UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MEXICO

MAESTRIA EN DOCENCIA PARA LA EDUCACION

MEDIA SUPERIOR (MATEMÁTICAS)

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES ACATLAN

"EL AJEDREZ COMO MEDIO PARA LA APROPIACIÓN DE ASPECTOS DEL MÉTODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS: EL ESTUDIO DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA"

TESIS

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

MAESTRO EN DOCENCIA PARA LA EDUCACIÓN

MEDIA SUPERIOR EN MATEMÁTICAS

P R E S E N T A:

JOSE IGNACIO ORTIZ CERVANTES

COMITE TUTORIAL:

DR. JOSÉ ALBERTO MONZOY VÁSQUEZ. E.N.C.C.H. NAUCALPN
MTRO. VICTOR JOSÉ PALENCIA GOMEZ. FES-ACATLAN
DRA. MARÍA TERESA ALICIA SILVA Y ORTIZ. FES-ACATLAN
DRA. BEATRIZ TRUEBA RÍOS. FES-ACATLAN
MTRA. ELENA DE OTEYZA DE OTEYZA. FES-ACATLAN

SANTA CRUZ ACATLÁN, ESTADO DE MÉXICO ABRIL 2018

Dedicatoria y Agradecimiento

A:

Mi madre, quien me apoyo en cada momento de mi vida,

Mi padre, por ser parte medular en mi adolescencia.

Mis hermanos, por ser parte del desarrollo integral de mi persona.

Mi entera gratitud a la UNAM por darme la oportunidad de estudiar y trabajar en ella, proporcionándome conocimiento para poder desarrollarme dentro y fuera de la Universidad.

Mis amigos, que estuvieron en esos momentos esparcimiento cultural (Manuel, Cecilia, Víctor, Francisco, Santos, José juan, Luis, Marco, Alfredo, etcétera).

Mis profesores, por ser personas tan preparadas y con una enseñanza/aprendizaje trascendente (Juan Recio, Víctor Palencia, Mauricio Pilatowsky, etc.)

Mi comité sinodal, quienes con su paciencia y dedicación me enseñaron hacer una tesis. Así mismo también me orientaron e instruyeron en este camino, proporcionando tiempo y respeto a una tesis que al principio carecía de camino y formalidad (Alberto Monzoy, Teresa Silva, Elena de Oteyza, Víctor Palencia, Beatriz Trueba).

INDICE

LISTA DE IMÁGENES

Lista de tablas

Resumen

La investigación busca documentar el aprendizaje de la Función Cuadrática vía Resolución de Problemas usando en paralelo el ajedrez para facilitar elementos Metacognitivos, psicopedagógicos, morales, sociales, entre otros, generando con ello material de trabajo.

Así también trata de evidenciar la importancia del Ajedrez para la enseñanza de las Matemáticas, estableciendo un puente Metacognitivo vía Resolución de Problemas. Es decir, si en el proceso de Aprendizaje del juego de ajedrez se hace énfasis en el método de resolución de problemas con respecto a la Metacognición (Reflexión auto-control y autoevaluación) entonces se posibilita la apropiación de estos aspectos a la hora de resolver problemas en las matemáticas: la función cuadrática.

Si bien el juego de Ajedrez se puede considerar como una herramienta facilitadora de los elementos antes descritos entonces dicha herramienta contribuye a superar las dificultades del aprendizaje matemático por medio de la imaginación, memoria, elaboración de heurísticas, toma de decisiones, algoritmos, etc. y con ello el estudiante, a la hora de aprender matemáticas reflexione y se apropie del concepto. Generando así un aprendizaje significativo y dichas herramientas pueden ser transferidas al entendimiento de otras materias o conceptos de una forma más fácil y natural.

ABSTRACT

The aim of this research is to register the learning of the “square function” through the “Problem Resolution” by simultaneously using chess in order to promote the acquisition of metacognitive, psycho-pedagogic, ethical, elements, among others. This will in turn develop working material.

In this way, this research tries to demonstrate the significance of chess for teaching mathematics building a Metacognitive bridge via problem resolution. That is, if the metacognition of problem resolution is highlighted during the process of learning chess, the acquisition of the aforementioned elements is facilitated when mathematical problems are solved: Square Function.

As far as chess can be seen as a tool that promotes the development of the above mentioned elements, such tool, which involves imagination, memorization, heuristic creation, decision making, algorithms and so forth, helps to overcome the difficulties linked to the difficulties in learning mathematics. Thanks to this, students will meditate and internalize the concept, generating in this way meaningful learning, and such tools can be transferred to the comprehension of other subjects or concepts in a more natural and easy manner.

INTRODUCCIÓN.

La Matemática es una belleza, ya sea por líneas deductivas o demostrativas, el ser humano a través de la historia ha buscado en ella una interpretación de la naturaleza o una concepción de sus colores intrínsecos que ésta tiene como lenguaje del universo. No obstante también se ha visto en la necesidad de encontrar formas para enseñar esta ciencia, surgiendo estrategias para dar sustento a la enseñanza de la misma. Pero si bien, aún no se encuentra el hilo dorado de la Enseñanza Aprendizaje de la Matemática, han surgido teorías que llevan la enseñanza mediante el conductismo, constructivismo, etc., buscando el concepto de esta ciencia en el laboratorio del saber (aula).

La investigación está realizada en el Escuela Nacional Colegio de Ciencias y Humanidades-Naucalpan (CCH-Naucalpan) el cual es uno de los 5 planteles del CCH (cada plantel educa entre 10 a 13 mil estudiantes), donde la edad promedio es 16 años. El 90% de los estudiantes son adolescentes con cambios constantes físicos, químicos y psicológicos. Por eso se tomó una población de segundo semestre, donde su edad oscila entre 15 y 16 años.

Dentro del programa de matemáticas del colegio se sugiere la estrategia de Enseñanza vía Resolución de Problemas, donde se trata de propiciar en el alumno elementos como el autocontrol, reflexión, autoevaluación, etc., pero para la mayoría le es complicado desarrollar el autocontrol cuando se está resolviendo un problema matemático; detenerse para revisar lo que lleva hecho. Y si lo requiere el problema saber dónde regresar, para escoger una vía alterna que genere una solución óptima del problema matemático. Propiciar el desarrollo de estas habilidades en el alumno, parece ser una tarea casi imposible. Pero el ajedrez puede servir como una fuente facilitadora del autocontrol, reflexión, etc., ya que el jugador está en una constante revisión, evaluación y replanteamiento de sus ideas estratégicas; las cuales pueden servir como un canal significativo.

Por eso se decide aplicar la investigación a dos grupos de Matemáticas II en el tema de Función Cuadrática (Programa 2013) del turno vespertino. Grupo A los días lunes-miércoles-viernes y grupo B martes-jueves-viernes. Ambos en el horario de 2-4pm, salvo los viernes de 2-3pm grupo A y el otro de 3-4pm. Ofreciéndoles a los alumnos del grupo A clases de ajedrez, de 1 a 2 pm (lunes a viernes) en el área de matemáticas; aceptando dos mujeres y cuatro hombres. **Todo esto con el fin de comparar en ambos grupos sus habilidades para resolver problemas por medio de la estrategia de enseñanza de Resolución de Problemas.**

En la investigación se expone la materialización de una propuesta de enseñanza en la que se considera el Ajedrez como un sustento metacognitivo; facilitando elementos como la reflexión, auto-evaluación, monitoreo, autocontrol, memoria, carácter para la toma de decisiones y otros; de una manera amigable y hasta habitual. Generando no sólo la aprehensión de conceptos matemáticos, sino también de habilidades y conocimientos que son tomados en otras materias y/o aplicados en la vida diaria. Convirtiendo el juego de ajedrez es una herramienta de apropiación de conocimientos multidisciplinarios.

En la reseña de este trabajo de investigación se distinguen tres fases referentes a la propuesta de enseñanza: su factibilidad, su implementación y su validación.

La Factibilidad de la propuesta se sustenta en las siguientes premisas:

- La *relación* entre el análisis de una partida de Ajedrez y su aplicabilidad en la resolución de problemas matemáticos (Función Cuadrática).

- El *análisis* de una partida de Ajedrez tiene al menos cinco elementos (Planeación, auto-control, auto-evaluación, reflexión y Pensamiento matemático) que ayudan al registro de representación del concepto matemático.

- La *coordinación* de diferentes representaciones de un concepto promueve su aprehensión.

En la implementación de la propuesta se enfatizan los cinco elementos que sirven como puente Metacognitivo entre el análisis en una partida de Ajedrez (jugando, estudiando y/o resolviendo) y la resolución problemas matemáticos: Función Cuadrática.

Dentro de la validación del proyecto se recogió **información empírica** que evidencia la madurez periódica de los cinco elementos en el ajedrez aplicados de forma paralela en la clase de matemáticas (Función Cuadrática) de manera implícita.

La enseñanza y la apropiación de los cinco elementos en el ajedrez y la matemática, tiene como objeto múltiples aptitudes y actitudes; una de ellas es generar en el alumno el hábito de reflexionar, tomando en cuenta las múltiples variables que puede tener un problema, para tener una solución óptima. O como dice Elizabeth Carruthers y Maulfry

Worthington, en su libro: *Understanding Children's Mathematical Graphics BEGINNINGS IN PLAY* (pág., 35, 2011) "Los niños utilizan diversos medios y recursos para explorar y representar sus ideas a través de "signos" o herramientas simbólicas, y estos recursos semióticos son ricos en significado potencial.
Así como las herramientas físicas (tales como martillos o palas) nos permiten resolver problemas físicos, la elaboración de actividades **semióticas** dan lugar a herramientas simbólicas que pueden ser utilizados para resolver determinados problemas mentales (Vygotsky 1989)".

Una analogía en la investigación sucede cuando el profesor muestra una partida de ajedrez manifestando los posibles caminos que puede tomar la partida, pero se le cuestiona al alumno sobre el camino óptimo. Los elementos intrínsecos que tiene el cuestionamiento se retoman en la enseñanza de la Función Cuadrática en el aula.

> ¿Acaso la apropiación de los cinco elementos en el ajedrez tiene el mismo efecto en la matemática?

Con el objeto de atender la pregunta anterior se genera un análisis planteando, el diseño, material y elaboración de un ambiente que cuestione la apropiación metacognitiva en la clase de ajedrez y matemáticas (orden cronológico).

La revisión y análisis de las partidas de Ajedrez se generaron a través de su representación geométrica, algebraica y descriptiva.

Ya que en la matemática, en ocasiones es complejo hacer los cambios de representación, es decir; pasar de la expresión algebraica a la geométrica o gráfica. Por otro lado cuando uno juega ajedrez de manera seria, hace estos cambios sin percatarse de la complejidad que éste puede resultar para los externos al juego. Botvinnik (Gran Maestro de Ajedrez del siglo XX) se refería a este proceso como un cambio equilibrado (adecuado).

Así mismo se puede considerar una fuerte correlación entre el *juego simbólico* y la alfabetización del sujeto. Y por ende se podría considerar una relación estrecha con las representaciones matemáticas. Ya que tales representaciones se refieren generalmente, como las matemáticas **escritas**. Aunque también en ocasiones incluyen dibujos, formas geométricas, tablas y gráficas; alternativamente el término 'notación' se utiliza a veces refiriéndose a la matemática.

La *explicación inductiva* de las respuestas a las preguntas anteriores y la elaboración del entorno de enseñanza Ajedrez-Matemáticas. Está contenida en los siguientes capítulos de está disertación.

En el Capítulo 1 se citan algunas *variables* sociales, psicológicas, familiares, etc. que repercuten en el aprendizaje del alumno y enfatizan la importancia que tiene el maestro en el aprendizaje del alumno. Ya que si bien estas variables no son puras de matemáticas repercuten en el aprendizaje del alumno, aunque el juego de Ajedrez es también una vía de escape donde el alumno se puede refugiar para fortalecer su desarrollo psicológico y formativo

Por lo que en dicho capítulo se observa al alumno como un individuo susceptible a eventos sociales y psicológicos. Y tratar de ubicar al maestro como el eslabón en el aprendizaje con repercusiones psicológicas, sociales, etc. en el alumno.

En el capítulo 2 se presenta el fundamento teórico del proceso cognoscitivo y metacognitivo; desde un enfoque constructivista de teóricos como: Piaget (Teoría del Juego), Vigotsky (Zona de desarrollo Próximo), Polya (Planeación), Shoenfeld (Metacognición), Santos Trigo (Pensamiento Matemático), Kasparov (Ajedrez revolucionado), etc. Situando al estudiante, como un sujeto que interactúa para lograr el aprendizaje. Cabe mencionar que tales aportaciones de los teóricos antes mencionados, se retoman en la investigación para generar el puente metacognitivo entre las estrategias y habilidades apropiadas en el Ajedrez a las Matemáticas (función cuadrática). Es decir, en este capítulo se le da sustento teórico a los procesos que se llevan a cabo en dicho puente. Algunas de las habilidades y estrategias son la reflexión, monitoreo, autocontrol, planeación, asimilación de posibles caminos para la solución de un problema, valoración de la solución y la optimización de la solución. No obstante también se trabaja de manera indirecta el respeto a sus pares, el respeto hacia sí mismo, etc. Los cuales sirven como directriz para la preparación del material educativo en las clases de ajedrez y matemáticas.

El capítulo 3 genera el material educativo, donde se busca primero ubicar el nivel de conocimiento de matemáticas y de ajedrez; cabe mencionar que por un lado el grupo de matemáticas y por el otro, al grupo de Ajedrez (la población se toma de los interesados en tomar clases del grupo de Matemáticas). Posteriormente se genera el material que busca el aprendizaje Matemático y Ajedrecístico (según sea el caso) y apropiación de las estrategias de aprendizaje mencionadas en el Capítulo I y II. Es decir, tomando en cuenta los aspectos psicológicos, formativos, lógicos y matemáticos (constructivista). Cabe mencionar que una parte del material de matemáticas se generó con el apoyo del SW Dinámico (Geo Gebra). Buscando promover el respeto, la reflexión de los planteamientos desde el inicio de la investigación, evolución y termino de la misma. Así mismo fortalecer la seguridad del estudiante, el autocontrol, integridad del estudiante con sus pares, comprensión de lectura, etc. Las habilidades antes mencionadas se trabajaron también con el grupo de ajedrez, buscando fortalecer el puente metacognitivo.

En el Capítulo 4 se hace la *aplicación de la estrategia* E/A, mostrando el desarrollo y experiencias por la parte matemática y el ajedrez. Donde momento a momento se enriquecen las clases mediante Resolución de Problemas, Metacognición, procedimientos conceptuales, procedimentales y actitudinales. Entablando un puente metacognitivo de habilidades adquiridas por medio de las clases de ajedrez para luego usarlas en las clases de matemáticas de una forma más sencilla y habitual.

Los *resultados de la investigación* se muestran en el Capítulo 5; donde se hace énfasis en la importancia del análisis y cuidado que debe tener el profesor en la elaboración de heurísticas, ya que éstas deben ir orientadas en lo que quiere lograr en el alumno; se debe considerar aprendizajes que vayan más allá de lo matemático. Generando así un aula integral, donde se incluyen problemas interdisciplinarios, morales y éticos. Por ejemplo: la experiencia ajedrecística y matemática que tuvieron los alumnos, hay quienes no les gustaba la matemática pero por medio del ajedrez vieron la importancia del autocontrol y la reflexión. Generando momento a momento una lucha con el oponente y consigo mismo. Todo esto se logra con base en una interpretación de los resultados para alcanzar el objetivo principal (Documentar el aprendizaje de la función cuadrática vía resolución de problemas usando en paralelo el ajedrez, para facilitar el desarrollo de la reflexión, autocontrol y autoevaluación.).

CAPÍTULO 1: EL ALUMNO COMO PARTE DE LA SOCIEDAD.

"El Objetivo de la educación es la virtud y el deseo de convertirse en un buen ciudadano".

Platón (427-327 a. C.)

1.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se tiene como objeto el argumentar la importancia de variables sociales y psicológicas, que tienen efecto en la enseñanza del alumno. Bajo esta directriz se busca dar una respuesta parcial a la pregunta de investigación.

> ¿De qué manera impactan las variables sociales y psicológicas en el aprendizaje matemático del alumno?

La enseñanza de la Matemática es una de las más hermosas profesiones donde muchos profesores no están motivados sólo por el dinero, ni por las ganancias materiales ni siquiera por las aplicaciones prácticas que pueda tener su trabajo, para muchos lo que importa es la satisfacción de dar solución algunos de los problemas más grandes sin resolver que han burlado a generaciones. Él ¿cómo enseñar matemáticas?

Convencido que la educación es la herramienta más potente para rescatar la ética y la moral que hoy en día se encuentra fracturada en la mayoría de los adolescentes (sin importar el nivel o estatus social), se hace un llamado a las variables formativas que se recomiendan tratar en el aula de manera directa o indirecta. Ya que no basta conocer los temas o problemas derivados de nuestra materia, también se deben incluir temas de otras materias en forma implícita en los problemas matemáticos, así como fortalecer la actitud, carácter y emociones del alumno.

Dentro de la formación matemática y social del alumno yace la necesidad del maestro de Matemáticas, puesto en los últimos años se ha visto un elevado deterioro de los principios éticos y morales, los cuales forman parte importante del desarrollo óptimo del adolescente y la sociedad; donde el problema de la corrupción y la carencia de la moral, se están convirtiendo en el principal enemigo de la Educación. Puesto que este flagelo está afectando no sólo a los órganos educativos y funcionarios del Estado, sino también a otros componentes de la sociedad. Por ejemplo: en el ajedrez cuando hay un peón que obstaculiza el desarrollo de las piezas, hay sacrificios que se tienen que hacer ya sea en tiempos o piezas. Puesto el objetivo es ganar de algún modo.

Para Sócrates la Educación consistía en aquello que comprende la virtud y puede conseguir que la gente sea y actúe conforme a la moral (Juan, J. 1997).

Así pues el estudiante vive en un constante duelo entre la moral que le dicta la sociedad y el momento psicológico que experimenta día a día. Por lo que se considera importante tratar de entender la etapa psicológica por la que está pasando el estudiante (adolescencia) sin dejar a un lado aspectos familiares y económicos por lo que puede experimentar este.

Es decir, la etapa del adolescente (15-18 años) es una belleza si se sabe aprovechar pero de lo contrario es una etapa que puede marcar la vida de una manera difícil. En esta etapa se pone en tela de juicio la autoridad, se tiene al gran amor (se hacen cosas en contra de nuestros valores), se confía ciegamente en los amigos, etc. Pero también es la etapa de crear sueños, fortalecer el carácter, conciencia de los vicios, etc. Por lo que el sujeto a esta edad es un ser muy volátil en sus ideologías y tratan de adoptar estereotipos en busca de su identidad y tratando de pertenecer a un grupo. Ya sea por ser aceptado ante un grupo social o simplemente elevar su egocentrismo. Por ello se buscará entender la etapa psicológica del sujeto abordando teóricos como Mauricio Knobel y Aníbal Ponce. Cabe mencionar que el ajedrez puede ser un medio de regulación de esta etapa, situando al sujeto en un ambiente social competitivo pero donde se fortalecen los valores, hábitos del estudio, etc. Llevando el desarrollo social del adolescente por medio de la socialización con sus pares.

1.2 La importancia del Profesor en la formación del alumno.

Recordando el viejo dicho, <<no hay maestro sin alumno>>. El mismo Pitágoras después de su viaje en busca del conocimiento, al regresar a su natal isla tiene que pagarle a un niño para que tome clase con él. Ya que sus amigos se aglomeraban cuando Pitágoras les contaba anécdotas de sus viajes, pero cuando les trataba de enseñar (matemáticas, filosofía, música, etc.) estos se aislaban. En contraste, el hecho de que el estudiante pase gran parte de su vida en la escuela no lo deja exento de la inflación, reformas energéticas, educativas, etcétera. Puesto que el alumno está inmerso en un contexto sociocultural y económico. Alguna de estas reformas pone en reflexión la profesionalización con la que se debe conducir el profesor, para motivar al alumno a superarse, mediante la preparación, el estudio y la investigación. Ya que hoy en día en México, se vive un proceso generador de obreros. Rosales en su libro, *Didáctica Núcleos Fundamentales*, (1996) manda un mensaje al lector mostrando al individuo perteneciente a una sociedad con la necesidad de reflexionar como elemento de la sociedad.

¿Cómo hacer alumnos reflexivos para ellos y la sociedad?

Hablar de *alumnos Reflexivos* para ellos y la sociedad. Es una labor que debe desarrollar el maestro en el alumno. Es decir, crear conciencia en el alumno de su entorno, la importancia de generar objetivos para alcanzarlos, el lugar que ocupa en la sociedad, etc. Así como fortalecer la habilidad de autorregular sus emociones y actitudes para alcanzar sus objetivos. Cuando un jugador de ajedrez se encuentra en una posición crítica debe tomar un camino considerando la ventaja que adquiere, pero considerando el tiempo que lleve ésta para ajustarse.

La *delincuencia* va en aumento y una de las variables causantes es el poco interés que tiene el adolescente en el estudio, en las últimas décadas el grado de importancia que se le ha dado a la educación, carece de sentido común.

Por ejemplo, hoy en día los padres tienen que trabajar más, ya que el índice de inflación en México es de 4.09% aproximadamente y el porcentaje del aumento salarial es del 3.9% ($64.76 a $67.28) según la página de Internet, El Economista (Reuters. 07 de Septiembre-2014). Por otro lado en el CCH (*Informe sobre la Gestión Directiva 2012-2013)* entre 2006 y 2012 el ingreso económico familiar mensual presenta ligeras variaciones, hay un crecimiento en el porcentaje de familias que ganan menos de dos salarios mínimos. Así pues, este factor puede inferir en el aprendizaje del alumno.

No hay que olvidar que el adolescente tiene un fuerte crecimiento constante en sus sueños, lugar de pertenencia, etc. por lo que se puede deducir que en el aula se tienen estudiantes susceptibles e inestables. Ya que su pensamiento de autosuficiente encontrado con su ignorancia y egocentrismos hace del adolescente del CCH un sujeto que lucha por su reconocimiento social; ya sea por medio de choques en contra de la autoridad (profesores, padres y/o Dirección) o simplemente generando desinterés en el estudio y fortaleciendo por otro lado la pertenencia a un grupo social no controlado; donde se pueden encontrar con vicios o malos hábitos.

Por otro lado el docente debe considerar estos elementos para estar en una *mejora continua* para tratar de resolver las contradicciones y vacíos epistemológicos, metodológicos y teóricos de su enseñanza, con el objeto de valorar lo que sabe y espera hacer en pro de la educación y la sociedad (el profesor es parte de la educación).

Cuando hay un grupo de alumnos de ajedrez estos se regulan por medio de la necesidad de reflexionar y la disciplina de este juego. Obviamente el profesor sirve también como regulador de la formación educativa y cognoscitiva.

Para José M. Esteve se deben perfilar dos vías distintas para organizar la formación de profesores. Una por medio de modelos profesionales simultáneos y otro por modelos sucesivos (2005).

- Modelos profesionales simultáneos: se diseñan títulos profesionales dedicados a la docencia integrando al mismo tiempo la formación científica y la formación psicopedagógica.

- Modelos sucesivos: se exige una formación científica previa, certificada por otro centro universitario, antes de acceder a la formación profesional.

Así pues podemos describir al profesor como un individuo que construye y se construye así mismo, en un contexto de interacción social específico. En el ejercicio de su profesión, cuya función esencial es la educación integral de sus estudiantes.

En este entendido se considera pertinente hablar de ética y moral. En el profesor del CCH tiene retos no sólo académicos, sino también de carácter social, económico, etc.

Ya que se enfrenta a una población muy diversa en cuanto estatus social, localidad de los alumnos, grupos ideológicos, vicios (drogas), alumnos con un gran choque con la autoridad. Donde el profesor del CCH debe ser también un *reforzador de la ética* y *la moral* en el alumno. Por lo que una alternativa puede ser, tomar en cuenta elementos lúdicos (ajedrez) para trabajar estos dos elementos filosóficos.

Bajo estos lineamientos filosóficos podemos deducir que el docente en el CCH debe tener pleno conocimiento de lo que enseña, a quién enseña, cómo enseña y para qué lo enseña. Ya que la enseñanza docente es parte de la formación del alumno y del profesor con efectos transitivos y principalmente con base al conocimiento significativo.

1.3 DESARROLLO PSICOLÓGICO DEL ADOLESCENTE.

La etapa del *adolescente* es una riqueza de facetas psicológicas donde el individuo busca pertenecer a un grupo o ser reconocido por la sociedad de algunas forma. Así también reta a la autoridad, es decir: para el adolescente no todo lo que dice el padre es cierto se atreve a proponer sus observaciones aunque éstas carezcan de veracidad. Mauricio Knobel (1999), considera la adolescencia como un fenómeno humano, cultural y social; en cuanto a su desarrollo como un fenómeno específico dentro de toda historia del desarrollo del ser humano y por otra parte, estudia su expresión circunstancial ya sea geográfica o temporal (histórico-social). Bajo esta directriz Knobel afirma que el elemento socio-cultural influye demasiado en las manifestaciones de la adolescencia.

El adolescente experimenta continuamente una serie de *sentimientos intensos y nuevos*, los cuales muchos de estos responden a una amistad amorosa. Generando en ocasiones efectos positivos (apoyo sentimental respectos momentos tristes) y/o negativos haciendo que el estudiante sacrifique proyectos, objetivos y/o ideas por satisfacer al menos uno de los deseos o caprichos de la amistad amorosa. El amor adquiere una resonancia orgánica en la intimidad más profunda del instinto del adolescente.

Por estas razones y más, el adolescente experimenta un gran número de emociones que inciden en su desarrollo social y aprendizaje Matemático, estas actitudes lo caracterizan en la sociedad por su determinación, conocimiento, emociones, etc. Alguno de estos elementos los exploraban filósofos como Platón el cual consideraba la virtud del intelecto como la sabiduría, o el conocimiento de los fines de la vida; la de la voluntad es el valor, la capacidad de actuar, y la de las emociones es la templanza, o el autocontrol (Abad P. 1997).

Siguiendo el mismo vector actitudinal y cognoscitivo Aníbal Ponce (1939) enuncia tres etapas del ser humano. Infancia, puericia y adolescencia.

Infancia (0-7años) a esta edad se define la personalidad de los niños. Posteriormente se experimenta la etapa de la puericia (7–12 años) y por último viene la etapa de la adolescencia (13-25 años). Cabe señalar que para la Real Academia Española la puericia es el periodo de la vida humana que media entre la infancia y la adolescencia. (2016)

En la adolescencia surgen distractores muy complicados de atender, puesto que el alumno se comienza a preocupar por el físico y el lugar que ocupa en la sociedad, y en algunos momentos desatiende el proceso de aprendizaje por el que está pasando para atender la parte emocional y rebeldía con la autoridad. Recordando que la personalidad se reconstruye sobre la base de una nueva sinestesia

Otra de las variables psicológicas que repercuten en el aprendizaje del estudiante es la *construcción de su personalidad*; aun cuando el alumno pertenezca a un mismo grupo social, esto no quiere decir que va a responder bajo la misma estrategia de Enseñanza, ya que el alumno también experimenta momentos como la alegría, tristeza, tendencia sexual, angustia, rebeldía, amistad, amor por un amigo o afín, etc.

Por ejemplo: La amistad en los niños es muy subjetiva puesto que la gran mayoría prefieren jugar en soledad. A cambio el adolescente no se preocupa por escuchar a los demás, si no que busca un apoyo, un confidente para su toma de decisiones. Es aquí donde también puede entrar el juego de ajedrez; lleno de reflexión, autocontrol y socialmente ético y moral. Imagínese un ambiente donde los adolescentes juegan y comparten ideas en base al respeto, reflexión y autocontrol.

Imagen 1. Profesor de matemáticas y ajedrez (promoviendo ajedrez).

Según Domínguez Laura en la revista electrónica *La adolescencia y la juventud como etapas del desarrollo de la personalidad* hace referencia al Aleman Kurt Lewin cuando trata de describir la adolescencia como una etapa que está determinada por el carácter marginal o posición intermedia que ocupa el sujeto en relación con quienes le rodean. Es decir, ya no pertenece al mundo infantil, pero tampoco ha alcanzado el estatus de adulto. Esta situación genera en el adolescente contradicciones y conductas extremas; puesto que el adolescente por momentos es tímido otras veces agresivo, tiende a emitir juicios absolutos y todas estas conductas son en primer término, consecuencia de su marcada inseguridad (2008).

Por otro lado, Freud comprende la adolescencia como la etapa *genital* (12-15 años), período en que tras una etapa de latencia en la edad escolar, durante la cual la sexualidad dejó de ejercer sus presiones momentáneamente, se renueva la lucha entre el ello y el yo, ya que los cambios biológicos (maduración sexual), vuelven a poner en el centro de atención del individuo su sexualidad.

Es decir, se da un *conflicto* entre el ello y el súper yo. Lo cual, este conflicto se genera entre el principio del placer y el principio del deber, del estudiante.

El respeto al adulto y las reglas que este impone, ha disminuido enormemente y en vez de seguir aceptando las reglas, el adolescente pone en juicio la autoridad y las reglas.

También se puede considerar la situación familiar como una variable que repercute en el aprendizaje del adolescente. Para poder entender esta variable se debe tratar de entender ¿qué es la familia? La familia es uno de los pilares dentro de la formación del individuo perteneciente de la sociedad actual y futura.

El juego de ajedrez es un ejemplo evidente de la *familia* donde se fortalece la ética, la moral y muchos más factores. Puesto que cuenta con reglas bien definidas y la tendencia de respeto entre jugadores es tangible. Una partida de ajedrez, donde el oponente no respeta los valores de la misma no está respetando al jugador y por ende al ajedrez. En 1967 (Interzonal de Sousse) se disputaba una partida entre el Yugoslavo Matulovic y el húngaro Bilek. En la jugada 37 Matulovic pulsó el reloj y dijó: "Ich spreche j'adoube" ("dije compongo”), puesto tal jugada lo llevaba a una derrota inminente y sustituyó el movimiento 37.- Tb1 por 37.-Rf1. Bilek protestó; pero no fue castigada esta artimaña. Cabe mencionar que pese a tener una posición claramente ganadora, luego de este incidente Bilek se desconcentro y cayó en una repetición de movimientos provocando un empate en la partida. Después de esto a Matulovic fue conocido con el seudónimo de J'adoubovic (Matulovic el acomodador).

Imagen 2. Matulovic-Bilek, Sousse 1967. Posición antes de la jugada 38 de las blancas.

Es claro que en el ajedrez se cometen faltas de carácter ético y moral. Pero son castigadas por el medio ajedrecístico, fortaleciendo el respeto entre jugadores.

Mostrándose el juego de ajedrez ante los colegas, aficionados y espectadores, como una *herramienta formadora* de campos conceptuales, procedimentales y actitudinales para la formación del estudiante como individuo. Inclusive el filósofo y psicólogo Karl G (1899), consideraba el ajedrez como un pre-ejercicio de funciones necesarias para la vida adulta, porque contribuye en el desarrollo de funciones y capacidades. Preparando al niño para poder realizar las actividades que desempeñará cuando sea grande. Bajo esta reflexión es oportuno preguntar, ¿El juego de ajedrez sirve precisamente para jugar y para la toma de decisiones?

CAPÍTULO 2. PROCESOS DE APRENDIZAJE Y MÉTODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN EL ALUMNO

El ajedrez es la quinta esencia del Pensamiento Crítico. Para ser un jugador de éxito es necesario testear hipótesis (razonamiento inductivo), derivar por lógica, conclusiones (razonamiento deductivo) y aportar ejercicio de creatividad.

Dianne Horgan (2004)

2.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se verán algunas dificultades que tiene el adolescente (15-18años) en su aprendizaje y algunas de las razones son los obstáculos epistemológicos o las estrategias de enseñanza/aprendizaje. Si bien el ajedrez es un juego; pero no por eso, no se le puede tomar como una herramienta para apropiarse de ciertas habilidades de resolución de problemas. Ya que cuando se juega ajedrez el conocimiento es reflexivo, situando la acción y la resolución de manera autorregulada y autodirigida. Bajo este vector se ven aspectos pedagógicos (teoría del juego) que se pueden considerar a la hora de desarrollar la estrategia de enseñanza.

Por último se ve la complejidad que tiene el alumno al resolver problemas matemáticos, y por ende se evidencia la importancia de la reflexión, planeación, autocontrol, monitoreo y diálogo. Éste último con el objeto de contrastar la factibilidad del juego de ajedrez como facilitador para la apropiación de las herramientas y habilidades en el aprendizaje de las matemáticas.

Los procesos de aprendizaje retomados en esta investigación tienden al constructivismo. Por un lado teóricos de la parte pedagógica, Resolución de problemas y por otros teóricos que hablan del aprendizaje del Ajedrez (relación intrínseca con la Resolución de Problemas).

A continuación se muestra las tablas 1, 2 y 3. Haciendo mención de algunas teorías abordadas en esta investigación.

Teóricos en el área pedagógica (constructivismo)		
Autor	Teoría	Concepto
Jean Piaget (1961)	Teoría cognoscitiva (pp.17)	La construcción de conocimiento es interno al sujeto y modificado en determinada etapa o estadio para un nuevo concepto.
	Teoría del juego (pp.16)	Sitúa la acción y la resolución auto dirigida de problemas directamente al centro del aprendizaje y el desarrollo
Vygotsky (1989)	Sociocultural (pp. 18)	Promueve en el sujeto interiorizar diversos razonamientos y conceptos, para una auto-reflexión.

Tabla 1. Teóricos de la pedagogía.

Teóricos en el Método Resolución de Problemas (constructivismo)		
Autor	Teoría	Concepto
Polya (1965)	R. P. (heurísticas, pp. 42)	• Comprender. • Diseñar. • Ejecutar. • Examinar.
Shoenfeld (1985) Flavell/Brown (1976)	R. P. (Metacognición, pp. 47)	• Reflexión. • Monitoreo. • Auto-control.
Santos Trigo (2010) Cantoral Ricardo (2003)	R.P. (Pensamiento Matemático, pp. 49)	Desarrollo de estrategias y recursos propios de la disciplina en otros campos.

Tabla 2. Teóricos de la Estrategia Resolución de Problemas.

Teórico en el Juego de Ajedrez		
Teórico	Teoría	Concepto
Garry Kasparov (2007)	Cómo la vida como el Ajedrez (pp. 21 y 31 y Tabla 5, pp.56)	Relación entre la vida y el Ajedrez.
Anne Kramer (2013) Sigrun-Heide Filipp (2013)	Psicología Educacional-Ajedrez. (pp. 56)	Los efectos de la lección de ajedrez en aspectos cognoscitivos, motivacionales y desarrollo social en alumnos de primaria. ¿Las clases de ajedrez hacen más intelectuales a los niños?
Bondarewsky (1965)	Combinación (pp. 62, 63 y Tabla 5 pp.53)	La forma en que ideas toman rumbo un fin común.

Tabla 3. Teóricos del Ajedrez.

2.2 El proceso cognoscitivo y Constructivista en el alumno

La parte cognoscitiva del alumno es un laberinto de oportunidades de aprendizaje, existen caminos cortos, largos y caminos sin salida (en este caso pueden ser los obstáculos epistemológicos para aprender matemáticas). Dentro de estos caminos hay guías que ayudan a conceptualizar las matemáticas. Ya sea por exploración interno del sujeto, aprendizaje por medio de socialización, reflexión, autoevaluación, exploración del pensamiento matemático y auto control en la toma de decisiones.

Bajo estas directrices se busca dar sustento teórico a la investigación por un lado mediante el proceso cognoscitivo (Piaget y Vygotsky) y por el otro bajo lineamientos de resolución de problemas usando un puente metacognitivo (Polya, Shoenfeld, Santos Trigo, Garry Kasparov); y con ello establecer un vínculo entre las matemáticas y el ajedrez[1]. Principalmente provocando la apropiación de los elementos metacognitivos, los cuales son más fácil de apropiarse por medio del juego de ajedrez y trascendentes mediante el análisis cualitativo y cuantitativo que este tiene, ya que desde el primer momento que se observa o se imagina una partida, el jugador comienza a establecer un sin número de variantes, escogiendo la mejor en base a la intuición. En palabras del célebre ex-campeón mundial de ajedrez Gary Kasparov (2007), después de sólo tres movimientos de apertura, existen más de nueve millones de posiciones posibles.

Así pues se puede considerar al ajedrez como uno de los juegos más didácticos dentro de la enseñanza de la matemática. Los psicólogos consideran al ajedrez (juego y

---

[1] Chess at Trier-Olewig Primary School Summary and Evaluation of the Outcomes of the German School Chess Foundation www.chessinschools.co.uk/

deporte), como un medio adecuado para analizar las diferencias cognoscitivas de los individuos durante los procesos mentales que se ponen en práctica durante el desarrollo de la partida. Últimamente se ha encontrado una relación intrínseca en la táctica y/o estrategia del ajedrecista y el matemático.

Del mismo modo cuando el alumno juega ajedrez se desarrollan *elementos; Metacognitivos* (conocimiento del proceso, control y la autorregulación y creencias e intuiciones), *cognoscitivo* (la atención, el razonamiento, la memoria y la creatividad), lo *psicológico* (el carácter), *volitivo* (la independencia) y *social*; por ende también se pueden trasladar y reforzar en el aprendizaje de las matemáticas. Así mismo estos procesos se pueden observar en el aprendizaje de las matemáticas, mediante un puente metacognitivo que sirve como eje para el aprendizaje de nuevas habilidades interdisciplinarias.

El aprendizaje de las matemáticas y el ajedrez tiene diversos *procesos* (inteligencia, atención, memoria y lenguaje) para la incorporación del conocimiento. Dentro de estos procesos Piaget y Vygotsky generaron teorías constructivistas, tratando de evidenciar el aprendizaje del individuo.

Por ejemplo Vygotsky ubica al sujeto como una persona social, el cual construye herramientas para el pensamiento dentro de las interacciones sociales; Piaget lo considera como un sujeto epistemológico quien organiza el conocimiento, es decir, la construcción de conocimiento es interno al sujeto.

Estas dos teorías, nos sirven para fundamentar ideas más concretas sobre la enseñanza de las matemáticas por medio del constructivismo y por supuesto vía el juego de ajedrez.

Por lo que el aprendizaje del alumno está ligado de forma directa, con la forma en que se proporcione el conocimiento (enseñanza) o los medios sugeridos para la apropiación de estos. Ya que muchas ocasiones el alumno tiene obstáculos epistemológicos, que el profesor no distingue de manera directa. O peor aún, si observa el obstáculo que tiene el alumno, en ocasiones no sabe proporcionar las herramientas o conducir al alumno para que supere el obstáculo.

Así pues podemos decir, con base en la **teoría del juego** de Jean Piaget (1961), el juego puede formar parte del *desarrollo intelectual* del sujeto, logrando la apropiación de ciertas técnicas como la **imaginación**, asimilación funcional o reproductiva de la realidad, simbólicas o de razonamiento; según sea la etapa evolutiva del individuo. Bajo la misma directriz Piaget asocia tres estructuras básicas del juego con las fases evolutivas del pensamiento humano: el juego es simple ejercicio (parecido al animal); el juego simbólico (abstracto, ficticio); y el juego reglado (colectivo, resultado de un acuerdo de grupo), centrándose principalmente en la cognición sin dedicar demasiada atención a las emociones y las motivaciones de los niños.

De esta forma se puede encontrar otro sustento teórico para la investigación del ajedrez como puente metacognitivo, ya que este juego fortalece las *fases evolutivas del pensamiento humano* (Piaget, 1961) por medio de la "inteligencia" o "lógica". Cabe mencionar que según el desarrollo cognitivo del alumno, la fase evolutiva va ser adaptada, donde cada etapa supone la consistencia y la armonía de todas las funciones cognoscitivas en relación a un determinado nivel de desarrollo. Incluyéndose una *discontinuidad*, hecho que supone que cada etapa sucesiva es cualitativamente diferente al anterior, incluso teniendo en cuenta que durante la transición de una etapa a otra, se pueden construir e incorporar elementos de la etapa anterior.

Si bien se puede pensar en una relación cognoscitiva entre el ajedrez y las matemáticas, es prudente considerar el **desarrollo cognoscitivo** (Hernández, 2011) en el sujeto. Piaget lo dividía en 4 etapas: **sensomotriz** (desde el nacimiento hasta los dos años), la etapa **pre-operativa** (de los dos a los seis años), la etapa **operativa o concreta** (de los seis o siete años hasta los once) y la etapa del **pensamiento operativo formal** (desde los doce años aproximadamente en lo sucesivo).

La característica principal de la etapa **sensomotriz** radica en la capacidad del niño por representar y entender el mundo y, por lo tanto, de pensar, es limitada. Sin embargo, el niño aprende cosas del entorno a través de las actividades, la exploración y la manipulación constante. Los niños aprenden gradualmente sobre la permanencia de los objetos, es decir, de la continuidad de la existencia de los objetos que no ven.

Durante la segunda etapa (etapa **pre-operativa**), el niño representa el mundo a su manera (juegos, imágenes, lenguaje y dibujos fantásticos) y actúa sobre estas representaciones como sí creyera en ellas.

En la etapa **operativa o concreta**, el niño es capaz de asumir un número limitado de procesos lógicos, especialmente cuando se le ofrece material para manipularlo y clasificarlo, por ejemplo: la comprensión todavía depende de experiencias concretas con determinados hechos y objetos y no de ideas abstractas o hipotéticas.

A partir de los doce años, se dice que las personas entran a la etapa del pensamiento **operativo formal** y que a partir de este momento tienen capacidad para razonar de manera lógica y formular y probar hipótesis abstractas.

