



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA**  
**INGENIERÍA CIVIL – ESTRUCTURAS**

**REDUCCIÓN POR DUCTILIDAD DE ESPECTROS DE DESPLAZAMIENTOS**  
**CORRESPONDIENTES A LA ZONA BLANDA DE LA CIUDAD DE MÉXICO**

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:  
NOÉ DAVID LAZOS GALLARDO

TUTORA  
DRA. SONIA ELDA RUIZ GÓMEZ  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
INGENIERÍA CIVIL – ESTRUCTURAS

Ciudad Universitaria, CDMX.

Agosto 2018



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: DR. LUIS ESTEVA MARAVOTO

Secretario: DR. ORLANDO JAVIER DIAZ LOPEZ

Vocal: DRA. SONIA ELDA RUIZ GÓMEZ

1<sup>er.</sup> Suplente: DR. OSCAR ALBERTO LÓPEZ BÁTIZ

2<sup>do.</sup> Suplente: DR. JAIME GARCÍA PÉREZ

Lugar o lugares donde se realizó la tesis: INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM

**TUTOR DE TESIS:**

SONIA ELDA RUIZ GOMEZ

---

**FIRMA**

# **DEDICATORIA**

*A mis padres, Cecilia y Nicolás, por ser las personas más valiosas en mi vida.*

*A mis hermanos, Alma y Luis, por siempre darme ánimos.*

*A mi sobrino, Ithan, por alegrarme los días.*

## **AGRADECIMIENTOS**

Agradezco profundamente a mi directora de tesis, la Dra. Sonia Ruiz Gómez, por su valioso tiempo, dedicación y paciencia a lo largo de esta tesis. Gracias por la confianza brindada desde que visité por primera vez a la UNAM en el verano científico de 2015. Mi más sincero agradecimiento y respeto.

Al Dr. Federico Valenzuela Beltrán, por el apoyo desinteresado que me brindó desde que llegué al Instituto de Ingeniería, pero sobre todo, gracias por su amistad.

A mis sinodales Dr. Luis Esteva Maravoto, Dr. Orlando Díaz, Dr. Jaime García y Dr. Oscar López Bátiz por los valiosos comentarios hacia esta tesis.

Le agradezco al M.I. Miguel Leonardo por sus valiosos comentarios al inicio de esta tesis.

A mis compañeros y amigos del Instituto de Ingeniería, por compartir buenos momentos, conocimientos y risas durante esta estancia.

Un especial agradecimiento a las personas que hicieron toda esta estancia, una de las mejores en mi vida. Gracias amigos: Nina, Salvador, Giovanni, Luis, Erick y Emmanuel.

A mis amigos de La Paz, Jocelin e Irving, por sus buenos consejos a lo largo de estos dos años.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por la beca otorgada para realizar mis estudios de posgrado durando dos años.

Al Instituto de Ingeniería de la UNAM, por permitirme el uso de sus instalaciones.

Al Programa de Maestría y Doctorado de la Universidad Nacional Autónoma de México, por la oportunidad de poder estudiar en la máxima casa de estudios.

Y a los que escapan de mi memoria pero que fueron parte de este proyecto. Gracias.

# RESUMEN

Se caracteriza la rama descendente del espectro de desplazamiento recomendado en las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo NTC-DS (2017) para las zonas correspondientes a suelo blando de la Ciudad de México. Para ello, se clasificó a la Ciudad de México en ocho zonas de acuerdo con el periodo dominante del suelo. Se seleccionaron decenas de registros sísmicos representativos en cada una de las zonas clasificadas y se obtuvieron espectros de aceleración para diferentes valores de la demanda de ductilidad. Se proponen expresiones para estimar factores de reducción por ductilidad a partir de cocientes promedio de espectros elásticos normalizados con inelásticos, con el objetivo de justificar los valores que puede tomar el parámetro  $Q'$  que definen las NTC-DS 2017. Se proponen valores para el parámetro  $k$  para la zona blanda de la Ciudad de México y se realiza un ejemplo de aplicación al diseño de un edificio de 30 niveles de concreto reforzado utilizando diagramas momento-curvatura que consideraran un comportamiento suficientemente aproximado de la respuesta no lineal de los elementos estructurales. Se concluye que las distorsiones máximas de entrepiso resultan significativamente menores cuando se considera el espectro de diseño afectado por el valor de  $k$  propuesto en la presente tesis.

## **ABSTRACT**

The descendent branch of the displacement spectrum recommended in the Complementary Technical Norms for Seismic Design (NTCDS-2017) corresponding to soft soil zones of Mexico City, is characterized. For that, Mexico City was classified into 8 zones according to the dominant period of the soil. Several seismic records representative of each of the classified zones were selected and the associated acceleration response spectra for different values of the ductility demand were calculated. Mathematical expressions to estimate ductility reduction factors are proposed. The reduction factors were obtained from mean ratios between elastic spectra and the corresponding inelastic spectra, with the objective of justifying the values that can be taken by the parameter  $Q'$  defined in NTCDS-2017. Values of the parameter  $k$  for the soft soil zone of Mexico City are proposed and an illustrative example of the design of a 30-story reinforced concrete building is performed. In the analysis, moment-curvature diagrams which consider a sufficiently accurate behavior of the non-linear response of the structural members are considered. It is concluded that the maximum inter-story drifts result significantly lower by considering the seismic design spectrum affected by the value of the parameter  $k$  proposed in this study.

# CONTENIDO

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	9
1.1 INTRODUCCIÓN.....	9
1.2 ALCANCES Y LIMITACIONES.....	10
1.3 OBJETIVOS.....	11
2. METODOLOGÍA .....	12
2.1 PROCESO DE ANÁLISIS .....	12
3. REGISTROS SÍSMICOS.....	16
4. FACTORES DE REDUCCIÓN POR DUCTILIDAD .....	24
4.1 DEFINICIÓN.....	24
4.2 ESPECIFICACIONES DEL REGLAMENTO DE CONSTRUCCIONES DEL D.F., DE 2004 Y DE 2017.....	25
4.3 REVISIÓN DE ESTUDIOS PREVIOS.....	27
4.3.1 NEWMARK Y VELETSOS (1960).....	30
4.3.2 RIDDELL Y NEWMARK (1979).....	30
4.3.3 NEWMARK Y HALL (1982).....	32
4.3.4 MELI Y ÁVILA (1988).....	33
4.3.5 ROSAS, RUIZ Y DÍAZ (1989).....	34
4.3.6 MIRANDA Y BERTERO (1994).....	35
4.3.7 ORDAZ, REINOSO Y PEREZ-ROCHA (1996).....	37
4.3.8 ORDAZ Y PEREZ-ROCHA (1998).....	38
5. FACTORES DE REDUCCIÓN POR DUCTILIDAD PARA LA CIUDAD DE MÉXICO .....	40
5.1 EXPRESIONES PROPUESTAS PARA EL CÁLCULO DE AJUSTES DE CURVAS $R_{\mu}$ .....	51
5.2 COMPARACIÓN DE EXPRESIONES PROPUESTAS EN ESTE ESTUDIO CON LAS EXISTENTES EN LA LITERATURA Y EN LAS NTC-DS 2017 .....	58
6. PARÁMETROS QUE INFLUYEN EN LA RAMA DESCENDENTE DE ESPECTROS DE DESPLAZAMIENTOS CORRESPONDIENTES A LA CIUDAD DE MÉXICO.....	60

7. EJEMPLO DE VERIFICACIÓN REFERENTE AL USO DEL PARÁMETRO $k$ PROPUESTO .....	69
7.1 DESCRIPCIÓN DEL EDIFICIO ESTUDIADO.....	70
7.2 DIMENSIONAMIENTO DE LOS ELEMENTOS.....	72
7.3 AGRIETAMIENTO DE ELEMENTOS.....	72
7.4 ANÁLISIS MODAL ESPECTRAL.....	75
7.5 RESULTADOS DEL ANÁLISIS MODAL.....	77
7.6 APLICACIÓN DEL ANÁLISIS DINÁMICO NO LINEAL .....	78
7.6.1 Caracterización y modelado de las articulaciones plásticas .....	78
7.6.2 Obtención de la demanda estructural .....	82
7.7 ANÁLISIS DE RESULTADOS .....	85
7.7.1 Desplazamientos máximos en los entrepisos.....	85
7.7.2 Distorsiones máximas de entrepiso.....	87
7.7.3 Demanda de ductilidad en los elementos.....	88
8. CONCLUSIONES .....	91
REFERENCIAS.....	93

# 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

## 1.1 INTRODUCCIÓN

Se ha observado que el daño estructural está directamente relacionado con el desplazamiento, como lo visto en los eventos sísmicos del 7 y 19 de septiembre de 2017, que causaron daños considerables en la ciudad de México, Puebla, Morelos y Chiapas. Otros sismos, como los ocurridos el 19 de septiembre de 1985 en México, 17 de enero de 1994 en Northridge y el 17 de enero de 1995 en Kobe, han sobrepasado todas las expectativas de los códigos de diseño sísmico, lo que ha hecho que estos códigos se modifiquen para hacerlos más racionales de acuerdo con la amenaza sísmica.

En esta tesis se estudian en particular los espectros de desplazamiento de la zona blanda de la Ciudad de México, donde es necesario analizar y caracterizar de manera racional su rama descendente. Se hace énfasis en el parámetro  $k$  y en el factor de reducción por comportamiento sísmico  $Q'$  propuestos en las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo (NTC-DS 2017) y su influencia en la caracterización de los espectros de desplazamiento. En este estudio se hace ver que a medida que el parámetro  $k$  tiende a un valor menor la rama descendente del espectro de desplazamiento se caracteriza mejor.

El parámetro  $k$  se encuentra implícito en  $Q'$  y es inversamente proporcional a este, es decir, a medida que este tiende a cero, el valor de  $Q'$  incrementa, es por esto que este estudio tiene la finalidad de encontrar un parámetro  $k$  (menor a los establecidos en las NTC-DS 2017) que se justifique con un incremento razonable

del factor  $Q'$ . En esta tesis se proponen factores de reducción por ductilidad y se comparan con los propuestos por otros autores.

Se presenta un ejemplo para verificar el uso del parámetro  $k$  propuesto. La finalidad es comprobar que los desplazamientos obtenidos del análisis modal espectral se asemejan a los de un análisis dinámico no lineal siempre que se considere una correcta caracterización del espectro de desplazamiento. Lo anterior es importante debido a que las nuevas metodologías de diseño por desplazamiento cada vez se utilizan con mayor frecuencia en el diseño de edificios altos. Para verificar el uso del parámetro  $k$  propuesto, se diseña y analiza un edificio de 30 niveles de concreto reforzado a base de marcos y muros utilizando las especificaciones de estructuras con ductilidad alta. El edificio se diseña utilizando un factor de comportamiento sísmico  $Q=4$  y se detalla de acuerdo a las normas correspondientes. Con el ejemplo se hace ver que con un valor de  $k$  menor al que se especifica en las NTC-DS-2017, los desplazamientos son similares a los obtenidos con un análisis no lineal paso a paso.

## **1.2 ALCANCES Y LIMITACIONES**

Esta tesis está acotada al diseño sísmico de edificios localizados en la zona blanda de la Ciudad de México, con periodo fundamental mayor al periodo característico  $T_b$  del espectro de diseño.

Los espectros elásticos e inelásticos utilizados para la obtención de los factores de reducción por ductilidad corresponden a sistemas de un grado de libertad (S1GL) con comportamiento elastoplástico.

Las aportaciones de esta tesis son a casos en donde sea aplicable el método de análisis dinámico modal espectral que se especifica en el capítulo 6.1 de las NTC-DS 2017.

### 1.3 OBJETIVOS

Los objetivos principales de esta tesis son:

- 1) Analizar detalladamente la caracterización de la rama descendente del espectro de desplazamientos propuesto en la nueva versión de las NTC-DS (2017) para zonas de terreno blando de la Ciudad de México. La rama descendente se caracteriza por el valor que adquiere el parámetro  $k$ . Se proponen nuevos valores para este.
- 2) Analizar la influencia del factor  $k$  implícito en el factor de comportamiento sísmico ( $Q'$ ) de la NTC-DS (2017).
- 3) Proponer expresiones matemáticas para estimar factores de reducción de ductilidad en terreno firme y blando de la Ciudad de México. Las expresiones son independientes del factor  $k$  implícito en el factor  $Q'$  de las NTC-DS (2017).
- 4) Comparar las expresiones propuestas en este estudio con las existentes en la literatura y en las NTC-DS 2017.
- 5) Proponer nuevos valores para el parámetro  $k$  para disminuir la rama descendente del espectro de desplazamientos correspondiente a la zona lacustre de la Ciudad de México. Se hará ver que la nueva norma NTC-DS 2017 sobrestima la rama descendente de manera significativa.
- 6) Realizar el diseño de un edificio de 30 niveles de concreto reforzado usando un espectro de diseño reducido con el valor propuesto para el parámetro  $k$ , y comprobar su validez.

# 2. METODOLOGÍA

## 2.1 PROCESO DE ANÁLISIS

A continuación se presenta una descripción de la metodología que se sigue en la presente investigación:

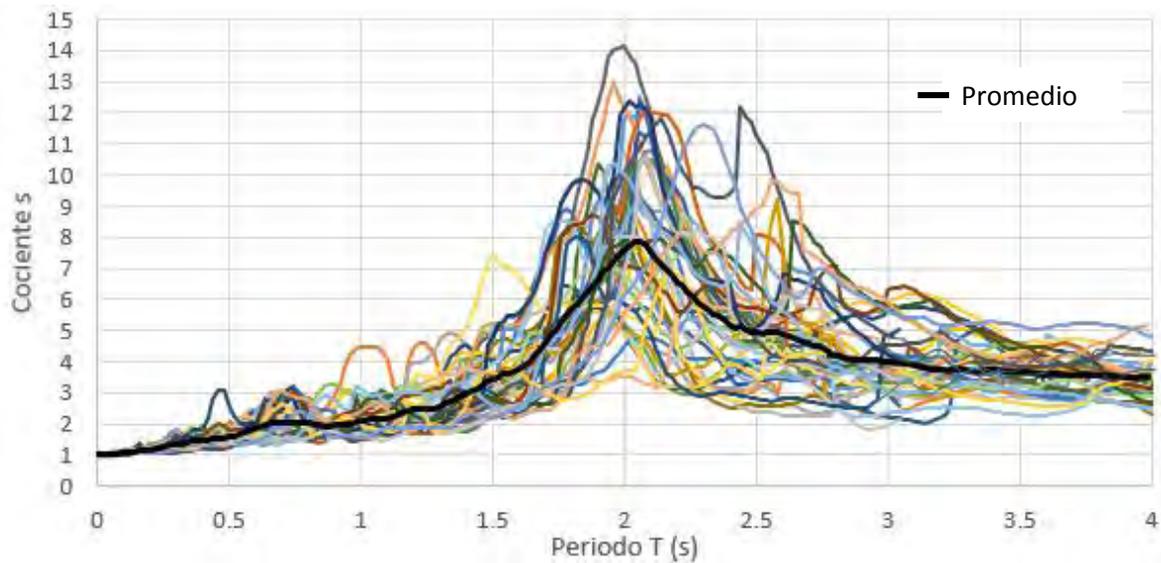
**Parte A:** Obtener factores de reducción de resistencia por ductilidad, y comparar los espectros de desplazamientos propuestos en este trabajo con los que se especificadosn en las NTC-DS 2017. Para lograr lo anterior se obtienen cocientes de espectros elásticos normalizados con respecto a los inelásticos, siguiendo los siguientes pasos:

1. Formar una base de datos con acelerogramas registrados en distintas zonas del valle de México. Se seleccionaron movimientos sísmicos correspondientes a eventos de subducción con magnitudes (M) mayores a 6 y distancias epicentrales similares entre sí. Los movimientos se obtienen de la base de datos de la Red Acelerográfica del Instituto de Ingeniería de la UNAM, registrados a partir de 1964 y además, la base de datos se complementa con los registros proporcionados por el Centro de Instrumentación y Registro Sísmico (CIRES A.C). Para cada registro se calcula el espectro de pseudoaceleración determinando el periodo donde se presenta el pico espectral, que se asocia al periodo dominante del terreno. Posteriormente se clasifica en zonas desde A hasta H para intervalos de periodos de 0.5 s, como se muestra en la tabla 1.

**Tabla 1. Clasificación de la Ciudad de México de acuerdo al periodo dominante del suelo**

Zona	Intervalo de periodos (s)	Periodo dominante (s)
A	$T_s \leq 0.5$	0.48
B	$0.5 < T_s \leq 1.0$	0.90
C	$1.0 < T_s \leq 1.5$	1.35
D	$1.5 < T_s \leq 2.0$	2.00
E	$2.0 < T_s \leq 2.5$	2.40
F	$2.5 < T_s \leq 3.0$	2.82
G	$3.0 < T_s \leq 3.5$	3.35
H	$T_s > 3.5$	4.30

2. Filtrar y corregir la línea base del conjunto de movimientos sísmicos registrados en todas las zonas en las que se dividió la Ciudad de México.
3. Considerar sistemas de un grado de libertad con comportamiento elastoplástico, excitados con los registros sísmicos del paso 2. Se obtienen los espectros de respuesta tanto elásticos como inelásticos. Usando los registros sísmicos del paso 2, se obtienen espectros de respuesta de pseudoaceleración tanto elásticos como inelásticos para diferentes valores de la demanda de ductilidad. Los espectros se calculan para las dos componentes ortogonales de los registros (EW y NS).
4. Se obtienen cocientes entre los espectros elásticos y los inelásticos, en ambas direcciones ortogonales, y se obtiene su promedio (ver figura 1).
5. Proponer expresiones matemáticas para estimar factores de reducción de ductilidad en terreno firme y blando de la Ciudad de México a partir de los cocientes del paso 4. Las expresiones son independientes del factor  $k$  implícito en el factor  $Q'$  de las NTC-DS (2017).
6. Comparar las expresiones propuestas con las existentes en la literatura y en las NTC-DS 2017.



**Figura 1. Cocientes de espectros elásticos entre inelásticos en zona D con ductilidad de 4**

7. Con la finalidad de detallar la forma de la rama descendente del espectro de desplazamiento de la NTC-DS 2017, se proponen valores para el parámetro  $k$ , implícito en las ecuaciones que definen el factor reducción por comportamiento sísmico ( $Q'$ ).

**Parte B:** Diseñar un edificio de 30 niveles de concreto reforzado localizado en la zona D de la Ciudad de México con el fin de observar la influencia del parámetro  $k$  en sus desplazamientos.

1. Diseñar un edificio de 30 niveles a base de marcos y muros, con características tales que sea permisible (según las NTC-DS 2017) que se realice un análisis modal espectral. El diseño se realiza considerando los requisitos de estructuras de concreto con ductilidad alta. El edificio se supone ubicado en suelo blando con periodo dominante  $T_s=2s$ .
2. Realizar análisis dinámicos no lineales utilizando diagramas momento-curvatura que consideraran un comportamiento suficientemente aproximado de la respuesta no lineal de los elementos tales como: ruptura

de estribo, pandeo del refuerzo longitudinal o un decaimiento de la resistencia. La finalidad es comparar los desplazamientos obtenidos a partir de un análisis elástico (análisis modal espectral) con los de un análisis no lineal (análisis dinámico paso a paso) y hacer ver que con una caracterización del espectro de desplazamiento con el parámetro  $k$  propuesto conlleva a que los desplazamientos obtenidos de un análisis modal espectral se asemejan a los de un análisis dinámico no lineal paso a paso. Así mismo se comprueba que la ductilidad global sea igual o menor que la especificada al inicio.

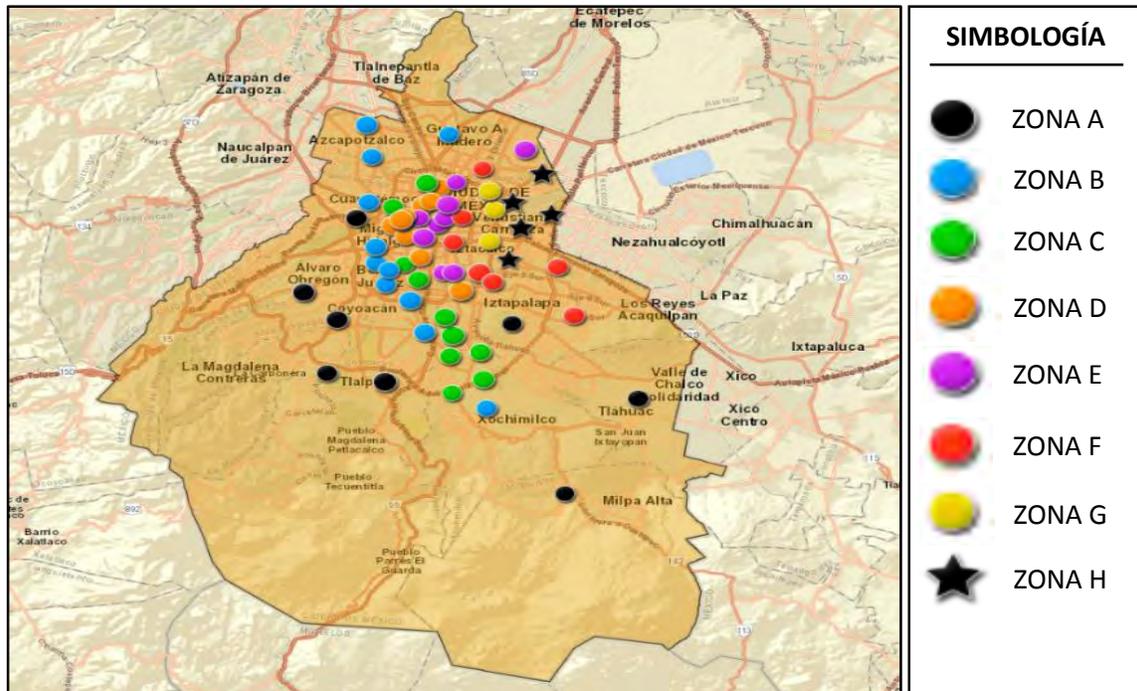


Los movimientos sísmicos que se seleccionaron corresponden a eventos de subducción ocurridos en el Pacífico Mexicano, con magnitud mayor o igual a 6. Se tomaron aquellos eventos cuya aceleración espectral máxima fuera mayor a 10  $\text{cm/s}^2$  en suelo firme, y mayor a 50  $\text{cm/s}^2$  en suelo blando. Los registros sísmicos fueron proporcionados por el Centro de Instrumentación y Registro Sísmico A.C. (CIRES A.C.) y por el Instituto de Ingeniería de la UNAM. La tabla 2 muestra el número de registros sísmicos para cada zona utilizados en este estudio.

**Tabla 2. Número de registros sísmicos utilizados en cada zona**

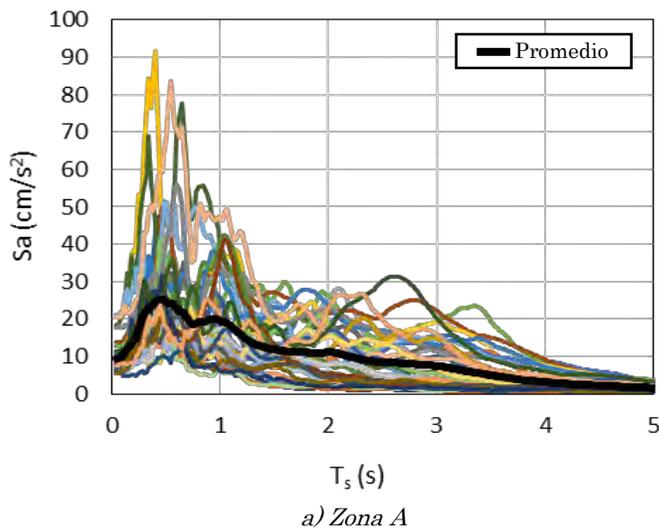
Zona	Número de registros
A	39
B	64
C	78
D	52
E	62
F	47
G	44
H	22

En la figura 3 se muestran las estaciones con su respectiva clasificación de acuerdo al periodo dominante del suelo.

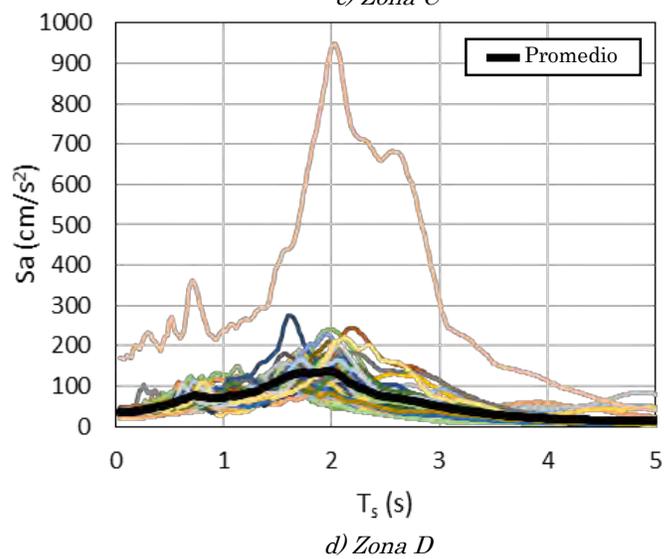
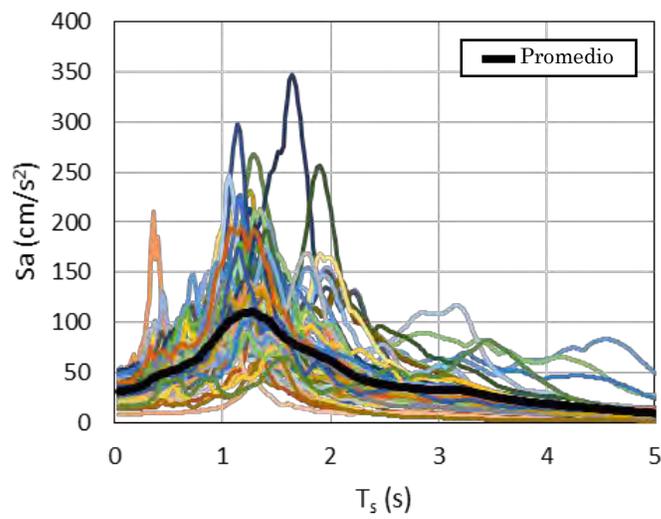
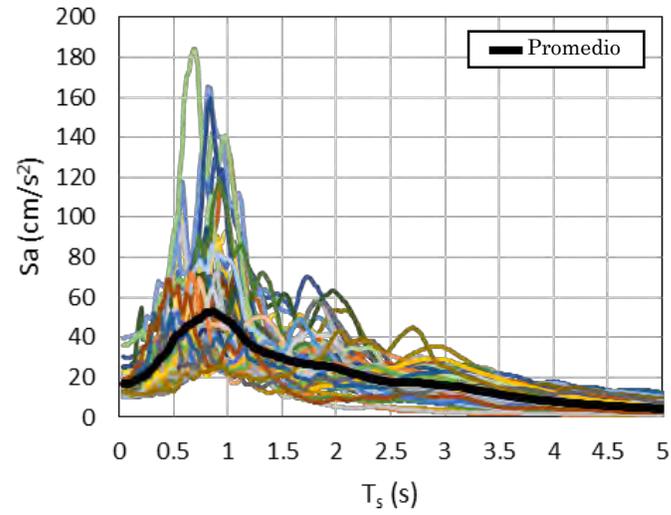


**Figura 3. Localización de estaciones**

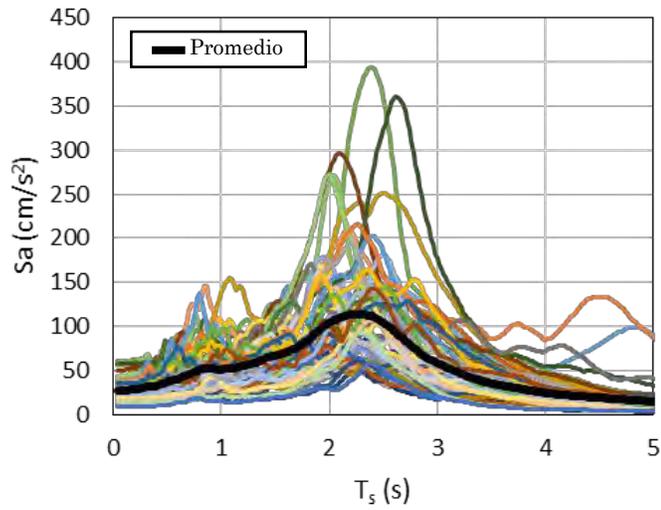
En las figuras 4 (a-h) y 5 (a-h) se muestran los espectros de pseudo-aceleración para 5% del amortiguamiento crítico, correspondientes a las componentes E-W y N-S de las ocho zonas (A, B, C, D, E, F, G y H), respectivamente. En estas figuras también se grafican las ordenadas del espectro promedio que se destaca con línea gruesa. Los valores máximos del espectro promedio (tomados como el periodo dominante de cada una de las zonas) son los que se listan en la tercera columna de la tabla 1.



