



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

SIMULACIÓN DE LA
RESPUESTA DE UNA BARRA
DE PLÁSTICO
CENTELLEADOR AL FLUJO
DE MUONES COSMOGÉNICOS
EN CIUDAD UNIVERSITARIA

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
FÍSICO

PRESENTA:
BRYAN OLMOS YÁÑEZ

DIRECTOR DE TESIS:
DR. ALEXIS ARMANDO AGUILAR ARÉVALO



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2018



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Jurado asignado

Presidente:	Dr. José Francisco Valdés Galicia
Vocal:	Dr. Lukas Nellen Filla
Secretario (Tutor):	Dr. Alexis Armando Aguilar Arévalo
Suplente:	Dr. Salvador Carrillo Moreno
Suplente:	Dra. Karen Salomé Caballero Mora

Datos del trabajo escrito

Título:	Simulación de la respuesta de una barra de plástico centelleador al flujo de muones cosmogénicos en Ciudad Universitaria
Número de páginas:	106
Año:	2018

Bryan Olmos Yáñez
Facultad de Ciencias (UNAM)
olmos.bryan@ciencias.unam.mx

Resumen

En este trabajo se presenta la simulación de la respuesta de una barra de plástico centelleador al flujo de muones cosmogénicos (muones producidos por la interacción de los rayos cósmicos con la alta atmósfera) en Ciudad Universitaria, de dimensiones $10\text{ cm} \times 100\text{ cm} \times 10\text{ cm}$ instrumentada con dos tubos fotomultiplicadores. Se muestra la comparación entre una simulación de primeros principios y otra realizada en Geant4. Incluyendo en la simulación la respuesta del detector con una no linealidad debido a la saturación de los fototubos y una función de resolución gaussiana, se muestra un ajuste del modelo a un espectro de datos experimentales adquirido en el laboratorio de detectores del Instituto de Ciencias Nucleares, UNAM, obteniendo una resolución del detector de 4.9% a una energía de 20 MeV. Finalmente, se da una estimación de la intensidad vertical de muones en Ciudad Universitaria, con un valor $I_0^{\text{C.U.}} = (110.66 \pm \pm 0.58^{\text{(estad)}} \pm 2.65^{\text{(sist)}}) \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1}$.

Agradecimientos

A mis padres Ángela y Ernesto y hermanos Chris y Jeni, por su incondicional apoyo al alentarme durante mi carrera universitaria. Por su paciencia con mi carácter cuando las cosas se complicaban. A mi sobrino Alex, porque con su naturalidad aprendí que la vida es más fácil de lo que parece. A mi tío Joaquín, que ha sido muy importante en muchos momentos de mi vida y, especialmente, durante mi etapa universitaria. Y gracias a todos los familiares que se interesaron en mis estudios.

A mi asesor Alexis, que durante todo este tiempo me ha enseñado un sinnúmero de cosas. Por su paciencia para explicarme lo que debía aprender. Por dedicarme tanto tiempo y ser tan minucioso en todo lo que hacía. Porque con su modo de hacer las cosas, tan detallista y cuidadoso, aprendí a exigirme más cada día. Por siempre ser tan directo y señalarme mis errores y mis aciertos. Gracias Alexis.

A mis sinodales José Valdés, Lukas Nellen, Karen Caballero y Salvador Carrillo por sus comentarios tan acertados y por sus palabras hacia mi trabajo. Gracias a todos.

A los amigos que hice durante la carrera y en etapas anteriores y lo siguen siendo, por los momentos divertidos que pasamos y porque con ellos los días de estudio fueron mucho más agradables. A los amigos que hice en el laboratorio del ICN, donde trabajé durante varios meses, con ellos el trabajo se hacía más placentero. A Enrique Patiño, por ayudarme cuando la electrónica se me dificultaba y por hacer del laboratorio un lugar divertido.

El más grande de mis agradecimientos a la universidad que me brindó una formación de calidad extraordinaria. A los profesores que tuve durante la carrera, muchos de ellos de una calidad humana y académica insuperable, por enseñarme a ver el mundo desde una perspectiva diferente. ¡Gracias UNAM!

Extiendo agradecimientos al Taller de Manufactura Avanzada del ICN y, particularmente, al T. A. José Rangel. Asimismo, agradezco el apoyo del proyecto DGAPA-

8

PAPIIT No. 108917 y al proyecto CONACYT No. 240666 por la beca recibida.

Bryan Olmos Yáñez

Índice general

Resumen	5
Agradecimientos	7
Introducción	17
1. Aspectos teóricos	19
1.1. Paso de partículas cargadas por medios materiales	19
1.1.1. Pérdida de energía de partículas pesadas en la materia	19
1.1.2. Pérdida de energía de electrones y positrones	25
1.1.3. Interacción de fotones	27
1.1.4. Fluctuaciones en la pérdida de energía	29
1.2. Rayos cósmicos	32
1.2.1. Algunas definiciones	32
1.2.2. Radiación cósmica	34
1.2.3. Rayos cósmicos en la atmósfera	36
1.2.4. Efecto geomagnético	41
1.3. Muones cosmogénicos en la superficie terrestre	42
1.3.1. Distribución angular a nivel del mar	43
1.3.2. Distribución de energías a nivel del mar	44
2. Experimento	47
2.1. Descripción y montaje experimental	47
2.2. Electrónica y lógica utilizada en la toma de datos	48
2.3. Espectros	56
3. Simulación	59
3.1. Simulación de primeros principios	59
3.2. Simulación en Geant4	62
3.2.1. Modelo	63

3.3. Resolución y no linealidad	67
4. Resultados	73
4.1. Comparación entre las simulaciones de primeros principios y de Geant4	73
4.2. Convolución	74
4.3. Cálculo de I_0 en Ciudad Universitaria	78
Conclusiones	85
A. Funciones de distribución angular	87
B. Función de convolución	91
C. Flujos de muones: Parametrización de Smith & Duller y EXPACS	93
D. Neutrones cosmogénicos en el detector	95
E. Código de la simulación en Geant4	99
Referencias	103

Índice de figuras

1-1. Pérdida de energía para algunos materiales dada por la fórmula de Bethe-Bloch [5].	23
1-2. Distribuciones de Landau y de Vavilov.	32
1-3. Flujos de núcleos de la radiación cósmica primaria [5].	35
1-4. Representación esquemática de la producción de partículas en una cascada atmosférica [10].	39
1-5. Probabilidad de decaimiento para piones y kaones verticales en la atmósfera como función de la energía cinética [10].	40
1-6. Probabilidad de supervivencia al nivel del mar para muones desde una profundidad atmosférica de 100 g/cm ² [10].	41
1-7. Flujos verticales de rayos cósmicos en la atmósfera con $E > 1$ GeV. Las curvas fueron estimadas de las intensidades en (1.47). Los puntos (∇ , \square , \circ) muestran mediciones de muones negativos con $E > 1$ GeV ([11], [12], [13], [14], [15]). Figura tomada de [5].	42
1-8. Distribución angular θ de muones a nivel del mar para diferentes energías. Figura tomada de [18].	43
1-9. Espectros diferenciales experimentales de muones a $\theta = 0^\circ$ (\blacklozenge , \blacksquare , \blacktriangledown , \blacktriangle , \times , $+$, \circ y \bullet) y $\theta = 75^\circ$ (\blacklozenge) [5].	44
1-10. Parametrización de Smith & Duller.	45
1-11. Compilación realizada por el autor (Bryan Olmos Yáñez) de mediciones experimentales de la intensidad diferencial absoluta de muones comparadas con la parametrización de Smith & Duller correspondiente al ángulo θ de las mediciones.	46
2-1. Espectro de emisión del plástico centelleador RP-408 [23].	49
2-2. Diagrama del montaje experimental.	50
2-3. Diagrama de un tubo fotomultiplicador (Figura tomada de [3]).	51
2-4. Especificaciones del PMT utilizado (R1200P-IV-2CN).	52
2-5. Módulos CAEN utilizados en el experimento.	53

2-6. Diagrama de conexión de los PMT al módulo “QUAD LINEAR FAN IN-FAN OUT” (Diagrama tomado de [27]).	54
2-7. Diagrama de conexión de las copias de salida a los módulos “8 CH LED”, “DUAL DELAY” y al osciloscopio (Diagrama tomado de [27]).	54
2-8. Diagrama de conexión de la copia 1 al módulo “DUAL TIMER” y, posteriormente, al osciloscopio y al módulo “16 CH DUAL RANGE QDC” (Diagrama tomado de [27]).	55
2-9. Diagrama de conexión de la copia 2 al módulo “DUAL DELAY” y, posteriormente, al módulo “16 CH DUAL RANGE QDC”. Finalmente, del controlador “VME USB BRIDGE” a la computadora (Diagrama tomado de [27]).	56
2-10. Espectros de datos experimentales tomados a diferentes horas del día por 3 días consecutivos (5 horas de adquisición cada uno) en función de la energía no calibrada (ADC).	58
2-11. Espectros de datos experimentales tomados con la barra alineada a diferentes direcciones, tomados de 10 am a 2 pm, en función de la energía no calibrada (ADC).	58
3-1. Geometría del modelo para simular muones que inciden en la barra. .	60
3-2. Diagrama vectorial de la posición y trayectoria de un muón en la simulación.	61
3-3. Espectro de longitudes atravesadas por los muones dentro de la barra (100000 eventos).	62
3-4. Gráfica de la fórmula de Bethe-Bloch para el PVT en función del momento, p (MeV/ c). Como comparación, también aparece la función de Bethe-Bloch para el aire (seco, a 1 atm) [32].	63
3-5. Espectro de energías promedio, \bar{E}_d , depositadas en la barra utilizando la parametrización de Smith-Duller (100000 eventos).	64
3-6. Espectros de energías depositadas con fluctuaciones de Landau/Vavilov/Gauss (en azul, 100000 eventos) y con corrección adicional de la ley de Birks (en rojo, 100000 eventos).	65
3-7. Geometría de la barra en Geant4 (las cubiertas y los PMT se dibujaron separados para su visualización).	66
3-8. Geometría del PMT.	67
3-9. Geometría de la edificación del laboratorio en Geant4.	68
3-10. Plano del edificio (visto desde la fachada poniente) donde se ubica el laboratorio de detectores. Se indica la ubicación de la barra (colocada sobre una mesa) dentro del edificio.	69

3-11. Trazas de muones generados en la simulación en Geant4 (La edificación no se muestra y el radio de la esfera se redujo a 1 m para una mejor visualización).	69
3-12. Gráficas de la energía inicial y de los ángulos de dirección de los muones simulados. A la izquierda, las gráficas representan los eventos de todos los muones simulados. A la derecha, sólo se muestran los eventos de los muones simulados que entran en la barra. Las curvas en rojo representan ajustes teóricos (parametrización de Smith & Duller para la energía y curvas descritas en el apéndice A para las gráficas de los ángulos θ y φ).	70
3-13. Espectros de energías depositadas, incluyendo la no linealidad en la producción de fotones, producidos en Geant4 (100000 eventos).	71
3-14. Variaciones en la energía de respuesta del detector.	72
4-1. Comparación entre las simulaciones de primeros principios y de Geant4 (100000 eventos cada uno).	74
4-2. Ajuste de la convolución del espectro de simulación (producido en Geant4, con edificio) a los datos experimentales en un rango de energía de 100-3500 ADC. En rojo, la convolución del espectro de muones sumado al espectro exponencial de otras partículas (electrones, positrones, fotones, neutrones). En azul, sólo el espectro de muones. Los valores de resolución, χ^2 y grados de libertad obtenidos del ajuste en rojo.	77
4-3. Curva de no linealidad entre las energías E_v (MeV) y E_a (ADC), dada por la ecuación (4.3) con los parámetros de la tabla 4.1.	78
4-4. Espectro de simulación en Geant4 (incluyendo edificación) con fluctuaciones gaussianas y el efecto de no linealidad aplicados en cada evento (200000 eventos).	79
4-5. Ajuste de la función de convolución al espectro de simulación completa escalado a 5 horas, comparado con el espectro de datos experimentales.	81
4-6. Ajuste de la función de convolución al espectro de simulación completa generado con los datos de EXPACS, escalado a 5 horas, comparado con el espectro de datos experimentales.	82
4-7. Medición realizada (★) de la intensidad vertical de muones en Ciudad Universitaria (Los flujos estimados se explican en la figura 1-7).	84
A-1. Probabilidad de los muones de entrar por alguna de las caras de la barra.	88
B-1. Fluctuaciones gaussianas en la respuesta de un detector.	91
C-1. Intensidades diferenciales de muones negativos dadas por la parametrización de Smith & Duller y EXPACS, para ángulos $\theta = 0^\circ, 45^\circ$ y 60°	93

D-1. Intensidad diferencial de neutrones para ángulos $\theta = 0^\circ, 45^\circ$ y 60° (izquierda) y distribución angular en θ (derecha) dadas por EXPACS.	95
D-2. Espectros de neutrones en Geant4 utilizando los datos de EXPACS para el flujo, aplicando un <i>factor de quenching</i> de 1, 0.2 y 0.1, y, además, los efectos de fluctuación gaussiana y no linealidad en la respuesta del detector para cada evento. Espectros escalados al correspondiente durante 5 horas.	97
D-3. Ajuste de la función de convolución al espectro experimental (verde), con componentes: (1) muones cosmogénicos (azul), (2) neutrones cosmogénicos (gris) y (3) electromagnética (cian), en un rango de energías de 50-3500 ADC. En magenta, el espectro de neutrones (<i>factor quenching</i> 0.2 (Figura D-2)).	98

Índice de tablas

1.1. Abundancias relativas, F , de núcleos de rayos cósmicos, con número atómico Z , a 10.6 GeV/nucleón normalizadas a la de oxígeno ($\equiv 1$). A esa energía cinética, el flujo de oxígeno es $3.29 \times 10^{-2} (\text{m}^2 \text{s sr GeV/nucleon})^{-1}$ [5].	36
2.1. Propiedades del plástico centelleador RP-408.	48
4.1. Parámetros de la convolución que ajustan el espectro de simulación generado en Geant4, considerando la edificación de concreto, a los datos experimentales (“31May 9 am-2 pm”).	78
4.2. Comparación entre los parámetros de ajuste de la convolución con los modelos de Smith & Duller y EXPACS.	83

Introducción

Los muones atmosféricos son las partículas cargadas más numerosas en la superficie de la Tierra en un rango de 1-1000 GeV y pueden detectarse fácilmente, por lo que son usualmente empleadas para la calibración de detectores. Estas partículas son creadas principalmente en los decaimientos de piones y kaones producidos en las colisiones de los rayos cósmicos primarios (principalmente protones y núcleos de átomos ligeros) con la alta atmósfera terrestre, creando, además, cascadas de otras partículas como piones, electrones o neutrinos, entre otras. Las distribuciones angular y de energías con las que los muones alcanzan la superficie han sido medidas y calculadas teóricamente para diferentes rangos de energía y diferentes ubicaciones alrededor de la Tierra.

En este trabajo se simula la respuesta de un detector de plástico centelleador al flujo de muones cosmogénicos, esto es, muones producidos por la interacción de los rayos cósmicos con la alta atmósfera, en Ciudad Universitaria, de manera más precisa en el Instituto de Ciencias Nucleares de la UNAM, ubicada en las coordenadas geográficas 19.33° latitud Norte y 99.19° longitud Oeste a una altitud de 2268 msnm. La simulación se compara con mediciones experimentales realizadas en el laboratorio. La simulación está basada en primeros principios, considerando efectos que provienen de la geometría del detector, de los espectros angular y de energías de los muones, de las fluctuaciones de energía que los muones pierden en el detector (basadas en las teorías de Landau y de Vavilov), la producción de luz modelada por la ley de Birks, así como efectos de resolución y de respuesta del detector. El espectro de energías de los muones toma como base el modelo de Smith & Duller; aunque existen otros modelos que parametrizan las observaciones de diferentes experimentos, como EXPACS, el cual se eligió para estudiar la incertidumbre sistemática debida al flujo incidente en el detector. La simulación también se realiza con la herramienta Geant4, en la cual, además, se incluyen los efectos de la edificación del laboratorio donde se realizó el experimento, comparando los resultados con la simulación de primeros principios.

En Ciudad Universitaria se han medido flujos de neutrones solares y de muones por

medio de un monitor de neutrones y de un telescopio de muones instalados en el Instituto de Geofísica, UNAM, así como variaciones debido a efectos atmosféricos ([1], [2]). La intensidad de rayos cósmicos se mide continuamente en el Observatorio de Rayos Cósmicos de la Ciudad de México. En esa dirección, basado en la simulación y los datos experimentales de este trabajo, se presenta una estimación de la intensidad vertical de muones en Ciudad Universitaria. Asimismo, es un primer paso para realizar a futuro, con el detector de barra de plástico centelleador del Laboratorio de Detectores del ICN, un monitoreo de la intensidad vertical de muones como función del tiempo y estudiar sus variaciones con respecto a condiciones atmosféricas, geomagnéticas, etc., a lo largo del año, sumándose a las mediciones que ya se realizan en el Instituto de Geofísica.

En el capítulo 1 se presenta la teoría sobre la interacción de partículas cargadas con la materia y los efectos que producen. También se da información sobre los rayos cósmicos y cómo interactúan con la atmósfera terrestre, finalizando con las distribuciones angulares y de energías con las que los muones alcanzan la superficie terrestre. En el capítulo 2 se explica el experimento realizado en el laboratorio de detectores del Instituto de Ciencias Nucleares (UNAM), la electrónica empleada y los espectros obtenidos de las mediciones. En el capítulo 3 se presentan los detalles de las simulaciones realizadas de primeros principios y en Geant4. En el capítulo 4 se dan a conocer los resultados de las comparaciones entre las dos simulaciones, del grado de concordancia con los datos experimentales y se presenta la estimación de la intensidad vertical de muones en Ciudad Universitaria.

Capítulo 1

Aspectos teóricos

En este capítulo se presenta una descripción teórica del paso de partículas cargadas por medios materiales (Sección 1.1), se da una descripción de la composición de rayos cósmicos que penetran en la atmósfera (Sección 1.2) y, al final, se describen los espectros angular y de energías medidos y obtenidos teóricamente en la superficie terrestre (Sección 1.3).

1.1. Paso de partículas cargadas por medios materiales

Radiación es cualquier emisión de partículas o de energía que viaja a través del espacio o a través de medios materiales. Dependiendo del tipo de radiación que penetre en la materia, esta interactúa con los átomos que la constituyen de diferentes formas. Conocer cuál es la interacción entre la radiación y la materia y los efectos que produce es fundamental para la construcción de detectores de la radiación. Para la radiación constituida por partículas cargadas y fotones, la interacción es, en mayor medida, electromagnética. Los procesos electromagnéticos son los más comunes debido a la intensidad y al largo alcance de la fuerza de Coulomb entre partículas cargadas. La radiación de partículas cargadas puede estar formada por partículas ligeras, como electrones y positrones, y por partículas pesadas, como protones, muones, piones, partículas alfa y otras partículas con núcleos ligeros.

1.1.1. Pérdida de energía de partículas pesadas en la materia

Como se describe en [3], las partículas pesadas (protones, muones, piones, etc) pierden energía en la materia debido a colisiones inelásticas con sus átomos. En estas colisiones la energía es transferida de las partículas a los átomos causando ionización

(colisión fuerte) o excitación (colisión débil) del átomo. La energía transferida en cada colisión es generalmente una pequeña fracción de la energía cinética total de la partícula; sin embargo, el número de colisiones dentro del material es tan grande que la pérdida de energía acumulada es observable en un material de densidad normal. En caso de una ionización, la energía transferida será suficiente para arrancar un electrón del átomo y, en algunos casos, dar al electrón la energía suficiente para producir una ionización en otro átomo. Estos electrones de alta energía son conocidos como *rayos delta*.

La dispersión elástica con los núcleos atómicos ocurre con una frecuencia menor que las colisiones con electrones y la energía transferida en cada dispersión es relativamente pequeña debido a que la masa de los núcleos de la mayoría de los materiales es usualmente grande comparada con la de las partículas incidentes.

En ambos casos, la colisión entre partículas no se da por contacto entre sus masas, sino por el efecto de la interacción electromagnética entre sus cargas. Estas colisiones son generalmente descritas en términos de la *sección eficaz*, σ . Esta cantidad mide, esencialmente, la probabilidad de que una reacción ocurra y puede ser calculada si se conoce la interacción entre las dos partículas. Para un flujo de F partículas incidentes sobre una partícula por unidad de área por unidad de tiempo, se define la sección eficaz diferencial como

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(E, \Omega) = \frac{1}{F} \frac{dN_s}{d\Omega}, \quad (1.1)$$

donde N_s es el número de partículas dispersadas dentro de un ángulo sólido $d\Omega$ y E es la energía de cada partícula incidente. Así, la sección eficaz total para una partícula de energía E es

$$\sigma(E) = \int d\Omega \frac{d\sigma}{d\Omega}. \quad (1.2)$$

En el caso de colisiones inelásticas entre radiación de partículas pesadas y materia, la sección eficaz atómica es del orden de $10^{-17} - 10^{-16} \text{ cm}^2$.

Los efectos producidos por la interacción entre partículas cargadas y la materia son el resultado de dos procesos: (i) colisiones inelásticas con los electrones atómicos del material y (ii) dispersión elástica al colisionar con los núcleos atómicos del material. Estos procesos ocurren muchas veces dentro del material y su acumulación es la principal razón de dos efectos que experimentan las partículas que atraviesan la materia:

- (i) Pérdida de energía de la partícula
- (ii) Deflexión de la partícula de su trayectoria original.

Otros procesos electromagnéticos son también responsables de los efectos anteriores, estos son esencialmente: (iii) la emisión de radiación de Cerenkov, (iv) reacciones nucleares y (v) bremsstrahlung, los cuales se discutirán más adelante.

Caso clásico de la pérdida de energía

El caso clásico (cálculo de Bohr) establece la relación de la pérdida de energía de una partícula al interactuar eléctricamente con un átomo del material que atraviesa, bajo la suposición de que la transferencia de momento es pequeña de tal modo que el átomo sólo experimenta un pequeño retroceso. Además, se asume que la desviación de la trayectoria de la partícula incidente no es apreciable. Considerando una partícula incidente de carga ze , masa M y velocidad v que interactúa con un electrón en reposo a una distancia b de la trayectoria de la partícula incidente (b se denomina *parámetro de impacto*), se puede mostrar que la energía ganada por el electrón, ΔE , es

$$\Delta E(b) = \frac{2z^2e^4}{m_e v^2 b^2}, \quad (1.3)$$

donde se observa que la mayor transferencia de energía se debe a colisiones cercanas. Considerando un átomo con Z electrones y una masa $m \approx Am_p$, con $A \approx 2Z$ y m_p la masa del protón, se estima la relación entre la pérdida de energía producida por la colisión con electrones y con el núcleo,

$$\frac{\Delta E(\text{electrones})}{\Delta E(\text{núcleo})} = \frac{Z}{m_e} \left(\frac{Z^2}{2Zm_p} \right)^{-1} \approx 4000, \quad (1.4)$$

de lo cual se deduce que los electrones atómicos son responsables de la mayor pérdida de energía de la partícula incidente [4].

Si la densidad de electrones es N_e y considerando los efectos relativistas, la pérdida de energía por unidad de longitud, $-dE/dx$, con x a lo largo de la trayectoria de la partícula incidente, se puede expresar como

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi z^2 e^4}{m_e v^2} N_e \ln \left(\frac{\gamma^2 m_e v^3}{ze^2 \bar{\nu}} \right), \quad (1.5)$$

donde $\bar{\nu}$ es la frecuencia orbital media de un electrón y $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$, con $\beta = v/c$.

La fórmula (1.5), conocida como la *fórmula clásica de Bohr*, funciona para describir la pérdida de energía de partículas muy pesadas como partículas α ; sin embargo, para

partículas más ligeras como protones falla debido a efectos cuánticos.

Caso cuántico de la pérdida de energía. Fórmula de Bethe-Bloch

Un tratamiento apropiado de la pérdida de energía en la materia debe tomar en cuenta: (1) la transferencia de energía a los electrones atómicos sólo ocurre en cantidades discretas y (2) la naturaleza ondulatoria de las partículas. Para colisiones muy cercanas, la especificación clásica de una partícula como un objeto con posición y momento bien definidos entra en conflicto con el principio de incertidumbre.

Alrededor de 1932, Hans Bethe y Felix Bloch trataron el problema en términos de la mecánica cuántica. En el cálculo, se clasificaron las colisiones atómicas de acuerdo a la cantidad de momento o energía transferida al electrón ligado. Contrario al parámetro de impacto en el tratamiento clásico, estas cantidades son medibles. Sin embargo, se puede asociar una pequeña transferencia de momento con un parámetro de impacto grande (colisiones lejanas) y una transferencia de momento grande con un parámetro de impacto pequeño (colisiones cercanas).

En colisiones lejanas, la partícula incidente interactúa con el átomo como un todo. En este caso, hay una cierta probabilidad de que la pérdida de energía de la partícula incidente cause excitación de un electrón a un nivel de energía alto o cause ionización. Estas probabilidades fueron calculadas por Bethe usando teoría de perturbaciones, tratando al potencial de Coulomb más un acoplamiento del campo de fotones como perturbación, mientras que a la partícula incidente como una onda plana. La contribución total a la pérdida de energía resulta de sumar todas las energías de excitación, pesadas por la sección eficaz de cada una [4], Para colisiones cercanas, la interacción puede ser considerada con electrones libres.

La pérdida de energía total es la suma de las contribuciones de colisiones cercanas y lejanas, obteniendo

$$-\frac{dE}{dx} = 4\pi N_A r_e^2 m_e c^2 \rho \frac{Z}{A} \frac{z^2}{\beta^2} \left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 W_{\max}}{I^2} \right) - \beta^2 - \frac{\delta}{2} \right], \quad (1.6)$$

con $N_A = 6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ el número de Avogadro; $r_e = 2.818 \times 10^{-13} \text{ cm}$ el radio clásico del electrón; Z y A el número atómico y la masa atómica del material, respectivamente; z la carga de la partícula incidente en unidades de e ; ρ la densidad del material; I el potencial medio de excitación; δ una corrección de efecto de densidad y W_{\max} la máxima transferencia de energía en una colisión, la cual, para una partícula

de masa M , está dada por

$$W_{\max} = \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{1 + 2\gamma m_e/M + (m_e/M)^2}. \quad (1.7)$$

La fórmula (1.6) se conoce como la *fórmula de Bethe-Bloch* y describe la pérdida de energía media en la región $0.1 \lesssim \beta\gamma \lesssim 1000$, para materiales con número atómico, Z , intermedio. En la figura 1-1 se muestra la curva para algunos materiales.

