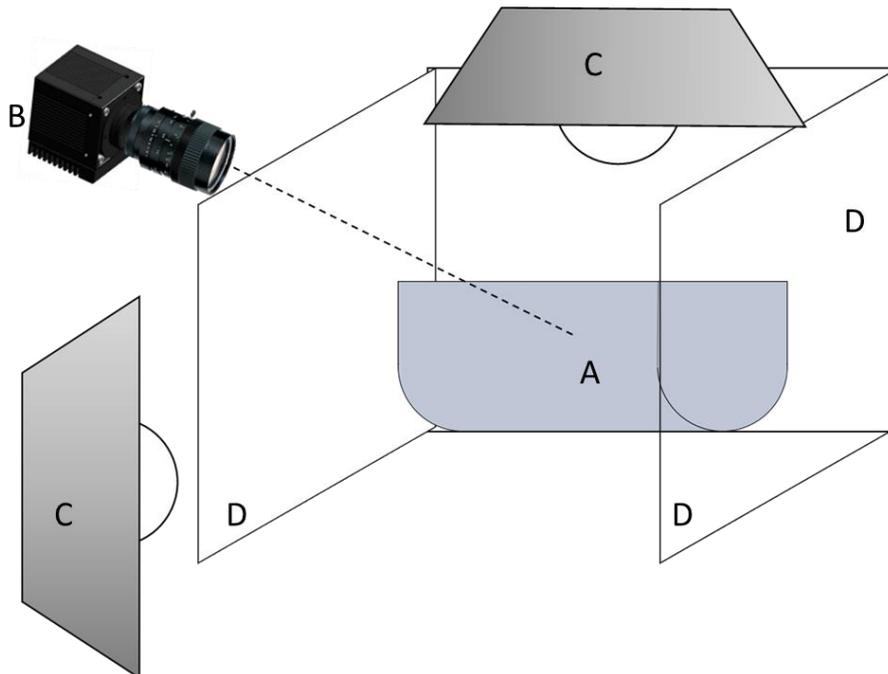


Figura 17. Panel de captura de imágenes.

Los atributos de la lente, es decir, las variables de control, son el zoom, la apertura del diafragma y el enfoque.

**Zoom (Aumento):** Permite cambiar a voluntad la distancia focal de una lente. La distancia focal es la distancia entre el centro óptico de la lente y el foco; punto donde convergen los rayos de luz. La relación entre las distancias focales máxima y mínima de un lente define el máximo aumento posible. El intervalo entre las distancias focales lo define el fabricante (Costa Silva, 1993). El objetivo utilizado tiene un intervalo de 12.5 a 75 mm. Al obtener la relación entre las distancias focales se tiene que el máximo aumento de la lente es de 6x.

**Abertura de diafragma:** El diafragma es un dispositivo que regula la cantidad de luz que entra a la cámara. Al cerrarse o abrirse permite o bloquea el paso de la luz. La variación de la apertura del diafragma se denomina apertura específica y se define por el número  $F$ , el cual corresponde a la relación entre la longitud focal y el diámetro de apertura (Costa Silva, 1993). El objetivo utilizado tiene un intervalo de  $1.2 F$  a  $16 F$ , es decir, si el diafragma está totalmente abierto se tendrá el valor de  $F$  más pequeño ya que el diámetro de apertura será el mayor. El diafragma regula aspectos de la calidad de la imagen como la nitidez.

**Enfoque:** Cada lente cuenta con un anillo móvil de enfoque, el cual cuenta con una escala marcada. Cuando el anillo está ajustado en una posición donde el objeto de interés se observa nítidamente, el valor de la posición indica la distancia a la cual se encuentra el objeto de la lente (Costa Silva, 1993). El objetivo utilizado tiene una escala del anillo de enfoque de 1 m a infinito, el cual es un término usado en fotografía para tomar imágenes a distancias grandes como panoramas.

#### **4.6.2 Rutina de captura**

Durante cada prueba se fijó la velocidad del agitador regulando la caja de control de velocidad variable del equipo y fue verificada mediante el tacómetro de contacto. Sin encender el agitador, se cargó el tanque de mezclado con proporciones iguales de azúcar glass y almidón teñido conforme a la razón de carga a evaluar, siguiendo la metodología descrita en la Sección 4.4 de este trabajo.

Una vez montado el panel de captura (Sección 4.6.1 de este trabajo) se conectó la cámara a un ordenador con sistema operativo Windows® 7 de 32 bits (Microsoft Co. USA 2009), a través del puerto ethernet, el cual contó con una velocidad de transmisión de datos de 0.7 Gbps (Giga bytes por segundo). La comunicación entre los dispositivos se estableció por medio de los drivers del *software VIS: Vieworks Imaging Solutions* (Vieworks Co., Versión: 6.1.8.0, Corea, 2011).

Mediante la cámara, se visualizó y se encuadró la imagen transmitida en el programa de muestra para la captura de secuencias (SingleCam\_Class.exe) incluido en el software VIS, ajustando el tiempo de exposición a 10,000  $\mu$ s. Posteriormente, se fijaron los valores del aumento, 12.5 mm, apertura de diafragma, 5.6  $F$ , y el anillo de enfoque, 1 m, en el objetivo a fin de aumentar la calidad visual de las imágenes.

Se definió el directorio para llevar a cabo la función de “autoguardado” de las imágenes exportadas en formato “mapa de bits” (.bmp) y un formato de pixel RGB. Finalmente, se inició la captura de la secuencia, inmediatamente se encendió el agitador. Las secuencias duraron alrededor de 2 minutos obteniendo en promedio 1,500 imágenes por secuencia.

La cámara cuenta con una velocidad de transmisión de hasta 264 cuadros por segundo (fps). Se observó un efecto de retardo, delay, en la transmisión de imágenes atribuida a factores como

la velocidad de la conexión, la memoria de acceso aleatorio (RAM) del ordenador los cuales tendrían un efecto en el número de imágenes guardadas.

Una vez finalizada cada prueba se reposicionó la cámara de manera perpendicular a la superficie frontal del tanque a fin de observar y capturar imágenes de la película de mezcla adherida a la superficie del tanque formada después del mezclado. Las imágenes obtenidas fueron guardadas en otro directorio para su posterior análisis.

#### 4.6.3 Procesamiento de las secuencias

Las secuencias de imágenes obtenidas fueron procesadas digitalmente por medio de un código de programación mostrado en la sección de anexos de este trabajo, el cual fue elaborado en el *software* Matlab (The Matworks Inc., Versión: 7.0.10.499, EUA, 2010), de acuerdo con el diagrama de flujo mostrado en la Figura 18. El algoritmo planteado se estructuró en tres puntos clave, el primero es la selección de la región de interés en la imagen, mejora del contraste y finalmente el ciclo de edición.

- Región de interés: Una región de interés (ROI: *region of interest*) es un rectángulo especificado por el usuario que puede ser usada para limitar una sección de una imagen con el fin de asegurar que los recursos del procesamiento de la imagen no son gastados en cálculos innecesarios. A pesar de que las imágenes se encuadraron tratando de abarcar en su totalidad todo el equipo de mezclado existen zonas fuera del mezclador las cuales no fueron consideradas en el procesamiento.
- El mejoramiento del contraste se logró visualizando el histograma de la imagen. En fotografía digital un histograma es una manera de mostrar una gráfica del número de pixeles para cada valor de intensidad, estos valores tienen una escala de 0, totalmente apagado, a 255, totalmente encendido. Una imagen a color se codifica por tres bytes y las imágenes con formato de pixel RGB designan un byte a cada canal de color; rojo, verde, azul). Cada byte está conformado por ocho bits los cuales pueden tomar valores de 1 y 0. El número de combinaciones en un byte es igual a 256 ( $2^8 = 256$ ). Estas combinaciones representan los valores de intensidad en cada canal, 0 a 255. Esta información se encuentra en los pixeles de las imágenes pudiendo ser visualizada mediante el histograma. Como regla general se considera que una imagen tiene un buen contraste si su histograma se extiende ocupando casi todo el intervalo de intensidad. Con base en este criterio y con las herramientas del *software* utilizado se modificaron los valores de los canales para obtener una imagen contrastada, estos valores fueron almacenados para cada secuencia.
- El ciclo de edición modificó las secuencias de imágenes, Primeramente, estableció la ROI y después modificó los canales con base en los valores encontrados. También generó el histograma de cada una de las imágenes y generó una nueva imagen con las dimensiones de la ROI y contrastada, para posteriormente secuenciarlas y generar un video.

Después del procesamiento de las nueve secuencias de imágenes y la obtención de los videos, estos fueron analizados a velocidades de entre 10 y 30 fps. Los resultados obtenidos consisten en descripciones y comparaciones entre las nueve secuencias de video.

#### 4.6.4 Determinación de la fracción superficial de película

A partir de las imágenes obtenidas de la superficie frontal del tanque para cada prueba se determinó la fracción relativa del área ocupada por la película de mezcla con respecto al área de la superficie frontal de acuerdo con la siguiente metodología.

1. Se estableció la ROI asociada con la superficie frontal del tanque y se estimó su valor mediante el *software* Matlab (The Matworks Inc., Versión: 7.0.10.499, EUA, 2010), asignando a esta variable como  $A_T$ .
2. A fin de atenuar los objetos ajenos a la película de mezcla, se realizaron dos modificaciones del contraste; a color y en escala de grises.
3. Posteriormente se logró aislar, mediante la aplicación de una técnica de *thresholding*, umbralización, y una selección efectiva de los elementos de la película.
4. El área ocupada por la película ( $A_P$ ) fue determinada mediante una herramienta del *software* que permite cuantificar los píxeles de una imagen binaria; blanco y negro.
5. La fracción superficial ( $F_S$ ) de la película se determinó de acuerdo con la siguiente expresión

$$F_S = \frac{A_P}{A_T} \quad [48]$$

Se evaluaron los efectos de las condiciones en que las que se formó la película ( $f$ ,  $N_s$ ), mediante el análisis estadístico de los valores de  $F_S$  a través de una prueba t pareada.

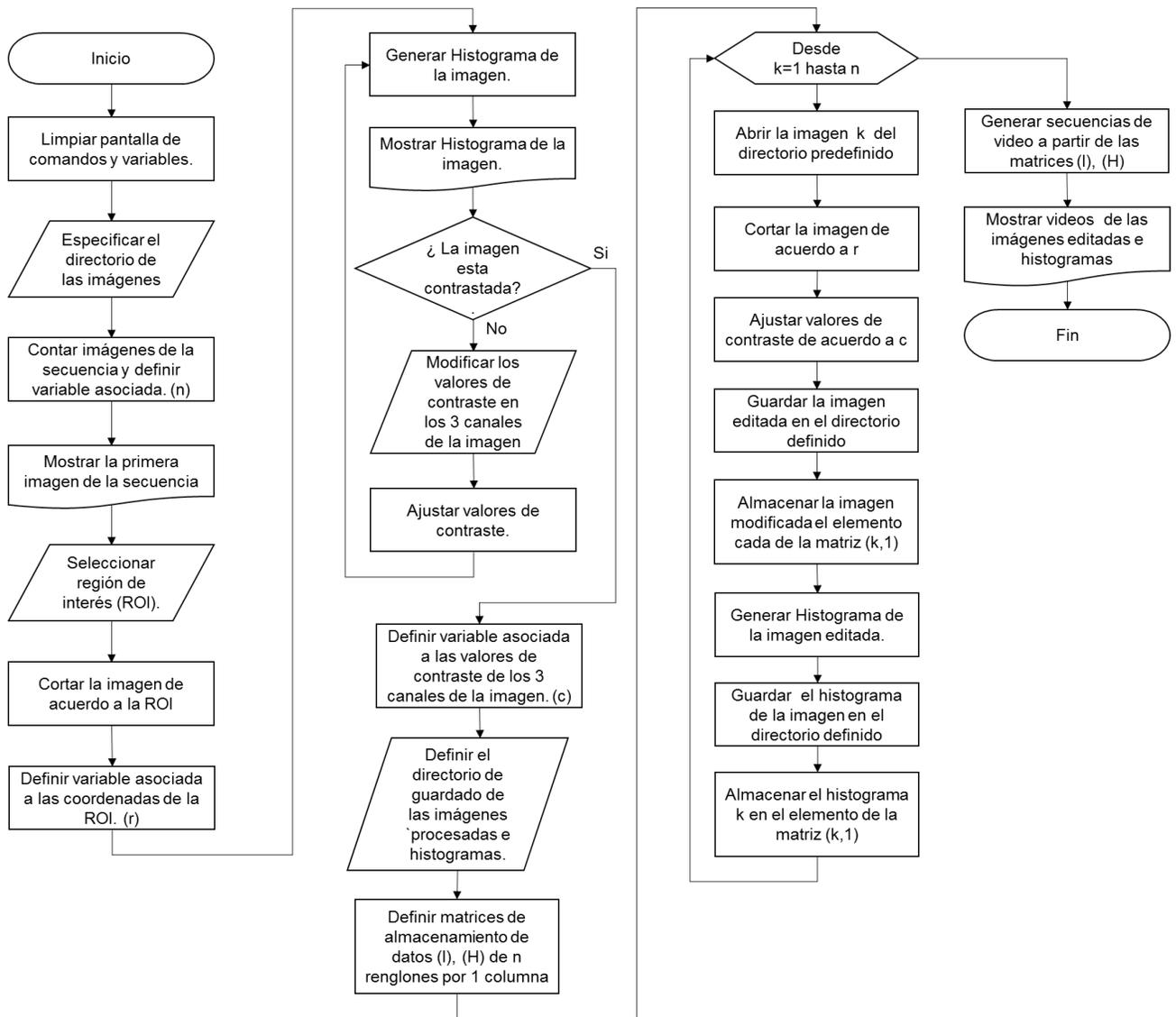


Figura 18. Diagrama de flujo creado para el procesamiento digital de imágenes.

## 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### 5.1 Características de los componentes

Las propiedades que se comentan en esta sección fueron determinadas previamente a este estudio. No obstante, se consideró conveniente comentarlas brevemente con el propósito de comprender su importancia y el papel que juegan en la operación de mezclado. Las características aquí reportadas son suficientes para definir el comportamiento de flujo de los polvos utilizados.

La mediana del diámetro de partícula del almidón y el azúcar glass fue de  $15.8 \pm 0.12$  y  $20.9 \pm 0.28$   $\mu\text{m}$ , respectivamente. El almidón es considerado un polvo superfino y debido a que la distribución del azúcar glass fue bimodal, está constituida por dos fracciones con una moda de 1 y 40  $\mu\text{m}$ , clasificados como polvos hipérfinos y superfinos, respectivamente. Las micrografías mostraron que las partículas de almidón son suaves, redondeadas y de una alta esfericidad, mientras que las partículas de azúcar glass son angulares, menos homogéneas y con una baja esfericidad (Gijón-Arreortúa & Tecante, 2014).

Con base en el contenido de humedad, el azúcar glass se clasificó como un polvo seco, mientras que el almidón es un material de baja humedad, este es un parámetro relativamente sencillo de obtener y puede ser un índice de la cohesividad del material, ya que el aumento del contenido de humedad se asocia con el aumento de las fuerzas cohesivas y como era de esperarse la cohesividad del almidón fue mayor que la del azúcar glass como se observa en la tabla 9.

La densidad a granel del almidón ( $\rho_b$ ) fue más alta que la del azúcar glass. La de la mezcla fue menor que el promedio de ambas densidades. La densidad de partícula ( $\rho_p$ ) del almidón y el azúcar glass no son significativamente diferentes, por lo que la de la mezcla tampoco lo es. A partir de  $\rho_b$  y  $\rho_p$  se estimó la porosidad donde observamos que el almidón es ligeramente más poroso que el azúcar glass, es importante mencionar que el concepto de porosidad utilizado se refiere a la proporción de espacios libres entre las partículas de polvo, no a la porosidad de la partícula en sí.

La densidad compactada ( $\rho_T$ ) del azúcar glass fue mayor que la del almidón, al comparar respecto a  $\rho_b$  se observa que el azúcar glass incremento más su densidad al ser compactada. Con base en lo anterior al determinar el índice de compresibilidad, se observa que el del azúcar glass fue mayor que el del almidón. Este índice permite inferir la capacidad de flujo de un polvo donde conforme a la Tabla 2 la fluidez de los polvos puede ser considerada “buena” para el almidón y “justa” para el azúcar glass y la mezcla. El ángulo de reposo del azúcar glass fue mayor que el del almidón, y la mezcla presentó un ángulo intermedio entre estos dos. Al comparar estos valores con los descritos en la Sección 2.4.2 de este trabajo los polvos pueden ser clasificados como polvos ligeramente cohesivos.

El almidón presentó el ángulo y el coeficiente de fricción interna más elevados, seguido por el azúcar glass y la mezcla. Un coeficiente de fricción interna grande significa que será necesario un mayor esfuerzo de cizalla para producir el flujo incipiente del material bajo un esfuerzo normal definido. Este coeficiente representa la fricción definida como la tendencia de una interfaz de partículas para resistir el movimiento relativo en cualquier dirección que es tangencial a la interfaz bajo condiciones de presión normal. En cambio, la cohesión refleja la resistencia al flujo en

ausencia de esfuerzos normales, obtenida como la intersección con el eje de las ordenadas en el gráfico de fluencia (Schulze, 2008).

En resumen, el almidón es un polvo más cohesivo que el azúcar glass, esto se atribuye a su mayor contenido de humedad, sin embargo, al momento de fluir el azúcar glass ofrecerá mayor resistencia debido a la fricción entre partículas. Se cree que lo anterior es debido la forma irregular y baja esfericidad de las partículas de azúcar glass. La mayor compresibilidad de las partículas de azúcar glass también puede ser resultado de esto donde

Es importante mencionar que la caracterización individual de los componentes de una mezcla no es suficiente para predecir sus propiedades friccionales (Gijón-Arreortúa & Tecante, 2014).

## 5.2 Evaluación del desempeño del mezclado

El posicionamiento inicial de los componentes de la mezcla tomando como referencia la mitad de la longitud del tanque ( $z_r = \frac{1}{2}$ ), como se describe en la Sección 4.4 de este trabajo, establece cómo será la evolución del mezclado en los puntos de muestreo. Por ejemplo, los puntos de muestreo que se ubican del lado izquierdo de  $z_r = \frac{1}{2}$ , es decir, donde se colocó el azúcar glass presentaron un comportamiento de decaimiento, debido a que la variable medida fue la concentración de azúcar glass. En cambio, en el lado derecho de  $z_r = \frac{1}{2}$ , donde se colocó el almidón, los puntos de muestreo en esta zona presentan un aumento en la concentración de azúcar glass. En ambos casos la concentración alcanza un equilibrio definido por la proporción inicial de los componentes, la cual fue de 0.5:0.5, es decir, cantidades iguales de almidón y azúcar glass. Las Figuras 19, 20 y 21 muestran la evolución del proceso de mezclado en los puntos de muestreo bajo condiciones de operación  $f = 0.33$  y  $N_s$  de 25, 50 y 75 rpm.