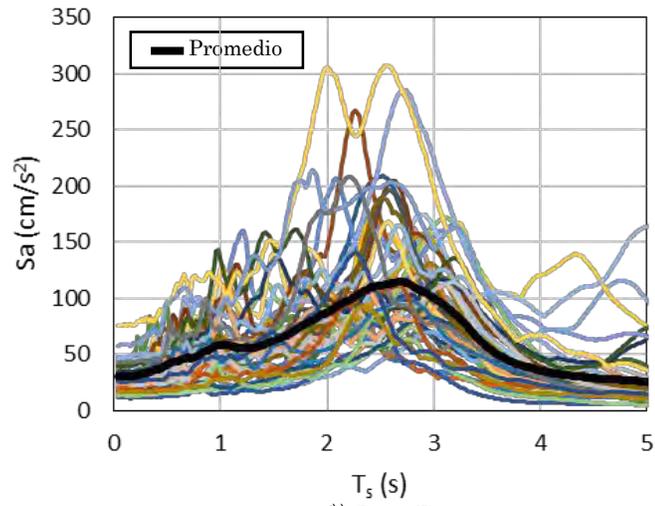
**Figura 4. Espectros de respuesta de pseudoaceleración para la componente N-S de los registros sísmicos**



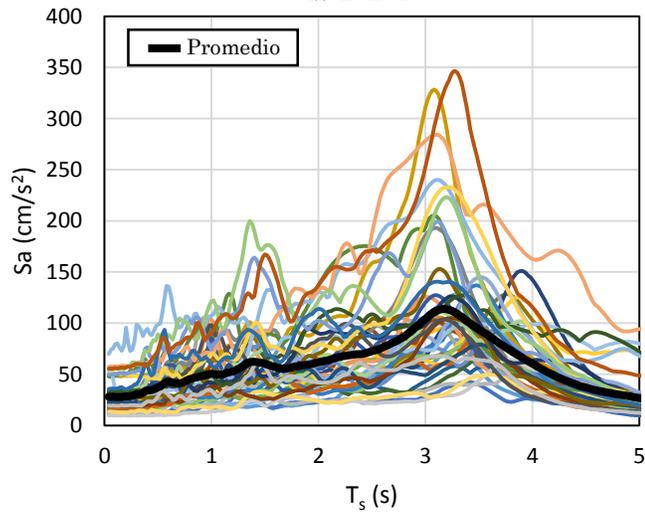
**Figura 4. Espectros de respuesta de pseudoaceleración para la componente N-S de los registros sísmicos (continuación)**



e) Zona E

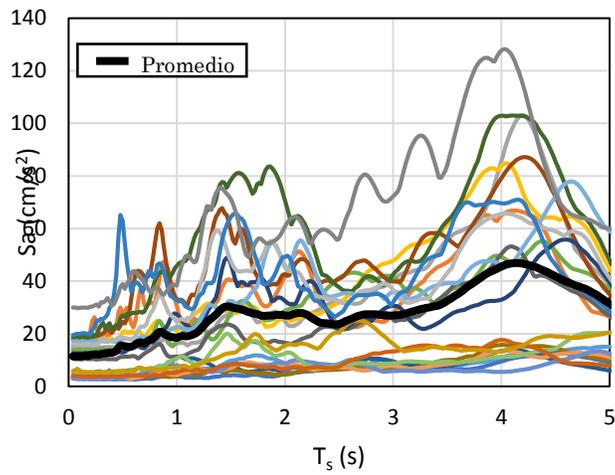


f) Zona F



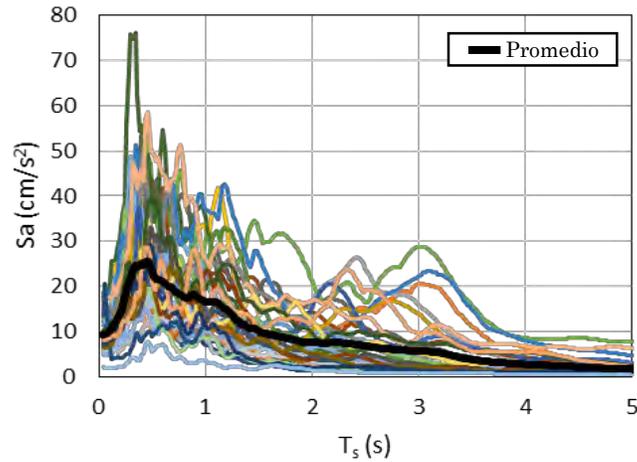
g) Zona G

**Figura 4. Espectros de respuesta de pseudoaceleración para la componente N-S de los registros sísmicos (continuación)**

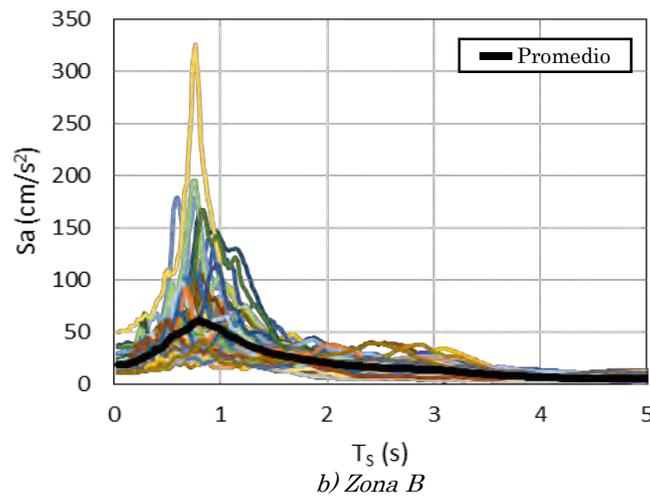


*h) Zona H*

**Figura 4. Espectros de respuesta de pseudoaceleración para la componente N-S de los registros sísmicos (continuación)**

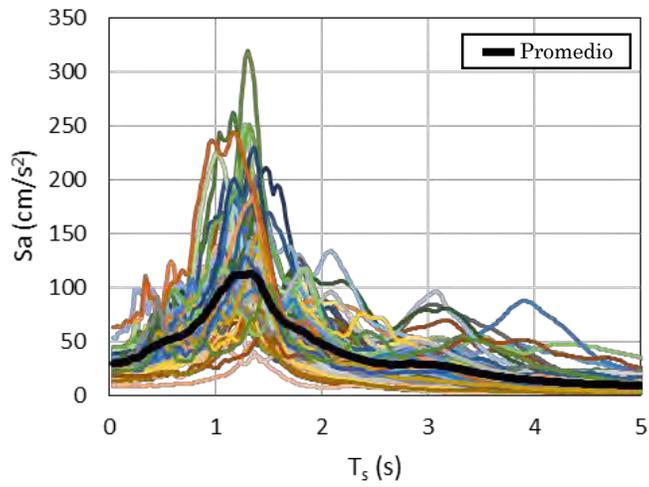


*a) Zona A*

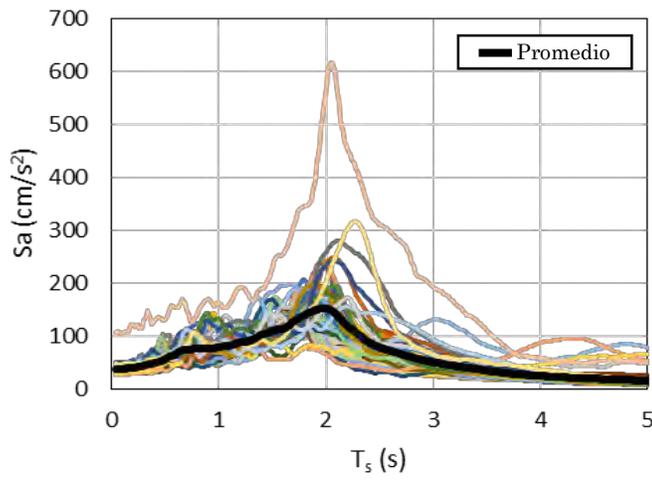


*b) Zona B*

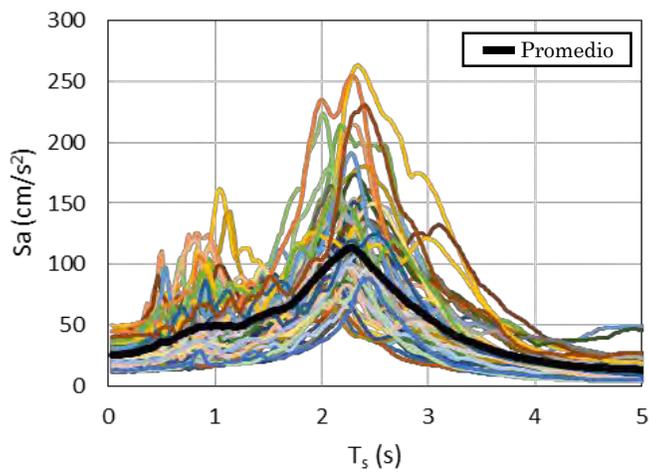
**Figura 5. Espectros de respuesta de pseudoaceleración para la componente E-W de los registros sísmicos**



c) Zona C

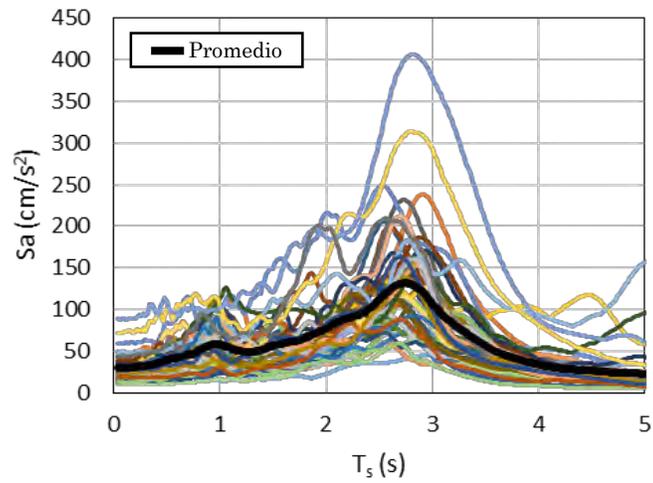


d) Zona D

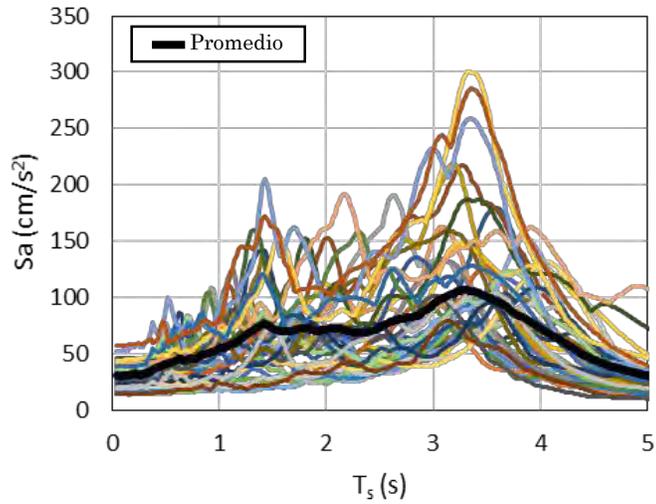


e) Zona E

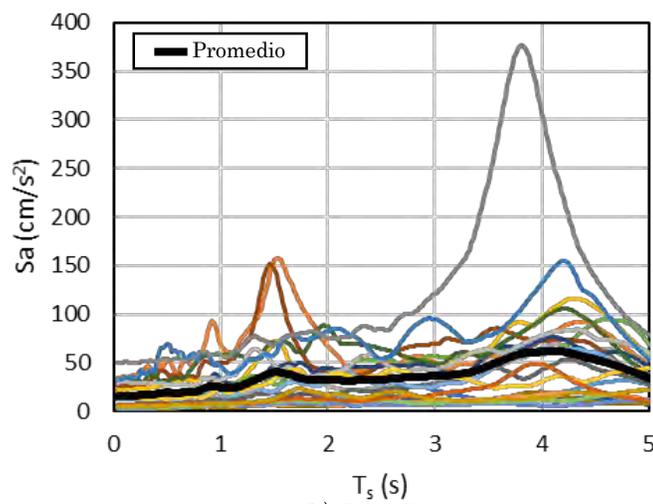
**Figura 5. Espectros de respuesta de pseudoaceleración para la componente E-W de los registros sísmicos (continuación)**



f) Zona F



g) Zona G



h) Zona H

**Figura 5. Espectros de respuesta de pseudoaceleración para la componente E-W de los registros sísmicos (continuación)**

# 4. FACTORES DE REDUCCIÓN POR DUCTILIDAD

Se llama demanda de ductilidad a la relación entre la deformación de la estructura y el desplazamiento que produce el inicio de las plastificaciones. La ductilidad se relaciona con la capacidad de la estructura para deformarse repetidamente de forma inelástica sin pérdida significativa de resistencia. Se dice de forma inelástica porque las plastificaciones llevan asociada disipación de energía y la disipación lleva asociado a disminución de la demanda sísmica.

La plastificación y disipación de energía se logra en las articulaciones plásticas de un elemento estructural. Son estas articulaciones, por tanto, las responsables de que una estructura tenga ductilidad, de ahí la importancia de su correcto dimensionamiento.

Para resistir el sismo, el sistema estructural deberá ser capaz de desarrollar una ductilidad superior a la demandada. La ductilidad máxima que es capaz de desarrollar una estructura (capacidad) se expresa como la relación entre el desplazamiento máximo que es capaz de resistir la estructura y el desplazamiento que produce el inicio de las plastificaciones.

En este capítulo se hace una recopilación de los factores de reducción por ductilidad que han propuesto distintos autores tanto para suelo firme como blando así como las consideraciones que llevaron para su formulación.

## 4.1 DEFINICIÓN

La reducción por ductilidad debido al comportamiento no lineal de las estructuras se relaciona con el cociente del espectro elástico normalizado con respecto al

inelástico. La capacidad de deformación plástica de la estructura se caracteriza por medio de su ductilidad última definido como el desplazamiento último y su desplazamiento lateral de fluencia. Con base a lo anterior, el factor de reducción por ductilidad,  $R_\mu$ , se define aquí como:

$$R_\mu(\mu_0, T_0) = FS(\mu = 1, T_0) / FS(\mu_0, T_0) \quad (1)$$

donde  $\mu_0$ ,  $T_0$  son los valores específicos de ductilidad y periodo estructural ( $\mu$  y  $T$ ) asociados a la estructura para la cual se determina el factor de reducción por ductilidad. En este estudio solo se hace énfasis en el factor de reducción para un porcentaje de amortiguamiento crítico estructural de 5%.

#### **4.2 ESPECIFICACIONES DEL REGLAMENTO DE CONSTRUCCIONES DEL D.F., DE 2004 Y DE 2017**

La estimación de los desplazamientos inelásticos se ha hecho por mucho tiempo partiendo de los desplazamientos obtenidos en un análisis modal elástico (con fuerzas reducidas por  $Q'$ ) y multiplicándolos por  $QR$ , en donde  $Q$  es el factor de comportamiento sísmico y  $R$  es el factor de sobre resistencia. No obstante, la manera exacta de estimar los desplazamientos reales es por medio de un análisis dinámico no lineal. En el capítulo 5 se comparan los desplazamientos obtenidos con un análisis modal espectral y un análisis no lineal paso a paso utilizando diferentes valores de  $k$ .

Los criterios de diseño admiten que las estructuras presenten comportamiento no lineal ante un sismo que caracterice al estado límite de colapso. Al permitir la incursión al comportamiento no lineal, las demandas de fuerzas se reducen a costa de tener ductilidades pequeñas y niveles de daños provocados por la no linealidad.

El factor de reducción por ductilidad mencionado en las NTC-DS 2017, llamado  $Q'$ , depende del cociente entre el desplazamiento espectral,  $S_d(T)$  y el desplazamiento máximo del suelo,  $D_{max}$ , (Ordaz et al, 2000), de la siguiente manera:

$$Q' = 1 + (Q - 1) \left( \frac{S_d(T)}{D_{max}} \right)^{0.5} \quad (2)$$

La ecuación 2 se especifica para los siguientes tres intervalos de periodos que intervienen en el espectro de diseño:

$$Q' = 1 + (Q - 1) \sqrt{\frac{\beta}{k} \frac{T}{T_a}}; \quad \text{si } T \leq T_a \quad (3)$$

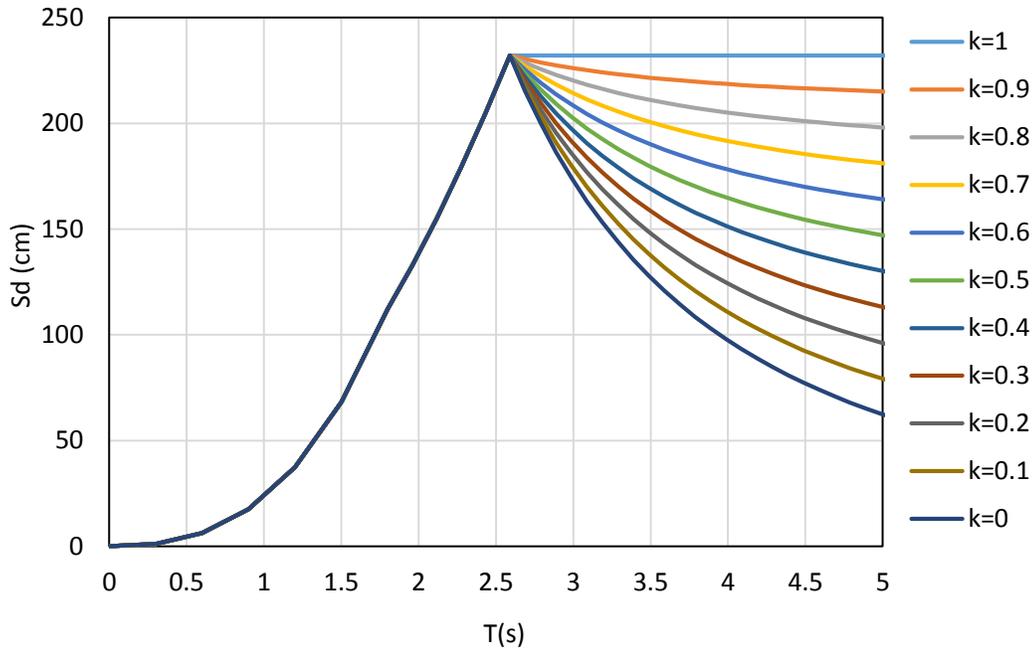
$$Q' = 1 + (Q - 1) \sqrt{\frac{\beta}{k}}; \quad \text{si } T_a < T \leq T_b \quad (4)$$

$$Q' = 1 + (Q - 1) \sqrt{\frac{\beta p}{k}}; \quad \text{si } T > T_b \quad (5)$$

donde

$$p = k + (1 - k) \left( \frac{T_b}{T} \right)^2 \quad (6)$$

Para  $T > T_b$ , el cociente  $S_d(T)/D_{max} = 1/k$ . El coeficiente  $k$  se define en las NTC-DS 2004 en función del periodo dominante del sitio, sin embargo, en las NTC-DS 2017 se define a partir de una zonificación de la Ciudad de México con el programa SASID. El parámetro  $k$  tiene un significado físico. Independientemente del valor de  $k$ , cuando el periodo de la estructura tiende a infinito, el espectro de pseudo-aceleración tiende a cero, y el espectro de desplazamiento tiende a un desplazamiento constante. La forma espectral para la rama descendente conduce a espectros de desplazamientos típicos de terreno firme ( $k=1$ ), como a espectros para suelos muy blandos ( $k=0$ ). En la figura 6 se muestra el espectro elástico de desplazamiento para un sitio con periodo de suelo de 2 s. En esta, observamos la influencia del valor de  $k$  en la rama descendente del espectro de desplazamientos. Se puede ver que el factor  $k$  define la caída del espectro de desplazamiento, y toma valores entre 0 y 1. Por otro lado, a medida que se disminuye el factor  $k$ , el factor de reducción por comportamiento sísmico ductilidad ( $Q'$ ) aumenta.



**Figura 6. Influencia del parámetro  $k$  en el espectro de desplazamiento**

Las disposiciones de las NTC-DS 2017, dentro del Sistema de Acciones Sísmicas de Diseño (SASID), proponen valores para el parámetro  $k$  dependiendo del sitio con una coordenada específica de la Ciudad de México.

#### 4.3 REVISIÓN DE ESTUDIOS PREVIOS

A continuación se presentan algunas contribuciones al conocimiento que se han realizado a nivel mundial sobre factores de reducción por ductilidad  $R_{\mu}$ . Entre estas investigaciones destacan las de Newmark y Veletsos (1960); Newmark y Hall (1973); Ridell y Newmark (1979); Newmark y Hall (1982); Riddel, Hidalgo y Cruz (1989); Wu y Hason (1989); Rosas, Ruiz y Díaz (1989); Nassar y Krawinkler (1991); Vidic, Fajfar y Fischinger (1994); Miranda y Bertero (1994); Priestley (1995); Ordaz, Reinoso y Perez Rocha (1996); Ordaz y Pérez-Rocha (1999); Lee, Han y Oh (1999); Lobo, Vielma y Rivero (2004).

Los principios en los cuales se basa la reducción por ductilidad se comprenden al estudiar la regla de igual desplazamiento (Newmark y Veletsos (1960), Newmak y Hall (1982)). Esta regla indica que la relación entre la fuerza y el desplazamiento representa la rigidez del sistema estructural, y que cuando el sistema es elástico, la rigidez permanece constante; sin embargo, si se realiza un análisis no lineal, cuando se alcanza la fluencia del sistema, la rigidez cambia.

Para un sistema de un grado de libertad (1 gdl) se considera que el desplazamiento lateral máximo para un sistema elástico y para un sistema inelástico es el mismo, es decir:

$$\Delta_i = \Delta_e \quad (7)$$

donde:

$\Delta_i$  es el máximo desplazamiento lateral que se obtiene en un sistema de 1 gdl con comportamiento inelástico

$\Delta_e$  es el máximo desplazamiento lateral para un sistema elástico

Al considerar comportamiento elástico la máxima fuerza lateral para provocar un desplazamiento  $\Delta_e$  es un sistema elástico es  $F_e$  y al considerar un comportamiento inelástico, la máxima fuerza para lograr un desplazamiento  $\Delta_i$  es  $F_y$ . Aquí llamaremos a  $R_\mu$  (factor de reducción de fuerzas por ductilidad) a la relación entre la fuerza para que el sistema permanezca elástico entre la fluencia del sistema (ver figura 1):

$$R_\mu = \frac{F_e}{F_y} \quad (8)$$

Por otra parte, la ductilidad es la relación entre el desplazamiento último entre el desplazamiento de fluencia:

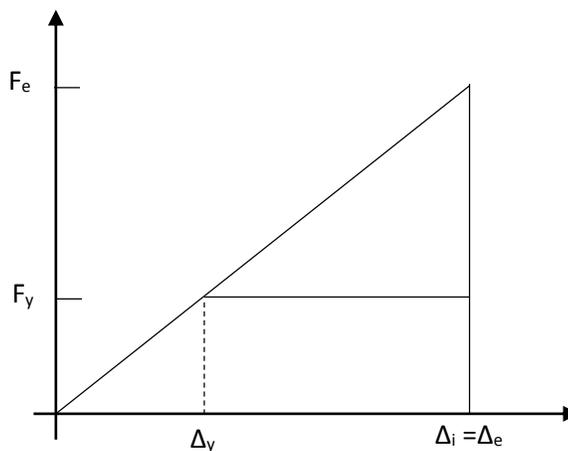
$$\mu = \frac{\Delta_i}{\Delta_y} \quad (9)$$

Podemos escribir lo anterior como:

$$\frac{F_e}{F_y} = \frac{\Delta_i}{\Delta_y} \quad (10)$$

donde  $F_e/F_y$  es el factor de reducción de las fuerzas sísmicas  $R_\mu$  y  $\Delta_i/\Delta_y$  es la demanda de ductilidad del sistema  $\mu$ . Por lo tanto, la regla de igual desplazamiento se expresa como la ecuación 11 y se representa en la figura 7:

$$R_\mu = \mu \quad (11)$$



**Figura 7. Relación fuerza-desplazamiento**

Sin embargo, la regla de igual desplazamiento *no se cumple cuando se tienen condiciones de suelo blando como el de la Ciudad de México*, en donde la reducción de ductilidad tiende a ser mayor que el valor de la ductilidad para periodos cerca del periodo dominante del suelo, tema que es parte del presente estudio.

En lo que sigue se mencionan algunas reglas referentes a la reducción por ductilidad de espectros elásticos.

#### 4.3.1 NEWMARK Y VELETSOS (1960)

El primer trabajo para determinar  $R_\mu$  fue desarrollado por Newmark y Veletsos (1960) con base en las clásicas reglas de igual desplazamientos y de igual energía. La propuesta realizada por ellos es la siguiente:

**Tabla 3. Propuesta de Newmark y Veletsos (1960)**

Periodo	$R_\mu$
T=0	1
Periodos cortos	$\mu$
Periodos moderados	$\sqrt{2\mu - 1}$
Periodos largos	$\mu$

Las contribuciones de Newmark y Veletsos (1960) fueron importantes debido a que aún se conserva parte de su propuesta; específicamente, para T=0 la reducción por ductilidad debe tender a 1, y para periodos largos el factor de reducción debe tender a  $\mu$ . Los autores tenían claro que el factor  $R_\mu$  depende principalmente del periodo y de la ductilidad.

#### 4.3.2 RIDDELL Y NEWMARK (1979)

El factor de reducción por ductilidad propuesto por Ridell y Newmark (1979) incorpora, además, el factor de amortiguamiento  $\xi$  de tal manera que se estaría hablando de un factor  $R_{\mu\xi}$ , pero se sigue denominando  $R_\mu$ . Es importante esto debido a que el factor por ductilidad lo relacionan con el porcentaje de amortiguamiento crítico. En su modelo, los valores de los periodos característicos del espectro son:

$$T_1 = 2\pi \frac{\alpha_v V}{\alpha_a A} \quad (12)$$

$$T'_1 = T_1 \frac{(p_a \mu - q_a)^{r_a}}{(p_v \mu - q_v)^{r_v}} \quad (13)$$

$$T_2 = 2\pi \frac{\alpha_d D}{\alpha_v V} \quad (14)$$

$$T'_2 = T_2 p_d \mu^{-r_d} (p_v \mu - q_v)^{r_v} \quad (15)$$

Para un amortiguamiento del 5%, Riddell y Newmark (1979)  $\alpha_a = 2.77$ ,  $\alpha_v = 2.15$ ,  $\alpha_d = 2.10$ . Las variables restantes son:

$$\left. \begin{array}{lll} p_a = q_a + 1 & q_a = 3.0 \xi^{-0.3} & r_a = 0.48 \xi^{-0.08} \\ p_v = q_v + 1 & q_v = 2.7 \xi^{-0.4} & r_v = 0.66 \xi^{-0.04} \\ p_d = 0.87 \xi^{0.055} & & r_d = 1.07 \end{array} \right\} (16)$$

Los factores  $R_\mu$  son:

$$\left. \begin{array}{ll} 0 \leq T \leq 0.0303 & R_\mu = 1 \\ 0.0303 \leq T \leq 0.125 & R_\mu = (p_a \mu - q_a)^{r_a} \left[ \frac{1}{8T} \right]^{1.625 \log[(p_a \mu - q_a)^{-r_a}]} \\ 0.125 \leq T \leq T'_1 & R_\mu = (p_a \mu - q_a)^{r_a} \\ T'_1 \leq T \leq T_1 & R_\mu = \frac{T}{T_1} (p_v \mu - q_v)^{r_v} \\ T_1 \leq T \leq T'_2 & R_\mu = (p_v \mu - q_v)^{r_v} \\ T'_2 \leq T \leq T_2 & R_\mu = \frac{T}{T_2 p_d \mu^{-r_d}} \quad 1.5 \leq \mu \leq 10 \\ T'_2 \leq T \leq 10 \text{ s} & R_\mu = \frac{1}{p_d \mu^{-r_d}} \quad 1.5 \leq \mu \leq 10 \end{array} \right\} (17)$$

La investigación realizada por estos autores ha sido de importancia para los códigos de diseño sísmico de Costa Rica de 2002.

#### 4.3.3 NEWMARK Y HALL (1982)

En 1982 Newmark y Hall propusieron una nueva ecuación para obtener el desplazamiento máximo de un sistema inelástico a partir de un análisis elástico. La ecuación es:

$$\Delta_i = \frac{\mu}{R_\mu} \Delta_e \quad (18)$$

Donde  $\mu$  es la demanda de ductilidad del sistema y  $R_\mu$  es el factor de reducción de las fuerzas sísmicas, sin considerar sobrerresistencia. Dos de los valores de  $R_\mu$  son los correspondientes a la regla de igual desplazamiento y a la regla de igual energía. Los valores propuestos por Newmark y Hall (1982) son:

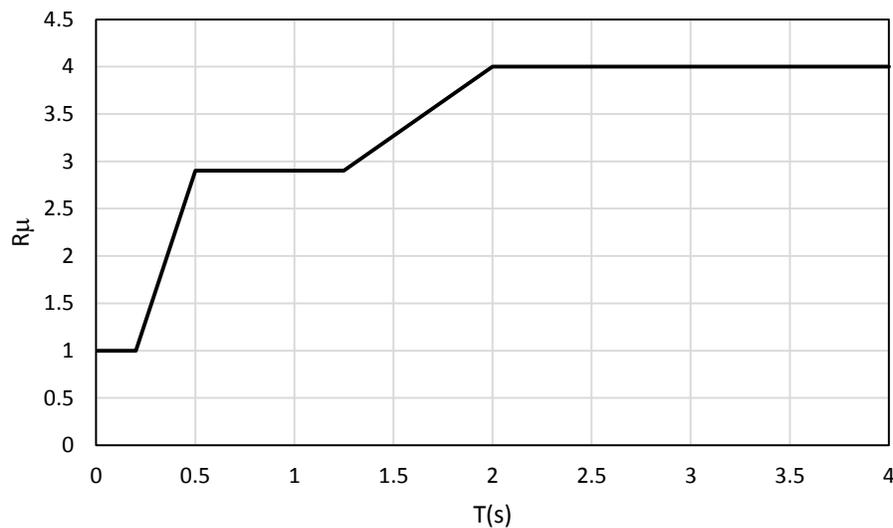
$$\begin{array}{ll}
 R_\mu = 1 & T < T_a = 1/33 \text{ s} \\
 R_\mu = (2\mu - 1)^\beta & 1/33 \leq T \leq T_b = 0.125 \text{ s} \\
 R_\mu = \sqrt{2\mu - 1} & T_b \leq T \leq T'_c \\
 R_\mu = \mu \frac{T}{T_c} & T'_c < T < T_c \\
 R_\mu = \mu & T \geq T_c
 \end{array}
 \quad (19)$$

$$\beta = \frac{\log\left(\frac{T}{T_a}\right)}{2 \log\left(\frac{T_b}{T_a}\right)}$$

$$T'_c = \frac{\sqrt{2\mu - 1}}{\mu} T_c$$

Los valores de  $T_a$  y  $T_b$  son iguales 0.0303 s, y 0.125 s, respectivamente; el valor de  $T_c$  depende del tipo de suelo.

Los autores concluyen que, para periodos de vibración muy pequeños, que tienden a cero, el desplazamiento máximo inelástico es igual a la ductilidad del sistema por el desplazamiento máximo elástico. Por el lado contrario, para periodos grandes el desplazamiento máximo inelástico es igual al desplazamiento máximo elástico y para los periodos se tienen valores intermedios determinados por las ecuaciones antes descritas. La figura 8 muestra el factor de reducción para una ductilidad de 4.



**Figura 8. Factor de reducción para una ductilidad de 4 utilizando la regla Newmark y Hall**

#### 4.3.4 MELI Y ÁVILA (1988)

Después del sismo del 19 de septiembre de 1985, Meli y Ávila (1988) mostraron espectros inelásticos del registro de la estación SCT para sistemas con comportamiento elastoplástico; observaron que para periodos cercanos al dominante del suelo el factor de reducción por ductilidad toma relevancia por su

alto valor debido a que fueron mucho mayores a las reglas convencionales de Riddell y Newmark (1979), y de Newmark y Hall (1982).

#### 4.3.5 ROSAS, RUIZ Y DÍAZ (1989)

Estudiaron registros de terreno blando de la Ciudad de México exclusivamente para zonas con periodo predominante de 2 segundos y obtuvieron reglas de reducción aplicables solo a sitios con ese periodo. La ecuación 20 expresa la relación entre la respuesta espectral inelástica y la elástica.

$$\frac{A_i}{A_e} = \left(1 - \frac{1}{Q}\right) e^{-ET} - H e^{-FT} T^{GQ} + \frac{1}{Q} \quad (20)$$

Donde:

$A_i/A_e$  = relación entre la respuesta espectral inelástica y la elástica

Q= demanda de ductilidad

T= Periodo de vibrar del sistema

E, F, G y H= Parámetros resultantes del ajuste (ver tabla 4)

**Tabla 4. Valores de los parámetros de las curvas de regresión**

Terreno	Grupo	Parámetros			
		E	F	G	H
Blando	1	3Q-1/2	0.4158+3.3372Q	8.0000	0.9Q2
Blando	2	1.5592	0.5058+0.7723Q	1.8464	0.4313
Duro	1	1.5024	0.1655+0.1331Q	0.0686	0.1467
Duro	2	1.9258	0.7496+0.7953Q	1.5159	0.6621
Duro	1 y 2	1.7000	0.2917+0.7111Q	1.3106	0.4286

### 4.3.6 MIRANDA Y BERTERO (1994)

En este estudio, los autores realizaron una revisión de investigaciones anteriores a esa fecha, y compararon sus resultados por medio de un formato común. Ellos concluyen que los factores de reducción por ductilidad dependen principalmente de varios parámetros, como: la demanda de ductilidad, el periodo del sistema y las condiciones del suelo. Además, propusieron expresiones para estimar espectros de diseño inelástico en función de los parámetros mencionados que se describen en las siguientes ecuaciones:

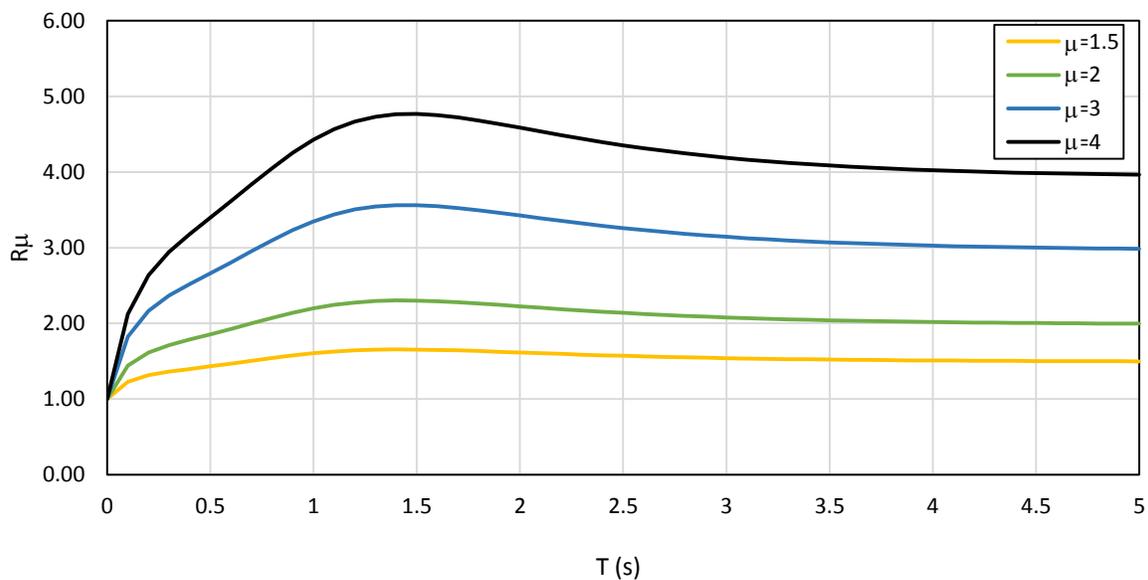
$$R_{\mu} = \frac{\mu-1}{\phi} + 1 \geq 1.0 \quad (21)$$

Donde  $\phi$  es un factor que depende del periodo y del tipo de suelo.