Se puede decir que para Piaget el desarrollo es como una interacción entre la madurez física (organización de los cambios anatómicos y fisiológicos) y la experiencia. Que trasladado a los adolescentes cuando están aprendiendo a jugar ajedrez, estos elementos les permiten generar el puente metacognitivo de una forma más sencilla a otras áreas como la comprensión de la lectura, el pensamiento matemático, la memorización, etc. El ajedrecista experimenta estos procesos cognoscitivos de diferente forma, ya que no necesita tener la edad de 12 años para generar hipótesis en base a un autocuestionamiento lógico, puesto que sus procesos de maduración son estimulados a través de la actividad (anexo 1002). Por ejemplo: Algunas características del Excampeón del Mundo en el periodo de la Guerra Fría entre EUA y Rusia, Bobby Fischer, era la rapidez y seguridad con la que hacía casi siempre sus jugadas, su extraña y veloz forma de moverse en las mesas de las simultáneas de ajedrez[2]. Sólo en uno de los tableros, contra un niño aún más joven que él, parece reflexionar un poco.

---

[2] https://www.youtube.com/watch?v=01BVwkZow3Q

Imagen 3. Bobby Fischer jugando simultanea (momento donde se detiene con el niño) Recuperado el 20 mayo de 2016 de https://www.youtube.com/watch?v=2gsXUy48SxE

Es prudente enfatizar que las personas cuya personalidad les hace placenteras la búsqueda y experimentación de sensaciones nuevas y fuertes, se sienten mucho más atraídas por el juego que aquellas que evaden esas sensaciones, sin importar el sexo. Sin embargo, los estudios no han detectado ninguna correlación entre los rasgos de personalidad y la pericia ajedrecística de un jugador (Pino, 2009).

Recordando al ajedrez como un *juego social* donde los jugadores *intercambian ideas*, yace una relación intrínseca con la teoría de Vigotsky donde consideraba el medio social como parte crucial para el aprendizaje del sujeto. Desde un enfoque sociocultural Carrera (2001), integra los factores sociales y personales, por lo cual consideraba al sujeto desde el principio en una interacción social con otros sujetos, los cuales previamente y personalmente han desarrollado "herramientas psicológicas".

Permitiendo con ello el desarrollo del conocimiento como parte de un grupo social en el cual aprende o genera hábitos positivos o negativos. Bajo este entendimiento el ajedrez se puede considerar como una *herramienta psicológica*, ayudando al sujeto a generar hábitos de respeto, memoria, análisis, autocontrol, convivencia amigable, etc. Puesto que el jugador está en un contante aprendizaje regulado y significativo.

Para Vygotsky, los niños no usan el lenguaje sólo para la comunicación, sino también para planificar, orientar y supervisar su propio comportamiento. En otras palabras, el lenguaje tiene una función de auto-regulación en el desarrollo cognoscitivo.

Esta auto-regulación la perfeccionan los matemáticos en su trayectoria científica o académica; cabe mencionar que para los alumnos de bachillerato (15 años) les cuesta generar este hábito o habilidad. Por otro lado pareciera anormal que un niño de 12 años desarrollara esta habilidad e imposible que lo hiciera continuamente, **pero no lo es**. Puesto que hay Grandes Maestros (GM) de ajedrez (12 años) los cuales han desarrollado esta habilidad y otras más; apropiándose de ellas para trascenderlas en otras técnicas de madurez cognoscitiva, que les sirve para la toma de decisiones.

Así pues, ***el lenguaje*** es una pieza fundamental para el aprendizaje intrínseco o con sus pares. En este sentido Piaget destacó el papel del alumno con el medio ambiente y con construcción del conocimiento. Mientras que Vygotsky ubicó al sujeto en una interacción social, enriqueciendo el lenguaje mediante la transmisión cultural y autorregulación (Rogoff, 1993). Vygotsky, ve al lenguaje como un mecanismo esencial que otros más capaces utilizan para transmitir sus conocimientos de la cultura y autorregulación. Desarrollándose la *madurez cognoscitiva* mediante un proceso continuo, fomentándose la iteración con sus pares.

Es importante señalar que aun con las diferencias entre las teorías de Vygotsky y Piaget, éstas tienen un eje en común, el cual incluyen al maestro como un guía dentro de la enseñanza activa y no pasiva. Por ejemplo, Piaget sugiere que los alumnos se les debe pedir que *manipulen* objetos y símbolos, para probar hipótesis. Por otro lado la teoría de Vygotsky, sugiere que los alumnos deben participar activamente en las interacciones sociales con otros más capaces (Profesor), los cuales pueden guiar su desarrollo cognoscitivo a través de la zona próxima de desarrollo (ZDP) utilizando el andamiaje.

Esta socialización la experimentan los ajedrecistas y entienden la importancia de esta socialización (torneos de ajedrez), preparación constante y guiada; para desarrollar elementos, psicológicos, tácticos y estratégicos, y con ello resolver partidas de ajedrez de una forma más sencilla y concisa para elevar su nivel de juego ajedrecístico (Kasparov, 2007).

Vygotsky (1989) dio fuertes argumentos para la relación entre el *juego simbólico* de los niños y la alfabetización. Por lo que parece lógico que también existe una relación con las representaciones matemáticas.

Dentro de las matemáticas y el ajedrez, el desarrollo cognoscitivo del individuo yace la capacidad de resolver problemas de forma independiente, por ejemplo cuando un estudiante está trabajando en su ZDP, los maestros son los que planean las instrucciones tomando en cuenta las exploraciones o inquietudes que se deben propiciar para lograr el aprendizaje en cada estudiante. El generar trabajos en conjunto con los compañeros ayuda al desenvolvimiento y asociación mental. Estos trabajos contemplan en el jugador de ajedrez la lectura y la escritura; proporcionando un nuevo conjunto de herramientas (recursos) cognoscitivos y mecanismos mentales. Rusos como Vigotsky y Kasparov, incluían estos contenidos, para explorar aspectos de la realidad del individuo dando cabida a la reflexión.

La reflexión en palabras de Paolo Virno, contrastando a Piaget y Vigotsky en su libro C*uando el verbo se hace carne lenguaje y naturaleza humana*, en el capítulo II (lenguaje egocéntrico, 2005).

> "[E]s cierto que, dirigiéndose a sí mismo, se enfrentan también problemas cognitivos (superar un obstáculo, resolver un problema, etc.). Pero, y he aquí el punto, el niño puede dirigirse a sí mismo sólo porque se ha vuelto visible como fuente de enunciaciones, detonador de las voces significantes. Y esta visibilidad es fruto de una práctica ritual (la exhibición del simple tomar la palabra), no de una estrategia cognitiva."

Aunque es pertinente mencionar que estos dos grandes teóricos del siglo XX hicieron importantes investigaciones sobre la necesidad del diálogo, la lectura y la escritura en el aprendizaje (pensamiento cognoscitivo). Puesto que el diálogo surge de forma efectiva y precisa, cuando no hay unidad de pensamiento, cuando hay ideas contrarias, opiniones diversas y/ o hay diferentes medios para llegar a un fin.

Kasparov en su libro **Como la Vida Imita al Ajedrez** muestra como diversos GM de ajedrez comparten la necesidad del dialogo, como un elemento esencial oportuno e interesante que nos enriquece de ideas, observar situaciones, crear ambientes de regocijo cultural (imaginación); así también nos ayuda a encontrar soluciones a problemas con múltiples variables donde el resultado va ligado al costo de tiempo y practicidad para el individuo. (2007)

La imaginación, es una característica cognoscitiva muy importante en los niños y adolescentes; puesto que en las matemáticas como en el juego, es evidente que éstas se presenta de una manera elemental y necesaria. Vigotsky consideraba la imaginación y el juego simbólico como una contribución al desarrollo del estudiante. Es decir, la imaginación no se desarrolla de forma insight, sino que lleva un proceso evolutivo y graduado desde las formas más elementales y simples hasta lo más complejo.

Un ejemplo evidente de este caso sucede en el ajedrez, cuando los participantes juegan, se cuestionan continuamente dentro y fuera del juego, transfiriendo al mundo real los conocimientos, habilidades y entendimientos que ha experimentado en el tablero. Kasparov en su libro **Como la vida imita el Ajedrez** (2007, pp. 95), nos ejemplifica este evento citando un fragmento del novelista Francés Anatole France "para conseguir grandes cosas, debemos soñar tanto como actuar". Puesto que dentro del romanticismo del ajedrez, el nombre que recibe el tipo de imaginación que permite romper con los patrones habituales y amedrentar a nuestros rivales es fantasía. Se produce cuando dejamos que nuestra mente se distancie del cálculo de variables, e imagine las posibilidades ocultas de la posición. A veces podemos descubrir una idea paradójica que va contra todas las reglas, pero, gracias a una confluencia de factores única que se produce en ese preciso instante sobre el tablero, nos da la victoria (2007).

Así pues el juego es simbólico provocando en los niños la intención de hacer y explorar los significados personales sobre los roles, situaciones y artefactos de sus experiencias sociales y culturales. Utilizando diversos medios y recursos para explorar y representar sus ideas a través de "signos" o herramientas simbólicas, y estos recursos semióticos son ricos en significado potencial.

Se podría considerar los elementos antes mencionados como la raíz pedagógica del ajedrez, la cual desarrolla en los alumnos aprendizajes diferenciados y divergentes. Fortaleciendo sus estructuras mentales para los nuevos conocimientos que se vendrán adquiriendo durante el proceso enseñanza – aprendizaje.

Pero no se le puede catalogar simplemente como una herramienta pedagógica, sino que el ajedrez en cualquiera de sus variantes desarrolla y activa los procesos mentales, conjuntamente con los centros nerviosos, capaces de controlar la impulsividad o los estados de ánimo de una persona que lo practica y más aún en la capacidad de poder decidir. La cual es la base principal de la construcción de la personalidad.

Según los sicólogos en la reunión de la Comisión de Ajedrez en la Educación de la Federación Internacional de Ajedrez (FIDE) en agosto de 2002 (Congreso Nacional H. Cámara de Diputados-Paraguay, 2013), el ajedrez es uno de los juegos deporte más completo para el desarrollo intelectual de los niños y de las niñas. Porque, además de estructurar sus mentes, es una forma divertida de aprender un juego no habitual entre la gente de su edad, que les permite desarrollar su capacidad intelectual.

Algunos de los ***beneficios del ajedrez*** en esta investigación son: el desarrollo de la memoria, incremento de la creatividad, enriquecimiento cultural, construcción de la personalidad y desarrollo mental.

2.3 Proceso Metacognitivo en el método Resolución de Problemas

Para entender el proceso metacognitivo en la investigación, hay que tratar de comprender la Resolución de Problemas. Para Moreno-Armella la Resolución de Problemas no es más que un problema que se quiere resolver (2012), pero cabe mencionar que hay elementos intrínseco dentro de esta estrategia que la hace atractiva para la investigación. Desde sus conceptos (vistos desde el punto de vista de la enseñanza de la matemática) se puede establecer un vínculo estrecho con la enseñanza y el estudio del ajedrez. Es decir, los teóricos como Santos Trigo o Shoenfeld llaman problema aquel que te lleva varios minutos, horas, días o hasta meses resolverlo. Así mismo, Grandes Maestros del Ajedrez como Alepín, Fisher, Kasparov veían la necesidad de dedicarle mucho tiempo (horas, días, meses) al estudio de una posición o apertura; aun cuando conocen caminos violentos se sabe que hay que nutrir a la partida de ajedrez. Es en este momento cuando se vuelve atractivo el problema y por ende se genera un laboratorio ajedrecístico.

La resolución de problemas es una estrategia desarrollada a mediados del siglo XX, en el periodo de la Guerra Fría. Con el lanzamiento del satélite Ruso (Spunik) al espacio, se generó cierta reflexión de cómo se estaba enseñando matemáticas en Estados Unidos de América, quienes deberían de enseñar matemáticas y quienes deberían desarrollar los programas de estudio. Ante tal inquietud, surgen nuevos o evolucionan métodos para la enseñanza de las matemáticas, Polya propone la estrategia Resolución de Problemas basándose principalmente en la planeación, aunque décadas más tarde Schoenfeld hace ciertos ajustes y añade una palabrita muy interesante, **metacognición**. Ésta incluye ciertos elementos considerados de cierto modo en sus estrategias de Polya (control, evaluación, etc.).

Así como Schoenfeld, otros teóricos han trabajado en dicho tema, como el caso de Santos Trigo, Alberto Monzoi, etc., generando interesantes exploraciones y reflexiones en el tema del pensamiento matemático (entre otros). El cual se encuentra inmerso en la estrategia de Resolución de problemas.

También encontramos Grandes Maestros del ajedrez (Kasparov, Reti) que han hecho investigaciones dentro de la Resolución de Problemas, aun cuando no va dirigido a las matemáticas, mencionan técnicas metacognitivas que ayudan a resolver una partida de ajedrez.

Es decir, una partida se puede tratar por etapas entendiendo el espacio y tiempo de la partida de ajedrez, estas etapas pueden ser vistas en su forma más simple o lógica (ayuda aclarar la partida) para después ir añadiendo elementos originales (mezclando conceptos), generando ajustes reflexivos en la partida (según la toma de decisiones) y con ello construir la posición con la óptima solución.

Cuando se termina este análisis, entra una revaloración de la posición original para emprender la solución.

Una *secuencia* estratégica de las técnicas para resolver un problema en el ajedrez relacionando conceptualmente la metacognición, puede ser:

- Planeación.
- Reflexión.
- Autocontrol.
- Monitoreo.
- Autoevaluación.

No hay que olvidar que este proceso en el ajedrez como en las matemáticas requiere *práctica y dedicación*. Algunos Grandes Maestros (GM) que dominan este proceso hacen una valoración de la posición y se valen en gran número de la intuición (así como lo hacen los matemáticos en las matemáticas) y no tanto del cálculo para resolver la partida (problemas); es decir, si la búsqueda se vuelve exhaustiva y no se dispone de tiempo necesario para calcular, el maestro de ajedrez es eminentemente selectivo.

En muchos casos se cree que los grandes jugadores vislumbran hacia adelante muchos más movimientos que los aficionados, o que aquellos examinan centenares de posibilidades antes de decidirse. El importante trabajo llevado a cabo en Holanda por De Groot (1978) y sus colaboradores refutó dicha creencia, y señaló claves para empezar a entender el pensamiento ajedrecístico.

De Groot en el año 1986 generó una investigación entre los Grandes Maestros de ajedrez y expertos en ajedrez, sobre los tiempos de respuesta en una partida de ajedrez (Alekhine, Keres y Euwe).

Imagen 4. Juegan Blancas; Confrontación entre GM's y Expertos

Arrojando los siguientes resultados.

OBSERVACIONES	**GRANDES MAESTROS (G.M.)**	**EXPERTOS**
Tiempo para decidir (minutos)	9.6	12.8
Número de primeras jugadas distintas	4.2	34
Máxima profundidad (en medias jugadas)	6.8	6.6
Número total de movimientos considerados	35	30.8
Valor del movimiento escogido (máximo igual a 9)	8.6	5.2

Tabla 4. Comparación de tiempos de respuesta a la mejor jugada entre G.M. y jugadores amateur.

Como se ve, no es mucha la profundidad y movimientos considerados en uno u otro grupo de ajedrecistas. La diferencia que permite en forma clara discriminarlos es la que aparece cuando se mira el valor del movimiento seleccionado. De hecho, cuatro de los cinco grandes maestros escogieron la mejor jugada, AxC5, en tanto que ninguno de los expertos lo hizo. Todos los grandes maestros mencionaron la jugada correcta en algún momento de su análisis, pero sólo dos expertos lo hicieron. En otros términos, los G. M. percibían de manera distinta la posición.

Pierre Bourdieu y Jean-Claude Passeron escribieron en su célebre libro La Reproducción; Cuando los profesores bromean acerca de 'los disparates', se olvidan de que estos fallos del sistema encierran la verdad. (1970). En los errores se puede encontrar una riqueza de enseñanza-aprendizaje, pero hay que saber cómo guiar estos y categorizarlos ya sea según el síndrome del rotulador rojo, los errores de los alumnos que hacen que los profesores duden de sí mismos y que piensen en lo ineficaz de la enseñanza impartida o el vértigo que se siente ante la idea de "sumergirse" en la mente de los alumnos. O como diría el Gran Maestro Tartakower: En ajedrez sólo se aprende de los errores.

Otras experiencias mostraron nuevas líneas sobre la percepción del ajedrez, bajo la directriz de la memoria Chase y Simon (1973a) llegaron a la conclusión que el alto rendimiento de los maestros no se debía a una extraordinaria capacidad de memoria visual, sino a una capacidad específica orientada hacia el ajedrez. En concordancia con resultados de otros estudios sobre percepción, se observa la diferencia entre los jugadores fuertes de los menos fuertes, ya que no es su proceso de pensamiento sino su proceso de percepción.

Estas últimas experiencias mostraron que la habilidad en ajedrez tenía una correlación positiva con cierta capacidad para recuperar información de la mente (recordar). Es prudente hacer la pregunta:

¿Es importante para los ajedrecistas generar tareas rutinarias y no rutinarias con el objeto de fortalecer la memoria?

En la enseñanza de la matemática se vinculan *situaciones rutinarias y no rutinarias* donde el estudiante intenta encontrar la *solución o soluciones*, por lo que no debe quedar hasta ahí la enseñanza, sino también incluir el concepto matemático. Es decir el estudiante tiene que discutir ideas alrededor del entendimiento de la situación o problema, usar representaciones, estrategias cognitivas y metacognitivas utilizando contraejemplos, resolver o entender la situación o problema. (Santos L. 2010).

Ya que en el aprendizaje de las matemáticas el alumno requiere desarrollar habilidades y el uso de diferentes estrategias. Por ejemplo, problematizar el estudio de la disciplina.

"[E]s esencial que los estudiantes formulen preguntas al intentar resolver problemas o comprender ideas matemáticas" (Santos L. 2010, p. 11) y para ello se requiere no sólo escoger problemas para que sean resueltos por el alumno, sino también para que despierte la inquietud de trasladar el conocimiento y fortalecer el concepto. La Resolución de Problemas es una forma de pensar, de explorar las dificultades que exhiben los estudiantes al intentar transferir las ideas matemáticas hacia diversos contextos y las características propias de la situación donde se documenta el proceso de transferencia, para con ello lograr la disposición matemática del alumno.

“Un principio fundamental, al considerar la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas, es aceptar que la actividad de aprender no se reduce a un conjunto de reglas que pueden aplicarse en la solución de problemas: es una perspectiva en la que existe una conceptualización dinámica en las matemáticas y en lo cual es importante identificar elementos que ayuden a desarrollar y promover una disposición matemáticas en los alumnos” (Santos L, 2010, p. 11).

Entonces parece claro que para resolver un problema de matemáticas no hay un solo camino, sino al contrario existen caminos geométricos, algebraicos, tabulares, etc.; unos más laboriosos que otros pero con un solo resultado en común. Esta, es quizás una de las características homólogas más evidente dentro de la Resolución de Problemas que tiene la matemática y el juego de ajedrez. “Yo veo el Ajedrez como un cambio equilibrado (adecuado)” pasaje de Botvinnik mencionado por Gonzales J. en su libro: Botvinnik, campeón del mundo de ajedrez 1948 (1958).

En las matemáticas como en el ajedrez existen acciones físicas o mentales que contribuyen a encontrar pistas o ideas, que ayudan a resolver los problemas. Polya llamaba a estas pistas procesos heurísticos; que a su vez los definía como trazos, toma de valores extremos, aplicación de resultados conocidos, comparaciones, visualizaciones, descarte de posibilidades, etc. Estas pistas tienen una relación intrínseca con procesos ajedrecísticos que según los psicólogos desarrolla el jugador a la hora de tratar una partida de ajedrez. Dichos procesos los definen como la reflexión (autorreflexión), pensamiento creativo, memorización, razonamiento adecuado, etc.

Santos T. en su libro Resolución de Problemas Matemáticos Fundamentos Cognitivos, hace referencia al proceso Reflexivo de la siguiente manera (Heurísticas de Polya).

> "Shoenfeld afirma que reflexionar acerca de lo que unos está haciendo ayuda a relacionar el conocimiento base de los estudiantes y aplicarlos adecuadamente. Algunas preguntas que Shoenfeld recomienda a los estudiantes para pensar o reflexionar al resolver problemas son: ¿Qué estoy haciendo ahora? ¿Me está llevando esto algún lugar? ¿Qué otra cosa puedo hacer en lugar de continuar con esto? Además, la reflexión alrededor de esta peguntas ayuda al individuo a evitar que se persevere o se explore un solo camino en forma productiva." (pp. 36)

Con relación a lo antes citado se puede decir que la Resolución de Problemas es un tema que en el ajedrez se ve continuamente a la hora de resolver una partida o una posición; ya que entre las matemáticas y el ajedrez existe una íntima relación a través de la resolución de problemas. Puesto en ambos casos es necesario resolver problemas mediante la metacognición, planeación y pensamiento matemático. En palabras de G. Kasparov (Feria Internacional del Ajedrez UNAM 2012).

> "En el ajedrez continuamente se están resolviendo posiciones de forma creativa dentro de las tres fases (apertura, medio juego y final) de una partida, donde el

jugador se tiene que valer de habilidades como la memoria, la visión espacial, el cálculo, la intuición, para encontrar la solución óptima."

Por otro lado Polya (1965) establece que la resolución de problemas es una característica esencial que distingue a la naturaleza humana y cataloga al hombre como el animal que resuelve problemas.

Mientras que para Schoenfeld (1985) es una tarea difícil por resolver para el individuo. La mayoría de las veces los problemas que se les platean a los estudiantes en sus estudios de las matemáticas no son realmente problemas, sino ejercicios que pueden ser resueltos en un corto tiempo y raramente la presentación de la solución de un problema por parte del maestro dura más de cinco o diez minutos. Por lo que en muchas ocasiones a los estudiantes rara vez se les pone a trabajar en un problema donde tenga que dedicar días, semanas o meses trabajando en un problema. Privando al alumno de la oportunidad de mostrar algún progreso en la resolución de problemas complicados y como consecuencia, se les reprime de la esperanza de atacarlos a aquellos que son capaces de trabajar estos problemas.

Por lo que se sugiere al profesor que los problemas que muestra a los alumnos deben ser revisados primeramente por el docente, tomando en cuenta las estrategias y habilidades que éste desea desarrollar en el alumno. Polya recomienda compartir la experiencia para resolver, revisando el potencial de los métodos heurísticos, así como descomponer el problema en sub-problemas. Apoyándose también en resolver problemas más simples que reflejen aspectos del problema principal, usar diagramas para representar un problema en formas diferentes, y examinar casos especiales para tener una idea del problema, considerando al profesor como un sujeto que apoya y orienta inicialmente a los estudiantes a desarrollar los procesos de resolución de problemas mediante heurísticas y fortaleciendo la reflexión. Pero no se debe perder de vista el cuidado qué se debe tener al desarrollar las heurísticas; teniendo en cuenta que es lo que va medir y cómo lo va medir. En este sentido el salón de clases se vuelve un lugar especial, donde el alumno puede desarrollar habilidades sociales y metacognitivas, mismas que le pueden servir para resolver problemas dentro y fuera del aula de clases.

Para Schoenfeld (1994) el aula de clases es un laboratorio, donde alumno y profesor construyen el conocimiento, es decir considera que el salón de clases no es solo conocer y aplicar un conjunto de procedimientos para resolver problemas. Sino también, involucrar a los estudiantes para que desarrollen valores, creencias y actividades consistentes con el quehacer matemático.

Es esta dirección, el salón de clases se convierte en micro-comunidad; donde los estudiantes y maestros interactúan fortaleciendo el pensamiento matemático, mediante la elección de casos particulares, planteando conjeturas, descubriendo patrones y relaciones, haciendo generalizaciones y justificando resultados. Posiblemente en forma parecida a los que desarrollan o emplean en la ciencia de las matemáticas, pero a un nivel apropiado a sus conocimientos y habilidades, enganchándolos en prácticas que les ayudan a encontrar el sentido a las ideas matemáticas. Shoenfeld (1994).

Cabe mencionar que cuando se resuelven problemas matemáticos en ocasiones hay complejidad para combinar herramientas o procedimientos con el objeto de llegar a una solución óptima. El uso de dicha técnica (combinación) también está presente en el ajedrez. Refiriéndose el G.M. de Ajedrez del XX Reti como la belleza objetiva del juego. (Reti, 2006)

Cuántas veces hemos visto a un estudiante teóricamente bueno; porque se aprende de memoria las fórmulas y las aplica de una forma mecánica, pero a la hora de resolver problemas de aplicación donde tiene que hacer uso de la imaginación y las herramientas para complementarlas con las fórmulas aprendidas en el curso(s) y así emprender el algoritmo para resolución del problema, le es complicado y en algunos casos frustrante tan solo establecer el modelo matemático. En el ajedrez sucede algo muy similar cuando un jugador novato se aprende el valor material de las piezas y aperturas en el tablero, pero no realmente el valor que tienen éstas en la posición y por ende no entiende la estrategia de un juego cerrado o abierto.

> "Las piezas valen por lo que hacen y por la facilidad que pueden tener para entrar en el combate…" (G. Kasparov, 2007)

Bajo esta idea de Resolución de Problemas sería interesante preguntarse.

> ¿Hay alguna forma concreta de resolver problemas?

El filósofo y matemático alemán Leibniz (1646-1716), cuando le preguntaron por la utilidad del ajedrez, contesto: "la riqueza de ideas del hombre tiene su mejor manifestación en el juego".

Por lo que se puede observar que el ajedrez contiene 4 fases como las que menciona Polya al referirse a la resolución de problemas: comprender el problema, diseñar un plan; ejecutar el plan y examinar la solución obtenida.

Del mismo modo los cataloga en 2 grupos: *rutinarios* y *no rutinarios*.

- Los problemas *rutinarios* son aquellos que teniendo interés se encuentra el camino de solución de manera casi inmediata, no requieren un esfuerzo mental extraordinario para visualizar el método, el trazo, el algoritmo o el lugar donde puede consultarse una idea para su solución.
- En cambio, los problemas *no rutinarios* requieren esfuerzo y meditación antes de que se vislumbre alguna idea para la solución. Esta clasificación es relativa, pues para algún estudiante resolver un problema puede significar un esfuerzo demasiado grande, para otro puede ser menor, y puede significar un acto de simple recordatorio para un matemático talentoso o un estudiante con entrenamiento.

Puesto que no todos los problemas son iguales, ni mucho menos traen la misma esencia, pueden estar dentro el mismo tema pero las sub-estrategias requeridas para resolver el problema son diferentes.

> “Si no se puede resolver un problema, entonces resolver sub-metas asociadas con el problema puede servir de base para construir la solución requerida” (Santos L. 2010, p.58).

Bajo esta idea se puede hacer una conjetura aun cuando el alumno no puede resolver un problema matemático, ya que no es que no pueda resolver el problema. Sino al contrario, hay que hacer una revisión para ver si existe un obstáculo epistemológico y reestructurar la heurística. Ya que cada alumno es diferente y por ende el aprendizaje puede variar.

Schoenfeld consideraba las aportaciones de Polya pero creía que aparte de las fases y tipos de problema, el interesado en resolver el problema debe voltear hacia sí mismo; generando la habilidad para abrir camino a nuevos conocimientos.

Cuadro de habilidades adquiridas en el ajedrez y las matemáticas.	
Ajedrez	**Matemáticas**
Intuición	Conocimiento informal e intuitivo acerca del dominio (la disciplina) o del problema por resolver.
Evidencias	Hechos y definiciones (utilizar hechos para plantear o seleccionar algún camino de solución.)
Táctica	Procedimientos rutinarios (técnicas no algorítmicas). Schoenfeld ubica este tipio de procedimientos en un nivel táctico y lo separa de las habilidades de nivel estratégico. Ya que las de carácter estratégico incluyen decisiones acerca de un plan para resolver un problema y la evolución de éste durante el proceso de la solución.
Estrategia	Conocimiento acerca del discurso del dominio. (Determina la dirección y el recurso que utiliza en el proceso de solución.
Aprendizaje con base al error	Errores consistentes o recurso débiles. (Errores repetidos en procedimiento simples es un posible resultado de un mal aprendizaje).

Tabla 5. Cuadro de habilidades ajedrez/matemáticas.

En el cuadro antes mencionado se citan habilidades que se pueden apropiar y/o fortalecer más fácil por medio del ajedrez.

Sin duda resolución de problemas se encuentra en cualquier tema, aun cuando el problema no es matemático (psicología, pedagogía, matemáticas, ajedrez, etc.). Los procesos cognoscitivos que se desarrollan, según sea el método o forma de resolver el problema son muy particulares pero relacionados de algún modo. Los GM del ajedrez, observan que el jugador de ajedrez vive continuamente estos procesos y se apropia de ellos para después trasladarlos al análisis de su entorno, por ejemplo: la estrategia del jugador para resolver los problemas en la vida de una partida (nada menos que dar mate) y los procedimientos tan impresionantes (sacrificios y jugadas permanentes de iniciativa), que resulta bonito y de fácil comprensión para el ajedrecista.

Así pues podemos establecer una semejanza en un estudiante de matemáticas y uno de ajedrez. Vistos estos desde dos puntos de vista novato y erudito. Mientras el novato trata de resolver los problemas de una forma mecánica el erudito observa, evalúa y ejecuta usando técnica(s) o simplemente la intuición.

Por ejemplo:

> Se tiene un problema que solicita la ecuación del eje de simetría, dada la función $f(x) = x^2 + x - 2$ dando los ceros de la función en $x = 1\,; x = -2$
>
> Podemos resolver mediante la fórmula para encontrar el vértice (h, k) y de ahí sacar la ecuación del eje de simetría. Pero si se observa las raíces de la ecuación (ceros de la función) y de ahí se deduce que el eje de simetría parte en dos a la parábola.

Entonces la distancia entre las dos raíces es tres, lo dividimos entre dos y el resultado obtenido se cuenta de un punto hacia otro punto, por lo que el punto encontrado es raíz de la ecuación de simetría. $x = -\frac{1}{2}$

Santaló (1985) matemático español, señala que el enseñar matemáticas es parte de enseñar a resolver problemas. Es decir, estudiar matemáticas en esencia es pensar en la solución de problemas.

El estudio de la matemática y el ajedrez es muy extenso, gran parte de su riqueza y belleza recae en una infinidad de factores y uno de ellos es la diversidad de caminos para encontrar la solución al problema. En concreto se puede decir que no hay una manera perfecta de encontrar el resultado; es cuestión de imaginación, factibilidad, tiempo de respuesta, etc.

Tanto Polya, Shoenfeld y Santos Trigo, hacen evidente que el ser humano es un resolutor de problemas por naturaleza, usando técnicas, estrategias o herramientas para encontrar la solución. Estos elementos tienen inmerso ciertas particularidades como son: creación de heurísticas, reflexiones, control y autorregulación, intuición, etc.

Mediante la revisión analógica que tiene el ajedrez con las matemáticas hasta este momento, (desde el enfoque de la resolución de problemas) la reflexión es un elemento primordial para empezar a entender el problema. Pero hay un factor que quizás debe estar antes de esta habilidad, la cual psicólogos y teóricos de las estrategias de enseñanza matemática toman muy en cuenta. Y es que el alumno se debe sentir parte del proceso de enseñanza – aprendizaje, esto estriba en concientizar al alumno y nosotros mismo en que es lo que queremos que el alumno aprenda de la estrategia y para qué.

> “Parece que no es suficiente que el alumno conozca las diversas estrategias, sino que es importante que participe en experiencias relacionadas con el cuándo y cómo utilizarlas” (Santos L. 2010, p.56).

Schoenfeld (1985) profundiza y moldea el trabajo de Polya incorporando y depurando elementos justificando la dimensión cognitiva en el proceso de resolución de problemas, llamando **metacognitivo** a los procesos de reflexión que están asociados a las acciones mentales de monitoreo y control que actúan implícita y continuamente mientras se resuelven problemas; considerando la metacognición como una habilidad que se va desarrollando mediante la identificación y revaloración de caminos o variantes que tiene el proceso de resolución de problemas.

También reconoce que el aprendizaje de las matemáticas es un proceso continuo que se ve favorecido en un ambiente de resolución de problemas, donde los estudiantes tienen oportunidad de desarrollar modos de pensar consistentes con el quehacer de la disciplina.

El ajedrez es una herramienta que puede fortalecer la metacognición añadiendo en la estrategia de enseñanza/aprendizaje valores relacionados con el desarrollo del sujeto y la disciplina.

Las *estrategias metacognitivas* son un aspecto central en la resolución de problemas, ya que el monitoreo o autoevaluación del proceso son utilizados para resolver un problema. Silver (1994) afirma que el matemático y el profesor de matemáticas reconocen que resolver problemas es más que una colección de técnicas y habilidades. Puesto se requiere de una evaluación, monitoreo y razonamiento en el proceso de resolución de problemas.

Entonces sería oportuno acentuar que el proceso metacognitivo está comprendido por una estructura cognoscitiva, monitoreo activo y una consecuente regulación y orquestación de las decisiones y procesos utilizados en la resolución de un problema.

PLANEACIÓN	**CONTROL**	**EVALUACIÓN**
Valorar-Anticipar Comprender Definir	Ejecución Descubrimiento Reorientación	Establecer Correspondencia Hallar soluciones Revalorar

Imagen 5. Proceso metacognitivo.

Santos L. en su libro *Resolución de Problemas Matemáticos Fundamentos Cognitivos* (2010) hace referencia a las 3 categorías de la metacognición según Shoenfeld en su libro publicado en 1987:

Categoría	Concepto
Conocimiento del proceso	Se refiere a la descripción de nuestro propio proceso de pensar.
Control y autorregulación.	Es la habilidad de continuar lo que se está resolviendo, haciendo ajustes en el proceso, si este lo requiere. Tomando en cuenta las observaciones que hace el sujeto durante la evolución del proceso o problema.
Creencias e intuiciones.	Son las ideas acerca de las matemáticas que se muestran en el trabajo matemático y la forma de cómo éstas se relacionan o se identifican con la forma de resolver problemas

Tabla 6. Las 3 categorías de la metacognición según Shoenfeld.

Un jugador de ajedrez experimenta continuamente estas fases. Por ejemplo, el autocontrol es una habilidad que experimenta continuamente en la partida de ajedrez. Algunos jugadores logran dominar estos elementos rápido y otros les lleva más tiempo pero cuando lo logran se les hace habito aplicar el control, y el trabajo bajo estrés se les hace normal superarlo y dominarlo. Schoenfeld (1985) afirma que el control es la forma como el individuo usa la información para resolver el problema, es decir; decidir qué camino va tomar analizando las metas o submetas, monitoreo de soluciones y su evolución, así como revisar o abandonar planes con base en una evaluación.

Entendimiento uno. *Proceso cognoscitivo del jugador de ajedrez*

Retomando en forma paralela el proceso cognoscitivo que tiene el ajedrez y la E/A de las matemáticas, se puede observar cuando un jugador va jugar una importante partida de ajedrez, previamente se prepara mental y psicológicamente. Psicológicamente en aspectos de quien es su rival o rivales, presiones no netas de la competencia (que pueden afectar su desenvolvimiento en la partida); el jugador hace un análisis de partidas previas de sí mismo y del oponente. Volviéndose en uno de los momentos más respetados para el competidor, puesto que es ahí cuando empieza el análisis bifurcado, generando un cálculo de las variantes que son analizadas detalladamente. Todo esto para sólo poder llegar preparado a jugar una partida de ajedrez. Esto conduce a la reflexión de todo el análisis que genera un jugador de ajedrez experimentado antes de comenzar una partida. Cuando llega el momento de hacer el primer movimiento en el tablero se desprenden una serie de ramificaciones de variantes, que obligan al jugador en analizar y calcular, aunque en ocasiones por cuestiones de tiempo se recarga en la intuición; pero no sin antes haberse controlado, monitoreado y evaluado su posición para llevar una posición armónica. O bien quieres saber que tan bien ha llevado su posición, observa la armonía de su partida (Smyslov, 1994)

Con base al entendimiento uno puede observar una correlación positiva entre las habilidades que experimenta el ajedrecista y las cuatro dimensiones que influyen en el proceso de resolver problemas según Shoenfeld (pág. 64).

Los siguientes cuatro apartados concluidos de la relación del proceso metacognitivo y la resolución de problemas dan cabida a entender la importancia de las matemáticas para la formación del sujeto.

1. Dominio del conocimiento o recursos.
2. Estrategias cognitivas o métodos heurísticos.
3. Estrategias metacognitivas.
4. Sistemas de creencias.

Puesto que ayudan a organizar y ordenar el pensamiento haciéndolo más competentes para el desarrollo de diversas actividades intelectuales. Sin embargo, a pesar de estos puntos destacables, la mayoría de las personas tienen dificultades y muestran deficiencias en el aprendizaje de las matemáticas. Algunas de las **posibles razones** son:

- Los alumnos no tienen la oportunidad de entender la importancia de aprender matemáticas.
- El currículo que se ofrece es demasiado rígido y los estudiantes no están comprometidos con el aprendizaje de las matemáticas.

De lo antes escrito se considera la importancia de la metacognición para las matemáticas. El *autocontrol y la autoevaluación* son características tan evidentes pero a la vez complicadas de desarrollar a la hora de resolver un problema matemático. Los problemas en ocasiones suelen ser complicados, tediosos y otras veces frustrantes. A diferencia, en el ajedrez suele ser entretenido, emocionante, atractivo, retador, etc. Ya que el ajedrez mejora las estructuras del pensamiento (ayuda a pensar asertivamente), por medio de la explicación y razonamiento, generando un jugador en constante cambio (más preciso y analítico, juego armónico, controlado, etc.)

> *En matemáticas ocurría que algunos estudiantes conocían los métodos de Polya, pero no sabían cuándo utilizarlos* (Schoenfeld, 1985).

Si bien se observa la importancia del proceso metacognitivo en el desarrollo resolutivo del sujeto no hay que perder de vista la habilidad de aprender elementos matemáticos para después adaptarlos en una tarea próxima, a esta habilidad se le conoce como el pensamiento matemático. El cual se genera mediante un proceso intrínseco que se encuentra en todo jugador de ajedrez y del mismo modo por un practicante de las matemáticas. Generando evaluaciones, planteamientos de conjeturas, descubrimientos de patrones y relaciones, generalizaciones y por supuesto justificación de los resultados. Estas acciones, más de un profesor las quisiera desarrollar en sus alumnos. Cuando se ofrece en el salón de clases unas matemáticas acabadas o pulidas, es casi imposible lograr el pensamiento matemático con todas las habilidades antes mencionadas. Puesto que estaría ocultando las diversas estrategias y ajustes que ocurren en su desarrollo. Tanto en las matemáticas como en el ajedrez vía la resolución de problemas (metacognición) se sugieren desarrollar actividades de aprendizaje, donde el alumno aprenda mediante un proceso continuo. Donde constantemente plantee interrogantes o preguntas y buscando respuestas y explicaciones en términos de recursos y estrategias matemáticas (como es el caso de la experiencia de esta investigación).

2.4 CONSIDERACIONES PARA ELABORACIONES DE ESTRATEGIA DE APRENDIZAJE.

El adolescente experimenta múltiples eventos ya sean sociales o psicológico, pero también procesos cognoscitivos a la hora de aprender matemáticas, ya sea por la etapa en la que se encuentre el alumno o por las formas de aprender que ha tenido. Con el objeto de ampliar la idea se hace referencia a algunas teorías de Piaget y Vygotsky.

Aun cuando Piaget y Vigotsky explican el desarrollo cognoscitivo de manera diferente, comparten algunos puntos en común. Por ejemplo: ambas teorías incluyen el lenguaje y la interacción social como factores de crecimiento cognoscitivo.

Sin embargo, Piaget destacó el papel de la persona. Es decir, la interacción del alumno con el medio ambiente en la construcción de conocimiento, mientras que Vygotsky destacó el papel de la interacción social y el lenguaje en la transmisión cultural y autorregulación (Rogoff, 1993).

El alumno tiene en común *características* de desarrollo (físico, personal y social), pero otras *características* se vuelven un reto para el profesor (proceso cognoscitivo) a la hora de enseñar. Por ejemplo: se podría decir que la naturaleza y la crianza se combinan para influir en el desarrollo de los seres humanos. Por otro lado el desarrollo cognoscitivo no tiene una relación reflexiva como la antes mencionada. El desarrollo cognoscitivo se refiere a cómo nuestras mentes y procesos mentales cambian con el tiempo, donde el cerebro humano muestra la especialización y la integración.

Este proceso también lo experimenta el profesor y el alumno en las clases de matemáticas o de ajedrez. Por ejemplo: la dificultad de aprender las matemáticas va de la mano con la perspectiva del problemas a la hora de resolverlo, es decir; cuando se resuelve un problema matemático hay muchas formas por las que el profesor puede resolverlo, pero en algún momento de la solución al alumno (aprendiz) se le puede dificultar imaginar el problema o visualizar lo que se está haciendo y el por qué. Y en algunos momentos el desarrollo del aprendizaje del alumno va a tener tropiezos y muchos de ellos tendrán que ver con su madurez cognitiva, falta de herramientas matemáticas para poder resolver y/o entender el problema, capacidad de adaptarse o integrarse a un grupo social.

Para Piaget (1961) el punto crucial de la madurez cognitiva, radica en cómo los seres humanos adquieren el conocimiento y cómo es el progreso de los niños a adultos.

Dentro de las estrategias del aprendizaje, la socialización del individuo, es primordial aprender mediante la participación de ideas, observar cómo resuelven el problema los compañeros. La importancia de esta estrategia recae en el profesor. Tiene que estructurar la estrategia y/o técnica a desarrollar en el aula, así como saber desfragmentar las dudas del alumno para poder canalizar el método donde evidencie el resultado al problema tratado.

