

Universidad Nacional Autónoma de México

	Facultad de Ciencias
	Rotación de discos dentro de un levitador acústico ultrasónico
	T E S I S
	QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
	Física
	PRESENTA:
	Laura Salazar Corona
	TUTOR
ENCIA	Dr. Pablo Luis Rendón Garrido



CIUDAD DE MÉXICO 2018



Universidad Nacional Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

____2

1. Datos del alumno Salazar Corona Laura 55 56 12 16 Universidad Nacional Autónoma de México Facultad de ciencias Física 309206253

2. Datos del Tutor Dr. Pablo Luis Rendón Garrido

3. Datos del sinodal 1 Dra. Catalina Elizabeth Stern Forgach

4. Datos del sinodal 2 Dra. Lucía Medina Gómez

5. Datos del sinodal 3 Dr. Roberto Velasco Segura

6. Datos del sinodal 4Dr.José EnriqueGuzmánVázquez

7. Datos del trabajo escrito
Rotación de discos dentro de un levitador acústico ultrasónico
97 p
2018

Agradecimientos

Gracias a mi universidad, la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM) y a la Facultad de Ciencias por la oportunidad que me otorgaron para llevar a cabo mi superación académica y personal.

Me gustaría mostrar mi agradecimiento a todas las personas que, de una u otra forma, me han ayudado a lo largo de la realización de este trabajo de investigación, tanto en lo profesional como en lo personal.

En primer lugar a mi director de tesis, el Dr. Pablo Luis Rendón Garrido por la paciencia, la confianza y el apoyo constantes durante la elaboración de este trabajo.

Al Dr. Ricardo Ruiz Boullosa, a quien le guardo un especial cariño y respeto. Le agradezco por inspirarme a ser una mejor científica. Además, por sus enseñanzas y conversaciones, por su tiempo, dedicación y pasión por la ciencia. Mi más sincero agradecimiento y completa admiración.

A mi familia. Mis padres por quererme y cuidar de mí, por ser una motivación en mi vida, por formarme y guiarme en el camino. A mi hermana, por apoyarme cuando decidí estudiar esta carrera. A mi hermano, por darme las mayores enseñanzas en la vida.

A Miguel, por siempre confiar y creer en mí, por siempre inspirarme a ser mejor y trabajar por mis sueños. Por enseñarme a ser mejor persona.

A mis amigos y compañeros, en especial a mi amigo Jesús, que me ha acompañado de principio a fin a lo largo de mi carrera.

A Aiko.

Y a todos aquellos que, quizás sin saberlo, me han enseñado e inspirado de alguna u otra forma en el trayecto.

Resumen

La levitación de objetos se puede realizar por diferentes métodos: levitación magnética, aerodinámica, óptica, electrostática y acústica. Sin embargo, una de las ventajas de ésta última es que comparada con cualquier otra técnica de levitación conocida no tiene restricción en cuanto a los materiales que pueden ser utilizados. La levitación acústica de objetos se logra al posicionar un objeto en los nodos de un campo de ondas estacionarias creado entre una placa que radia ultrasonido y otra que lo refleja. Dentro de un campo de este tipo, la interacción entre la onda acústica y el objeto suspendido puede imprimir una torca de radiación dando lugar a un movimiento de rotación sobre éste último.

Así pues, para investigar la forma en la que el campo ultrasónico del levitador acústico transfiere momento angular sobre objetos con forma arbitraria y en consecuencia estudiar la rotación de éstos últimos, se analizó experimentalmente la dependencia de la torca respecto a parámetros tales como: tamaño, forma, material, localización, orientación, estructura interna de los objetos y voltaje suministrado.

Para realizar el estudio, fueron utilizados tres engranes de reloj con diferente geometría. Se esperaba encontrar una relación lineal entre el voltaje y las rotaciones por segundo de los engranes. Contrario a esto, se observó un comportamiento escalonado en la curva. Como consecuencia, surge el análisis de los parámetros que puedan ser responsables de su aparición y naturaleza. Además, se presenta la caracterización experimental del campo acústico entre las placas para la configuración de dos y tres nodos de presión.

Índice general

1.	Introducción				
	1.1.	Antecedentes	8		
2.	Fun	damentos de Acústica	11		
	2.1.	Acústica Lineal	11		
		2.1.1. Naturaleza del sonido	12		
		2.1.2. Comportamiento elástico de los fluidos	15		
		2.1.3. Ecuación de onda \ldots	16		
		2.1.4. Soluciones de la ecuación de onda	16		
		2.1.5. Densidad de energía e intensidad acústica	17		
		2.1.6. Fenómenos Acústicos	18		
	2.2.	Acústica No Lineal	20		
		2.2.1. Exceso Medio de Presión [7]	21		
3.	Lev	itación acústica ultrasónica	23		
	3.1.	De campo cercano	23		
	3.2.	Con ondas estacionarias	25		
	3.3.	Generación de ultrasonido	26		
		3.3.1. Efecto Piezoeléctrico	27		
		3.3.2. Características de transductores piezoeléctricos	28		
		3.3.3. Transductores tipo Langevin	30		
4.	Teo	Teoría acústica de la rotación de partículas			
	4.1.	Fuerza de radiación acústica	31		
		4.1.1. Correctiones por efecto de viscosidad	33		
		4.1.2. Efectos del tamaño del obstáculo	35		
	4.2.	Torca de radiación acústica	36		
	4.3.	Movimiento rotacional en partículas no esféricas	37		
		4.3.1. Fuerza de arrastre	38		
	4.4.	Inestabilidades oscilatorias	38		
5.	Des	arrollo experimental	40		
	5.1.	Descripción del sistema: levitador acústico ultrasónico	40		
	5.2.	Caracterización del campo acústico en uno y dos nodos	42		
		5.2.1. Medición de la frecuencia de resonancia	42		
		5.2.2. Medición de la distribución de presión sonora	43		
	5.3.	Frecuencia angular en objetos no esféricos	47		

6.	Resultados y Discusión					
	6.1.	Result	ados de la caracterización del campo acústico	50		
		6.1.1.	Dos nodos	50		
		6.1.2.	Tres nodos	57		
	6.2.	Result	ados de la frecuencia angular en objetos no esféricos	66		
		6.2.1.	Validación	66		
		6.2.2.	Frecuencia angular del engrane 1	69		
		6.2.3.	Frecuencia angular del engrane 2	73		
		6.2.4.	Frecuencia angular del engrane 3	76		
	6.3.	Momen	nto de inercia	79		
A. Cálculo de volúmenes						
в.	B. Incertidumbres					

Capítulo 1

Introducción

Las ondas sonoras son ondas mecánicas que sólo pueden propagarse a través de un medio físico. Son responsables de ejercer una fuerza sobre los objetos presentes dentro de un campo acústico, la cual es conocida como fuerza de radiación acústica. En la mayoría de los casos esta fuerza es despreciable, pero para objetos pequeños inmersos dentro del campo, puede volverse significativa al utilizar altas frecuencias y altas amplitudes de onda. Incluso puede ser lo suficientemente grande como para contrarrestar la fuerza de gravedad haciendo levitar a los objetos en una posición estable o para permitir la manipulación y el transporte de objetos a lo largo de un eje fijo [83].

Usualmente para este propósito, se utilizan ondas sonoras pertenecientes al rango ultrasónico de frecuencias (mayores a 20 kHz), por lo que esta técnica no es percibida por el oído humano y es conocida como levitación acústica ultrasónica. Una de las ventajas de la levitación acústica es que comparada con cualquier otra técnica de levitación conocida (levitación magnética, aerodinámica, óptica, electrostática), no tiene restricción en cuanto a los materiales que pueden ser utilizados, pues permite el manejo de partículas sólidas [81], gotas [68, 14], burbujas, células [80, 60] y organismos vivos [82].

En los últimos años, el estudio sobre la suspensión de partículas dentro de un fluido ha cobrado particular importancia debido a sus beneficios [10], pues al sólo tener la muestra contacto con el fluido carece de fricción (excepto la que podría tener a causa de la fuerza de arrastre del fluido) se obtienen resultados con mayor exactitud; y a las notables aplicaciones, tales como la simulación de condiciones de microgravedad en laboratorios terrestres [70], análisis de muestras en experimentos de ingeniería espacial [75] e incluso en el procesamiento de materiales donde es primordial evitar el contacto de las muestras con los muros del contenedor [72].

La levitación acústica ha sido utilizada principalmente para la levitación de pequeños objetos creando un campo de ondas estacionarias entre una placa que radia ultrasonido y otra que lo refleja. Existe otro tipo de levitación acústica llamado levitación de campo cercano, el cual consiste en colocar objetos cuya superficie sea plana sobre una fuente radiadora de sonido, en este caso, el campo estacionario se formará entre la fuente y la muestra misma.

Dentro de un campo acústico ultrasónico producido por ondas estacionarias, la interacción entre la onda acústica y el objeto suspendido puede imprimir una torca de radiación dando lugar a un movimiento de rotación sobre éste último. Esta transferencia de momento angular depende de las propiedades de absorción y dispersión del objeto [67]. Volke, Orozco

y Boullosa (2008) atribuyen dicho efecto a emisiones acústicas en forma de haz, pues éstos poseen momento angular que puede ser transferido a las partículas suspendidas [76]. Por lo tanto, el concepto de la torca de radiación acústica desempeña un papel importante en la dinámica de un objeto dentro de un campo acústico como el del levitador.

1.1. Antecedentes

El ultrasonido puede ser visto como un análogo de la luz ultravioleta ya que corresponde a la región del fenómeno acústico que es inaudible para la percepción humana debido a las altas frecuencias que están involucradas. Sin embargo, la audición humana difiere de un individuo a otro y también depende de la edad de la persona, por lo que no existe una separación rigurosa entre la región audible y la ultrasónica. En general, hablamos de ultrasonido cuando la frecuencia del sonido excede los 20 kHz.

Por supuesto que la historia del ultrasonido coincide durante un largo periodo con la historia de la acústica. No obstante, en el siglo XIX tuvieron lugar dos descubrimientos que evidenciaron la importancia del desarrollo de tecnología para la generación y detección de energía ultrasónica: el descubrimiento de la magnetostricción revelado por Joule en 1847 y el del efecto piezoeléctrico por los hermanos Curie en 1880. El primero de ellos corresponde a la propiedad de los materiales magnéticos que les permite cambiar de forma al estar en presencia de un campo magnético; el segundo está relacionado con la presencia de cargas eléctricas sobre la superficie de cierto tipo de cristales que al estar sometidos a presión mecánica adquieren una polarización eléctrica y aparece una diferencia de potencial en su superficie. El efecto piezoeléctrico es comúnmente usado para detectar señales ultrasónicas. El efecto inverso en el cual se aplica voltaje sobre dos superficies de un cristal piezoeléctrico induce un esfuerzo sobre el material provocando vibraciones en su superficie y es el método más utilizado en la actualidad para generar ultrasonido.

No fue hasta la Primera Guerra Mundial que el ultrasonido empezó a cobrar importancia cuando Wood y Gerrard en Inglaterra, y simultáneamente Langevin en Francia, desarrollaron un método de detección de barcos y submarinos enemigos por medio del uso de transmisores piezoeléctricos. Posteriormente, las aplicaciones fueron ampliándose abarcando no sólo el campo militar, sino el análisis de materiales, el tratamiento de enfermedades del cuerpo humano y en la investigación de la difracción de la luz mediante ondas ultrasónicas. Después de la Segunda Guerra Mundial, se dieron mejoras gracias al progreso de la electrónica lo que permitió el desarrollo de los dispositivos para la generación de ultrasonido de mayor intensidad [32, 19].

Por otro lado, la fuerza de radiación acústica y la levitación también han sido temas de interés durante muchos años: las primeras observaciones fueron realizados por Kundt [47] en 1868 cuando demostró el efecto de usar partículas de polvo dentro de un tubo para evidenciar la formación de ondas estacionarias; a principios del siglo XX Lord Rayleigh [52, 54, 53] reportó los efectos no lineales de la presión de radiación acústica pues observó que la torca es causada por el momento de la onda dispersada actuando sobre el objeto asimétrico. En 1933 Bücks y Müller [13] desarrollaron un sistema de levitación acústica en el que ubicaron pequeñas partículas en los nodos de presión formados entre una placa radiadora de ultrasonido y una reflectora. King [29] en 1934 y por su parte, Yosioka y Kawasima [84] en 1955 obtuvieron soluciones analíticas para la fuerza que actúa sobre una esfera incompresible y compresible respectivamente, sumergida dentro de un fluido sin viscosidad bajo la influencia de ondas estacionarias. Dicho análisis se basó en considerar el diámetro de la partícula mucho menor que la longitud de onda incidente. Ambos resultados fueron resumidos y generalizados en 1962 en el trabajo de Gor'kov [23] quien implementó una función potencial para expresar la fuerza que actúa sobre la esfera en términos del campo incidente y el dispersado, replanteando los cálculos en términos de un clásico problema de difracción.

Años después, continuaron las mejoras en los diseños de los dispositivos levitadores, destacan las aportaciones realizadas por Thrin [70] en 1985 quien presentó un sistema de levitación compacto para el estudio de fluidos. Otsuka, Higuchi y Seya [45] en 1990 usaron una placa circular como radiador ultrasónico la cual al excitarse en el modo de vibración correspondiente a dos nodos, produce altas presiones. En 2001, Xei y Wei [81] estudiaron la levitación y la dinámica de gotas de agua dentro de un campo estacionario de ondas planas haciendo uso del método de elementos finitos, y además mostraron que la fuerza de levitación ultrasónica puede ser aumentada al prestar atención en la forma de la placa reflectora, lo que les permitió levitar objetos de alta densidad como esferas de tungsteno. [10, 9]

Además, el desarrollo y las mejoras de software de programación y la exploración de problemas complejos con la consideración de objetos de forma arbitraria han dado lugar a estudios recientes como los realizados por Kosuka et al. (2008) quienes obtuvieron la distribución del campo de presión dentro de un levitador acústico de manera experimental y numérica mediante la implementación de la fórmula de Rayleigh sumando múltiples reflexiones [31]. Silva, Lobo y Mitri (2012) derivaron una fórmula para las componentes cartesianas de la torca de radiación acústica en términos de funciones de Bessel [67], mientras que Lim y Sepehri [38] (2014) hicieron una validación numérica con el método de elementos finitos de las soluciones para la fuerza de radiación acústica obtenidas anteriormente por King para esferas y la encontrada por Marston [77] en 2006 para el caso de cilindros y esferoides.

Aún en la actualidad, las soluciones analíticas disponibles para la fuerza y torca de radiación acústica se reducen a algunos casos simples, por lo que es relevante desarrollar modelos numéricos que permitan calcular la fuerza y torca de radiación en objetos de cualquier forma y tamaño.

El objetivo del presente trabajo de tesis es estudiar la forma en la que el campo acústico formado entre el aire de las dos placas de un levitador acústico ultrasónico transfiere momento angular sobre objetos con diversa geometría y en consecuencia estudiar la rotación de estos últimos y su dependencia respecto a parámetros tales como: tamaño, forma, material, localización, orientación y estructura interna. En este caso, se utilizan pequeños engranes de reloj sometidos a una fuerza de radiación acústica y en consecuencia a una torca que induce la rotación de los engranes.

Los objetivos particulares engloban lo siguiente:

- Caracterización experimental del campo acústico de amplitud de presión para el caso de dos y tres nodos.
- Estudio de la rotación de los diferentes engranes, así como de los parámetros relevantes presentes en el fenómeno.

• Obtención del momento de inercia de cada uno.

Este trabajo está organizado de la siguiente manera: El capítulo 2 describe los conceptos, propiedades y características básicas de la acústica necesarias para comprender los fenómenos estudiados a continuación. El capítulo 3 introduce las técnicas de levitación acústica; los principios básicos bajo los que trabaja, los modelos matemáticos sobre la fuerza de levitación, así como la generación de ultrasonido por medio de transductores. Una introducción sobre la torca de radiación acústica y la rotación en objetos de forma arbitraria se describe en el capítulo 4. En el capítulo 5, se muestra el desarrollo experimental de este trabajo. Finalmente en los capítulos 6 y 7 se presentan los resultados y conclusiones del trabajo, respectivamente.

Capítulo 2

Fundamentos de Acústica

La acústica es una de las ramas fundamentales de la física y estudia la generación, transmisión y recepción de energía en forma de ondas vibratorias a través de la materia [30]. El fenómeno acústico con el que estamos más familiarizado está asociado a la sensación de sonido. La naturaleza de las vibraciones asociadas con fenómenos acústicos son muy diversas, incluyendo simples vibraciones sinusoidales producidas por un diapasón, complejas vibraciones generadas por la cuerda de un instrumento musical o incluso las vibraciones desordenadas asociadas a una explosión. Como se mencionó en el capítulo anterior, el rango de frecuencias correspondiente al sonido y al ultrasonido está definido, desde cierto punto de vista de manera arbitraria. Esto significa que el ultrasonido se rige por las mismas leyes y principios físicos que el rango audible de la acústica, aunque dependiendo de, por ejemplo, amplitud y frecuencia, la escala de distintos efectos puede variar de manera importante. Para estudiar las aplicaciones del ultrasonido, es necesario tener un entendimiento adecuado de los principios básicos de la propagación de las ondas y de los fenómenos asociados.

En este capítulo se describen en detalle los conceptos fundamentales de la acústica lineal necesarios para dicho objetivo, así como una breve discusión de algunos fenómenos no lineales de la acústica como la presión de radiación y la levitación.

2.1. Acústica Lineal

El sonido es esencialmente el paso de las fluctuaciones de presión en forma de ondas (audibles o no) a través de la materia como el resultado de fuerzas oscilantes. El origen de una onda acústica no es único, por ejemplo, puede formarse debido al paso de un cuerpo a través de un fluido, turbulencia en el medio o el impacto de un sólido contra otro. A diferencia de las ondas electromagnéticas, el sonido requiere de un medio de propagación e involucra el transporte de energía sin transporte de materia. En ocasiones, puede contener solo una frecuencia, lo que es conocido como onda monocromática, la cual puede ser representada por una función senoidal (Figura 2.2).[7]

En el presente trabajo, el medio de propagación del sonido es el aire. Un fluido no tiene por supuesto sus moléculas fijas en el medio. Las moléculas están en constante movimiento, con velocidades medias mucho mayores a la velocidad asociada por el movimiento de una onda. Sin embargo, desde un punto de vista estadístico, un pequeño elemento de volumen puede ser tratado como una unidad inalterable, ya que las moléculas que dejan el volumen son remplazadas por un número igual de moléculas, las cuales poseen propiedades idénticas, por lo que las propiedades macroscópicas del elemento permanecen inalteradas.

Esto es lo que entendemos como *partícula del fluido* o *partícula en el medio*, un elemento de volumen lo suficientemente grande para contener millones de partículas y, al mismo tiempo, lo suficientemente pequeño como para que las variables acústicas necesarias para la descripción del medio como la presión, la densidad y velocidad puedan ser consideradas como constantes a través del elemento de volumen. [33]. Como consecuencia, es posible hablar de los desplazamientos y velocidades de una partícula cuando se habla de ondas acústicas en un fluido de igual forma que se hace para ondas elásticas en sólidos.

2.1.1. Naturaleza del sonido

En los casos relevantes para el presente estudio, una onda es una perturbación (momentánea) sobre un estado de equilibrio. Las propiedades que pueden ser perturbadas en el medio son la densidad, la presión, el campo eléctrico o el campo magnético. Las ondas sonoras se desplazan a velocidad finita y al ser perturbaciones mecánicas necesitan de un medio para propagarse, por lo que no pueden viajar en el vacío; dicha perturbación puede tener forma arbitraria [7]. Cuando las moléculas de un fluido o un sólido son desplazadas de su estado de equilibrio, aparece una fuerza interna restauradora con carácter elástico que permite la presencia de vibraciones oscilatorias y por tanto, la transmisión de perturbaciones acústicas a modo de compresiones y expansiones en el medio.

Consideremos que el sonido es generado por la vibración de una superficie plana en x=0 como se muestra en la Figura 2.1. El desplazamiento de la superficie hacia la derecha, en la dirección +x, causa compresión de la lámina de aire inmediatamente adyacente a la superficie y por lo tanto, provoca un incremento en la densidad del aire en esa región. Como la presión de esa lámina es mayor que la presión en el medio sin perturbación, las moléculas de aire tienden a moverse en la dirección +x y comprimen las moléculas de aire de la lámina siguiente, etcétera. Sin embargo, mientras la superficie plana regresa a su posición inicial, ocurre el efecto opuesto pues la rarefacción en la primera lámina de aire disminuye la presión a un valor por debajo del que tiene el medio sin perturbación. Las moléculas de la segunda lámina tienden a moverse de regreso, en la dirección -xy ahora el impulso causado por la rarefacción sigue el impulso de compresión generado previamente [51].

Es importante resaltar que en la teoría acústica el medio debe ser considerado como compresible, pues de lo contrario no sería posible hablar de propagación de sonido en el medio.

Esta sucesión de rarefacciones y compresiones que se mueven hacia fuera constituye un movimiento ondulatorio. En un punto dado en el espacio, ocurre un incremento y decremento alternados de la presión, con un correspondiente aumento y disminución de la densidad. La distancia espacial λ de un punto del ciclo al correspondiente en el siguiente ciclo es la *longitud de onda*. La *amplitud de onda* es la distancia máxima que registra la variable midiéndose desde el punto del equilibrio. La velocidad \vec{u} es la *velocidad de las partículas* del fluido en un punto del espacio a un tiempo dado y no debe confundirse con la *velocidad del sonido c*, que corresponde a la velocidad de propagación de la onda y es característica de cada medio (Figura 2.2). Para el caso de un fluido en reposo, las partículas que transmiten la onda mecánica no cambian sus posiciones (en promedio), es decir, transmiten la energía por medio de la materia, al moverse debido a las perturbaciones ocasionadas en ella, pero sin que implique un desplazamiento total del medio, pues se conservan alrededor de sus posiciones de equilibrio.