Para suelo firme:

$$\phi = 1 + \frac{1}{10T - \mu T} - \frac{1}{2T} \exp \left[ -\frac{3}{2} \left( \ln T - \frac{3}{5} \right)^2 \right] \quad (22)$$

En la figura 9 se grafica la expresión 22 para diferentes valores de ductilidad.

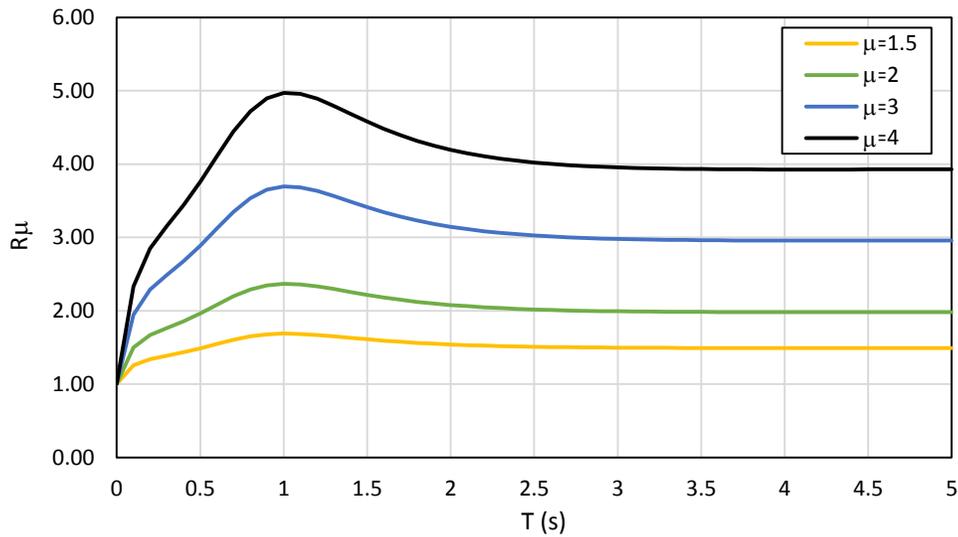


**Figura 9. Factor de reducción para suelo firme por Miranda y Bertero (1994)**

Para suelo de transición:

$$\phi = 1 + \frac{1}{12T - \mu T} - \frac{2}{5T} \exp \left[ -2 \left( \ln T - \frac{1}{5} \right)^2 \right] \quad (23)$$

La ecuación 23 se grafica en la figura 10 para diferentes valores de ductilidad. En ella se observa un ligero incremento en el valor de  $R_\mu$  cerca de un periodo de suelo de 1 s.



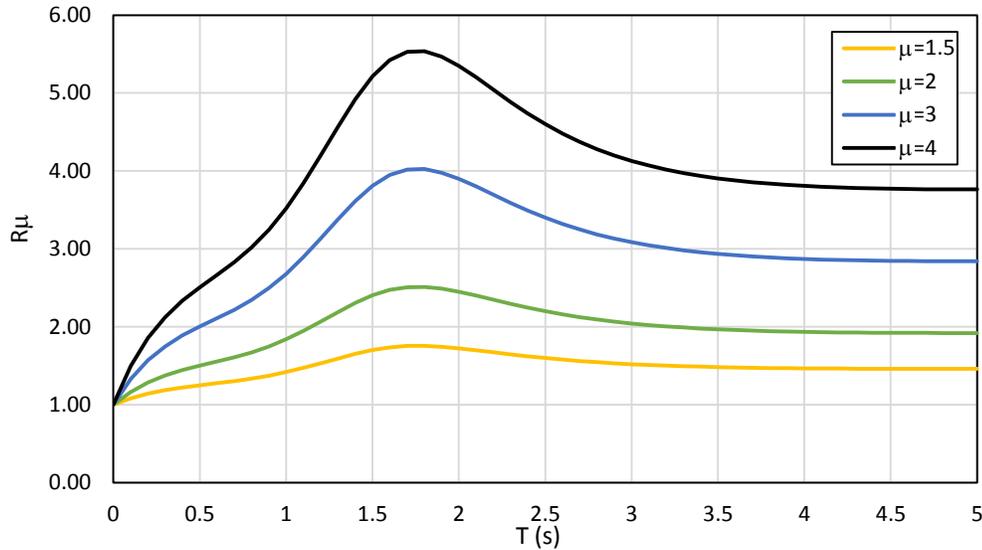
**Figura 10. Factor de reducción para suelo de transición por Miranda y Bertero (1994)**

Para suelo blando:

$$\phi = 1 + \frac{T_g}{3T} - \frac{3T_g}{4T} \exp \left[ -3 \left( \ln \frac{T}{T_g} - \frac{1}{4} \right)^2 \right] \quad (24)$$

Donde  $T_g$  es el periodo del suelo.

En la figura 11 se observa la dependencia del tipo de suelo en el factor de reducción. La ecuación 24 muestra el parámetro  $\phi$  depende del periodo de suelo.



**Figura 11. Factor de reducción para suelo blando con  $T_g=2$  s por Miranda y Bertero (1994)**

#### 4.3.7 ORDAZ, REINOSO Y PEREZ-ROCHA (1996)

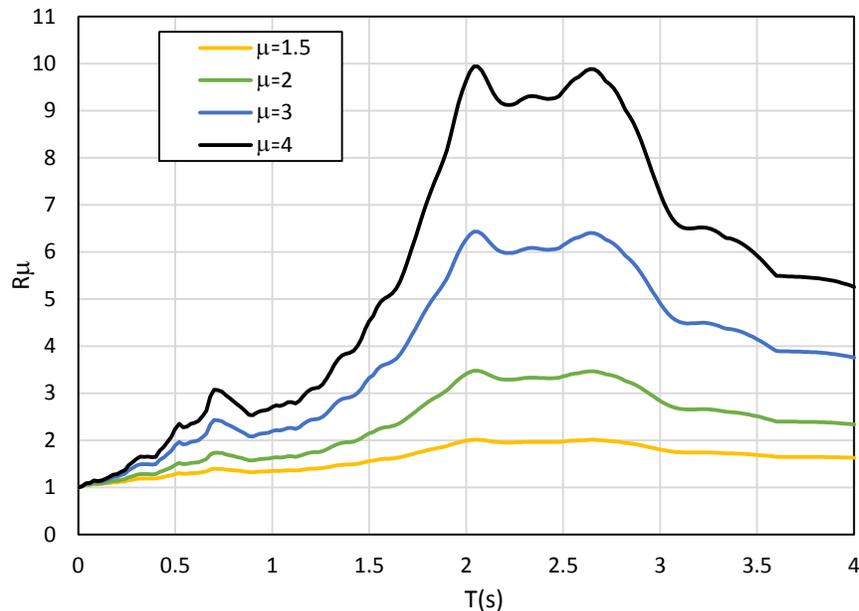
Los autores observaron que el factor de reducción por ductilidad no solo depende del cociente de espectros de respuesta elásticos respecto a inelásticos, sino también del ancho de banda del movimiento, es decir, cuanto menor el ancho de banda, mayor el valor del factor de reducción. Ordaz et al (1996) proponen la siguiente expresión para estimar el factor  $R_\mu$ :

$$R_\mu = 1 + \left[ \frac{V(T)}{V_{max}} \right]^\alpha (\mu - 1) \quad (25)$$

Donde  $V(T)$  es el espectro de velocidad para el amortiguamiento correspondiente,  $V_{max}$  es la velocidad máxima del terreno y  $\alpha$  es una función que depende de  $\mu$ . Las observaciones más importantes que traen consigo estas contribuciones son:

- 1) Si el periodo  $T$  tiende a cero, el factor de reducción tiende a uno, sin importar el valor de la ductilidad;
- 2) Si  $T$  crece, el valor de  $R_{\mu}$  tiene a la ductilidad
- 3) En suelo blando, a diferencia de suelo firme, si  $T$  es igual a  $T_s$ , el factor  $R_{\mu}$  es mayor que la ductilidad.

La figura 12 muestra la variación del factor de reducción de resistencia para diferentes valores de ductilidad durante el sismo del 19 de septiembre de 1985. Se observa que la reducción por ductilidad se incrementa cerca del periodo dominante del suelo.



**Figura 12. Factor de reducción de resistencia utilizando la expresión de Ordaz y colaboradores (1993) para la componente este-oeste de la estación SCT durante el sismo del 19 de septiembre de 1985**

#### 4.3.8 ORDAZ Y PEREZ-ROCHA (1998)

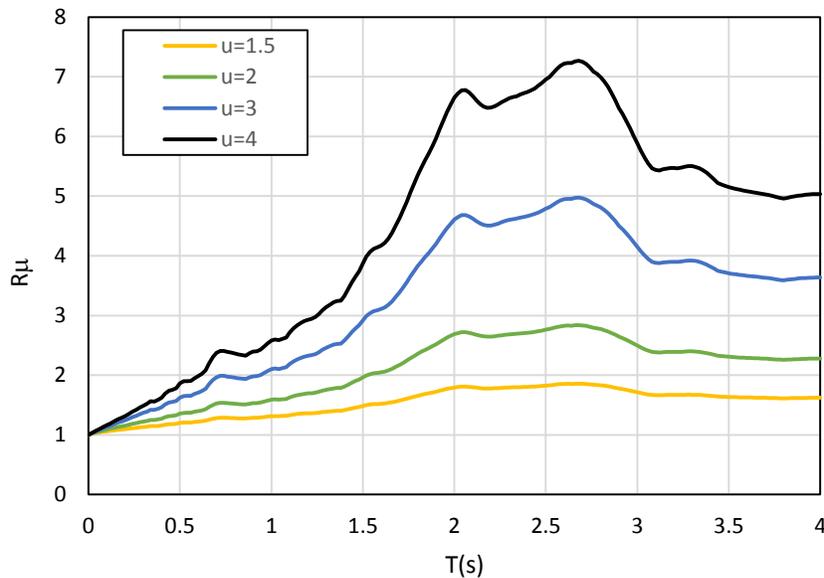
Posteriormente se observó la dependencia del desplazamiento espectral respecto al desplazamiento máximo del suelo ( $D(T)/D_{max}$ ) así como de la velocidad espectral respecto a la velocidad máxima del suelo ( $V(T)/V_{max}$ ). Basados en la ecuación de Ordaz et al (1993), Ordaz y Pérez Rocha (1998) propusieron la siguiente ecuación:

$$R_{\mu} = 1 + \left[ \frac{V(T)}{V_{max}} \right]^{\alpha} \left[ \frac{D(T)}{D_{max}} \right]^{\beta} (\mu - 1) \quad (26)$$

Después de un análisis estadístico, y de estudiar las ventajas de varios modelos de regresión, el modelo que propusieron para estimar  $R_{\mu}(T)$  es:

$$R_{\mu} = 1 + \left[ \frac{D(T)}{D_{max}} \right]^{\beta} (\mu - 1) \quad (27)$$

La figura 13 muestra el factor de reducción de resistencia propuesto por los autores Ordaz y Pérez-Rocha (1998) para el evento registrado durante el sismo del 19 de septiembre 1985. En esta gráfica se hace ver que cerca del periodo dominante del suelo, la reducción por ductilidad es mayor que la capacidad ductilidad la estructura, fenómeno que solo ocurre en suelos blandos.



**Figura 13. Factor de reducción de resistencia utilizando la expresión de Ordaz y Perez-Rocha (1998) para la componente este-oeste de la estación SCT durante el sismo del 19 de septiembre de 1985**

# 5. FACTORES DE REDUCCIÓN POR DUCTILIDAD PARA LA CIUDAD DE MÉXICO

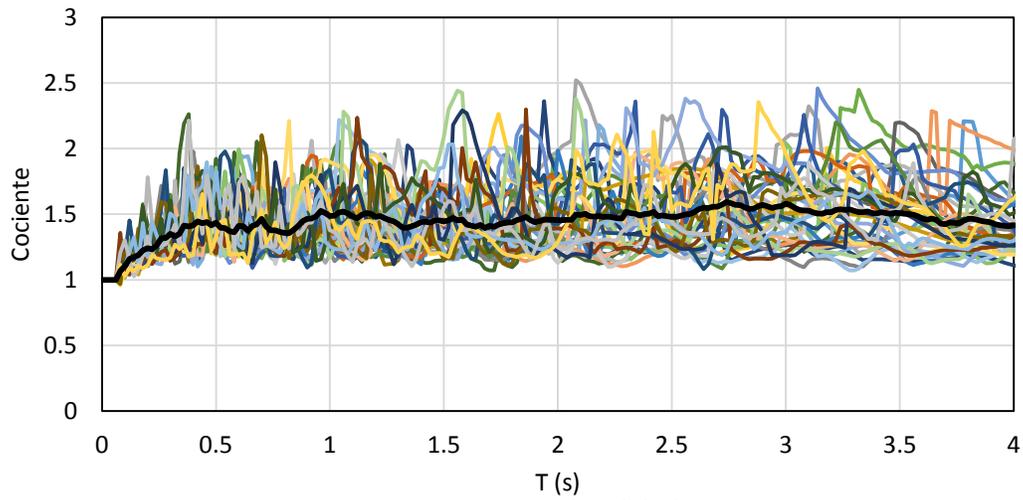
Como se mencionó en el capítulo 2, la reducción por ductilidad está dada por la ecuación 1, que por conveniencia se repite aquí:

$$R_{\mu}(\mu_0, T_0) = FS(\mu = 1, T_0) / FS(\mu_0, T_0)$$

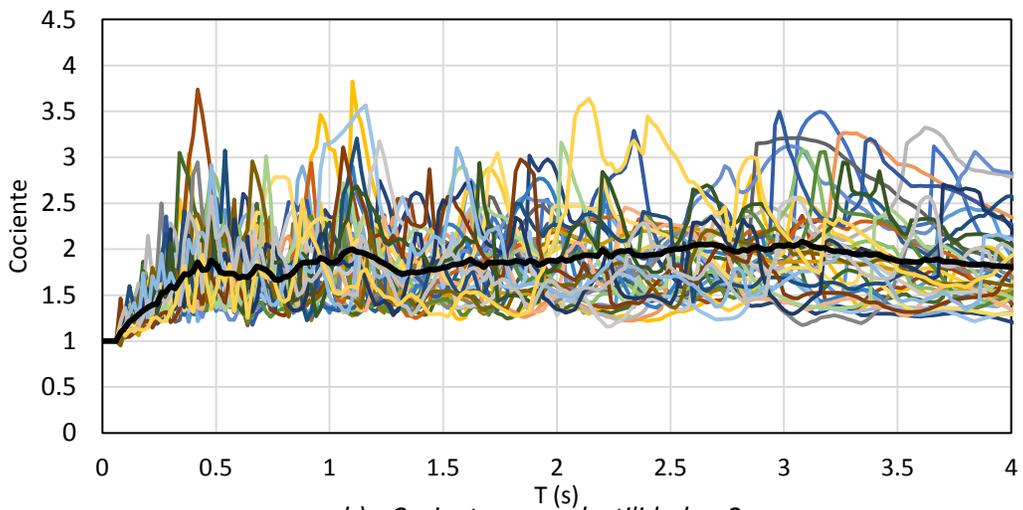
En este estudio se obtuvieron espectros elásticos e inelásticos de registros reales en la Ciudad de México, y posteriormente se calcularon cocientes con la ecuación anterior para las zonas mencionadas en la tabla 1. En las figuras 14 (a-d) a la 21 (a-d) se presentan los cocientes correspondientes a las ocho zonas y se resalta con línea negra el promedio de estos. Para cada zona, las figuras con inciso *a* hasta *d* significan lo siguiente:

- Las figuras con inciso *a* corresponden a cocientes de sistemas con ductilidad de 1.5;
- Las figuras con inciso *b* corresponden a cocientes de sistemas con ductilidad de 2;
- Las figuras con inciso *c* corresponden a cocientes de sistemas con ductilidad de 3;
- Las figuras con inciso *d* corresponden a cocientes de sistemas con ductilidad de 4.

