



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Análisis práctico del efecto
de tendencia de presión de
fondo en un pozo**

TESIS

Que para obtener el título de
Ingeniero Petrolero

P R E S E N T A

Ricardo Rodríguez Tapia

DIRECTOR DE TESIS

Ing. Israel Castro Herrera



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2018



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



Agradecimientos

A Dios por infundir su espíritu sobre mí, brindándome la sabiduría, inteligencia, paciencia, paz y fortaleza suficiente para poder alcanzar una de las metas que he trazado en este proyecto llamado vida, muchas gracias.

A mis padres, por brindarme su amor, tiempo, apoyo y cariño; ya que a lo largo de todo este tiempo se han empeñado en regar, cuidar, sostener y fortalecer el retoño que engendraron entre sus manos, permitiéndome crecer física, moral, intelectual y espiritualmente, ahora éste retoño se ha convertido en un joven árbol que comienza sostenerse por sí solo, pero que sin los cuidados previos no hubiera podido desarrollarse plenamente y alcanzar la altura que ha logrado; los amo, gracias por todo, no existen palabras que permitan poder agradecerles, mi más grande admiración, respeto y cariño.

A mis hermanas y hermano, por las alegrías brindadas, así como por su amor y apoyo incondicional que me ha permitido sobrellevar las dificultades a lo largo de este camino, ustedes han jugado un papel fundamental en este logro alcanzado, muchas gracias.

A mis abuelitos, tíos y primos, por su amor y apoyo incondicional, ya que sin ustedes este gran logro no hubiera sido posible, debido a que me cobijaron en su hogar desde el día que empezó mi preparación para la realización del examen de admisión, y han dejado abiertas las puertas para mí a lo largo de todo este camino, muchas gracias.

A mis amigos y compañeros por su amistad y apoyo incondicional, así como por las alegrías brindadas, ya que todo esto ha hecho más fácil y venidero el camino trazado hacia la meta establecida, muchas gracias.

A mi director de tesis por su apoyo a lo largo de este proceso, ya que ha sido pieza fundamental para la realización del presente trabajo, muchas gracias.



A mis sinodales por su tiempo y sus valiosos comentarios y observaciones para la afinación del presente trabajo, muchas gracias.

A mi Alma Mater, la Universidad Nacional Autónoma de México, y a la Facultad de Ingeniería, por brindarme las herramientas necesarias para desarrollarme personal e intelectualmente como un nuevo ingeniero al servicio de la patria.

*Convéncete: te salvarás de la melancolía. Y otra cosa: solo tú puedes salvarte. Di a tu alma: yo quiero vencer, y vencerás. No te olvides de que puedes mucho más de lo que imaginas. – OFM
Cap. Ignacio Larrañaga Orbezo.*

*Tú eres mi roca y mi ancla. En ti están hundidas mis raíces. En tus manantiales beberemos aguas de vida eterna. En tus brazos cálidos y potentes, dormiremos mientras dure la tempestad. Tú llenarás de luz nuestros horizontes, de seguridad nuestros pasos, de sentido nuestros días. Tú serás el faro y la estrella, la brújula y el ancla, la travesía de nuestra vida. –
OFM Cap. Ignacio Larrañaga Orbezo.*

Hay una fuerza motriz más poderosa que el vapor, la electricidad y la energía atómica: la voluntad. – Albert Einstein.



Agradecimiento

Investigación realizada gracias al Programa de Apoyo a Proyectos para la Innovación y Mejoramiento de la Enseñanza (PAPIME) de la UNAM PE112018, “Adecuación y restauración de medidores de presión de fondo en pozos, para apoyar la enseñanza en la formación de ingenieros petroleros”, a cargo del Ing. Israel Castro Herrera.



Índice

RESUMEN	1
ABSTRACT	2
INTRODUCCIÓN	3
1. ANTECEDENTES.....	5
1.1 CONCEPTOS BÁSICOS DEL FLUJO DE FLUIDOS EN EL MEDIO POROSO.....	5
1.1.1 Ley de Darcy.....	5
1.1.2 Compresibilidad	9
1.1.2.1 Compresibilidad de la matriz de la roca.....	12
1.1.2.2 Compresibilidad del volumen de roca	12
1.1.2.3 Compresibilidad de los poros.....	12
1.1.2.4 Compresibilidad total del yacimiento	14
1.1.3 Transmisibilidad.....	16
1.1.4 Coeficiente de difusividad hidráulica	17
1.1.5 Regímenes de flujo	17
1.1.5.1 Flujo transitorio.....	18
1.1.5.2 Flujo pseudoestacionario.....	19
1.1.5.3 Flujo estacionario.....	20
1.1.6 Geometrías de flujo	21
1.1.6.1 Flujo radial.....	21
1.1.6.2 Flujo lineal.....	23
1.1.6.3 Flujo esférico y semiesférico.....	25
1.1.6.4 Flujo bilineal.....	26
1.1.7 Ecuación de difusión para un yacimiento homogéneo e isotrópico, saturado al 100% por un fluido ligeramente compresible.....	27
1.1.7.1 Deducción de la ecuación de difusión para un sistema de coordenadas cartesianas.....	28
1.1.7.2 Ecuación de difusión para una geometría de flujo lineal.....	33
1.1.7.3 Deducción de la ecuación de difusión para un sistema de coordenadas radiales	33
1.1.7.4 Ecuación de difusión para una geometría de flujo radial	37
1.1.7.5 Ecuación de difusión para una geometría de flujo esférico.....	37
1.1.8 Variables adimensionales.....	38
1.1.8.1 Variables adimensionales para una geometría de flujo lineal.....	40
1.1.8.2 Variables adimensionales para una geometría de flujo radial.....	40
1.1.8.3 Variables adimensionales para una geometría de flujo esférico.....	40
1.1.9 Ecuación de difusión en variables adimensionales para una geometría de flujo lineal	40
1.1.10 Ecuación de difusión en variables adimensionales para una geometría de flujo radial.....	43
1.1.11 Solución a la ecuación de difusión en variables adimensionales, para una geometría de flujo radial.....	47
1.2 ELEMENTOS QUE CONTROLAN EL MOVIMIENTO DE FLUIDOS DENTRO DEL YACIMIENTO.....	57
1.2.1 Porosidad	57
1.2.1.1 Clasificación de la porosidad de acuerdo a su origen	58
1.2.1.1.1 Porosidad primaria o intergranular	58
1.2.1.1.2 Porosidad secundaria.....	59
1.2.1.2 Clasificación de la porosidad de acuerdo a la conectividad o comunicación de los poros	59



1.2.1.2.1 Porosidad absoluta	59
1.2.1.2.2 Porosidad efectiva	60
1.2.2 Permeabilidad	62
1.2.2.1 Tipos de permeabilidad	62
1.2.2.2 Permeabilidades absolutas promedio	66
1.2.2.2.1 Permeabilidad absoluta ponderada por peso	66
1.2.2.2.2 Permeabilidad absoluta por promedio armónico	68
1.2.2.2.3 Permeabilidad absoluta por promedio geométrico	70
1.2.3 Fracturas	71
1.2.4 Fallas	72
1.3 EFECTO DE ALMACENAMIENTO Y DAÑO EN EL POZO	75
1.3.1 Efecto de almacenamiento	75
1.3.1.1 Efecto de almacenamiento causado por la expansión de los fluidos	75
1.3.1.2 Efecto de almacenamiento causado por el movimiento del nivel del líquido en el espacio anular	76
1.3.2 Coeficiente de almacenamiento	76
1.3.2.1 Coeficiente de almacenamiento causado por la expansión de los fluidos	77
1.3.2.2 Coeficiente de almacenamiento causado por el movimiento del nivel del líquido en el espacio anular	77
1.3.2.3 Coeficiente de almacenamiento total	78
1.3.3 Daño en la formación	80
1.3.4 Factor de daño	81
1.3.4.1 Componentes individuales del factor de daño o factores de pseudo daño	85
1.3.4.1.1 Pseudodaño por la penetración parcial de un pozo	85
1.3.4.1.2 Pseudodaño por el ángulo de inclinación de un pozo	87
1.3.4.1.3 Pseudodaño por el ángulo de inclinación y penetración parcial de un pozo	87
1.3.4.1.4 Pseudodaño por efecto de los disparos	89
1.3.4.2 Factor de daño total	93
1.4 PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN	93
1.4.1 Efectos de múltiples pozos (principio de superposición en espacio)	94
1.4.2 Efectos del cambio de gasto (principio de superposición en tiempo)	97
1.4.3 Efectos de la frontera del yacimiento	101
1.4.3.1 Ejemplo de aplicación	102
1.5 MÉTODO DE SUAVIZACIÓN DE DATOS	106
2. EL FENÓMENO DE TENDENCIA DE PRESIÓN	108
2.1 EL EFECTO DE TENDENCIA DE PRESIÓN EN LOS DATOS MEDIDOS DURANTE UNA PRUEBA DE PRESIÓN DE FONDO DE POZO Y LOS FACTORES QUE LO INDUCEN	109
2.2 CUANTIFICACIÓN DE LOS ERRORES GENERADOS EN EL ANÁLISIS DE UNA PRUEBA DE INTERFERENCIA SI NO SE CONSIDERA LA PRESENCIA DE UNA TENDENCIA LINEAL DE PRESIÓN EN EL YACIMIENTO	113
2.3 MÉTODOS DE CORRECCIÓN Y ANÁLISIS DE DATOS DE PRUEBAS DE PRESIÓN AFECTADAS POR UNA TENDENCIA DE PRESIÓN	115
2.3.1 Métodos de corrección de datos de pruebas de presión afectadas por una tendencia de presión en un régimen de flujo transitorio	116
2.3.1.1 Método de desuperposición	116
2.3.1.1.1 Deducción de la ecuación general del método de desuperposición	118
2.3.1.1.2 Ventajas y desventajas del método	125
2.3.2 Métodos de análisis de datos de pruebas de presión afectadas por una tendencia de presión en un régimen de flujo pseudoestacionario	127
2.3.2.1 Método de H. C. Slider	127
2.3.2.1.1 Ejemplo de aplicación	133



2.3.2.1.2 Ventajas y desventajas del método.....	140
2.3.2.2 Método de Cinco Ley H., Samaniego Verduzco F. y Vítura t D.	142
2.3.2.2.1 Ejemplo de aplicación.....	146
2.3.2.2.2 Ventajas y desventajas del método.....	154
2.3.2.3 Método de Cinco Ley H., Macías Chapa L., Samaniego Verduzco F. y Morales Gil C.	156
2.3.2.3.1 Ejemplos de aplicación.....	173
2.3.2.3.2 Ventajas y desventajas del método.....	185
3. CASOS REALES Y SINTÉTICOS	187
3.1 CASO SINTÉTICO A: YACIMIENTO HOMOGÉNEO EN UN RÉGIMEN TRANSITORIO CON UNA GEOMETRÍA DE FLUJO RADIAL..	187
3.1.1 <i>Corrección de los datos de la prueba de decremento de presión</i>	197
3.2 CASO SINTÉTICO B: YACIMIENTO HOMOGÉNEO EN UN RÉGIMEN PSEUDOESTACIONARIO CON UNA GEOMETRÍA DE FLUJO RADIAL.....	209
3.2.1 <i>Análisis de la prueba de decremento de presión</i>	218
3.3 CASO REAL A: YACIMIENTO HOMOGÉNEO EN UN RÉGIMEN PSEUDOESTACIONARIO CON UNA GEOMETRÍA DE FLUJO RADIAL	224
4. DISCUSIÓN DE RESULTADOS Y FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN	228
CONCLUSIONES	231
NOMENCLATURA	233
ANEXO A	239
A.1 CÁLCULO DEL PSEUDODAÑO POR EL ÁNGULO DE INCLINACIÓN Y PENETRACIÓN PARCIAL DE UN POZO $s\theta + c$	239
A.2 CÁLCULO DEL PSEUDODAÑO POR EFECTO DE LOS DISPAROS sp	246
BIBLIOGRAFÍA	249



Resumen

La tendencia de presión es uno de los fenómenos físicos menos documentados dentro de la literatura de análisis de pruebas de presión, siendo este un fenómeno que presenta una ocurrencia importante durante la realización de pruebas de presión en determinados tipos de yacimientos. Un erróneo análisis e interpretación de los datos de una prueba de presión, puede conducir a una equívoca toma de decisiones en torno al desarrollo de un campo en donde se ven involucradas cifras millonarias.

Por lo tanto, en el presente trabajo se presenta una descripción amplia del fenómeno de tendencia de presión, abordando puntos medulares tales como el efecto que genera en una prueba de presión, los elementos que inducen su ocurrencia, entre otros aspectos que permiten al lector alcanzar un cabal entendimiento del mismo.

Para solucionar la problemática que plantea un fenómeno de éste tipo, se desarrolla un método que permite la corrección de datos de pruebas de presión afectados por una tendencia, el cual asegura el correcto análisis e interpretación de los mismos a partir de los métodos aplicables; asimismo se presenta una recopilación de metodologías que permiten analizar pruebas de presión influenciadas por una tendencia lineal de presión. Cabe mencionar que tanto el método de corrección como los métodos de análisis presentan limitaciones, ya que éstos no cubren todas las geometrías de flujo, pruebas de presión y tipos de tendencias.

Asimismo, se presentan dos pruebas de decremento de presión generadas sintéticamente mediante el software de análisis de pruebas de presión Pansystem®, a partir de las cuales se muestra de forma clara y concisa el efecto que genera una tendencia de presión durante la realización de una prueba de presión, los elementos que hacen que su efecto se intensifique, así como los errores a los que puede conducir dicho fenómeno durante el análisis e interpretación de los datos de una prueba de presión.

Mediante los casos sintéticos mencionados y el empleo de datos reales de una prueba de decremento de presión, se muestra la aplicación del método de corrección así como de uno de los métodos de análisis, con lo cual se comprueba la efectividad de los mismos y se obtiene una pauta que permite el entendimiento de éstos.



Abstract

The pressure trend is one of the physical phenomena least documented in the literature of well testing, being this a phenomenon that presents an important occurrence during the achievement of pressure tests in certain types of reservoirs. An erroneous data analysis and interpretation of a pressure test, can lead to an equivocal decision made around the development of a field where millionaire numbers are involved.

Therefore in this work presents a wide description of the phenomenon of pressure trend, tackling fundamental points such as the effect that it generates in a pressure test, the elements that induce its occurrence, among other aspects that allow the reader to reach a complete understanding of it.

To solve the problems that raise a phenomenon of this type, it is developed a method that allows the correction of data of pressure tests affected by a trend, which assures the correct analysis and interpretation with the applicable methods; also there appears a compilation of methodologies that allow analyzing pressure tests influenced by a linear pressure trend. It is necessary to mention that both the method of correction and the methods of analysis present limitations, since these do not cover all the flow geometries, pressure tests and types of trends.

Also are presented two pressure drawdown tests generated synthetically by means of the software of analysis of pressure tests Pansystem®, from which it is shows in a clear and concise form the effect that generates a pressure trend in a pressure test, the elements that intensify its effect, as well as the errors to which the above mentioned phenomenon can lead during the data analysis and interpretation of a pressure test.

By means of the mentioned synthetic cases and the employment of real information of a pressure drawdown test, it is demonstrated the application of the method of correction as well as one of the methods of analysis, with which the effectiveness of these methods is verified and is obtained a rule that allows the understanding of these methods.



Introducción

El Ingeniero Petrolero a diferencia de otros profesionistas de la ingeniería, para el tema de pozos, trabaja “a oscuras”, ya que no puede descender al subsuelo para observar directamente el comportamiento y las características de un yacimiento, por ende obtiene ésta información (en la mayoría de los casos de forma indirecta) a partir de un conjunto de técnicas especializadas de ingeniería basadas en principios físicos y matemáticos, lo cual le permite llevar a cabo su labor de manera precisa y confiable.

Partamos de la comparación que da la compañía *Repsol* acerca de lo mencionado anteriormente, en su libro *Cómo funciona la industria energética*: “Imagínese planificar la evacuación de una ciudad en una noche sin luna desde un helicóptero. Tiene una idea básica del trazado de las carreteras, una noción de cómo se planifican las ciudades en general, y alguna que otra información local. Pero sólo hay encendidos unos cuantos faroles y está trabajando en la oscuridad”.

Producir petróleo o gas a partir de un yacimiento es muy similar; un pozo es como un farol, ilumina su entorno inmediato. Por esta razón, realizar cabalmente el análisis e interpretación de los datos obtenidos a partir de un pozo es fundamental para las tareas del profesionista, ya que le permitirá obtener información confiable acerca del yacimiento y del pozo, lo cual propiciará que pueda tomar decisiones correctas en torno al desarrollo de un campo en donde se ven involucradas inversiones millonarias. Siendo las pruebas de presión una de las técnicas que le permite al ingeniero petrolero obtener dicha información.

El flujo de fluidos a través del medio poroso es un fenómeno complejo y no puede ser descrito explícitamente como el caso del flujo de fluidos a través de tuberías. El análisis de pruebas de presión permite determinar la capacidad de los fluidos para fluir a través del yacimiento y del pozo, además en conjunto con la geología y la geofísica permite la caracterización dinámica del yacimiento, y por ende hace factible la construcción de un modelo del mismo, el cual permite la predicción del comportamiento del yacimiento así como del factor de recuperación que se puede obtener bajo diferentes escenarios de producción.

Realizar pruebas de presión periódicas permite ajustar la descripción del yacimiento, establecer los cambios de productividad y la tasa de declinación de la presión promedio del mismo, así como evaluar la necesidad de un tratamiento al pozo, tal como una reparación menor o mayor.



La información más relevante que se obtiene a partir del análisis e interpretación de una prueba de presión es mostrada a continuación.

Descripción del yacimiento:

- Permeabilidad (horizontal k_h y vertical k_v).
- Heterogeneidades del yacimiento (fracturas naturales, estratos, cambio de facies).
- Límites del yacimiento (distancia y forma).
- Presión (inicial p_i y promedio \bar{p}).

Descripción del pozo:

- Potencial de producción (índice de productividad IP , factor de daño S).
- Geometría del yacimiento.

Por lo tanto llevar a cabo el análisis e interpretación de una prueba de presión es fundamental para obtener el máximo beneficio económico de los hidrocarburos, debido a que información confiable acerca del yacimiento y del pozo permite llevar a cabo la optimización del esquema de recuperación, y por ende minimizar la inversión de capital y los costos de operación.

Objetivo general

Proveer al ingeniero petrolero de herramientas que le permitan analizar pruebas de presión influenciadas por la producción o inyección en pozos adyacentes.

Justificación

El análisis de una prueba de presión proporciona información sobre las condiciones in situ del yacimiento y en conjunto con otras herramientas, permite identificar las causas que originan una baja productividad en un pozo, determinar la capacidad de producción de un yacimiento, el método de estimulación más conveniente, entre otros. Por esta razón un análisis íntegro de una prueba de presión es fundamental, ya que éste repercutirá en la toma de decisiones en torno al desarrollo del campo. El fenómeno de tendencia de presión es uno de los fenómenos físicos menos documentados en la literatura de pruebas de presión, el cual se presenta principalmente en yacimientos con alta permeabilidad y/o pequeña extensión, por consiguiente se ha decidido documentar dicho fenómeno así como los métodos desarrollados para analizar pruebas de presión influenciadas por el mismo, ejemplificando dichos métodos mediante casos reales y sintéticos.

1. Antecedentes

1.1 Conceptos básicos del flujo de fluidos en el medio poroso

1.1.1 Ley de Darcy

En 1856 mientras realizaba experimentos para el diseño de filtros de arena, el científico e ingeniero civil francés Henry Darcy, propuso una ecuación que relaciona la velocidad aparente de un fluido con la caída de presión que experimenta el mismo al pasar por un filtro, tal ecuación desde entonces se ha convertido en la herramienta matemática fundamental para describir el comportamiento del flujo de fluidos en el medio poroso.

El experimento que realizó Henry Darcy para establecer la ley que lleva su nombre fue relativamente sencillo, llenó un recipiente de arena e hizo fluir agua a través del empacamiento hasta saturarlo completamente, tal como se muestra en la Figura 1.

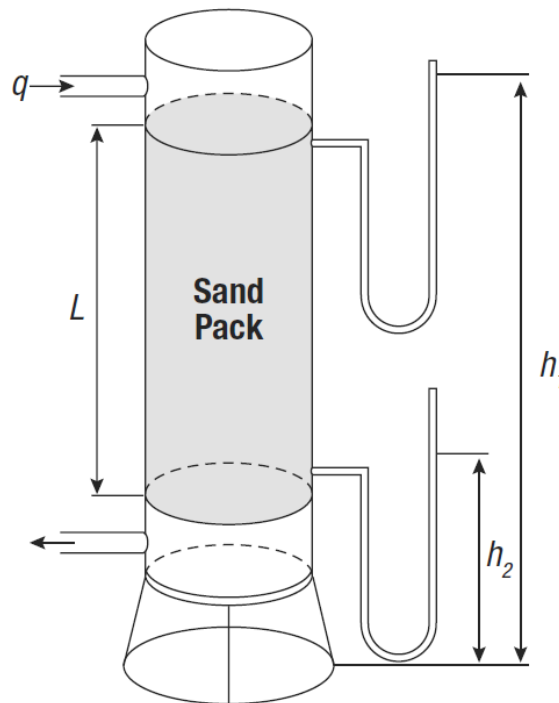


Figura 1 Experimento de Darcy, flujo de agua a través de un empacamiento de arena (Economides, et al., 2013)

A partir de lo anterior Darcy observó que la velocidad aparente de un fluido a través de un medio poroso, es proporcional a la diferencia entre la presión en la



entrada y la presión en la salida, e inversamente proporcional a la viscosidad, μ . es decir:

$$v = -\frac{k}{\mu} \frac{dp}{dx} \quad (1)$$

donde:

v es la velocidad aparente del fluido $\left[\frac{\text{cm}}{\text{s}}\right]$

k es una constante de proporcionalidad (permeabilidad absoluta) [Darcy]

μ es la viscosidad del fluido [cp]

$\frac{dp}{dx}$ es la caída de presión por unidad de longitud $\left[\frac{\text{atm}}{\text{cm}}\right]$

Como se mencionó anteriormente la velocidad, v , en la ecuación (1) no es la velocidad actual del fluido sino la velocidad aparente del mismo, la cual se obtiene dividiendo el gasto volumétrico entre el área de la sección transversal por la cual fluye el fluido, $v = \frac{q}{A}$. Sustituyendo esta relación en la ecuación (1) se obtiene la ley de Darcy en términos del gasto volumétrico (**Ahmed, 2006, p. 341**):

$$q = -\frac{kA}{\mu} \frac{dp}{dx} \quad (2)$$

donde:

q es el gasto volumétrico a través del medio poroso $\left[\frac{\text{cm}^3}{\text{s}}\right]$

A es el área de la sección transversal por la que fluye el fluido [cm^2]

El signo negativo de las ecuaciones (1) y (2), se debe a que si la distancia x se mide positivamente en la dirección del flujo, la presión p declinará conforme x incrementa, ya que los fluidos se mueven del potencial más alto al potencial más bajo. Esta declinación dará como resultado un valor negativo para $\frac{dp}{dx}$ en la misma dirección. Por lo tanto se debe incluir el signo negativo en dicha ecuación para asegurar que la velocidad, v , sea positiva (**Ramírez, 2008, p. 4**).

Si bien Darcy llevó a cabo los experimentos en flujo descendente, las expresiones anteriores son válidas para el flujo horizontal, el cual es el punto de mayor interés en la industria petrolera.



Debe tomarse en cuenta que los experimentos de Darcy involucraron solo el flujo de un fluido (agua), y el filtro estaba completamente saturado por dicho fluido, por lo tanto no se involucraron propiedades de los fluidos ni de saturación, además los filtros eran de un área de sección transversal constante, por lo cual la ecuación no considera cambios en la velocidad de acuerdo a la posición. Por esta razón la ley de Darcy para determinar la permeabilidad solo es válida bajo las siguientes condiciones (**Ahmed, 2006, p. 342**):

- ✓ Medio homogéneo e isotrópico.
- ✓ No debe existir interacción entre el fluido y la roca.
- ✓ Medio poroso saturado al 100% por un fluido monofásico de viscosidad constante.
- ✓ Fluido Newtoniano.
- ✓ Flujo incompresible, laminar y continuo.
- ✓ Temperatura constante.

Además, para poder aplicar la ley de Darcy al flujo de fluidos en el yacimiento, se debe definir el tipo de geometría de flujo que se puede esperar cuando los fluidos fluyen hacia el pozo.

Cabe mencionar que un Darcy es una permeabilidad relativamente grande, ya que la mayoría de los yacimientos tienen permeabilidades menores a un Darcy, por esta razón se utiliza con más frecuencia el miliDarcy (md) como unidad. Un miliDarcy representa la milésima parte de un Darcy o lo que es lo mismo:

$$1 [\text{Darcy}] = 1000[\text{md}]$$

Las unidades que se emplean con mayor frecuencia en la ley de Darcy se muestran en la Tabla 1.

Por otro lado la ecuación (2) se puede integrar cuando se conoce la geometría del sistema a través del cual fluye el fluido. Para un sistema lineal mostrado en la Figura 2, la integral es:

$$q \int_0^L dx = -\frac{kA}{\mu} \int_{p_1}^{p_2} dp$$

Realizando la integral se obtiene:

$$qL = -\frac{kA}{\mu} (p_2 - p_1)$$



Cabe mencionar que el gasto volumétrico, q , es constante para los líquidos ya que la densidad no cambia significativamente con la presión. Como la p_1 es mayor que la p_2 , se pueden reordenar los términos de presión, con lo cual se elimina el término negativo de la ecuación, dando como resultado:

$$q = \frac{kA(p_1 - p_2)}{\mu L} \quad (3)$$

La ecuación (3) es la ecuación de flujo lineal convencional usada en los cálculos de flujo de fluidos (Ahmed, 2006, p. 228).

Parámetro	Símbolo	Dimensiones	Unidades	
			Darcy	De campo
Longitud	l	L	cm	ft
Masa	m	M	g	lb
Tiempo	t	T	s	s
Velocidad	v	$\frac{L}{T}$	$\frac{\text{cm}}{\text{s}}$	$\frac{\text{ft}}{\text{s}}$
Gasto	q	$\frac{L^3}{T}$	$\frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$	bpd
Área	A	L^2	cm^2	ft^2
Presión	p	$\frac{ML/T^2}{L^2}$	atm	$\frac{\text{lb}_f}{\text{in}^2}$ abs
Densidad	ρ	$\frac{M}{L^3}$	$\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$	$\frac{\text{lb}_m}{\text{ft}^3}$
Viscosidad	μ	$\frac{M}{LT}$	cp	cp
Permeabilidad	k	L^2	Darcy	md

Tabla 1 Sistemas de unidades frecuentemente utilizados en la ley de Darcy (Modificado de Paris de Ferrer, 2009)

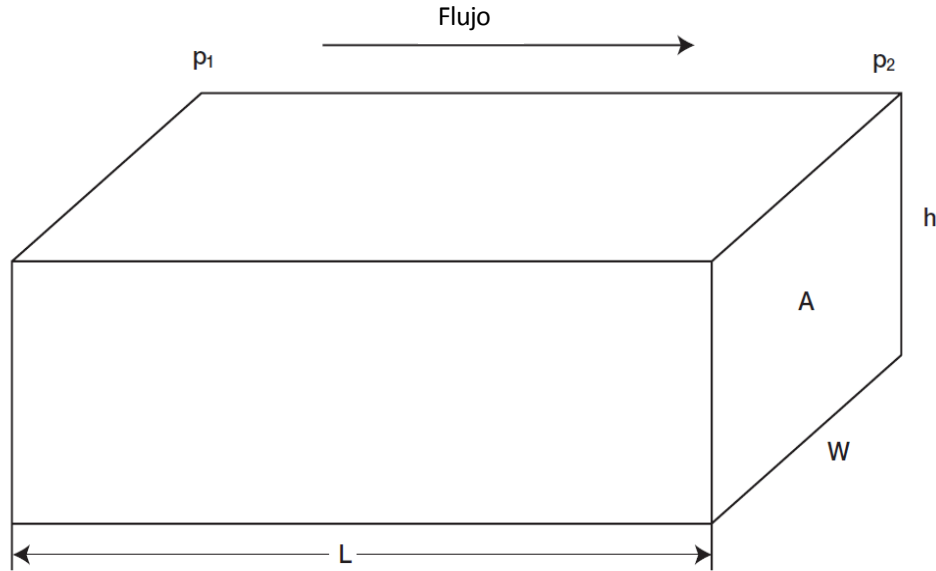


Figura 2 Modelo de flujo lineal (Modificado de Ahmed, 2006)

1.1.2 Compresibilidad

Un yacimiento que se encuentra a miles de pies de profundidad está sujeto a presiones de sobrecarga, causadas por el peso de los estratos superiores, las cuales varían de área en área dependiendo de diferentes factores como la profundidad misma, la naturaleza de la estructura, la consolidación de la formación y la edad geológica. La consideración más importante es que la presión varía con la profundidad, y un valor típico de la presión de sobrecarga es aproximadamente $1 \left[\frac{\text{psi}}{\text{ft}} \right]$ (Ahmed, 2006, p. 254).

La formación de las rocas sedimentarias ocurre cuando se depositan capas de sedimentos en diferentes ambientes de depósito a lo largo de millones de años, durante este proceso la presión de sobrecarga incrementa conforme se da una mayor acumulación de sedimentos.

El incremento de la presión de sobrecarga compacta los sedimentos, lo cual se ve reflejado en un decremento de la porosidad, ya que el proceso de la compactación ocurre cuando se expulsa el agua contenida en el espacio poroso de la formación, y el esfuerzo de sobrecarga soportado por dicha agua de formación es transferido a la matriz de la roca reduciendo la porosidad.

Si durante el proceso de sedimentación y compactación, el peso de los sedimentos y la capacidad de las formaciones para expulsar los fluidos están balanceados, los fluidos contenidos en el espacio poroso serán expulsados debido a la compactación, por lo tanto la compactación será una función de la

profundidad, haciendo que la porosidad se reduzca conforme aumenta la profundidad, por ende se genera un proceso de compactación normal, tal como se observa en la Figura 3.

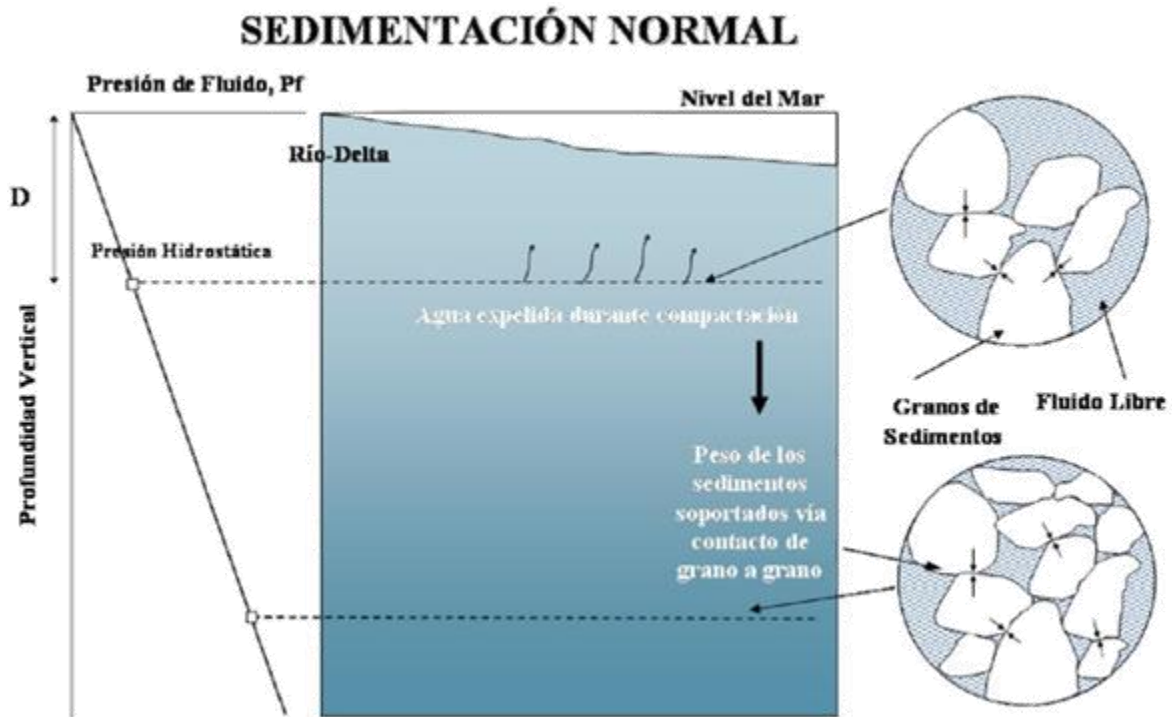


Figura 3 Proceso de compactación normal (Apuntes de fracturamiento hidráulico, 2015)

En cambio si durante el proceso de depósito de sedimentos los fluidos no pueden escapar de los poros de la formación, la compactación se detiene evitando que la porosidad disminuya con la profundidad. A dicho fenómeno se le conoce como desequilibrio en la compactación, y éste es el principal generador de sobrepresiones, debido a que los fluidos confinados en el espacio poroso soportan la mayor parte de la presión de sobrecarga, tal como se muestra en la Figura 4. En la Figura 5 se ilustra una comparación entre un proceso de compactación normal y uno anormal.

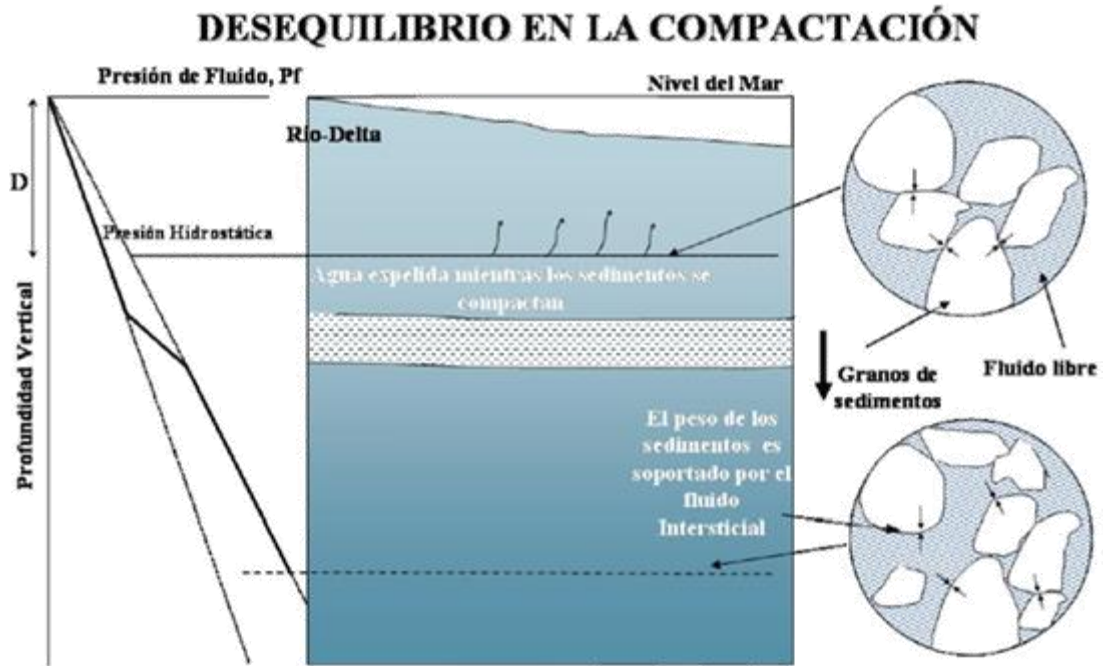


Figura 4 Fenómeno de desequilibrio en la compactación (Apuntes de fracturamiento hidráulico, 2015)

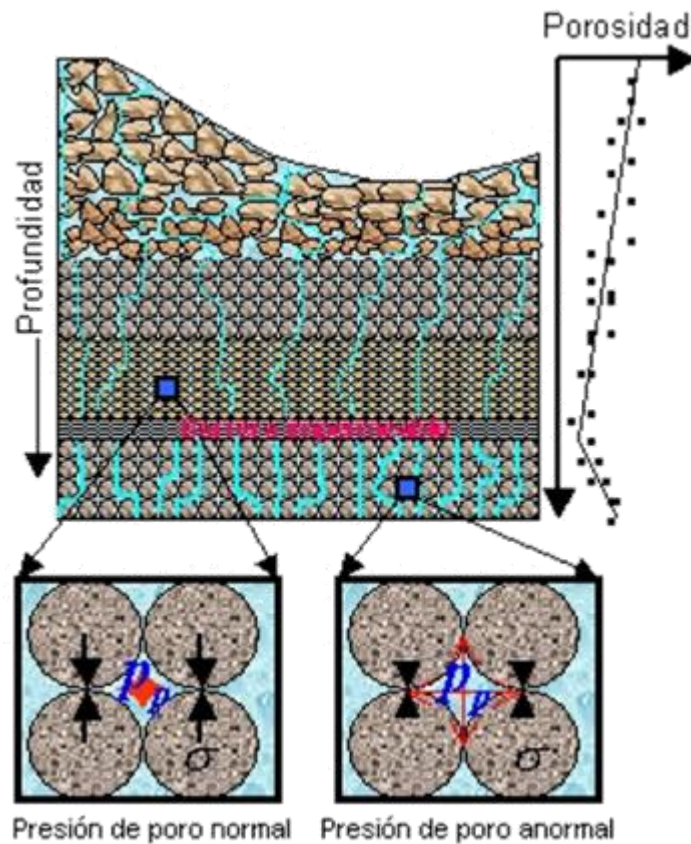


Figura 5 Proceso de sedimentación y compactación (Pemex, 2004)



Geertsma (1957) señaló que en las rocas se pueden distinguir tres tipos de compresibilidad:

1.1.2.1 Compresibilidad de la matriz de la roca

Se define como el cambio fraccional del volumen del material sólido de la roca (granos) por unidad de cambio de presión. Matemáticamente se expresa como:

$$c_r = -\frac{1}{V_r} \left(\frac{\partial V_r}{\partial p} \right)_T \quad (4)$$

donde:

c_r es la compresibilidad de la matriz de la roca [psi^{-1}]

V_r es el volumen de sólidos [m^3]

El subíndice T indica que la derivada se realiza considerando una temperatura constante.

1.1.2.2 Compresibilidad del volumen de roca

Se define como el cambio fraccional del volumen bruto de la roca por unidad de cambio de presión. Matemáticamente se expresa como:

$$c_B = -\frac{1}{V_B} \left(\frac{\partial V_B}{\partial p} \right)_T \quad (5)$$

donde:

c_B es el coeficiente de compresibilidad del volumen de roca [psi^{-1}]

V_B es el volumen bruto [m^3]

1.1.2.3 Compresibilidad de los poros

El coeficiente de compresibilidad de los poros se define como el cambio fraccional del volumen poroso de la roca por unidad de cambio de presión, el cual está dado por la siguiente ecuación:

$$c_p = -\frac{1}{V_p} \left(\frac{\partial V_p}{\partial p} \right)_T \quad (6)$$

donde:

p es la presión de poro [psi]



c_p es el coeficiente de compresibilidad de los poros [psi^{-1}]

V_p es el volumen poroso [m^3]

La ecuación (6) se puede expresar en términos de la porosidad ϕ tomando en cuenta que la porosidad aumenta conforme incrementa la presión de poro, es decir:

$$c_p = \frac{1}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial p} \quad (7)$$

En la mayoría de los yacimientos de hidrocarburos se considera que la compresibilidad de la matriz de la roca y la compresibilidad del volumen de roca, son muy pequeñas en comparación con la compresibilidad de los poros, por lo cual se consideran despreciables; por esta razón se utiliza el término compresibilidad de la formación c_f para describir la compresibilidad del yacimiento, la cual se considera igual a la compresibilidad de los poros c_p , es decir:

$$c_f = c_p = \frac{1}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial p} \quad (8)$$

Debido a que los valores típicos para la compresibilidad de la formación se encuentran en el rango de 3×10^{-6} a 25×10^{-6} [psi^{-1}], la ecuación (6) se puede reescribir como (**Ahmed, 2006, p. 256**):

$$c_f = \frac{1}{V_p} \frac{\Delta V_p}{\Delta p_p}$$

o

$$\Delta V_p = c_f V_p \Delta p_p \quad (9)$$

Donde ΔV_p y Δp_p son el cambio en el volumen poroso y en la presión de poro respectivamente.

La reducción en el volumen poroso debido a la declinación de la presión, se puede expresar en términos del cambio en la porosidad del yacimiento, por lo tanto la ecuación (8) se puede reescribir como:

$$c_f \partial p = \left(\frac{1}{\phi} \right) \partial \phi$$

Integrando la ecuación anterior se obtiene:



$$c_f \int_{p_0}^p \partial p = \int_{\phi_0}^{\phi} \frac{\partial \phi}{\phi}$$

$$c_f (p - p_0) = \ln\left(\frac{\phi}{\phi_0}\right)$$

o bien:

$$\phi = \phi_0 e^{c_f(p-p_0)} \quad (10)$$

donde:

p_0 es la presión de referencia [psi]

ϕ_0 es la porosidad de referencia

p es la presión actual [psi]

ϕ es la porosidad a la presión p

Nótese que en la ecuación (10) está involucrada la función exponencial e^x . La serie de Taylor para dicha función está dada por:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$$

Debido a que la compresibilidad de la formación es muy pequeña, al elevar este número pequeño a una potencia mayor a 1 se hará aún más pequeño, por esta razón se puede trunca la serie de Taylor después de los primeros dos términos, es decir:

$$e^x = 1 + x$$

Entonces para la ecuación (10) $x = c_f(p - p_0)$, por lo tanto se obtiene que:

$$\phi = \phi_0 [1 + c_f(p - p_0)] \quad (11)$$

1.1.2.4 Compresibilidad total del yacimiento

La compresibilidad total del yacimiento c_t se utiliza ampliamente en las ecuaciones de flujo y de balance de materia, y está definida por la siguiente expresión:



$$c_t = S_o c_o + S_w c_w + S_g c_g + c_f \quad (12)$$

donde:

S_o , S_w , S_g son la saturación del aceite, del agua y del gas, respectivamente

c_o es la compresibilidad del aceite [psi^{-1}]

c_w es la compresibilidad del agua [psi^{-1}]

c_g es la compresibilidad del gas [psi^{-1}]

c_f es la compresibilidad de la formación [psi^{-1}]

c_t es la compresibilidad total del yacimiento [psi^{-1}]

Para yacimientos de aceite bajosaturados, la presión en el yacimiento se encuentra por arriba de la presión de burbuja, es decir, no existe un casquete de gas inicial. Por lo tanto la ecuación que se emplea para este tipo de yacimientos es:

$$c_t = S_o c_o + S_w c_w + c_f \quad (13)$$

En general la compresibilidad de la formación es del mismo orden de magnitud que la compresibilidad del aceite y del agua, por lo tanto no tiene un valor fijo. La Tabla 2 muestra los valores promedio de la compresibilidad para diferentes formaciones.