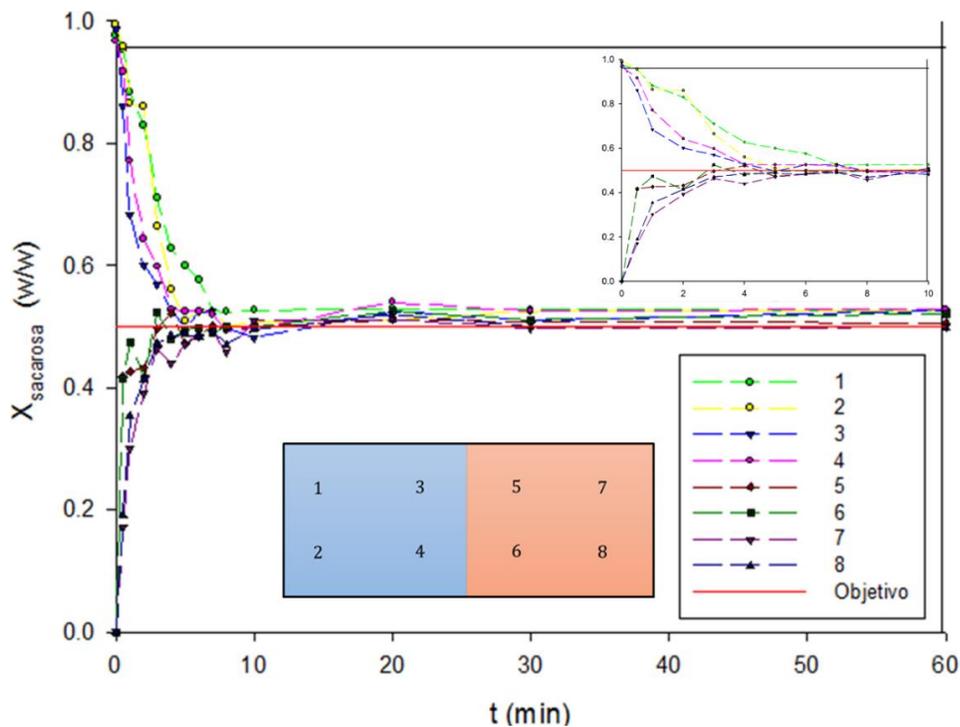


Figura 19. Evolución del mezclado en los puntos de muestreo para  $N_s = 25$  rpm y  $f = 0.33$ . La gráfica insertada muestra el comportamiento para los primeros diez minutos.

Las posiciones centrales, es decir, los puntos de muestreo 3, 4, 5 y 6 alcanzan el equilibrio con mayor rapidez que los puntos de muestreo en los extremos; 1, 2, 7 y 8. El valor objetivo de la concentración de azúcar glass expresada como fracción masa ( $X_{sac}$ ) fue 0.5 de acuerdo con la proporción en la que fueron mezclados los componentes y se muestra como la línea roja en las Figs. 20 a 22.

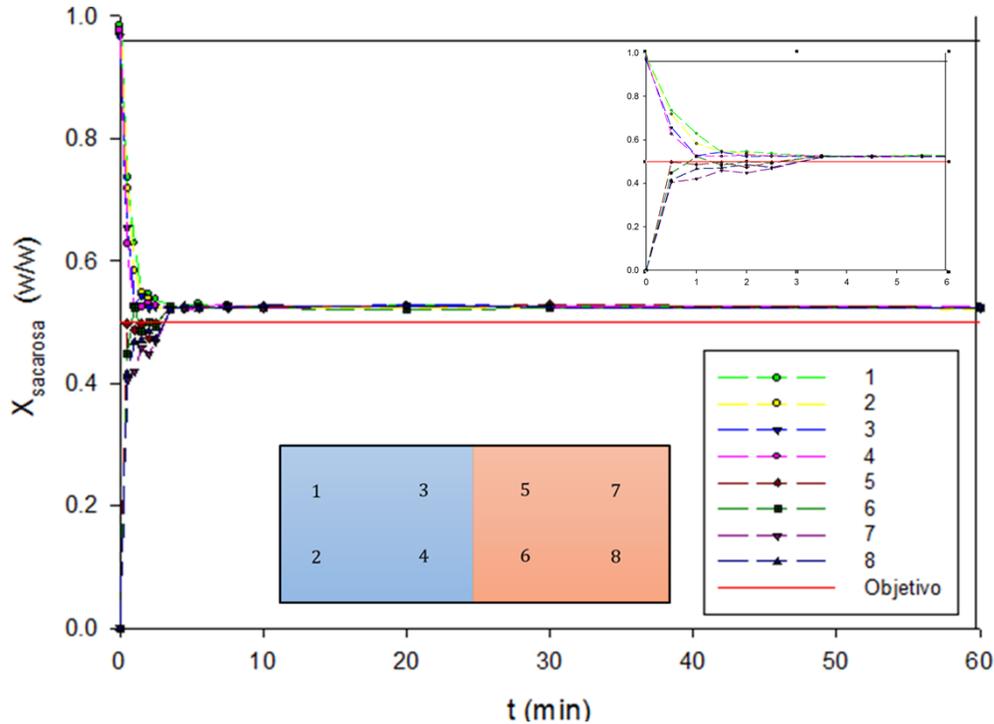


Figura 20. Evolución del mezclado en los puntos de muestreo para  $N_s = 50$  rpm y  $f = 0.33$ . La gráfica insertada muestra el comportamiento para los primeros seis minutos.

Los valores alcanzados en los puntos de muestreo fueron entre 0.5 y 0.53. Esto se puede atribuir a las variaciones producidas en la técnica analítica y al proceso de muestreo.

Los puntos 1, 3, 5 y 7 son simétricos a los puntos 2, 4, 6 y 8, respectivamente, tomando como referencia la posición radial en  $r_r = 0$ , como se muestra en la Figura 13. De acuerdo con el análisis estadístico no se encontraron diferencias significativas ( $p > 0.05$ ), entre la concentración, con respecto al valor de la coordenada adimensional ( $r_r$ ). Esto significa que los puntos simétricos con respecto a  $r_r = 0$ , tienen aproximadamente la misma concentración. En los mezcladores horizontales, el gradiente de concentración es mayor con respecto a la posición axial ( $z$ ) que a la posición radial ( $r$ ). Por lo tanto, el cambio en la concentración axial determina el tiempo de mezclado (Weineötter & Gericke, 2000). Con el análisis estadístico se comprobó que efectivamente, la coordenada adimensional ( $z_r = z/L_T$ ), así como el tiempo ( $t$ ) y la velocidad de rotación ( $N_s$ ) influyen significativamente en la concentración de las muestras ( $p < 0.05$ ).

Las diferencias de concentración entre los puntos de muestreo se reducen a medida que avanza el mezclado, hasta el momento en el que la concentración alcanza el equilibrio. Estas diferencias pueden ser medidas mediante la varianza ( $\sigma^2$ ) de los puntos de muestreo, es decir, la dispersión al cuadrado de los valores de concentración con respecto al valor de la media durante cada intervalo de tiempo. La varianza por sí misma o relaciones derivadas de la varianza pueden

ser utilizadas como índices de mezclado, como se menciona en la Sección 2.7.2 de este trabajo. Estos índices son una manera de evaluar el grado de heterogeneidad de la mezcla.

La curva característica de mezclado obtenida al graficar el índice de mezclado en escala logarítmica contra el tiempo en escala lineal es un método gráfico para determinar el tiempo de mezclado y la tasa con la que se alcanza el equilibrio. Además, permite apreciar las zonas donde predominan los mecanismos de mezclado como se describe en la Sección 2.7.3. Las Figuras 19, 20 y 21 muestran la curva característica de mezclado para las velocidades de rotación de 25, 50 y 75 rpm con una razón de carga  $f = 0.33$ . Se evaluaron tres índices de mezclado ( $M_i$ ) derivados de la varianza de las muestras:

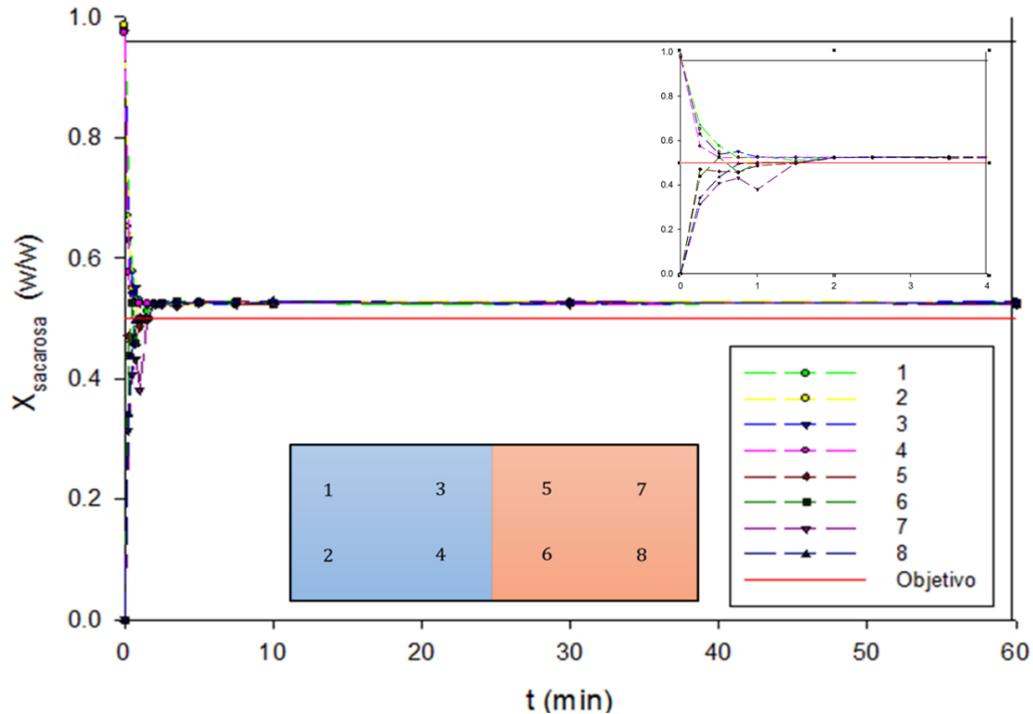


Figura 21. Evolución del mezclado en los puntos de muestra para  $N_s = 75$  rpm y  $f = 0.33$ . La gráfica insertada muestra el comportamiento para los primeros cuatro minutos.

1. La desviación estándar ( $\sigma_s$ ), obtenida como la raíz cuadrada de la varianza en la ecuación [8].
2. El coeficiente de variación CV ( $\sigma_s/\bar{x}$ ) conforme a la ecuación [9]. Este no se reportó como porcentaje debido a que esto aumentaría dos unidades logarítmicas la escala del gráfico, con la finalidad de presentar los tres índices en una sola gráfica.
3. La relación ( $\sigma_s/\sigma_0$ ) entre la desviación estándar y la desviación estándar experimental en  $t = 0$ . La varianza inicial calculada según la ecuación [10] corresponde a 0.25 por lo que la desviación inicial calculada es de 0.5. Se utilizó el valor experimental debido a que este tiene el mismo error experimental que las demás mediciones, aunque no difiere demasiado del valor calculado.

El comportamiento entre los tres índices de mezclado es prácticamente el mismo. Existe una diferencia entre los valores debido a la intersección con el eje de las abscisas. Las etapas I, II y III descritas en la Figura 7 corresponden al mezclado convectivo, convección/cizalla y difusión. El mecanismo de mezclado predominante en este tipo de mezcladores es la convección que

contribuye principalmente al mezclado macroscópico. Sin embargo, es posible apreciar los efectos de los otros mecanismos.

El mezclado convectivo genera el mayor cambio en el índice de mezclado y por ende en la concentración, es decir, es el mecanismo con la pendiente más pronunciada. En las curvas obtenidas se observa desde  $t = 0$  hasta la línea negra discontinua paralela al eje de las abscisas. A partir de este punto ocurre un ligero cambio de pendiente que corresponde al mezclado convectivo y de cizalla, aunque no es un cambio tan pronunciado como se muestra en la etapa II de la Figura 7. Los efectos del mecanismo de cizalla no deben ser despreciados debido a que en el espacio entre el agitador y la pared del tanque existen zonas de cizalla donde el mezclado ocurre debido al intercambio de cantidad de movimiento entre las partículas de esta zona. Más adelante se discutirá la formación de una película de mezcla adherida a la superficie del tanque es decir una zona de cizalla, la cual puede influir en el equilibrio del mezclado y el consumo de energía.

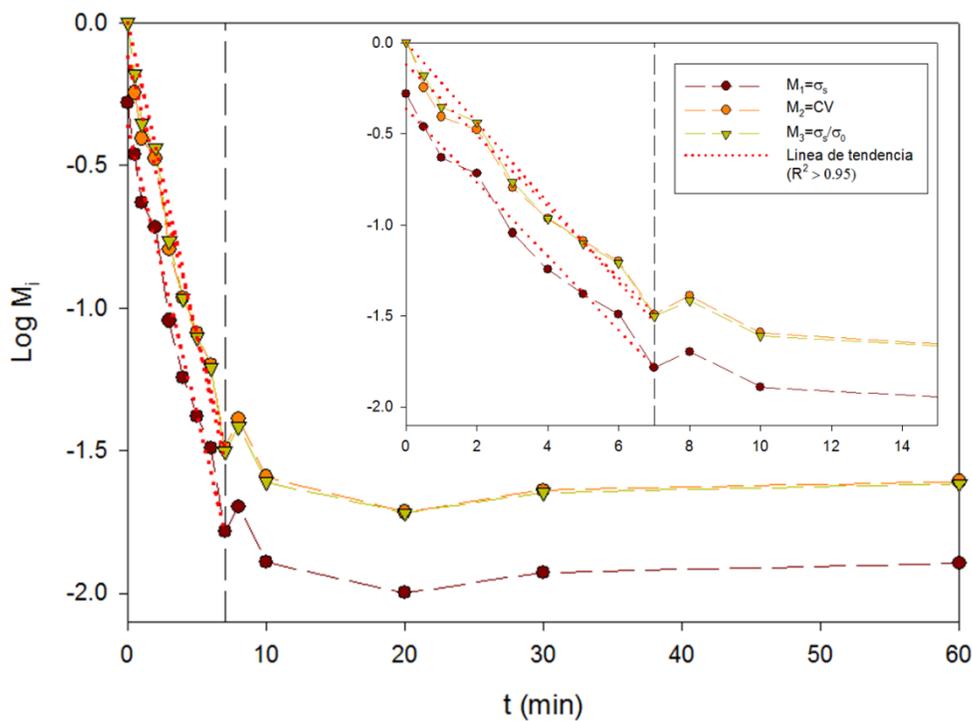


Figura 22. Curva característica de mezclado para  $N_s = 25$  rpm y  $f = 0.33$ . La gráfica insertada muestra el comportamiento para los primeros catorce minutos.

Finalmente, alcanza el equilibrio dado por el mezclado difusivo (etapa III, Fig. 7) A pesar de que el mezclado difusivo no influye tanto como el mezclado convectivo, es necesario para lograr mezclas a nivel microscópico.

Existen distintos criterios para la selección del tiempo de mezclado. Por ejemplo, Kuakpetoon et al. (2001) evaluaron el efecto de las propiedades de partícula sobre el desempeño del mezclado para mezclas de harinas de trigo realizadas en un mezclador de doble listón horizontal y un mezclador de tambor rotatorio. independiente del tiempo, en una mezcla de almidón de maíz y azúcar glass realizada en un mezclador de doble listón horizontal.

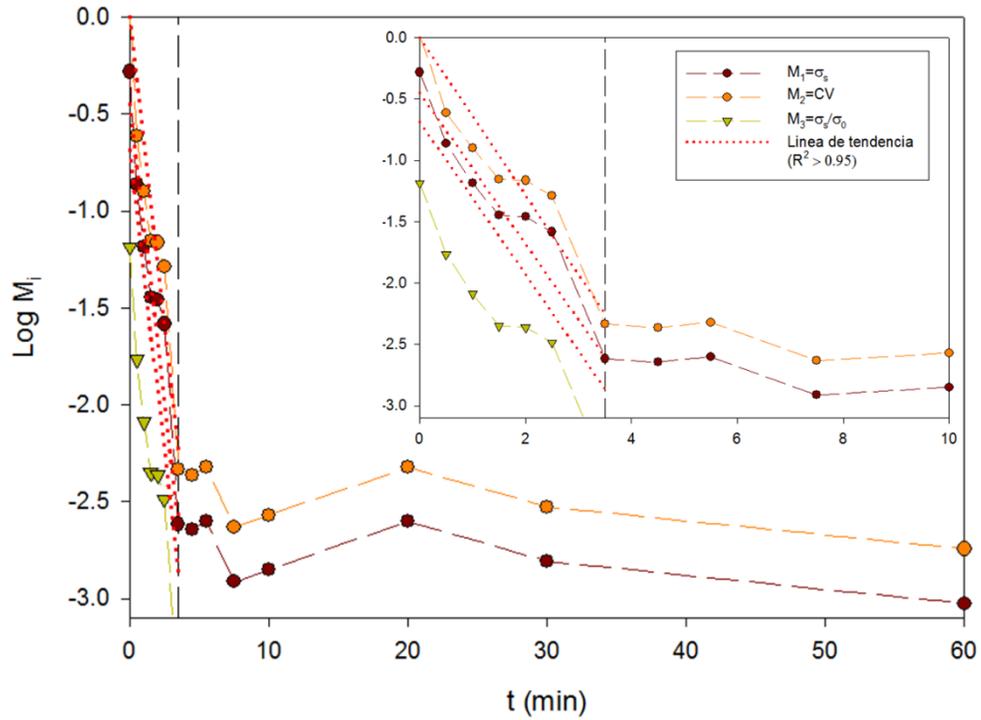


Figura 23. Curva característica de mezclado para  $N_s = 50$  rpm y  $f = 0.33$ . La gráfica insertada muestra el comportamiento para los primeros diez minutos.

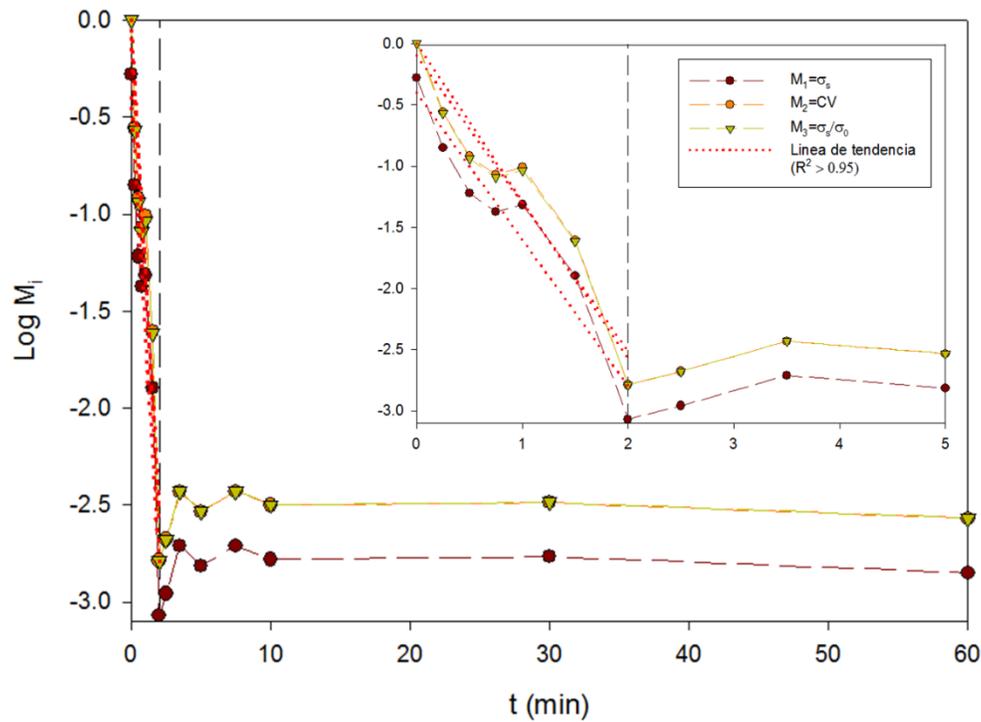


Figura 24. Curva característica de mezclado para  $N_s = 75$  rpm y  $f = 0.33$ . La gráfica insertada muestra el comportamiento para los primeros cinco minutos.

El tiempo de mezclado óptimo se estableció cuando la desviación estándar alcanzó un valor mínimo antes de aumentar nuevamente. Gijón-Arreortúa & Tecante (2014) seleccionaron el tiempo de mezclado cuando la desviación estándar se vuelve

Los índices de mezclado se vuelven independientes del tiempo al finalizar el mezclado convectivo, debido a que en este tipo de mezcladores el mezclado ocurre casi en su totalidad por convección (Barbosa-Cánovas et al., 2005). Como se observa en las Figuras 22 a 24 en este punto los índices de mezclado alcanzan un valor mínimo antes de aumentar ligeramente. Los porcentajes de diferencia de los índices de mezclado en relación con los valores mínimos, fueron 6, 9 y 3.5 % para las velocidades de rotación de 25, 50 y 75 rpm, respectivamente. El tiempo correspondiente a este punto se designó como el tiempo de mezclado ( $t_m$ ).