Figura 2.1: Representación de la rarefacción y compresión de las moléculas de aire sometidas al impacto vibracional de un muro localizado en x = 0. El grado de oscuridad es proporcional a la densidad de masa. Las zonas de luz corresponden a rarefacciones. Se muestran gráficos de la presión p y el desplazamiento de las partículas ξ como función de x en un instante de tiempo durante la propagación.



Figura 2.2: Onda senoidal.

De acuerdo con la dirección en la que la onda hace vibrar a las partículas del medio material, los movimientos ondulatorios se clasifican en: transversales y longitudinales.

Ondas Transversales

Una onda transversal tiene lugar cuando las partículas del medio material vibran perpendicularmente a la dirección de propagación de la onda. Una ola en un estanque, una onda en una cuerda y las ondas electromagnéticas son ondas transversales.

Ondas Longitudinales

Las ondas en las que las partículas oscilan paralelamente a la dirección de la propagación y, como resultado crean movimientos alternantes de compresión y rarefacción son llamadas longitudinales. Reciben también el nombre de ondas de presión u ondas de compresión. Un ejemplo lo constituyen las ondas sonoras propagándose en cualquier medio material donde las moléculas del medio oscilan en la dirección de propagación.



Figura 2.3: Ondas longitudinales y ondas transversales.

Ondas Estacionarias

Las ondas estacionarias se producen cuando interfieren dos movimientos ondulatorios de la misma frecuencia y amplitud que se propagan en diferente sentido a lo largo de una línea con una diferencia de fase de media longitud de onda. [44]

Consideremos una onda armónica cualquiera ϕ_1 , cuya frecuencia angular sea ω que se propaga a lo largo del eje X de izquierda a derecha. La onda incide de manera perpendicular sobre una pared completamente reflejante, de tal forma que da a lugar a una onda reflejada ϕ_2 , con la misma amplitud y frecuencia angular, pero que se desplaza en sentido contrario sobre el eje X:

$$\phi_1 = \phi_0 \operatorname{sen} (kx - \omega t) \qquad y \qquad \phi_2 = \phi_0 \operatorname{sen} (kx + \omega t). \tag{2.1}$$

Ambas ondas se propagan con velocidad c, de tal modo que $\omega = ck$, donde k es el número de onda; ésta es la relación de dispersión, y garantiza que las ondas armónicas sean solución de la ecuación de onda. La superposición de ambas ondas da lugar a lo que se conoce como una onda estacionaria:

$$\phi_0 = \phi_1 + \phi_2 = \phi_0 [\sin(kx - \omega t) + \sin(kx + \omega t)] = 2\phi_0 \cos\omega t \sin kx.$$
(2.2)

Debido a la superposición de las ondas viajeras de la ecuación (2.2), hay puntos en donde no hay desplazamiento del medio (nodos) y son distantes entre sí media longitud de onda. Los nodos se alternan con otros puntos en los que la vibración es máxima (antinodos). La distancia entre ambos es de un cuarto de longitud de onda. La onda resultante está confinada en la región donde se produce y no es de carácter progresivo. [51]

2.1.2. Comportamiento elástico de los fluidos

Las ondas sonoras viajan a través de los fluidos de acuerdo a las leyes de la hidrodinámica. Por esta razón, para el anáisis de esta sección, el medio se asume como homogéneo, isotrópico y perfectamente elástico, es decir, sin efectos disipativos, como los provenientes de viscosidad o conducción de calor, el efecto de fuerzas gravitacionales será despreciado y estará limitado a ondas cuya amplitud sea relativamente pequeña, de tal forma que los cambios en la densidad del medio sean pequeños en comparación con el valor del estado de equilibrio. [33, 46].

Un conjunto básico de las ecuaciones que describen la dinámica de un fluido sin pérdidas e irrotacional ($\nabla \times \vec{u} = 0$) son:

$$f(\rho, p, T) = 0 \tag{2.3}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0, \qquad (2.4)$$

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -\nabla p, \qquad (2.5)$$

en donde el término ρ representa la densidad instantánea de un elemento en el fluido en el punto (x, y, z, t), ρ_0 es la densidad en el estado de equilibrio, p(x, y, z, t) es la presión acústica, $\vec{u}(x, y, x, t)$ es el vector de velocidad del fluido en un punto del espacio en un tiempo t dado, T es la temperatura absoluta.

La ecuación (2.3) es la *ecuación de estado* y relaciona las propiedades físicas que describen el comportamiento termodinámico de un fluido, su forma específica depende de las propiedades del medio y las condiciones físicas dadas. La ecuación (2.4) es conocida como *ecuación de continuidad* o *ecuación de conservación de masa* y describe el movimiento del fluido en términos de las compresiones y expansiones que sufre a causa de la perturbación, pues relaciona la velocidad de las partículas y la densidad instantánea; el primer término es la tasa de cambio temporal de la densidad si el elemento no estuviera en movimiento, y el segundo término es la tasa de cambio causada por el movimiento de la partícula hacia regiones del fluido con condiciones físicas diferentes. Por último, la ecuación (2.5) es la *ecuación de Euler*, describe el movimiento de las partículas sujetas a un gradiente de presión y es una expresión de la conservación de momento lineal. [7, 30, 86]

2.1.3. Ecuación de onda

En el caso de ondas acústicas de baja amplitud, los cambios relativos en la densidad ρ' y la presión p' del fluido también son pequeños comparadas con ρ_0 y p respectivamente. Las variables p y ρ se escriben como:

$$p = p_0 + p' \tag{2.6}$$

$$\rho = \rho_0 + \rho'. \tag{2.7}$$

Se sustituyen (2.6) y (2.7) en la ecuaciones de continuidad (2.4) y (2.5) y despreciando los términos de segundo orden, se obtienen las formas linealizadas de ambas:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \nabla \cdot \vec{u} = 0 \tag{2.8}$$

$$\rho \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -\nabla p. \tag{2.9}$$

La condición necesaria para que las ecuaciones (2.8) y (2.9) sean aplicables a las ondas sonoras es que la velocidad de las partículas del medio sea despreciable respecto a la velocidad del sonido, c, es decir: $\vec{u} \ll c$.

Aplicando la derivada temporal a la ecuación (2.8) y luego usando (2.9) para reescribir la derivada temporal de la velocidad en términos de la presión, la ecuación resultante es

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}.$$
(2.10)

La expresión anterior es la ecuación de una onda acústica, y c representa la velocidad del sonido en el medio. Dado que una onda sonora en un fluido ideal es un movimiento adiabático, $c^2 = (\partial p / \partial \rho)_s$ [33].

2.1.4. Soluciones de la ecuación de onda

En la siguiente sección, la discusión sigue restringiéndose a un fluido homogéneo e isotrópico donde la velocidad del sonido c es una constante.

En general, la ecuación de onda (2.10) se aplica a diferentes tipos de ondas progresivas y se satisface por cualquier función de onda que tenga la forma $y = f(\vec{k} \cdot \vec{r} \pm \omega t)$. Antes de introducir la solución tridimensional se realiza la discusión para el caso de una sola dimensión.

Una onda armónica plana y monocromática resulta ser una propuesta adecuada para la solución de dicha ecuación, pues describe los cambios en las propiedades acústicas conforme la variación temporal y en términos de una sola coordenada cartesiana. Si la onda se propaga en la dirección positiva del eje x con velocidad c y frecuencia angular constante ω , la presión acústica de la ecuación (2.10) es expresada como

$$p = A\cos\left(k(x - ct)\right) = A\cos\left(kx - \omega t\right),\tag{2.11}$$

donde A es llamada *amplitud* de la onda. Denotando con \vec{n} al vector unitario en dirección de la propagación, entonces el vector

$$\vec{k} = \left(\frac{\omega}{c}\right)\vec{n} = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)\vec{n} \tag{2.12}$$

es conocido como vector de onda y su magnitud k es el número de onda.

Es común utilizar funciones exponenciales en lugar de trigonométricas para representar estas ondas, puesto que es mucho más fácil operar con exponenciales que con senos y cosenos. Según la *fórmula de Euler*, se sabe que

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta, \qquad (2.13)$$

luego la onda plana se puede escribir como la parte real de una función compleja:

$$p = Re(Ae^{i(kx-\omega t)}). \tag{2.14}$$

Esta notación es tan utilizada que normalmente cuando escribimos una onda en forma compleja se sobreentiende que se toma la parte real. Esto se puede hacer porque la ecuación de onda es lineal y, si se trata de una función compleja, la parte real también será solución.

Análogo a la discusión anterior, se introducen las soluciones tridimensionales de la ecuación (2.10) para la propagación del sonido en un fluido como:

$$p = A e^{i(k \cdot \vec{r} \pm \omega t)}$$
(2.15)
donde $\vec{k} = k_x \hat{x} + k_y \hat{y} + k_z \hat{z}, \ \vec{r} = x \hat{x} + y \hat{y} + z \hat{z} \ y \ \vec{k} \cdot \vec{r} = k_x x + k_y y + k_z z.$

La ecuación de onda determina una relación entre el vector de onda y la frecuencia angular ω . Sustituyendo (2.15) en (2.10) se obtiene

$$\omega = c \left| \vec{k} \right|, \tag{2.16}$$

que corresponde a la relación de dispersión antes descrita para el caso de tres dimensiones.

2.1.5. Densidad de energía e intensidad acústica

La energía transportada por una onda acústica que viaja a través de un fluido es de dos tipos: la energía cinética causado por el movimiento de las partículas y la energía potencial debido a la compresión del fluido [30, 86, 15]. Por definición, la densidad de energía cinética u_k es

$$u_k = \frac{1}{2}\rho_0 u^2 \tag{2.17}$$

y la densidad de energía potencial u_p es

$$u_p = \frac{1}{2} \frac{p^2}{\rho_0 c^2} \tag{2.18}$$

La densidad de energía acústica u_a es la energía total por unidad de volumen y se expresa como la suma de ambas:

$$u_a = u_k + u_p = \frac{1}{2}\rho_0 u^2 + \frac{1}{2}\frac{p^2}{\rho_0 c^2}.$$
(2.19)

Dado que la presión y la velocidad de la partícula son funciones de la posición y el tiempo, la densidad de energía acústica no se mantiene constante en el tiempo, se propaga a una velocidad c acompañando a la perturbación.

La intensidad de energía instantánea i(t) está definida como la cantidad de energía transmitida por unidad de superficie normal a la dirección de propagación por unidad de tiempo, es decir, la energía transmitida es el trabajo que realiza el campo acústico sobre las partículas para moverlas. La fuerza pA se aplica para mover las partículas una distancia $\Delta x = u\Delta t$ en el tiempo Δt , por lo cual realiza un trabajo $pAu\Delta t$. Dividiendo por $A\Delta t$ se obtiene la expresión: i(t) = p(t)u(t).

La *intensidad acústica media* I es el valor medio de i(t) en un intervalo de tiempo T, se define como [30, 71]:

$$I = \langle i(t) \rangle_T = \langle p\vec{u} \rangle_T = \frac{1}{T} \int_0^T pu \cdot dt$$
(2.20)

donde T es el periodo de la oscilación.

Para una onda plana armónica que viaja en la dirección $\pm x$, $p = \pm \rho_0 c u$, por lo que

$$I = \frac{\pm p^2}{2\rho_0 c} \tag{2.21}$$

2.1.6. Fenómenos Acústicos

Una onda acústica que se transmite en un medio, se ve afectada por diversos fenómenos. En la siguiente sección se hace una descripción general de aquellos que representen un papel importante para el propósito de este trabajo de tesis.

Resonancia

El fenómeno ocurre cuando un sistema vibra de manera preferencial en una frecuencia en particular. Esta frecuencia se conoce como *frecuencia de resonancia* y la amplitud del movimiento resultante debido a la aplicación de cualquier fuerza periódica (por ejemplo una onda sonora propagándose en el medio) en esa frecuencia será mayor si ésta es igual a una de las frecuencias naturales del sistema. [50]

Un objeto acústicamente resonante por lo general tiene más de una frecuencia de resonancia. Vibrará fácilmente en esas frecuencias y con menor intensidad en otras. Las frecuencias exactas en las que un cuerpo es resonante están determinadas por las propiedades físicas del mismo: su tamaño, forma y los materiales que lo componen.

La resonancia acústica más común se conoce como resonancia de onda estacionaria. Se produce cuando una cierta longitud de onda se ajusta dentro de un conjunto de límites conocido como condiciones de frontera, por ejemplo una cuerda atada de ambos extremos. En esta configuración, podemos tener ondas que son curvas, cuadrados, triángulos e incluso figuras aparentemente aleatorias, siempre y cuando se respeten las condiciones de frontera. Sin embargo, de todas las figuras posibles que pueden existir, algunas son más fundamentales que otras, y esto es lo que llamamos modos normales de vibración, nos indica la forma en que se deforma la estructura. Debido a la relación entre frecuencia y longitud de onda, cada uno de estos modos corresponde a una frecuencia de resonancia única. [49]

Por supuesto, las cuerdas no son los únicos elementos con modos normales de vibración. Mucho más interesantes son los modos que encontramos en objetos dimensionalmente superiores, cosas como placas, membranas o tubos. La presencia de más dimensiones implica también mayor libertad de movimiento, por lo tanto para cada frecuencia de resonancia única existen muchos más patrones que pueden dibujarse en los objetos.

Absorción

Cuando una onda sonora se propaga y choca contra un obstáculo, parte de la energía del sonido se refleja y otra parte penetra en la superficie. Parte de la energía de la onda de sonido es absorbida convirtiéndose en energía calorífica en el material, y el resto se transmite a los alrededores. El obstáculo entrará en vibración por efecto de la onda incidente o permitirá la propagación de las ondas sonoras en el interior del material si tiene estructura porosa. Como consecuencia de cualquiera de estos procesos, las ondas tendrán menos energía acústica que las incidentes, diciéndose que parte de la energía ha sido absorbida por la superficie. En consecuencia le intensidad del sonido disminuye progresivamente.

A la relación entre la energía acústica absorbida y la incidente sobre un material por unidad de superficie se le conoce como *coeficiente de absorción*. Sea E_i la energía de la onda incidente y E_r la de la onda reflejada por un obstáculo, la diferencia entre estas dos energías E_a se denomina energía absorbida, y es la suma de la energía disipada E_d y la transmitida E_t por la superficie:

$$E_a = E_i - E_r = E_d + E_t \tag{2.22}$$

El coeficiente de absorción acústica α de un material se define como

$$\alpha = \frac{E_a}{E_i},\tag{2.23}$$

y depende de la naturaleza del mismo, de la frecuencia de la onda sonora y del ángulo con que incide la onda sobre la superficie. Se ha encontrado que las ondas sonoras de alta frecuencia se absorben con mayor facilidad que las de baja frecuencia. La absorción es mayor en materiales porosos y suaves; esto ocurre por la relación entre las longitudes de onda involucradas y los tamaños característicos del medio en cuestión. [5, 17]

Atenuación

Al propagarse el sonido a través del medio, su intensidad disminuye conforme la distancia que recorre. Los efectos que debilitan el sonido son pérdidas termoviscosas y se deben precisamente a la propagación de la onda dentro del medio.

La atenuación en la onda acústica puede expresarse como

$$A = A_0 e^{\alpha x} \quad \text{con} \quad \alpha < 0 \tag{2.24}$$

donde A_0 es la amplitud inicial, A es la amplitud después de que la onda viajó una distancia x desde el punto inicial. La cantidad α es el *coeficiente de atenuación*. [43]

Impedancia Acústica

La medida de oposición a la propagación de las ondas se conoce como impedancia acústica Z y es una función dependiente de la frecuencia del medio. Se caracteriza como la medida de la eficiencia con que la onda se propaga en un material. Matemáticamente es la presión del sonido p dividida por la velocidad volumétrica q del fluido y describe cómo fluye el medio acústico cuando es expuesto a la presión causada por una onda sonora [7, 48]:

$$Z = \frac{p}{q}.$$
(2.25)

La impedancia acústica característica de un medio, como es un sólido, un líquido o un gas, es útil en cálculos que involucran la transmisión de ondas acústicas de un medio a otro y el diseño de transductores ultrasónicos.

Reflexión, refracción y transmisión

Cuando una onda incide en la frontera entre dos medios con diferentes impedancias, parte de la onda se refleja, parte se disipa y parte se transmite. Entre mayor sea la discrepancia de las impedancias, mayor será el porcentaje de energía que será reflejado en las interfaz de los dos medios. La velocidad de propagación de las ondas, cambia al pasar de un medio a otro, pero no cambia su frecuencia angular. Cuando la onda incidente llega a la frontera con cierto ángulo, la onda transmitida modifica su dirección original acercándose o alejándose de la normal. A esa desviación del rayo se le denomina refracción.[43, 33]

Difracción

La difracción, consiste en el cambio de dirección que una onda sonora puede hacer al rodear un obstáculo o propagarse a través de una pequeña abertura. Su magnitud depende de la relación que existe entre la longitud de onda y el tamaño del obstáculo o abertura. Si éstos últimos son grandes en comparación con la longitud de onda, la magnitud de la difracción es pequeña y la onda continúa su propagación en líneas rectas o rayos. Sin embargo, cuando el tamaño de la abertura u obstáculo es semejante al de la longitud de onda, los efectos de la difracción son notables y la onda se desvía como si una fuente secundaria estuviera en la apertura u objeto.

2.2. Acústica No Lineal

Cualquier objeto que se encuentre dentro de un campo acústico estará sujeto a una fuerza constante llamada presión de radiación acústica y ésta tiene su origen en los gradientes del campo de presión causados por el movimiento relativo de los elementos del medio. Esta fuerza es la responsable de la levitación acústica.

El concepto de presión de radiación tiene su origen en la electrodinámica y Lord Rayleigh (1902, 1905) fue el primero en aplicarlo a ondas mecánicas en aire [54, 53]. En la aproximación lineal, la contribución del promedio temporal de la fuerza de radiación sobre un objeto dentro del campo sonoro es cero. Sin embargo, las observaciones muestran una fuerza no nula ejercida por los campos acústicos sobre las partículas. Por tal motivo, estableció relaciones para el valor del promedio temporal de la presión producida por una onda plana infinita y mostró que está presión promedio es proporcional al promedio de la densidad de energía de la onda, la cual tiene términos cuadráticos. Por lo que cualquier teoría que involucre la presión de radiación debe al menos conservar todos los términos de segundo orden con la finalidad de obtener un resultado distinto de cero en la presión. Al hacer uso de lo anterior, los resultados siguen siendo válidos para amplitudes pequeñas.[8, 25]

2.2.1. Exceso Medio de Presión [7]

Para tratar la presión de radiación en una onda plana, se deben conocer los esfuerzos en el medio. La manera de hacerlo es usar ecuaciones que consideren fijos los puntos del espacio, es decir, no se debe seguir el movimiento de una cierta partícula sino observar qué sucede en un punto fijo del medio. Todas las cantidades físicas como la velocidad o la presión son funciones de las coordenadas (x, y, z).

Sea $\langle P - P_0 \rangle_T$ el *exceso promedio en el tiempo* de la presión donde P es la presión instantánea y P_0 la presión barométrica; la presión acústica es $p = P - P_0$. El promedio temporal se obtiene sobre un periodo completo de oscilación T.

La ecuación de momento de Euler para un fluido ideal está dada por

$$\rho\left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right) = -\frac{\partial P}{\partial x_i},\tag{2.26}$$

donde u_i es la i-ésima componente del campo vectorial de la velocidad del elemento \vec{u} , y x_i es la componente *i* del vector de la posición. Como un campo acústico en un fluido sin viscosidad es irrotacional, la velocidad de la partícula se puede expresar como un potencial de velocidad ϕ : $\vec{u} = \nabla \phi$. La ecuación (2.26) se reescribe como

$$\nabla \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left| \nabla \phi \right|^2 \right) = -\frac{\nabla P}{\rho}$$
(2.27)

Según la primer ley de la termodinámica $dh = Tds + dP/\rho$, donde T es la temperatura, s la entropía por unidad de masa y h la entalpía por unidad de masa del fluido. Asumiendo que se trata de un proceso adiabático, se tiene que $\nabla h = \nabla P/\rho$, por lo que la ecuación (2.27) se convierte, una vez integrada espacialmente, en

$$h = -\frac{\partial\phi}{\partial t} - \frac{1}{2} \left|\nabla\phi\right|^2 + C', \qquad (2.28)$$

donde C' es una constante espacial, pero puede tener dependencia temporal. Al hacer una expansión en series de Taylor de la presión P como función de h alrededor de h = 0 se obtiene

$$P = P_0 + \left(\frac{\partial P}{\partial h}\right)_{s,0} h + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 P}{\partial h^2}\right)_{s,0} h^2 + \dots$$
(2.29)

donde el subíndice s, 0 denota entropía constante y condiciones de equilibrio. Como $(\partial h/\partial P)_s = 1/\rho$ y usando la relación fundamental $(\partial P/\partial \rho)_s = c^2$ se tiene que $(dP/dh)_s = \rho = \rho_0$ y $(\partial^2 P/\partial h^2)_s = (\partial \rho/\partial h)_s = (\partial \rho/\partial P)_s (\partial P/\partial h)_s = \rho/c^2$. Cuando se toma el valor en equilibrio de estas cantidades, la ecuación (2.29) se convierte en

$$P = P_0 + \rho_0 \left(-\frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{1}{2} |\nabla \phi|^2 + C' \right) + \frac{1}{2} \frac{\rho_0}{c_0^2} \left(-\frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{1}{2} |\nabla \phi|^2 + C' \right)^2 + \dots$$
(2.30)

Para el caso de la acústica lineal, C' = 0 [2] y la ecuación 2.28 se reduce a $h = p/\rho_0 = -\partial \phi/\partial t$ Promediando en el tiempo la ecuación (2.30) a segundo orden se tiene que

$$\langle P - P_0 \rangle_T = -\frac{1}{2} \rho_0 \left\langle \left| \nabla \phi \right|^2 \right\rangle_T + \frac{1}{2} \frac{\rho_0}{c_0^2} \left\langle \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)^2 \right\rangle_T + C$$
(2.31)

donde $C = \rho_0 \langle C' \rangle_T$ es una constante en el espacio y en el tiempo. Como se sabe que es suficiente conservar únicamente el término a segundo orden, los términos cuadráticos del lado derecho de la ecuación (2.31), pueden ser reemplazados por relaciones lineales. Sustituyendo entonces $\vec{u} = \nabla \phi$ y $\partial \phi / \partial t = -p/\rho_0$ en la ecuación (2.31), se obtiene la expresión para el exceso medio de presión acústica euleriano [7]:

$$\langle P - P_0 \rangle_T = \left\langle P^E - P_0 \right\rangle_T = \frac{1}{2\rho_0 c_0^2} \left\langle p^2 \right\rangle_T - \frac{1}{2}\rho_0 \left\langle \vec{u} \cdot \vec{u} \right\rangle_T + C \tag{2.32}$$

donde el término se realizó la sustitución $P = P^E$, solo para enfatizar que se trata de tratamiento euleriano.