Relacionando la estrategia antes mencionada Vygotsky describe de forma teórica los procesos de aprendizaje y desarrollo, sin disociar las dos. Enfatizando los procesos dentro de un sujeto (aprendizaje-desarrollo), ideas (diarios) de los conceptos estudiados "científicos". Concibiendo a los conceptos cotidianos como un subconjunto del mundo cotidiano, donde el objetivo de las interacciones sociales va más allá de la creación de una sola idea, trazando así la ruta hacia un conocimiento organizado.

No obstante Piaget y Vigotsky teorizarón sobre el juego como una herramienta de aprendizaje.

Jean Piaget (1961) define al juego como una parte de la inteligencia del niño, porque representa la asimilación funcional o reproductiva de la realidad según cada etapa evolutiva del individuo. Por consiguiente las capacidades sensorias motrices, simbólicas o de razonamiento, como aspectos esenciales del desarrollo del individuo, son las que condicionan el origen y la evolución del juego.

Dicho en forma breve **Piaget asocia tres estructuras básicas del juego** con las fases evolutivas del pensamiento humano:

a) el juego es simple ejercicio (parecido al anime);

b) el juego simbólico (abstracto, ficticio); y

c) el juego reglado (colectivo, resultado de un acuerdo de grupo).

En cambio **para Vigotsky (1989)**, el juego surge como necesidad de *reproducir el contacto* con lo demás. La naturaleza, origen y fondo del juego son fenómenos de tipo social, y a través del juego se presentan escenas que van más allá de los instintos y pulsaciones internas individuales. Estableciendo al juego como una actividad social, donde la cooperación con otros niños produce la adquisición de papeles o roles que son complementarios al propio del sujeto. También Vigotsky se vale del juego simbólico y señala cómo el sujeto transforma algunos objetos mediante la imaginación generando su propio significado. Por ejemplo, cuando el jugador construye una variante para ganar en el juego de ajedrez, valiéndose de uno o varios movimientos (geométricos) de las piezas que interactúan en orden cronológico.

Para Polya la imaginación es de vital importancia, considerando al matemático como individuo que se divierte imaginando los teoremas antes probarlos. Por consiguiente si el aprendizaje de la matemática tiene algo que ver con el descubrimiento en matemática, a los estudiantes se les debe brindar alguna oportunidad de resolver problemas en los que primero imaginen y luego prueben alguna cuestión matemática adecuada a su nivel (Polya, 1969).

Del mismo modo en el juego de ajedrez, todo parte de la imaginación. Ya que los movimientos de las piezas tienen formas geométricas regulares y además la idea para formar una estrategia resolutor de la posición, parte principalmente de la imaginación. Por esta y muchas más razones que ve la relación del ajedrez y la matemáticas en esta investigación. Considerando el juego de ajedrez como una herramienta metacognitiva, que ayuda al alumno a apropiarse de los elementos para resolver un problema.

2.4.1 La reflexión en el aprendizaje

La relación que hay entre la vida cotidiana y las matemáticas es muy estrecha. Es decir, un estudiante que está en constante aprendizaje y éste a su vez asocia las múltiples experiencias, provocándose de este modo su desarrollo como individuo frente a la sociedad.

Esta reflexión es un hábito que debe reforzarse dentro y fuera del aula de clases para generar un pensamiento más estructurado, planeando la resolución de un problema con base a ideas y conjeturas más reflexivas. Es aquí donde el profesor juega uno de los rolles más importantes en la formación del alumno.

¿Cómo captar la atención y generar el hábito de reflexión?

El profesor debe generar un ambiente (grupo social) de aprendizaje, donde el alumno sienta confianza de exponer sus ideas y reflexiones. Piaget (1978) consideraba la sociedad como la unidad suprema donde el individuo sólo logra sus construcciones intelectuales mediante las interacciones colectivas cuyo nivel depende de la sociedad en conjunto.

Entendimiento dos. *Algunos elementos psicológicos y sociales para el aprendizaje*

Por lo que el individuo al tratar de dar sentido al mundo que lo rodea sufre un constante cambio en su pensamiento, desde su nacimiento hasta la madurez. Este cambio cognoscitivo no es sólo el resultado de acumular más conocimiento en los últimos años; también es la consecuencia radical de los cambios cualitativos influenciados por su formación biológica. Así también Piaget (1970) argumenta que todos los organismos tienen una necesidad de organizar y adaptarse a las demandas del entorno físico para encontrar el equilibrio. Por lo tanto, los elementos como la maduración, la actividad, y las experiencias sociales ayudan al sujeto a desarrollar sus cambios en el pensamiento.

Para Vygotsky, las diferencias de desarrollo necesitan primero ser interpretado como posibles variaciones de entorno sociocultural del alumno; por lo tanto, los profesores necesitan ser cauteloso acerca de su interpretación del desarrollo "normal" y reflexionar sobre cómo las experiencias pasadas de los estudiantes pueden haber afectado su desarrollo cognoscitivo (Greenfield, 1999).

2.4.2 Resolución de Problemas en el Aprendizaje

La preparación de la clase tiene como base a la proyección del desarrollo cognoscitivo y metacognitivo logrando en el alumno la planeación, pensamiento matemático, etc. Estos elementos (Resolución de Problemas) están inmersos en el programa de estudios del CCH-UNAM y el CNTM.

> "El Consejo Nacional de Maestros de Matemáticas (2000) sugiere un marco para sustentar las propuestas del currículo donde resulta importante identificar líneas del pensamiento matemático relacionadas con los contenidos [el estudio de los números y sus operaciones, el estudio de los patrones, relaciones y funciones (álgebra), la geometría, la medición y el análisis de datos y la probabilidad], además de incluir los procesos del quehacer matemático, como las resolución de problemas, el razonamiento y la prueba, la comunicación, las conexiones y las interpretaciones." (Santos, 2010, pg. 25)

Bajo la misma regla de correspondencia Polya (1957) plantea 4 etapas para la elaboración de Estrategias **(Heurísticas)** de Resolución de Problemas.

1. *Comprender el problema*: ¿cuál es la incógnita? ¿cuáles son los datos? ¿cuáles son las condiciones? ¿es posible satisfacerlas? ¿son suficientes para determinar la incógnita, o no lo son? ¿son irrelevantes, o contradictorias?

2. *Diseñar un plan*: ¿se conoce un problema relacionado? ¿se puede replantear el problema? ¿se puede convertir en un problema más simple? ¿se pueden introducir elementos auxiliares?

3. *Ponerlo en práctica*: Aplicar el plan, controlar cada paso, comprobar que son correctos, probar que son correctos.

4. *Examinar la solución*: ¿se puede chequear el resultado? ¿el argumento? ¿podría haberse resuelto de otra manera? ¿se pueden usar el resultado o el método para otros problemas?

En los últimos 30 años la resolución de problemas ha sido identificada como una estrategia importante en el aprendizaje de las matemáticas. Bajo la línea del proceso de aprender matemáticas se pone atención especial al tipo de problemas o situaciones que permiten a los estudiantes no sólo buscar respuestas o explicaciones, sino también reflexionar en torno al significado y formas de razonamiento asociados con la solución de los problemas.

Santos Trigo en su libro *LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS*, afirma y enriquece lo antes dicho.

> “[E]n la resolución de problemas se destaca la importancia de que los estudiantes constantemente planteen preguntas y utilicen diversas representaciones en sus caminos o procesos de resolución. (2010, pp. 40)

Bajo esta conjunción Shoenfeld (1985) hace una crítica constructiva, manifestando que en la educación matemática ha existido un escaso soporte teórico y líneas de investigación coherentes en la resolución de problemas (1985).

Tomando en consideración lo antes escrito se puede voltear a ver la necesidad de integrar conocimientos de otras disciplinas como la historia (contexto cultural), psicología, lúdica (ajedrez) y de los fundamentos matemáticos, para caracterizar la resolución de problemas y tener una clase más integrada.

2.4.3 Cambios de Representación en el Aprendizaje

Dentro de la enseñanza de la matemática hay múltiples formas de representar y comprender un problema matemático, ya que las matemáticas tienen al menos tres formas básicas de representación (geométrica, algebraica, aritmética)**.** Así también en muchas ocasiones la interpretación de los símbolos matemáticos o las representaciones de un problema generan *obstáculos epistemológicos*, ya sea porque el alumno tuvo una experiencia frustrante a la hora de aprender el tema o algo que está relacionado con el presente, y por esta razón no permite aprender o desarrollar correctamente el aprendizaje. Este tipo de problema puede estar inmenso en el proceso que tiene el alumno cuando trata de hacer el cambio de representación de una función cuadrática.

Por ejemplo: cuando un alumno trata de imaginarse una función cuadrática, con dificultad logra construir el lugar geométrico en base a la ecuación cuadrática y más aún imaginarse el cambio que ésta produce cuando se cambian los parámetros de la ecuación.

Pramling (2009) sostiene que el *conocimiento humano* se compone en gran medida de representaciones, imágenes o signos. Puesto para los niños incluyen una amplia gama de gestos, acciones, sonidos y palabras, objetos y gráficos.

Estos cambios de representación Duval (1998) los enfatiza como cambios de registro en donde se refiere a ellos como una aprehensión semiótica, como actos cognoscitivos (noesis) de aprehensión conceptual de un objeto, la discriminación de una diferencia o la comprensión de una inferencia.

Como estos cambios de representación en el aprendizaje de las matemáticas son en muchas ocasiones complicados, se trata de establecer reglas para hacer los cambios de representación. Pero el aprendizaje en el nivel cognoscitivo va más allá de reglas bien definidas, ésta incluye aspectos del habla, interpretación, escritura simbólica, gráficos cartesianos, etc. Duval bajo esta idea comenta en su libro *SEMIOSIS Y PENSAMIENTO MATEMATICO*

> "Incluso aun cuando las reglas de conversión puedan estar bien definidas, las dificultades y las ambigüedades no desaparecen por ello". (1988, pp. 30,)

Por lo que elaborar *bosquejos geométricos* como forma de representación ayuda a generar un puente entre las formas geométricas en el plano cartesiano y el álgebra, Duval; se refiere a este evento como:

> “una figura representa una situación geométrica sólo en la medida en que la significación de ciertas unidades figúrales y de algunas de sus relaciones, estén explícitamente fijadas de entrada.”.

Entendimiento tres. *Algunas consideraciones para anclar ideas.*

Una buena indicación verbal o gráfica ayuda a anclar la figura como representación de tal objeto matemático (la introducción geométrica es mediante la discursiva).

> “Así, cuando los pasos de razonamiento convergen, es decir, producen el mismo cambio de valor epistémico del enunciado-objeto, pueden emplearse expresiones como "a fortiori", "razón de más". Cuando, por el contrario, los dos pasos de razonamiento divergen, es decir, conducen a diferentes cambios del valor epistémico del enunciado-objeto, se utilizan conectivos como "pero". En este tipo de encadenamientos, el conectivo no sólo establece el lazo entre dos pasos, los cuales podrían aparecer sin proposición o sin términos comunes, sino que también marca la naturaleza del lazo establecido: van en el mismo sentido, se oponen, etc.”.(SEMIOSIS Y PENSAMIENTO MATEMATICO, 1988, PP. 166).

Entonces con base al *entendimiento tres* se puede conjeturar la importancia del sistema gráfico para el alumno, ya que propicia la imaginación y hace más entendible el tema, algunas herramientas digitales como Geogebra, Cabri, etc., permitiendo exploraciones gráficas y establecer una relación con el álgebra en tiempo real. Del mismo modo, se puede dirigir la enseñanza mediante el diálogo, puesto que este fomenta la reflexión en los alumnos y permite desarrollar el razonamiento. Cabe mencionar que el profesor debe tener cuidado en la transmisión de sus interpretaciones, éstas deben ayudar a los alumnos a desarrollar las propias, y no establecerse como las únicas interpretaciones posibles.

En este contexto, resulta relevante que los estudiantes adquieran una manera de pensar propia, Postman y Weingartner (1969) afirman que el conocimiento se produce en respuesta a preguntas. Es decir, una vez que el estudiante ha aprendido a preguntar (preguntas relevantes, apropiadas y sustanciosas), el estudiante ha aprendido cómo aprender y ya nadie lo puede detener en el camino de seguir aprendiendo lo que necesite y quiera conocer.

2.4.4 Proceso Metacognitivo

El concepto **metacognición** es muy amplio pero aplicable en muchas disciplinas como un proceso retrospectivo ayudando al sujeto a regular su pensamiento de múltiples variantes. En periodo de los setenta John Flavell hizo investigaciones sobre algunos procesos cognoscitivos, particularmente aquellos involucrados con la memoria.

Flavell (1976) define la metacognición como uno de los conocimientos referentes a los procesos y productos cognoscitivos de uno o cualquier cosa relacionada con ellos. La metacognición también se refiere, a la vigilancia activa de estos procesos en relación con los objetos cognoscitivos o datos sobre los cuales estén relacionados, por lo general en el servicio de un objetivo concreto (Flavell, 1976).

Mateos (2001) define la metacognición como el control deliberado y consciente de la propia actividad cognitiva. Por lo que el concepto de metacognición (Flavell y Brown) tendría dos componentes interdependientes: uno, que tiene que ver con el conocimiento de la cognición (desarrollo de metacognocimientos) y el otro, que se refiere al control sobre la cognición (regulación de las actividades y procesos cognoscitivos). Este doble componente se encuentra no sólo en experiencias metacognitivas individuales, sino también en experiencias metacognitivas; que se dan en contextos sociales.

Cabe mencionar que Flavell (1976), liga el conocimiento con la persona, la tarea y la estrategia; por otro lado Brown, lo liga con la planificación, monitoreo y la revisión. A lo que Jonh H. Flavell le llama educabilidad cognitiva, donde el aprender a aprender y a pensar, va más allá que aprender tal o cual saber; puesto que hay que cuidar la distinción entre 'sujeto cognoscitivo' y sujeto 'epistémico'. En otras palabras los metacognocimientos (referidos al conocimiento de los objetos de aprendizaje, de sí mismo y de las estrategias) alimentan la (auto) regulación de las actividades o, las también llamadas funciones ejecutivas (referidas a la anticipación, la planificación, el control y la revisión) para guiar y coordinar los procesos de aprendizaje y de resolución de problemas.

Shoenfeld también define la metacognición como un proceso solucionador de problemas, mediante un plan eficaz, dándole seguimiento. Con el objeto de observar el avance e implementar nuevos planes y procesos. Por lo que si hay dificultades que re-evaluar se consideran alternativas para solucionar el problema. En consecuencia, los estudiantes pueden resolver problemas que propicien estos comportamientos.

Santos Trigo se refiere a esta estrategia en su libro RESOLUCION DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS Fundamentos cognitivos:

> "La metacognición se refiere al conocimiento de nuestro propio proceso cognoscitivo, al monitoreo activo y a la consecuente regulación y orquestación de las decisiones y procesos utilizados en la resolución de un problema" (2010)

Cabe mencionar que el éxito en cualquier dominio está basado en la fundamentación de las fuentes en ese dominio e incluso que un buen manejo de las heurísticas no puede esperarse que reemplace un débil dominio de la materia. (Schoenfeld, 1985)

2.4.5 Pensamiento Matemático

El pensamiento matemático es la capacidad de trasladar el aprendizaje matemático y adecuarlo a un momento(s) o experiencia, para resolver un problema ya sea de la vida real o simplemente escolar.

Cantoral y Montiel (2003) manifiestan dos líneas conceptuales por un lado, pensamiento sobre tópicos matemáticos, y por otro, procesos avanzados del pensamiento como abstracción, justificación, visualización, estimación o razonamiento bajo hipótesis.

Desde esta perspectiva, el pensamiento matemático no encuentra sus raíces en las tareas propias y exclusivas de los matemáticos profesionales, sino que están incluidas todas las formas posibles de construcción de ideas matemáticas en una gran variedad de tareas. Por lo tanto, el pensamiento matemático se desarrolla en todos los seres humanos en el enfrentamiento cotidiano a sus múltiples tareas.

El pensamiento matemático es un elemento medular dentro esta investigación, puesto se encuentra en los extremos del puente (ajedrez-matemáticas) para resolver problemas.

Santos Trigo en su libro RESOLUCION DE PROBLEMAS MATEMATICOS Fundamentos cognitivos, hace mención del Pensamiento Matemático (constructivista). Describiéndolo como un proceso que comprende el desarrollo de algunas estrategias y recursos propios de la disciplina.

> “Es decir, la meta no es solamente reportar una respuesta sino identificar y contrastar diversas maneras de representar, explorar y resolver el problema. También contempla actividades que permitan extender el problema inicial y formular conjeturas y otros problemas. Esta forma de pensar es consistente con los rasgos fundamentales del pensamiento matemático alrededor de la resolución de problemas.” (Santos T. 2010 RESOLUCION DE PROBLEMAS MATEMATICOS Fundamentos cognitivos, pp. 46)

En esta perspectiva se reconoce que un aspecto central en el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes es que adquieran caminos, estrategias, recursos y una disposición para involucrarse en actividades que reflejen el quehacer matemático. Es decir, se reconoce la importancia de relacionar el proceso de desarrollar la disciplina con el aprendizaje o construcción del conocimiento matemático. Categorizando el pensamiento matemático de la siguiente manera:

> (a) Desarrollar un punto de vista matemático que valore el proceso de matematización y abstracción y tener la predisposición de aplicarlos.
>
> (b) Desarrollar una competencia con las herramientas de trabajo, y usarlas en el servicio de la meta de aprender estructuras –desarrollo del sentido matemático (Schoenfeld, 1994).

Aunque mediante el ajedrez como herramienta lúdica se puede entender el pensamiento matemático bajo 3 directrices.

- Capacidad para generar ideas cuya expresión e interpretación sobre lo que se concluya sea: verdad para todos o mentira para todos.
- Utilización de la representación o conjunto de representaciones con las que el lenguaje matemático hace referencia a esas ideas.
- Comprender el entorno que nos rodea, con mayor profundidad, mediante la aplicación de los conceptos aprendidos.

Así pues la lógica se encuentra inmersa en el pensamiento matemático, relacionando los momentos o casos, construyendo ideas nuevas de resolución de problemas.

La lengua y la literatura en el bachillerato se refiere a este proceso como a la forma de representación matemática, puesto hay que tener en cuenta que el origen del conocimiento lógico-matemático está en la actuación del niño con los objetos y, más concretamente, en las relaciones que a partir de esta actividad establece con ellos. A través de sus manipulaciones descubre las características de los objetos, pero aprende también las relaciones entre objetos. Estas relaciones, que permiten organizar, agrupar, comparar, etc., no están en los objetos como tales, sino que son una construcción del niño sobre la base de las relaciones que encuentra y detecta.

Por lo que, la aproximación a los contenidos de la forma de representación matemática debe basarse en esta etapa en un enfoque que conceda prioridad a la actividad práctica; al descubrimiento de las propiedades y las relaciones que establece entre los objetos a través de su experimentación activa. Los contenidos matemáticos serán tanto más significativos para el niño cuanto más posible le sea incardinarlos en los otros ámbitos de experiencia de la etapa. (Cantoral y Montiel 2003)

Estas propiedades y relaciones generan **habilidades** en el pensamiento matemático. Dichas habilidades se pueden clasificar de la siguiente manera:

- *Observación*: Se debe potenciar sin imponer la atención del niño a lo que el adulto quiere que mire. La observación se canalizará libremente y respetando la acción del sujeto, mediante juegos cuidadosamente dirigidos a la percepción de propiedades y a la relación entre ellas. Esta capacidad de observación se ve aumentada cuando se actúa con gusto y tranquilidad y se ve disminuida cuando existe tensión en el sujeto que realiza la actividad. Según Krivenko, hay que tener presentes tres factores que intervienen de forma directa en el desarrollo de la atención: El factor tiempo, el factor cantidad y el factor diversidad.

- *Imaginación*. Entendida como acción creativa, se potencia con actividades que permiten una pluralidad de alternativas en la acción del sujeto. Ayuda al aprendizaje matemático por la variabilidad de situaciones a las que se transfiere una misma interpretación.

- *Intuición*: Las actividades dirigidas al desarrollo de la intuición no deben provocar técnicas adivinatorias; el decir por decir no desarrolla pensamiento alguno. La arbitrariedad no forma parte de la actuación lógica. El sujeto intuye cuando llega a la verdad sin necesidad de razonamiento. Cierto esto, no significa que se acepte como verdad todo lo que se le ocurra al niño, sino conseguir que se le ocurra todo aquello que se acepta como verdad.

- *Razonamiento lógico*: El razonamiento es la forma del pensamiento mediante el cual, partiendo de uno o varios juicios verdaderos, denominados premisas, llegamos a una conclusión conforme a ciertas reglas de inferencia. Para Bertrand Russell la lógica y la matemática están tan ligadas que afirma: "la lógica es la juventud de la matemática y la matemática la madurez de la lógica". La referencia al razonamiento lógico se hace desde la dimensión intelectual que es capaz de generar ideas en la estrategia de actuación, ante un determinado desafío.

María A. Bosch S. (2012, pp. 14) en su publicación Apuntes teóricos sobre el pensamiento matemático y multiplicativo en los primeros niveles, hace referencia al cuidado que debe tener el profesor para captar y dirigir el pensamiento matemático del estudiante.

> "Los educadores deberían comprender cómo aprenden matemáticas los niños para tomar decisiones eficaces en cuanto a, por ejemplo, la idoneidad de los métodos, los materiales y la secuencia del currículo. La planificación educativa debería tener en cuenta cómo aprenden y piensan los niños (factores cognoscitivos) y qué necesitan, sienten y valoran (factores afectivos) Baroody (1988, 2003)."

Santos Trigo (2010) hace referencia a Schoenfeld, donde sugiere estrategias que permitan desarrollar el pensamiento matemático.

> "Aprender a pensar matemáticamente significa a) desarrollar un punto de vista que valore el proceso de matematización y abstracción, y tener la tendencia a aplicarlos, y b) desarrollar una competencia con las herramientas de trabajo y usarlas en la meta de entender y construir estructuras –desarrollar el sentido matemático (1994, p.60).

Estas estrategias del pensamiento matemático son experimentadas por el jugador de ajedrez de primera línea, puesto que este jugador está acostumbrado a observar la partida de ajedrez y valorar la posición con base a su estudio y experiencia para poder tomar uno de los diferentes caminos que muestra una partida de ajedrez. Por lo que se puede decir que el ajedrecista está acostumbrado a tomar caminos violentos (forzados a mostrar el resultado ganador) o pasivos (caminos largos basados en mucho calculo).

CORRELACION DEL PENSAMIENTO MATEMATICO CON AJEDREZ	
MATEMÁTICAS (Santos y Cantoral)	**AJEDREZ (Kasparov y Bondarewsky)**
Tomar casos particulares	Terapéutico para problemas sociales
Plantear conjeturas	La capacidad analítica, concentración y paciencia.
Describir patrones y relaciones	La intuición, imaginación, lógica.
Hacer generalizaciones	Capacidad de transponer eventos o diagramas y ajustarlos a las necesidades de la partida.
Justificar resultados	La capacidad para comprender las intenciones del otro, y además modela la voluntad y estabiliza emociones.
Actividades Visuales	La atención, memoria y abstracción
Actividades Representativas	La visualización espacial y cronológica
Actividades Probatorias	La creatividad.
Conjeturas	La capacidad para organizar ideas, autocritica y decisión.

Tabla 7. Comparación del pensamiento matemático en el ajedrez y matemáticas.

El estudio sistemático de los rasgos del pensamiento matemático ayuda a los estudiantes a desarrollar herramientas que no sólo les permiten entender los contenidos matemáticos, sino que también les ayudan a formular y desarrollar un conocimiento nuevo. Además, el desarrollo de los rasgos o características del pensamiento matemático garantiza que, sin importar que tipo de contenidos pueda ser vigente dentro de 10 años o 20 años, siempre la forma de interactuar con esos contenidos necesariamente se realiza a partir de estos rasgos. Es decir, no interesa si el contenido específico es la ecuación de segundo grado o las ternas pitagóricos, u otro contenido nuevo, siempre interesa visualizar relaciones, buscar patrones invariantes, plantear conjeturas, o establecer argumentos o pruebas. (Santos T. 2010)

Aun cuando existe poca evidencia entre capacidades cognitivas concretas y pericia en el ajedrez. Se puede fortalecer la idea de enseñar ajedrez para la apropiación de habilidades del pensamiento matemático mediante la correlación positiva entre inteligencia y pericia ajedrecística del sujeto. Ya que la dedicación, entrenamiento guiado, talento y temple de un buen ajedrecista marca su desarrollo cognitivo, tomando decisión con base a la reflexión y antecedentes vinculados. Como ejemplo se puede decir: algunos grandes maestros aun cuando son niños físicamente, en el tablero de ajedrez son unos monstruos llenos de talento y temple.

> “algunos experimentos realizados en juegos como el ajedrez mostraron que la habilidad para recordar diversas posiciones dependían en gran medida de la experiencia propia del individuo acerca de este juego. Un gran maestro se

> estima que posee un repertorio de aproximadamente 50 mil configuraciones o esquemas que le dan esa habilidad para pensar." (Santos, 2010-pp.33)

Si bien el jugador de ajedrez parte de una idea para comenzar una partida o resolver un problema en determinado momento de la partida de ajedrez, en donde esta idea va conteniendo bifurcaciones de forma exponencial y autorreguladas con base al cálculo, asociación de esquemas o simplemente aplicación de conceptos para fomentar así una conjetura. Estas habilidades o virtudes tienen una consecuencia en la toma de decisiones del sujeto, que en ocasiones lo vuelve un poco frio frente a sus pares. Mediante la observación antes mencionada podemos citar algunas características que tiene el jugador de ajedrez y el estudiante de matemáticas, cuando resuelven un problema. El estudiante, cuando resuelve un problema matemático o una partida de ajedrez experimenta tales eventos como son:

- Un conocimiento base, amplio de patrones del campo específico.
- Un reconocimiento rápido de situaciones donde estos patrones se aplican.
- Un razonamiento que va del reconocimiento directo a la solución por medio del trabajo con los patrones.

Es conveniente mencionar que los improvisados tienden a no ver los patrones relevantes, ya que no los conocen o carecen de un camino para tener acceso a ellos rápidamente. Por lo que se considera que los estudiantes deben aprender a desarrollar habilidades que le permitan entender la estructura de las relaciones matemáticas en problemas de palabras y deben desarrollar este entendimiento a través de la creación y trabajar con una representación significativa del problema.

2.4.6 El Ajedrez como Recurso para promover la Metacognición

En México son escasas las investigaciones que tiene el ajedrez como medio para la enseñanza de la matemática y la comprensión de la lectura. Ya que el ajedrez como tal no muestra una parábola, una hipérbola, etc. Así también la relación que tiene está con la comprensión de la lectura pareciera estar lejos de una buena correlación. Pero no es así, la relación puede ser cognitiva y/o metacognitiva, pues en todo caso se trata de resolver un problema.

A continuación se trata de establecer la relación intrínseca que tiene el ajedrez con la matemáticas y la comprensión de lectura, mediante la psicología educacional-ajedrez; retomando un estudio que se hizo en Alemania (Krämer, A. & Filipp, S., 2013). Donde se abordaron "Los efectos de la lección de ajedrez en aspectos cognoscitivos, motivacionales y desarrollo social en alumnos de primaria".

¿Las clases de ajedrez hacen más intelectuales a los niños?

Pero para entender la investigación antes mencionada es importante tratar definir la **Psicología Educacional-Ajedrez** como las estrategias cognoscitivas que se utilizan para ayudar a una persona a conseguir una meta particular (por ejemplo, la comprensión de un texto), mientras que las estrategias metacognitivas se utilizan para asegurar que la meta ha sido conseguida (por ejemplo, examinarse a uno mismo para evaluar la comprensión del texto), ya que esta ha pasado por la creación y validación de conceptos.

Un conocimiento se considera, metacognitivo si se utiliza activamente estrategias para asegurar que una meta se encuentra conseguida. (Jennifer A. Livingston, 2010)

Después de tratar de describir brevemente la importancia que tiene el ajedrez en la psicología educacional del sujeto, se procede a hablar de la investigación antes mencionada.

Entendimiento cuatro. *Relación del ajedrez con otras materias (investigación)*

Por más de 120 años se han hecho estudios mostrando una relación entre las matemáticas y el ajedrez pero a la hora de hacer la pregunta. ¿Acaso el sujeto era más inteligente que los demás antes de empezar a jugar ajedrez y por eso le atrajo el ajedrez, o es el ajedrez el que lo hace más inteligente que los demás? (L. G.ARCÍA, 2013). Era complejo responder la pregunta, puesto que siempre existía considerablemente este sesgo de autoselección.

La investigación se desarrolló al azar en *TRIER* (TREVERIS) después de la evaluación PISA donde los niños salieron por debajo de lo estimado, llevando así al ministerio de educación tomar medidas educativas. Por lo que en TRIER la escuela trabajó en conjunto con la Fundación de Ajedrez Escolar por 4 años; en estudiantes de Primaria. Sacrificando una hora de matemáticas por una de ajedrez a la semana en un grupo y en otro grupo no se movió el horario. Analizando la información recabada el Centro de

Diagnóstico psicológico, evaluación y valoración en la Universidad de TRIER mostrando en sus resultados evidencia de un gran avance en los niños que juegan ajedrez (en aspectos de matemáticas y comprensión lectora) con respecto el grupo que no tomo ajedrez, esta investigación la retomaron algunas escuelas de Hamburgo y otras de Alemania llegando a la conclusión: Es pedagógicamente mejor dos horas de matemáticas y una ajedrez qué 3 horas de matemáticas (semana).

Entonces bajo el entendimiento cuatro, se puede considerar la metacognición (pensar sobre el pensamiento) como el pensamiento óptimo y regulado a través de un control activo sobre los procesos cognoscitivos para lograr así el aprendizaje. Del mismo modo el proceso metacognitivo ayuda a regular y examinar el concepto, mediante actividades de planeación, control y comprobación de los resultados. Claro, sin dejar a un lado el pensamiento crítico, ya que este es determinante para alcanzar el aprendizaje de una partida de ajedrez.

Cabe mencionar que en la partida de ajedrez se produce principalmente ejercicio de pensamiento crítico, ya que influyen varios factores y habilidades, análisis, previsión de espacio-temporal, cálculo algorítmico de posiciones y secuencias mentales de diversa complejidad semántica, creación de imágenes e informaciones desde la memoria a largo plazo, resolución de problemas, reiterada toma de decisiones, etc.

El ajedrez es un juego recreativo con reglas bien definidas el cual es más mental que físico. Larousse (2001) lo define como:

> *"Actividad de orden físico o mental, no impuesta, que no busca ningún fin utilitario, y a la que uno se entrega para divertirse u obtener placer" (2001: 269; Tomo 6)*

Por lo tanto, se puede considerar el ajedrez como una actividad lúdica, ya que es, un recurso óptimo para la apropiación de aprendizajes, puesto que ayuda a modificar y reelaborar los esquemas de conocimiento y a construir el propio aprendizaje (Batllori, 2001). Entonces ¿*Cómo introducir el juego en la clase de matemáticas*?

Entendimiento cinco. *El ajedrez como medio de aprendizaje***.**

Hay que recordar que la mayoría de los juegos contienen mucha matemática y por ende puede servir como apoyo para las estrategias de aprendizaje. Como dice Cascallana (1993: 115), el juego ayuda a presentar contenidos matemáticos, trabajar y afianzar los contenidos presentados, motivar y despertar el interés por lo matemático, desarrollar la creatividad y aplicar estrategias para resolver problemas.

> "Shoenfeld (1992) indica que el uso eficiente de recursos y estrategia al resolver un problema o entender un concepto matemático debe estar acompañado de un **monitoreo constante o una autorreflexión** del proceso que utiliza el individuo al trabajar en su intento de resolución (reflexión metacognitiva)" (Santos T. RESOLUCION DE PROBLEMAS MATEMATICOS Fundamentos cognitivos, 2010, PP. 236)

Bajo el entendimiento cinco se puede conjeturar que el ajedrez tiene *métodos* para resolver ciertas posiciones con el objeto de obtener ventaja, aunque dicha ventaja puede no ser decisiva o constante. El oponente con base a la reflexión y monitoreo de su posición evalúa el juego en ese momento y puede desarrollar una celada (trampa) para remontar el juego con ventaja o hacer crecer la ventaja según sea el caso. Esta estrategia es regulada por el jugador, ya que momento a momento se genera una idea, se evalúa y establece una conjetura regulada logrando así el autocontrol de sus movimientos.

Si bien el ajedrez es un juego donde se registra una *sucesión de toma de decisiones* más que una tarea de aprendizaje involuntaria. Existe sin embargo algunos componentes metacognitivos (el jugador mantiene o remodela estrategias), donde el jugador puede llegar a entender el concepto (no ajedrez) mediante una herramienta metacognitiva desarrollada en los objetivos del ajedrez. (Flavell. 1976)

En las matemáticas como en el ajedrez, existen variables. Así mismo en el ajedrez las variables se pueden agrupar en 3 conjuntos cognoscitivos.

- *Variable de persona*: se refiere al conocimiento sobre cómo aprenden y procesan información los jugadores.

- *Variables de tarea*: se refiere al conocimiento adquirido a través de la naturaleza de las tareas y las preguntas que llevan a resolver el problema o tarea.

- *Variables de estrategia*: es el conocimiento que se construye a través de las estrategias cognitivas y metacognitivas. Así también se distingue en esta variable al conocimiento condicional (cuándo y dónde utilizarla).

Del mismo modo en el proceso de la lucha (resolver un problema) existen sacrificios y combinaciones, ya sean calculados de antemano o hallados en el momento del juego (táctica), produciendo emociones que no pueden se igualadas por ningún otro aspecto del juego.

Hay que recordar que el jugador de ajedrez es un sujeto convencido del *estudio y disciplina* desde el principio de una partida (pensamiento de mejora continua), puesto que no solo asimila varios puntos de vista útiles de jugadores más experimentados, estudia la experiencia acumulada de la teoría ajedrecística, también trata de entender a fondo el concepto del tema o estrategia y lo liga con otros problemas de táctica y/o estrategia ajedrecística.

Por lo que se puede considerar al juego de ajedrez una herramienta viable para desarrollar contenidos:

- *Conceptuales*: sumas, restas, comparaciones numéricas.
- *Procedimentales*: recoger datos manipular, experimentar, deducir.
- *Actitudinales*: interés por la investigación, satisfacción por los procesos lógicos.

No se puede dejar a un lado el elemento satisfactorio de lograr los objetivos o de ganar; encontrándose así una relación con la satisfacción de resolver un problema de matemáticas.

Pero entonces, ¿*Cómo podemos utilizar los juegos en la clase de matemáticas*?

Para Corbalán (1994), los juegos matemáticos constituyen uno de los recursos utilizables en clase, junto con otros muchos (materiales manipulativos, investigaciones escolares, medios audiovisuales, prensa, medios de comunicación…). Y una forma de aprovechar el juego es con base a una serie de condiciones.

Primera*. No se deben esperar resultados mágicos.*

Segunda*. Hay que utilizarlos de manera sistemática y planificada.*

Tercera*. La utilización de los juegos tiene que considerarse un derecho del alumnado, no como una concesión del profesorado”*

Algunas de las particularidades del ajedrez relacionadas con la personalidad son a través del *pensamiento lógico*, estructura de lenguaje, etc. Ayudando así al estudiante en su autonomía y esquemas de conducta. Es decir, la herramienta del juego de ajedrez ayuda a construir una amplia red de elementos metacognitivos, permitiendo al sujeto la asimilación de toda realidad, incorporándola en determinado momento para revivirla y dominarla o compensarla de tal modo.

Cabe mencionar que los jugadores de ajedrez suelen construir ciencia, contemplar sus creaciones y reestructurar el conocimiento para generar nuevos conocimientos. Bajo esta observación sería prudente preguntarse.

¿Por qué no tratar de aprender matemáticas y comunicarla a través del juego y de su belleza creativa y significativa?

En la misma directriz Martin Gardner hace una reflexión del aprendizaje de las matemáticas (http://www.sinewton.org/numeros/numeros/76/Monografico_01.pdf 1991: 123)

> "Siempre he creído que el mejor camino para hacer las matemáticas interesantes a los alumnos y profanos es acercarse a ellas en son de juego… El mejor método para mantener despierto a un estudiante es seguramente proponerle un juego matemático intrigante, un pasatiempo, un truco mágico, una chanza, una paradoja, un modelo, un trabalenguas o cualquiera de una de esas mil cosas que los profesores aburridos suelen huir porque piensan que son frivolidades".

La matemática tiene una faceta de juego, por lo tanto la enseñanza de la misma se puede descubrir con base a prácticas o dinámicas que propicien la investigación la reflexión etc. Calderero (2005:) señala que todo aquello que el alumno descubre investigando es "aprehendido" y por tanto "aprendido" mucho mejor. Por lo que se puede entender a la matemática como una actividad divertida con procesos mentales y reglas bien definidas.

Cuando el estudiante está jugando ajedrez tiene como objetivo principal ganar o resolver una posición en particular. Por lo mismo se debe propiciar un ambiente que propicie al alumno resolver el problema con base en exploraciones, planeación, y procesos metacognitivo, teniendo al alumno en un interés continuo en su entorno para aprendizajes futuros.

Dentro del desarrollo de una partida se generan maniobras forzadas (Combinaciones), aunque concebidas en la mente del jugador. Realizándose en el tablero no porque sean pensadas por tal o cual jugador, sino porque la posición en el tablero permite que sean ejecutadas, gracias a sus características especiales. A estas características que regulan la posibilidad de jugar una maniobra forzada o combinación se le conocen como motivos.

Los motivos, por así decirlo sugieren en qué dirección parecen trabajar los pensamientos de un jugador. Ya que un jugador de ajedrez suele comenzar una combinación sólo cuando ha calculado mentalmente con claridad todos los movimientos forzados e imaginando todas las réplicas posibles, esto es, cuando sea ha considerado todas las variantes hasta el mismo fin, hasta la posición final, hasta el punto en que las relaciones y valoraciones normales entran nuevamente en juego, tal como lo estaban haciendo antes de la explosión de la combinación (metacognición, planeación y pensamiento matemático).

En el ajedrez como en la matemática, se generan combinaciones a la hora de resolver un problema, dentro del estudio de las **combinaciones** I. Bondarewsky (TACTICA DEL MEDIO JUEGO, pp. 27, 1979) hace las siguientes preguntas.

> "¿Cómo nace una combinación?
>
> ¿Se presenta por casualidad o es preparada por el juego o problema que la precede? " (pp. 27)

Para tratar de dar respuesta a estas preguntas es prudente empezar a definir combinación desde el punto de vista ajedrecístico.

> "Una combinación no surge por el talento de tal o cual jugador" (I. Bondarewsky, TACTICA DEL MEDIO JUEGO, pp. 27, EDICIONES MARTINES ROCA, 1972)

Cabe puntualizar que este proceso se lleva a cabo mediante el *cálculo y análisis* de caminos a tomar (variantes) o simplemente por intuición y valorización estratégica. Donde el número de combinaciones posibles ajedrecísticas es astronómico, es decir muy grande así como cuando se está resolviendo un problema matemático las formas de cómo se puede acomodar y tratar una ecuación son muchas y sobre todo las técnicas para tratar el problema.

El ajedrez como las matemáticas han evolucionado, por ende su aprendizaje. Antes se valía uno de la intuición, de la exploración con base en casos particulares para poder trasladar a algo más general. Pero hoy en día el cálculo de ideas exhaustivo es muy común en los análisis matemáticos, puesto que el cálculo numérico en gran parte lo hacen las computadoras. En el ajedrez sucede algo muy similar, se pueden enunciar algunos aprendizajes que se experimentan mediante el ajedrez a través de un proceso metacognitivo, según García Ferran (Educando desde el Ajedrez, 2001):

- *Aprendizaje Efectivo*: Centrado en orientar al aprendiente para revisar y evaluar mientras se trabaja, basado en imágenes. Utilizando la memoria a corto plazo (Antoine de la Garanderie,1988)

- *Aprendizaje mediante* introspección cognitiva: propicia la investigación por medio del descubrimiento mental y el diálogo pedagógico. Ayudando así al estudiante a tomar consciencia de los gestos mentales y estrategias que pone en juego.

- *Aprendizaje actual-relevancia*: en consecuencia de la relación y revisión de los tipos de aprendientes surge la instrucción individualizada, la cual ayuda al jugador a generar un concepto relevante en tiempo y forma.

Entendimiento seis. *La memoria frente a la imaginación o creatividad.*

Alekhine (Kasparov, 2007), primer gran maestro ruso, campeón del mundo quien mantuvo el título hasta su muerte, sostuvo una conversación con el conocido maestro checo Karel Opocensky.

Karel: Distingo el ajedrez contemporáneo del de nuestros abuelos pero ¿en qué consiste el progreso que ha experimentado este? Antes se confiaba únicamente en la intuición que, en definitiva, engendra las combinaciones; ahora se juega de acuerdo con las severas reglas de la posición y del cálculo exacto. En el pasado, el ajedrecista le bastaba conocer algunas variantes teóricas; en el presente, ya no le basta. ¿Consiste dicho progreso única y exclusivamente en aprender miles y miles de variantes?

Alekhine: ¡No! Fíjese; a uno le servirá muy poco recordar miles de ellas. Porque se juega al ajedrez con esto (aquí se tocó significativamente con el índice la frente, y prosiguió diciendo) ¡La teoría es muy importante; pero la inventiva lo es aún más!

El ingenio en resolver problemas varía con respecto al individuo, pero es importante que el maestro busque formas de propiciar la imaginación, destreza o pensamiento matemático. Donde el alumno explore diferentes formas de resolver, despierte esa inquietud y temperamento que caracteriza al adolescente para resolver problemas matemáticos y en generar nuevas inquietudes para ser atendidas en forma individual y grupal. Con esto se trata de fortalecer entre otras cosas la idea que no es necesario que el alumno resuelva 10 partidas en un día o 100 ecuaciones para que aprenda que es lo que están buscando, para qué y hacia dónde lo puede llevar.