Tipo de formación	c_f [psi^{-1}]
Calizas	$(5 - 6) \times 10^{-6}$
Arena consolidada	$(4 - 5) \times 10^{-6}$
Arena semiconsolidada	20×10^{-6}
Arena no consolidada	30×10^{-6}
Arena altamente no consolidada	$(100 - 150) \times 10^{-6}$

Tabla 2 Valores promedio de la compresibilidad para diferentes formaciones rocosas (Modificado de Paris de Ferrer, 2009)



Diversos autores han correlacionado la compresibilidad de la formación con otros parámetros, incluyendo la porosidad del yacimiento. **Hall (1953)** propuso la siguiente correlación para dicha relación:

$$c_f = \left(\frac{1.782}{\phi^{0.438}} \right) \times 10^{-6} \quad (14)$$

donde:

c_f es la compresibilidad de la formación [psi^{-1}]

ϕ es la porosidad de la formación

Por otro lado **Newman (1973)** utilizó 79 muestras de arenas consolidadas y de calizas para desarrollar una correlación entre la compresibilidad de la formación y la porosidad (**Ahmed, 2006, p. 254**). La ecuación propuesta por Newman es:

$$c_f = \frac{a}{[1 + cb\phi]} \quad (15)$$

donde:

Para arenas consolidadas	Para calizas
$a = 97.32 \times 10^{-6}$	$a = 0.8535$
$b = 0.699993$	$b = 1.075$
$c = 79.8181$	$c = 2.202 \times 10^6$

Tabla 3 Valores de los parámetros a y b de la ecuación de Newman de la compresibilidad de la formación

1.1.3 Transmisibilidad

La forma en que se transmiten los cambios de presión en el yacimiento, está influenciada fuertemente por dos variables, la transmisibilidad y el coeficiente de difusividad hidráulica.

La transmisibilidad (T) es la facilidad con la que fluye el fluido en el medio poroso, ésta es directamente proporcional a la permeabilidad y al espesor de la formación, e inversamente proporcional a la viscosidad del fluido en cuestión.

$$T = \frac{kh}{\mu} \quad (16)$$



1.1.4 Coeficiente de difusividad hidráulica

El coeficiente de difusividad hidráulica (η) representa la facilidad con que se transmiten los cambios de presión en el sistema, éste es directamente proporcional a la permeabilidad del yacimiento, e inversamente proporcional al producto de la porosidad, la viscosidad y la compresibilidad total del yacimiento.

$$\eta = \frac{k}{\phi\mu c_t} \quad (17)$$

1.1.5 Regímenes de flujo

Básicamente existen tres tipos de regímenes de flujo, que deben ser identificados para describir el comportamiento del flujo de fluidos y la distribución de la presión del yacimiento en función del tiempo. Dichos regímenes de flujo son **(Ahmed, 2006, p. 334)**:

- ✓ Flujo Transitorio.
- ✓ Flujo Pseudoestacionario.
- ✓ Flujo Estacionario.

Si se considera un yacimiento homogéneo e isotrópico, de espesor uniforme, porosidad y permeabilidad constantes (independientes de la presión), con una geometría de flujo radial, saturado al cien por ciento por un fluido ligeramente compresible con una viscosidad constante, y despreciando las fuerzas gravitacionales. El comportamiento de la presión de un pozo produciendo a un gasto constante en un sistema roca-fluidos con estas características, se ilustra en la Figura 6.

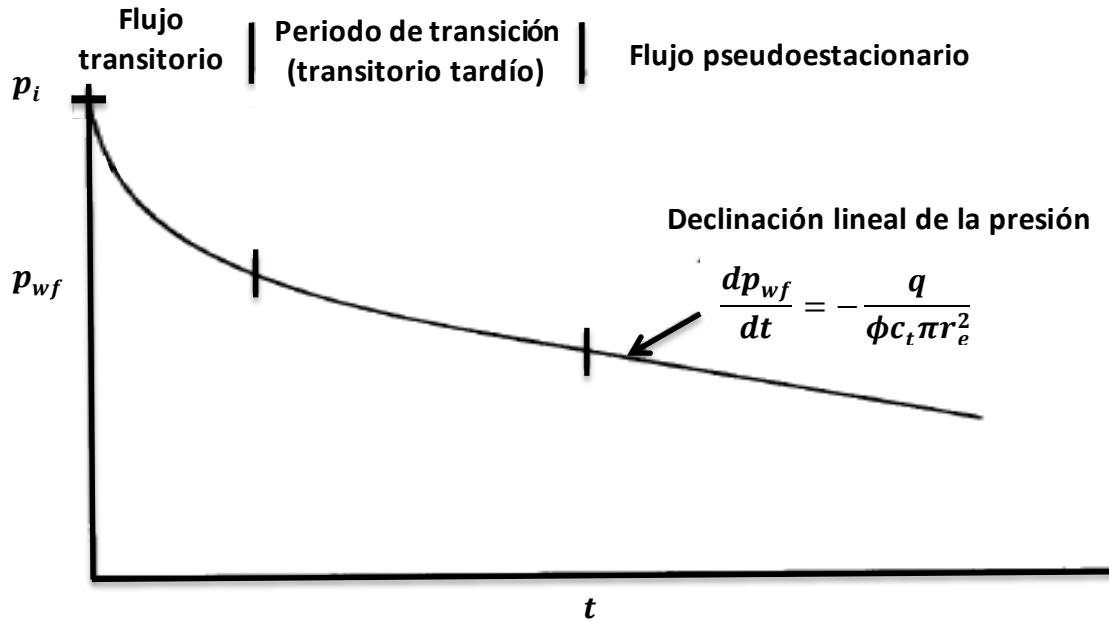


Figura 6 Representación gráfica de la declinación de la presión de un pozo produciendo a un gasto constante en un yacimiento homogéneo e isotrópico (Modificado de Matthews, Russell, 1967)

1.1.5.1 Flujo transitorio

Durante un tiempo de producción corto, el comportamiento de la presión es esencialmente el mismo que en un yacimiento infinito, en este caso dicho compartimento es denominado como transitorio (Matthews, Russell, 1967, p.13).

Un régimen transitorio se presenta cuando la onda de propagación de la presión de un pozo no ha alcanzado ninguna frontera del yacimiento. Durante el flujo transitorio el “cono” de presión es pequeño respecto al tamaño del yacimiento.

Esta condición es solo aplicable por un periodo de tiempo relativamente corto, luego de que una perturbación ha sido creada en el yacimiento. En términos del modelo de flujo radial, esta perturbación podría ser causada típicamente debido a la alteración de la producción en $r = r_w$.

Al tiempo en el cual la condición transitoria es aplicable, se considera que la respuesta de presión en el yacimiento no es afectada por la presencia de una frontera externa, por lo cual el yacimiento parece ser infinito en extensión.

El flujo transitorio se define como la condición de flujo en la cual la velocidad del cambio de presión con respecto al tiempo en cualquier parte del yacimiento es variable. Esta definición sugiere que la derivada de la presión con respecto al tiempo es esencialmente una función de la posición i y del tiempo t , es decir:



$$\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right) = \text{Variable} \quad \text{o} \quad \left(\frac{\partial p}{\partial t}\right) = f(i, t) \quad (18)$$

1.1.5.2 Flujo pseudoestacionario

Si se considera un pozo produciendo a un gasto constante localizado en un yacimiento delimitado por una frontera externa, conforme incrementa el tiempo de producción el comportamiento de la presión se va desviando del compartimiento típico en un yacimiento infinito, debido a la disminución del fluido en el yacimiento. Entonces conforme el tiempo incrementa la declinación de la presión en el yacimiento se convierte en una función lineal del tiempo, ya que el efecto de frontera se ha sentido. Este régimen es llamado estado semiestacionario, pseudoestacionario o quasiestacionario (**Matthews, Russell, 1967, p.13**).

En este régimen de flujo la presión en cualquier punto del yacimiento declina linealmente como una función del tiempo.

Matemáticamente esta definición establece que la velocidad del cambio de presión con respecto al tiempo en cualquier parte del yacimiento es constante:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right)_i = \text{Constante} \quad (19)$$

La solución a la ecuación de difusión para una geometría de flujo radial de un fluido ligeramente compresible, correspondiente a un pozo localizado en el centro de un yacimiento limitado por una frontera es:

$$p_{wf} = p_i - \frac{q\mu}{2\pi kh} \left[\frac{2t_D}{r_{eD}^2} + \ln r_{eD} - \frac{3}{4} \right] \quad (20)$$

donde:

r_{eD} es el radio de drene adimensional $r_{eD} = \frac{r_e}{r_w}$

t_D es el tiempo adimensional $t_D = \frac{\beta kt}{\phi \mu c_t r_w^2}$

A partir de la ecuación (20) se puede observar que la declinación de la presión en un pozo durante un flujo pseudoestacionario es:

$$\frac{\partial p_{wf}}{\partial t} = - \frac{q}{\phi c_t h \pi r_e^2} \quad (21)$$



Por lo tanto en éste régimen de flujo la declinación de la presión es inversamente proporcional al volumen poroso. Esta relación es la base de las pruebas de límites del yacimiento, las cuales son empleadas para determinar el volumen de drene de un pozo **(Matthews, Russell, 1967, p.13)**.

1.1.5.3 Flujo estacionario

Las condiciones de flujo prevalecientes en un yacimiento normalmente excluyen la ocurrencia de un flujo estacionario. En un régimen estacionario a un gasto de producción constante la presión es independiente del tiempo. En algunos yacimientos el cambio de presión con respecto al tiempo es tan pequeño que es prácticamente indetectable, en tales casos se cumple la condición de un régimen estacionario. Estrictamente hablando un régimen estacionario únicamente puede ocurrir cuando no existe disminución de masa en el yacimiento **(Matthews, Russell, 1967, p.13)**.

Por lo tanto el régimen estacionario se presenta cuando la presión en cualquier punto del yacimiento permanece constante a lo largo del tiempo, tal condición se cumple cuando se tiene una frontera a presión constante. Esta frontera a presión constante puede ser un acuífero o un pozo con inyección de agua. Matemáticamente un flujo estacionario se expresa como:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right)_i = 0 \quad (22)$$

La Figura 7 muestra una comparación de la declinación de la presión como una función del tiempo en los tres regímenes de flujo.

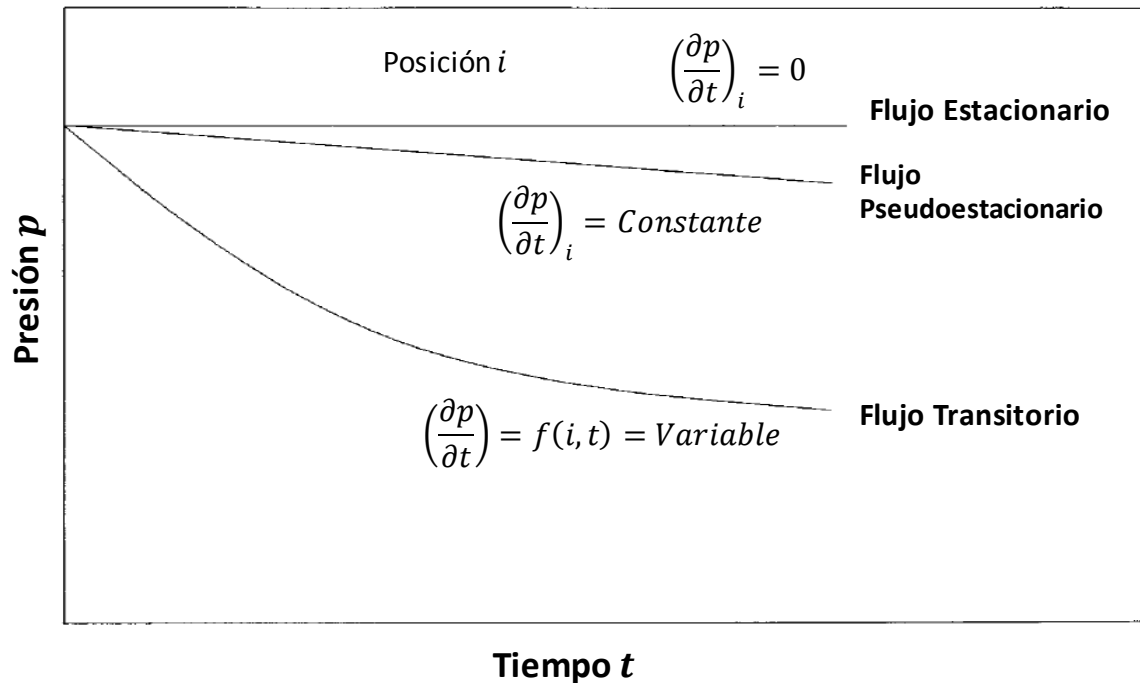


Figura 7 Regímenes de flujo (Modificado de Ahmed, 2006)

1.1.6 Geometrías de flujo

La geometría de un yacimiento tiene un efecto significativo en el comportamiento del flujo. Muchos yacimientos tienen fronteras o límites irregulares, y una descripción matemática rigurosa de la geometría de flujo es a menudo posible únicamente mediante simuladores numéricos. Sin embargo para muchos propósitos ingenieriles la geometría de flujo puede ser representada mediante alguna de las siguientes (Ahmed, 2006, p. 336):

- ✓ Flujo radial.
- ✓ Flujo lineal.
- ✓ Flujo esférico y semiesférico.
- ✓ Flujo bilineal.

1.1.6.1 Flujo radial

La geometría de flujo más importante para la interpretación de pruebas de presión es el flujo radial, esta geometría se define como aquella en la que las líneas de flujo convergen en el pozo a partir de todas las direcciones (Figura 9). Una geometría de flujo radial se presenta cuando se tiene una heterogeneidad baja en el yacimiento. Debido a que los fluidos se mueven hacia el pozo desde todas las direcciones, el término flujo radial se emplea para caracterizar el flujo de fluido en el pozo. La Figura 9 muestra las líneas de flujo idealizadas para un sistema radial.

Un pozo disparado en todo el espesor impregnado de hidrocarburos, mostrará un comportamiento como el mostrado en la Figura 9.

En formaciones parcialmente penetradas o pozos parcialmente terminados, el flujo radial únicamente se presenta a tiempos cortos en la sección disparada del intervalo productor, tal como se muestra en la Figura 8a. Cuando un pozo es estimulado (Figura 8c) o terminado horizontalmente (Figura 8e), el radio efectivo para el flujo radial incrementa.

Los pozos horizontales también pueden exhibir a tiempos cortos flujo radial en el plano vertical normal al pozo, tal como se aprecia en la Figura 8d. Por otra parte si un pozo está localizado cerca de una barrera de no flujo, como una falla impermeable, la respuesta de presión puede exhibir un flujo semi-radial en el mismo, como se muestra en la Figura 8f (Muhammad, 2012, p. 29).

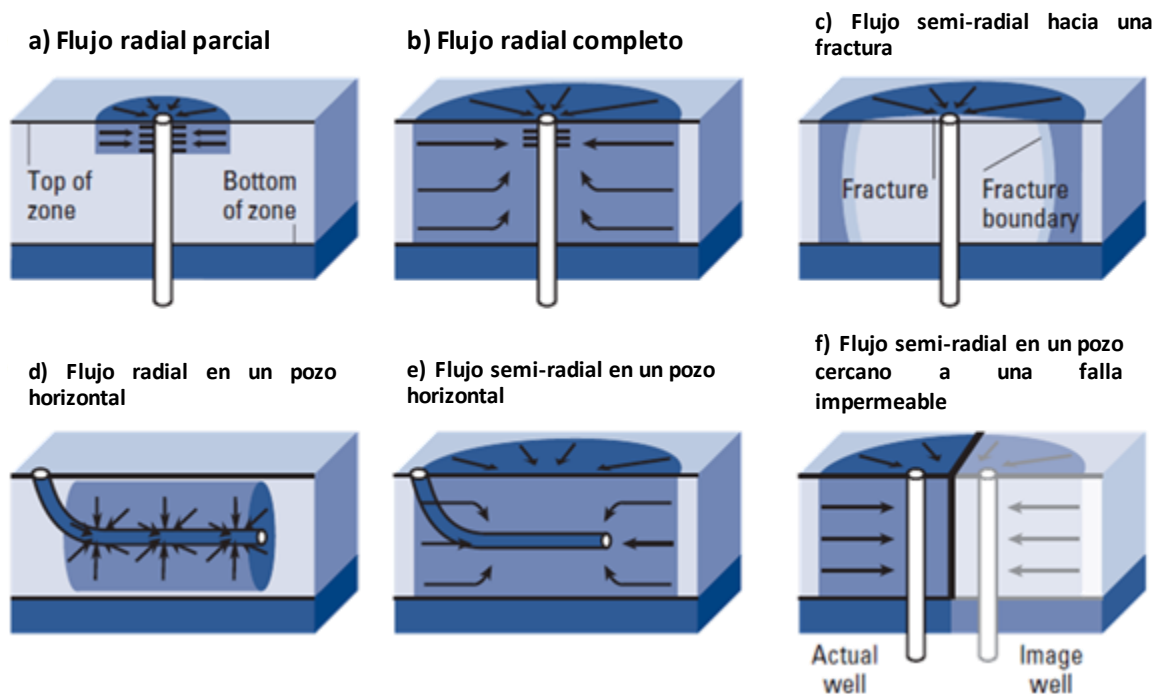


Figura 8 Diferentes tipos de flujo radial (Modificado de Muhammad, 2012)

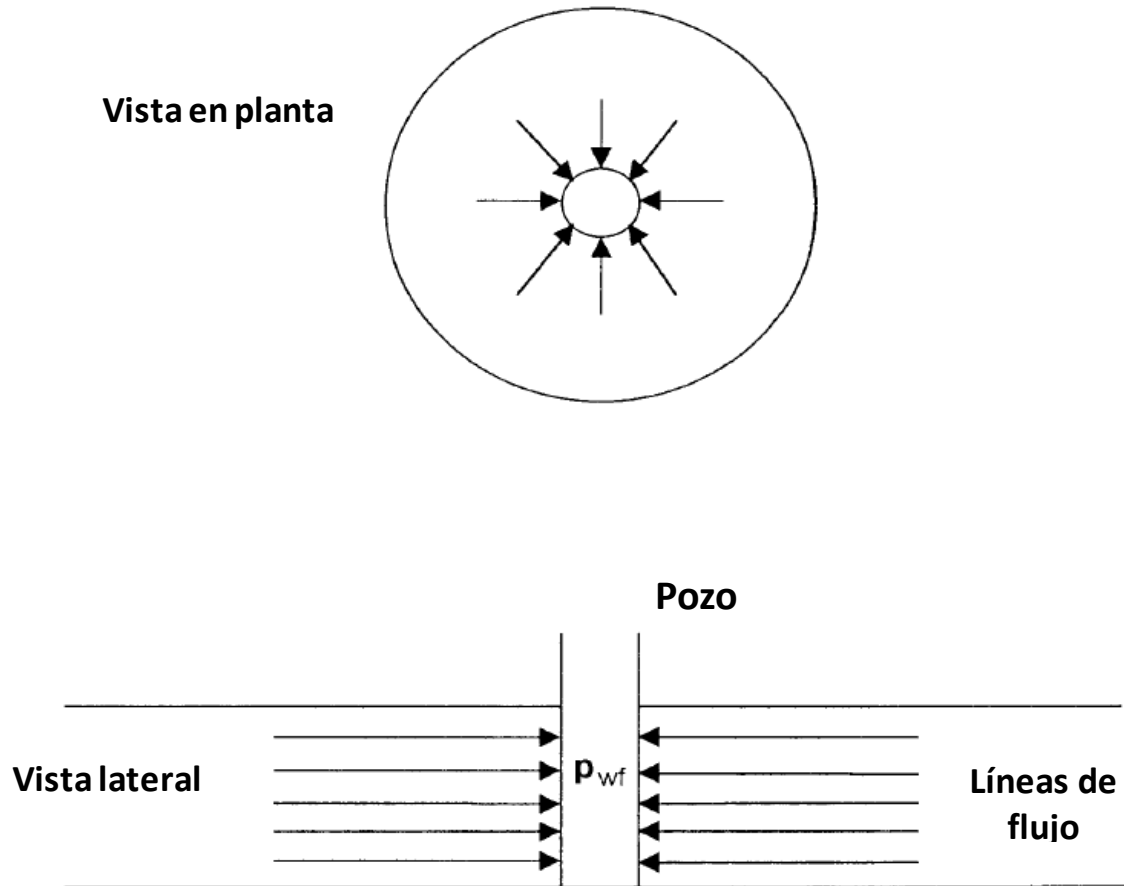


Figura 9 Flujo radial ideal dentro de un pozo (Modificado de Ahmed, 2006)

1.1.6.2 Flujo lineal

El flujo lineal ocurre cuando las líneas de flujo son paralelas entre sí y el fluido fluye en una sola dirección. Además, para que se presente éste tipo de geometría, el área de la sección transversal al flujo debe ser constante. La Figura 10 muestra un sistema de flujo lineal idealizado.

Una aplicación común de las ecuaciones de flujo lineal es el flujo dentro de fracturas hidráulicas verticales como se ilustra en la Figura 11 (Ahmed, 2006, p. 338).

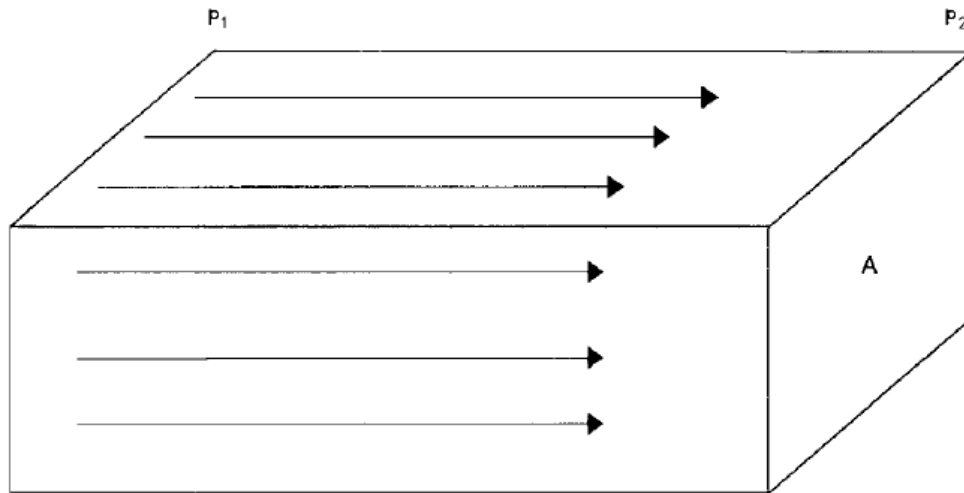


Figura 10 Flujo lineal ideal (Ahmed, 2006)

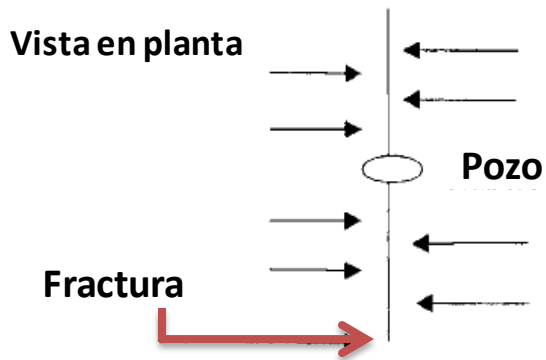
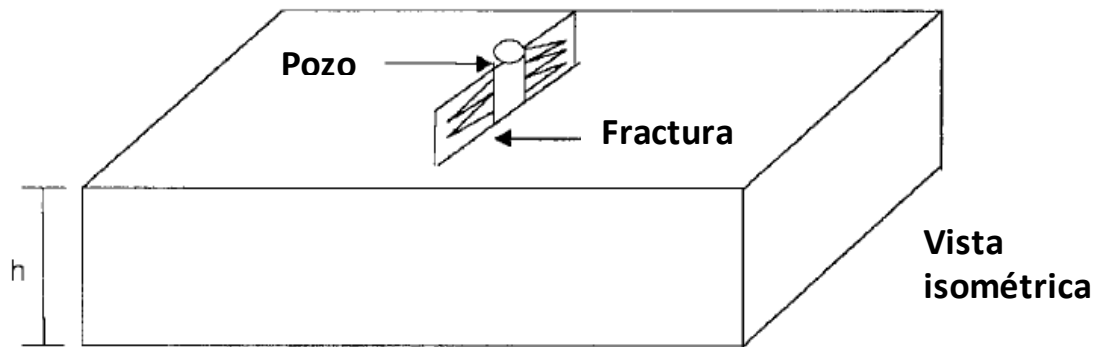


Figura 11 Flujo lineal ideal dentro de una fractura vertical (Modificado de Ahmed, 2006)

1.1.6.3 Flujo esférico y semiesférico

Dependiendo del tipo de terminación del pozo, es posible tener un flujo esférico o semiesférico. El flujo esférico ocurre cuando las líneas de flujo convergen en un punto, tal como se aprecia en la Figura 12. Un pozo con una entrada limitada dará como resultado un flujo esférico en la vecindad de los disparos, como se ilustra en la Figura 13.

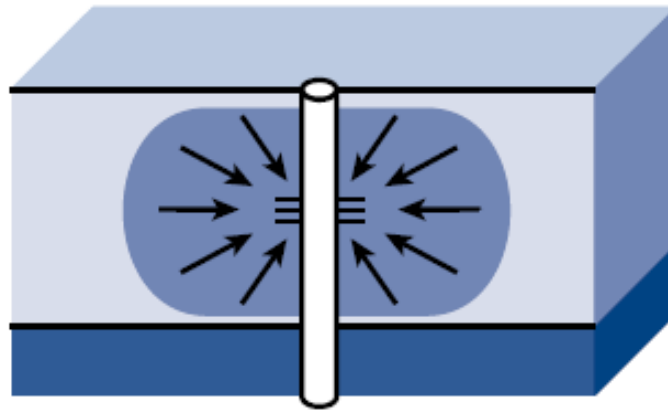


Figura 12 Flujo esférico (Muhammad, 2012)

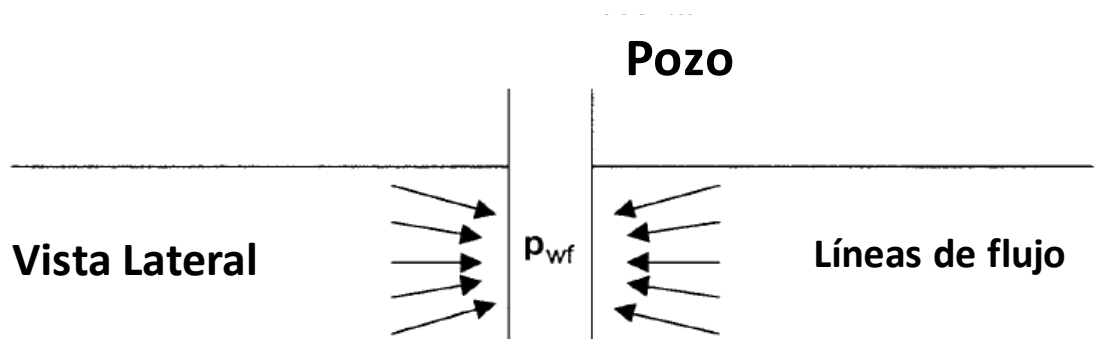


Figura 13 Flujo esférico debido a una entrada limitada (Modificado de Ahmed, 2006)

Un pozo que penetra parcialmente un intervalo productor, como se muestra en las Figuras 14 y 15, dará como resultado un flujo semiesférico. Aunque ésta condición también puede presentarse cuando se tiene una importante conificación de agua en el fondo (Ahmed, 2006, p. 338).

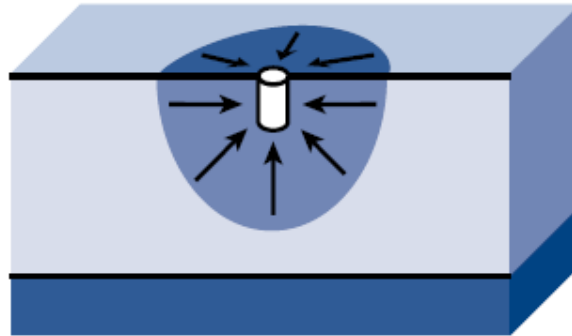


Figura 14 Flujo semiesférico (Muhammad, 2012)

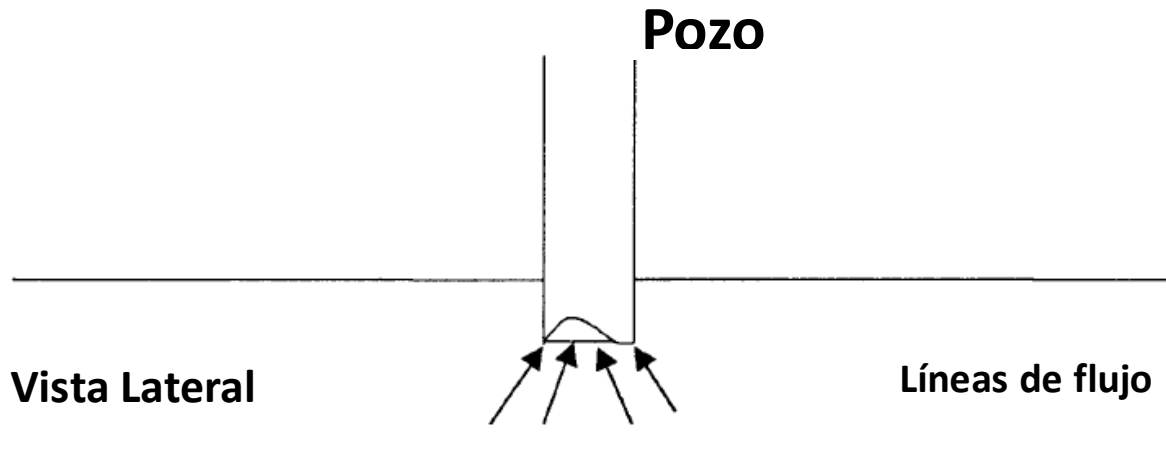


Figura 15 Flujo semiesférico en un pozo con penetración parcial (Modificado de Ahmed, 2006)

1.1.6.4 Flujo bilineal

Los pozos fracturados hidráulicamente pueden presentar un flujo bilineal en lugar o además de un flujo lineal. El flujo bilineal se produce cuando una caída de presión en la propia fractura genera líneas de flujo paralelas dentro de la misma, al mismo tiempo que las líneas de flujo en la formación se hacen paralelas conforme convergen a la fractura, tal como se aprecia en la Figura 16. Por lo tanto el término bilineal se refiere a la aparición simultánea de dos patrones de flujo lineales en direcciones normales (**Muhammad, 2012, p. 36**).

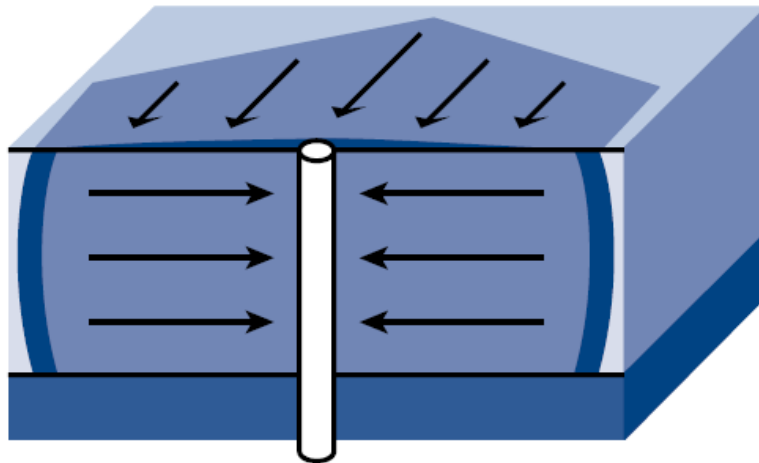


Figura 16 Flujo bilineal comúnmente exhibido en pozos fracturados hidráulicamente (Muhammad, 2012)

1.1.7 Ecuación de difusión para un yacimiento homogéneo e isotrópico, saturado al 100% por un fluido ligeramente compresible

El flujo de fluidos en el medio poroso se puede describir matemáticamente a partir de los siguientes principios físicos:

- El principio de conservación de la masa o balance de materia (*ecuación de continuidad*).
- Flujo de fluidos y conservación de momento (*ley de Darcy*).
- Comportamiento pVT de los fluidos (*ecuación de estado*).
- Conservación de la energía (*primera ley de la termodinámica*).

Si se incorpora la ley de Darcy en la ecuación de continuidad, y además se agrega una ecuación de estado de los fluidos, se obtiene una ecuación que describe completamente el comportamiento del flujo de fluidos en el medio poroso, dicha ecuación recibe el nombre de *Ecuación de Difusividad o Ecuación de Difusión*; cabe mencionar que el flujo de fluidos a través del medio poroso se considera isotérmico, razón por la cual la ecuación de la conservación de energía no se toma en cuenta para el análisis.

La ecuación de difusión es una ecuación en derivadas parciales de segundo orden, la cual en su forma más simple es altamente no lineal, por lo cual se requiere el uso de métodos numéricos para su resolución. La solución numérica de la ecuación de difusión comprende la discretización del espacio mediante la división del yacimiento en celdas, como se muestra en la Figura 17, en las cuales se realiza un balance de materia implícitamente; así como la discretización del



tiempo mediante una serie de pasos o intervalos en un proceso iterativo, a partir del cual se determina dicha solución.

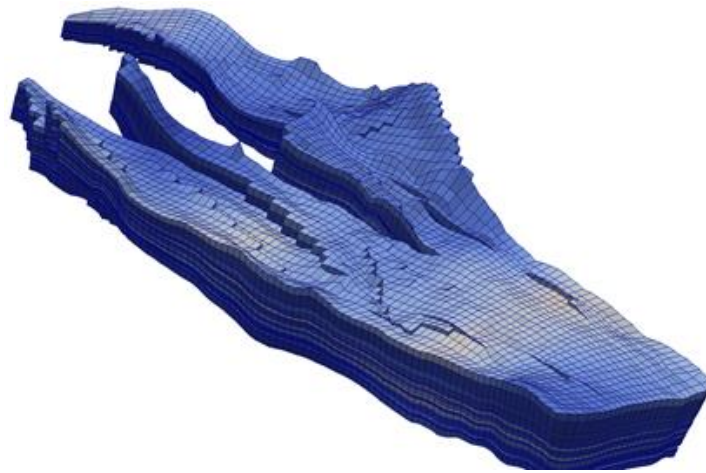


Figura 17 Discretización del espacio en un yacimiento mediante su división en celdas (Madrid, 2013)

1.1.7.1 Deducción de la ecuación de difusión para un sistema de coordenadas cartesianas

Como se mencionó anteriormente los elementos necesarios para obtener la ecuación de difusión son:

- El principio de conservación de la masa.
- Una ecuación de estado.
- La ley de Darcy.

Sin embargo a parte de estos principios físicos, para llevar a cabo la deducción de la ecuación de difusión para un sistema de coordenadas cartesianas, se considera un volumen de control en el cual se tiene flujo en las tres direcciones x, y, z , tal como se muestra en la Figura 18; y asimismo se realizan las siguientes suposiciones:

- ✓ Saturación al 100% del medio poroso por un solo fluido.
- ✓ Fluido ligeramente compresible.
- ✓ Efectos gravitacionales despreciables.
- ✓ Medio homogéneo e isotrópico.
- ✓ Flujo laminar e isotérmico.