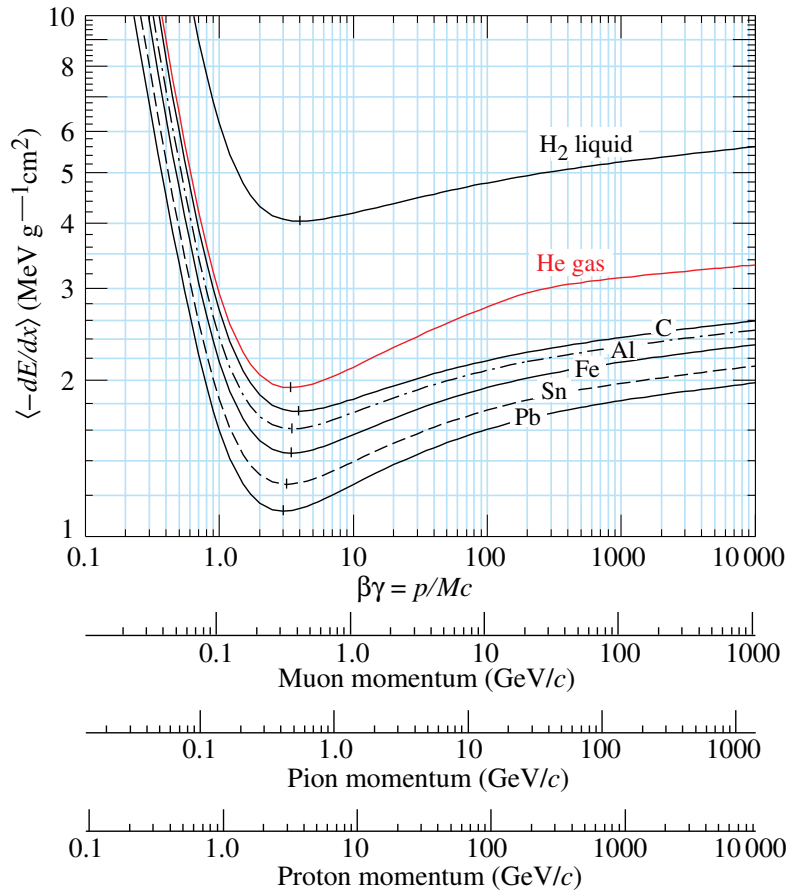


Figura 1-1: Pérdida de energía para algunos materiales dada por la fórmula de Bethe-Bloch [5].

El *potencial medio de excitación*, I , es, esencialmente, $h\bar{\nu}$, con h la constante de Planck y $\bar{\nu}$ la frecuencia orbital media de la fórmula de Bohr.

El *efecto de densidad* es una corrección importante a altas energías y surge del hecho de que el campo eléctrico de la partícula incidente tiende a polarizar los átomos a lo largo de su trayectoria. Debido a esto, los electrones lejos de la trayectoria de la partícula sufren un apantallamiento de la intensidad total del campo eléctrico. Estos electrones contribuyen menos a la pérdida total de energía que la predicha por la fórmula de Bethe-Bloch. Este efecto se vuelve más importante a medida que la energía de las partículas se incrementa, de tal modo que las colisiones lejanas contribuyen cada vez más a la pérdida de energía. Además, este efecto depende de la densidad del material, dado que la polarización inducida será mayor en materiales muy densos que en aquellos ligeros. Valores para δ están dados por una fórmula debida a Sternheimer [6]

$$\delta = \begin{cases} 2(\ln 10)x - \bar{C} & \text{si } x \geq x_1, \\ 2(\ln 10)x - \bar{C} + a(x_1 - x)^k & \text{si } x_0 \leq x \leq x_1, \\ 0 & \text{si } x < x_0 \text{ (no conductores),} \\ \delta_0 10^{2(x-x_0)} & \text{si } x < x_0 \text{ (conductores),} \end{cases} \quad (1.8)$$

con $x = \log_{10}(\beta\gamma)$. Los parámetros x_0 , x_1 , \bar{C} , a y k dependen del material absorbente.

A energías no relativistas, la pérdida de energía dE/dx es dominada por el factor $1/\beta^2$ y decrece hasta que, aproximadamente, $v = 0.96c$, donde se alcanza la ionización mínima. Mientras la energía se incrementa después de este punto, el término $1/\beta^2$ se vuelve casi constante y dE/dx vuelve a crecer debido al factor logarítmico.

A bajas energías, comparables a la velocidad de los electrones orbitales del material, dE/dx alcanza un máximo y vuelve a caer rápidamente. En esta región, varios efectos complicados aparecen, siendo, el más importante, la tendencia de una partícula de ligar electrones durante algún intervalo de tiempo. Esto reduce la carga efectiva de una partícula y con ello su poder de frenado.

Mientras la partícula se frena dentro de la materia, la tasa de pérdida de energía cambia a medida que la energía cinética lo hace. Además, una mayor energía por unidad de longitud es depositada por la partícula hacia el final de su trayectoria que al inicio. La curva que describe esa pérdida de energía se conoce como *curva de Bragg*. El máximo de esa curva, conocido como *pico de Bragg*, ocurre justo antes de que la partícula se detenga.

La fórmula de Bethe-Bloch descrita es válida para elementos puros. Para mezclas y compuestos, una buena aproximación es promediar dE/dx sobre cada elemento del

compuesto, pesado por la fracción de electrones presentes en cada uno,

$$\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} = \sum \frac{w_j}{\rho_j} \left(\frac{dE}{dx} \right)_j, \quad w_j = \frac{a_j A_j}{A_m}, \quad (1.9)$$

donde, para el j -ésimo elemento, w_j es la fracción de peso en el compuesto, a_j es el número de átomos en la molécula y A_j el peso atómico del elemento, de tal modo que $A_m = \sum a_j A_j$.

Si se asume que la pérdida de energía es continua, la distancia que las partículas viajan en la materia antes de perder toda su energía debe ser un número bien definido, el mismo para todas las partículas idénticas con la misma energía inicial en el mismo tipo de material. Esa distancia es llamada *rango* y depende del tipo de material, del tipo de partícula y de su energía. Sin embargo, dos partículas idénticas con la misma energía inicial no sufrirán, en general, el mismo número de colisiones. La pérdida de energía es, en este sentido, de naturaleza estadística. La distribución estadística de rangos centrados sobre un valor medio es, en una primera aproximación, de forma gaussiana. El valor medio de la distribución es conocido como *rango medio*. Esta es la profundidad en la cual alrededor de la mitad de las partículas son absorbidas.

Un efecto ya incluido en la fórmula de Bethe-Bloch es la radiación de Cherenkov, la cual surge cuando una partícula cargada se mueve más rápido que la luz en un mismo medio material. Aunque este efecto es mayor a velocidades relativistas, su contribución a la pérdida de energía es pequeño comparado al de las colisiones atómicas. Para materiales de densidad considerable, la pérdida de energía es

$$-\frac{dE}{dx} \simeq 10^{-3} \text{ MeV cm}^2 \text{ g}^{-1}, \quad (1.10)$$

que es despreciable respecto a las pérdidas por colisiones.

1.1.2. Pérdida de energía de electrones y positrones

La pérdida de energía total de electrones y positrones cuando viajan a través de la materia está compuesta de dos partes: colisiones con los átomos y emisión de radiación electromagnética,

$$\left(\frac{dE}{dx} \right)_{\text{tot}} = \left(\frac{dE}{dx} \right)_{\text{col}} + \left(\frac{dE}{dx} \right)_{\text{rad}}. \quad (1.11)$$

Electrones y positrones sufren pérdidas de energías por colisiones dentro de la materia del mismo modo que lo hacen las partículas pesadas; sin embargo, la fórmula de Bethe-Bloch debe ser modificada por dos razones. Primero, por su pequeña masa. La suposición de que las partículas incidentes no sufren desviaciones en su trayectoria no se aplica a partículas ligeras como electrones o positrones. En segundo lugar, la indistinguibilidad de dos electrones que colisionan debe ser tomada en cuenta. Con estas consideraciones, algunos términos en la fórmula cambian. En particular, la máxima energía transferible en una colisión resulta $W_{\max} = T_e/2$, donde T_e es la energía cinética del electrón o positrón incidente. Así, la fórmula de Bethe-Bloch para electrones resulta

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{1}{2}K\rho\frac{Z}{A}\frac{1}{\beta^2} \left[\ln \left(\frac{m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 (m_e c^2 (\gamma - 1)/2)}{I^2} \right) + (1 - \beta^2) - \frac{2\gamma - 1}{\gamma^2} \ln 2 + \frac{1}{8} \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma} \right)^2 - \delta \right]. \quad (1.12)$$

Para positrones, no existe el problema de colisiones entre partículas idénticas. La ecuación de Bethe-Bloch asociada a estas partículas es

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{1}{2}K\rho\frac{Z}{A}\frac{1}{\beta^2} \left[\ln \left(\frac{m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 (m_e c^2 (\gamma - 1))}{2I^2} \right) + 2 \ln 2 - \frac{\beta^2}{12} \left(23 + \frac{14}{\gamma - 1} + \frac{10}{(\gamma + 1)^2} + \frac{4}{(\gamma + 1)^3} \right) - \delta \right]. \quad (1.13)$$

La emisión de radiación electromagnética que surge de la dispersión en el campo eléctrico de un núcleo atómico se conoce como *bremstrahlung*. Clásicamente, se puede entender como la radiación que emite un electrón (o positrón) al acelerarse debido a la atracción del núcleo. Hasta energías de unos cuantos MeV, este efecto es pequeño comparado a la pérdida de energía por colisiones. A medida que la energía aumenta, la probabilidad de *bremstrahlung* también aumenta, de tal modo que a unas decenas de MeV la pérdida de energía por radiación es comparable a aquella por ionización. A energías por encima de una energía crítica, *bremstrahlung* domina completamente.

Prácticamente, electrones y positrones son las únicas partículas que contribuyen sustancialmente a la pérdida de energía por radiación. La probabilidad de emisión varía como el inverso al cuadrado de la masa de la partícula, esto es, $\sigma \propto r_e^2 = (e^2/mc^2)^2$. Para muones, por ejemplo, con $m = 105.7$ MeV, la pérdida de energía por radiación es unas 40 000 veces más pequeña que para electrones.

Dado que la emisión bremsstrahlung depende de la intensidad del campo eléctrico que siente el electrón, el apantallamiento de los electrones atómicos que rodean el núcleo juega un papel importante.

1.1.3. Interacción de fotones

Las interacciones de fotones con la materia difieren del caso de las partículas cargadas. Las partículas pesadas, al colisionar con los átomos de la materia, sufren sólo una pequeña pérdida de energía y una ligera desviación en su trayectoria, manteniendo prácticamente constante el número de partículas en un haz, mientras sus velocidades sean reducidas sólo en una pequeña parte. Las interacciones con fotones son diferentes debido a que, en general, existe una alta probabilidad de que el fotón sea removido completamente del haz por absorción o dispersión. Para una intensidad de fotones incidentes, I_0 , la atenuación del haz a una distancia x dentro del material está dada por

$$I(x) = I_0 e^{-\mu x}, \quad (1.14)$$

con μ el coeficiente de absorción, el cual está relacionado con la probabilidad de que un fotón sea dispersado o absorbido dentro del material.

La ausencia de un campo eléctrico asociado a los fotones impide que se den colisiones inelásticas con los electrones atómicos, es por eso que la radiación de fotones es más penetrante en la materia que la radiación por partículas cargadas. Dado que los fotones son absorbidos o dispersados del haz, aquellos que atraviesan el material en línea recta son los que no sufrieron ninguna interacción y, por tanto, conservan su energía original.

Existen tres principales procesos electromagnéticos por los cuales los fotones interactúan con la materia:

- 1) Efecto fotoeléctrico
- 2) Efecto Compton
- 3) Producción de pares

El *efecto fotoeléctrico* es dominante a bajas energías e involucra la absorción de un fotón por un electrón atómico, con la subsecuente expulsión del electrón fuera del átomo. Si la energía del fotón es $h\nu$, entonces la energía que llevará el electrón expulsado es

$$E = h\nu - \phi, \quad (1.15)$$

donde ϕ es la *energía de amarre* del electrón. Por conservación del momento, el efecto fotoeléctrico sólo ocurre con electrones ligados al átomo, con el núcleo absorbiendo el momento de retroceso.

Para energías del fotón incidente mayores a la máxima energía de amarre (capa electrónica K) del electrón, la sección eficaz es relativamente pequeña pero se incrementa a medida que la energía del fotón se acerca a la de amarre en esa capa. En cada capa, la sección eficaz presenta picos debido a que, a energías inferiores, esos electrones ya no se pueden remover por efecto fotoeléctrico. Esos picos se conocen como límites de absorción K , L , M , etcétera. Para energías de fotones incidentes mayores a la de la capa electrónica K , los electrones K son los involucrados en el efecto fotoeléctrico.

El *efecto Compton* es dominante a energías intermedias e involucra la dispersión de un fotón al incidir sobre un electrón libre. En la materia, por supuesto, el electrón está ligado; sin embargo, si la energía del fotón es alta con respecto a la de amarre del electrón, esta última puede ser ignorada y considerarse al electrón esencialmente libre.

La diferencia entre las longitudes de onda de los fotones incidente y dispersado, λ_0 y λ , respectivamente, se puede expresar como

$$\lambda - \lambda_0 = \lambda_C(1 - \cos \theta), \quad \lambda_C = \frac{h}{m_e c}. \quad (1.16)$$

De la ecuación anterior, se observa que la longitud de onda del fotón dispersado es mayor que la del fotón incidente. La constante λ_C se conoce como *longitud de onda de Compton* del electrón,

La interacción más importante a altas energías es la *producción de pares*. En este proceso, el campo eléctrico intenso cerca del núcleo puede provocar un decaimiento del fotón en un electrón y un positrón,

$$\gamma \longrightarrow e^+ e^-. \quad (1.17)$$

El umbral de energía del fotón para este proceso es $2m_e c^2$. Para satisfacer la conservación del momento, el núcleo debe estar presente y absorber la pequeña energía de retroceso. La producción de pares también se puede dar cerca de un electrón atómico; sin embargo, en este caso, el umbral de energía del fotón es de $4m_e c^2$, causando que le electrón adquiera una significativa energía cinética.

El positrón producido se aniquilará con un electrón y producirá dos fotones de 511

keV en direcciones opuestas,

$$e^+e^- \longrightarrow 2\gamma. \quad (1.18)$$

1.1.4. Fluctuaciones en la pérdida de energía

La pérdida de energía media que experimenta una partícula cargada al pasar por un medio material es descrita por la fórmula de Bethe-Bloch. Sin embargo, para una partícula dada, la cantidad de energía perdida no será, en general, igual a ese valor medio, debido a fluctuaciones estadísticas que ocurren en el número de colisiones sufridas y en la energía transferida en cada colisión.

Para un material relativamente grueso [3], el número de colisiones es lo suficientemente grande para considerar que la distribución de energías perdidas en cada colisión se aproxima por una distribución Gaussiana. Esto se sigue del Teorema del Límite Central, el cual establece que la suma de N variables aleatorias, todas siguiendo la misma distribución estadística, se aproxima a una distribución Gaussiana en el límite $N \rightarrow \infty$. De este modo, la distribución de pérdida total de energía tendrá la forma

$$f(x, E) \propto \exp\left(-\frac{(\Delta - \bar{\Delta})^2}{2\sigma^2}\right), \quad (1.19)$$

con x : el grosor del material absorbedor; Δ : la pérdida de energía; $\bar{\Delta}$: la pérdida de energía media; σ : desviación estándar.

Para partículas pesadas no relativistas, la dispersión σ_0 encontrada por Bohr es

$$\sigma_0^2 = 4\pi N_A r_e^2 (m_e c^2)^2 \rho \frac{Z}{A} x, \quad (1.20)$$

con los parámetros definidos en (1.6). Para partículas relativistas, la dispersión resulta

$$\sigma^2 = \frac{1 - \frac{1}{2}\beta^2}{1 - \beta^2}, \quad (1.21)$$

donde $\beta = v/c$.

A diferencia de los absorbedores gruesos, en los materiales delgados el número de colisiones no se puede suponer tan grande para validar el Teorema del Límite Central. Dado que las colisiones con transferencia de energía pequeña son más probables que aquellas con transferencias grandes, el valor más probable de pérdida de energía estará desplazado hacia la mitad más baja del rango de energías transferidas posi-

bles. Eventos con grandes transferencias de energía están asociados con la producción de electrones de alta energía de retroceso. El resultado es que la distribución será asimétrica con una cola en la parte de altas energías.

Diferentes cálculos de esta distribución han sido realizados por Landau, Symon y Vavilov; cada una con un diferente rango de aplicabilidad. El parámetro que distingue estas teorías, κ , se define como

$$\kappa = \frac{\xi}{W_{\max}}, \quad (1.22)$$

con W_{\max} dada por (1.7) y ξ dado por

$$\xi = 2\pi N_A r_e^2 m_e c^2 \rho \frac{Z}{A} \left(\frac{z}{\beta}\right)^2 x, \quad (1.23)$$

con los parámetros definidos en (1.6).

Teoría de Landau

En la región $\kappa \leq 0.01$, Landau [7], [8] calculó la distribución de pérdida de energía haciendo algunas suposiciones:

- 1) La máxima transferencia de energía permitida es infinita, $W_{\max} \rightarrow \infty$.
- 2) Las transferencias de energía individuales son suficientemente grandes para considerar a los electrones como libres.
- 3) La disminución en la velocidad de la partícula es despreciable.

La *distribución de Landau* se expresa entonces como

$$f(x, \Delta) = \frac{\phi(\lambda)}{\xi}, \quad (1.24)$$

donde

$$\begin{aligned} \phi(\lambda) &= \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \exp(-u \ln u - u\lambda) \sin \pi u \, du, \\ \lambda &= \frac{1}{\xi} [\Delta - \xi(\ln \xi - \ln \varepsilon + 1 - C)], \\ C &= \text{Constante de Euler} = 0.577, \\ \ln \varepsilon &= \ln \left(\frac{(1 - \beta^2) I^2}{2m_e c^2 \beta^2} \right) + \beta^2. \end{aligned} \quad (1.25)$$

De esta distribución, el valor más probable, Δ_{mp} , resulta

$$\Delta_{\text{mp}} = \xi \left[\ln \left(\frac{\xi}{\varepsilon} \right) + 0.198 - \delta \right], \quad (1.26)$$

donde δ es el efecto de densidad descrito en la ecuación (1.8). La anchura a altura media (FWHM) es aproximadamente

$$\text{FWHM} = 4\xi. \quad (1.27)$$

Teoría de Vavilov

La teoría de Vavilov [9] generaliza a la teoría de Landau, tomando en cuenta la energía máxima posible que puede transferir una partícula en una colisión (ec. (1.7)). Las demás suposiciones se mantienen en el cálculo de Vavilov. El cálculo es similar al realizado por Landau.

La distribución de pérdida de energía encontrada por Vavilov es

$$f(x, \Delta) = \frac{1}{\pi\xi} \kappa e^{\kappa(1+\beta^2 C)} \int_0^\infty e^{\kappa f_1} \cos(y\lambda_1 + \kappa f_2) dy, \quad (1.28)$$

donde

$$\begin{aligned} f_1 &= \beta^2 (\ln y - \text{Ci}(y)) - \cos y - y \text{Si}(y), \\ f_2 &= y (\ln y - \text{Ci}(y)) + \sin y + \beta^2 \text{Si}(y), \end{aligned} \quad (1.29)$$

con ξ definido en (1.23) y Si y Ci las integrales seno y coseno, respectivamente. El parámetro λ_1 está dado por la expresión

$$\lambda_1 = \frac{\Delta - \alpha x}{W_{\text{max}}} - \kappa (1 + \beta^2 - C), \quad \text{con } \alpha = \int_0^{W_{\text{max}}} w(\varepsilon) \varepsilon d\varepsilon, \quad (1.30)$$

donde $w(\varepsilon) d\varepsilon$ es la probabilidad por unidad de longitud de que la partícula pierda una energía entre ε y $\varepsilon + d\varepsilon$.

En el límite $\kappa \rightarrow 0$, la distribución de Vavilov se reduce a la distribución de Landau. La aproximación de la distribución de Vavilov a la de Landau se obtiene si $\kappa \leq 0.01$. La aproximación a una distribución gaussiana se obtiene para $\kappa \gtrsim 1$.

En la figura 1-2 se muestran curvas pertenecientes a las distribuciones de Landau y de Vavilov.

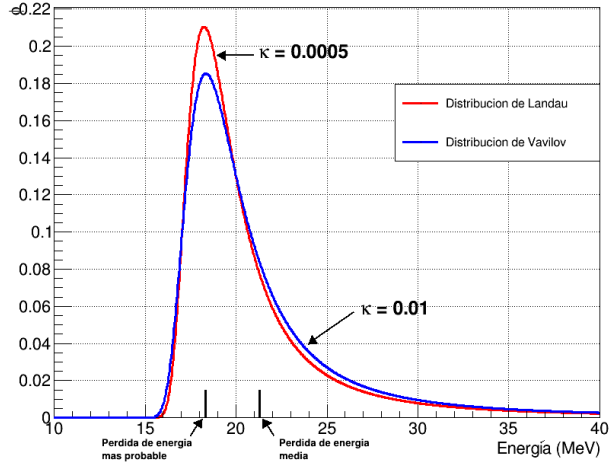


Figura 1-2: Distribuciones de Landau y de Vavilov.

1.2. Rayos cósmicos

1.2.1. Algunas definiciones

En esta sección se definen, siguiendo la descripción de [10], algunas variables que son utilizadas para describir a la radiación cósmica.

La *intensidad direccional*, $I_i(\theta, \varphi)$, de partículas de cierto tipo, i , se define como el número de partículas, dN_i , que inciden sobre un elemento de área, dA , por unidad de tiempo, dt , dentro de un elemento de ángulo sólido, $d\Omega$. Así,

$$I_i(\theta, \varphi) = \frac{dN_i}{dA dt d\Omega} \quad [\text{cm}^{-2} \text{s}^{-1} \text{sr}^{-1}], \quad (1.31)$$

donde $d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi$. Esta cantidad, además de depender de los ángulos cenital θ y azimutal φ , depende de la energía, E , de las partículas. Frecuentemente, se le llama simplemente *intensidad* y puede ser *total* (o *integral*), $I_i(\theta, \varphi, t; E_0)$, si se integra sobre todas las energías mayores a una cierta energía E_0 , o *diferencial*, $I_i(\theta, \varphi, E, t)$. Para $\theta = 0^\circ$, se obtiene la *intensidad vertical*, $I_{V,i} = I_i(\theta = 0^\circ)$.

El *flujo*, J_i , representa el número de partículas de cierto tipo, i , que atraviesa un elemento de área horizontal, dA , por unidad de tiempo, dt . El flujo está relacionado

con la intensidad por

$$J_i = \int I_i(\theta, \varphi) \cos \theta d\Omega \quad [\text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}]. \quad (1.32)$$

Si no se especifica otra cosa, el flujo usualmente se refiere al *flujo integral*, $J_i(t; E_0)$.

Dada la intensidad vertical, la *dependencia del ángulo cenital* se puede expresar como

$$I_i(\theta) = I_{V,i} \cos^{n_i}(\theta). \quad (1.33)$$

El exponente de la componente i -ésima, n_i , depende de la profundidad atmosférica y de la energía de las partículas.

La *atenuación* de la componente hadrónica en la atmósfera está caracterizada por la *longitud de atenuación*, Λ [g/cm^2], la cual es mayor que la trayectoria libre media de interacción, λ_i , debido a la producción de otras partículas (partículas secundarias), Así, $\Lambda > \lambda_i$. Para el flujo total de rayos cósmicos en la atmósfera $\Lambda \simeq 120 \text{ g}/\text{cm}^2$. La longitud de atenuación es diferente para diferentes tipos de partículas.

El *espectro diferencial de energías*, $f(E)$, se define como el número de partículas, $dN(E)$, por unidad de área, dA , por unidad de tiempo, dt , por unidad de ángulo sólido, $d\Omega$, por intervalo de energía, dE ,

$$f(E) = \frac{dN(E)}{dA d\Omega dE dt}, \quad (1.34)$$

usualmente expresado en unidades de [$\text{cm}^{-2} \text{s}^{-1} \text{sr}^{-1} \text{GeV}^{-1}$]. Sin embargo, el espectro de partículas también puede ser representado por un espectro de momento, $f(p)$, por unidad de momento.

El *espectro integral de energías*, $F(E_0)$, se define para todas las partículas que tienen una energía mayor a E_0 , por unidad de área, dA , por unidad de ángulo sólido, $d\Omega$, y por unidad de tiempo, dt , como sigue:

$$F(E_0) = \frac{dN(E_0)}{dA d\Omega dt}, \quad (1.35)$$

y es expresado usualmente en unidades de $[\text{cm}^{-2} \text{s}^{-1} \text{sr}^{-1}]$. El espectro integral se obtiene por integración del espectro diferencial,

$$F(E_0) = \int_{E_0}^{\infty} f(E) dE. \quad (1.36)$$

Alternativamente, $f(E)$ puede ser obtenido de $F(E_0)$ por derivación:

$$f(E) = - \left. \frac{dF(E_0)}{dE_0} \right|_{E_0=E}. \quad (1.37)$$

La mayoría de los espectros de energías pueden ser representados por una ley de potencias con un exponente constante. Para el espectro integral, se puede escribir

$$F(E_0) = CE_0^{-\gamma}, \quad (1.38)$$

y para el espectro diferencial

$$f(E) = AE^{-(\gamma+1)}, \quad (1.39)$$

con A y C constantes.

1.2.2. Radiación cósmica

La radiación cósmica incidente en la parte superior de la atmósfera incluye a todas las partículas cargadas estables y a núcleos con tiempo de vida del orden de 10^6 años o más [5]. Las partículas provenientes de fuentes astrofísicas conforman los rayos cósmicos primarios, como electrones, protones, núcleos de átomos como helio, carbono, oxígeno, hierro y de otros átomos sintetizados en estrellas. Los rayos cósmicos secundarios son aquellas partículas producidas en la interacción de las primarias con gas interestelar. Núcleos de átomos como litio, berilio y boro son rayos cósmicos secundarios.