La ecuación (2.34) coincide con la diferencia entre los promedios temporales de las energías potencial $\langle u_p \rangle_T$ y cinética $\langle u_k \rangle_T$ de una onda

$$\langle u_p \rangle_T - \langle u_k \rangle_T = \frac{1}{2\rho_0 c_0^2} \left\langle p^2 \right\rangle_T - \frac{1}{2}\rho_0 \left\langle \vec{u} \cdot \vec{u} \right\rangle_T + C \tag{2.33}$$

Si por el contrario, se desea describir lo que experimenta una misma partícula del fluido durante la vibración acústica se utilizan las coordenadas lagrangianas. El exceso medio de presión acústica lagrangiano puede derivarse a partir del euleriano [34], donde se concluye que

$$\left\langle P^L - P_0 \right\rangle_T = \left\langle u_p \right\rangle_T + \left\langle u_k \right\rangle_T + C.$$
 (2.34)

Capítulo 3

Levitación acústica ultrasónica

En este capítulo se explican con mayor detalle los tipos de levitación acústica ultrasónica más conocidos: la levitación de campo cercano y la producida por medio de ondas estacionarias. También se explica cómo actúa la fuerza sobre el objeto para lograr el fenómeno de levitación ultrasónica. Por último, se comenta sobre el proceso de generación de ultrasonido utilizado en este trabajo de tesis, esto es, por medio de transductores y piezoeléctricos.

3.1. De campo cercano

La levitación de campo cercano ocurre cuando un objeto de superficie plana es levitado a una distancia h directamente por encima de la fuente radiadora de sonido. El exceso medio de presión en el espacio entre ambas, es mucho mayor que la presión de los alrededores debido a los efectos de segundo orden en la película de aire comprendida entre las placas.

Existen dos propiedades que definen a este tipo de levitación. La primera de ellas es que no se necesita una placa reflectora, pues el objeto levitado actúa como obstáculo para la propagación del frente de onda. La segunda, es que el espacio entre la fuente de radiación y el objeto levitado debe ser mucho más pequeño que la longitud de onda del sonido, de esta forma la película de aire entre el radiador y el objeto levitado se comprime y expande. [73]

Sabu y Whymark, fueron los primeros en reportar el fenómeno. Sabu, en 1964 [59], usando actuadores magnéticos, fue el primero en reportar un sistema de levitación para objetos con superficie plana. En 1975, Whymark [78] hizo levitar un disco plano de latón muy cerca de un pistón vibrando a una frecuencia de 20 kHz.

Para describir el efecto, se presenta el análisis en base a los trabajos de Chu y Apfel [16] y de Wiesendanger [79]. Consideramos el caso en donde un objeto con superficie perfectamente plana es levitado por una onda acústica plana radiada de forma normal desde una superficie que vibra como se muestra en la Figura 3.1. Se omiten las fugas en los bordes y por tanto, se considera el volumen de aire entre las placas como constante. Se asume que la superficie radiadora de ultrasonido vibra armónicamente como $a = a_0 \cos(\omega t)$. La distancia de levitación oscila armónicamente alrededor de una posición de equilibrio y está dada como $h = h_0 + a_0 \sin(\omega t)$, donde h_0 es la posición de equilibrio, ω es la frecuencia angular de la oscilación y a_0 es la amplitud del desplazamiento de la vibración. De acuerdo a Chu y Apfel [16], la presión de radiación se expresa como:



Figura 3.1: Esquema de un sistema de levitación de campo cercano.

$$p = \langle P - P_0 \rangle_T = \frac{1+\gamma}{2} \left(1 + \frac{\operatorname{sen}\left(2kh\right)}{2kh} \right) \langle u_a \rangle_T, \qquad (3.1)$$

donde γ es el coeficiente adiabático, k es el número de onda y la densidad de energía u_a es la obtenida en la sección anterior, ecuación (2.19).

Si la distancia h es lo suficientemente pequeña para satisfacer $kh \ll 1$, entonces sen $(kh) \approx kh$ y la presión de radiación se reescribe como:

$$p = \frac{1+\gamma}{4}\rho c^2 \frac{a_0^2}{h^2}$$
(3.2)

Se observa que la presión de radiación en la levitación de campo cercano es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia de levitación y proporcional al cuadrado de la amplitud de vibración.

Es importante remarcar que para el desarrollo de este modelo se hicieron las siguientes suposiciones [79]: 1) el comportamiento del fluido está gobernado por un flujo viscoso y laminar, 2) el fluido es un gas perfectamente compresible, 3) el efecto de inercia en el flujo es despreciable, 4) el desplazamiento lateral relativo es igual a cero, 5) el fluido es isotérmico (n=1), pues la película de aire es muy delgada y tiene poca capacidad calorífica. [6]

Algunas de las aplicaciones de la levitación acústica de campo cercano incluyen desarrollar cojinetes lineales y rotacionales sin contacto, así como el desarrollo de sistemas de transporte sin contacto entre las superficies. [86]



Figura 3.2: Distribución de presión y fuerza en un campo de ondas estacionarias.

3.2. Con ondas estacionarias

La técnica de levitación acústica ultrasónica con ondas estacionarias es el resultado de la formación de un campo acústico de ondas estacionarias debido a las múltiples reflexiones entre la fuente radiadora y el reflector. Las partículas pueden ser atraídas hacia los nodos de presión en las ondas estacionarias debido a una acción de resorte a través de la cual pueden ser suspendidas en el aire. El peso de los objetos que se pueden levitar se ve reducido comparado con el método de campo cercano. Un arreglo típico se muestra en la Figura 3.2.

Esta técnica puede dividirse en dos configuraciones: resonante y no resonante. El sonido es emitido desde la fuente a una cierta frecuencia, y un reflector se coloca a una distancia H lejos de ella. En esta configuración, es posible obtener campos acústicos de alta intensidad y, por tanto, una fuerza mecánica intensa, lo que permite la levitación de materiales de mucha densidad, como mercurio, iridio o tungsteno [10].

Si la distancia H satisface la ecuación

$$H = n\frac{\lambda}{2} \tag{3.3}$$

con n un entero que marca el índice de la onda estacionaria, entonces existennnodos en la onda.

Si la distancia está dispuesta de modo que la onda estacionaria es de la forma $p(z,t) = A \cos(kz) \sin(\omega t)$, se asume que la presión de radiación varía únicamente en el eje z. La distribución de la velocidad de las partículas entre la fuente y la placa reflectora es $u_z(z,t) = -\frac{A}{\rho c} \operatorname{sen}(kz) \cos(\omega t)$. Suponiendo que existe una partícula infinitesimal que interfiere con el campo de presión, la fuerza de radiación acústica se obtiene con

$$\langle F_z \rangle = B \operatorname{sen}\left(2kz\right),\tag{3.4}$$

donde el carácter de resorte mencionado anteriormente se encuentra implícito en el término sen (2kz) de la ecuación (3.4) y *B* es una constante proveniente de la obtención del promedio temporal.

Para el caso de una esfera rígida de radio R dentro del campo acústico en las proximidades de un nodo de presión, la fuerza acústica es [34]

$$F_z = -\frac{5\pi}{6} \frac{A^2 k R^3}{\rho_0 c_0^2} \operatorname{sen} (2kz)$$
(3.5)

de donde se concluye que la fuerza, al actuar sobre la esfera, la desplaza hacia el nodo de presión, pues para z positiva la fuerza es negativa y viceversa. La amplitud de la fuerza es máxima en el eje de simetría y decrece cuando el objeto se aleja de él. Cuando la muestra se encuentra en el plano nodal de presión, la fuerza acústica es cero y la muestra se mantiene en equilibrio en esa posición. Para pequeños desplazamientos, la fuerza acústica alrededor de este punto se comporta como un resorte que mantiene a la muestra en el plano nodal. En una configuración axialmente simétrica, el campo de presión conduce a un flujo radial cuya velocidad disminuye como función de la distancia al eje de simetría. [28]

3.3. Generación de ultrasonido

El desarrollo de aplicaciones del ultrasonido ha progresado considerablemente en la última década y las cerámicas piezoeléctricas han tenido un uso común como fuente de tales ondas [1]. La condición esencial para realizar cualquier tipo de aplicación del ultrasonido, como la levitación ultrasónica, es la generación y transmisión de vibraciones mecánicas de cierta intensidad y frecuencia. Los dispositivos que convierten una señal de un tipo particular de energía (eléctrica o mecánica) en energía acústica se llaman transductores ultrasónicos.

Los distintos tipos de transductores se clasifican según los principios físicos que gobiernan la radiación de ultrasonido: electrostáticos, electrodinámicos, magnéticos piezoeléctricos y neumáticos. Los de mayor interés por sus aplicaciones son los eléctricos y los piezoeléctricos: [42]

* Transductores eléctricos. Usan una lámina de metal delgada o una lámina de plástico metalizado de un solo lado como diafragma para convertir la energía eléctrica en acústica y viceversa; los parámetros del material, el tamaño geométrico, el esfuerzo mecánico y el voltaje aplicado al diafragma determinan la frecuencia de resonancia y la sensibilidad de los transductores electrostáticos. Las ventajas de estos dispositivos son sus altos coeficientes de transferencia tanto en el modo transmisor como en el receptor en combinación con un amplio ancho de banda. Entre sus desventajas está la necesidad de un voltaje externo, la sensibilidad al polvo y la humedad, así como su baja firmeza mecánica. Aunado a esto, la fabricación de este instrumento es costosa, por lo que no es usado frecuentemente en aplicaciones acústicas.



Figura 3.3: Representación del efecto piezoeléctrico. La deformación del material origina una diferencia de potencial.

* Transductores piezoeléctricos. En el presente son los transductores más utilizados para mediciones ultrasónicas. Se clasifican conforme los materiales que usan. Las típicas ventajas que ofrecen son su diseño compacto y firme, igualmente su alta eficiencia y un alto rango de operación para la temperatura. Con una baja impedancia, proporcionan amplitudes de vibración elevadas. El material piezoeléctrico comúnmente usado es el titanato zirconato de plomo (PZT) y la fabricación del aparato es económica.

3.3.1. Efecto Piezoeléctrico

La piezoelectricidad es un fenómeno descubierto por los hermanos Curie en 1880 y se comenzó a usar en transductores hasta la Primera Guerra Mundial cuando Paul Langevin intentó aplicar cristal de cuarzo para localizar submarinos alemanes con ultrasonido. Se trata del fenómeno que experimentan algunos cristales al cargarse positiva o negativamente cuando son sometidos a una tensión mecánica en cierta dirección. Como consecuencia del reordenamiento de las cargas, se genera una diferencia de potencial en la superficie del material. El grado de polarización es proporcional a la presión aplicada. El efecto inverso ocurre cuando al colocarlos en un campo eléctrico experimentan cambios en su forma y tamaño. El campo eléctrico deforma el cuerpo piezoeléctrico en diferentes direcciones a diferentes intensidades. [21]

En la Figura 3.3 se ilustra cómo se aplica al cristal una presión y se obtiene una diferencia de potencial en microvolts. Esto es posible gracias a que los materiales de tipo piezoeléctrico no son isotrópicos y además el efecto se puede obtener y ser reversible si por uno de los ejes polares aplicamos una corriente (por ejemplo, en el eje X) obteniendo así una deformación de tipo mecánica y viceversa (en el eje Y). Si aplicamos una carga eléctrica alterna de alta frecuencia al cristal, éste oscilara a una determinada frecuencia, es decir, vibrará de acuerdo a las variaciones alternas. Las caras del cristal se moverán una respecto a la otra. Ahora bien, si una de las caras ejerce presión sobre la superficie de un medio, se producirán ondas ultrasónicas que penetran en el medio propagándose. Cada vez que el transductor se expande emite una onda de sonido o una onda de presión.

Las propiedades en los materiales piezoeléctricos varían dependiendo de la dirección en la que se miden. Son usados para generación de ultrasonido porque normalmente se requieren potencias altas para este propósito, además que sean resistentes a altas temperaturas y tensiones. Éstos operan en un rango de 20 a 60 kHz y son fabricados en diversas formas geométricas. Pueden generar de 60 a 100 W continuamente o por encima de 1kW en periodos cortos de tiempo.

En la actualidad, es muy común utilizar cerámicas piezoeléctricas como sustituto de los cristales, pues éstas son más eficientes ya que el efecto piezoeléctrico es más fuerte en ellas, son mecánicamente fuertes, duras, inertes químicamente y son inmunes a la humedad; además son baratas. Pertenecen a los materiales ferroeléctricos, es decir, se puede revertir la polaridad. El titanato de bario, el zirconato de plomo, y el titanato de plomo, son materiales cerámicos que exhiben piezoelectricidad, y se utilizan en transductores ultrasónicos. La elección sobre qué material utilizar depende de las aplicaciones para las que está destinado el transductor. La eficiencia para la emisión y la sensibilidad son características fundamentales que se deben considerar en transductores ultrasónicos. Las cerámicas ferroeléctricas presentan una elevada constante dieléctrica, lo que implica una baja impedancia eléctrica, lo cual es útil para transductores ultrasónicos. [21]

3.3.2. Características de transductores piezoeléctricos

El transductor es una parte muy importante del sistema ultrasónico. Según lo discutido anteriormente, el transductor incorpora un elemento piezoeléctrico, que convierte señales eléctricas en vibraciones mecánicas y vibraciones mecánicas en señales eléctricas. Muchos factores, incluyendo el material, construcción mecánica y eléctrica, y las condiciones de carga mecánica y eléctrica externas, influencian el comportamiento de un transductor. La construcción mecánica incluye parámetros tales como el área superficial de la radiación, humedad, contenedor, el tipo del conector y otras variables de la construcción física.

Los transductores ultrasónicos tienen que satisfacer ciertos requisitos que resultan de condiciones de acoplamiento particulares de la superficie del transductor vibrante con respecto al medio en el cual se propaga el sonido. En un transductor electroacústico solamente una fracción de la potencia eléctrica transmitida W se convierte en potencia mecánica W_0 . Además, solo una fracción de W_0 es radiada como ultrasonido en el aire. Luego la energía restante es reflejada dentro del transductor y finalmente es disipada. El factor de eficiencia electroacústica describe la relación entre la energía eléctrica entrante y la energía acústica radiada. Algunos métodos para la determinación de la eficiencia de un transductor ya han sido sugeridos en [40, 42].

Este tipo de transductores, hacen uso de la longitud o el espesor de la cerámica. Se puede conseguir una alta sensibilidad del transductor si la impedancia acústica se disminuye y las amplitudes de vibración de la superficie del transductor se hacen grandes. El grueso del elemento activo es determinado por la frecuencia deseada del transductor; esto también depende de la geometría ya que se pueden encontrar transductores cilíndricos, en barra, en disco, etc. Normalmente los materiales piezoeléctricos se cortan a un grueso que sea 1/2 la longitud de onda irradiada deseada. Cuanto más alta la frecuencia del transductor, más delgado es el elemento activo. Sin embargo, la frecuencia de resonancia puede variar con la temperatura.

El transductor piezoeléctrico más simple constituye un solo elemento operando en uno de los posibles modos de vibración de acuerdo al eje de polarización. Las cerámicas que se usan como transductores requieren electrodos chapados en el elemento, y consisten en una delgada película de metal, como oro, plata, cromo o níquel. Los cables están conectados a los electrodos. Por lo regular, se usan cerámicas en forma cuadrada o circular, aunque también hay disponibles en otras formas para aplicaciones específicas.

Existe una configuración especial de los transductores piezocerámicos, conocida como la configuración de sándwich, que a grandes rasgos consiste en dos anillos o discos de cerámica atornillados entre piezas metálicas idénticas. Debido a la alta resistencia a la tracción de los metales se pueden conseguir grandes amplitudes de vibración. Esta amplificación mecánica, sin embargo, se asocia con una reducción adicional del estrecho ancho de banda resultante de la gran masa vibrante. Tales transductores pueden usarse para la generación de ultrasonidos de alta potencia.

En general, la mayoría de transductores puede clasificarse en dos grupos principales: los de banda estrecha y banda ancha. Los de banda ancha son frecuentemente utilizados para aplicaciones de alta intensidad con frecuencias predominantes de 20 a 100kHz, como la levitación acústica ultrasónica; mientras que los de banda ancha se utilizan en la medición, detección y control de ensayos no destructivos e imágenes, utiliza frecuencias de 0.5 a 50 MHz. El transductor piezoeléctrico de banda ancha característico para aplicaciones de alta potencia es el transductor tipo sándwich o también conocido como transductor de Langevin. En la siguiente sección se hace una descripción más detallada de éste.



Figura 3.4: Estructura típica de un transductor ultrasónico tipo Langevin escalonado.

3.3.3. Transductores tipo Langevin

El transductor de sándwich o de Langevin, es una estructura que, en forma simple, consiste en un disco o discos emparejados de cerámica piezoeléctrica intercalada entre dos bloques metálicos. Las cerámicas piezoeléctricas están polarizadas en direcciones opuestas y separadas por un electrodo conectado a un cable de alto voltaje. El electrodo está localizado en un nodo. El acoplamiento entre los elementos piezoeléctricos y las secciones extremas metálicas, así como el aumento en la resistencia a la tracción se consiguen pretensando mecánicamente el conjunto en la dirección axial por medio de un tornillo central. El transductor descrito resonará a una frecuencia por debajo de la correspondiente a la de la cerámica piezoeléctrica. Esta frecuencia de resonancia dependerá de las dimensiones y características de las secciones de metal y de las cerámicas. Generalmente se usan secciones metálicas de diferente densidad para incrementar la amplitud de vibración en la placa radiadora.

En años recientes se ha desarrollado un nuevo tipo de transductor escalonado que consiste esencialmente en una placa circular extensa de forma escalonada accionada en su centro por un vibrador activado piezoeléctricamente. El propio vibrador consiste en un elemento piezoeléctrico de transducción en una configuración en sándwich y un cuerno sólido, que actúa como un amplificador de vibración. La superficie extensa de la placa aumenta la resistencia a la radiación y ofrece al sistema vibratorio una buena adaptación de impedancia con el medio. Los elementos del transductor se calculan para ser resonantes a la frecuencia de trabajo. En la Figura 3.4 se muestra un transductor de este tipo [21]. En 1942 Mason, sugirió tal configuración, por lo que es conocido como transductor de Mason.

El transductor de Langevin, a menudo está diseñado para tener una longitud igual a la mitad de la longitud de onda del primer modo de vibración longitudinal del transductor con el propósito de que al combinarlo con otros amplificadores o herramientas se forme un dispositivo ultrasónico que no ocasione grandes cambios en la frecuencia de resonancia.

La configuración del transuctor de Mason con media longitud de onda fue usada en el levitador acústico utilizado durante este trabajo de tesis, en el cual la sección radiadora tiene un cuarto de longitud de onda de largo con el objetivo de obtener amplitudes amplificadas y en consecuencia, vibraciones de alta intensidad y frecuencia. La frecuencia de resonancia del transductor fue de 28 kHz.

Capítulo 4

Teoría acústica de la rotación de partículas

Los excesos de presión, la fuerza de radiación, la torca y las velocidades presentes en campos sonoros intensos están asociados con efectos no lineales de segundo orden. Si un sistema de levitación es ideal, es decir, en el que las placas radiadora y reflectora son simétricas respecto al eje de levitación, no debe existir una torca que haga rotar al objeto [41]. Sin embargo, en los levitadores reales a bajas intensidades del campo, siempre existen asimetrías que permiten la presencia de pequeñas torcas que hacen rotar los objetos. Cuando se utilizan campos de sonido más intensos se generan flujos turbulentos en el fluido que pueden provocar rotación de las muestras inmersas [4].

En este capítulo se describen los conceptos relacionados a la rotación de partículas dentro del levitador acústico, la transferencia de momento angular, la torca acústica y su influencia en objetos con diferentes geometrías y propiedades de absorción.

4.1. Fuerza de radiación acústica

Como se mencionó brevemente en la introducción de este trabajo, primero King [29] y tiempo después Yosioka y Kawasima [84] derivaron expresiones analíticas para la fuerza de radiación que actúa sobre una esfera incompresible y compresible respectivamente, que obstaculiza el paso de una onda acústica plana. Posteriormente, estos resultados fueron extendidos por Gor'kov [23] en 1962, quien halló la expresión de la fuerza en el caso de una esfera dentro de un fluido no viscoso en términos de la energía potencial y cinética del campo incidente. En los años siguientes, se estudió también la fuerza acústica dentro de cavidades [36], así como con variaciones en las temperaturas tanto de la muestra como del medio [35, 55]. En 1985 Barmatz et al. [3] partieron del enunciado de Gor'kov para calcular el potencial de radiación acústica sobre una esfera en campos de onda estacionaria, y consideraron campos con geometría cilíndrica, esférica y plana.

Sin embargo, la mayoría de los cálculos se limitaban a tratar el problema de objetos con simetrías sencillas como esferas u objetos cilíndricos [61]. En años más recientes Bruus [12, 63], presentó una derivación completa de la fuerza basada en las ideas de Gor'kov creando una nueva teoría sobre muestras sumergidas en fluidos reales.