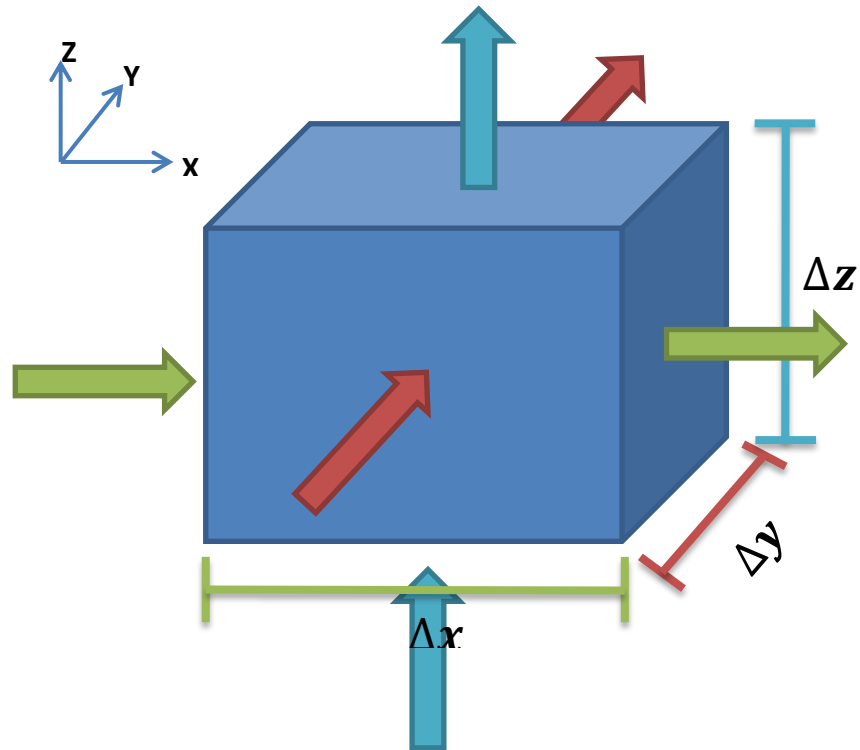


Figura 18 Volumen de control para un sistema de coordenadas cartesianas

El flujo o gasto másico se define matemáticamente de la siguiente forma:

$$\dot{m} = \rho v A \quad (23)$$

donde:

\dot{m} es el gasto másico

ρ es la densidad del fluido

v es la velocidad con la cual fluye el fluido

A es el área transversal que atraviesa el fluido

Principio de conservación de la masa: El principio de conservación de la masa señala que la masa no se crea ni se destruye, solo se transforma. Por lo tanto para el volumen de control (VC) considerado, el principio de conservación de la masa, es decir, el balance de materia, es el siguiente:

$$\text{Masa que entra al VC} - \text{Masa que sale del VC} = \text{Masa acumulada en el VC}$$

Reescribiendo el balance de materia anterior en términos del gasto másico, de la posición y del tiempo se tiene que:



$$(\rho v_x A_x \Delta t|_x - \rho v_x A_x \Delta t|_{x+\Delta x}) + (\rho v_y A_y \Delta t|_y - \rho v_y A_y \Delta t|_{y+\Delta y}) + (\rho v_z A_z \Delta t|_z - \rho v_z A_z \Delta t|_{z+\Delta z}) = \phi \rho V C|_{t+\Delta t} - \phi \rho V C|_t$$

$$\Delta t [(\rho v_x \Delta y \Delta z|_x - \rho v_x \Delta y \Delta z|_{x+\Delta x}) + (\rho v_y \Delta x \Delta z|_y - \rho v_y \Delta x \Delta z|_{y+\Delta y}) + (\rho v_z \Delta x \Delta y|_z - \rho v_z \Delta x \Delta y|_{z+\Delta z})] = \phi \rho \Delta x \Delta y \Delta z|_{t+\Delta t} - \phi \rho \Delta x \Delta y \Delta z|_t$$

Dividiendo la expresión anterior entre $\Delta x \Delta y \Delta z \Delta t$:

$$\frac{\rho v_x|_x - \rho v_x|_{x+\Delta x}}{\Delta x} + \frac{\rho v_y|_y - \rho v_y|_{y+\Delta y}}{\Delta y} + \frac{\rho v_z|_z - \rho v_z|_{z+\Delta z}}{\Delta z} = \frac{\phi \rho|_{t+\Delta t} - \phi \rho|_t}{\Delta t} \quad (24)$$

La definición matemática de la derivada es la siguiente:

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \quad (25)$$

Como se puede apreciar, cada una de las componentes de la ecuación (24) presenta una similitud con la definición de la derivada, por lo tanto se aplica el límite correspondiente a cada componente:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\rho v_x|_x - \rho v_x|_{x+\Delta x}}{\Delta x} + \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{\rho v_y|_y - \rho v_y|_{y+\Delta y}}{\Delta y} + \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{\rho v_z|_z - \rho v_z|_{z+\Delta z}}{\Delta z} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\phi \rho|_{t+\Delta t} - \phi \rho|_t}{\Delta t}$$

Aplicando la definición de la derivada (nótese que en las componentes del lado izquierdo de la igualdad, los términos de la definición de la derivada están invertidos, de ahí el signo negativo después de aplicarles el límite correspondiente) se obtiene:

$$-\frac{\partial \rho v_x}{\partial x} - \frac{\partial \rho v_y}{\partial y} - \frac{\partial \rho v_z}{\partial z} = \frac{\partial \phi \rho}{\partial t}$$

Multiplicando la expresión anterior por -1 :

$$\frac{\partial \rho v_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho v_y}{\partial y} + \frac{\partial \rho v_z}{\partial z} = -\frac{\partial \phi \rho}{\partial t} \quad (26)$$

La ecuación (26) es la *ecuación de continuidad para un sistema de coordenadas cartesianas*. Dicha ecuación también se puede expresar de la siguiente forma:



$$\nabla \rho v = - \frac{\partial \phi \rho}{\partial t} \quad (27)$$

La ley de Darcy para un sistema de coordenadas cartesianas es:

$$v = - \frac{k dp}{\mu dx}$$

Sustituyendo la ecuación de Darcy para un sistema de coordenadas cartesianas, en la ecuación de continuidad correspondiente al mismo sistema, ecuación (26), se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(-\rho \frac{k \partial p}{\mu \partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(-\rho \frac{k \partial p}{\mu \partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(-\rho \frac{k \partial p}{\mu \partial z} \right) = - \frac{\partial \phi \rho}{\partial t}$$

Multiplicando la expresión anterior por -1 :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\rho \frac{k \partial p}{\mu \partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho \frac{k \partial p}{\mu \partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho \frac{k \partial p}{\mu \partial z} \right) = \frac{\partial \phi \rho}{\partial t}$$

Debido a que se considera un medio isotrópico, la permeabilidad, k , será constante, además como se supone un fluido ligeramente compresible, la viscosidad del mismo, μ , se puede considerar constante, por lo tanto estas dos propiedades se pueden factorizar en la expresión anterior:

$$\frac{k}{\mu} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\rho \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho \frac{\partial p}{\partial z} \right) \right] = \frac{\partial \phi \rho}{\partial t}$$

Realizando las derivadas en ambos lados de la igualdad mediante la regla de derivación de la multiplicación de dos funciones, u por v , se obtiene:

$$\frac{k}{\mu} \left[\left(\rho \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) + \left(\rho \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\partial \rho}{\partial y} \right) + \left(\rho \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + \frac{\partial p}{\partial z} \frac{\partial \rho}{\partial z} \right) \right] = \phi \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial \phi}{\partial t}$$

Debido a que el cambio de la densidad con respecto a la posición, y el cambio de la porosidad y de la densidad con respecto al tiempo son muy pequeños y tienden a ser despreciable, se aplica la regla de la cadena a los términos $\frac{\partial \rho}{\partial x}, \frac{\partial \rho}{\partial y}, \frac{\partial \rho}{\partial z}, \frac{\partial \rho}{\partial t}$ y $\frac{\partial \phi}{\partial t}$, para obtener una expresión matemática que físicamente sea más evidente:



$$\frac{k}{\mu} \left[\left(\rho \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial \rho}{\partial p} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) \right) + \left(\rho \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\partial \rho}{\partial p} \left(\frac{\partial p}{\partial y} \right) \right) + \left(\rho \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + \frac{\partial p}{\partial z} \frac{\partial \rho}{\partial p} \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right) \right) \right] \\ = \phi \frac{\partial \rho}{\partial p} \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right) + \rho \frac{\partial \phi}{\partial p} \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right)$$

Simplificando:

$$\frac{k}{\mu} \left[\left(\rho \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 \frac{\partial \rho}{\partial p} \right) + \left(\rho \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \left(\frac{\partial p}{\partial y} \right)^2 \frac{\partial \rho}{\partial p} \right) + \left(\rho \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)^2 \frac{\partial \rho}{\partial p} \right) \right] \\ = \phi \frac{\partial \rho}{\partial p} \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right) + \rho \frac{\partial \phi}{\partial p} \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right)$$

Debido a que se trata de un fluido ligeramente compresible los Δp van a ser muy pequeños, por lo que al elevarlos al cuadrado serán aún más pequeños, por esta razón se considera que tienen un valor igual a cero, por lo tanto se tiene que:

$$\frac{k}{\mu} \left[\left(\rho \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \right) + \left(\rho \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \right) + \left(\rho \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right) \right] = \phi \frac{\partial \rho}{\partial p} \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right) + \rho \frac{\partial \phi}{\partial p} \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right)$$

Factorizando $\rho \phi \frac{dp}{dt}$ en el lado derecho de la igualdad:

$$\frac{k}{\mu} \left[\left(\rho \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \right) + \left(\rho \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \right) + \left(\rho \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right) \right] = \rho \phi \frac{\partial p}{\partial t} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p} + \frac{1}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial p} \right) \quad (28)$$

La *ecuación de estado* que se utiliza para la deducción, es la ecuación de la compresibilidad isotérmica total del yacimiento, la cual es igual a:

$$c_t = c_{\text{fluido}} + c_{\text{roca}} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p} + \frac{1}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial p} \quad (29)$$

Sustituyendo la ecuación (29) en la ecuación (28) se obtiene:

$$\frac{k}{\mu} \left[\left(\rho \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \right) + \left(\rho \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \right) + \left(\rho \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right) \right] = \rho \phi \frac{\partial p}{\partial t} (c_t)$$

En cada variación del tiempo la densidad es transitoria, pero cada cierto tiempo la densidad es igual en las tres caras del volumen de control, por lo tanto se puede factorizar:

$$\frac{k\rho}{\mu} \left[\left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right) \right] = \rho \phi \frac{\partial p}{\partial t} (c_t)$$

Simplificando y reordenando la expresión anterior:



$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (30)$$

La ecuación (30) es la *ecuación de difusión para un sistema de coordenadas cartesianas*. Dicha ecuación también se puede expresar de la siguiente forma:

$$\nabla^2 p = \frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (31)$$

1.1.7.2 Ecuación de difusión para una geometría de flujo lineal

En una geometría de flujo lineal las líneas de flujo son paralelas entre sí y el fluido fluye en una sola dirección, por lo tanto la *ecuación de difusión para una geometría de flujo lineal*, se obtiene considerando únicamente una dirección de flujo en la ecuación (30), es decir:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (32)$$

1.1.7.3 Deducción de la ecuación de difusión para un sistema de coordenadas radiales

Para realizar la deducción de dicha ecuación se considerarán las siguientes condiciones:

- ✓ Saturación al 100% del medio poroso por un solo fluido.
- ✓ Fluido ligeramente compresible.
- ✓ Efectos gravitacionales despreciables.
- ✓ Medio homogéneo e isótropo.
- ✓ Flujo laminar e isotérmico.

Aparte de las condiciones mencionadas, para llevar a cabo la deducción de la ecuación de difusión para un sistema de coordenadas radiales, se considera un volumen de control en el cual se tiene flujo únicamente en una dirección, r , tal como se muestra en la Figura 19.

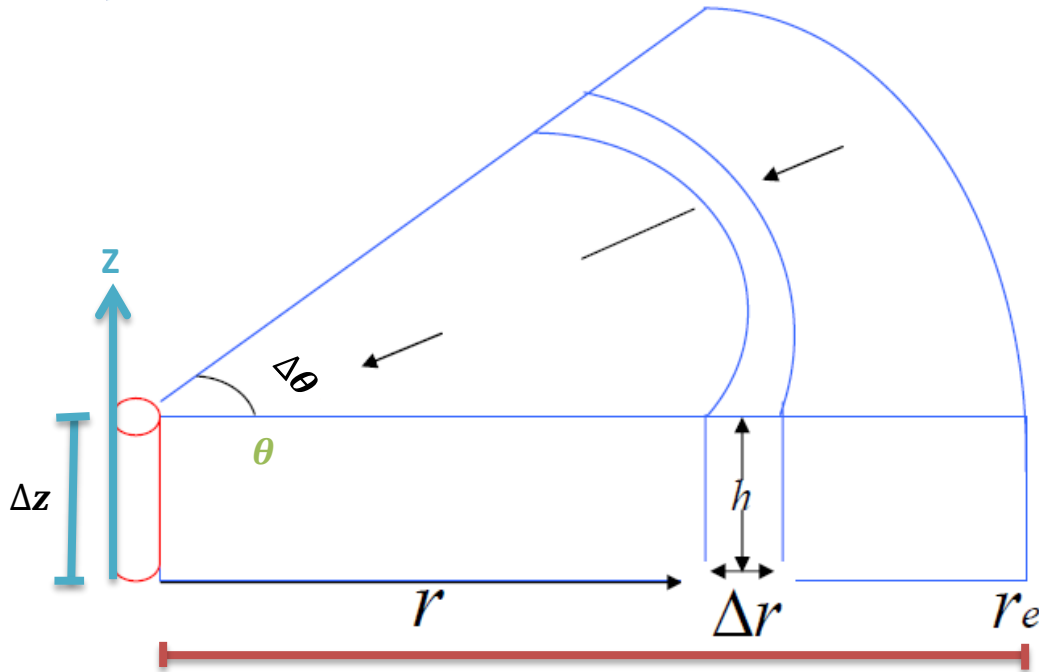


Figura 19 Volumen de control para un sistema de coordenadas radiales (Modificado de Da Prat, 2002)

El *principio de conservación de la masa*, es decir, el balance de materia para el volumen de control (VC) establecido es:

$$\text{Masa que entra al VC} - \text{Masa que sale del VC} = \text{Masa acumulada en el VC}$$

Reescribiendo el balance de materia anterior en términos del gasto másico, de la posición y del tiempo, se obtiene:

$$\begin{aligned} \rho A_r v \Delta t|_r - \rho A_r v \Delta t|_{r+\Delta r} &= \phi \rho VC|_{t+\Delta t} - \phi \rho VC|_t \\ \rho(r\Delta z\Delta\theta)v\Delta t|_r - \rho(r\Delta z\Delta\theta)v\Delta t|_{r+\Delta r} &= \phi\rho(r\Delta z\Delta\theta\Delta r)|_{t+\Delta t} - \phi\rho(r\Delta z\Delta\theta\Delta r)|_t \\ \Delta t[\rho(r\Delta z\Delta\theta)v|_r - \rho(r\Delta z\Delta\theta)v|_{r+\Delta r}] &= \phi\rho(r\Delta z\Delta\theta\Delta r)|_{t+\Delta t} - \phi\rho(r\Delta z\Delta\theta\Delta r)|_t \\ \rho(r\Delta z\Delta\theta)v|_r - \rho(r\Delta z\Delta\theta)v|_{r+\Delta r} &= \frac{\phi\rho(r\Delta z\Delta\theta\Delta r)|_{t+\Delta t} - \phi\rho(r\Delta z\Delta\theta\Delta r)|_t}{\Delta t} \end{aligned}$$

Dividiendo la expresión anterior entre $r\Delta z\Delta\theta\Delta r$:

$$\frac{\rho(r\Delta z\Delta\theta)v|_r - \rho(r\Delta z\Delta\theta)v|_{r+\Delta r}}{r\Delta z\Delta\theta\Delta r} = \frac{\phi\rho(r\Delta z\Delta\theta\Delta r)|_{t+\Delta t} - \phi\rho(r\Delta z\Delta\theta\Delta r)|_t}{\Delta t (r\Delta z\Delta\theta\Delta r)}$$



$$\frac{\rho r v|_r - \rho r v|_{r+\Delta r}}{r \Delta r} = \frac{\phi \rho|_{t+\Delta t} - \phi \rho|_t}{\Delta t} \quad (33)$$

La definición matemática de la derivada es la siguiente:

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Como se puede apreciar, cada una de las componentes de la ecuación (33) presenta una similitud con la definición de la derivada, por lo tanto se aplica el límite correspondiente a cada componente:

$$\lim_{\Delta r \rightarrow 0} \frac{\rho r v|_r - \rho r v|_{r+\Delta r}}{r \Delta r} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\phi \rho|_{t+\Delta t} - \phi \rho|_t}{\Delta t}$$

Aplicando la definición de la derivada (nótese que en el lado izquierdo de la igualdad, los términos de la definición de la derivada están invertidos, de ahí el signo negativo después de aplicarle el límite correspondiente) se obtiene:

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial \rho r v}{\partial r} = \frac{\partial \phi \rho}{\partial t}$$

Multiplicando la expresión anterior por -1 :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \rho r v}{\partial r} = -\frac{\partial \phi \rho}{\partial t} \quad (34)$$

La ecuación (34) es la *ecuación de continuidad para un sistema de coordenadas radiales*.

La *ley de Darcy* para un sistema de coordenadas radiales es:

$$v = -\frac{k}{\mu} \frac{dp}{dr}$$

Sustituyendo la ecuación de Darcy para un sistema de coordenadas radiales en la ecuación de continuidad correspondiente al mismo sistema, ecuación (34), se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\rho r \left(-\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \right) \right] = -\frac{\partial \phi \rho}{\partial t}$$

Multiplicando la expresión anterior por -1 :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\rho r \left(\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \right) \right] = \frac{\partial \phi \rho}{\partial t}$$



Debido a que se considera un medio isotrópico, la permeabilidad, k , será constante, además como se supone un fluido ligeramente compresible, la viscosidad del mismo, μ , se puede considerar constante, por lo tanto estas dos propiedades se pueden factorizar en la ecuación anterior:

$$\frac{k}{\mu r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\rho r \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right) \right] = \frac{\partial \phi \rho}{\partial t}$$

Realizando las derivadas en ambos lados de la igualdad mediante la regla de derivación de la multiplicación de tres funciones, se obtiene:

$$\frac{k}{\mu r} \left(\frac{\partial \rho}{\partial r} r \frac{\partial p}{\partial r} + \rho \frac{\partial r}{\partial r} \frac{\partial p}{\partial r} + \rho r \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} \right) = \phi \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial \phi}{\partial t}$$

Debido a que el cambio de la densidad con respecto a la posición, y el cambio de la porosidad y de la densidad con respecto al tiempo son muy pequeños y tienden a ser despreciable, se aplica la regla de la cadena a los términos $\frac{d\rho}{dr}$, $\frac{d\rho}{dt}$ y $\frac{d\phi}{dt}$, para obtener una expresión matemática que físicamente sea más evidente:

$$\frac{k}{\mu r} \left[\frac{\partial \rho}{\partial p} \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right) r \frac{\partial p}{\partial r} + \rho \frac{\partial p}{\partial r} + \rho r \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} \right] = \phi \frac{\partial \rho}{\partial p} \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right) + \rho \frac{\partial \phi}{\partial p} \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right)$$

Simplificando:

$$\frac{k}{\mu r} \left[\frac{\partial \rho}{\partial p} r \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)^2 + \rho \frac{\partial p}{\partial r} + \rho r \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} \right] = \phi \frac{\partial \rho}{\partial p} \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right) + \rho \frac{\partial \phi}{\partial p} \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right)$$

Debido a que se trata de un fluido ligeramente compresible los Δp van a ser muy pequeños, entonces al elevarlos al cuadrado serán aún más pequeños, por esta razón se considera que tienen un valor igual cero, por lo tanto se tiene que:

$$\frac{k}{\mu r} \left(\rho \frac{\partial p}{\partial r} + \rho r \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} \right) = \phi \frac{\partial \rho}{\partial p} \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right) + \rho \frac{\partial \phi}{\partial p} \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right)$$

Factorizando $\rho \phi \frac{dp}{dt}$ en el lado derecho de la igualdad:

$$\frac{k}{\mu r} \left(\rho \frac{\partial p}{\partial r} + \rho r \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} \right) = \phi \rho \frac{\partial p}{\partial t} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p} + \frac{1}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial p} \right) \quad (35)$$

La *ecuación de estado* que se utiliza para la deducción, es la ecuación de la compresibilidad isotérmica total del yacimiento, la cual es igual a:



$$c_t = c_{fuido} + c_{roca} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p} + \frac{1}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial p}$$

Sustituyendo la expresión anterior en la ecuación (35) se obtiene:

$$\frac{k}{\mu r} \left(\rho \frac{\partial p}{\partial r} + \rho r \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} \right) = \phi \rho \frac{\partial p}{\partial t} (c_t)$$

En cada variación de tiempo la densidad es transitoria, pero cada cierto tiempo la densidad es igual en el volumen de control, por lo tanto se puede factorizar:

$$\frac{k\rho}{\mu r} \left(\frac{\partial p}{\partial r} + r \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} \right) = \phi \rho \frac{\partial p}{\partial t} (c_t)$$

Simplificando y reordenando la expresión anterior se obtiene:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} = \frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (36)$$

La ecuación (36) es la *ecuación de difusión para un sistema de coordenadas radiales*.

La aplicación de las soluciones de las ecuaciones de difusión tanto en coordenadas cartesianas como radiales, para condiciones del yacimiento, han demostrado por años su valor práctico, ya que debido a su utilidad y simplicidad, se han convertido en las bases fundamentales para las técnicas de análisis de pruebas de presión comúnmente utilizadas (**Matthews, C. S., Rusell, D. G., 1967, p. 10**).

1.1.7.4 Ecuación de difusión para una geometría de flujo radial

En una geometría de flujo radial las líneas de flujo convergen en el pozo a partir de todas las direcciones, por lo tanto la *ecuación de difusión para una geometría de flujo radial* es:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right) \right] = \frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (37)$$

1.1.7.5 Ecuación de difusión para una geometría de flujo esférico

El flujo esférico ocurre cuando las líneas de flujo convergen en un punto, por lo tanto la *ecuación de difusión para una geometría de flujo esférico* es:



$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^2 \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right) \right] = \frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (38)$$

1.1.8 Variables adimensionales

En el análisis de pruebas de presión se utilizan con gran frecuencia las variables adimensionales. La ecuación de difusión involucra una gran cantidad de propiedades del yacimiento, tales como la permeabilidad, la viscosidad, la compresibilidad, la porosidad, el factor de volumen de formación, el gasto, las dimensiones del sistema, etc., por lo tanto es imposible trabajar la solución de dicha ecuación sin el uso de métodos numéricos iterativos, lo cual no resulta práctico para el análisis de pruebas de presión; por esta razón se hace uso de las variables adimensionales.

Las variables adimensionales son una combinación de variables que forman grupos adimensionales, éstas son directamente proporcionales a la variable real. Las variables adimensionales tiene como objetivo eliminar la presencia de variables del yacimiento en la solución de la ecuación de difusión, es decir, simplificar los modelos del yacimiento agrupando los parámetros del mismo (tal como la k), reduciendo así el número total de incógnitas.

En este tipo de variables se considera que la permeabilidad, la viscosidad, la compresibilidad, la porosidad, el factor de volumen de formación y el espesor del yacimiento son constantes (**Horne, 1990, p. 8**).

A continuación se muestra una Tabla de los sistemas de unidades que se emplean en las variables reales y los valores de los factores de conversión, que conforman a las variables adimensionales.

Sistema de unidades y factores de conversión			
Variable	Símbolo	Unidades	
		Británicas de campo	Métricas
Presión	p	psi	$\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$
Permeabilidad	k	md	md
Longitud, ancho y espesor	L, b, h, r	ft	m



Viscosidad	μ	cp	cp
Gasto	q	bpd	$\frac{\text{m}^3}{\text{día}}$
Porosidad	ϕ	fracción	fracción
Compresibilidad total	c_t	psi ⁻¹	$\left(\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}\right)^{-1}$
Tiempo	t	hr	hr
Factor de conversión	β	2.637×10^{-4}	3.489×10^{-4}
Factor de conversión	α	141.2	19.03
Factor de conversión	α_L	887.2	119.58
Factor de conversión	α_{sph}	70.6	9.52

*El factor de conversión denotado con la letra griega α sin subíndice corresponde a una geometría de flujo radial, mientras que los que presentan el subíndice L y sph corresponden a una geometría de flujo lineal y esférico respectivamente.

Tabla 4 Sistema de unidades de las variables reales y valores de los factores de conversión que conforman a las variables adimensionales (Modificado de apuntes de caracterización dinámica de yacimientos, 2015)

Las variables adimensionales correspondientes a las geometrías de flujo más comunes (lineal, radial y esférico) se muestran a continuación.



1.1.8.1 Variables adimensionales para una geometría de flujo lineal

Variables adimensionales		
<i>Presión adimensional</i>	<i>Tiempo adimensional</i>	<i>Distancia adimensional</i>
$p_{DL} = \frac{kbh\Delta p}{\alpha_L q B \mu L}$	$t_{DL} = \frac{\beta kt}{\phi \mu c_t L^2}$	$x_D = \frac{x}{L}$

Tabla 5 Variables adimensionales para una geometría de flujo lineal

1.1.8.2 Variables adimensionales para una geometría de flujo radial

Variables adimensionales		
<i>Presión adimensional</i>	<i>Tiempo adimensional</i>	<i>Radio adimensional</i>
$p_D = \frac{kh\Delta p}{\alpha q B \mu}$	$t_D = \frac{\beta kt}{\phi \mu c_t r_w^2}$	$r_D = \frac{r}{r_w}$

Tabla 6 Variables adimensionales para una geometría de flujo radial

1.1.8.3 Variables adimensionales para una geometría de flujo esférico

Variables adimensionales		
<i>Presión adimensional</i>	<i>Tiempo adimensional</i>	<i>Radio adimensional</i>
$p_{Dsph} = \frac{kr_w \Delta p}{\alpha_{sph} q B \mu}$	$t_{Dsph} = \frac{\beta kt}{\phi \mu c_t r_w^2}$	$r_{Dsph} = \frac{r}{r_w}$

Tabla 7 Variables adimensionales para una geometría de flujo esférico

1.1.9 Ecuación de difusión en variables adimensionales para una geometría de flujo lineal

La ecuación de difusión en variables reales para una geometría de flujo lineal es:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t}$$

El cambio de presión (Δp) en un yacimiento con una geometría de flujo lineal, matemáticamente se define de la siguiente forma:



$$\Delta p = p_i - p(x,t) \quad (39)$$

donde:

Δp es el cambio de presión

p_i es la presión inicial en el yacimiento

$p(x,t)$ es la presión correspondiente a una posición y a un tiempo dado

Recordando la definición de las variables adimensionales para una geometría de flujo lineal, sin considerar los factores de conversión por practicidad:

$$p_{DL} = \frac{kbh\Delta p}{qB\mu L}$$

$$t_{DL} = \frac{kt}{\phi\mu c_t L^2}$$

$$x_D = \frac{x}{L}$$

Sustituyendo el cambio de presión en el yacimiento, ecuación (39), en la definición matemática de la presión adimensional para una geometría de flujo lineal, se obtiene la siguiente expresión:

$$p_{DL} = \frac{kbh[p_i - p(x,t)]}{qB\mu L}$$

Despejando la presión en variables reales $p(x,t)$:

$$p(x,t) = p_i - \frac{p_{DL} qB\mu L}{kbh} \quad (40)$$

A partir de la ecuación (40) se obtendrá la segunda derivada del lado izquierdo de la igualdad de la ecuación de difusión en variables reales para una geometría de flujo lineal, $\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}$.

Se inicia obteniendo la primera derivada de la presión con respecto a la posición $\frac{\partial p(x,t)}{\partial x}$, es decir, la derivada de la ecuación (40) con respecto a la posición:

$$\frac{\partial p(x,t)}{\partial x} = 0 - \frac{qB\mu L}{kbh} \frac{\partial p_{DL}}{\partial x}$$



*Cabe recordar que en las variables adimensionales las propiedades del sistema roca-fluidos se consideran constantes.

En la expresión anterior se aplica la regla de la cadena al término $\frac{\partial p_{DL}}{\partial x}$, dando como resultado:

$$\frac{\partial p(x, t)}{\partial x} = -\frac{qB\mu L}{kbh} \frac{\partial p_{DL}}{\partial x_D} \left(\frac{\partial x_D}{\partial x} \right)$$

La derivada de la distancia adimensional con respecto a la distancia, $\frac{\partial x_D}{\partial x}$, es igual a $\frac{1}{L}$, ya que $x_D = \frac{x}{L}$, sustituyendo esta igualdad se tiene que:

$$\frac{\partial p(x, t)}{\partial x} = -\frac{qB\mu}{kbh} \frac{\partial p_{DL}}{\partial x_D} \quad (41)$$

A partir de la ecuación (41) se obtendrá la segunda derivada de la presión con respecto a la posición:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial p(x, t)}{\partial x} \right) = -\frac{qB\mu}{kbh} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial p_{DL}}{\partial x_D} \right)$$

Aplicando una vez más la regla de la cadena, pero esta vez al término $\frac{\partial}{\partial x}$ del lado derecho de la igualdad, se obtiene:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial p(x, t)}{\partial x} \right) = -\frac{qB\mu}{kbh} \frac{\partial}{\partial x_D} \left(\frac{\partial p_{DL}}{\partial x_D} \right) \left(\frac{\partial x_D}{\partial x} \right)$$

Sustituyendo el valor de $\frac{\partial x_D}{\partial x}$ y realizando las derivadas correspondientes:

$$\frac{\partial^2 p(x, t)}{\partial x^2} = -\frac{qB\mu}{kbh} \frac{\partial^2 p_{DL}}{\partial x_D^2} \left(\frac{1}{L} \right)$$

$$\frac{\partial^2 p(x, t)}{\partial x^2} = -\frac{qB\mu}{kbhL} \frac{\partial^2 p_{DL}}{\partial x_D^2} \quad (42)$$

A continuación se obtendrá la derivada del lado derecho de la igualdad de la ecuación de difusión para una geometría de flujo lineal en variables reales, $\frac{\partial p}{\partial t}$, a partir de la derivada de la ecuación (40) con respecto al tiempo:

$$\frac{\partial p(x, t)}{\partial t} = 0 - \frac{qB\mu L}{kbh} \frac{\partial p_{DL}}{\partial t}$$



Una vez más se aplica la regla de la cadena pero esta vez al término $\frac{\partial p_{DL}}{\partial t}$:

$$\frac{\partial p(x, t)}{\partial t} = -\frac{qB\mu L}{kbh} \frac{\partial p_{DL}}{\partial t_D} \left(\frac{\partial t_D}{\partial t} \right) \quad (43)$$

A partir de la definición del tiempo adimensional $t_{DL} = \frac{kt}{\phi\mu c_t L^2}$, es claro que:

$$\frac{\partial t_D}{\partial t} = \frac{k}{\phi\mu c_t L^2} \quad (44)$$

Sustituyendo la ecuación (44) en la ecuación (43):

$$\frac{\partial p(x, t)}{\partial t} = -\frac{qB\mu}{kbh} \frac{\partial p_{DL}}{\partial t_D} \frac{k}{\phi\mu c_t L} \quad (45)$$

Recordando que la ecuación de difusión para una geometría de flujo lineal en variables reales es:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{\phi\mu c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t}$$

Sustituyendo las correspondientes igualdades en variables adimensionales de las derivadas de la expresión anterior, las cuales fueron obtenidas en los pasos anteriores, ecuaciones (42) y (45), se obtiene:

$$-\frac{qB\mu}{kbhL} \frac{\partial^2 p_{DL}}{\partial x_D^2} = \frac{\phi\mu c_t}{k} \left(-\frac{qB\mu}{kbh} \frac{\partial p_{DL}}{\partial t_D} \frac{k}{\phi\mu c_t L} \right)$$

Eliminando términos semejantes:

$$\frac{\partial^2 p_{DL}}{\partial x_D^2} = \frac{\partial p_{DL}}{\partial t_D} \quad (46)$$

La ecuación (46) es la *ecuación de difusión para una geometría de flujo lineal en variables adimensionales*.

1.1.10 Ecuación de difusión en variables adimensionales para una geometría de flujo radial

La ecuación de difusión en variables reales para una geometría de flujo radial es:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} = \frac{\phi\mu c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t}$$



El cambio de presión (Δp) en un yacimiento con una geometría de flujo radial, matemáticamente se define de la siguiente manera:

$$\Delta p = p_i - p(r, t) \quad (47)$$

Recordando la definición de las variables adimensionales para una geometría de flujo radial, sin considerar los factores de conversión por practicidad:

$$p_D = \frac{kh\Delta p}{qB\mu}$$

$$t_D = \frac{kt}{\phi\mu c_t r_w^2}$$

$$r_D = \frac{r}{r_w}$$

Sustituyendo el cambio de presión en el yacimiento, ecuación (47), en la definición matemática de la presión adimensional para una geometría de flujo radial, se obtiene la siguiente expresión:

$$p_D = \frac{kh[p_i - p(r, t)]}{qB\mu}$$

Despejando la presión en variables reales $p(r, t)$:

$$p(r, t) = p_i - \frac{p_D qB\mu}{kh} \quad (48)$$

A partir de la ecuación (48) se obtendrán las derivadas del lado izquierdo de la igualdad de la ecuación de difusión en variables reales para una geometría de flujo radial, $\frac{\partial p}{\partial r}$ y $\frac{\partial^2 p}{\partial r^2}$.

Se inicia obteniendo la primera derivada de la presión con respecto a la posición radial $\frac{\partial p(r, t)}{\partial r}$, es decir, la derivada de la ecuación (48) con respecto a la posición:

$$\frac{\partial p(r, t)}{\partial r} = 0 - \frac{qB\mu}{kh} \frac{\partial p_D}{\partial r}$$

En la expresión anterior se aplica la regla de la cadena al término $\frac{\partial p_D}{\partial r}$, obteniendo:

$$\frac{\partial p(r, t)}{\partial r} = - \frac{qB\mu}{kh} \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \left(\frac{\partial r_D}{\partial r} \right)$$



La derivada del radio adimensional con respecto al radio, $\frac{\partial r_D}{\partial r}$, es igual a $\frac{1}{r_w}$, ya que $r_D = \frac{r}{r_w}$, sustituyendo esta igualdad se obtiene:

$$\frac{\partial p(r,t)}{\partial r} = -\frac{qB\mu}{khr_w} \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \quad (49)$$

A partir de la ecuación (49) se obtendrá la segunda derivada de la presión con respecto a la posición radial:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial p(r,t)}{\partial r} \right) = -\frac{qB\mu}{khr_w} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right)$$

Aplicando una vez más la regla de la cadena, pero esta vez al término $\frac{\partial}{\partial r}$ del lado derecho de la igualdad, se tiene que:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial p(r,t)}{\partial r} \right) = -\frac{qB\mu}{khr_w} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(\frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right) \left(\frac{\partial r_D}{\partial r} \right)$$

Sustituyendo el valor de $\frac{\partial r_D}{\partial r}$ y realizando las derivadas correspondientes:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 p(r,t)}{\partial r^2} &= -\frac{qB\mu}{khr_w} \frac{\partial^2 p_D}{\partial r_D^2} \left(\frac{1}{r_w} \right) \\ \frac{\partial^2 p(r,t)}{\partial r^2} &= -\frac{qB\mu}{khr_w^2} \frac{\partial^2 p_D}{\partial r_D^2} \end{aligned} \quad (50)$$

A continuación se obtendrá la derivada del lado derecho de la igualdad de la ecuación de difusión para una geometría de flujo radial en variables reales, $\frac{\partial p}{\partial t}$, a partir de la derivada de la ecuación (48) con respecto al tiempo:

$$\frac{\partial p(r,t)}{\partial t} = 0 - \frac{qB\mu}{kh} \frac{\partial p_D}{\partial t}$$

En la expresión anterior se aplica la regla de la cadena al término $\frac{\partial p_D}{\partial t}$, obteniendo:

$$\frac{\partial p(r,t)}{\partial t} = -\frac{qB\mu}{kh} \frac{\partial p_D}{\partial t_D} \left(\frac{\partial t_D}{\partial t} \right) \quad (51)$$

A partir de la definición del tiempo adimensional $t_D = \frac{kt}{\phi\mu c_t r_w^2}$, es claro que:



$$\frac{\partial t_D}{\partial t} = \frac{k}{\phi \mu c_t r_w^2} \quad (52)$$

Sustituyendo la ecuación (52) en la ecuación (51):

$$\frac{\partial p(r,t)}{\partial t} = -\frac{qB\mu}{kh} \frac{\partial p_D}{\partial t_D} \frac{k}{\phi \mu c_t r_w^2} \quad (53)$$

Recordando que la ecuación de difusión para una geometría de flujo radial en variables reales es:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} = \frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t}$$

Sustituyendo las correspondientes igualdades en variables adimensionales de las derivadas de la expresión anterior, las cuales fueron obtenidas en los pasos anteriores, ecuaciones (49), (50) y (53), se obtiene:

$$\frac{1}{r} \left(-\frac{qB\mu}{khr_w} \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right) + \left[\left(-\frac{qB\mu}{khr_w^2} \right) \frac{\partial^2 p_D}{\partial r_D^2} \right] = \frac{\phi \mu c_t}{k} \left(-\frac{qB\mu}{kh} \frac{\partial p_D}{\partial t_D} \frac{k}{\phi \mu c_t r_w^2} \right)$$

Factorizando el término $-\frac{qB\mu}{khr_w^2}$ en el lado izquierdo de la igualdad:

$$-\frac{qB\mu}{khr_w^2} \left[\frac{r_w}{r} \frac{\partial p_D}{\partial r_D} + \frac{\partial^2 p_D}{\partial r_D^2} \right] = \frac{\phi \mu c_t}{k} \left(-\frac{qB\mu}{kh} \frac{\partial p_D}{\partial t_D} \frac{k}{\phi \mu c_t r_w^2} \right)$$

Eliminando términos semejantes y sustituyendo la definición del radio adimensional r_D :

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial p_D}{\partial r_D} + \frac{\partial^2 p_D}{\partial r_D^2} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D} \quad (54)$$

La ecuación (54) es la ecuación de difusión para una geometría de flujo radial en variables adimensionales.

1.1.11 Solución a la ecuación de difusión en variables adimensionales, para una geometría de flujo radial

Para la solución de la ecuación de difusión en variables adimensionales, correspondiente a una geometría de flujo radial, se realizan las siguientes suposiciones, la cuales se ilustran en la Figura 20:

- ✓ Yacimiento infinito, homogéneo, isotrópico, de espesor constante, limitado en la cima y en la base por capas impermeables.
- ✓ Una geometría de flujo radial.
- ✓ Un pozo produciendo a un gasto constante.
- ✓ Se considera que al tiempo inicial ($t = 0$) el yacimiento está uniformemente presurizado a un valor p_i , es decir, que la presión en el yacimiento está estabilizada.

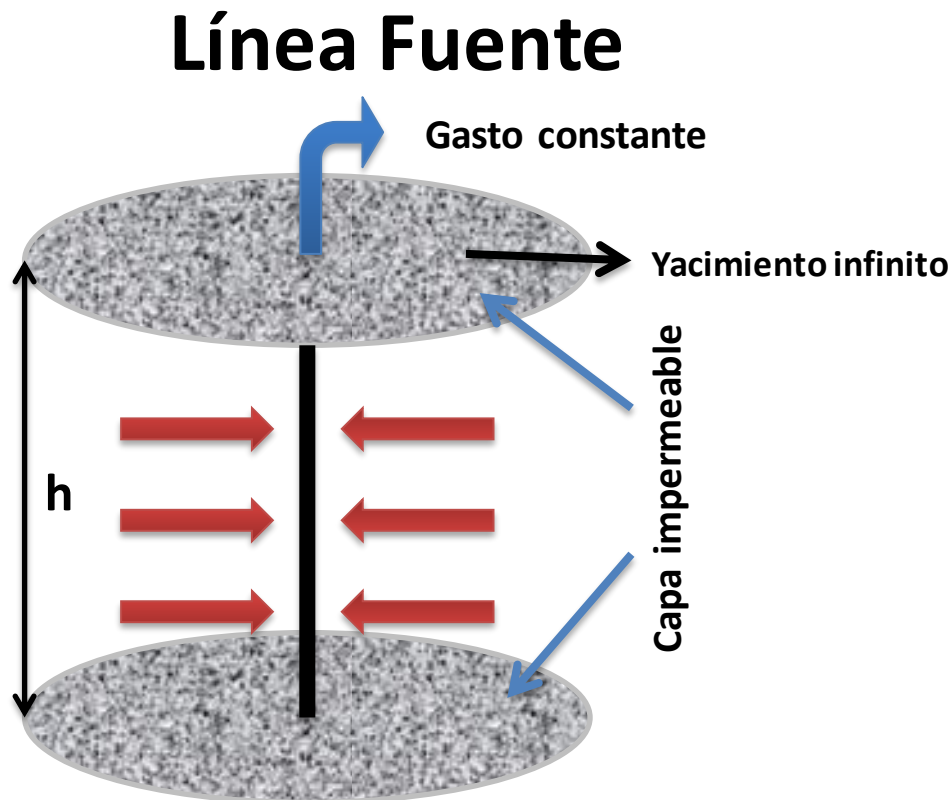


Figura 20 Representación gráfica de las suposiciones realizadas para la solución de la ecuación de difusión en variables adimensionales correspondiente una geometría de flujo radial

La ecuación de difusión en variables adimensionales para una geometría de flujo radial es:



$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial p_D}{\partial r_D} + \frac{\partial^2 p_D}{\partial r_D^2} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D}$$

La solución de dicha ecuación para el caso de un yacimiento infinito (régimen transitorio) es llamada *solución línea fuente*, la cual se define matemáticamente de la siguiente forma:

$$p_D(r_D, t_D) = -\frac{1}{2} E_i \left(-\frac{r_D^2}{4t_D} \right) \tag{55}$$

En la ecuación (55) la función E_i es conocida como integral exponencial, y debido a que en este caso de estudio el valor de la función E_i se empleará para obtener la presión del sistema, dicha función es acotada en el rango de valores del argumento (x) que hacen que sea positiva y se encuentre dentro del conjunto de los números reales, ya que físicamente no existen presiones negativas y valores complejos no tienen cabida. Los valores del argumento x que satisfacen esta condición son valores mayores a cero. Por lo tanto la función E_i para valores del argumento x mayores a cero adquiere otra denotación matemática (E_1) y se define de la siguiente manera:

$$E_1(x) = \int_x^\infty \frac{e^{-u}}{u} du = \left[\ln x - \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2(2!)} - \frac{x^3}{x(3!)} + \dots \right] \tag{56}$$

Los valores tabulados de la función E_1 así como su respectiva gráfica, fueron presentados por **Craft, Hawkins y Terry (1991)**, los cuales se muestran a continuación.

Valores de la función $E_1(x)$ como una función de x					
x	$E_1(x)$	x	$E_1(x)$	x	$E_1(x)$
0.1	1.82292	4.3	0.00263	8.5	0.00002
0.2	1.22265	4.4	0.00234	8.6	0.00002
0.3	0.90568	4.5	0.00207	8.7	0.00002
0.4	0.70238	4.6	0.00184	8.8	0.00002
0.5	0.55977	4.7	0.00164	8.9	0.00001



0.6	0.45438	4.8	0.00145	9	0.00001
0.7	0.37377	4.9	0.00129	9.1	0.00001
0.8	0.3106	5	0.00115	9.2	0.00001
0.9	0.26018	5.1	0.00102	9.3	0.00001
1	0.21938	5.2	0.00091	9.4	0.00001
1.1	0.18599	5.3	0.00081	9.5	0.00001
1.2	0.15841	5.4	0.00072	9.6	0.00001
1.3	0.13545	5.5	0.00064	9.7	0.00001
1.4	0.11622	5.6	0.00057	9.8	0.00001
1.5	0.10002	5.7	0.00051	9.9	0.00000
1.6	0.08631	5.8	0.00045	10	0.00000
1.7	0.07465	5.9	0.0004		
1.8	0.06471	6	0.00036		
1.9	0.0562	6.1	0.00032		
2	0.0489	6.2	0.00029		
2.1	0.04261	6.3	0.00026		
2.2	0.03719	6.4	0.00023		
2.3	0.0325	6.5	0.0002		
2.4	0.02844	6.6	0.00018		
2.5	0.02491	6.7	0.00016		
2.6	0.02185	6.8	0.00014		



2.7	0.01918	6.9	0.00013
2.8	0.01686	7	0.00012
2.9	0.01482	7.1	0.0001
3	0.01305	7.2	0.00009
3.1	0.01149	7.3	0.00008
3.2	0.01013	7.4	0.00007
3.3	0.00894	7.5	0.00007
3.4	0.00789	7.6	0.00006
3.5	0.00697	7.7	0.00005
3.6	0.00616	7.8	0.00005
3.7	0.00545	7.9	0.00004
3.8	0.00482	8	0.00004
3.9	0.00427	8.1	0.00003
4	0.00378	8.2	0.00003
4.1	0.00335	8.3	0.00003
4.2	0.00297	8.4	0.00002

Tabla 8 Valores de la función E_1 (Modificado de Craft, Hawkins y Terry, 1991)

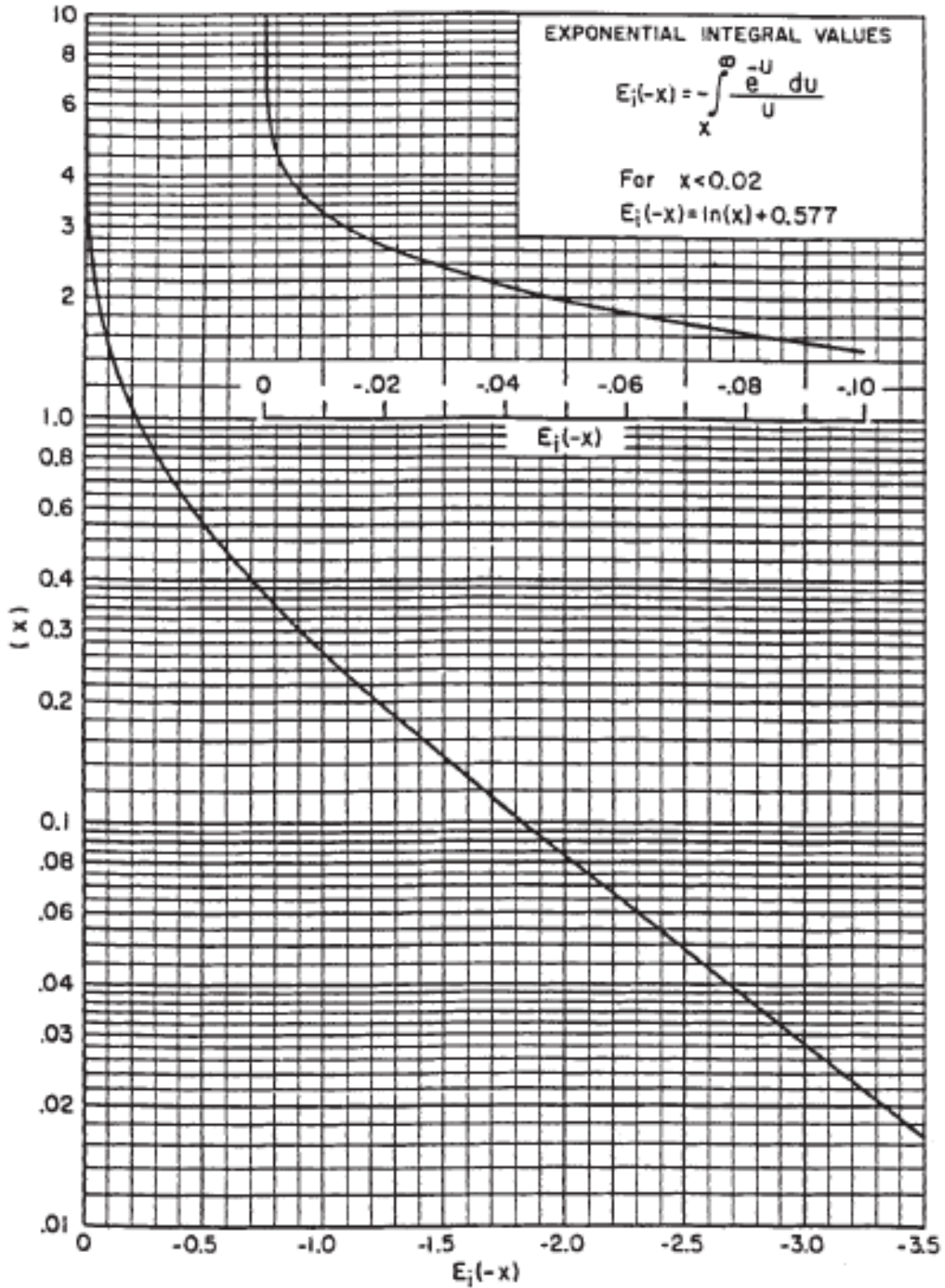


Figura 21 Gráfica de la función E_1 (Craft, Hawkins y Terry, 1991)



La función integral exponencial E_1 , ecuación (56), también puede ser resuelta mediante su aproximación logarítmica, la cual matemáticamente se expresa de la siguiente forma:

$$E_1(x) = -\gamma + \ln\left(\frac{1}{x}\right) - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot x^n}{n \cdot n!} \quad (57)$$

En la ecuación (57) la variable γ es conocida como la constante de Euler:

$$\gamma = 0.577216$$

Cuando $0 < x < 0.01$, la aproximación logarítmica de la integral exponencial, ecuación (57), se simplifica, quedando como:

$$E_1(x) = -\gamma + \ln\left(\frac{1}{x}\right) \quad (58)$$

Cabe mencionar que en las ecuaciones anteriores para nuestro caso de estudio el argumento x es:

$$x = \frac{r_D^2}{4t_D} \quad (59)$$

Sustituyendo la definición de las variables adimensionales para una geometría de flujo radial:

$$x = \frac{r_D^2}{4t_D} = \frac{\frac{r^2}{r_w^2}}{4\left(\frac{\beta kt}{\phi \mu c_t r_w^2}\right)}$$

Eliminando términos semejantes se obtiene la definición matemática del argumento x para nuestro caso particular:

$$x = \frac{\phi \mu c_t r^2}{4\beta kt} \quad (60)$$

Si en la solución se utilizan unidades del sistema inglés, la ecuación (60) es igual a:

$$x = \frac{\phi \mu c_t r^2}{4(2.637 \times 10^{-4})kt} \quad (61)$$



Por lo tanto a partir de lo anterior se establece que la *solución general de la ecuación de difusión en variables adimensionales para una geometría de flujo radial* es:

$$p_D(r_D, t_D) = \frac{1}{2} E_1 \left(\frac{r_D^2}{4t_D} \right) \quad (62)$$

$$\forall x > 0 \mid x = \frac{r_D^2}{4t_D} = \frac{\phi \mu c_t r^2}{4\beta k t}$$

Como se mencionó anteriormente la integral exponencial E_1 puede ser resuelta mediante su aproximación logarítmica simplificada, ecuación (58), por lo tanto la *solución general* de la ecuación de difusión en variables adimensionales para una geometría de flujo radial, ecuación (62), puede ser aproximada logarítmicamente cuando el argumento x es menor a 0.01 y mayor a 0.