Bajo el **entendimiento seis** se podrían considerar algunas ventajas del juego de ajedrez en la enseñanza de las matemáticas:

- Propicia un conocimiento agradable, revisando los procedimientos y posibles resultados.
- Estimula al alumno a resolver problemas amenos e interesantes disminuyendo el desinterés en las matemáticas.
- Optimiza el aprendizaje conforme la planeación, metacognición y pensamiento matemático. Generando puente con nuevos conocimientos y estrategias.

Capítulo 3 Metodología de la Investigación.

Son los problemas matemáticos sin resolver lo que se convierte en el tema principal que obsesiona a cada generación de matemáticos. Debemos saber. ¡Sabremos!.

(Hilbert- 1930)

3.1 Introducción

La mayoría de los alumnos se muestran apáticos a las matemáticas por antecedentes de aprendizaje o relación con un hecho frustrante. Por ésta y muchas razones se debe animar e involucrar a los estudiantes en la resolución de problemas, se debe propiciar el espíritu de aferrarse a encontrar y formular una solución cuando intentan resolver un problema complejo.

Así pues, fortaleciendo la idea, **el ajedrez como herramienta facilitadora metacognitiva para desarrollar heurísticas para la resolución de problemas.** Se desarrolló el proyecto de la siguiente manera y generando material cuidando aspectos teóricos que se citan en los capítulos anteriores. Ya que aprender a resolver problemas en matemáticas, suele ser muy desgastante si no se adquirieren formas de pensamiento, hábitos de persistencia, curiosidad y confianza en las acciones para explorar situaciones desconocidas. Para adquirir entre otros elementos un dominio de situaciones similares exteriorizando los aprendizajes matemáticos en algún momento.

El programa de estudios del CCH sugiere la estrategia de enseñanza vía resolución de problemas, donde es complicado para el alumno desarrollar el autocontrol cuando se está resolviendo un problema matemático, detenerse para revisar lo que lleva hecho y si lo requiere el problema, saber dónde regresarse para escoger una vía alterna para la solución óptima del problema matemático.

En lo antes mencionado se encuentra inmerso aspectos metacognitivos como la planeación, reflexión, autocontrol, monitoreo, autoevaluación. Mismos que se desarrollan a la hora de jugar una partida de ajedrez de manera calculada y/o perspectiva. Ya que cuando se está jugando se planea desde el principio, generando objetivos y vías de solución para hacer una estrategia que lleve a ganar la partida. Así también continuamente durante la partida se toman decisiones de una gran gama de caminos en donde se analizan planeando, autorregulándose y auto evaluándose.

El tema abordado por parte de la matemática es la función cuadrática el cual se encuentra en la primera unidad-segundo semestre del programa del Colegio de Ciencia y Humanidades (Programa 2013). Dicho tema es antecedido por conocimientos de la unidad V de 1 semestre: ecuación cuadrática según el programa vigente hasta 2016-II.

Forma de abordar el tema de la función cuadrática:

Las clases se desarrollan (22 de abril – 15 de Mayo del 2014) a través de 11 sesiones. Ocho sesiones de 110 minutos cada una y 3 de 50 minutos.

- Antecedentes matemáticos (historia de la función cuadrática)

- Exploración de problemas de función cuadrática (dialogo, actividad individual y grupal)
- Uso del software dinámico para explorar la función cuadrática

Forma de abordar el tema de las clases de ajedrez.

Las clases se desarrollan (22 de abril – 9 de Mayo del 2014) a través de 15 sesiones, de una hora cada una.

- Seguimiento de las 3 premisas para empezar a jugar ajedrez (Control del Centro, Seguridad del Rey, Desarrollo de piezas).
- Estrategia.
- Táctica.

Enfatizando la implementación de la investigación en un ambiente multicultural CCH-Naucalpan. Tomando un grupo de 2° Semestre al azar de los grupos asignados por el Plantel.

Al grupo se le explica que se va a desarrollar una investigación y que se van a llevar clases de ajedrez (1-2pm en el área de matemáticas) y matemáticas en paralelo invitando a los alumnos a formar parte del equipo de ajedrez. Cuatro alumnos deciden formar parte del equipo de ajedrez.

Las sesiones se desarrollan mediante el diálogo (tanto ajedrez como matemáticas) para fortalecer la reflexión y la regulación interna. Es decir, minimizar las dificultades encontradas en describir, modificar y analizar una situación o problema matemático; ya que el escuchar requiere una participación activa durante la discusión, puesto que las ideas de otro sujeto pueden producir modificaciones en lo que uno piensa, clarificar o explicar predicciones o procesos que una persona no había entendido completamente. (NCTM, 2000, p. 6/3).

Algunas de las estrategias que se aplican en las clases de matemáticas y ajedrez es la implementación del grupo de Facebook para propiciar un vínculo académico, tratamientos de dudas fuera del aula y mayor interacción entre ellos, etc. Así también se forman equipos de trabajo en el aula de matemáticas y ajedrez, para fortalecer la zona de desarrollo próximo ZDP y el proceso metacognitivo.

También se busca que el alumno reflexione en las sesiones desarrolladas con Geogebra (sala Telmex) y en el caso de ajedrez se toma el método de enseñanza de Garry Kasparov (24 Lecciones de Ajedrez Por Gary Kasparov) para los alumnos que saben mover las piezas (equipo 2); y para el los alumnos que no saben mover las piezas (equipo 1) se toma el Manual de Combinación de Ajedrez MOSCOW 2007. Con ayuda del tablero mural o tablero ordinario. Tanto el juego como el SW son herramientas atractivas para el adolescente, puesto que continuamente reta la destreza del alumno. Con el objeto de ser evaluadas de manera cualitativa y por ultimo cuantitativa; se usan los libros como: evaluación de los aprendizajes (Lafourcade, 1971), estrategias docentes para un aprendizaje significativo (Barriga, 2002), Como la vida imita al ajedrez (Kasparov, 2007), etc.

3.2 DESARROLLO DE LAS SESIONES DE MATEMÁTICAS II (VÍA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS)

A continuación se explica brevemente los puntos medulares de las 4 semanas[3],

Propósito.

> Analizar el comportamiento de las gráficas de funciones cuadráticas en términos de sus parámetros e iniciar la resolución de problemas de optimización con métodos algebraicos y geométricos mediante el Álgebra y/o el SW Dinámico (Geogebra).

Función Cuadrática (Swokowski E. Algebra y Trigonometría con Geometría Analítica, Segunda Edición. Pp. 170)

DEFINICION: Una función: f es una **función cuadrática** si

$$f(x) = \boldsymbol{a}x^2 + \boldsymbol{b}x + c \quad \text{En donde } a, b\ y\ c \text{ son números reales y } a \neq 0.$$

[3] El material desarrollado de Matemáticas se encuentra en Anexo 10

Semana 1

(Salón)

Sesión 1 Antecedentes Matemáticos (110 minutos)

1. Revisar los antecedentes matemáticos para tratar la F.C.(material 1) 80’
2. Diálogo grupal para fortalecer la clase. 20’
3. Asignación de tarea 1 (se sube al grupo de Facebook) 10’

Sesión 2 Reflexión de Función y Función Cuadrática (110 minutos**)**

1. Revisión de tarea y recuento de lo que se vio la clase anterior. 15’
2. Examen Diagnostico 1 30’
3. Reflexión de las definiciones de función Actividad 1.1 (diferentes autores). 20’
4. Contraste de las definiciones de función cuadrática según el personaje y su época 40’

   Actividad 1.2
5. Dialogo reflexivo. 5’
6. Tarea extra-clase 5’

Sesión 3 (50 minutos**)**

1. Se aplica prueba 1 solicitando a los alumnos que resuelvan cuidadosamente.
2. Al término de la prueba se les dice a los alumnos que la próxima clase será en la sala Telmex

Sesión 4 Cambios de Representación con Geo-gebra 110'

1. Revisar tarea y recuento de clase anterior. 15'
2. Desarrollo de las prácticas con Geo-gebra. 35'

   Práctica 2.1, 2.2, 2.3.
3. Desarrollo del ejercicio 2.4 30'
4. Diálogo Reflexivo. 25'
5. Asignación de la tarea 2 y recolección de reflexiones. 5'

Semana 2

(Sala Telmex)

Sesión 5 110'

1. Retroalimentación y revisión de tarea.20'
2. Desarrollo de Ejercicio.2.5 30'
3. Desarrollo de ejercicio 2.6 20'
4. Diálogo reflexivo grupal 15'
5. Asignación de la tarea 3 y recolección de reflexiones. 15'

Sesión 6. 55'

1. Prueba 2 50'
2. Al término del examen se les dice a los alumnos, ¡las próximas clases serán en el salón! 5'

Semana 3

Sesión 7. Cambio de representación con lápiz y papel 110'

1. Revisar la prueba 2. 30'
2. Enseñanza de la función cuadrática de las forma $y = ax2 + c$ y $y = ax2 + bx$ *usando material 4 ,* 40'
3. Diálogo Reflexivo. 20'
4. Asignación de la tarea 3 10'

Sesión 8 110' (salón de clases).

1. Revisar tarea y recuento de clase anterior. 25'
2. Análisis del discriminante de la formula general de la ecuación cuadrática. 10'
3. Completando el trinomio al cuadrado perfecto. 40'
4. Resolución del material 5 en el pizarrón. 20'
5. Diálogo reflexivo 5'

Sesión 9. 50' (salón de clases)

1. Prueba 3
2. Al término de la prueba se les dice a los alumnos que la siguiente clase se darán calificaciones.

Semana 4

Sesión 10 (110 minutos)

Nota. Como el profesor vio que en el examen no se entendió bien el tema y por ende la mayoría no hicieron más que el 40% del examen avisó a los alumnos por el grupo (Facebook) que el martes (sesión 10) va a repasar el tema y que va a aplicar nuevamente la prueba.

1. Inicio de clase 5’

   El profesor comenta con los alumnos que la mayoría reprobaron y por cual se va a repetir el examen a la última hora de la clase.
2. Completar T.C.P. 45’
   El profesor aborda el tema propiciando el entendimiento en los alumnos el por qué se llama completar TCP
3. Resolviendo Prueba 4. 60’

Sesión 11 (2hr)

1. El profesor da las gracias y menciona las calificaciones

3.3 DESARROLLO DE LAS SESIONES DE ACTIVIDADES DE AJEDREZ (VÍA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS)

El ajedrez es un juego absolutamente lógico que tiene sus leyes generales que se pueden comprender intuitivamente o trabajando muchísimo (Garry Kasparov, 2007).

Propósito.

> Aprender a jugar ajedrez desarrollando y apropiándose de las habilidades metacognitivas para poder fortalecer el pensamiento matemático y otras habilidades que le servirán al alumno.

Las sesiones se desarrollan en 15 sesiones[4] con una duración de 1 hora cada una. 12 sesiones se desarrollaron implementando ejercicios y 3 (viernes) sesiones de práctica con sus pares.

Cabe mencionar que todas la sesiones se desarrollaron fortaleciendo el dialogo, autocontrol, reflexión, etc. y las partidas se leen en sistema algebraico.

[4] El material desarrollado de Matemáticas se encuentra en Anexo 11

Semana 1a

(Área de Matemáticas)

Sesión 1 Conociendo un poco más del Juego Ciencia, arte y deporte (50')

1. Presentación con los alumnos y dialogar sobre la belleza del ajedrez. (¿Para qué estudiar ajedrez?) 20'

2. Revisar los conocimientos de los alumnos en el ajedrez. 10'

3. Generar dos equipos y dialogar en equipo sobre la solución del ejercicio 1: 20'

   a) Inicial (los alumnos no saben mover la piezas o sólo noción)
   b) Intermedio (Los alumnos saben mover las piezas y 50% reglas)

4. Se les da la despedida a los alumnos reiterando las habilidades que se esperan fortalecer en ellos. 5'

Sesión 2 Antecedentes Ajedrecístico

1. Solicitar a los alumnos que formen sus respectivos equipos y contarles un cuento del tableo sobre la función 2^x · 5'

2. Solicitar a los alumnos que tomen un tablero con sus respectivas piezas para que el profesor aplique el Ejercicio 2 respectivo a su equipo. 20'

   a) Equipo 1 (alumnos que no saben mover las piezas) Mostrar el objetivo del juego, movimientos y alcances de cada pieza.
   b) Equipo 2 (Alumnos que saben mover las piezas) Mostrar el desarrollo armónico del juego (forma objetiva).

3. Dialogar con los alumnos sobre la importancia de practicar en sus tiempos libres con sus compañeros. (se les presta un tablero de ajedrez).

Semana 1b

(Área de matemáticas)

Sesión 3 Como generar la idea (55 minutos**)**

1. Dar la bienvenida a los alumnos y preguntar a los alumnos si tuvieron alguna duda con su entrenamiento con sus pares. O algo que quieran compartir 10'

2. Aplicar en el tablero de manta Ejercicio 3 respectivo equipo. 20'

   a) Equipo 1 Mate en 1, con torre pg.10-11; Mate en 1, con dama pg. 12-14 (manual de Combinaciones,).
   b) Equipo 2 Lección 2 Riqueza de Ideas y Métodos (24 Lecciones de Ajedrez pg. 2-4).

3. Diálogo reflexivo con los alumnos puntualizando la necesidad de reflexionar una idea(s) para poder establecer una conjetura más seria. 10'
4. Solicitar a los alumnos que ahora ellos jueguen y revisar de manera colaborativa su desarrollo en el juego. (no hay que perder de vista que el ajedrez es un juego, por lo tanto se tiene que jugar para no hacer tedioso su estudio). 15'.

Sesión 4 El objetivo justifica los medios (55 minutos**)**

1. Dar la bienvenida a los alumnos y preguntar alumnos si tuvieron alguna duda con su entrenamiento con sus pares. O algo que quieran compartir 10'

2. .Prueba 1. Aplicar en el tablero de manta Ejercicio 4 respectivo equipo. 20'

   a) Equipo 1 Mate en 1, con alfil pg.15-16; Mate en 1, con dama pg. 17-18(manual de Combinaciones,).
   b) Equipo 2 Lección 3 Papel de las Correlaciones Materiales en la Partida (24 Lecciones de Ajedrez pg. 4-6).

3. Dialogo reflexivo con los alumnos puntualizando la necesidad de reflexionar una idea(s) para poder establecer una conjetura más seria. 10'
4. Se solicita a los alumnos que ellos juegue de manera que el profesor revise su juego. 15'

Semana 1

(Explanada principal del CCH-Naucalpan)

Sesión 5 Jugar con su pares y reflexionar.

1. Prueba 1 Observación el desarrollo de los alumnos.

   Se le solicita a los alumnos que jueguen entre ellos, considerando las reglas de pieza tocada pieza juega, peón al paso, usar el reloj a 10 minutos (tiempo opcional), etc.

Semana 2a

(Área de Matemáticas)

Sesión 6 Conceptos que reflejan momentos en una partida (50')

1. Saludar a los alumnos y dialogar sobre las complicaciones que han encontrado en el ajedrez. (¿Para qué generar una idea, reflexionar, mis actos tienen consecuencia, etc.?) 10

2. Revisar el desarrollo ajedrecístico de los alumnos en el ajedrez y explicarles brevemente las etapas de una partida (manera diálogo). 5'

   Prueba 2. Solicitar a los alumnos que tomen un tablero con sus respectivas piezas para que el profesor aplique el Ejercicio 5 respectivo a su equipo. 20'

   a) Equipo 1 mate en 1, con caballo pg.17-18; mate en 1, con peón pg. 19 (manual de Combinaciones).
   b) Equipo 2 Lección 4 superioridad en el centro, superioridad en la partida (24 Lecciones de Ajedrez pg. 6-7).

3. Diálogo reflexivo con los alumnos puntualizando la necesidad de reflexionar una idea(s) para poder establecer una conjetura más seria. 10'
4. Solicitar a los alumnos que ahora ellos jueguen (con reloj y anotando sus movimientos en papeletas) y revisar de manera colaborativa su desarrollo en el juego. 15'.

Semana 2b

(Área de Matemáticas)

Sesión 7 Valorar el espacio sin perder la cabeza 55'

1. Saludar a los alumnos y dialogar sobre las complicaciones que han encontrado en el ajedrez. (¿Cómo defino una idea, como defino una conjetura?) 10'

2. Prueba 2. Solicitar a los alumnos que tomen un tablero con sus respectivas piezas para que el profesor aplique el Ejercicio 6 respectivo a su equipo. 25'

    a) Equipo 1 mate en 1 pg. 20 - 25 (manual de Combinaciones).
    b) Equipo 2 Lección 5 Cómo ganar espacio (24 Lecciones de Ajedrez pg. 8)

3. Diálogo reflexivo con los alumnos puntualizando la ofensiva en el flanco es mejor detenerla mediante contraataque en el centro. 10'
4. Solicitar a los alumnos que ahora ellos jueguen (con reloj y anoten sus movimientos en una papeleta) y revisar de manera colaborativa su desarrollo en el juego. 15'.

Sesión 8a Insignificante peón puede marcar el rumbo de una partida (55'**).**

1. Saludar a los alumnos y dialogar sobre las complicaciones que han encontrado en el ajedrez. 5'

2. Explicar brevemente a los alumnos la importancia de la estructura de los peones (manera diálogo y usando tablero mural). 5'

Semana 2c

(Área de Matemáticas)

Sesión 8b Insignificante peón puede marcar el rumbo de una partida (55’).

3. Solicitar a los alumnos que tomen un tablero con sus respectivas piezas para que el profesor aplique el Ejercicio 7 respectivo a su equipo. 20’

    a) Equipo 1 mate en 1 pg. 25 - 29 (manual de Combinaciones).
    b) Equipo 2 Lección 6 himno y réquiem a los peones (24 Lecciones de Ajedrez pg. 9-10).

4. Diálogo reflexivo sobre el dinamismo de la cadena de peones ofrece ricas posibilidades para el juego combinatorio, y esto igualmente peligroso y atractivo, máxime si los rivales prefieren el juego abierto. Por el contrario, la cadena de peones inmóvil, bloqueante a menudo predetermina el desarrollo lento y tranquilo de la partida. puntualizando la ofensiva en el flanco es mejor detenerla mediante contraataque en el centro. 10’
5. Solicitar a los alumnos que ahora ellos jueguen (con reloj y anoten sus movimientos en una papeleta) y revisar de manera colaborativa su desarrollo en el juego. 15’.

Semana 2d

(Área de Matemáticas y ultima clase en explanada

Sesión 9 Triunfa el más activo, hábil, experto en la utilización de los recursos disponibles (55’)**.**

1. Saludar a los alumnos y dialogar sobre las complicaciones que han encontrado en el ajedrez. 5’

2. Revisar el desarrollo ajedrecístico de los alumnos en el ajedrez y preguntarles ¿Qué es actividad en el juego de ajedrez? (manera diálogo). 5’

3. Solicitar a los alumnos que tomen un tablero con sus respectivas piezas para que el profesor aplique el Ejercicio 8 respectivo a su equipo. 20’

   a) Equipo 1 Nivel II mate en 1 pg. 31 - 33 (manual de Combinaciones,).
   b) Equipo 2 Lección 7 actividad y cooperación de las piezas (24 Lecciones de Ajedrez pg. 10-11).

4. Diálogo reflexivo sobre la cooperación de piezas, puesto es un factor muy importante que determina la fuerza del ajedrecista. Saber coordinar las jugadas de cada pieza, de cada peón, para que actúen mancomunadamente en la ejecución de cualquier plan negro y de paso se protejan entre sí es un gran arte, indicio de alto nivel. 10’
5. Solicitar que jueguen entre ellos (con reloj y anotando sus movimientos) y avisar a los alumnos que la siguiente clase será en la explanada del plantel, compartiendo el conocimiento y fortaleciendo la competencia.

Sesión 10 Compartir el conocimiento hace mejor persona. 60’

1. Dar la bienvenida a los alumnos y solicitar que jueguen con los chavos y compañeros que lleguen a jugar. (Se desarrolla en la explanada) 60’

Semana 3a

(Área de Matemáticas)

Sesión 11 Gana la lucha de apertura quien pone en juego más rápido sus fuerzas principales. (50’)

1. Saludar a los alumnos y dialogar sobre la experiencia que tuvieron al jugar con sus pares. (Enfatizar la importancia de convivir en un ambiente de enriquecimiento cultural.) 5’

2. Reflexión sobre las acciones por muy pequeñas pueden tener un efecto decisivo en la partida (Kasparov, Como la vida imita al ajedrez). 15’

   La lid ajedrecística hasta cierto punto se parece a las acciones militares. Ya que, mucho se decide no sólo en la preparación técnica y el equipamiento de las tropas, sino también la capacidad que tiene el jefe militar para prever el carácter de la próxima batalla y de acuerdo a eso ubica correctamente las tropas, así como poner en combate sus fuerzas a tiempo y en la mejor sucesión.

   Por eso, cada ajedrecista que dirige las acciones de su ejército, si quiere salir victorioso debe reconocer los principios básicos del juego al comienzo de la batalla.

3. Prueba 3. Solicitar a los alumnos que formen las sillas en fila y columna de 2 × 2 para que observen las partidas que va desarrollar el maestro en el tablero mural (este ejercicio tiene como objeto fomentar la metacognición) 30’.

   Ejercicio 9 Observar y reflexionar ambos equipos.

   Lección 8 Cómo evitar catástrofes en la apertura (24 Lecciones de Ajedrez pg. 11-13).

4. Diálogo reflexivo sobre el atractivo del ejercicio 9 5’
5. Solicitar a los alumnos que ahora ellos jueguen (con reloj y anotando sus movimientos) 10’.

Semana 3b

(Área de Matemáticas)

Sesión 12 El autocontrol antes que el instinto devorador. 55'

1. Saludar a los alumnos y dialogar sobre las complicaciones que han encontrado en el ajedrez. (¿Cuándo es pertinente capturar las piezas?) 5'

2. Solicitar a los alumnos que formen las sillas en fila y columna de 2 × 2 para que observen las partidas que va a desarrollar el maestro en el tablero mural (este ejercicio tiene como objeto fomentar la metacognición) 30'.

   - Ejercicio 10 Observar y reflexionar ambos equipos.
     Lección 9 ¿Hay que aceptar sacrificio? (24 Lecciones de Ajedrez pg. 13-14).

3. Dialogo reflexivo con los alumnos sobre la importancia de los gambitos 5'
4. Solicitar a los alumnos que ahora ellos jueguen (con reloj y anotando sus movimientos) y revisar de manera colaborativa su desarrollo en el juego. 15'.

Sesión 13a Como llevar una partida armónica: Planeación (55'**).**

1. Saludar a los alumnos y dialogar sobre las complicaciones que han encontrado en el ajedrez. 5'

2. Revisar el desarrollo ajedrecístico de los alumnos: apertura y medio juego (manera diálogo y usando tablero mural). 5'

3. Solicitar a los alumnos que tomen un tablero con sus respectivas piezas para que el profesor aplique el Ejercicio 11 respectivo a su equipo. 20'
   a) Equipo 1 mate en 1 pg. 31-35 (manual de Combinaciones).
   b) Equipo 2 Lección 10 Objetivos de las acciones en la apertura (24 Lecciones de Ajedrez pg. 15-16).

Sesión 13b Como llevar una partida armónica y evitar esto con el contrario (planeación) (55').

4. Diálogo reflexivo sobre una cita de Mijaíl Botvinnik (1938) "… Y el control de las casillas centrales pasa a las negras. Se aclara paulatinamente que las blancas no tienen plan de juego y están ocupadas sólo en desarrollar las piezas. Tal vez era admisible jugar así a comienzo del siglo, pero en nuestra época, cuando cada maestro aproximadamente desde la sexta-octava jugada traza el plan de medio juego, no hay "mejor" forma de caer en posición incómoda que aspirar al simple desarrollo" 10'
5. Solicitar a los alumnos que ahora ellos jueguen (con reloj y anotando sus movimientos) y revisar de manera colaborativa su desarrollo en el juego. 15'.

Semana 3c

(Área de Matemáticas)

Sesión 14a ¿Qué camino tomar según el árbol de decisiones? (55')**.**

1. Saludar a los alumnos y dialogar sobre las complicaciones que han encontrado en el ajedrez. 5'

2. Abrir el diálogo con los alumnos recordándoles que en la posición inicial no existe mejor jugada ni más fuerte. Hay varias jugadas correspondientes a los principios del desarrollo de las piezas en la apertura y entre ellas debe elegir conforme a sus gustos, conocimientos y experiencia ajedrecística.

3. Solicitar a los alumnos que tomen un tablero con sus respectivas piezas para que el profesor aplique el Ejercicio 12 respectivo a su equipo. 20'

   a) Equipo 1 Nivel II ganar torre pg. 36 - 39 (manual de Combinaciones,).

b) Equipo Lección 11 Abiertas, semiabiertas, cerradas. (24 Lecciones de Ajedrez pg. 16-19).

4. Diálogo reflexivo con los alumnos sobre apreturas abiertas, semiabiertas y cerradas. 10’

Semana 3d

Área de Matemáticas y (Explanada principal del CCH-Naucalpan)

Sesión 14b Que camino tomar en la toma de decisiones. (55’)

5. Solicitar que jueguen entre ellos (con reloj y anotando sus movimientos) y avisar a los alumnos que la siguiente clase será en la explanada del plantel,

Sesión 15 Compartir el conocimiento hace mejor persona. (60’) Explanada

Dar la bienvenida a los alumnos y solicitar que jueguen (manera seria, tomando enserio sus partidas) con sus compañeros que lleguen a jugar. 60’

3.4 RESUMEN

En la experiencia de enseñanza que se implementa, se tiene como propósito probar el juego de ajedrez como un instrumento lúdico que a ayuda apropiarse de los elementos del método resolución de problemas. Propiciando la imaginación, memoria, elaboración de heurísticas, toma de decisiones, algoritmos, etc.

Se les pregunta al grupo de Matemáticas II, ¿qué alumnos quieren formar parte de la enseñanza de ajedrez?, alzando la mano sólo 6 alumnos (4 hombres y 2 mujeres); solicitándoles al término de la clase se queden para darles indicaciones sobre ajedrez.

A los alumnos de ajedrez se les dice el horario y lugar de trabajo (solicitando compromiso).

i. Horario: 1 a 2 pm de lunes a viernes
ii. Lugar: Área de Matemáticas (lunes a jueves) y explanada principal (viernes).

Así también se revisaron las partidas (ajedrez) y los ejercicios (aula de Matemáticas) en forma grupal con el profesor para que el alumno y el profesor se den cuenta de las necesidades y confusiones que se tienen para resolver correctamente.

Las siguientes clases se muestran por un lado el salón de clases (matemáticas) y por otro la enseñanza del ajedrez (Área de Matemáticas); la impartición de estas fue bajo los lineamientos de resolución de problemas e implementación de actividades a los alumnos, promoviendo los elementos de resolución de problemas, procedimentales y actitudinal.

Salón de clases Matemáticas (Función Cuadrática)

1. La primera semana se hace una prueba diagnóstica en el aula, así también se fortaleció el diálogo, participación colaborativa y seguridad en el alumno.
2. La segunda semana se desarrolla en la Sala Telmex implementando actividades en Geogebra, propiciando el manejo de cambio de representaciones de la función cuadrática.
3. La tercera semana se aplican actividades donde el alumno hace uso de los conocimientos vistos en la semana 1 y 2; buscando un empate conceptual.
4. La cuarta semana se hace un repaso (aclarando dudas y confusiones de los alumnos), se aplica la prueba 3 y se evaluó al grupo (Lafourcade).

Clases de ajedrez (Área de Matemáticas)

1. Se aplica un sondeo oral (evaluación) a los alumnos para ubicar su nivel de conocimientos en ajedrez, generando 2 equipos (según su nivel) Participando en la experiencia de ajedrez 6 alumnos de la materia de matemáticas 2 (Alumnos de un solo grupo asignado) ubicándolos en dos niveles (según prueba oral): principiantes (no saben mover las piezas) e intermedio [saben mover las piezas pero su desarrollo no cumple con las premisas (control del centro, desarrollo de piezas menores y seguridad del rey)].
2. De lunes a jueves durante 3 semanas se trabaja con los ejercicios, generados a través del material: 24 Lecciones de Ajedrez Por Gary Kasparov. (sistema de enseñanza del Gran Maestro) y CHESS SCHOOL 1a, SERGEY IVASHCHENKO (Libro recomendado por la escuela rusa de ajedrez), donde según el equipo (nivel de ajedrez) es el material a utilizar.

a) El equipo 1 (24 Lecciones de Ajedrez) se le proporciona copias y tablero para que ellos pongan la posición del ejercicio y resuelvan de manera colaborativa con el profesor.

b) El equipo 2 (CHESS SCHOOL 1a) se apoya el ejercicio en un tablero mural donde el profesor va reproduciendo la partida mediante la colaboración de los alumnos, solicitando la mejor jugada, caminos a tomar, ventajas y desventajas de ciertas variantes; todo esto mediante el diálogo y respeto con sus pares.

3. Al término de cada sesión en el área de Matemáticas se le solicita a los alumnos que jueguen y anoten sus partidas en el modo algebraico, para que al término de la sesión las estreguen al profesor para que éste revise su avance.

a) La sesión 11 y 12 (errores típicos que se cometen por no tener un plan claro con sustento) se les aplica a los 2 equipos al mismo tiempo y por igual. Estas sesiones contienen la reflexión, autocontrol, autoevaluación, planeación y pensamiento matemático. De manera sencilla, atractiva y fácil de combinarse, no importando nivel.

b) Los viernes durante 3 semanas se pone 1 carpa, 3 mesas y 10 tableros en la explanada principal del Plantel jugando así los alumnos (los dos equipos contra alumnos, maestros, etc.), practicando (lo aprendido durante la semana) e intercambiando ideas y reflexiones, mostrando de este modo errores y alternativas que se tienen en la partida.

c) Cabe destacar que al término de las sesiones se observa de forma minuciosa el desenvolvimiento de los equipos a la hora de jugar ajedrez en la explana principal del Plantel.

d) Los viernes son para que los alumnos jueguen entre ellos en la explanada con los demás alumnos, maestros, trabajadores, etc. con el objeto que desarrollen lo aprendido en la semana, compartan el conocimiento y se diviertan, ya que no hay que perder de vista que el ajedrez es un juego.

Después de una semana se les pregunta a los alumnos de ajedrez sobre la experiencia Enseñanza/Aprendizaje del ajedrez. (ayudó a entender los aspectos matemáticos y de qué modo).

Las sesiones y entrevista se graban en videocinta y audio, así como las papeletas de las partidas son guardadas.

CAPÍTULO 4. VALIDACIÓN DEL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN.

El juego es un paisaje complejo: imaginación y significados simbólicos.

4.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se muestra la validación del proyecto, mostrando primero algunos reactivos utilizados para evaluar el aprendizaje y después la revisión de los resultados mediante métodos de evaluación retomados del libro de Evaluación de los Aprendizajes,

Estrategias docentes para un aprendizaje significativo y cómo la vida imita al ajedrez.

4.2 Aplicación y Resultados de la estrategia de la enseñanza/Aprendizaje

En las etapas del desarrollo de la investigación se utilizaron instrumentos bajo lineamientos de resolución de problemas, los cuales se diseñaron con el propósito de obtener los datos necesarios para sustentar las conclusiones de esta experiencia de enseñanza. Este apartado tiene el propósito de describir las características de cada uno de estos instrumentos.

4.2.1 *Por la parte Matemática*

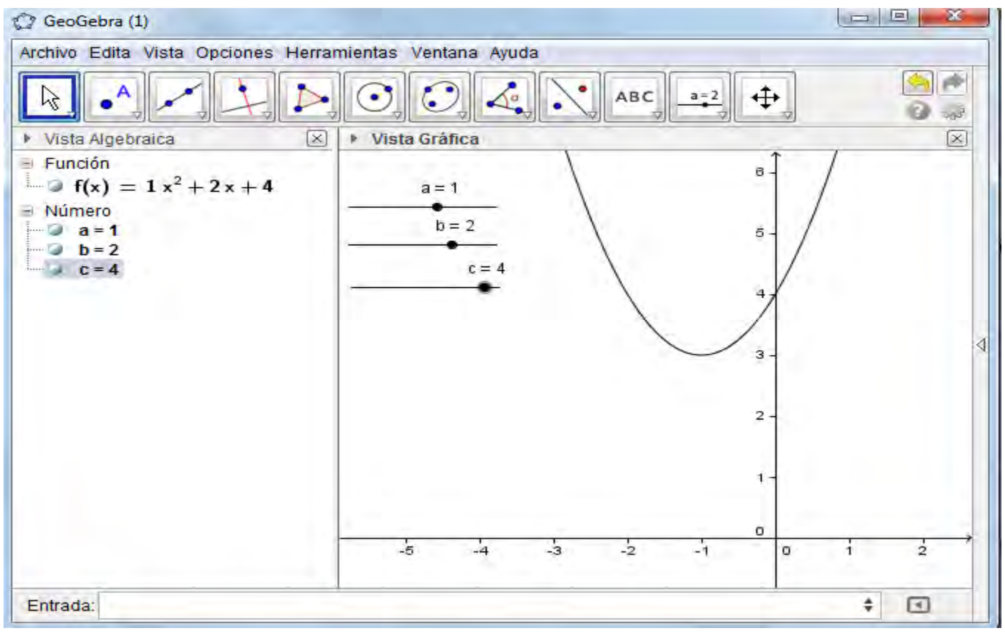
La parte de la experiencia matemática tuvo elementos como examen diagnostico (observar deficiencias matemáticas en los alumnos) siguiendo las recomendaciones de la *NCTM*, reflexiones de lecturas y pruebas (observar el avance de reflexión y análisis) usando la lectura de Lafourcade y lecturas de los teóricos mencionados en el Capítulo II. Así también se hizo uso del software dinámico: Geogebra (NCTM, Duval) con el objetivo de fortalecer los cambios de representación de la función cuadrática y desarrollar el razonamiento lógico matemático[5].

[5] El razonamiento lógico matemático, no existe por sí mismo en la realidad. La raíz del razonamiento lógico matemático ésta en la persona. (Piaget, 1975)

Por medio del SW el alumno puede observar al menos 2 sistemas de representación (geométrico y algebraico) cuando se van moviendo los coeficientes a, b y la constante de la ecuación cuadrática (parábola – vertical) en su forma general.

$$y = \boldsymbol{a}x^2 + \boldsymbol{b}x + c$$

Donde a, b y c son números reales y $a \neq 0$.



Caso 4 del Ejercicio 2.5

El ejercicio 2.5 provoca en el alumno una exploración progresiva de la función cuadrática, donde el caso 4 engloba lo aprendido en base a reflexiones, conjeturas y diálogos de ejercicios y casos anteriores. Para poder explotar la imaginación e intuición del alumno, ya que en este caso se le solicita al alumno pasar de la forma general a la forma estándar de la función cuadrática.

El caso 4 así también propuso una forma de observar un medio de aprendizaje en base a la interacción con la tecnología digital y visualización geométrica-algebraica de la función cuadrática. Madurada esta etapa (por medio de reflexiones y conjeturas) se prosigue con los demás ejercicios y pruebas (con la misma dirección de aprendizaje) para llegar a la prueba 3.

A continuación se muestran los problemas 1 y 2 de la prueba 3

Problema 1

Altura de un objeto lanzado. Si se ignora la resistencia del aire, un proyectil que se dispare de la Tierra hacia arriba y con una velocidad inicial de 40 metros por segundo, estará a una altura s en metros dada por la función$s\ (t) = -4.9t^2 + 40$, donde t es el número de segundos transcurridos desde su lanzamiento. ¿Después de cuantos segundos llegará a su altura máxima, y cuál es ésta? Redondee sus respuestas a la décima más cercana.

Problema 2

Pagos de farmacias El incremento anual del porcentaje de la cantidad que las farmacias pagaron a los mayoristas por concepto de medicamentos en los años de 1990 a 1999, se modela con la función cuadrática definida por$f(x) = 0.228x^2 - 2.57x + 8.7$, donde $x = 0$ representa a 1990, $x = 1$ a 1991, y así sucesivamente. (Fuente: *IMS Health, Retail and Provider Perspective.)*

La prueba 3 si bien es la más pesada en contenido, es la más rica en reflexión observada, ya que el alumno hizo uso de diferentes herramientas para resolver la prueba. Donde se buscaba el nivel de reflexión y capacidad de desarrollar una conjetura para conceptualizar el problema mediante un modelo matemático y hacer uso de Geogebra insertando la ecuación para analizar el lugar geométrico.

La evaluación del alumno se hace de manera cualitativa y cuantitativa.

Evaluación cualitativa 30%

Dicha evaluación responde a ciertas rúbricas del libro de Lafourcade (evaluación de los Aprendizajes, 1972), las cuales posteriormente se desarrollan.

En el cuadro 1 se busca evaluar las reflexiones de los alumnos al desarrollar las prácticas en Geo-gebra.

Tomando en cuenta la precisión de1 enunciado de las hipótesis o la capacidad para distinguir con exactitud varias conjeturas y expresarlas con e1 lenguaje más adecuado y claro.

La máxima calificación que podía tener una prueba es 25 y la mínima es 5.

Para sacar el valor numérico se suman las incidencias del alumno según el concepto (vertical) y se multiplica por el nivel de apropiación, el cual será utilizado en la evaluación cuantitativa.

Este desarrollo se puede observar en la siguiente tabla (evidencia de Daniel).

Datos Generales

Nombre del docente: Lic. En MAC José Ignacio Ortiz Cervantes

Consigna: Indicar el grado de apropiación.	Niveles de apropiación				
Concepto	5	4	3	2	1
1) Interés de la clase (participación).	1	0	0	0	0
2) Originalidad en las sugerencias que formula.	1	0	0	0	0
3) Habilidad para alterar y adecuar a una nueva situación.	0	1	0	0	0
4) Capacidad para aportar nuevas ideas.	1	0	0	0	0
5) Capacidad de construir nueva conjetura o estrategia.	1	1	1	0	0

Tabla 8. Reflexión (geogebra)

Después se genera el análisis mediante la comparación sumativa de cada columna (multiplicado por el *nivel de apropiación*) ubicando la suma mayor en la tabla 9.

Niveles:	**Grado de Apropiación acumulado**
Excelente	21-25
Muy bueno	16-20
Bueno	11-15
Regular	6-10
Deficiente	1-5

Tabla 9 Niveles guía para la Reflexión.

Cabe mencionar que en forma grupal fue *muy buena* el nivel de apropiación de los alumnos de matemáticas.

Evaluación Cuantitativa. 70%

Para la evaluación cuantitativa se desarrolla la suma numérica de cada prueba y de las reflexiones para obtener el 100% de la calificación del alumno

El material generado para la enseñanza matemática ésta tomado de múltiples libros recomendados por el programa del Colegio de Ciencias y Humanidades y como eje de evaluación de la pruebas y reflexiones aplicadas el libro de *Pedro de Lafourcade (Evaluación de los aprendizajes, 1972)*. Generando una comunidad matemática rica en lógica, desarrollo del razonamiento matemático y evidencia matemática. Reforzando del mismo modo la habilidad de verificar el resultado, aceptando el resultado o negándolo. También haciendo el aula un laboratorio donde no sólo el maestro da respuestas correctas. (Santos T. 2010)

Así pues la enseñanza deber ir hacia la conexión y aplicación de las matemáticas; es decir, no concebirlas como un cuerpo aislado de conceptos y procedimientos (NCTM, 1990).

4.2.2 Por la parte de Ajedrez

La experiencia ajedrecista tuvo muchos matices como la imaginación, toma de decisiones, autorreflexión, autorregulación, etc. que experimentaron los 2 equipos de alumnos.

A continuación de se describe la aplicación y resultados de las clases de matemáticas.

Equipo 1

Se usa el material CHESS SCHOOL 1ª de SERGEY IVASHCHENKO (2007), tomado de una serie de libros recomendados para principiantes según la escuela rusa de ajedrez, generando las posiciones los alumnos por medio de un tablero que se le presta a cada uno.

Dicho libro ubica al alumno en un espacio de pocas posibilidades resolutorias y conforme el alumno va avanzando las posibilidades van creciendo, pero ahí es donde entra el maestro para orientar al alumno a tomar la jugada óptima de una serie de jugadas. Manifestando al principio las debilidades de cada diagrama posteriormente el alumno planea y propone su conjetura y la comparte con sus pares. Es ahí donde el diálogo y tolerancia sirven como conducto metacognitivo para resolver el problema.