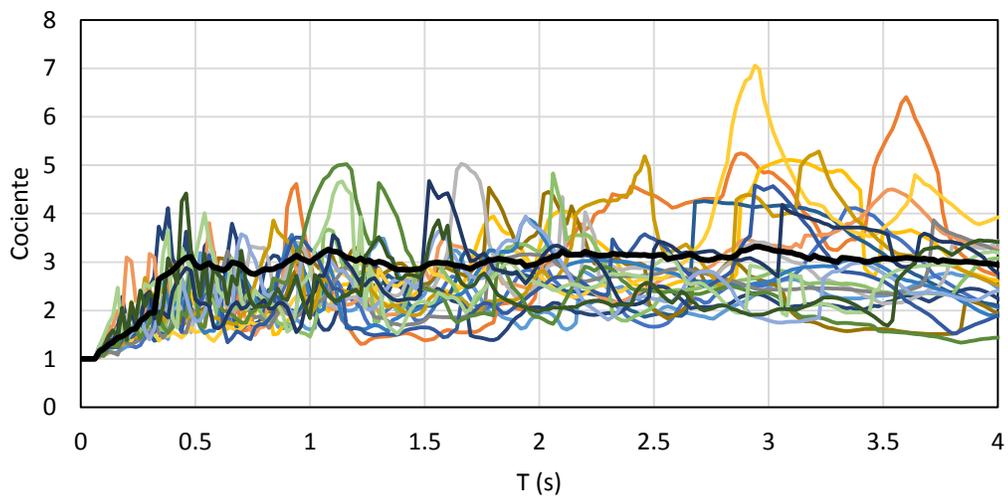
## Zona A



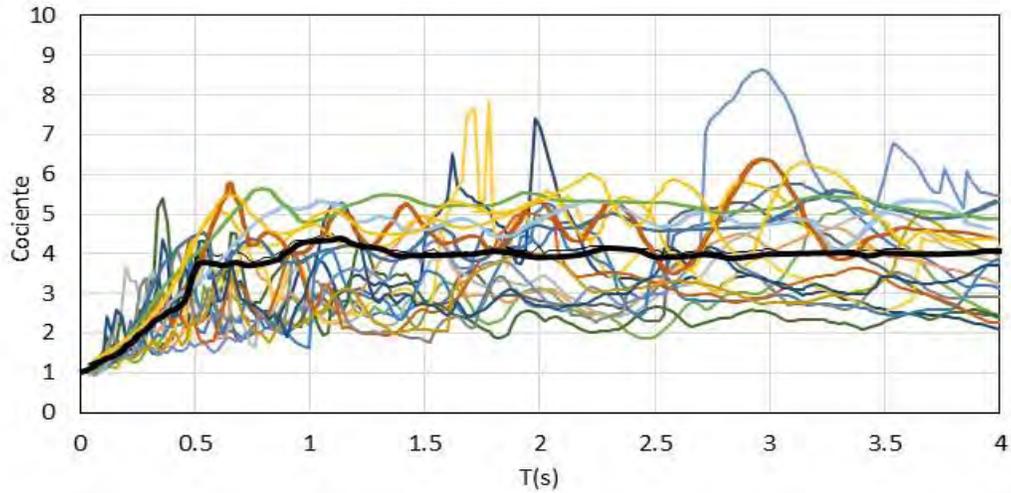
a) Cocientes para ductilidad  $\mu=1.5$



b) Cocientes para ductilidad  $\mu=2$



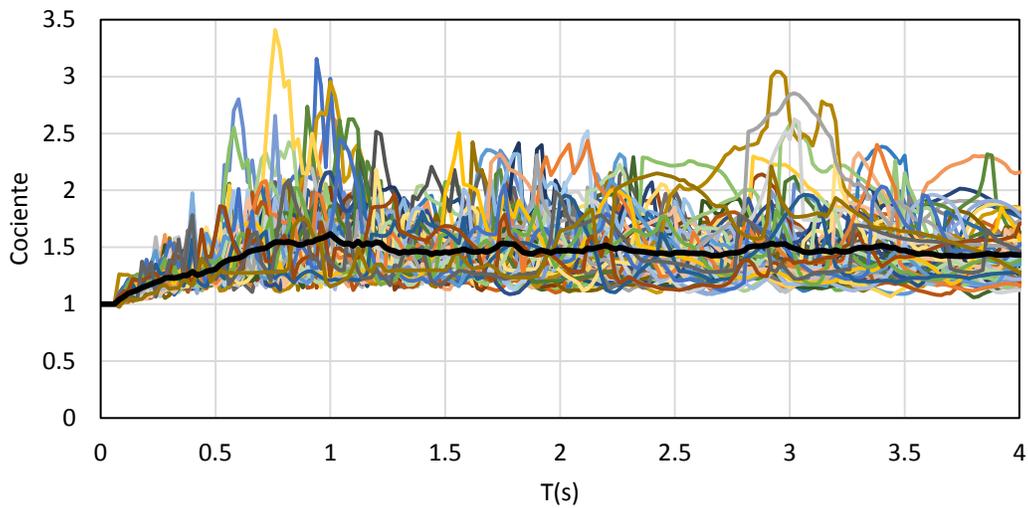
c) Cocientes para ductilidad  $\mu=3$



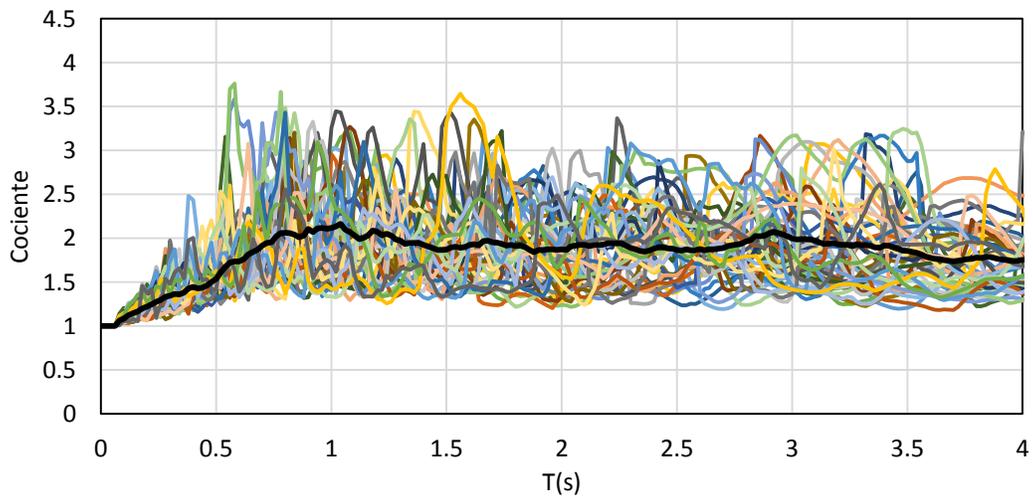
d) Cocientes para ductilidad  $\mu=4$

**Figura 14. Cocientes para diferentes valores de ductilidad para la zona A**

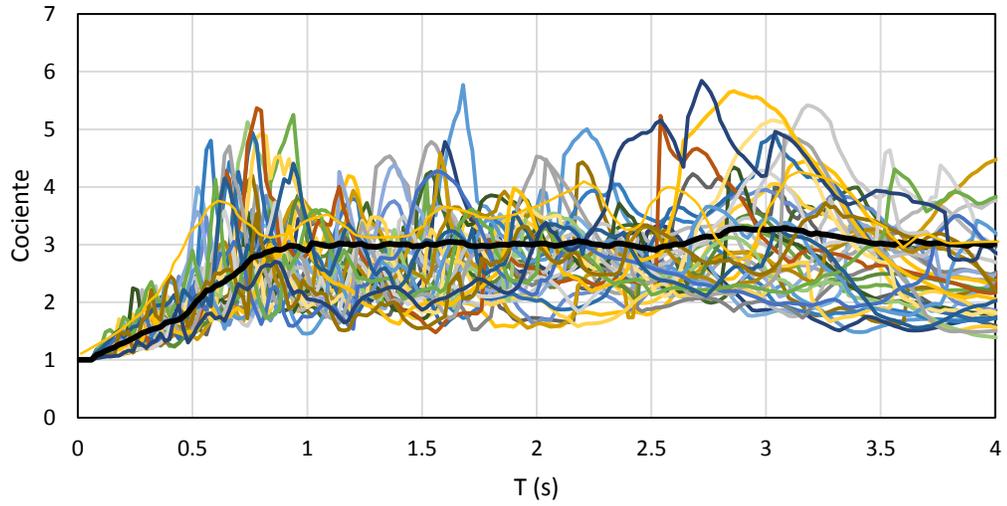
**Zona B**



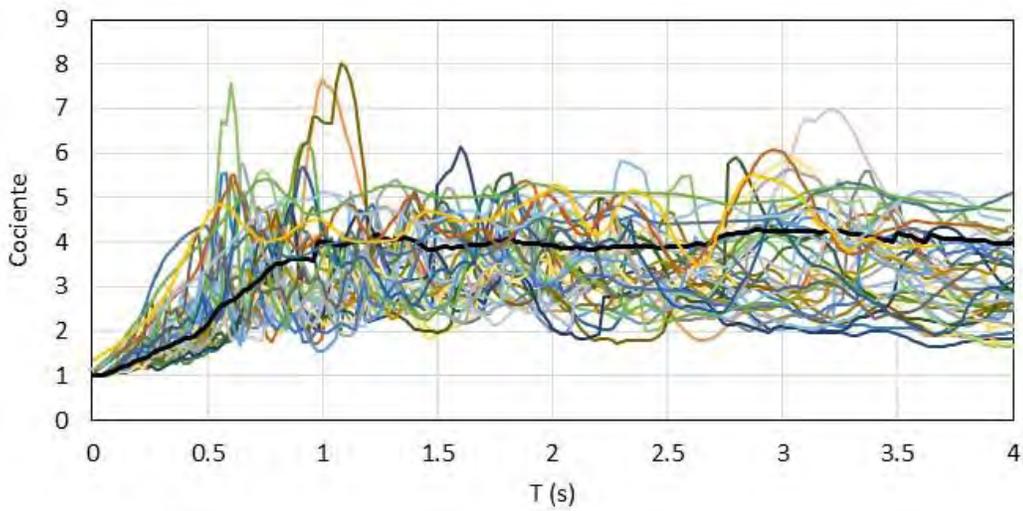
a) Cocientes para ductilidad  $\mu=1.5$



b) Cocientes para ductilidad  $\mu=2$



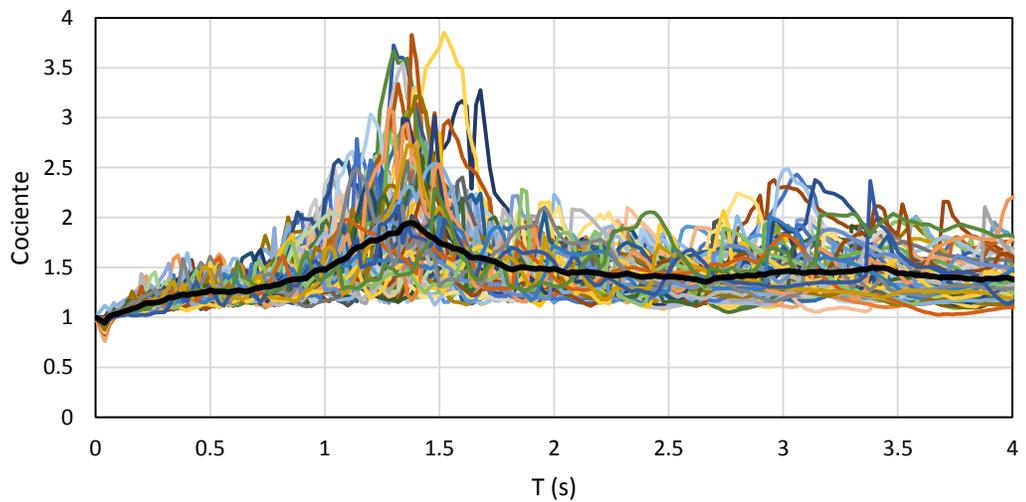
c) Cocientes para ductilidad  $\mu=3$



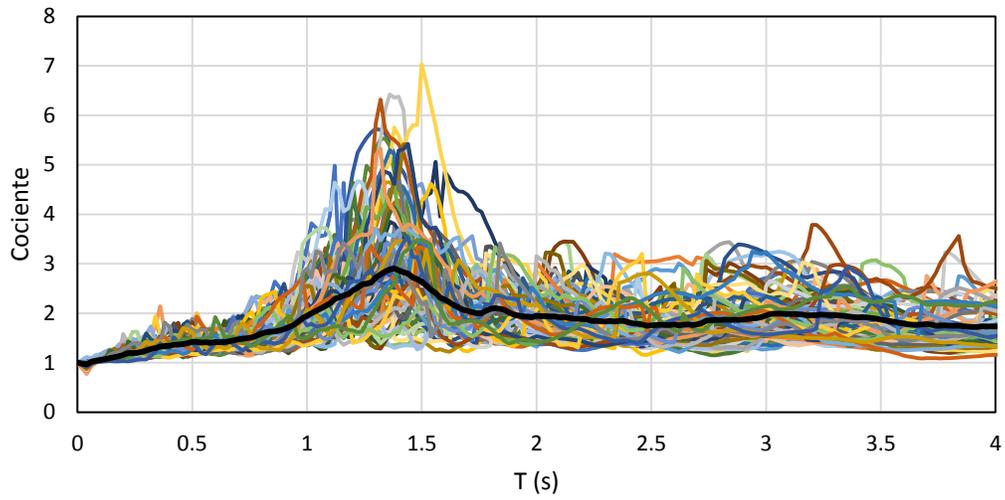
d) Cocientes para ductilidad  $\mu=4$

**Figura 15. Cocientes para diferentes valores de ductilidad para la zona B**

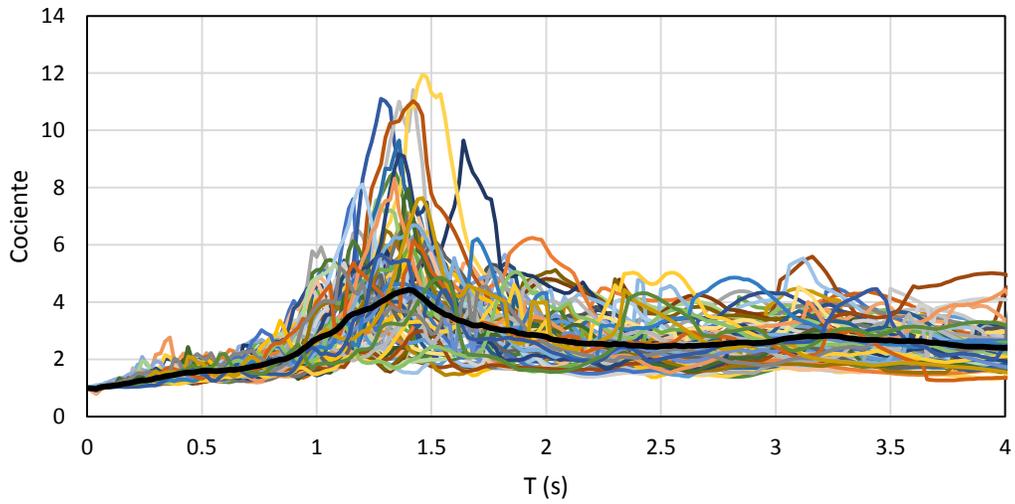
**Zona C**



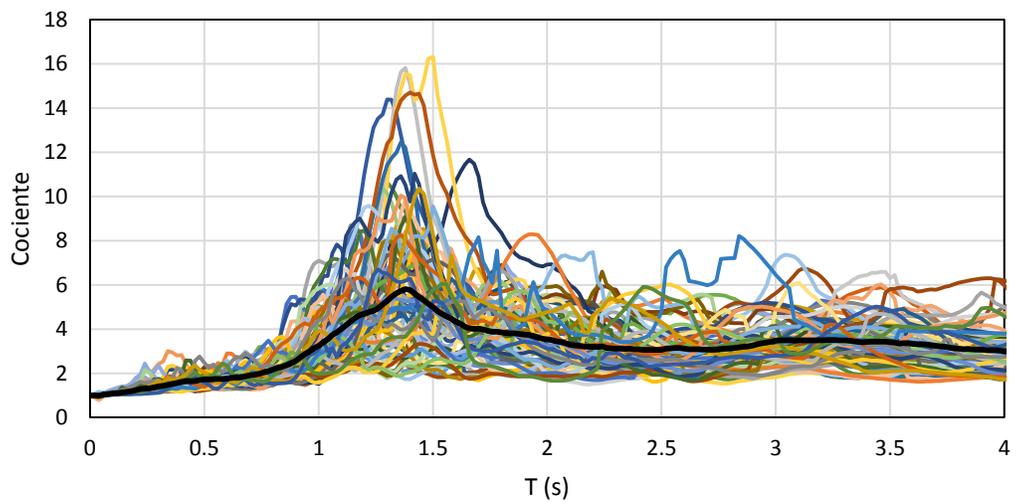
a) Cocientes para ductilidad  $\mu=1.5$



b) Cocientes para ductilidad  $\mu=2$



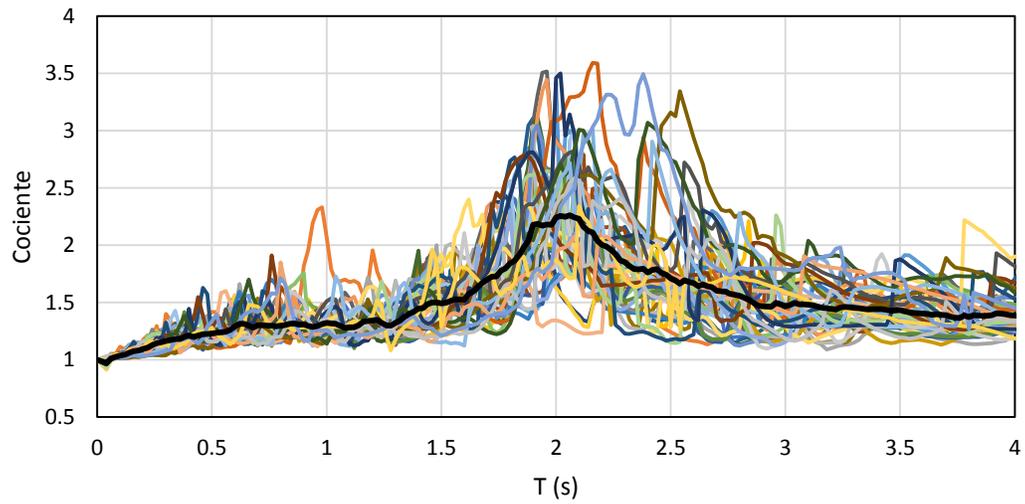
c) Cocientes para ductilidad  $\mu=3$



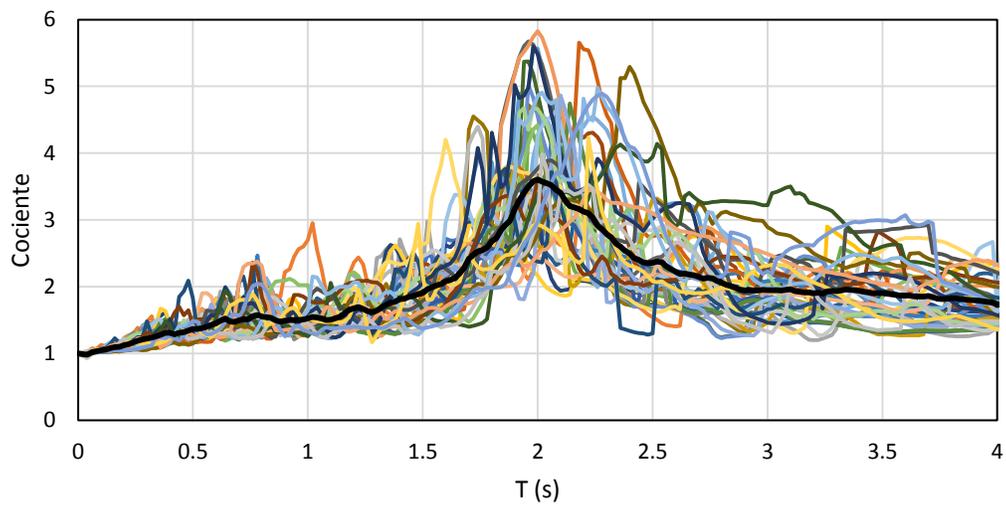
d) Cocientes para ductilidad  $\mu=4$

**Figura 16. Cocientes para diferentes valores de ductilidad para la zona C**

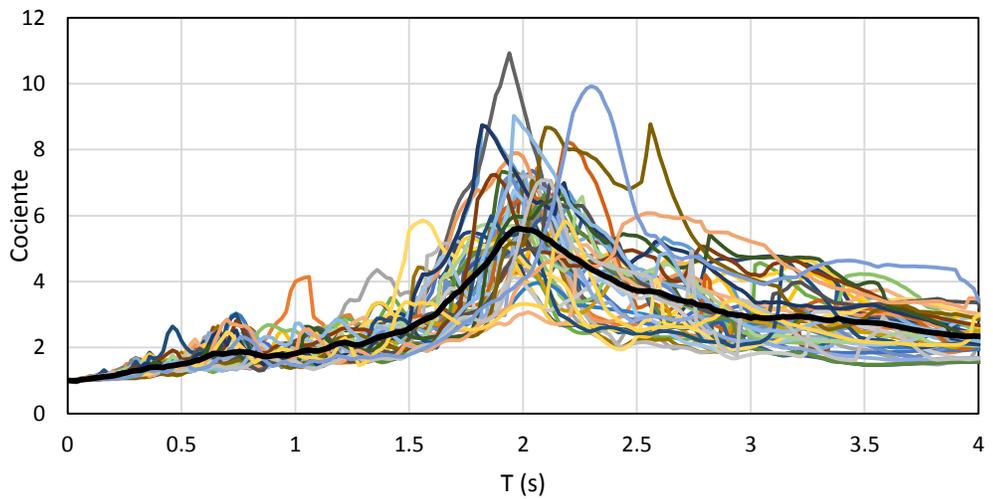
## Zona D



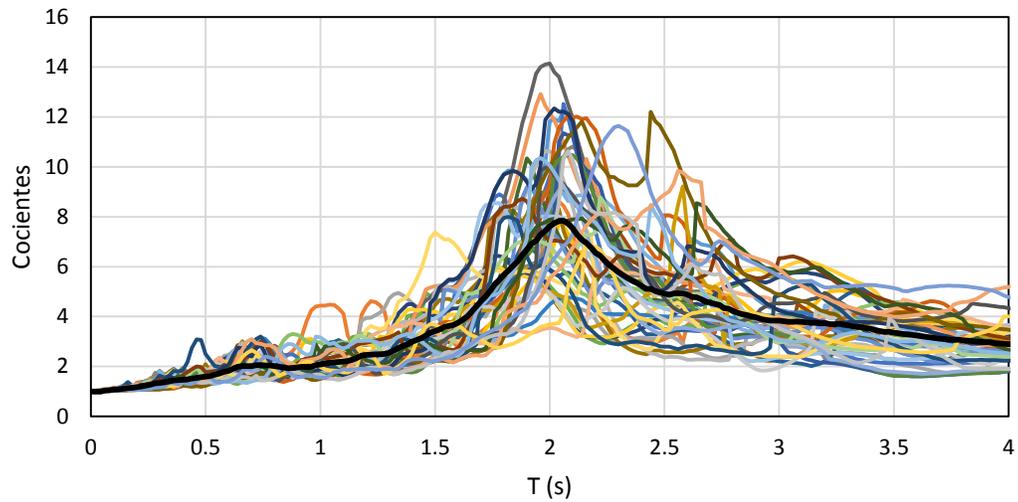
a) Cocientes para ductilidad  $\mu=1.5$



b) Cocientes para ductilidad  $\mu=2$



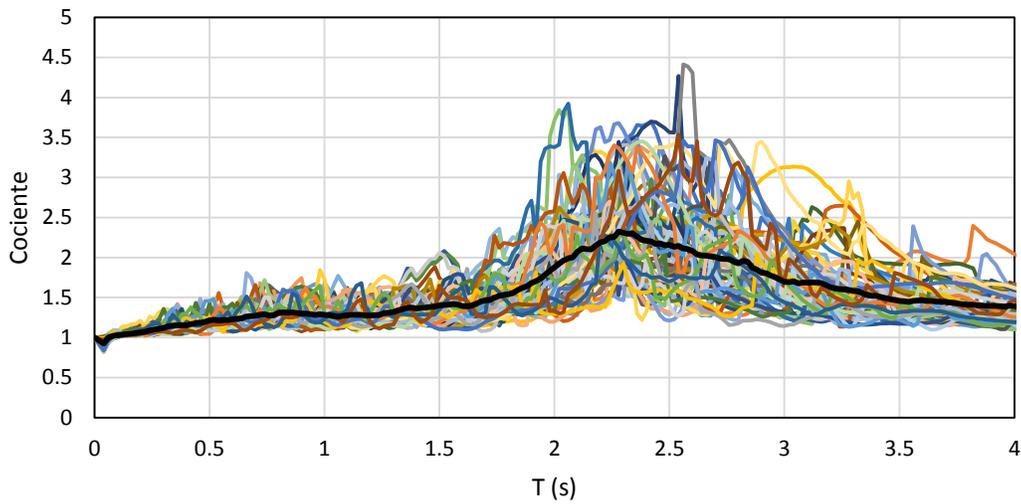
c) Cocientes para ductilidad  $\mu=3$



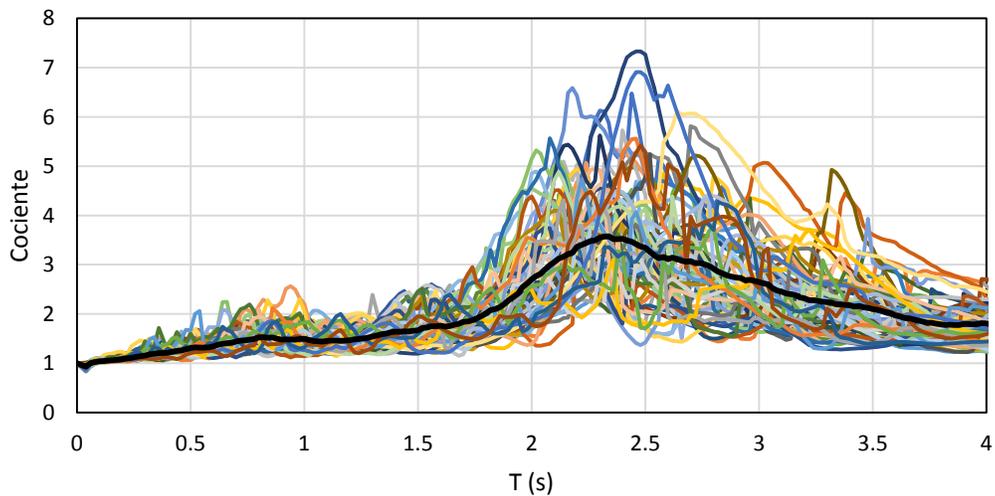
d) Cocientes para ductilidad  $\mu=4$

**Figura 17. Cocientes para diferentes valores de ductilidad para la zona D**

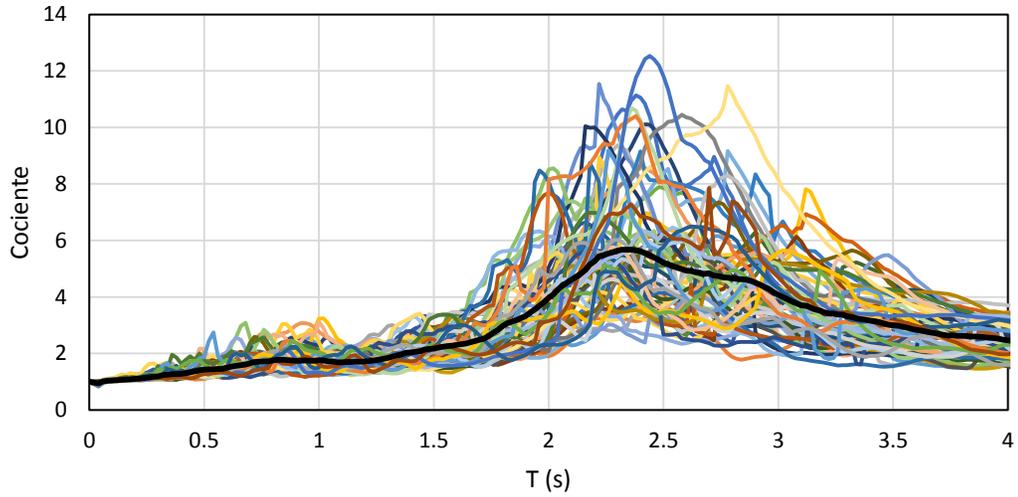
**Zona E**



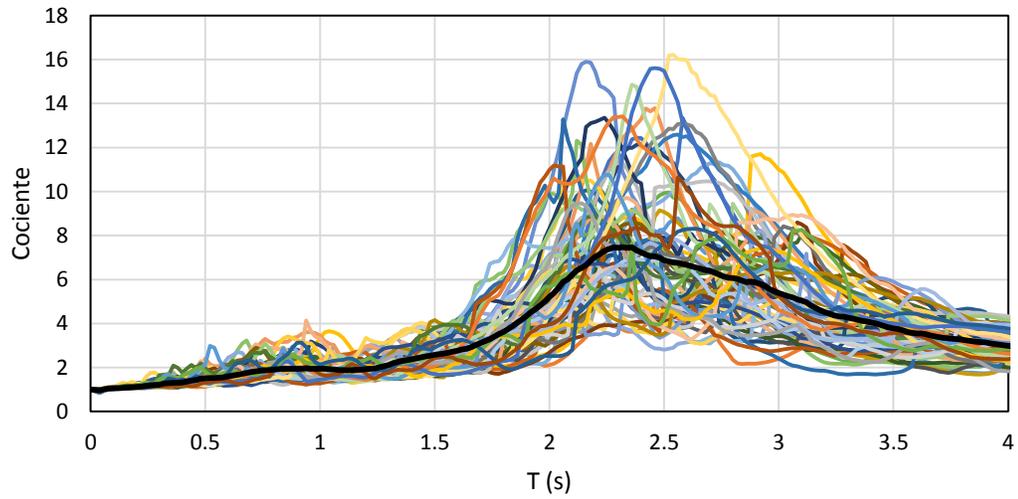
a) Cocientes para ductilidad  $\mu=1.5$



b) Cocientes para ductilidad  $\mu=2$



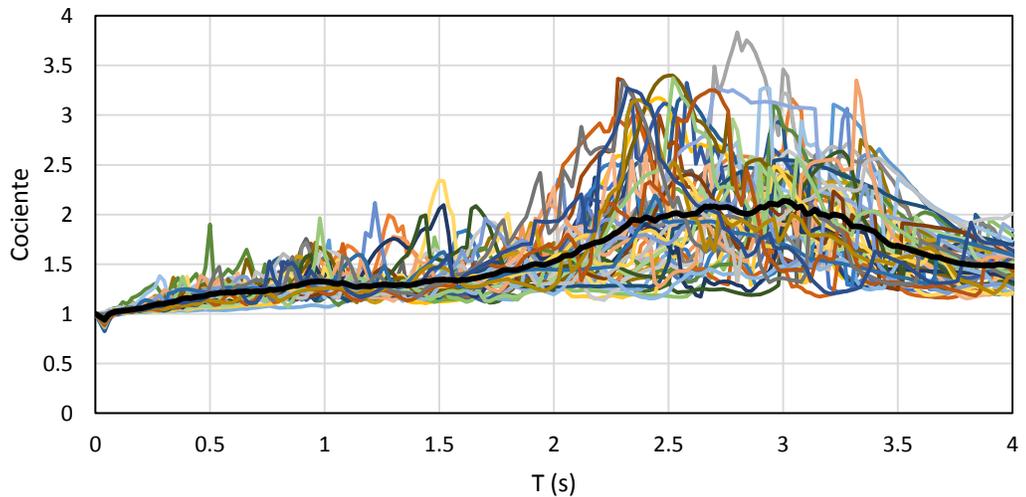
c) Cocientes para ductilidad  $\mu=3$



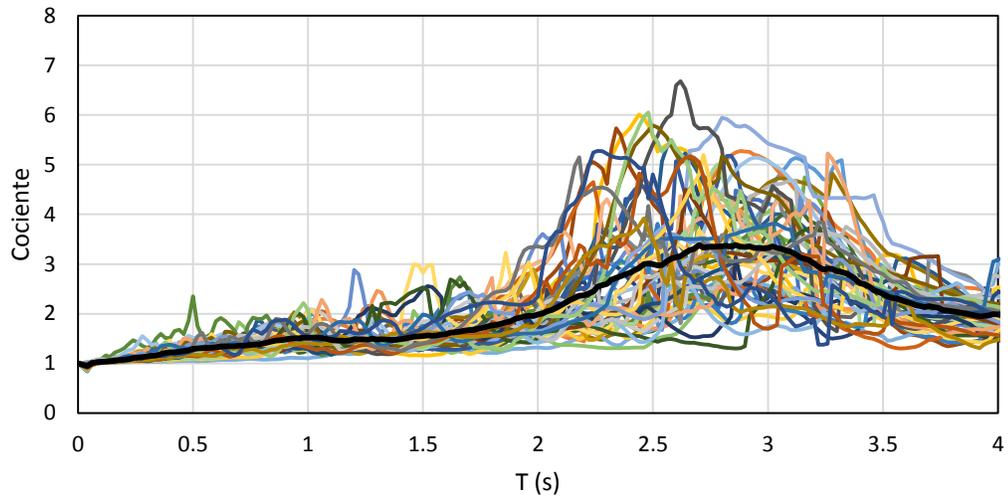
d) Cocientes para ductilidad  $\mu=4$

**Figura 18. Cocientes para diferentes valores de ductilidad para la zona E**

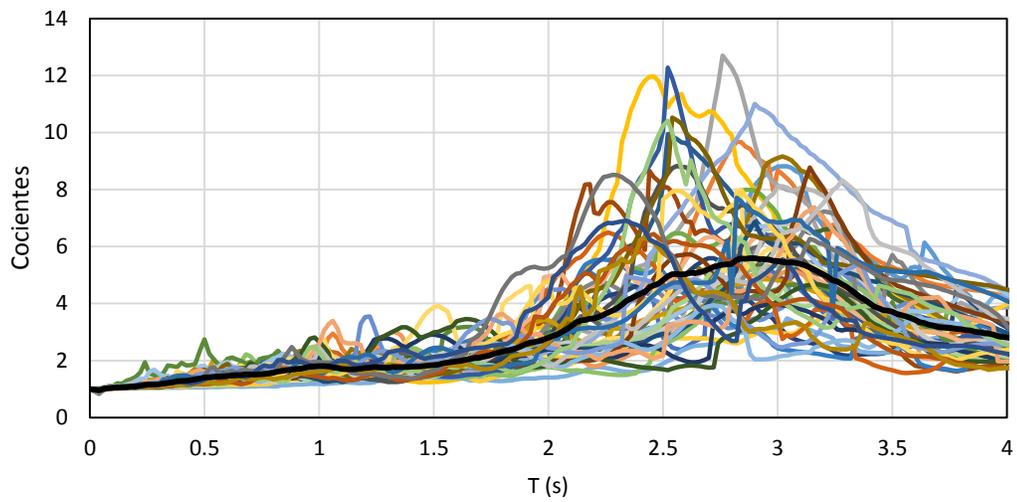
**Zona F**



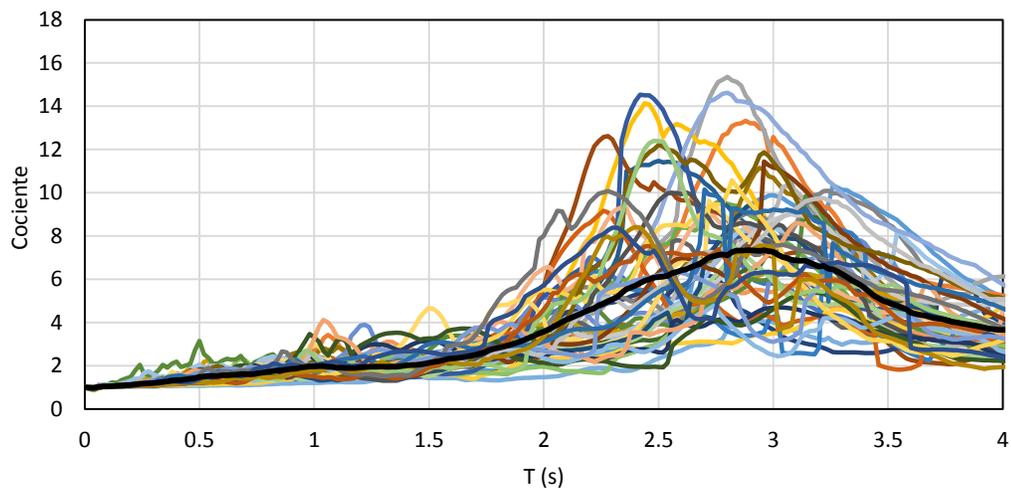
a) Cocientes para ductilidad  $\mu=1.5$



b) Cocientes para ductilidad  $\mu=2$



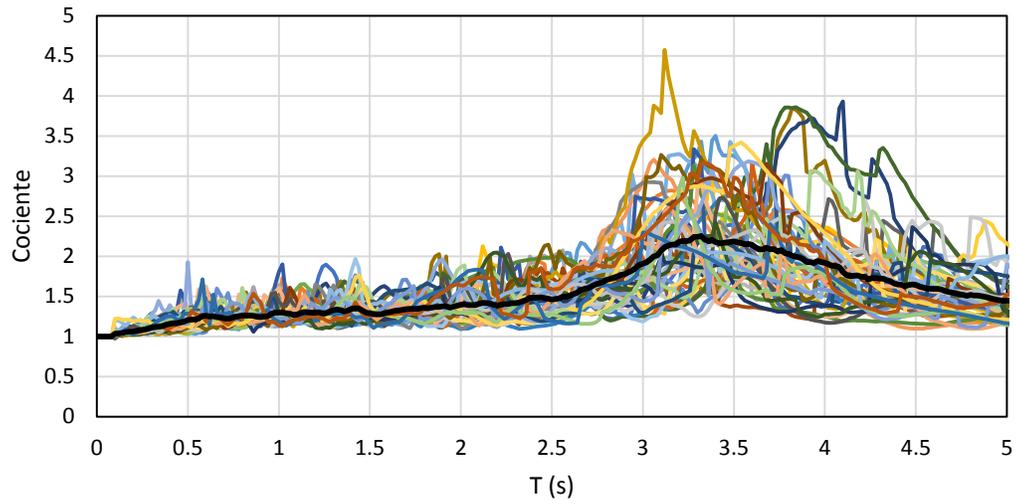
c) Cocientes para ductilidad  $\mu=3$



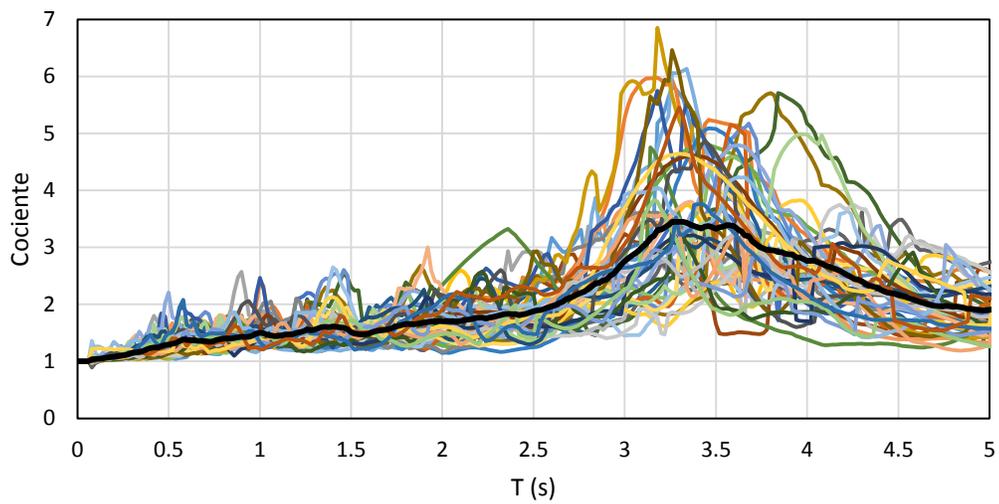
d) Cocientes para ductilidad  $\mu=4$

**Figura 19. Cocientes para diferentes valores de ductilidad para la zona F**

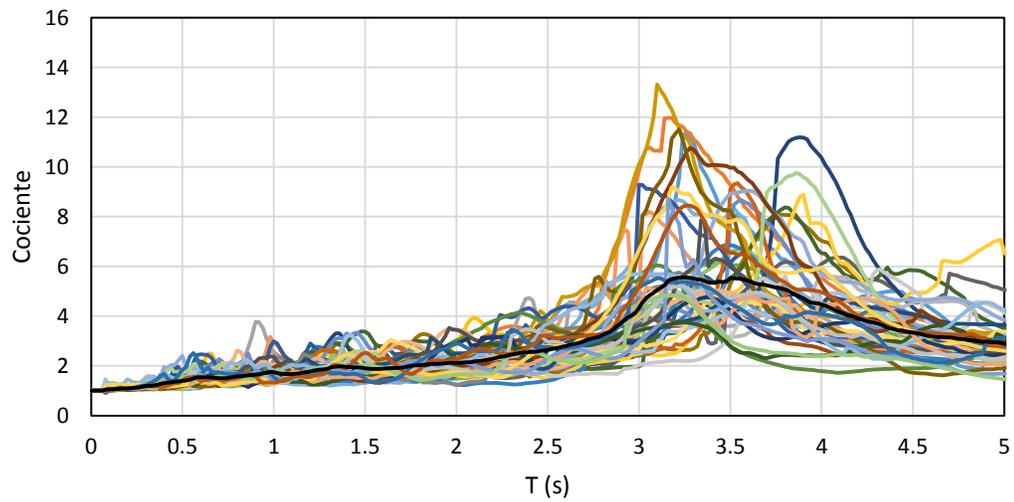
## Zona G



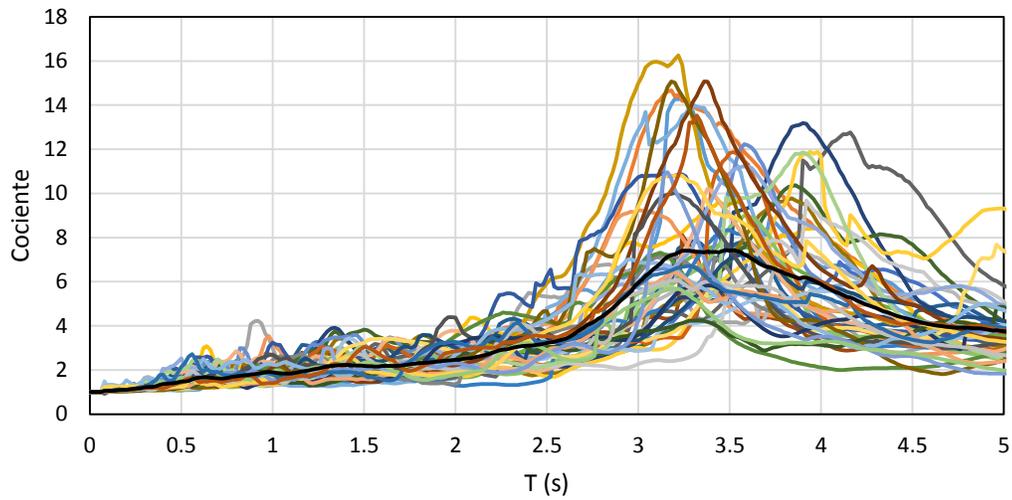
a) Cocientes para ductilidad  $\mu=1.5$



b) Cocientes para ductilidad  $\mu=2$



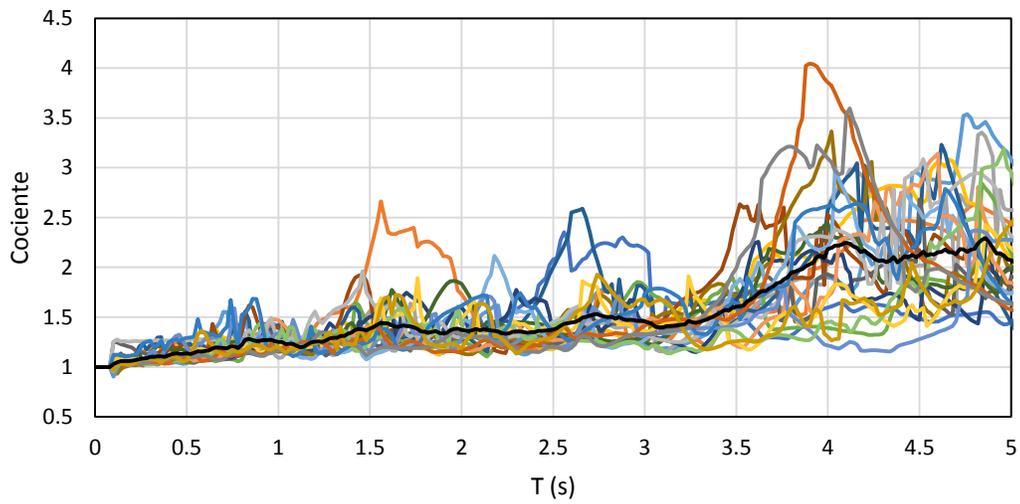
c) Cocientes para ductilidad  $\mu=3$



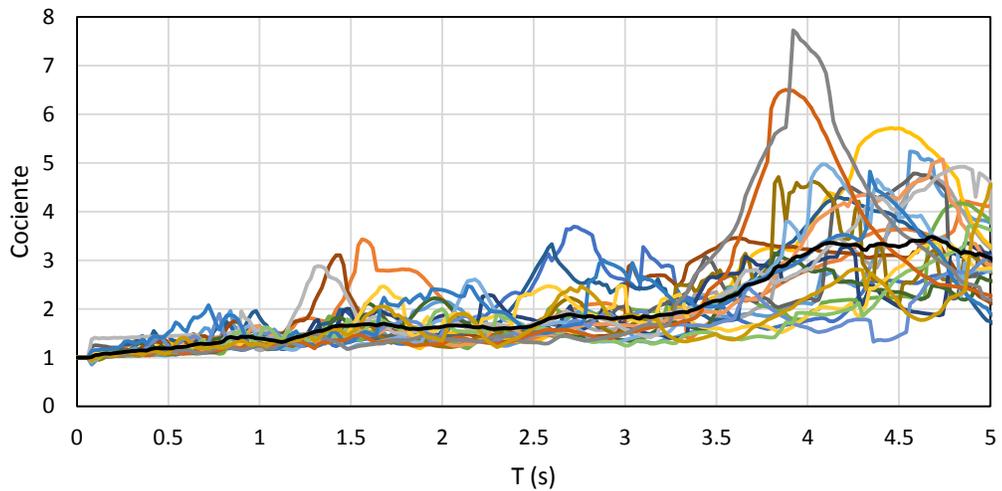
d) Cocientes para ductilidad  $\mu=4$

**Figura 20. Cocientes para diferentes valores de ductilidad para la zona G**

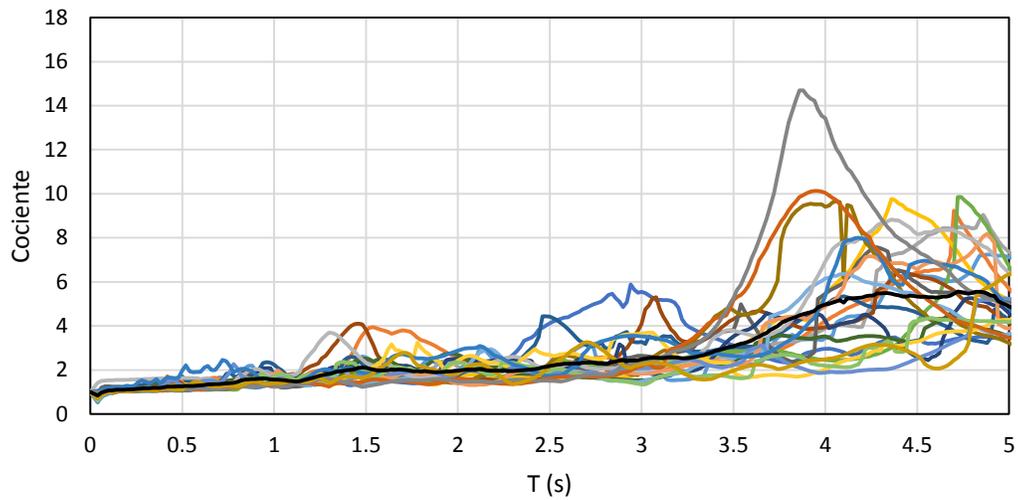
**Zona H**



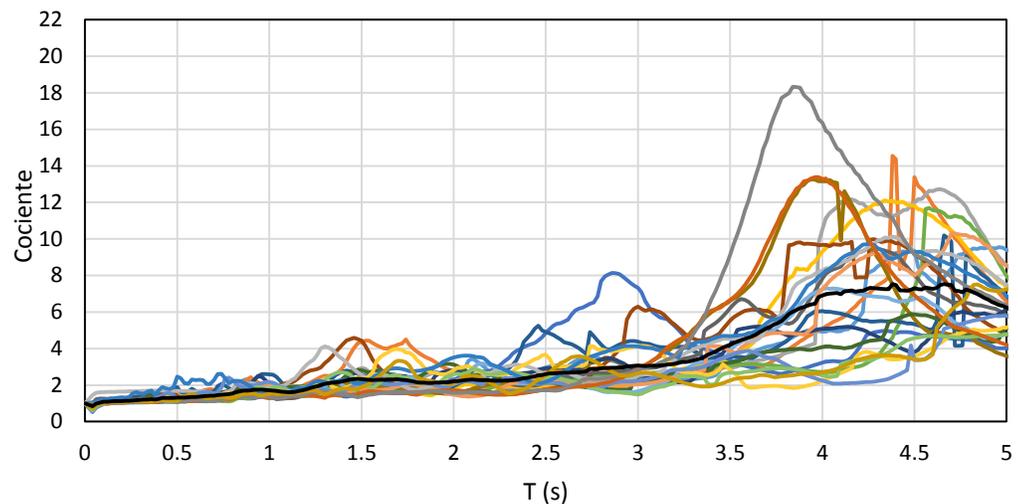
a) Cocientes para ductilidad  $\mu=1.5$



b) Cocientes para ductilidad  $\mu=2$



c) Cocientes para ductilidad  $\mu=3$



d) Cocientes para ductilidad  $\mu=4$

**Figura 21. Cocientes para diferentes valores de ductilidad para la zona H**

### 5.1 EXPRESIONES PROPUESTAS PARA EL CÁLCULO DE AJUSTES DE CURVAS $R_{\mu}$

Una vez obtenidos los cocientes promedio para diferentes valores de ductilidad se ajustaron a los resultados expresiones matemáticas simplificadas. Como se puede observar en las figuras 14 y 15, la forma de los cocientes correspondientes a suelo firme (zonas A y B) es diferente a la de los de suelo blando (zona C a la H), por lo

tanto, se ajustarán expresiones diferentes para cada uno de los casos. Para suelo firme se ajustó la siguiente ecuación:

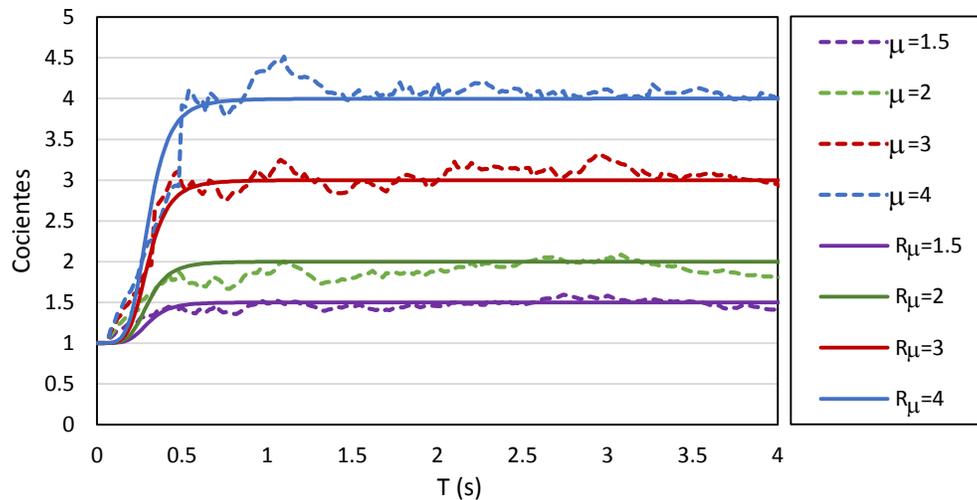
$$R\mu = \frac{a\left(\frac{T}{T_s}\right)^b}{c+\left(\frac{T}{T_s}\right)^b} + d \quad (28)$$

Los valores de  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$  se resumen en la tabla 5.