Las partículas primarias son producidas y aceleradas como consecuencia de llamaradas estelares, explosiones de supernovas, pulsares y de explosiones de núcleos galácticos. Otra fuente de estas partículas es el sol, el cual tiene un ciclo de actividad de 11 años.

Las partículas que entran al sistema solar son, de alguna manera, moduladas por el viento solar, plasma magnetizado en expansión generado por el sol, el cual desacelera y excluye parcialmente los rayos cósmicos galácticos de baja energía del sistema solar interno. Adicional a esto, los rayos cósmicos de baja energía son afectados por

el campo geomagnético, el cual deben penetrar para alcanzar la alta atmósfera.

Alrededor del 79% de nucleones primarios son protones libres y alrededor del 70% de los nucleones restantes están ligados en núcleos de helio. Las fracciones de estos núcleos permanece casi constante sobre un rango de energías de algunos GeV a más de 100 TeV. En la figura 1-3 se muestra la mayoría de componentes de rayos cósmicos para energías mayores a 2 GeV/nucleón.

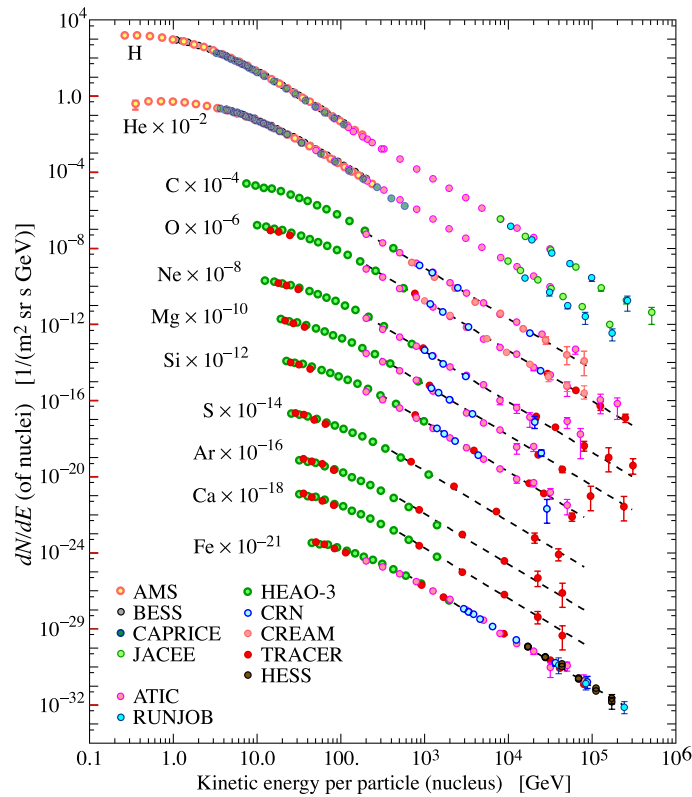


Figura 1-3: Flujos de núcleos de la radiación cósmica primaria [5].

Las fracciones de los núcleos incidentes primarios y secundarios se enlistan en la tabla 1.1. Los rayos cósmicos son casi isotrópicos para la mayoría de energías debido a la propagación difusiva en el campo magnético galáctico.

En la parte superior de la atmósfera se espera que el espectro de electrones y positrones aumente en una potencia de E a una energía de ~ 5 GeV debido a los fuertes efectos de pérdida de energía radiativa en la galaxia. La estructura del espectro de electrones,

Z	Elemento	F	Z	Elemento	F
1	H	540	13-14	Al-Si	0.19
2	He	26	15-16	P-S	0.03
3-5	Li-B	0.40	17-18	Cl-Ar	0.01
6-	C-O	2.20	19-20	K-Ca	0.02
9-10	F-Ne	0.30	21-25	Sc-Mn	0.05
11-12	Na-Mg	0.22	26-28	Fe-Ni	0.12

Tabla 1.1: Abundancias relativas, F , de núcleos de rayos cósmicos, con número atómico Z , a 10.6 GeV/nucleón normalizadas a la de oxígeno ($\equiv 1$). A esa energía cinética, el flujo de oxígeno es $3.29 \times 10^{-2}(\text{m}^2 \text{ s sr GeV/nucleon})^{-1}$ [5].

así como el incremento en la fracción del correspondiente a positrones, puede estar relacionado a contribuciones de fuentes individuales cercanas (restos de supernovas o pulsares).

Otras partículas que conforman los rayos cósmicos son los antiprotones. El ratio de antiprotones a protones es $\sim 2 \times 10^{-4}$ a alrededor de 20 GeV y muestra una fuerte dependencia en la fase y la polaridad del ciclo solar en sentido opuesto al de la fracción de positrones. Sin embargo, estas partículas son secundarias; no hay evidencia de una componente primaria significativa de antiprotones. Partículas como antihelio o antideuterio no han sido encontradas en la radiación cósmica.

1.2.3. Rayos cósmicos en la atmósfera

Cuando los rayos cósmicos primarios entran en la atmósfera terrestre, las partículas interactúan con los núcleos de los átomos del aire y producen flujos de partículas secundarias, terciarias, etcétera. Todas estas partículas crean una cascada atmosférica de partículas. A medida que la cascada se extiende longitudinalmente, las partículas son cada vez menos energéticas, la energía del rayo cósmico primario entrante se divide y redistribuye entre más partículas. Todas las partículas sufren pérdidas de energía a través de procesos hadrónicos o electromagnéticos.

Los hadrones incidentes están sujetos a *interacciones fuertes* cuando colisionan con los núcleos de aire, como oxígeno y nitrógeno. Por encima de algunos GeV de energía, se produce una lluvia local de partículas penetrantes, resultando en la creación de mesones y de otras partículas secundarias en las colisiones. Las partículas primarias energéticas continúan propagándose en la atmósfera e interactuando sucesivamente, produciendo más partículas a lo largo de sus trayectorias, y lo mismo para las partículas secundarias creadas. Las partículas más abundantes que emergen de

las colisiones hadrónicas son piones; sin embargo, también son producidos kaones, hiperones, partículas “encantadas” (conformadas por quarks “encanto”) y pares nucleón-antinucleón.

Los protones energéticos primarios están sometidos a un promedio de 12 interacciones a lo largo de su trayectoria vertical hasta el nivel del mar, correspondiente a una trayectoria libre media de interacción de aproximadamente 80 g/cm^2 . De este modo, una cascada es creada frecuentemente y a su vez es el proceso que inicia una cascada extendida.

La mayoría de los núcleos pesados de la radiación primaria son fragmentados en la primera interacción, que ocurre a mayor altitud que para los protones debido a la mayor sección eficaz de interacción y, correspondientemente, menor trayectoria libre media de interacción de las partículas pesadas.

Los piones secundarios (π^+ , π^- , π^0) así como otras partículas como kaones, están, además, sujetas a decaer. La relación entre la interacción y el decaimiento depende de la vida media y de la energía de las partículas y de la densidad del medio donde se propagan. Para una partícula dada propagándose en la atmósfera, las respectivas probabilidades para cada proceso se convierten en una función de la energía, de la altitud y del ángulo cenital.

Debido a su corta vida media ($\tau \simeq 10^{-16} \text{ s}$), los piones neutros decaen casi instantáneamente en dos fotones, contribuyendo consecuentemente a eventos electromagnéticos.

Los piones cargados tienen una vida media en reposo de $2.6 \times 10^{-8} \text{ s}$ y una trayectoria libre media de interacción de $\sim 120 \text{ g/cm}^2$ en el aire. Estas partículas decaen vía



A altas energías, su vida media, τ , aumenta significativamente por la dilatación del tiempo,

Los kaones, por su parte, tienen aproximadamente un 63.5% de probabilidad de decaer vía



El decaimiento de piones y kaones da lugar a muones y neutrinos que fácilmente penetran la atmósfera. Aunque la vida media de los muones en reposo es pequeña, $\sim 2.2 \times 10^{-6}$ s, la mayoría sobrevive hasta el nivel del mar debido a la dilatación del tiempo. Sin embargo, algunos muones decaen, produciendo electrones y neutrinos vía

$$\begin{aligned}\mu^+ &\rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu, \\ \mu^- &\rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu.\end{aligned}\tag{1.42}$$

Los piones neutros decaen en rayos gamma,

$$\pi_0 \rightarrow 2\gamma,\tag{1.43}$$

y tienen una vida media de 8.4×10^{-17} s en reposo. Los rayos gamma del decaimiento pueden producir, a su vez, pares electrón-positrón, los cuales pueden, subsecuentemente experimentar bremsstrahlung, que, una vez más, puede producir pares electrón-positrón y así sucesivamente mientras la energía del fotón exceda una energía de 1.02 MeV. Eventualmente, este proceso puede producir una cascada electromagnética o de partículas en la atmósfera. Por lo tanto, una partícula altamente energética puede crear millones de partículas secundarias que empiezan a esparcirse lateralmente cada vez más del eje central de la cascada, a lo largo de su trayectoria a través de la atmósfera debido al momento transversal adquirido por las partículas secundarias en su creación y debido, también, a procesos de dispersión. Una cascada de ese tipo es llamada *cascada atmosférica extensiva* (Figura 1-4).

Dado que la mayoría de las partículas secundarias que resultan de las interacciones hadrónicas son inestables y que pueden decaer en su camino a través de la atmósfera, las probabilidades de decaimiento deben ser conocidas y tomadas en cuenta cuando se calculan los flujos de partículas y los espectros de energía. Para una partícula inestable de energía E , la probabilidad de decaimiento, W , a lo largo de una trayectoria vertical, está dada por

$$W = 1 - \exp\left(-\int \frac{m_0}{\rho \tau_0 p} dX\right) \simeq \frac{m_0 X}{\rho \tau_0 p},\tag{1.44}$$

con ρ la densidad de materia del medio en g/cm^3 , X el grosor atravesado en g/cm^2 y p el momento de la partícula en GeV/c . Si la partícula incide en la atmósfera a un ángulo $\theta > 0^\circ$, la probabilidad de decaimiento aumenta por un factor $\sec \theta$,

$$W \simeq \frac{m_0 X \sec \theta}{\rho \tau_0 p}.\tag{1.45}$$

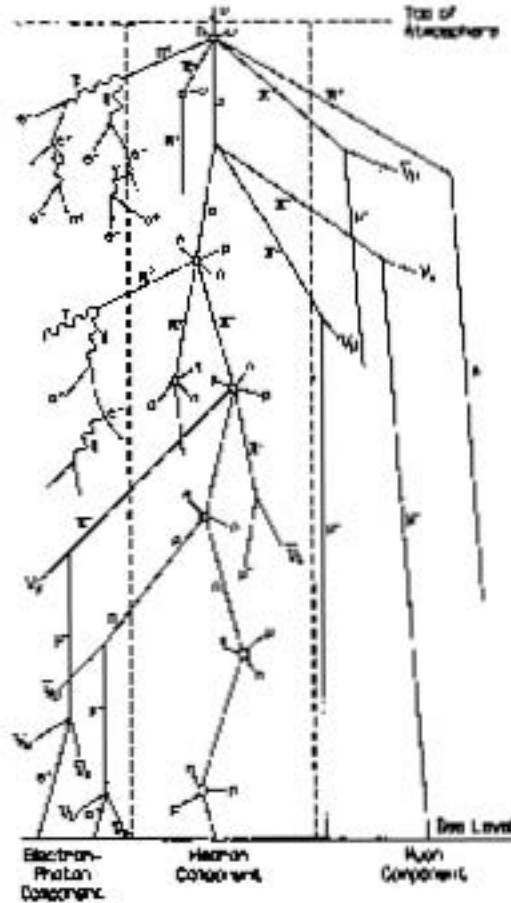


Figura 1-4: Representación esquemática de la producción de partículas en una cascada atmosférica [10].

En la figura 1-5 se ilustra la probabilidad de decaimiento vertical de piones y kaones como función de la energía cinética a una profundidad atmosférica de 100 g/cm^2 .

La *probabilidad de supervivencia*, S_μ , para muones es

$$S_\mu = 1 - W_\mu, \quad (1.46)$$

con W_μ como la probabilidad de decaimiento para muones. En la figura 1-6 se muestra la probabilidad de supervivencia al nivel del mar para muones que se originan a una profundidad atmosférica de 100 g/cm^2 .

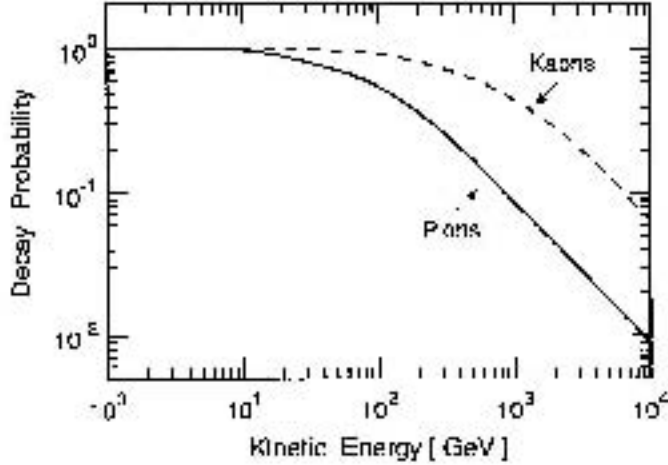


Figura 1-5: Probabilidad de decaimiento para piones y kaones verticales en la atmósfera como función de la energía cinética [10].

A muy bajas energías, todos los mesones decaen en muones, los cuales, subsecuentemente, decaen mientras pierden energía, a un ritmo que se incrementa a medida que su energía decrece.

En la figura 1-7 se muestran los flujos verticales de rayos cósmicos en la atmósfera en la región de energía con $E > 1$ GeV. Las intensidades representadas en la figura fueron estimadas con la ecuación

$$I_N(E) \approx 1.8 \times 10^4 (E/1 \text{ GeV})^{-\alpha} \frac{\text{nucleones}}{\text{m}^2 \text{ s sr GeV}} \quad (1.47)$$

donde E es la energía por nucleón (incluyendo la masa en reposo) y $\alpha = 2.7$ es el índice del espectro diferencial del flujo de rayos cósmicos [5].

La profundidad atmosférica, X , se relaciona con la altitud, h , por medio de

$$X = \int_h^\infty \rho(h') dh' \simeq X_0 e^{-h/h_0}, \quad (1.48)$$

donde $X_0 = 1030 \text{ g/cm}^2$ es la profundidad atmosférica a nivel del mar y $h_0 \simeq 8.4 \text{ km}$ es la altura de escala en la atmósfera.

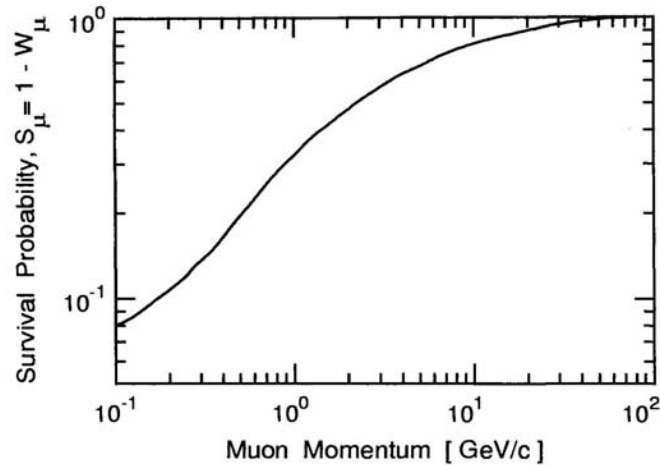


Figura 1-6: Probabilidad de supervivencia al nivel del mar para muones desde una profundidad atmosférica de 100 g/cm^2 [10].

1.2.4. Efecto geomagnético

Como se describe en [16], el campo magnético que produce la Tierra afecta la intensidad de la radiación cósmica cerca de la superficie. Algunas de las consecuencias del campo geomagnético es que no todas las partículas pueden penetrar hasta la superficie terrestre y que las partículas cargadas son sometidas a diversos movimientos de giro al viajar dentro del campo (Fuerza de Lorentz).

Para una partícula con momento \mathbf{p} , masa m y carga Ze que viaja perpendicularmente a la dirección de un campo magnético uniforme \mathbf{B} , el radio de giro, r , estará dado en la expresión

$$r\mathbf{B} = \frac{\mathbf{p}}{Ze} \quad (1.49)$$

A la cantidad \mathbf{p}/Ze se le denomina *rigidez magnética* y es una propiedad de las partículas de resistirse contra el efecto desviador del campo. En un campo magnético no homogéneo como el de la Tierra, las cargas describen movimientos más complicados.

Un efecto interesante es que para cada punto en la Tierra y para partículas positivas de una cierta rigidez existe un cono de direcciones prohibidas (*cono de Störmer*), cuyo eje apunta hacia el este y tiene como consecuencia que desde esa dirección llegará un menor número de partículas cargadas positivamente. Para partículas con carga negativa el cono apuntará hacia el oeste. Esto se conoce como el efecto *este-oeste*. Manuel Sandoval Vallarta propuso, en 1932, que se midiera este efecto de asimetría y sugirió,

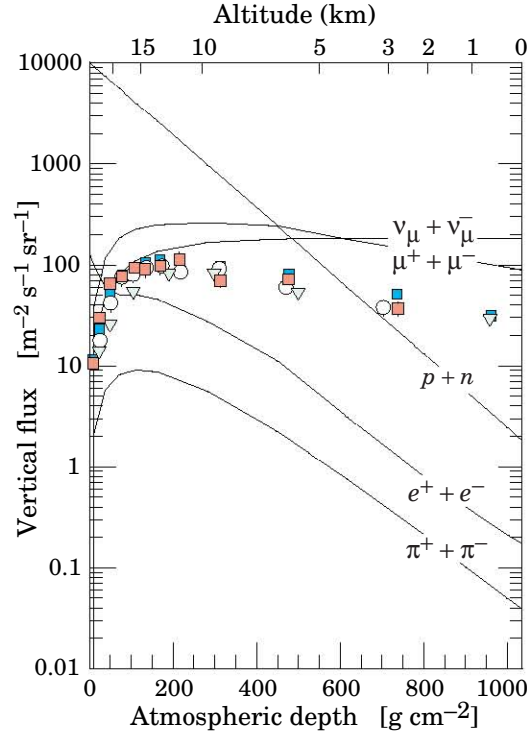


Figura 1-7: Flujos verticales de rayos cósmicos en la atmósfera con $E > 1$ GeV. Las curvas fueron estimadas de las intensidades en (1.47). Los puntos (∇ , \square , \circ) muestran mediciones de muones negativos con $E > 1$ GeV ([11], [12], [13], [14], [15]). Figura tomada de [5].

además del experimento, que se midiera en la Ciudad de México. Luis W. Álvarez realizó el experimento en la Ciudad de México con contadores Geiger y confirmó el efecto.

Para cada punto sobre la Tierra existe una rigidez por debajo de la cual ya no se detectan partículas. Esta rigidez se conoce como *umbral geomagnético* y depende de la dirección de acercamiento de las partículas, de la época del año y del tiempo local. Para la Ciudad de México, la rigidez umbral es de 8.2 GV [17]. El umbral es mayor en el ecuador y menor en los polos, este fenómeno se conoce como *efecto latitudinal*.

1.3. Muones cosmogénicos en la superficie terrestre

Los muones son las partículas cargadas más numerosas a nivel del mar. La mayoría son producidos en la alta atmósfera (a unos 15 km de altura) y pierden alrededor de 2 GeV por ionización antes de alcanzar la superficie [5]. La energía media de los muones en la superficie terrestre es ≈ 4 GeV. A nivel del mar, la intensidad integral de

muones verticales con energías mayores a $1 \text{ GeV}/c$ es $\approx 70 \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1}$. Para un área horizontal, la intensidad puede ser representada como una partícula por centímetro cuadrado por minuto.

1.3.1. Distribución angular a nivel del mar

La intensidad de muones de bajas energías desde direcciones horizontales se ve naturalmente reducida por los efectos de absorción y decaimiento de los muones en la atmósfera a ángulos cenitales grandes.

La distribución angular total de muones a nivel del mar como función del ángulo cenital θ es, aproximadamente,

$$I(\theta) = I_0 \cos^2 \theta, \quad (1.50)$$

que es característica para muones con energía $E \approx 3 \text{ GeV}$. A energías más bajas, la distribución angular se vuelve más pronunciada, mientras que a altas energías se aplatana, aproximándose a una distribución $\sec \theta$ para energías $E \gg 115 \text{ GeV}$ y $\theta < 70^\circ$ (Figura 1-8).

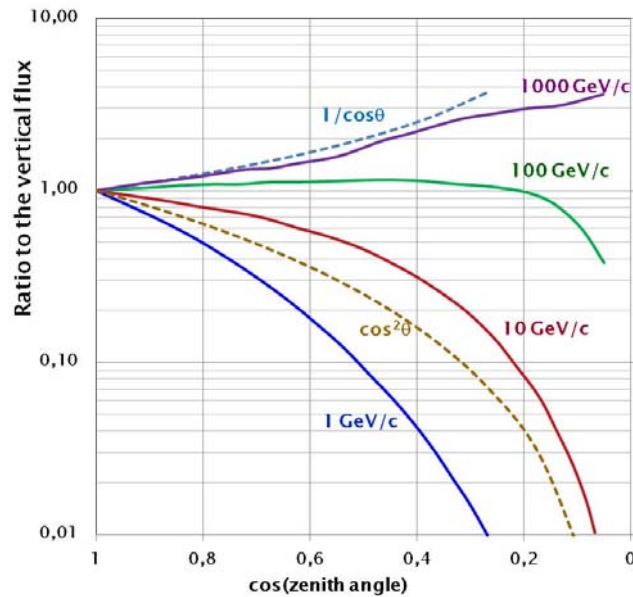


Figura 1-8: Distribución angular θ de muones a nivel del mar para diferentes energías. Figura tomada de [18].

1.3.2. Distribución de energías a nivel del mar

El espectro de energías de muones ha sido medido experimentalmente y se ha mostrado que varía significativamente con la energía y con el ángulo cenital. Experimentos cubren un amplio rango de energías desde 0.2 a 20000 GeV y ángulos cenitales desde 0° a 89° . En la figura 1-9 se muestra el espectro diferencial de muones para $\theta = 0^\circ$ y $\theta = 75^\circ$.

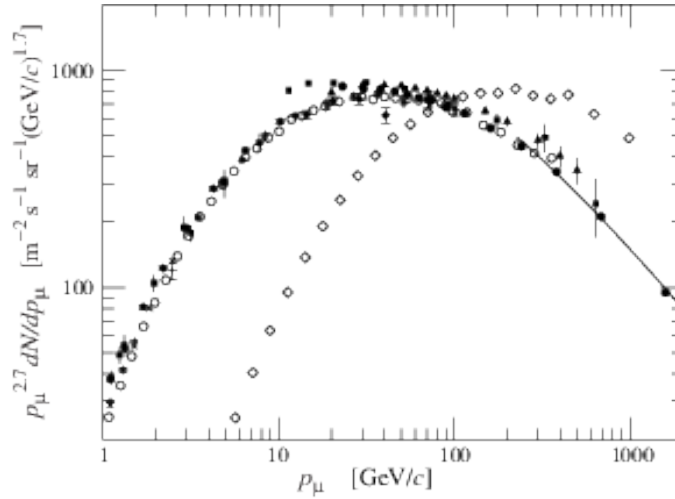


Figura 1-9: Espectros diferenciales experimentales de muones a $\theta = 0^\circ$ (\blacklozenge , \blacksquare , \blacktriangledown , \blacktriangle , \times , $+$, \circ y \bullet) y $\theta = 75^\circ$ (\diamond) [5].

Parametrización de Smith & Duller

El modelo fenomenológico desarrollado por Smith y Duller [19] provee una descripción de las interacciones de piones y muones que se propagan a través de la atmósfera. El modelo incluye una parametrización de la intensidad de muones en la superficie terrestre que depende del ángulo θ y de la energía cinética de los muones, E_μ . La intensidad diferencial se puede expresar como [20]

$$\frac{dN}{dA d\Omega dt dE_\mu}(E_\mu, \theta) = \frac{A E_\pi^{-k} P_\mu \lambda_\pi b j_\pi}{E_\pi \cos \theta + b x j_\pi}, \quad (1.51)$$

donde A es un parámetro de normalización; $k = 8/3$; E_π es la energía de un pión antes de decaer en un muón y está dada por

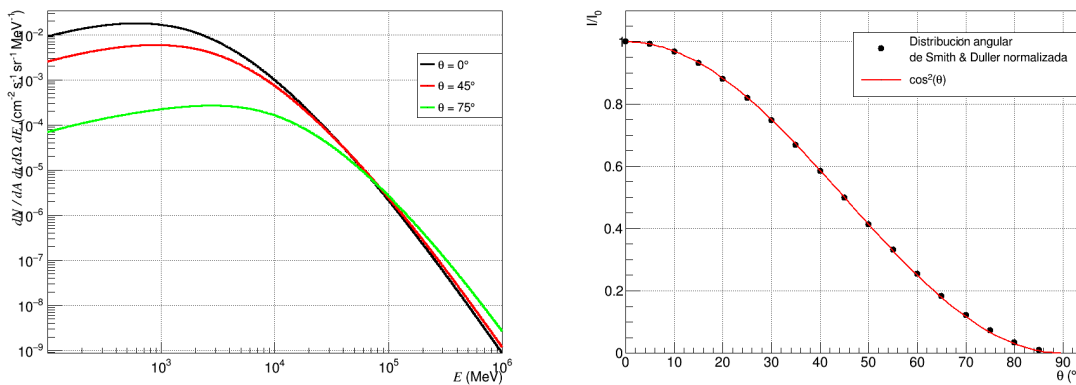
$$E_\pi = \frac{1}{\gamma} [E_\mu + a y_0 (\sec \theta - 0.100)], \quad (1.52)$$

con $r = 0.76$, siendo este valor la fracción de la energía promedio que un muón conserva de un pión que ha decaído con una energía E_π ; $a = 2.5 \text{ MeV cm}^2/\text{g}$ como un efecto de densidad; $y_0 = 1000 \text{ g/cm}^2$ como la profundidad atmosférica a nivel del mar; P_μ como la probabilidad de que un muón alcance la superficie terrestre sin decaer, dada por

$$P_\mu = \left\{ 0.100 \cos \theta \left[1 - \frac{a (y_0 \sec \theta - 100)}{r E_\pi} \right] \right\}^{B_\mu / [(r E_\pi + 100a) \cos \theta]}, \quad (1.53)$$

con $B_\mu = b_\mu m_\mu y_0 c / \tau_{\mu_0} \rho_0$; $m_\mu = 105.7 \text{ MeV}/c^2$ como la masa en reposo del muón; c la velocidad de la luz; $\tau_{\mu_0} = 2.2 \times 10^{-6} \text{ s}$ como la vida media de un muón; $\rho_0 = 0.00129 \text{ g/cm}^3$ como la densidad atmosférica a nivel del mar; $b_\mu = 0.80$ como un parámetro de aproximación en el modelo de densidad atmosférica isotérmica a grandes altitudes. Los otros parámetros son $\lambda_\pi = 120 \text{ g/cm}^2$, como el camino libre medio de absorción de un pión; $b = 0.771$, como un parámetro de absorción al modelo de densidad atmosférica isotérmica; $j_\pi = m_\pi y_0 c / \tau_0 \rho_0$, donde $m_\pi = 139.6 \text{ MeV}/c^2$ es la masa en reposo del pión y $\tau_0 = 2.6 \times 10^{-8} \text{ s}$ su vida media.