Por ejemplo

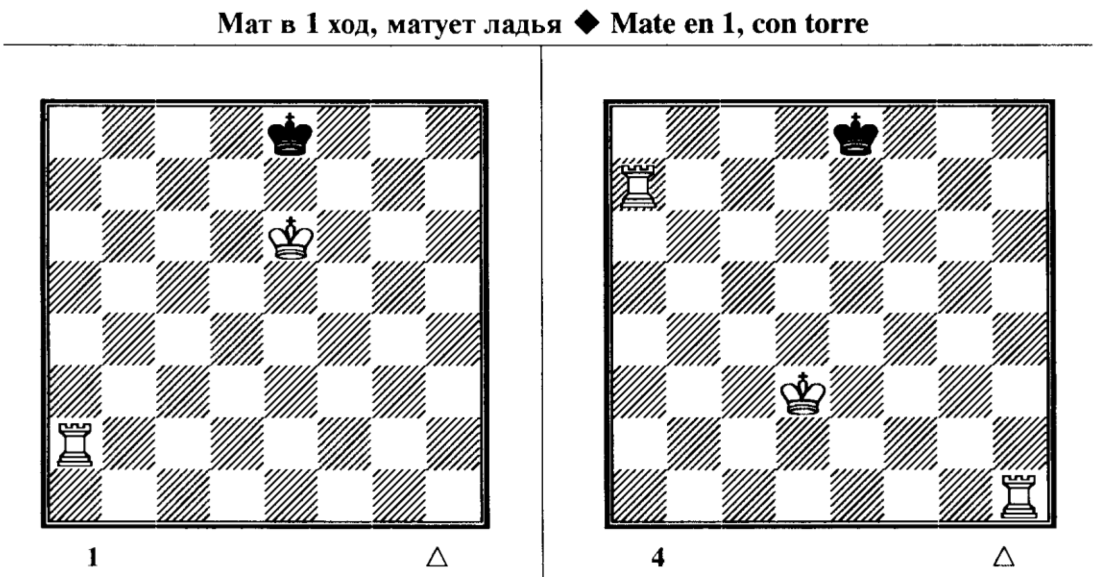


Imagen 6. (*Chess School 1a, pp. 10)*

Esta es una parte del inicio (la otra parte es con tablero mostrando movimientos básicos) de la experiencia ajedrecística del Equipo 1, mostrando los mates básicos, donde el profesor guía al alumno para resolver los problemas para que pueda proseguir con problemas más complicados como:

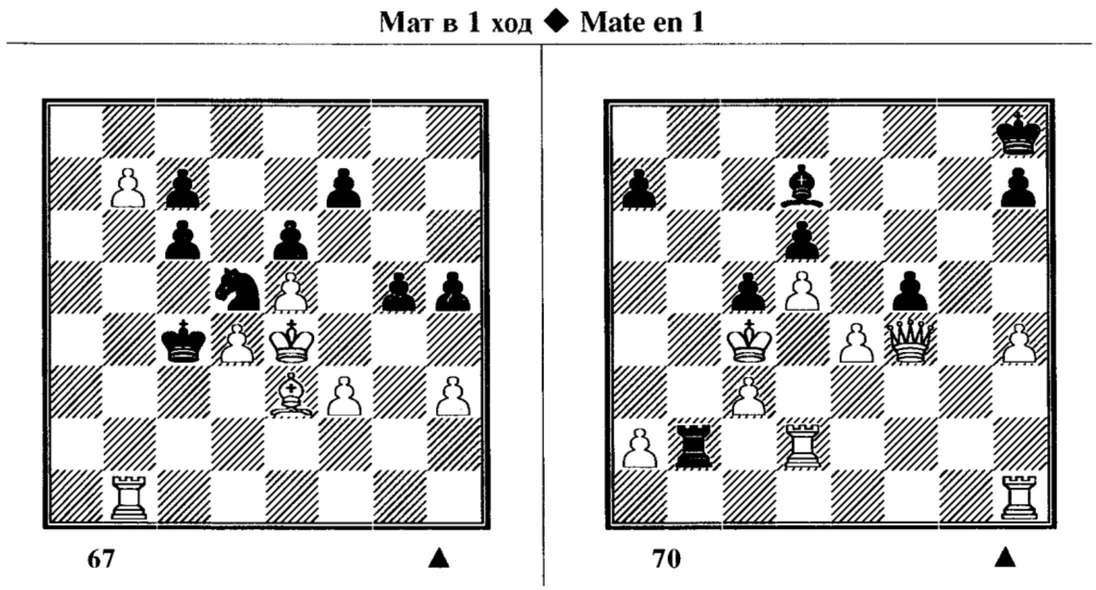


Imagen 7. *Juegan Negras (Chess School 1a, pp. 21)*

Donde el alumno ofrece alternativas de solución del problema y el profesor guía mediante preguntas:

1. ¿Cuál crees que sea la mejor jugada?

   La jugada óptima del ejercicio 67. Cc3, y 70. Cc3

2. ¿Por qué crees que sea la mejor jugada?

   La que genera mate.

3. ¿La solución propuesta genera movimientos forzados?

   Si.

4. ¿Te has detenido a pensar en las salidas que tiene el rey enemigo y cómo las atacas? Se ataca la salida en ejercicio 67. Con caballo, y 70. Con Alfil.

Resultados del Ejercicio 67			
Pregunta 1	**Pregunta 2**	**Pregunta 3**	**Pregunta 4**
Caballo c3 (#2)	Genera Mate (#1)	SI (#2)	Con el Caballo (#2)
Peón f6 (#0)	Se da Jaque después (#1)	NO (#0)	Con el Peón (#0)
No sé (#0)	No sé (#0)		No (#0)

Tabla 10. *Reflexión sobre mate en uno.*

Resultados del Ejercicio 70			
Pregunta 1	**Pregunta 2**	**Pregunta 3**	**Pregunta 4**
Alfil b5 (#2)	Genera Mate (2)	SI (#2)	Con el Alfil (#2)
TxT (#0)	Se da Jaque después (#0)	NO (#0)	Con la Torre (#0)
No sé (#0)	No sé (#0)		No (#0)

Tabla 11. *Reflexión sobre mate en uno*

Dichos problemas provocan elementos de personalidad y de resolución de problemas que el alumno puede trasladar al aula de matemáticas, así también existe un constante seguimiento en base al diálogo y cuestionamientos reflexivos para generar una idea y poder tomar el mejor camino de las diferentes variantes (valorando el camino y regresando) y poder hacer el mejor movimiento o el que requiere la posición.

Equipo 2

El material 24 Lecciones de Ajedrez Por Gary Kasparov. Se escogió de una serie de libros publicados por el Gran Maestro de ajedrez Garry Kasparov, ya que muestra una forma sencilla y progresiva del aprendizaje en el ajedrez y con ello fortaleciendo elementos de resolución de problemas utilizados en la clase de matemáticas. Reproduciendo las partidas por medio de un tablero mural, donde el maestro guía el aprendizaje.

1. ¿Cuál crees que sea la mejor jugada?
   La mejor jugada del diagrama 3 es d5, y del diagrama 4 es Cf3

2. ¿Por qué crees que sea la mejor jugada? Diagrama 3: Control del centro y Diagrama 4: movimientos forzados.

3. ¿La solución propuesta genera movimientos forzados? Ambos diagramas: Si

4. ¿Te has detenido a pensar en los movimientos del enemigo y cómo te anticipas a estos? Diagrama 3: Ganancia de espacio, Diagrama 4: Mediante el caballo de d4.

Papel de las Correlaciones Materiales en la Partida.

Propicia la autorregulación del alumno para escoger la mejor jugada ya que primero se tiene que hacer un análisis de la posición y contar los tiempos. Para entonces establecer si es conveniente cambiar piezas para así volver a reflexionar sobre las ventajas y desventajas de la posición resultante. Todo esto se hace planeando estableciendo una(s) idea(s) para generar la conjetura óptima resolutoria de sólo esta posición.

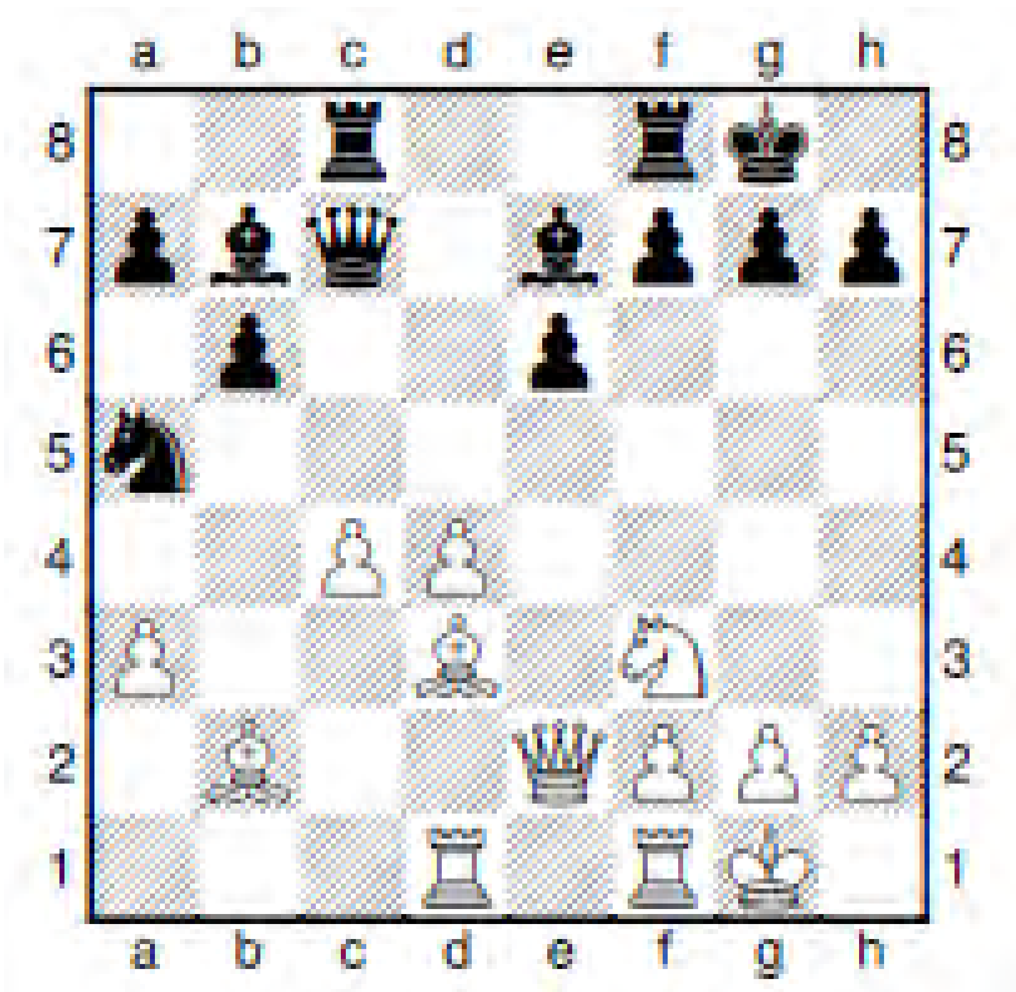


Imagen 8. *Juegan Blancas. (24 Lecciones de Ajedrez, pp. 4)*

Resultados del Diagrama 3			
Pregunta 1	**Pregunta 2**	**Pregunta 3**	**Pregunta 4**
d5 (# 2)	Control del centro (2)	SI (#1)	Con la ganancia de espacio (#3)
c5 (# 1) **Tc1(# 1)**	Golpear la dama enemiga(#1) Proteger el peón (#1)	NO (#3)	Controlando la columna c (#1)
No sé (#0)	No sé (#0)		No (#0)

Tabla 12. *Metacognición y valoración en la posición.*

Como evitar una catástrofe a la hora de Planear.

En el diagrama se muestra una posición crítica, ya que un movimiento puede marcar la victoria, mediante el diálogo se les recomienda a los alumnos generar una evaluación de su posición y estar conscientes que cada movimiento puede ser de vital importancia para ganar la partida, así como en las matemáticas para encontrar la solución o en la vida nuestras acciones de ahora tienen un efecto en nuestro futuro.

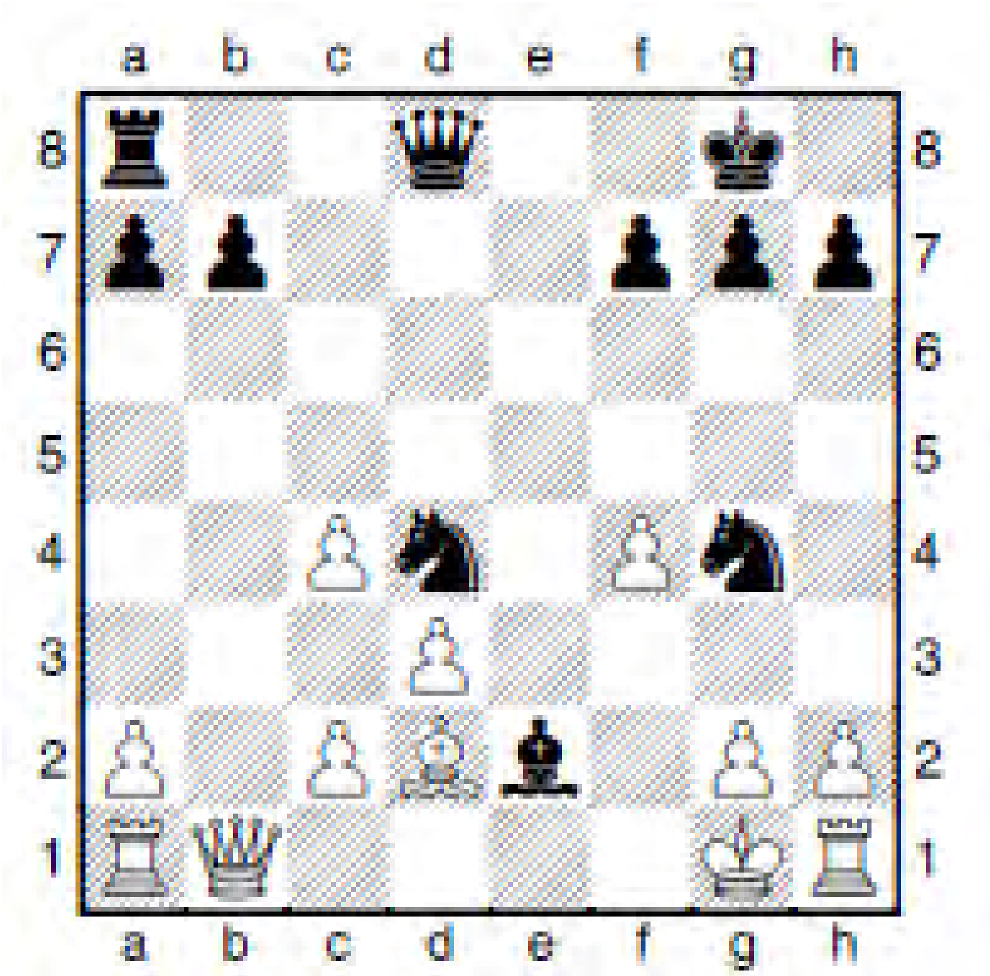


Imagen 9. *Juegan Negras. (24 Lecciones de Ajedrez, pp. 11)*

Resultados del Diagrama 4			
Pregunta 1	**Pregunta 2**	**Pregunta 3**	**Pregunta 4**
Caballo f3 (#2)	Genera movimiento forzado (#2)	SI (#3)	Mediante el caballo de d4 (#2)
Caballo c2 (#2)	Se gana pieza (#2)	NO (#1)	Con la dama e4 (#1)
No sé (#)	No sé (#0)	0	No (#1)

Tabla 13. *Fortalecimiento del cálculo y autocontrol en la posición.*

En general los 2 equipos conforme las sesiones iban avanzando, mayor es la tarea de resolución de problemas. Donde el material exigía al alumno desarrollar la memorización, socialización, seguridad del individuo, etc. elementos que no son puros de la matemática, pero sí ayudan al aprendizaje significativo. Elementos que se pueden observar cuando los alumnos juegan en la explanada del plantel, porque no solo es jugar con sus pares si no también convivir y compartir lo aprendido con los demás.

Cabe mencionar que todas las sesiones fueron guiadas por el profesor con base en el dialogo, solicitando al alumno (también las preguntas) que se imagine el tablero y mediante demandas reflexivas se buscaba la construcción de la mejor jugada, fortaleciendo la imaginación, metacognición, autorregulación de sus conjeturas, etc. También se les hizo hincapié a los alumnos sobre la necesidad de detenerse a planear una estrategia para resolver los problemas y socializar con sus pares; pero eso sí, siempre hacerse la tarea de pensar, revalorar y luego cuando se encuentra una solución viable, ejecutar.

CONCLUSIONES GENERALES

INTRODUCCIÓN

El propósito de este capítulo es presentar algunas reflexiones que permitan revisar los planteamientos desarrollados durante la investigación (que plantea "el ajedrez como medio para la apropiación de aspectos del método de resolución de problemas, en particular en particular la función cuadrática").

El juego de ajedrez es una herramienta lúdica de apoyo en la educación primaria y secundaria, implementada en 30 países (UNESCO, 1995) en sus programas de estudios. Observar la armonía intrínseca de la matemática, hace posible establecer un puente a través de resolución de problemas de apropiación conceptual, procedimental y actitudinal. Donde esa relación se genera entre la matemática (función cuadrática) y el ajedrez.

Esta concepción de enseñanza reconoce al profesor como un orientador del proceso de aprendizaje y el ajedrez como una herramienta viable, para que el alumno se apropie de los elementos de la estrategia de resolución de problemas. Los cuales se experimentan en el aprendizaje de la matemática, es decir no se trata del profesor autoritario de la Pedagogía Tradicional que impone al estudiante qué y cómo aprender.

En la investigación se pudo observar un desempeño variado en los alumnos, puesto que había alumnos que tuvieron un aprendizaje matemático graduado y otros avanzaron de forma muy rápida (integrantes del equipo de ajedrez). Aunque cabe mencionar que un alumno no perteneciente al equipo de ajedrez tuvo un desempeño muy bueno.

Imagen 10. *Área de Matemáticas. (Revisión en conjunto con los Equipos)*

La investigación tenía una revisión satisfactoria progresiva en cada sesión ya que los alumnos del equipo de ajedrez tenían la costumbre de ligar de alguna forma las habilidades adquiridas por el juego a la clase de matemáticas.

ANÁLISIS DE LOS DATOS

La conclusión del análisis de las observaciones siguientes se efectuó en la última semana, ya que dichas observaciones también se realizaron durante toda la experiencia. Observando la apropiación de resolución de problemas que tuvieron los 6 alumnos (participantes en la experiencia de ajedrez) en el salón de clases de matemáticas y ajedrez.

El procedimiento para el análisis (equipo 1 y 2 de ajedrez) de estos datos es el siguiente:

1. Revisión de las respuestas en las prácticas de ajedrez.
2. Revisión de las habilidades (apropiadas) de resolución de problemas observadas en la última semana en el aula de matemáticas.
3. Cuadro cruzado de los elementos de resolución de problemas experimentados en el ajedrez y matemáticas (función cuadrática) durante el tema de función cuadrática.
4. Comentarios de un alumno (Daniel) respecto a la implementación del ajedrez como ayuda en el aprendizaje de las matemáticas vía resolución de problemas.

1. Revisión de las respuestas en las prácticas de ajedrez.

En el siguiente cuadro (tabla 14) se hace una medición de las habilidades apropiadas según la evidencia de la última semana de clase de ajedrez. Ubicando a los seis alumnos en 5 niveles. Las habilidades se plasman después de un dialogo con 3 maestros de ajedrez sobre los elementos progresivos adquiridos en el mismo (memoria implícita).

Los números en las *celdas sombreadas indican el número de alumnos* que adquirieron la habilidad, ubicándolos en un nivel de apropiación.

Habilidad	Nivel de apropiación.				
	5 Excelente	4 Muy Bueno	3 Bueno	2 Regular	1 Deficiente
1) Interés de la clase (participación).	**4**	**2**	**0**	**0**	**0**
2) Originalidad en las sugerencias que formula.	**1**	**2**	**3**	**0**	**0**
3) Habilidad para alterar y adecuar una nueva situación.	**2**	**2**	**2**	**0**	**0**
4) Capacidad para aportar nuevas ideas.	**2**	**3**	**1**	**0**	**0**
5) Capacidad de construir nueva conjetura o estrategia.	**1**	**3**	**2**	**0**	**0**

Tabla 14. *Elementos evidenciados en ajedrez.*

Para ubicar el nivel de apropiación de las habilidades que tuvieron los alumnos según la tabla 14 se hace uso de la tabla 15. *Donde se multiplica el nivel de apropiación (columna) por el número de alumnos que incidieron en el nivel, repitiendo con ello fila por fila para poder sumar la columna y ubicando el mayor número den la tabla 15.*

Niveles:	**Grado de apropiación Acumulado**
Excelente	150-121
Muy bueno	120-91
Bueno	90-61
Regular	60-31
Deficiente	30-5

Tabla 15[6]. *Niveles de grado de apropiación acumulado.*

Ubicando la suma-promedio de la *tabla 14 en la tabla 15* se puede considerar que en promedio al final del curso, la apropiación de conceptos de resolución de problemas en el ajedrez fue entre *muy bueno y excelente*.

[6] Tabla retomada y ajustada del libro de Lafourcade, P. 1972

2. Revisión de las respuestas en las prácticas de matemáticas.

En el siguiente cuadro se hace una medición de los conceptos apropiados según las evidencias en la última semana de clases de matemáticas, obteniendo un promedio final mediante los seis alumnos en 5 niveles.

Concepto	Nivel de apropiación				
	5 Excelente	4 Muy Bueno	3 Bueno	2 Regular	1 Deficiente
1) Planeación.	2	2	2	0	0
2) Auto-control.	1	2	3	0	0
3) Auto-evaluación.	1	1	4	0	0
4) Reflexión.	2	3	1	0	0
5) Pensamiento Matemático.	1	2	2	1	0

Tabla 16. *Elementos evidenciados en matemáticas.*

Ubicando los valores de la *tabla 16 en la tabla 15 (pagina anterior, bajo el mismo criterio u orden de lectura)* se puede considerar que en promedio al final del curso, la apropiación de conceptos de resolución de problemas en el aula de matemáticas fue *muy bueno*.

Análisis grupal.

El análisis de la tabla 14 y 16 muestra una apropiación de conceptos graduados, puesto la recogida de información se hizo durante la evolución de la experiencia de enseñanza. Pero se consideró plasmar el análisis de la última semana con base en la madurez que habían adquirido los alumnos. Madurez que se puede observar más claro en el ajedrez, esto no quiere decir que en las matemáticas no se viera un avance, sino todo lo contrario, ya que los elementos o habilidades desarrolladas en ambos campos (matemáticas-ajedrez) están intrínsecamente relacionadas. Por ejemplo la originalidad en las sugerencias que formula el alumno *vs* autocontrol del alumno, se obtuvo el mismo número de alumnos en nivel 3.Pero de forma grupal los alumnos iban avanzando y fortaleciendo habilidades contrastándose con sus compañeros de clase de matemáticas.

3. Cuadro cruzado de los elementos apropiados de resolución de problemas experimentados en el ajedrez y matemáticas (función cuadrática) durante el tema.

Comparativo porcentual del avance en los alumnos de ajedrez (en el transcurso de la experiencia).				
	Prueba 1	Prueba 2	Prueba 3	Calificación Final (Cualitativa)
Grupo de Ajedrez	15%	20%	40%	63%
Grupo de Ajedrez en grupo Matemáticas	20%	35%	45%	75%

Tabla 17. *Comparativo porcentual*

El avance porcentual de la tabla 17 está basado en aprendizajes matemáticos y habilidades de resolución de problemas, donde los alumnos de ajedrez al principio (prueba 1 y 2) mostraban poca coherencia en las ideas, y con base al fortalecimiento de los elementos de resolución de problemas (planeación, pensamiento matemático por medio del ajedrez, interés en la clase, originalidad en las ideas, habilidad para alterar y adecuar, capacidad para aportar nuevas ideas y construir nuevas conjeturas o estrategias) *se pudo observar un avance (prueba 3).* Puesto los alumnos mostraban más confianza en sí mismos, autorregulando y compartiendo sus ideas con sus pares, adaptando sus habilidades resolutivas en la clase de matemática, mayor capacidad para crear las preguntas, entre otras.

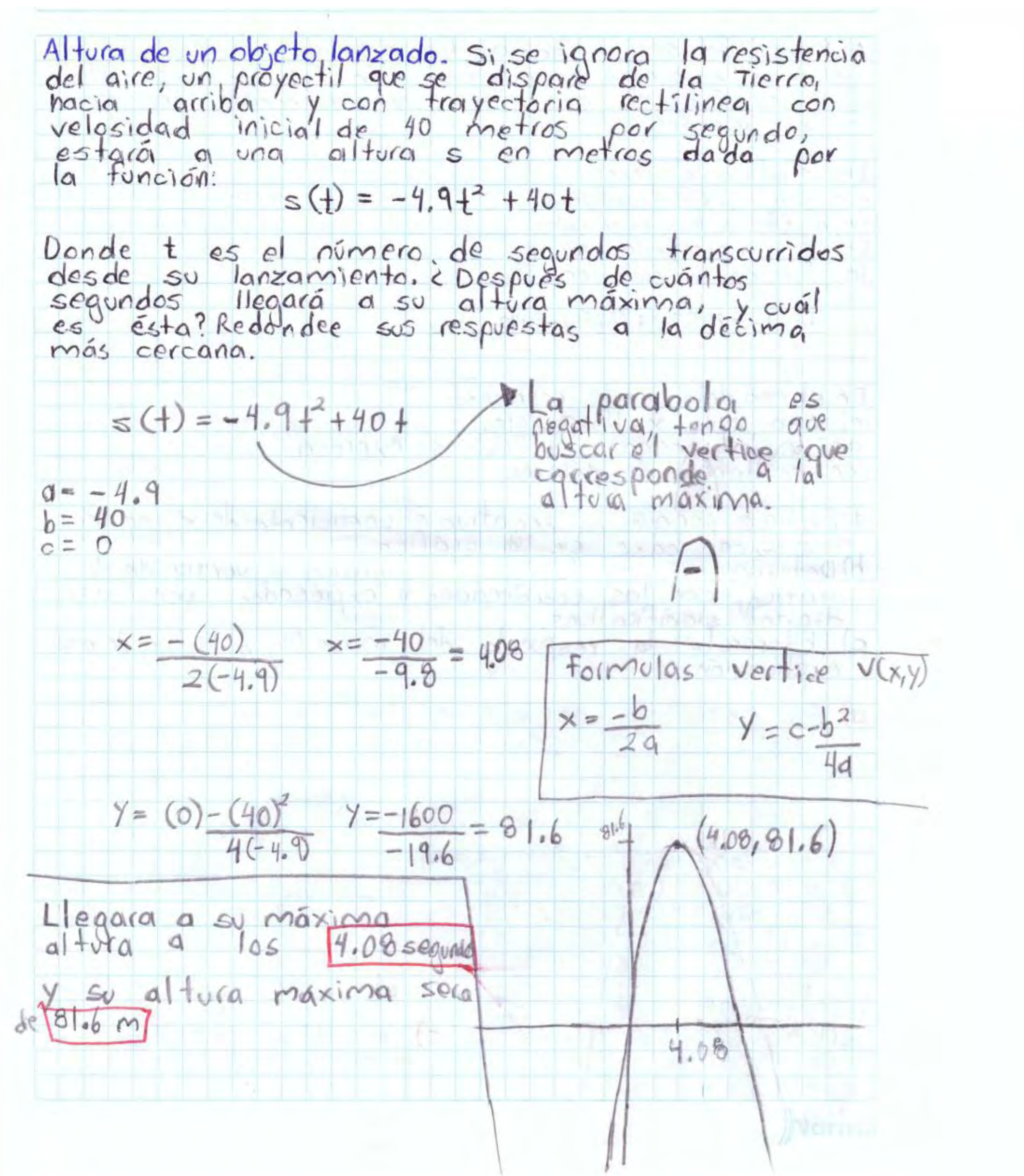
Así también en el desarrollo de la estrategia de enseñanza por medio de un software dinámico (Geogebra), los alumnos de ajedrez se mostraban más analíticos, generando conjeturas autorreguladas y también con sus pares.

Cabe mencionar que los porcentajes de la *tabla 17* mide las habilidades observadas en las pruebas (examen) a comparación de las *tablas 14 y 16* que lo hacen con respecto las habilidades mostradas en los alumnos durante la última semana de la propuesta didáctica. Así también la prueba 3 se repitió en la semana 4. Notificando a los alumnos (sábado) por medio del grupo de Facebook de matemáticas II, que se iba explicar el tema nuevamente, porque el maestro consideraba que no se había entendido bien la unidad (según los resultados de la prueba 3 hubo un 40% de aprovechamiento). Donde los primeros 50 minutos se dan la explicaciones y los 60 minutos restantes se aplica la misma prueba 3 (el alumno no sabía que iba a ser la misma prueba). *Por lo que la prueba 3 se sustituye por la prueba 4.*

La evaluación final se aplicó de forma cualitativa para los alumnos de ajedrez, la cual tuvo carácter enriquecedor para la investigación. Pero en el momento de asentar la calificación en las actas se tomó la calificación cuantitativa que obtuvieron en el curso de matemáticas

4. Comentarios de un alumno (Daniel) respecto a la implementación del ajedrez como ayuda en el aprendizaje de las matemáticas vía resolución de problemas.

A continuación se muestra la revisión de la prueba 4 del alumno Daniel, donde muestra habilidad para resolver problemas, aun cuando no es muy ordenado con su escritura; plasma lo necesario para resolver el problema. Una característica que tienen la mayoría de los ajedrecistas. Así también se puede ver cierto dominio en los cambios de representación, generando la construcción del lugar geométrico con base a la imaginación e ideas asociadas, con etapas que buscan reforzar el concepto. Situando el desarrollo y la solución de forma auto-dirigida y auto-regulada, frente a las variantes para resolver el problema.



Altura de un objeto lanzado. Si se ignora la resistencia del aire, un proyectil que se dispare de la Tierra hacia arriba y con trayectoria rectilinea con velosidad inicial de 40 metros por segundo, estará a una altura s en metros dada por la función:

$$s(t) = -4.9t^2 + 40t$$

Donde t es el número de segundos transcurridos desde su lanzamiento. ¿Después de cuántos segundos llegará a su altura máxima, y cuál es ésta? Redondee sus respuestas a la décima más cercana.

$s(t) = -4.9t^2 + 40t$

La parabola es negativa, tengo que buscar el vertice que corresponde a la altura maxima.

$a = -4.9$
$b = 40$
$c = 0$

$x = \frac{-(40)}{2(-4.9)}$ $x = \frac{-40}{-9.8} = 4.08$

formulas vertice $V(x,y)$

$x = \frac{-b}{2a}$ $y = c - \frac{b^2}{4a}$

$y = (0) - \frac{(40)^2}{4(-4.9)}$ $y = \frac{-1600}{-19.6} = 81.6$

(4.08, 81.6)

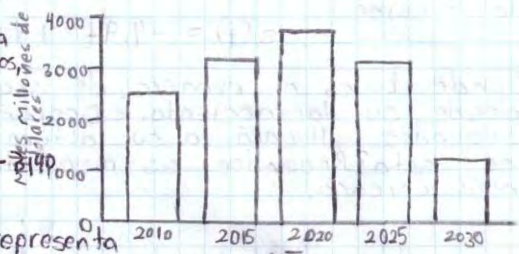
Llegara a su máxima altura a los $\boxed{4.08 \text{ segundos}}$ y su altura maxima sera de $\boxed{81.6 \text{ m}}$

Imagen 11a. Problema 1, aplicación de la función cuadrática

Activos del seguro social. La gráfica muestra la manera en que se espera cambien los activos del Seguro Social conforme se incrementa el número de pensionados.

La gráfica sugiere que una función cuadrática se ajustaría bien a los datos. Éstos se aproximan por la función definida por

$$f(x) = -20.57x^2 + 758.9x - 3140$$



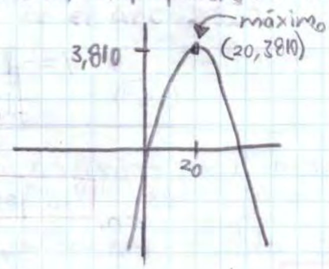
En el modelo, $x = 10$ representa el año 2010, $x = 15$ a 2015, y así sucesivamente, y $f(x)$ se expresa en millones de dólares.

a) Explique por qué es negativo el coeficiente de x^2 en el modelo, con base en la gráfica.

b) Determine en forma algebraica el vértice de la gráfica, con las coordenadas expresadas con cuatro dígitos significativos.

c) Interprete la respuesta del inciso (a) a la luz de esta explicación.

a) Es negativo por que el vertice de la parabola tiene un máximo, es decir, la parabola es negativa: $\frown$.



B)

$f(10) = -20.57(10)^2 + 758.9(10) - 3140$

$f(15) = -20.57(15)^2 + 758.9(15) - 3140$

$f(20) = -20.57(20)^2 + 758.9(20) - 3140$

$f(25) = -20.57(25)^2 + 758.9(25) - 3140$

$f(30) = -20.57(30)^2 + 758.9(30) - 3140$

$f(10) = -608.$

$f(15) = 3{,}615.25$

$f(20) = 3{,}810.$

$f(25) = 2{,}976.25$

$f(30) = 1{,}114.$

c) La gráfica indica que el máximo de dinero requerido se necesita en el año 2020, justo como lo dice la tabla de arriba.

Imagen 11b. Problema 2, aplicación de la función cuadrática

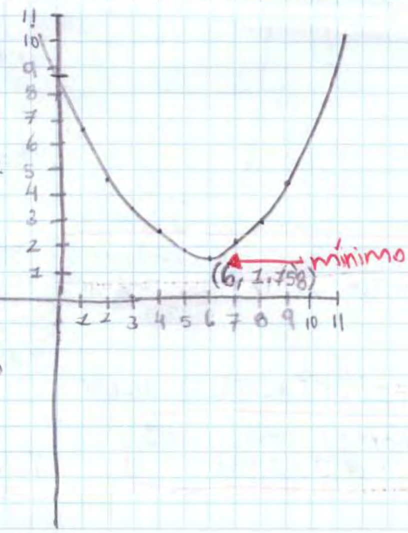
Pagos de farmacias. El incremento anual del porcentaje de la cantidad que las farmacias pagaron a los mayoristas por concepto de medicamentos en los años de 1990 a 1999, se modela con la función cuadrática definida por

$$f(x) = .228x^2 - 2.57x + 8.97,$$

donde $x = 0$ representa a 1990, $x = 1$ a 1991, y así sucesivamente.

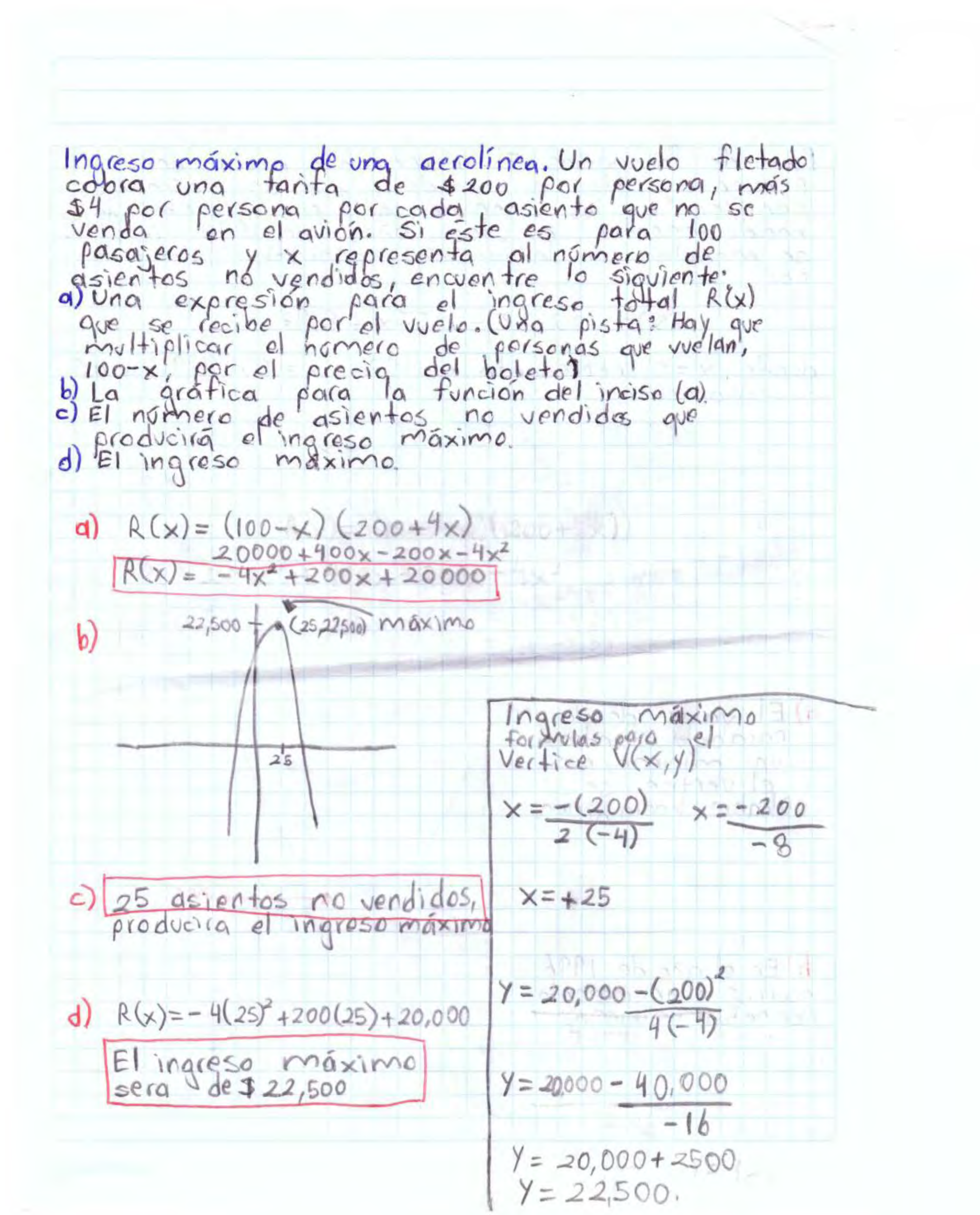
$f(0) = .228(0)^2 - 2.57(0) + 8.97$	$y = 8.97$	1990
$f(1) = .228(1)^2 - 2.57(1) + 8.97$	$y = 6.628$	1991
$f(2) = .228(2)^2 - 2.57(2) + 8.97$	$y = 4.742$	1992
$f(3) = .228(3)^2 - 2.57(3) + 8.97$	$y = 3.312$	1993
$f(4) = .228(4)^2 - 2.57(4) + 8.97$	$y = 2.338$	1994
$f(5) = .228(5)^2 - 2.57(5) + 8.97$	$y = 1.82$	1995
$f(6) = .228(6)^2 - 2.57(6) + 8.97$	$y = 1.758$	1996
$f(7) = .228(7)^2 - 2.57(7) + 8.97$	$y = 2.152$	1997
$f(8) = .228(8)^2 - 2.57(8) + 8.97$	$y = 3.002$	1998
$f(9) = .228(9)^2 - 2.57(9) + 8.97$	$y = 4.308$	1999

a) El valor de la parabola tendra un minimo, pues el vertice se abre hacia arriba.



b) En el año de 1996 ocurrió el incremento porcentual mínimo.

Imagen 11c. Problema 3 aplicación de la función cuadrática



Ingreso máximo de una aerolínea. Un vuelo fletado cobra una tarifa de $200 por persona, más $4 por persona por cada asiento que no se venda en el avión. Si éste es para 100 pasajeros y x representa al número de asientos no vendidos, encuentre lo siguiente:

a) Una expresión para el ingreso total R(x) que se recibe por el vuelo. (Una pista: Hay que multiplicar el número de personas que vuelan, 100-x, por el precio del boleto)

b) La gráfica para la función del inciso (a).

c) El número de asientos no vendidos que producirá el ingreso máximo.

d) El ingreso máximo.

a) $R(x) = (100-x)(200+4x)$

$20000 + 400x - 200x - 4x^2$

$\boxed{R(x) = -4x^2 + 200x + 20000}$

b)

c) 25 asientos no vendidos, producirá el ingreso máximo

d) $R(x) = -4(25)^2 + 200(25) + 20,000$

El ingreso máximo será de $22,500

Ingreso máximo

formulas para el Vertice V(x,y)

$x = \frac{-(200)}{2(-4)}$ $x = \frac{-200}{-8}$

$x = +25$

$y = 20,000 - \frac{(200)^2}{4(-4)}$

$y = 20000 - \frac{40,000}{-16}$

$y = 20,000 + 2500$

$y = 22,500.$

Imagen 11d. Problema 4, aplicación de la función cuadrática.

CONCLUSIONES DE LA EXPERIENCIA DE ENSEÑANZA

Como se ha dicho las clases fueron desarrolladas principalmente bajo los lineamientos constructivistas, pero retomando los elementos pedagógicos, metacognitivos, formativos, procedimentales y otros. Si bien es cierto que un grupo nunca es homogéneo con respecto otro. Es decir, para los 19 alumnos la construcción y modificación del conocimiento fue muy variado y tal vez en algunos casos casi nulo, quizás por el poco interés al tema (puede ser por cuestiones personales); así también en el momento de socializar (para pulir las ideas) se mostraban apáticos con sus compañeros.

Por otro lado en los 6 alumnos del ajedrez, su nivel de socialización y seguridad fue creciendo, así como su nivel cognoscitivo y metacognitivo. Puesto que día a día mostraban empatía en aprender algo nuevo y hacerse más competitivos. Así también las metáforas del ajedrez se las llevaban en su proceder diario (el análisis de cada movimiento genera un resultado, aprendes más de los fracasos que de las victorias, etc.), fortaleciendo de este modo los elementos metacognitivos, planeación y pensamiento matemático que el alumno adquirió por medio del ajedrez. Ilustraron de esta forma la utilidad del juego lúdico.

En la prueba inicial los alumnos se encontraban en un conocimiento básico con respecto a los antecedentes matemáticos, que son necesarios para abordar el tema de la función cuadrática. Mediante el diálogo se observó que el conocimiento era mecánico es decir el concepto no lo tenían bien apropiado y se mostraban temerosos a la hora de ofrecer sus ideas o creencias y para graficar la función cuadrática tenían que tabular en el mejor de los casos.

Conforme fueron pasando las clases los alumnos fueron adquiriendo confianza pero seguían mostrándose la mayoría apáticos a la idea de planear, reflexionar. Salvo los alumnos que iban a clases de ajedrez. Les parecía natural y entretenido la idea de buscar formas de resolver un problema y la lectura la percibían como un medio para poder entender más rápido el tema o una herramienta con la que se podían apoyar para ver distintas formas de poder atacar el problema. Cabe mencionar que uno de los problemas principales que se encontró en la experiencia fue el lenguaje matemático, ya que los alumnos no se encontraban familiarizados con éste. Pero conforme fueron pasando las semanas se fueron dando cuenta que sólo es cuestión de dedicación, aunque enfatizo que los alumnos de ajedrez lo veían como un camino para entender el tema.