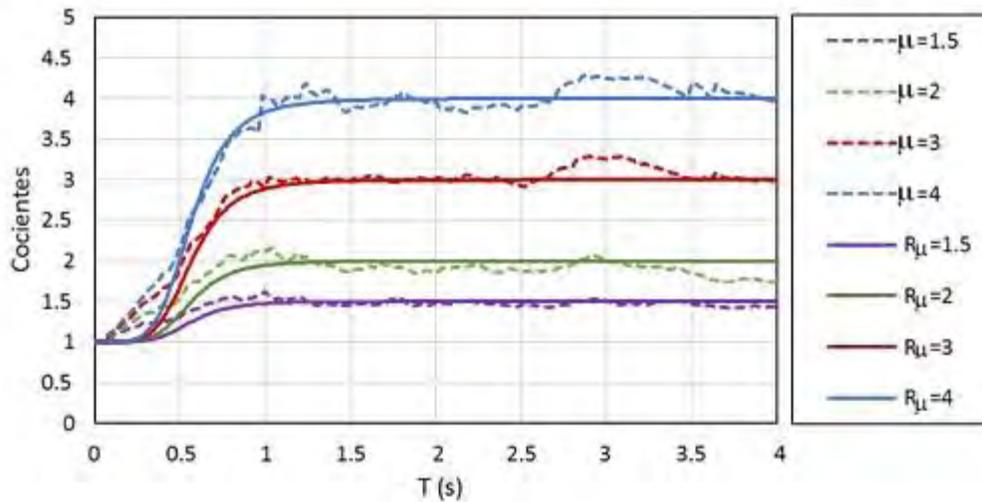
En las figuras 22 y 23 se puede ver que la ecuación 28 graficada para ductilidades de 1.5, 2, 3 y 4 se ajusta con buena aproximación a los cocientes promedio que muestra en las figuras 14 y 15 (Zonas A y B, suelo firme).

**Tabla 5. Parámetros involucrados en las Ec. 27, correspondientes a la zona A y B.**

Parámetro	Zona A	Zona B
	$T_s \leq 0.5$ s	$0.5 < T_s \leq 1.0$ s
$a$	$\mu-1$	$\mu-1$
$b$	5	5
$c$	0.1	0.1
$d$	1	1
$T_s$ dominante	0.48 s	0.90 s



**Figura 22. Comparación de factor de reducción estimado y promedio para la zona A**



**Figura 23. Comparación de factor de reducción estimado y promedio para la zona B**

La forma matemática de la expresión correspondiente a suelos blandos (zonas C, D, E, F, G y H) es como sigue:

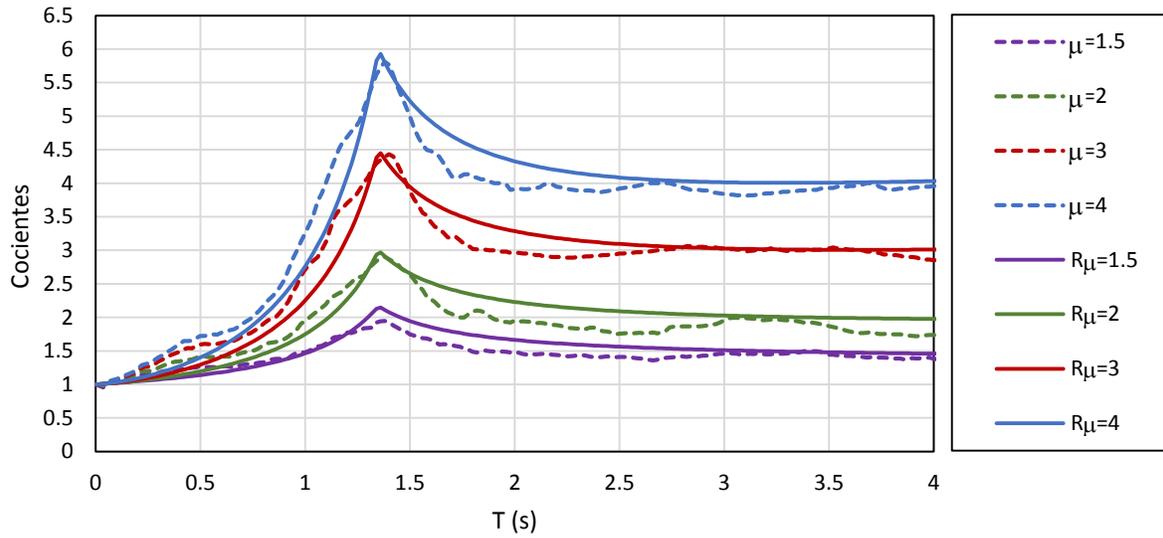
$$R_{\mu} = \frac{a\left(\frac{T}{T_s}\right)^b}{c + \left|\frac{T}{T_s} - 1\right|^b} + d \quad (29)$$

donde los valores  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$  para cada zona se presentan en la tabla 6.

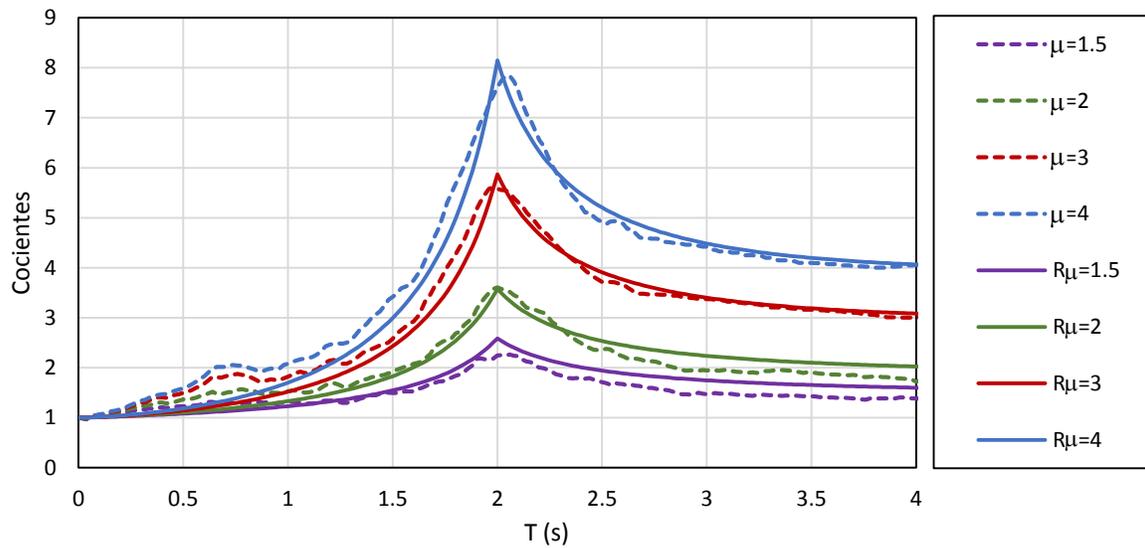
**Tabla 6. Parámetros involucrados para las zonas C, D, E, F, G y H**

Parámetro	Zona C	Zona D	Zona E	Zona F	Zona G	Zona H
	1.0<T <sub>s</sub> ≤1.5s	1.5<T <sub>s</sub> ≤2.0s	2.0<T <sub>s</sub> ≤2.5s	2.5<T <sub>s</sub> ≤3.0s	3.0<T <sub>s</sub> ≤3.5s	T <sub>s</sub> >3.5s
$a$	0.4576μ-0.3263	0.393μ-0.2378	0.393μ-0.2378	0.393μ-0.2378	0.393μ-0.2378	0.393μ-0.2378
$b$	0.4023ln(μ)+0.877	0.3972ln(μ)+0.932	0.3972ln(μ)+0.932	0.3972ln(μ)+0.932	0.3972ln(μ)+0.932	0.3972ln(μ)+0.932
$c$	0.3	-0.036ln(μ)+0.235	-0.036ln(μ)+0.235	-0.036ln(μ)+0.235	-0.036ln(μ)+0.235	-0.036ln(μ)+0.235
$d$	1	1	1	1	1	1
$T_s$ dominante	1.35	2.00	2.40	2.82	3.35	4.30

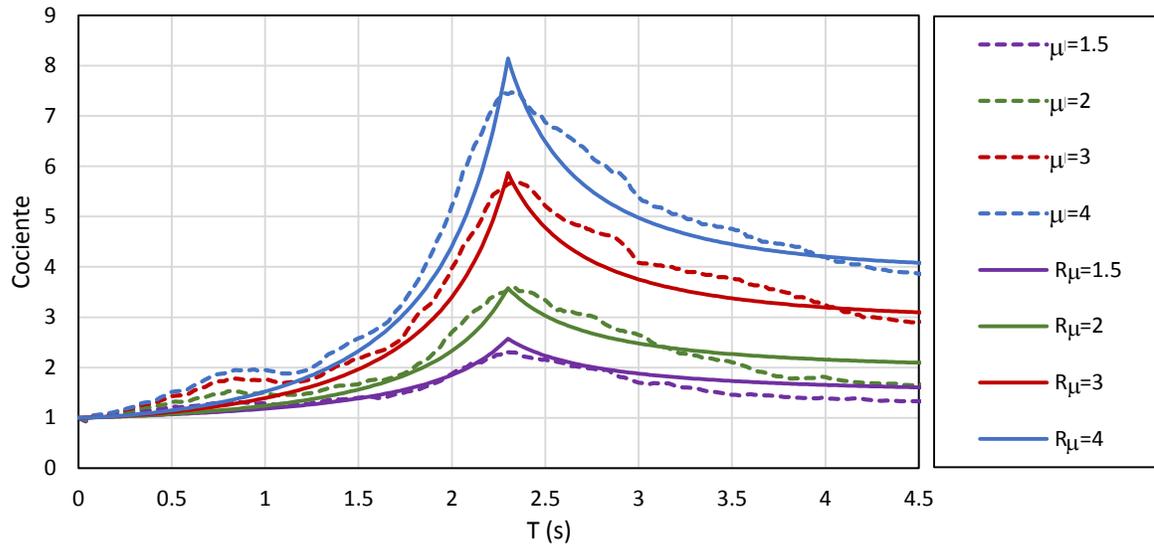
En las figuras 24 a la 29 se muestra la comparación entre el resultado de la ecuación 29 y los cocientes promedio de las zonas C, D, E, F, G y H (ver figuras 16 a 21).



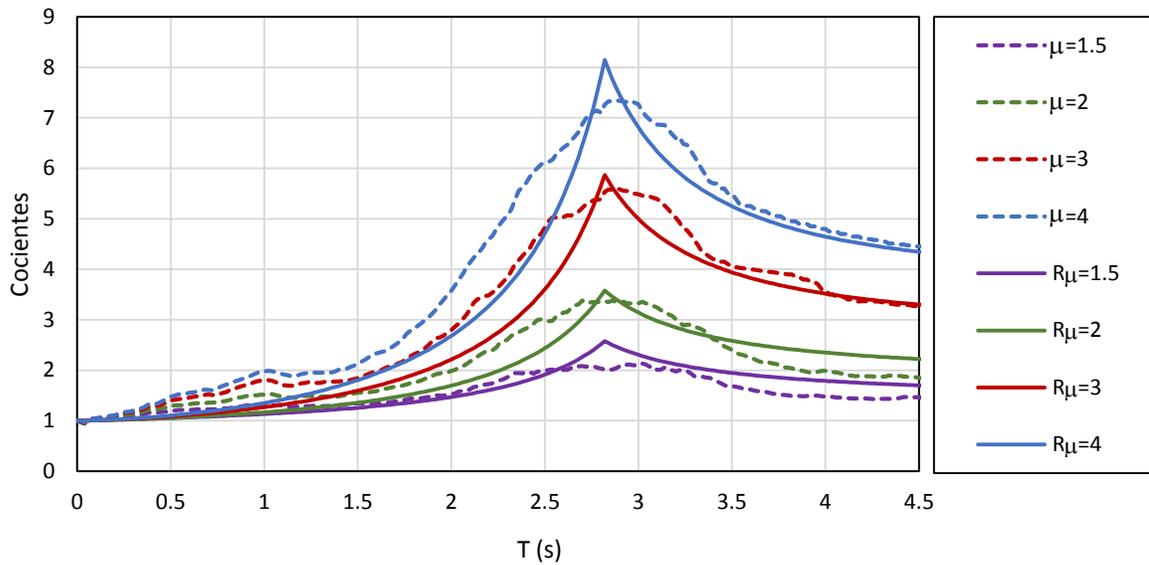
**Figura 24. Comparación de factor de reducción estimado y promedio para zona C**



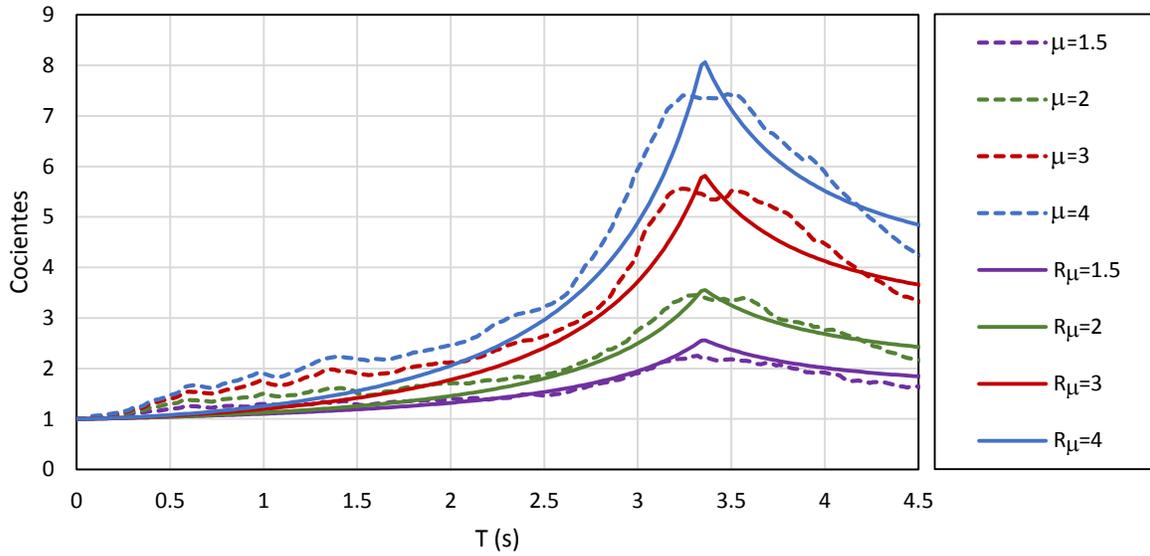
**Figura 25. Comparación de factor de reducción estimado y promedio para zona D**



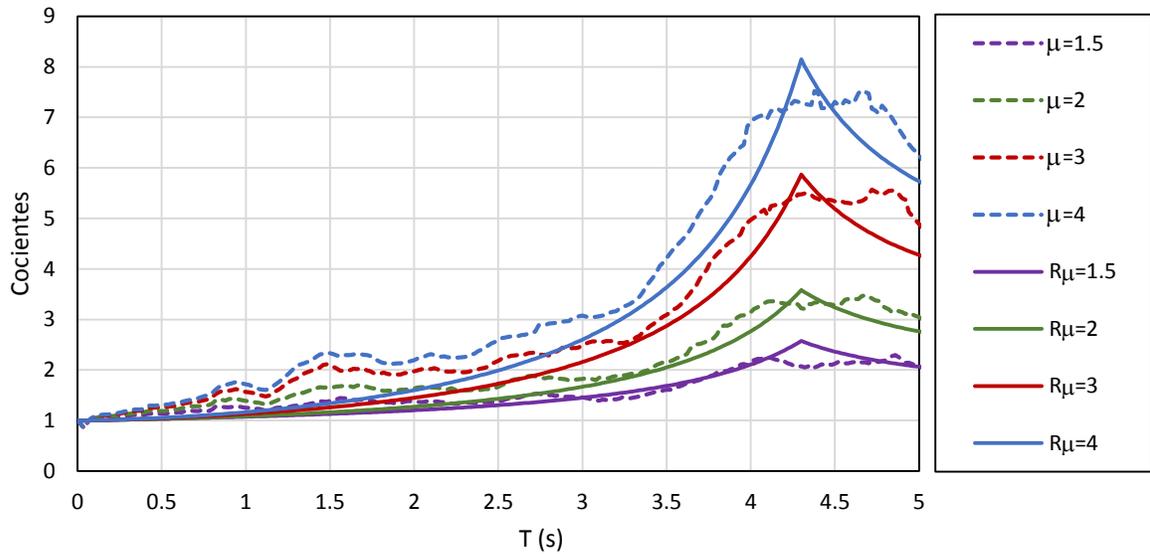
**Figura 26. Comparación de factor de reducción estimado y promedio para zona E**



**Figura 27. Comparación de factor de reducción estimado y promedio para zona F**



**Figura 28. Comparación de factor de reducción estimado y promedio para zona G**



**Figura 29. Comparación de factor de reducción estimado y promedio para zona H**

En las figuras 22 y 23 se puede observar que la reducción por ductilidad tiende a uno cuando el periodo se acerca a cero, y conforme este tiende a infinito, el factor tiende a la ductilidad. Esta característica se observa principalmente cuando el

suelo es firme, es decir, la ecuación 28 cumple con estas condiciones para las zonas A y B.

En las figuras 24 a la 29 se puede observar que la reducción por ductilidad tiene un comportamiento diferente a las zonas A y B debido a que pertenecen a un suelo blando. La principal diferencia respecto a las zonas con terreno duro es el pico que presentan cerca del periodo dominante del suelo.

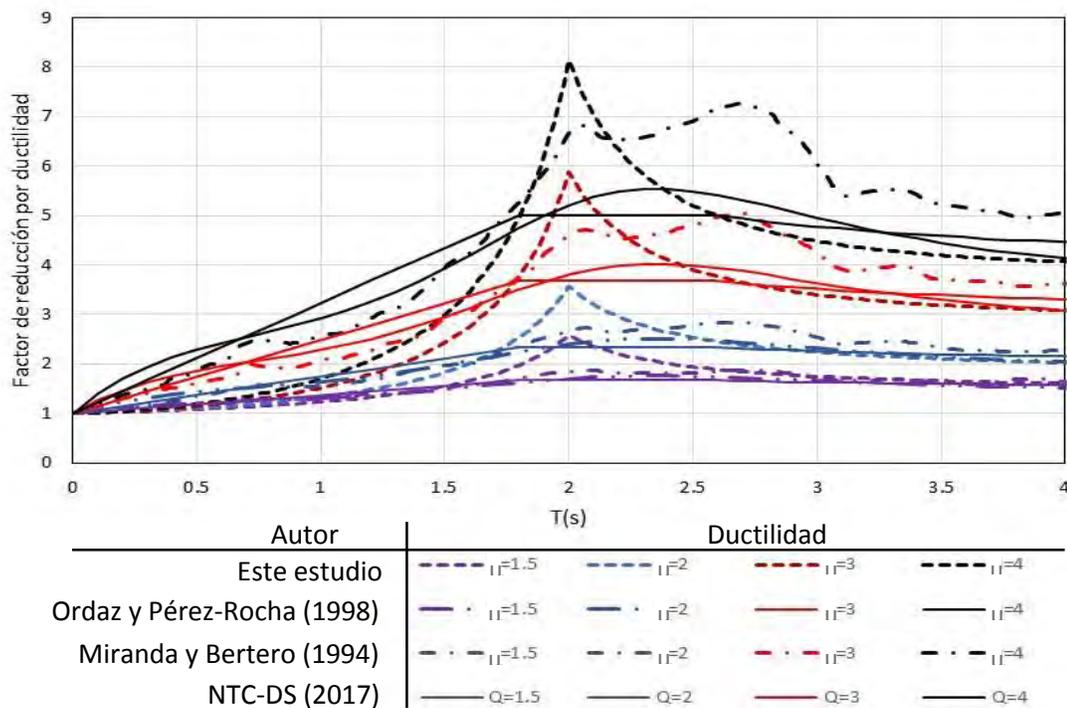
Las ecuaciones 28 y 29 deben satisfacer ciertas condiciones de frontera que se justifican a partir de los fundamentos de la dinámica estructural:

1. El factor de reducción por ductilidad debe tender a uno, independientemente del valor de la ductilidad, el porcentaje de amortiguamiento y el tipo de suelo. La razón se debe a que la aceleración máxima que presenta un sistema infinitamente rígido durante un movimiento sísmico es igual a la aceleración máxima del suelo. Las ecuaciones 28 y 29 (suelo firme y blando respectivamente) cumplen con esta primera condición.
2. El valor del factor de reducción por ductilidad debe tender a  $\mu$  independientemente de los valores de la ductilidad, amortiguamiento y tipo de suelo. Esto sucede porque el desplazamiento relativo máximo para un sistema muy flexible es igual al desplazamiento máximo del terreno.

Cabe mencionar que las expresiones propuestas no consideran aspectos como: la incertidumbre por la no linealidad del suelo, efectos de segundo orden, interacción suelo estructura, incertidumbre en el propio fenómeno y diferentes modelos de comportamiento histerético. Lo anterior se encuentra fuera de los alcances de esta tesis, sin embargo, el autor considera importante mencionar los puntos anteriores con el fin de indicar que es deseable ampliar este estudio.

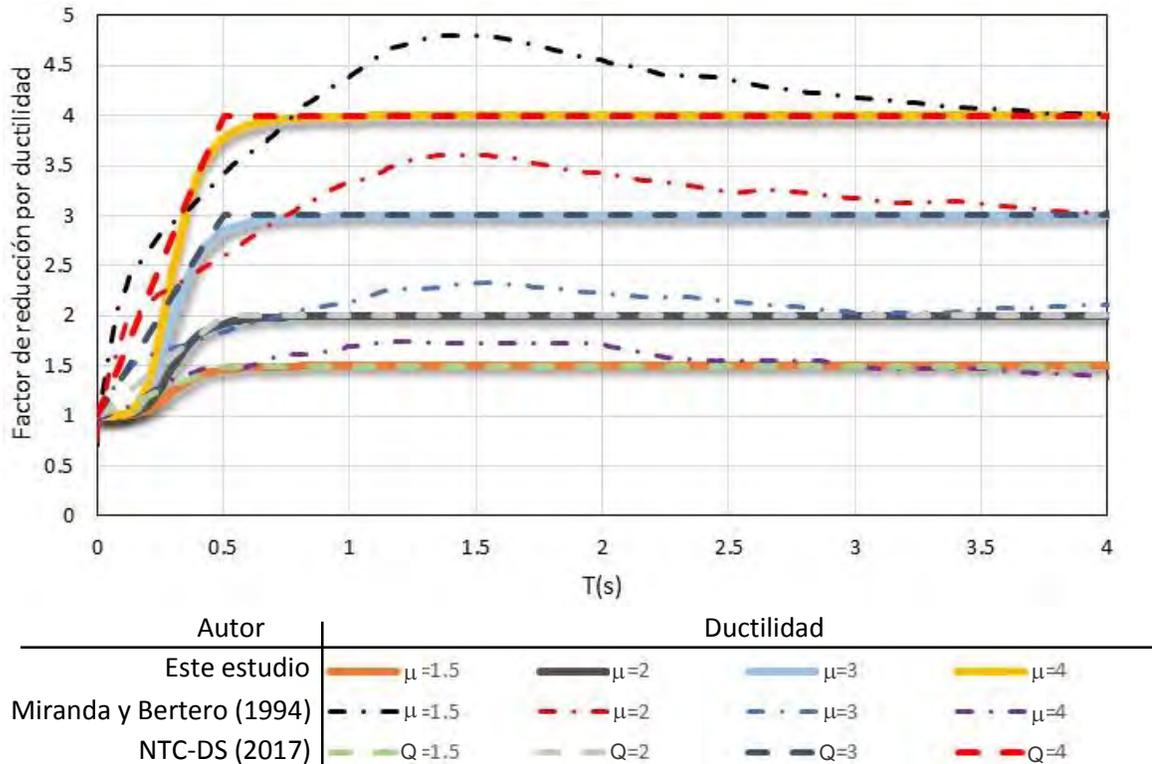
## 5.2 COMPARACIÓN DE EXPRESIONES PROPUESTAS EN ESTE ESTUDIO CON LAS EXISTENTES EN LA LITERATURA Y EN LAS NTC-DS 2017

En la figura 30 se muestran graficadas las ecuaciones más relevantes en la literatura para estimar factores de reducción por ductilidad en suelo blando. Se comparan las expresiones presentadas en las NTC-DS 2017, la ecuación 29 propuesta en este estudio, las expresiones 21 y 23 elaboradas por Miranda y Bertero (1994) y la ecuación 27 por Ordaz, y Pérez-Rocha. Para la comparación se utiliza el acelerograma registrado en la SCT el 19 de septiembre de 1985. Se hace ver que cerca del periodo dominante del suelo, la reducción por ductilidad es significativamente mayor a las propuestas por otros autores, incluyendo la NTC-DS 2017. Se observa que las expresiones para  $Q'$  de las NTC-DS 2017 son conservadoras cerca del periodo dominante del suelo, pero para valores alejados a este, la reducción por ductilidad se sobrestima. Lo anterior se debe a que el formato de las normas considera una incertidumbre en el periodo del suelo y propone una meseta acotada por dos periodos característicos:  $T_a$  y  $T_b$ .



**Figura 30. Comparación de expresiones para estimar factores de reducción por ductilidad en suelo blando**

Por otra parte, la figura 31 muestra graficada la ecuación 22 de Miranda y Bertero (1994) para suelo firme y se compara con la ecuación 28 propuesta en este estudio. La figura hace ver la poca variabilidad entre la ecuación propuesta en este estudio y la correspondiente a las NTC-DS 2017. Por otra parte, la ecuación propuesta por Miranda y Bertero es ligeramente mayor a la elaborada en este estudio cerca de un periodo de 1.5 segundos. Así mismo, se hace ver que no existen picos elevados cerca del periodo dominante del suelo como lo visto en la gráfica 30.



**Figura 31. Comparación de expresiones para estimar factores de reducción por ductilidad en suelo firme**

## 6. PARÁMETROS QUE INFLUYEN EN LA RAMA DESCENDENTE DE ESPECTROS DE DESPLAZAMIENTOS CORRESPONDIENTES A LA CIUDAD DE MÉXICO

Como se mencionó en el capítulo 3, la variación del factor de reducción por comportamiento sísmico ( $Q'$ ) depende directamente del valor que puede tomar el parámetro  $k$ . A medida que  $k$  tiende a uno,  $Q'$  toma valores cercanos a la ductilidad  $Q$ , mientras que, cuando  $k$  tiende a cero  $Q'$  adquiere valores mayores a  $Q$ . Es decir, si  $Q'$  es igual a  $Q$  estamos frente a un suelo con características de terreno firme, por otra parte, para suelo blando el factor de reducción por ductilidad  $Q'$  es más grande que la propia capacidad dúctil de la estructura. La importancia de estos factores se ve directamente reflejada en la forma del espectro de desplazamientos, específicamente, en su rama descendente. Las disposiciones actuales de las NTCDS-2017 dan como resultados espectros de desplazamientos bastante conservadores debido a que recomienda factores de  $k$  altos.