La etapa del mezclado convectivo ( $0 \leq t \leq t_m$ ) puede describirse por la ecuación [14]. La siguiente expresión es una generalización de esta ecuación aplicada a los índices de mezclado (M) evaluados

$$\log M = \log M_0 - \varphi t \quad [49]$$

Esta ecuación corresponde a una recta con una ordenada igual a  $\log(M_0)$ , la pendiente  $\varphi$  es el coeficiente de la tasa de mezclado y  $t$  el tiempo. Para el índice de mezclado  $M_3$  ( $\sigma_s / \sigma_0$ ) se reacomodo esta ecuación para obtener una recta con intersección en el origen, de acuerdo con la siguiente expresión

$$\log \frac{M}{M_0} = -\varphi t \quad [50]$$

Mediante una regresión lineal se determinaron los parámetros de la recta ( $r^2 > 0.95$ ) y los índices de mezclado fueron recalculados y presentados en las Figuras 22 a 24 como las líneas rojas punteadas. La Tabla 14 resume los resultados para los tres índices de mezclado.

Tabla 14. Parámetros del mezclado en función de los índices de mezclado.

N (rpm)	$t_M$ (min)	$M_i$	$\varphi$ ( $\text{min}^{-1}$ )	$M_0$ (experimental)	$M_0$ (ajuste)	$r^2$
25	7.0	$M_1 = \sigma_s$	0.203	0.525	0.435	0.985
		$M_2 = \text{CV}$	0.195	1.069	0.762	0.973
		$M_3 = \sigma_s/\sigma_0$	0.219	0.525	0	0.974
50	3.5	$M_1 = \sigma_s$	0.573	0.521	0.356	0.963
		$M_2 = \text{CV}$	0.573	1.069	0.690	0.959
		$M_3 = \sigma_s/\sigma_0$	0.643	0.521	0	0.963
75	2.0	$M_1 = \sigma_s$	1.198	0.523	0.395	0.963
		$M_2 = \text{CV}$	1.208	1.069	0.800	0.962
		$M_3 = \sigma_s/\sigma_0$	1.288	0.523	0	0.963

Las mejores correlaciones de los datos se obtuvieron utilizando la desviación estándar ( $\sigma_s$ ) como índice de mezclado, después la relación  $\sigma_s/\sigma_0$  y finalmente el coeficiente de variación (CV) aunque en todos los casos son superiores a 0.95. Los valores del coeficiente de tasa de mezclado ( $\varphi$ ) son mayores para  $\sigma_s/\sigma_0$ , mientras que los de CV y  $\sigma_s$  son aproximadamente iguales. La finalidad de probar los distintos índices de mezclado derivados de la desviación estándar fue para encontrar la variable que mejor describiera los datos experimentales.

Al duplicar la velocidad de rotación de 25 rpm, es decir 50 rpm, se reduce 50 % su tiempo de mezclado y al triplicarla se reduce 71 %. Existe una relación inversa entre el tiempo de mezclado

y la velocidad de rotación;  $t_m \approx 1/N_s$ , aunque realizar el mezclado a altas velocidades no es garantía de un proceso óptimo, debido a los esfuerzos a los cuales se someten los polvos, los cuales podrían ocasionar la fractura de las partículas, así como pérdidas debido a la suspensión de las fracciones más finas en el aire. Yano et al. (1960) presentaron el tiempo de mezclado como un número de revoluciones acumulado ( $N_\theta$ ) al mostrar la evolución del mezclado de arena y bicarbonato de sodio en un mezclador de doble listón horizontal

$$N_\theta = tN_s \quad [51]$$

Esta variable puede expresar el número de revoluciones necesarias para lograr el mezclado sustituyendo los valores de  $t_m$  y  $N_s$ . Dado que no se modificó la razón de carga ( $f$ ) a lo largo de las pruebas, el número de revoluciones para las tres velocidades probadas debería ser el mismo. Para las velocidades de rotación de 25 y 50 rpm,  $N_\theta$  es constante con un valor de 175 revoluciones mientras que, para 75 rpm,  $N_\theta$  se reduce 14 %. El valor promedio de  $N_\theta$  para las tres velocidades es de 162.5 revoluciones y puede ser usado como una referencia para estimar el tiempo de mezclado ( $t_m \approx 162.5/N_s$ ) para este tipo de sistemas con una razón de carga de 0.33. Una extensión de este trabajo pudiera generalizar esta relación probando distintos valores de  $f$  y aumentando el número de  $N_s$  probadas.

Es probable que las mezclas producidas sean compuestas por una mezcla aleatoria y una mezcla ordenada. Gijón-Arreortúa & Tecante (2014) observaron que la distribución de tamaño de partícula para el azúcar glass es bimodal. Una fracción de partículas presentó una moda de 40  $\mu\text{m}$  y otra fracción más pequeña una moda de 1  $\mu\text{m}$  es decir un polvo hipérfino. El almidón presentó una mediana del diámetro de 15.81  $\mu\text{m}$ , lo que significa que 50 % de los tamaños son mayores y 50 % menor que ese valor.

Las partículas más pequeñas de azúcar glass pudieron adherirse a la superficie de partículas grandes de almidón debido a las fuerzas electrostáticas y de Van der Waals, produciendo de esta manera una mezcla ordenada. El peso molecular del almidón es muy grande comparado con el del azúcar glass y los materiales con un alto peso molecular tienen más electrones aumentando la atracción por estas fuerzas (Bhandari, 2003).

Para determinar el tipo de mezcla producida sería necesaria la evaluación microscópica del mezclado, mediante micrografías de las muestras recolectadas, lo cual además permitiría apreciar si es que existe o no un efecto de segregación en los polvos cohesivos debido a su mezclado prolongado.

## 5.3 Consumo de potencia

### 5.3.1 Mediciones de torque

El coeficiente de variación ( $CV_T$ ) promedio de las series de datos analizados para la determinación del torque está entre 9 y 79 %. Este valor representa el porcentaje de la dispersión de los datos en relación con el promedio. Esta dispersión se debe a las pulsaciones de torque generadas por el equipo y a la frecuencia de la señal transmitida como se explica en la Sección 4.5.1 de este trabajo. Para razones de carga menores de 0.25 este valor aumento considerablemente. Mientras que razones de carga superiores presentaron valores de  $CV_T$  menores de 30 %, es decir, el comportamiento ondulatorio de los datos como el observado en la Figura 15, reduce su amplitud.

Mediante los valores máximos encontrados ( $T_{max}$ ) en las series de datos se realizó un gráfico de contorno como el mostrado en la Figura 25. Este puede ser utilizado como un mapa de referencia para los experimentos en este equipo.

El torquímetro está diseñado para mediciones de 50 oz $\cdot$ in lo que equivale a 353 mN $\cdot$ m y no presenta problema para realizar mediciones superiores al doble de su capacidad. Mediciones superiores a 200 oz $\cdot$ in, p. ej. 1412 mN $\cdot$ m, producirán un problema de sobrecarga en el equipo y este puede dañarse. El fabricante recomienda que para mediciones cercanas al valor de sobrecarga se cambie de transductor, debido a que los picos que se producen durante la medición de torque alcancen este valor (Himmelstein, 2015).

En la Figura 25 se observa que a medida que aumenta la razón de carga y disminuye la velocidad de rotación aumenta el valor de  $T_{max}$ . Los valores de  $T_{max}$  se mantienen por debajo de 1000 mN $\cdot$ m, esto representa menos de 70 % del valor de sobrecarga del equipo y no se encontraron mediciones que rebasaran dicha cantidad.

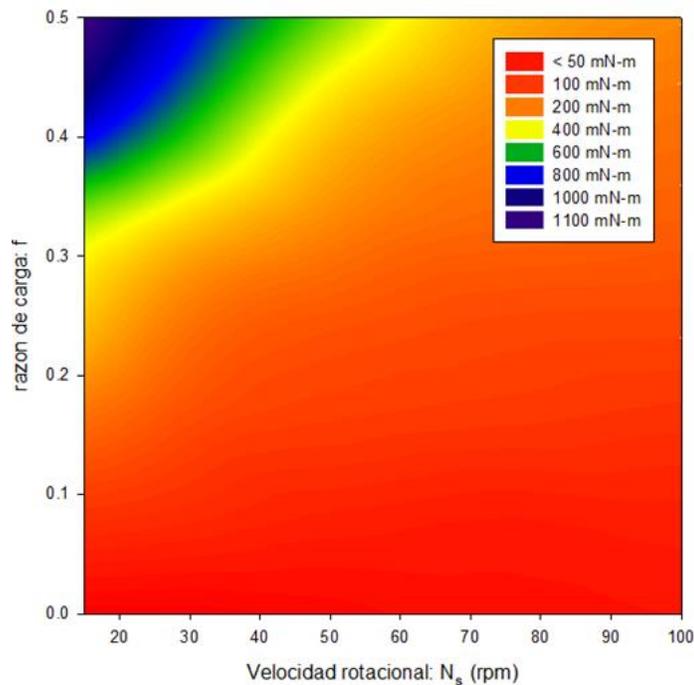


Figura 25. Valores máximos de torque en función de  $N_s$  y  $f$ .

### 5.3.2 Efecto de $N_s$ y $f$ sobre el torque

La Figura 26 muestra las mediciones de torque ajustadas mediante la sustracción del torque residual ( $T_R$ ) (torque sin carga en el tanque) al torque promedio global ( $T_T$ ), en función de la velocidad de rotación para diferentes razones de carga. Las curvas de la Figura 26 están definidas por la razón de carga ( $f$ ) y muestran un comportamiento descendente en función de la velocidad rotación, el cual es más evidente a bajas velocidades y un aumento del torque en función de la razón de carga. Para comprender este comportamiento se explica la relación del torque con estas variables. El momento de torsión neto en torno al eje de rotación de un sistema, es proporcional a la aceleración angular del sistema ( $\alpha$ ), con un factor de proporcionalidad correspondiente al momento de inercia

$$T = I\alpha \quad [52]$$

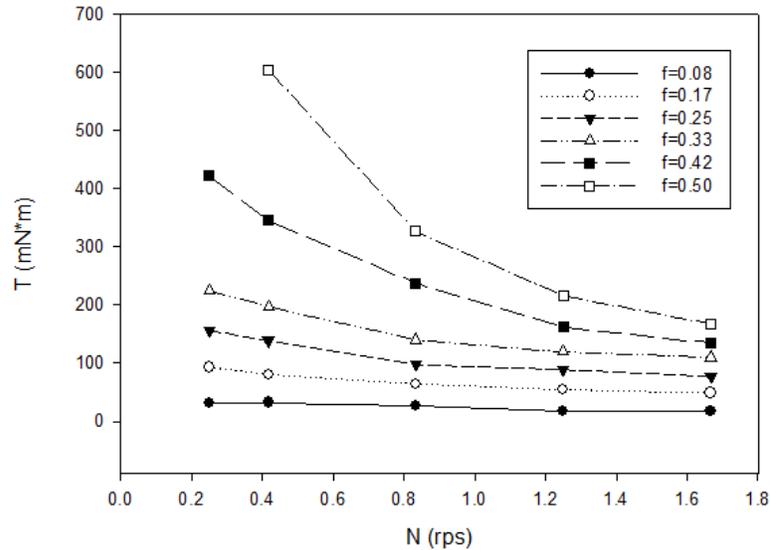


Figura 26. Efecto de la velocidad de rotación sobre las mediciones de torque bajo diferentes razones de carga.

El momento de inercia ( $I$ ) es una medida de la resistencia de un objeto a cambios en su movimiento de rotación, es una cantidad directamente proporcional a la masa del sistema ( $M$ ), donde la constante  $k$  depende del eje de rotación y del tamaño y la forma del objeto (Serway et al., 2008).

$$I = Mk \quad [53]$$

Por lo tanto, el momento de torsión es dependiente de la cantidad de masa en el sistema y dada la definición de razón de carga ( $f$ ) esta es una medida de la masa del sistema en relación con la masa necesaria para llenar el tanque

$$M = f\rho_b V_T \quad [54]$$

El volumen del tanque  $V_T$  y la densidad de la mezcla en polvo  $\rho_b$  son constantes en este trabajo, por lo tanto, la masa del sistema depende solamente de la razón de carga.

La razón por la cual el torque disminuye a medida que aumenta la velocidad de rotación se atribuye a las fuerzas inerciales. A continuación, se presenta un ejemplo para mostrar el efecto de dichas fuerzas, definiendo un sistema en función de  $f$  y  $N_s$ . Cuando  $f_1 = 0.25$  bajo  $N_{s1} = 15$  rpm, el torque es aproximadamente el mismo que para  $f_2 = 0.5$  bajo  $N_{s2} = 100$  rpm como se muestra en la Figura 26. Dado que  $f_2 = 2f_1$ , el momento de inercia también cumple esta condición  $I_2 = 2I_1$ . Sustituyendo en la ecuación [52], e igualando  $T_1 = T_2$

$$I_1\alpha_1 = 2I_1\alpha_2 \quad [55]$$

La relación entre las aceleraciones angulares de cada sistema es

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{1}{2} \quad [56]$$

La aceleración del sistema es el cambio de la velocidad de rotación en un intervalo  $\Delta t$  al detener el sistema desde una velocidad de rotación  $\omega = 2\pi N_s$  hasta  $\omega = 0$ . La aceleración angular se define por la siguiente expresión

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{0 - 2\pi N_s}{\Delta t} \quad [57]$$

Al reemplazar el valor de  $\alpha$  para cada sistema e igualar a la ecuación [57], se obtiene

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{\left(\frac{-2\pi N_{s_2}}{\Delta t_2}\right)}{\left(\frac{-2\pi N_{s_1}}{\Delta t_1}\right)} = \frac{1}{2}; \quad \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{N_{s_1}}{2N_{s_2}} \quad [58]$$

Sustituyendo los valores de los sistemas  $N_{s_1} = 15$  rpm y  $N_{s_2} = 100$  rpm en la ecuación [58],  $\Delta t_1/\Delta t_2$  es igual a 0.075. Es decir, si el tiempo necesario para detener el sistema dos bajo condiciones de  $f = 0.5$  y  $N_s = 100$  rpm es de 1 s, el sistema uno bajo condiciones  $f = 0.25$  y  $N_s = 15$  rpm tardará aproximadamente 0.075 s. A pesar de que ya no exista una fuerza motriz que genere una tendencia a producir un movimiento circular, el sistema con mayor masa y velocidad se mantendrá mayor tiempo en movimiento debido a las fuerzas inerciales.

Mediante un análisis similar del sistema bajo velocidades de rotación diferentes y  $f$  constante, es decir mismo momento de inercia y diferente momento de torsión, se obtiene que el sistema con mayor velocidad de rotación tardará más tiempo en detenerse a causa de las fuerzas inerciales, cuyo efecto se observará una vez que el sistema se acelera completamente, es decir, cuando se alcanza la velocidad de rotación designada. En la Figura 26 se observa que el efecto de estas fuerzas es más significativo para razones de carga grandes, 0.42-0.5, y velocidades de rotación mayores de 25 rpm, debido a que las fuerzas de fricción y cohesión pueden ser mayores que estas, particularmente para bajas velocidades de rotación.

Gijón-Arreortúa & Tecante (2014) observaron el efecto del torque bajo las mismas condiciones de operación ( $N_s$ ,  $f$ ) probadas en este trabajo, durante el mezclado de almidón con azúcar glass en un mezclador de doble listón horizontal. El torque incrementó con la razón de carga, aunque para valores de 0.42 y 0.50 no se observa una gran diferencia. Inclusive estas curvas, análogas a la Figura 26 se intersectan, debido a que el torque con una razón de carga de 0.5 es menor al de 0.42 a 100 rpm. El valor de torque se redujo ligeramente con la velocidad de rotación y a 75 y 100 rpm este valor aumenta nuevamente.

Sato et al. (1977) observaron un comportamiento similar al presentado en este trabajo, en la determinación del torque producido durante el mezclado de arena de Toyoura en un mezclador de doble listón horizontal, bajo velocidades de rotación entre 5 y 300 rpm y razones de carga entre 0.26 y 0.9.

Los resultados de la prueba para  $f = 0.5$ ,  $N_s = 15$  rpm, no se presentan debido a la dificultad del impulsor para desplazar los polvos bajo estas condiciones lo cual resultó en un aumento considerable del torque. La prueba fue interrumpida con el fin de evitar la sobrecarga y daño del torquímetro.

### 5.3.3 Consumo de potencia

La Figura 27 muestra el efecto de la velocidad de rotación sobre la potencia consumida determinada mediante la ecuación [14] para diferentes relaciones de carga  $f$ . La relación entre la

potencia y la velocidad de rotación es del tipo  $P \propto N^m$  (Gijón-Arreortúa & Tecante, 2014), donde  $m$  es el exponente al cual está elevada la velocidad de rotación. En la Figura 27, se obtuvo como la pendiente de cada recta mediante una regresión lineal ( $r^2 > 0.92$ ). Los valores de  $m$  aparentemente disminuyen a medida que aumenta la razón de carga. Para razones de carga entre 0.08 y 0.33 se encuentran entre 0.603 y 0.661 mientras que para razones de carga de 0.42 y 0.5 el valor de  $m$  es de 0.386 y 0.066, respectivamente.

Los valores del exponente ( $m$ ) reportados por Gijón-Arreortúa & Tecante (2014) son entre 5 y 20 % más grandes que los del presente trabajo para razones de carga de 0.08 a 0.33, mientras que para razones de carga de 0.42 y 0.5 existe una diferencia mayor de 58 % entre los valores de  $m$ . Esto se atribuye a las diferencias entre los valores de torque, dado que la ecuación 14, establece la potencia como función de la velocidad de rotación y del torque.

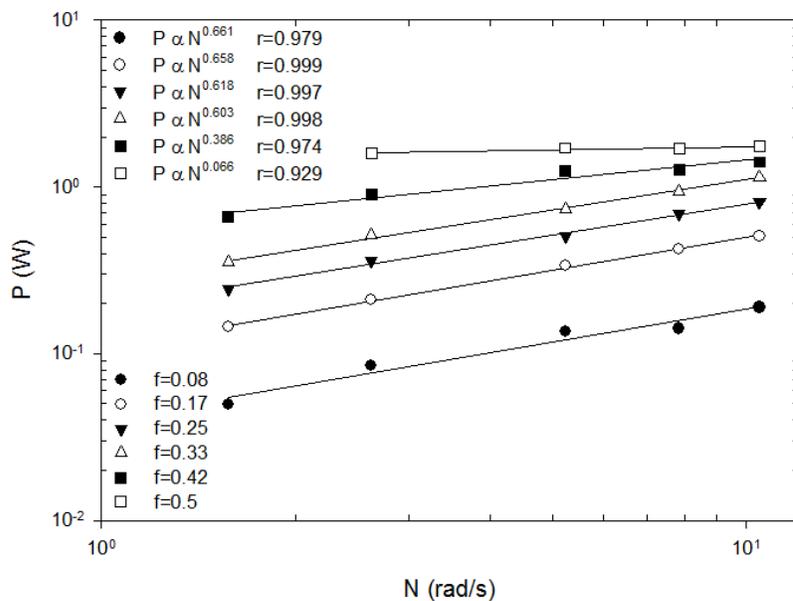


Figura 27. Efecto de la velocidad de rotación sobre la potencia para distintas razones de carga.

Masiuk (1987) observó la variación del consumo de potencia como función de la velocidad de rotación para diferentes razones de carga, en el mezclado de arena y ionita en un mezclador de doble listón helicoidal con dos agitadores. Sus resultados mostraron un comportamiento lineal con respecto a la velocidad de rotación, con una pendiente dependiente de la razón de carga. Al aplicar un modelo lineal a los datos obtenidos en este trabajo se obtienen coeficientes de correlación entre 0.996 y 0.930 para razones de carga de 0.08 a 0.042, respectivamente, mientras que para  $f = 0.5$  el coeficiente de correlación es de 0.876. Por ello el modelo de potencia presenta mejores coeficientes de correlación que el modelo lineal.