En la sección 2.2 se mostró que la fuerza de radiación acústica es un efecto del exceso promedio en el tiempo. La onda incidente es dispersada por los objetos suspendidos. La

onda dispersada radía desde la superficie del objeto y perturba a la onda incidente. La perturbación causada por la presencia del objeto es el origen de la fuerza de radiación. En otras palabras, la fuerza de radiación se debe al transporte de momento mediante la onda dispersada. La fuerza de radiación es función de todos los parámetros que afectan a la onda dispersada, como la forma de los objetos, las propiedades del material, el tamaño, su posición, orientación y la estructura interna de cada uno. Hay varios análisis teóricos que confirman la dependencia de los parámetros mencionados [23, 24, 29, 84].

La teoría sobre la fuerza de radiación proviene de una expansión de las perturbaciones del campo acústico en el fluido. En la teoría de perturbaciones, las variables importantes en un problema ultrasónico como este, la presión p, la densidad ρ y la velocidad \vec{u} se consideran como pequeñas perturbaciones a primer y segundo orden (subíndice 1 y 2, respectivamente) del estado inicial p_0 y ρ_0 [11]:

$$p = p_0 + p_1 + p_2 + \dots$$

$$\rho = \rho_0 + \rho_1 + \rho_2 + \dots$$

$$\vec{u} = \vec{0} + \vec{u}_1 + \dots$$
(4.1)

donde $p_1 = c^2 \rho_1$ y c es la velocidad local del sonido. En la sección 2.1.3, donde se discutieron algunos conceptos básicos de la acústica lineal, se presentaron las ecuaciones de continuidad a primer orden, ecuaciones (2.4) y (2.5). A partir de ello, las variables del campo acústico se asumen como soluciones armónicas de la ecuación de onda dependientes del tiempo, esto es, la fase compleja se expresa como $e^{-i\omega t}$, donde $\omega = 2\pi f$ es la frecuencia angular y f es la frecuencia:

$$p_{1} = p_{1}(\vec{r})e^{-i\omega t}, \rho_{1} = \rho_{1}(\vec{r})e^{-i\omega t}, \vec{u}_{1} = \vec{u}_{1}(\vec{r})e^{-i\omega t}$$
(4.2)

Cuando se trata de un fluido sin viscosidad ($\eta = 0$), la velocidad \vec{u} puede ser expresada como el gradiente de un potencial ϕ_1 :

$$\vec{u}_1 = \nabla \phi_1 = \nabla \phi_i + \nabla \phi_d, \tag{4.3}$$

donde el subíndice i hace referencia al potencial inicial y d al dispersado.

En [12], se presenta una ecuación para calcular la fuerza de radiación acústica \vec{F}_{rad} sobre un objeto mediante la integral de superficie del promedio temporal de la presión a segundo orden p_2 y el tensor de flujo del momento $\rho_0 \langle \vec{u_1} \vec{u_1} \rangle_T$ sobre la superficie del objeto S_0 :

$$\vec{F}_{rad} = -\int_{S_0} dS \left\{ \langle p_2 \rangle_T \, \vec{n} + \rho_0 \, \langle (\vec{n} \cdot \vec{u}_1) \, \vec{u}_1 \rangle_T \right\} = -\int_{S_0} dS \left\{ \left[\frac{1}{2} \kappa_0 \, \langle p_1^2 \rangle_T - \frac{1}{2} \rho_0 \, \langle \vec{u}_1^2 \rangle_T \right] \vec{n} + \rho_0 \, \langle (\vec{n} \cdot \vec{u}_1) \, \vec{u}_1 \rangle_T \right\},$$
(4.4)

donde $p_2 = \frac{1}{2} \kappa_0 \langle p_1^2 \rangle_T - \frac{1}{2} \rho_0 \langle \vec{u}_1^2 \rangle_T$, se introdujo la compresibilidad del fluido $\kappa_0 = 1/(\rho_0 c_0^2)$ y dS es el elemento de superficie.

La ecuación (4.4) es adecuada para calcular la fuerza responsable de la levitación acústica sobre objetos de forma arbitraria. En general, el cálculo analítico del campo dispersado suele ser muy complicado de obtener.

Con base en la teoría de Gor'kov y haciendo uso del desarrollo multipolar en la región de campo lejano, Bruus [12] desarrolló una expresión para la fuerza de radiación resultante, en términos del gradiente de un potencial acústico U_{rad} . Dicha ecuación permite ayudar a diferenciar los parámetros que influyen en la fuerza de radiación. Esta teoría es válida para una partícula esférica dentro de un fluido sin viscosidad y se debe cumplir la condición $r_p << \lambda$, donde r_p es el radio de la partícula y λ la longitud de onda:

$$\vec{F}_{rad} = -\nabla U_{rad},\tag{4.5a}$$

tal que

$$U_{rad} = \frac{4}{3}\pi r^3 \left[f_1 \frac{1}{2} \kappa_0 \left\langle p_1^2 \right\rangle_T - f_2 \frac{3}{4} \rho_0 \left\langle u_1^2 \right\rangle_T \right], \tag{4.5b}$$

donde

$$f_1(\tilde{\kappa}) = 1 - \tilde{\kappa} \quad \text{con} \quad \tilde{\kappa} = \frac{\kappa_p}{\kappa_0},$$
(4.5c)

$$f_2(\tilde{\rho}) = \frac{2(\tilde{\rho} - 1)}{2\tilde{\rho} + 1} \quad \text{con} \quad \tilde{\rho} = \frac{\rho_p}{\rho_0}.$$
(4.5d)

La fuerza de radiación acústica es el resultado de la suma del término monopolar f_1 para una partícula estacionaria y compresible, que depende únicamente de la compresibilidad relativa $\tilde{\kappa}$, y del término dipolar f_2 para una partícula incompresible y en movimiento que depende sólo de la densidad relativa $\tilde{\rho}$. Los parámetros κ_p y ρ_p , denotan la compresibilidad y la densidad de la partícula, respectivamente.

Un ejemplo de la distribución del potencial acústico U_{rad} es la calculada por Xie y Wei en [81] y se muestra en la Figura 4.1. Esta configuración corresponde al estado de resonancia con cuatro mínimos en el potencial que ocurren a cuatro alturas, mismos que denotan una posición esperada de la muestra levitada, la separación vertical entre ellos es de aproximadamente media longitud de onda. En este ejemplo, se aprecia como los dos mínimos cercanos a las superficies reflectora y emisora son de forma anillada alrededor del eje de simetría, mientras que los otros dos son puntos sobre el eje. Los mínimos de potencial de tipo anillado provocan el fenómeno de desviación de la muestra fuera del eje central.

En un campo ultrasónico como este, además de la fuerza de radiación acústica o fuerza primaria, existen algunas otras fuerzas secundarias presentes. Una de ellas es conocida como fuerza de Bjerknes, la cual actúa entre dos partículas compresibles con propiedades materiales similares y provoca la fusión de las partículas en un grupo. Esta fuerza es pequeña a comparación de la fuerza de radiación, pero en los nodos de presión donde la fuerza principal es casi nula, se vuelve más dominante y permite la formación de cúmulos de partículas. Sin embargo, en este trabajo de tesis la fuerza de Bjerknes no se toma en consideración por su poca influencia.

4.1.1. Correcciones por efecto de viscosidad

Hasta ahora, la teoría ha sido desarrollada con base en la suposición de que se trata de un fluido sin viscosidad. Al inicio de la sección 4.1 cuando se trató la teoría de perturbaciones,



Figura 4.1: Líneas de contorno del potencial acústico calculado en [81]. Pequeños objetos pueden ser levitados en los cuatro mínimos del potencial acústico, los cuales están marcados con una cruz.

se descartó el término viscoso $\eta \nabla^2 \vec{u}_1$ relativo a $\rho_0 \partial_t \vec{u}_1$ en la ecuación de Euler (2.5) y normalmente ésta suele ser una buen aproximación.

Sin embargo, para fluidos que presentan pequeña viscosidad, los efectos de la fricción interna son apreciables solamente en una región estrecha que circunda la frontera de la superficie del sólido. La condición de no deslizamiento, (en inglés "no-slip condition" para fluidos viscosos), establece que en la frontera del sólido, el fluido tendrá una velocidad normal y velocidad tangencial igual a cero relativa a la frontera del sólido. La velocidad del fluido en cualquier frontera líquido-sólido es la misma que la de la superficie del sólido. Conceptualmente, podemos pensar que las moléculas del fluido más cercanas a la superficie del sólido se "pegan" a las moléculas del sólido sobre las cuales fluye.

En un fluido contiguo a una frontera sólida, la viscosidad aparece a través de la formación de la capa límite incompresible viscosa de anchura δ . Settnes y Bruus [62, 64] obtuvieron una expresión analítica de la fuerza de radiación para partículas de cualquier tamaño, siempre que se cumpla δ , $r_p \ll \lambda$:

$$\delta = \sqrt{\frac{2\nu}{f}} \tag{4.6}$$

donde $\nu = \eta/\rho_0$ es la viscosidad cinemática del fluido y f es la frecuencia angular del campo estacionario entrante.

Como resultado de este análisis, se concluye que el coeficiente monopolar f_1 no tiene cambios, es decir, la masa dispersada y la compresibilidad no son afectadas por la viscosidad, pues no afecta la presión en el medio. Por otro lado, la viscosidad sí influye en la velocidad del flujo, provocando que el término f_2 se convierta en complejo:

$$f_2(\tilde{\rho}, \tilde{\delta}) = \frac{2[1 - \gamma(\delta)](\tilde{\rho} - 1)}{2\tilde{\rho} + 1 - 3\gamma(\tilde{\delta})}$$
(4.7a)

con

$$\gamma(\tilde{\delta}) = -\frac{3}{2}[1 + i(1 + \tilde{\delta})]\tilde{\delta} \quad \text{con} \quad \tilde{\delta} = \frac{\delta}{a}$$
(4.7b)

La corrección hecha consiste en sustituir f_2 por $\operatorname{Re}[f_2(\tilde{\rho}, \tilde{\delta})]$ en las ecuaciones (4.5). En el caso no viscoso, $\tilde{\delta} = 0$ y $f_2(\tilde{\rho}, \tilde{\delta} = 0) = f_2(\tilde{\rho})$, como ya se había calculado. Para partículas con frontera neutral, es decir, en las que la densidad de la partícula y la densidad del medio sean iguales, $\tilde{\rho} = 1$ y se tiene que f_2 es idénticamente cero. Dado que la función decrece conforme el radio de la partícula, el valor de $f_2(\tilde{\rho}, \tilde{\delta})$ se satura asintóticamente, y $f_2(\tilde{\rho}, \delta) >> 1 = (2/3)(\tilde{\rho} - 1)$. En levitación acústica por ondas estacionarias, los efectos de viscosidad pueden ser despreciados mientras no se usen distancias del orden de δ .

Las contribuciones de las correcciones viscosas, dependen de la viscosidad en el medio, el material de la partícula levitada y su diámetro, y pueden ser rechazadas para el caso de partículas cuyas dimensiones características exceden las dimensiones características de la capa límite viscosa $(r_p >> \delta)$ [27]. Los cambios que experimenta la fuerza acústica a causa de la viscosidad, difieren fuertemente de un medio a otro debido a los factores antes mencionados, por ejemplo en [12] se encontró que la diferencia en la fuerza es del 1 % para una partícula de poliestireno con diámetro 5µm y de hasta 25 % para partículas de vidrio pyrex con diámetro de 0.5µm.

4.1.2. Efectos del tamaño del obstáculo

Los trabajos analíticos antes descritos, conducen a algunas fórmulas simples para calcular la fuerza de radiación acústica sobre objetos simétricos respecto a los ejes y de material isotrópico. En las aplicaciones de la manipulación de partículas con ultrasonido, el tamaño de las partículas puede no ser pequeño comparado con la longitud de onda λ . Por consiguiente, la suposición del tamaño mencionada en el análisis teórico de la sección anterior es fácilmente quebrantada en la práctica. Entonces, la geometría de los objetos podría llegar a ser significativa para el cálculo de la fuerza de radiación.

En [74], Vandaele et al. presentaron una comparación de varios modelos analíticos para la fuerza de radiación acústica dentro de un campo estacionario, desarrollados hasta el momento para objetos esféricos, en función de su radio *a*. Estos son el modelo de King [29], la ecuación de Magill et al. [39] que incluye una ligera corrección sobre el modelo de King y la solución propuesta por Yosioka y Kawasima [84]. Los resultados permiten distinguir cuatro regiones, en las cuales conforme se aumenta el radio de la esfera algunos de los modelos ajustan mejor que otros. Sin embargo, encuentran que cuando el tamaño del objeto está por encima de un valor límite de 0.1λ , este causa una perturbación en el campo global de presión, de modo que los modelos analíticos ya no ajustan correctamente y lo métodos numéricos son necesarios para obtener resultados precisos. La deformación del campo de presión se debe a los reflejos de las ondas dispersadas por el objeto.
4.2. Torca de radiación acústica

Adicionalmente a la fuerza principal, las partículas no esféricas experimentan dentro del campo acústico una torca de radiación. En años recientes, este fenómeno ha sido utilizado para manipular y alinear objetos, así como para rotar las partículas de forma continua y controlada.

Una de las primeras observaciones relativas a este fenómeno fueron hechas por Lord Rayleigh, quien argumentaba que la torca de radiación es causada por el flujo de momento actuando sobre un objeto asimétrico [52, 2]. También observó que una muestra que no es simétrica se reorientará con la normal a su sección transversal de mayor área a lo largo de la dirección del campo acústico [4].

Por otra parte, en [76] fue demostrado que los haces acústicos poseen momento angular y por lo tanto, son capaces de producir torcas de radiación sobre los elementos suspendidos. Por consiguiente, la torca de radiación acústica debe tener una influencia directa en la dinámica del movimiento de rotación del objeto que está dentro del campo. Incluso puede desempeñar un papel importante en las características para desarrollar dispositivos de manipulación acústica y levitación.

La torca de radiación acústica es un efecto no lineal causado por la transferencia de momento angular a partir de un campo acústico inicial hacia uno dispersado [20]. Para calcularla, antes debe determinarse el potencial de velocidad de la onda entrante y la dispersada. La torca de radiación T_{rad} para un objeto cualquiera, se obtiene de manera similar a la fuerza, como la integral de superficie del producto vectorial entre el vector de posición y el promedio temporal de la presión a segundo orden y el tensor de flujo de momento sobre la superficie del objeto S_0 :

$$T_{rad} = -\int_{S_0} dS \left\{ \vec{r} \times \left[\left(\frac{1}{2} \kappa_0 \left\langle p_1^2 \right\rangle_T - \frac{1}{2} \rho_0 \left\langle u_1^2 \right\rangle_T \right) \vec{n} + \rho_0 \left\langle \left(\vec{n} \cdot \vec{u}_1 \right) \vec{u}_1 \right\rangle_T \right] \right\}$$
(4.8)

donde \vec{r} es el vector de posición de cualquier punto sobre la superficie del cuerpo. Una solución analítica análoga a la de Gor'kov como la que se obtuvo para la fuerza (ecuación(4.5)), no se conoce para la torca.

Dado que es un tema aún en investigación, el desarrollo teórico sigue siendo materia de discusión y crecimiento. Hasta hace algunos años, la mayoría de los trabajos realizados, se limitaba a objetos con geometría simple como esferas, esferoides y cilindros, dentro de fluidos no viscosos y campos sencillos [20, 41, 85]. En 2012 [67], Silva et al. reportaron que los objetos esféricos rotan al ser irradiados con haces de Bessel. Sus resultados para una onda plana corroboran que el momento de radiación acústico actuando sobre una esfera no absorbente es cero. Además, si la esfera es absorbente y la absorción varía linealmente con la frecuencia se calculó que desarrolla una aceleración angular con respecto a su centro. También encontraron que las componentes cartesianas de la torca τ_y y τ_z , pueden revertir su dirección dependiendo del tamaño de la esfera.

Las esferas y los cilindros circulares no son las únicas geometrías que interesan a los investigadores. En 2007, Hasheminejad formuló tanto la fuerza como el momento de radiación para el caso de cilindros elípticos de diferentes tamaños y confirmó que la torca en cilindros de este tipo es nula [26]. Tanto en la presente, como en la sección anterior, se indicaron las limitaciones a las que se restringen las soluciones analíticas de la fuerza y la torca acústica. Esto ha motivado trabajos de tipo numérico como [38, 58, 67]. En general, en la simulación puede considerarse cualquier tipo de partícula sin ninguna restricción respecto a su tamaño, forma o material. De igual manera, el campo acústico puede ser arbitrario. La viscosidad del fluido se desprecia cuando la capa límite viscosa es pequeña en comparación con el tamaño de la partícula.

Vandaele et al. [74] hicieron un estudio digital acerca de la estabilidad de las posiciones de equilibrio de un disco de poliestireno. Por consiguiente, se probó numéricamente que la levitación acústica es estable en cinco grados de libertad. Sólo la rotación alrededor del eje del levitador (eje Z) no fue estable.

En este trabajo de tesis, se estudian experimentalmente los parámetros involucrados en la torca de radiación acústica.

4.3. Movimiento rotacional en partículas no esféricas

En el movimiento lineal, la fuerza neta y la masa determinan la aceleración de un objeto. Para el movimiento rotacional, la torca determina la aceleración rotacional del cuerpo. La contraparte rotacional de la masa es la inercia rotacional o el momento de inercia. Si un cuerpo rígido está rotando alrededor de un eje fijo y múltiples fuerzas actúan sobre él cambiando su aceleración angular, puede considerarse que todas las partículas que lo componen, completan su movimiento circular al mismo tiempo y la aceleración angular es la misma para todas.

La segunda ley de Newton para el movimiento rotacional establece que la aceleración angular que aparece en un sólido rígido es proporcional a la torca que actúa sobre él. Su expresión es

$$\tau_{net} = I_{cr} \cdot \alpha, \tag{4.9}$$

donde τ_{net} es la torca externa neta alrededor de un eje fijo, I_{cr} es la inercia rotacional del cuerpo rígido y $\alpha = \dot{\omega}$ es la aceleración angular alrededor de dicho eje.

Aplicando esto a la rotación de un objeto no esférico con torca de radiación acústica T_{rad} se tiene que

$$I_{z}\alpha + T_{z-arr}(\omega) + T_{z-var} = T_{z-rad}, \qquad (4.10)$$

donde I_z es el momento de inercia del objeto rotando alrededor del eje Z y $T_{z-arr}(\omega)$ es la fuerza de arrastre en función de la velocidad angular ω . La variable T_{z-var} representa todos los efectos desconocidos que puedan influir en la rotación, por ejemplo la fuerza de sustentación, la gravedad, la fricción o la transmisión acústica. En general, la contribución de estos efectos es desechada, pues se asume que la sustentación y la gravedad no tienen ninguna influencia a causa de la configuración del dispositivo. El fenómeno de transmisión acústica se observa cerca de emisores de sonido o en ondas estacionarias y es más intenso a frecuencias elevadas. Su influencia es difícil de calcular, en [57] se explica teóricamente y a mayor detalle. En partículas de tamaño micrométrico, el movimiento es dominado por las fuerzas de viscosidad y el término inercial puede ser descartado. De esta manera, la torca de radiación acústica y la torca de arrastre se balancean provocando un estado de movimiento estacionario de la partícula. Esta suposición permite el cálculo de parámetros como la amplitud de la presión o la velocidad angular máxima [61].

4.3.1. Fuerza de arrastre

La fuerza de arrastre es una fuerza resistiva actuando en una partícula que se mueve dentro de un fluido y depende fuertemente de la geometría del objeto y de la viscosidad del medio. Para un cuerpo en rotación, la torca de arrastre es un factor limitante para la velocidad a la que rota el objeto, por lo que el cálculo de este término y el conocimiento de los parámetros que lo influyen es de importancia.

Para un flujo laminar, la fuerza de arrastre es directamente proporcional a la velocidad u y se obtiene como:

$$F_{arr} = Du \tag{4.11}$$

donde D es el coeficiente de arrastre y depende de la viscosidad del fluido η y la forma del objeto. El coeficiente de arrastre para un esferoide prolato está dado por [65]:

$$D = \frac{4\pi\eta L}{\ln\left(\frac{L}{R}\right) + 0.5} \tag{4.12}$$

con L y R la longitud y radio del esferoide, respectivamente. Edwards et al. estimaron la torca de arrastre para un nano cable de longitud l como [18]:

$$T_{arr} = \frac{\pi \eta l^3}{4\left(\ln\left(\frac{l/2}{R}\right) + 0.5\right)}\omega\tag{4.13}$$

Tirado y García de la Torre [69] presentaron un modelo preciso para calcular la torca de arrastre sobre cilindros de diversos radios y longitudes que está dada por:

$$T_{arr} = \frac{\pi \eta l^3}{3(\ln p + \delta)}\omega \tag{4.14}$$

donde p es la relación entre la longitud l y el radio d (l/d) y δ es la corrección por efecto final, donde δ depende de p.

4.4. Inestabilidades oscilatorias

Al manipular objetos dentro del campo acústico, es de gran importancia asegurar la mayor estabilidad en las posiciones de las partículas.

Bajo ciertas circunstancias de excitación en el levitador, el objeto levitado en el sistema comienza a presentar oscilaciones o a rotar inestablemente cerca de su posición de equilibrio. En algunos trabajos como [22, 56, 66] se han estudiado las inestabilidades oscilatorias en el laboratorio y se sabe que la amplitud de su oscilación puede ser inicialmente pequeña

y periódica, e ir aumentando hasta alcanzar un valor fijo o crecer indefinidamente volviéndose caótica hasta perder la levitación del objeto. Rudnick y Barmatz [56] desarrollaron una teoría para explicar las inestabilidades, la cual predice que éstas suceden únicamente cuando el sistema es excitado a una frecuencia mayor que la frecuencia de resonancia del modo usado para la levitación. Esta característica se desarrolla de manera espontánea, esto es, el objeto levitado se encuentra inicialmente en una posición de equilibrio y luego comienza a oscilar con una amplitud de crecimiento constante hasta que la amplitud de las oscilaciones se satura en un valor límite.

La idea central de dicha teoría es que existe un retraso temporal entre el cambio de posición de un cuerpo levitado en movimiento y la respuesta del modo acústico en la cavidad de estudio. Este retraso produce un término en la fuerza acústica de la ecuación (3.5) que es función de la velocidad de la muestra y que toma la forma de una atenuación negativa en la ecuación de movimiento del objeto; la fuerza es equivalente a un arrastre viscoso negativo. Este término adicional en la fuerza es el responsable de producir la inestabilidad en el objeto.