Sustituyendo la aproximación logarítmica de la integral exponencial E_1 cuando $0 < x < 0.01$, ecuación (58), en la *solución general*, ecuación (62):

$$p_D(r_D, t_D) = \frac{1}{2} \left[-\gamma + \ln \left(\frac{1}{x} \right) \right]$$

Sustituyendo la definición del argumento x para nuestro caso de estudio ($x = \frac{r_D^2}{4t_D}$):

$$p_D(r_D, t_D) = \frac{1}{2} \left[-\gamma + \ln \left(\frac{4t_D}{r_D^2} \right) \right]$$

Sustituyendo el valor de la constante de Euler y aplicando la propiedad del logaritmo natural de la división de dos números:

$$p_D(r_D, t_D) = \frac{1}{2} \left[-0.577216 + \ln(4) + \ln \left(\frac{t_D}{r_D^2} \right) \right]$$

Realizando la suma de las constantes se obtiene la siguiente expresión:

$$p_D(r_D, t_D) = \frac{1}{2} \left[\ln \left(\frac{t_D}{r_D^2} \right) + 0.80907 \right] \quad (63)$$

$$\forall 0 < x < 0.01 \mid x = \frac{r_D^2}{4t_D} = \frac{\phi \mu c_t r^2}{4\beta k t}$$

La ecuación (63) es la *aproximación logarítmica para puntos de observación de la ecuación de difusión en variables adimensionales para una geometría de flujo*



radial, la cual nos permite obtener la presión adimensional en cualquier punto y tiempo del yacimiento.

Si se desea obtener la presión adimensional en el pozo a cualquier tiempo, es decir, la presión adimensional cuando $r = r_w$ ($\therefore r_D = 1$), se emplea la ecuación (64):

$$p_D(t_D) = \frac{1}{2} [\ln(t_D) + 0.80907] \quad (64)$$

$$\forall 0 < x < 0.01 \mid x = \frac{r_D^2}{4t_D} = \frac{\phi\mu c_t r^2}{4\beta kt}$$

La ecuación (64) es la *aproximación logarítmica en el pozo de la ecuación de difusión en variables adimensionales para una geometría de flujo radial*.

A continuación se obtendrá la aproximación en logaritmo base 10 de la ecuación de difusión en variables adimensionales para una geometría de flujo radial, con base en la aproximación logarítmica para puntos de observación, ecuación (63).

La relación entre un logaritmo base 10 y un logaritmo natural es la siguiente:

$$\log(x) = \frac{\ln(x)}{2.302585093}$$

Despejando el logaritmo natural:

$$\ln(x) = 2.302585093 \log(x) \quad (65)$$

Sustituyendo la función logaritmo natural, ecuación (65), en la aproximación logarítmica para puntos de observación, ecuación (63):

$$p_D(r_D, t_D) = \frac{1}{2} [2.302585093 \log(x) + 0.80907]$$

Factorizando el número 2.302585093:

$$p_D(r_D, t_D) = \frac{2.302585093}{2} \left[\log(x) + \frac{0.80907}{2.302585093} \right]$$

Simplificando:

$$p_D(r_D, t_D) = 1.151 [\log(x) + 0.351374]$$



Sustituyendo la definición del argumento x correspondiente a la ecuación (63), $x = \left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)$:

$$p_D(r_D, t_D) = 1.151 \left[\log \left(\frac{t_D}{r_D^2} \right) + 0.351374 \right] \quad (66)$$

$$\forall 0 < x < 0.01 \mid x = \frac{r_D^2}{4t_D} = \frac{\phi\mu c_t r^2}{4\beta kt}$$

La ecuación (66) es la *aproximación en logaritmo base 10 para puntos de observación*, la cual nos permite obtener la presión adimensional en cualquier punto y tiempo del yacimiento.

De igual forma que en la aproximación logarítmica, si se desea obtener la presión adimensional en el pozo en cualquier tiempo, es decir, la presión cuando $r = r_w$ ($\because r_D = 1$), se emplea la ecuación (67):

$$p_D(t_D) = 1.151 [\log(t_D) + 0.351374] \quad (67)$$

$$\forall 0 < x < 0.01 \mid x = \frac{r_D^2}{4t_D} = \frac{\phi\mu c_t r^2}{4\beta kt}$$

La ecuación (67) es la *aproximación en logaritmo base 10 en el pozo*.

A continuación se convertirá la aproximación en logaritmo base 10 en variables adimensionales en el pozo a variables reales.

Recordando la definición de las variables adimensionales para una geometría de flujo radial:

$$p_D = \frac{kh\Delta p}{\alpha q B \mu}$$

$$t_D = \frac{\beta kt}{\phi\mu c_t r_w^2}$$

$$r_D = \frac{r}{r_w}$$

La aproximación en logaritmo base 10 en variables adimensionales en el pozo es:

$$p_D(t_D) = 1.151 [\log(t_D) + 0.351374]$$

Sustituyendo la presión y el tiempo adimensional en la expresión anterior:



$$\frac{kh\Delta p}{\alpha q B \mu} = 1.151 \left[\log \left(\frac{\beta k t}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) + 0.351374 \right]$$

Despejando el cambio de presión Δp :

$$\Delta p = \frac{\alpha q B \mu}{kh} \left\{ 1.151 \left[\log \left(\frac{\beta k t}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) + 0.351374 \right] \right\}$$

Factorizando y aplicando la propiedad del logaritmo de la división de dos números, se obtiene la siguiente expresión:

$$\Delta p = \frac{1.151 \alpha q B \mu}{kh} \left[\log t + \log \left(\frac{\beta k}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) + 0.351374 \right] \quad (68)$$

$$\forall 0 < x < 0.01 \mid x = \frac{r_D^2}{4t_D} = \frac{\phi \mu c_t r^2}{4\beta k t}$$

La ecuación (68) es la *aproximación en logaritmo base 10 en variables reales para puntos de observación en el pozo*, la cual nos permite conocer la caída de presión en el pozo a cualquier tiempo.

A continuación se obtendrá la aproximación en logaritmo base 10 en variables reales en el pozo considerando el factor de daño (s).

El daño se define como la alteración natural o inducida de las propiedades petrofísicas de la roca de formación, que caracterizan el flujo de fluidos a través de la misma. Por lo tanto el daño generará una caída de presión adicional en el yacimiento, entonces para que la aproximación en logaritmo base 10 en variables reales en el pozo esté completa, ecuación (68), se le debe agregar la caída de presión adicional generada por el daño.

El factor de daño matemáticamente se define de la siguiente forma:

$$s = \frac{kh\Delta p_s}{\alpha q B \mu} \quad (69)$$

Despejando el cambio de presión debido al factor de daño:

$$\Delta p_s = \frac{s\alpha q B \mu}{kh} \quad (70)$$

Sumando el cambio de presión debido al daño, ecuación (70), a la aproximación en logaritmo base 10 en variables reales en el pozo, ecuación (68):



$$\Delta p = \frac{1.151\alpha q B \mu}{kh} \left[\log t + \log \left(\frac{\beta k}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) + 0.351374 \right] + \Delta p_s$$

Sustituyendo la definición matemática del cambio de presión debido al factor de daño:

$$\Delta p = \frac{1.151\alpha q B \mu}{kh} \left[\log t + \log \left(\frac{\beta k}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) + 0.351374 \right] + \frac{s \alpha q B \mu}{kh}$$

Factorizando:

$$\Delta p = \frac{1.151\alpha q B \mu}{kh} \left\{ \left[\log t + \log \left(\frac{\beta k}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) + 0.351374 \right] + \frac{s}{1.151} \right\} \quad (71)$$

$$\forall 0 < x < 0.01 \mid x = \frac{r_D^2}{4t_D} = \frac{\phi \mu c_t r^2}{4(2.637x^{-4})kt}$$

La ecuación (71) es la *aproximación en logaritmo base 10 en variables reales en el pozo considerando el factor de daño*. Cabe recalcar una vez más que todas las aproximaciones realizadas anteriormente únicamente son válidas cuando:

$$0 < x = \frac{\phi \mu c_t r^2}{4\beta kt} < 0.01$$

1.2 Elementos que controlan el movimiento de fluidos dentro del yacimiento

1.2.1 Porosidad

La porosidad es una medida de la capacidad de la roca para el almacenamiento de fluidos. Esta propiedad petrofísica de la roca presenta dos formas de clasificación, de acuerdo a su origen y de acuerdo a la conectividad o comunicación de los poros, tal como se muestra en la Figura 22.

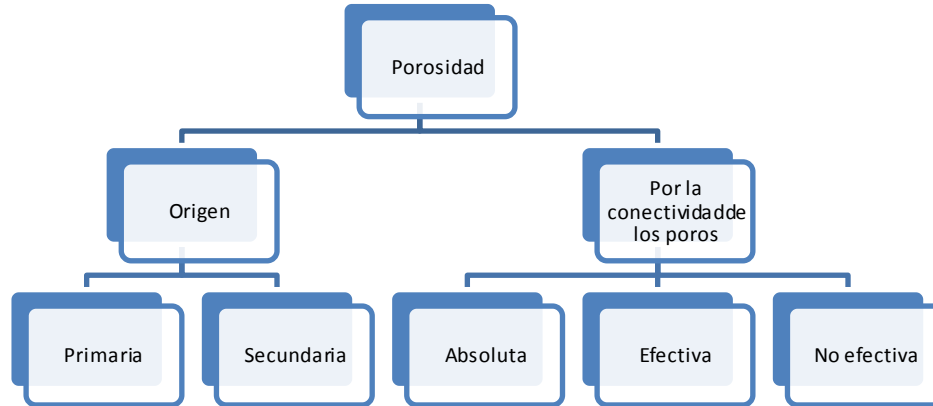


Figura 22 Clasificación de la porosidad de la roca

1.2.1.1 Clasificación de la porosidad de acuerdo a su origen

1.2.1.1.1 Porosidad primaria o intergranular

La *porosidad primaria* también conocida como *porosidad original*, hace referencia a la porosidad que se generó al mismo tiempo que se depositaron los sedimentos, este tipo de porosidad está constituida por los espacios vacíos que quedan entre los granos y los fragmentos de minerales después de que estos se acumulan como sedimentos (Paris de Ferrer, 2009, p. 223), la Figura 23 muestra dicho tipo de porosidad.

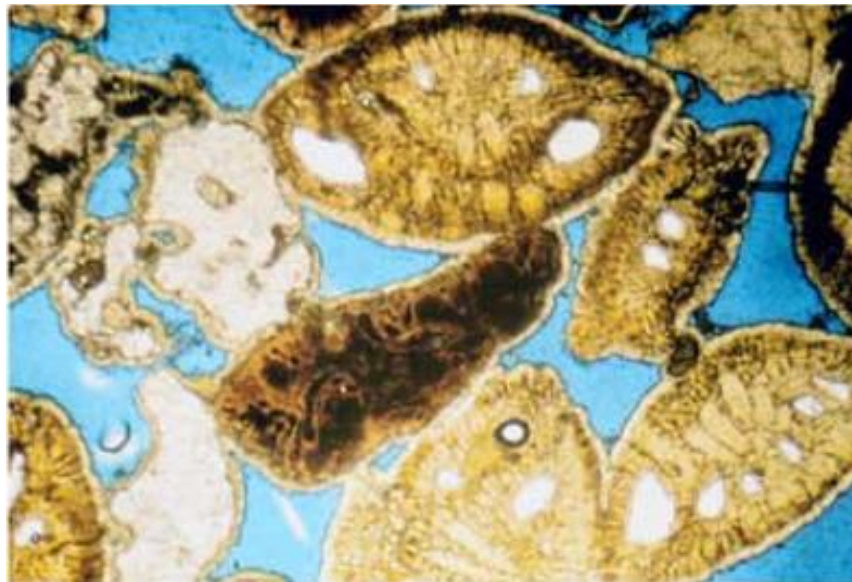


Figura 23 Porosidad primaria o intergranular (Paris de Ferrer, 2009)

1.2.1.1.2 Porosidad secundaria

La *porosidad secundaria*, también conocida como *porosidad inducida o vugular*, se refiere a la porosidad generada o alterada por un proceso geológico posterior al depósito de los sedimentos, el cual puede ser generado por la acción del agua, la deformación, cambios de *pH*, cambios en la composición química de la roca o por la acción de fuerzas tectónicas, en la Figura 24 se ilustra éste tipo de porosidad.



Figura 24 Porosidad secundaria, inducida o vugular (Apuntes de petrofísica y registros de pozo, 2014)

1.2.1.2 Clasificación de la porosidad de acuerdo a la conectividad o comunicación de los poros

1.2.1.2.1 Porosidad absoluta

La porosidad absoluta se define como la relación que existe entre los poros totales de la roca (interconectados y no conectados) y el volumen total de la misma, tal como se muestra en la Figura 25, matemáticamente éste tipo de porosidad se define como:

$$\phi_t = \frac{\text{Volumen total de poros}}{\text{Volumen total}} = \frac{V_{tp}}{V_t} = \frac{V_t - V_g}{V_t} = \frac{\text{m}^3 \text{ de poros totales}}{\text{m}^3 \text{ de roca}} \quad (72)$$

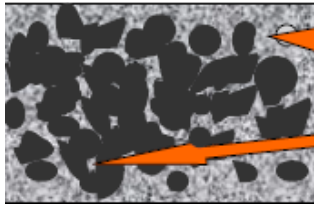
donde:

ϕ_t es la porosidad total o absoluta

V_{tp} es el volumen total de poros

V_t es el volumen total de la roca

V_g es el volumen de los granos de la roca o volumen neto ocupado por los sólidos



POROSIDAD ABSOLUTA O TOTAL

Es la relación de volumen total de poros interconectados y no conectados

Figura 25 Porosidad absoluta o total (Apuntes de petrofísica y registros de pozo, 2014)

1.2.1.2.2 Porosidad efectiva

Lo porosidad efectiva es la relación entre el volumen de poros interconectados y el volumen total de la roca, tal como se ilustra en la Figura 26, dicha porosidad matemáticamente se define como:

$$\phi_e = \frac{\text{Volumen de poros comunicados}}{\text{Volumen total}} = \frac{V_{pc}}{V_t} = \frac{\text{m}^3 \text{ de poros comunicados}}{\text{m}^3 \text{ de roca}} \quad (73)$$

donde:

ϕ_e es la porosidad efectiva o interconectada

V_{pc} es el volumen de poros interconectados



POROSIDAD EFECTIVA

Espacios o huecos interconectados que tiene una roca

Figura 26 Porosidad efectiva (Apuntes de petrofísica y registros de pozo, 2014)

La porosidad efectiva es el valor que se emplea en todos los cálculos de ingeniería de yacimientos, ya que representa el espacio poroso intercomunicado que contiene volúmenes de hidrocarburos que pueden ser extraídos parcialmente del yacimiento (**Ahmed, 2006, p. 191**). Esta porosidad normalmente representa entre un 90 y un 95% de la porosidad total. **Levorsen (1967)** denotó la calidad de la porosidad de un yacimiento como:

Calidad	Porosidad [%]
Excelente	> 25
Muy Buena	20 – 25
Buena	15 – 20
Moderada	10 – 15
Muy pobre	5 – 10
Despreciable	0 – 5

Tabla 9 Calidad de la porosidad (Modificado de apuntes de petrofísica y registros de pozo, 2014)



Un yacimiento con una porosidad menor al 5% no se considera comercial, a menos que posea otros factores que la compensen como: fracturas, fisuras, etc. **(Paris de Ferrer, 2009, p. 223).**

Generalmente los yacimientos con baja porosidad no son explotables desde el punto de vista económico. Los valores más comunes de porosidad para las areniscas varían entre 2 y 25%, con un valor promedio del 17%. Los carbonatos (calizas y dolomías) tienen porosidades entre 3 y 39%, con un promedio del 21.7%. Las lutitas pueden tener porosidades hasta del 40%, pero ésta no es una porosidad efectiva. Sin embargo los pocos yacimientos de lutitas que han sido desarrollados producen a través de sistemas de fracturas donde la porosidad varía entre 1 y 4%. En general los yacimientos de carbonatos tienden a tener una porosidad menor que los de areniscas **(Paris de Ferrer, 2009, p. 224).**

Un yacimiento generalmente puede tener variaciones en la porosidad vertical, pero variaciones poco significativas en la porosidad horizontal. En este caso se utiliza el promedio aritmético o el espesor ponderado para describir la porosidad del yacimiento.

Un cambio en la sedimentación o en las condiciones de depósito puede generar que la porosidad en una porción del yacimiento sea considerablemente diferente a la de otra área. En ese caso se emplea el promedio ponderado areal o volumétrico. Estas técnicas para promediar la porosidad se expresan como **(Ahmed, 2006, p. 193):**

$$\text{Promedio aritmético} \quad \phi = \sum \frac{\phi_i}{n} \quad (74)$$

$$\text{Espesor promedio ponderado} \quad \phi = \sum \frac{\phi_i h_i}{h_i} \quad (75)$$

$$\text{Promedio ponderado areal} \quad \phi = \sum \frac{\phi_i A_i}{A_i} \quad (76)$$

$$\text{Promedio ponderado volumétrico} \quad \phi = \sum \frac{\phi_i A_i h_i}{A_i h_i} \quad (77)$$

donde:

n es el número total de muestras

h_i es el espesor de la muestra i o del área i



ϕ_i es la porosidad de la muestra i o del área i

A_i es el área del yacimiento i

1.2.2 Permeabilidad

La permeabilidad se define como la capacidad que tiene la roca para permitir y conducir el flujo de fluidos en el medio poroso. Matemáticamente está dada por la ley de Darcy y es una medida del grado y tamaño en que los espacios porosos están interconectados (**Paris de Ferrer, 2009, p. 241**).

La permeabilidad también se puede definir como la facilidad de flujo de un fluido a través del medio poroso que depende exclusivamente de las características físicas de la estructura porosa (**citado por Villamar, 2015**).

La permeabilidad del yacimiento, k , es una propiedad muy importante debido a que controla el gasto y la dirección del movimiento de los fluidos de la formación. Esta característica de la roca fue descrita matemáticamente en primera instancia por Henry Darcy en 1856, cuando formuló la ecuación que lleva su nombre, la cual define la permeabilidad en términos de cantidades medibles (**Ahmed, 2006, p. 227**).

1.2.2.1 Tipos de permeabilidad

En la discusión sobre la ley de Darcy y la determinación de la *permeabilidad absoluta* a través de la misma, siempre se consideró que el medio poroso se encontraba saturado totalmente por un solo fluido, es decir, una saturación del 100%. Sin embargo en los yacimientos de hidrocarburos las rocas están saturadas con dos o más fluidos. Por lo tanto el concepto de permeabilidad absoluta debe modificarse para describir el comportamiento del flujo cuando más de un fluido está presente en el yacimiento. Cuando un núcleo está parcialmente saturado con un fluido (diferente al de la prueba) y ambas saturaciones se mantienen constantes a través del flujo, la medida de la permeabilidad al fluido de la prueba estará por debajo de la medida que se obtendría si el núcleo estuviese saturado únicamente por dicho fluido. A medida que la saturación de una fase disminuye, la permeabilidad a esa fase también disminuye. A la permeabilidad mencionada se le conoce como *permeabilidad efectiva*, y es una medida de la conductancia del medio poroso hacia un fluido cuando dicho medio está saturado con más de un fluido. Esto implica que es una propiedad asociada a cada fluido del yacimiento, esto es gas, aceite y agua, cuyas permeabilidades efectivas se expresan como:



k_g Permeabilidad efectiva al gas

k_o Permeabilidad efectiva al aceite

k_w Permeabilidad efectiva al agua

Es conveniente señalar que una característica de las permeabilidades efectivas de múltiples fases es que la suma de estas es menor o igual a la permeabilidad absoluta, esto es:

$$k_g + k_o + k_w \leq k \quad (78)$$

- **Permeabilidad absoluta (k):** Es la permeabilidad que ocurre cuando el fluido que se moviliza a través de los poros satura 100% a la roca, tal como se observa en la Figura 27.

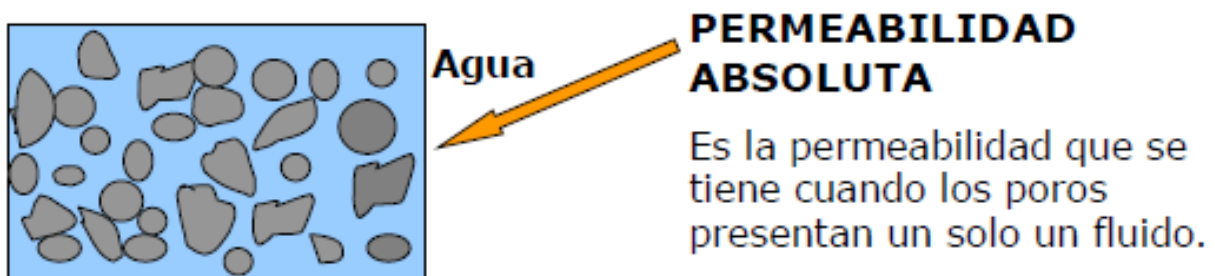


Figura 27 Permeabilidad absoluta (Apuntes de petrofísica y registros de pozo, 2014)

La permeabilidad puede variar ampliamente dependiendo del medio poroso. Los estudios realizados por **Freeze y Cherry (1979)** y presentados por **Walsh y Lake (2003)**, Figura 28, muestran los valores de la permeabilidad para diferentes rocas y sedimentos no consolidados.

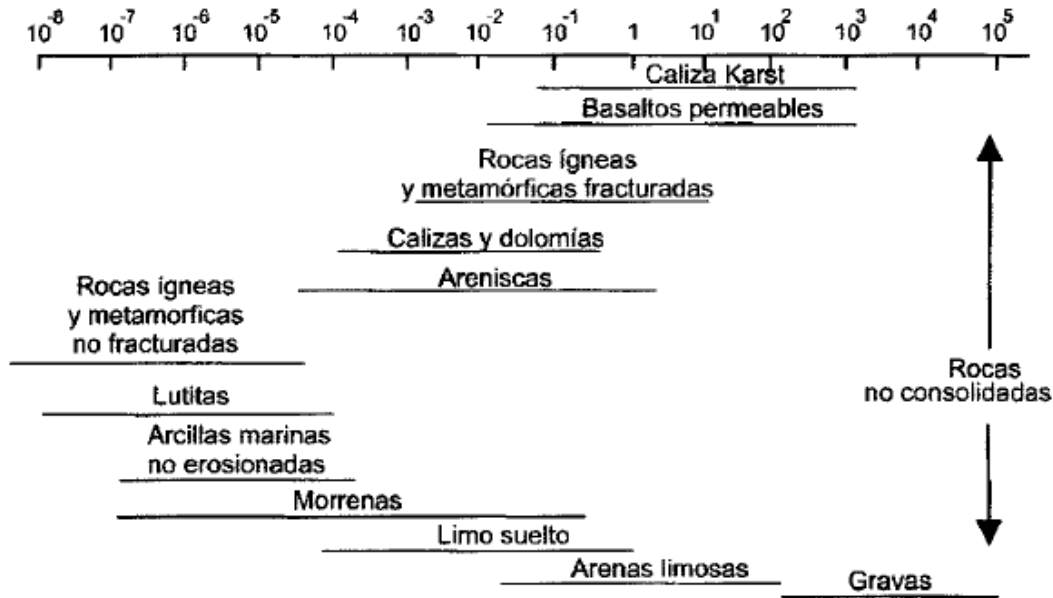


Figura 28 Permeabilidades para diferentes rocas y sedimentos no consolidados (Paris de Ferrer, 2009)

El rango de permeabilidades para las areniscas es de 0.01 hasta 500 [md]; para las calizas y dolomías de 0.1 hasta 1000 [md], y para las lutitas desde 10^{-4} hasta 1 [md] (Paris de Ferrer, 2009, p. 247).

Levorsen (1967) estableció la evaluación de las porosidades y permeabilidades de un yacimiento como:

Porosidad (en %)	Evaluación	Permeabilidad (en miliDarcy)
0 – 5	Despreciable	-
5 – 10	Pobre	-
10 – 15	Moderada	1.0 – 10
15 – 20	Buena	10 – 100
20 – 25	Muy buena	100 – 1000
> 25	Excelente	> 1000

Tabla 10 Evaluación de las porosidades y permeabilidades de un yacimiento (Levorsen, 1967)

La permeabilidad tiene una relación directa con el tamaño de los granos de la roca, ya que a medida que disminuye el tamaño de grano, disminuye la permeabilidad de la roca. Además, en un yacimiento la permeabilidad presenta una mayor variación en comparación con la porosidad.

La permeabilidad puede correlacionarse con la porosidad, en el laboratorio los datos medidos de estas dos propiedades son graficados en papel normal, semi-logarítmico y logarítmico. En el papel semi-logarítmico la permeabilidad se grafica

en el eje logarítmico debido a que la porosidad presenta un rango de valores relativamente pequeños. En la gran mayoría de los casos al graficar los datos en los tres diferentes tipos de papel, en uno de estos se presenta una tendencia lineal, el cual se utiliza para llevar a cabo la correlación entre la permeabilidad y la porosidad por medio de la ecuación de la línea recta que se obtiene, tal como se ilustra en la Figura 29.

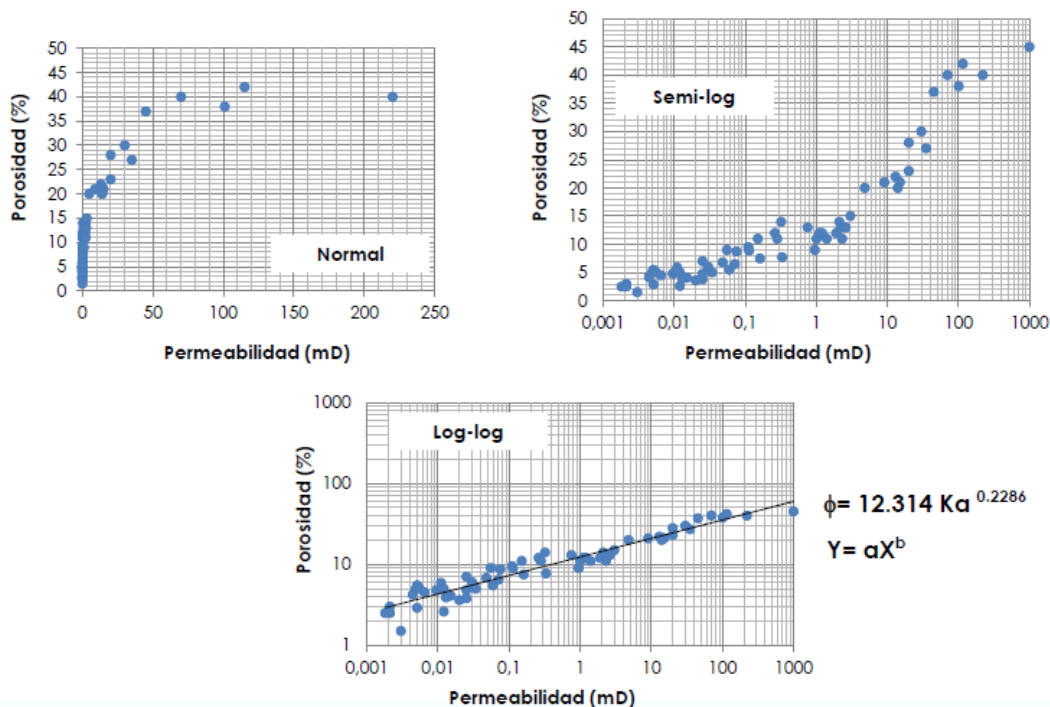


Figura 29 Correlación entre la permeabilidad y la porosidad (Apuntes de caracterización estática de yacimientos, 2015)

- **Permeabilidad efectiva (k_x):** Es la permeabilidad que se presenta cuando hay más de un fluido que se moviliza a través de los poros. Esta permeabilidad es función de la saturación del fluido considerado y por ende será menor que la permeabilidad absoluta, ya que cada fluido tendrá una saturación menor al 100%, tal como se observa en la Figura 30.

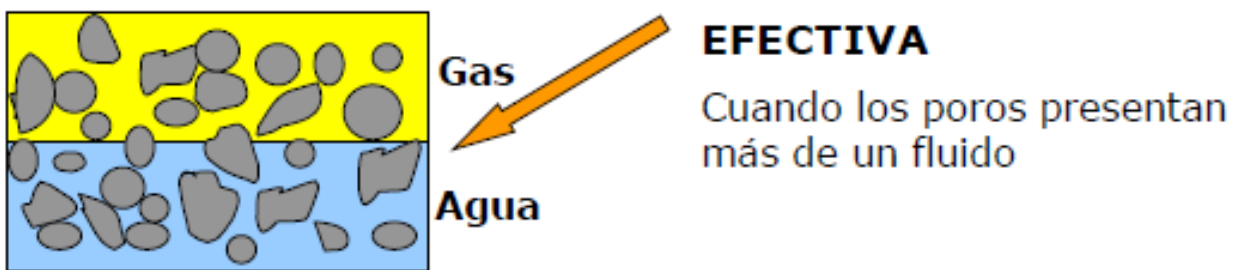


Figura 30 Permeabilidad efectiva (Apuntes de petrofísica y registros de pozo, 2014)



- **Permeabilidad relativa (k_{rx}):** Es la relación existente entre la permeabilidad efectiva y la permeabilidad absoluta. Esta permeabilidad también es función de la saturación del fluido y siempre será menor o igual a la unidad.

$$k_{rx} = \frac{k_{efectiva}}{k_{absoluta}}$$

1.2.2.2 Permeabilidades absolutas promedio

Las propiedades que son más difíciles de determinar en un medio poroso son los niveles y la distribución de las permeabilidades absolutas a través del yacimiento, ya que un yacimiento no presenta homogeneidad en toda su extensión y la permeabilidad varía tanto en sentido vertical como en sentido horizontal.

El conocimiento de la distribución de la permeabilidad es crítico para la predicción de la declinación de la presión del yacimiento debido a cualquier mecanismo de recuperación. En la mayoría de los casos un yacimiento contiene distintos estratos, bloques o círculos concéntricos con diferentes permeabilidades. Asimismo, pueden existir heterogeneidades en pequeñas escalas, razón por la cual las permeabilidades de los núcleos deben promediarse para representar las características de flujo de todo el yacimiento o de estratos individuales.

Existen tres técnicas que se emplean usualmente para determinar la permeabilidad absoluta promedio, estas son:

- ✓ Permeabilidad ponderada por peso.
- ✓ Permeabilidad por promedio armónico.
- ✓ Permeabilidad por promedio geométrico.

1.2.2.2.1 Permeabilidad absoluta ponderada por peso

Este método se usa para determinar la permeabilidad promedio en estratos paralelos que presentan diferentes permeabilidades. En la Figura 31 se muestra un sistema de flujo compuesto por tres estratos paralelos de diferente espesor y diferente permeabilidad, los cuales están separados por barreras impermeables, es decir, no hay flujo entre ellos. Por lo tanto la permeabilidad absoluta promedio para un sistema paralelo como el mostrado en la Figura 31, se puede expresar en forma general de la siguiente manera:

$$\bar{k} = \frac{\sum_{i=1}^n k_i h_i}{\sum_{i=1}^n h_i} \quad (79)$$

donde:

k_i es la permeabilidad absoluta del estrato i

h_i es el espesor del estrato i

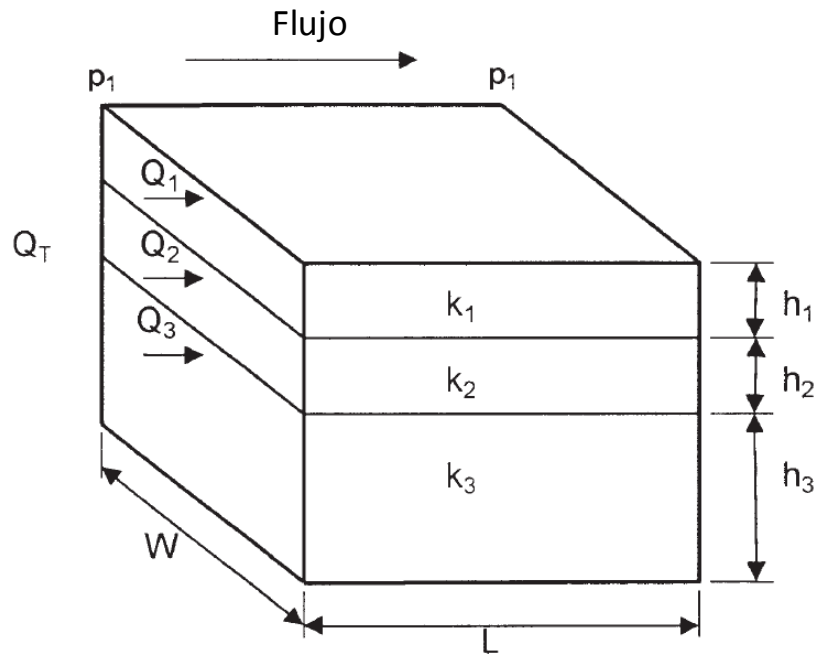


Figura 31 Flujo lineal a través de estratos paralelos con diferente espesor (Modificado de Ahmed, 2006)

La Figura 32 muestra un sistema estratificado similar al anterior, pero con estratos que tienen diferente anchura. Suponiendo que no existe flujo cruzado entre las capas, la permeabilidad promedio se puede aproximar de forma similar a la anterior como:

$$\bar{k} = \frac{\sum_{i=1}^n k_i A_i}{\sum_{i=1}^n A_i} \quad (80)$$

donde:

$$A_i = h_i w_i$$

donde:

A_i es el área de la sección transversal del estrato i

w_i es el ancho del estrato i

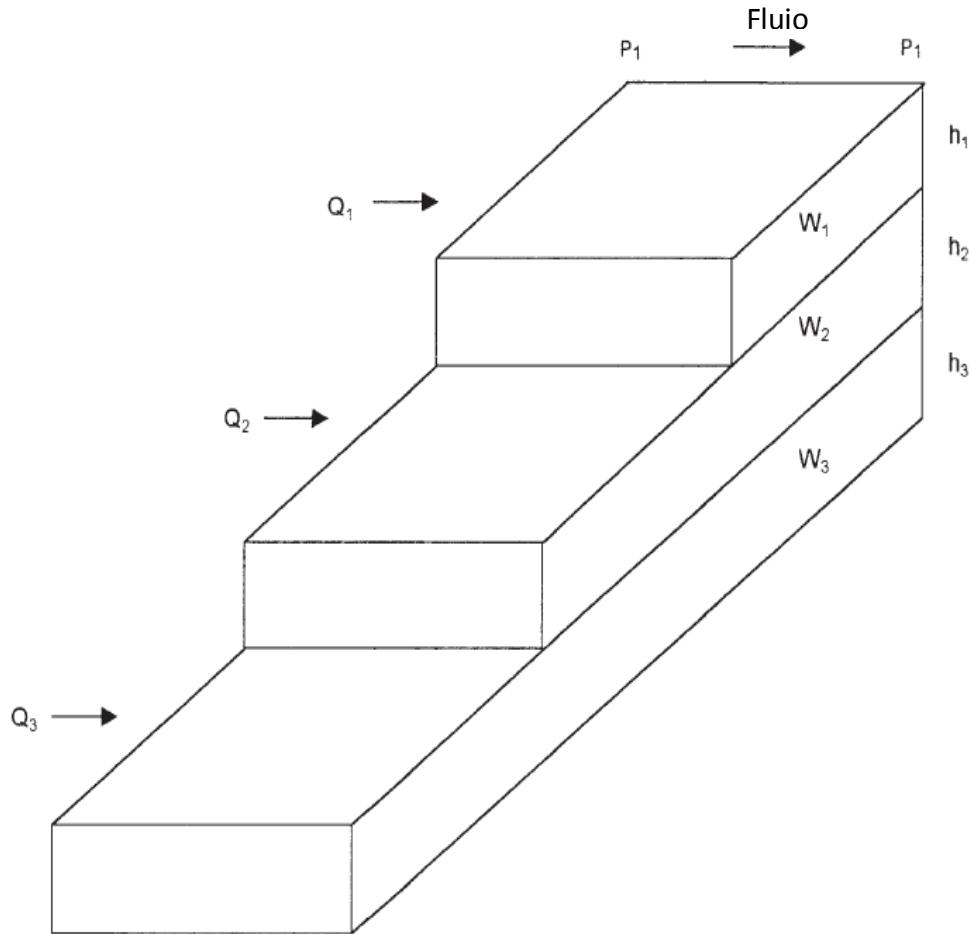


Figura 32 Flujo lineal a través de estratos paralelos con área variable (Modificado de Ahmed, 2006)

1.2.2.2.2 Permeabilidad absoluta por promedio armónico

Las variaciones de permeabilidad pueden ocurrir lateralmente en el yacimiento así como alrededor de la vecindad del pozo. Considerando la Figura 33, en la cual se ilustra el flujo de fluido a través de una serie de estratos paralelos con diferente permeabilidad horizontal, la permeabilidad absoluta promedio para dicho sistema se puede expresar matemáticamente de la siguiente forma:

$$\bar{k} = \frac{\sum_{i=1}^n L_i}{\sum_{i=1}^n \frac{L_i}{k_i}} \quad (81)$$

donde:

L_i es la longitud del estrato i

k_i es la permeabilidad absoluta del estrato i

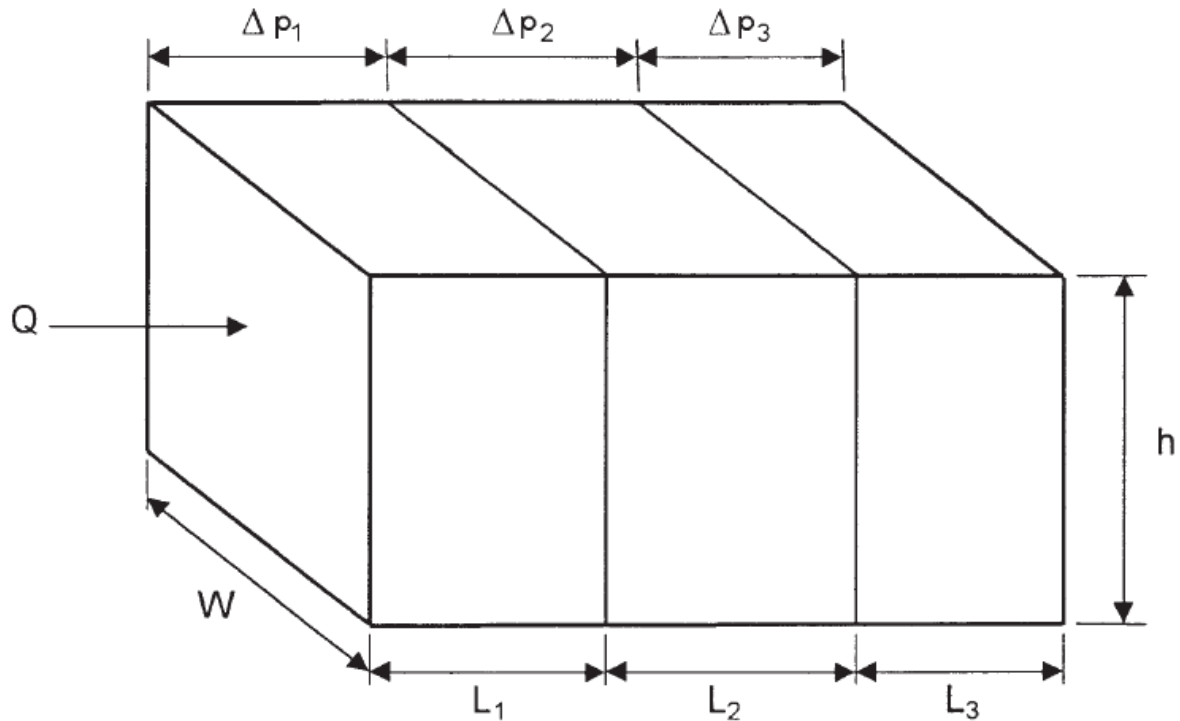


Figura 33 Flujo lineal a través de estratos con variación lateral de la permeabilidad (Ahmed, 2006)

Para un sistema radial mostrado en la Figura 34, en el cual se presenta una variación de la permeabilidad alrededor de la vecindad del pozo, la permeabilidad absoluta promedio se puede expresar matemáticamente de la siguiente forma:

$$\bar{k} = \frac{\ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)}{\sum_{i=1}^n \left[\frac{\ln\left(\frac{r_i}{r_{i-1}}\right)}{k_i} \right]} \quad (82)$$

donde:

r_e es el radio de drene del pozo

r_w es el radio del pozo

r_i es la distancia radial de la parte final del estrato i con respecto al pozo

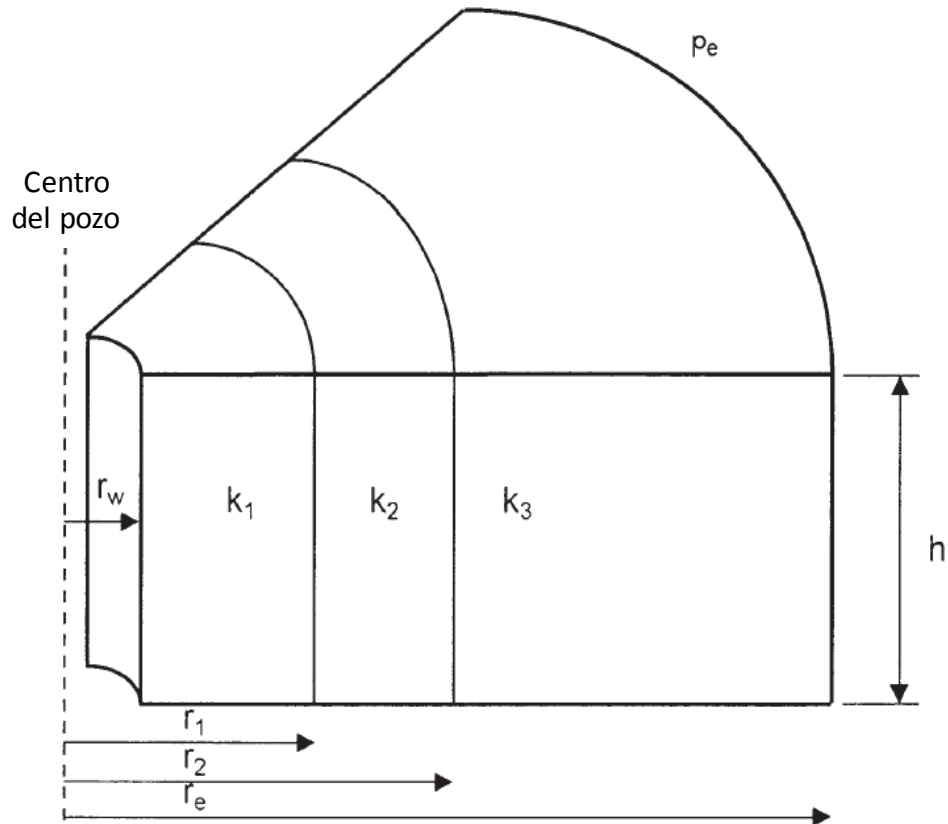


Figura 34 Flujo radial a través de estratos con variación horizontal de la permeabilidad (Modificado de Ahmed, 2006)

1.2.2.2.3 Permeabilidad absoluta por promedio geométrico

Warren y Price (1961) demostraron experimentalmente que la mejor forma de representar el comportamiento de una formación heterogénea es la de considerar una formación homogénea, cuya permeabilidad sea igual al promedio geométrico de las diferentes permeabilidades presentes en la formación heterogénea. Este promedio geométrico está dado por la ecuación (83) (**Ahmed, 2006, p. 241**):

$$\bar{k} = \exp \left[\frac{\sum_{i=1}^n (h_i \ln k_i)}{\sum_{i=1}^n h_i} \right] \quad (83)$$

donde:

k_i es la permeabilidad absoluta de la muestra de núcleo i

h_i es el espesor de la muestra de núcleo i

n es el número total de muestras



1.2.3 Fracturas

Las fracturas son producto de la deformación frágil de la roca al estar sometida a esfuerzos cortantes, compresivos o de tensión. Éstas se definen como rompimientos a lo largo de planos o superficies de discontinuidad en las cuales no se aprecia que la roca haya experimentado desplazamiento alguno, tal como se observa en la Figura 35. Cuando la roca ha tenido un movimiento relativo a lo largo del plano de la fractura, es denominada falla **(citado por Vázquez, 2013)**.

Si bien casi todos los yacimientos de hidrocarburos son afectados de alguna manera por las fracturas naturales, los efectos de las fracturas a menudo se conocen en forma imprecisa y en gran medida se subestiman. En los yacimientos carbonatados las fracturas naturales ayudan a generar porosidad secundaria y estimulan la comunicación entre los compartimentos del yacimiento, tal como se ilustra en la Figura 36. No obstante estos conductos de alta permeabilidad a veces entorpecen el flujo de fluidos dentro de un yacimiento, conduciendo a la producción prematura de agua o gas, haciendo que los procesos de recuperación secundaria resulten ineficaces. Las fracturas naturales también están presentes en todo tipo de yacimiento siliciclástico, lo cual complica el aparentemente simple comportamiento de la producción dominado por la matriz. Por otro lado las fracturas naturales constituyen el factor de productividad principal en una amplia gama de yacimientos no convencionales, incluyendo los yacimientos de gas asociado al carbón (CBM), los yacimientos de gas de lutitas, y los yacimientos de roca basamento y roca volcánica. Si bien las fracturas naturales desempeñan un rol menos importante en los yacimientos de alta porosidad y alta permeabilidad, tales como las turbiditas, comúnmente forman barreras para el flujo, frustrando los intentos para calcular las reservas recuperables y predecir la producción con el tiempo en forma precisa.

Ignorar la presencia de las fracturas no es una práctica óptima dentro de la administración integral de yacimientos, ya que el desempeño técnico y económico del yacimiento se degrada. El mayor riesgo que implica la falta de una caracterización temprana de las fracturas naturales, es que tal omisión puede limitar severamente las opciones de desarrollo de campos petroleros. Por ejemplo, una compañía que no aprovecha las oportunidades para evaluar las fracturas naturales durante la primera etapa de desarrollo, puede desperdiciar recursos en operaciones de perforación de pozos de relleno innecesarios. Además, es probable que los equipos a cargo de los activos de las compañías nunca lleguen a extraer los hidrocarburos originales considerados recuperables, ya que si no comprenden el impacto de las fracturas naturales sobre el comportamiento de la

producción, no preparan adecuadamente el campo para la aplicación de técnicas de recuperación secundaria. **(Bratton, Viet, et al., 2006, p. 1).**



Figura 35 Afloramiento de un carbonato fracturado en Medio Oriente (Schlumberger, 2008)

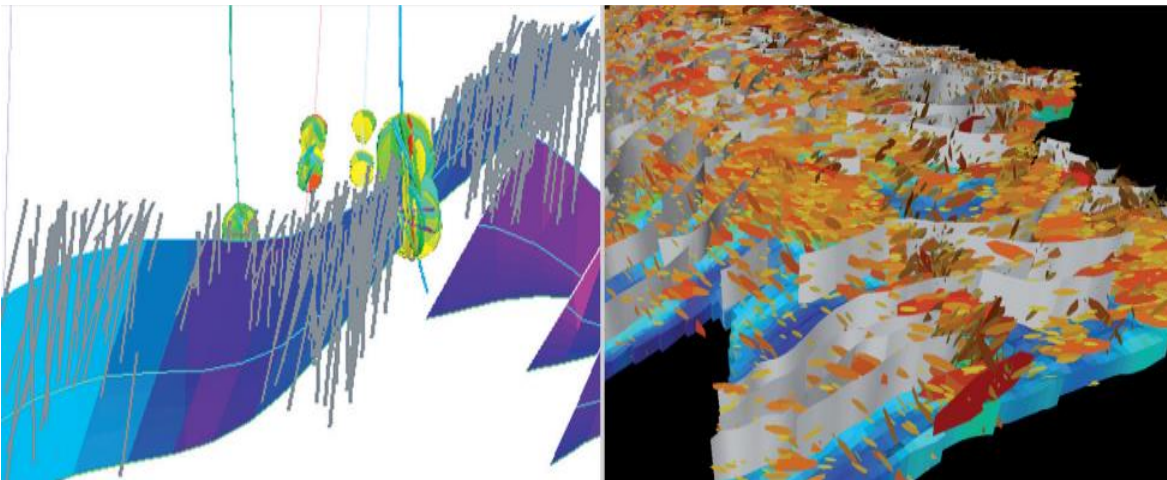


Figura 36 Modelado tridimensional de la conectividad de las fracturas en un yacimiento carbonatado con el software Petrel (Schlumberger, 2008)

1.2.4 Fallas

Una falla es una discontinuidad laminar (estructura planar), o una superficie de ruptura generada en la roca, a través de la cual se separan bloques de roca que experimentan un movimiento paralelo al plano de discontinuidad. Las fallas al igual

que las fracturas son producto de la deformación frágil de la roca al experimentar esfuerzos cortantes, compresivos o de tensión.

Cada una de las zonas que resultan de una superficie de ruptura se denomina bloque. Cuando el plano de falla no es vertical, el bloque que se encuentra por arriba de la falla se le conoce como *bloque de techo*, mientras que el bloque localizado por debajo de la falla se le denomina *bloque de piso* (citado por Vázquez, 2013), tal como se observa en la Figura 37.

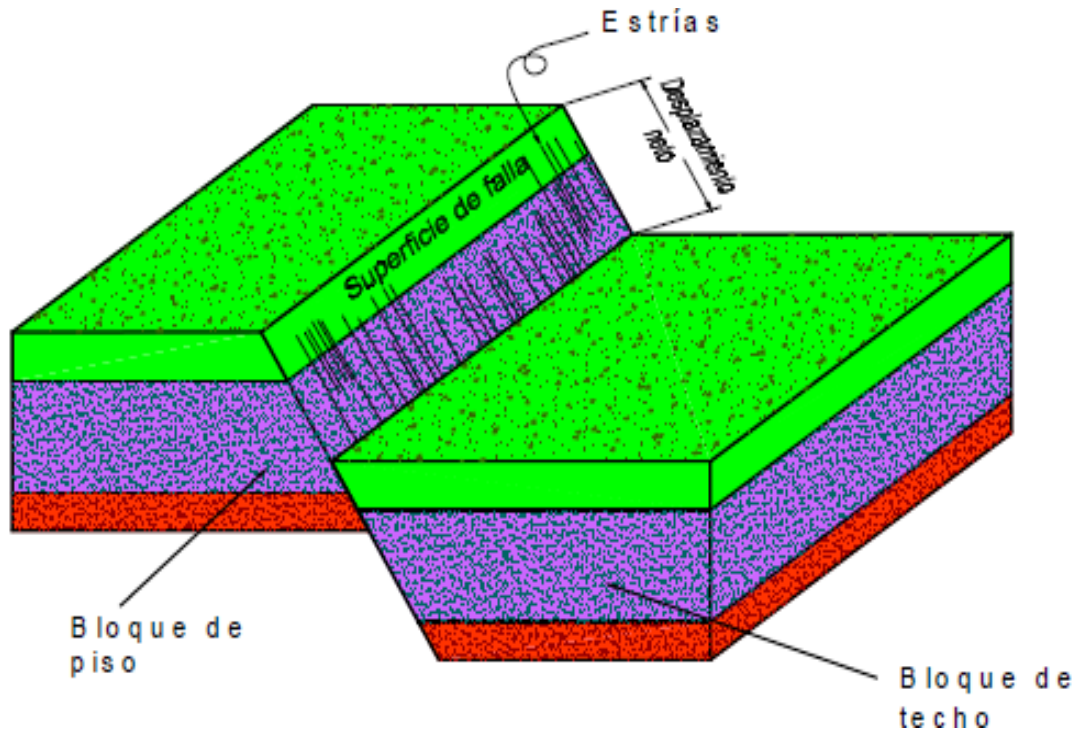


Figura 37 Elementos que constituyen a una falla (Apuntes de geología de yacimientos de fluidos, 2013)

Una falla puede ser un transmisor o una barrera para el flujo de fluidos y la comunicación de la presión, así como un factor importante en la alta comunicación hidráulica de los yacimientos, lo cual puede dar origen a efectos de tendencia entre pozos, sobre todo en fallas altamente conductivas. La categorización del comportamiento de las fallas dentro de estos extremos es importante para la perforación, exploración y desarrollo de hidrocarburos. Los métodos modernos de análisis de fallas que actúan como sello utilizan datos sísmicos, información estructural y microestructural del análisis de núcleos de alta resolución, así como datos de pozos y de producción para predecir el comportamiento de las fallas y reducir la incertidumbre y el riesgo asociados con la explotación de yacimientos siliciclásticos fallados. En la Figura 38 se presenta una falla en un afloramiento.



Las fallas que actúan como sello pueden fungir como trampas petroleras en muchos yacimientos de hidrocarburos, sin embargo también pueden transformar un yacimiento relativamente grande y continuo, en compartimentos que se comportan como un grupo de yacimientos más pequeños. Cada compartimento puede tener sus propias características de presión y flujo, lo cual obstaculiza el desarrollo eficaz y efectivo de los campos petroleros, así como la subsecuente recuperación de hidrocarburos.

Las fallas que no forman sellos pueden impedir que se acumulen el aceite y el gas en tanto los hidrocarburos se forman y migran a través de las estructuras presentes en el subsuelo. Las fallas abiertas y permeables de un yacimiento también pueden causar problemas de pérdidas de circulación graves durante las operaciones de perforación. La pérdida de lodo de perforación puede resultar cara y peligrosa, e incluso conducir al abandono de los pozos. Independientemente de que sean perjudiciales o beneficiosas, las fallas y su comportamiento deben ser comprendidos por los geólogos y los ingenieros para poder explorar y extraer las reservas de hidrocarburos de forma exitosa **(Cervený, Davies, et al., 2005, p. 1)**.



Figura 38 Una falla en un afloramiento (Schlumberger, 2005)



1.3 Efecto de almacenamiento y daño en el pozo

1.3.1 Efecto de almacenamiento

Se ha demostrado que las presiones medidas en un pozo, son afectadas por el volumen finito del pozo y el fluido dentro del mismo. Cuando un pozo es cerrado en la superficie, el gasto en la cara de la formación, q_{sf} , no se detiene inmediatamente, y el fluido proveniente del yacimiento continua entrando al pozo hasta que la presión ejercida por los fluidos almacenados en el pozo, es suficientemente para detener efectivamente el flujo de fluidos de la formación. Este efecto es conocido como almacenamiento del pozo y fue introducido originalmente por **Everdigen y Hurst (1949)**.

Algunas veces el almacenamiento del pozo es referido como una post-producción o una descarga. La post-producción se refiere al flujo a través de la cara de la formación durante las condiciones de cierre, mientras que la descarga se refiere a una liberación del fluido durante el decremento de la presión en el pozo.

El fenómeno de almacenamiento puede originarse por dos mecanismos:

- ✓ Expansión de los fluidos.
- ✓ Movimiento del nivel del líquido en el espacio anular.

1.3.1.1 Efecto de almacenamiento causado por la expansión de los fluidos

Conforme la presión en un pozo disminuye, el fluido contenido en el mismo se expande, por lo tanto el gasto inicial en la superficie no proviene directamente de la formación, sino que es producto de la expansión del fluido almacenado en el pozo. Este fenómeno se conoce como almacenamiento del pozo debido a la expansión de los fluidos (**Ahmed, Meehan, 2011, p. 71**). El efecto de almacenamiento es importante durante el periodo inicial posterior a la apertura o cierre de un pozo, y tiende a desaparecer a medida que el tiempo transcurre.

Se pueden identificar tres periodos del comportamiento del gasto con respecto al tiempo cuando los efectos de almacenamiento afectan al pozo. El primero ocurre a tiempos cortos y está totalmente dominado por el almacenamiento, posteriormente se tiene un periodo de transición, y finalmente en el último periodo el comportamiento está libre de almacenamiento. Este comportamiento se ilustra en la Figura 39, donde q es el flujo en la superficie, q_{sf} es el flujo que viene de la formación, y q_w es el flujo generado por la expansión del fluido contenido en el pozo.

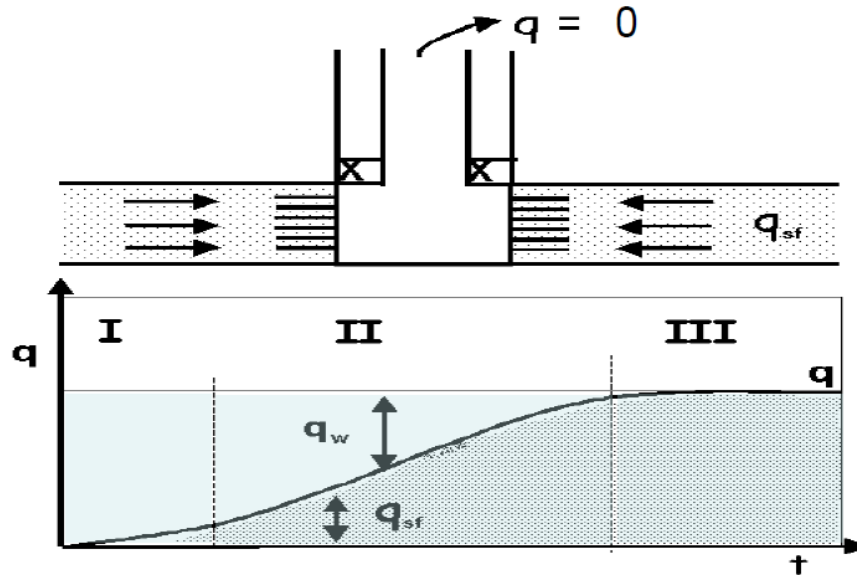


Figura 39 Periodos del comportamiento del gasto con respecto al tiempo, bajo la influencia del almacenamiento (Apuntes de caracterización dinámica de yacimientos, 2015)

1.3.1.2 Efecto de almacenamiento causado por el movimiento del nivel del líquido en el espacio anular

El segundo tipo de efecto de almacenamiento del pozo, se debe al cambio de nivel del fluido en el espacio anular (espacio comprendido entre la TR y la TP), es conveniente señalar que este tipo de efecto de almacenamiento solo se puede presentar cuando se tiene una terminación de un pozo con tubería de producción franca, es decir, sin empacador, ya sea en agujero descubierto o ademado; ya que este tipo de terminación permite la comunicación entre la tubería de producción y el espacio anular. El almacenamiento causado por el cambio en el nivel del líquido en el espacio anular, ya no se presenta en los pozos actuales, debido a que la gran mayoría de éstos son terminados con un aparejo de producción que incluye un empacador.

Cuando un pozo es abierto a producción en una prueba de decremento, la disminución de la presión en el pozo provoca que el nivel de fluido en el espacio anular descienda, debido a que dicho fluido es producido junto con el fluido almacenado dentro del pozo, por lo tanto el gasto inicial en la superficie no proviene directamente de la formación (Ahmed, Meehan, 2011, p. 71).

1.3.2 Coeficiente de almacenamiento

A tiempos cortos se puede considerar que lo que fluye de la formación es despreciable, por consiguiente lo que se produce en la superficie se debe a la expansión de los fluidos en el pozo, es decir:



$$q = -V_w \cdot c \cdot \frac{dp_w}{dt} \quad (84)$$

donde:

q es el gasto de producción en superficie [bpd]

V_w es el volumen de fluido dentro del pozo [bl]

c es la compresibilidad del fluido dentro del pozo [psi^{-1}]

$\frac{dp_w}{dt}$ es el cambio de la presión del pozo respecto al tiempo [$\frac{\text{psi}}{\text{día}}$]

El producto $V_w \cdot c$ es el *coeficiente de almacenamiento*, el cual se denota como "C", éste representa el volumen de fluido que hay añadir o remover del pozo para modificar la presión de fondo en una unidad.

1.3.2.1 Coeficiente de almacenamiento causado por la expansión de los fluidos

El coeficiente de almacenamiento causado por la expansión de los fluidos dentro de un pozo, matemáticamente se define de la siguiente manera:

$$C_{FE} = V_{wb} c_{wb} \quad (85)$$

donde:

C_{FE} es el coeficiente de almacenamiento debido a la expansión de los fluidos [$\frac{\text{bl}}{\text{psi}}$]

V_{wb} es el volumen de fluido dentro del pozo [bl]

c_{wb} es la compresibilidad del fluido contenido en el pozo [psi^{-1}]

1.3.2.2 Coeficiente de almacenamiento causado por el movimiento del nivel del líquido en el espacio anular

El coeficiente de almacenamiento causado por el movimiento del fluido contenido en el espacio anular, matemáticamente se define de la siguiente manera:

$$C_{FL} = \frac{144 A_a}{5.615 \rho} \quad (86)$$

con:



$$A_a = \frac{\pi[(DI_{TR})^2 - (DE_{TR})^2]}{4(144)}$$

donde:

C_{FL} es el coeficiente de almacenamiento debido al cambio de nivel de fluido en el espacio anular $\left[\frac{bl}{psi}\right]$

A_a es el área de la sección transversal del espacio anular [ft²]

DI_{TR} es el diámetro interno de la tubería de revestimiento [in]

DE_{TP} es el diámetro externo de la tubería de producción [in]

1.3.2.3 Coeficiente de almacenamiento total

El efecto de almacenamiento total se obtiene a partir de la suma de los dos coeficientes anteriores, es decir **(Ahmed, Meehan, 2011, p. 72)**:

$$C = C_{FE} + C_{FL} \quad (87)$$

Cabe señalar que el efecto generado por el movimiento del nivel del líquido en el espacio anular es esencialmente pequeño si se coloca un empacador cerca de la zona productora.

Por otro lado el comportamiento de la presión en el fondo del pozo durante el periodo dominado por el almacenamiento está dado por:

$$\Delta p_w = \frac{qBt}{24C} \quad (88)$$

donde:

Δp_w es el cambio de la presión del pozo [psi]

q es el gasto de producción en superficie [bpd]

B es el factor de volumen de la formación $\left[\frac{bl@c.y.}{bl@c.s.}\right]$

C es el coeficiente de almacenamiento $\left[\frac{bl}{psi}\right]$

t es la duración del efecto de almacenamiento del pozo [hr]



La ecuación (88) señala que una gráfica del cambio de la presión en el pozo contra el tiempo (Figura 40) dará como resultado una línea recta que pasa por el origen y que presenta una pendiente " m_{ws} ", a partir de la cual es posible estimar el coeficiente de almacenamiento total mediante la ecuación (89):

$$C = \frac{qB}{24m_{ws}} \quad (89)$$

$ws = \text{Almacenamiento del pozo}$

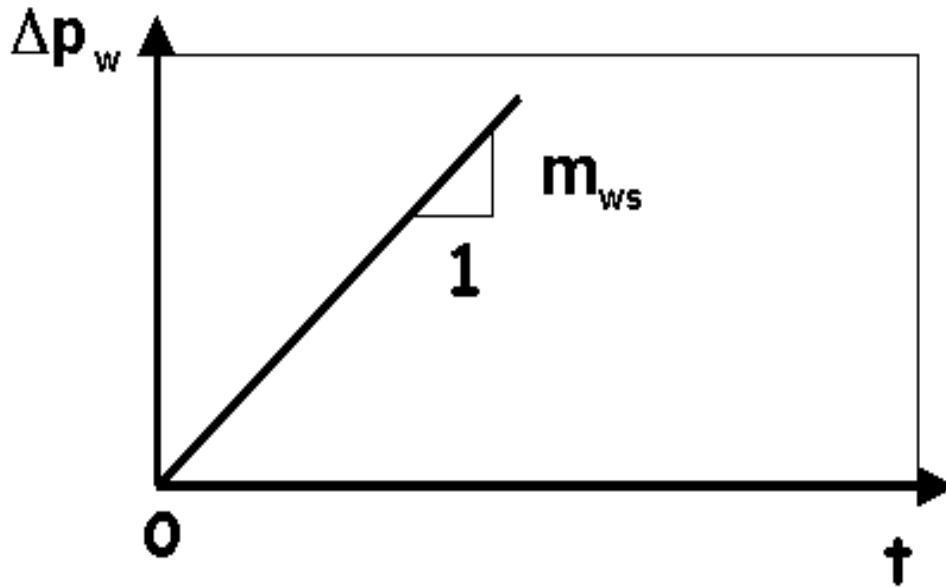


Figura 40 Comportamiento de la presión respecto al tiempo durante el periodo dominado totalmente por el almacenamiento (Apuntes de caracterización dinámica de yacimientos, 2015)

El coeficiente de almacenamiento total adimensional se denota como:

$$C_D = \frac{5.615 C}{2\pi h \phi c_t r_w^2} = \frac{0.8936C}{\phi h c_t r_w^2} \quad (90)$$

donde:

C_D es el coeficiente de almacenamiento adimensional

C es el coeficiente de almacenamiento $\left[\frac{\text{bl}}{\text{psi}} \right]$

c_t es el coeficiente de compresibilidad total $[\text{psi}^{-1}]$

r_w es el radio del pozo [ft]

h es el espesor de la formación [ft]



La duración del efecto del almacenamiento del pozo puede ser estimado a partir de las ecuaciones (91) y (92) **(Ahmed, Meehan, 2011, p. 73)**:

$$t_D > (60 + 3.5s)C_D \quad (91)$$

o

$$t > \frac{(200000 + 12000s)C}{\left(\frac{kh}{\mu}\right)} \quad (92)$$

donde:

t es el tiempo que señala el final de los efectos del almacenamiento [hr]

k es la permeabilidad [md]

s es el factor de daño

μ es la viscosidad [cp]

C es el coeficiente de almacenamiento del pozo $\left[\frac{\text{bl}}{\text{psi}}\right]$

1.3.3 Daño en la formación

El *daño* se define como la alteración natural o inducida de las propiedades petrofísicas de la roca de formación que caracterizan el flujo de fluidos a través de la misma. Es un factor que causa, en o alrededor del pozo, una caída de presión adicional a la que ocurre cuando el yacimiento es homogéneo y el pozo penetra totalmente a la formación. Si el lodo de perforación provoca una reducción en la permeabilidad, o si el pozo penetra parcialmente a la formación, o si existe flujo No- Darciano, entonces se tiene un daño.

Durante la perforación, terminación o producción de un pozo, es posible que se altere la permeabilidad de una zona cercana a las paredes del pozo. La zona cuya permeabilidad ha sido alterada es llamada “zona dañada”, y su efecto sobre la presión o el comportamiento de flujo del pozo es denominado *efecto de daño* **(Ramírez, 2008, p. 165)**.

Las operaciones llevadas a cabo en un pozo que ocasionan un daño a la formación son las siguientes:

- La perforación (ver Figura 41).
- La cementación.

- La terminación y reparación.
- Empacamientos de grava.
- Producción.
- Tratamientos de estimulación.
- Métodos de recuperación secundaria y/o mejorada.

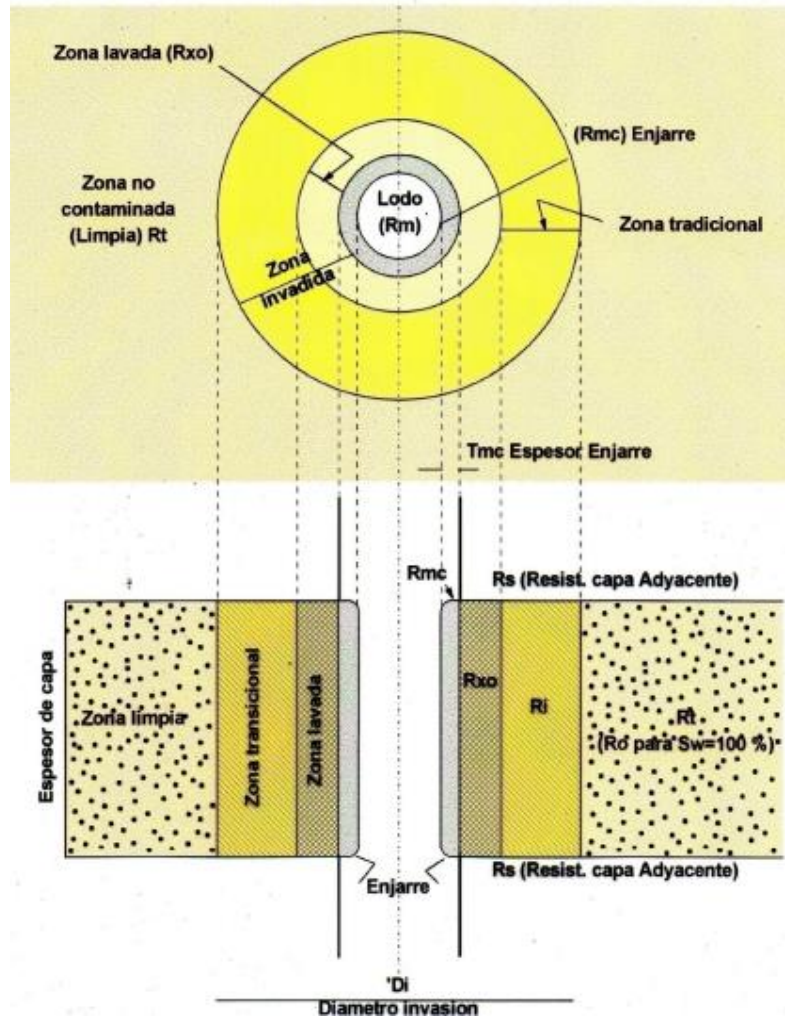


Figura 41 Vista en planta y vista frontal de la zona dañada de un yacimiento debido al lodo de perforación, así como la nomenclatura usada en la interpretación de registros geofísicos de resistividad (Apuntes de petrofísica y registros de pozo, 2014)

1.3.4 Factor de daño

El *factor de daño* en su definición tradicional representa una caída de presión adicional, la cual ocurre en las cercanías o en la entrada al pozo (**Van Everdingen, 1953**).



El *factor de daño* es una medida cuantitativa empleada para evaluar el comportamiento de un pozo, en comparación con la producción ideal que tendría un pozo en una formación completamente abierta y sin restricciones. La magnitud del daño indica la necesidad de estimular un pozo, o bien establecer un programa de reacondicionamiento del mismo. Por otra parte cabe señalar que matemáticamente el factor de daño no tiene dimensiones (**Ramírez, 2008, p. 165**).

Standing (1970) estableció el concepto de eficiencia de flujo considerando que existe daño en la formación, es decir, $EF \neq 1$. Con base en la Figura 42 definió la eficiencia de flujo de la siguiente manera:

$$EF = \frac{\text{Abatimiento de presión ideal}}{\text{Abatimiento de presión real}} = \frac{p_{ws} - p'_{wf}}{p_{ws} - p_{wf}} \quad (93)$$

con:

$$p'_{wf} = p_{wf} + \Delta p_s \quad (94)$$

donde:

EF es la eficiencia de flujo

p_{ws} es la presión estática del yacimiento

p'_{wf} es la presión de fondo fluyendo sin daño o ideal

p_{wf} es la presión de fondo fluyendo con daño o real

Δp_s es la caída de presión adicional debida al daño

Sustituyendo la presión de fondo fluyendo ideal o sin daño, ecuación (94), en la ecuación (93), se obtiene la definición matemática más usual para describir la eficiencia de flujo:

$$EF = \frac{p_{ws} - p_{wf} - \Delta p}{p_{ws} - p_{wf}} \quad (95)$$

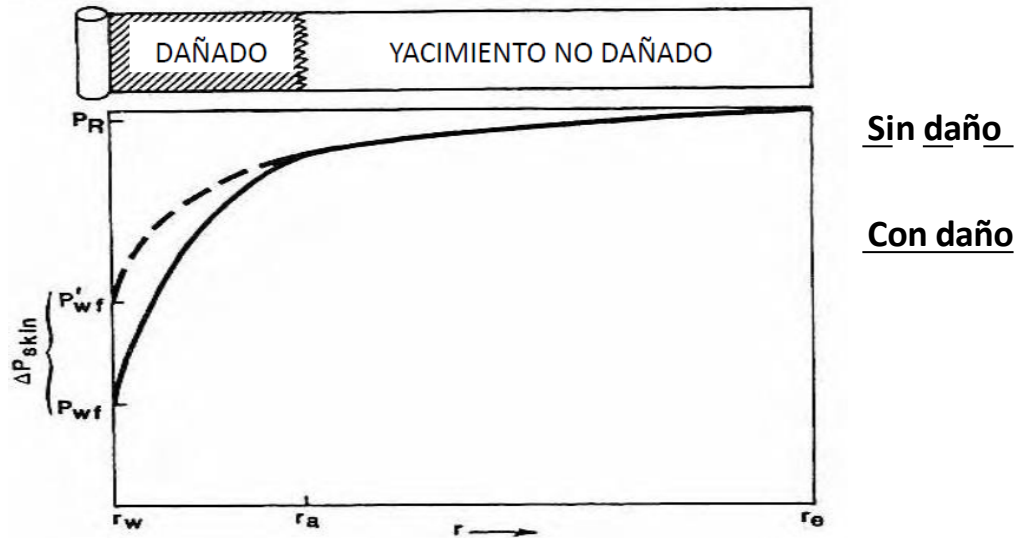


Figura 42 Esquemización de la caída de presión adicional debido al daño (Modificado de apuntes de productividad de pozos, 2015)

El factor de daño presente en una formación se puede determinar mediante el análisis de pruebas de variación de presión, la magnitud que se obtiene del factor de daño puede caer en uno de los tres casos siguientes (Ahmed, 2006, p. 434):

- **Factor de daño positivo ($s > 0$).** Cuando existe una zona dañada cercana al pozo, la permeabilidad de la zona dañada, k_s , es menor que la permeabilidad original del yacimiento, k , por lo tanto el factor de daño, s , adquiere un valor positivo. La magnitud del factor de daño incrementa conforme la permeabilidad de la zona dañada, k_s , disminuye, así como conforme la profundidad (longitud) del daño, r_s , incrementa.
- **Factor de daño negativo ($s < 0$).** Cuando la permeabilidad alrededor del pozo, k_s , es mucho mayor que la permeabilidad de la formación, k , se tiene un factor de daño negativo. Este factor negativo indica un mejoramiento en las condiciones del pozo.
- **Factor de daño igual a cero ($s = 0$).** El factor de daño adquiere un valor igual a cero cuando no se observa alteración alguna en la permeabilidad alrededor del pozo, es decir, cuando $k_s = k$.

La Tabla 11 muestra el carácter de un pozo dañado, de uno estimulado, así como de uno ideal, expresado en términos del daño, de la eficiencia de flujo, de la relación de daño y del radio aparente del pozo.

A menudo las compañías de servicios reportan condiciones no ideales en términos de una relación de daño R_d , la cual no es más que el recíproco de la eficiencia de flujo:



$$R_d = \frac{1}{EF} \tag{96}$$

Otra ecuación o expresión utilizada para cuantificar las condiciones de flujo no ideales, es el radio aparente del pozo (r_{wa}):

$$r_{wa} = r_w e^s \tag{97}$$

donde:

r_w es el radio del pozo

s es el factor de daño

Efecto cuantificable de flujo no ideal					
Condición del pozo	Δp_s	s	EF	R_d	r_{wa}
Dañado	$\Delta p_s > 0$	$s > 0$	$EF < 1$	$R_d > 1$	$r_{wa} < r_w$
Inalterado (sin daño)	$\Delta p_s = 0$	$s = 0$	$EF = 1$	$R_d = 1$	$r_{wa} = r_w$
Estimulado	$\Delta p_s < 0$	$s < 0$	$EF > 1$	$R_d < 1$	$r_{wa} > r_w$

Tabla 11 Características de un pozo dañado, estimulado e ideal (Modificado de Ramírez, 2008)

Los métodos de interpretación de pruebas de presión en los pozos permiten separar el cálculo de la permeabilidad, k , y los efectos no ideales resultantes de una caída de presión adicional. En relación a las mediciones del daño, es importante reconocer que el factor de daño calculado a partir del análisis de una prueba de incremento de presión, por ejemplo, por medio de un gráfico de **Horner (1951)**, tal como se ilustra en la Figura 43, representa el efecto de daño experimentado por el pozo en el instante en que es cerrado. En consecuencia si el periodo de producción previo al cierre es corto y el estado pseudoestacionario no es alcanzado, el cálculo del daño no siempre será el correcto en este periodo. Para asegurar el correcto cálculo del factor de daño, es importante medir la presión de flujo y el gasto de producción inmediatamente antes del cierre del pozo. Desafortunadamente a menudo es difícil correr un medidor de presión y registrar la presión de flujo en el instante del cierre.

Por esta razón se han desarrollado métodos de pruebas de gasto variable para cuantificar el efecto cambiante del daño con respecto al gasto. Tales pruebas pueden identificar separadamente el daño constante y el daño dependiente del gasto. El daño debe ser minimizado para mantener eficientemente el flujo del yacimiento al pozo.



La capacidad de evaluar las posibles medidas para mantener, restaurar o mejorar la productividad de un pozo, dependerá de la capacidad que se tenga para evaluar el factor de daño en sus componentes individuales.

Debido a que los componentes individuales del factor de daño no se pueden medir directamente, será necesario calcular dichos componentes a través de correlaciones desarrolladas empírica y analíticamente. Una vez que se ha evaluado la contribución de cada componente del factor de daño, será posible considerar medidas correctivas para reducir el efecto dañino y por consiguiente, lograr el mejoramiento de la productividad del pozo (Ramírez, 2008, p. 171).

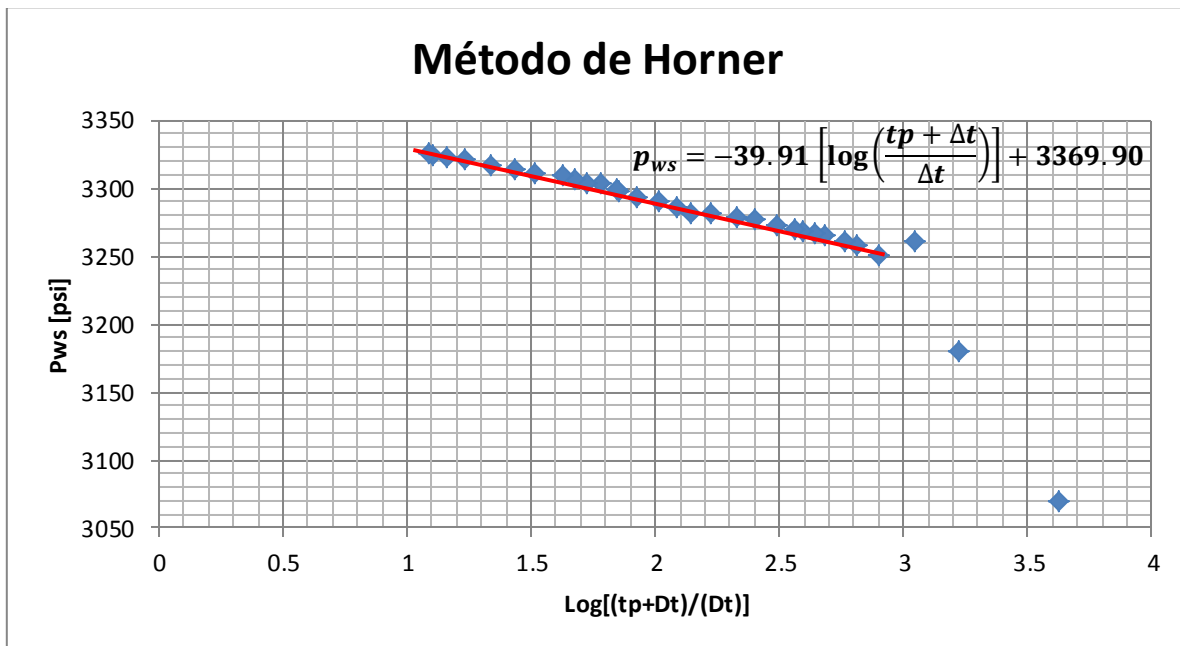


Figura 43 Gráfica de Horner para una prueba de incremento de presión

1.3.4.1 Componentes individuales del factor de daño o factores de pseudodaño

1.3.4.1.1 Pseudodaño por la penetración parcial de un pozo

Una práctica común es terminar los pozos parcialmente, es decir, solo se abre a producción una fracción del espesor total del yacimiento mediante una penetración parcial del mismo. Esta práctica es empleada para evitar la conificación de agua o gas, o porque se realizó un mal trabajo de perforación. Aunque en ciertas prácticas modernas la penetración parcial se lleva a cabo para formar un flujo esférico temprano que permita el cálculo de la permeabilidad vertical. En todos estos casos las líneas de flujo resultarán en un efecto de daño denotado por s_c , el



cual representa el pseudodaño debido a la penetración parcial del pozo en la formación.