La correlación desarrollada por Sato et al. (1977), permite relacionar las condiciones de operación y las propiedades físicas de los componentes con el consumo de potencia mediante la siguiente expresión

$$P = K_s(\rho_b \mu_i)(\pi D_o^2 L_T)(d_e)(f N_s)g \quad [59]$$

En esta ecuación  $K_s$  es una constante del modelo,  $\rho_b$  es la densidad del polvo,  $\mu_i$  es el coeficiente de fricción interna, el grupo  $\pi(D_o)^2L_T$  es el volumen ocupado por el agitador ( $V_i$ ),  $f$  y  $N$  las condiciones de operación y  $g$  la aceleración de la gravedad. Sato et al. (1977) establecieron la longitud característica  $d_e$  como la raíz del área proyectada sobre un plano normal al eje de los listones del agitador, esta es función de las dimensiones del equipo y es determinada mediante la siguiente expresión

$$d_e = \left[ \frac{\pi L_T}{4} \left( \frac{2}{p_o} (D_o^2 - (D_o^2 - 2w_o)^2) + \frac{1}{p_i} (D_i^2 - (D_i^2 - 2w_i)^2) \right) \right]^{1/2} \quad [60]$$

La siguiente Figura (Fig. 28) muestra la evaluación del modelo descrito por la ecuación [59] para los datos experimentales de este trabajo.

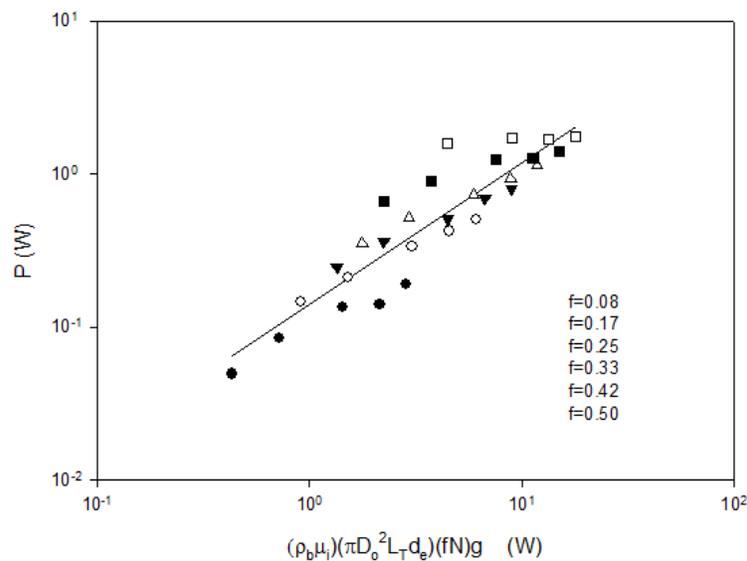


Figura 28. Relación entre la potencia y  $(\rho_b \mu_i)(\pi D_o^2 L_T d_e)(f N) g$ .

El coeficiente de correlación de los datos es  $r = 0.8311$ . La pendiente de la recta define el exponente de las variables del modelo cuyo valor es aproximadamente uno. La constante del modelo ( $K_s$ ) tiene un valor de 0.143. La correlación de los datos aumenta a 0.88 al discriminar los valores de  $f = 0.42$  y  $f = 0.5$ . Sato et al., (1977) obtuvieron un valor de  $K_s$  de 1.3 mientras que Gijón-Arreortúa & Tecante, (2014) reportaron un valor de 0.21 con un coeficiente de correlación de 0.96 discriminando los datos definidos por  $f = 0.08$ .

La relación de potencia empleando la correlación de Sato et al. (1977), puede ser utilizada como una aproximación. Sin embargo, se evalúa una correlación adimensional para este tipo de sistemas, a fin de encontrar un modelo que se ajuste adecuadamente a los datos de este trabajo.

### 5.3.4 Analisis dimensional

Gijón-Arreortúa & Tecante (2014) realizaron un análisis dimensional considerando la fuerza de cohesión ( $F_c$ ) como una variable que afecta la potencia consumida. El análisis dimensional consideró las siguientes variables

- a) Dimensiones del sistema ( $D_o$ ,  $D_T$ ,  $C_b$ ,  $\rho_o$ ,  $L_i$ ,  $w_o$ ,  $n$ )

- b) Propiedades físicas del polvo ( $\rho_b, \mu_i, F_c$ )
- c) Condiciones de operación ( $f$ )
- d) Cantidades cinéticas y dinámicas ( $\omega, g$ )

La relación global fue definida por la siguiente expresión donde ( $\phi$ ) denota una función

$$P = \phi_1(D_0, D_T, C_b, p_0, L_j, w_0, n, \rho_b, \mu_i, F_c, f, \omega, g) \quad [61]$$

Agrupando las variables dentro de grupos adimensionales se tiene la siguiente relación

$$\frac{P}{\rho_b D_0^5 \omega^3} = \phi_2 \left[ \left( \frac{\rho_b D_0^4 \omega^2}{F_c} \right), \left( \frac{D_0 \omega^2}{g} \right), \left( \frac{D_T}{D_0} \right), \left( \frac{C_b}{D_0} \right), \left( \frac{p_0}{D_0} \right), \left( \frac{L_l}{D_0} \right), \left( \frac{w_0}{D_0} \right), n, \mu_i, f \right] \quad [62]$$

$P/\rho_b D_0^5 \omega^3$  es el número de potencia ( $N_P$ ) y  $\rho_b D_0^4 \omega^2 / F_c$  es el número de cohesión ( $N_C$ ). La fuerza de cohesión  $F_c$  se determinó como el producto de la cohesión del polvo ( $C$ ), y el área de la celda donde se determinó  $C$ .  $D_0 \omega^2 / g$  es el número de Froude. El resto de los términos en paréntesis y  $n$ , corresponden a las dimensiones del sistema, dado que solamente se evaluó un equipo de mezclado al igual que en este trabajo estas fueron consideradas constantes y no fueron tomadas en cuenta en el modelo. El número de Froude fue despreciado debido a que existe una relación directa con el número de cohesión la cual se discute más adelante. Por lo tanto, la ecuación [62] se redujo a una relación entre  $N_P$  y  $N_C$  definida por la siguiente expresión

$$N_P = \phi_3(N_C) \quad [63]$$

La Figura 29 muestra la relación entre el número de potencia y el número de cohesión para distintas razones de carga para los datos de este trabajo.

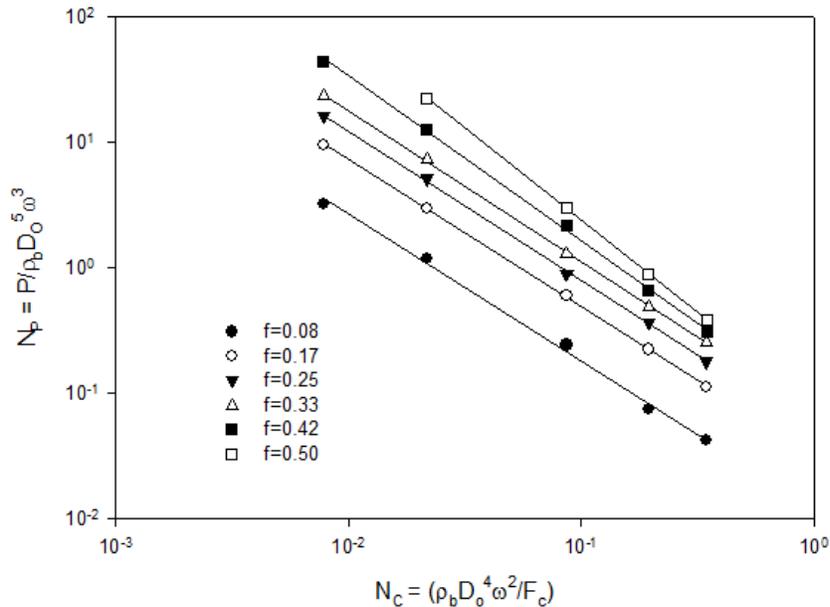


Figura 29. Relación entre  $N_P$  y  $N_C$  para distintas razones de carga ( $f$ ).

La relación entre el número de potencia y el número de cohesión es inversa. Gijón-Arreortúa & Tecante (2014) observaron un comportamiento similar y definieron la relación entre estos números mediante la siguiente ecuación

$$N_p = K_P(N_c)^{-a} \quad [64]$$

$K_P$  es una constante del modelo que depende de la razón de carga ( $f$ ) y  $a$  representa el exponente del número de cohesión obtenido como la pendiente de las rectas mediante una regresión lineal. En este trabajo la correlación entre  $N_P$  y  $N_C$  fue mayor de 0.999 para cada recta y el valor del exponente ( $a$ ) está entre 1.17 y 1.47 y fue aproximado al valor promedio de 1.25 para unificar el modelo [ $N_P=K_P(N_C)^{-1.25}$ ]. Los valores de  $K_P$  se encontraron entre 0.012 a 0.082, relativamente bajos comparados con los valores reportados por Gijón-Arreortúa & Tecante (2014) entre 0.72 y 1.44. La relación entre  $K_P$  y  $f$  se aproximó a un modelo lineal ( $r = 0.9432$ ) definido por la siguiente expresión

$$K_P = 0.176f + 0.004 \quad [65]$$

A fin de obtener una curva generalizada del modelo, Gijón-Arreortúa & Tecante (2014) definieron un número de cohesión efectivo ( $N_{Ce}$ ) mediante la siguiente expresión

$$N_{Ce} = (N_c) \left( \frac{K_P(f)}{f} \right) \quad [66]$$

$K_P(f)$  es corresponde a la relación obtenida entre  $K_P$  y  $f$ . Finalmente, se evaluó nuevamente la ecuación [64] como función del número de cohesión efectivo [ $N_P=K_{Pe}(N_{Ce})^{-a}$ ] y se recalcularon los parámetros del modelo ( $a$ ,  $K_{Pe}$ ). La Figura 30 muestra la relación obtenida.

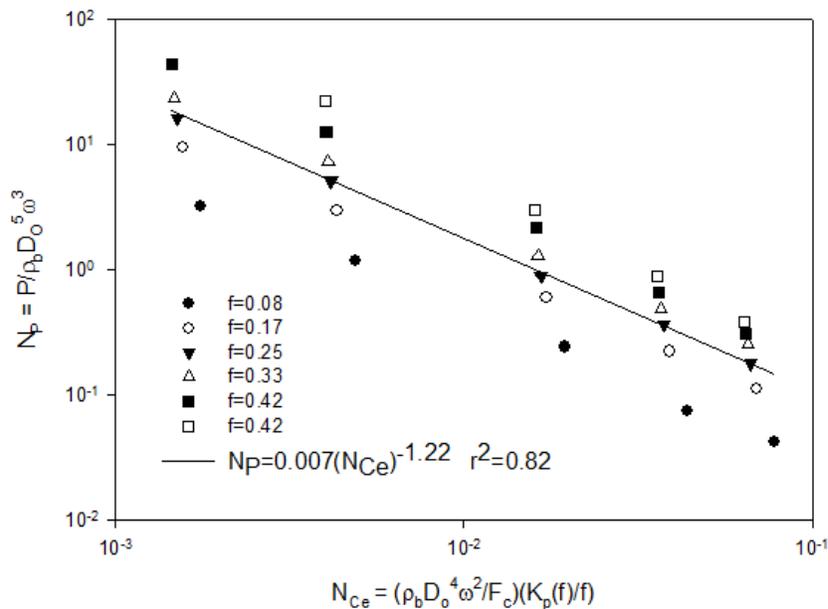


Figura 30. Curva generalizada entre  $N_P$  y  $N_{Ce}$ , para razones de carga ( $f$ ) entre 0.08 y 0.5.

Gijón-Arreortúa & Tecante (2014) obtuvieron una línea recta ( $r = 0.9926$ ), con una relación definida por  $N_P = 14.4(N_{Ce})^{-1.03}$ . Mientras que en este trabajo la relación entre  $N_P$  y  $N_{Ce}$  mostrada en la Figura 30 tuvo un coeficiente de correlación de 0.82. Al discriminar las razones de carga entre 0.08 y 0.17 el coeficiente de correlación aumenta a 0.94 (Fig. 31) con una relación definida por  $N_P = 0.01(N_{Ce})^{-1.23}$ . Probablemente este criterio fue adaptado por Gijón-Arreortúa & Tecante (2014) dado que en este trabajo se evaluaron las mismas razones de carga.

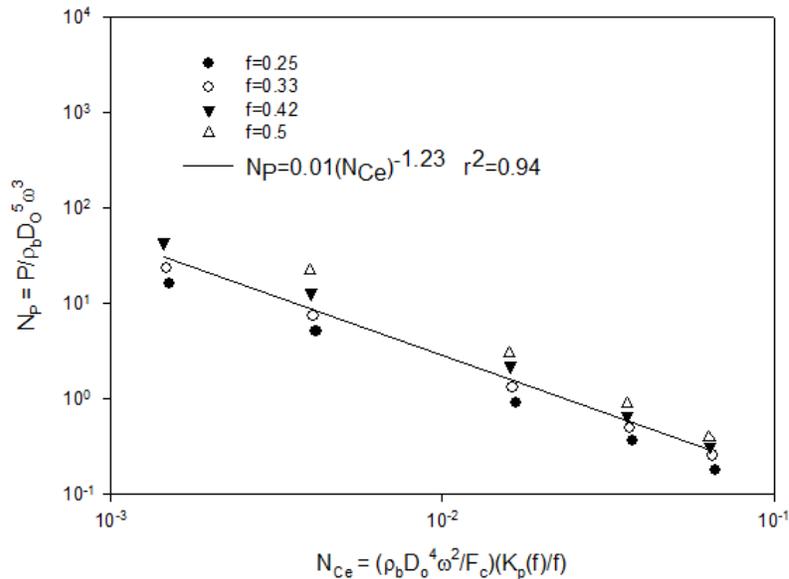


Figura 31. Curva generalizada entre  $N_P$  y  $N_{Ce}$ , para razones de carga ( $f$ ) entre 0.25 y 0.5.

La diferencia entre los parámetros del modelo obtenido aquí y el de Gijón-Arreortúa & Tecante, (2014) se puede atribuir principalmente a la potencia consumida. Pese a que las condiciones de operación son las mismas estos valores difieren en una unidad logarítmica reflejándose en las constantes del modelo ( $K_P$ , y  $K_{Pe}$ ). En las Figuras 30 y 31 se observa una tendencia de los datos a ordenarse paralelamente al eje de las abscisas con un incremento de la razón de carga. En la curva generalizada mostrada por Gijón-Arreortúa & Tecante (2014) se observa en menor grado esta tendencia, pese a que el coeficiente de correlación se considera bueno. Este comportamiento puede ser el resultado de establecer la constante de proporcionalidad entre  $N_P$  y  $N_{Ce}$  ( $K_P$ ) con una dependencia exclusiva de la razón de carga ( $f$ ) cuando esta debería ser una variable del modelo en sí debido a la relación directa observada entre el número de potencia y la razón de carga. Posteriormente se define una constante general del modelo ( $K_{Pe}$ ) a través de la relación entre  $N_P$  y  $N_{Ce}$  donde este último involucra la relación entre  $K_P$  y  $f$  argumentando de esta manera que  $K_{Pe}$  engloba los efectos de distintas razones de carga. Sin embargo, la relación entre  $K_P$  y  $f$  es el resultado de una aproximación lineal, pudiendo afectar la capacidad del modelo general para estimar el valor real.

Cabe mencionar que durante la evaluación del modelo de Gijón-Arreortúa & Tecante (2014) se recurrió a la discriminación de datos experimentales para obtener un mejor ajuste, reduciendo su intervalo de validez.

Debido a las razones mencionadas se desarrolló un modelo adimensional basado en el planteado por Gijón-Arreortúa & Tecante (2014), con la finalidad de obtener una constante de

proporcionalidad integral e involucrar la razón de carga ( $f$ ) como una variable directa del mismo. A continuación, se explica el desarrollo de este modelo.

Tomando como punto de partida la ecuación [62] donde fueron agrupadas las variables del modelo en números adimensionales. Se consideró que algunos de los criterios para plantear el modelo no fueron los adecuados, tales como la discriminación del número de Froude y la razón de carga, para esto se evaluaron las relaciones directas entre estas variables respecto al número de potencia mostradas en las Figuras 32 y 33.

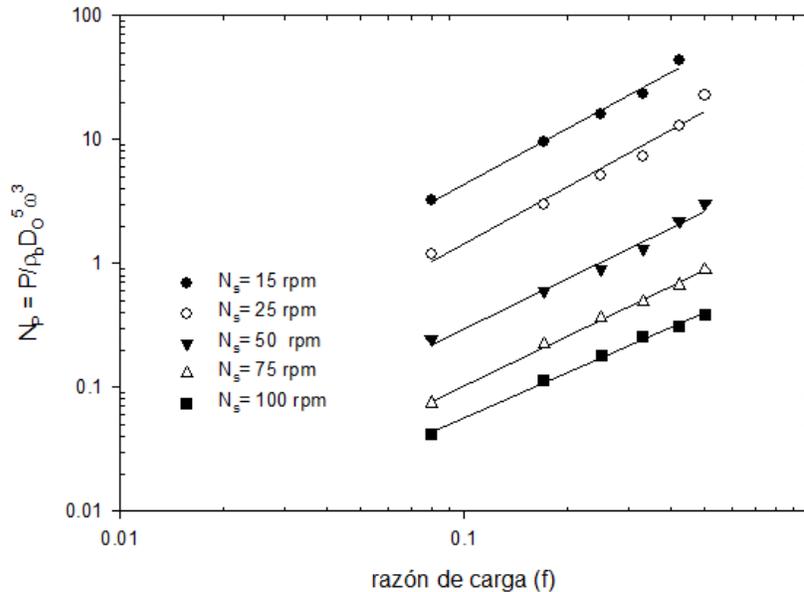


Figura 32. Relación entre  $N_p$  y  $f$  a distintas velocidades de rotación.

La relación entre el número de potencia y la razón de carga es directamente proporcional y puede ser descrita por un modelo de potencia ( $N_p \approx f^b$ ) en el cual  $b$  es la pendiente de la línea de ajuste ( $r > 0.994$ ) cuyos valores se encontraron entre 1.2 y 1.5 con un valor promedio de 1.4. El número de potencia disminuye al aumentar la velocidad de rotación la cual está presente en el número de potencia, el número de cohesión y el número de Froude.

El número de Froude surge como la relación entre la fuerza centrífuga y la fuerza de gravedad. La fuerza centrífuga es un tipo de fuerza de inercia (Serway et al., 2008) y en la Sección 5.3.1 de este trabajo se mostró que las fuerzas de inercia contribuyen a una reducción en el torque. Dado que la potencia (ec. 14) depende directamente del torque debería tener un comportamiento similar frente a las fuerzas de inercia. La Figura 33 muestra la relación entre el número de Froude y el número de potencia. Se observa una reducción en el valor de  $N_p$  a medida que aumenta  $N_{Fr}$ . De hecho, el comportamiento es bastante similar al de  $N_p$  y  $N_c$  (Fig. 29), dado que ambos números dependen de la velocidad de rotación a través del término  $(\omega)^2$ . Sin embargo, el número de cohesión puede ser interpretado como la relación entre las fuerzas centrífugas y las fuerzas de cohesión. Es importante remarcar que el término  $\omega$  representa la velocidad rotacional en radianes por segundo mientras que  $N_s$  está expresado revoluciones por segundo.