Es posible atender este fenómeno en diversas maneras. Sin embargo, no representa la materia principal de estudio en este trabajo de tesis, por lo que se procuró operar el sistema de tal forma que se que se evite el intervalo de parámetros en el que se producen tales inestabilidades. Es importante recalcar que el tema representa terreno fértil en la investigación sobre la levitación acústica.

Capítulo 5

Desarrollo experimental

Haciendo uso del campo acústico generado entre un transductor y una placa reflectora, es posible posicionar partículas en los nodos de presión sonora presentes dentro del campo. Con la finalidad de atraparlas y manipularlas de forma estable, la fuerza de radiación debe ser lo suficientemente fuerte y focalizada en esta pequeña región. Es necesario optimizar el campo de sonido variando los parámetros involucrados en su creación y comportamiento, tales como la frecuencia, la amplitud, así como el tamaño, la forma y la posición de las placas radiadora y reflectora.

En el presente capítulo se presentan las características del levitador acústico utilizado, se muestran a detalle los distintos arreglos experimentales usados en cada medición así como las especificaciones correspondientes a cada uno. Se analizó el campo acústico ultrasónico dentro del levitador de manera experimental. Se midió la frecuencia angular de algunos objetos, como engranes de reloj de diversos materiales y geometría.

5.1. Descripción del sistema: levitador acústico ultrasónico

El levitador acústico más sencillo está constituido por una fuente sonora y una superficie donde la onda acústica se refleja. La onda estacionaria se genera en el espacio intermedio entre la fuente y el reflector.

En las Figuras 5.1a y 5.1b, se muestra el levitador ultrasónico utilizado en este trabajo de tesis. Se trata del dispositivo desarrollado por Boullosa, Pérez y Dorantes en [9], el cual consiste en un actuador de alto desplazamiento compuesto por un transductor de tipo Langevin (Steminc, Steiner Martins, SMBLTD45F28H) acoplado mediante un tornillo a un poste de aluminio que sirve como amplificador mecánico y a un disco que funciona como placa radiadora de sonido. Esta configuración del dispositivo se discutió con más detalle en la sección 3.3.3, es decir, se utilizó la configuración sugerida por Mason.

Como se mencionó, el poste consiste en una barra de aluminio con sección transversal de 6mm de diámetro y 43.8 mm de largo. En el extremo libre del poste se encuentra la placa radiadora, que es responsable de radiar el campo acústico vibrando en un modo de flexión con un nodo anular excitado en el centro a una frecuencia de resonancia próxima a la resonancia del transductor (alrededor de 28 kHz).



(a) Fotografía del levitador utilizado



(b) Esquema que muestra los elementos principales del levitador.

Figura 5.1: Levitador acústico ultrasónico

A diferencia de las placas utilizadas en [9], en este dispositivo se emplearon ambas placas cóncavas con la finalidad de conseguir mayor presión acústica en la región de trabajo; sin embargo el espacio entre las placas es más reducido que si se utilizaran platos planos [31]. Asimismo, la elección de reflector y radiador con esta geometría, permitió un mejor control de las muestras. Ambos platos son de aluminio.

El reflector está equipado por un tornillo micrométrico alineado con el eje central del disco. La longitud de onda obtenida en el campo acústico producido por las reflexiones en este dispositivo es aproximadamente de 12 mm. Al modificar la distancia entre las placas con ayuda del tornillo micrométrico el campo ultrasónico varía y se pueden establecer diferentes longitudes de onda y, como consecuencia de esto, un desplazamiento de los nodos sobre el eje central del levitador. Los puntos de levitación estarán ligeramente por debajo de los nodos de presión.



Figura 5.2: Disco vibrando en el primer modo de vibración. Las partículas de diamantina evidencian la presencia del anillo nodal en donde la amplitud de la vibración es casi cero.

5.2. Caracterización del campo acústico en uno y dos nodos

Como lo sugieren Xie y Wei en [81], para obtener una buena estabilización vertical y horizontal del campo, el levitador se operó en su frecuencia de resonancia, es decir, aquella correspondiente al acoplamiento del transductor con la placa radiadora empleada. Es común que la frecuencia de resonancia para un mismo disco presente ligeras variaciones según la temperatura del ambiente, incluso se obtienen resultados variados en climas cálidos o templados. Es por esto que todas las medidas tomadas en este trabajo por cada repetición, se realizaron en la misma sesión o corrida, y se procuró que el intervalo de tiempo entre ellas fuera relativamente corto. Bajo este criterio, la frecuencia tomada fue la misma para el caso de dos y tres nodos de presión.

5.2.1. Medición de la frecuencia de resonancia

En la sección 2.1.6 se planteó el fenómeno de resonancia acústica en el que una onda sonora hace que los objetos vibren con mayor amplitud de vibración. Las membranas circulares, como la placa radiadora, no producen armónicos, producen modos radiales y circulares de vibración. Con la finalidad de encontrar la frecuencia de resonancia del levitador ultrasónico, se midió la frecuencia en el primer modo, esto es, cuando se forma un círculo o anillo nodal en la placa radiadora como se indica en la Figura 5.2.

Los instrumentos empleados en la medición son: 1) un amplificador digital Lock-In SRS SR850, 2) un micrófono sonda B&K 4182, 3) una fuente de alimentación de dos canales para el micrófono B&K 2807 y 4) un amplificador de alto voltaje Systems Lab-303.

Para realizar la medición, se produjo una onda sinusoidal a través de un barrido de frecuencias en un rango de 26-30 kHz con el amplificador Lock-In, de tal forma que se incluyera la frecuencia de 28 kHz del transductor. Dicha onda sinusoidal fue enviada al amplificador de voltaje que a su vez se encontraba conectado al transductor con la finalidad de generar un campo eléctrico que haga oscilar el material piezoeléctrico. El ultrasonido se radia generándose un campo acústico de alta frecuencia. El voltaje de entrada en el

Lock-in fue de 0.7 V_{rms} , pero este se amplifica aproximadamente veinte veces en su paso por el amplificador de voltaje. La fuente de alimentación del micrófono se conecta a uno de los canales de entrada del amplificador Lock-In. El micrófono sonda fue colocado justo por encima del disco vibrante. La respuesta máxima que indica la frecuencia de resonancia del levitador, se observa en el osciloscopio integrado en el Lock-In mediante un pico bien localizado en la curva de la frecuencia. El disco radiador utilizado mide 31 mm de diámetro externo, 23.06 mm de diámetro interno y un radio de curvatura de 14.60 mm, aparece en la Figura 5.4. El arreglo experimental para conectar los dispositivos se muestra en la Figura 5.3a y una fotografía del procedimiento en la Figura 5.3b.

5.2.2. Medición de la distribución de presión sonora

Al colocar las esferas de unicel dentro del campo acústico entre las placas, éstas son atrapadas en los nodos de presión como se muestra en la Figura 5.4. Conforme se aumenta la distancia entre el radiador y el reflector, se observa que las esferas cambian de estar atrapadas fuertemente al nodo a un estado donde la fuerza que los mantiene sujetos es más débil, por lo que se eligió la posición en la que las esferas presentaban mayor estabilidad.

La distribución de presión sonora fue medida haciendo un escaneo tridimensional en el espacio entre las placas, colocando el micrófono sonda sobre un portaobjetos capaz de desplazarlo sobre los tres ejes espaciales. Se asumió simetría axial respecto del eje central vertical del levitador, por lo que únicamente se realizó el escaneo de una de las mitades del espacio disponible entre las placas. Se eligió el micrófono sonda B&K 4182, pues su reducido tamaño permite minimizar su influencia dentro del campo acústico.

Se estudiaron dos casos: el primero de ellos con dos nodos de presión presentes en el campo y el segundo con tres nodos de presión acústica. En ambas situaciones, el disco radiador utilizado fue el examinado en la sección 5.2.1, cuya frecuencia de resonancia fue de f = 28,237 Hz; mientras que la placa reflectora que se usó tiene un diámetro de 25.36 mm y un radio de curvatura de 21.48 mm. El amplificador Lock-In fue programado para enviar una señal senoidal de $0.7 V_{rms}$ a la frecuencia de resonancia obtenida y se configuró para realizar la medición del voltaje en cada punto durante cierto tiempo (10 segundos). Dado que los valores obtenidos están en unidades de voltaje, se usó un calibrador de nivel sonoro B&K 4230 para medir el voltaje en el espacio de estudio y así hacer la conversión a unidades de presión (Pa). El arreglo experimental está en la Figura 5.5.

Dos nodos

La separación entre las placas fue de 7 mm, por lo que a lo largo del eje central del levitador (eje Z en el portaobjetos) se tomaron mediciones cada 2 mm. A lo largo del eje X e Y, la separación entre las mediciones fue de 3 mm. Sobre el eje X, el número de puntos fue 13, mientras que sobre el eje Y fueron 7, dando un total de 91 puntos por cada plano XY. Según la distancia entre las placas el número de planos XY permitidos es tres, a los que denominamos como plano A, plano B y plano C; el plano A se ubica justo por encima de la placa radiadora, mientras que el plano C se ubica por debajo de la placa reflectora, se ejemplifican en la Figura 5.6b. Los planos YZ denominados como plano R1, R2, R3, R4, R5, R6 y R7 de la Figura 5.6c, representan la distribución de la presión acústica desde el centro hacia el contorno exterior de las placas. El plano R1 se encuentra en centro del levitador y sirve como punto de partida para el resto de planos,



(a) Arreglo experimental utilizado para medir la frecuen- (b) Medición de la frecuencia de resocia de resonancia. nancia.

Figura 5.3: Obtención de la frecuencia de resonancia del levitador acústico ultrasónico.





(a) Levitación de una esfera de unicel, correspondiente a dos nodos de presión en el campo ultrasónico.

(b) Levitación de dos esferas de unicel, correspondiente a tres nodos de presión en el campo ultrasónico.

Figura 5.4: Levitación de esferas de unicel.



Figura 5.5: Arreglo experimental para medir la distribución de presión en el campo acústico. El portaobjetos permite desplazar el micrófono sobre los tres ejes espaciales de manera precisa.

por lo que el plano R7 ya se encuentra próxima al contorno exterior de la placa de mayor diámetro. Finalmente, la red tridimensional para caracterizar la distribución de presión en el campo ultrasónico tiene un total de 273 puntos y se muestra en la Figura 5.6a.

Tres nodos

En esta configuración, la separación entre las placas radiadora y reflectora fue de 14 mm, así que manteniendo fija la distancia entre mediciones en cada eje del caso anterior, se obtuvieron seis planos XY sobre el eje Z con una separación de 2 mm entre ellos, nombrados como plano D, E, F, G, H, I (Figura 5.6e). Los planos verticales YZ fueron identificados como plano S1, S2, S3, S4, S5, S6, S7 (Figura 5.6f). De esta forma, la red tridimensional para caracterizar el campo acústico tiene un total de 546 puntos y se muestra en la Figura 5.6d.



(a) Red tridimensional de 273 puntos. Cada punto representa una medición.



- (b) Planos horizontales de presión acústica.
- (c) Planos verticales de presión acústica.



(d) Red tridimensional de 546 puntos. Cada punto representa una medición.



(e) Planos horizontales de presión acústica.

(f) Planos verticales de presión acústica.

Figura 5.6: Esquematización del método de medición para el caso de dos y tres nodos de presión dentro del campo.

5.3. Frecuencia angular en objetos no esféricos

Se realizó una medición de la frecuencia angular de diferentes objetos. Dicho de otra manera, se realizó la medición del número de vueltas que da el disco o engrane por segundo. Dados los objetivos de este trabajo de tesis, se eligieron piezas que no presentaran configuraciones geométricas simples (esferas o cilindros) que ya hubiesen sido estudiadas con anterioridad. Es por esto que se seleccionaron engranes de reloj hechos de distintos materiales, distinta forma, peso y tamaño.

El procedimiento empleado consistió en levitar los discos cada uno con un voltaje inicial distinto correspondiente al voltaje mínimo necesario para poder levitar y rotar de manera estable, esto es, sin presentar vacilaciones o inestabilidades en su movimiento de rotación; posteriormente aumentar gradualmente el voltaje aplicado para observar la variación en la frecuencia angular debida a ello. El incremento en el voltaje fue de aproximadamente un volt por cada toma de medición. El rango de inestabilidad varía de un engrane a otro, por lo que el número de datos obtenidos en cada uno es diferente.

Es importante mencionar, que durante la realización de este procedimiento, el aumento en la amplitud del voltaje voltaje tiene como consecuencia el incremento de la intensidad del campo acústico entre las placas. Una mayor intensidad del campo dio como resultado que el disco presentara vacilaciones, por lo que fue necesario reajustar la distancia inicial entre las placas para evitar la caída de las muestras y la invalidación de la medición. Este desplazamiento de las placas, origina un cambio en la posición de los nodos. Se debe recalcar, que el desplazamiento de las placas se realizó a criterio propio

Para realizar las mediciones, dos métodos fueron aplicados: el primero de ellos, consta de grabar el fenómeno con una cámara de alta velocidad. De esta manera, al poner un marcador en el engrane, como un punto de pintura o diamantina y analizar el video, es posible contar el número de vueltas que da el objeto por cada segundo. El programa empleado para examinar el video fue Avidemux 2.6, el cual permite observar cuadro por cuadro y distinguir el número de giros por segundo de cada disco.

El segundo método consiste en hacer uso de interferometría láser; el engrane se cubrió con una película reflejante (partículas de diamantina) con este propósito, la señal captada por un fotodetector se examinó en un analizador de frecuencias, programado para observar el espectro dentro de un rango de frecuencias que incluyera el orden de magnitud esperado para dicho objeto. El orden de magnitud se encontró en base a varias repeticiones del procedimiento. El pico de mayor altura mostrado en el espectro, representa la frecuencia angular del objeto estudiado, mientras que picos de menor tamaño, representan múltiplos de ésta.

El equipo utilizado consistió en: 1) una cámara Panasonic Lumix (para grabar a 120 cuadros por segundo) DMC-ZS50, 2) una cámara Sony RX100 IV (para grabar a 960 cuadros por segundo), 3) un analizador de espectro B&K 2033, 4) un diodo láser 650 nm, 5) una fuente de alimentación para el láser HP 6237B, 6) un fotodetector, 7) un preamplificador de corriente SRS SR570, 8) el levitador ultrasónico y su equipo de alimentación descrito anteriormente. Para el levitador, las placas elegidas fueron de 25.36 mm de diámetro y 21.48 mm de radio de curvatura y de 25.68 mm de diámetro y 14.88 mm de radio de curvatura para la placa radiadora y reflectora respectivamente. El arreglo experimental se muestra en la Figura 5.7.



Figura 5.7: Arreglo experimental para medir la frecuencia angular de los engranes.



Figura 5.8: Diferentes objetos no esféricos utilizados. Los objetos reposan sobre papel milimétrico.

Para seleccionar los elementos utilizados en este estudio, se llevaron a cabo una serie de repeticiones del fenómeno de rotación con placas y engranes de diversas morfologías. Para el caso de las placas reflectora y radiadora, se eligieron placas cóncavas que favorecieron la estabilidad del campo y la facilidad del experimento. Los discos elegidos fueron aquellos capaces de permanecer girando de manera estable durante un periodo de tiempo largo, esto es, lo suficientemente largo para realizar la toma de datos.

Las características generales de los tres engranes de reloj usados se mencionan a continuación en la Tabla 5.1 y en la Figura 5.8 se presentan fotografías de estos. La medida de la masa fue hecha con una balanza Ohaus Discovery y el volumen de cada pieza se obtuvo haciendo las aproximaciones pertinentes para cada caso, ya que la disposición y el número de dientes varía de una pieza a otra. En el apéndice A de este trabajo se encuentra una explicación más detallada de las aproximaciones hechas.

	Material	Color	Masa $[g]$	Volumen $[mm^3]$	Densidad $[g/mm^3]$
Engrane 1	Plástico	Blanco	0.0340	34.0877	0.00099743
Engrane 2	Metal 1	Plateado	0.0239	3.7074	0.0064466
Engrane 3	Metal 2	Dorado	0.0532	6.0159	0.0088432

Tabla 5.1: Propiedades de los engranes. Se desconoce con exactitud de qué material están hechos tanto el engrane 2 como el engrane 3. Sin embargo, según sus densidades se puede intuir que se trata de aleaciones compuestas de aluminio y bronce o latón, respectivamente.

Durante las pruebas realizadas, se observó que el dispositivo de levitación sufre calentamiento durante su operación. Por este motivo, se procedió a medir el cambio en la temperatura durante el proceso. Esta cifra se obtuvo mediante un termómetro infrarrojo digital con apuntador láser Truper 18229, y fue tomada sobre la parte superior de la placa radiadora.

Capítulo 6

Resultados y Discusión

En este capítulo se muestran y se discuten los resultados obtenidos. Se divide en tres secciones: en la primera, se presentan los gráficos correspondientes a la distribución de presión en el campo acústico para el caso de dos y tres nodos de presión, así como las observaciones pertinentes. En la siguiente sección se expone una comparación entre los dos métodos utilizados para encontrar la frecuencia angular de los engranes y, con base en los resultados, se eligió aquél que resulta más conveniente y sencillo de realizar, que a la vez proporcione datos confiables. Después de esta validación, se exhiben los gráficos que revelan la relación entre el voltaje aplicado y la frecuencia angular para cada engrane, así como un análisis de los parámetros involucrados en cada caso. Por último se discute el momento de inercia de los objetos estudiados.

6.1. Resultados de la caracterización del campo acústico

Los gráficos siguientes, corresponden a una frecuencia de resonancia de f = 28,237 Hz perteneciente al transductor con la placa radiadora de la sección 5.2.2 que genera una longitud de onda de $\lambda = 12.04$ mm en aire a temperatura ambiente. La frecuencia tomada fue la misma para el caso de dos y tres nodos de presión.

6.1.1. Dos nodos

Planos Horizontales

Como se describió en el capítulo 5, el número de planos XY correspondientes a está configuración son tres. Según la red tridimensional detallada en la sección 5.2.2 y bajo la condición de simetría asumida, es necesario reflejar los datos medidos en las coordenadas (x,y) respecto al eje central con la finalidad de obtener los planos horizontales completos para la región de estudio.

La Figura 6.1a muestra la vista superior de la posición del Plano A respecto a la placa reflectora. Dado que esta perspectiva es muy similar para todos los planos horizontales, resulta repetitivo presentar cada uno de los casos.

En el plano A (Figura 6.1b) ubicado en la región más cercana a la placa radiadora, se identificó experimentalmente la presencia de un nodo de presión al hacer levitar una esfera

de unicel (Figura 6.5). El nodo antes descrito se encuentra justo por debajo del plano A, dentro de la zona de concavidad del plato, situación que complicó la toma de datos en esa región, lo que hace inviable la medición directa del nodo para esta configuración.



(a) Esquema correspondiente a la vista superior del campo en el plano A respecto a la placa reflectora.



(b) Gráfico de la presión acústica en el plano A.

Figura 6.1: Distribución de presión acústica en el plano A.



Figura 6.2: Gráfico de la presión acústica en el plano B.



Figura 6.3: Gráfico de la presión acústica en el plano C.

Se puede observar en la distribución de presión que bajo las anteriores condiciones, el campo de presión en el plano A tiene un máximo con magnitud 43.75 Pa (126.79 dB), éste se encuentra desplazado ligeramente del centro del sistema; es posible que se deba

a la presencia de mínimas imperfecciones en la alineación del dispositivo, aunque más probablemente se deba a la distribución del campo cercano a las placas, pues en trabajos como [81, 82, 31] se realizaron procedimientos similares tanto experimentales como numéricos, donde se observa una deformación anular alrededor del eje central de los nodos de presión cercanos a las placas emisora y reflectora, provocando un ligero desplazamiento de los nodos.

En el plano B (Figura 6.2), la distribución difiere a la del plano anterior, pues fácilmente se observan muy marcadas dos zonas de máxima presión. La magnitud de los picos de presión máxima en esta zona es de 49.59 Pa, equivalente a 127.88 dB. Sin embargo, hay que recordar que este plano se encuentra casi a la mitad del espacio de medición entre las placas donde se conoce de la existencia de un antinodo, así que es esperable encontrar un máximo de mayor amplitud en dicha posición. La naturaleza de este antinodo se discutirá a mayor detalle en el siguiente apartado.

Finalmente, el plano C (Figura 6.3) tiene un máximo de 31.37 Pa ó 123.90 dB y muestra una distribución cercana a un siguiente nodo de presión ubicado dentro de la concavidad de la placa reflectora, pues la amplitud del máximo ha disminuido y se observan regiones de baja presión.

Planos verticales

El número de planos XZ o vistas laterales de la distribución de presión es siete y se muestra a continuación. La Figura 6.4b expone el plano R1, el cual es relativo al plano ubicado en el eje del levitador, justo en el centro del sistema como se ejemplifica en el esquema de la Figura 6.4a.

La onda estacionaria más simple que se puede formar en estas circunstancias (n = 1 en la ecuación (3.3), Sección 3.2) tiene un antinodo en el centro. Teóricamente debe encontrarse a una altura de z = 3.01 mm a partir del borde de la placa emisora, lo que concuerda bien con el valor medido de z = 3.00 mm y su amplitud es de 45.75 Pa ó 127.18 dB. En la Figura 6.4b, se intuye la presencia de los dos nodos de presión ubicados en las cercanías de las placas, dentro de la curvatura de las mismas en los extremos inferior y superior de la gráfica; es en el nodo inferior donde se coloca la esfera de unicel como se muestra en la perspectiva de la Figura 6.5. La separación entre ambos nodos es de poco más de 6.02 mm, esto es, $\sim 1/2\lambda$.

Tanto en la gráfica, como en la fotografía, se aprecia un ligero desplazamiento lateral del nodo e incluso del antinodo, debido a lo descrito anteriormente sobre la forma anillada de los mínimos de presión cercanos a las placas. En este caso la colocación de una segunda esfera en el nodo superior resulta imposible por el reducido espacio entre las placas, además de que la presencia de ambos objetos causa una inestabilidad en el campo que provoca la caída de las muestras.