Es importante resaltar que los alumnos de ajedrez a la hora de hacer cambios de representación en el aula de matemáticas visualizaban de una manera natural, la tarea de pasar de la expresión algebraica de la función cuadrática a su forma geométrica. Es decir, los alumnos en general mostraban ideas y poco a poco se hacían a la tarea de reflexionar primero, pero los alumnos de ajedrez se mostraban optimistas a la hora de proponer sus ideas para resolver los problemas; se considera, que era porque en el juego de ajedrez continuamente deben desarrollar conjeturas en base a la reflexión y sobre todo autorregular sus reflexiones con sus pares. También el desarrollo de una partida en el tablero genera figuras geométricas y la lectura de estas es algebraica (a los alumnos de ajedrez se les pedía hacer anotaciones de sus partidas en lenguaje algebraico) o quizás también porque el profesor compartía más tiempo con ellos y por ende tenían más confianza en él. Es pertinente comentar que cuando se trabajó con el software dinámico (Geogebra) los alumnos en general se mostraron interesados aunque las instrucciones en el software les costaba un poco de trabajo porque eran símbolos matemáticos y por otro lado los de ajedrez les gustaba apoyarse para resolver el problema o bien para disolver las dudas a la hora de graficar la función cuadrática en su forma $f(x) = \boldsymbol{a}x^2 + \boldsymbol{b}x + c$. Aun cuando de los 6 alumnos había un alumno que le costaba trabajo hacer los cambios de representación, estos alumnos se apoyaban constantemente entre ellos y sus pares.

Por esa razón la experiencia también mostró la importancia de la tecnología en el aula de clases; ya que el uso del software educativo, puede ser una herramienta de enseñanza útil para explorar el aprendizaje y un mayor entendimiento. Pero se debe tener cuidado con el uso correcto, de lo contrario puede ser perjudicial para captar la atención del alumno.

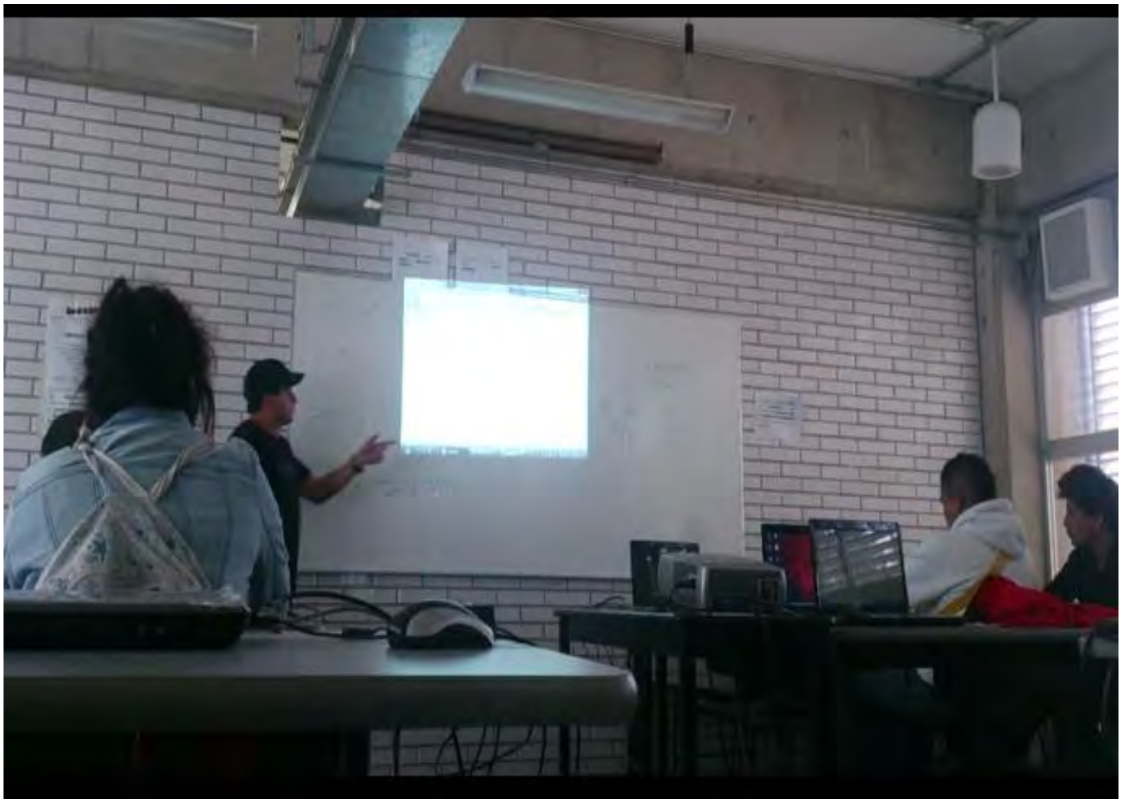


Imagen 12. ***Sala Telmex (Revisión de la Función Cuadrática con Geogebra)***

Hay un caso particular de un estudiante ya que cuando él se inició en el juego no le interesaban las matemáticas y era muy introvertido, al término de la investigación se mostraba más seguro de sí mismo y convivían más sus compañeros y sobre todo le empezaban a agradar las matemáticas, a lo que me vi obligado a preguntar.

Profesor de Matemáticas: ¿Por qué te interesan ahora las Matemáticas?

Alumno: Por su parte lógica maestro, simplemente por eso.

El alumno actualmente cursa segunda semestre de derecho en la Facultad de Estudios Superiores Acatlán, UNAM.

A continuación se muestra una imagen del torneo de ajedrez Juegos Universitarios 2015 donde los alumnos de medio superior y superior compiten entre ellos y en la premiación se dividen en dos categorías, participando un alumno del equipo 2 de la investigación (Daniel) obteniendo el mejor resultado entre sus compañeros colocando así al **CCH-Naucalpan en el medallero,** cabe mencionar que el torneo se efectuó 2 años después de la implementación de la investigación, pero se considera pertinente mostrarlo puesto es una evidencia tangible que el ajedrez sirve para la formación del alumno.

Con respecto el apéndice C y D se observa la importancia del diálogo en el aula fortaleciendo la metacognición y ejercicios que provoquen retos en el alumno, así como el buen uso de la tecnología para explorar nuevos caminos en la resolución de problemas y obviamente no se puede olvidar el ajedrez ya que no sólo ayuda al alumno apropiarse de herramientas metacognitivas, resolución problemas, pensamiento matemático, etcétera también desarrolla habilidades de carácter y adaptación al medio.

Cabe mencionar, no se debe de olvidar que el ajedrez es un juego y por ende si se quiere utilizar esta disciplina como un medio de apoyo para fortalecer o desarrollar habilidades para una materia se tiene que cuidar el aspecto de interés al juego.

Triunfo de alumnos del plantel en los Juegos Universitarios 2015 de Ajedrez

José Ignacio Ortiz Cervantes

El profesor José Ignacio Ortiz Cervantes del Área de Matemáticas felicita a los competidores de ajedrez Daniel Cruz Molina, Yael Javier Zamora de Jiménez y Aldo Nieto Lara del Club de Ajedrez, "Cubil Felino" por ubicar en el pódium al plantel Naucalpan en los juegos Universitarios 2015.

Debido a que la escuela es un centro de estudio y esparcimiento social, donde el alumno utiliza diversos medios y recursos para explorar y representar sus ideas; así pues el Ajedrez desarrolla o fortalece habilidades como la memoria, razonamiento matemático, reflexión, carácter de lucha, entre otros elementos cognitivos y de personalidad que pueden ser utilizados para resolver determinados problemas mentales y transitivos.

Por lo cual los alumnos antes citados están desarrollando y fortaleciendo estas habilidades. Ya que lo que un día fue un alumno tímido e impulsivo, ahora es un alumno seguro de sus movimientos dentro y fuera del tablero con un gran espíritu de lucha.

Gracias jóvenes por demostrar que también en los CCH se juega y estudia Ajedrez, a la Universidad por ponerme en lugar y momento adecuado para conocerlos y entrenarlos.

Por último, agradecer a la dirección y en particular al Dr. Benjamín Barajas Sánchez y el Mtro. Keshava R. Quintanar Cano, ya que en múltiples torneos de ajedrez y exposiciones de partidas nos han apoyado con las premiaciones, espacio y difusión de los eventos. Cabe destacar que las partidas se jugaron contra Alumnos de la Escuela Nacional Preparatoria, además de alumnos de diversas Facultades, sin distinción de edad. ●

Tabla de premiación:

Modalidad	Alumno	Medalla
a. Rápido	Daniel	Plata
c. Ajedrez Clásico	Daniel	Plata-Oro
d. Por Equipos	Daniel, Yael y Aldo	Bronce

Imagen 13. *Pulso (Órgano Informativo del CCH Naucalpan N° 106, 3 Noviembre de 2015)*

RECOMENDACIONES

Recomiendo buscar homologar los tiempos de enseñanza/aprendizaje en el aula de ajedrez de diferente nivel; ya que las actividades del equipo 1 son puros mates (ajedrez) en uno y por ende no se consumió el mismo tiempo que el equipo 2. Además creo que el equipo 1 quedo muy descuidado ya que sólo vieron *mates elementales*.

Una alternativa puede ser viendo una partida completa o un tema estratégico. Donde las clases pueden consistir en temas tácticos como *clavadas, dobletes, jaque al descubierto, jaque doble, además de temas estratégicos básicos*; ver partidas clásicas sobre coordinación de las piezas, sin caer en un análisis tan profundo.

Así mismo se debe buscar constantemente que el alumno se apropie del concepto matemático y no sólo mecanice. Algunas alternativas pueden ser el cambio de representación donde el alumno pase de la representación algebraica a la geométrica o de la geométrica a la algebraica, proponer al alumno que resuelva los ejercicios utilizando herramientas digitales (software dinámico, teléfono inteligente, calculadora graficadora o científica), procedimientos (resolver diferentes formas), relacionando el tema con otras materias, etcétera.

Cabe mencionar que los cambios de representación ayudan al alumno analizar cualitativamente y fortalecer la imaginación geométrica.

Por otro lado, tanto en las clases de matemáticas como de ajedrez se deben incluir cultura, historias, anécdotas, leyendas, psicología, competencia, lucha. Ya que algunos de estos temas podrían captar al alumno y descubrir el intereses para su vida profesional.

Es importante mencionar que la lectura de Newton y Galileo (apéndice A, pp. 182) buscaba atrapar al alumno que tiene gusto por la historia pero en lugar de incrementar su interés por la matemática, ¡lo confundió! Ya que la lectura no era propia del tema, puesto que tenía más que ver con el tema de la derivada y el lenguaje utilizado en ésta era muy poco amigable con el alumno. Así pues se hace la sugerencia de tener cuidado con el material que se utiliza en la enseñanza, puesto que puede ocasionar obstáculos epistemológicos.

GLOSARIO

Andamiaje: Trata de la distancia de lo que el niño puede resolver por sí solo, y lo que podría realizar con ayuda o guía de un adulto o persona más capacitada. Recuperado de Trianes, T. (1998) Psicología del Desarrollo. Modelo Constructivista-contextual del aprendizaje: Vygotski y Bruner. Capítulo 14.

Celada: Estrategia que se produce cuando, aparentemente, se le permite al adversario conseguir ganancias materiales u otro tipo de ventajas para inducirlo así a hacer un movimiento equivocado (E. Gelenczei, 1969, p. 96).

Clavada: En la clavada, una pieza inmoviliza a otra enemiga, situada en su misma línea de juego, porque de moverse ésta se capturaría una pieza de valor superior (Gude, 2005, p.41).

Combinación: Es una variante forzada con un sacrificio (Botvinnik, 1939)

---Variante forzada medio donde el iniciador alcanza el objetivo (Romanovsky, 1963, p. 97).

Doble amenaza = ataque doble. En algunos casos, un jugador plantea dos amenazas distintas, de tipo posicional, que escapan a la catalogación de ataque doble (Gude, 2005, p.63).

Empírico, ca: Del lat. Empirĭcus 'médico empírico', y este del gr. ἐμπειρικός empeirikós 'que se rige por la experiencia', perteneciente o relativo a la experiencia, fundado en la experiencia. (RAE, 2016)

Estrategia: Arte o ciencia de la planificación y diseño de la lucha en un espacio o teatro de operaciones, con determinadas fuerzas en juego. En ajedrez, por supuesto, el espacio, o campo de batalla, es el tablero. (Gude, 2005, p.70).

Ética: Conjunto de normas morales que rigen la conducta de la persona en cualquier ámbito de la vida (RAE, 2014)

Imaginación: Formación de la imagen, en la que, por fabricación y uso de signos, la gente hace las imágenes de su realidad "(van Oers 2005. Pp. 75).

Instrucción Directa: Dejar trabajos de investigación, o generar un dialogo periódicamente donde se traten aspectos ético y morales.

Instrucción indirecta: Desarrollar la clase proporcionando la ética y la moral.

Jaque: jaque Ataque directo al rey de una o más piezas contrarias. Cuando el rey atacado no dispone de defensa alguna contra el jaque, éste se llama jaque mate, en cuyo caso la partida quedará concluida, con la victoria del bando que lo ha ejecutado (Gude, 2005, p.94).

Jaque al descubierto: Figura táctica que constituye la forma más apremiante del ataque descubierto. (Gude, 2005, p.94).
Jaque mate = mate (Gude, 2005, p.94).

Moral: Perteneciente o relativo a las acciones de las personas, desde el punto de vista de su obrar en relación con el bien o el mal y en función de su vida individual y, sobre todo, colectiva (RAE, 2014)

Noesis: Actividad ligada a la aprehensión conceptual de los objetos representados, incluyendo las diferentes actividades y procesos cognitivos desarrollados por el sujeto. (Duval 1993, pp. 76)

Obstáculo Epistemológico*: Causas de estancamiento y hasta de retroceso <<causas de inercia>> (Bachelard, 2004, 75).*

Pensamiento crítico: Técnica cognitiva más global y objetivada principalmente a la orientación del comportamiento y a la toma de decisiones (García Ferran, 2001, p. 94).

Semiótica: Es la producción constituida por el empleo de signos que pertenecen a un sistema de representación, el cual tiene sus propias limitaciones de significado y de funcionamiento (Duval, 1995, p. 175).

Semiosis: Actividad ligada a la producción de representaciones, la cual depende de los signos que forman parte del sistema utilizado para generarlas. (Duval 1993, pp.76)

Sinestesia (PP.20): Fenómeno que puede abrir puertas hacia enigmas científicos y filosóficos, tales como la naturaleza de la percepción y de los qualia, las bases neurofisiológicas de la metáfora y del lenguaje. (Gómez, 2006).

----proviene del término griego aisthesis, percepción, y literalmente significa "percepción Unida" (syn = "unido", "junto").

Táctica: El arte de jugar la partida conforme a los planes y objetivos estratégicos previamente trazados. Dicho de otro modo, las acciones y maniobras concretas, de ataque y defensa, que se realizan en la partida**.**

Qualia: Deriva del latín "qualis" que etimológicamente significa "como es" (recuperado el 19/11/2016 de filosofía.about.com)

Variable Directa: Dejar trabajos de investigación, o generar un dialogo periódicamente donde se traten aspectos ético y morales.

Variable Indirecta: Desarrollar la clase proporcionando la ética y la moral.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abad P. (1997). Historia de la filosofía. Ed. Mc Graw Hill/Interamericana. España.

Ajedrez, UNAM (2010). *Primer gran fiesta internacional de ajedrez* 2010, Recuperado el 20 de Octubre de 2014 de http://ajedrezunam.mx/contenido/principales-iberoamericano.htm.

Alegria, P. (2011). *Magia y Matemáticas de la Mano de Martin*. Recuperado el 18 de Noviembre del 2015, http://www.sinewton.org/numeros/numeros/76/ Monografico_01.pdf.

Arturo, R. (2006, 01 de Noviembre). *La educación para Sócrates. El Santafesino*. Recuperado el 25 febrero del 2014 de: http://www.elsantafesino.com/opinion/2006/11/01/5218.

Arrieta, C. (1989). *La Resolución de Problemas y la Educación Matemática: hacia una Mayor Interrelación entre Investigación y Desarrollo Curricular Enseñanza de las Ciencias*, (ed.) 7. Universidad de Oviedo.

Ausbel, D. P., J. Novak, H. Hanesian (1973), *Educational psychology*. N. York: Holt, Reinhart & Winston.

Barriga, F. (2002) *Estrategias Docentes para un Aprendizaje Significativo Una interpretación constructivista.* (2da ed). Mexico, Mexico: McGraw-Hill Interamericana.

Batllori, J. (2001). *Juegos para entrenar el cerebro. Desarrollo de habilidades cognitivas y sociales.* Madrid: Narcea.

Bonsdorff, E. (1974) *Ajedrez y Matemáticas*.

Begle, E. G. y Gibb, E. G. (1980). Why Do Research?, en R. J. Shumway (comp.). *Research in Mathematics Education.* NCTM, pp. 3 – 19.

Bachelard, G. (2004) *La Formación del Espíritu Científico*. (Ed) Siglo XXI Editores Mexico, Mexico.

Bernabeu, F. y Fernández-Arévalo, F. (2009), *Los pentominós. El juego de los juegos.* Consellería d´Educació. Generalitat Valenciana. Recuperado de www.lavirtu.com.

Bondarewsky, I. (1965). *Ataques directos al rey*. Madrid, España: Ricardo aguilera.

Bosch, M. (2012). *Apuntes teóricos sobre el pensamiento matemático y multiplicativo en los primeros niveles. Educación Matemáticas en la Infancia.* Universidad de Almeria. Recuperado el 20 de Noviembre 2015 de: https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/4836767.pdf

Botvinnik, M. (1939). *Partidas Selectas. Colección Internacional de Ajedrez.* Recuperado el 18 junio del 2015 de: http://es.slideshare.net/luisrenatoduenestorrelles/botvinnik-partidas-selectas-vol1-19231941

Congreso N. (2013). *Proyecto De Ley: "Que establece el Ajedrez en el Curriculum de Educación Escolar Básica y Media en el Sistema Educativo del Paraguay"*. H. Cámara de Diputados. Recuperado el 10 de junio del 2015 de http://www.diputados.gov.py/plenaria/130430-SE/pdf130430se/10.pdf

Cantoral R. y Montiel G. (2003). *Visualización y pensamiento matemático*. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México. Recuperado el 24 de junio del 2014 de http://www.tbu.uan.edu.mx/_Lib_Art_En/_Arts/%28Cantoral-Montiel2003%29-ALME16-.pdf

Carruthers, E & Worthington, M. (2011). *Understanding Children's Mathematical Graphics* BEGINNINGS IN PLAY. Editorial Open University Press, pp. 35-70.

Carrera, B. Mazzarella, C. (2001). *Vygotsky: enfoque sociocultural*. Recuperado el 5 de Abril del 2015 de http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=35601309. ISSN 1316-4910

Cascallana, A. (1993). *Iniciación a la matemática*. Materiales y recursos didácticos. Madrid: Santillana.

Calderero, J. (2005). *Que me pasa con las matemáticas*. Madrid: El rompecabezas.

Groot, Adrian de. (1978). *Thought and choice in chess*. La Haya: Mouton.

Dominguez, L. (2008). *La adolescencia y la juventud como etapas del desarrollo de la personalidad.* Vol. 4, Número 1. Pp. (69-76). Recuperado el 2 de septiembre 2016 de: http://www.conductitlan.net/50_adolescencia_y_juventud.pdf

Duval, R. (1998). *Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento*. Investigaciones en Matemática Educativa II, Grupo Editorial Iberoamérica. México.

------ (1999). Semiosis y pensamiento humano, registros semióticos y aprendizajes intelectuales, Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía. Grupo de Educación Matemática. Cali Colombia.

Carruthers E. and Worthington M. (2011). *Understanding Children's Mathematical Graphics* BEGINNINGS IN PLAY. Mc Graw Hill, New York USA.

Chase, W. y Simon, H. (1973a) *Perception in Chess*. Cognitive Psycology. pp55- 8 1

Chase, W. y Simon, H. (1973b) *Visual lnformation Processing*. New York. Academic Press.

Corbalán, F. (1994). *Juegos matemáticos para Secundaria y Bachillerato*. Madrid, España

Correa, Z. Lira, M. Ramos, Hugo. Castro, F. (2002). *Hacia una Conceptualizacion de la Metacognicion y sus Ámbitos de Desarrollo*, Horizontes Educacionales. Fecha de consulta: 19 de agosto 2016, Disponible en: http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=97917885008

Esteve, J. (2005). *La formación de profesores en Europa: hacia un nuevo modelo de formación.* Universidad de Málaga. Recuperado el 1 de Septiembre del 2016, disponible en: http://www.fracasoescolar.com/conclusions2005/esteve.pdf

Flavell, J. H. (1976), *Metacognitive aspects of problem solving*. En: L. B. Resnik (ed.), The nature of intelligence.

Fuentes, M. J. (2013). *Una pareja indisoluble: Ajedrez y Matemáticas*. Recuperado el 4 de mayo de 2015 de http://archivado.unicam.es.

Garcia, F. (2001). *Educando desde el ajedrez*. Barcelona, España: PAIDOTRIBO.

García, L. (2013). *Ajedrez Gimnasio de la Mente - valores del ajedrez y su importancia para que las enfermedades degenerativas como el alzeimer, no se puedan desarrollar si nuestro gimnasio mental está siempre en buena forma*. Sala de Arte y Cultura de la Fundación Caja Canarias. Recuperado el 18 de abril del 2016 de https://www.youtube.com/watch?v=E5rjaa0Axqw

Gairín, J. y Fernández, J. (2010). *Enseñar matemáticas con recursos de ajedrez.* Tendencias pedagógicas. pp. 57-90.

Gelenczei, E. (1969) 200 *Celadas de Apertura. Guardian de las Palabras.* Barcelona, España

Gómez, E. (2006) *La sinestesia: sentidos sin fronteras*. Departamento de Psicología Experimental Facultad de Psicología Universidad de Granada. España. Disponible en http://www.ugr.es/~setchift/docs/tesina_matejhochel.pdf

Gonzalo, J. (1958). *Botvinnik, campeón del mundo de ajedrez 1948*. España: Aguilera, Centro de Ajedrez Internacional.

Greenfield, P. (1999). *El niño y los medios de comunicación*. Madrid: MORATA.

Groos, Karl. (1899). *Die Spiele der Menschen (Los Juegos de las Personas*). Robarts-University of Toronto. Canada.

Gude, A. (2005). Diccionario De Ajedrez. Madrid: Tutor

Hernández, L (2011). *Desarrollo cognitivo y motor. Servicios socioculturales y a la comunidad educación infantil*. Madrid, España: Paraninfo.

Hilbert, D. (1930). *David Hilbert: La búsqueda de la certidumbre.- Fernando Bomba*l. XV Programa de Promoción de la Cultura Científica y Tecnológica. Recuperado el 20 de febrero del 2016 de: http://www.mat.ucm.es/~bombal/Personal/Historia/Hilbert%20Conferenciafinal.pdf

Horgan, D. (2004). *Ajedrez escolar. Ajedrez ¿Qué es eso?.* Recuperado el 20 de junio del 2016 de: http://waltermartinezajedrez.blogspot.mx/p/ajedrez-y-educacion.html

Ivashcenko, S. (2007). *Manual de combinaciones de ajedrez*. Vol. 1A . Russian Chess House. Moscow, Rusia.

Kasparov, G. (2007). *Cómo la vida imita al Ajedrez*. México: Grijalbo.

-------- (2010). 24 Lecciones de Ajedrez Por Gary Kasparov. Colección Jaque Mate. Recuperado el 20 de Marzo de 2016, en http://espapdf.com/book/24-lecciones-de-ajedrez/

Knobel, M.- Aberastury, A. (1999). *La adolescencia normal: un enfoque psicoanalítico*, Edit. Paidos.

Krämer, A. & Filipp, S. (2013) *Los efectos de la lección de ajedrez en aspectos cognitivos, motivacionales y Desarrollo social en alumnos de primaria. ¿Las clases de Ajedrez hacen más intelectuales a los niños?* Recuperado el 20 de Mayo del 2016 de: Chess at Trier-Olewig Primary School Summary and Evaluation of the Outcomes of the German School Chess Foundation. www.chessinschools.co.uk/

LAFOURCADE, P. (1969). *Evaluación de los aprendizajes*. Buenos Aires.

Larousse (2001). Ediciones Larousse. México.

Mateos, Mar (2001).*Metacognición y Educación*. Colección dirigida por Mario Carretero. Buenos Aires, Argentina. Editorial AIQUE, 1 - edición.

Michelone, M. (2014). *Ajedrecista Kasparov y su obra "La saga de mis grandes predecesores" contacto hispano, deportes, entretenimiento, infantil*. Recuperado el 20 de Noviembre del 2015, de http://www.proceso.com.mx

Monzoy J. (2002). *Una situación real como registro de representación en un entorno computacional. Un sustento cognitivo para promover la aprehensión conceptual, México*: IPN, Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV, Tesis para grado de Doctor en Ciencias [Matemática Educativa].

Moreno, T. (2012). Evaluación para el aprendizaje. Perspectivas internacionales. *Revista de Evaluación Educativa* (REVALUE), 1 (1). Recuperado de http://revalue.mx/revista/index.php/revalue/issue/current

Muñoz, L. (2013). *Informe sobre la Gestión Directiva 2012-2013*. UNAM-Colegio de Ciencias y Humanidades.

Noticias de Ajedrez, Adriaan de Groot, Psicólogo del Ajedrez (1914-2006). Recuperado el 1 de Junio del 2015 de http://www.es.chessbase.com/post/adriaan-de-groot-psiclogo-del-ajedrez-1914-2006-

Piaget, J. (1961). *Formación del simbolo en el niño: imitación, juego y sueño. imagen y representación* (EN PAPEL). España: S.L. FONDO DE CULTURA ECONOMICA DE ESPAÑA.

------ (1970). Genetic Epistemology. New York: W. W. Norton.

------ (1978). Problemas de psicología genética. Barcelona: Ariel.

Pino, J. Martí, A. Rodríguez, J. Pérez, J. *Algunas consideraciones sobre el ajedrez como un instrumento para perfeccionar las habilidades cognitivas*. Ef Deportes. Recuperado el 30 julio del 2014 de http://www.efdeportes.com/efd138/el-ajedrez-para-perfeccionar-las-habilidades-cognitivas.htm

Polya, G. (1957) *Matemáticas y Razonamiento Plausible*. Editorial Tecnos S. A. Madrid.

Polya, G. (1969). *Cómo plantear y resolver problemas*. Editorial Trillas, México. (Colección "Serie de Matemáticas". Traducción de: How to solve it. (1945) . Princeton University Press, EEUU.)

Ponce, Aníbal. (1939). *Psicología de la adolescencia: diario íntimo de una adolescente.* Librería y editorial "El Ateneo"

Postman, N. & Weingartner, C. (1969). *Teaching as a subversive activity*. New York: Dell publisshing Co.

Pramling Samuelsson, I. & Pramling, N. (2009). *Children's perspectives as 'touch downs' in time: assessing and developing children's understanding simultaneously. Early Child Development and Care*, 179(2), 205-216. Recuperado el 15 de Octubre del 2015 de https://gup.ub.gu.se/publication/94921

Real A, E, (2014). *Diccionario de la lengua española*. Recuperado el 15 de julio del 2015 de http://dle.rae.es/?id=H3y8Ijj|H3yay0R

Reti, R. (2006). *Los Grandes Maestros Del Tablero*. España: FUNDAMENTOS

Reuter s. (2013). Inflación se ubica en 4.09% en junio, menor nivel en 4 meses. El Financiero. Recuperado el 17 de octubre de 2014 de http://www.elfinanciero.com.mx/archivo/inflacion-se-ubica-en-09-en-junio-menor-nivel-en-meses.html

Rogoff, B. (1993). *Aprendices del pensamiento: el desarrollo cognitivo en el contexto social.* Barcelona-Mexico-Buenos Aires: Paidós.

Romanovsky, P. (1963) *Combinaciones en el medio juego.* COLECCIÓN ESCAQUES. España.

Rosales, C. (1996). *Didáctica Núcleos Fundamentales*. Madrid: S.A. DE EDICIONES NARCEA.

Santaló, L.A.(1985), *Enseñanza de la matemática en la escuela media*. Ed. Docencia, Buenos Aires. Documento disponible en internet en: http://platea.pntic.mec.es/~jescuder/prob_int.htm. Citado el 2 de Diciembre 2008

Sandoval, I. y Moreno, L. (2012). *Tecnología Digital y Cognición Matemática: Retos para la educación.* Horizontes Pedagógicos, pp. 21-29.

Schoenfeld, A. H., (1994). *Reflections on doing and teaching mathematics*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Schoenfeld, A. (1985). *La enseñanza de la matemática a debate. Ministerio de Educación y Ciencia.* Madrid. España.

-------Mathematical Problem Solving. Orlando: Academic Press.

-------(2010). RESOLUCION DE PROBLEMAS MATEMATICOS Fundamentos cognitivos, BIBLIOTECA MATEMATICAS PARA PROFESORES. México: TRILLAS.

Smyslov, V. (1994). 125 selected games. Cardogan Chess Books. pp. 3.

Van O. & Van, P. & Wubbels, T. (2005) A Vygotskian perspective on teacher education. Taylor & Francis Group. Documento disponible en: http://scholar.google.co.uk/citations?view_op=view_citation&hl=en&user=6eFsk8YAAAAJ&citation_for_view=6eFsk8YAAAAJ:9yKSN-GCB0IC

Vigotsky, L. S. (1978). Mind in Society: The Development of higher psychological processes. Harvard University.

-------(1989). El desarrollo de los procesos psicológicos superiores. Editorial Crítica. Barcelona, España.

Virno, P. (2005). Cuando el verbo se hace carne lenguaje y naturaleza humana. Madrid, España: Traficantes de Sueños.

APÉNDICE A. SECUENCIA DE LAS CLASES DE MATEMÁTICAS

Sesión 1. 110' (Salón de clases) Algunos antecedentes matemáticos que serán necesarios para el tema. 80'

El profesor usara el ***material 1*** para abordar el tema y reflexionar en cada inciso, algunas de las propiedades de los números reales que se muestran son:

Material 1

Propósito: Fortalecer algunos antecedentes matemáticos que serán necesarios para el tema.

1. Algunas propiedades de los números reales
2. Exponentes y radicales
3. Operaciones con expresiones algebraicas
4. Factorización

1. Algunas propiedades de los números reales. Sean *a*, *b* y *c* números reales.

a) Propiedad transitiva de la igualdad: *Si* $a = b$ *y* $b = c$, entonces $a = c$

b) Propiedad de cerradura de la suma y la multiplicación: Para todo número real a y b, existen números reales únicos $a + b$ y ab.

c) Propiedad de conmutativa de la suma y la multiplicación: $a + b = b + a$ y $ab = ba$

d) Propiedad asociativa de la suma y la multiplicación: $a + (b + c) = (a + b) + c$ y $a(bc) = (ab)c$

e) Propiedad de la identidad: Existen números reales únicos denotados 0 y 1 tales que para todo número real a $0 + a = a$ y $1 * a = a$

f) Propiedades del inverso: Para cada número real a, existe un único número real denotado por $-a$ tal que $a + (-a) = 0$ El número $-a$ se denomina el inverso aditivo de a.

g) Propiedades distributivas: $a(b + c) = ab + ac$ y $(b + c)a = ba + ca$

2.- Exponentes y Radicales

El producto de x • x • x de 3 veces x se abrevia x^3. En general, para un entero positivo n, x^n es la abreviatura del producto de n veces x. La letra n en x^n se denomina exponente y a x se le llama base. De manera más específica, si n es un entero positivo se tiene que:

1.- $\mathbf{x^\wedge n = x * x * x ********* x}$

2.- $\mathbf{x^\wedge(-n) = 1/x^\wedge n = 1/(x * x * x *** x)}$ **para** $\mathbf{x \neq 0}$

3.-$\mathbf{1/x^\wedge(-n) = x^\wedge n}$ **4.-** $\mathbf{x^\wedge 0 = 1}$

Ejercicio1

I. *Ejemplo:* $x\,(y - 3z - 2\mathrm{w}) = (y - 3z - 2\mathrm{w})\,x$, por la propiedad conmutativa de la multiplicación.

a) *Muestre que* $2 - \sqrt{2} = -\sqrt{2} + 2$.

b) *Muestre que* $(8 + x) - y = 8 + (x - y)$.

c) *Muestre que* $3(4x + 2y + 8) = 12x + 6y + 24$

d) Muestre que $(ab/c) = a(b/c)$ *para* $c = 0$

Ejemplo 2

Consigna: Del siguiente ejemplo el profesor sólo toma el enunciado para resolver con los alumnos y que ellos obtengan el resultado con la ayuda del profesor. (se muestra ejemplo con resultado esperado).

a. $\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{16}$

b. $3^{-5} = \frac{1}{3^5} = \frac{1}{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{1}{243}$

c. $\frac{1}{3^{-5}} = 3^5 = 243$

d. $2^0 = 1, \pi^0 = 1, (-5)^0 = 1$

e. $x^1 = x$

Ejercicio 2.

Simplifica los siguientes ejercicios

a) $x^6x^8 =$

b) $a^3b^2a^5b =$

c) $z^{\frac{2}{5}}z^{\frac{3}{5}} =$

d) $\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{3}{2}} =$

e) $\left(-\frac{8}{27}\right)^{\frac{4}{3}} =$

$f)$ $\frac{2}{\sqrt{5}} =$

$g)$ $\frac{x^2y^7}{x^3y^5} =$

$h)$ $x^{\frac{3}{2}} - x^{\frac{1}{2}} =$

$i)$ $(x^{-1} - y^{-1})^{-2} =$

j) $\frac{2}{\sqrt[6]{3x^5}} =$

3.- Operaciones con expresiones algebraicas

Si se combinan números, representados por símbolos, mediante una o más operaciones de suma, resta, multiplicación, división, exponenciación o extracción de raíces, entonces la expresión resultante se llama *expresión algebraica.*

A continuación se proporciona una lista de productos especiales que pueden obtenerse a partir de la propiedad distributiva y son útiles al multiplicar expresiones algebraicas.

Productos especiales:

1. $x(y + z) = xy + xz$ (propiedad distributiva)

2. $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

3. $(ax + c)(bx + d) = abx^2 + (ad + cb)x + cd$

4. $(x + a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$ (cuadrado de un binomio)

5. $(x - a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$ (cuadrado de un binomio)

6. $(x + a)(x - a) = x^2 - a^2$ (producto de suma y diferencia)

7. $(x + a)^3 = x^3 + 3ax^2 + 3a^2x + a^3$ (cubo de un binomio)

8. $(x - a)^3 = x^3 - 3ax^2 + 3a^2x - a^3$ (cubo de un binomio)

4.- Factorización

Cuando se multiplican entre sí dos o más expresiones, éstas reciben el nombre de *factores* del producto. Por lo que si $c = ab$, entonces a y b son factores del producto c. Al proceso por el cual una expresión se escribe como el producto de sus factores se le llama *factorización.*

A continuación se enlistan las reglas para la factorización de expresiones. El lado derecho de cada identidad es la forma factorizada de la expresión del lado izquierdo.

Reglas para la factorización

1. $xy + xz = x(y + z)$ (factor común)

2. $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$

3. $abx^2 + (ad + cb)x + cd = (ax + c)(bx + d)$

4. $x^2 + 2ax + a^2 = (x+a)^2$ (trinomio cuadrado perfecto)

5. $x^2 - 2ax + a^2 = (x - a)^2$ (trinomio cuadrado perfecto)

6. $x^2 - a^2 = (x + a)(x - a)$ (diferencia de dos cuadrados)

7. $x^3 + a^3 = (x + a)(x^2 - ax + a^2)$ (suma de dos cubos)

8. $x^3 - a^3 = (x - a)(x^2 + ax + a^2)$ (diferencia de dos cubos)

Diálogo grupal para fortalecer la clase. 20'

Se desarrolla el diálogo con los alumnos para que se manifiesten dudas y se aclaren dudas directas e indirectas, así también da cabida a la generación de dudas que los alumnos no tenían contempladas.

Asignación de tarea. 10'

La tarea se subirá al grupo de Facebook para que los alumnos la hagan y sea revisada la siguiente clase.

Tarea 1

Nombre: ____ *Grupo:* ____

Indicaciones: Resolver por lo menos 3 ejercicios de las series de ejercicios y del ejercicio 3 hacerlo todo. En total entrega 8 ejercicios

Nota: *Para resolver los ejercicios de esta tarea te recomiendo que leas y analices lo que viste la clase anterior con tu profesor y lo que se muestra en el apartado material de material de apoyo que se encuentra al término de la tarea.*

Ejercicio1.

Consigna. Resuelve usando las propiedades de los números reales antes vistas.

- *Muestre que* $2 - \sqrt{2} = -\sqrt{2} + 2$
- *Muestre que* $(8 + x) - y = 8 + (x - y)$.
- *Muestre que* $3(4x + 2y + 8) = 12x + 6y + 24$
- *Muestre que* $(ab/c) = a(b/c)$ *para* $c \neq 0$

Ejercicio 2

Consigan: Simplifica los siguientes ejercicios.

- $(3x^2y - 2x + 1) + (4x^2y + 6x - 3)=$
- $3\{2x\,[2x + 3] + 5[4x^2 - (3 - 4x)]\}=$
- $(x + 2)(x - 5)=$
- $(3x - 2)^3 =$
- $((x^3 + 3x)/x)=$

Ejercicio 3

Consigna: Simplifique las siguientes fracciones

- $(x^2 - x - 6)/(x^2 - 7x + 12)=$
- $(2x^2 + 6x - 8)/(8 - 4x - 4x^2)=$

Sesión 2. Reflexión de Función y Función Cuadrática (110 minutos)

1. Revisión de la tarea y recuento de lo que se vio la clase anterior. 15'

   El profesor solicita a los alumnos, ¿Quién hizo la tarea? Y comenta con los alumnos la tarea para reflexionar sobre ella (los alumnos pasan a pizarrón a poner su tarea para ser contrastada con los demás).

2. Examen Diagnóstico 1   30'

   El profesor aplica examen diagnóstico 1, manifestando confianza en el alumno para resolver el examen, puesto que no tiene un valor para la evaluación final. Pero si para saber en qué nivel matemático se encuentran los alumnos.

EXAMEN Diagnóstico 1

Nombre: ____ *Grupo:* ____

Indicación: Resuelva por lo menos 4 ejercicios, obteniendo las raíces de las ecuaciones.

1. $5x^2 + 7 = 0$

2. $\frac{x^2+1}{36} = 0$

3. $2x^2 + 5x + 4 = 0$

4. $3x^2 + 27 = 0$

5. $x^2 + 5x = 0$

6. $3x^2 + 27 = 0$

7. $\frac{3}{4}x^2 + 6x - \frac{2}{3} = 0$

3. **Reflexión de las definiciones de función Actividad 1.1 (diferentes autores). 20'**

El profesor empieza haciendo un cuestionamiento verbal del significado de función, para poder realizar a las siguientes actividades.

Actividad 1.1 (20´) Tabla 1.1 Libro de texto definiciones de la función.

Indicación: Lea cuidadosamente y conteste en equipo las indicaciones continuas.

.A	Una función es una relación entre la entrada y la salida. En una función, la salida depende de la entrada. Hay exactamente una salida para cada entrada.
B	Una función es una relación en la que se empareja cada elemento del dominio con exactamente un elemento del rango.
C	Una función es un conjunto de pares ordenados (o pares de número) que satisface esta condición: No hay dos pares ordenados con la misma entrada y diferentes salidas.
D	Una función real f definida en un conjunto D de los números reales, es una regla que asigna a cada número x de D exactamente un número real, denotado por $f(x)$.
E	Una función es una regla que asigna a cada elemento de un conjunto A un único elemento de un conjunto B (donde B puede o no puede ser igual a A).
F	Para cualquier conjunto A y B, una función f de A a B, f: A $\rightarrow$ B, es un subconjunto de f el producto cartesiano A $*$ Bde tal manera que cada una $a \in A$ donde aparece una vez y sólo una vez que el primer elemento de un par ordenado (a, b) en la f.
G	Una función es una cartografía o correspondencia entre un conjunto llamado dominio y un segundo conjunto llamado contradominio tal que para cada miembro del dominio no corresponde exactamente a un miembro de la gama.
H	Una cantidad, H, es una función de otro, t, si cada valor de t tiene un único valor de H asociado. Decimos H es el valor de la función o la variable dependiente, y t es el argumento o variable independiente. Por otra parte, pensar en t como la entrada y H como la salida.

Fuentes: Definiciones A y B, Holliday et al. (2005), pp 43 y 226, C: Interactive Mathematics Program (2000), p. 5, D: Edwards and Penney (2002), p. 2, E y F: Usiskin et al. (2003), págs 68 y 70, G: Saxon (2003), p. 152. H: Hughes-Hallet et al. (1994), p. 2. Nota: La cursiva como en los originales; definición D define sólo las funciones con valores reales.

a) *Ordenar las definiciones de las funciones en categorías.*

Anote las características de las diferentes definiciones que conllevan a un mismo grupo. (Solicitar al alumno que haga su mejor esfuerzo, para que las diferencias entre los grupos se vuelvan más claras y entiéndase grupo por definiciones con aspectos en común)

b) *Después de crear un conjunto de grupos, contrastar con los demás alumnos en forma verbal.*

c) Discuta las siguientes preguntas y el alumno sus observaciones.

¿Qué características parecen tener en común las definiciones de función?

¿Qué aspectos del concepto de función atraen a estudiantes y profesores?

4. Contraste de las Definiciones de Función Cuadrática según el personaje y su época 40'

El profesor proporciona la copia de la actividad 1.2 e indica a los alumnos que formen equipos de 4 integrantes, 2 con características similares (conocimientos y comprometidos). Los otros 2 no deberán tener estas características. Si no conoce los antecedentes matemáticos del alumno considere la distribución homóloga por sexo (2 mujeres y 2 hombres).