En la figura 1-10(a) se muestran algunas curvas de la parametrización de Smith & Duller correspondientes a diferentes ángulos. En la figura 1-10(b) se muestra la distribución angular del mismo modelo, donde se comprueba que sigue una distribución $\cos^2 \theta$.



(a) Curvas de la parametrización para ángulos $\theta = 0^\circ, 45^\circ, 75^\circ$. (b) Distribución angular normalizada comparada con la función $\cos^2 \theta$.

Figura 1-10: Parametrización de Smith & Duller.

En la figura 1-11 se muestran mediciones de la intensidad diferencial absoluta de muones realizadas por Haino [15], Jokisch [21] y Tsuji [22]. Para cada conjunto de datos, se muestra la parametrización de Smith & Duller correspondiente al ángulo θ al que fueron hechas las mediciones.

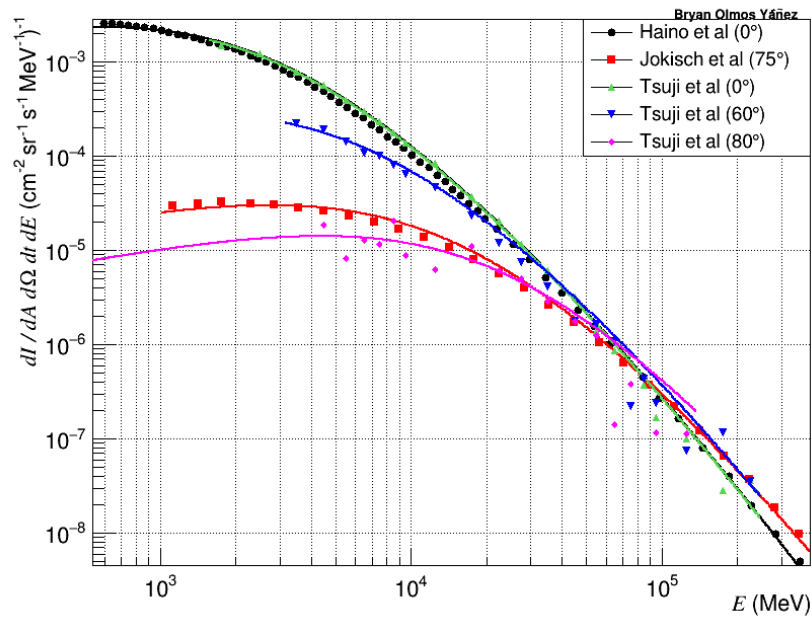


Figura 1-11: Compilación realizada por el autor (Bryan Olmos Yáñez) de mediciones experimentales de la intensidad diferencial absoluta de muones comparadas con la parametrización de Smith & Duller correspondiente al ángulo θ de las mediciones.

Capítulo 2

Experimento

En este capítulo se describe la finalidad del experimento y se muestra el montaje experimental (Sección 2.1), se describe la electrónica utilizada para el procesamiento de señales (Sección 2.2) y, por último, se describen los sistemas de adquisición de datos empleados, mostrando los espectros experimentales obtenidos (Sección 2.3).

2.1. Descripción y montaje experimental

El experimento planteado tuvo como objetivo caracterizar la respuesta de una barra de plástico centelleador al flujo de muones cósmicos en Ciudad Universitaria. La caracterización se lograría midiendo la energía que los muones pierden al atravesar la barra.

Para el experimento, se empleó una barra de plástico centelleador de poliviniltolueno (PVT) RP-408 de dimensiones 10 cm×100 cm×10 cm, cubierta por una capa reflectora y dos capas protectoras de vinil. En la tabla 2.1 se muestran algunas propiedades del plástico centelleador y en la figura 2-1 se muestra el espectro de emisión de este material [23].

En cada extremo de la barra se acopló un tubo fotomultiplicador (PMT), el cual convierte la luz producida por una partícula al atravesar la barra en una señal eléctrica, o pulso, por efecto fotoeléctrico. La señal es enviada a un sistema de módulos NIM [24], donde se procesa el pulso y se envía a un módulo VME [25] para su digitalización. Cada pulso digitalizado se envía a una computadora donde un sistema de adquisición de datos (MIDAS [26]x) se encarga de su procesamiento, generando un espectro de energías depositadas por los muones en la barra. En la figura 2-2 se muestra el diagrama e imágenes del montaje experimental. En la sección 2.2 se explican a detalle

Propiedades generales	
Densidad	1.032 g/cm ³
Índice de refracción	1.58
Punto de ablandamiento	70 °C
Coefficiente de expansión lineal (< 67 °C)	$7.8 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$
Presión de vapor	Despreciable
Producción de luz vs Temperatura	Independiente de la temperatura desde $-60\text{ }^\circ\text{C}$ hasta $+20\text{ }^\circ\text{C}$
Longitud de radiación	43 cm
Propiedades de centelleo	
Producción de luz, % Antraceno	64
Eficiencia	10000 fotones/MeV
Longitud de onda de emisión máxima	425 nm
Tiempo de subida	0.9 ns
Tiempo de decaimiento	2.1 ns
Ancho del pulso (FWHM)	~ 2.5 ns
Radio atómico, H/C	1.10
	5.23×10^{22} átomos de H / cm ³
	4.74×10^{22} átomos de C / cm ³

Tabla 2.1: Propiedades del plástico centelleador RP-408.

el funcionamiento de los PMT y las conexiones en los módulos NIM y VME.

2.2. Electrónica y lógica utilizada en la toma de datos

En esta sección se describirá la electrónica empleada en el experimento. Esta incluye a los tubos fotomultiplicadores y a los módulos NIM y VME.

Tubos fotomultiplicadores (PMT's)

Los tubos fotomultiplicadores funcionan en base al efecto fotoeléctrico. Los fotones producidos en el plástico centelleador (por procesos de ionización o excitación de los átomos del material) viajan al fotocátodo del PMT y algunos de ellos consiguen arrancar electrones que son guiados mediante un campo eléctrico a la zona multiplicadora. Esa zona está compuesta por dinodos (electrodos de emisión secundaria) que permiten amplificar la corriente electrónica mediante la emisión de electrones que escapan de los electrodos al ser impactados por los fotoelectrones provenientes del

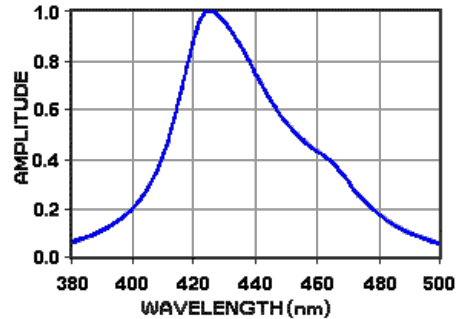


Figura 2-1: Espectro de emisión del plástico centelleador RP-408 [23].

fotocátodo y por los subsecuentes electrones liberados, los cuales son acelerados hacia el siguiente dinodo. Esa cascada electrónica llega al ánodo produciendo una corriente que puede ser analizada. Todo esto se sitúa dentro de un tubo de vidrio evacuado. En la figura 2-3 se muestra el diagrama general de un PMT.

Idealmente, la corriente debe ser proporcional al número de fotones incidentes; sin embargo, debido a que, estadísticamente, los fotoelectrones liberan un diferente número de electrones de los dinodos, la relación entre la corriente electrónica y el número de fotones incidentes puede no ser lineal. Para mantener constante la proporcionalidad de los electrones liberados, es necesario tratar de mantener constante el voltaje entre los dinodos. Para ello, se debe usar una fuente estable de alto voltaje y es común utilizar un divisor de voltaje, el cual consiste en una cadena de resistencias escogidas de tal modo que suministren el voltaje deseado. Resistencias variables entre el fotocátodo y el electrodo acelerador pueden ser utilizadas para un ajuste fino.

Los tubos fotomultiplicadores empleados (Modelo R1200P-IV-2CN) cuentan con un conector tipo BNC, que es la salida de la señal al sistema CAEN, un conector de alto voltaje para la alimentación del fototubo y un tercer conector que controla la ganancia. La cubierta del PMT incluye un escudo magnético interno hecho de mu-metal. En la figura 2-4 se muestran los conectores y las dimensiones de un PMT. Cada PMT es alimentado con una fuente de alto voltaje modelo NHQ203M, la cual dispone de dos canales (A y B) y se ensambla en un cajón NIM.

Módulos NIM y VME

El sistema de módulos NIM (Nuclear Instrumentation Module) [24] permite el procesamiento del pulso enviado por los PMT, mientras que el sistema de módulos VME (VERSAModule Eurocard) [25] logra la digitalización de dichos pulsos. El cajón

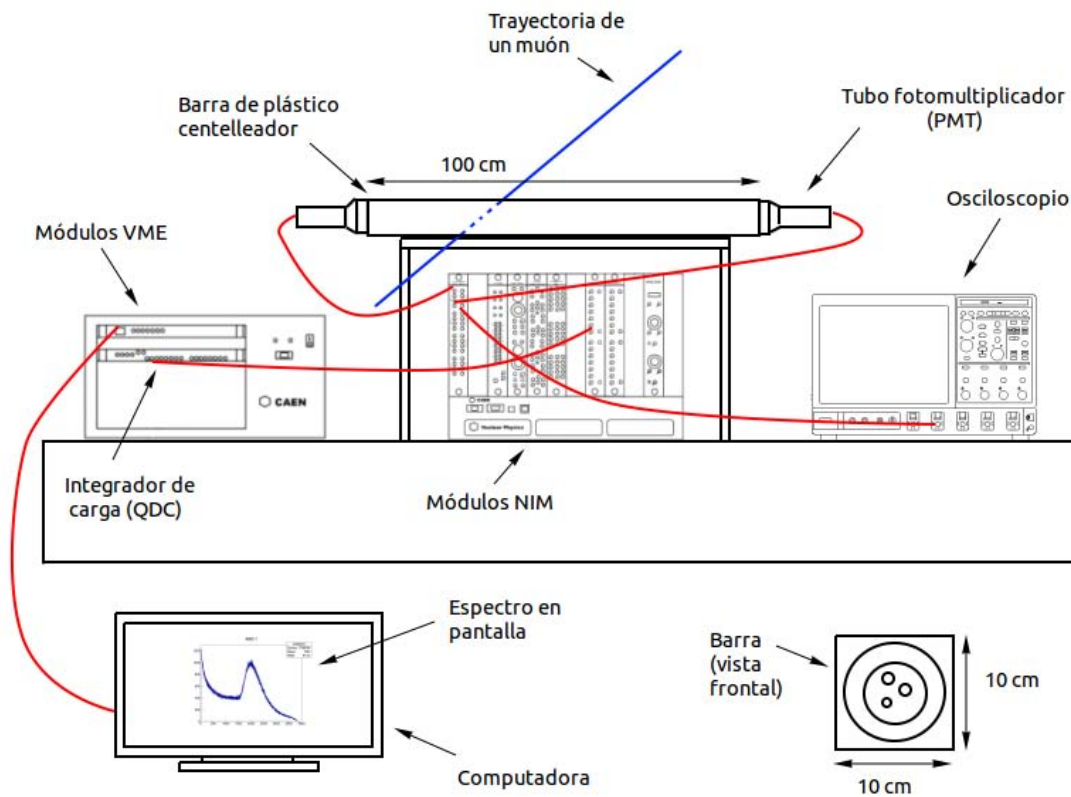


Figura 2-2: Diagrama del montaje experimental.

y los módulos NIM utilizados en el experimento se enlistan a continuación¹

- 7U 12 slot smart fan unit 300/600 W Crate CAEN Mod. NIM8301
- Quad Linear FAN-IN FAN-OUT CAEN Mod. N625
- 8 Channel Leading Edge Discriminator CAEN Mod. N840
- Dual Timer CAEN N93B
- 4-8 Logic FAN-IN/FAN-OUT CAEN N454
- Dual Delay CAEN N108A
- Dual High Voltage Power Supplies FAST ComTec Mod. NHQ203M

El cajón y los módulos VME utilizados son los siguientes

- 5U 9 Slot VME64 Mini Crate VME8002
- VME-USB2.0 Bridge V1718

¹Los nombres de los módulos NIM y VME fueron tomados directamente de su nombre original.

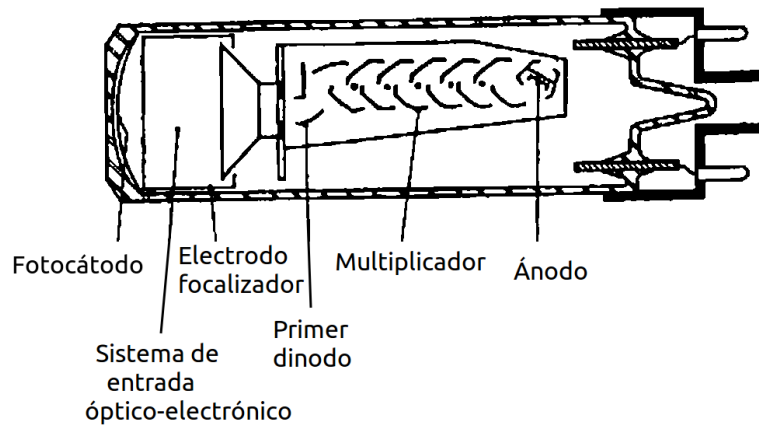


Figura 2-3: Diagrama de un tubo fotomultiplicador (Figura tomada de [3]).

En la figura 2-5 se muestran los módulos ensamblados en los cajones NIM y VME y las conexiones realizadas.

La señal de cada uno de los PMT es enviada a los canales IN del módulo “QUAD LINEAR FAN IN-FAN OUT” de cualquiera de las secciones, esto sumará las dos señales de entrada. En este experimento fueron enviadas a los canales “IN” 0 y 1 de la sección A (Figura 2-6). Del “OUT” de esa sección, se envía una copia (canal 0) al canal “INPUT 0” del módulo “8 CH LED”, otra copia (canal 1) al canal “IN/OUT” de la sección A del módulo “DUAL DELAY” y una tercera copia (canal 2) al canal 1 osciloscopio (Figura 2-7).

La copia 1 se analizará en el módulo “8 CH LED” y, si su amplitud máxima no supera cierto umbral (30 unidades en este experimento), la señal se discriminará, esto para eliminar gran parte del ruido. El umbral se puede ajustar al seleccionar el canal 0 con el interruptor “SEL” y con la perilla “SET”, el interruptor debe moverse a la posición “LOCK” cuando se ha elegido el umbral. Si supera el umbral, la señal será enviada desde el canal “OUTPUT 0” al canal “START” del módulo “DUAL TIMER”. Este módulo, cada vez que registre una señal de entrada (a través de “START”), producirá un pulso con una duración dada por las perillas que controlan el tiempo, el cual va desde 50 ns hasta 10 s. En este experimento, el pulso producido, o compuerta, tiene una duración de unos 200 ns, que es la duración de las señales más grandes provenientes de los PMT que se pueden ver en el osciloscopio.

El pulso producido (compuerta) se envía a cualquiera de los canales IN de una de las secciones del módulo “4-8 LOGIC FAN-IN FAN-OUT”. De este último módulo se

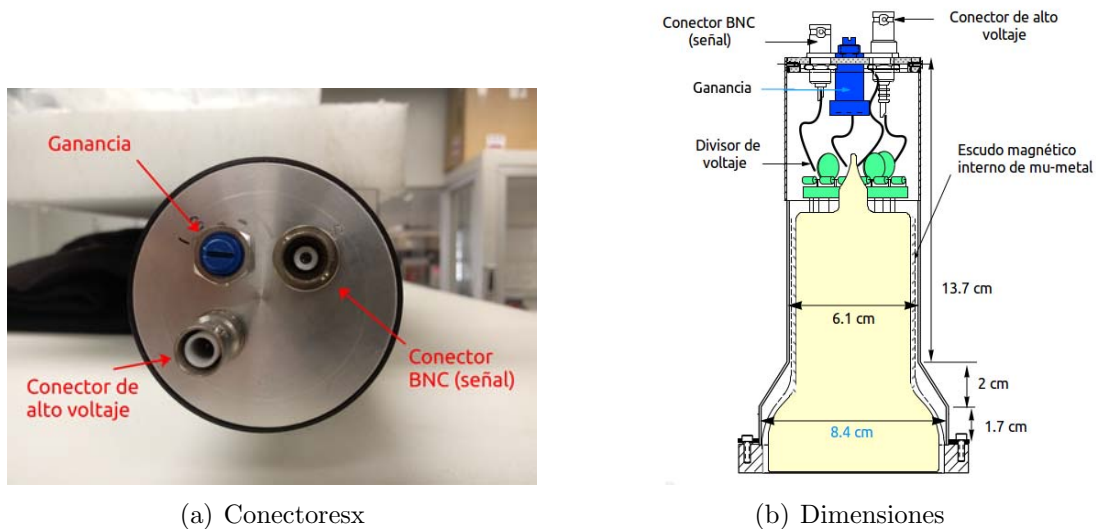
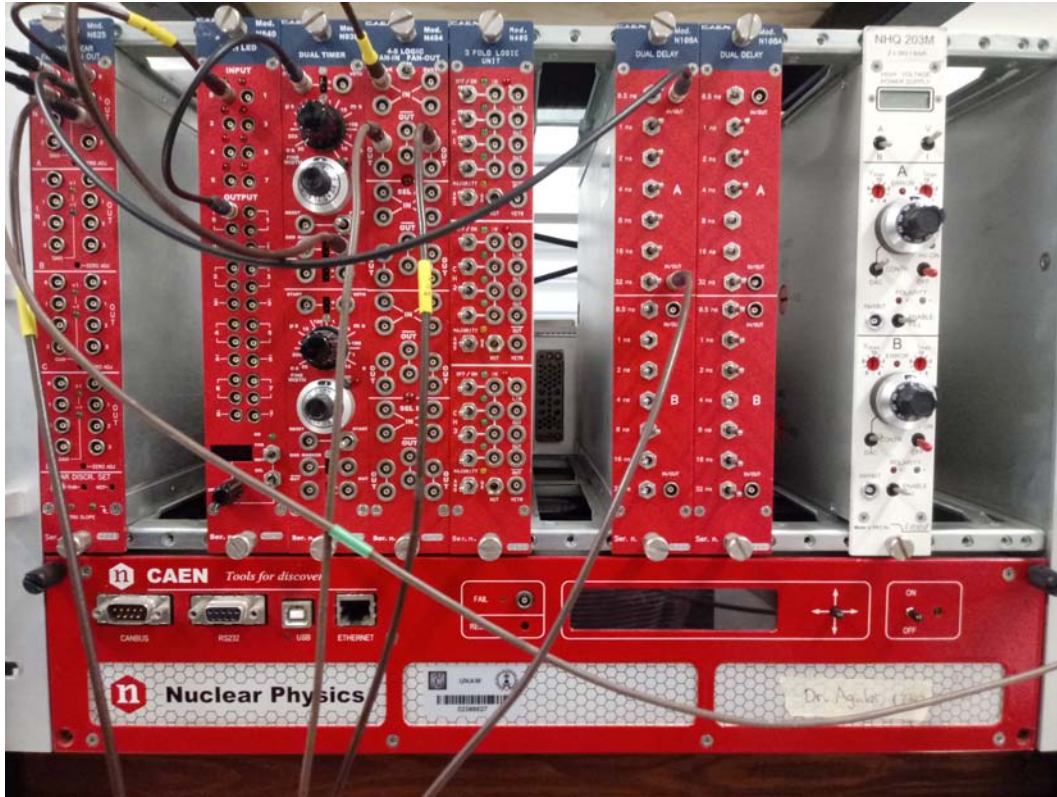


Figura 2-4: Especificaciones del PMT utilizado (R1200P-IV-2CN).

obtendrán dos copias, una hacia el canal 3 del osciloscopio, la cual permitirá visualizar la señal de la compuerta, y otra copia hacia el canal “GATE” del módulo “16 CH DUAL RANGE QDC” del cajón VME. Esta última conexión hará que el módulo “16 CH DUAL RANGE QDC” se active cuando reciba una señal de alguno de sus 16 canales de entrada.

La copia 2, que salió del canal “OUT 1” del módulo “QUAD LINEAR FAN IN-FAN OUT”, enviará la señal al módulo “DUAL DELAY”, donde será retrasada por un periodo de tiempo que va de 0 a 63.5 ns, dependiendo de los interruptores que se hayan activado. La señal retrasada saldrá por el canal “IN/OUT” restante de esa sección (sección A en este experimento) a cualquiera de los 16 canales “INPUT” del módulo “16 CH DUAL RANGE QDC” del cajón VME. En este experimento el canal elegido fue el 1. El módulo “16 CH DUAL RANGE QDC” se activa cuando se recibe una señal por el canal “GATE” y funciona como un integrador de carga durante el tiempo que la compuerta está abierta. El pulso que se integra es el que se ha retrasado. Finalmente, mediante el puerto USB del módulo “VME USB BRIDGE”, los datos son transferidos a una computadora para su procesamiento (Figura 2-9).



(a) Módulos NIM



(b) Módulos VME

Figura 2-5: Módulos CAEN utilizados en el experimento.

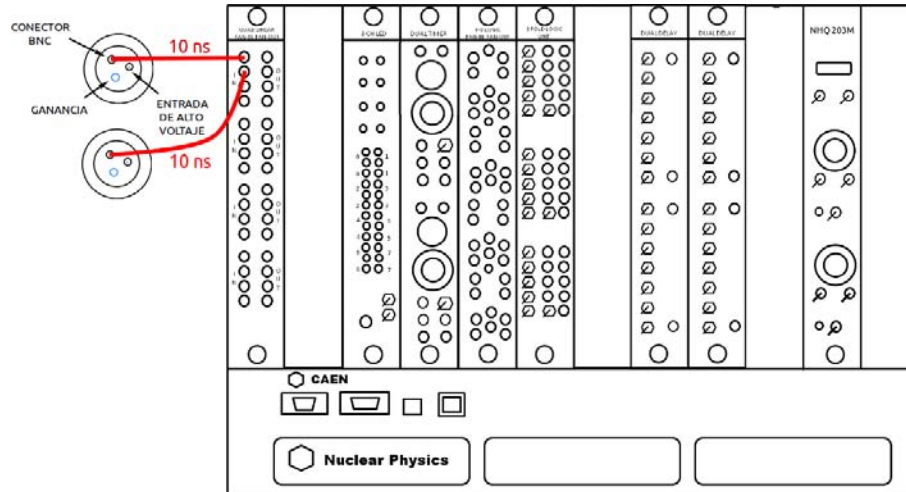


Figura 2-6: Diagrama de conexión de los PMT al módulo “QUAD LINEAR FAN IN-FAN OUT” (Diagrama tomado de [27]).

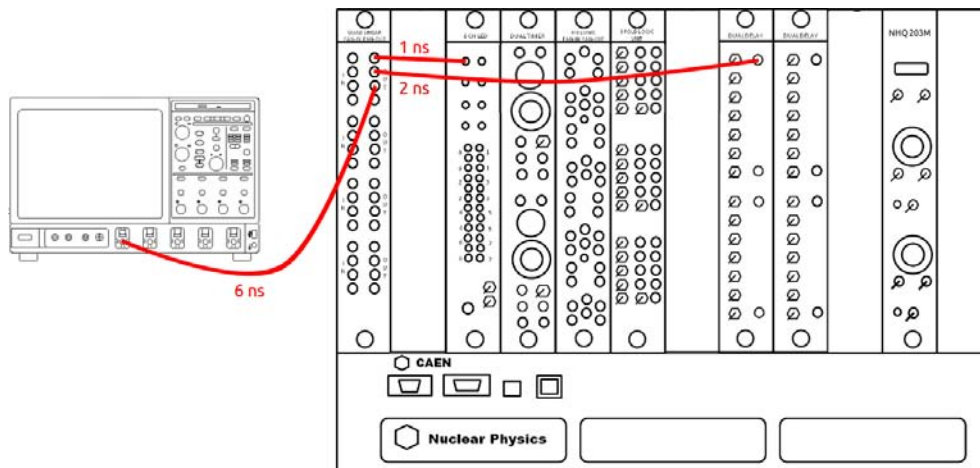


Figura 2-7: Diagrama de conexión de las copias de salida a los módulos “8 CH LED”, “DUAL DELAY” y al osciloscopio (Diagrama tomado de [27]).