(a) Esquema correspondiente a la vista frontal del campo en el plano R1 respecto al eje central del levitador.



(b) Gráfico de la presión acústica en el plano R1.

Figura 6.4: Distribución de presión acústica en el plano R1.



Figura 6.5: Perspectiva frontal de la levitación de una esfera de unicel. Se aprecia que la esfera levita dentro de la curvatura de la placa y está desplazada hacia la izquierda del eje de simetría.

En los planos R2, R3 y R4 (Figuras 6.6, 6.7 y 6.8 respectivamente) se observa la progresiva pérdida de intensidad y la deformación del máximo conforme los planos se alejan del eje central. Esto coincide con lo predicho en la parte teórica de este trabajo, pues la configuración del arreglo optimiza la fuerza y estabilidad de la levitación en el eje de simetría, por lo que las componentes laterales de la fuerza son mucho menores lejos de este eje.

También se observa que durante este alejamiento, se conserva el desplazamiento que el antinodo tenía inicialmente en la Figura 6.4b.



Figura 6.6: Gráfico de la presión acústica en el plano R2.



Figura 6.7: Gráfico de la presión acústica en el plano R3.



Figura 6.8: Gráfico de la presión acústica en el plano R4.

Por último, los planos R5, R6 y R7 (Figuras 6.9, 6.10 y 6.11 respectivamente) ya se encuentran en una región muy alejada del plano central R1, por lo cual el patrón observado en ellos corresponde a los remanentes de la distribución de presión en el campo estacionario. Prácticamente el plano R7 ya se encuentra fuera del diámetro de las placas y la presión ahí es la presión del medio sin excitación.



Figura 6.9: Gráfico de la presión acústica en el plano R5.



Figura 6.10: Gráfico de la presión acústica en el plano R6.



Figura 6.11: Gráfico de la presión acústica en el plano R7.

6.1.2. Tres nodos

Planos Horizontales

El número de planos pertenecientes a esta configuración son seis y al tratarse del segundo modo de vibración (n = 2 en la ecuación (3.3)), la distancia teórica entre placas es H =12.04 mm, es decir $H = \lambda$. Al momento de posicionar las placas se hizo inicialmente en este valor para tener el modo resonante, pero al introducir las esferas dentro del campo, su presencia originó un corrimiento o desplazamiento de la frecuencia de resonancia y, en consecuencia hubo que reajustar esta distancia hasta encontrar el valor donde ambas esferas se pudieran posicionar de manera estable, en este caso fue H = 14 mm. Este fenómeno se discute a mayor detalle en [37]. Lo anterior, corresponde al siguiente patrón de onda estacionaria que puede obtenerse para posicionar un nodo en el centro.



Figura 6.12: Gráfico de la presión acústica en el plano D.



Figura 6.13: Gráfico de la presión acústica en el plano E.

El plano más cercano a la placa radiadora es el plano D (Figura 6.12), en él se observa un máximo de presión muy definido de 192.46 Pa o 139.66 dB, ya que nuevamente cercano a dicha posición se colocó una de las esferas de unicel, asegurando la presencia de un nodo. Sin embargo, este nodo nuevamente se ubicó por debajo del plano, dentro de la

concavidad de la placa como se aprecia en la Figura 6.5, por lo que es complicado realizar mediciones dentro de esa región. Igualmente, el plano E de la Figura 6.13 corresponde una vista horizontal más arriba del mismo antinodo de la presión con amplitud de 168.09 Pa.

Después, los planos F y G (Figuras 6.14 y 6.15) muestran una región donde ha ocurrido una disminución de la presión, aproximadamente en 1/2H donde se posicionó la segunda esfera de unicel. La zona sombreada en la Figura 6.15 denota la región más cercana al nodo de presión. Esto se obtuvo a partir de los datos medidos en este plano y se encontró que la presión más baja en la región sombreada es de 0.16 Pa. Lo que garantiza la cercanía del nodo en ese plano.



Figura 6.14: Gráfico de la presión acústica en el plano F.



Figura 6.15: Gráfico de la presión acústica en el plano G. La región sombreada sobre el plano G, señala la zona en la que aproximadamente se encuentra el nodo de presión.



Figura 6.16: Gráfico de la presión acústica en el plano H.

En el plano H se muestra el segundo antinodo de presión con amplitud máxima de 111.32 Pa equivalente a 134.91 dB (Figura 6.16) y por último, en el plano I de la Figura 6.17, existe una disminución en la presión. Posiblemente, este decremento se debe a la cercanía del siguiente nodo, el cual se encuentra ubicado dentro de la concavidad de la placa reflectora. En este punto, podría colocarse una esfera de unicel, pero es muy difícil dada la inestabilidad que causaría su presencia en el campo.



Figura 6.17: Gráfico de la presión acústica en el plano I.

Planos Verticales

Nuevamente el número de vistas laterales es siete y se muestran a continuación. El plano S1 (Figura 6.18), está ubicado en el eje de simetría del espacio de estudio y en él se localizan cuatro zonas definidas e intercaladas, dos con presión máxima y dos con presión mínima. Debido a la dificultad de la región, el nodo cercano a la placa radiadora no aparece en la distribución de presión. Sin embargo su existencia es segura porque ahí se colocó una de las esferas de unicel (Figura 6.19).

La amplitud del antinodo inferior es 192.46 Pa (139.66 dB), mientras que la amplitud del superior es de 111.32 Pa (134.91 dB), lo que está en perfecta correspondencia con las medidas halladas en las vistas horizontales (Planos D y H).

Con base en la teoría, el nodo central debe ubicarse justo al centro de la distancia entre placas, a media longitud de onda en z = 6.02 mm. Mediante el mapeo tridimensional del plano S1, se obtuvo que este valor es de z = 6.15 mm (corresponde aproximadamente a la altura del plano G) y por medio de las imágenes de las esferas levitando se obtuvo z = 6.49 mm. Ambos valores denotan una posición esperada para la levitación de las muestras (error porcentual del 7.8%). En cuanto a la posición de los dos antinodos el primero de ellos teóricamente debe encontrarse en z = 3.01 mm, mientras que el segundo se encontraría en z = 9.03 mm. Según el gráfico del plano, se encuentran en z = 2.36 mm y z = 8.93 mm, lo que corresponde bastante bien con los valores esperados (errores porcentuales de 21.6% y 1.1%, respectivamente).



Figura 6.18: Gráfico de la presión acústica en el plano S1. La región sombreada sobre el plano S1, señala la zona en la que aproximadamente se encuentra el nodo de presión.



Figura 6.19: Vista frontal de dos esferas de unicel levitando. Se observa el efecto causado por la deformación del nodo cercano a la placa radiadora, pues la esfera posicionada en él, está ligeramente desplazada a un costado del eje central.

En la fotografía de la Figura 6.19 se observa cómo la esfera posicionada en el nodo inferior está desviada del eje de simetría del sistema. Este desplazamiento de la muestra es causado por la distribución de tipo anillado del mínimo alrededor del eje central, mientras que la configuración del nodo más alejado de ambas placas corresponde a un sólo punto sobre el eje, situación que se ejemplifica en la misma imagen al ubicarse la esfera en el eje de simetría.



Figura 6.20: Gráfico de la presión acústica en el plano S2.



Figura 6.21: Gráfico de la presión acústica en el plano S3.

De nuevo, las vistas laterales de los planos S1, S2 y S3 reflejan que conforme uno se aleja del plano central, la amplitud de los antinodos va disminuyendo. Para el plano S2 el pico de presión cercano al emisor tiene una amplitud de 163.99 Pa y el pico superior tiene un valor de 101.90 Pa, lo que significa una reducción del 14.8 % y del 8.47 % respectivamente, mientras que 3 mm después para el plano S3 la reducción es del 36.03 % y del 73.4 % respectivamente.

Como es de esperarse con esta progresiva pérdida de la amplitud, en los planos S4, S5, S6 y S7 de las Figuras 6.22, 6.23, 6.24 y 6.25, se observan valores bajos de la presión debido a su posición. El plano S7, ya se encuentra completamente por fuera del diámetro que abarca las placas.



Figura 6.22: Gráfico de la presión acústica en el plano S4.



Figura 6.23: Gráfico de la presión acústica en el plano S5.



Figura 6.24: Gráfico de la presión acústica en el plano S6.

El posicionamiento de una tercer esfera de unicel en el nodo más cercano a la placa reflectora resulta casi imposible, ya que su presencia causa una desestabilización en el campo acústico, lo que provoca la caída de todas las muestras.



Figura 6.25: Gráfico de la presión acústica en el plano S7.

Los resultados del campo acústico estacionario evaluado experimentalmente en esta sección concuerdan bien con lo establecido en la sección teórica, ya que se encontró la posición del nodo con un error porcentual del 7.8%. Sin embargo, se debe recalcar que el modelo utilizado para la estimación analítica de la posición del nodo, es el correspondiente al caso de placas planas y las placas utilizadas durante la experimentación tienen concavidad. De igual manera, la distribución de presión encontrada obtenida presenta la estructura esperada de un campo acústico estacionario para dos (n=1) y tres nodos (n=2) y concuerda de buena manera con los resultados reportados en caracterizaciones similares hechas en otros trabajos como [10, 31, 81, 82] con parámetros diferentes.

6.2. Resultados de la frecuencia angular en objetos no esféricos

A causa de que la componente longitudinal de la fuerza de radiación F_z es mucho mayor que cualquier componente lateral F_r , se levitan las muestras de manera que la sección transversal más grande de su estructura esté perpendicular al eje del reflector-emisor, de modo que se consiga mejor estabilidad en la rotación del engrane.

6.2.1. Validación

Debido a que después de varias pruebas con cada engrane, se observó que el engrane 1 es el que rota con mayor facilidad, mayor estabilidad y tiene el rango de variación del voltaje más amplio que el resto, se concluyó que es el más adecuado para realizar el proceso de validación entre el método de interferometría y el de video de alta velocidad. La frecuencia de resonancia utilizada fue de f = 28,767 Hz.

Método de interferometría

Las fotografías de las Figuras 6.26 y 6.27, son un ejemplo de los espectros obtenidos a lo largo del método de interferometría. Corresponden a un voltaje de 12.808 V y 13.438 V respectivamente; ambos puntos aparecen en la gráfica de la Figura 6.29 donde se muestran los resultados de la comparación de ambos métodos. Dado que todos los espectros capturados son muy similares entre sí, parece repetitivo colocar cada uno en este apartado, por lo que las frecuencias angulares restantes se presentan directamente en la gráfica antes mencionada.



Figura 6.26: Voltaje de 12.808 V para el engrane 1. Se presenta un pico en la frecuencia de 3.225 Hz



Figura 6.27: Voltaje de 13.438 V para el engrane 1. Se presenta un pico en la frecuencia de 5.950 Hz.

Método de video de alta velocidad



Figura 6.28: Análisis de las grabaciones.

La Figura 6.28 muestra una captura de pantalla donde se exhibe el momento de análisis de uno de los videos realizado con el programa mencionado en la sección 5.3. Con base

a dicho análisis se obtuvieron los datos mostrados en la gráfica de la Figura 6.29, en la que se lleva a cabo un conteo del número de giros que efectúa el engrane en cuestión en un segundo. En este caso particular, se promediaron los resultados calculados para diez segundos elegidos arbitrariamente a lo largo del video por cada medida de voltaje; el aumento en este último es de aproximadamente un volt. Los videos fueron grabados a 120 cuadros por segundo.

Comparación

Como se ha mencionado, en la siguiente gráfica se representan los valores encontrados con los dos métodos llevados a cabo simultáneamente.

Se encuentra que la diferencia de la frecuencia angular obtenida entre ambos métodos es muy pequeña, llegando a ser la mayor de 22.0678 rad/s, lo que equivale a 3.512 rps y la menor de 0.1760 rad/s que equivale a 0.028 rps. El término *rps* corresponde a repeticiones por segundo. Estas variaciones representan respectivamente un 10.65% y 0.084% del número máximo de giros por segundo presentes en la medición. Por tal motivo, y dado que las mediciones fueron hechas bajo circunstancias controladas, se consideran ambos métodos como válidos y fiables para realizar las mediciones de futuros experimentos.

No obstante, después de hacer la validación con buenos resultados, se eligió utilizar el método de análisis con video en la siguiente sección. La razón principal, radica en la facilidad al ejecutar la técnica, ya que el método de interferometría es más complicado de llevar a cabo, pues se requiere que el engrane permanezca estable durante un largo periodo de tiempo. Esto no es algo sencillo de conseguir, ya que algunos engranes duran girando poco tiempo debido a posibles fluctuaciones presentes en el sistema (Sección 4.4) o incluso a la presencia de ligeras corrientes de aire que hagan caer la muestra.



Figura 6.29: Comparación de los dos métodos utilizados.

El analizador tarda en completar el espectro, porque va tomando de poco en poco la información que se promedia. Al requerir una mayor cantidad de datos para obtener un mejor promedio, existe un alto riesgo de que se presente alguna inestabilidad que cause el movimiento caótico de la muestra, provocando así la total invalidación de la medición. Es por este motivo que para el propósito de esta sección se tomaron pocos datos, ya que el uso del analizador retrasa mucho el proceso.

6.2.2. Frecuencia angular del engrane 1

La frecuencia de resonancia utilizada en este caso es de f = 28,794 Hz que genera una longitud de onda de $\lambda = 11.80$ mm en aire a temperatura ambiente. Por cada medida de voltaje se realizó un promedio de seis datos. Se llevaron a cabo un total de cuatro repeticiones correspondientes a dicha frecuencia. Sin embargo, en la gráfica de la Figura 6.30 se anexa una repetición extra perteneciente a este engrane, pero con frecuencia de f = 28,602 Hz y longitud de onda de $\lambda = 11.88$ mm. Para este engrane todos los videos fueron grabados a 120 cuadros por segundo. Se decidió hacer el aumento en el voltaje en pasos de aproximadamente medio volt.

Como ya se había mencionado el engrane 1 es el más sencillo de controlar, hecho que se aprecia en la gráfica, pues el rango de trabajo en el voltaje es muy amplio (10.744 V) en comparación con el resto, ya que se lograron tomar alrededor de 24 mediciones por cada repetición. Se observa un comportamiento muy marcado de los resultados, pues es fácil notar que en todas las curvas al ir aumentando el voltaje, al principio describen un comportamiento constante, incluso casi lineal de la frecuencia angular dentro de un intervalo de 4 a 7 rps, a excepción de unas ligeras fluctuaciones posiblemente causadas por las inestabilidades oscilatorias descritas en la Sección 4.4 o ligeras corrientes de aire que pudieron afectar la estabilidad del engrane.

Sin embargo, en cierto valor del voltaje la frecuencia angular da un salto prominente para una vez más mantenerse constante alrededor de esta nueva frecuencia, haciendo que la curva luzca de un aspecto escalonado. Dicha conducta se alcanza a percibir inclusive en



Figura 6.30: Total de repeticiones para el engrane 1.



Figura 6.31: Engrane 1 rotando.

la gráfica para la validación de la sección anterior (Figura 6.29), donde aún al contar con un número mucho menor de datos y ser el aumento en el voltaje menos fino, el salto en la frecuencia angular está presente.

Como se aprecia en la Figura 6.30 tanto el voltaje al que se da este cambio repentino como la intensidad del salto, es diferente en cada repetición a pesar de haber realizado el experimento bajo las mismas circunstancias de frecuencia de resonancia y aumento de voltaje en todas las ocasiones. Por dicho motivo, es conveniente explorar los parámetros que pudieron variar durante el proceso y propiciar este comportamiento, como la separación entre las placas, la temperatura y la posición del engrane dentro del levitador, es decir, la altura a la que levita y su posición respecto al eje del simetría del dispositivo.

Parámetros involucrados en la rotación

En la Tabla 6.1, se incluyen los valores de dichos parámetros en cada repetición. Ya sea en la información concentrada en ésta o el resto de tablas, es natural esperar que habrá algún espacio en blanco puesto que en algunas ocasiones no se dieron las condiciones necesarias para realizar la medición.

"Desplazamiento entre placas ", se refiere a la diferencia entre el valor final de la posición de la placa reflectora y el valor de su posición inicial, es decir, nos indica qué tanto desplazamiento hubo entre las placas durante todo el proceso de medición. "Temperatura", hace alusión a la diferencia entre el valor final de la temperatura y el valor al momento de comenzar la toma de datos.

Como su nombre lo indica "Tamaño del salto", es el número de rps que aumentó la frecuencia angular. "Distancia entre placas", es la separación entre éstas al momento del salto. "Altura de levitación", corresponde a la distancia de levitación del objeto y se mide a partir de la placa vibrante. Y por último, el parámetro "Desviación respecto al eje" hace referencia a la desviación a partir del eje del levitador a la que se encuentre la muestra

	Rep1	Rep2	Rep3	Rep4	Rep5
Total de puntos		24	25	26	23
Desplazamiento entre placas $[\mu m]$		95	40	20	8.5
Temperatura [°C]		2.6	3.2	2.1	1.2
Tamaño del salto [rps]	21.570	14.224	12.806	8.661	7.938
Distancia entre placas [mm](en el salto)	3.958	3.982	3.665	4.454	3.807
Altura de levitación [mm] (en el salto)	0.077	0.125	0.222	-	0.209
Desviación respecto al eje [mm] (en el salto)	0.548	0.125	0.094	0.745	0.250
Voltaje [V](en el salto)		17.012	16.218	18.146	18.192

Tabla 6.1: Comparación de los parámetros involucrados en la rotación del engrane 1.

y "Voltaje" es el voltaje aplicado al sistema para levitar el engrane justo en el momento previo al salto.

Algunos de estos parámetros se midieron directamente sobre las imágenes tomadas con los videos mediante el programa ImageJ, ya que hacer una medición directa con algún instrumento, causaría una perturbación del campo acústico extra a la perturbación existente por la presencia de la muestra. De igual manera, estos últimos datos corresponden al análisis del video del momento exacto en el que se da el salto en la frecuencia angular.

Hay que recordar que la repetición 1 corresponde a una frecuencia de trabajo diferente al resto de las repeticiones y que se anexó a la gráfica de la Figura 6.30 y a la Tabla 6.1 sólo para hacer notar que el resultado de una curva escalonada a priori, no es particular de alguna frecuencia de trabajo en específico. Al ser esta una de las primeras mediciones que se hicieron, no se habían considerado parámetros que pudiesen ser de importancia para la rotación como posiblemente lo es la temperatura del plato.

Según la información reflejada en la gráfica, se perciben ciertas similitudes en la curva del par de repeticiones rep2 (verde) y rep3 (rojo) y, por otro lado en la curva de la pareja rep4 (azul) y rep5 (morado) en cuanto al tamaño y posición del salto. En las primeras, la amplitud del salto está en un rango de 12 rps a 14 rps y ocurre entre los 16 y 17 V; mientras que en el segundo par, el número de vueltas por segundo se ve reducido en el salto, ya que en está ocasión ronda las 8 rps y se da en un voltaje de aproximadamente 18 V. A partir de la información en la Tabla 6.1 se realizará la discusión de los parámetros involucrados en ambos pares de curvas.

Comenzando el análisis con el primer par, se constata que el tamaño del escalón tiene un valor semejante entre ambos, pues se distinguen en 1.418 rps y de igual manera, este salto ocurre casi en el mismo voltaje, ya que difieren apenas 0.794 V. Ambas repeticiones, tienen en común el mayor desplazamiento entre placas durante todo el proceso de medición y el cambio de temperatura más elevado. La distancia entre placas en el momento justo del salto es similar entre ambas, con una desemejanza de 0.337 mm; hay que recordar que la distancia entre placas modifica la posición de los nodos en cada suceso.

En los dos casos, la muestra sí está alejada del eje central; sin embargo la desviación es muy pequeña (0.125 mm y 0.094 mm respectivamente). Esto permitió que se mantuviera en la posición de mayor equilibrio durante la rotación y no experimentó también algún tipo de acción de resorte que pudiera desacelerar su movimiento de rotación, pues para
desplazamientos pequeños alrededor de los nodos, la fuerza acústica alrededor de este punto se comporta como un resorte que mantiene el objeto en el plano nodal. El carácter de resorte descrito se encuentra implícito en el término senoidal de la fuerza de radiación causado por ondas estacionarias.

En el segundo par de repeticiones el salto es de menor tamaño y la diferencia entre ellas es de 0.723 rps. Así mismo, éste ocurrió aproximadamente en el mismo voltaje, difieren en un valor de 0.046 V. El desplazamiento entre las placas es el menor, siendo para la rep5 de apenas 8.5 μ m.

Con relación al cambio de temperatura, éste es menor que en las corridas anteriores. Sin embargo la variación del parámetro depende directamente del tiempo que tome realizar la medición, ya que mientras más tiempo se excite la placa radiadiora, el dispositivo sufrirá mayor calentamiento. Dicho calentamiento podría provocar un cambio en la densidad del aire entre las placas y modificar ligeramente el valor de las ecuaciones de la fuerza de radiación acústica (conjunto de ecuaciones (4.5)) y de la torca de radiación acústica (ecuación (4.8)). Se debe hacer notar que la variación de la temperatura se tomó directamente sobre la placa radiadiora en todas las corridas, es decir, no se midió el cambio de temperatura directamente en el aire entre las placas y que además, tal cambio apenas sobrepasa los 3°C, por lo cual la alteración causada en las ecuaciones por este parámetro es todavía más pequeña, de manera que se considera no representa un papel crucial en la dinámica del movimiento del engrane y su influencia en el fenómeno puede ser despreciada.

En cuanto al valor de la distancia entre placas al momento del salto, los valores obtenidos en esta segunda pareja de repeticiones se mantiene dentro del mismo rango que la pareja anterior e incluso al percatarnos del valor referente a la rep1 que corresponde a otra frecuencia de resonancia, notamos que también se mantiene cercano a este rango. Al momento de posicionar las placas para realizar la medición, se hizo inicialmente en un valor para obtener el modo resonante, pero al introducir el engrane en la región central del espacio de levitación, su presencia origina un corrimiento de la frecuencia de resonancia, y en consecuencia hay que reajustar manualmente y a criterio propio la distancia hasta encontrar un valor en donde se puedan posicionar las muestras rotando de manera estable. Así que, se encontró que todas las repeticiones tienen este valor en común o están dentro del mismo rango, es decir, el fenómeno del salto ocurre cuando el engrane se coloca alrededor de una misma posición del nodo.