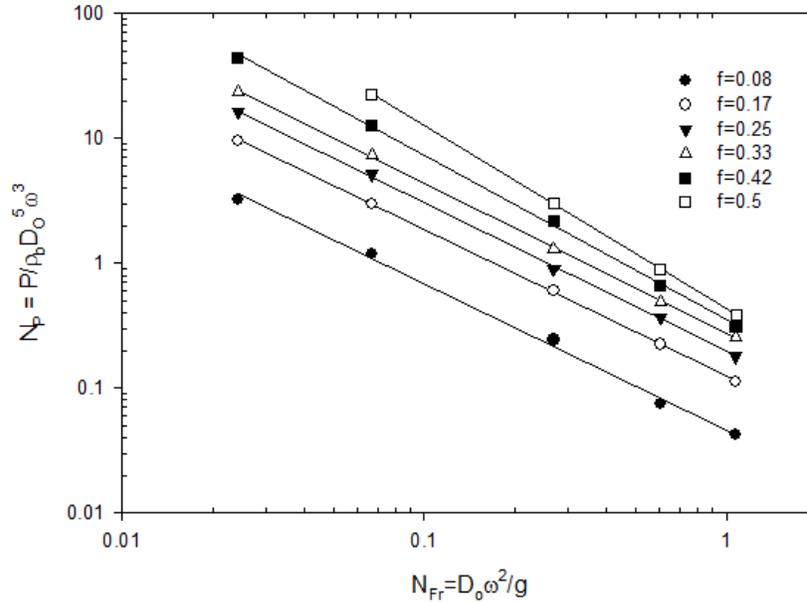


Figura 33. Relación entre  $N_p$  y  $N_{Fr}$  para distintas razones de carga ( $f$ ).

Dado que el significado del número de cohesión y el número de Froude son distintos no se consideró pertinente discriminar los efectos del número de Froude. Además la mayoría de los modelos disponibles en la literatura para distintos mezcladores de sólidos son obtenidos a través de correlaciones entre  $N_p$  y  $N_{Fr}$ , Cuq (2013). Por lo tanto, la nueva relación adimensional propuesta es:

$$N_p = \phi_3(N_c, N_{Fr}, f) \quad [67]$$

El número de Froude es aproximadamente tres veces mayor que el número de cohesión. Esta relación está definida por la siguiente expresión

$$\frac{N_{Fr}}{N_c} = \frac{F_c}{g\rho_b D_0^3} = C_{Fc} \quad [68]$$

Este cociente es una constante para cada sistema definida por la geometría del agitador y las propiedades del polvo y puede representar la relación entre las fuerzas de cohesión y las fuerzas de gravedad. Por lo tanto, estos números adimensionales están relacionados entre sí. A fin de evitar una condición de multicolinealidad, la cual ocurre cuando dos variables explicativas de un modelo están fuertemente relacionadas, se optó por plantear el modelo en función de solamente alguno de estos números mediante las relaciones

1.  $N_p = \phi_3(N_c, f)$
2.  $N_p = \phi_3(N_{Fr}, f)$

Primero, se muestra el desarrollo del modelo dependiente del número de cohesión (1). Las relaciones entre  $N_p$  y  $N_c$ ,  $N_p$  y  $f$ , son del tipo ( $y = kx^n$ ). Por ello se propuso el siguiente modelo para describir la relación global

$$N_p = K_{Pg}(N_c)^a (f)^b \quad [69]$$

Linealizando mediante logaritmos, se obtiene una expresión del tipo  $y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2$ , en la cual los parámetros del modelo fueron obtenidos mediante una regresión lineal múltiple. Al obtener  $K_{Pg}$  mediante la regresión lineal múltiple, se incluyen los efectos de las relaciones  $N_P$  y  $N_C$ ,  $N_P$  y  $f$ , debido a esto se denominó constante general de proporcionalidad.

Los valores de los exponentes obtenidos  $a$  y  $b$  con valores de  $-1.22$  y  $1.38$  son bastante similares a los valores de los exponentes promedio al evaluar las relaciones individuales entre  $N_P$  y  $N_C$ ,  $N_P$  y  $f$ , descritos por las Figuras 29 y 33, respectivamente. El valor de la constante de proporcionalidad general ( $K_{Pg}$ ) fue  $0.334$ . La Figura 34 es una curva generalizada del modelo que muestra la relación entre  $N_P$  en función del producto  $(N_C)^{-1.22}(f)^{1.38}$ .

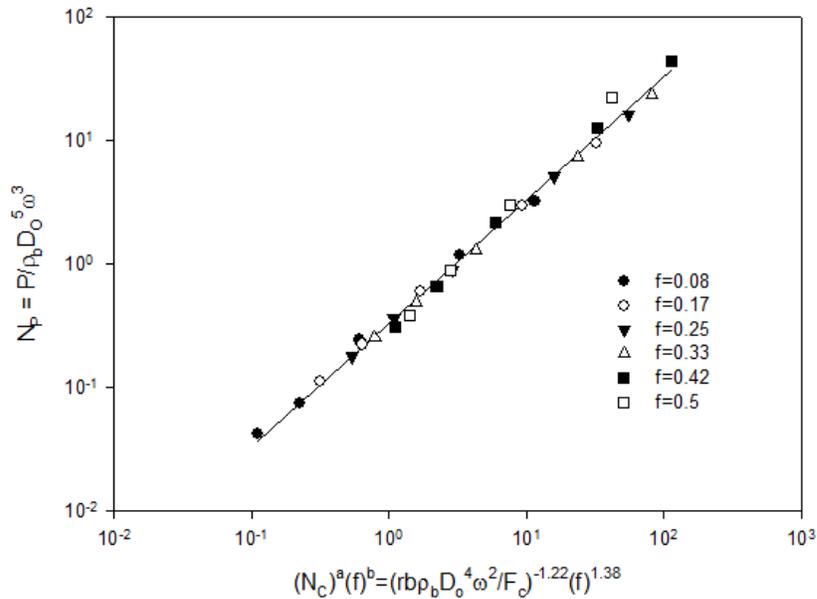


Figura 34. Curva generalizada entre  $N_P$  y  $(N_C)^a(f)^b$ .

La línea recta de la Figura 34 muestra un coeficiente de correlación de  $0.994$ . La relación general se estableció mediante la siguiente ecuación

$$N_P = 0.334(N_C)^{-1.225}(f)^{1.38} \quad [70]$$

Finalmente, se determinó el error estándar del modelo, el cual fue obtenido mediante la siguiente expresión

$$S_{xy} = \sqrt{\frac{\sum_1^n (Y - \bar{Y})^2}{n - m - 1}} \quad [71]$$

$Y$  es el valor experimental de la variable dependiente,  $\bar{Y}$  es el valor estimado por el modelo,  $n$  es el número de datos experimentales de la variable dependiente,  $m$  el número de variables independientes del modelo menos un grado de libertad. El error estándar para el modelo desarrollado fue  $2.25$ , para razones de carga entre  $0.08$  y  $0.5$ , mientras que la expresión obtenida a partir de la correlación de Gijón-Arreortúa & Tecante (2014) fue de  $9.42$  para razones de carga entre  $0.25$  y  $0.5$ . Por lo tanto, el modelo desarrollado en este trabajo presenta un mejor ajuste de los datos experimentales y un intervalo de validez más amplio.

De manera similar se evaluó el modelo como función del número de Froude, de acuerdo con la siguiente expresión

$$N_p = K'_{Pg}(N_{Fr})^{a'}(f)^{b'} \quad [72]$$

La Figura 35 muestra la relación obtenida ( $r = 0.994$ ). Los exponentes obtenidos  $a'$  y  $b'$  son idénticos a los encontrados en el modelo de  $N_C$  (1). La razón de carga forma parte de ambos modelos y el exponente corresponde con la relación entre  $N_P$  y  $f$ , el signo positivo representa un incremento en función de esta. Debido a que  $N_C$  y  $N_{Fr}$  involucran la velocidad de rotación como una variable, el exponente es el mismo ya que de cierta manera este refleja la relación entre la potencia y la velocidad de rotación. El signo negativo indica una relación inversa debido a que la potencia disminuyó en función de la velocidad de rotación. El modelo obtenido fue el siguiente

$$N_p = 1.33(N_{Fr})^{-1.225}(f)^{1.38} \quad [73]$$

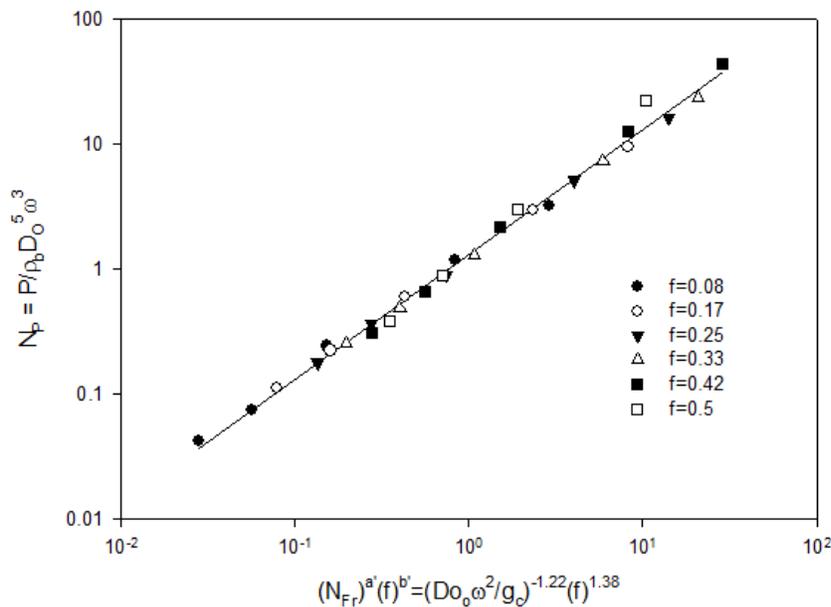


Figura 35. Curva generalizada entre  $N_P$  y  $(N_{Fr})^a(f)^b$ .

La constante de proporcionalidad ( $K'_{Pg}$ ) tiene un valor de 1.33 siendo mayor a  $K_{Pg}$ . Dado que los exponentes  $a$ ,  $a'$  y  $b$ ,  $b'$  son iguales se determinó la relación entre las constantes.

$$K_{Pg}(N_C)^a(f)^b = K'_{Pg}(N_{Fr})^a(f)^b \quad [74]$$

Al despejar la relación entre  $N_{Fr}$  y  $N_C$  descrita por la ecuación [68], se tiene que el número de Froude es igual a  $N_{Fr}=C_{FC}N_C$ . Reemplazando este valor en la ecuación [74] y despejando la relación entre  $K'_{Pg}$  y  $K_{Pg}$  se tiene

$$\frac{K'_{Pg}}{K_{Pg}} = \left(\frac{1}{C_{FC}}\right)^a \quad [75]$$

Esta expresión permite relacionar los modelos desarrollados para el número de potencia con respecto al número de cohesión y el número de Froude.

## 5.4 Visualización y descripción del mezclado

Como se describe en la Sección 4.6.3 de este trabajo las secuencias de imágenes fueron procesadas con la finalidad de aumentar su contraste. Para esto fue necesario plantear y elaborar un código de programación, debido a que se capturaron cerca de 1500 imágenes por secuencia y la edición manual no hubiese sido práctica. La Figura 36 corresponde a la región de interés de una imagen (ROI) con y sin tratamiento. En el lado derecho se muestran sus respectivos histogramas.

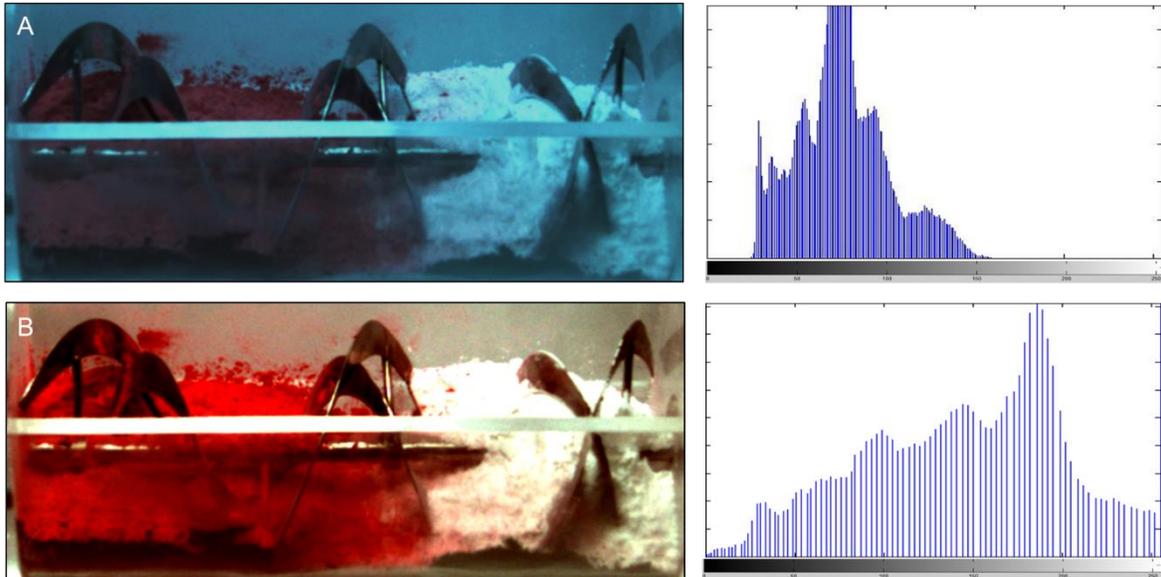


Figura 36. Efecto del tratamiento de las imágenes A) ROI de la imagen original, B) ROI de la imagen tratada. Histogramas a la derecha. Capturada en  $t = 0$  s para  $N_s = 25$  rpm y  $f = 0.33$ . A la derecha histogramas de las imágenes.

Según el criterio adaptado para definir una imagen con un buen contraste, el histograma debe cubrir la mayoría de los valores de intensidad en el eje de las abscisas (0 - 255). Sin embargo, el histograma correspondiente a la Figura 36-A está sesgado hacia la izquierda, lo que indica que los valores de intensidad de los canales (RGB) tienden a valores oscuros. El histograma de la imagen tratada (Fig. 36-B), muestra una extensión a lo largo de todos los valores de intensidad y visualmente se puede notar una mejora considerable entre el contraste de la figura 36-A y la 36-B.

El procesamiento de las imágenes permitió mejorar la calidad visual, es decir una mejora en el contraste y nitidez de las imágenes, para diferenciar adecuadamente, los componentes del mezclado. A continuación, se describen los efectos de las variables probadas, el flujo de los polvos dentro del mezclador y la formación de una película de mezcla sobre la superficie del tanque.

### 5.4.1 Descripción del flujo

Las secuencias de imágenes obtenidas mostraron la evolución del proceso de macro mezclado de almidón y azúcar glass para distintas condiciones de operación. La tinción del almidón permitió contrastar ambos elementos de la mezcla. De esta manera las partículas de

almidón funcionaron como elemento rastreador del proceso. En la Sección 9 de Anexos se muestran las secuencias de imágenes para distintos intervalos a lo largo del mezclado.

Para describir el mezclado se utilizó el sistema de coordenadas propuesto en la Sección 4.4.1 de este trabajo. Debido a la geometría y funcionamiento de rotación del equipo se utilizaron coordenadas cilíndricas ( $r$ ,  $\theta$ ,  $z$ ) con origen en el eje del agitador como se muestra en la Figura 37. El eje  $z$  es el eje de referencia para la definición de flujo axial, mientras que el flujo radial es el que ocurre perpendicularmente a dicho eje, es decir, el descrito por la serie de planos ( $r$ ,  $\theta$ ). Los polvos se encontraron en reposo como se muestra en la Figura 37, y el tiempo de mezclado transcurrió una vez encendido el motor del agitador.

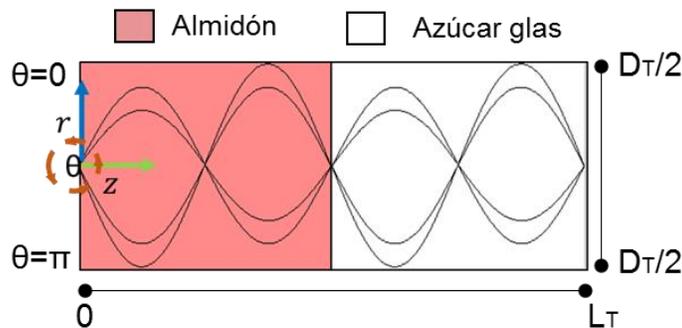


Figura 37. Mezclador de doble listón horizontal en coordenadas cilíndricas.

Al visualizar el movimiento del agitador se observó que el listón externo gira en sentido positivo, contra las manecillas del reloj, mientras que el interno gira en sentido negativo. Esta característica permite que los polvos en el interior del tanque sean desplazados en direcciones opuestas axial y radialmente. Al inicio del mezclado se observó que la dirección de flujo axial de las partículas de almidón es hacia el extremo derecho del tanque, mientras que las partículas de azúcar glass fluyen hacia el extremo izquierdo. Radialmente grupos de partículas en la superficie de los listones ascienden en una trayectoria circular hasta un ángulo aproximado de  $90^\circ$ ,  $\pi/2$  rad, y posteriormente caen por acción de la gravedad incorporándose nuevamente al lecho de la mezcla.

Cabe mencionar que la proporción de los flujos axiales de azúcar glass y almidón no es la misma, ya que existe un flujo dominante definido por la dirección de rotación del listón externo. Al girar en sentido positivo existe una mayor proporción de mezcla en el extremo izquierdo del tanque. Esto se puede explicar al analizar la geometría del agitador el cual está constituido por dos hélices cilíndricas. La Figura 38-A muestra el agitador del tanque y la Fig. 38-B el agitador obtenido mediante las ecuaciones descritas en la sección 4.3.1 de este trabajo.

Al analizar las expresiones para obtener de manera gráfica la geometría del agitador (Fig. 38-B), se comprendió el significado del número de pasos de cada listón. Un paso corresponde al desplazamiento axial de longitud ( $p$ ) realizado por el listón después de un giro de  $360^\circ$ , p. ej. una revolución. Por lo tanto, el número de pasos es equivalente al número de revoluciones requeridas para recorrer la longitud axial del tanque. En la Figura 38-A se observa que el número de pasos del listón externo, líneas rojas, es 2.5, mientras que, en el listón interno, líneas amarillas, es 3.2. Cabe mencionar que a mayor número de pasos el ancho de paso disminuye. El ancho de paso de cada listón define el desplazamiento axial de los polvos por cada revolución, como se puede observar en la Figura 39.

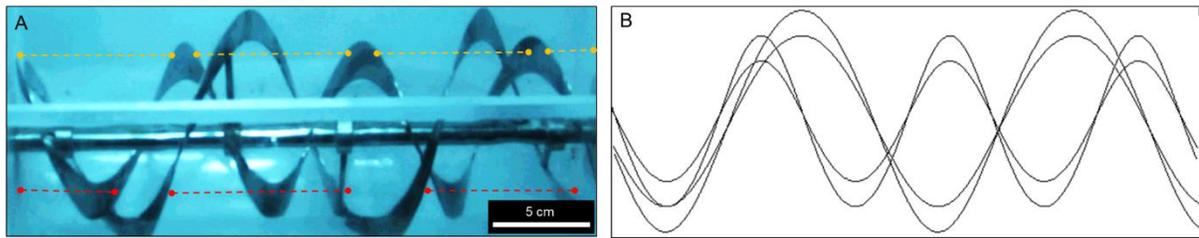


Figura 38. Geometría del doble listón helicoidal. A) Agitador real. B) Gráfico del agitador. Líneas rojas: Numero de pasos del listón externo. Líneas amarillas: Numero de pasos del listón interno.

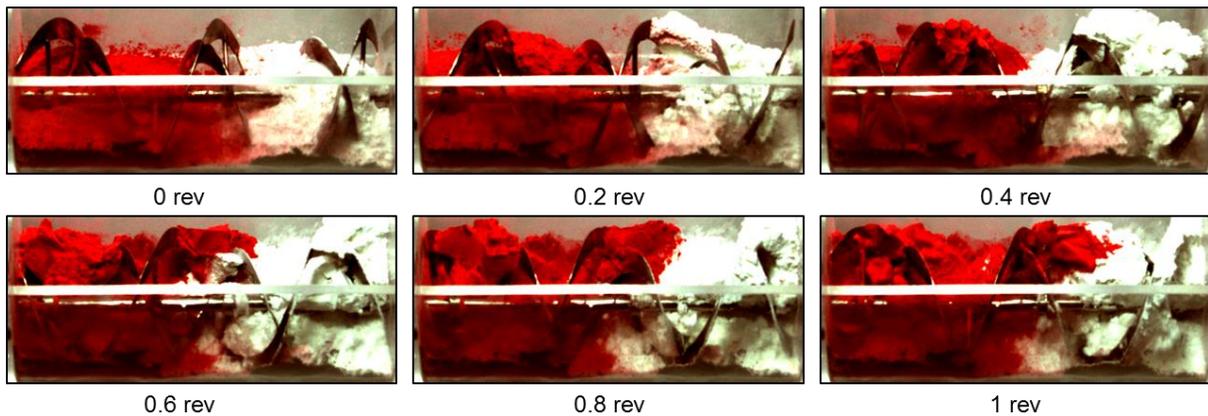


Figura 39. Desplazamiento de los polvos durante una revolución del agitador.