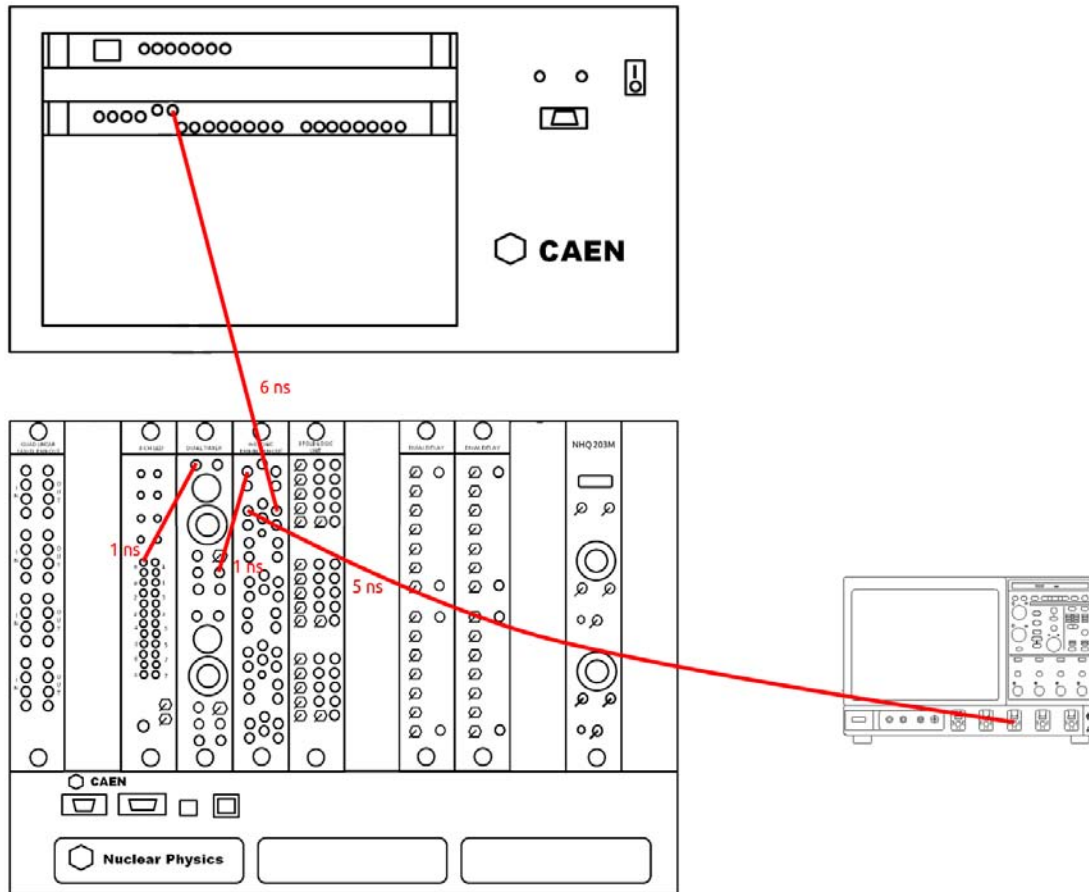


Figura 2-8: Diagrama de conexión de la copia 1 al módulo “DUAL TIMER” y, posteriormente, al osciloscopio y al módulo “16 CH DUAL RANGE QDC” (Diagrama tomado de [27]).

Para encontrar posibles variaciones en los datos adquiridos, se tomaron dos conjuntos de espectros de datos. En todos los casos, el tiempo de adquisición fue de 5 horas. En el primer conjunto, se tomaron datos a diferente hora del día por 3 días consecutivos: 3 espectros de 3 a 8 pm y 2 espectros de 10 am a 2 pm. Los espectros adquiridos se muestran en la figura 2-10.

En el segundo conjunto de datos se tomaron espectros rotando la barra (y todo el montaje experimental para evitar alteraciones en las conexiones) de tal modo que se alineara en las direcciones Norte-Sur, Este-Oeste, Noreste-Suroeste y Noroeste-Sureste. La hora de adquisición de los estos espectros fue de 10 am a 2 pm. En la figura 2-11 se muestran los espectros adquiridos en las direcciones señaladas.

Las variaciones observadas son indicativas de los cambios esperados debido a cambios en las condiciones atmosféricas. Un estudio sistemático de las variaciones a lo largo del tiempo, en escala de días, meses y años, será realizado en un futuro y no es parte de esta tesis.

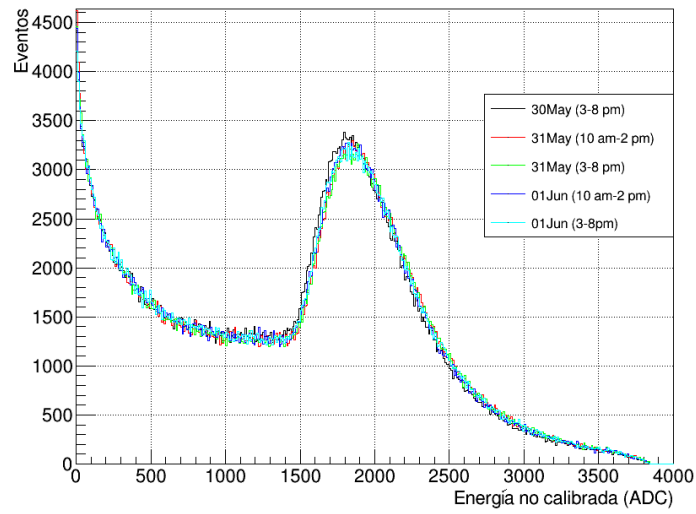


Figura 2-10: Espectros de datos experimentales tomados a diferentes horas del día por 3 días consecutivos (5 horas de adquisición cada uno) en función de la energía no calibrada (ADC).

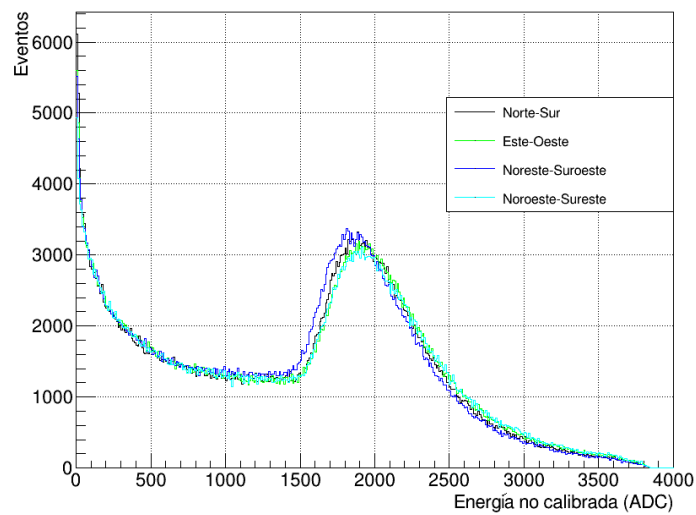


Figura 2-11: Espectros de datos experimentales tomados con la barra alineada a diferentes direcciones, tomados de 10 am a 2 pm, en función de la energía no calibrada (ADC).

Capítulo 3

Simulación

En este capítulo se da una descripción de la simulación basada en primeros principios del paso de muones cosmogénicos a través de la barra de plástico centelleador (Sección 3.1), se presenta el modelo de la simulación realizada en Geant4 (Sección 3.2) y, al final, se introducen variaciones al modelo (resolución y no linealidad en la respuesta del detector) para realizar una simulación completa de la detección de muones (Sección 3.3).

3.1. Simulación de primeros principios

La simulación del paso de muones cosmogénicos a través de una barra de plástico centelleador de polivinil tolueno (PVT) de dimensiones $10 \text{ cm} \times 100 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$ se realizó en un programa basado en C++, con implementaciones de la herramienta ROOT [29].

El modelo geométrico que se utilizó para generar muones se muestra en las figuras 3-1 y 3-2. La geometría de la barra se colocó horizontalmente a lo largo del eje y con centro en el origen. Centrado en ese mismo punto, se colocó el hemisferio superior de una esfera de radio $R = 100 \text{ cm}$. Eligiendo aleatoriamente ángulos θ y φ , se obtiene un punto de coordenadas (R, θ, φ) sobre la semiesfera. El ángulo θ se selecciona de acuerdo a la distribución:

$$\Theta(\theta) = \sin \theta \cos^2 \theta, \quad (3.1)$$

en un intervalo $0 \leq \theta \leq \pi/2$. Esta distribución se deriva de la intensidad de muones en la superficie terrestre dada por la ecuación (1.50). El ángulo φ se selecciona uniformemente en un intervalo $0 \leq \varphi \leq 2\pi$.

Centrado en el punto (R, θ, φ) , se construye un plano tangente a la semiesfera, de

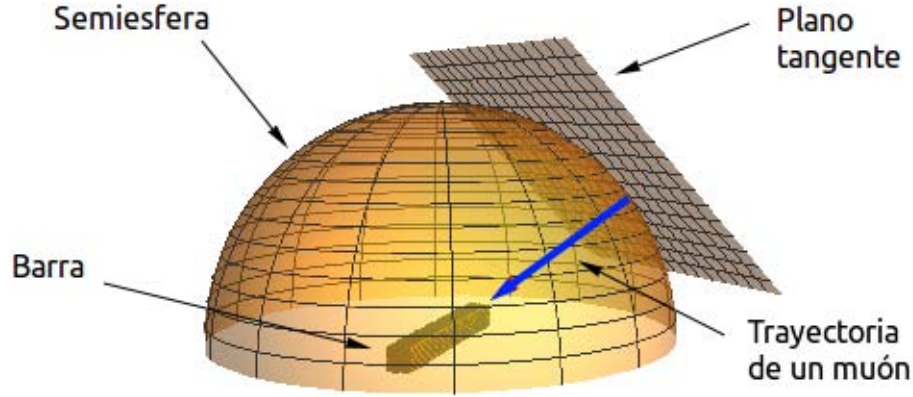


Figura 3-1: Geometría del modelo para simular muones que inciden en la barra.

dimensiones $150 \text{ cm} \times 150 \text{ cm}$, tomando como base los vectores unitarios en coordenadas esféricas $\hat{\theta}$ y $\hat{\varphi}$ [31]. Desde una posición aleatoria sobre ese plano se simulará la trayectoria de un muón con una dirección $\hat{\mathbf{u}}$ dada por la ecuación (3.2), en donde $\hat{\mathbf{r}}$ es el vector radial unitario en coordenadas esféricas. Las dimensiones del plano aseguran una posible incidencia del muón sobre la barra.

$$\hat{\mathbf{u}} = -\hat{\mathbf{r}} = -(\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta), \quad (3.2)$$

En la figura 3-2 se muestra el diagrama vectorial del modelo. De este modo, se puede conocer la trayectoria rectilínea del muón y determinar la distancia que viaja dentro de la barra. Para cada muón simulado se seleccionan nuevos ángulos θ y φ , construyendo en cada evento un nuevo plano tangente.

Con este modelo, se simularon millones de muones. El espectro de longitudes atravesadas dentro de la barra por todos los muones que lograron entrar en ella se muestra en la figura 3-3.

Además de tener una dirección, los muones cosmogénicos también tienen una energía inicial. Utilizando la parametrización de Smith & Duller dada por la ecuación (1.51), se selecciona aleatoriamente una energía de esa distribución, en un rango de 1 a 100000 MeV, y se le asigna a cada muón simulado. Dado que los muones tienen direcciones diferentes entre sí, para cada uno se tiene una distribución de energías distinta. La energía seleccionada permite conocer la pérdida de energía media del muón, $-\langle dE/dx \rangle$, dentro de la barra utilizando la fórmula de Bethe-Bloch (Ec. (1.6)). La función de Bethe-Bloch para el PVT se muestra en la figura 3-4.

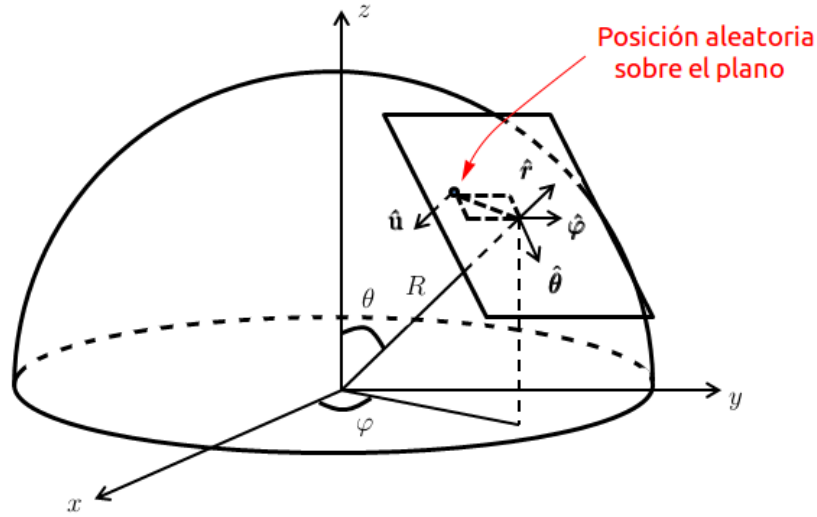


Figura 3-2: Diagrama vectorial de la posición y trayectoria de un muón en la simulación.

La energía media perdida por cada muón dentro de la barra equivale a la energía media depositada en ella, \bar{E}_d , y se puede calcular como

$$\bar{E}_d = -\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle s, \quad (3.3)$$

donde s es la longitud atravesada dentro la barra por cada muón. El espectro de energías promedio depositadas por todos los muones que lograron entrar en la barra se muestra en la figura 3-5.

La energía media depositada es, sin embargo, diferente de la energía más probable que un muón puede perder. Esta fluctuación en la energía es considerada en las distribuciones de Landau, de Vavilov o por una distribución normal, o gaussiana (descritas en la sección 1.1.4). Tomando como parámetros la longitud, s , y la pérdida de energía media, $-\langle dE/dx \rangle$, de cada muón simulado, se calcula el parámetro κ , dado por (1.22), y, dependiendo su valor, se utiliza la distribución correspondiente para elegir un valor aleatorio de energía,

$$\text{Si } \begin{cases} \kappa \leq 0.01 & \Rightarrow \text{Distribución de Landau} \\ 0.01 < \kappa \leq 10 & \Rightarrow \text{Distribución de Vavilov} \\ \kappa > 10 & \Rightarrow \text{Distribución Gaussiana} \end{cases} . \quad (3.4)$$

El espectro de energías depositadas, E_d , considerando las fluctuaciones de energía, se muestra en la figura 3-6.

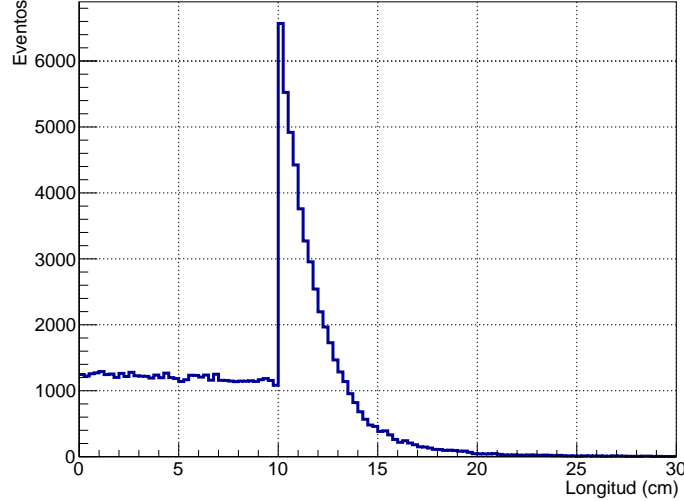


Figura 3-3: Espectro de longitudes atravesadas por los muones dentro de la barra (100000 eventos).

Considerando que la luz producida, L , que resulta de la ionización de los átomos del material (PVT), no varía linealmente con la energía depositada, para cada muón se calcula la energía depositada corregida usando la ley de Birks [33],

$$\frac{dL}{dx} = L_0 \frac{\frac{dE}{dx}}{1 + k_B \frac{dE}{dx}}, \quad (3.5)$$

con una constante $k_B = 1.26 \times 10^{-2} \text{g}/(\text{MeV cm}^2)$ [34] y una eficiencia $L_0 = 10000$ fotones/MeV (Tabla 2.1). El espectro de energías corregidas por esa no linealidad se muestra en la figura 3-6.

3.2. Simulación en Geant4

Geant4 [35] es una herramienta para la simulación del paso de partículas a través de la materia usando métodos de Monte Carlo. Sus áreas de aplicación incluyen física de altas energías, física nuclear y de aceleradores, así como estudios en ciencias médicas y espaciales. Incluye un rango completo de funcionalidades incluyendo el seguimiento de partículas, geometría, modelos físicos y colisiones. Los procesos físicos que ofrece incluyen procesos electromagnéticos, hadrónicos y ópticos, un conjunto grande de partículas, materiales y elementos, sobre un rango inicial de energías,

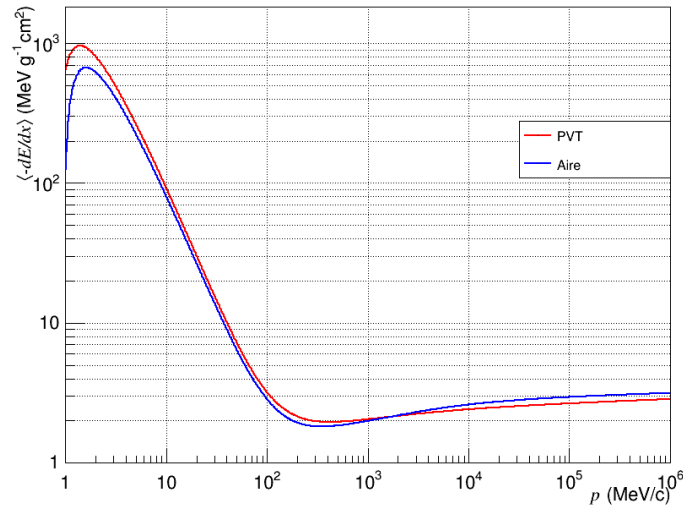


Figura 3-4: Gráfica de la fórmula de Bethe-Bloch para el PVT en función del momento, p (MeV/c). Como comparación, también aparece la función de Bethe-Bloch para el aire (seco, a 1 atm) [32].

en algunos casos, desde 250 eV y que se extiende en otros al rango de TeV. Ha sido diseñado y construido para exponer los modelos físicos utilizados, para manejar geometrías complejas y para permitir su fácil adaptación para un uso óptimo en diferentes áreas de aplicación. Ha sido creado explotando la ingeniería de software y la tecnología orientada a objetos e implementado en lenguaje de programación C++.

3.2.1. Modelo

La geometría diseñada se compone de una barra rectangular, centrada en el origen de coordenadas, de dimensiones $10 \text{ cm} \times 100 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$ de material poliviniltolueno (PVT) de densidad 1.032 g/cm^3 , con el largo de la barra a lo largo del eje y . Con un grosor de 0.02 cm , se añadió una cubierta de aluminio a la barra, excepto a las caras de $10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$ en sus extremos. De igual forma, para simular una capa protectora de cinta aislante que cubre las caras laterales de la barra, se añadió una capa de 0.08 cm de grosor de policloruro de vinilo (PVC) a las cuatro caras de $100 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$. En la figura 3-7 se muestra la geometría de la barra.

En cada extremo de la barra se colocó un tubo fotomultiplicador (PMT), los cuales fueron diseñados con tres secciones geométricas. La primera, un cilindro de 1.7 cm de altura y 3.8 cm de radio fue colocado en el extremo de la barra. La segunda, un

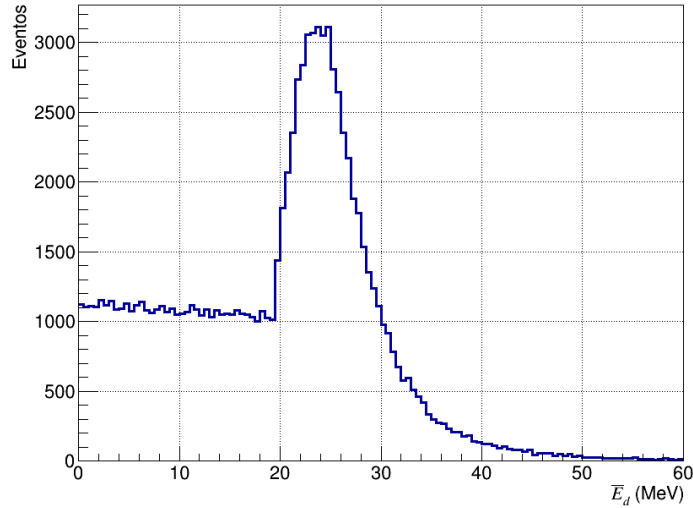


Figura 3-5: Espectro de energías promedio, \bar{E}_d , depositadas en la barra utilizando la parametrización de Smith-Duller (100000 eventos).

cono de 2 cm de altura con dos bases, la inferior con un radio de 3.8 cm y la superior con un radio de 2.7 cm, donde la base inferior fue colocada en la cara del cilindro de la primera sección. La última sección del PMT es un cilindro de 13.7 cm de altura y un radio de 2.7 cm, el cual fue colocado en la base superior del cono. El material utilizado para construir el PMT fue vidrio Pyrex.

Una cubierta de mu-metal de 0.2 cm de grosor fue colocada alrededor del vidrio del PMT. La primera sección de esta cubierta se diseñó con un cilindro de 1.7 cm de altura, radio interior de 3.8 cm y radio exterior de 4.1 cm. La segunda fue una sección cónica de 2 cm de altura, la base inferior con radio interior 3.8 cm y radio exterior 4.1 cm, la base superior con radio interior 2.7 cm y radio exterior de 2.9 cm. La última sección fue diseñada con un cilindro de 13.7 cm de altura, radio interior de 2.7 cm y radio exterior de 2.9 cm. En la figura 3-8 se muestra la geometría del PMT.

El material mu-metal fue compuesto a base de 6 elementos, 80% de níquel, 5% de molibdeno, 0.4% de silicio, 0.5% de manganeso, 0.01% de carbono y 14.09% de hierro.

Una simulación más realista consistió en añadir a la geometría la edificación del laboratorio donde se encuentra el montaje experimental. Para ello, se diseñó la edificación como un cubo de 4 m \times 4 m \times 4 m rodeado de paredes de concreto (densidad 2.3

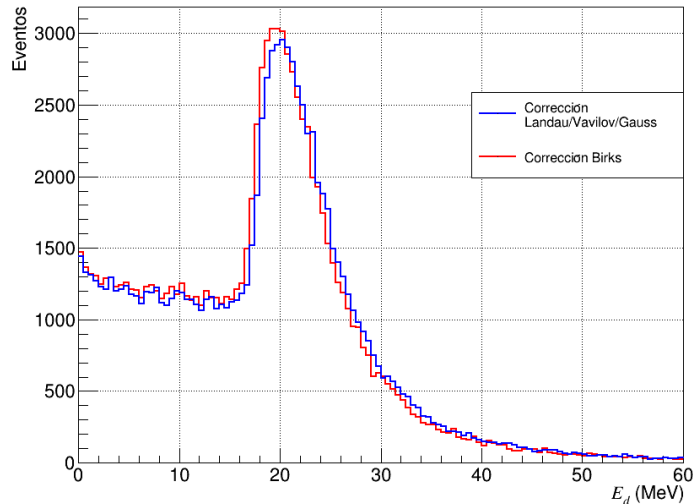


Figura 3-6: Espectros de energías depositadas con fluctuaciones de Landau/Vavilov/Gauss (en azul, 100000 eventos) y con corrección adicional de la ley de Birks (en rojo, 100000 eventos).

g/cm^3) de 20 cm de grosor. La geometría del techo se diseñó con una caja de concreto de dimensiones $4.4 \text{ m} \times 4.4 \text{ m} \times 0.28 \text{ m}$. Encima se colocó una caja de ladrillo de dimensiones $4.4 \text{ m} \times 4.4 \text{ m} \times 0.4 \text{ m}$, donde el ladrillo (densidad 1.5 g/cm^3) se construyó como una mezcla de 10 elementos (1 % de hidrógeno, 0.1 % de carbono, 52.9107 % de oxígeno, 1.6 % de sodio, 0.2 % de magnesio, 3.3872 % de aluminio, 33.7021 % de silicio, 1.3 % de potasio, 4.4 % de calcio y 1.4 % de hierro). En la figura 3-9 se muestra la geometría de la edificación y en la figura 3-10 se muestra el plano del edificio (visto desde la fachada poniente) indicando la ubicación de la barra en el laboratorio.

El modelo geométrico empleado para la simulación de muones fue el mismo que en el modelo de primeros principios, con la diferencia de que el radio de la semiesfera en este modelo fue de 4.5 m, esto como consecuencia de considerar la edificación. De nuevo, la posición inicial de cada muón simulado se eligió aleatoriamente sobre un plano tangente a la semiesfera.

Las partículas simuladas fueron muones negativos, cuya energía cinética inicial se eligió aleatoriamente, como en el modelo de primeros principios, tomando la parametrización de Smith & Duller. En este caso, para cada muón simulado, se construye un arreglo que contiene los valores de la parametrización en un rango de energías desde 1 a 100000 MeV. En la figura 3-11 se muestran trazas de partículas generadas en la

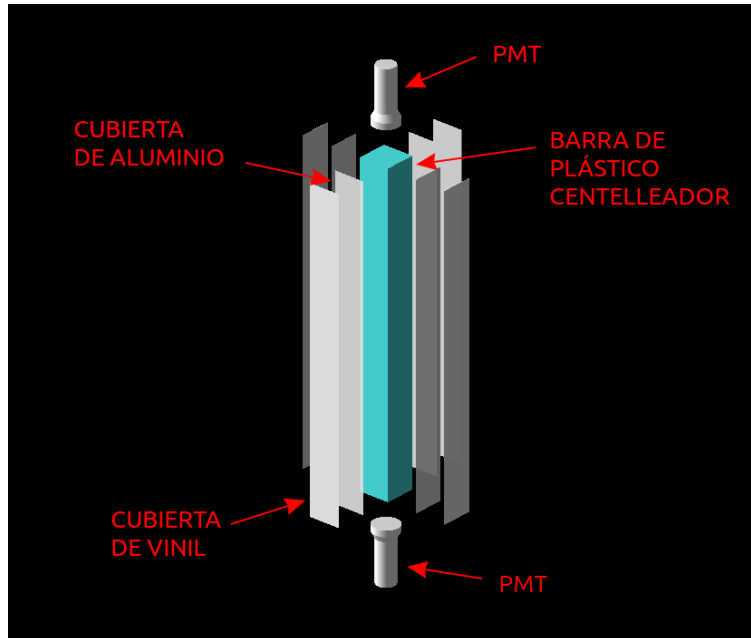


Figura 3-7: Geometría de la barra en Geant4 (las cubiertas y los PMT se dibujaron separados para su visualización).

simulación.

La barra de PVT es el único volumen que se configuró como “Detector Sensible” de la geometría construida. De este modo, la energía depositada por los muones en cada evento generado será obtenida de sus interacciones con el material que constituye la barra. Los procesos físicos en la simulación incluyen interacciones electromagnéticas y física hadrónica.

Las variables físicas obtenidas al final de cada evento fueron los ángulos θ y φ , la energía cinética inicial del muón y la energía depositada por el muón en la barra. Utilizando la herramienta de análisis de datos AIDA (Abstract Interfaces for Data Analysis) [36], se creó una n-tupla donde se guardaron los valores de todas las variables en cada evento.