Se calculó que la longitud de onda generada para este engrane fue de λ = 11.80 mm, por lo que teóricamente las placas debían colocarse a una distancia H= 5.9 mm al tratarse del primer modo de vibración; a pesar de ello el corrimiento antes mencionado causado por la presencia del engrane y el aumento del voltaje reduce esta distancia a un valor promedio de H= 3.977 mm en el momento del salto. En [82], se reporta un cambio similar en el campo ultrasónico antes y después de posicionar un insecto. Este gradiente de la presión ocurre en la dirección axial y lateral y desencadena una redistribución del campo obteniéndose así una configuración que ya no es simétrica. Lo anterior sucede porque al introducir un cuerpo en la región se provoca una evidente dispersión del campo incidente, lo que da lugar al fortalecimiento o aumento de los máximos de presión cerca de la muestra. En este caso se obtuvo el valor del máximo de presión para cada engrane mediante un escaneo del eje de levitación con ayuda del micrófono sonda descrito en la sección experimental. La magnitud detectada fue de 241.13 Pa para el engrane 1. La altura de levitación en el salto no se puede comparar en las repeticiones rep4 y rep5 puesto que fue imposible obtener uno de los valores debido a la posición de la cámara al momento de grabar. No obstante es de esperarse que su valor dependa directamente de la posición de los nodos y por tanto, de la distancia entre las placas. Los puntos de levitación se encuentran ligeramente por debajo de los nodos de presión.

Por último se discute el parámetro de la desviación del eje en el segundo conjunto de repeticiones. Para las dos reproducciones se detectó una mayor desviación que en el par anterior, por lo cual el engrane al sufrir un pequeño desplazamiento que lo alejó del plano nodal, debió experimentar una acción de resorte a través de la fuerza de radiación acústica que lo obligaba a mantenerse en su posición de mayor estabilidad. Es posible que esta influencia extra sea la causante de producir una desaceleración o frenado en el movimiento de rotación del engrane y como consecuencia, sea la responsable de propiciar un salto con menor amplitud en la frecuencia angular que aquél presente en las repeticiones con menor desviación en el eje de levitación.

Si bien aún se desconoce el origen del comportamiento escalonado de la curva, por medio del análisis y discusión de los parámetros involucrados ha sido posible localizar las variables que determinan los aspectos significativos en su naturaleza. Las observaciones realizadas sugieren que el tamaño del escalón depende de la desviación del engrane respecto al eje central del levitador, de manera que al mantenerse el objeto en su posición de mayor estabilidad, es decir, justo en el eje de levitación, la fuerza acústica no estará bajo la influencia de un efecto que desacelere su movimiento de rotación y podrá rotar con mayor frecuencia angular. Además, se corroboró que su aparición estuvo siempre presente en todas las repeticiones y está posiblemente determinada por el posicionamiento de las placas, ya que durante todas las repeticiones la posición de los platos se encontró dentro de un mismo rango al momento de su manifestación.

Aunado a este análisis, aún falta considerar en la rotación del objeto la influencia de los términos presentes en la ecuación (4.10). Principalmente el papel de la torca de arrastre, ya que es un factor limitante para la velocidad a la que rota el cuerpo y depende fuertemente tanto de la geometría del objeto como de la viscosidad del medio. Su valor requiere de la obtención del coeficiente de arrastre, pero ésta es una constante para la geometría dada de cada cuerpo y además, varía con la velocidad del flujo. Es por ello que se requiere calcular el coeficiente para el caso particular de cada engrane. Sin embargo, su valor no es sencillo de obtener para geometrías complicadas como las del engrane, por lo que no se tomará en consideración en este trabajo de tesis.

6.2.3. Frecuencia angular del engrane 2

A continuación, se procede a realizar el análisis del engrane 2. La frecuencia resonante utilizada en el transductor es de f = 28,720 Hz que genera una λ de 11.83 mm; hay que recordar que la frecuencia de resonancia para una misma placa, varía levemente de un día a otro debido a ligeros cambios en la temperatura ambiente. Por cada medida de voltaje se realizó un promedio de seis datos, esto es, se eligieron de manera aleatoria seis segundos a lo largo de los vídeos para medir el número de giros por segundo. Al ser el engrane 2 más inestable y vulnerable que el engrane 1, durante los fragmentos de video para el análisis, el objeto debía estar girando de forma estable, libre de vacilaciones o saltos. Se llevaron a cabo un total de cinco repeticiones correspondientes a dicha frecuencia y se presentan en la gráfica de la Figura 6.32. Para este engrane, los vídeos fueron grabados a 960 cuadros por segundo y se observa un comportamiento que a primera vista parece no contener información relevante.

Sin embargo, una de las cinco repeticiones, la repetición 2 (rep2) que aparece en verde, tiene un comportamiento muy similar al de las mediciones del engrane 1 en la Figura 6.30, en el que al inicio, la curva se comporta aproximadamente de forma lineal alrededor de un cierto valor y, en determinado momento del aumento del voltaje, la frecuencia angular da un salto considerable para mantenerse nuevamente alrededor de un valor constante.

No obstante, en esta repetición los puntos previos al salto se reducen a uno, pero resulta suficiente para observarlo. Lo anterior puede deberse a diversos motivos, por ejemplo, el rango de trabajo para el total de repeticiones es de 12.393 V, pero se modifica de una repetición a otra y, específicamente para la rep2, el rango de trabajo es de 7.466 V con un total de 8 datos en la curva. Aunque las mediciones fueron hechas a partir del voltaje donde se observó que comenzó a levitar la muestra, de alguna manera se hizo con un cierto grado de imprecisión y a criterio propio, por lo que los posibles puntos restantes previos al salto, pudieron haber quedado fuera del rango de la medición.

Con base en el comportamiento observado en el engrane 1, se puede intuir que para las repeticiones 1, 3, 4, y 5 del engrane 2, probablemente el salto ya ocurrió y los puntos previos también quedaron fuera del rango de trabajo. Es casi imposible para el ojo humano, percibir el cambio a medida que se realiza el experimento, así que este inconveniente no puede percibirse sino hasta el momento de la construcción de la gráfica.



Figura 6.32: Total de repeticiones para el engrane 2.



Figura 6.33: Engrane 2 rotando.

	Rep1	Rep2	Rep3	Rep4	Rep5
Total de puntos	8	8	12	18	16
Desplazamiento entre placas $[\mu m]$	1106	43	271	119	119
Temperatura [°C]	2.3	1.3	1.6	2.9	1.1
Tamaño del salto [rps]	-	53.256	-	-	-
Distancia entre placas [mm](en el salto)		5.412	-	-	-
Altura de levitación [mm] (en el salto)		0.169	-	-	-
Desviación respecto al eje [mm] (en el salto)		0.659	-	-	-
Voltaje [V](en el salto)		17.781	-	-	-

Tabla 6.2: Comparación de los parámetros involucrados en la rotación del engrane 2.

Se puede notar en la Figura 6.32 que al ser el engrane 2 el más liviano de todos los engranes utilizados, necesita un menor voltaje de entrada para comenzar a levitar y como sugiere la intuición, también es el que gira con mayor rapidez alcanzando hasta las 97.857 rps.

Parámetros involucrados en la rotación

De nueva cuenta, es importante hacer un estudio acerca de los parámetros que posiblemente influyan en la aparición y naturaleza del salto, así que se estudian los mismos factores que en el caso anterior. La Tabla 6.2 presenta los valores obtenidos de manera resumida.

Dado que la rep2 es la única en la que se presenta el comportamiento del salto, para el resto de las repeticiones algunos valores propios de este momento aparecen en blanco y

no es posible hacer una comparación más detallada como la del engrane 1. De cualquier forma, precisamente en la rep2 notamos que el desplazamiento total entre las placas es considerablemente menor que en el resto de los casos. Teóricamente, para tener el modo resonante, las placas debieron ser colocadas a una distancia H=5.945 mm, según la longitud de onda dada. Al introducir el engrane en el campo, esta distancia se vio reducida a H=5.412 mm en el momento del salto. Suponemos que dicha configuración corresponde al posicionamiento del engrane en el punto de mayor estabilidad. Es importante recalcar que el reajuste en la ubicación de los platos, es una consecuencia directa tanto de la perturbación causada por la presencia de la muestra así como del aumento en el voltaje que desestabiliza el campo ultrasónico dentro de las placas.

El valor de la desviación respecto al eje es de 0.659 mm, el cual podría considerarse elevado si se compara con las estimaciones correspondientes al engrane 1 para el mismo parámetro. Siguiendo el mismo criterio, ésta representa una desviación que podría causar desaceleración en el engrane, debido a la influencia extra de la fuerza acústica accionando como resorte para retornar la muestra a su posición en el plano nodal. Sin embargo, la hipótesis no puede ser verificada puesto que se carece de los datos al momento del salto; a pesar de ello, contrastando con el comportamiento del resto de curvas es visible que en algunas de las repeticiones el salto fue de mayor tamaño, incluso en algunas de ellas se registraron valores cercanos a las 100 rps como en rep4 y rep5. Nuevamente los cambios en la temperatura no representan un papel crucial en la dinámica de la rotación.

Por último, se obtuvo el máximo de presión mediante un escaneo del eje levitación con el micrófono sonda alcanzando una magnitud de 349.35 Pa para el engrane 2. Vemos que el fortalecimiento del máximo a causa de la presencia del engrane es superior en este caso.

Tanto en el engrane 2 como en el engrane 3, se observó una de las anotaciones hechas por Lord Rayleigh en [54], la cual advierte que una muestra que no es simétrica se reorientará a sí misma con la normal a su sección transversal de mayor área a lo largo de la dirección del campo acústico; suceso que ocurrió en incontables ocasiones cuando las muestras se reorientaban hacia su posición de mayor equilibrio después de que espontáneamente presentaban inestabilidades oscilatorias que las sacaban de su movimiento de rotación.

6.2.4. Frecuencia angular del engrane 3

Para este último objeto, la frecuencia de resonancia utilizada es de f = 28,760 Hz y genera una longitud de onda de $\lambda = 11.82$ mm correspondiente a la misma placa de los casos anteriores. Por cada medida de voltaje se realizó un promedio de seis datos. Se llevaron a cabo un total de cuatro repeticiones correspondientes a dicha frecuencia y se presentan en la gráfica de la Figura 6.34. Para este engrane, todos los vídeos fueron grabados a 960 cuadros por segundo. Nuevamente se procuró que el aumento entre cada medida de voltaje fuese de aproximadamente medio volt.

Al examinar la Figura 6.34, es notoria la disminución en el número de mediciones hechas por cada repetición, así como del rango de trabajo, pues éste último se vio reducido a 7.977 V. Esto se debe a que al ser el objeto con mayor diámetro en su sección transversal (8.85 mm), y ser este un valor cercano al de λ , su presencia en el campo causa una perturbación mayor y por tanto es mucho más inestable y susceptible a las vacilaciones, lo que explica su tendencia al movimiento caótico observado durante el desarrollo experimental.



Figura 6.34: Total de repeticiones para el engrane 3.

A diferencia de los resultados obtenidos en los casos anteriores, este último objeto parece no presentar algún tipo de patrón escalonado, lo cual es posiblemente debido a la perturbación en el campo causada por el tamaño del objeto. Lo primero a mencionar es que al ser el engrane más pesado la intuición sugiere que girará más lento y, en efecto, esto puede observarse en los valores que toma la gráfica, siendo 19.698 rps en la rep3 el valor más alto de la frecuencia angular. Esta cifra se encuentra por debajo de cualquiera de los valores máximos en la frecuencia en los engranes 1 y 2. Por el mismo motivo, este objeto es el que necesita mayor voltaje de entrada para poder levitar, cercano a los 30 V.



Figura 6.35: Engrane 3 rotando.

	Rep1	Rep2	Rep3	$\operatorname{Rep4}$
Total de puntos	11	9	11	12
Desplazamiento entre placas $[\mu m]$	213	171	301	167
Temperatura [°C]	1.2	0.9	1.5	2.1

Tabla 6.3: Comparación de los parámetros involucrados en la rotación del engrane 3.

	Rep1	Rep2	Rep3	Rep4
Frecuencia angular [rps]	3.127	12.75	16.38	4.698
Distancia entre placas [mm]	4.284	4.181	3.484	3.655
Altura de levitación [mm]	0.545	0.509	-	0.393
Desviación respecto al eje [mm]	0.302	0.172	0.084	0.479
Voltaje [V]	29.768	29.761	29.949	29.679

Tabla 6.4: Comparación de los parámetros en el primer punto de medición correspondiente al engrane 3.

Parámetros involucrados en la rotación

Una vez más la Tabla 6.3 resume los parámetros generales implicados en el movimiento de rotación del engrane, a excepción de aquellos correspondientes al momento de un posible salto. Es notorio que el desplazamiento total entre las placas es del mismo orden en todas las repeticiones. Habiendo mayor semejanza en el par de repeticiones 2 y 4 en cuanto a la forma de la curva, pero desplazada verticalmente, y por otra parte en el par de repeticiones 1 y 3. En cuanto al valor de la temperatura, es notorio un menor cambio en todas las corridas de este engrane; sin embargo esto depende directamente de que al tomar un número menor de datos, la toma de mediciones fue realizada en un tiempo menor y por ende, el dispositivo no sufrió tanto calentamiento como en los casos anteriores.

Con relación al máximo de presión, la presencia del engrane 3 causó un valor de magnitud 340.54 Pa, valor muy cercano al reportado a causa de la presencia del engrane 2.

A pesar de realizar el experimento bajo las mismas condiciones, este engrane es el que presenta menor semejanza en los valores de la frecuencia angular. Por ejemplo, al observar el primer punto en las cuatro repeticiones de la Figura 6.34 se constata que la diferencia entre los cuatro valores de la frecuencia es muy grande a pesar de tratarse de casi el mismo voltaje, siendo mayor la desigualdad entre las repeticiones rep1 y rep3. Por esta razón, resulta adecuado hacer un estudio de los parámetros involucrados. La Tabla 6.4 sintetiza esta información.

Notamos que la pareja de repeticiones rep1 y rep4 presentan frecuencia angular en torno a las 4 rps y, por otro lado el par conformado por rep2 y rep3 tienen frecuencia angular dentro del intervalo de 12 a 17 rps; así que podemos dividirlas en dos conjuntos. Se aprecia que el único parámetro con valores en común para cada pareja resulta ser su desviación respecto al eje en el momento de la medición y, según lo aprendido anteriormente, su contribución puede ser significativa en el movimiento de rotación del cuerpo.

El primer conjunto presenta una desviación mayor; lo que se refleja en el comportamiento de la curva en dicho punto ya que según observamos, estas repeticiones dan menos giros por segundo que la pareja restante de repeticiones, donde la desviación es menor y la frecuencia

angular es cuatro veces mayor. Nuevamente la distancia entre las placas se reajustó a un valor promedio de H= 3.901 mm, a pesar de que el valor teórico que corresponde a la longitud de onda es de H= 5.91 mm. El resto de parámetros evaluados no tienen una relación evidente con la naturaleza del punto.

Si bien la inspección del movimiento de rotación en este engrane no arroja mayores hallazgos como en los casos anteriores, éste nos permite observar la acción de la fuerza acústica cuando el objeto es de dimensiones semejantes a la longitud de onda, ya que causa una dispersión mayor de la onda incidente y por consiguiente una deformación del campo ultrasónico en la cavidad abierta. Además, al ocupar más volumen en el reducido espacio entre placas, genera una torca de arrastre más significativa en el fluido que aquellos con menor tamaño.

Aunado al análisis realizado sobre los resultados de la frecuencia angular, se deben considerar los errores asociados al desarrollo experimental. Para ello, en el apéndice B se presenta individualmente la desviación estándar correspondiente a cada punto en las gráficas de las Figuras (6.30), (6.32) y (6.34). Para el primer disco, el conjunto de gráficas tiene desviación estándar baja, esto se debe a que corresponde al disco que gira con mayor estabilidad; además, al ser el espacio muestral con mayor número de puntos el error disminuye. El caso contrario ocurre con la pareja de engranes 2 y 3, donde los errores son significativos y están asociados a los errores aleatorios causados por factores propios del experimento, como la dificultad que presentan para mantenerse estables, el reducido tamaño del espacio muestral o su susceptibilidad a corrientes de aire que afecten el movimiento.

6.3. Momento de inercia

Se hizo una estimación directa del momento de inercia I de cada engrane haciendo las aproximaciones pertinentes adecuadas para la geometría de cada uno. Dichas aproximaciones se muestran en los esquemas presentados en el apéndice A. Para calcular la inercia rotacional de objetos solidos con geometría compleja, éstos se descomponen en sólidos más simples cuya inercia rotacional es más sencilla de calcular y después cada una se suman como cantidades escalares: $I_t = I_1 + I_2 + I_3 + ... + I_n$. Todos los engranes estudiados mantuvieron su rotación alrededor del eje central de simetría del dispositivo. La Tabla 6.5 contiene los valores calculados en cada caso.

	Engrane 1	Engrane 2	Engrane 3
Inercia Rotacional $[kg \cdot m^2]$	9.7808×10^{-11}	1.7281×10^{-10}	3.8565×10^{-10}

Tabla 6.5: Inercia rotacional para cada engrane.

Como puede notarse, los datos arrojan los resultados esperados y observados experimentalmente durante el desarrollo de la investigación, ya que al ser el engrane 1 el objeto que giró con mayor facilidad y control, tiene la menor inercia rotacional, es decir, le cuesta menos girar. Por el contrario, el engrane 3 tiene el mayor momento de inercia rotacional del conjunto, lo que corresponde de buena manera con la dificultad presentada al momento de girar, pues se debe recordar que mientras mayor cantidad de masa se encuentra alejada del eje de rotación, mayor será el momento de inercia de un objeto y, por ende, este rotará con menor frecuencia angular.

Conclusiones

En este trabajo de tesis se cumplió con el objetivo de explorar los parámetros involucrados en la rotación de algunos objetos con formas no triviales dentro del campo generado en un levitador acústico ultrasónico.

Para ello, se caracterizó experimentalmente el campo acústico estacionario de presión generado entre las placas por medio de un escaneo tridimensional de la región de estudio. Para esto se supuso simetría axial con respecto al eje vertical central, lo que permitió su observación en diferentes posiciones a partir del eje de simetría. Se encontró que tanto para el caso de dos y tres nodos presentes en el campo, la configuración obtenida es típica de un patrón de ondas estacionarias. Además, se puso en manifiesto la presencia de una deformación anular del campo en los nodos como consecuencia de su cercanía con las placas. La deformación anular ocasiona un desplazamiento de la muestra, alejándola del eje central.

Adicionalmente, se observaron experimetalmente nodos y antinodos en tres dimensiones espaciales, para una configuración geométrica que no es trivial de resolver analíticamente. Lo anterior permite la libre elección del número de nodos requeridos según la aplicación que se enfrente en futuros experimentos, ya que la modificación de las condiciones de frontera altera los valores finales, pero la tendencia sigue siendo la misma, dando certeza al comportamiento del campo ultrasónico.

Este hecho demuestra que el sistema de levitación utilizado es adecuado para estudiar muestras que necesiten evitar todo tipo de contacto y además para aplicaciones que requieran baja y alta densidad de carga y a su vez una distancia de separación considerable entre las placas del levitador, lo que permite una mejor manipulación y observación de los objetos levitados.

Se midió la frecuencia angular en tres distintos objetos no esféricos. Para esto, se utilizaron engranes de reloj con geometría y constitución diversa. Primeramente se validaron simultáneamente el método de interferometría láser y el método de análisis de video de alta velocidad haciendo levitar el mismo objeto mientras se tomaba registro del comportamiento paralelamente con un analizador de frecuencias en el primer caso y una cámara adecuada para grabar video de alta velocidad en el segundo. Los resultados obtenidos arrojaron que el instante con mayor diferencia entre ambos métodos representa un porcentaje del 10.56 % del total de revoluciones por segundo registradas en ese caso. Lo anterior indica que los dos métodos proporcionan datos fiables sobre el fenómeno, pues no difieren mucho entre ellos a pesar de tratarse de distintas técnicas de medición.

Como consecuencia de estudiar la frecuencia angular de los tres objetos, se observó que el posicionamiento de cuerpos en los nodos de presión origina un corrimiento de la frecuencia

de resonancia en la onda estacionaria, es decir, la ubicación de los puntos de equilibrio dentro del campo se ve desplazada como consecuencia de la inmersión de una muestra. Asimismo, el único movimiento de rotación que no pudo ser controlado fue aquél alrededor del eje de simetría; dicho movimiento se origina debido a la falta de simetría del dispositivo, ya que si se tratara de un sistema de levitación ideal en el que las placas radiadora y reflectora fueran simétricas y estuvieran en perfecta alineación con el eje de levitación, no debería existir una torca que haga rotar al objeto inmerso en el campo, manteniéndolo así en completo estado de equilibrio mecánico.

Al analizar la dependencia entre el voltaje suministrado y la frecuencia angular registrada en los discos se obtuvo un comportamiento variado para cada uno, lo que permitió identificar las múltiples variables que intervienen en el movimiento de rotación:

• El engrane 1 describió una curva inesperada, pues conforme se tenía un aumento en el voltaje, la frecuencia angular permaneció casi constante. Sin embargo, a partir de cierto voltaje, ésta dio un salto prominente para una vez más mantenerse constante alrededor del nuevo valor, produciendo así un patrón escalonado.