En las actuales NTC-DS las acciones sísmicas de diseño se determinan a partir de los espectros de diseño contenidos en el Sistema de Acciones Sísmicas de Diseño (SASID), asociados a una ubicación específica del sitio en estudio. Esta base de datos se encuentra el espectro elástico para el sitio de la construcción, así como el afectado por los factores de reducción por comportamiento sísmico,  $Q'$ , y por sobre-resistencia,  $R$ . En este programa de cómputo se brindan todos los parámetros necesarios para formar el espectro de diseño transparente:  $a_0$ ,  $c$ ,  $T_a$ ,  $T_b$ ,  $k$ . Así mismo, el usuario elige el factor de importancia, factor de irregularidad, factor de comportamiento sísmico y el factor de hiperestaticidad. Internamente el

programa asigna el factor de reducción por ductilidad  $Q'$  y el de sobre-resistencia  $R$ . Estos dos últimos se calculan de acuerdo a la sección 3.4 y 3.5 de las NTC-DS 2017, de la siguiente manera:

$$Q' = 1 + (Q - 1) \sqrt{\frac{\beta T}{k T_a}}; \quad \text{si } T \leq T_a \quad (3)$$

$$Q' = 1 + (Q - 1) \sqrt{\frac{\beta}{k}}; \quad \text{si } T_a < T \leq T_b \quad (4)$$

$$Q' = 1 + (Q - 1) \sqrt{\frac{\beta p}{k}}; \quad \text{si } T > T_b \quad (5)$$

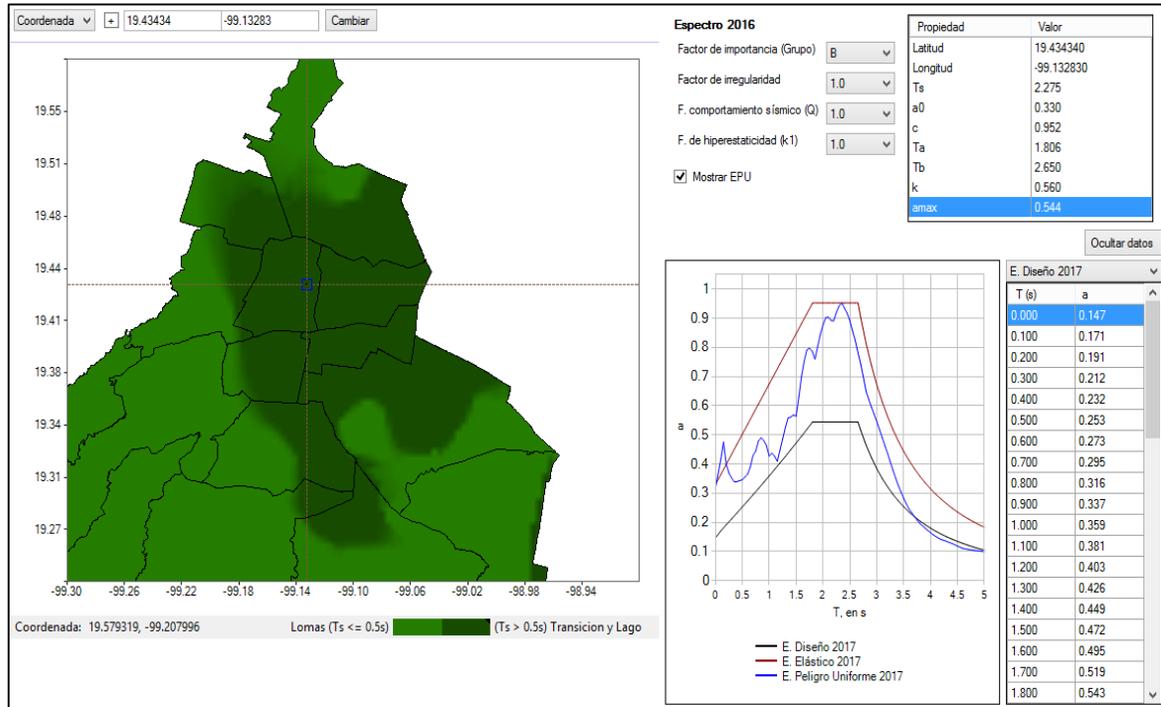
donde el factor  $\beta$  toma en cuenta el amortiguamiento suplementario y el factor  $k$  la relación entre el desplazamiento máximo espectral y el desplazamiento máximo del suelo. Las ecuaciones anteriores corresponden a la ecuación 3.4.1 de las NTCDS-2017.

El factor de sobre-resistencia se calcula como:

$$R = k_1 R_0 + k_2 \quad (\text{Ec. 3.5.1 de las NTC-DS 2017})$$

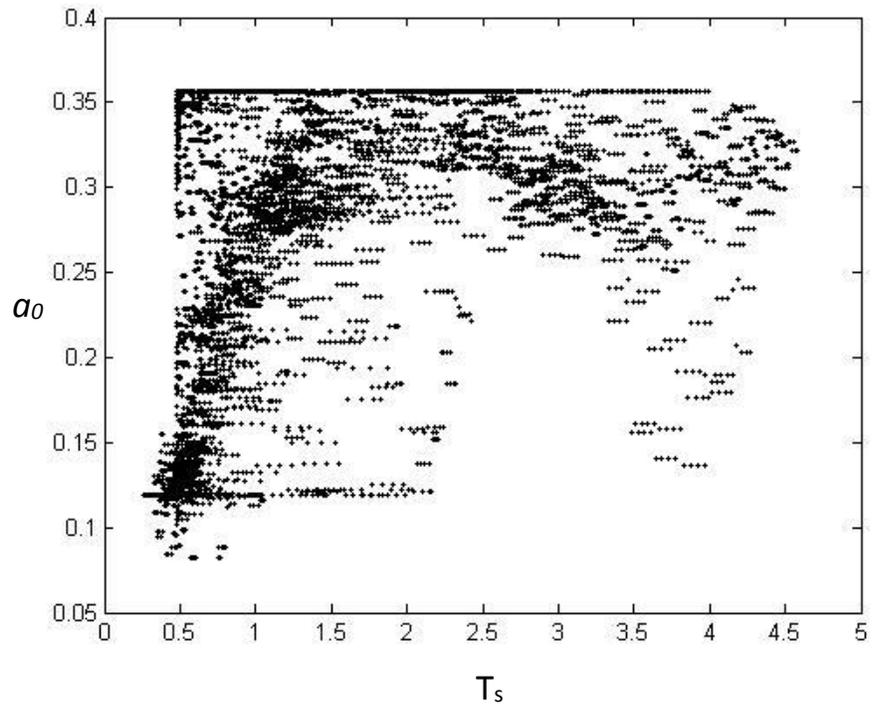
donde  $R_0$  es un factor básico de sobre-resistencia del sistema estructural,  $k_1$  toma en cuenta la corrección por hiperestaticidad y  $k_2$  el incremento para estructuras pequeñas y rígidas.

En la figura 32 se observa la interfaz gráfica correspondiente al Sistema de Acciones Sísmicas de Diseño (SASID). A partir de este programa, en el presente estudio se capturaron cientos de puntos para observar la variación de los parámetros que conforman el espectro elástico de diseño en función del periodo de suelo.

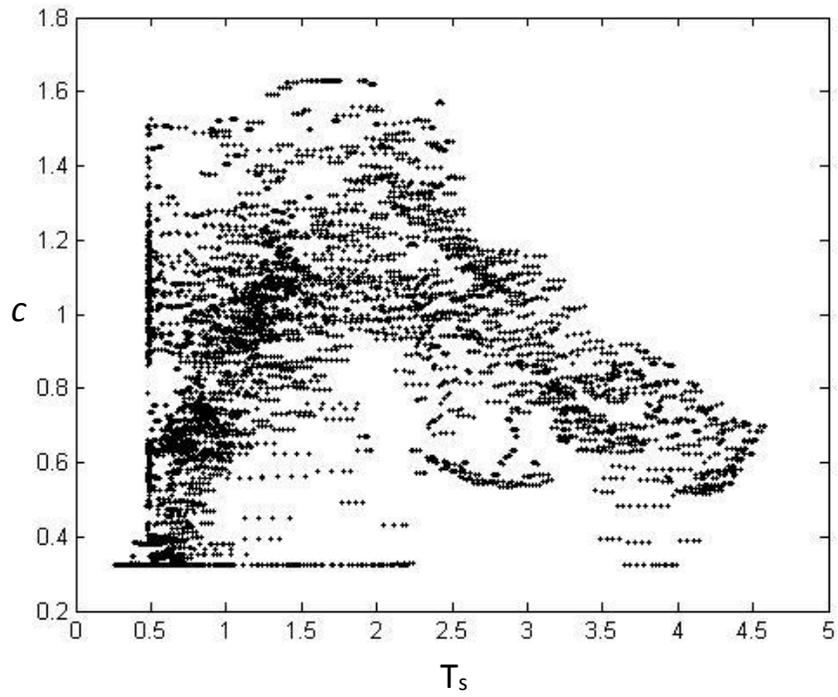


**Figura 32. Interfaz gráfica del Sistema de Acciones Sísmicas de Diseño (SASID)**

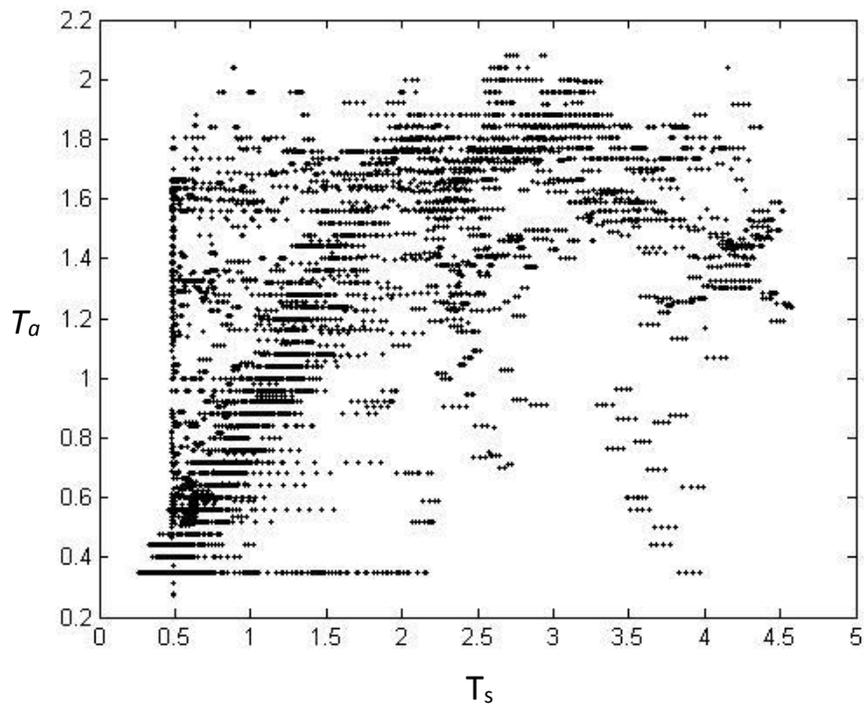
En las figuras 33, 34, 35, 36 y 37 se muestran los valores de  $a_0$ ,  $c$ ,  $T_a$ ,  $T_b$  y  $k$ ; respectivamente. Con este ejercicio se observó que hubo un cambio importante en la microzonificación sísmica respecto al Apéndice A de las anteriores Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo del 2004. Basta con observar los valores que puede tomar el coeficiente sísmico  $c$  cuando el periodo de suelo es de 0.5 s. Ahora ya no es posible ajustar una ecuación para obtener cada uno de estos parámetros en función del periodo de suelo debido a la dispersión elevada de los puntos.



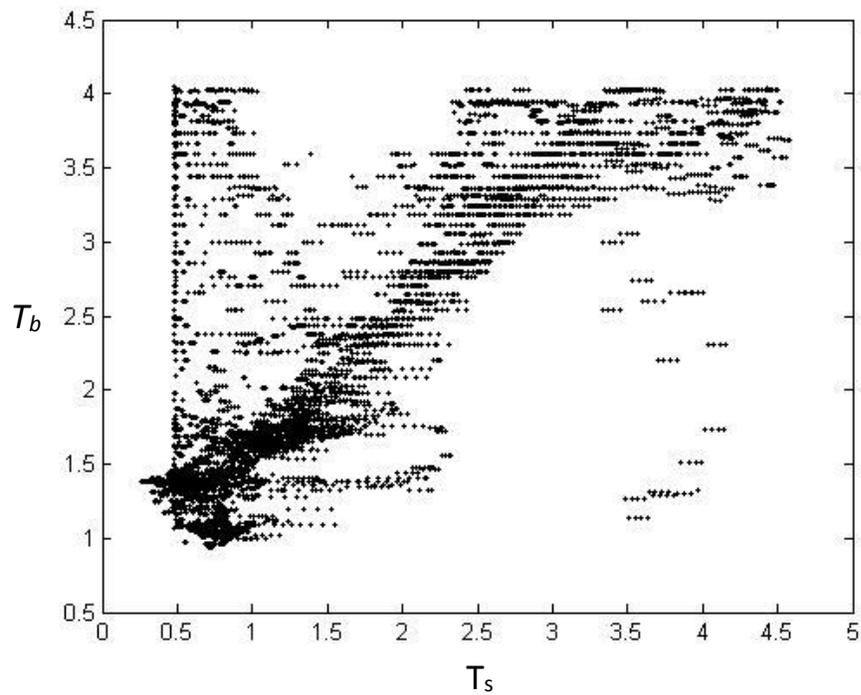
**Figura 33. Parámetro  $a_0$  obtenido de SASID**



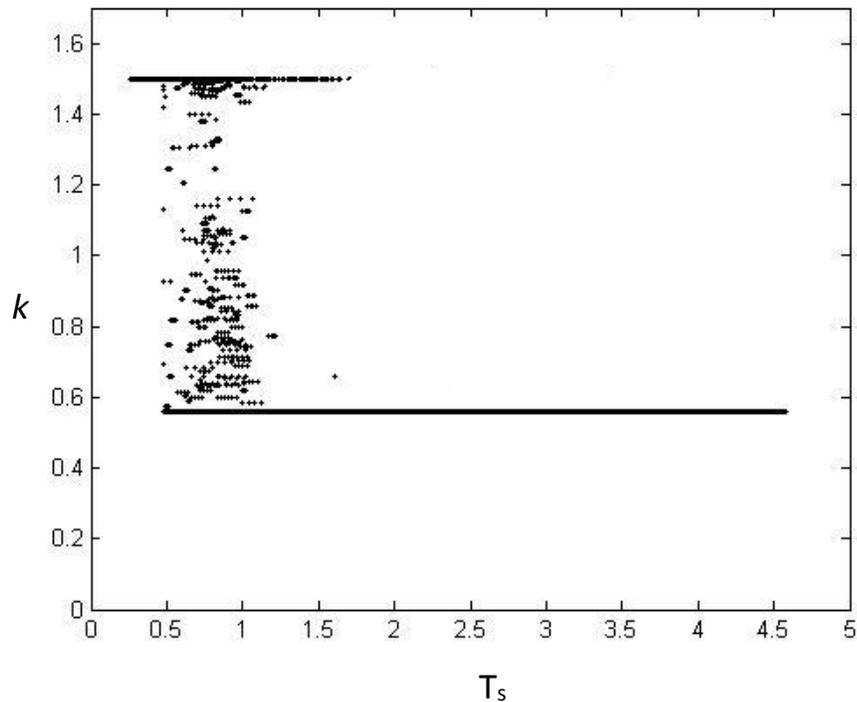
**Figura 34. Parámetro  $c$  obtenido de SASID**



**Figura 35. Parámetro  $T_a$  obtenido de SASID**



**Figura 36. Parámetro  $T_b$  obtenido de SASID**



**Figura 37. Parámetro  $k$  obtenido de SASID**

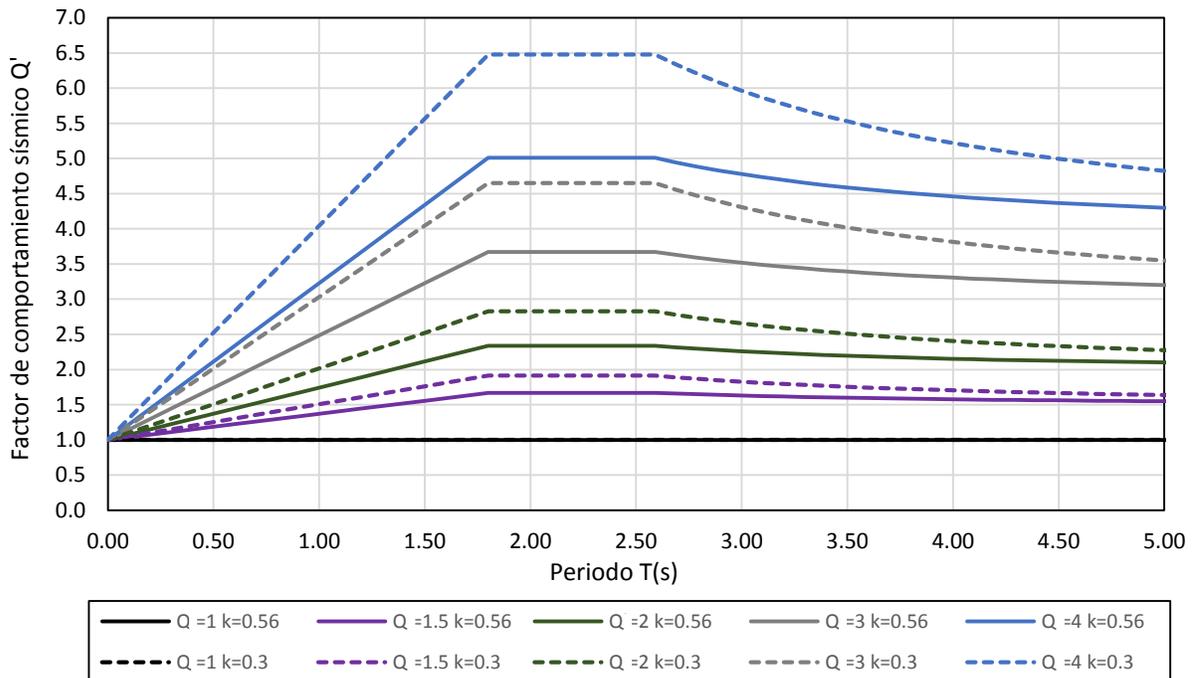
Desde el inicio se ha enfatizado en la importancia de caracterizar adecuadamente la rama descendente del espectro de desplazamientos y los parámetros que influyen en este. En la figura 37 se puede observar la variación del parámetro  $k$  a medida que el periodo de suelo va cambiando y también se puede ver que para periodos mayores a 0.5 s el programa SASID toma como valor mínimo  $k=0.56$  esto se hace con el fin de restringir el valor del factor de reducción por comportamiento sísmico  $Q'$  (Ordaz, comunicación personal).

En el presente estudio se propone utilizar un valor del parámetro  $k=0.30$  para zonas con terreno blando (zona C, D, E, F, G y H). El valor que puede tomar  $k$  se justifica a partir del valor máximo que pueden tomar los factores de reducción por ductilidad,  $R_{\mu}$ , obtenidos en el capítulo 4 de esta tesis. Hay que recordar que  $Q'$  aumenta a medida que  $k$  disminuye.

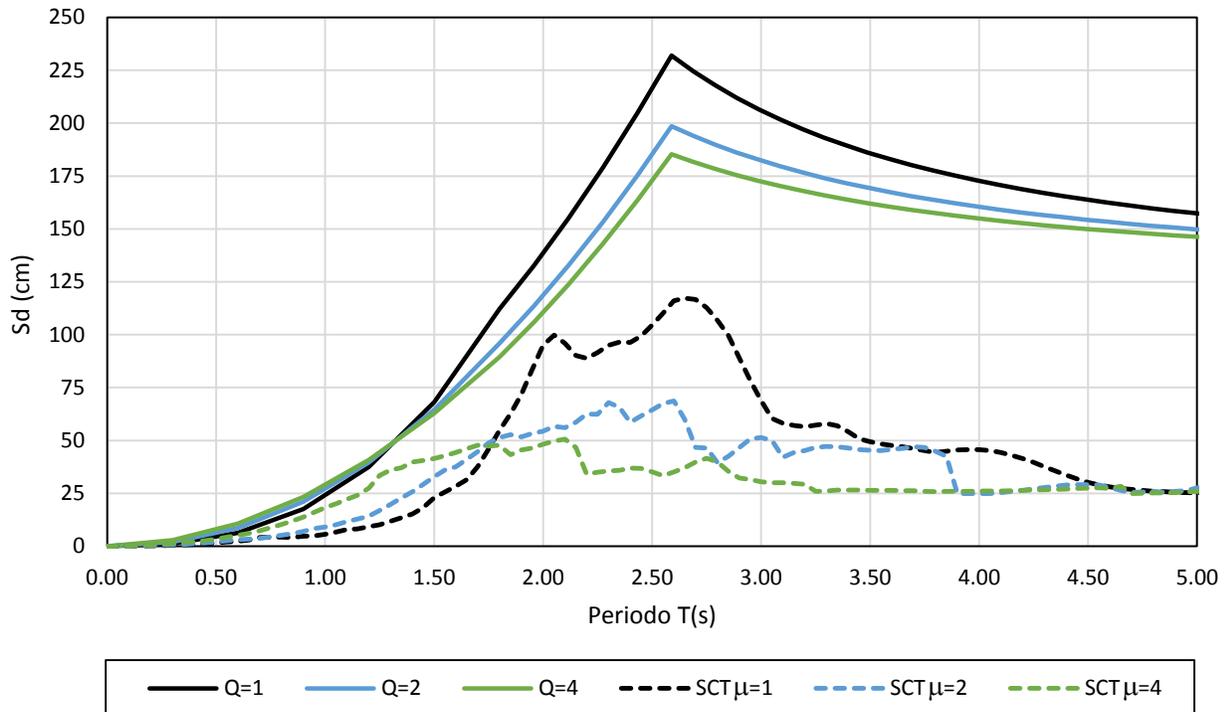
En la figura 38 se compara el factor  $Q'$  para un suelo con periodo de 2 segundos considerando el valor  $k=0.56$  estipulado en la NTC-DS 2017 y el valor  $k=0.30$

propuesto en este estudio. Nótese que a medida que  $k$  es menor, el factor de reducción por comportamiento sísmico  $Q'$  se incrementa. A partir de los cocientes de espectros de respuesta elásticos e inelásticos se observó que el parámetro de  $k=0.30$  conduce a un valor de  $Q'$  aceptable de acuerdo a los  $R_{\mu}$  obtenidos en el capítulo 4 de estudio.

En las figuras 39 y 41 se comparan los espectros de desplazamientos para  $Q=1, 2$  y  $4$ , con los correspondientes al movimiento registrado en la SCT en el temblor del 19 de septiembre de 1985, usando  $k=0.30$  y  $0.56$ , respectivamente. Las figuras muestran que para periodos largos la tendencia de la rama descendente del espectro de desplazamientos es más pronunciada para los espectros reales que para los que utilizan las expresiones de las NTC-DS 2017 usando un valor de  $k=0.56$ . Si bien no son directamente comparables debido a que el sismo del 19 de septiembre de 1985 corresponde aproximadamente a un periodo de retorno de 125 años (Ordaz, comunicación personal) y el de las NTC-2017 a uno de 250 años, proporciona una referencia de la tendencia de la rama descendente de los espectros.

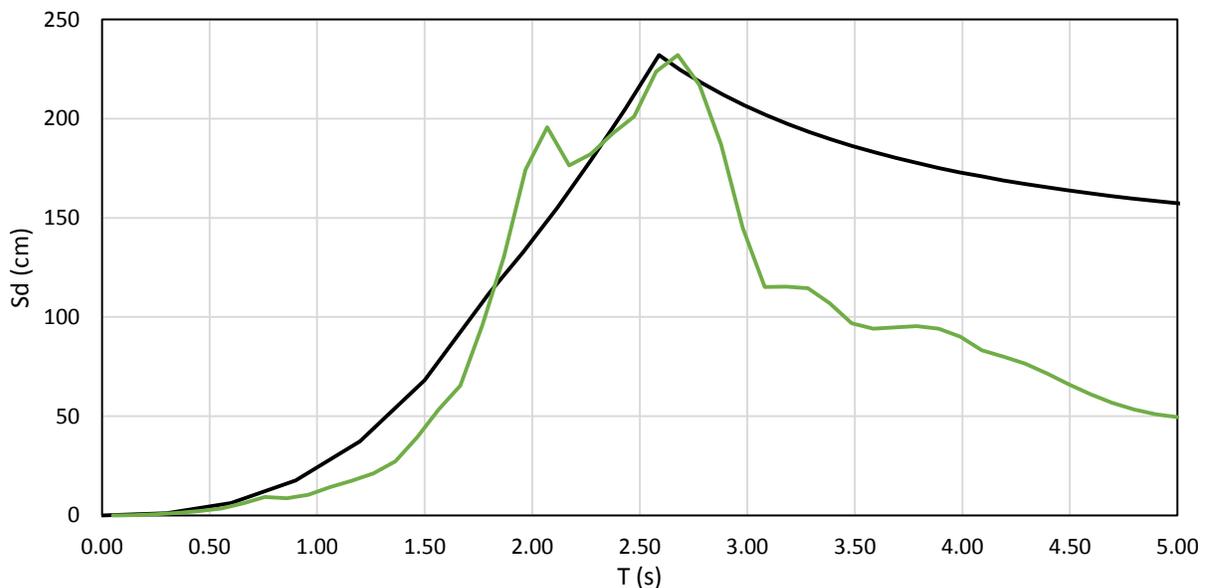


**Figura 38. Comparación de factores de comportamiento sísmico, suponiendo  $k=0.56$  (NTC-DS 2017) y  $k=0.30$  (este estudio)**

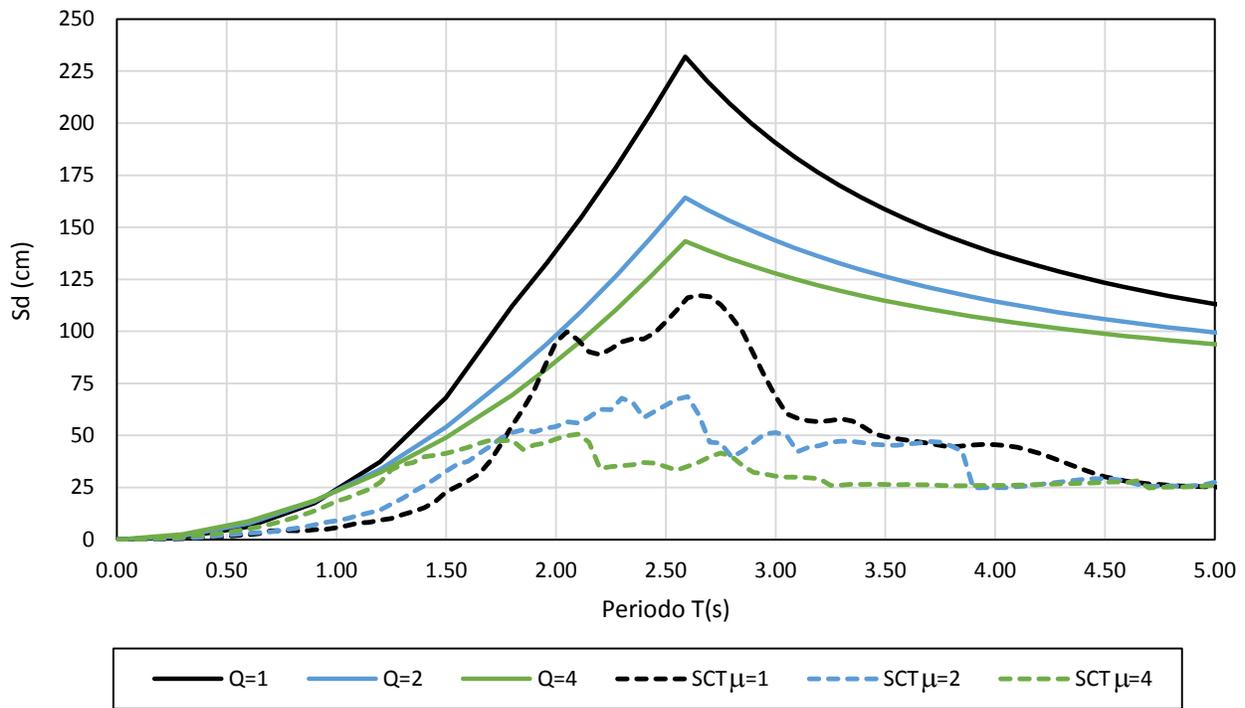


**Figura 39. Espectros de desplazamiento con la NTC-DS 2017 ( $k=0.56$ ) comparado con registro SCT-85 EW**

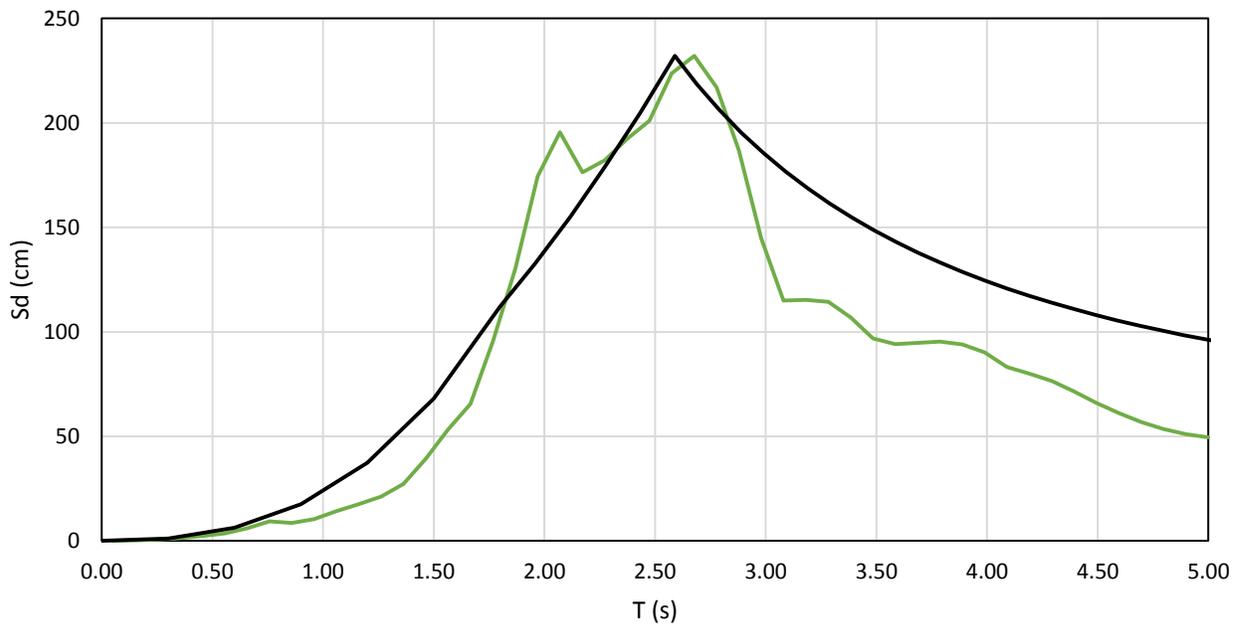
En la figura 40 y 42 se muestra con color verde el espectro de desplazamiento correspondiente al sismo del 19 de septiembre de 1985 escalado a la ordenada máxima del espectro de desplazamiento de diseño (línea negra), con la finalidad de demostrar que este último se caracteriza mejor cuando el parámetro  $k$  es menor.