La figura 3-12 (columna izquierda) muestra las distribuciones de energía, ángulo polar (θ) y ángulo azimutal (φ) de los muones generados en la simulación. Las distribuciones se comparan con las funciones utilizadas como base para el algoritmo de generación de eventos. Las gráficas de la columna derecha corresponden a la energía depositada y ángulos θ y φ para los muones simulados que penetran en la barra. Los modelos

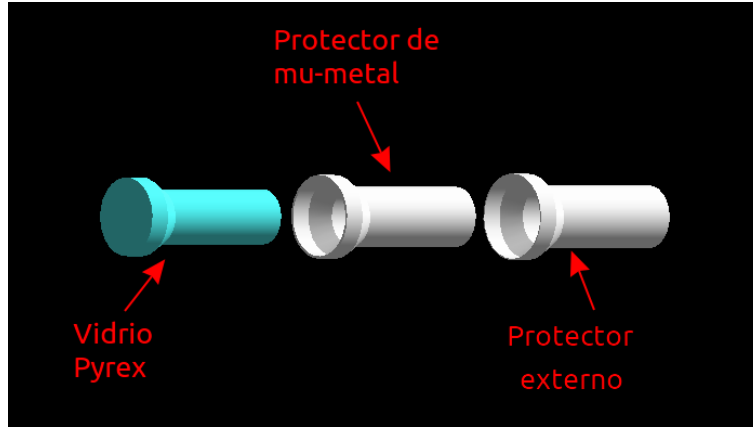


Figura 3-8: Geometría del PMT.

para las distribuciones de θ y φ se describen en el apéndice A.

El efecto sobre la producción de fotones en la barra (no linealidad dada por la ley de Birks) por cada muón que penetra el material se implementó en la simulación, proporcionando una constante de Birks con valor de 0.122 mm/MeV. La energía depositada, corregida por ese efecto de saturación, fue añadida a la n-tupla de las variables físicas obtenidas.

Los espectros de energías depositadas, incluyendo el efecto de la ley de Birks, generados por los muones con la edificación y sin la edificación de concreto se muestran en la figura 3-13.

3.3. Resolución y no linealidad

Una simulación completa del paso de muones en la barra debe incluir variaciones en la respuesta del detector. Estas variaciones incluyen la resolución del detector y una posible no linealidad entre la energías detectada y de respuesta.

Si se considera que la energía de respuesta del detector fluctúa de acuerdo a una distribución gaussiana, es decir, que la energía de respuesta no es igual a la energía depositada por los muones, E , sino que presenta una fluctuación, δE , entonces podemos ver a la resolución como el error relativo, $\delta_{\text{rel}}E$, a una cierta energía E_0 , esto es,

$$\delta_{\text{rel}}E = \frac{\sigma}{E_0} = f, \quad (3.6)$$

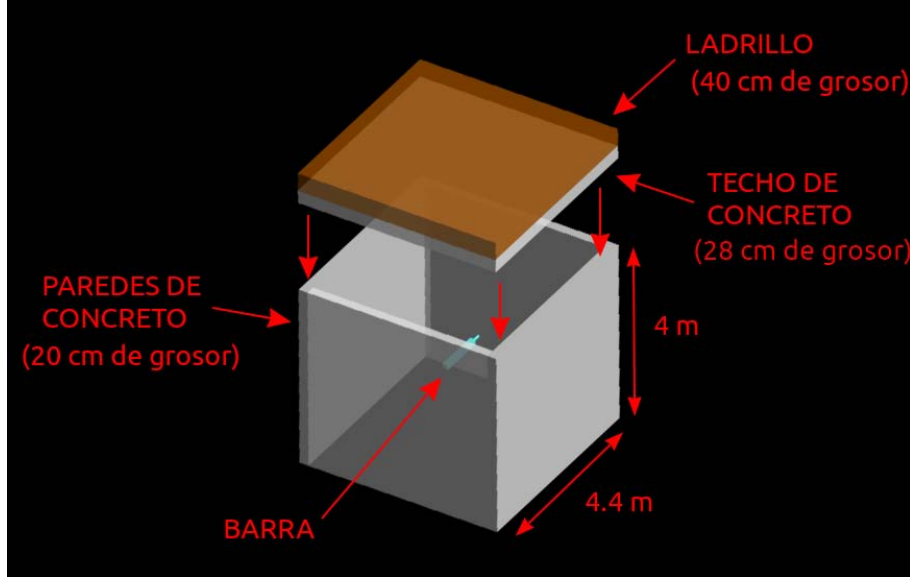


Figura 3-9: Geometría de la edificación del laboratorio en Geant4.

donde σ es la desviación estándar de la distribución gaussiana con una media en E_0 y f es la resolución. Para cualquier otra energía, el error relativo estará dado por

$$\delta_{\text{rel}}E = \frac{\sigma}{E} = f \sqrt{\frac{E_0}{E}}. \quad (3.7)$$

De este modo, la desviación estándar de una distribución gaussiana con una media en cualquier energía E estará dada por

$$\sigma = f \sqrt{E_0 E}. \quad (3.8)$$

En la figura 3-14 se muestran las gráficas del error relativo y de algunas distribuciones gaussianas para determinadas energías con una resolución del 5% ($f = 0.05$).

La posible no linealidad entre la energía que recibe el detector y la que da como respuesta se puede modelar por una función de la forma

$$u(E) = a_0 + \frac{a_1 E}{1 + a_2 E}, \quad (3.9)$$

permitiendo una posible saturación en la respuesta del detector.

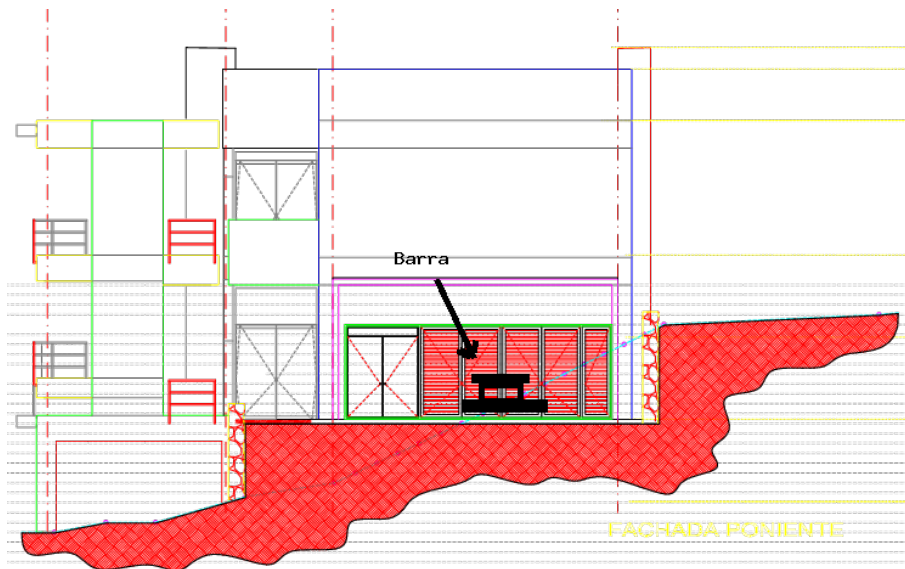


Figura 3-10: Plano del edificio (visto desde la fachada poniente) donde se ubica el laboratorio de detectores. Se indica la ubicación de la barra (colocada sobre una mesa) dentro del edificio.

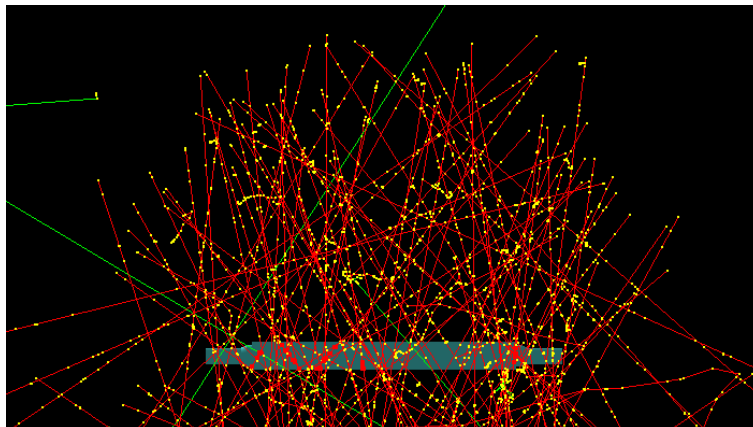


Figura 3-11: Trazas de muones generados en la simulación en Geant4 (La edificación no se muestra y el radio de la esfera se redujo a 1 m para una mejor visualización).

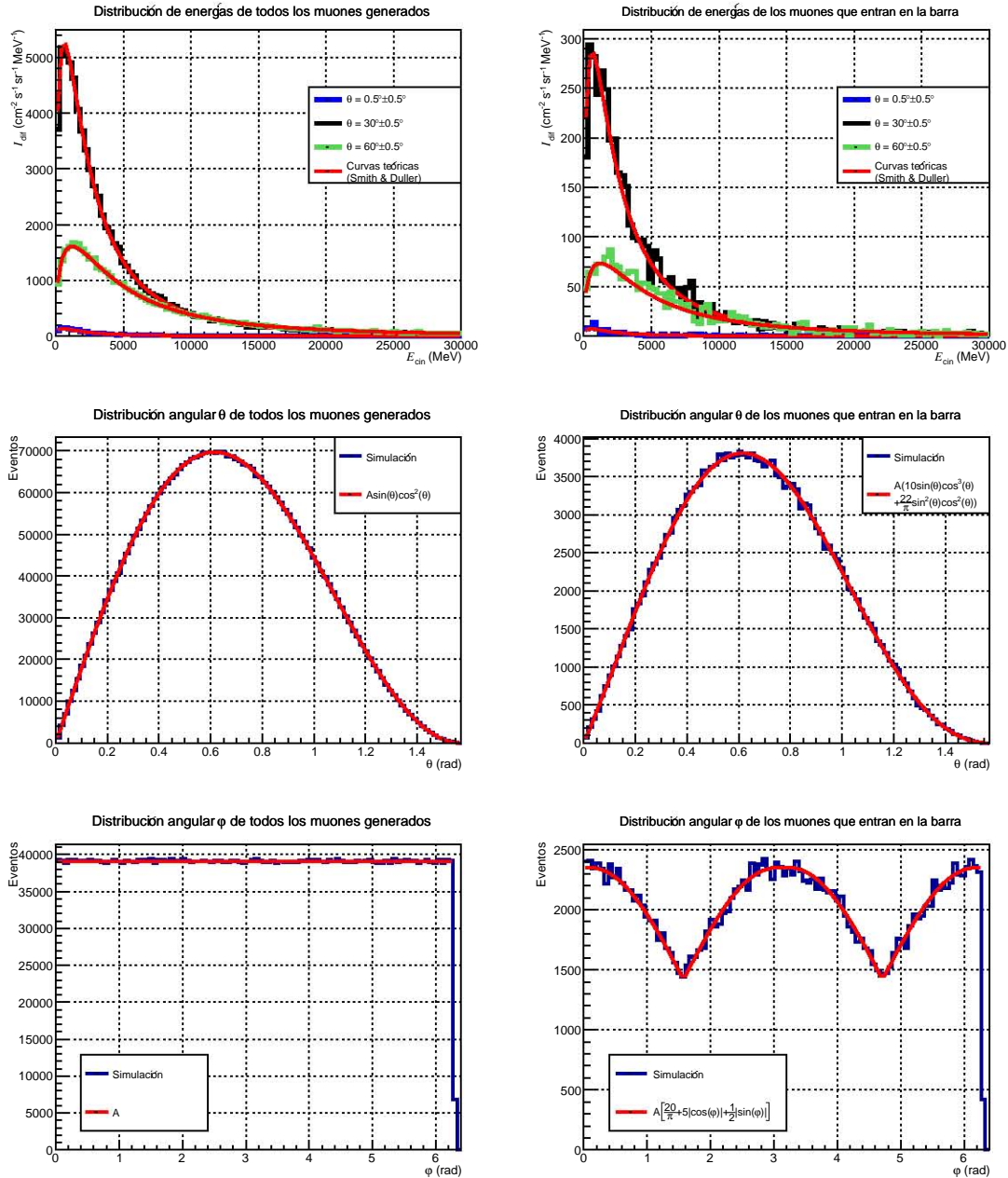


Figura 3-12: Gráficas de la energía inicial y de los ángulos de dirección de los muones simulados. A la izquierda, las gráficas representan los eventos de todos los muones simulados. A la derecha, sólo se muestran los eventos de los muones simulados que entran en la barra. Las curvas en rojo representan ajustes teóricos (parametrización de Smith & Duller) para la energía y curvas descritas en el apéndice A para las gráficas de los ángulos θ y φ .

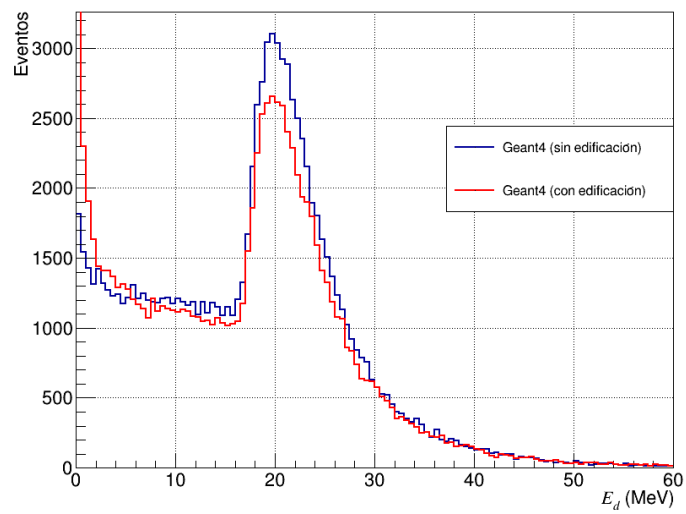
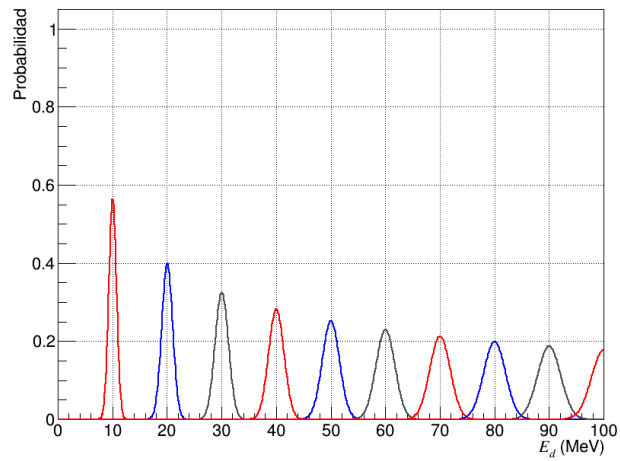
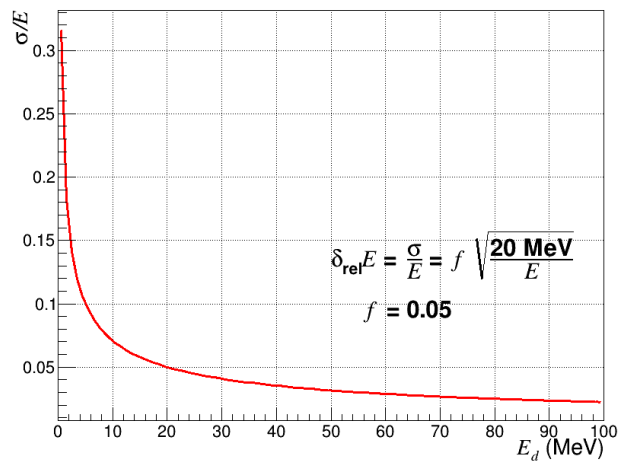


Figura 3-13: Espectros de energías depositadas, incluyendo la no linealidad en la producción de fotones, producidos en Geant4 (100000 eventos).



(a) Distribuciones de fluctuación gaussiana para diferentes energías.



(b) Error relativo para una resolución $f = 0.05$ a 20 MeV.

Figura 3-14: Variaciones en la energía de respuesta del detector.

Capítulo 4

Resultados

En este capítulo se muestran los resultados obtenidos de las comparaciones entre las simulaciones de primeros principios y de Geant4 (Sección 4.1), el grado de ajuste de la simulación con los datos experimentales (Sección 4.2) y, por último, se presenta el resultado de la estimación de la intensidad vertical de muones en Ciudad Universitaria (Sección 4.3).

4.1. Comparación entre las simulaciones de primeros principios y de Geant4

En el capítulo 3 se describieron dos simulaciones para producir un espectro de energías que los muones cosmogénicos depositan en la barra de plástico centelleador. Una basada en primeros principios y otra realizada en Geant4. En esta última sí pudo considerarse la edificación donde se realizó el experimento, lo cual produjo un espectro ligeramente diferente respecto a aquel donde no se consideró la edificación. La comparación entre las simulaciones se muestra en la figura 4-1.

Como se ve en la figura 4-1, dos de los tres espectros mostrados muestran buena concordancia, estos son el de primeros principios y el generado en Geant4 sin la edificación de concreto. Esto se espera dado que la simulación de primeros principios no incluyó dicha edificación. Sin embargo, se observan pequeñas diferencias entre ellos, como un aumento en la población de eventos a bajas energías en el caso de Geant4 y una ligera diferencia en la posición de cada uno de los picos. El aumento del número de eventos a bajas energías (en el espectro de Geant4) puede deberse a la energía que depositan rayos gamma de 511 keV como producto de la aniquilación de un electrón con un positrón, ambas partículas producidas en las interacciones de los muones con los átomos dentro de la barra. Otra posibilidad es que sean energías depositadas por

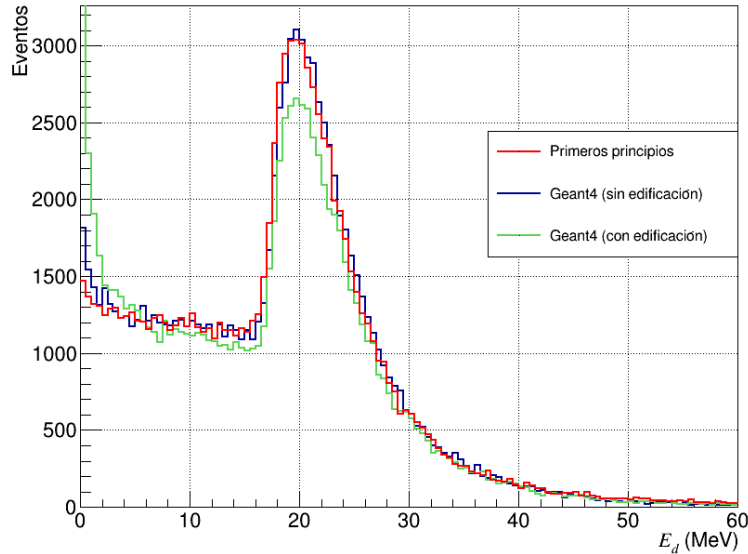


Figura 4-1: Comparación entre las simulaciones de primeros principios y de Geant4 (100000 eventos cada uno).

electrones delta. Estos procesos no están considerados en la simulación de primeros principios.

La diferencia entre las posiciones de cada pico puede deberse a que el método utilizado en la simulación de primeros principios para el cálculo de la pérdida de energía no es totalmente equivalente al simulador de Geant4.

El espectro producido en Geant4 con la edificación sí muestra diferencias notables respecto a los otros dos. Se observan más eventos a muy bajas energías (< 3 MeV) y la relación entre el pico y la región plana del espectro es menor comparada con los otros dos. Esto puede tener una explicación en las interacciones que ocurren entre los muones y los átomos de las paredes de concreto. En estas interacciones se pueden crear otras partículas como electrones y positrones y estas, a su vez, pueden llegar a interactuar con los átomos de la barra depositando pequeñas cantidades de energía.

4.2. Convolución

La simulación en Geant4 no considera las fluctuaciones gaussianas ni la no linealidad en la respuesta del detector. Una forma de introducir esas variaciones consiste en

hacer una convolución del espectro producido en la simulación con una función gaussiana y ajustarla al espectro de datos experimentales para encontrar los parámetros de no linealidad y de la resolución del detector. La convolución consiste, esencialmente, en sumar las contribuciones del espectro simulado pesadas con una distribución gaussiana propia de cada valor de la energía.

La función de convolución a ajustar al espectro experimental se expresa como

$$\mathcal{F}(E_v) = \frac{N_{\text{exp}}}{k(E_v)} \int_0^{E_{\text{max}}} F(E_d) \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(E_v - E_d)^2}{2\sigma^2}} dE_d, \quad (4.1)$$

donde $F(E_d)$ es el espectro de simulación, N_{exp} es un parámetro de normalización, $\sigma = f\sqrt{E_0 E_d}$ es la desviación estándar y E_v la variable de energía en MeV (Apéndice A). El factor $k(E_v)$, dado por

$$k(E_v) = \frac{a_1}{(1 + a_2 E_v)^2}, \quad (4.2)$$

representa el cambio de unidades de la función de convolución. Los parámetros a_1 y a_2 son dos de los tres parámetros que modelan la no linealidad del detector, la cual está incluida en la conversión de unidades de energía de MeV a ADC y está dada por

$$E_a = a_0 + \frac{a_1 E_v}{1 + a_2 E_v}, \quad (4.3)$$

donde E_a es la variable de energía expresada en ADC. El cambio de unidades es necesario dado que, mientras el espectro de simulación está representado en MeV, los datos experimentales están en unidades ADC.

La función de convolución debe tomar valores de energía en unidades de ADC, por tanto, la variable E_v en (4.1) es, a su vez, función de E_a . Despejando de (4.3), se obtiene

$$E_v = \frac{E_a - a_0}{a_1 + a_0 a_2 - a_2 E_a}. \quad (4.4)$$

Sumado al espectro de simulación de muones, el espectro que producen otras partículas como neutrones, electrones, positrones o fotones, perteneciente a la región de bajas energías, se modela por una función exponencial, de modo que la función de convolución que considera ambos espectros se expresa como

$$\mathcal{F}(E_v) = \frac{N_{\text{exp}}}{k(E_v)} \int_0^{E_{\text{max}}} (F(E_d) + A e^{-E_d/b}) \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(E_v - E_d)^2}{2\sigma^2}} dE_d, \quad (4.5)$$

donde A y b son dos nuevos parámetros libres del espectro de partículas adicionales a los muones.

La función de convolución (4.5) con la variable E_v y el factor k definidos en (4.4) y (4.2), respectivamente, es la función a ajustar al espectro de datos experimentales, donde los parámetros libres son N_{exp} , f , A , b , a_0 , a_1 y a_2 .

El espectro de simulación a introducir en la convolución es el generado en Geant4, en el cual se consideró la edificación de concreto (espectro en verde en la figura 4-1). La integral en (4.5) se realizó numéricamente entre los valores de energía 0-100 MeV, dado que el espectro de simulación está definido en ese rango de energía. La energía E_0 que aparece en la desviación estándar se fijó a 20 MeV, que es un valor aproximado del pico del espectro de simulación. Dado que el espectro de energías de la simulación, $F(E_d)$, se construyó con un histograma de 200 bins, la convolución se calculó como

$$\mathcal{F}(E_v) = \frac{N_{\text{exp}}}{k(E_v)} \sum_{i=1}^{200} (F(E_d) + Ae^{-E_d/b}) \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(E_v-E_d)^2}{2\sigma^2}} \Delta E_d, \quad (4.6)$$

$$\Delta E_d = 0.5 \text{ MeV},$$

$$E_d = (i - 0.5)\Delta E_d,$$

$$\sigma = f\sqrt{E_0 E_d}, \quad E_0 = 20 \text{ MeV}.$$

Del conjunto de espectros de datos experimentales adquiridos, se utilizó el espectro etiquetado como “31May (9 am-2 pm)” para el ajuste de la función de convolución (4.6). El ajuste se realizó en ROOT, en un rango de energías de 100-3500 ADC, y se muestra en la figura 4-2.

En la tabla 4.1 se muestran los valores de los parámetros que resultaron del ajuste de la convolución.

En la figura 4-2 se observa que una buena elección de parámetros ajustan bien la convolución del espectro de simulación a los datos experimentales. También se observa que el espectro de energías depositadas por neutrones, electrones y otras partículas, en la región de bajas energías, se puede modelar bien por una función exponencial. En la misma figura, se muestra el valor de χ^2 y de los grados de libertad del ajuste, “ndf”, los cuales indican que el ajuste es razonablemente bueno, siendo la probabilidad, P , de obtener χ^2 , con ν grados de libertad, igual a

$$P(\chi^2; \nu) = P(346.552; 333) = 0.29. \quad (4.7)$$

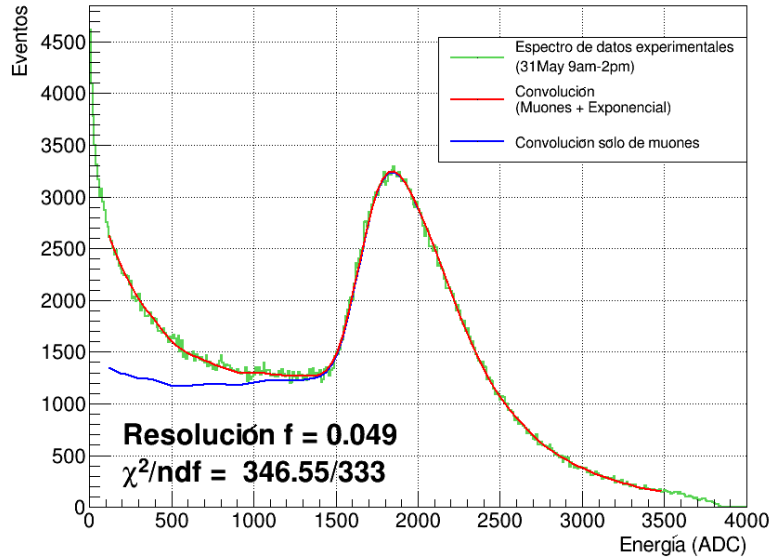


Figura 4-2: Ajuste de la convolución del espectro de simulación (producido en Geant4, con edificio) a los datos experimentales en un rango de energía de 100-3500 ADC. En rojo, la convolución del espectro de muones sumado al espectro exponencial de otras partículas (electrones, positrones, fotones, neutrones). En azul, sólo el espectro de muones. Los valores de resolución, χ^2 y grados de libertad obtenidos del ajuste en rojo.

De los parámetros obtenidos que se muestran en la tabla 4.1, se observa que la resolución del detector es cercana al 5% (a una energía de 20 MeV). Este es el error porcentual de la energía con la que responde el detector a 20 MeV.