Inicialmente los polvos se encuentran en reposo, posteriormente son elevados en la superficie del listón externo para desplazarse poco a poco una longitud equivalente al ancho de paso del listón externo ( $p$ ), después de una revolución. El listón interno tiene un ancho de paso de 7.8 cm mientras que el externo de 10.1 cm. Dado que los listones desplazan los polvos en direcciones opuestas, el arrastre logrado por el listón externo es mayor. Debido a esto existe un flujo dominante. Este efecto es más evidente para razones de carga de 0.17, debido a que la altura del lecho de polvos en el tanque es menor que el espesor del listón externo. Por lo tanto, el listón interno no tiene contacto con los polvos para desplazarlos en la dirección opuesta.

El flujo axial y el radial producido por el listón externo genera una película de almidón y azúcar glass sobre la superficie interna del tanque conformando una zona muerta. La formación y naturaleza de esta película se discute más adelante.

#### 5.4.2 Descripción del mezclado

El mecanismo de mezclado principal en este tipo de equipos es la convección en la cual grandes grupos de partículas diferentes intercambian posiciones entre sí dando lugar al mezclado. La cohesión es la fuerza que mantiene a estos grupos unidos, los cuales son deformados por el agitador a medida que transcurre el mezclado. La ruptura o quiebre de dichas estructuras, permite a las partículas que inicialmente no se encuentran expuestas interactuar con partículas diferentes. Esto fue observado durante los primeros segundos del mezclado ya que visualmente existe un contraste entre las partículas de almidón y azúcar glass. A medida que la mezcla se homogeneiza se observa la ruptura y formación de nuevos grupos mixtos de partículas.

Las condiciones de operación probadas mostraron un efecto sobre el tamaño de los grupos de partículas formados y el tiempo de mezclado aparente, el cual fue designado como el tiempo para el cual visualmente no se pueden diferenciar las partículas de almidón de las de azúcar glass. En esta fase experimental se probaron los efectos de tres velocidades de rotación y tres razones de carga en el mezclado de almidón y azúcar glass en proporciones iguales. La Figura 41 muestra la evolución del mezclado en cuatro intervalos de tiempo para las tres velocidades de rotación probadas para una razón de carga de 0.33.

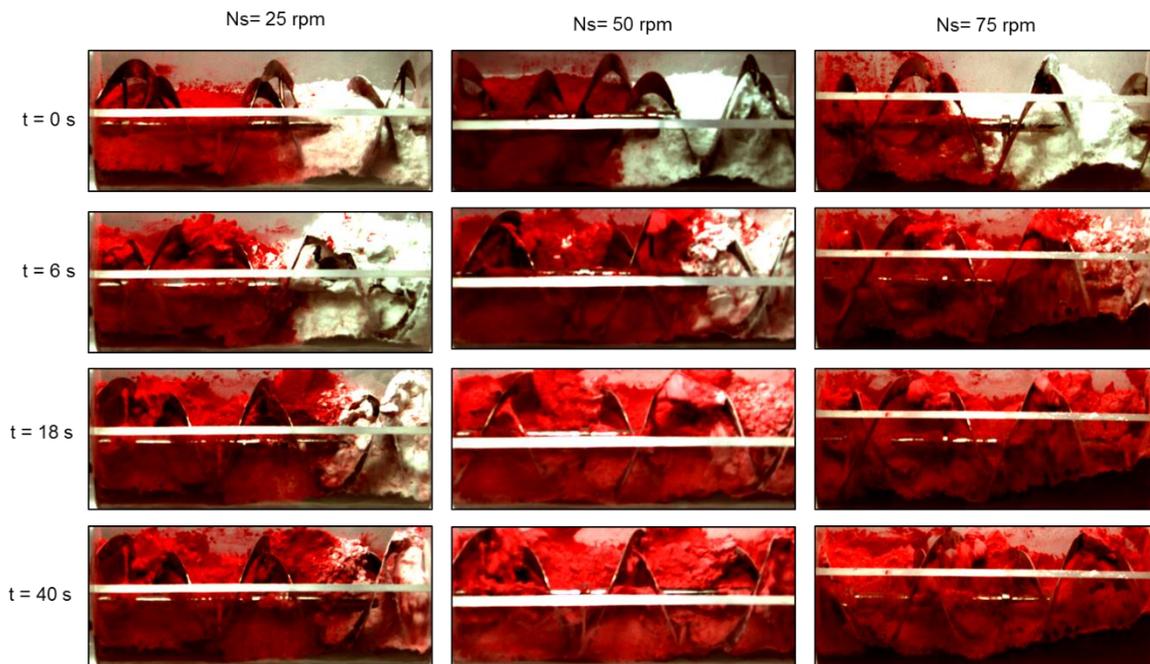


Figura 40. Efecto de la velocidad de rotación sobre el mezclado.

En la Figura 40 se puede apreciar que después de 18 s a 75 rpm ya no es posible apreciar diferencias visuales entre las partículas de almidón y azúcar glass, mientras que después de 40 s a 25 rpm aún prevalece un gran número de partículas sin mezclar. Al igual que en la evaluación del desempeño del mezclado por medios estadísticos descrita en la Sección 5.2 de este trabajo, se observó que el mezclado ocurre más rápidamente conforme aumenta la velocidad de rotación. Cabe mencionar que la visualización solo permite apreciar el macro mezclado de los polvos. Para definir un tiempo de mezclado es necesario realizar una evaluación más significativa de la mezcla, ya que visualmente no podemos observar diferencias, sin embargo, a nivel microscópico la calidad de la mezcla puede ser deficiente. El efecto de la velocidad de rotación sobre el mezclado se atribuye al número de revoluciones necesarias para llevarlo a cabo. Por ejemplo, durante los primeros 6 s, el agitador ha girado 2.5, 5 y 7.5 revoluciones a 25, 50 y 75 rpm, respectivamente, es decir, el mezclado a 50 y 75 rpm ocurre dos y tres veces más rápido que a 25 rpm.

La velocidad de rotación afecta el flujo de la mezcla. Los grupos de partículas fueron desplazados con mayor facilidad a 50 y 75 rpm, sin mencionar que la deformación aplicada a altas velocidades es más severa y puede vencer la fuerza de cohesión con mayor facilidad. Lo anterior puede tener un efecto benéfico sobre el mezclado microscópico ya que la ruptura de los grupos de partículas formados permite una mayor interacción entre las partículas individuales.

La razón de carga también tiene un efecto sobre la velocidad con la que se realiza el mezclado. La Figura 41 muestra la evolución del mezclado para las tres razones de carga probadas para una velocidad de rotación de 25 rpm.

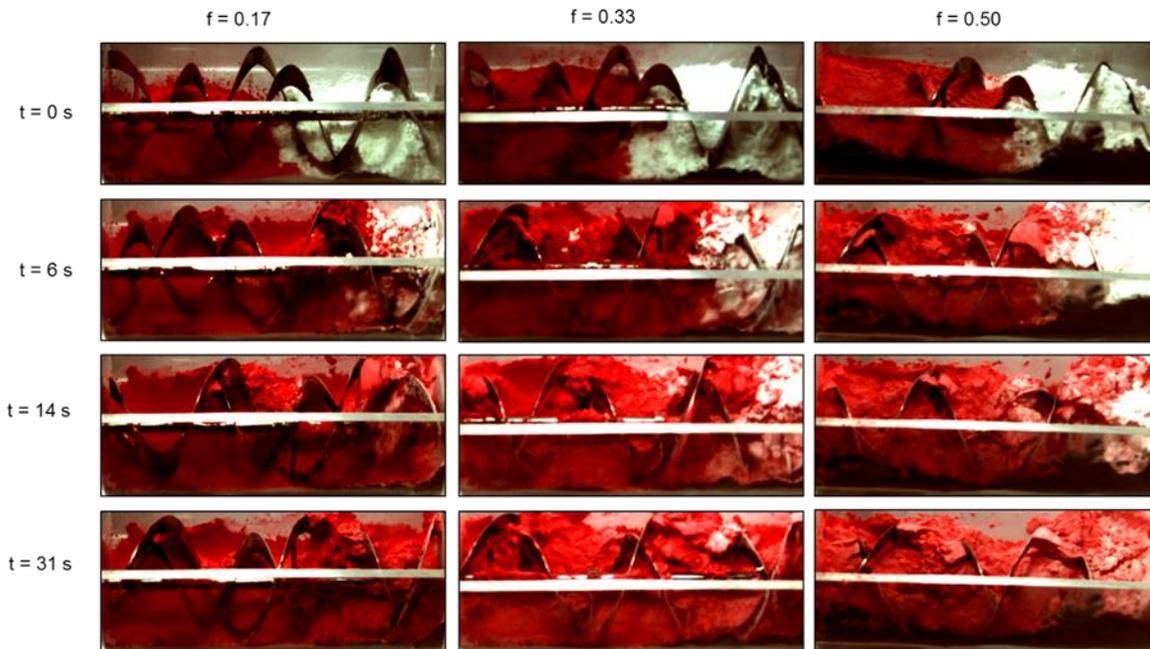


Figura 41. Efecto de la razón de carga sobre el mezclado.

En la Figura 41 podemos observar que durante los primeros 31 s no existe una diferencia observable entre las partículas de almidón y azúcar glass para  $f = 0.17$ , mientras que para razones de carga de 0.33 y 0.5 aún existen gradientes de color en la mezcla. Por lo tanto, el mezclado ocurre con mayor velocidad para razones de carga bajas, es decir el tiempo de mezclado está relacionado directamente con la cantidad de mezcla en el sistema. También se observó que a razones de carga bajas existe una menor resistencia al flujo ya que el lecho de polvo es de menor tamaño. Cabe mencionar que en la Figura 41 se observa que el mezclado de polvos es llevado en mayor proporción en el extremo izquierdo del tanque debido al efecto del flujo dominante.

### 5.4.3 Formación de película

Durante los experimentos realizados se observó la formación de una película de mezcla sobre la superficie interna del tanque, es decir, en su perímetro. En este tipo de mezcladores existen zonas de cizalla entre el espacio formado por la superficie del tanque y el listón externo. Este tipo de esfuerzos producen una deformación del polvo extendiéndolo por la superficie del tanque como se muestra en la Figura 42. Las fuerzas que mantienen las partículas de polvo sujetas a la superficie del tanque son las fuerzas de adhesión, y son el resultado de las fuerzas de van der Waals y electrostáticas, entre otras.

La fricción constante de las partículas de la mezcla con la superficie del tanque propicia la transferencia de cargas positivas y negativas aumentando las fuerzas de adhesión. Este fenómeno es denominado efecto triboeléctrico (Israelachvili, 2011). El PMMA, material de construcción del tanque, es un polímero transparente con una afinidad por las cargas negativas,

(AlphaLab Inc, 2016), las cuales pueden estar presentes sobre la superficie de las partículas del azúcar glass y del almidón. El movimiento de los componentes debido al mezclado puede propiciar el efecto triboeléctrico.

Otro factor que influye en las fuerzas de adhesión es la humedad de los componentes, afectando el balance de energía adhesiva entre las superficies de contacto (Bhandari, 2013). Además, el contenido de humedad está relacionado con un aumento de las fuerzas cohesivas, influyendo a su vez en el espesor de la película debido a la incorporación de capas de partículas a las ya adheridas a la superficie del tanque como se muestra en la Figura 42.

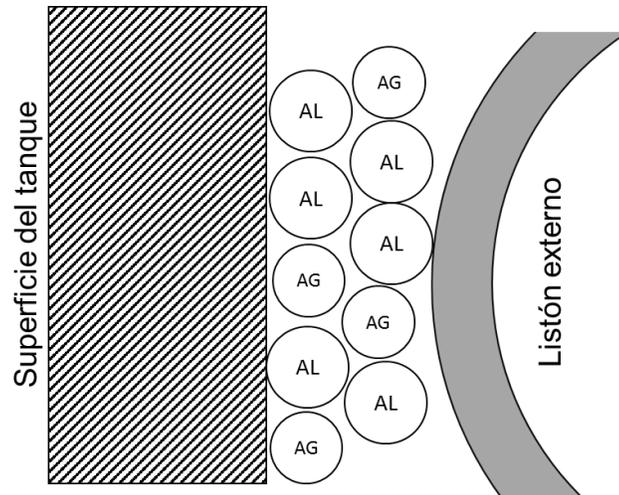


Figura 42. Esquema de formación de película. Partículas AL (almidón), AG (azúcar glass).

Se estima que el espesor de la película debe ser menor o igual que la distancia de separación entre el listón y la pared del tanque cuya separación es de 4 mm para el equipo utilizado. La extensión superficial de la película fue determinada mediante un análisis de las imágenes laterales del tanque como se muestra en la Figura 43 conforme a la técnica descrita en la Sección 4.6.4 de este trabajo.

La Figura 43 A fue capturada después de realizar el mezclado. En la película formada se observa que el almidón, rosa, y el azúcar glass, blanco, pertenecen a una zona muerta, p. ej. sección donde no ocurre mezclado, debido a que las fuerzas de adhesión no permiten el movimiento de las partículas. Esta cantidad de partículas no mezcladas puede ser significativa para el equilibrio definido por la proporción de los componentes. La cantidad de partículas que conforman la película está relacionada con su tamaño. La extensión de la película aumenta con respecto al incremento de la razón de carga como se muestra en la Figura 44.

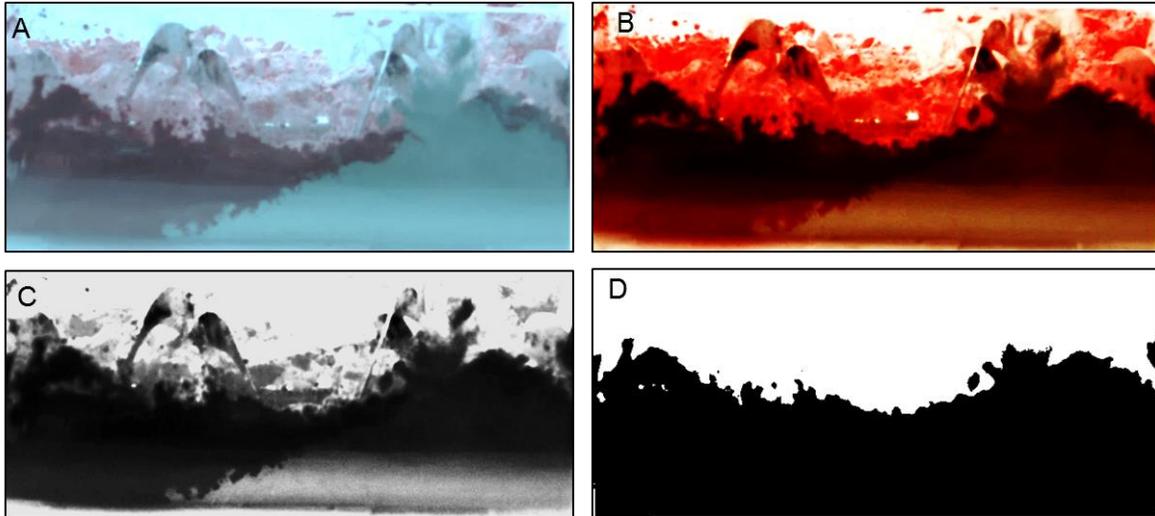


Figura 43. Procesamiento para aislar la película de mezcla adherida a la superficie del tanque. A: ROI de la imagen original. B: Contraste de la imagen a color. C: Contraste de la imagen en escala de grises. D: Selección y Thresholding.



Figura 44. Películas formadas a 50 rpm. A)  $f = 0.17$ . B)  $f = 0.33$ . C)  $f = 0.50$ . Vista lateral del tanque.

Al determinar la relación entre el área superficial de la película y el área de la superficie lateral del tanque se obtiene una expresión que representa la fracción de superficie ocupada por la película de mezcla definida como  $F_s$ . Este parámetro fue estimado para las distintas condiciones en las que se realizó el mezclado como se muestra en la Tabla 15.

Tabla 15. Efecto de  $N_s$  y  $f$  sobre la fracción de superficie de la película de mezcla ( $F_s$ ).

$N_s$ (rpm)	$f = 0.17$	$f = 0.33$	$f = 0.5$
	$F_s$	$F_s$	$F_s$
25	$0.237 \pm 0.014^a$	$0.355 \pm 0.016^c$	$0.488 \pm 0.003^e$
50	$0.233 \pm 0.007^a$	$0.356 \pm 0.001^c$	$0.543 \pm 0.0004^f$
75	$0.279 \pm 0.003^b$	$0.379 \pm 0.003^d$	$0.558 \pm 0.001^g$

Letras iguales en una columna o renglón representan valores sin diferencias significativas ( $p > 0.05$ ).

El área ocupada por la película depende de la cantidad de mezcla, cuyo efecto se evaluó a través de  $f$ . La velocidad de rotación puede influir en el tamaño de la película dado que, para velocidades de 75 rpm o mayores, probablemente las partículas son elevadas a una mayor altura extendiendo la superficie de la película.

Industrialmente este tipo de equipos es fabricado en acero inoxidable, con lo cual se esperaría que existiera una menor influencia de las fuerzas de adhesión y el efecto triboeléctrico de las partículas con la superficie del tanque. Sin embargo, es probable que debido a la separación entre el listón y la pared del tanque, cuyos valores generalmente son de 3 a 6 mm (Manjunath et

al., 2004), ocurra la formación de una película no necesariamente estática, como la descrita en este trabajo. Vale la pena aclarar que los estudios previos llevados a cabo por nuestro grupo de trabajo se hicieron en un tanque de acero inoxidable y que en este trabajo se usó un tanque de PMMA o acrílico con el propósito de hacer la visualización de las partículas.

## 6. SUMARIO Y CONCLUSIONES

El mezclador de doble listón horizontal es un equipo factible para el mezclado de polvos cohesivos.

El muestreo en las posiciones definidas permitió observar que el gradiente de concentración es mucho mayor con respecto a la posición axial que radial.

En la evaluación del mezclado por medios estadísticos, se probaron tres índices de mezclado, y la desviación estándar mostró los mejores resultados.

El tiempo de mezclado para 25, 50 y 75 rpm fue de 7, 3.5 y 2 minutos, respectivamente. Se observó que el mezclado de almidón y azúcar glass está completo después de 162.5 revoluciones aproximadamente para razones de carga de 0.33.

La curva característica de mezclado mostró las etapas de los mecanismos de mezclado, donde conforme a la literatura en este mezclador predomina la convección.

El torque generado por el equipo aumentó en función de la razón de carga y disminuyó en función de la velocidad de rotación. Mediante un análisis se demostró el efecto de las fuerzas inerciales en la reducción del torque.

Mediante la evaluación de la correlación desarrollada por Sato et al. (1977) se obtuvo una relación que puede ser utilizada como aproximación a los valores de potencia en función de las propiedades de la mezcla, el equipo y las condiciones de operación.

Se evaluó el modelo adimensional propuesto por Gijón-Arreortúa & Tecante (2014), y los datos experimentales no ajustaron de la manera esperada. La discriminación de datos experimentales para la mejora del ajuste, la exclusión del número de Froude y la razón de carga como variables explícitas del modelo así como la dependencia de la constante de proporcionalidad con respecto a la razón de carga, dieron lugar al desarrollo de dos nuevos modelos adimensionales:  $N_P = 0.334(N_C)^{-1.225}(f)^{1.38}$  y  $N_P = 1.33(N_{F_r})^{-1.225}(f)^{1.38}$ , en los cuales mediante una regresión lineal múltiple se incluyeron los efectos de todas las variables sobre la constante de proporcionalidad. La comparación mediante el error estándar mostró que los modelos desarrollados tienen un mejor ajuste de los datos experimentales, sin mencionar que el intervalo de validez con respecto a la razón de carga es más amplio.