**Figura 40. Espectros de desplazamiento del registro SCT-85 EW escalado al espectro de diseño con un parámetro  $k=0.56$**



**Figura 41. Espectros de desplazamiento con utilizando un factor  $k=0.30$  comparado con registro SCT-85 EW**



**Figura 42. Espectros de desplazamiento del registro SCT-85 EW escalado al espectro de diseño con un parámetro  $k=0.30$**

# 7. EJEMPLO DE VERIFICACIÓN REFERENTE AL USO DEL PARÁMETRO $k$ PROPUESTO

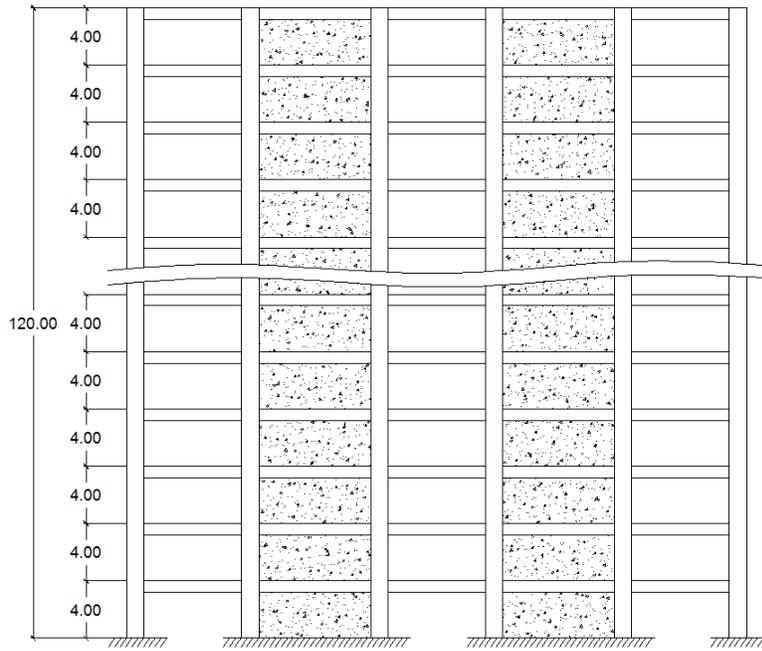
En este capítulo se presenta un ejemplo de verificación sobre el uso del parámetro  $k$  para comprobar que los desplazamientos obtenidos del análisis elástico modal lineal se asemejan a los de un análisis dinámico no lineal. Para ello, se realiza el diseño de un edificio de 30 niveles de concreto reforzado a base de marcos y muros utilizando las especificaciones de estructuras con ductilidad alta. El edificio se diseña utilizando un factor de comportamiento sísmico  $Q = 4$  y se detalla de acuerdo a las NTC-DCEC 2017. Con el ejemplo se hace ver que usando un valor de  $k$  menor al que se especifican en las NTC-DS-2017, los desplazamientos son similares a los obtenidos de un análisis no lineal paso a paso. El análisis no lineal se hizo conforme al apartado 6.2 Análisis dinámico no lineal paso a paso de las NTC-DS 2017 en donde se caracterizó la demanda y capacidad con diagramas de momento-curvatura que consideraran un comportamiento suficientemente aproximado de la respuesta no lineal de los elementos estructurales. Además, se realiza un análisis de capacidad con la finalidad de comprobar que la ductilidad sea la adecuada. Esta tesis está acotada al uso del análisis modal espectral por lo que las demandas de desplazamiento inelástico se calculan partiendo de los desplazamientos obtenidos de un análisis elástico con fuerzas reducidas por  $Q'R$  y convirtiendo los desplazamientos a inelásticos multiplicando por  $QR$ .

## 7.1 DESCRIPCIÓN DEL EDIFICIO ESTUDIADO

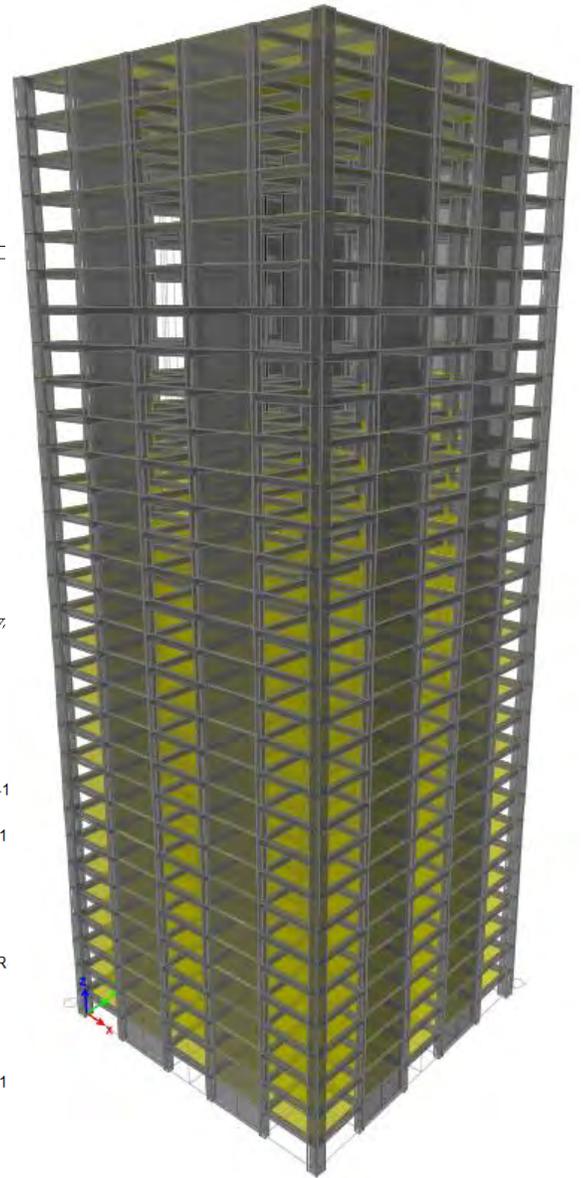
Se considera un edificio de concreto reforzado de 30 niveles a base de marcos y muros. El edificio es completamente regular con una altura de 120 m y una base cuadrada de 42 m de lado (ver figura 43). El modelo cumple con los requisitos de la sección 2.1 de las NTC-DS 2017 sobre los límites de altura en donde aún es aplicable llevar a cabo un análisis modal espectral. El edificio se diseñó de acuerdo a los requisitos para diseño de estructuras de ductilidad alta ( $Q=4$ ) del capítulo 9 de las *Normas Técnicas Complementarias sobre Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto* y cumplir con los requisitos planteados por la norma para el detallado de los miembros estructurales.

Las hipótesis para el modelado estructural son:

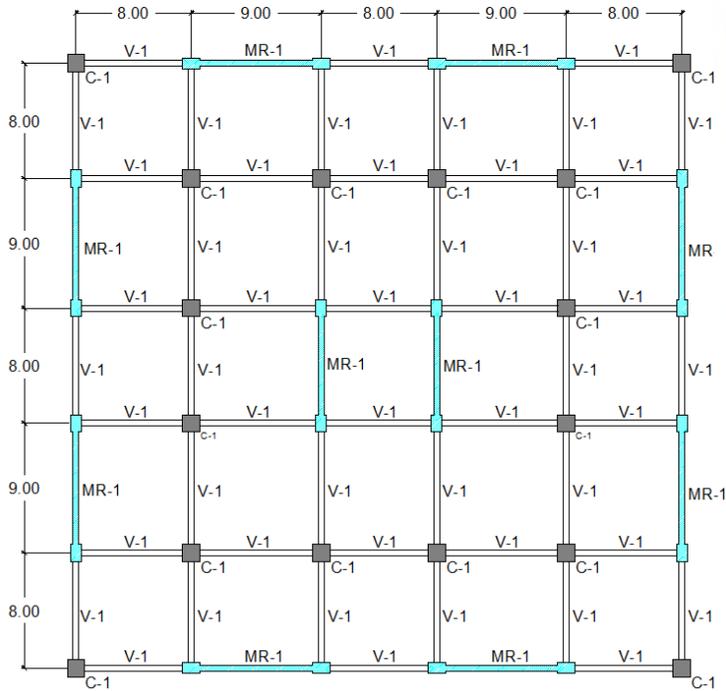
- Los marcos y muros están desplantados sobre una cimentación infinitamente rígida, por lo tanto se desprecia la interacción suelo-estructura.
- Todos los marcos y muros están conectados por un diafragma infinitamente rígido en su plano, por lo que, cada piso tiene dos grados de libertad en traslación y uno en rotación.
- Se considera la acción simultánea de dos componentes horizontales del sismo de acuerdo a las NTC-DS 2017, 100% en la dirección principal y 30% en la dirección perpendicular.
- Las masas traslacionales y rotacionales de los niveles del modelo se consideran concentradas en los pisos.



a) Vista en elevación



b) Vista en 3D

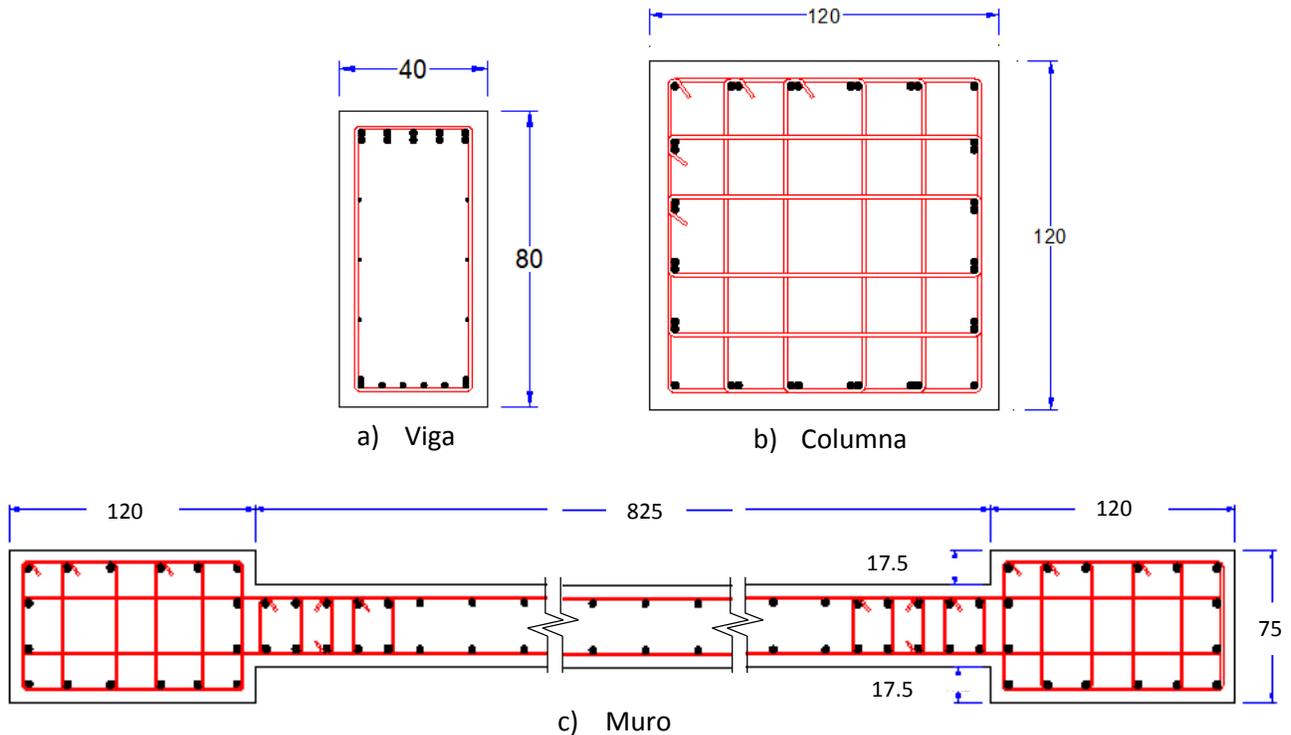


c) Vista en planta

**Figura 43. Edificio de 30 niveles de C/R a base de marcos y muros (dimensiones en metros)**

## 7.2 DIMENSIONAMIENTO DE LOS ELEMENTOS

Las dimensiones de las columnas, vigas y muros se muestran en la figura 44.



**Figura 44. Dimensiones de elementos estructurales**

## 7.3 AGRIETAMIENTO DE ELEMENTOS

De acuerdo a la sección 3.2.1.1 de las Normas Técnicas Complementarias sobre Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto 2017 (NTC-DCEC 2017), cuando se apliquen métodos de análisis lineal, en el cálculo de las rigideces de los miembros estructurales, se tomará en cuenta el efecto del agrietamiento de acuerdo a la tabla 7:

**Tabla 7. Momentos de inercia para el cálculo de rigideces (Tabla 3.2.1 de las NTC-DCEC 2017)**

<i>Elemento</i>	<i>Momento de inercia</i>
<i>Vigas y muros agrietados</i>	$0.5 I_g$
<i>Columnas agrietadas</i>	$0.7 I_g$
<i>Columnas y muros no agrietados</i>	$I_g$

donde  $I_g$  es la inercia de la sección bruta.

### Factor de comportamiento sísmico y distorsión permisibles

Para el factor de comportamiento sísmico,  $Q=4$ , asignado a este ejemplo de aplicación, la distorsión límite  $\gamma_{max}$  se adoptó a partir de los valores especificados en la tabla 8. Debido a que la  $Q$  asignada fue de 4, el detallado de los elementos se realizó de acuerdo a los requisitos especificados en la NTC-DCDE 2017.

**Tabla 8. Factores de comportamiento sísmico y distorsiones límite para estructuras de concreto (Tabla 4.2.1 de las NTC-DS 2017)**

<i>Estructuración</i>	<i>Ductilidad</i>	<i>Condición</i>	<i>Q</i>	<i><math>\gamma_{max}</math></i>
<i>Marcos</i>	<i>Alta</i>	---	4.0	0.030
	<i>Media</i>	---	3.0	0.025
	<i>Baja</i>	---	2.0	0.015
<i>Marcos de elementos prefabricados</i>	<i>Media</i>	Con nudos monolíticos y conexiones dúctiles ubicadas fuera de las zonas críticas	3.0	0.020
	<i>Baja</i>	Con conexiones en zonas críticas o en los nudos	2.0	0.015
Sistema dual <sup>(a)</sup> formado por marcos y muros de concreto <sup>(2)(3)</sup>	<i>Alta</i>	Con muros de concreto de ductilidad alta	4.0	0.020
	<i>Media</i>	Con muros de concreto de ductilidad media	3.0	0.015
	<i>Baja</i>	Con muros de concreto de ductilidad baja	2.0	0.010
Sistema formado por muros de concreto <sup>(3)(4)</sup>	<i>Alta</i>	Muros de concreto de ductilidad alta	4.0	0.020
	<i>Media</i>	Muros de concreto de ductilidad media	3.0	0.015
	<i>Baja</i>	Muros de concreto de ductilidad baja	2.0	0.010

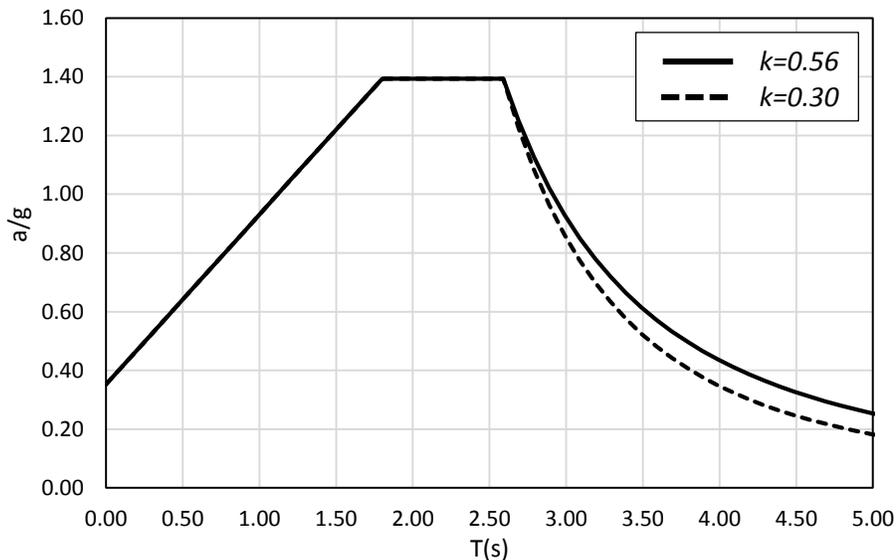
Sistema dual <sup>(a)</sup> formado por marcos y muros acoplados <sup>(b)</sup> de concreto <sup>(2)(3)</sup>	<i>Media</i>  <i>Baja</i>	Con muros de concreto y trabes de acoplamiento de ductilidad media  Con muros de concreto y trabes de acoplamiento de ductilidad baja	3.0  2.0	0.015  0.010
Sistema dual <sup>(a)</sup> formado por marcos de concreto y contravientos metálicos <sup>(2)(3)(5)</sup>	<i>Alta</i> <i>Media</i> <i>Baja</i>	Contravientos restringidos contra pandeo Contravientos concéntricos de ductilidad alta Contravientos concéntricos de ductilidad media	4.0 3.0 2.0	0.020 0.015 0.010
Sistema formado por marcos y muros diafragma no desligados <sup>(6)</sup>	<i>Alta</i> <i>Media</i> <i>Baja</i>	Marcos de ductilidad alta Marcos de ductilidad media Marcos de ductilidad baja	4.0 3.0 2.0	0.020 0.015 0.010
Sistemas con base en columnas de concreto en voladizo	<i>Baja</i>	Con columnas de ductilidad media para zonas I y II Con columnas de ductilidad alta para zona III	2.0	0.010
Sistema suspendido soportado por un núcleo de concreto formado por muros o marcos	<i>Media</i>  <i>Baja</i>	Con marcos o muros de ductilidad alta  Con marcos o muros de ductilidad media	3.0  2.0	0.015  0.010
Marcos exteriores y columnas interiores interconectados por diafragmas horizontales rígidos <sup>(7)</sup>	<i>Media</i>  <i>Baja</i>	Marcos exteriores de ductilidad media  Marcos exteriores de ductilidad baja	3.0  2.0	0.020  0.015
Sistema dual formado por columnas y marcos o muros interconectados con losas planas <sup>(8)</sup>	<i>Media</i>  <i>Baja</i>	Con marcos o muros de ductilidad alta  Con marcos o muros de ductilidad media	3.0  2.0	0.015  0.010
Sistema de columnas de concreto interconectadas con losas planas	<i>Baja</i>	---	1.0	0.005

De acuerdo a la tabla anterior, la distorsión máxima para sistemas formados por marcos y muros de concreto de ductilidad alta es de 0.020, además, las normas especifican que en caso de que los sistemas estructurales utilicen muros, el valor de la distorsión se incrementa 0.005 cuando la relación de aspecto (cociente entre

la altura y dimensión en planta) de todos los muros sea igual o mayor que 4. Por tanto, la distorsión límite para el caso en estudio es de 0.025.

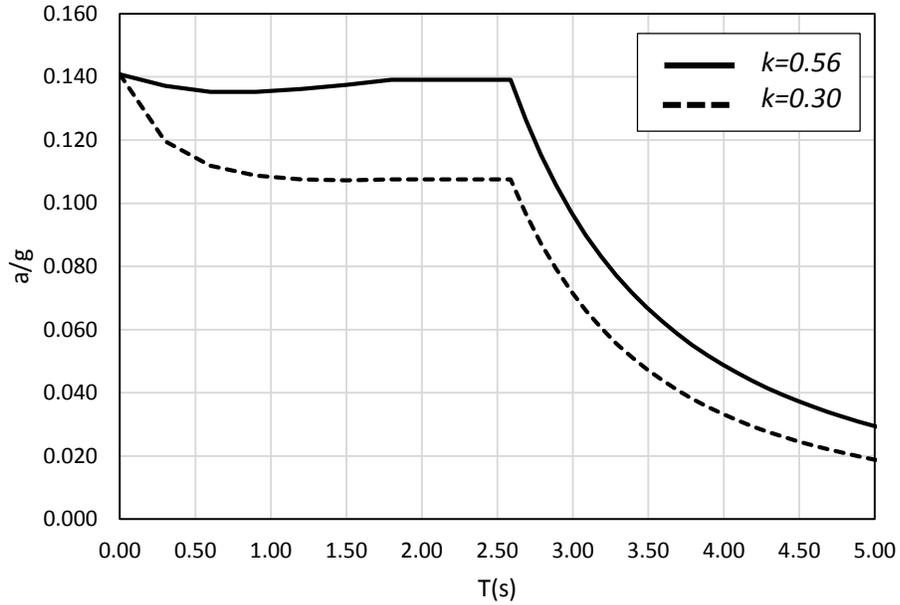
## 7.4 ANÁLISIS MODAL ESPECTRAL

Para el análisis modal se utilizaron los criterios establecidos en la sección 6.1 sobre análisis dinámico de las NTC-DS 2017. El espectro utilizado se obtuvo del Sistema de Acciones Sísmicas de Diseño (SASID) para un sitio con periodo dominante de suelo de 2 s. El sitio donde se ubica la estructura tiene y coordenadas longitud=19.397, latitud=-99.142. El espectro se redujo por sobre resistencia (R) y por el factor de reducción por comportamiento sísmico (Q'). En lo que sigue, se llama caso 1 a los análisis en los cuales se utilizó el espectro afectado por el parámetro  $k=0.56$  (especificado en las NTC-DS 2017), y caso 2, en el que se utilizó el valor propuesto en este estudio,  $k=0.30$ . La figura 45 muestra con línea continua el espectro para el caso 1 y con línea discontinua para el caso 2. El periodo fundamental de la estructura es de  $T=3.5$  s



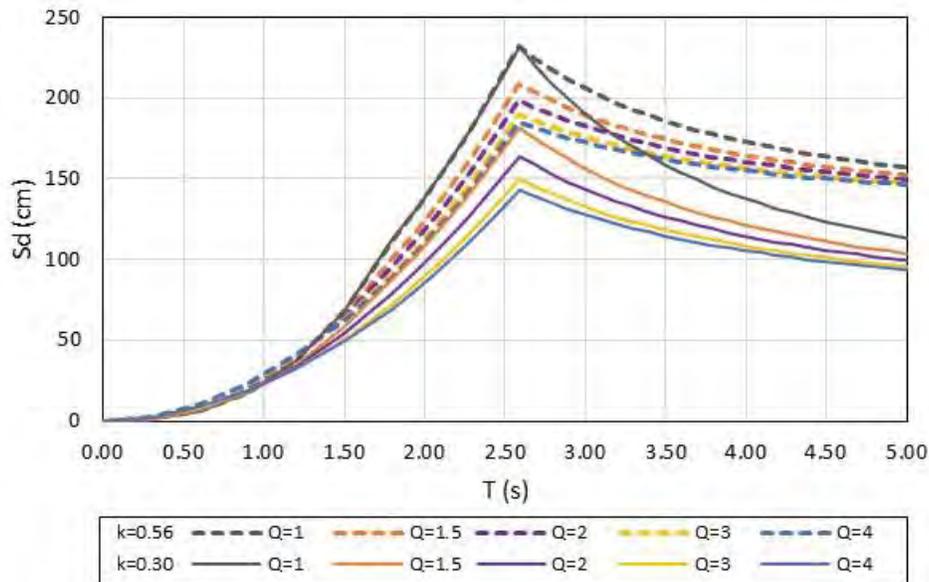
**Figura 45. Espectros elásticos para los casos 1 y 2**

En la figura 46 se presentan los espectros anteriores reducidos por Q'R. Se hace notar la influencia del parámetro  $k$  en el incremento de  $Q'$  y la reducción significativa de los espectros cuando  $k$  tiene un valor pequeño.



**Figura 46. Espectros reducidos por Q'R para los casos 1 y 2**

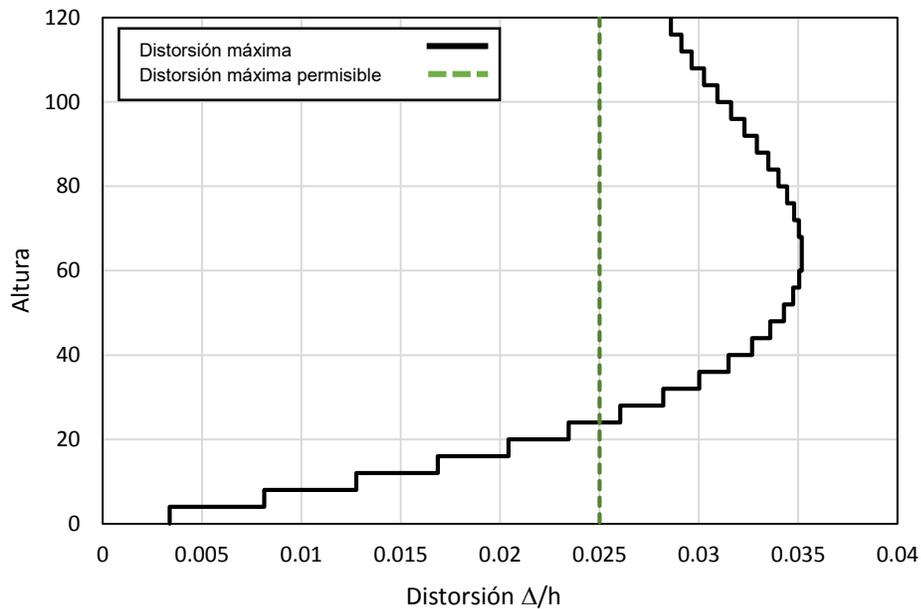
La principal diferencia entre los espectros anteriores radica en la caracterización de la rama descendente del espectro de desplazamientos. Lo anterior se muestra en la figura 47.



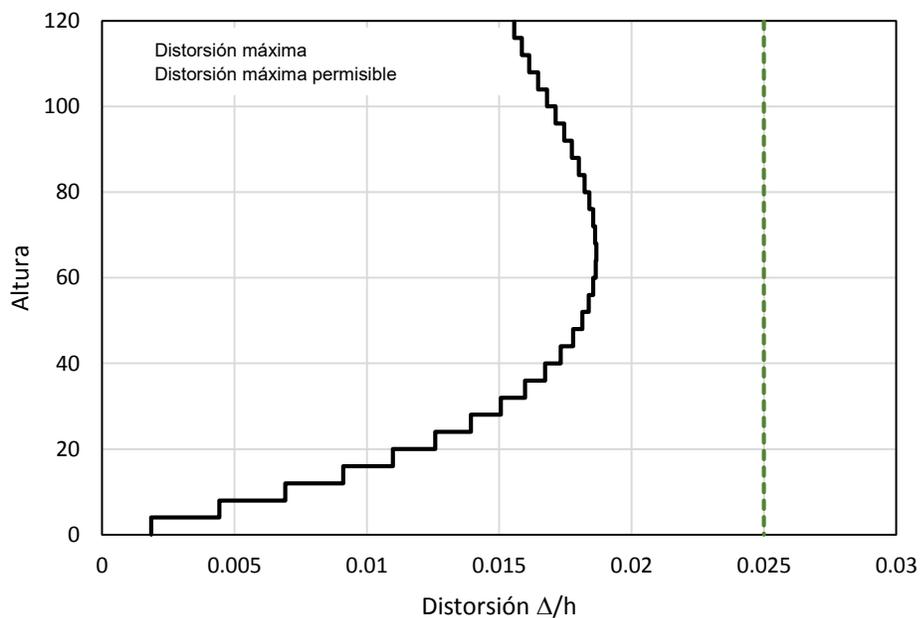
**Figura 47. Comparación de espectros de desplazamiento elásticos e inelásticos utilizando un factor  $k=0.56$  y  $0.30$**

## 7.5 RESULTADOS DEL ANÁLISIS MODAL

A partir del análisis elástico lineal, los desplazamientos obtenidos con los espectros de la figura 46, se multiplicaron por QR con el fin de estimar los desplazamientos inelásticos. Estos desplazamientos así como la distorsión máxima permisible se muestran en las figuras 48 y 49 para el caso 1.



**Figura 48. Distorsiones de entrepiso utilizando el espectro con  $k=0.56$**



**Figura 49. Distorsiones de entrepiso utilizando el espectro con  $k=0.30$**

## 7.6 APLICACIÓN DEL ANÁLISIS DINÁMICO NO LINEAL

El análisis no lineal se realizó siguiendo las especificaciones de las NTC-2017. Los métodos de análisis no lineal para estructuras de concreto son en general del tipo denominado de plasticidad concentrada. En estos métodos los miembros estructurales diseñados para que los daños que puedan ocurrir sean predominantemente a flexión, se modelan con una barra que en su parte central tiene comportamiento elástico y en sus extremos tiene zonas de comportamiento inelástico llamadas articulaciones plásticas. Las zonas de los extremos de las barras, a partir de que se presente el fenómeno de plastificación, pueden considerarse como resortes elásticos con una rigidez mucho menor, la cual puede caracterizarse a partir de diagramas momento-curvatura o de diagramas experimentales de momento-rotación.

### 7.6.1 Caracterización y modelado de las articulaciones plásticas

El modelado de las articulaciones plásticas se realizó de acuerdo a lo prescrito en la sección 3.6 de las *Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto 2017* (NTC-DCEC 2017). En esta sección se presentan dos métodos para modelar las zonas de articulaciones plásticas:

- Sección 3.6.1 “A partir de diagramas momento-curvatura”
- Sección 3.6.2 “A partir de diagramas experimentales momento-rotación”

En este estudio se seleccionó la alternativa de diagramas momento-curvatura. La obtención de diagramas momento-curvatura ( $M-\varphi$ ) de secciones de cualquier forma sujetas a flexión, carga axial o una combinación de ambas, se efectuó a partir de condiciones de equilibrio considerando las siguientes hipótesis:

- a) La distribución de deformaciones unitarias longitudinales en la sección transversal de un elemento es plana;
- b) Existe adherencia entre el concreto y el acero de tal manera que la deformación unitaria del acero es igual a la del concreto adyacente;
- c) El concreto no resiste esfuerzos de tensión;
- d) Los esfuerzos de compresión del concreto ( $f_c$ ) en la sección transversal del elemento pueden determinarse a partir de las deformaciones unitarias ( $\varepsilon_c$ ) obtenidas con las hipótesis a) y con diagramas esfuerzo-deformación unitaria ( $f_c-\varepsilon_c$ ) que tomen en cuenta el grado de confinamiento del concreto;
- e) El esfuerzo máximo en el diagrama ( $f_c-\varepsilon_c$ ) en el primer ciclo de carga será la resistencia media  $\bar{f}_c$ ;
- f) Los esfuerzos de compresión y de tensión en el acero ( $f_s$ ) de refuerzo en la sección transversal del elemento pueden determinarse a partir de las deformaciones unitarias ( $\varepsilon_s$ ) obtenidas con la hipótesis a) y con diagramas esfuerzo deformación unitaria ( $f_s-\varepsilon_s$ ) que representen adecuadamente la resistencia y deformación unitaria de fluencia esperadas así como el endurecimiento por deformación del acero.
- g) Los diagramas ( $M-\varphi$ ) obtenidos con las hipótesis anteriores pueden aproximarse con diagramas bilineales o trilineales. Se considerará como curvatura máxima que puede resistir el elemento la menor de las tres siguientes: 1) la que corresponda en la rama descendente del diagrama a un momento del 85 por ciento del momento máximo alcanzado; 2) la que corresponda a la primera fractura del acero de refuerzo; 3) la que corresponda al pandeo de las barras de refuerzo que trabajen a compresión

Para caracterizar el comportamiento no lineal en los elementos se obtuvieron los diagramas momento-curvatura a partir de los programas REC\_MOM16 (Torres y colaboradores, 2014) y MurosV3 (Leon y colaboradores, 2015) que permiten calcular la capacidad de deformación y resistencia de secciones críticas de vigas, columnas y muros de concreto reforzado. Estos programas fueron desarrollados

por José Restrepo, Miguel Torres, Mario Rodríguez y Ezequiel León. Con estas herramientas se determinó el comportamiento de una sección así como su habilidad ante una deformación en el dominio del comportamiento plástico.

El programa cuenta con tres parámetros con lo que supone que la sección ha alcanzado la falla, y nos muestra cuál de los tres parámetros fue el que hizo fallar la sección. Los criterios de falla considerados son:

- a. El concreto confinado excede la deformación máxima.
- b. El acero a tracción excede  $1/2$  de la deformación máxima
- c. El momento (M) decae un 25% respecto al momento máximo.

El primer criterio de falla se alcanza cuando el concreto del núcleo efectivamente confinado alcanza el punto de ruptura del refuerzo transversal. Este criterio se determina con la ecuación propuesta por Priestley y colaboradores (1996).

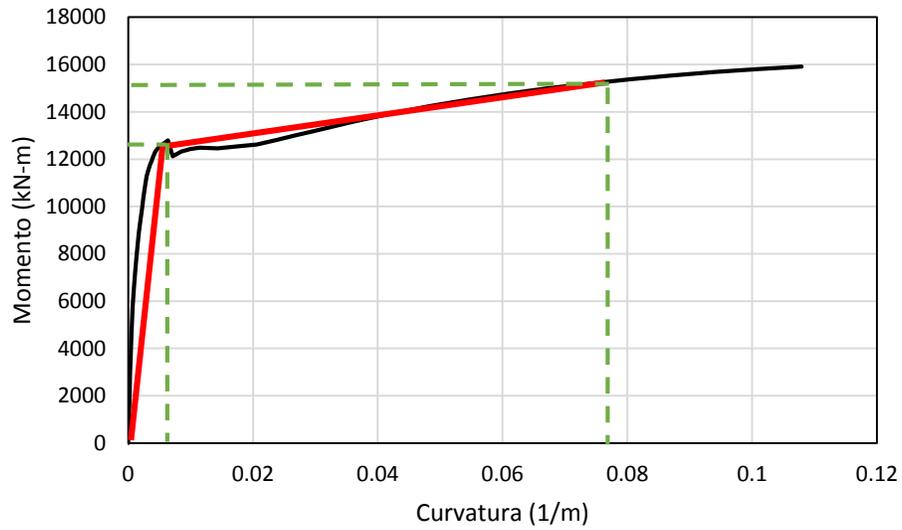
El segundo criterio de falla corresponde cuando el acero más cercano a la fibra extrema en tracción alcanza un medio de su deformación especificada a la ruptura. Debido a que el problema de pandeo en barra es complejo, algunos autores proponen este valor como aceptable, respaldando su criterio con estudios experimentales.