El parámetro $a_0 = -182.025$ ADC de la conversión no lineal de unidades refleja un corrimiento del cero en ADC respecto al cero en MeV. Ese desfaseamiento se esperaba dado que el software MIDAS se configuró con el cero del espectro en 250 ADC, esto con el fin de discriminar los eventos a bajas energías que resultan del ruido o de la deposición de energía de otras partículas. Adicional a ese cero que se fijó, el *pedestal* del software MIDAS produce otro desfaseamiento en sentido opuesto en el espectro, este tiene un valor de 32.5 ADC. La suma de los desfaseamientos tiene como resultado un desfaseamiento en el espectro de datos de 217.5 ADC. Aunque no corresponde exactamente al desfaseamiento a_0 determinado en el ajuste, es un valor cercano.

El parámetro $a_1 = 121.382$ ADC/MeV representa un valor aproximado del factor de conversión lineal de MeV a unidades ADC. El parámetro a_2 representa la no linealidad y, aunque es pequeño, a energías grandes tiene un efecto considerable. En la

Parámetro	Valor del ajuste	Error
f	0.0491620	0.00155064
N_{exp}	53.7107	0.119864
A	6525.32	436.616
b	2.94249 MeV	0.0499615 MeV
a_0	-182.025 ADC	17.4559 ADC
a_1	121.382 ADC/MeV	1.93413 ADC/MeV
a_2	0.0103135 MeV ⁻¹	0.000473275 MeV ⁻¹

Tabla 4.1: Parámetros de la convolución que ajustan el espectro de simulación generado en Geant4, considerando la edificación de concreto, a los datos experimentales (“31May 9 am-2 pm”).

figura 4-3 se muestra la curva de no linealidad entre las energías E_v y E_a .

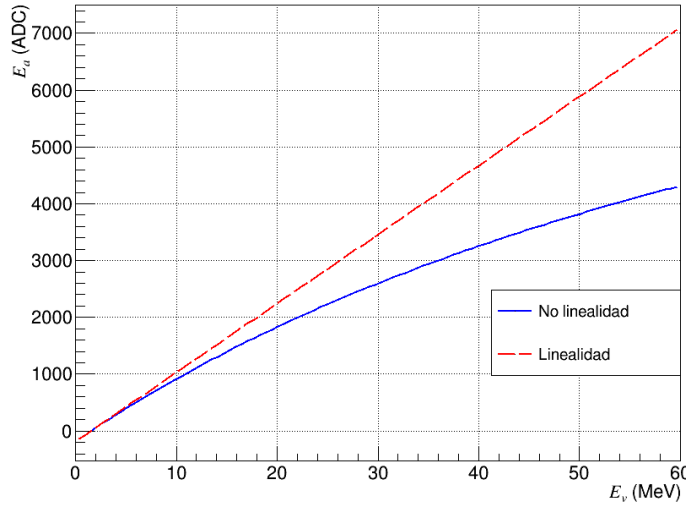


Figura 4-3: Curva de no linealidad entre las energías E_v (MeV) y E_a (ADC), dada por la ecuación (4.3) con los parámetros de la tabla 4.1.

4.3. Cálculo de I_0 en Ciudad Universitaria

Con los parámetros f , a_0 , a_1 y a_2 obtenidos del ajuste de la convolución, se puede completar la simulación realizada en Geant4, fluctuando la energía depositada en la barra de cada muón generado de acuerdo a una distribución gaussiana y convirtiéndola a energía ADC con la correspondiente no linealidad.

Si E_d es la energía depositada en la barra por un muón generado en la simulación, se selecciona aleatoriamente un valor de energía, E , de la siguiente distribución gaussiana

$$g(E) = e^{-\frac{E^2}{2\sigma^2}}, \quad \sigma = f\sqrt{E_0 E_d}, \quad (4.8)$$

donde $E_0 = 20$ MeV. La energía que incluye la fluctuación, E_f , se calcula como

$$E_f = E_d + E. \quad (4.9)$$

Esa nueva energía se convierte a ADC mediante

$$E_{\text{ADC}} = a_0 + \frac{a_1 E_f}{1 + a_2 E_f}, \quad (4.10)$$

y se añade a un histograma. El espectro generado en ese histograma (Figura 4-4) representa, entonces, la simulación completa del flujo de muones a través de la barra.

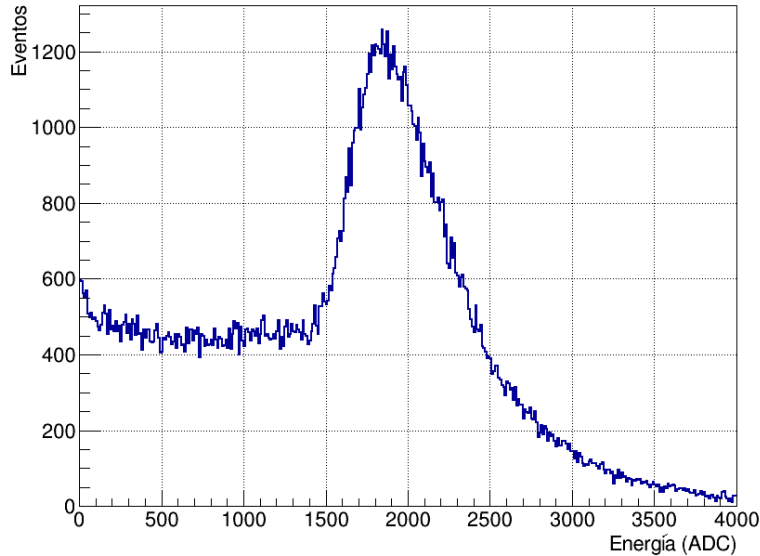


Figura 4-4: Espectro de simulación en Geant4 (incluyendo edificación) con fluctuaciones gaussianas y el efecto de no linealidad aplicados en cada evento (200000 eventos).

Como se describió en el capítulo 1, la distribución angular de muones que alcanzan

la superficie de la Tierra varía de acuerdo a la intensidad

$$\frac{dN}{dA_{\perp} d\Omega dt} = I_0 \cos^2 \theta, \quad (4.11)$$

donde dA_{\perp} representa un elemento de área perpendicular a la dirección de cada muón incidente. El valor de I_0 a nivel del mar tiene un valor aceptado de $70 \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1}$.

Integrando la ecuación (4.11), se puede calcular el número de muones que pasan a través de un área ΔA por unidad de tiempo. Así,

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dt} &= I_0 \int_A \int_{\Omega} \cos^2 \theta d\Omega dA_{\perp} \\ &= I_0 \int_A \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \cos^2 \theta \sin \theta d\theta d\varphi dA_{\perp} \\ &= \frac{2\pi I_0 \Delta A}{3}. \end{aligned} \quad (4.12)$$

Dado que en la simulación el área es la de un cuadrado perpendicular a la dirección de los muones, el número de muones por unidad de tiempo resulta

$$\frac{dN}{dt} = \frac{2\pi I_0 L^2}{3} = 329.87 \text{ s}^{-1} = 1\,187\,532 \text{ h}^{-1}, \quad (4.13)$$

donde $L = 1.5 \text{ m}$ es la longitud de los lados del cuadrado.

El tiempo, t_s , correspondiente al número de muones simulados, $N = 3\,404\,060$, para generar el espectro de la figura 4-4 se puede calcular como

$$t_s = \frac{N}{dN/dt} = \frac{3\,404\,060}{1\,187\,532 \text{ h}^{-1}} = 2.87 \text{ h}. \quad (4.14)$$

Para poder estimar el valor de I_0 en Ciudad Universitaria, se escalará el espectro de simulación completa de la figura 4-4 en un factor $S = 5 \text{ h}/t_s$, esto porque el espectro de datos experimentales se adquirió durante 5 horas. La función de convolución, con todos los parámetros fijos excepto N_{exp} (Tabla 4.1), se ajustará al espectro escalado. El parámetro de normalización se denotará, ahora, por N_{sim} ,

$$\mathcal{F}(E_v) = \frac{N_{\text{sim}}}{k} \int_0^{E_{\text{max}}} (F(E_d) + Ae^{-E_d/b}) \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(E_v - E_d)^2}{2\sigma^2}} dE_d. \quad (4.15)$$

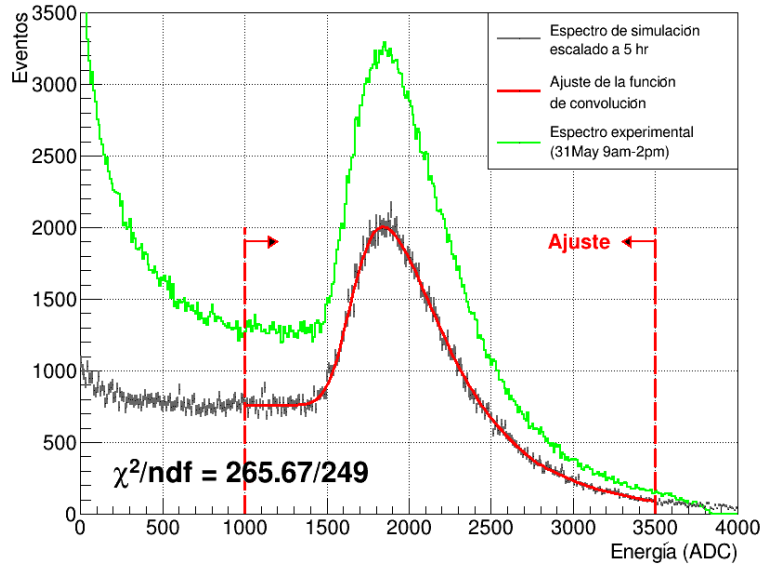


Figura 4-5: Ajuste de la función de convolución al espectro de simulación completa escalado a 5 horas, comparado con el espectro de datos experimentales.

El ajuste de la función de convolución al espectro escalado se realizó en un rango de energías de 1000-3500 ADC, esto es porque en ese rango el espectro del ruido a bajas energías ya no es apreciable. En la figura 4-5 se muestra el ajuste.

Los valores de χ^2 y de los grados de libertad, que resultaron del ajuste, señalan que el ajuste es bueno. La probabilidad de obtener $\chi^2 = 265.67$ con 249 grados de libertad es

$$P(265.67; 249) = 0.22. \quad (4.16)$$

El parámetro de normalización, N_{sim} , obtenido del ajuste resultó

$$N_{\text{sim}} = 34.81 \pm 0.098. \quad (4.17)$$

Con los valores de la normalización al espectro de datos experimentales, N_{exp} , y al espectro de simulación completa escalado a 5 horas, N_{sim} , y considerando que la eficiencia del detector es cercana al 100%, se puede estimar el valor de la intensidad vertical de muones en Ciudad Universitaria (utilizando la parametrización de Smith

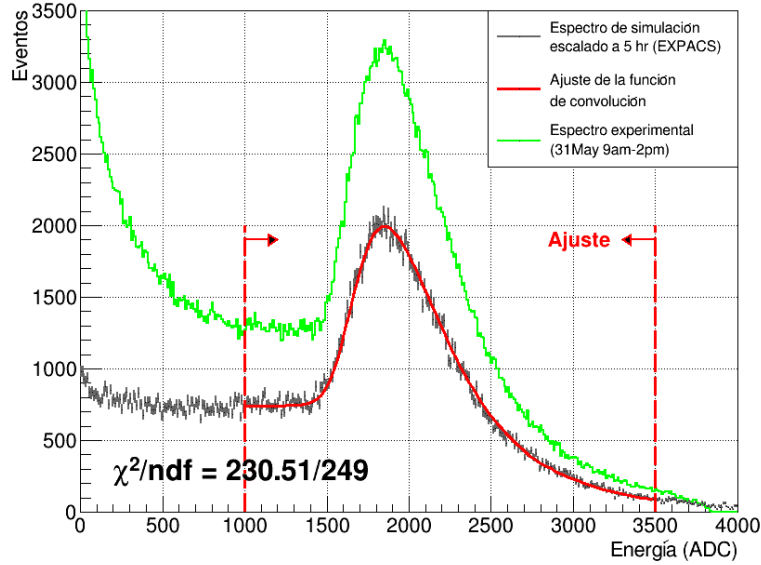


Figura 4-6: Ajuste de la función de convolución al espectro de simulación completa generado con los datos de EXPACS, escalado a 5 horas, comparado con el espectro de datos experimentales.

& Duller como fuente de energía de los muones) como

$$I_{0SD}^{C.U.} = I_0^{n.m.} \frac{N_{exp}}{N_{sim}} = (108.01 \pm 0.55) \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1}, \quad (4.18)$$

donde $I_0^{n.m.} = 70 \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1}$.

La principal fuente de error sistemático afectando el valor calculado de la intensidad vertical calculada es el modelo del flujo de muones en la superficie. Tomando como referencia [37], se utilizaron los datos de EXPACS [39] (Apéndice C) del flujo de muones en las coordenadas geográficas 19.33° latitud Norte y 99.19° longitud Oeste a una altitud de 2268 msnm, correspondientes a Ciudad Universitaria, para obtener el valor de la intensidad vertical de muones, realizando el mismo procedimiento que se hizo en la simulación en Geant4 con la parametrización de Smith & Duller. El espectro de energías generado y escalado a 5 horas se muestra en la figura 4-6, donde se ha ajustado la función de convolución en (4.15).

El ajuste de la función (4.15) dio como resultado una intensidad vertical de muones

en Ciudad Universitaria

$$I_{0\text{EXPACS}}^{\text{C.U.}} = (113.30 \pm 0.60) \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1} \quad (4.19)$$

En la tabla 4.2 se muestra la comparación entre los parámetros de ajuste de la convolución con los modelos de Smith & Duller y EXPACS. La intensidad vertical de muones

Parámetro	Smith & Duller	EXPACS
N_{sim}	34.8 ± 0.098	33.0 ± 0.093
f	0.049 ± 0.0016	0.048 ± 0.0018
a_0	$(-182.0 \pm 17.5) \text{ ADC}$	$(-136.6 \pm 26.5) \text{ ADC}$
a_1	$(121.4 \pm 1.93) \text{ ADC/MeV}$	$(114.7 \pm 2.66) \text{ ADC/MeV}$
a_2	$(0.01031 \pm 0.00047) \text{ MeV}^{-1}$	$(0.00844 \pm 0.00061) \text{ MeV}^{-1}$

Tabla 4.2: Comparación entre los parámetros de ajuste de la convolución con los modelos de Smith & Duller y EXPACS.

en Ciudad Universitaria se reporta, entonces como el promedio entre los valores de las intensidades en (4.18) y (4.19), esto es,

$$I_0^{\text{C.U.}} = \frac{1}{2} (I_{0\text{SD}}^{\text{C.U.}} + I_{0\text{EXPACS}}^{\text{C.U.}}) \quad (4.20)$$

de donde se obtiene, finalmente,

$$I_0^{\text{C.U.}} = (110.66 \pm 0.58^{(\text{estad})} \pm 2.65^{(\text{sist})}) \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1}, \quad (4.21)$$

donde la primera incertidumbre es estadística y la segunda es sistemática, obtenida como la mitad de la diferencia entre los valores de la intensidad dados en (4.18) y (4.19).

Tomando la figura 1-7, se puede situar nuestra medición realizada de la intensidad vertical, como se muestra en la figura 4-7.

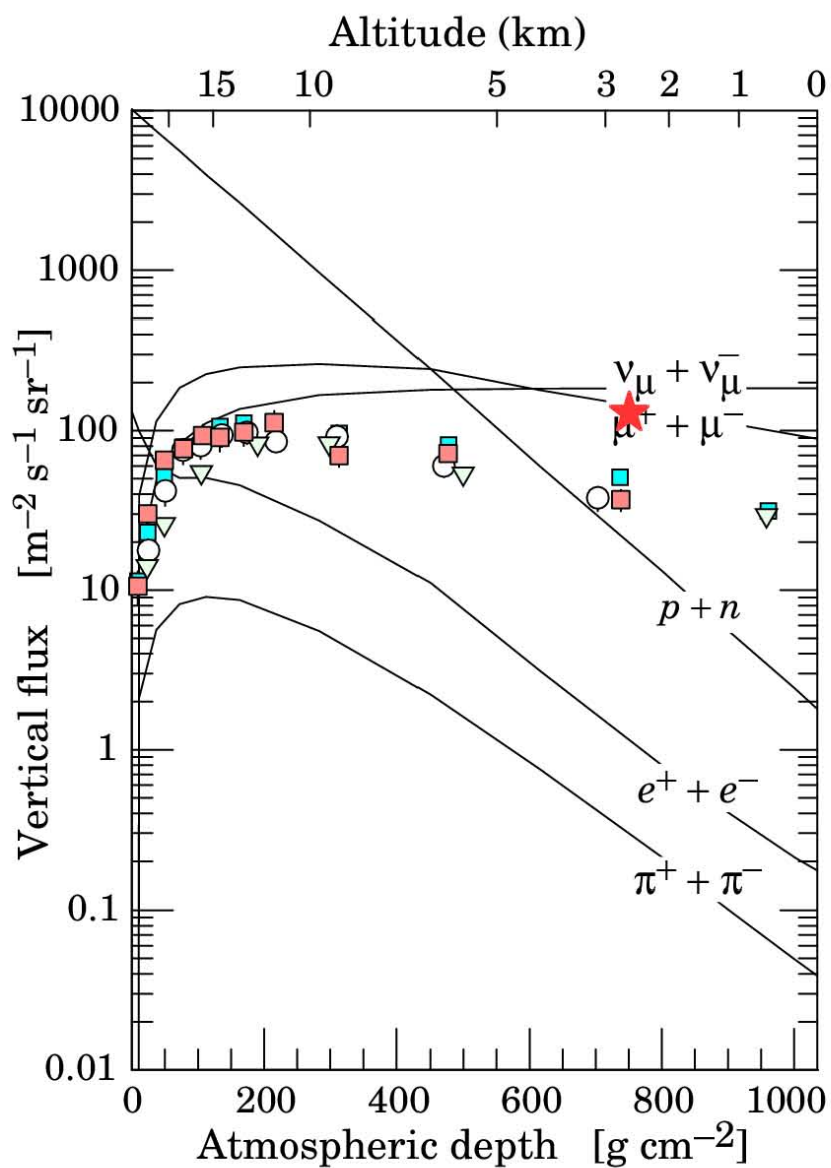


Figura 4-7: Medición realizada (★) de la intensidad vertical de muones en Ciudad Universitaria (Los flujos estimados se explican en la figura 1-7).

Conclusiones

La simulación de primeros principios del flujo de muones cosmogénicos a través de una barra de plástico centelleador, en la cual se consideraron los efectos de los espectros angular y de energías del modelo de Smith & Duller, las fluctuaciones de pérdida de energía descritas por las teorías de Landau y de Vavilov y la ley de Birks, dio como resultado un espectro de energías depositadas en la barra que mostró buena concordancia con el espectro generado en la simulación de Geant4, en la que no se incluyó la geometría de la edificación del laboratorio de detectores del Instituto de Ciencias Nucleares, UNAM donde se realizó el experimento. Las diferencias respecto a la simulación incluyendo la edificación se asociaron a la energía depositada en la barra por partículas creadas en las interacciones del flujo incidente con el material del edificio.

Considerando una función de resolución gaussiana y una no linealidad en la respuesta del detector, el modelo de simulación se ajustó de buena forma al espectro experimental de energías depositadas en la barra tomado en el laboratorio. El ajuste dio como resultado una resolución en el detector de $\sim 5\%$ a una energía de 20 MeV. El ajuste incluyó al espectro producido por otras partículas como electrones, fotones, positrones o neutrones, el cual se logró modelar por una función exponencial. Utilizando un modelo alternativo de EXPACS, se obtuvieron resultados similares en la normalización del espectro de muones y variaciones pequeñas en resolución del detector y parámetros de no linealidad.

El experimento realizado, junto con los resultados de la simulación, sirvió para dar una estimación de la intensidad vertical de muones en Ciudad Universitaria. Comparando la función de convolución, ajustada al espectro experimental, con el espectro de simulación donde se incluyeron las fluctuaciones gaussianas y la no linealidad en la respuesta del detector, escalado por un factor correspondiente al flujo de muones durante 5 horas, se estimó la intensidad vertical de muones en C U. en un valor $I_0^{C.U.} = (110.66 \pm 0.58^{(estad)} \pm 2.65^{(sist)}) \text{ m}^{-2}\text{s}^{-1}\text{sr}^{-1}$. La variación sistemática debido al modelo de la distribución de energías entre EXPACS y la parametrización de Smith

& Duller se tomó para calcular la incertidumbre del valor estimado de $I_0^{C.U.}$.

El trabajo a futuro incluye, utilizando el detector de barra de plástico centelleador del Laboratorio de Detectores del ICN, el monitoreo de la intensidad vertical de muones a diferentes escalas de tiempo (días, meses, años) para estudiar la variación con efectos atmosféricos, geomagnéticos y/o solares, sumándose a las mediciones que ya se realizan en el Instituto de Geofísica.

Apéndice A

Funciones de distribución angular

En este apéndice se muestra la deducción de la probabilidad que tiene un muón, dada una intensidad, de entrar por alguna de las caras de la barra y se deducen las distribuciones angulares de θ y φ de los muones que entran en la barra.

Omitiendo la variable temporal para el cálculo, la intensidad de muones está dada por

$$\frac{dN}{dA_{\perp} d\Omega} = I_0 \cos^2 \theta, \quad (\text{A.1})$$

con $d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi$. El flujo de muones por alguna de las caras se obtiene integrando la ecuación (A.1) sobre toda el área y sobre el rango de valores que tomen los ángulos θ y φ en esa cara.

Con la barra centrada en el origen y posicionada horizontalmente a lo largo del eje y , el flujo sobre la cara horizontal superior se calcula como

$$N_{\text{hor}} = I_0 \int_A \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \cos^2 \theta \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi dA = \frac{\pi I_0}{2} (10A),$$

donde A es el área de la cara de uno de los extremos de la barra. El factor extra $\cos \theta$ se introduce debido a la proyección de un elemento de área perpendicular dA_{\perp} sobre un elemento de área dA en la superficie horizontal de la barra.

Para una de las caras verticales largas, el flujo resulta

$$N_{\text{vert}}^1 = I_0 \int_A \int_{3\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} \cos^2 \theta \sin \theta \cos \varphi \sin \theta d\theta d\varphi dA = \frac{\pi I_0}{8} (10A),$$

donde, nuevamente, se introduce un factor extra $\sin \theta \cos \varphi$ por efectos de proyección.

Para una de las caras verticales cortas, el flujo se calcula como

$$N_{\text{vert}}^c = I_0 \int_A \int_0^\pi \int_0^{\pi/2} \cos^2 \theta \sin \theta \sin \varphi \sin \theta d\theta d\varphi dA = \frac{\pi I_0}{8} A.$$

Las probabilidades se pueden resumir como

$$N_{\text{hor}} = 10, \quad N_{\text{vert}}^l = \frac{10}{4}, \quad N_{\text{vert}}^c = \frac{1}{4}.$$

En la figura A-1 se muestran la gráfica de la probabilidades anteriores.

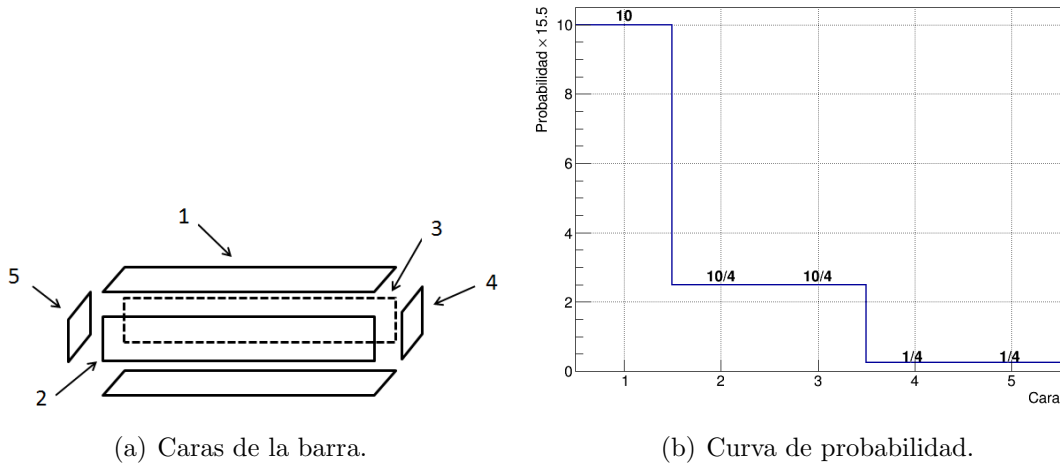


Figura A-1: Probabilidad de los muones de entrar por alguna de las caras de la barra.

En la simulación, la distribución para elegir el ángulo θ de la dirección de cada muón es $\sin \theta \cos^3 \theta$; sin embargo, las probabilidades de que los muones puedan entrar por alguna de las caras de la barra dan como resultado una distribución en θ de los muones que logran entrar en la barra. Esta distribución, considerando los factores $\sin \theta$ y $\cos \theta$ de las proyecciones de los elementos de área, se puede escribir como

$$\Theta(\theta) = A \sin \theta \cos^3 \theta + B \sin^2 \theta \cos^2 \theta. \quad (\text{A.2})$$

Para determinar los coeficientes A y B , se integra cada término de 0 a $\pi/2$. El valor de cada integral debe ser la probabilidad total de que un muón entre por las caras de

la barra que siguen la distribución a integrar. Para el primer término,

$$\int_0^{\pi/2} A \sin \theta \cos^3 \theta d\theta = 10 \Rightarrow A = 40.$$

Para el segundo término,

$$\int_0^{\pi/2} B \sin^2 \theta \cos^2 \theta = 2 \left(\frac{10}{4} \right) + 1 \left(\frac{1}{4} \right) = \frac{11}{2} \Rightarrow B = \frac{88}{\pi}.$$

Por tanto, la distribución en θ de los muones que entran en la barra resulta

$$\Theta(\theta) = 10 \sin \theta \cos^3 \theta + \frac{22}{\pi} \sin^2 \theta \cos^2 \theta. \quad (\text{A.3})$$

La distribución de ángulos φ de los muones que entran en la barra, considerando las proyecciones de los elementos de área en las caras verticales, se puede escribir como

$$\Phi(\varphi) = A + B|\cos \varphi| + C|\sin \varphi|. \quad (\text{A.4})$$

De forma análoga, integrando cada término de 0 a 2π , se pueden determinar las constantes A , B y C . Para el primer término, correspondiente a la cara horizontal superior de la barra, se obtiene

$$\int_0^{2\pi} A d\varphi = 10 \Rightarrow A = \frac{10}{2\pi}.$$

Para las caras verticales largas y cortas se tiene

$$\int_0^{2\pi} B|\cos \varphi| d\varphi = 2 \left(\frac{10}{4} \right) \Rightarrow B = \frac{5}{4},$$

$$\int_0^{2\pi} B|\sin \varphi| d\varphi = 2 \left(\frac{1}{4} \right) \Rightarrow C = \frac{1}{8}.$$

De este modo, la distribución en φ de los muones que logran entrar por alguna de las caras de la barra resulta

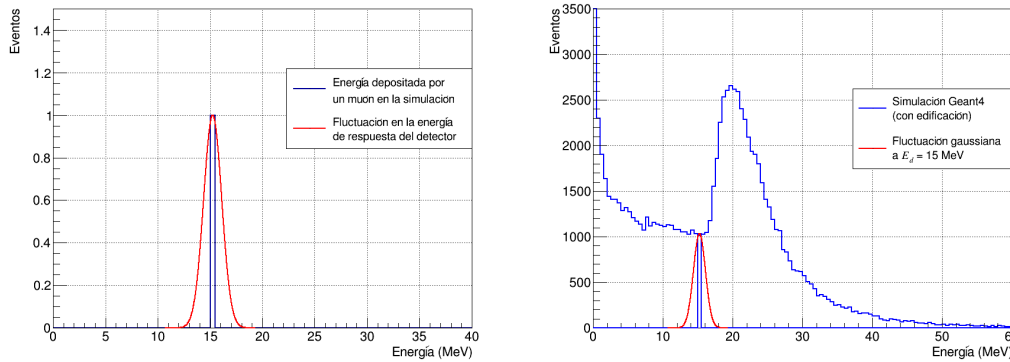
$$\Phi(\varphi) = \frac{20}{\pi} + 5|\cos \varphi| + \frac{1}{2}|\sin \varphi|. \quad (\text{A.5})$$

Apéndice B

Función de convolución

En este apéndice se describirá brevemente la construcción de la función de convolución (Ec. (4.1)).