Se observó que el número de Froude y de Cohesión tienen una relación constante dependiente de cada sistema. Dicha relación permite realizar el cambio de variables entre los dos modelos desarrollados. Esto hace posible comparar los modelos reportados actualmente en la literatura, donde la mayoría están establecidos como función del número de Froude.

Se desarrolló una técnica de tinción del almidón a fin de contrastar los componentes y visualizar su mezclado. Además, se implementó una rutina de captura de secuencias estandarizando aspectos como la iluminación y atributos de la lente utilizada.

Mediante el planteamiento y elaboración de un código de programación en Matlab (The Mathworks Inc., Versión: 7.0.10.499, EUA, 2010), se logró mejorar el contraste y la calidad visual de las secuencias de imágenes obtenidas.

La visualización del mezclado permitió observar el flujo donde grupos de partículas son desplazados axial y radialmente en direcciones opuestas. Se observó que el flujo axial tiene un efecto más significativo en el mezclado. Se reportó la existencia de un flujo dominante el cual fue explicado mediante un análisis de la geometría del agitador, mucho más evidente cuando el lecho de mezcla no supera el espesor del listón externo.

El aumento en la velocidad de rotación produce una disminución en el tiempo de mezclado aparente.

En cambio, el aumento en la razón de carga produce un incremento en el tiempo de mezclado aparente.

La formación de una película de mezcla sobre la superficie interna del tanque es un atributo no deseado en este tipo de mezcladores. Se plantea que las fuerzas de adhesión entre los polvos y la superficie del tanque se ven incrementadas por el tipo de material de construcción de este.

Mediante la cuantificación de la fracción superficial ocupada por la película de mezcla, se observó que su tamaño aumenta conforme lo hace la razón de carga. Para una velocidad de 75 rpm puede producirse un incremento en la superficie de la película.

## **7. PERSPECTIVAS Y RECOMENDACIONES**

Existe la posibilidad de desarrollar una relación entre el tiempo de mezclado y las condiciones de operación mediante la evaluación de un intervalo más amplio de la razón de carga y la velocidad de rotación.

La evaluación de ocho posiciones de muestra por cada prueba puede ser reducida a seis o cuatro posiciones diferentes con respecto a la posición axial, ya que no se observó un gradiente de concentración significativo en las posiciones simétricas radialmente.

Un factor de interés en el mezclado sería la evaluación de distintas proporciones de componentes en el tiempo de mezclado.

El tipo de mezcla producida puede determinarse mediante la evaluación microscópica del mezclado, a través de micrografías de las muestras capturadas, lo cual además permitiría apreciar si existe un efecto de segregación en los polvos cohesivos debido a un mezclado prolongado.

La Figura 25 puede ser utilizada como un mapa de referencia para evitar la condición de sobrecarga del equipo en futuros proyectos.

Al variar las dimensiones del agitador o probar distintas geometrías puede obtenerse un modelo adimensional que involucre estas variables.

El algoritmo planteado para el procesamiento de imágenes puede utilizarse como referencia para futuros proyectos que involucren la edición de imágenes. Sin embargo, se recomienda optimizar la iluminación y las variables de captura a fin de obtener una mayor calidad en las imágenes.

## 8. REFERENCIAS

- Allen, T. (1981). *Particle Size Measurement*. London, UK: Chapman & Hall.
- AlphaLab Inc. (Septiembre de cons. 2016). <http://www.trifield.com/>. Obtenido de The TriboElectric Series.
- Amidon, G., Secreast, P., & Mudie, D. (2009). Particle, Powder, and Compact Characterization. En *THEORIES AND TECHNIQUES IN THE CHARACTERIZATION OF DRUG SUBSTANCES AND EXCIPIENTS* (págs. 169-180). Burlington, MA., USA: Academic Press.
- Andre, C., Demeyre, J. F., Gatumel, C., Berhiaux, H., & Delaplace, G. (2014). Derivation of dimensionless relationships for the agitation of powders of different flow behaviours in a planetary mixer. *Powder Technology*(256), 33-38.
- Atkins, P., & De Paula, J. (2006). *Physical Chemistry*. New York: OXFORD UNIVERSITY PRESS.
- Barbosa-Canovas, G. (2005). *Food Powders Physical Properties, Processing, and Functionality*. New York, New York, USA: Kluwer Academic Plenum Publishers.
- Barbosa-Canovas, G., Ortega-Rivas, E., Juliano, P., & Yan, H. (2005). *Food Powders Physical Properties, Processing, and Functionality*. New York, New York, USA: Kluwer Academic Plenum Publishers.
- Bhandari, B. (2013). Introduction to food powders. En B. N. Bhandari B., *Handbook of food powders* (págs. 1-24). Philadelphia, PA, USA: Woodhead Publishing Limited.
- Bridgewater, J. (2012). Mixing of powders and granular materials by mechanical means - A perspective. *Particology*, 397-427.
- Brown, D., Jones, P., & Middleton, J. (2004). Experimental Methods Part A: Measuring Tools and Techniques for Mixing and Flow Visualization Studies. En E. A.-O. Paul, *HANDBOOK OF INDUSTRIAL MIXING SCIENCE AND PRACTICE* (págs. 145-202). Hoboken, New Jersey, USA: John Wiley & Sons.
- Callister, W., & Rethwisch, D. (2008). *Fundamentals of Materials Science and Engineering An Integrated Approach*. Hoboken, NJ., USA: John Wiley & Sons, Inc.
- Carr, R. (1976). Powder and granule properties and mechanics . En J. a. Marchello, *Gas-Solids Handling in the Processing Industries*. New York: Marcel Dekker Inc.
- Costa Silva, P. H. (1993). *Fundamentos de Fotografías*. Santiago, Chile: Editorial Universitaria, S.A.
- Cuq, B. (2013). Powder mixing in the production of food powders. En B. N. Bhandari B., *Handbook of food powders* (págs. 200-227). Philadelphia, PA, USA: Woodhead Publishing Limited.
- Duran, J. (2000). *Sands, Powders, and Grains: An Introduction to the Physics of Granular Material*. New York, New York, USA: Springer-Verlag.
- Feng, Q., & Hays, D. (2003). Relative importance of electrostatic forces on powder particles. *Powder Technology*, 135-136.
- Fitzpatrick, J. (2013). Powder properties in food production systems. En B. N. Bhandari B., *Handbook of food powders* (págs. 285-307). Philadelphia, PA., USA: Woodhead Publishing Limited.
- Gijón-Arreortúa, I., & Tecante, A. (2014). Mixing time and power consumption during blending of cohesive food powders with a horizontal helical double-ribbon impeller. *Journal of Food Engineering*, 144-152.

- Harnby, N. (1985). The selection of powder mixers. En T. s. mixers, *Mixing in the Process Industries*. London: Butterworth-Heinemann.
- Hartel, R. W. (2001). *Crystallization in Foods*. Gaithersburg, MD, USA: Aspen Publishers.
- Holdich, R. G. (2002). *Fundamentals of particle technology*. Shepshed, Leicestershire, UK: Midland Information Technology and Publishing.
- Israelachvili, J. N. (2011). *Intermolecular and Surface Forces*. San Diego,, CA, USA: Academic Press.
- Kaye, B. H. (1997). *Powder Mixing*. London, UK: Chapman & Hall.
- Kingston, T. A., & Henidel, T. J. (2014). Optical visualization and composition analysis to quantify continuous granular mixing processes. *Powder Technology*(262), 257-264.
- Kuakpetoon, D., Flores, R. A., & Milliken, G. A. (2001). Dry Mixing of Wheat Flours: Effect of Particle Properties and Blending Ratio. *Lebensmittel-Wissenschaft und Technologie*(34), 183-193.
- Manjunath, K., Dhodapkar, S., & Jacob, K. (2004). Part B: Mixing of Particulate Solids in the Process Industries. En E. A.-O. Paul, *HANDBOOK OF INDUSTRIAL MIXING SCIENCE AND PRACTICE* (págs. 924-982). Hoboken, New Jersey, USA: John Wiley & Sons.
- Masiuk, S. (1987). Power consumption, mixing time and attrition action for solid mixing in a ribbon mixer. *Powder Technology*(51), 217 - 229.
- Minkinen, P. (2004). Practical applications of sampling theory. *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, 85-94.
- Miyayami, K. (2007). Mixing . En H. H. Masuda, *Powder Technology: Handling and Operations, Process Instrumentation, and Working Hazards* (págs. 77-89). Boca Raton, FL, USA: CRC Press.
- Müller, W. (1983). Methods and the current state of the art in solids mixing configurations. *Chemical Engineering*(53), 831-844.
- Muzzio, F., Alexander, A., Goodridge, C., Shen, E., & Shinbrot, T. (2004). Part A: Fundamentals of Solids Mixing. En E. A.-O. Paul, *HANDBOOK OF INDUSTRIAL MIXING SCIENCE AND PRACTICE* (págs. 887-923). Hoboken, New Jersey, USA: John Wiley & Sons.
- Muzzio, F., Goodridge, C., Alexander, A., Arratia, P., Yang, H., & Sudah, O. (2003). Sampling and characterization of pharmaceutical powders and granular blends. *International Journal of Pharmaceutics*, 51-64.
- Poux, M., Fayolle, P., Bertrand, J., Bridoux, D., & Bousquet, J. (1991). Powder mixing: some practical rules applied to agitated systems. *Powder Technology*(68), 213-234.
- Prescott, J. K., & Barnum, R. A. (2000). On powder Flowability. *Pharmaceutical Technology*, 60-84.
- Rao, K. K., & Nott, P. R. (2008). *An Introduction to Granular Flow*. New York, NY, USA: Cambridge University Press.
- Rhodes, M. (1998). Mixing and segregation. En *Introduction to Particle Technology* (págs. 224-240). West Sussex, England: John Wiley & Sons.
- S. Himmelstein & Co. (2015). *MCRT® 28000TB & MCRT® Low Capacity, Non-Contact mV/V TORQUEMETERS*. Boletin, Hoffman Estates, IL. Obtenido de <http://www.himmelstein.com/images/product-literature/72a9b17a3196B716.pdf>

- S. Himmelstein & Co. (2015). MCRT® mV/V TORQUEMETER INSTALLATION, OPERATION AND TROUBLE SHOOTING GUIDE REVISION F. 3-25. Hoffman Estates, IL, USA.
- Sablani, S. S. (2008). Gelatinization of Starch. En M. S. (Ed.), *Food properties Handbook* (págs. 303-311). Boca Raton, FL., USA: CRC Press, Taylor & Francis Group.
- Sato, M., Abe, Y., Ishii, K., & Yano, T. (1977). Power Requirement of Horizontal Ribbon Mixers. *Powder Technology*, 14(8), 441-447.
- Schulze, D. (2008). *Powders and Bulk Solids Behavior, Characterization, Storage and Flow*. Berlin, Germany: Springer-Verlag.
- Serway, R. A., & Jewett, J. W. (2008). *Física para ciencias e ingeniería* (Vol. 1). DF, México: Cengage Learning Editores.
- Susana, L., Canu, P., & Santomaso, A. C. (2011). Development and characterization of a new thief sampling device for cohesive powders. *International Journal of Pharmaceutics*(416), 260-267.
- Tecante, A., & Choplin, L. (1993). Gas-liquid mass transfer in non newtonian fluids in a tank stirred with helical ribbon screw impeller. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 71, 859-865.
- Uchida, K., & Okamoto, K. (2006). Measurement of powder flow in a screw feeder by X-ray penetration image analysis. *Measurement Science and Technology*(17), 419-426.
- Uhl, V. W., & Gray, B. J. (1986). *Mixing Theory and Practice* (Vol. III). Orlando, Florida, USA: Academic Press Inc.
- Weineötter, R., & Gericke, H. (2000). *Mixing of solids*. Regensdorf, Zurich, Switzerland: Kluwer Academic Publishers.
- Weisstein, E. (cons. sept. de 2016). *Wolfram Mathworld* . Obtenido de Helix: <http://mathworld.wolfram.com/Helix.html>
- Weisstein, E. W. (2007). *Wolfram Mathworld*. Obtenido de Wolfram Web Resources: <http://mathworld.wolfram.com/Helix.html>
- Yano, T., Sano, Y., Shirakawa, U., & Tominaga, T. (1960). On the Mixing of Solid Particles by A Ribbon-Type Mixer. *Chemical Engineering*, 24(4), 219-226.
- Yu, L. (2001). Amorphous pharmaceutical solids: preparation, characterization and stabilization. *Advanced Drug Delivery Reviews*, 48, 27,42.

## 9. ANEXOS

### 9.1 Código de programación para el procesamiento de secuencias

```
% Procesador de secuencias de Imágenes
clear;clc;
%% Especificar el directorio
srcFiles = dir('C:/Users/LuisJ/Videos/AIAV/Secuencias/f=0.5/f=0.5/f=0.5 75
RPM/*.bmp'); % the folder in which ur images exists
pathname='C:/Users/LuisJ/Videos/AIAV/Secuencias/f=0.5/f=0.5/f=0.5 75
RPM/';

%% Region de interes "ROI"
A=strcat('C:/Users/LuisJ/Videos/AIAV/Secuencias/f=0.5/f=0.5/f=0.5 75
RPM/',srcFiles(1).name);
A=imread(A);
imcrop(A);
disp('Desplaze el cursor para seleccionar la zona de interes');
disp('click derecho "Copy Position"')
rect=input('Presiona ctrl v : '); %Exportamos la ROI
A=imcrop(A,rect); a=size(A); clc
%% Ajuste de contraste general
%figure, imshow(A); figure,imhist(A(1:a(1,1),1:a(1,2)));
K=imadjust(A,[.1 .3 0.4; .45 .8 1],[],1.2); %figure, imshow(K);
%imhist(K(1:a(1,1),1:a(1,2),3));
%L=rgb2gray(A); figure, imhist(L);
%J=rgb2gray(K); figure, imhist(J);
%% Division por canales
R=imhist(A(1:a(1,1),1:a(1,2),1)); G=imhist(A(1:a(1,1),1:a(1,2),2));
B=imhist(A(1:a(1,1),1:a(1,2),3));
R1=imhist(K(1:a(1,1),1:a(1,2),1)); G1=imhist(K(1:a(1,1),1:a(1,2),2));
B1=imhist(K(1:a(1,1),1:a(1,2),3));
plot(R,'-r'); hold on, plot(G,'-g'); plot(B,'-b'); hold off;
figure, hold on, plot(R1,'--r'); plot(G1,'--g'); plot(B1,'--b');
%% Procesamiento de la imagen
G(1,length(srcFiles))=struct(struct('cdata', [],'colormap', []));
F(1,length(srcFiles))=struct(struct('cdata', [],'colormap', []));
for i=1:length(srcFiles);

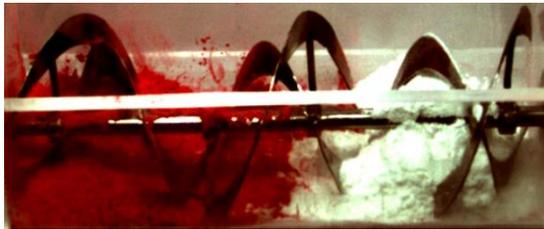
filename=strcat('C:/Users/LuisJ/Videos/AIAV/Secuencias/f=0.5/f=0.5/f=0.5 75
RPM/',srcFiles(i).name);
I=imread(filename);
I2=imcrop(I,rect);
I2=imadjust(I2,[.1 .3 0.4; .45 .8 1],[],1.2);
imwrite(I2,['C:/Users/LuisJ/Videos/AIAV/Secuencias/f=0.5/f=0.5 75
RPM/Editadas/Imedit',num2str(i),'.bmp']);
G(i)=im2frame(I2);
obtencion del histograma
figure,imhist(I2(1:a(1,1),1:a(1,2)));
F(i)=getframe; close all;
[X,Map]=frame2im(F(i));
```

```
        imwrite(X, ['C:/Users/LuisJ/Videos/AIAV/Secuencias/f=0.5/f=0.5 75
RPM/Histogramas/Hist', num2str(i), '.bmp']);
    end

    %%
    movie2avi(G, 'Secuencia.avi', 'compression', 'None')
    movie2avi(F, 'Histogramas.avi', 'compression', 'None')
```

## 9.2 Secuencias de imágenes

Figura 45. Secuencia de imágenes para  $N_s = 25$  rpm y  $f = 0.17$ .



t= 0 s ( $\eta = 0$  rev.)



t= 6 s ( $\eta = 2.5$  rev.)



t= 12 s ( $\eta = 5$  rev.)



t= 18 s ( $\eta = 7.5$  rev.)



t= 28 s ( $\eta = 11.5$  rev.)



t= 40 s ( $\eta = 16.5$  rev.)



t= 52 s ( $\eta = 21.5$  rev.)



t= 62 s ( $\eta = 26.0$  rev.)



t= 74 s ( $\eta = 31.0$  rev.)



t= 88 s ( $\eta = 37.5$  rev.)

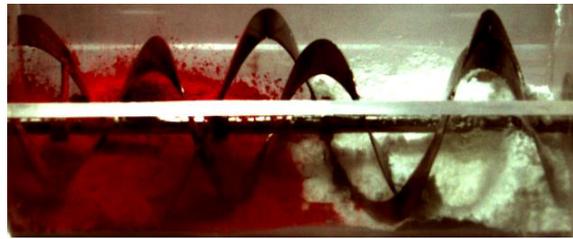


t= 102 s ( $\eta = 42.5$  rev.)

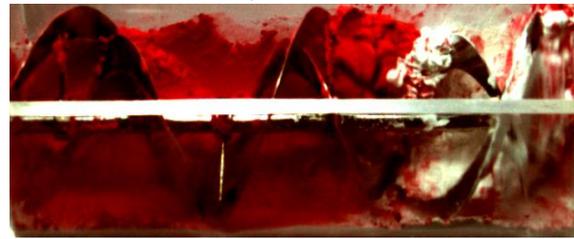


t= 116 s ( $\eta = 48.5$  rev.)

Figura 46. Secuencia de imágenes para  $Ns = 50$  rpm y  $f = 0.17$ .



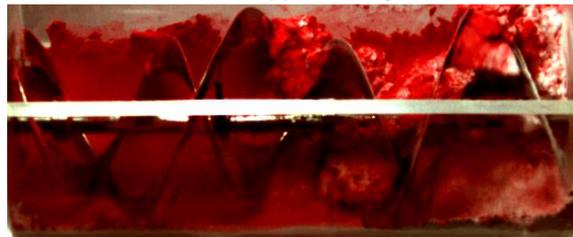
$t = 0$  s ( $\eta = 0$  rev.)



$t = 3$  s ( $\eta = 2.5$  rev.)



$t = 6$  s ( $\eta = 5$  rev.)



$t = 9$  s ( $\eta = 7.5$  rev.)



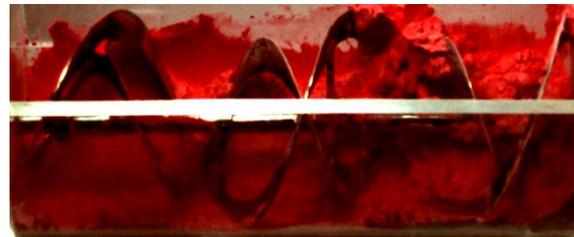
$t = 14$  s ( $\eta = 11.5$  rev.)



$t = 20$  s ( $\eta = 16.5$  rev.)



$t = 26$  s ( $\eta = 21.5$  rev.)



$t = 31$  s ( $\eta = 26.0$  rev.)



$t = 37$  s ( $\eta = 31.0$  rev.)



$t = 44$  s ( $\eta = 37.5$  rev.)



$t = 51$  s ( $\eta = 42.5$  rev.)



$t = 58$  s ( $\eta = 48.5$  rev.)

Figura 47. Secuencia de imágenes para  $N_s = 75$  rpm y  $f = 0.17$ .