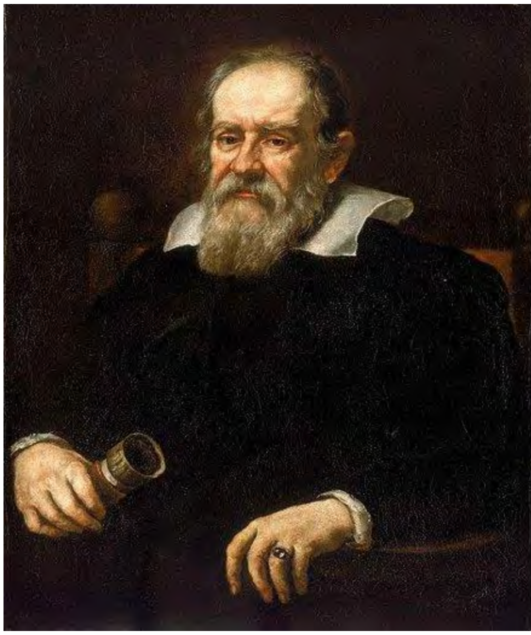
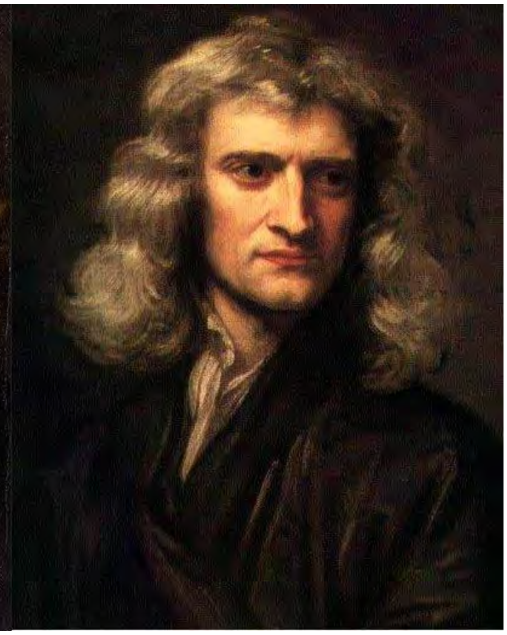
Posteriormente se solicita a los alumnos que lean y contesten lo que se les solicita. Seguido se establezca un diálogo (usar pizarrón como apoyo) con la reflexión generada por cada equipo.

Actividad 1.2 (40´)

Indicaciones: El profesor proporcionará a los equipos la Lectura y el Entendimiento Esencial, para ser leídos de forma detallada e interpretación.

> Antes de la época de Galileo (1564-1642), la gente en general cree que los objetos más pesados caen más rápido que los más ligeros, que la velocidad a la que un objeto cae es constante, y que la velocidad de la caída de objetos es proporcional al peso del objeto. Por supuesto, la resistencia del aire provoca una pluma caer al suelo más lentamente de un mármol, por ejemplo. Pero si dejamos caer dos objetos que son en forma de tal manera que se encuentran con la resistencia del aire mínima (si ambos están en la forma de una canica, por ejemplo), que ambos cayeron al suelo al mismo tiempo, incluso si uno es más ligero que el otro. Algunos museos de ciencia tienen exposiciones que ofrecen una pluma y una bola de hierro, cada una en un tubo de vacío, para mostrar que ambos caen en el mismo (no constante). Galileo determinó que la velocidad a la que un objeto cae al suelo no es constante, sino que aumenta con el tiempo y que la distancia de caída del objeto es una función cuadrática del tiempo transcurrido.

La época de Newton (1643-1727), se ha utilizado el cálculo para explicar por qué la altura de un objeto que cae es una función cuadrática del tiempo transcurrido. Esta explicación se basa en dos hechos: que la aceleración de la gravedad es (aproximadamente) constante cerca de la superficie de la tierra, y que la aceleración es la derivada segunda de la función de altura. Resulta que podemos caracterizar la función cuadrática donde la segunda derivada – la tasa de cambio – es una constante distinta de cero. Por otra parte, es la caracterización de las funciones cuadráticas en términos de tasas de cambio que explica por qué las relaciones entre las alturas de caída de objetos y el tiempo transcurrido son cuadrática.



ENTENDIMIENTO ESENCIAL

2ª.-Para las funciones en el campo de los reales se asignan números reales, donde ciertos patrones de covariación contienen dos variables que cambian juntas; indicando la pertenencia en una familia particular de funciones.

2c.- La tasa de cambio de una función es una de las principales características que determinan el tipo de fenómenos que la función puede modelar.

3c: Las funciones cuadráticas se caracterizan por una tasa de cambio lineal, por lo que la tasa de cambio (la segunda derivada) de una función cuadrática es constante. El razonamiento sobre la forma de vértice de una ecuación cuadrática permite deduciendo que una cuadrática tiene un valor máximo o mínimo, y que si los ceros del segundo grado son reales, son simétricas respecto a la coordenada x del máximo o punto mínimo.

El alumno anotará su interpretación y las compartirá con su equipo para una próxima interpretación grupal.

Establecer el diálogo con los alumnos sobre los puntos 2ª, 2c y 3c del Entendimiento Esencial y la Historia de la Función Cuadrática.

5. **Diálogo reflexivo. 5'** El profesor desarrollará el diálogo con los grupos tocando los puntos vistos en la clase.

6. **Tarea extra-clase 5'** El profesor deja revisar y razonar la ecuación de caída libre de Galileo Galilei y el análisis minucioso de entendimiento esencial *(actividad 1.2 antes mencionada).*

SESION 3 (50')

1. Se aplica prueba 1 solicitando a los alumnos que resuelvan cuidadosamente

PRUEBA 1

Nombre: ____*Grupo:* _______

Consigna. Sobre 1os paréntesis en blanco (se encuentran a la izquierda) coloque la letra de la columna de la derecha que identifique la propiedad que se usa para resolver el ejercicio.

Cada letra puede ser utilizada una vez, más de una vez o ninguna vez.

( ) $-(a+b)=-a-b$

( ) $-(a-b)=-a+b$

( ) $-(-a)=a$

( ) $a(0)=0$

( ) $(-a)(b)=-(ab)=a(-b)$

( ) $(-a)(-b)=ab$

( ) $\frac{a}{1}=a$

a) $\frac{2}{7}=2\left(\frac{1}{7}\right)$

b) $\frac{2}{-7}=-\frac{2}{7}=\frac{-2}{7}$

c) $\frac{-2}{-7}=\frac{2}{7}$

d) $\frac{0}{7}=0$

e) $\frac{2}{2}=1, \frac{-5}{-5}=1$

f) $\frac{4}{5}+\frac{2}{3}=\frac{4\cdot 3+5\cdot 2}{5\cdot 3}=\frac{22}{15}$

g) $\frac{4}{5}-\frac{2}{3}=\frac{4\cdot 3-5\cdot 2}{5\cdot 3}=\frac{2}{15}$

h) $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{7}{5}}=\frac{2}{3}\div\frac{7}{5}=\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{7}=\frac{2\cdot 5}{3\cdot 7}=\frac{10}{21}$

i) $\frac{2}{\frac{3}{5}}=2\div\frac{3}{5}=2\cdot\frac{5}{3}=\frac{2\cdot 5}{3}=\frac{10}{3}$

***Consigna**: Clasifique los enunciados 1 a 9 como verdaderos o falsos. Si es falso o verdadero justifica al reverso de la hoja.*

Enunciado	*V*	*F*
1. -13 es un entero.	( )	( )
2. +3 es un número natural.	( )	( )
3. 5 es racional.	( )	( )
4. $\sqrt{25}$ no es un entero positivo.	( )	( )
5. $\sqrt{2}$ es un número real.	( )	( )
6. 0 es racional.	( )	( )
7. $\sqrt{3}$ es un número natural.	( )	( )
8. **-**3 está a la derecha de +4 Sobre la recta de los números reales.	( )	( )
9. Todo entero es positivo o negativo.	( )	( )

---

2. Al término de la prueba se les dice a los alumnos que la próxima clase será en la sala Telmex.

SESION 4. Cambios de Representación con Geo-gebra 110’

1. Revisar tarea y recuento de clase anterior. 15’
    - La tarea se revisa solicitando a los alumnos que hayan hecho la misma, pasen al pizarrón a desarrollar cada ejercicio hasta completar la tarea.
    - Se solicitan dudas contestándolas de manera constructivista (contraejemplos, diálogo, etc).
    - Hacer un recuento de lo visto la semana pasada, en forma de diálogo.

2. Desarrollo de las prácticas con Geo-gebra. 35’

Practica 2.1, 2.2, 2.3.

Indicación: El profesor proporcionará por medio digital o físico las prácticas y solicitará a los alumnos que anoten su reflexión al término de cada práctica desarrollada con geo-gebra)

Propósito:

- El alumno generará elementos geométricos básicos (Punto y recta).
- El alumno reflexionará la ecuación $y = ax + b$ moviendo el punto, recta y deslizadores.
- El alumno comprenderá la forma algebraica y geométrica del punto y la recta.
- Analizar el comportamiento gráfico de las funciones cuadráticas en términos de sus parámetros.

Práctica 2.1 Acercamiento a geo-gebra.

Practica 2.1 Primer acercamiento del alumno con el SW.	Nombre:	Grupo:
Realiza las siguientes indicaciones y anota tus reflexiones los incisos 5 y 6.		
Genera un punto en el plano cartesiano con coordenada (3,5) y nómbralo A. Genera un punto en el plano cartesiano con coordenada (-2,-3) y nómbralo B. Genera una recta que pase por los puntos A y B. Ve a la forma algebraica y posiciónate en la ecuación de la recta generada, da click derecho y pasa de la forma general a su forma estándar. $y = ax + b$ Ahora con la recta generada mueve el punto A de forma graduada en sentido de las manecillas del reloj. Observa lo que pasa con el coeficiente **a** de la ecuación en la parte algebraica de Geó-gebra. Con la recta generada, toma el cursor y mueve la recta (no tocar el punto. A o B). Observar lo que pasa con la constante **b.**		

Practica 2.2 Creación de deslizadores

Practica 2.2 Creación de deslizadores	Nombre	Grupo
Realiza las siguientes indicaciones y anota tus reflexiones del inciso 4		
Ve a la barra de entrada y teclea 1 y da enter. Posteriormente ve a la parte algebraica y da un clic en el punto blanco, a un lado de **a=1.** Ve a la barra de entrada y teclea c=1 y da enter. Posteriormente ve a la parte algebraica y da un clic en el punto blanco, a un lado de **c=1.** En la barra de entrada teclea la ecuación de $y = ax^2 + c$. Mueve los deslizadores y analiza la representación algebraica y geométrica, anotando tus reflexiones.		

Practica 2.3 Reflexión de la Función Cuadrática

Practica 2.3. Reflexión de la Función cuadrática $y = ax^2 + bx$	Nombre	Grupo
Realiza las siguientes indicaciones y anota tus reflexiones.		
Ve a la barra de entrada y teclea 1 y da entre. Posteriormente ve a la parte algebraica y da un clic en el punto blanco, a un lado de **a=1.** Repite el inciso 1 una vez. En la barra de entrada teclea la ecuación de la $y = ax^2 + bx$ Mueve los deslizadores y analiza la representación algebraica y geométrica anotando tus reflexiones.		

3. Desarrollo del ejercicio 2.4 30’

Indicación: El profesor proporcionará por medio digital o físico el ejercicio y solicitará al alumno que reflexión en los cambios de representación de la F.C. en Geogebra con el uso de los deslizadores y que lo anote en una hoja.

Propósito

- El alumno hará uso del software como medio de adquisición de conceptos que serán usados posteriormente en el tránsito de diferentes registros.
- Analizar el comportamiento gráfico de las funciones cuadráticas en términos de sus parámetros.

<table>
<tr><td>Ejercicio 2.4 ESTUDIO GRÁFICO DE f(x) = ax2 + bx + c usando GEO-GEBRA.</td><td>Nombre</td><td>Grupo</td></tr>
<tr><td colspan="3">Realiza las siguientes indicaciones y anota tus reflexiones.</td></tr>
<tr><td colspan="3">APRENDIZAJE:

Estudio gráfico de $y = ax^2 + bx + c$ (forma general), casos particulares:

Función $\begin{cases} y = ax^2 \\ y = ax^2 + bx \end{cases}$ $a \neq 0$

Ve al programa Geó-gebra y abre un archivo, posiciónate en la barra de entrada:</td></tr>
</table>

Teclea un número (1 por ejemplo) y da enter,

Da un clic en el punto blanco, a un lado de **a=1.**

Repite este procedimiento con otros dos números:

Nuevamente, posiciónate en la barra de entrada y teclea **a x^2+b x, teclee enter.**

Mueve el punto en la línea **b hasta que quede en cero en ambas.**

Moviendo el punto en la deslizador **a,** haz un resumen para diferentes valores de **a** (**a** entre -1 y 1), fuera de este intervalo, establece una conclusión.

Manteniendo el deslizador a en el punto 1, haz un resumen para diferentes valores de b (**b** entre -1 y 1), fuera de este intervalo, establece una conclusión.

Manteniendo el deslizador a en el punto -1, haz un resumen para diferentes valores de b (**b** entre -1 y 1), fuera de este intervalo, establece una conclusión.

4. Diálogo Reflexivo. 25’
   - El profesor dialogará con los alumnos sobre la F.C, importancia del instrumento tecnológico y las complicaciones que se encontraron al desarrollar los ejercicios.
   - El profesor anotará las observaciones de los alumnos para ser analizadas, evaluadas para en un próximo perfeccionar la sesión.

5. Asignación de la tarea Extra clase y recolección de reflexiones. 5’

   EL profesor dará la indicación que la tarea 2 se subirá en el grupo de Matemáticas I-II y la fecha de entrega es la siguiente clase.

Tarea 2

Nombre: ____ *Grupo:* ____

Indicación: C*ontesta lo que se te solicita a continuación de preferencia usa Geo-gebra.*

i. Gráfica $f(x) = -2(x+3)^2 + 4$
   - La gráfica se abre hacia arriba o hacia abajo
   - Encontrar la intersección con el eje **y**
   - Encontrar la intersección con el eje x

ii. Gráfica $f(x) = x^2 - 4x + 5$
   - La gráfica se abre hacia arriba o hacia abajo
   - Encontrar la intersección con el eje **y**
   - Encontrar la intersección con el eje **x**
   - Traza la gráfica

Sesión 5 110’ (Sala Telmex)

1. Retroalimentación y revisión de tarea. 20’
   - Se dialogará con los alumnos sobre las reflexiones de la clase pasada con el objeto de enriquecer sus reflexiones.
   - La tarea se revisa solicitando que los alumno que la hayan hecho hagan un ejercicio cada uno hasta completar la tarea, se solicitan dudas contestándolas de manera constructivista.

2. Desarrollo de Ejercicio.2.5 30’

Indicación:

- El profesor proporcionará por medio digital o físico el ejercicio y solicitará al alumno que lo desarrolle en geo-gebra, orientando al alumno (constructivista).
- El alumno desarrollará su ejercicio de F.C. mediante los parámetros a, b y c. abordando aspectos como: vértice, ecuación del eje de simetría, concavidad, máx. o min y anotando la reflexión en una hoja para proporcionársela al profesor al término de la clase.

Propósito:

- Analizar el comportamiento gráfico de las funciones cuadráticas en términos de sus parámetros.

Ejercicio 2.5

Ejercicio 2.5 ESTUDIO GRÁFICO DE f(x) = ax2 + bx + c usando GEOGEBRA.	Nombre	Grupo
Realiza las siguientes indicaciones y anota tus reflexiones		

APRENDIZAJE:

$y = a(x-h)^2 y = ax^2 + c$ Estudio gráfico de $y = ax^2 + bx + c$ (forma general), casos particulares:

Forma Estándar $\left\{ \quad y = a(x-h)^2 + k \qquad a \neq 0 \right.$

Observaciones:

- Es una parábola con vértice en (h, k), y tiene como eje la línea vertical $\mathrm{x} = \mathrm{h}$.
- La gráfica se abre hacia arriba si a es positiva, y hacia abajo si a es negativa.
- La gráfica es más amplia que la de $f(x) = x^2$ si $0 < |a| < 1$.
- La gráfica es más angosta que la de $f(x) = x^2$ si $|a| > 1$.

Indicación:

- Ve al programa Geo-gebra y abre un archivo, posiciónate en la barra de entrada:
- Teclea un número (1 por ejemplo) y da enter, obtendrás lo siguiente:
- Da un clic en el punto blanco, a un lado de **a=1,** obtendrás lo siguiente:
- Repite este procedimiento con otros dos números:
- Nuevamente, posiciónate en la barra de entrada y teclea **a x^2+b x+ c, da enter:**

Caso 1

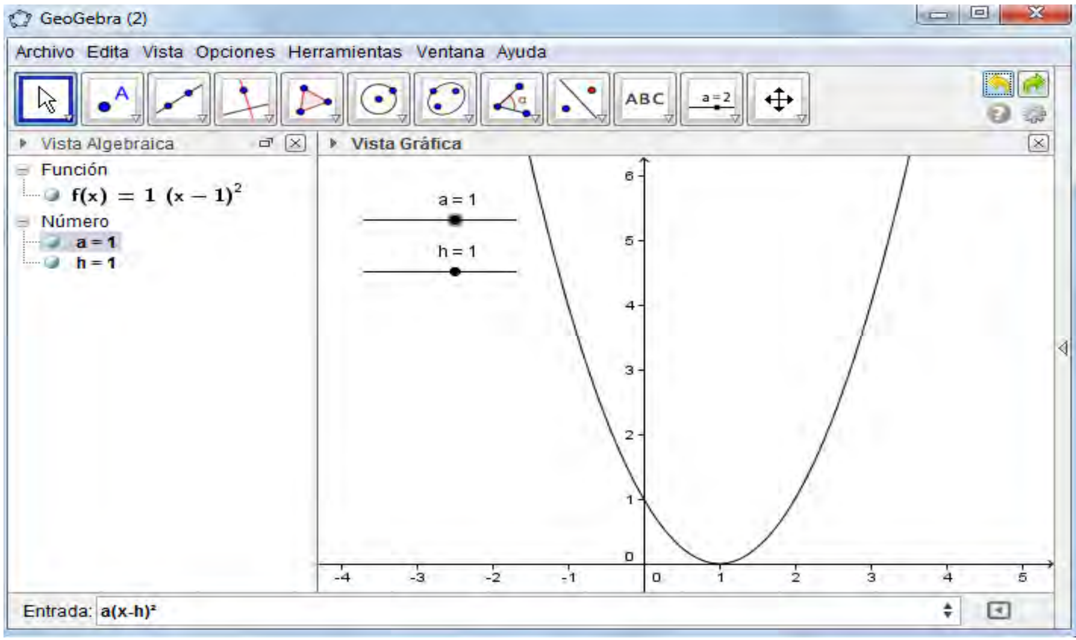
- Mueve el punto en la línea **b** y **c hasta que quede en cero en ambas:**
- Moviendo el punto en la línea **a,** haz un resumen para diferentes valores de **a** (**a** entre -1 y 1), fuera de este intervalo, establece una conclusión.

Caso 2

Ahora sólo conserva el valor de **b=0,** y haz un reporte minucioso de lo que observas al variar los valores de **a** y **c.**

Caso 3

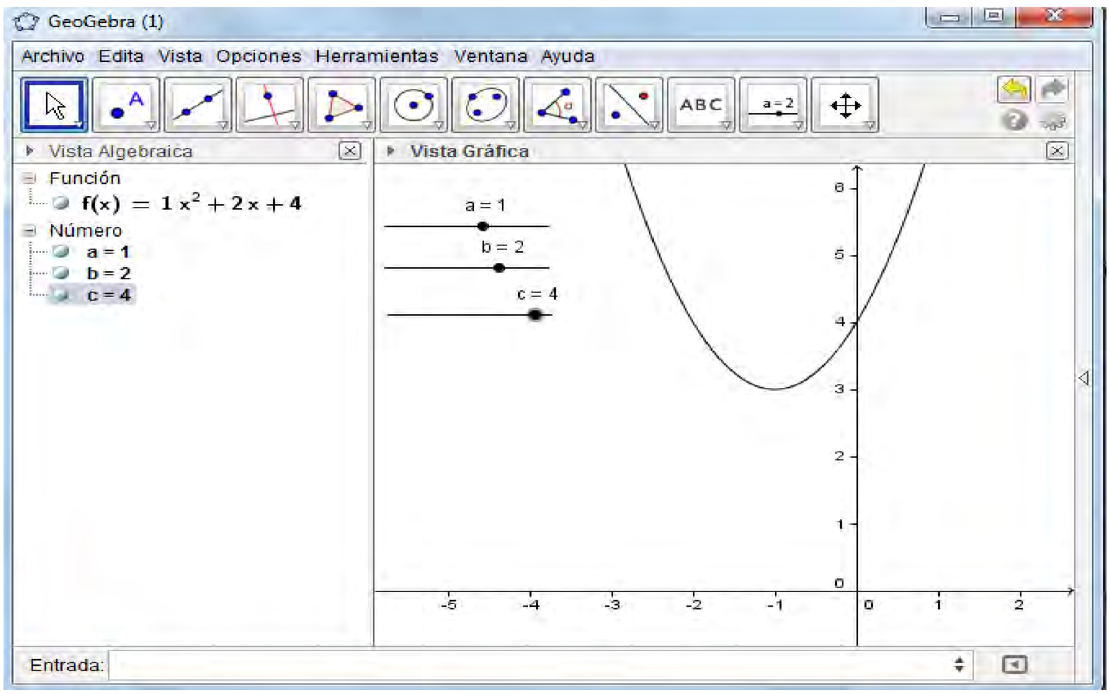
- Salgámonos un poco del tema (aparentemente), abre una nueva ventana, donde estabas, menú archivo, clic en nueva ventana:
- Con todo lo anterior debes poder construir lo que ves en la pantalla en la nueva página:



- Compara los efectos observados al poner **h=0** y varios valores de **h,** con un mismo valor de **a.**
- Puedes mover el punto en **h** y elabora un reporte para determinar lo observado y llegar a una conclusión.

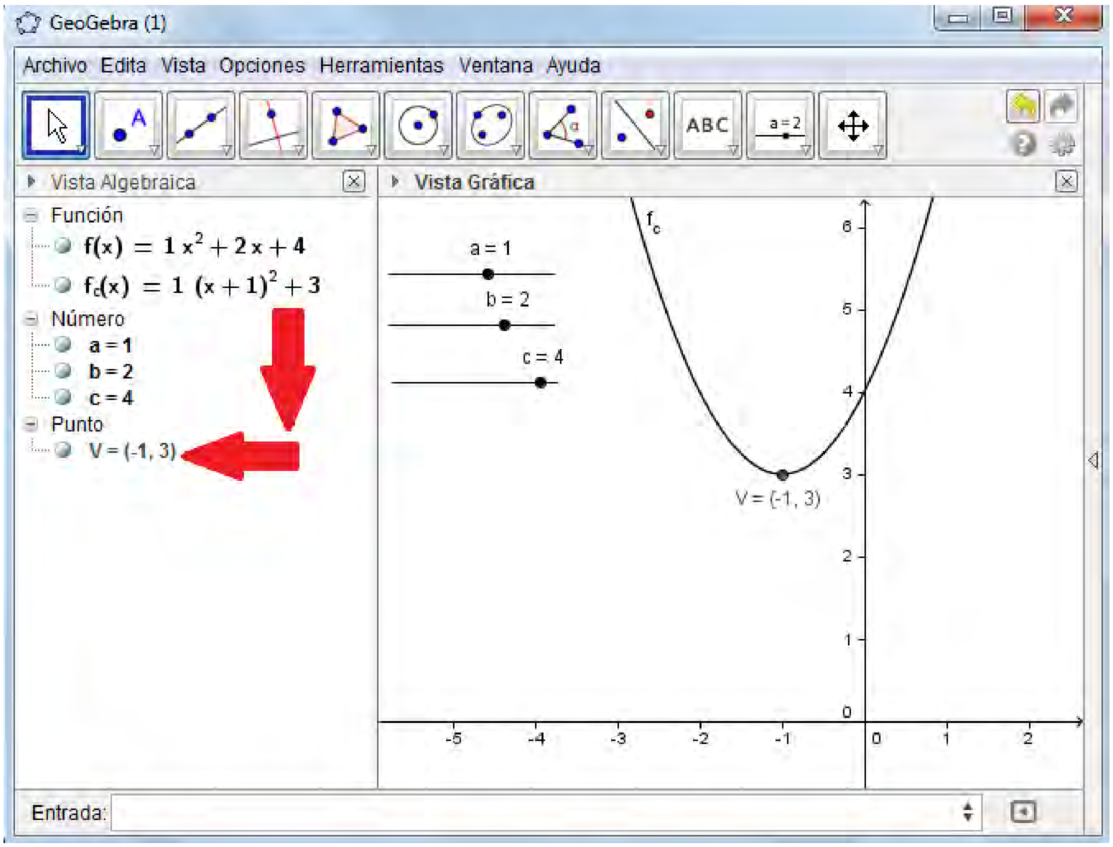
Caso 4

Regresa a tu archivo inicial de ggb



Finalmente haremos uso, una vez más, de la comodidad del software para transitar de un lugar a otro, en la barra de entrada teclea "*completa cuadrado*" e introduce f entre los paréntesis rectangulares y aprieta intro:

Observa y analiza lo siguiente:



Elaboración de conjetura:

Trata de establecer una conclusión final acerca de todo lo hecho en la práctica, lo que los parámetros hacen al pasar de la forma $f(x) = ax2 + bx + c$ a la forma $f(x) = a(x - h)2 + k$, guiado por tu profesor elabora una conclusión final y tu apunte en tu libreta (lo que hayas entendido).

3. Desarrollo de ejercicio 2.6 20’

Indicación:

- El profesor proporciona por medio digital o físico el problema y solicita al alumno que lo desarrolle en geo-gebra.
- El alumno resolverá el ejercicio anotando su resultado y reflexión en una hoja para proporcionársela al profesor al término de la clase (el profesor intervendrá sólo en caso muy necesario).

<table>
<tr><td>Ejercicio 2.6 Problema de aplicación F.C.</td><td>Nombre</td><td>Grupo</td></tr>
<tr><td colspan="3">

Ejercicio. Altura de un objeto lanzado.

Si se ignora la resistencia del aire, un proyectil que se dispare de la tierra hacia arriba y con velocidad inicial de 40 metros por segundo, estará a una altura s en metros dada por la función $s\ (t)=-4.9t^2+40,$ donde t es el número de segundos transcurridos desde su lanzamiento.

- ¿Después de cuántos segundos llegará a su altura máxima, y cuál es ésta? Redondee sus respuestas a la décima más cercana.
- Genere el bosquejo geométrico.
- Indique las partes conocidas del bosquejo geométrico (Vértice, concavidad, etc.)

Ejercicios tomados de Matemática: razonamiento y aplicaciones 2006

</td></tr>
</table>

4. Diálogo reflexivo grupal 15’

Desarrollar la reflexión de la parábola abordando los aspectos del punto 3 de esta sesión, en forma de diálogo.

5. Asignación de la tarea 3 y recolección de reflexiones. 15’

- EL profesor dará la indicación que la tarea 3 se subirá en el grupo de Matemáticas I-II.
- Solicitará las reflexiones para poderlas analizar y comenzar la siguiente clase con el análisis de las reflexiones de los alumnos.

Tarea 3

Nombre: ____ *Grupo:* ____

Indicación.

Resuelve los ejercicios siguientes, entregando la tarea el viernes 16 de mayo del 2014, se recomienda leer bien los ejercicios y usar los apuntes de función cuadrática, el tiempo estimado para resolver la tarea es de 40 minutos.

Ejercicio 1

Consigna. Identifique el vértice de cada función cuadrática y haga su bosquejo geométrico delante de la función.

$f(x) = -3x^2$

$f(x) = (x+3)^2 - 4$

$f(x) = 0.5x^2$

$f(x) = (x+3)^2 - 8$

Ejercicio 2.

Consigna. Diga si la gráfica de cada función cuadrática se abre hacia arriba o hacia abajo, y si las ramas son más amplias, angosta o igual que la gráfica de $f(x) = x^2$ (justifica tu respuesta).

$f(x) = -2x^2$

Justificación:

$f(x) = 0.5x^2$

Justificación:

$f(x) = -3x^2 + 1$

Justificación:

$f(x) = \frac{2}{3}x^2 - 4$

Justificación:

Ejercicio 3.

Consigna.

Según $f(x) = a(x - h)2 + k$. Escribe en los cuadros de la derecha (*coordenada del vértice),* el número que corresponde del cuadrante del plano cartesiano con respecto al vértice tratado en la columna.

Coordenada del vértice

d) *h>0, k>0* ☐

e) *h>0, k<0;* ☐

f) *h<0, k>0;* ☐

g) *h<0, k<0;* ☐

Ejercicio 4.

Consigna. Contesta las preguntas siguientes justificando tu respuesta.

a) ¿Cuál es el valor de h si la gráfica de $f(x) = a(x - h)2 + k$ tiene su vértice sobre el eje y?

b) ¿Cuál es el valor de h si la gráfica de $f(x) = a(x + h)2 + k$ tiene su vértice sobre el eje y?

Sesión 6. 55’ (sala Telmex)

1. Prueba 2. 50’

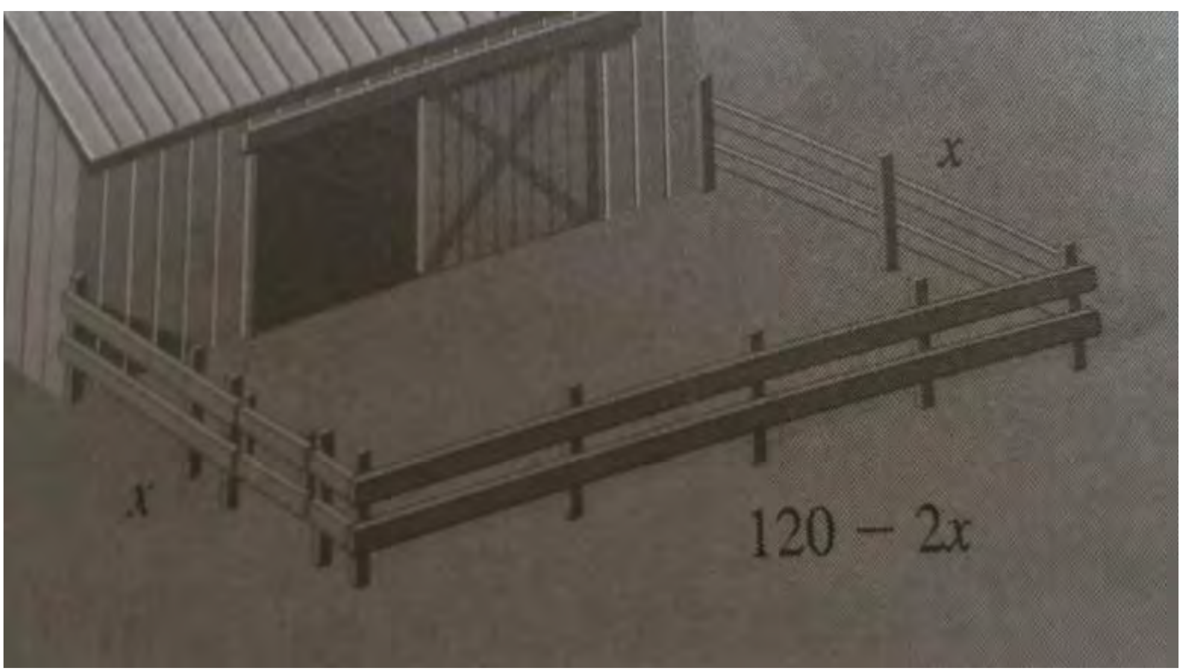
Indicación: Se aplica prueba 2 de modo física o digital, el alumno resolverá la prueba con la ayuda de Geogebra y anotara los resultados en la prueba.

PRUEBA 2

Nombre: ____ *Grupo:* ____

Resuelve el problema usando Geó-gebra como medio de apoyo.

Problema. Un granjero tiene 120 metros de material para cercar. Quiere levantar una valla de tres lados en un terreno rectangular, el cuarto lado sería la pared de un establo. Calcule el área máxima. ¿Cuáles son las dimensiones de esta área?



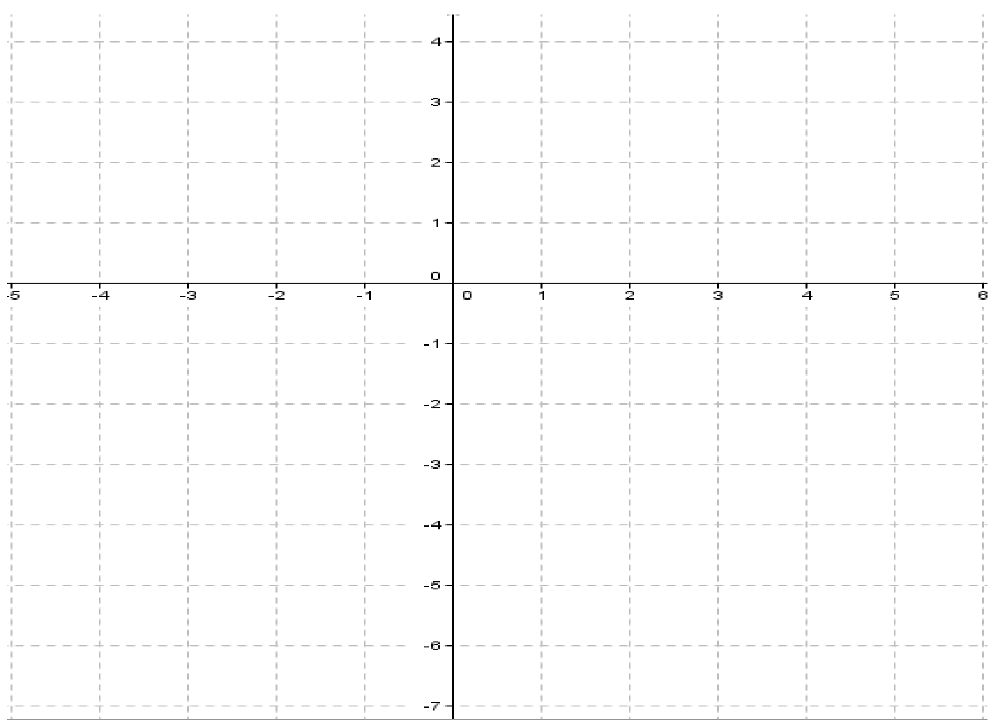
a) ¿La gráfica abre hacia arriba o hacia abajo?

b) ¿Encuentre la intersección que tiene el lugar geométrico con el eje **y?**

c) ¿Encuentre la intersección que tiene el lugar geométrico con el eje **x?**

d) **¿**Cuáles son las coordenadas del vértice?

e) Traza la gráfica



2. Al término del examen se les dice a los alumnos, ¡las próximas clases serán en el salón! 5’

Sesión 7. Cambio de representación con lápiz y papel 110’

1. Revisar la prueba 2. 30’

   Indicación: EL profesor hace un recuento de los problemas que tuvo el alumno a la hora de resolver la prueba 2 para ser aclarados con el alumno (se apoya con el pizarrón) de manera constructivista.

2. Enseñanza de la Función Cuadrática de las formas $y=ax^2+c$ **y** $y=ax^2+bx$.
   Usando material *4,* 40’

   Indicación: El profesor enseña la función cuadrática primero de la forma $y=ax^2+c$, ejemplificando las partes de la parábola (Eje de simetría, ramas, raíces de la función, vértice, concavidad, máximo o mínimo) y la parte algebraica, posteriormente hace lo mismo con la forma $y=ax^2+bx$ y por último de la forma $y=ax^2+bx+c$

MATERIAL 4

Lic. José Ignacio Ortiz Cervantes — Funciones Cuadráticas

Matemáticas II — Recomendaciones para resolver problemas

a) $y = x^2 - 8$
b) $y = 2x^2 - 7$
c) $y = x^2 + 3$
d) $y = 3x^2 + 3x$
e) $y = x^2 - 3x$
f) $y = 2x^2 - 7x$
g) $y = x^2 + 3x - 8$
a) $y = x^2 - 3x + 8$
b) $y = 2x^2 + 3x - 8$

3. Dialogo Reflexivo. 20’

Indicación: El profesor dialogará con los alumnos sobre la F.C, si existe algún patrón y/o relación en las diferentes representaciones vistas y dejando tarea de cómo se encuentra k del par coordenado del vértice de la parábola.

4. Asignación de la tarea 4 10'

Indicación: Resolver ecuaciones cuadráticas representándolas geométricamente, señalando sus partes antes mencionada.

Tarea 4

Nombre: ____ *Grupo:* ____

Indicación. Resuelve los ejercicios siguientes, entregando la tarea la siguiente clase. Se recomienda leer bien los ejercicios y usar los apuntes de función cuadrática, el tiempo estimado para resolver la tarea es de 40 minutos.

I. Si $f(x) = ax^2 + 2$ trace la gráfica de f para:

$a = 2$ $\qquad$ $a = 5$

$a = \frac{1}{2}$ $\qquad$ $a = -3$

II. Si $f(x) = 4x^2 + c$, trace la gráfica de f para:

$c = 2$ $\qquad$ $c = \frac{1}{2}$

$c = 5$ $\qquad$ $c = -3$

En cada uno de los ejercicios 3 a 6, trace la gráfica de f y encuentre el vértice.

I. $f(x) = 4x^2 - 9$

II. $f(x) = 2x^2 + 3$

III. $f(x) = 9 - 4x^2$

IV. $f(x) = 16 - 9x^2$

Sesión 8. 110’ (salón de clases).

1. Revisar tarea y recuento de clase anterior. 25’

Indicación: La tarea se revisa solicitando a los alumnos que hayan hecho la tarea pasen al pizarrón a hacer un ejercicio cada uno hasta completar la tarea, se solicitan dudas contestándolas de manera constructivista (contraejemplos, diálogo, etc). Después se hace un recuento de los visto la semana pasada, en forma de diálogo.

2. Análisis del Discriminante de la Fórmula General de la Ecuación Cuadrática. 10’

Indicación: El profesor hace un análisis del discriminante de la Fórmula de la Ecuación cuadrática y encuentra la relación con la forma geométrica de una F.C.

$\Delta = b^2 - 4ac$	Número de soluciones
$\Delta > 0$	2
$\Delta = 0$	1 (doble)
$\Delta < 0$	0

3. Completando el Trinomio al Cuadrado Perfecto. 40’

Indicación 1: El profesor proporciona a los alumnos el algoritmo 1 por medio del proyector o por medio físico (cómo resolver un problema). Solicitando que lo lean 5 minutos y lo razonen para después comentarlo en forma de diálogo en el grupo.

Indicación: Cuando nos enfrentamos a problemas matemáticos en ocasiones es complicado abordarlos o establecer un modelo matemático que la resuelva, por esta razón te sugiero revises estas recomendaciones.

a) Para resolver cualquier problema primero hay que leer dicho problema y comprender lo que se está pidiendo.
b) Preguntarnos qué es lo que se nos está pidiendo.
c) Ver con qué tipo de datos contamos.
d) Hacer el bosquejo del cuerpo geométrico considerando sus limitantes.
e) Plantear fórmulas que nos puedan servir y hacer sus ajustes si lo requieren.
f) Plantear nuestro modelo matemático para un caso sencillo e ir subiendo el grado de complejidad hasta alcanzar el modelo que se ajusta a lo que se solicita.

Indicación 2: El profesor proporcionará el algoritmo 2 por medio del proyecto o físico (pasos para completar en trinomio cuadrado perfecto T.C.P.). Solicitando que lo lean 5 minutos y lo razonen para después comentarlo con los alumnos de forma constructivista usando ejemplos básicos en cada punto.

Para encontrar el vértice de la parábola completando el trinomio al cuadrado perfecto de la ecuación cuadrática simplemente hay que seguir los siguientes pasos.

a) Se ordenan los valores de la ecuación.
b) Se saca el coeficiente del término cuadrático afuera del paréntesis como factor común del término cuadrático y el lineal, si no hay coeficiente del término cuadrático no se tomará en cuenta este paso y pasar al siguiente paso.
c) Se toma el coeficiente del término lineal, posteriormente se divide entre 2 y el resultado se eleva a cuadrado, el valor obtenido se suma y se resta en la ecuación cuadrática.
d) Posteriormente se ordenan los valores de la siguiente manera: término cuadrático, término lineal, incremento generado con el signo del coeficiente lineal, suma del incremento generado de signo contrario del coeficiente lineal.
e) Se efectuó el binomio al cuadrado y el valor de k se pasa del otro lado con la y.
f) Los valor que está acompañando a la x es h solo cambiando el signo y el valor que está acompañando a la y es k solo cambiándole el signo [todo esto tomando como referencia la formula $y - k = a(x - h)^2$.
g) Posteriormente se obtiene el vértice (h, k).

Indicación 3: El profesor resolverá los 3 primeros ejercicios de *material 5* con sus alumnos en forma de diálogo y plasmándolo en el pizarrón en forma geométrica y algebraica, para llegar a la forma $y = a(x-h)^2 + k$. Posteriormente se solicita a los alumnos que resuelvan los demás ejercicios llegando a la forma $y = a(x-h)^2 + k$

MATERIAL 5

Lic. José Ignacio Ortiz Cervantes — Funciones Cuadráticas

Matemáticas II — Solución de la forma $y = a(x-h)^2 + k$

a) $y = x^2 - 8$
b) $y = 2x^2 - 7$
c) $y = x^2 + 3$
d) $y = 3x^2 + 3x$
e) $y = x^2 - 3x$
f) $y = 2x^2 - 7x$
g) $y = x^2 + 3x - 8$
h) $y = x^2 - 3x + 8$
i) $y = 2x^2 + 3x - 8$

---

4. Resolución de Material 5 en el pizarrón. 20’

Indicación: El profesor solicitará que pasen al pizarrón los alumnos que terminaron los problemas (no más de 3 alumnos) y en forma cooperativa con el grupo el profesor hará las correcciones necesarias a las soluciones dadas (contrastar las respuestas).