Cuanto más pequeño sea el intervalo perforado comparado con el espesor del yacimiento y la inclinación del pozo, mayor será el efecto de daño. Si el intervalo terminado es el 75% del espesor del yacimiento o más, el efecto de daño se vuelve despreciable. Mientras que la terminación parcial genera siempre un efecto de daño positivo a través de la reducción de la exposición del pozo al yacimiento, un pozo desviado resulta en un efecto contrario.

En este tipo de terminación de un pozo, la longitud del intervalo terminado se denota como h_w , la distancia entre la parte superior de dicho intervalo y el límite superior de la formación se denota como z_1 ; el radio del pozo se denota como r_w , la permeabilidad horizontal de la formación productora como k_h , su permeabilidad vertical como k_v y el espesor de la misma como h , tal como se muestra en la Figura 44.

La convergencia de las líneas de flujo hacia el intervalo terminado parcialmente, crea una caída de presión adicional, una aproximación del cálculo del pseudodaño debido a una penetración parcial s_c , fue propuesta por Papatzacos, la cual es:

$$s_c = \left(\frac{h - h_w}{h_w} \right) \ln \left(\frac{\pi h}{2r_w} \sqrt{\frac{k_r}{k_z}} \right) + \frac{h}{h_w} \ln \left(\frac{\frac{h_w}{h}}{2 + \frac{h_w}{h}} \sqrt{\frac{A - 1}{B - 1}} \right) \quad (98)$$

donde:

$$A = \frac{4h}{4z_1 + h_w} \quad ; \quad k_r = k_h$$

$$B = \frac{4h}{4z_1 + 3h_w} \quad ; \quad k_z = k_v$$

El factor de daño puede alcanzar valores muy elevados cuando la relación de penetración $\frac{h_w}{h}$ es muy baja. Nótese además que a medida que la permeabilidad vertical es menor con respecto a la permeabilidad horizontal, este factor de pseudodaño incrementa.

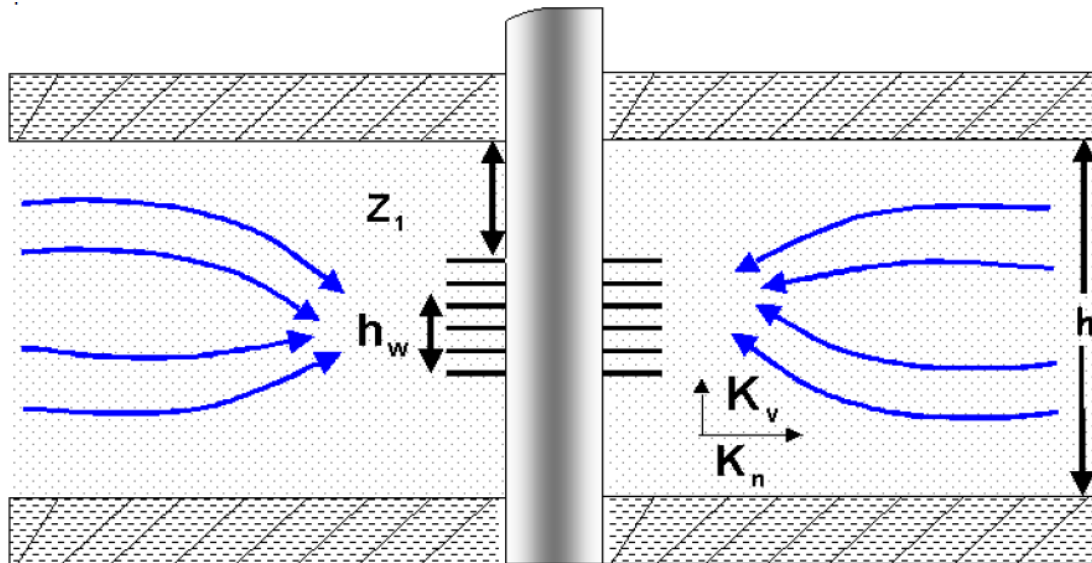


Figura 44 Convergencia del flujo hacia los disparos en una penetración parcial de la formación

1.3.4.1.2 Pseudodaño por el ángulo de inclinación de un pozo

No es raro encontrar pozos que no sean perpendiculares al plano de estratificación de la formación productora, esto ocurre cuando pozos verticales producen a partir de formaciones buzantes, o cuando pozos desviados producen ya sea en formaciones horizontales o inclinadas. La inclinación de un pozo con respecto a la normal del plano de estratificación origina un factor de pseudodaño negativo s_{θ} , ya que una mayor área de la formación está expuesta al flujo. Cuanto mayor es el ángulo de inclinación, mayor será la contribución negativa al efecto total del daño.

1.3.4.1.3 Pseudodaño por el ángulo de inclinación y penetración parcial de un pozo

Los dos pseudodaños descritos anteriormente pueden ser calculados de forma simultánea considerando un sistema como el mostrado en la Figura 47, en el cual se ilustra un pozo desviado con un ángulo de inclinación θ con respecto a la vertical, con una longitud de los disparos h_w , cuyo centro se encuentra localizado a una elevación z_w , en un yacimiento de espesor h .

Las líneas de flujo son afectadas por θ , z_w y h_w , de tal manera que los efectos de la penetración parcial y de la desviación del pozo se combinan. La componente del daño debido a la inclinación del pozo y penetración parcial del mismo, se denota como $s_{\theta+c}$, tal como se muestra en la Figura 45.

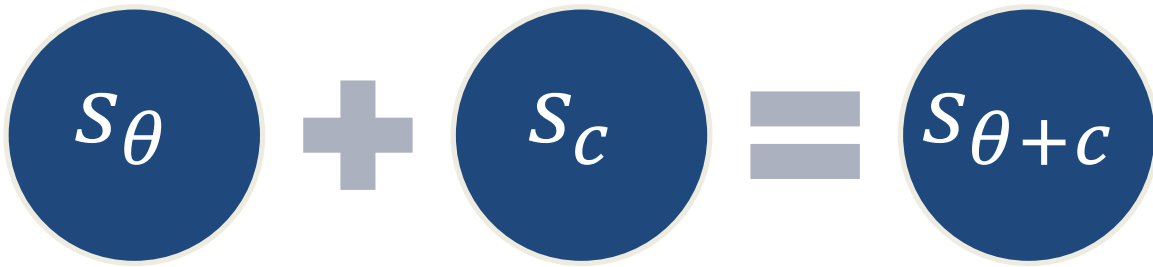


Figura 45 Pseudodaño debido a la inclinación y penetración parcial de un pozo (Apuntes de productividad de pozos, 2015)

Las Figuras 46 y 47 muestran un esquema de un pozo vertical ($\theta = 0^\circ$) y de un pozo con un ángulo de inclinación, respectivamente, en los cuales se ilustran las variables empleadas en el cálculo del factor de pseudodaño debido a la inclinación y penetración parcial de un pozo. Dichas variables se enlistan a continuación:

r_w es el radio del pozo

h_w es la altura de los disparos

h es el espesor del yacimiento

z_w es la altura de la parte media de los disparos con respecto a la base del yacimiento

h_D es el espesor adimensional del yacimiento

z_{wD} es la altura adimensional de la parte media de los disparos

h_{wD} es la altura adimensional de los disparos

$s_{\theta+c}$ es el pseudodaño debido al ángulo de inclinación y penetración parcial de un pozo

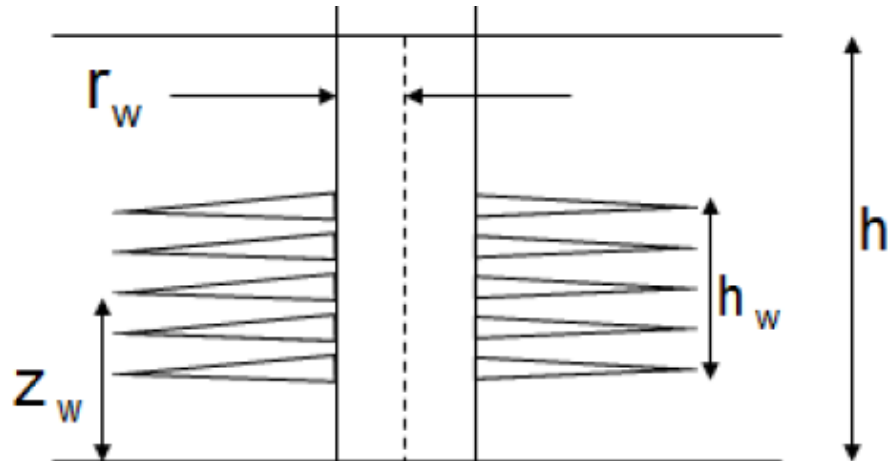


Figura 46 Esquematación de un pozo vertical y de las variables involucradas en el pseudodaño por la inclinación y penetración parcial de un pozo (Apuntes de productividad de pozos, 2015)

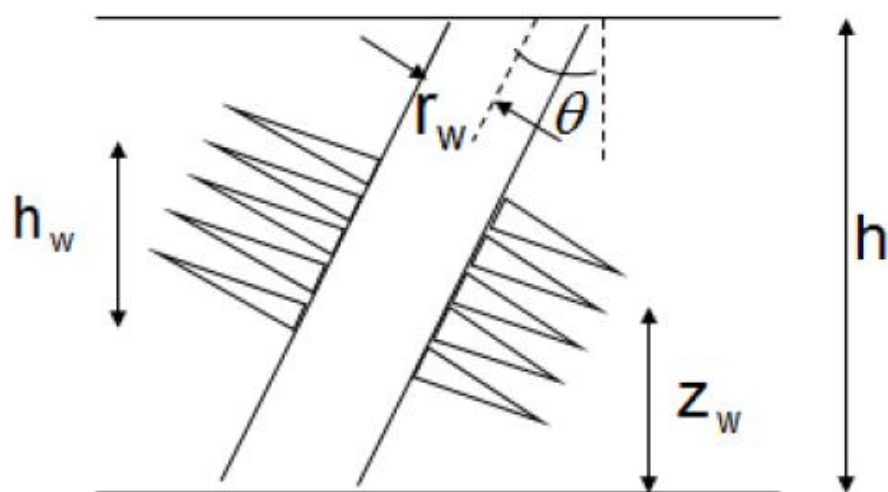


Figura 47 Esquematación de un pozo inclinado y de las variables involucradas en el pseudodaño por la inclinación y penetración parcial de un pozo (Apuntes de productividad de pozos, 2015)

El cálculo del pseudodaño debido al ángulo de inclinación y penetración parcial de un pozo, $s_{\theta+c}$, es mostrado en el anexo A.

1.3.4.1.4 Pseudodaño por efecto de los disparos

La perforación con pistolas, también llamada disparos, ha sido empleada por más de 40 años para generar un canal de flujo controlado entre los yacimientos de gas y aceite y el pozo productor. El primer pozo reportado como perforado por pistolas fue un pozo de la Union Oil Company en el campo Monte Bello, Los Ángeles Country, California, en 1932.



Disparar es la más importante de todas las operaciones en la terminación de los pozos con tubería de revestimiento. Ya que la geometría de los agujeros hechos por las cargas explosivas en la formación, influye significativamente en la relación de productividad del pozo, debido a que para evaluar y optimizar la producción y la recuperación de cada zona, es esencial obtener una comunicación adecuada entre el fondo del pozo y las zonas de interés, así como un buen aislamiento entre dichas zonas **(Ramírez, 2008, p. 182)**. Además, si se pretende realizar un fracturamiento hidráulico en el pozo, los disparos son el conducto del fluido entre la fractura y el pozo, por lo que el conocimiento de los mismos es fundamental para llevar a cabo dicha operación.

La geometría de las perforaciones hechas por las pistolas en la tubería de revestimiento y en la formación depende de los siguientes factores geométricos **(citado por Sabido, 2015)**, los cuales se ilustran en la Figura 48:

1. Penetración (longitud de la perforación).
2. Densidad de las cargas (cargas/m).
3. Fase angular de las perforaciones (ángulo entre los disparos).
4. Diámetro de la perforación.

Aunque existe la tecnología necesaria para asegurar buenos disparos en la mayoría de los pozos, en muchas áreas regularmente se tiende a obtener disparos deficientes.

Las tres causas más probables para la obtención de disparos deficientes son:

- 1) Desconocimiento de los requerimientos para disparar óptimamente.
- 2) Control inadecuado del claro (distancia entre la carga y la tubería de revestimiento), particularmente cuando se corren las pistolas a través de la tubería de producción.
- 3) La práctica generalizada de preferir realizar los disparos en función de su precio, en lugar de su calidad.

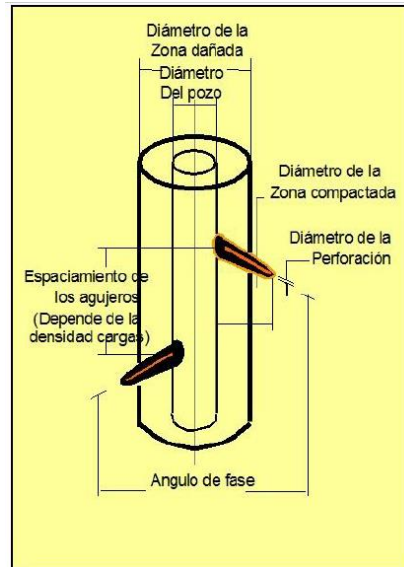


Figura 48 Factores geométricos del disparo (Apuntes de fracturamiento hidráulico, 2015)

Se ha demostrado que a mayor diámetro de la pistola, se tienen penetraciones mayores, por lo que se recomienda seleccionar la pistola de mayor diámetro posible. Aunque la selección de la misma debe realizarse de acuerdo a las condiciones de presión y temperatura en el pozo.

Asimismo, se recomienda disparar siempre en condiciones de bajo balance, es decir, cuando la presión de la formación sea mayor a la presión hidrostática que genera la columna de fluido dentro del pozo, esto con el objetivo que al disparar el flujo sea de la formación hacia el pozo, y así evitar que se taponen los disparos con posibles residuos; para esto es recomendable utilizar fluidos de control de baja densidad dentro del pozo y no lodo que pueda dañar la formación.

Estudios realizados demuestran que una densidad de cargas de cuatro perforaciones por pie (13 por metro) da una excelente eficiencia de flujo, pero el ingeniero de campo tendrá el criterio suficiente para decidir si se requiere una mayor densidad de disparos, dependiendo del tipo de formación.

El factor de daño originado por los disparos, como su nombre lo indica, es inducido al efectuarse las operaciones de disparos, lo cual a su vez da origen implícitamente a otros factores de daño, los cuales son el pseudodaño por flujo turbulento o laminar en cada uno de los disparos, s_{p1} , el pseudodaño debido a la convergencia de flujo hacia los disparos, s_{p2} , y el pseudodaño por efecto del pozo, s_{p3} . Por lo tanto el pseudodaño por efecto de los disparos, s_p , será igual a (Ramírez, 2008, p. 184):

$$s_p = s_{p1} + s_{p2} + s_{p3} \quad (99)$$

La Figura 49 muestra la esquematización de un pozo con las variables involucradas en el cálculo del pseudodaño por efecto de los disparos. Dichas variables son:

l_p es la longitud de la perforación realizada por el disparo

r_w es el radio del pozo

θ es la fase angular de las perforaciones (ángulo entre los disparos)

h es la distancia entre los disparos

r_{perf} es el radio de la perforación generada por el disparo

k_h es la permeabilidad horizontal

k_v es la permeabilidad vertical

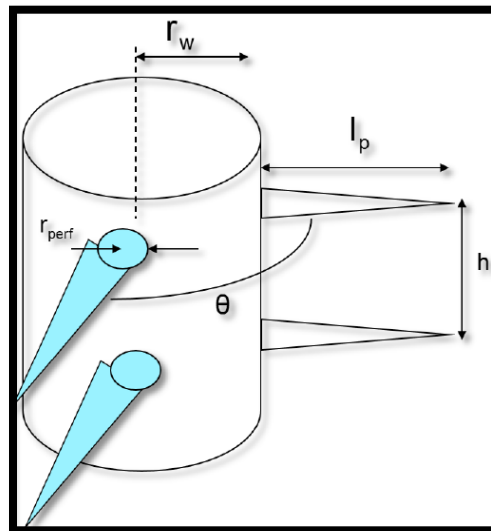


Figura 49 Esquemática de un pozo y las variables empleadas en el cálculo del pseudodaño por efecto de los disparos (Apuntes de productividad de pozos, 2015)

El cálculo del pseudodaño por efecto de los disparos, s_p , es mostrado en el anexo A.



1.3.4.2 Factor de daño total

El factor de daño total o compuesto, s , que se evalúa a través del análisis de pruebas de decremento e incremento de presión, ha sido visualizado en términos de permeabilidad reducida o mejorada. Sin embargo, en los últimos años este concepto ha sido extendido para incluir una variedad de efectos tales como la penetración parcial de un pozo, el ángulo de inclinación del mismo, los disparos, etc.

Por esta razón el factor de daño total ha sido definido incluyendo todos estos efectos de la siguiente manera:

$$s = s_a + s' + s_p + s_{\theta+c} + s_f + s_g + s'_{eq} + s_b \quad (100)$$

donde:

s es el factor de daño total o compuesto

s_a es el pseudodaño por flujo restringido

s' es el pseudodaño asociado a alta velocidad de flujo

s_p es el pseudodaño por efecto de los disparos

$s_{\theta+c}$ es el pseudodaño por la inclinación y penetración parcial de un pozo

s_f es el pseudodaño causado por fracturas

s_g es el pseudodaño por empacamiento de grava

s'_{eq} es el pseudodaño debido a pozos horizontales

s_b es el pseudodaño por formación de condensados

El factor de daño compuesto no es simplemente la suma de todos los factores de daño individuales. Este también refleja en cierto grado la interacción entre las diferentes restricciones al flujo que pueden magnificar o reducir su efecto compuesto (Ramírez, 2008, p. 222).

1.4 Principio de superposición

Las soluciones más comunes de la ecuación de difusión radial, únicamente son aplicables para describir la distribución de la presión en un yacimiento infinito que presenta un gasto de producción constante a partir de un solo pozo. Debido a que



en general un pozo no produce a un gasto constante durante toda su vida, y a que los yacimientos reales usualmente tienen varios pozos que son operados a diferentes gastos, es necesario un enfoque más general para estudiar el comportamiento del flujo de fluidos.

El principio de superposición es una de las técnicas matemáticas más poderosas en la ingeniería de yacimientos, el cual puede ser aplicado para remover las restricciones que han sido impuestas en diversas soluciones de la ecuación de difusión (**Ahmed, 2006, p. 442**). El principio de superposición hace posible generar soluciones del comportamiento de la presión para gastos de producción variables, a partir de las soluciones básicas del comportamiento de la presión para un gasto constante.

Además, permite construir funciones de la respuesta del yacimiento en situaciones complejas, ya que puede ser usado para representar la respuesta de presión del yacimiento provocada por varios pozos, mediante la suma de las respuestas individuales de cada uno de ellos (**Horne, 1990, p. 36**). Matemáticamente el teorema de la superposición establece que cualquier suma de las soluciones individuales de la ecuación de difusión, es también una solución de dicha ecuación, es decir, señala que la respuesta total del sistema a un número de perturbaciones, es exactamente igual a la suma de las respuestas individuales generadas por cada una de las perturbaciones (**Horne, 1990, p. 36**).

El principio de superposición puede ser aplicado para tomar en cuenta los siguientes efectos en la solución de la ecuación de difusión:

- ✓ Efectos de múltiples pozos.
- ✓ Efectos del cambio de gasto.
- ✓ Efectos de la frontera.

Slider (1960) presentó una excelente reseña y discusión de las aplicaciones prácticas del principio de superposición en la solución de una amplia variedad de problemas de flujo transitorio (**Ahmed, 2006, p. 442**).

1.4.1 Efectos de múltiples pozos (principio de superposición en espacio)

Frecuentemente se requiere tomar en cuenta los efectos de más de un pozo sobre la presión en algún punto del yacimiento. El principio de superposición en espacio establece que *“la caída de presión total en cualquier punto del yacimiento, es igual a la suma de los cambios de presión en dicho punto, los cuales son causados por*



el gasto de producción de cada uno de los pozos presentes en el yacimiento” (Ahmed, 2006, p. 442).

Para iniciar a comprender el uso del principio de superposición en espacio, se establecerá una ecuación para el cálculo de la caída de presión en el pozo A, el cual se encuentra en un yacimiento que contiene otros dos pozos denotados como B y C, tal como se muestra en la Figura 50.



Figura 50 Arreglo de pozos de un yacimiento para representar el principio de superposición en espacio (Horne, 1990)

El pozo A está cerrado mientras que los pozos B y C producen cada uno a un gasto constante; por lo tanto de acuerdo a lo establecido por el principio de superposición en espacio, el pozo A experimentará una caída de presión inducida por la producción de cada uno de los dos pozos presentes en el yacimiento (B y C); cabe mencionar que en este caso en el pozo A no se generará una caída de presión inducida por su propio gasto, ya que se considera que dicho pozo está cerrado. Por lo tanto matemáticamente la caída de presión total en el pozo A se establece como:

$$\Delta p_{T_A} = \Delta p_{A,B} + \Delta p_{A,C} \quad (101)$$

La ecuación (101) señala que la caída de presión total en el pozo A (Δp_{T_A}), es igual a la caída de presión inducida por el gasto de producción del pozo B ($\Delta p_{A,B}$), más la caída de presión inducida por el gasto de producción del pozo C ($\Delta p_{A,C}$).

Considerando que los pozos B y C son pozos línea fuente sin efecto del almacenamiento del pozo, y que el yacimiento presenta una geometría de flujo radial, la caída de presión que genera cada uno de éstos pozos en el pozo A, se obtiene a partir de la definición matemática de la presión adimensional para una geometría de flujo radial, la cual es la siguiente (Horne, 1990, p. 36):

$$p_D = \frac{kh\Delta p}{\alpha q B \mu}$$

Por lo tanto la caída de presión, Δp , se obtiene mediante la siguiente expresión:



$$\Delta p = \frac{\alpha q B \mu}{k h} p_D \quad (102)$$

El gasto de producción y el cálculo de la presión adimensional en la ecuación (102) variarán según el pozo en cuestión, ya que normalmente el gasto de producción es diferente en cada pozo de un yacimiento, mientras que la presión adimensional se puede calcular de diferentes formas, dependiendo de ciertos parámetros.

Considerando el cálculo de la presión adimensional a partir de la *solución general* $p_D(r_D, t_D) = \frac{1}{2} E_1\left(\frac{r_D^2}{4 t_D}\right)$, las caídas de presión del ejercicio propuesto se calculan de la siguiente manera:

$$\Delta p_{A,B} = \frac{\alpha q_B B \mu}{2 k h} \left[E_1\left(\frac{\phi \mu c_t r_B^2}{4 \beta k t}\right) \right]$$

$$\Delta p_{A,C} = \frac{\alpha q_C B \mu}{2 k h} \left[E_1\left(\frac{\phi \mu c_t r_C^2}{4 \beta k t}\right) \right]$$

Por lo tanto la caída de presión total en el pozo A se obtiene a partir de la siguiente expresión:

$$\Delta p_{T_A} = \frac{\alpha q_B B \mu}{2 k h} \left[E_1\left(\frac{\phi \mu c_t r_B^2}{4 \beta k t}\right) \right] + \frac{\alpha q_C B \mu}{2 k h} \left[E_1\left(\frac{\phi \mu c_t r_C^2}{4 \beta k t}\right) \right]$$

Si el pozo A estuviese produciendo a un gasto constante, a la expresión anterior se le añadiría una caída de presión generada por su propio gasto de producción, tal como se muestra a continuación:

$$\Delta p_{T_A} = \frac{\alpha q_A B \mu}{2 k h} \left[E_1\left(\frac{\phi \mu c_t r_A^2}{4 \beta k t}\right) \right] + \frac{\alpha q_B B \mu}{2 k h} \left[E_1\left(\frac{\phi \mu c_t r_B^2}{4 \beta k t}\right) \right] + \frac{\alpha q_C B \mu}{2 k h} \left[E_1\left(\frac{\phi \mu c_t r_C^2}{4 \beta k t}\right) \right]$$

Por lo tanto a partir de la expresión anterior se puede establecer una ecuación generalizada que representa el *principio de superposición en espacio*, la cual es:

$$\Delta p_{T_i} = \frac{\alpha B \mu}{2 k h} \sum_{i=1}^n q_i \left[E_1\left(\frac{\phi \mu c_t r_i^2}{4 \beta k t}\right) \right] \quad (103)$$

Es importante señalar que cuando la caída de presión es inducida por el gasto de producción del pozo en cuestión, el cálculo de la presión adimensional se puede llevar a cabo mediante la *aproximación logarítmica en el pozo*, ecuación (64).



1.4.2 Efectos del cambio de gasto (principio de superposición en tiempo)

Las soluciones a los problemas de flujo presentados anteriormente en este capítulo, fueron desarrolladas para el caso de un gasto de producción constante a condiciones de fondo del pozo. Sin embargo en general un pozo no producirá a un gasto constante a lo largo de su vida. Además, algunas de las técnicas de análisis de presión involucran el uso de datos de presión obtenidos a más de un gasto de producción. Para manejar esta situación se emplea el principio de superposición en tiempo. El concepto de superposición en tiempo establece que *“cada cambio de gasto en el pozo resulta en una respuesta de presión, la cual es independiente de la respuesta de presión generada por cambios de gasto previos, por lo tanto la caída de presión total que ha ocurrido a cualquier tiempo en el pozo, es igual a la suma de las caídas de presión individuales en el pozo correspondientes a cada cambio de gasto en el mismo”* (Ahmed, 2006, p. 446).

Este principio hace posible la generación de soluciones del comportamiento de la presión para gastos de producción variables, a partir de las soluciones básicas del comportamiento de la presión para un gasto constante.

Para desarrollar el principio de superposición en tiempo y obtener un entendimiento de su uso, se considerará el caso simple de un pozo que ha producido a tres gastos diferentes como se muestra en la Figura 51. En este caso el pozo ha producido a un gasto q_1 hasta el tiempo t_1 , posteriormente se amplía el diámetro del estrangulador tal que el pozo produce a un gasto q_2 hasta el tiempo t_2 , y posterior a éste tiempo el pozo produce a un gasto q_3 . El comportamiento de la presión resultante es mostrado en la Figura 52.

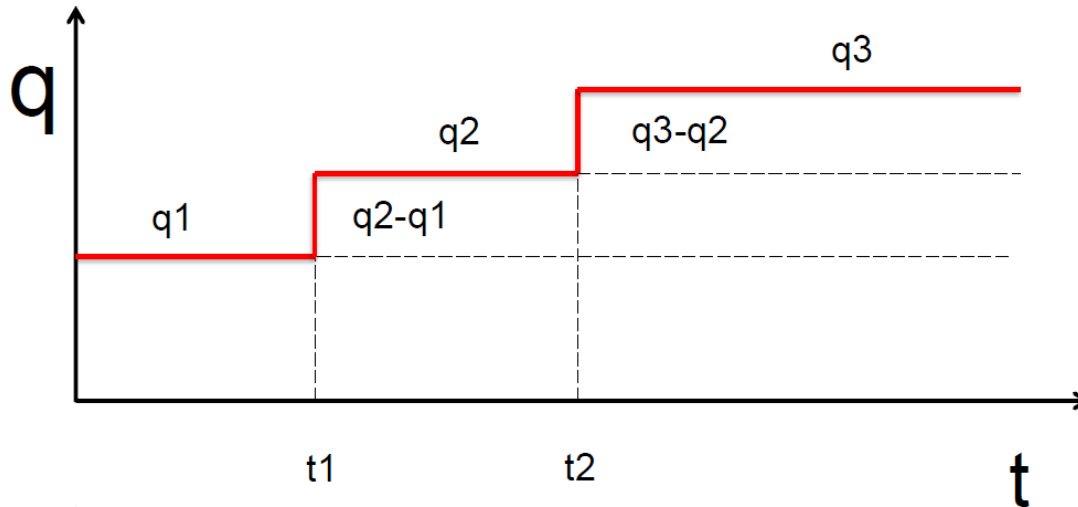


Figura 51 Gráfica gasto contra tiempo de un pozo que produce a gasto variable (Apuntes de caracterización dinámica de yacimientos, 2015)

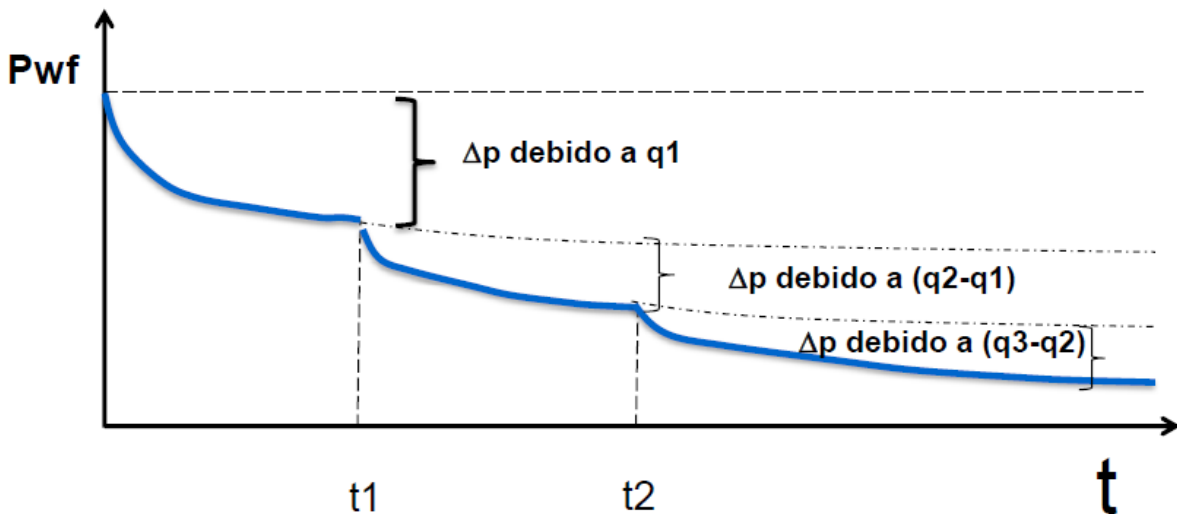


Figura 52 Gráfica presión contra tiempo de un pozo que produce a gasto variable (Apuntes de caracterización dinámica de yacimientos, 2015)

Durante el primer intervalo de tiempo la caída de presión en el pozo está dada por la siguiente expresión:

$$0 \leq t \leq t_1:$$

$$\Delta p_T = \Delta p_{q_1(t-0)}$$

Al tiempo \$t_1\$ el gasto de producción es incrementado a una cantidad \$(q_2 - q_1)\$. Este incremento en la producción genera una caída de presión adicional como se muestra en las Figuras 51 y 52. Por lo tanto el comportamiento de la presión a



partir del tiempo t_1 en adelante, se calcula adicionando a la caída de presión generada por el gasto q_1 , la caída de presión adicional causada por el incremento de la producción ($q_2 - q_1$).

De igual forma al tiempo t_2 el gasto de producción cambió de q_2 a q_3 , así que para obtener el comportamiento de la presión a partir del tiempo t_2 en adelante, a la solución del segundo intervalo de tiempo se le debe agregar la caída de presión generada por el incremento del gasto ($q_3 - q_2$). Por lo tanto en términos matemáticos se tiene que la caída de presión para cada uno de los tres periodos de producción es:

$$0 \leq t \leq t_1:$$

$$\Delta p_T = \Delta p_{q_1(t-0)}$$

$$t_1 \leq t \leq t_2:$$

$$\Delta p_T = \Delta p_{q_1(t-0)} + \Delta p_{q_2-q_1(t-t_1)}$$

$$t_2 \leq t$$

$$\Delta p_T = \Delta p_{q_1(t-0)} + \Delta p_{q_2-q_1(t-t_1)} + \Delta p_{q_3-q_2(t-t_2)}$$

En la expresión anterior el primer término corresponde a la caída de presión generada por el primer gasto, el segundo término es la caída de presión adicional causada por el aumento de la producción en el pozo ($q_2 - q_1$), y el último término corresponde a la caída de presión adicional generada por el incremento del gasto ($q_3 - q_2$). Estas expresiones son válidas cuando q_2 y q_3 son mayores o menores a q_1 .

Como se aprecia la caída de presión total en un pozo con cambios de gasto de producción, es igual a la suma de las caídas de presión que ocurren en cada cambio de gasto, cada una de las cuales comienza a ser operante al tiempo en el cual inicia un nuevo gasto.

La *solución general línea fuente*, ecuación (62), de la ecuación de difusión radial en variables adimensionales, considera un gasto de producción constante, por lo tanto para poder utilizar dicha solución y las aproximaciones de la misma cuando se tienen gastos de producción variables, es necesario hacerles unas ligeras modificaciones, tal como se mostrará posteriormente.



Considerando que el pozo analizado se encuentra en un yacimiento infinito con una geometría de flujo radial, el cambio de presión en el pozo se obtiene mediante la siguiente expresión:

$$\Delta p = \frac{\alpha q B \mu}{k h} p_D$$

En el principio de superposición en tiempo se analiza la caída de presión en un pozo debido a la variación de su gasto, por ende la presión adimensional se puede calcular con la *aproximación logarítmica en el pozo*, ecuación (64), la cual será modificada cuando exista un cambio de gasto en el pozo.

$$p_D(t_D) = \frac{1}{2} [\ln(t_D) + 0.80907]$$

Por lo tanto las caídas de presión del ejercicio propuesto se calculan de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \Delta p_{q_1(t=0)} &= \frac{\alpha q_1 B \mu}{2 k h} \left[\ln \left(\frac{\beta k t}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) + 0.80907 \right] \\ \Delta p_{q_2 - q_1(t-t_1)} &= \frac{\alpha (q_2 - q_1) B \mu}{2 k h} \left\{ \ln \left[\frac{\beta k (t - t_1)}{\phi \mu c_t r_w^2} \right] + 0.80907 \right\} \\ \Delta p_{q_3 - q_2(t-t_2)} &= \frac{\alpha (q_3 - q_2) B \mu}{2 k h} \left\{ \ln \left[\frac{\beta k (t - t_2)}{\phi \mu c_t r_w^2} \right] + 0.80907 \right\} \end{aligned}$$

La caída de presión total en el pozo se obtiene a partir de la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} \Delta p_T &= \frac{\alpha q_1 B \mu}{2 k h} \left[\ln \left(\frac{\beta k t}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) + 0.80907 \right] + \frac{\alpha (q_2 - q_1) B \mu}{2 k h} \left\{ \ln \left[\frac{\beta k (t - t_1)}{\phi \mu c_t r_w^2} \right] + 0.80907 \right\} \\ &\quad + \frac{\alpha (q_3 - q_2) B \mu}{2 k h} \left\{ \ln \left[\frac{\beta k (t - t_2)}{\phi \mu c_t r_w^2} \right] + 0.80907 \right\} \end{aligned}$$

Para cada cambio de gasto el principio básico siempre es el mismo: la solución anterior continua vigente hasta el tiempo final, y se le adiciona (o superpone) la caída de presión adicional causada por el último cambio de gasto. Por lo tanto la forma general del *principio de superposición en tiempo* es:

$$\Delta p_T = \frac{\alpha B \mu}{2 k h} \sum_{i=1}^n (q_i - q_{i-1}) \left\{ \ln \left[\frac{\beta k (t - t_{i-1})}{\phi \mu c_t r_w^2} \right] + 0.80907 \right\} \quad (104)$$

1.4.3 Efectos de la frontera del yacimiento

El principio de superposición se puede extender para predecir la presión de un pozo localizado cerca de una frontera de un yacimiento. Para este fin se considerará la Figura 53, en la cual se muestra un pozo que está localizado a una distancia r de una frontera impermeable de un yacimiento, la cual puede ser una falla sellante.

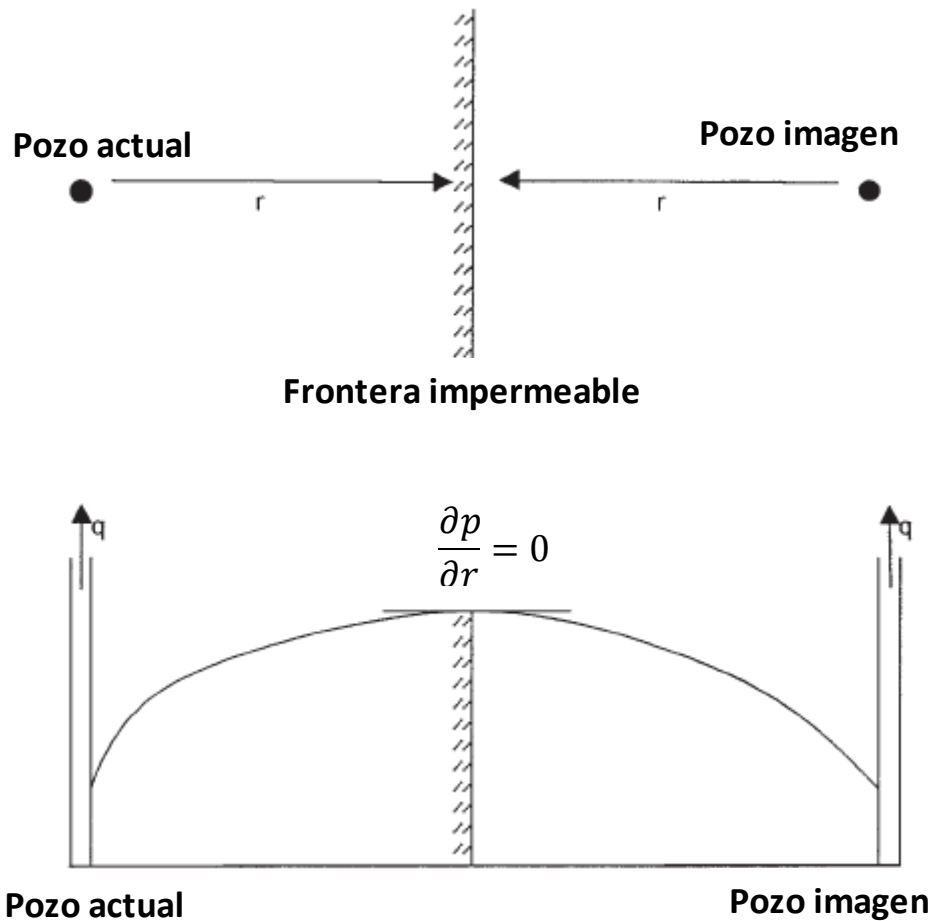


Figura 53 Método de imágenes para la resolución de problemas de frontera (Modificado de Ahmed, 2006)

La frontera impermeable se puede representar mediante la siguiente expresión del gradiente de presión:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)_{Frontera} = 0 \quad (105)$$

Matemáticamente la condición de frontera anterior puede cumplirse colocando una imagen de un pozo, idéntica a la del pozo real, en el otro lado de la falla a la



misma distancia r . Por lo tanto el efecto de la frontera sobre el comportamiento de la presión de un pozo, será el mismo que el efecto de un pozo imagen situado a una distancia $2r$ del pozo real.

Por esta razón para los efectos de frontera el método de superposición es llamado frecuentemente *método de imágenes*. En consecuencia el problema del sistema mostrado en la Figura 53, se reduce a determinar el efecto del pozo imagen sobre el pozo actual. Por lo tanto la caída de presión total en el pozo actual, será igual a la caída de presión debida a su propia producción, más la caída de presión adicional generada por un pozo idéntico a una distancia $2r$, es decir:

$$\Delta p_T = \Delta p_{\text{pozo actual}} + \Delta p_{\text{debido al pozo imagen}}$$

La expresión anterior a su vez es igual a:

$$\Delta p_T = \frac{\alpha q B \mu}{2kh} \left[E_1 \left(\frac{\phi \mu c_t r^2}{4\beta kt} \right) \right] + \frac{\alpha q B \mu}{2kh} \left\{ E_1 \left[\frac{\phi \mu c_t (2r)^2}{4\beta kt} \right] \right\} \quad (106)$$

El concepto de imágenes de pozos o pozos imagen, se puede extender para reproducir el comportamiento de un pozo localizado dentro de una variedad de configuraciones de fronteras (**Ahmed, 2006, p. 449**).

1.4.3.1 Ejemplo de aplicación

La Figura 54 muestra un pozo localizado entre dos fallas impermeables, a una distancia de 200 y 100 pies con respecto a dichas fallas. El pozo está produciendo bajo una condición de flujo transitorio a un gasto constante de 200 [bpd]. A partir de los siguientes datos calcular la presión en la cara de la formación después de 10 horas de producción (**Ahmed, 2006, p. 451**).