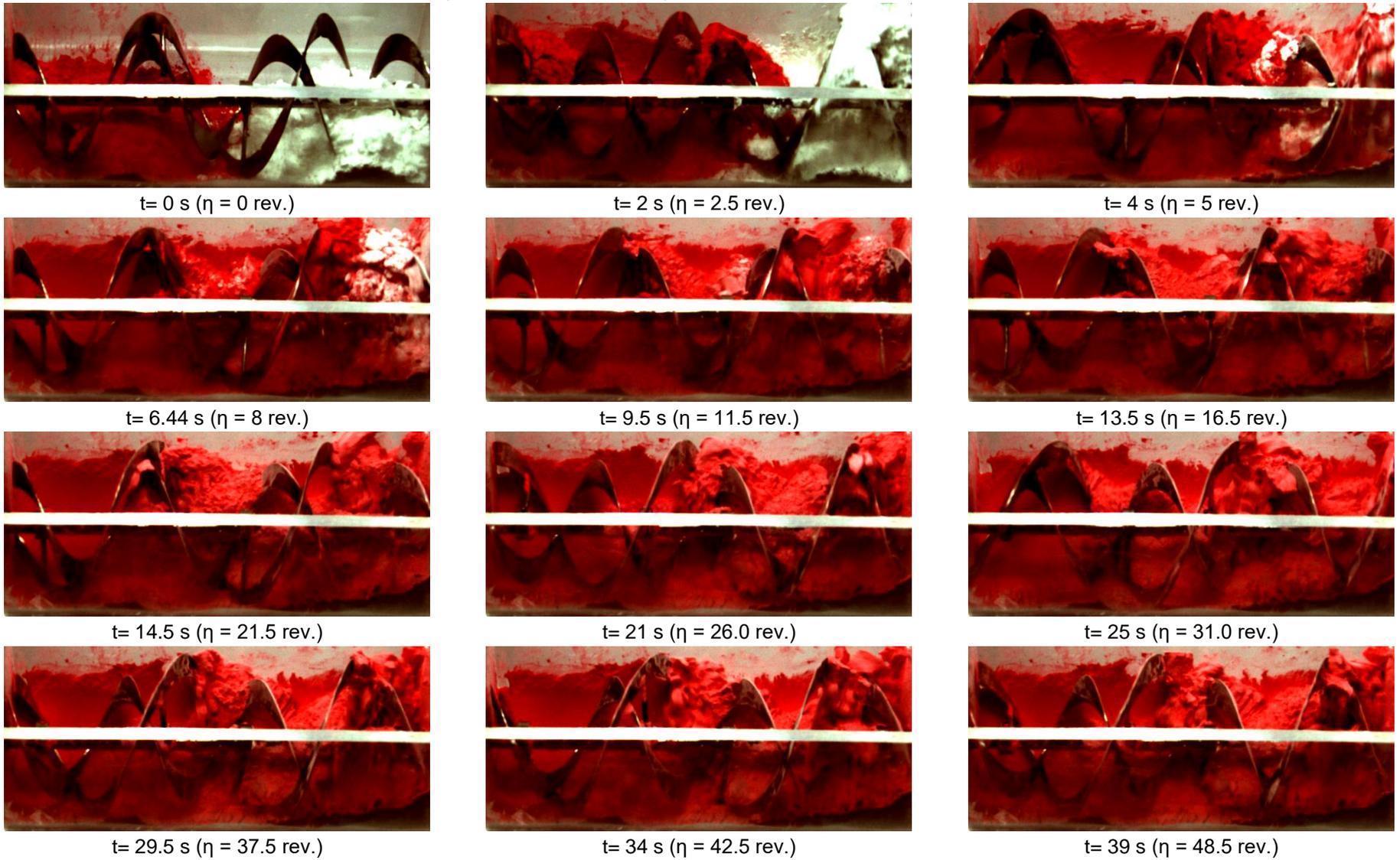
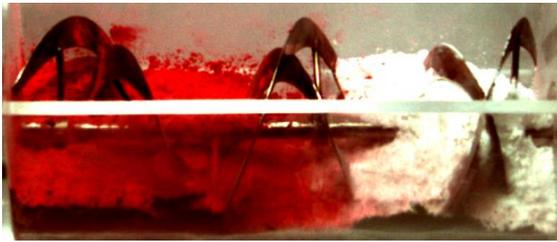
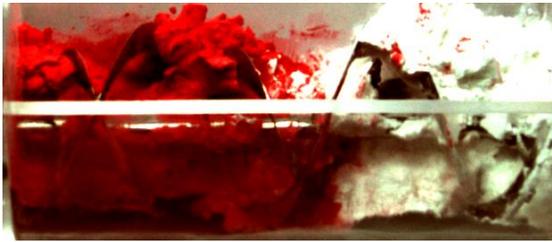


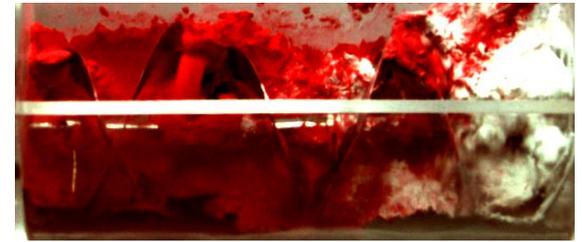
Figura 48. Secuencia de imágenes para  $N_s = 25$  rpm y  $f = 0.33$ .



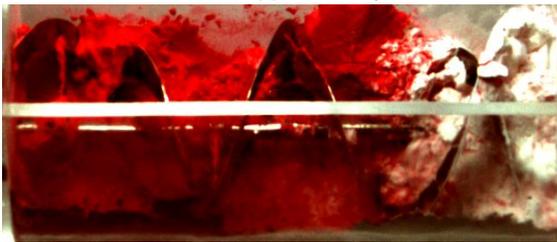
t= 0 s ( $\eta = 0$  rev.)



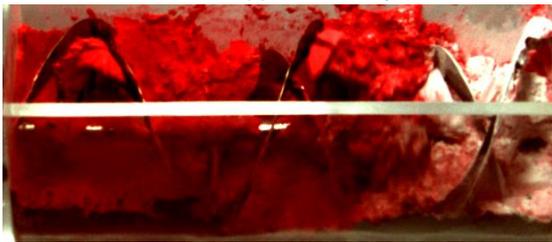
t= 6 s ( $\eta = 2.5$  rev.)



t= 12 s ( $\eta = 5$  rev.)



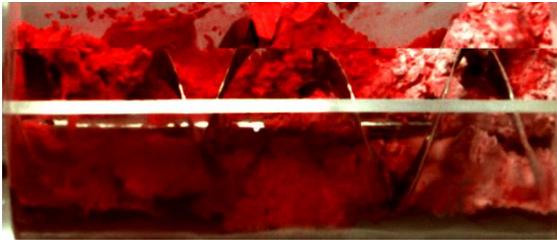
t= 18 s ( $\eta = 7.5$  rev.)



t= 28 s ( $\eta = 11.5$  rev.)



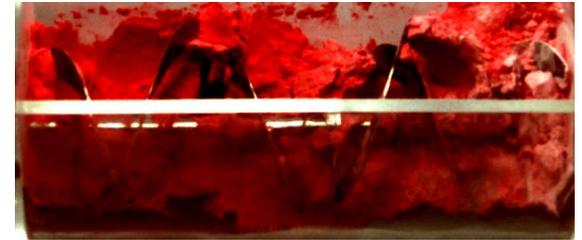
t= 40 s ( $\eta = 16.5$  rev.)



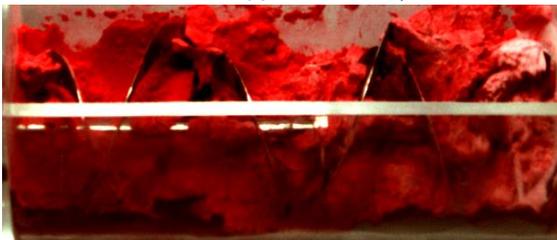
t= 52 s ( $\eta = 21.5$  rev.)



t= 62 s ( $\eta = 26.0$  rev.)



t= 74 s ( $\eta = 31.0$  rev.)



t= 88 s ( $\eta = 37.5$  rev.)



t= 102 s ( $\eta = 42.5$  rev.)



t= 116 s ( $\eta = 48.5$  rev.)

Figura 49. Secuencia de imágenes para  $Ns = 50$  rpm y  $f = 0.33$ .

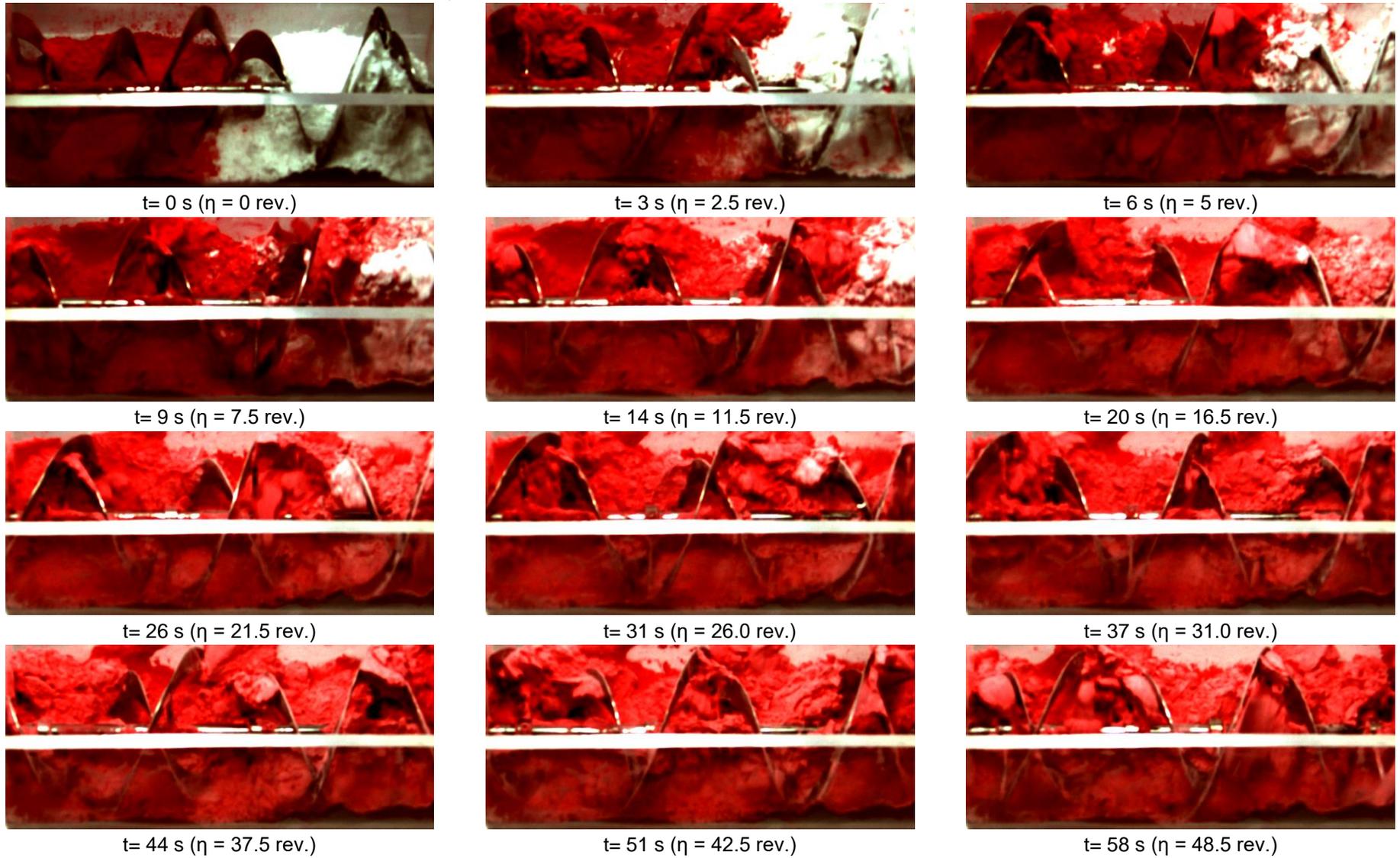


Figura 50. Secuencia de imágenes para  $N_s = 75$  rpm y  $f = 0.33$ .



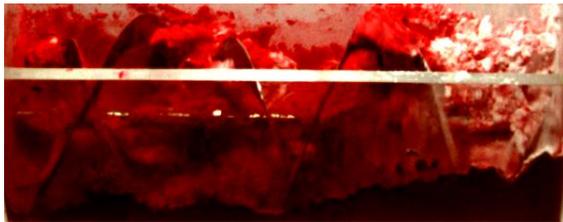
t= 0 s ( $\eta = 0$  rev.)



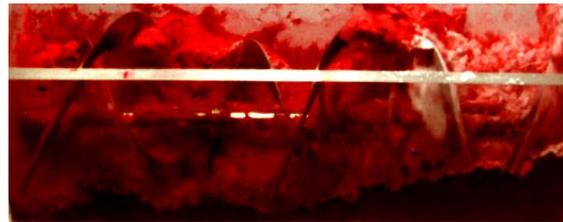
t= 2 s ( $\eta = 2.5$  rev.)



t= 4 s ( $\eta = 5$  rev.)



t= 6 s ( $\eta = 7.5$  rev.)



t= 9.5 s ( $\eta = 11.5$  rev.)



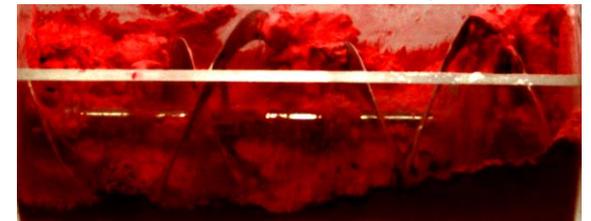
t= 13.5 s ( $\eta = 16.5$  rev.)



t= 17.5 s ( $\eta = 21.5$  rev.)



t= 21 s ( $\eta = 26.0$  rev.)



t= 25 s ( $\eta = 31.0$  rev.)



t= 29.5 s ( $\eta = 37.5$  rev.)



t= 34 s ( $\eta = 42.5$  rev.)

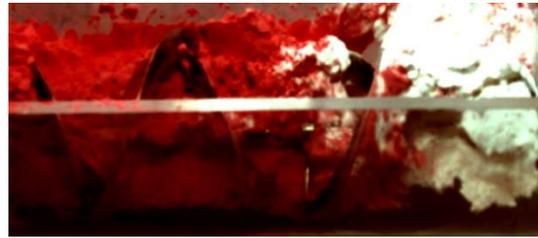


t= 39 s ( $\eta = 48.5$  rev.)

Figura 51. Secuencia de imágenes para  $Ns = 25$  rpm y  $f = 0.50$ .



t= 0 s ( $\eta = 0$  rev.)



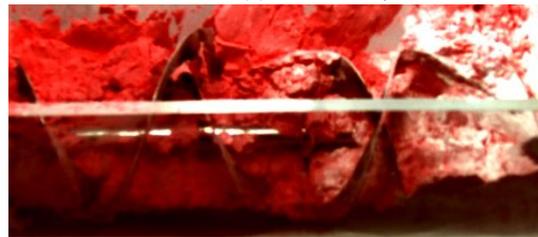
t= 6 s ( $\eta = 2.5$  rev.)



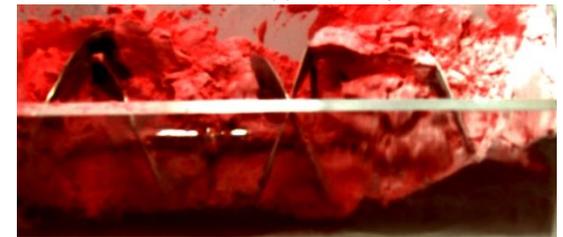
t= 12 s ( $\eta = 5$  rev.)



t= 18 s ( $\eta = 7.5$  rev.)



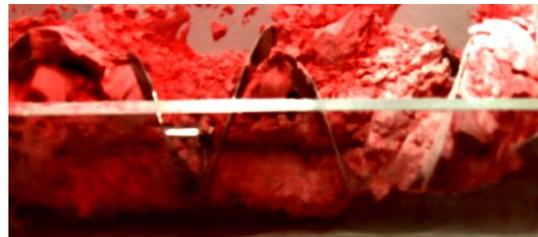
t= 28 s ( $\eta = 11.5$  rev.)



t= 40 s ( $\eta = 16.5$  rev.)



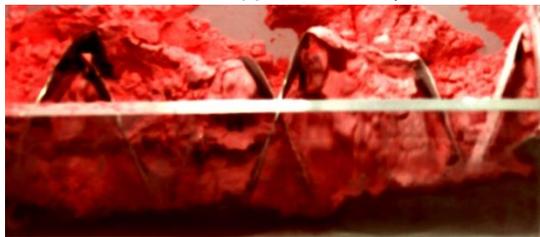
t= 52 s ( $\eta = 21.5$  rev.)



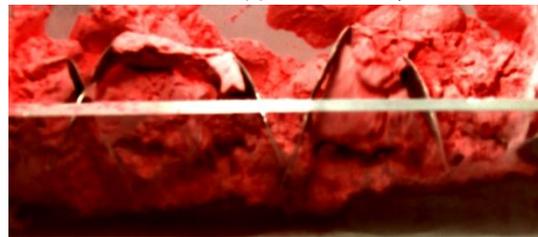
t= 62 s ( $\eta = 26.0$  rev.)



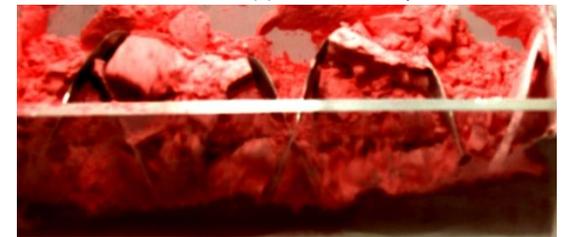
t= 74 s ( $\eta = 31.0$  rev.)



t= 88 s ( $\eta = 37.5$  rev.)

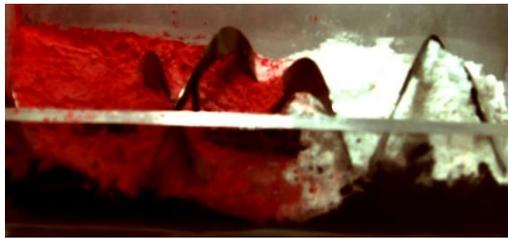


t= 102 s ( $\eta = 42.5$  rev.)



t= 116 s ( $\eta = 48.5$  rev.)

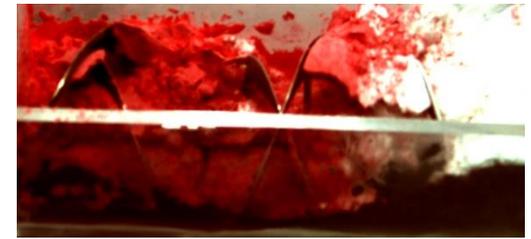
Figura 52. Secuencia de imágenes para  $Ns = 50$  rpm y  $f = 0.50$ .



t= 0 s ( $\eta = 0$  rev.)



t= 3 s ( $\eta = 2.5$  rev.)



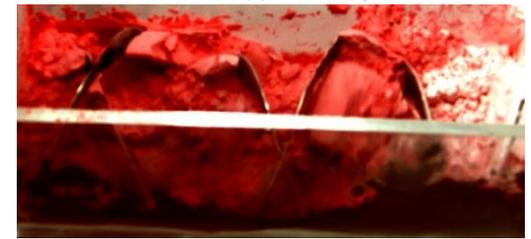
t= 6 s ( $\eta = 5$  rev.)



t= 9 s ( $\eta = 7.5$  rev.)



t= 14 s ( $\eta = 11.5$  rev.)



t= 20 s ( $\eta = 16.5$  rev.)



t= 26 s ( $\eta = 21.5$  rev.)



t= 31 s ( $\eta = 26.0$  rev.)



t= 37 s ( $\eta = 31.0$  rev.)



t= 44 s ( $\eta = 37.5$  rev.)



t= 51 s ( $\eta = 42.5$  rev.)



t= 58 s ( $\eta = 48.5$  rev.)