El tercer criterio se adopta debido a que varios autores coinciden que cuando el momento máximo decae un 25%, la sección experimenta un tipo de falla por inestabilidad.

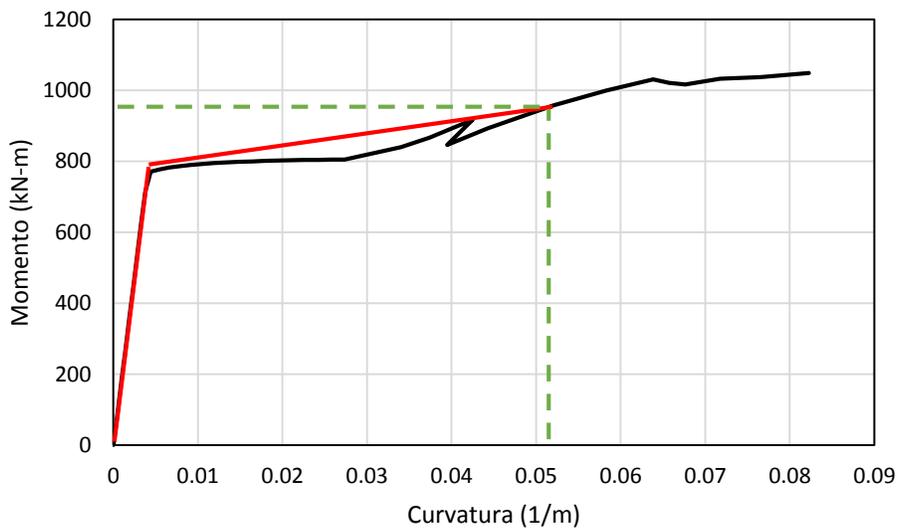
Los tres criterios de falla corresponden al inciso g) de las NTC-DS 2017.

Las figuras 50, 51 y 52 presentan un diagrama de momento curvatura para cada tipo de elemento estructural. En estas figuras se observa con línea punteada color verde los puntos en donde se corta el diagrama momento-curvatura de acuerdo a los tres criterios de falla que ya se mencionaron. De esta forma se define la

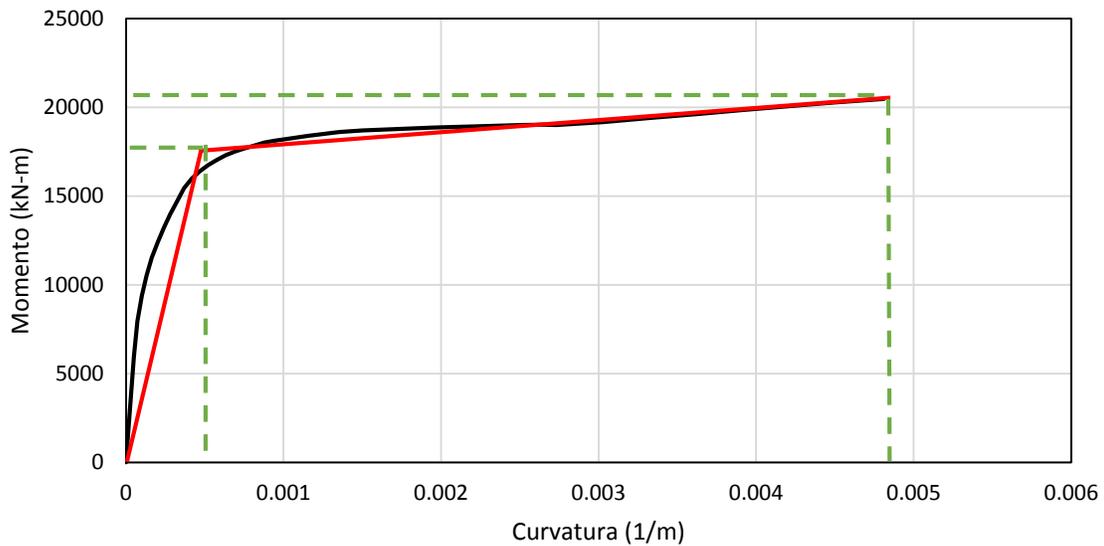
plasticidad de los elementos estructurales los cuales se colocan en los puntos de articulación plástica en un programa de análisis no lineal.



**Figura 50. Diagrama momento curvatura para una columna de planta baja**



**Figura 51. Diagrama momento curvatura para una viga en planta baja**



**Figura 52. Diagrama momento curvatura para un muro de concreto**

Las estructuras diseñadas para que desarrollen una ductilidad alta tienen un mayor detallado de sus elementos, es por esto que sus columnas deben tener mayores dimensiones para cumplir con los requerimientos de diseño de la conexión viga columna.

El comportamiento de vigas, columnas y muros se definió a partir del modelo histerético Takeda-modificado, con parámetros  $a=0.4$  y  $b=0.6$

### 7.6.2 Obtención de la demanda estructural

Los movimientos sísmicos que se utilizaron para hacer el análisis no lineal paso a paso se obtuvieron de acuerdo a lo prescrito en la sección 6.2.1 de las NTC-DS 2017, donde se menciona que deben utilizarse parejas de acelerogramas de temblores reales, de movimientos simulados, o de combinaciones de estos. Cuando el periodo  $T_s$  en el sitio sea menor que 2 s, deben usarse no menos de ocho parejas de movimientos representativos. Para  $T_s$  igual o mayor que 2 s, deben usarse no menos de doce parejas. Los movimientos representativos deben ser independientes entre sí, y tener intensidades, duraciones y contenidos de frecuencias similares a las de los movimientos del terreno registrados durante

sismos con intensidades iguales a las supuestas para el diseño. Estas son las correspondientes a los espectros especificados en la sección 3.1 de las NTC-DS 2017 para un amortiguamiento de 5 por ciento del crítico, sin incluir los factores de reducción por comportamiento sísmico ni de sobre-resistencia. Además, las formas de variación en el tiempo de las amplitudes y de los contenidos de frecuencias de los acelerogramas empleados, así como sus duraciones efectivas, deberán ser congruentes con las observadas en registros reales de movimientos que corresponden a las combinaciones más probables de magnitud y distancia entre fuente y sitio que conducen a la intensidad considerada. La intensidad se medirá por la ordenada del espectro elástico de pseudo-aceleraciones para el periodo natural de la estructura para el modo dominante de vibrar. Tanto las parejas de acelerogramas reales como las simuladas, se afectarán por factores de escalamiento que conduzcan a que las ordenadas promedio de los espectros que miden la intensidad de las excitaciones sísmicas bajo consideración, no sean menores que 1.3 veces las que corresponden a los espectros de diseño, para periodos naturales comprendidas entre 0.2 y 1.3 veces el periodo natural del modo dominante de vibrar de la estructura.

Para los análisis no lineales se utilizaron 13 parejas de movimientos sísmicos correspondientes a la zona D. En la tabla 9 se listan los acelerogramas que se utilizaron para caracterizar la demanda sísmica.

Se utilizó el programa Ruaumoko 3D para los análisis no lineales fue Ruaumoko 3D. Este software es un conjunto de programas especializados y diseñados para llevar a cabo el análisis elástico e inelástico de estructuras que pueden reproducir eventos sísmicos y otros tipos de cargas dinámicas.

**Tabla 9. Registros utilizados para caracterizar la demanda sísmica en el análisis no lineal**

No. Consecutivo	Estación	Coordenadas de la estación		Datos del sismo	
		Latitud (N)	Longitud (W)	Fecha	$A_{m\acute{a}x}(cm/s^2)$
1	C105	19.419	99.165	18/04/2014	126.4
2	CJ03	19.410	99.157	20/03/2012	170.6
3	CJ04	19.410	99.157	20/03/2012	180.7
4	CO56	19.422	99.159	08/09/2017	157.6
5	CO56	19.422	99.159	02/03/2012	240.9
6	EX08	19.424	99.160	18/04/2014	142.2
7	GA62	19.439	99.140	25/04/1989	183.9
8	LI58	19.426	99.157	18/04/2014	212.26
9	AL01	19.436	99.145	25/04/1989	169.8
10	SCT1	18.020	102.940	19/09/1985	948.9
11	SP51	19.366	99.119	25/04/1989	220.8
12	SP51	19.366	99.119	20/03/2012	290.2
13	C106	19.373	99.098	08/09/2017	137.3

## 7.7 ANÁLISIS DE RESULTADOS

En esta sección se revisan los resultados obtenidos de la aplicación del análisis no lineal paso a paso para la evaluación sísmica del edificio de 30 niveles de acuerdo a las especificaciones sobre modelado de articulaciones plásticas y escalamiento de sismos que establecen las NTC-DS 2017. Se utilizó el programa Ruaumoko 3D para obtener la respuesta dinámica del edificio.

Para evaluar el desempeño de un edificio es necesario considerar distintos parámetros para cuantificar el nivel de respuesta local y global que produce la excitación sísmica. Los parámetros que se utilizan son:

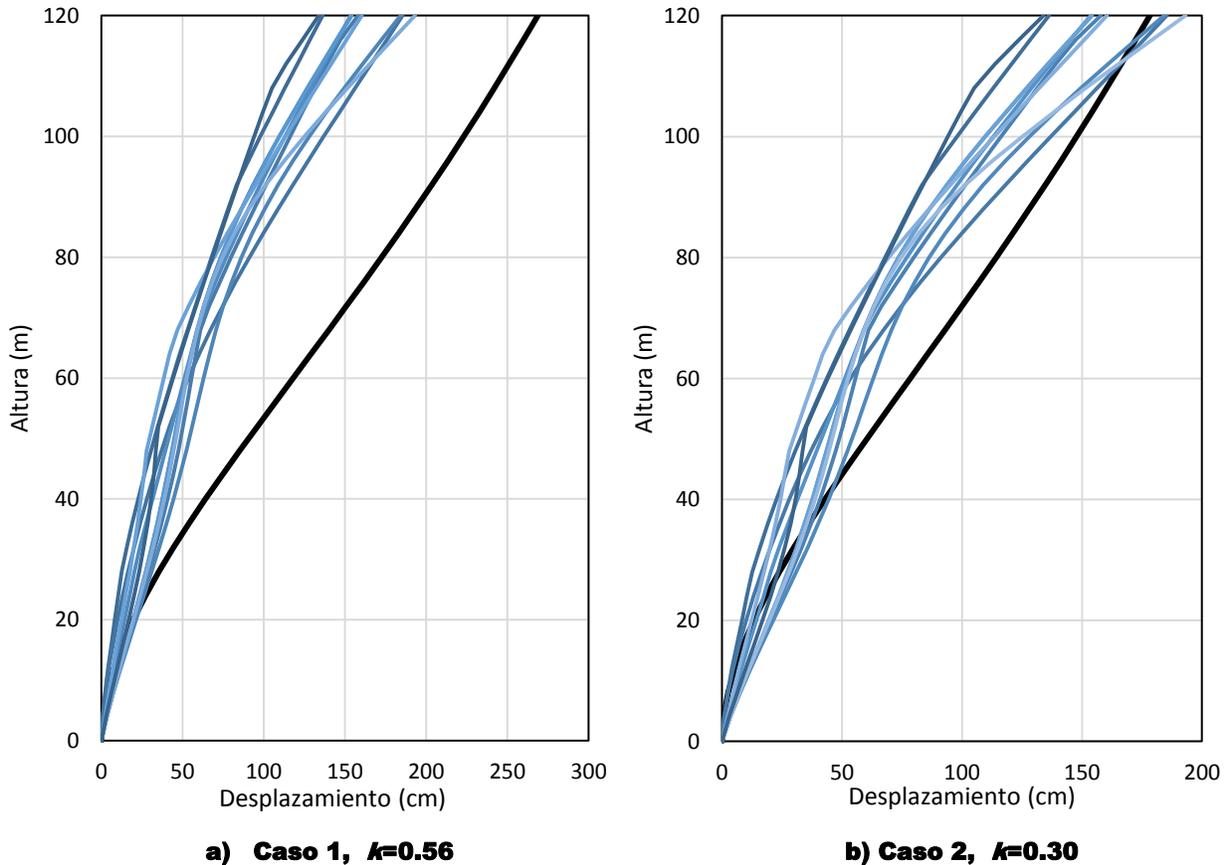
- 1) Desplazamientos máximos en los entrepisos
- 2) Distorsiones máximas de entrepiso
- 3) Demanda de ductilidad en los elementos

El primer parámetro nos ayuda a evaluar el potencial de daño por choque entre edificios adyacentes. La importancia que hacemos en este parámetro, desde el punto de vista de los objetivos de esta tesis, es primordial debido a que estamos caracterizando con más exactitud la rama descendente del espectro de desplazamientos por lo que se hace mayor énfasis en este punto. El segundo es un indicador del daño en los elementos no estructurales y el tercero es un indicador de daño en los elementos estructurales. En los dos últimos puntos se describirá de forma breve algunos resultados.

### 7.7.1 Desplazamientos máximos en los entrepisos

En la figura 53 a y b se muestran los desplazamientos laterales máximos de un análisis elástico lineal (línea color negro) obtenidos con fuerzas reducidas por  $Q'$  y considerando el parámetro  $k=0.56$  y  $0.30$ , caso 1 y 2, respectivamente. Además,

en la figura se presentan los desplazamientos máximos de entrepiso obtenidos de múltiples análisis no lineales paso a paso (línea color azul). En la figura 53 b se observa una mejor aproximación de los desplazamientos reales contra los obtenidos de un análisis modal espectral, lo que corresponde a utilizar un factor  $Q'$  con un parámetro  $k=0.30$  (caso 2).



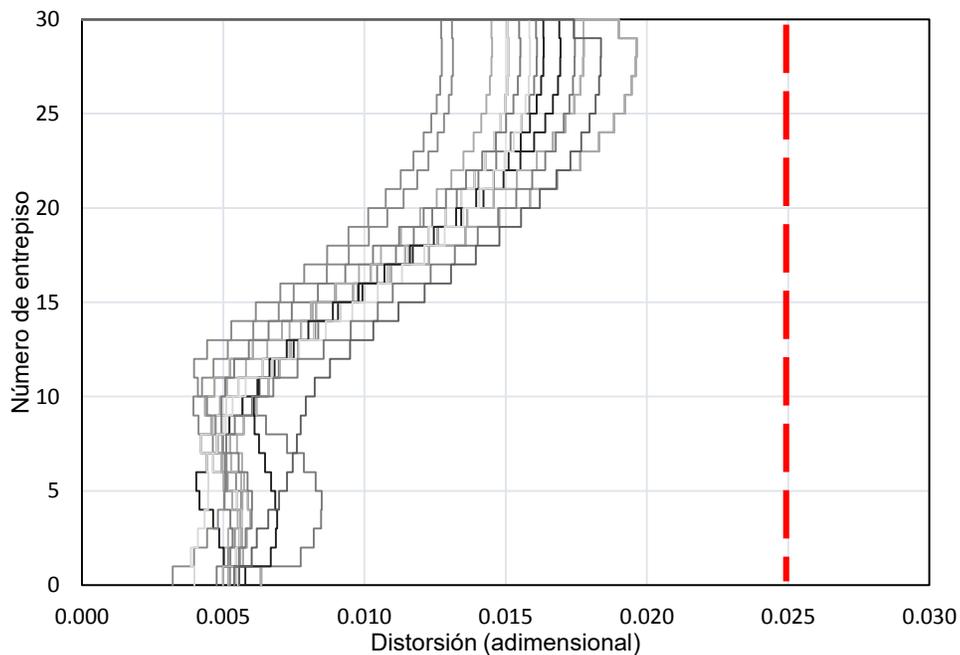
**Figura 53. Comparación de desplazamientos máximos obtenidos de un análisis paso a paso no lineal contra desplazamiento máximo normativo**

Las gráficas anteriores nos demuestran que, si usamos un espectro con un factor de reducción  $Q'$  que utilice un parámetro  $k=0.30$  (menor al propuesto en las NTC-DS 2017), los desplazamientos elásticos obtenidos con fuerzas reducidas por  $Q'R$  y convertidos a inelásticos gracias al producto de  $QR$  son lo suficientemente aproximados a los desplazamientos de un análisis dinámico no lineal. Lo anterior se traduce a que edificios con periodos mayores a  $T_b$  desplantados sobre suelo blando cumplan las distorsiones permisibles que marcan las normas

correspondientes. Con esto se demuestra que utilizar un parámetro  $k$  menor al que se especifica en las NTC-DS-2017, correspondiente a suelo blando, es una buena opción para caracterizar correctamente la rama descendente del espectro de desplazamiento.

### 7.7.2 Distorsiones máximas de entrepiso

De igual manera, con el programa Ruaumoko 3D, se obtuvieron las distorsiones máximas de entrepiso correspondientes al análisis dinámico no lineal paso a paso. La figura 54 muestra las distorsiones máximas considerando 13 parejas de acelerogramas escalados de acuerdo a la sección 7.6.2 de las NTC-DS 2017 así como la distorsión máxima permitida por la norma para este sistema estructural ( $\delta_{max}=0.025$ ).

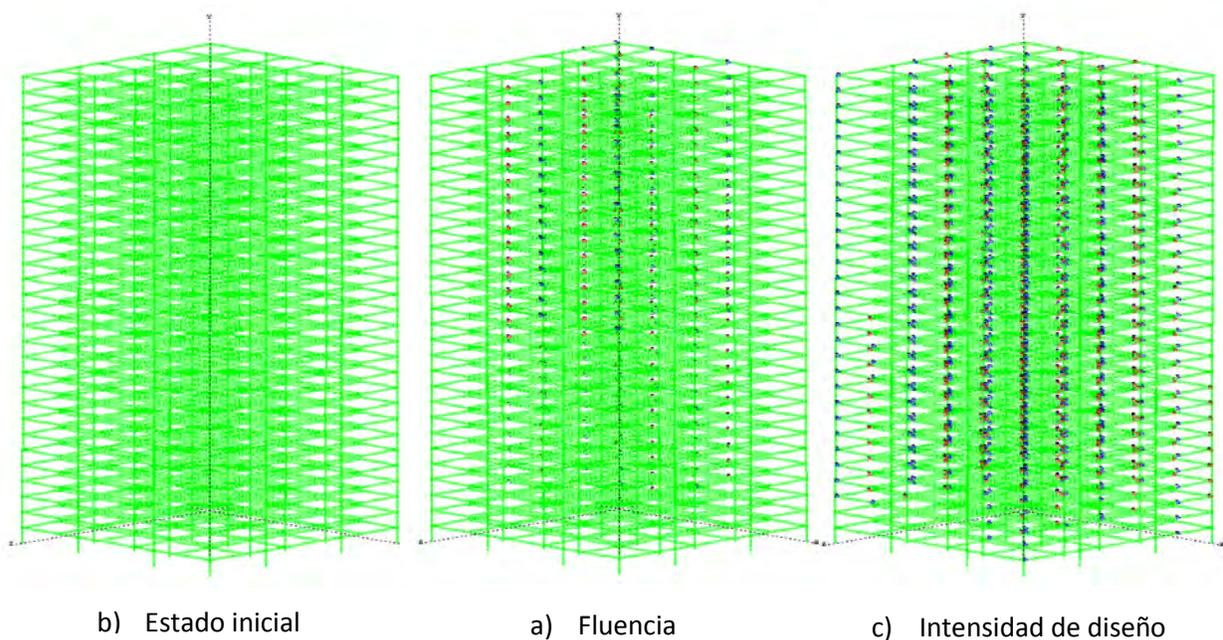


**Figura 54. Comparación distorsiones máximas obtenidas de un análisis paso a paso no lineal y distorsión máxima permisible**

Como se observó en el apartado 7.7.1 pero ahora desde el punto de vista del nivel de distorsiones, la figura 52 refleja las derivas reales que alcanza el edificio y se hace ver que efectivamente son menores a las distorsiones límite que marcan las NTD-DS 2017.

### 7.7.3 Demanda de ductilidad en los elementos

En la figura 55 se observa la distribución de las articulaciones plásticas en traves, columnas y muros. Se verifica que la distribución de las articulaciones plásticas en ocurriera primeramente en traves, luego en columnas y por último en muros, formándose el mecanismo de columna fuerte – viga débil.



**Figura 55. Visualización de formación de articulaciones plásticas con Ruaumoko 3D**

Para evaluar la capacidad del edificio se empleó el programa Ruaumoko 3D (Carr, 1998). Debido a las condiciones del programa de análisis no lineal, los diagramas

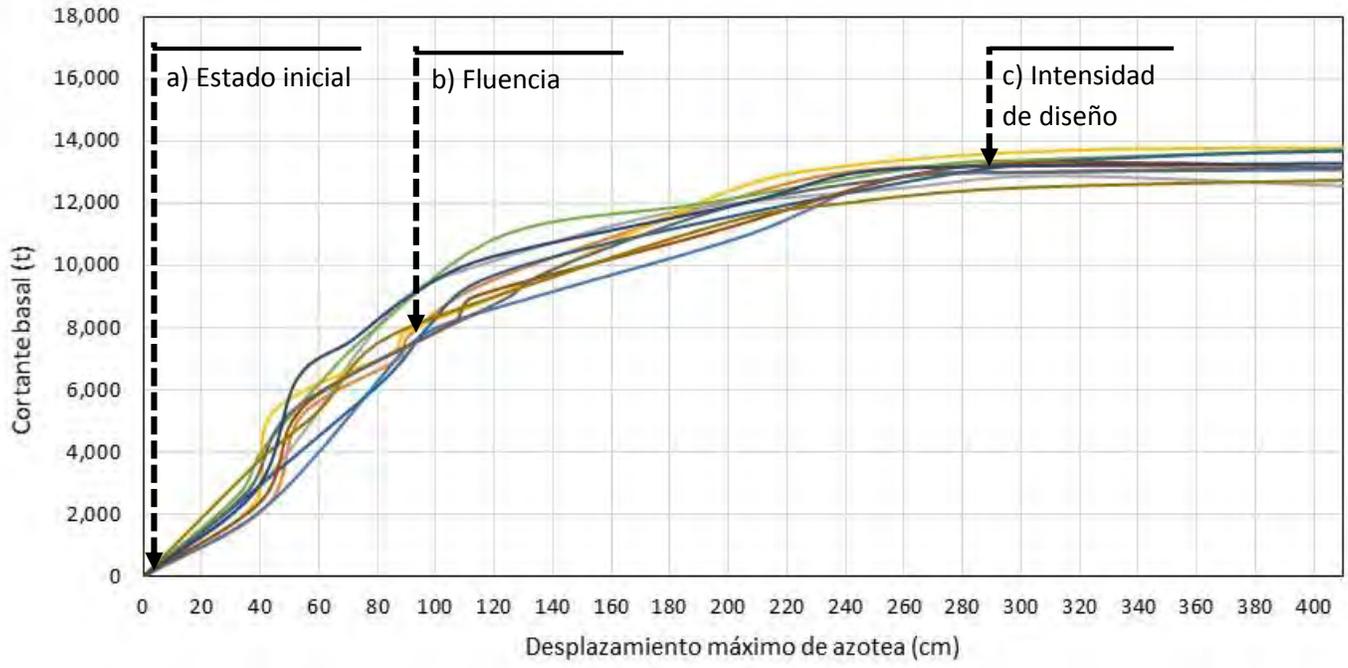
momento-curvatura (utilizados para caracterizar las articulaciones plásticas) se ingresaron con una pendiente bilineal.

Las longitudes de articulación plástica para vigas, columnas y muros se asignaron de acuerdo a las recomendaciones de Paulay y Priestley (1992).

Se realizaron una serie de análisis dinámicos incrementales con las 13 parejas de acelerogramas descritas en la tabla 9 y se escalaron de acuerdo a lo prescrito en la sección 6.2.1 de las NTC-DS 2017.

La ductilidad global ( $\mu_{max}$ ) del sistema estructural, se define como el cociente del desplazamiento último y el de fluencia. Por otra parte, el factor de comportamiento sísmico  $Q$ , se refiere a una propiedad de la estructura. En el diseño se busca que la demanda de ductilidad sea menor que la capacidad dúctil de la estructura, es decir  $\mu < Q$ . Los resultados se representan mediante gráficas de desplazamiento de azotea contra cortante basal.

La figura 56 muestra los análisis de capacidad con la finalidad de observar los puntos de incursión en el rango elástico e inelástico para determinar la ductilidad máxima del sistema estructural. En esta figura se marcan los puntos de fluencia y el punto correspondiente a la intensidad de diseño. La ductilidad que arrojan los análisis no lineales a la intensidad de diseño es de aproximadamente 3, valor que está por debajo del valor de  $Q=4$  con el cual fue diseñado el edificio de estudio.



**Figura 56. Análisis de capacidad del edificio estudiado**

## 8. CONCLUSIONES

A partir de este estudio se concluye lo siguiente:

1. Se hizo ver que en suelo blando, cerca del periodo dominante del suelo, el factor de comportamiento sísmico se amplifica
2. Se propusieron expresiones a partir de cocientes promedio de espectros elásticos normalizados con espectros inelásticos con el fin de observar el comportamiento de este factor. Con base en lo anterior, se verificó que la regla de igual desplazamientos es aplicable a suelo firme; sin embargo, esta regla no se cumple cuando se tienen condiciones de suelo arcilloso, como el de la ciudad de México, en donde la reducción por ductilidad tiende a ser más grande que el valor de la ductilidad para periodos cerca del periodo dominante del suelo. Cabe mencionar que las expresiones propuestas a partir de cocientes promedio no consideran los siguientes aspectos: incertidumbre por la no linealidad del suelo, efectos de segundo orden, interacción suelo estructura, incertidumbre en el propio fenómeno.
3. Se propuso disminuir el valor del parámetro  $k$  implícito en el factor de reducción por ductilidad o factor de reducción por comportamiento sísmico  $Q'$  como lo llaman las NTC-DS 2017. Una disminución del valor de  $k$  conduce a valores de  $Q'$ . En este estudio se comprobó que un valor para  $k=0.3$  en terreno blando conduce a resultados aceptables.
4. Con base en los resultados obtenidos se concluye que es posible reducir de manera racional las ordenadas de la curva descendente del espectro de diseño de desplazamientos correspondiente a la zona lacustre de la Ciudad

de México. Lo anterior implica reducir el nivel de las distorsiones de diseño para estructuras desplantadas en suelo blando.

# **REFERENCIAS**

Aguiar R., y Mora P. (2007) “Sobre resistencia global en función de la deriva máxima de piso”; II Congreso de Ciencia y Tecnología, Escuela Politécnica del Ejército, 1-20, Quito, Ecuador.

Arroyo-Espinoza, D. (2001) “Factores de reducción para el diseño de sistemas pasivos de energía”, Tesis de Maestría, Universidad Nacional Autónoma de México.

Arroyo-Espinoza, D. (2005) “Demanda de energía histerética en osciladores elastoplásticos. Soluciones teóricas y aplicaciones”, Tesis de Doctorado, Universidad Nacional Autónoma de México.

Carr, A.J. (2011) “3D RUAUMOKO: Inelastic three-dimensional dynamic analysis program”, Department of Civil Engineering, University of Canterbury: Christchurch, Nueva Zelanda.

Centro de Instrumentación y Registro Sísmico A.C, Registros sísmicos (1960-2017), <http://www.cires.org.mx>.

Lee L., Han S., y Oh Y. (1999), “Determination of ductility factor considering different hysteretic models”, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 28, 957-977.

Lobo W., Vielma J.C., y Rivero P. (2004) “ Hysteretic determination of the response factors  $R_m$  according to structural types” , Proceeding of the 13th World Conference on Earthquake Engineering, Paper 3469, Vancouver, Canadá.

Miranda E., y Bertero V. (1994) “Evaluation of strength reduction factors for earthquake resistant design”, Earthquake Spectra, Vol. 10, No. 2, 357-379.

Miranda, E. (2000) "Inelastic displacement ratios for structures on firm sites", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 126, No.10, 1150-1159.

Massumi A., Tasnimi A., y Saatcioglu M. (2004) "Prediction of seismic overstrength in concrete moment resisting frames using incremental static and dynamic analyses", 13th World Conference on Earthquake Engineering, Paper 2026, Vancouver, Canadá.

Nassar A., y Krawinkler H. (1991) "Seismic demands for SDOF and MDOF systems", John Blume Earthquake Engineering. Ctr. Dept. of Civil Engineering, Rep. 95, Stanford University, Stanford, California.

Newmark, N. M., y Hall, W. J. (1973) "Seismic design criteria for nuclear reactor facilities-building practices for disaster mitigation", Rep. No. 46, National Bureau of Standards, U.S. Department of Commerce, 209-236.

Newmark, N. M., y Hall, W. J. (1982) "Earthquake spectra and design", *Earth System Dynamics*.

Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal (2004), Gaceta Oficial del Distrito Federal, México, D.F.

Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal (2017), Gaceta Oficial del Distrito Federal, México, D.F.

Ordaz, M., Reinoso, E. y Pérez-Rocha, L.E. (1996) "Criterios de diseño sísmico: consideraciones para suelos blandos", *Revista de Ingeniería Sísmica*, SMIS, No. 53, pp. 25-35.

Ordaz, M. y Pérez-Rocha, L.E. (1998) "Estimation of strength-reduction factors for elastoplastic systems: a new approach", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.27, pp. 889-901.

Ordaz M., y Pérez L. (1999), Estimación de espectros de respuesta elastoplástica, Centro Nacional de Prevención de Desastres. Cuaderno de Investigación 48, 29 p, México.

Ordaz, M., Miranda, E., Avilés, J. (2000) “Propuesta de espectros de diseño por sismo para el DF”, XII Congreso Nacional de Ingeniería Estructural, León, CDRom, noviembre.

Panagiotou, M., Restrepo, J. I. y Conte, J. P. (2011) “Shake-Table test of a full-scale 7-story building slice. Phase I: rectangular wall”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 137, No. 6, pp. 691-704.

Panagiotou, M., y Restrepo, J. I. (2011) “Displacement-based method of analysis for regular reinforced-concrete wall buildings: application to a full-scale 7-story building slice tested at UC–San Diego”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 137, No. 6, pp. 677-690.

Priestley, M. J. N., Seible, F., y Calvi, G. M. (1996) “Seismic design and retrofit of bridges”, John Wiley and Sons, New York, USA.

Priestley, M. J. N., Calvi, G. M., y Kowalsky, M. J. (2007) “Direct displacement-based seismic design”, NZSEE Conference.

Quinde-Martínez, P. (2014) “Estudio del peligro sísmico del Ecuador y espectros de diseño sísmico para la ciudad de Cuenca”, Tesis de Maestría, Universidad Nacional Autónoma de México.

Ridell, R. y Newmark, N. M. (1979) “Statistical analysis of the response of nonlinear systems subjected to earthquakes”, *Structural Research Series No. 468*, Department of Civil Engineering, University of Illinois, Urbana, Illinois.

Riddell, R., Hidalgo, P., & Cruz, E. (1989) “Response modification factors for earthquake resistant design of short period buildings”, *Earthquake spectra*, Vol. 5, No.3, 571-590.

Rodríguez, M. y Restrepo, J. (2012) “Práctica y diseño sísmico de edificios en México-Cambios necesarios”, Revista de Ingeniería Sísmica, SMIS, No. 86, pp. 89-118.

Rosas, H., Ruiz, S. E y Díaz, O. (1989) “Construcción de espectros inelásticos a partir de registros en la Ciudad de México”, Memorias VIII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica y VII Congreso Nacional de Ingeniería Estructural, Vol I, A77-A86, Acapulco, Gro.

Tavera-Gutiérrez. E. A. (2001) “Factores de reducción para el diseño de sistemas pasivos de energía”, Tesis de Maestría, Universidad Nacional Autónoma de México.

Veletsos, A. S., y Newmark, N. M. (1960) “Effect of inelastic behavior on the response of simple systems to earthquake motions”, Proc., 2nd World Conf. Earthquake Engineering, 895-912.

Vidic T., Fajfar P., y Fischinger M. (1994) “Consistent inelastic design spectra: strength and displacement”, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 23, 507-521.

Wu J., y Hanson R. (1989) “Study of inelastic spectra with high damping”, Journal of Structural Engineering”, 115.