A pesar de haber realizado el procedimiento bajo las mismas condiciones de trabajo, la amplitud del salto y el instante de su aparición es diferente en cada repetición. Se observó que su manifestación está posiblemente determinada por la separación entre las placas radiadora y reflectora, ya que éstas se encontraban alrededor de una misma longitud al momento de la variación repentina en la frecuencia angular. Aparentemente, el tamaño del escalón depende de la desviación del engrane respecto al eje central del levitador, pues al mantenerse cercano a él no experimenta una acción de resorte que le obligue a permanecer en la posición que le brinda mayor estabilidad y por ende, el movimiento de rotación no sufrirá desaceleración. Se evidenció que el aspecto de la curva no es exclusivo de alguna frecuencia de resonancia de trabajo en particular.

- La repetición del experimento con el engrane 2, sugirió que existe la misma relación entre voltaje y frecuencia angular; sin embargo, al contar con un rango de trabajo menor, sólo fue posible observar el salto de la frecuencia en una repetición, de manera que la hipótesis no pudo ser verificada debido a la carencia de datos al momento del salto.
- El estudio del engrane 3 demostró que la levitación de un objeto con dimensiones semejantes a la magnitud de la longitud de onda utilizada causa una perturbación mayor en el campo acústico ocupando casi toda la región de estudio, por lo que la muestra se vuelve más inestable y con tendencia al movimiento caótico. La dependencia de la frecuencia angular respecto al voltaje suministrado en este objeto no presentó ningún tipo de patrón y reflejó la menor similitud en las repeticiones a pesar de haber realizado el experimento bajo las mismas condiciones.

Para el conjunto de engranes investigado, se verificó que mientras más liviano y pequeño sea el objeto el voltaje necesario para levitarlo será menor. De igual modo, la frecuencia angular será superior y el objeto dará una mayor cantidad de giros por segundo.

La inercia rotacional es un factor determinante en el movimiento de rotación de los discos. Se comprobó que depende de la distribución de masa de los objetos, ya que mientras mayor cantidad de masa se encuentre alejada del eje de rotación, mayor será su resistencia a cambiar su velocidad de rotación y la dirección de su eje de giro y, por tanto, girará con mayor dificultad.

El objetivo principal de este trabajo era determinar cómo transfiere momento angular el campo acústico dentro de un levitador a un objeto levitado. Sin embargo, mediante el tratamiento experimental desarrollado y bajo la consideración de que no se trata de un problema trivial la respuesta a esta incógnita quedó fuera del alcance de esta tesis.

A pesar de ello, se logra evidenciar la importancia de continuar con el estudio de las variables que rigen el movimiento de rotación de objetos con geometrías no esféricas en levitación ultrasónica. En la medida que se desee controlar el movimiento de piezas con forma arbitraria, es necesario tener un mayor conocimiento sobre la influencia directa sobre él no solo por parte de las características propias del objeto (forma, tamaño o material), sino también por las condiciones en las que se origina el campo ultrasónico estacionario y las asimetrías propias del dispositivo de levitación utilizado.

Trabajo a Futuro

A continuación se presentan algunos trabajos futuros que pueden desarrollarse como resultado de esta investigación o que, por exceder el alcance de esta tesis, no han podido ser tratados con la suficiente profundidad. Además, se sugieren algunos desarrollos específicos para apoyar y mejorar el modelo y metodología propuestos. Entre las propuestas para posibles trabajos futuros se destacan:

- Ampliar el número de discos o engranes estudiados para tener una mayor cantidad de resultados a comparar. También se sugiere utilizar objetos con diversas morfologías.
- Realizar mejoras en el dispositivo de levitación de manera que se asegure la perfecta alineación y simetría entre los elementos que lo componen. De esta forma se elimina cualquier tipo de torca actuando sobre las partículas que pueda propiciar un movimiento de rotación. Hecho esto, sería interesante acondicionar el levitador acústico con un eje o riel que le permita desplazarse horizontalmente de manera controlada sobre uno de los ejes laterales, ya sea X o Y, con el objetivo de estudiar a detalle la relación entre la asimetría del campo y la torca ejercida sobre el cuerpo debido a ello. O, mejor aún, modificar el levitador de tal modo que se pueda controlar la escala de la asimetría.
- Se propone proveer el levitador ultrasónico con un mecanismo de aislamiento que lo haga menos susceptible a corrientes de aire que desestabilicen el campo acústico provocando la caída de las muestras. De igual manera, se sugiere adaptar el equipo para disminuir el calentamiento sufrido a lo largo del proceso de medición, ya sea modificando el material piezoeléctrico del levitador por alguno que conduzca menos el calor o incorporando un sistema de enfriamiento al levitador.
- En la medida de lo posible, cerciorarse de que el rango de trabajo sea el más óptimo al momento de estudiar el inicio y naturaleza del salto en la frecuencia angular. Se recomienda hacer un aumento más fino por cada medida de voltaje para observar con mayor precisión el momento de su aparición.
- Se recomienda mejorar los elementos involucrados en la grabación de los videos de alta velocidad. Ya sea usar una lente de mayor alcance que permita la observación del fenómeno con mayor nitidez, así como perfeccionar el sistema de iluminación, logrando así un mejor contraste en la imagen y a su vez desechar la posible presencia de reflejos de luz que dificulten el análisis de las imágenes.
- Se invita a realizar futuras investigaciones variando también la morfología de las placas y su influjo en el campo sonoro creado.

Apéndice A

Cálculo de volúmenes

En las siguientes tablas se presentan las medidas obtenidas para cada uno de los engranes utilizados. El cálculo de los volúmenes se realizó en base a las consideraciones hechas, las cuales corresponden a aproximar las partes del engrane a la figura geométrica más semejante a su forma. Por ejemplo, los bordes de los engranes se aproximaron como prismas triangulares o rectangulares, etc. Las Figuras A.1, A.2 y A.3 muestran a modo de esquema las aproximaciones antes mencionadas señalizando las medidas utilizadas para el cálculo del volumen.

Engrane 1

a = 1.42	d = 1.46	g = 1.772	j= 5.802	altura $1 = 0.472$
b = 2.76	e = 0.651	h = 0.458	k = 2.282	base $2 = 0.442$
c = 6.22	f = 0.690	i = 0.730	base $1 = 0.442$	altura $2 = 0.478$

Tabla A.1: Medidas del engrane 1 en [mm].

Engrane 2

a = 6.89	e = 0.396	i = 0.303	m = 0.365	q = 2.720	base $1 = 0.960$
b = 0.51	f = 0.388	j = 0.202	n = 1.114	r = 0.383	altura $1 = 0.516$
c = 0.90	g = 0.489	k = 1.032	o = 1.665	s = 0.330	base $2 = 0.157$
d = 0.629	h = 0.250	l = 0.659	p = 2.185	t = 1.790	altura $2 = 0.228$

Tabla A.2: Medidas del engrane 2 en [mm].

Engrane 3

a = 8.850	e = 1.640	i = 0.989	m = 7.851	q = 0.382
b = 0.595	f = 0.346	j = 0.723	n = 0.510	r = 0.170
c = 0.225	g = 0.989	k=2.811	o = 0.440	base $1 = 0.317$
d = 0.796	h = 0.190	l = 2.228	p = 0.878	altura $1 = 0.390$

Tabla A.3: Medidas del engrane 3 en [mm].

Engrane1



Figura A.1: Esquematización del engrane 1.

Engrane2





Engrane3



Figura A.3: Esquematización del engrane 3.

Apéndice B

Incertidumbres

A continuación se muestra la desviación estándar correspondiente a cada repetición para el caso de los distintos discos utilizados.



Frecuencia Angular del Engrane 1

Figura B.1: Repetición 1 con desviación estándar.



Figura B.2: Repetición 2 con desviación estándar.



Figura B.3: Repetición 3 con desviación estándar.



Figura B.4: Repetición 4 con desviación estándar.

Frecuencia Angular del Engrane 2



Figura B.5: Repetición 1 con desviación estándar.



Figura B.6: Repetición 2 con desviación estándar.



Figura B.7: Repetición 3 con desviación estándar.



Figura B.8: Repetición 4 con desviación estándar.



Figura B.9: Repetición 5 con desviación estándar.

Frecuencia Angular del Engrane 3



Figura B.10: Repetición 1 con desviación estándar.



Figura B.11: Repetición 2 con desviación estándar.



Figura B.12: Repetición 3 con desviación estándar.



Figura B.13: Repetición 4 con desviación estándar.

Bibliografía

- A. Abdullah, M. Shahini y A. Pak. "An approach to design a high power piezoelectric". En: *Journal of Electroceramics* 22 (2009), págs. 369-382.
- [2] J. H. Araujo. "Acoustic radiation force and torque on suspended objects in an inviscid fluid". Tesis doct. Universidade Federal de Alagaos, 2014.
- [3] M. Barmatz y P. Collas. "Acoustic radiation potential on a sphere in plane, cylindrical, and spherical standing wave fields". En: *The Journal of the Acoustical Society* of America 77 (1985), págs. 928-945.
- [4] M. Barmatz, M. Gaspar y E. Trinh. "Controlled sample orientation and rotation in an acoustic levitator". Patente 4777823 (US). 1988.
- [5] R. Berg. Sound. Enero de 2012. URL: https://global.britannica.com/science/ sound-physics/Sound-absorption.
- [6] M. Biet, F. Girand y B. Lemaire-Semail. "Squeeze film effect for the design of an ultrasonic tactile plate". En: *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control* 54 (2007), págs. 2678-2688.
- [7] D. T. Blackstock. Fundamentals of physical acoustics. John Wiley Sons, 2000.
- [8] F. E. Borgnis. *Theory of acoustic radiation pressure*. California Institute of Technology. Jul. de 1951.
- [9] R. R. Boullosa, A. Pérez-López y R. Dorantes. "An Ultrasonic Levitator". En: Journal of Applied Research and Technology 11 (2013), págs. 857-865.
- [10] E. H. Brandt. "Suspended by sound". En: Nature 413 (2001), págs. 474-475.
- [11] H. Bruus. "Acoustouidics 2: Perturbation theory and ultrasound resonance modes".
 En: Lab on a Chip 12 (2012), págs. 20-28.
- [12] H. Bruus. "Acoustouidics 7: The acoustic radiation force on small particles". En: Lab on a Chip 12 (2012), págs. 1014-1021.
- [13] K. Bücks y H. Müller. "Über einige Beobachtungen an und Piezoquarzen schwingenden Ihrem Shallfield". En: Zeitschrift für Physik 84 (1933), págs. 75-86.
- [14] H. Cao y col. "Rapid crystallization from acoustically levitated droplets". En: The Journal of the Acoustical of America 131 (2012), pág. 3164.
- [15] J. D. N. Cheeke. Fundamentals and applications of ultrasonic waves. CRC Press, 2002.
- B. Chu y R. E. Apfel. "Acoustic radiation pressure produced by a beam of sound". En: Acoustical Society of America Journal 72 (1982), pág. 1673.

- [17] Control por absorción acústica. URL: http://rabfis15.uco.es/lvct/tutorial/ 1/paginas%5C%20proyecto%5C%20def/(9)%5C%20Control%5C%20por%5C% 20absorcion/absorcion%5C%20acustica.htm.
- [18] B. Edwards, T. S. Mayer y R. B. Bhiladvala. "Synchronous electrorotation of nanowires in fluid". En: Nano Letters 6 (2006), págs. 626-632.
- [19] D. Ensminger. Ultrasonics: Fundamentals, Technology, Applications. 2.^a ed. Marcel Dekker, 1988.
- [20] Z. Fan y col. "Acoustic radiation torque on an irregularly shaped scatterer in an arbitrary sound field". En: Journal of the Acoustical Society of America 124 (2008), págs. 2727-2732.
- [21] J. A. Gallego-Juarez. "Piezoelectric ceramics and ultrasonic transducers". En: Journal of Physics E: Scientific Instruments 22 (1989), pág. 804.
- [22] S. L. Garrett y M. Barmatz. "Detuning/dephasing instabilities in acoustic levitation and Rayleigh disk systems". En: The Journal of the Acoustical Society of America 77 (1985).
- [23] L. Gor'kov. "On the forces acting on a small particle in an acoustical field in an ideal fluid". En: Soviet Physics Doklady 6 (1962), págs. 773-775.
- [24] T. Hasegawa y col. "Acoustic radiation force experienced by a solid cylinder in a plane progressive sound field". En: *The Journal of the Acoustical Society of America* 83 (1988), pág. 1770.
- [25] T. Hasegawa y col. "Frequency dependence of the acoustic radiation pressure on a solid sphere in waters". En: *The Journal of the Acoustical Society of America* 22 (2001), págs. 273-281.
- [26] S. M. Hasheminejad y R. Sanaei. "Acoustic radiation force and torque on a solid elliptic cylinder". En: Journal of Computational Acoustic 15 (2007), págs. 377-399.
- [27] Acoustic levitation. 2015.
- [28] M. H. Kandemir y M. Caliskan. "Standing wave acoustic levitation on an annular plate". En: Journal od Sound and Vibrations 382 (2016), págs. 227-237.
- [29] L. V. King. "On the acoustic radiation pressure on spheres". En: Proceedings of the Royal Society of London 147 (1934), pág. 212.
- [30] L. E. Kinsler y col. *Fundamentals of acoustics*. 4.^a ed. John Wiley Sons, 2000.
- [31] T. Kosuka y col. "Acoustic standing-wave field for manipulation in air". En: *The Japan Society of Applied Physics* 47 (2008), págs. 4336-4338.
- [32] H. Kuttruff. Ultrasonics: Fundamentals and Applications. 1.^a ed. Elsevier Applied Science, 1991.
- [33] L. D. Landau y E. M. Lifshitz. Fluid Mechanics. 2.^a ed. Vol. 6. Pergamon Press, 1987.
- [34] C. P. Lee y T. G. Wang. "Acoustic radiation pressure". En: The Journal of Acoustical Society of America 94 (1993), págs. 1099-1109.
- [35] E. W. Leung y T. Wang. "Force on a heated sphere in a horizontal plane acoustic standing wave field". En: The Journal of the Acoustical Society of America 77 (1985), págs. 1686-1691.

- [36] E. Leung, N. Jacobi y T. Wang. "Acoustic radiation force on a rigid sphere in a resonance chamber". En: The Journal of the Acoustical Society of America 70 (1981), págs. 1762-1767.
- [37] E. Leung y col. "Resonance frequency shift of an acoustic chamber containing a rigid sphere". En: *The Journal of the Acoustical Society of America* 72 (1982), pág. 615.
- [38] K. Lim y S. Sepehri. "Calculation of acoustic radiation force and moment in microfluidic devices". En: 5th International Symposium on Physics of Fluids (ISPF5) 34 (2014).
- [39] Proceedings of the 10th European Conference on Thermophysical Properties. 1986, págs. 571-581.
- [40] V. Mágori y H. Walker. "Ultrasonic Presence Sensors with Wide Range and High Local Resolution". En: *IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control* 34 (1987), págs. 202-11.
- [41] G. Maidanik. "Torques due to acoustical radiation pressure". En: *The Journal of the Acoustical Society of America* 30 (1958).
- [42] W. Manthey, N. Kroemer y V. Magori. "Ultrasonic transducers and transducer arrays for applications in air". En: *Measurement Science and Technology* 3 (1992), pág. 249.
- [43] NDT Course Material. Attenuation of Sound Waves. 2012. URL: https://www.ndeed.org/.
- [44] H. Pérez Montiel. *Física General*. Publicaciones Cultural, 2005.
- [45] T. Otsuka, K. Higuchi y K. Seya. "Ultrasonic levitation by stepped circular vibrating plate". En: The Japan Society of Applied Physics 29 (1990), pág. 170.
- [46] A. D. Pierce. Acoustics: An Introduction to Its Physical Principles and Applications. 1989, pág. 189.
- [47] J. H. Poynting y J. J. Thomson. A textbook of Physics. Charles Griffin Co, 1904.
- [48] A. Pyzdek. The World Through Sound: Acoustic Impedance. URL: http://acousticstoday. org/7-the-world-through-sound-acoustic-impedance/.
- [49] A. Pyzdek. *The World Through Sound: Normal Modes*. URL: http://acousticstoday. org/the-world-through-sound-normal-modes/.
- [50] A. Pyzdek. *The World Through Sound: Resonance*. URL: http://acousticstoday. org/8-the-world-through-sound-resonance/.
- [51] R. D. Raichel. The science and applications of acoustics. 2.^a ed. Springer, 2000.
- [52] L. Rayleigh. "On an instrument capable of measuring the intensity of aerial vibrations". En: *Philosophical Magazine* 14 (1882), pág. 186.
- [53] L. Rayleigh. "On the momentum and pressure of gaseous vibrations, and on the conexion with the virial theorem". En: *Philosophical Magazine* 10 (1905), págs. 364-374.
- [54] L. Rayleigh. "On the pressure of vibrations". En: *Philosophical Magazine* 3 (1902), págs. 338-346.
- [55] J. L. Robey, E. H. Trinh y T. G. Wang. "Acoustic force measurement in a dualtemperature resonant chamber". En: The Journal of the Acoustical Society of America 82 (1987), págs. 1039-1044.

- [56] J. Rudnick y M. Barmatz. "Oscillational instabilities in single mode acoustics levitators". En: *The Journal of the Acoustical Society of America* 87 (1990).
- [57] S. S. Sadhal. "Acoustofluidics 13: Analysis of acoustic streaming by perturbation methods". En: *Lab on a Chip* 12 (2012), págs. 2292-2300.
- [58] A. Saha, S. Basu y R. Kumar. "Velocity and rotation measurements in acoustically levitated droplets". En: *Elsevier (Physics Letters A)* 376 (2012), págs. 3185-3191.
- [59] E. O. J. Salbu. "Compressible squeeze films and squeeze bearings". En: Journal of Basic Engineering 86 (1964), págs. 355-366.
- [60] S. Santesson y S. Nilsson. "Airborne chemistry: acoustic levitation in chemical analysis". En: Analytical and Bioanalytical Chemistry 394 (2004), págs. 1433-1441.
- [61] T. Schwarz. "Rotation of Particles by Ultrasonic Manipulation". Tesis doct. ETH Zurich, 2013.
- [62] M. Settnes y H. Bruus. "Forces acting on a small particle in an acoustical field in a viscous fluid". En: *Physical Review E* 85 (1 2012), pág. 016327.
- [63] M. Settnes y H. Bruus. "On the forces acting on a small particle in an acoustical field and in a viscous fluid". En: *Physical Review E* 85 (2012), pág. 016327.
- [64] M. Settnes y H. Bruus. "Theoretical analysis of viscous corrections to the acoustic radiation force on cells in microchannel acoustophoresis". En: 15th MicroTAS (2011), págs. 160-162.
- [65] F. S. Sherman. Viscous Flow. 1990, págs. 273-279.
- [66] T. Shi y R. E. Apfel. "Oscillations of a deformed liquid drop in an acoustic field". En: *Physics of fluids* 7 (1995).
- [67] T. Silva, T. P. Lobo y F. G. Mitri. "Radiation torque produced by an arbitrary acoustic wave". En: *EPL (Europhysics Letters)* 97 (2012). 54003.
- [68] Z. Tan, S. Gisela y J. Hu. "Ultrasonic generation and rotation of a small droplet at the tip of a hypodermic needle". En: *Journal of Applied Physics* 104 (2004).
- [69] M. M. Tirado y J. Garcia de la Torre. "Rotational dynamics of rigid, symmetric top macomolecules. Application to circular cylinders". En: Journal of chemical physics 73 (1980), págs. 1986-1993.
- [70] E. H. Trinh. "Compact acoustic levitation device for studies in fluid dynamics and material science in the laboratory and microgravity". En: *Review of Scientific Inss*truments 56 (1985), págs. 2059-2065.
- [71] V. Trinh. *Measurement of sound intensity and sound power*. Materials Research Laboratory. Feb. de 1994.
- [72] R. Tuckermann y col. "Chemical analysis of acoustically levitated drops by Raman spectroscopy". En: Analytical and Bioanalytical Chemistry 394 (2009), págs. 1433-1441.
- [73] S. Ueha, Y. Hashimoto e Y. Koike. "Non-contact transportation using near-field acoustic levitation". En: *Ultrasonics* 38 (2000), págs. 26-32.
- [74] V. Vandaele, A. Delchambre y P. Lambert. "Acoustic wave levitation: Handling of components". En: Journal of Applied Physics 109 (2011), pág. 124901.
- [75] V. Vandaele, P. Lambert y A. Delchambre. "Non-contact handling in microassembly: Acoustical levitation". En: *Precision Engineering* 29 (2005), págs. 491-505.

- [76] K. Volke, A. Orozco y R. R. Boullosa. "Transfer of Angular Momentum to Matter from Acoustical Vortices in Free Space". En: *Physical Review Letters* 100 (2008). 024302.
- [77] W. Wei y P. L. Marston. "Equivalence of expressions for the acoustic radiation force on cylinders". En: The Journal of the Acoustical Society of America 118 (2005), pág. 3397.
- [78] R. R. Whymark. "Acoustical field positioning for containerless processing". En: Ultrasonics 13 (1975), págs. 251-261.
- [79] M. Wiesendanger. "Squeeze film air bearings using piezoelectric bending elements". Tesis doct. Ecole polytechnique federale de Lausanne, 2001.
- [80] B. R. Wood y col. "A portable Raman acoustic levitation Spectroscopic System for the Identification and Environmental Monitoring of Algal Cells". En: Analytical Chemistry 77 (2005), págs. 4955-4961.
- [81] W. J. Xie y B. Wei. "Parametric study of single-axis acoustic levitation". En: Applied Physics Letters 79 (2001), pág. 881.
- [82] W. J. Xie y col. "Acoustic method for levitation of small living animals". En: Applied Physics Letters 89 (2006).
- [83] J. Rekimoto Y. Ochiai T. Hoshi. "Three-Dimensional Mid-Air Acoustic Manipulation by Ultrasonic Phased Arrays". En: *PLoS ONE* 9 (2014).
- [84] K. Yosioka e Y. Kawasima. "Acoustic radiation pressure on a compressible sphere". En: Acustica 5 (1955), págs. 167-173.
- [85] L. Zhang y P. L. Marston. "Acoustic radiation torque and the conservation of angular momentum". En: Journal of the Acoustical Society of America 129 (2011), págs. 1679-1680.
- [86] S. Zhao. "Investigation of non-contact bearing systems based on ultrasonic levitation". Tesis doct. Universität Paderborn, 2010.