Datos

$$p_i = 5000 \text{ [psi]}$$

$$B_o = 1.1 \left[\frac{\text{bl@c. y.}}{\text{bl@c. s.}} \right]$$

$$\mu_o = 2 \text{ [cp]}$$

$$r_w = 0.3 \text{ [ft]}$$

$$c_t = 25 \times 10^{-6} \text{ [psi}^{-1}\text{]}$$

$$k = 60 \text{ [md]}$$

$$\phi = 17 \text{ [%]}$$

$$h = 25 \text{ [ft]}$$

$$s = 0$$

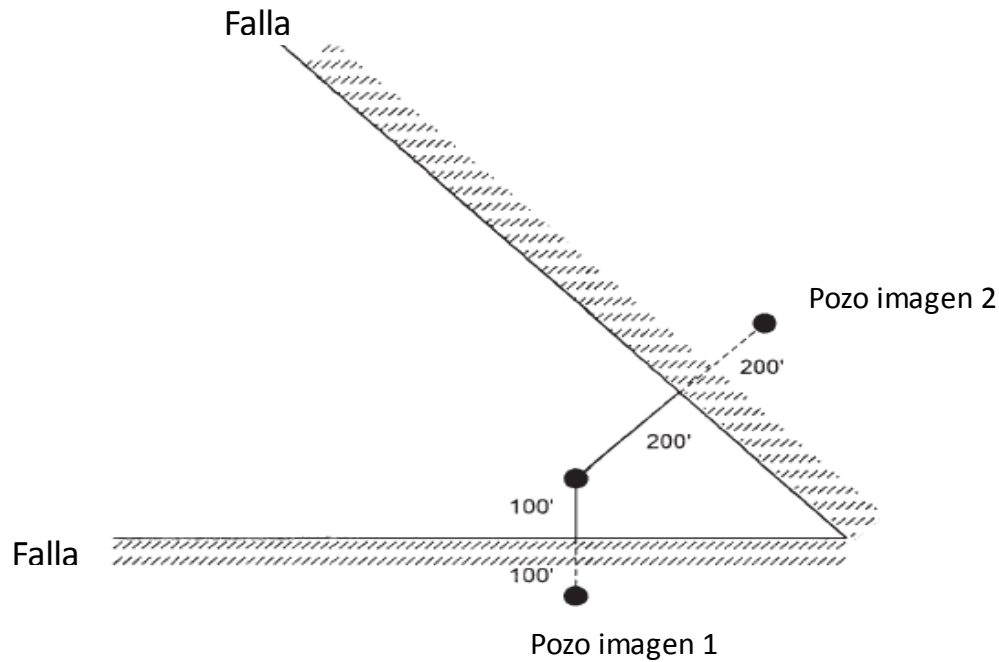


Figura 54 Esquema de un pozo localizado entre dos fallas impermeables (Modificado de Ahmed, 2006)

Solución

1.- Calcular la caída de presión en el pozo debido a su propio gasto

$$\Delta p_{\text{pozo actual}} = \frac{\alpha q B \mu}{k h} p_D$$

Primero se calculará el valor de la variable x , para saber si es posible emplear la aproximación logarítmica en el pozo para calcular la presión adimensional:

$$x = \frac{r_D^2}{4t_D} = \frac{\phi \mu c_t r^2}{4(2.637x^{-4})kt} = \frac{(0.17)(2)(25x10^{-6})(0.3)^2}{4(2.637x^{-4})(60)(10)}$$

$$x = 1.21x10^{-6} \therefore x < 0.01$$

Debido al valor obtenido de la variable x , es posible emplear la aproximación logarítmica en el pozo para el cálculo de la presión adimensional:

$$p_D(t_D) = \frac{1}{2} [\ln(t_D) + 0.80907]$$



$$\begin{aligned}\Delta p_{\text{pozo actual}} &= \frac{\alpha q B \mu}{2kh} \left[\ln \left(\frac{\beta kt}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) + 0.80907 \right] \\ &= \frac{(141.2)(200)(1.1)(2)}{2(60)(25)} \left\{ \ln \left[\frac{(2.637 \times 10^{-4})(60)(10)}{(0.17)(2)(25 \times 10^{-6})(0.3)^2} \right] + 0.80907 \right\}\end{aligned}$$

$$\Delta p_{\text{pozo actual}} = 270.23 [\text{psi}]$$

2.- Determinar la caída de presión adicional debido a la primera falla, es decir, debido al pozo imagen 1:

$$\Delta p_{\text{debida al pozo imagen 1}} = \frac{\alpha q B \mu}{kh} p_D$$

De igual forma se calcula en primera instancia el valor de la variable x :

$$x = \frac{(0.17)(2)(25 \times 10^{-6})(100)^2}{4(2.637 \times 10^{-4})(60)(10)}$$

$$x = 0.13 \therefore x > 0.01$$

Debido al valor obtenido de la variable x , solo es posible emplear la solución general para el cálculo de la presión adimensional:

$$p_D(r_D, t_D) = \frac{1}{2} E_1 \left(\frac{r_D^2}{4t_D} \right)$$

$$\begin{aligned}\Delta p_{\text{debida al pozo imagen 1}} &= \frac{\alpha q B \mu}{2kh} \left[E_1 \left[\frac{\phi \mu c_t (2r)^2}{4\beta kt} \right] \right] \\ &= \frac{(141.2)(200)(1.1)(2)}{2(60)(25)} \left\{ E_1 \left[\frac{(0.17)(2)(25 \times 10^{-6})[(2)(100)]^2}{4(2.637 \times 10^{-4})(60)(10)} \right] \right\}\end{aligned}$$

$$\Delta p_{\text{debida al pozo imagen 1}} = 20.71 [E_1(0.54)]$$

A partir de la Tabla 8 se obtiene que para $x = 0.54$, $E_1 = 0.55977 \therefore$

$$\Delta p_{\text{debida al pozo imagen 1}} = 11.59 [\text{psi}]$$

3.- Calcular el efecto de la segunda falla, es decir, del pozo imagen 2:

$$\Delta p_{\text{debida al pozo imagen 2}} = \frac{\alpha q B \mu}{kh} p_D$$

Se calcula el valor de x :



$$x = \frac{(0.17)(2)(25 \times 10^{-6})(200)^2}{4(2.637x^{-4})(60)(10)}$$

$$x = 0.54 \therefore x > 0.01$$

Una vez más solo es posible usar la solución general para el cálculo de la presión adimensional:

$$p_D(r_D, t_D) = \frac{1}{2} E_1 \left(\frac{r_D^2}{4t_D} \right)$$

$$\begin{aligned} \Delta p_{\text{debida al pozo imagen 2}} &= \frac{\alpha q B \mu}{2kh} \left[E_1 \left[\frac{\phi \mu c_t (2r)^2}{4\beta k t} \right] \right] \\ &= \frac{(141.2)(200)(1.1)(2)}{2(60)(25)} \left\{ E_1 \left[\frac{(0.17)(2)(25 \times 10^{-6})[(2)(200)]^2}{4(2.637x^{-4})(60)(10)} \right] \right\} \end{aligned}$$

$$\Delta p_{\text{debida al pozo imagen 2}} = 20.71 [E_1(2.15)]$$

A partir de la Tabla 8 se obtiene que para $x = 2.15$, $E_1 = 0.04261 \therefore$

$$\Delta p_{\text{debida al pozo imagen 2}} = \mathbf{0.88 \text{ [psi]}}$$

4.- Calcular la caída de presión total

$$\Delta p_{T \text{ pozo actual}} = 270.23 + 11.59 + 0.88$$

$$\Delta p_{T \text{ pozo actual}} = \mathbf{282.7 \text{ [psi]}}$$

5.- Calcular la presión en la cara de la formación, p_{wf}

$$p_{wf} = p_i - \Delta p_T$$

$$p_{wf} = 5000 - 282.7$$

$$p_{wf} = \mathbf{4717.3 \text{ [psi]}}$$



1.5 Método de suavización de datos

En algunos casos los datos medidos durante una prueba de presión en un pozo presentan una gran dispersión, razón por la cual es necesario someterlos a un proceso suavización, con el fin de hacer más factible y efectivo su análisis. Un método simple que proporciona excelentes resultados para el proceso de suavización está basado en la ecuación (107), el cual es ilustrado en la Figura 55:

$$\bar{p}_{ws}(\Delta t) = \frac{1}{\delta t} \int_{\Delta t - \frac{\delta t}{2}}^{\Delta t + \frac{\delta t}{2}} p_{ws}(r) dr \quad (107)$$

La cual en forma discreta para puntos igualmente espaciados se expresa de la siguiente manera:

$$\bar{p}_{ws_i} = \frac{1}{n} \sum_{j=-\left(\frac{n-1}{2}\right)}^{\left(\frac{n-1}{2}\right)} p_{ws_{i+j}} \quad (108)$$

donde:

n es el número impar de datos a analizar

p_{ws_i} es la presión de cierre i

En este método de suavización el primer y último dato no se toman en cuenta, ya que estos no dispondrán de todos los elementos necesarios para emplear la ecuación (108). Por otro lado dependiendo de la exactitud de la solución que se requiera, será la magnitud de la variable n , ya que esta variable fungirá como nuestra ventana de suavización, por lo tanto mientras más pequeño sea el valor de dicha variable, la exactitud que se obtendrá será mayor, ya que se analizará una mayor cantidad de datos. Sin embargo esto implica una mayor cantidad de cálculos y por ende un mayor tiempo de procesamiento, por lo cual se deberán evaluar los pros y contras para seleccionar dicho valor **(Cinco, Samaniego y Viturat, 1985, p. 3)**.

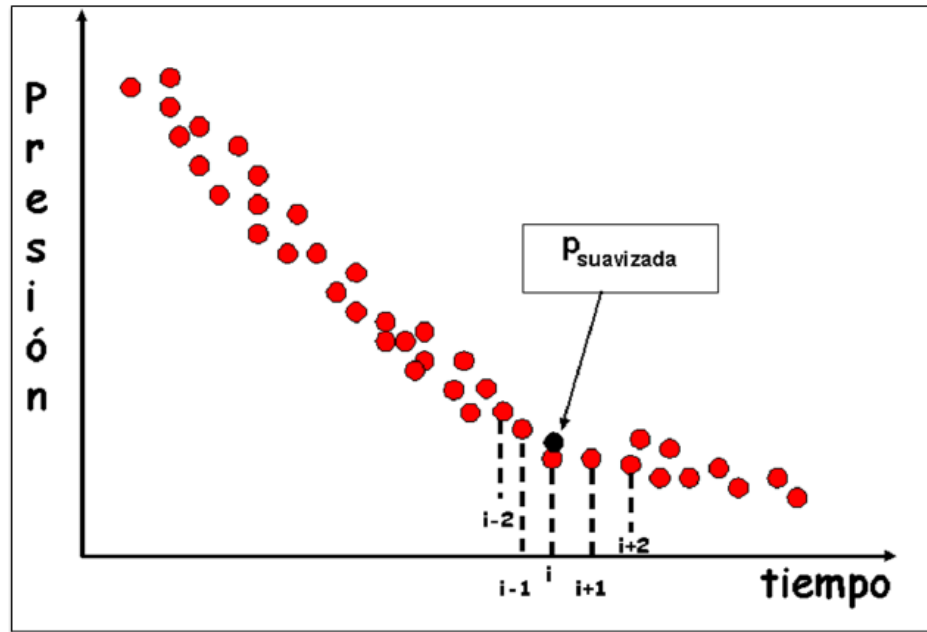


Figura 55 Promedio móvil (Apuntes de caracterización dinámica de yacimientos, 2015)



2. El fenómeno de tendencia de presión

La tendencia de presión es un fenómeno físico que no ha tenido una difusión importante dentro de la literatura de análisis de pruebas de presión, siendo este un fenómeno que presenta una ocurrencia importante durante la realización de pruebas de presión en determinados tipos de yacimientos. Un erróneo análisis e interpretación de los datos de una prueba de presión, puede conducir a una equívoca toma de decisiones en torno al desarrollo de un campo en donde se ven involucradas cifras millonarias.

En una prueba de presión se genera un estímulo en el yacimiento mediante la variación del gasto del pozo evaluado o de un pozo adyacente a éste, con lo cual se obtiene una respuesta de presión en el pozo evaluado sin saber con certeza lo que aconteció en el yacimiento, tal como se muestra en la Figura 56, por esta razón podrán existir diferentes interpretaciones de una misma prueba de presión. Por ende, al llevar a cabo la interpretación de una prueba de presión, es necesario tener un amplio panorama de los patrones de comportamiento que pueden seguir los datos de presión medidos de acuerdo a diferentes parámetros del yacimiento y/o del pozo, a fin de sopesar las diferentes interpretaciones que se pueden derivar de la prueba, y elegir aquella que mejor se ajuste a la información disponible.

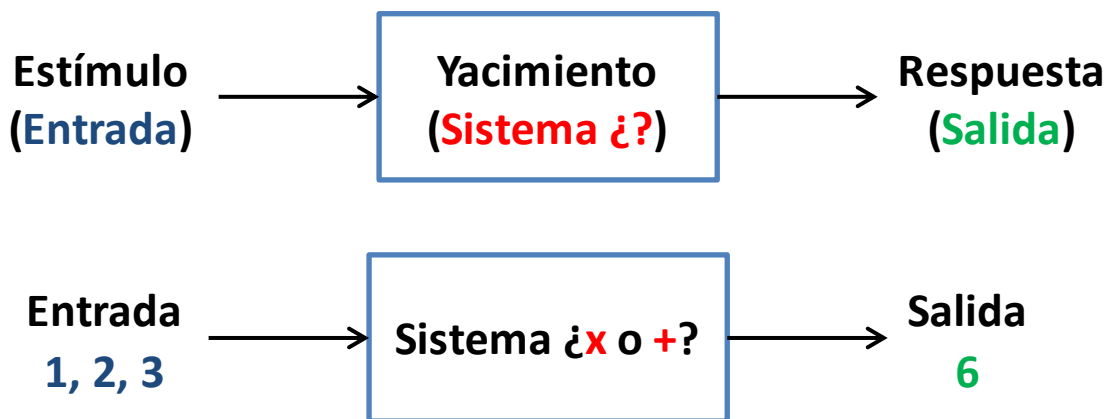


Figura 56 Representación esquemática de una prueba de presión

Al analizar una prueba de presión realizada en un yacimiento propicio para la ocurrencia de una tendencia de presión, y no tener referencia sobre dicho fenómeno, éste es ignorado e interpretado dentro del análisis como otro fenómeno, tal como puede ser el reajuste de las fases durante el tiempo de



producción en una prueba de decremento. Por lo tanto un análisis en dicho tipo de yacimiento, realizado sin considerar la tendencia de presión como uno de los posibles factores que influyó en la respuesta de presión obtenida, no será íntegro.

2.1 El efecto de tendencia de presión en los datos medidos durante una prueba de presión de fondo de pozo y los factores que lo inducen

La experiencia de campo ha mostrado que los datos de presión medidos en yacimientos con alta capacidad de flujo ($kh \sim 10^6$ [md – ft]) son afectados por los efectos del pozo, tales como el almacenamiento, los cambios de temperatura, la tendencia de presión y los ruidos durante las mediciones. Estos efectos son particularmente importantes en la respuesta de presión observada durante una prueba de presión **(Cinco, Samaniego y Viturat, 1985, p. 1)**.

En algunos casos la respuesta de presión que se obtiene en el pozo evaluado durante una prueba de presión no corresponde únicamente al efecto causado por el cambio de gasto en dicho pozo, esto se debe principalmente a la existencia de tendencias de depresionamiento o represionamiento en el yacimiento, las cuales son generadas por la producción o inyección en pozos adyacentes al pozo evaluado, y en algunos casos por un cierre general de varios pozos **(Martínez, 2007, p. 93)**. En ocasiones al llevar a cabo una prueba de presión, las operaciones mencionadas pueden generar cambios en la presión del pozo evaluado del mismo orden de magnitud que los cambios de presión generados durante la prueba misma, razón por la cual un análisis convencional realizado bajo estas condiciones no es confiable.

La tendencia de presión es el cambio de presión que ocurriría en un pozo evaluado, si el gasto del mismo no fuera cambiado, ver Figura 57; teóricamente la tendencia de presión es la suma en el pozo evaluado, de todos los efectos transitorios de presión generados por los pozos vecinos durante toda la vida productiva del yacimiento. Matemáticamente esta tendencia es muy difícil de estimar, debido a la falta de información confiable de la variación de los gastos en todos los pozos adyacentes, pero puede medirse antes de empezar la prueba y extrapolarse **(Martínez, 2007, p. 93)**.

Una tendencia de presión distorsiona totalmente los datos de una prueba de presión, y el efecto de dicha tendencia, es decir, la caída de presión adicional que induce en los datos de presión medidos, se hace dominante en yacimientos con alta permeabilidad y/o con pequeña extensión, ya que los primeros presentan valores altos del coeficiente de difusividad hidráulica, por lo cual, cualquier



alteración en la presión del yacimiento generada por alguno de los pozos próximos al pozo evaluado, viajará rápidamente y afectará los datos medidos durante una prueba de presión. En cambio en los yacimientos con pequeña extensión, la alteración de la presión generada por un pozo se verá reflejada en los demás, debido a la gran proximidad de las fronteras del yacimiento. Por lo tanto es fundamental que los efectos de la tendencia de presión sean detectados y evaluados para poder llevar a cabo un íntegro análisis e interpretación de los datos de una prueba de presión **(Cinco, Macías, et al., 1990, p. 1)**.

La tendencia de presión puede ser positiva o negativa dependiendo si se trata de una tendencia de presión ascendente (represionamiento) o descendente (depresionamiento), ambos casos pueden estar presentes en la práctica como resultado de los efectos de la producción o inyección en pozos vecinos. Aunque en algunos casos la tendencia de presión es positiva, y es causada por un cierre general en varios pozos de un yacimiento **(Cinco, Macías, Samaniego, Morales, 1990, p. 1)**.

Por lo tanto se puede establecer que la tendencia de presión es un fenómeno físico cuya ocurrencia depende de las características del sistema rocoso y del tiempo de duración de la prueba de presión, ya que si dicho tiempo es muy corto, los datos de presión medidos no se verán afectados debido a que la caída de presión que induce una tendencia no se hace presente inmediatamente sino después de cierto tiempo, el cual a su vez también depende de las características del yacimiento, especialmente de su extensión, permeabilidad y homogeneidad. Además, es indispensable que exista comunicación entre el pozo evaluado y los pozos adyacentes para que se presente éste fenómeno.

Asimismo, la tendencia de presión provoca un comportamiento anormal en la presión medida en un pozo durante la realización de una prueba de presión, ya que dicho fenómeno induce una caída de presión adicional en los datos de presión medidos, la cual es generada por la producción e inyección en pozos adyacentes, y en algunos casos por un cierre general de los mismos.

Es necesario señalar al lector que se emplea el término caída de presión como sinónimo de cambio de presión; la caída de presión se considera positiva cuando genera una declinación de la presión, y negativa cuando provoca el efecto contrario, es decir, cuando genera un incremento de la presión.

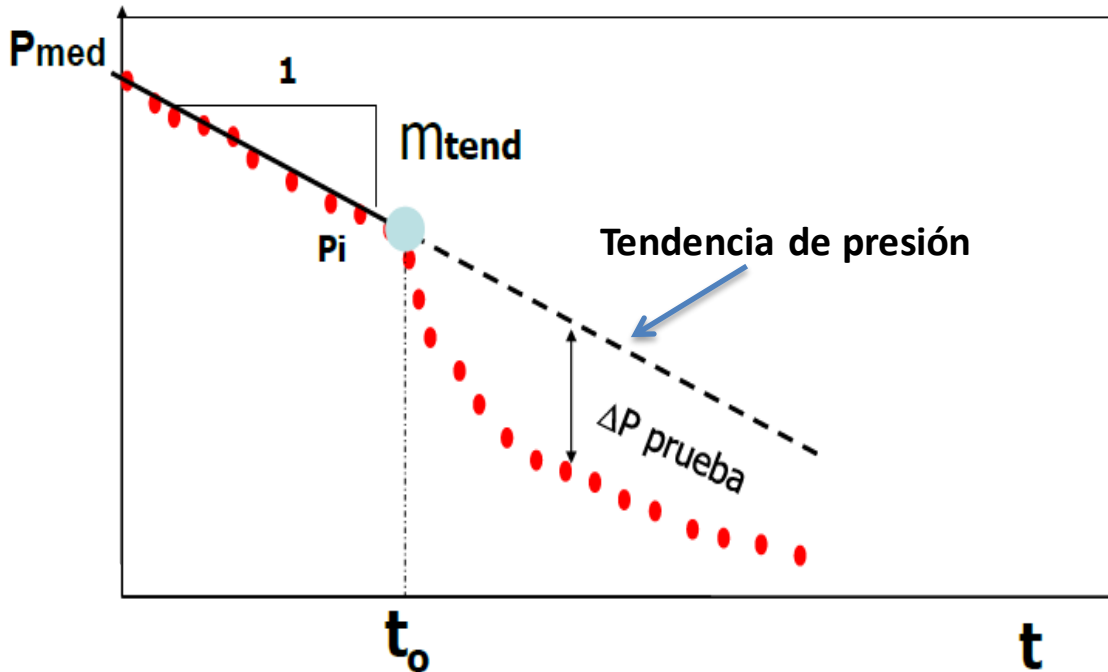


Figura 57 El efecto de tendencia de presión en una prueba de decremento (Modificado de apuntes de caracterización dinámica de yacimientos, 2015)

Por lo general una tendencia de presión no afecta exclusivamente los datos de presión de una prueba, sino que su efecto también se hace presente en los datos de presión medidos antes del inicio de la misma, por lo tanto estos datos deben tomarse en cuenta para corregir íntegramente los datos de la prueba de presión.

Los métodos gráficos de análisis de pruebas de presión son generalmente desarrollados para condiciones ideales, tales como la inexistencia de los efectos del almacenamiento del pozo, flujo isotérmico, un yacimiento homogéneo, etc. Por lo tanto para poder aplicar algunas técnicas desarrolladas para la estimación de los parámetros de la formación, es necesario que el yacimiento domine el comportamiento de la presión durante el desarrollo de la prueba. En la práctica esto no siempre ocurre, ya que una tendencia de presión puede controlar completamente el comportamiento de la presión registrada durante una prueba (Cinco, Samaniego, et al., 1985, p. 1).

Para manejar adecuadamente esta situación **Johnson C. R., Greenkorn R. A. y Woods E. G. (1966)** propusieron el uso de pruebas de pulsos, ya que estos autores mencionan que al utilizar una serie de perturbaciones de flujo (prueba de pulsos), se genera una respuesta de presión que se puede distinguir con mayor facilidad de las tendencias desconocidas en la presión de un yacimiento, así como de otros ruidos que se pueden presentar durante una prueba de presión. Sin embargo los análisis convencionales de las pruebas de pulsos en general son

complicados debido a la gran cantidad de información generada durante las pruebas, y a la necesidad de manipular matemáticamente los efectos de apertura y cierre de los pozos activos y/u observadores. Además, en algunos casos se requiere el cálculo de algunas de las propiedades de los fluidos mediante correlaciones, así como la determinación precisa de la presión al inicio de la prueba en los pozos de observación. Asimismo, se presenta la necesidad de analizar la prueba mediante diversas técnicas que permitan verificar la congruencia entre los resultados (Martínez, 2007, p. 7). La Figura 58 ilustra los términos empleados en el análisis de dicho tipo de pruebas de presión.

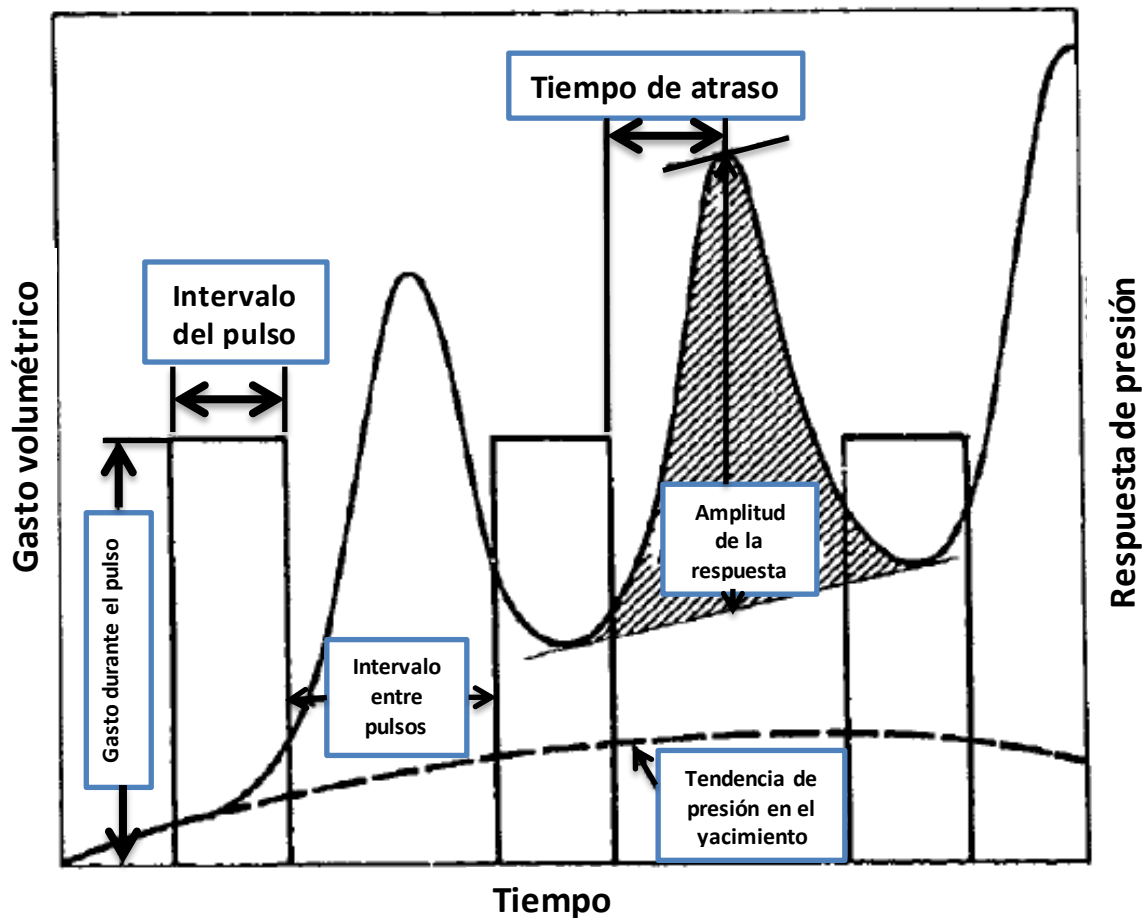


Figura 58 Terminología utilizada en una prueba de pulsos (Modificado de Johnson, Greenkorn, et al., 1966)



2.2 Cuantificación de los errores generados en el análisis de una prueba de interferencia si no se considera la presencia de una tendencia lineal de presión en el yacimiento

Kamal y Brigham (1975) determinaron cualitativamente los errores que se cometen en el análisis de una prueba de interferencia cuando no se consideran los efectos de una tendencia lineal de presión, reportando los resultados para cambios en la presión medida en el rango del 10 al 30% en $\frac{t_D}{r_D^2} = 3$. El valor de tres lo seleccionaron debido a que corresponde al tiempo en horas requerido para realizar satisfactoriamente una prueba de interferencia en un yacimiento con propiedades promedio.

Obtuvieron los errores a partir del ajuste de curvas tipo correspondientes a cada cambio de presión, con una curva tipo de la respuesta de presión que se obtendría en el pozo observador si no existiera una tendencia lineal en la presión del yacimiento.

La Tabla 12 muestra las desviaciones que obtuvieron los autores en los valores de los puntos de ajuste utilizados en el análisis que realizaron.

Parámetro	Yacimiento sin perturbación	Yacimiento perturbado		
		Cambio de presión a $\frac{t_D}{r_D^2} = 3$		
		10 [%]	20 [%]	30 [%]
p_D	1	0.97	0.91	0.84
$\frac{t_D}{r_D^2}$	0.1	0.105	0.109	0.11

Tabla 12 Errores en los puntos de ajuste de una prueba de interferencia, generados al despreciar la existencia de una tendencia lineal de presión en el yacimiento

A partir de lo anterior los autores calcularon el porcentaje de error que se obtiene en los valores de p_D y $\frac{t_D}{r_D^2}$, el cual se muestra en la Tabla 13.



Parámetro	Cambio de presión a $\frac{t_D}{r_D^2} = 3$		
	10 [%]	20 [%]	30 [%]
Error en p_D [%]	-3	-9	-16
Error en $\frac{t_D}{r_D^2}$ [%]	5	9.5	10

Tabla 13 Error en los valores de p_D y $\frac{t_D}{r_D^2}$ al analizar una prueba de interferencia sin considerar la existencia de una tendencia lineal de presión en el yacimiento

Por consiguiente también obtuvieron el porcentaje de error que se obtienen en los valores estimados de los parámetros del yacimiento. En la Tabla 14 se presentan los resultados que obtuvieron estos dos autores.

Parámetro	Cambio de presión a $\frac{t_D}{r_D^2} = 3$		
	10 [%]	20 [%]	30 [%]
Error en kh [%]	-3	-9	-16
Error en ϕ [%]	-7.6	-16.8	-23.6

Tabla 14 Error en los valores de kh y ϕ que se origina al analizar los datos de una prueba de interferencia sin considerar la presencia de una tendencia lineal de presión en el yacimiento

A partir de este caso particular de una prueba de interferencia, se puede observar y generalizar que no es posible despreciar los efectos de una tendencia de presión durante el análisis e interpretación de una prueba de presión, ya que los errores que genera un fenómeno de éste tipo son considerables.



2.3 Métodos de corrección y análisis de datos de pruebas de presión afectadas por una tendencia de presión

El análisis de una prueba de presión proporciona información sobre las condiciones in situ del yacimiento, y en conjunto con otras herramientas permite identificar las causas que originan una baja productividad en un pozo, determinar la capacidad de producción de un yacimiento, el método de estimulación más conveniente, entre otros. Por lo tanto llevar a cabo un íntegro análisis e interpretación de una prueba de presión es fundamental para obtener el máximo beneficio económico de los hidrocarburos, debido a que información confiable acerca del yacimiento y del pozo permite llevar a cabo la optimización del esquema de recuperación, y por ende minimizar la inversión de capital y los costos de operación.

Para solucionar la problemática que plantea un fenómeno de éste tipo, se desarrolla un método que permite la corrección de datos de pruebas de presión afectadas por una tendencia, el cual asegura el correcto análisis e interpretación de los mismos a partir de los métodos aplicables; asimismo se presenta una recopilación de metodologías que permiten analizar pruebas de presión influenciadas por una tendencia lineal de presión.



2.3.1 Métodos de corrección de datos de pruebas de presión afectadas por una tendencia de presión en un régimen de flujo transitorio

2.3.1.1 Método de desuperposición

La tendencia de presión provoca un comportamiento anormal en la presión medida en un pozo durante la realización de una prueba de presión, ya que dicho fenómeno induce una caída de presión adicional en los datos de presión medidos, la cual es generada por la producción e inyección en pozos adyacentes, y en algunos casos por un cierre general de los mismos. Por ende la tendencia de presión varía según las operaciones realizadas en dichos pozos.

El principio de superposición en espacio establece que *“la caída de presión total en cualquier punto del yacimiento, es igual a la suma de los cambios de presión en dicho punto, los cuales son causados por el gasto de producción de cada uno de los pozos presentes en el yacimiento”* (Ahmed, 2006, p. 442).

Por otro lado el concepto de superposición en tiempo establece que *“cada cambio de gasto en el pozo resulta en una respuesta de presión, la cual es independiente de la respuesta de presión generada por cambios de gasto previos, por lo tanto, la caída de presión total que ha ocurrido a cualquier tiempo en el pozo, es igual a la suma de las caídas de presión individuales en el pozo correspondientes a cada cambio de gasto en el mismo”* (Ahmed, 2006, p. 446).

En una prueba de presión se analizan los datos de presión medidos en un pozo, los cuales son generados a partir de la variación del gasto en el mismo, por lo tanto las variaciones que se pueden presentar en dicha presión, producto de las ya mencionadas operaciones realizadas en pozos adyacentes, no se deben considerar dentro del análisis, ya que los resultados no serían correctos.

A partir de lo expuesto anteriormente, se puede establecer que los datos de una prueba de presión afectados por una tendencia de presión, pueden ser corregidos empleando un proceso inverso al principio de superposición en espacio y tiempo, el cual llevará por nombre *método de desuperposición*. Este consiste en extraer de los datos de presión medidos las caídas de presión inducidas por la producción e inyección en pozos adyacentes, así como las generadas por el cierre de cada uno de estos pozos cuando se presenta un cierre general de los mismos, es decir, consiste en la eliminación de la caída de presión inducida por la tendencia.

Para dicho fin es necesario tener información sobre los gastos de producción e inyección (incluyendo los cambios realizados en los mismos) que tuvieron los



pozos adyacentes durante la realización de la prueba de presión; y a partir de dicha información, se debe generar una ecuación para el cálculo de la caída de presión inducida por las operaciones mencionadas, mediante el principio de superposición en espacio y en tiempo.

Si un pozo adyacente se encuentra produciendo o inyectando a un gasto establecido desde un tiempo anterior al inicio de la prueba, y continúa haciéndolo una vez que inicia la misma, la caída de presión inducida por la producción o inyección del mismo, correspondiente a dicho gasto, deberá ser calculada desde un considerable periodo de tiempo anterior al inicio de la prueba.

Lo anterior se debe a que la caída de presión que induce la producción o inyección en un pozo adyacente, crece conforme el tiempo incrementa, por lo tanto cuando se presenta el escenario descrito en el párrafo anterior, dicha caída de presión debe ser evaluada desde un considerable periodo de tiempo anterior al inicio de la prueba, para cuantificar cabalmente su incremento con el tiempo; de tal forma que al realizar la corrección de los datos de la prueba de presión, la magnitud de la caída de presión generada por la tendencia, que es empleada para dicho fin, sea correcta.

Una vez establecida la ecuación de la caída de presión inducida por las operaciones de producción e inyección en pozos adyacentes, y cuando sea el caso por un cierre general de los mismos, se procede a su cálculo, y posteriormente se suma a los datos de presión medidos, tanto del periodo de tiempo considerado antes del inicio de la prueba, como a los datos correspondientes de la prueba misma.

Por lo tanto en este método los datos de presión medidos antes de los datos de la prueba de presión, son usados para cuantificar cabalmente la caída de presión adicional inducida por la tendencia de presión, y de esta forma realizar íntegramente la corrección de los datos de la prueba.

El presente método es aplicable para cualquier geometría de flujo, sin embargo será acotado para el caso de una geometría radial. Asimismo, únicamente es válido para un régimen de flujo transitorio (yacimiento infinito) así como para pruebas de decremento e incremento de presión.

La metodología expuesta de corrección de datos de presión medidos, es evidente a partir de la deducción de su ecuación general.

2.3.1.1.1 Deducción de la ecuación general del método de desuperposición

Se tienen dos pozos produciendo cada uno a un gasto constante, con comunicación entre ellos, separados por una distancia de 1200 [ft], en un yacimiento homogéneo con alta permeabilidad, tal como se muestra en la Figura 59.

Si se desea calcular la caída de presión en el pozo 1 a cierto tiempo t , será necesario emplear el principio de superposición en espacio.

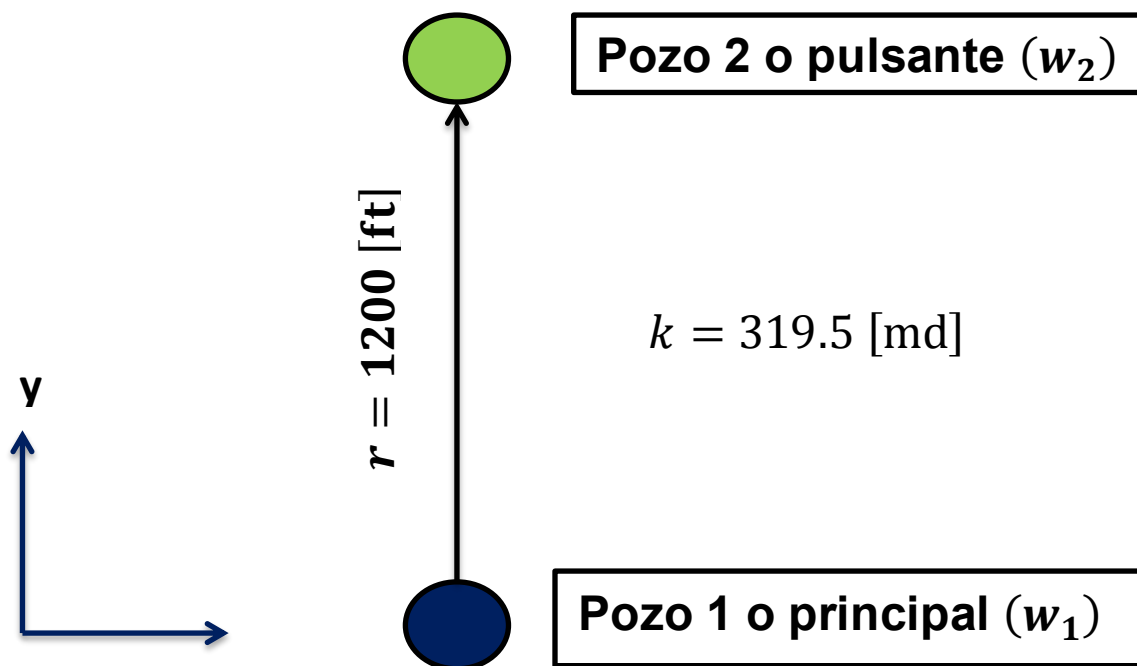


Figura 59 Plano de localización de dos pozos en un yacimiento con alta permeabilidad, método de desuperposición

La caída de presión en el pozo 1 a un tiempo t , será igual a la caída de presión generada por su propio gasto (Δp_1), más la caída de presión adicional causada por la producción del pozo adyacente ($\Delta p_{1,2}$), matemáticamente se tiene:

$$\Delta p_{T_1}(t) = \Delta p_1(t) + \Delta p_{1,2}(t)$$

El cálculo de las caídas de presión depende de la geometría y del régimen de flujo, suponiendo que se tiene una geometría de flujo radial y un régimen transitorio, la expresión anterior es igual a:



$$\Delta p_{T_1}(t) = \frac{\alpha q_1 B \mu}{2kh} \left[E_1 \left(\frac{\phi \mu c_t r^2}{4\beta k t} \right) \right] + \frac{\alpha q_2 B \mu}{2kh} \left[E_1 \left(\frac{\phi \mu c_t r^2}{4\beta k t} \right) \right]$$

Si el pozo 1 es cerrado por un tiempo $\Delta t = 720$ [hr] y posteriormente se abre a producción por un tiempo $t_p = 720$ [hr] para la realización de una prueba de decremento, mientras que el pozo 2 se mantiene produciendo a un gasto constante durante todo el periodo de tiempo; debido a las características del yacimiento supuesto, los datos de presión medidos en el pozo 1, tanto en el periodo de cierre como en la prueba, pueden ser afectados por la producción del pozo 2, es decir, cabe la posibilidad que se presente en el yacimiento una tendencia de presión, si tal afirmación se cumple, un análisis convencional de los datos no será acertado.

El caso anterior fue simulado en el software de pruebas de presión Pansystem®, Figura 60, y a partir de dicha simulación se observa que la existencia de comunicación entre los pozos y una permeabilidad alta en el yacimiento, permitieron que se presentara una tendencia de presión, ya que los datos de presión medidos (serie de datos en color rojo) experimentaron una caída de presión mayor en comparación con los datos ideales simulados (serie de datos en color azul), tanto en el periodo de cierre, en donde se aprecia que la presión experimentó una ligera declinación cuando debió permanecer constante, como en la prueba misma.

Por lo tanto este ejemplo confirma lo mencionado anteriormente acerca del efecto de la tendencia de presión sobre los datos de presión medidos, así como la necesidad de cuantificar en ciertos casos la caída de presión inducida por la producción o inyección de un pozo adyacente al pozo evaluado, desde un periodo de tiempo anterior al inicio de la prueba.

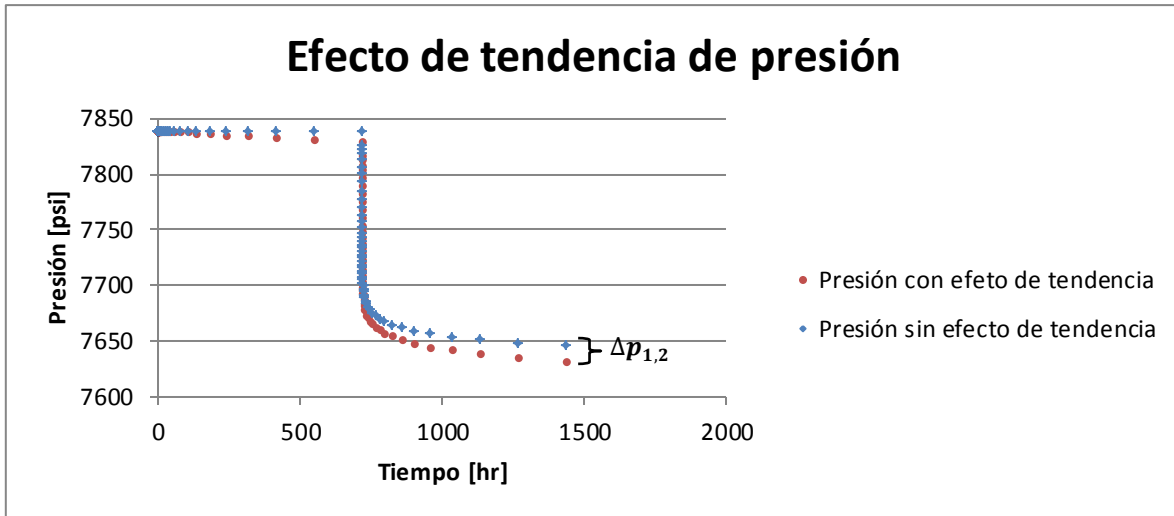


Figura 60 Comportamiento normal de los datos de presión de una prueba de decremento contra un comportamiento anormal de los mismos, el cual es inducido por una tendencia negativa de presión, método de desuperposición

Como se mencionó los datos que se deben analizar en una prueba de presión, son aquellos generados únicamente por la variación del gasto de producción del pozo evaluado, dichos datos de presión idóneos para el caso de una prueba de decremento (serie de datos en color azul) se obtienen matemáticamente de la siguiente forma:

$$p_{wf}(t) = p_{ws}(\Delta t) - \Delta p_1(t) \quad (109)$$

donde:

$p_{wf}(t)$ es la presión registrada durante una prueba de decremento, correspondiente a un tiempo t determinado.