Dada una energía depositada en la barra por un muón, se asume que la energía de respuesta del detector tiene una fluctuación gaussiana (Figura B-1(a)). En un espectro de energías depositadas, para cada valor de energía, E_d , se tiene una distribución gaussiana con media en E_d y con desviación estándar $\sigma = f\sqrt{E_0 E_d}$, con f la resolución del detector y E_0 una energía para la cual $\sigma/E_0 = f$ (Figura B-1(b)).



(a) Fluctuación en la energía depositada por un muón en la simulación.

(b) Fluctuación en la energía en un espectro de simulación.

Figura B-1: Fluctuaciones gaussianas en la respuesta de un detector.

A una energía E_d , la respuesta del detector será una función, $\mathcal{F}(E)$, que incluya los efectos de la fluctuación. Tal función se escribe como una convolución del valor

del espectro $F(E_d)$ con la función gaussiana $G(E; E_d, \sigma)$,

$$\mathcal{F}(E) \equiv F(E_d) * G(E; E_d, \sigma) = F(E_d) \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(E-E_d)^2}{2\sigma^2}} \quad (\text{B.1})$$

La convolución para todas las energías de un espectro de simulación se escribe como una integral,

$$\mathcal{F}(E) \equiv F(E_d) * G(E; E_d, \sigma) = \int_0^{E_{\max}} F(E_d) \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(E-E_d)^2}{2\sigma^2}} dE_d \quad (\text{B.2})$$

Un espectro de energías, $F = dN/dE_d$, se puede representar en otras unidades mediante una transformación de la forma

$$\frac{dN}{dE_d} = \frac{dN}{dE_a} \frac{dE_a}{dE_d} \quad (\text{B.3})$$

donde la nueva variable E_a es función de la energía E_d . Si E_a representa la energía en unidades ADC y se relaciona con E_d mediante

$$E_a = a_0 + \frac{a_1 E_d}{1 + a_2 E_d} \quad (\text{B.4})$$

con a_0 , a_1 y a_2 constantes, entonces el espectro en unidades ADC resulta

$$\frac{dN}{dE_a} = \frac{1}{k(E_d)} \frac{dN}{dE_d}, \quad k(E_d) = \frac{dE_a}{dE_d} = \frac{a_1}{(1 + a_2 E_d)^2} \quad (\text{B.5})$$

De este modo, la función de convolución en unidades ADC tendrá la forma

$$\mathcal{F}(E) = \frac{1}{k(E)} \int_0^{E_{\max}} F(E_d) \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(E-E_d)^2}{2\sigma^2}} dE_d \quad (\text{B.6})$$

Apéndice C

Flujos de muones: Parametrización de Smith & Duller y EXPACS

En este apéndice se presenta una comparación de flujos de muones entre la parametrización de Smith & Duller y EXPACS, para diferentes ángulos θ .

En la figura C-1 se muestran las intensidades diferenciales de energía para ángulos $\theta = 0^\circ, 45^\circ$ y 60° .

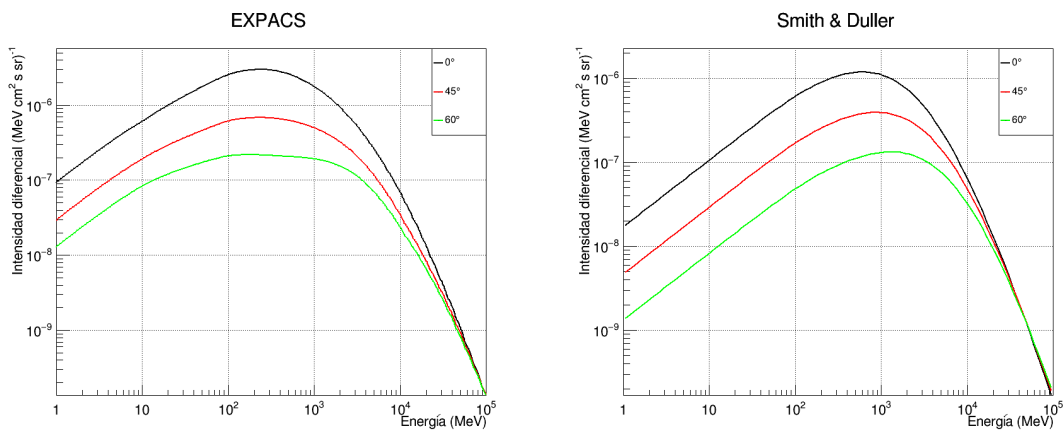


Figura C-1: Intensidades diferenciales de muones negativos dadas por la parametrización de Smith & Duller y EXPACS, para ángulos $\theta = 0^\circ, 45^\circ$ y 60° .

Apéndice D

Neutrones cosmogénicos en el detector

Una parte importante de la componente descrita con la exponencial en la figura 4-2 es debida a neutrones producidos en la atmósfera por rayos cósmicos [40], [39].

En la figura D-1 se muestran espectros de energías de neutrones de EXPACS para la posición geográfica de la Ciudad de México para ángulos $\theta = 0^\circ$, 45° y 60° (izquierda) y la distribución angular en θ (derecha), la cual se obtiene integrando las intensidades sobre todo el rango de energía. La distribución angular se puede modelar por

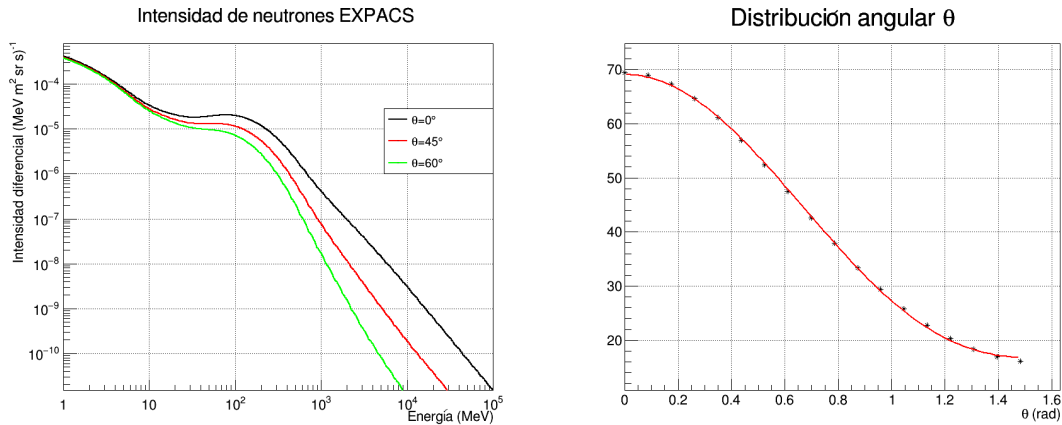


Figura D-1: Intensidad diferencial de neutrones para ángulos $\theta = 0^\circ$, 45° y 60° (izquierda) y distribución angular en θ (derecha) dadas por EXPACS.

$$\frac{dN}{dA_{\perp} d\Omega dt} = a (1 + b \cos^n \theta) \quad (\text{D.1})$$

con $a = 16.7 \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1}$, $b = 3.1$ y $n = 2.6$. Integrando sobre el ángulo sólido de la semiesfera y sobre el área del plano tangente a la semiesfera (área $A = L^2$, $L = 1.5 \text{ m}$) del algoritmo en la simulación, se encuentra que el número de neutrones esperados es

$$N_n = 441.01 \text{ neutrones/s} \quad (\text{D.2})$$

Dada la distribución angular en (D.1), la “fluencia” de neutrones sobre una superficie horizontal resulta

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dA_h dt d\Omega} &= 2\pi a \int_0^{\pi/2} (1 + b \cos^n \theta) \cos \theta \sin \theta d\theta \\ &= 123.178 \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1} \\ &= 0.012 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \\ &= \boxed{43.2 \text{ cm}^{-2} \text{ h}^{-1}} \end{aligned} \quad (\text{D.3})$$

la cual es comparable con mediciones realizadas en altitudes similares (los autores de [42] reportan $65 \pm 3 \text{ cm}^{-2} \text{ h}^{-1}$ en la ciudad de Zacatecas a una altitud de 2420 m s. n. m.

Generando en Geant4 un espectro de energías depositadas por neutrones en la barra de plástico centelleador, escalándolo al tiempo correspondiente a 5 horas y aplicando un efecto de *quenching* a la energía depositada, E_d , esto es, considerar que la energía visible, E_{vis} , es sólo una fracción, Q , de la energía transferida por un neutrón en una colisión nuclear [41],

$$E_{\text{vis}} = QE_d \quad (\text{D.4})$$

y considerando las fluctuaciones gaussianas y la no linealidad en la respuesta del detector para cada evento, se producen los espectros de la figura D-2, donde se han tomado valores de $Q = 0.1, 0.2, 1$. En la figura D-3 se muestra el ajuste de la función de convolución en un rango de 50-3500 ADC y las componentes individuales consideradas: (1) muones cosmogénicos de la simulación presentada en este trabajo, (2) neutrones cosmogénicos de la simulación con datos tomados de EXPACS y (3) electromagnética, modelada como una exponencial.

Haciendo el ajuste al espectro experimental con un *factor quenching* de 0.2, se encuentra que la normalización de la componente de neutrones es mayor en un factor de 3.9 respecto a la de EXPACS, de este modo, la fluencia resulta

$$fluence = 1.07 \times 43.2 \text{ cm}^{-2} \text{ h}^{-1} = 46.2 \text{ cm}^{-2} \text{ h}^{-1} \quad (\text{D.5})$$

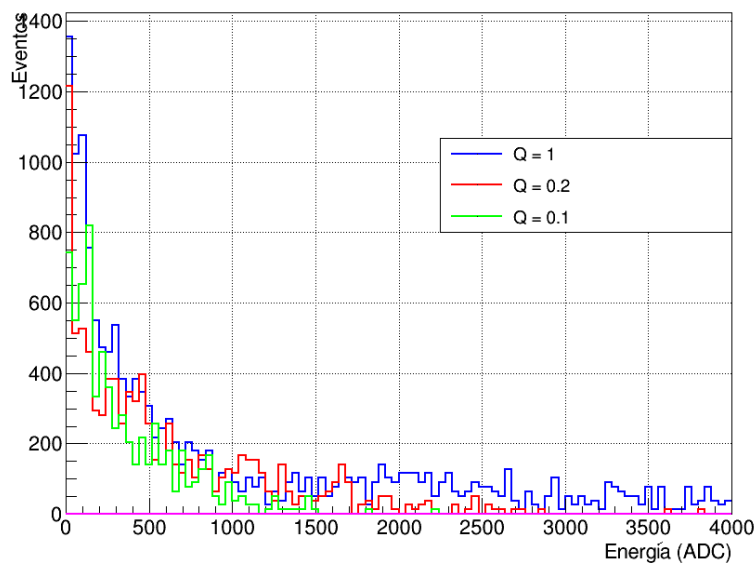


Figura D-2: Espectros de neutrones en Geant4 utilizando los datos de EXPACS para el flujo, aplicando un *factor de quenching* de 1, 0.2 y 0.1, y, además, los efectos de fluctuación gaussiana y no linealidad en la respuesta del detector para cada evento. Espectros escalados al correspondiente durante 5 horas.

Utilizando un factor quenching de 0.1, se extrae un valor de la fluencia $168.5 \text{ cm}^{-2} \text{ h}^{-1}$. Una determinación más precisa requiere de una comparación con otras herramientas de simulación como MCNP y de un estudio más detallado del factor quenching y de la modulación debida a la actividad solar, efectos geomagnéticos, etc.

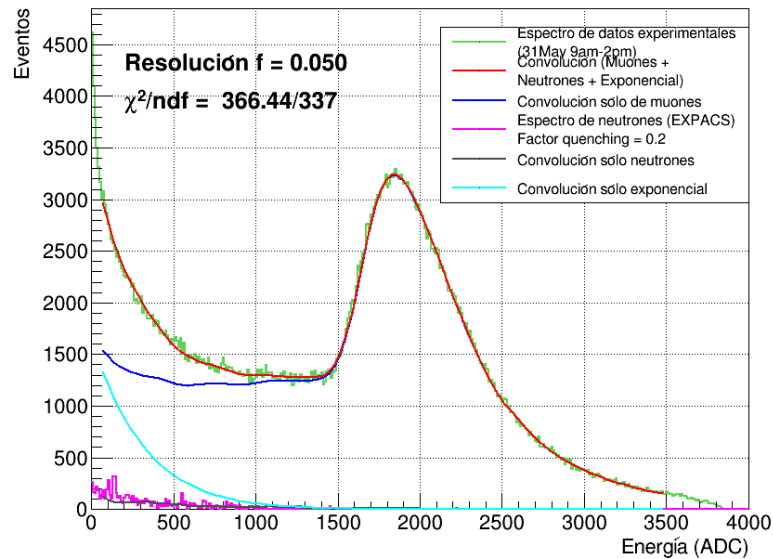


Figura D-3: Ajuste de la función de convolución al espectro experimental (verde), con componentes: (1) muones cosmogénicos (azul), (2) neutrones cosmogénicos (gris) y (3) electromagnética (cian), en un rango de energías de 50-3500 ADC. En magenta, el espectro de neutrones (*factor quenching* 0.2 (Figura D-2)).

Apéndice E

Código de la simulación en Geant4

En este apéndice se presentan algunas líneas de código relevantes de la simulación de Geant4.

```
// Elección del tipo de partícula
G4ParticleTable* particleTable = G4ParticleTable::
    GetParticleTable();
G4ParticleDefinition* particle = particleTable->
    FindParticle("mu-");

// Radio de la esfera y dimensiones del plano tangente
G4double R = 450.0;
G4double px = 150.0;
G4double py = 150.0;

// Elección de theta por aceptación/rechazo y de phi
G4bool a = true;
while (a) {
    G4double p = G4RandFlat::shoot(0.0, 1.0);
    G4double theta = G4RandFlat::shoot(0.0, 3.1416/2);
    G4double q = pow(cos(theta), 2)*sin(theta);
    if (p<=q) a = false;
}
G4double phi = G4RandFlat::shoot(0.0, 2*3.1416);

// Determinación de la posición y dirección iniciales
del muón
G4double X = R*sin(theta)*cos(phi);
```

```

G4double Y = R*sin(theta)*sin(phi);
G4double Z = R*cos(theta);

G4double u = G4RandFlat::shoot(-px/2, px/2);
G4double v = G4RandFlat::shoot(-py/2, py/2);
G4double x0 = X+u*cos(theta)*cos(phi)-v*sin(phi);
G4double y0 = Y+u*cos(theta)*sin(phi)+v*cos(phi);
G4double z0 = Z-u*sin(theta);

particleGun->SetParticlePosition(G4ThreeVector(x0*cm,y0*
cm,z0*cm));
particleGun->SetParticleMomentumDirection(G4ThreeVector
(-sin(theta)*cos(phi),-sin(theta)*sin(phi),-cos(theta
)));

```

Código E.1: Elección de la posición inicial y dirección de los muones en PrimaryGeneratorAction.cc.

```

// Rango de energía y arreglo de la distribución de
Smith-Duller
G4double Emin = 1e0;
G4double Emax = 1e5;
const G4int ee = 10000;
G4double ES[ee];
G4double dE = (Emax-Emin)/ee;

// Parámetros de la distribución de Smith-Duller
G4double Au = 2e9;
G4double gu = 2.645;
G4double ru = 0.76;
G4double au = 2.5;
G4double y0u = 1000.0;
G4double bmu = 0.80;
G4double cu = 299792458.0e2;
G4double mmu = 105.7/pow(cu,2);
G4double t0mu = 2.2e-6;
G4double r0u = 0.00129;
G4double Bmu = bmu*mmu*y0u*cu/(t0mu*r0u);
G4double lpu = 120.0;
G4double bu = 0.771;
G4double mpu = 139.6/pow(cu,2);

```

```

G4double t0pu = 2.6e-8;
G4double jpu = mpu*y0u*cu/(t0pu*r0u);

// Construcción de la distribución de energías
for (int j=0; j<ee; j++) {
  G4double Eu = Emin+j*dE;
  G4double Epu = (Eu+au*y0u*(1.0/cos(theta)-0.100))/ru;
  G4double Pmu = pow(0.100*cos(theta)*(1-(au*(y0u/cos(
    theta)-100)/(ru*Epu))), (Bmu/((ru*Epu+100*au)*cos(
    theta))));
  ES[j] = Au*(pow(Epu,-gu))*Pmu*lpu*bu*jpu/(Epu*cos(
    theta)+bu*jpu);
}

// Elección aleatoria de la energía inicial de un muón
G4int nbins = ee;
G4RandGeneral GenDist(ES,nbins);
G4double E = Emin + (GenDist.shoot())*(Emax-Emin);

particleGun->SetParticleEnergy(E*MeV);

```

Código E.2: Elección de la energía cinética inicial de los muones en PrimaryGeneratorAction.cc.

```

// Material y constante de Birks de la barra
G4Material* pvt = man->FindOrBuildMaterial("
  G4_PLASTIC_SC_VINYLTOLUENE");
pvt->GetIonisation()->SetBirksConstant(0.122*mm/MeV);

// Saturación en la producción de luz (Ley de Birks)
femSaturation = G4LossTableManager::Instance()->
  EmSaturation();
G4double evis = femSaturation->VisibleEnergyDeposition(
  aStep);

```

Código E.3: Efecto de saturación en la producción de fotones.

```

// Activación de los procesos físicos en la simulación
G4int verb = 1;
RegisterPhysics( new HadronElasticPhysicsHP(verb) );
RegisterPhysics( new G4HadronPhysicsQGSP_BIC_HP(verb));
RegisterPhysics( new G4IonPhysics(verb));

```

```
RegisterPhysics( new GammaPhysics("gamma"));  
RegisterPhysics(new EmStandardPhysics());  
RegisterPhysics(new G4DecayPhysics());  
RegisterPhysics(new G4RadioactiveDecayPhysics());
```

Código E.4: Procesos físicos activados en `PhysicsList.cc`

Referencias

- [1] J. Alvarez, J. F. Valdés-Galicia, “Analysis of the Effects of the Thunderstorms in the Muon and Electromagnetic Component of the Cosmic Rays in Mexico City during 2004”, *Proceedings of the 31st ICRC*, Lodz, 2009.
- [2] Alberto Hernández García, Tesis de Licenciatura “Registro y corrección de efectos atmosféricos en los datos de muones de C. U., D. F.”, Facultad de Ciencias, UNAM, 2004.
- [3] W. L. Leo, “Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments”, Springer Verlag, Berlin, 1987.
- [4] R. C. Fernow, “Introduction to experimental particle physics”, Cambridge University Press, 1986.
- [5] C. Patrignani *et al.* (Particle Data Group), *Chin. Phys. C*, **40**, 100001 (2016) and 2017 update.
- [6] R. M. Sternheimer, *et al.*, “Density effect for the ionization loss of charged particles in various substances”, *Phys. Rev. B* **26**, 6067 (1982).
- [7] L. Landau, *J. Phys. (USSR)* **8**, 201 (1944).
- [8] D. H. Wilkinson, “Ionization energy loss by charged particles Part I. The Landau distribution”, *Nucl. Inst. Meth. Phys. Res. A* **383** (1996) 513-515.
- [9] P. V. Vavilov, “Ionization Losses of High-Energy Heavy Particles”, *Sov. Phys. JETP*, **5**, 749 (1957).
- [10] P. K. F. Grieder, “Cosmic rays at earth: researcher’s reference manual and data book”, Elsevier, 2001.
- [11] R. Bellotti, *et al.*, “Measurement of the negative muon spectrum between 0.3 and 40 GeV/c in the atmosphere”, *Phys. Rev. D* **53**, 35 (1996).

- [12] R. Bellotti, *et al*, “Balloon measurements of cosmic ray muon spectra in the atmosphere along with those of primary protons and helium nuclei over midlatitude”, *Phys. Rev. D* 60, 052002 (1999).
- [13] M. Boezio, *et al*, “Measurement of the flux of atmospheric muons with the CAPRICE94 apparatus”, *Phys. Rev D* 62, 032007 (2000).
- [14] S. Coutu, *et al*, “Energy spectra, altitude profiles, and charge ratios of atmospheric muons”, *Phys Rev. D* 62, 032001 (2000).
- [15] S. Haino *et al*, “Measurements of primary and atmospheric cosmic-ray spectra with the BESS-TeV spectrometer”, *Physics Letters B*, 594 (2004) 35-46.
- [16] J. A. Otaola, J. F. Valdés-Galicia, “Los rayos cósmicos: mensajeros de las estrellas”, Fondo de Cultura Económica, México, 1995.
- [17] Reporte Rayos Cósmicos. URL: <http://www.sciesmex.unam.mx/blog/reporte-rayos-c%C3%B3smicos-2017-08-03/>
- [18] S. Checchini, M. Spurio, “Atmospheric muons: experimental aspects”, *Geosci. Instrum. Method. Data Syst.*, 1, 185-196, 2012.
- [19] J. A. Smith, N. M. Duller, “Effects of pi meson decay-absorption phenomena on the high-energy mu meson zenithal variation near sea level”, *Journal of Geophysical Research*, 64, 2297-2305 (1959).
- [20] S. Chatzidakis *et al*, “Developing a cosmic ray muon sampling capability for muon tomography and monitoring applications”, *Nucl. Inst. Meth. Phys. Res. A* 804 (2015) 33-42.
- [21] H. Jokisch *et al*, “Cosmic-ray muon spectrum up to 1 TeV at 75° zenith angle”, *Physical Review D*, 19 (1979) 1368-1372.
- [22] S. Tsuji, *et al.*, “Measurements of muons at sea level”, *J. Phys. G: Nucl. Part Phys.*, 24, 1805-1822 (1998).
- [23] REXON, RP-408. URL: <http://www.rexon.com/RP408.htm>
- [24] NIM, CAEN Electronic Instrumentation. URL: <http://www.caen.it/csite/Product.jsp?Type=Product&parent=12>
- [25] VME, CAEN Electronic Instrumentation. URL: <http://www.caen.it/csite/Product.jsp?parent=11&Type=product>

- [26] Maximum Integrated Data Acquisition System (MIDAS). URL: https://midas.triumf.ca/MidasWiki/index.php/Main_Page
- [27] Diana Patricia Méndez Méndez, Reporte de Servicio Social, Facultad de Ciencias, UNAM, 2013.
- [28] ROODY. URL: <https://www.triumf.info/wiki/DAQwiki/index.php/ROODY>
- [29] ROOT: A modular scientific software framework. URL: <https://root.cern.ch/>
- [30] P. A. Tipler, R. A. Llewellyn, “Modern Physics”, W. H. Freeman and Company, 2008.
- [31] K. R. Symon, “Mechanics”, Addison-Wesley Publishing Company, 1971.
- [32] PDG, Atomic & Nuclear Properties (Air). URL: http://www-pdg.lbl.gov/2017/AtomicNuclearProperties/MUE/muE_air_dry_1_atm.txt
- [33] J. B. Birks, “Scintillations from Organic Crystals: Specific Fluorescence and Relative Response to Different Radiations”, *Proc. Phys. Soc.* A64 874 (1951).
- [34] L. Torrisi, “Plastic scintillator for relative dosimetry in proton-therapy”, *Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res. B* 170 (2000) 523-530.
- [35] GEANT4: a toolkit for the simulation of the passage of particles through matter. S. Agostinelli et al. [GEANT4 Collaboration] *Nucl. Inst. Meth. Phys. Res. A*, 506 (2003) 250-303. URL: <https://geant4.web.cern.ch/geant4/>
- [36] iAIDA: an implementation of AIDA in C++. URL: <http://iaida.dynalias.net/Intro.html>.
- [37] A. Infantino, *et al*, “FLUKA Monte Carlo assessment of the terrestrial muon flux at low energies and comparison against experimental measurements”, *Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res. A* 838 (2016) 109-116.
- [38] D. C. Baird, “Experimentación: Una introducción a la teoría de mediciones y al diseño de experimentos”, Prentice Hall, 1991.
- [39] EXPACS. URL: <http://phits.jaea.go.jp/expacs/>
- [40] E. W. Blackmore, *et al*, “Terrestrial Muon Flux Measurement at Low Energies for Soft Error Studies”, *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 62, 6, 2015.
- [41] L. Reichhart, *et al*, “Quenching Factor for Low Energy Nuclear Recoils in a Plastic Scintillator”, arXiv:1111.2248v1 (2011).

- [42] H. R. Vega-Carrillo, E. Manzanares-Acuña, “Study of the environmental neutron spectrum at Zacatecas City”, IAEA INIS Report number: INIS-MX-1379, RN: 35002764, Mexico (2003) 16 National Congress of Solid State Dosimetry, Mexico City, 10-12 Sep 2003.