5. Diálogo reflexivo grupal. 5’

El profesor propiciará el diálogo en el grupo para fortalecer algunas dudas y conjeturas... El profesor toma nota de ástas, para subir en el grupo de Facebook la respuesta con algún material que enriquezca el conocimiento.

Sesión 9. 50' (salón de clases)

1. Prueba 3

Indicación: El profesor proporciona copia de la prueba 3 para que la resuelvan los alumnos con la alternativa de poder sacar material, pudiendo sacar apuntes.

Nombre: ____ *Grupo:* ____

Indicaciones: Resuelve los problemas de manera individual, se puede usar calculadora y cuaderno o libro como fuente de apoyo.

Problemas[7]:

a) Halla las dimensiones que debe tener un rectángulo para que su perímetro sea igual a 7 centímetros y su área sea máxima.
b) La ganancia obtenida por un comerciante al vender x cepillos está dada por $g(x) = -x2 + 100x - 242000$. Encuentra el número de cepillos que debe vender el comerciante para obtener la mayor ganancia. ¿Cuál es la ganancia obtenida en ese caso?

Al término del examen se les dice a los alumnos que la siguiente clase se darán las calificaciones.

[7] Ejercicios tomados del libro de De Oteyza, E. (2011). Geometría Analítica México, Pearson.

Sesión 10. 110' (Salón de Clases.)

*Nota. Como el profesor observó el bajo desempeño de los alumnos en la prueba 3, concluye que aún no se entendió bien el tema y por ende la mayoría no hicieron más que el 30% del examen. Avisa a los alumnos por el grupo (Facebook) que el martes va a repasar el tema y que va a dejar nuevamente el examen.

1. Inicio de clase 5'

   El profesor comenta con los alumnos que la mayoría reprobaron y por cual se va a repetir el examen a la última hora de la clase.

2. Completar T.C.P. 45'

   El profesor aborda el tema propiciando el entendimiento en los alumnos el por qué se llama completar TCP.

   Posteriormente se apoya en los algoritmos 2 y 3 que se vio en la sesión 8 (en el punto 3), resolviendo con los alumnos problemas de la prueba 3 en forma de dialogo y solicitando a los alumnos que pasen a resolver de forma aleatoria; pero guiando sus dudas mediante contra-ejemplos.

3. Prueba 4. 60'

   El profesor les proporciona a los alumnos la prueba[8] de forma física y les dice a los alumnos que tienen 60 minutos para terminarla y que conforme vayan terminando se pueden retirar y que la siguiente clase dará las calificaciones.

[8] Ejercicios tomados de Matemática: razonamiento y aplicaciones 2006

PRUEBA 4

Nombre: ____ *Grupo:* ____

1) Tome sólo un inciso y dibuje la gráfica y anote las coordenadas del vértice de la gráfica.

   a) $f(x)=x^2+8x+14$
   b) $f(x)=x^2+10x+23$
   c) $f(x)=-5x^2-10x+2$

2) Pagos de farmacias.
   El incremento anual del porcentaje de la cantidad que las farmacias pagaron a los mayoristas por concepto de medicamentos en los años de 1990 a 1999, se modela con la función cuadrática definida por $f(x)=0.228x^2-2.57x+8.7$, donde $x=0$ representa a 1990, $x=1$ a 1991, y así sucesivamente. (Fuente: *IMS Health, Retail and Provider Perspective.)*

   a) Haga el bosquejo geométrico de la ecuación indicando las partes de la parábola con sus respectivas coordenadas.
   b) Genere la proyección en el año 2005 y 2010.

3) *Ingreso máximo de una aerolínea.*
   Un vuelo fletado cobra una tarifa de $2000 por persona, más $40 por persona por cada asiento que no se venda en el avión. Sí este es para 100 pasajeros y *x* representa al número de asientos no vendidos, encuentre lo siguiente:
   a) Una expresión para el ingreso total R(x) que se recibe por el vuelo. (*pista*: hay que multiplicar el número de personas que vuelan, *100-x*, por el precio del boleto.)
   b) La gráfica para la función del inciso a).
   c) El número de asientos no vendidos que producirá el ingreso máximo.
   d) El ingreso máximo.

Sesión 11. (2hr)

El profesor da gracias a los alumnos por su atención prestada y por aprendizaje compartido.

Menciona las calificaciones.

Apéndice B. Secuencia de las clases de Ajedrez

Sesión 1. Conociendo un poco más del Juego Ciencia, arte y deporte (50’)

1. Presentación con los alumnos y dialogar sobre la belleza del ajedrez. (¿Para qué estudiar ajedrez?) 20’

   Establecer un diálogo con los alumnos para ver la importancia de reflexionar, autoevaluar, autocontrolarse, etc. y así ver la íntima relación que tiene el ajedrez con las matemáticas.

2. Revisar los conocimientos de los alumnos en el ajedrez. 10’

3. Generar dos equipos y dialogar en equipo sobre la solución del ejercicio 1: 20’

   a) Inicial (los alumnos no saben mover la piezas o sólo noción)
   b) Intermedio (Los alumnos saben mover las piezas y 50% reglas)

4. Se les da la despedida a los alumnos reiterando las habilidades que se esperan fortalecer en ellos. 5’

Sesión 2. Antecedente ajedrecístico

1. Solicitar a los alumnos que formen sus respectivos equipos y contarles un cuento del tableo sobre la función 2^x o la Leyenda de Sissa. 5’

2. Solicitar a los alumnos que tomen un tablero con sus respectivas piezas para que el profesor aplique el Ejercicio 2 respectivo a su equipo. 20’

   a) Equipo 1 (alumnos que no saben mover las piezas) Mostrar el objetivo del juego, movimientos y alcances de cada pieza.
   b) Equipo 2 (Alumnos que saben mover las piezas) Mostrar el desarrollo armónico del juego (forma objetiva).

3. Dialogar con los alumnos sobre la importancia de practicar con sus compañeros para crear el hábito de reflexionar en cada movimiento que se da en el tablero. Esta habilidad les va a ayudar para resolver problemas de matemáticas, ya que ésta requiere en ocasiones de un análisis autocontrolado y minucioso (se les presta tablero de ajedrez).

Sesión 3 Como generar la idea (55 minutos**)**

Es importante que los alumnos compartan sus experiencias con el maestro y sus pares. Ya que este puede ser un medio para enriquecer el conocimiento, aunque hay que tener cuidado que las respuestas a estas dudas tengan una buena dirección.

Así también cuando se formulan preguntas, se está aprendiendo a reflexionar para crear una oración bien estructurada.

1. Dar la bienvenida a los alumnos y preguntarles si tuvieron alguna duda con su entrenamiento con sus pares. O algo que quieran compartir 10’

2. Aplicar en el tablero de manta Ejercicio 3 respectivo equipo. 20’

    a) Equipo 1 Mate en 1, con torre pg.10-11; Mate en 1, con dama pg. 12-14 (manual de Combinaciones,).
    b) Equipo 2 Lección 2 Riqueza de ideas y métodos (24 Lecciones de Ajedrez pg. 2-4).
3. Diálogo reflexivo con los alumnos, puntualizando la necesidad de reflexionar una idea(s) para poder establecer una conjetura más seria. 10’
4. Solicitar a los alumnos que jueguen entre ellos, supervisando el desarrollo (no hay que perder de vista que el ajedrez es un juego, por lo tanto se tiene que cuidar su elemento entretenido y divertido). 15’.

Sesión 4. El objetivo justifica los medios (55 minutos)

Muchas veces se tienen las herramientas para lograr un objetivo pero se tiene mucho temor o inseguridad en sacrificar las piezas. Por este motivo, en ocasiones no se logra el objetivo o se retrasa.

EL ajedrez ayuda hacer objetivos, es decir; tener claro que las piezas valen por lo que hacen en el tablero y no tanto por su valor numérico.

1. Dar la bienvenida a los alumnos y preguntarles si tuvieron alguna duda con su entrenamiento con sus pares. O algo que quieran compartir 10'

2. .Prueba 1. Aplicar en el tablero de manta Ejercicio 4 respectivo equipo. 20'

    a) Equipo 1 Mate en 1, con alfil pg.15-16; Mate en 1, con dama pg. 17-18 (manual de Combinaciones,).
    b) Equipo 2 Lección 3 Papel de las correlaciones materiales en la partida (24 Lecciones de Ajedrez pg. 4-6).

3. Dialogo reflexivo con los alumnos puntualizando la necesidad de reflexionar las ideas para poder establecer una conjetura más seria. 10'
4. Se solicita a los alumnos que jueguen y que al término analicen su partida 15'

Sesión 5 Jugar con su pares y reflexionar.

Es importante observar el desarrollo metacognitivo y social con sus pares; pero añadiendo un factor consumible, Tiempo.

1. Prueba 1 Observación el desarrollo de los alumnos.
   Se le solicita a los alumnos que jueguen entre ellos, considerando las reglas de pieza tocada pieza jugada, peón al paso, usar el reloj a 10 minutos (tiempo opcional), etc.

Sesión 6. Conceptos que reflejan momentos en una partida (50’)

El alumno debe estar consciente de los momentos que se presentan en una partida, puesto que de ahí nace la necesidad de planear cada paso del juego. Esta es una idea íntima que se tiene con la vida.

1. Saludar a los alumnos y dialogar sobre las complicaciones que han encontrado en el ajedrez. (¿Para qué generar una idea, reflexionar, mis actos tienen consecuencia, etc.?) 10

2. Revisar el desarrollo ajedrecístico de los alumnos y explicarles brevemente las etapas de una partida (manera diálogo). 5’

   Prueba 2. Solicitar a los alumnos que tomen un tablero con sus respectivas piezas para que el profesor aplique el Ejercicio 5 respectivo a su equipo. 20’

   a) Equipo 1 Mate en 1, con caballo pg.17-18; Mate en 1, con peón pg. 19 (manual de Combinaciones).
   b) Equipo 2 Lección 4 Superioridad en el centro, superioridad en la partida (24 Lecciones de Ajedrez pg. 6-7).

3. Diálogo reflexivo con los alumnos puntualizando la necesidad de reflexionar una idea(s) para poder establecer una conjetura más seria. 10’
4. Solicitar a los alumnos que ahora ellos jueguen (con reloj y anotando sus movimientos en papeletas) y revisar de manera colaborativa su desarrollo en el juego. 15’.

Sesión 7. Valorar el espacio sin perder la cabeza 55’

La ventaja de espacio es lo que proporciona movilidad, libertad de maniobra, ataque más amplio. Esta ventaja puede ser primordial para el final de la partida.

1. Saludar a los alumnos y dialogar sobre las complicaciones que han encontrado en el ajedrez. (¿Cómo defino una idea? ¿Cómo defino una conjetura?) 10’
2. Prueba 2. Solicitar a los alumnos que tomen un tablero con sus respectivas piezas para que el profesor aplique el Ejercicio 6 respectivo a su equipo. 25’
    a) Equipo 1 Mate en 1 pg. 20 – 25 (manual de Combinaciones).
    b) Equipo 2 Lección 5 Cómo ganar espacio (24 Lecciones de Ajedrez pg. 8).
3. Diálogo reflexivo con los alumnos puntualizando la ofensiva en el flanco es mejor detenerla mediante contraataque en el centro. 10’

4. Solicitar a los alumnos que ahora ellos jueguen (con reloj y anoten sus movimientos en una papeleta) y revisar de manera colaborativa su desarrollo en el juego. 15’.

Sesión 8. Insignificante peón puede marcar el rumbo de una partida (55’).

Muchas veces se minimizan a las personas por su estatus social, pero no se sabe si ese individuo va llegar a tomar decisiones que puedan afectar el rumbo de tu vida. Es por eso que en el ajedrez existe una metáfora con el peón, puede verse como algo que se puede sacrificar, pero sin embargo éste puede marcar la dirección de la partida.

1. Saludar a los alumnos y dialogar sobre las complicaciones que han encontrado en el ajedrez. 5’

2. Explicar brevemente a los alumnos la importancia de la estructura de los peones (manera Dialogo y usando tablero mural). 5’

3. Solicitar a los alumnos que tomen un tablero con sus respectivas piezas para que el profesor aplique el Ejercicio 7 respectivo a su equipo. 20’
   a) Equipo 1 Mate en 1 pg. 25 – 29 (manual de Combinaciones).
   b) Equipo 2 Lección 6 Himno y réquiem a los peones (24 Lecciones de Ajedrez pg. 9-10).
4. Diálogo reflexivo sobre el dinamismo de la cadena de peones ofrece ricas posibilidades para el juego combinatorio, y esto igualmente peligroso y atractivo, máxime si los rivales prefieren el juego abierto. Por el contrario, la cadena de peones inmóvil, bloqueante a menudo predetermina el desarrollo lento y tranquilo de la partida. Puntualizando la ofensiva en el flanco es mejor detenerla mediante contraataque en el centro. 10’
5. Solicitar a los alumnos que ahora ellos jueguen (con reloj y anoten sus movimientos en una papeleta) y revisar de manera colaborativa su desarrollo en el juego. 15’.

Sesión 9. Triunfa el más activo, hábil, experto en la utilización de los recursos disponibles (55’).

Los alumnos deben considerar momento a momento los recursos con los que cuenta, para no lamentarse de los errores o de su estado. Por lo que deben hacer una reflexión y continuar de manera activa. En un escenario donde el jugador quizás no tenga mucho a su favor en la posición o tenga pieza de menos, debe ser consciente que ya no hay mucho que perder, por lo que se debe buscar complicar el juego al oponente, logrando así otras ventajas (pérdida de tiempo y/o equivocaciones del oponente). Cabe señalar que el alumno no necesita llegar a ese punto (ventaja material) para poder ganar.

1. Saludar a los alumnos y dialogar sobre las complicaciones que han encontrado en el ajedrez. 5’

2. Revisar el desarrollo ajedrecístico de los alumnos en el ajedrez y preguntarles ¿Qué es actividad en el juego de ajedrez? (manera Diálogo). 5’

3. Solicitar a los alumnos que tomen un tablero con sus respectivas piezas para que el profesor aplique el Ejercicio 8 respectivo a su equipo. 20’
    c) Equipo 1 Nivel II Mate en 1 pg. 31 – 33 (manual de Combinaciones,).
    d) Equipo 2 Lección 7 Actividad y cooperación de las piezas (24 Lecciones de Ajedrez pg. 10-11).
4. Dialogo reflexivo sobre la cooperación de piezas, puesto es un factor muy importante que determina la fuerza del ajedrecista. Saber coordinar las jugadas de cada pieza, de cada peón, para que actúen mancomunadamente en la ejecución de cualquier plan negro y de paso se protejan entre sí es un gran arte, indicio de alto nivel. 10’

5. Solicitar que jueguen entre ellos (con reloj y anotando sus movimientos) y avisar a los alumnos que la siguiente clase será en la explanada del plantel, compartiendo el conocimiento y fortaleciendo la competencia.

Sesión 10. Compartir el conocimiento hace mejor persona. 60’

Los alumnos deben hacerse el hábito de compartir el conocimiento con sus pares y tratarlos con respeto.

1. Dar la bienvenida a los alumnos y solicitar que jueguen con los compañeros en general. (Se desarrolla en la explanada) 60’

Sesión 11. Gana la lucha de apertura quien pone en juego más rápido sus fuerzas principales. (50’)

Las piezas tienen mayor espacio si las ubica el jugador en el centro, por lo tanto más activas. La estrategia que crea el alumno debe estar orientada a un objetivo central.

1. Saludar a los alumnos y dialogar sobre la experiencia que tuvieron al jugar con sus pares. (Enfatizar la importancia de convivir en un ambiente de enriquecimiento cultural.) 5’

2. Reflexión sobre las acciones por muy pequeñas pueden tener un efecto decisivo en la partida (Kasparov, Como la vida imita al ajedrez). 15’

   El ajedrecista hasta cierto punto, se parece a las acciones militares. Pues como se sabe, mucho se decide no sólo en la preparación técnica y el equipamiento de las tropas, sino también la capacidad que tiene el jefe militar para prever el carácter de la próxima batalla y de acuerdo a eso ubica correctamente las tropas, así como poner en combate sus fuerzas a tiempo y en la mejor sucesión.

   Por eso, cada ajedrecista que dirige las acciones de su ejército, si quiere salir victorioso debe reconocer los principios básicos del juego al comienzo de la batalla.

3. Prueba 3. Solicitar a los alumnos que formen las sillas en fila y columna de 2x2 para que observen las partidas que va a desarrollar el maestro en el tablero mural (este ejercicio tiene como objeto fomentar la metacognición) 30'.

   Ejercicio 9 Observar y reflexionar ambos equipos.

   Lección 8 Cómo evitar catástrofes en la apertura (24 Lecciones de Ajedrez pg. 11-13).

4. Dialogo reflexivo sobre el atractivo del ejercicio 9 5'

5. Solicitar a los alumnos que ahora ellos jueguen (con reloj y anotando sus movimientos) 10'.

Sesión 12. El autocontrol antes que el instinto devorador. 55'

En la vida como en el ajedrez existen momentos de tensión. Los cuales el jugador debe saber orientarlos y dar prioridad a cada uno de estos.

2. Saludar a los alumnos y dialogar sobre las complicaciones que han encontrado en el ajedrez. (¿Cuándo es pertinente capturar las piezas?) 5'

3. Solicitar a los alumnos que formen las sillas en fila y columna de 2x2 para que observen las partidas que va a desarrollar el maestro en el tablero mural (este ejercicio tiene como objeto fomentar la metacognición) 30'.

   - Ejercicio 10 Observar y reflexionar ambos equipos.
     Lección 9 ¿Hay que aceptar sacrificio? (24 Lecciones de Ajedrez pg. 13-14).

5. Diálogo reflexivo con los alumnos sobre la importancia de los gambitos 5'
6. Solicitar a los alumnos que ahora ellos jueguen (con reloj y anotando sus movimientos) y revisar de manera colaborativa su desarrollo en el juego. 15'.

Sesión 13 Como llevar una partida armónica y evitar esto con el contrario (planeación) (55’).

Cuantos matemáticos y poetas citan la armonía de la vida o de los números. Pues en el ajedrez también existe esta armonía y es quien le dice al jugador que la partida va por buen camino.

6. Saludar a los alumnos y dialogar sobre las complicaciones que han encontrado en el ajedrez. 5’

7. Revisar el desarrollo ajedrecístico de los alumnos en el ajedrez y explicarles brevemente la importancia de la estructura de los peones (manera diálogo y usando tablero mural). 5’

8. Solicitar a los alumnos que tomen un tablero con sus respectivas piezas para que el profesor aplique el Ejercicio 11 respectivo a su equipo. 20’
   c) Equipo 1 Mate en 1 pg. 31-35 (manual de Combinaciones).
   d) Equipo 2 Lección 10 Objetivos de las acciones en la apertura (24 Lecciones de Ajedrez pg. 15-16).
9. Diálogo reflexivo sobre una cita de Mijaíl Botvinnik (1938) “… Y el control de las casillas centrales pasa a las negras. Se aclara paulatinamente

   Que las blancas no tienen plan de juego y están ocupadas sólo en desarrollar las piezas. Tal vez era admisible jugar así a comienzo del siglo, pero en nuestra época, cuando cada maestro aproximadamente desde la sexta-octava jugada traza el plan de medio juego, no hay “mejor” forma de caer en posición incómoda que aspirar al simple desarrollo” 10’
10. Solicitar a los alumnos que ahora ellos jueguen (con reloj y anotando sus movimientos) y revisar de manera colaborativa su desarrollo en el juego. 15’.

Sesión 14 ¿Qué camino tomar en la toma de decisiones? (55').

Este es quizás uno de los aspectos más relevantes en el ajedrez como en la vida. Puesto que en cada momento se toman decisiones que pueden afectar el rumbo de la partida o de nuestra vida.

3. Saludar a los alumnos y dialogar sobre las complicaciones que han encontrado en el ajedrez. 5'

4. Abrir el dialogo con los alumnos recordándoles que en la posición inicial no existe mejor jugada ni más fuerte. Hay varias jugadas correspondientes a los principios del desarrollo de las piezas en la apertura y entre ellas debe elegir conforme a sus gustos, conocimientos y experiencia ajedrecística.

4. Solicitar a los alumnos que tomen un tablero con sus respectivas piezas para que el profesor aplique el Ejercicio 12 respectivo a su equipo. 20'
   c) Equipo 1 Nivel II Ganar torre pg. 36 – 39 (manual de Combinaciones,).
   d) Equipo Lección 11 Abiertas, semiabiertas, cerradas. (24 Lecciones de Ajedrez pg. 16-19).
6. Diálogo reflexivo con los alumnos sobre apreturas abiertas, semiabiertas y cerradas. 10'
7. Solicitar que jueguen entre ellos (con reloj y anotando sus movimientos) y avisar a los alumnos que la siguiente clase será en la explanada del plantel,

Sesión 15. Compartir el conocimiento hace mejor a la persona. (60')

Explanada

Nuevamente se comparte el conocimiento pero también se ve el desenvolvimiento de los alumnos.

Dar la bienvenida a los alumnos y solicitar que jueguen (manera seria, tomando enserio sus partidas) con los chavos y compañeros que lleguen a jugar. 60’

ALEJANDRA PÉREZ

Problema 1. *Altura de un objeto lanzado.*
Si se ignora la resistencia del aire, un proyectil que se dispare de la tierra hacia arriba y con velocidad inicial de 40 metros por segundo, estará a una altura s en metros dada por la función $s\ (t)=-4.9t^2+40$, donde t es el número de segundos transcurridos desde su lanzamiento. ¿Después de cuantos segundos llegara a su altura máxima, y cual es esta? Redondee sus respuestas a la décima más cercana.

1/2[(t)=-4.9t2+40] cancele el cuadrado de la "t" me quedaron solas las "t"

Y las cancele entonces quedo:

-4.9+40 = 35.1 he hice una regla de 3

Si por 40 mts es un seg. Por 35.1 seg cuantos mts son y me dio

1404 mts entonces...

Los seg: 35.1

Y la altura: 1404 mts.

Activos del seguro social.

$f(x)=-20.57x^2+758.9x-3140$

$x^2-758.9x-316.57$

1(x+758.9x)^2-3160.57

1(x+758.9x+143982.3)^2+(-3160.5)

1(143982.3)= 143982.3

1(x+758.9+143982.3)^2+ (-3160.57)-143982.3

316.57-143982.3 = 147142.87

1(x+758.9x+143982.3)^2-147142.87

1(x+379.45)^2-147142.8

h= 379.4 k= -147142.8

Por fomula general.

a= 20.5
b= 758.9
c= -3140

$$\frac{-758.9\pm\sqrt{758.9^2-4(20.5)(-3140)}}{2(20.5)}$$

$$\frac{-758.9\pm\sqrt{575929.2-258359.2}}{41.14}$$

$$\frac{-758.9\pm\sqrt{317570}}{-41.14}$$

$$\frac{-758.9+563.53}{41.14}=-4.7$$

$$\frac{-758.9-563.5}{41.14}=-32.1$$

El Coef. es negativo ya que, al tomar en cuenta los miles de millones de dolares del año 2010 con los del año 2030 este ha disminuido

Ejercicio 1.

Funcion 2

$f(x)=x^2+10+23$

1(x+10x)^2+23

1(x+10x+25)^2+23

1(x+ 10+ 25)^2+(-2)

1(x+5)^2-2

h=5   k= -2

Por fomula general.

a= 1

b= 10

c= 23

$$\frac{-10\pm\sqrt{10^{\wedge}2-4(1)(23)}}{2(1)}$$

$$\frac{-10\pm\sqrt{100-92}}{2}$$

$$\frac{10\pm\sqrt{8}}{2}$$

$$\frac{-10\pm 2.82}{2}$$

$$\frac{-10-2.82}{2} = -6.41$$

$$\frac{-10+2.82}{2} = 3.59$$

Pagos de famacias

f(x)=.228x^2.2.57x+8.7

x^2 + -2.5x+8.9

1(x -2.57x)^2 +8.9

1(x+ 2.5 x+(-1.6   )^2+ 8.9

1(x+2.5x-1.6)^2+8.9-1.6

1(x+2.5x-1.65)^2+7.2

1(x1.2)^2+7.3

h= 1.2

k= 7.34

__ *Al poner la sustitucion en las equis por los años (1990-1999) y tomando en cuenta que x= 0 cuando son los 90's y es 9 en 1999 se paga mas por los medicamentos .*

1991 (x= 1)

.228(1) ^2-2.57(1)+8.7

=.228-2.57+8.7

=6.35

1999 (x=9)

.228(9) ^2-2.57(9)
+8.7

=.228(81)-23.13

=18.46-23.13+8.7

=27.1

Ejercicio 1.

$f(x)=x^2+8x+14$

1(x+8x)^2+14

1(x+8x+16)^2+14

1(x+8x+16)^2+14-16

1(x+8+16)^2+(-2)

1(x+4)^2-2

h= 4 k= -2

Por fomula general.

a= 1

b= 8

c= 14

$$\frac{-8\pm\sqrt{8\text{^}2-4(1)(14)}}{2(1)}$$

$$\frac{-8\pm\sqrt{64-56}}{2}$$

$$\frac{-8\pm\sqrt{8}}{2}$$

$$\frac{-8\pm 2.82}{2}$$

$$\frac{-8-2.82}{2} = 5.41$$

$$\frac{-8+2.82}{2} = -2.59$$

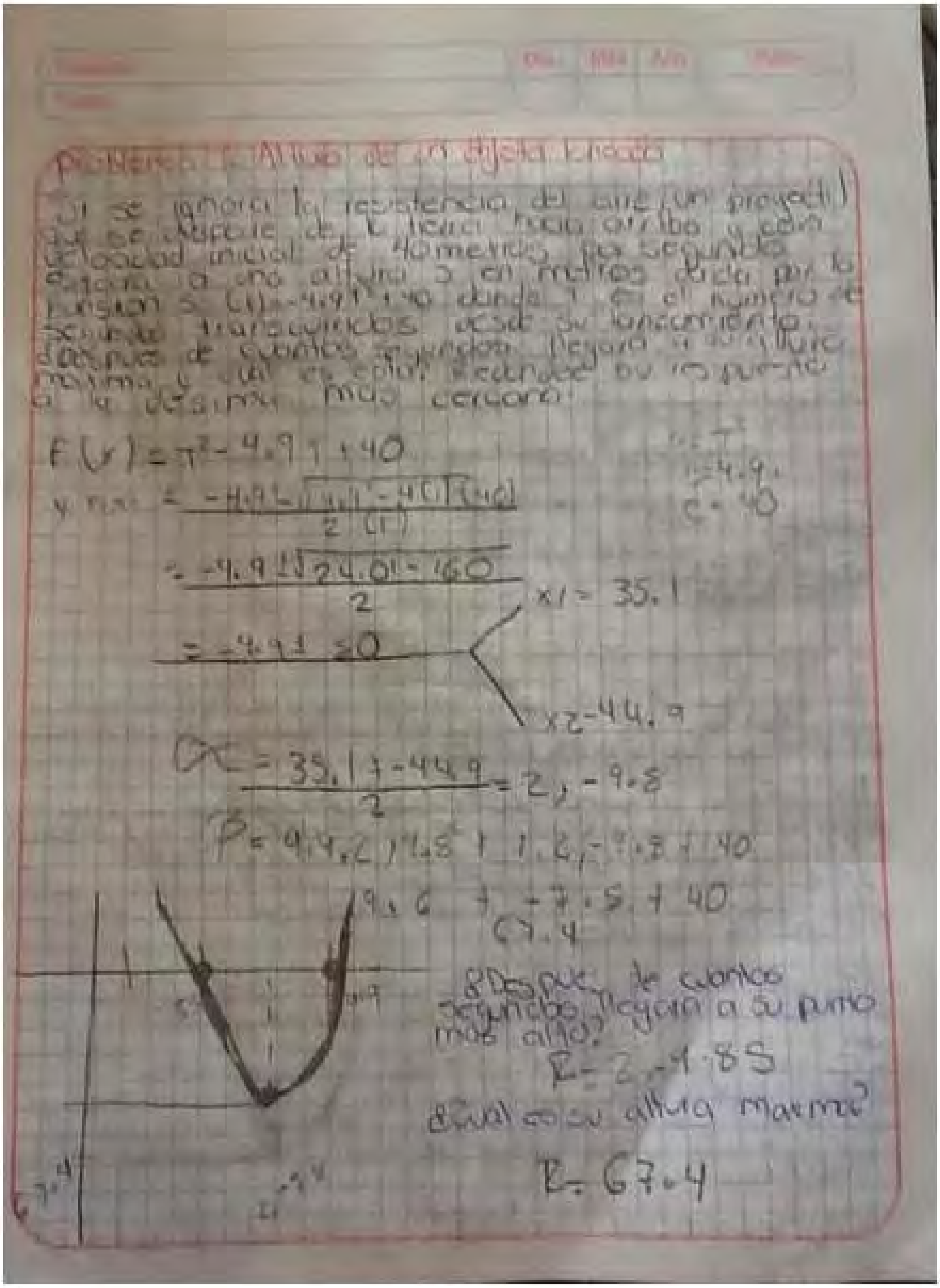
Evaluacion del curso.

Pérez Carrera Alejandra 264b

Pues en el curso pude aprender muchas cosas como a reflexionar más, a que el profesor solo te da las herramientas y tú tienes que desarrollar tus dudas y a que pasar de ser alumno a ser estudiante nunca esta demás, eso es en lo general.

Y bueno en lo personal nunca me gusto que usted se contestara solo pero para eso teníamos que alzar mas la voz (para preguntarle), además de que usted nos preguntaba si teníamos dudas pero siempre intente hacer lo mejor que pude en sus tareas y trabajos que dejaba, me gustaba ir a hacer prácticas de geógebra ya que en esas ocasiones nos explicaba más, también note que usted es un profesor que quiere que sus alumnos piensen realmente y reflexionen, porque, no es solo que usted lo decía sino lo demostraba dejándonos problemas y nos decía que lo intentáramos y pensáramos, a veces hasta se enojaba porque para usted era muy obvio el contestar, pero es que, por lo menos de mi parte estaba acostumbrada a una forma diferente de que me enseñaran mis profesores en especial los de matemáticas pero bueno ya estoy en otro grado y por eso, aprendí que hacer en caso de que me tocara otro profesor de matemáticas que enseñe semejante a como usted nos enseñaba o no sé si usted nos dé en tercero en fin aprendí a tener que acoplarme a como enseñe el profesor; para mí el curso estuvo bien ya que "no es tanto la calificación que saques sino lo que aprendiste o lo que te esforzaste" por lo menos así funciona para mí y siempre intento sacarle algo para mí (aprendizaje) a todo.

Daniel



Problema 1: Altura de un objeto lanzado

Si se ignora la resistencia del aire, un proyectil que se dispara de la tierra hacia arriba y con velocidad inicial de 40 metros por segundo estará a una altura s en metros dada por la función s (t) = -4.9t² + 40 donde t es el número de segundos transcurridos desde su lanzamiento. ¿Después de cuántos segundos llegará a su altura máxima y cuál es esta? Redondee su respuesta a la décima más cercana.

F(x) = x² - 4.9x + 40

a = 1
b = 4.9
c = 40

x = (-4.9 ± √(4.9² - 4(1)(40))) / 2(1)

= (-4.9 ± √(24.01 - 160)) / 2

= -4.9 ± 80

x1 = 35.1

x2 = -44.9

α = (35.1 + -44.9) / 2 = 2, -9.8

β = 9.4, 2 / 9.8 + 1.2, -9.8 + 40

9.6 + -7.5 + 40

67.4

¿Después de cuántos segundos llegará a su punto más alto?

R = 2, -9.8 s

¿Cuál es su altura máxima?

R = 67.4

Problema 2. [illegible]

El incremento anual del porcentaje de la cantidad de las farmacias pagaron a los [illegible] por concepto de medicamentos en los años de 1990 a 1999 se modela con una función cuadrática definida por $f(x) = .228x^2 - 2.57x + 8.7$ donde $x = 0$ representa a 1990, $x = 1$ a 1991, y así sucesivamente.

$f(x) = .228x^2 - 2.57x + 8.7 = (.228x^2 - 2.57x) + 8.7$

$= .228(x^2 + 12.57x + 12.85) - [illegible] (12.85)(-.228)$

$= -.228(x - 12.85)^2 + 12.85 + 8.7$

$2.57 \div .228 = .228(x - 12.85)^2 + 21.55$

$12.85, 21.55$

Problema 3. Activos del seguro social

La gráfica muestra la manera que espera cambien los activos del seguro social conforme se incremente el número de pensionados.

La gráfica requiere una función cuadrática se ajusta bien a los datos. Estos se aproximan por la función definida por $f(x) = -20.57x^2 + 758.9x - 310$ en el modelo, $x = 10$ representa el año 2010, $x = 15$ el 2015, así sucesivamente y $f(x)$ se expresa en miles de millones de dólares.

a) Explique por qué es negativo el coeficiente a en el modelo con base en la gráfica.

Se expresa el negativo por que está representando una pérdida o disminución por eso se representa con el símbolo negativo de acuerdo o con base a la gráfica.

b) Determine en forma algebraica el vértice de la grafica con los cuidados expresados con cuatro digitos significativos

$f(x) = -20.57x^2 + 738.9\,x - 3140 = (-20.57x^2 + 738.9x) - 3140$

$= -20.57\,(x^2 - 758.4\,x + \ldots) - \ldots + 3140$

$= -20.57\,(x - 379.45)^2 + 3\,794.5 - 3140$

$y = -(x - 379.45)^2 + 654.5$

$(379.45,\ 654.5)$

a) interprete la respuesta del inciso a) a la luz de esta aplicacion pues lo que entendi de este paso es que confirme lo que dije en el inciso a) porque el x^2 representa una perdida en un numero negativo.

Problema 4 Ingreso

Un vuelo fletado cobra una tarifa de \$200 por persona mas \$4 por persona por cada asiento que no se venda en el avion si este es para 100 pasajeros y x representa el numero de asientos no vendidos encuentre lo siguiente

a) Una expresion para el ingreso total R(x) que se recibe por el vuelo. (una pista: Hay que multiplicar el numero de personas que vuelan 100-x por el precio del boleto)

$f(x)\ 100 - x^2 + 200$

b) grafica para la funcion de ingreso (a).

a) 100
b) -1
c) 200

$f(x) = 100 - x^2 + 200$

$y = x_1, x_2 = \dfrac{-x^2 \pm \sqrt{x^2 - 4(100)(200)}}{2(100)}$

$= \dfrac{-x^2 \pm \sqrt{-1 - 80000}}{200}$

$= \dfrac{-1 \pm -40{,}000.5}{200}$

$x_1 = 199.9975$

$x_2 = 200.0075$

$Xc = \frac{199.9975 + 200.0025}{2} = 2{,}400.005$

$P = 100 \cdot 2{,}400.005 + -1 \cdot 2{,}400.005^2 + 200$

$1{,}600.0400001254 + 409.01 + 200$

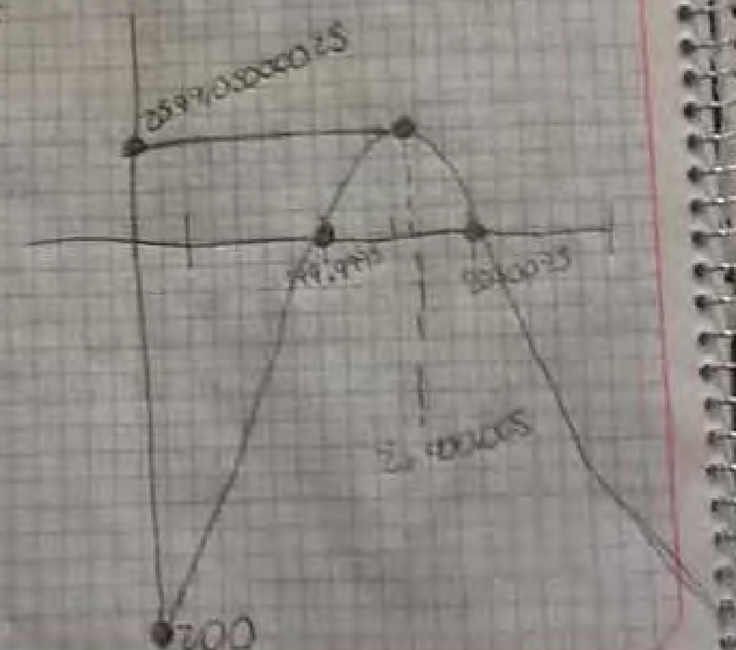
2549.0500000025

$Xc = 2{,}400.005$

$P = 2549.0500000025$

$x^1 = 199.9975$

$x^2 = 200.0025$



Apéndice D. Evaluación del curso por parte de los alumnos

Nota: Las faltas de ortografía se dejan por cuestión de originalidad del texto

Evaluación de curso de Anónimo

Bueno en lo general el curso fue bueno me pareció un poco divertido pero me gustaron las clases en especial la clase de ajedrez pues me gusta mucho y aprendí mucho tanto en matemáticas como en ajedrez y sólo esperaba que llegará la clase de ajedrez en toda la semana las clases de ajedrez más parecieron muy adecuadas y muy bien me gustaron así como jugar también en las clases de matemáticas me parecieron buenas y aunque unieron momentos muy difíciles logre salir de ellos y aprender lo que estábamos viendo y con lo que tenemos problemas en lo general me pareció Muy bien la clase de matemáticas y la clase de ajedrez

Bueno pues me gustaría agregar que me gusto abre tenido un profesor como usted y pues el único maestro de matemáticas desde la secundaria y me gustaría agradecerle que me ayudo a muchas cosas que no sabía y que me ayudaron mucho después de todo y que en las clases de ajedrez hubo una muy buena convivencia con usted y con mis compañeros y ya es todo.

Evaluación del curso de Monserrat

Desde mi punto de vista considero buena su clase pero a la vez algo difícil. En lo particular, el ultimo tema se me complico 240ubli, no entiendo y eso me preocupa. Todo lo 240ubli estuvo bien.

Con la forma de evaluar si no estoy muy de acuerdo ya que 240ublish esta un poco 240ublish salir bien, el hecho de que el examen y las tareas hagan un 100% no se me hace algo justo (por asi llamarlo) ya que 240ublish se deverian tomar en cuenta las 240ublishing240240n, la actitud etc etc

En tanto al maestro hay cosas que no me gustan, por ejemplo: qe se meta con cosas que son muy Triztes para mi qe sabe qe me afectan, asi como qe se meta con personas importantes en mi vida YA QUE NO LAS CONOCE NI SABE EL MOTIVO POR EL CUAL SUCEDEN LAS COSAS.

El hecho de llevar ajedrez se supone que me beneficiaria tanto en la calificacion como en lo que qiero estudiar, en este caso considero qe fue falta de 240ublish propio ya qe la vdd si me da flojera y a la vez algo de coraje el tener qe llegar una hora antes para qe el maestro termine llegando tarde.

Evaluación de curso de Jesús Domínguez

La experiencia de este curso, para mi la verdad fue algo buena, ya que usted explicaba bien los temas tratados, nos daba ejemplos suficientes para entenderlos mejor y en mi persona, usted mas que nada sabia lo que estaba haciendo. Pero creo que nosotros como estudiantes (algunos), no logramos entender y almenos yo, hubieron muchos temas que no entendia, gracias a que no estudiaba lo suficiente o era solo porque no eh encontrado el gusto por las matemáticas, en fin si tuviera que calificarlo a usted, asu clase y a este ciclo escolar, de mi parte yo le daria un 8 ya que los temas para mi, usted los explicaba bien, aunque hubieron algunos que no entendia, y se me hizo un poco graciosa las clases dia con dia gracias asu forma de ser y en fin esta clase puedes mejorar si todos ponemos de nuestra parte

Evaluación Peláez Lazcano Rosa Cinthya

Este curso fue muy interesante ya que al principio no le entendía, porque nos explicaba de una manera y cuando le preguntábamos nuevamente nos daba otra forma de resolverlo, así que tenia que unir las dos partes para asi poder resolver lo que nos pedía. Pero el último tema fue el más interesante ya que aprendí a resolver los ejercicios de parábola de diferentes maneras y una de las mas divertidas es en 241ublishi ya que es mas rápido y se puede mover las cifras a cualquier lado y puedo ver como es que pueden ser positivas o negativas. Y pues es un buen maestro.

Evaluación del curso de Izac R. H.

El curso fue muy bueno pues el profesor siempre busco la manera de facilitarnos el aprendizaje con materiales de apoyo como copias, trabajos a computadora y varios ejemplos durante la clase. Creo es el profesor es bastante paciente y compresivo con sus alumnos, hasta tal punto donde se generó una amistad con algunos de ellos. El único problema que pude notar en su clase fue que varios de los alumnos no poníamos la atención necesaria para lograr aprender y no cumplíamos con todos los trabajos, fuera de ello es una buena clase y si la tuviera que calificar con un número del 1 al 10 le pondría un 8. Gracias por aguantarme dos semestres

Ulises Cruz Santos

Bueno pues este semestre para mi fue bueno, y si lo tuviera que calificar le daría un 8 porque, algunas de los temas que vimos aprendi bastante y en lo personal me gusta mucho la Algebra, y en cuento al maestro pues si enseñaba bien aunque algunas veces teníamos que estudiar por nuestra cuenta (creo que esa era su forma de enseñar y algunos compañeros no lo entendían) y pues nadamas, me gusto mucho este semestre en mate II