$p_{ws}(\Delta t)$ es la presión en el pozo al momento de la apertura del mismo para la realización de una prueba de decremento.

$\Delta p_1(t)$ es la caída de presión generada por la producción del pozo evaluado, correspondiente a un tiempo t determinado.

Los datos de presión con efecto de tendencia (serie de datos en color rojo) también son generados por la variación del gasto del pozo evaluado, sin embargo presentan una caída de presión adicional debido a la tendencia, la cual para este caso particular es generada por la producción del pozo adyacente, por ende, matemáticamente estos datos de presión correspondientes a una prueba de decremento se calculan como:



$$p_{wf}(t) = p_{ws}(\Delta t) - [\Delta p_1(t) + \Delta p_{1,2}(t)]$$

$$p_{wf}(t) = p_{ws}(\Delta t) - \Delta p_1(t) - \Delta p_{1,2}(t) \quad (110)$$

donde:

$\Delta p_{1,2}(t)$ es la caída de presión adicional en el pozo evaluado inducida por la producción del pozo adyacente, correspondiente a un tiempo t determinado.

A partir de las ecuaciones (109) y (110), es evidente que los datos de presión medidos afectados por la producción del pozo adyacente (tendencia de presión), son corregidos eliminándoles la caída de presión adicional inducida por dicha producción $\Delta p_{1,2}(t)$, tal como se muestra a continuación.

Periodo de cierre:

$$p'_{ws}(t) = p_{ws}(t)_a + \Delta p_{1,2}(t) \quad (111)$$

Periodo de decremento:

$$p'_{wf}(t) = p_{wf}(t)_a + \Delta p_{1,2}(t) \quad (112)$$

donde:

$p_{ws}(t)_a$ es la presión medida durante el periodo de cierre, correspondiente a un tiempo t determinado, la cual es afectada por una tendencia de presión.

$p_{wf}(t)_a$ es la presión medida durante la prueba de decremento, correspondiente a un tiempo t determinado, la cual es afectada por una tendencia de presión.

$p'_{ws}(t)$ es la presión corregida del periodo de cierre, correspondiente a un tiempo t determinado.

$p'_{wf}(t)$ es la presión corregida del periodo de producción (prueba de decremento), correspondiente a un tiempo t determinado.

Nótese que la metodología de corrección empleada es el procedimiento descrito al inicio de este método: se calcula la caída de presión inducida por la producción e inyección en pozos adyacentes, y posteriormente esta caída de presión se suma a los datos de presión medidos.



Si posteriormente el pozo 1 produce a un gasto $q_{w1,1}$ por un tiempo t_1 , después del cual se amplía el diámetro del estrangulador, tal que dicho pozo produce a un gasto $q_{w1,2}$ para la realización de una prueba de decremento; mientras que el pozo 2 se mantiene produciendo a un gasto $q_{w2,1}$ durante un tiempo t_p , posterior al cual es cerrado por un tiempo Δt , tal como se muestra en la Figura 61.

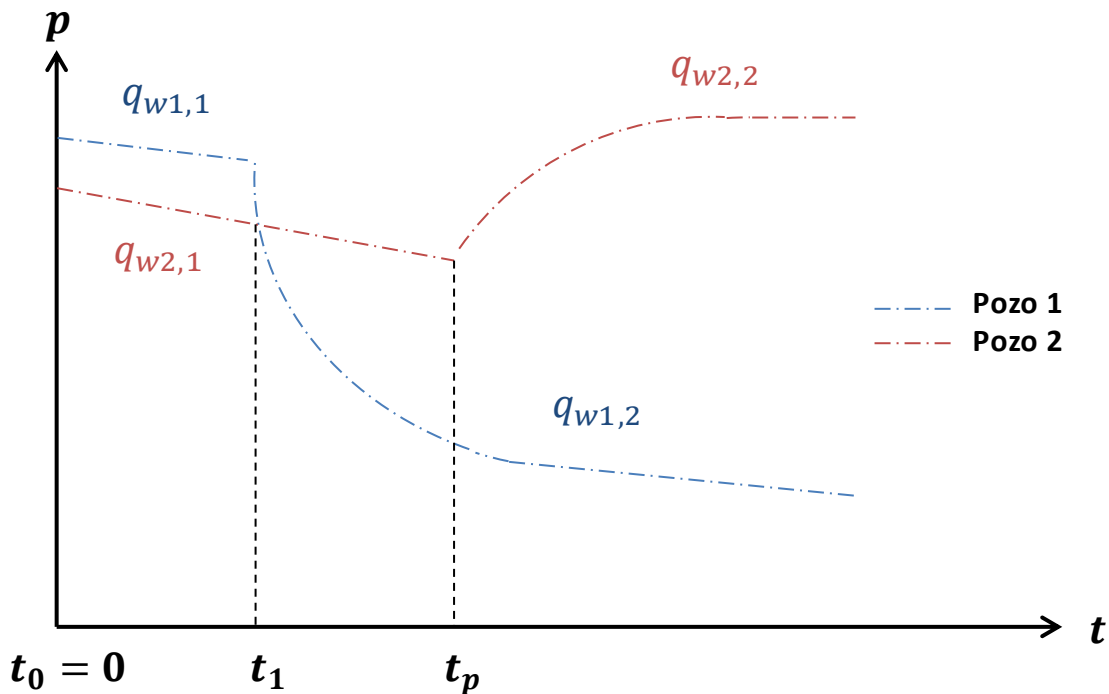


Figura 61 Variación del gasto de producción del pozo evaluado y del pozo adyacente a éste, durante una prueba de decremento de presión, método de desuperposición

Si se desea analizar la prueba de decremento realizada en el pozo 1, de forma similar que en el caso anterior, será necesario primero eliminar de los datos medidos en la prueba, la caída de presión inducida por las operaciones realizadas en el pozo adyacente, en este caso la producción y el cierre del mismo.

Si bien se mencionó que una tendencia de presión sólo puede ser inducida por el cierre de varios pozos adyacentes, se muestra la corrección de los datos debido al cierre del único pozo adyacente, con la finalidad de mostrar al lector como se extraería de los datos de presión medidos la caída de presión inducida por el cierre de cada uno de los pozos adyacentes cuando se presenta un cierre general de los mismos.



Para la corrección de los datos de la prueba es necesario establecer la ecuación de la caída de presión inducida por las operaciones mencionadas, la cual debido al cambio de gasto en el pozo adyacente, en comparación con el caso anterior, si debe involucrar el principio de superposición en espacio y en tiempo. El presente método es acotado para un régimen de flujo transitorio y una geometría de flujo radial, por lo tanto dicha ecuación es igual a:

$$\Delta p_{1,2}(t) = \Delta p_{1,2}(t)_{q_{w2,1}} + \Delta p_{1,2}(t)_{q_{w2,2}} \quad (113)$$

$$\Delta p_{1,2}(t) = \frac{\alpha(q_{w2,1} - 0)B\mu}{2kh} E_1 \left[\frac{\phi\mu c_t r^2}{4\beta k(t - t_0)} \right] + \frac{\alpha(q_{w2,2} - q_{w2,1})B\mu}{2kh} E_1 \left[\frac{\phi\mu c_t r^2}{4\beta k(t - t_p)} \right]$$

$$\Delta p_{1,2}(t) = \frac{\alpha(q_{w2,1} - 0)B\mu}{2kh} E_1 \left[\frac{\phi\mu c_t r^2}{4\beta k(t - t_0)} \right] + \frac{\alpha(-q_{w2,1})B\mu}{2kh} E_1 \left[\frac{\phi\mu c_t r^2}{4\beta k(t - t_p)} \right] \quad (114)$$

donde:

$\Delta p_{1,2}(t)$ es la caída de presión generada por la producción y el cierre del pozo 2, correspondiente a un tiempo t determinado.

$\Delta p_{1,2}(t)_{q_{w2,1}}$ es la caída de presión inducida por el primer gasto de producción del pozo adyacente $q_{w2,1}$, correspondiente a un tiempo t determinado.

$\Delta p_{1,2}(t)_{q_{w2,2}}$ es la caída de presión inducida por el cambio de gasto de producción en el pozo adyacente $(q_{w2,2} - q_{w2,1})$, en este caso por el cierre del mismo, correspondiente a un tiempo t determinado. Nótese que dicho cambio de gasto es negativo e igual al gasto anterior, $q_{w2,2} = -q_{w2,1}$, ya que de acuerdo al principio de superposición en tiempo, al existir un cambio de gasto, la diferencia entre al gasto actual y el inmediato anterior, genera una caída de presión adicional independiente de la anterior, por lo tanto debido a que el gasto actual es igual a cero ya que el pozo se encuentra cerrado, dicha diferencia es negativa.

Es importante señalar que las caídas de presión individuales que constituyen a la caída de presión inducida por las operaciones de producción e inyección en pozos adyacentes, no actúan inmediatamente, sino a partir del tiempo en el cual dichas operaciones son realizadas. Lo anterior es discretizado por medio del principio de superposición en tiempo, de ahí la importancia del mismo.



Por lo tanto los datos de presión medidos afectados por las operaciones realizadas en el pozo adyacente (tendencia de presión), son corregidos sumándoles la caída de presión adicional inducida por dichas operaciones $\Delta p_{1,2}(t)$, tal como se muestra a continuación.

Primer periodo de producción:

$$p'_{wf}(t) = p_{wf}(t)_a + \Delta p_{1,2}(t) \quad (115)$$

Segundo periodo de producción (prueba de decremento):

$$p'_{wf}(t) = p_{wf}(t)_a + \Delta p_{1,2}(t) \quad (116)$$

donde:

$p_{wf}(t)_a$ es la presión medida durante el primer gasto de producción del pozo 1 así como durante la prueba de decremento realizada en el mismo, correspondiente a un tiempo t determinado, la cual es afectada por una tendencia de presión.

A partir del caso anterior se puede apreciar que es indispensable tener un buen entendimiento del principio de superposición en espacio y en tiempo para la implementación del presente método, ya que éste principio matemático es empleado para el cálculo de la caída de presión generada por la tendencia de presión, la cual es utilizada para la corrección de los datos de presión medidos.

A partir de las ecuaciones (111), (112), (115) y (116), se puede establecer que el *método de desuperposición* en forma general puede ser expresado de la siguiente manera:

$$p'_w(t) = p_w(t) + \sum_{i=1}^n \Delta p_{w_i}(t) \quad (117)$$

donde:

$p'_w(t)$ es la presión corregida correspondiente a un tiempo t determinado.

$p_w(t)$ es la presión medida en un pozo, correspondiente a un tiempo t determinado.

$\Delta p_{w_i}(t)$ es la caída de presión inducida por la producción o inyección del pozo adyacente i , correspondiente a un tiempo t determinado. Asimismo cuando se presenta el caso de un cierre general de varios pozos adyacentes, $\Delta p_{w_i}(t)$



también representa la caída de presión inducida por el cierre de cada pozo adyacente i , correspondiente a un tiempo t determinado.

Cabe recalcar que la caída de presión inducida por la producción o inyección de un pozo adyacente, $\Delta p_{wi}(t)$, en algunos casos debe calcularse desde un considerable periodo de tiempo anterior al inicio de la prueba de presión, para cuantificar cabalmente su incremento con el tiempo. Además, es necesario recordar que en el presente trabajo se emplea el término caída de presión como sinónimo de cambio de presión, y que la caída de presión se considera positiva cuando genera una declinación de la presión, y negativa cuando provoca el efecto contrario, es decir, cuando genera un incremento de la presión.

2.3.1.1.2 Ventajas y desventajas del método

Ventajas

- ✓ Al no ser un método gráfico no presenta la subjetividad de la selección de los puntos de presión a los cuales se les ajustará una línea recta.
- ✓ Es válido para cualquier geometría de flujo, aunque es acotado con fines prácticos para una geometría radial.
- ✓ Presenta una mayor efectividad en comparación con los métodos gráficos.
- ✓ Se puede extender a las demás geometrías y regímenes de flujo, únicamente empleando sus correspondientes ecuaciones para el cálculo de las caídas de presión inducidas por la producción e inyección en pozos adyacentes.

Desventajas

- Se requiere tener información sobre los gastos de producción e inyección (incluyendo los cambios realizados en los mismos) que presentaron los pozos adyacentes al pozo evaluado durante la realización de la prueba de presión.
- Se requiere tener información sobre algunas propiedades del yacimiento.
- La ecuación que se desarrolla para la corrección de los datos de presión puede llegar a ser compleja.
- La metodología para la obtención de los parámetros del yacimiento es más extensa en comparación con los demás métodos, ya que los datos de presión de la prueba primero son corregidos para posteriormente ser analizados.
- Únicamente es válido para pruebas de decremento e incremento de presión.



- Si los datos de presión medidos presentan una gran dispersión, será necesario someterlos a un proceso de suavización, antes de realizar su corrección.



2.3.2 Métodos de análisis de datos de pruebas de presión afectadas por una tendencia de presión en un régimen de flujo pseudoestacionario

2.3.2.1 Método de H. C. Slider

Slider (1967) presentó un método simplificado para el análisis de los datos de pruebas de incremento de presión, realizadas después de que se ha alcanzado un régimen de flujo pseudoestacionario durante el periodo de producción antes del cierre; en este método se trabaja únicamente con el cambio de presión generado por el cierre del pozo, ya que el cambio de presión que ocurriría si el pozo no fuera cerrado (tendencia de presión), se mide antes de iniciar la prueba y se extrapola para posteriormente corregir los datos de presión medidos. En este método y en los métodos posteriores se empleará el término *tendencia lineal de presión*, cuando dicho fenómeno se presente en una prueba de presión realizada bajo un régimen de flujo pseudoestacionario.

Asimismo, es importante señalar que la unidad de tiempo (t) será [día] únicamente en lo que respecta al presente método, por lo cual en las ecuaciones siguientes correspondientes al método, la unidad del cambio de la presión en el pozo con respecto al tiempo $\left(\frac{dp_w}{dt}\right)$ será $\left[\frac{\text{psi}}{\text{día}}\right]$.

Un pozo productor con un gasto de producción q tendrá un histórico de presión como se muestra esquemáticamente en la Figura 62. Si este pozo es cerrado al tiempo t_p , el histórico de presión podría seguir el comportamiento mostrado por la línea continua. En cambio si el pozo no es cerrado al tiempo t_p , es decir, si continua produciendo, el histórico de presión podría ser como el mostrado por la línea punteada.

El primer término (término A en la Figura 62) representa la diferencia entre la presión inicial del yacimiento (p_i) y la presión de fondo fluyendo (p_{wf}), que existiría si el pozo no fuese cerrado al tiempo t_p . El segundo término (término B en la Figura 62) representa el incremento de presión que se genera debido al cierre del pozo.

Es importante señalar que el segundo término es completamente independiente del histórico de presión-producción hasta el tiempo de cierre. Este cambio teórico de presión representado por el segundo término será llamado Δp^* , el cual de forma general es equivalente a:

$$\Delta p^* = \frac{\alpha q B \mu}{k h} [(P_D)_{\Delta t} + s] \quad (118)$$

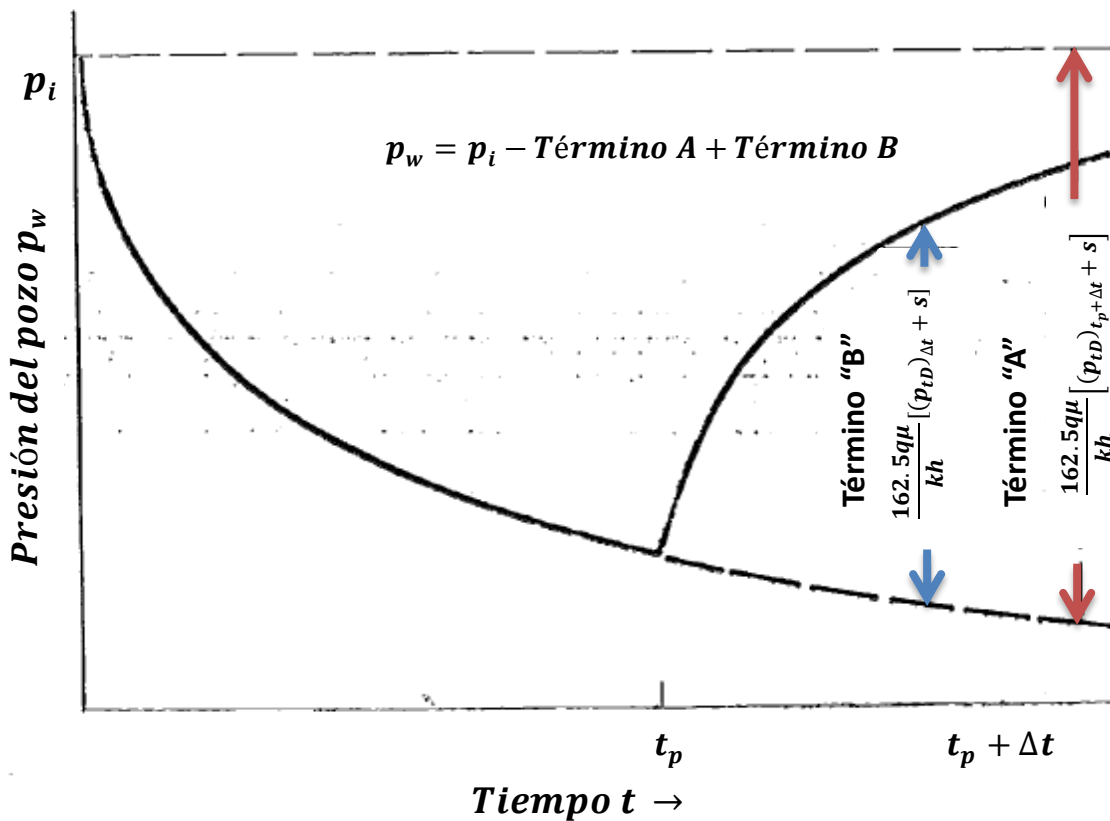


Figura 62 Comparación del comportamiento de la presión de un pozo cuando éste cerrado y cuando continua produciendo (Modificado de Slider, 1967)

El incremento de la presión en un pozo debido a su cierre (Δp^)*

La base para el análisis de una prueba de incremento en un régimen pseudoestacionario puede ser una gráfica de Δp^* contra $\log \Delta t$. El valor de Δp^* para la construcción de dicha gráfica puede ser obtenido gráficamente o derivado analíticamente a partir de las presiones de cierre registradas.

Debido a que se considera que se ha alcanzado un régimen de flujo pseudoestacionario, una gráfica de la presión del pozo contra el tiempo durante el periodo de producción será una línea recta con pendiente $\left(\frac{dp_{wf}}{dt}\right)_s$. Si el pozo no es cerrado la presión continuará declinando al mismo ritmo, tal como lo muestra la línea punteada en la Figura 63.

Como se mencionó Δp^* es el cambio de presión generado por el cierre del pozo, por lo tanto se puede obtener gráficamente el valor de dicho cambio de presión a



diferentes tiempos, a partir de la extrapolación de la línea recta de la declinación de la presión antes del cierre, tal como se muestra en la Figura 63.

Análíticamente el cálculo de Δp^* se realiza a partir de la presión en el pozo durante el tiempo de cierre $p_{ws}(\Delta t)$, la presión de fondo fluyendo al momento del cierre $p_{wf}(t_p)$, y el cambio de presión con respecto al tiempo durante el periodo de producción antes del cierre $\left(\frac{dp_{wf}}{dt}\right)_s$, tal como se muestra a continuación:

$$\Delta p^* = p_{ws}(\Delta t) - p_{wf}(t_p) + \Delta t \left(\frac{dp_{wf}}{dt}\right)_s \quad (119)$$

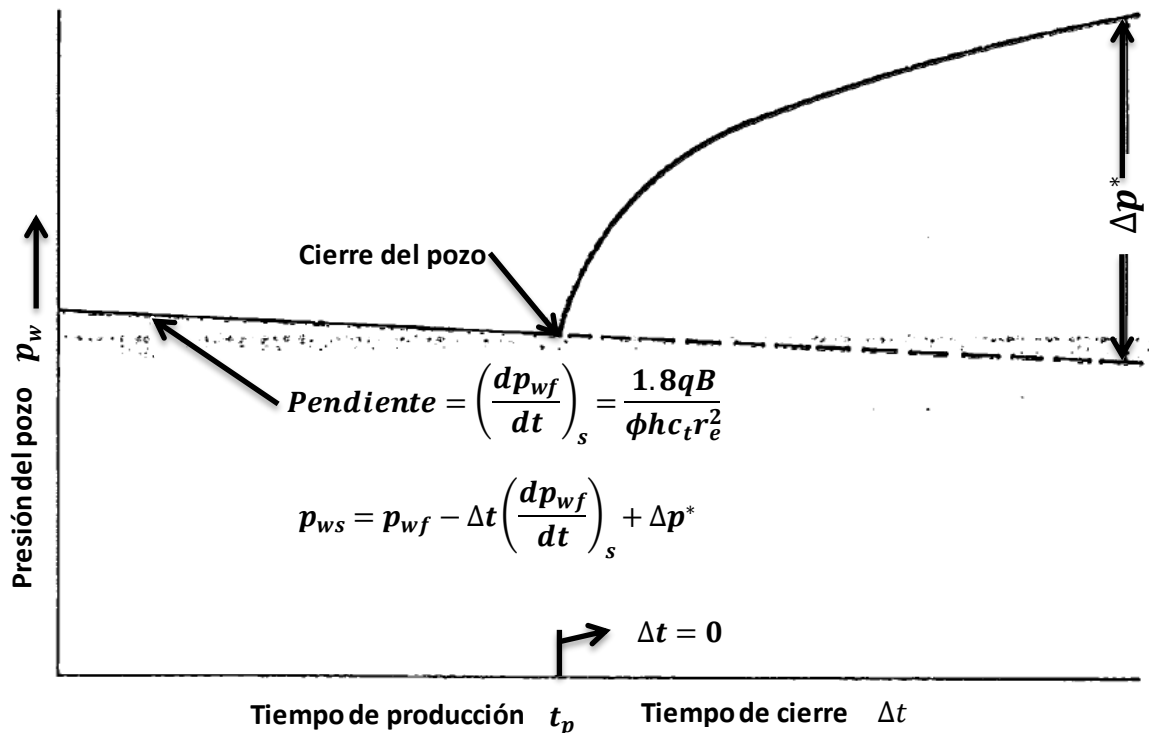


Figura 63 Comparación entre el incremento de la presión debido al cierre de un pozo y la declinación de la misma si éste no es cerrado, cuando se presenta en el yacimiento un régimen de flujo pseudoestacionario (Modificado de Slider, 1967)

La transmisibilidad del yacimiento $\left(\frac{kh}{\mu}\right)$

Slider (1967) demostró que la ecuación del incremento de la presión del pozo debido a su cierre (Δp^*), expresada como una línea recta para unidades de campo es la ecuación (120):



$$\Delta p^* = \frac{162.6qB\mu}{kh} \left[\log t + \log \frac{6.33 \times 10^{-3} k}{\phi \mu c_t r_w^2} + \frac{0.80907}{2.3} + \frac{s}{2.3} \right] \quad (120)$$

Como se puede apreciar el $\log \left(\frac{6.33 \times 10^{-3} k}{\phi \mu c_t r_w^2} \right)$ es una constante tal como lo es $\frac{0.809}{2.3}$ y $\frac{s}{2.3}$, por lo tanto una gráfica de Δp^* contra $\log \Delta t$ proporcionará una línea recta cuya pendiente será:

$$m = \frac{162.6qB\mu}{kh} \quad (121)$$

A partir de la ecuación (121) se aprecia claramente que k, kh o $\frac{kh}{\mu}$ pueden ser evaluadas a partir del valor de la pendiente de la gráfica de Δp^* contra $\log \Delta t$.

El daño del pozo (s)

Slider (1967) de igual forma muestra que la solución de la ecuación (120) para el factor de daño (s), en términos de la pendiente ($m = 162.6 \frac{qB\mu}{kh}$) y del Δp^* a un tiempo $t = 1$ [hr] es:

$$s = 1.151 \frac{(\Delta p^*)_{1hr}}{m} - 1.151 \log \frac{qB}{10.4m\phi h c_t r_w^2} \quad (122)$$

Debido a que el término $\frac{qB}{10.4m\phi h c_t r_w^2}$ es comúnmente desconocido, los factores de daño son a menudo difíciles de evaluar, sin embargo el cambio de la presión del pozo con respecto al tiempo durante el periodo de producción para un régimen pseudoestacionario es:

$$\left(\frac{dp_{wf}}{dt} \right)_s = \frac{1.8qB}{\phi h c_t r_e^2} \quad (123)$$

Sustituyendo la ecuación (123) en la ecuación (122) se obtiene que:

$$s = 1.151 \frac{(\Delta p^*)_{1hr}}{m} - 1.151 \log \frac{\left(\frac{dp_{wf}}{dt} \right)_s}{18.7m \left(\frac{r_w}{r_e} \right)^2} \quad (124)$$

A partir de la ecuación (124) se puede obtener fácilmente el factor de daño (s), ya que la evaluación del mismo únicamente requiere del conocimiento de los parámetros del yacimiento $\frac{r_w}{r_e}$. Después de calcular el factor de daño (s), la caída de presión que éste produce se puede calcular como:



$$(\Delta p)_{daño} = \frac{\alpha q B \mu}{k h} s \quad (125)$$

O en términos de la pendiente (m) es igual a:

$$(\Delta p)_{daño} = \frac{m}{1.151} s \quad (126)$$

La presión promedio en el área de drene de un pozo (p_{prom})

Slider (1967) señala que la presión promedio en el área de drene de un pozo es función del tiempo que requiere un yacimiento para alcanzar un régimen pseudoestacionario. El autor en primera instancia deduce y emplea un tiempo de estabilización (t_s) definido como:

$$t_s = \frac{\phi \mu c_t r_e^2}{25.3 \times 10^{-3} k} \quad (127)$$

A partir de la ecuación (121), **Slider (1967)** determinó que después de que un pozo ha sido cerrado por un tiempo igual a t_s , la velocidad del cambio de la presión en el pozo causado por el cierre se define matemáticamente como:

$$\frac{d(\Delta p^*)}{dt} = - \frac{1.8 q B}{\phi h c_t r_e^2} \quad (128)$$

Por otra parte describe que cuando un pozo alcanza un régimen pseudoestacionario y produce a un gasto q antes del cierre, la velocidad del cambio de la presión en el pozo cuando éste se encuentra produciendo matemáticamente se expresa como:

$$\left(\frac{dp_{wf}}{dt} \right)_s = \frac{1.8 q B}{\phi h c_t r_e^2} \quad (129)$$

Por lo tanto la velocidad total del cambio de la presión después del cierre del pozo para un tiempo igual o mayor al tiempo de estabilización (t_s) es:

$$\left(\frac{dp_{ws}}{dt} \right)_{total} = \left(\frac{dp_{wf}}{dt} \right)_s + \frac{d(\Delta p^*)}{dt} \quad (130)$$

Sustituyendo los cambios de presión con respecto al tiempo se obtiene que:



$$\left(\frac{dp_{ws}}{dt}\right)_{total} = \frac{1.8qB}{\phi hc_t r_e^2} - \frac{1.8qB}{\phi hc_t r_e^2} \quad (131)$$

Por lo tanto:

$$\left(\frac{dp_{ws}}{dt}\right)_{total} = 0 \quad (132)$$

Si no existe cambio en la presión con el tiempo quiere decir que el pozo ha alcanzado la presión promedio. Por lo tanto la presión promedio se puede calcular mediante la extrapolación de la gráfica de Δp^* contra $\log \Delta t$ al t_s .

La presión promedio será igual a la presión del pozo al momento del cierre $p_{wf}(t_p)$, más el incremento de la presión debido al cierre del pozo al tiempo de estabilización $(\Delta p^*)_{t_s}$, menos la declinación de la presión durante el periodo de producción $\left(\frac{dp_{wf}}{dt}\right)_s$ multiplicada por el tiempo de estabilización t_s .

$$p_{prom} = p_{wf}(t_p) + (\Delta p^*)_{t_s} - \left(\frac{dp_{wf}}{dt}\right)_s t_s \quad (133)$$

Sustituyendo $\left(\frac{dp_{wf}}{dt}\right)_s$ de la ecuación (129) y t_s de la ecuación (127) se obtiene que:

$$p_{prom} = p_{wf}(t_p) + (\Delta p^*)_{t_s} - \left(\frac{1.8qB}{\phi hc_t r_e^2}\right) \left(\frac{\phi \mu c_t r_e^2}{25.3 \times 10^{-3} k}\right) \quad (134)$$

Simplificando:

$$p_{prom} = p_{wf}(t_p) + (\Delta p^*)_{t_s} - \frac{1.8qB\mu}{25.3 \times 10^{-3} kh} \quad (135)$$

Ahora sustituyendo la ecuación de la pendiente de la gráfica Δp^* contra $\log \Delta t$ $\left(m = \frac{162.6qB\mu}{kh}\right)$, ecuación (121), se obtiene que:

$$p_{prom} = p_{wf}(t_p) + (\Delta p^*)_{t_s} - 0.438 m \quad (136)$$

La ecuación (136) es la ecuación más simplificada que permite realizar el cálculo de la presión promedio en el área de drenaje a partir de los datos de una prueba de incremento de presión en un régimen pseudoestacionario.



Pero para poder utilizar alguna de las ecuaciones que se han mencionado anteriormente para el cálculo de la presión promedio en el área drene del pozo, se debe conocer el tiempo de estabilización (t_s) para la evaluación de $(\Delta p^*)_{t_s}$. La ecuación de t_s , ecuación (127), se puede reescribir multiplicando ambos lados de la igualdad por h y reagrupando las constantes como:

$$t_s = \frac{\phi h c_t r_e^2}{25.3 \times 10^{-3} \left(\frac{kh}{\mu} \right)} \quad (137)$$

Ahora sustituyendo $\phi h c_t r_e^2$ y $\frac{kh}{\mu}$ de las ecuaciones (123) y (121) respectivamente, se obtiene la ecuación más simplificada que nos permite evaluar el tiempo de estabilización (t_s):

$$t_s = \frac{0.438m}{\left(\frac{dp_{wf}}{dt} \right)_s} \quad (138)$$

Por lo tanto para calcular la presión promedio se deben seguir los siguientes pasos:

- 1.- Medir la presión de fondo fluyendo (p_{wf}) y su declinación en el pozo antes del cierre $\left(\frac{dp_{wf}}{dt} \right)_s$.
- 2.- Calcular la pendiente (m) de la gráfica de Δp^* contra $\log \Delta t$.
- 3.- Calcular el tiempo de estabilización (t_s) empleando la ecuación (138).
- 4.- A partir de la gráfica de Δp^* contra $\log \Delta t$ o mediante la extrapolación de la misma, leer el incremento de la presión del pozo debido al cierre al tiempo de estabilización $(\Delta p^*)_{t_s}$.
- 5.- Calcular la presión promedio en el área de drene del pozo (p_{prom}) a partir de la ecuación (134), (135) o (136).

2.3.2.1.1 Ejemplo de aplicación

Un pozo perforado en un campo que tiene un espaciamiento uniforme entre pozos de 40 [acres], ha producido a un gasto de 280 [bpd] durante 10 días; posteriormente el pozo fue cerrado para realizar una prueba de incremento de presión. En el quinto día anterior al cierre la presión en la cabeza del pozo fluyendo declinó aproximadamente a una razón de $24 \left[\frac{\text{psi}}{\text{día}} \right]$. La RGA ha sido constante durante todo el tiempo de producción.



Cabe mencionar que este ejemplo solo pretende mostrar la forma en la que se emplea el método descrito, ya que esta prueba de incremento no es afectada por una tendencia lineal de presión.

Los datos estimados del yacimiento son:

Factor de volumen del aceite, $B = 1.31 \left[\frac{B_l @ c.y.}{B_l @ c.s.} \right]$

Viscosidad del aceite, $\mu = 2.0$ [cp]

Radio del pozo, $r_w = 0.333$ [ft]

Espesor neto, $h = 40$ [ft]

Datos de la prueba de presión:

Tiempo de cierre Δt [hr]	Presión en el pozo durante el tiempo de cierre p_{ws} [psia]
0	1123
2	2290
4	2514
8	2584
12	2612
16	2632
20	2643
24	2650
30	2658

Presión en el pozo al momento del cierre $p_{wf}(t_p)$

Tabla 15 Datos de presión de una prueba de incremento, método de Slider

Determinar:

- a) El valor del producto de la porosidad y la compresibilidad (ϕc_t).
- b) La permeabilidad del yacimiento k .
- c) El factor de daño.
- d) La presión promedio en el área de drene.

Solución:

Se puede asumir que el pozo ha alcanzado un régimen pseudoestacionario al tiempo de cierre, ya que la presión del mismo estuvo declinando a un ritmo constante durante el periodo de producción, tal como lo indica la información que se tiene sobre la presión en la cabeza del pozo. Ésta consideración será verificada al realizar el cálculo del tiempo de estabilización.



a) El valor de ϕc_t se puede obtener a partir del cambio de la presión en el pozo con respecto al tiempo durante el periodo de producción antes del cierre. Para este propósito se puede utilizar la declinación de la presión en la cabeza del pozo, debido a que el gasto y la composición del fluido (RGA) se consideran constantes. Obviamente una medición de la presión de fondo de pozo sería más precisa.

Por lo tanto el cálculo de ϕc_t se realizará a partir de la ecuación (123):

$$\left(\frac{dp_{wf}}{dt}\right)_s = \frac{1.8qB}{\phi h c_t r_e^2} \dots (123)$$

Datos:

Por lo expuesto anteriormente, la declinación de la presión en la cabeza del pozo será considerada similar a la declinación de la presión en el fondo del pozo, es decir:

$$\left(\frac{dp_{TH}}{dt}\right)_s \approx \left(\frac{dp_{wf}}{dt}\right)_s = 24 \left[\frac{\text{psi}}{\text{día}}\right]$$

$$q = 280[\text{bpd}]$$

$$B = 1.31 \left[\frac{\text{Bl @ c.y.}}{\text{Bl@c.s.}}\right]$$

$$h = 40[\text{ft}]$$

Para obtener el radio de drene (r_e) se utiliza la información proporcionada acerca del espaciamiento entre pozos, el cual es de 40 [acres] = 1742400 [ft²], por lo tanto dicho espaciamiento en unidades de longitud es igual a $\sqrt{1742400 [\text{ft}^2]} = 1320 [\text{ft}]$, a partir de aquí se obtiene fácilmente el valor del radio de drene del pozo, ya que éste se define teóricamente como la mitad del valor del espaciamiento entre pozos, es decir:

$$r_e = \frac{1}{2}(\text{espaciamiento entre pozos}) = \frac{1}{2}(1320[\text{ft}]) = 660[\text{ft}]$$

Sustituyendo los datos del problema en la ecuación del cambio de la presión de fondo fluyendo con respecto al tiempo, ecuación (123):

$$24 \left[\frac{\text{psi}}{\text{día}}\right] = \frac{1.8(280[\text{bpd}]) \left(1.31 \left[\frac{\text{Bl @ c.y.}}{\text{Bl@c.s.}}\right]\right)}{\phi(40[\text{ft}])c_t(660[\text{ft}])^2}$$

Despejando se obtiene que:



$$\phi c_t = 1.579 \times 10^{-6} \text{ [psi}^{-1}\text{]}$$

b) La permeabilidad se calcula a partir de la pendiente de la gráfica de Δp^* contra $\log \Delta t$. Los valores de Δp^* se calculan a partir de la ecuación (119):

$$\Delta p^* = p_{ws}(\Delta t) - p_{wf}(t_p) + \Delta t \left(\frac{dp_{wf}}{dt} \right)_s \dots (119)$$

Datos:

$$p_{wf}(t_p) = 1123 \text{ [psi]} \text{ (presión de fondo fluyedo al momento del cierre)}$$

$$q = 280 \text{ [bpd]}$$

$$\left(\frac{dp_{wf}}{dt} \right)_s = 24 \left[\frac{\text{psi}}{\text{día}} \right] = 1 \left[\frac{\text{psi}}{\text{hr}} \right]$$

Nótese que el cambio de la presión en el pozo con respecto al tiempo se ha transformado a $\left[\frac{\text{psi}}{\text{hr}} \right]$, con el objetivo de tener unidades congruentes en los datos que se introducirán en la ecuación (119), ya que el tiempo de cierre (Δt) será empleado en [hr].

Los valores del tiempo de cierre (Δt) y la correspondiente presión en el pozo (p_{ws}) se muestran en la Tabla 16.

Datos	
Δt [hr]	P_{ws} [psi]
0	1123
2	2290
4	2514
8	2584
12	2612
16	2632
20	2643
24	2650
30	2658

Tabla 16 Presión medida durante la prueba de incremento de presión, método de Slider

Por lo tanto el cálculo de Δp^* para las tres primeras presiones registradas durante la prueba es:



$$\Delta p^* = 1123 \text{ [psi]} - 1123 \text{ [psi]} + \left[0 \text{ [hr]} \left(1 \left[\frac{\text{psi}}{\text{hr}} \right] \right) \right] = 0 \text{ [psi]}$$

$$\Delta p^* = 2290 \text{ [psi]} - 1123 \text{ [psi]} + \left[2 \text{ [hr]} \left(1 \left[\frac{\text{psi}}{\text{hr}} \right] \right) \right] = 1169 \text{ [psi]}$$

$$\Delta p^* = 2514 \text{ [psi]} - 1123 \text{ [psi]} + \left[4 \text{ [hr]} \left(1 \left[\frac{\text{psi}}{\text{hr}} \right] \right) \right] = 1395 \text{ [psi]}$$

Todos los valores calculados de Δp^* se muestran a continuación:

Datos		$\Delta p^* \text{ [psi]}$
$\Delta t \text{ [hr]}$	Presión [psi]	
0	1123	0
2	2290	1169
4	2514	1395
8	2584	1469
12	2612	1501
16	2632	1525
20	2643	1540
24	2650	1551
30	2658	1565

Tabla 17 Cálculo del incremento de la presión debido al cierre del pozo Δp^* , método de Slider

Posteriormente se grafica el incremento de la presión en el pozo debido al cierre (Δp^*) contra el logaritmo del tiempo de cierre ($\log \Delta t$), y a los puntos de esta gráfica se les aproxima una línea recta, tal como se muestra en la Figura 64.

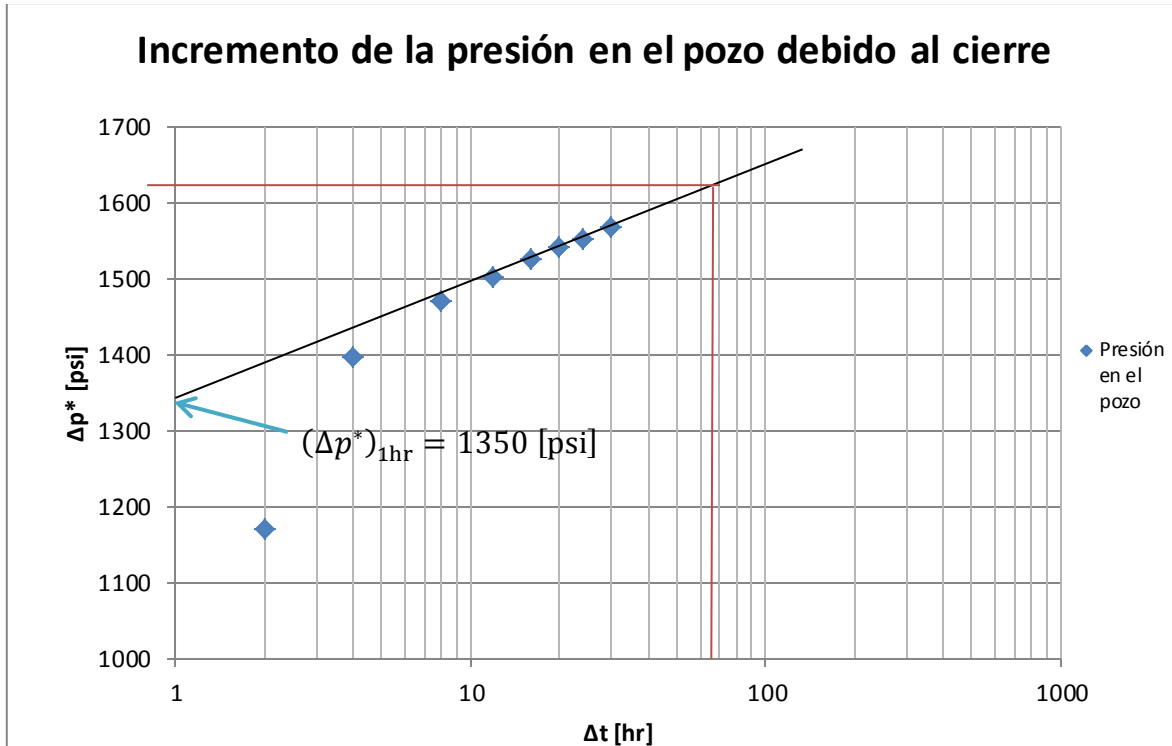


Figura 64 Gráfica del incremento de la presión del pozo debido a su cierre Δp^* contra el logaritmo del tiempo de cierre $\log \Delta t$, método de Slider

A continuación k se calcula a partir de la pendiente de la línea recta ajustada a los puntos de la gráfica anterior, ya que dicha pendiente se define como:

$$m = \frac{162.6qB\mu}{kh} \dots (121)$$

El valor de la pendiente de la línea recta ajustada, se obtiene a partir de los valores correspondientes a dicha línea que se encuentran en los extremos de un ciclo logarítmico de la gráfica, tal como se muestra a continuación:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{\log(x_2) - \log(x_1)}$$

Utilizando el primer ciclo de la gráfica se tiene que:

$$m = \frac{1500 - 1350}{\log(10) - \log(1)} = 150 \left[\frac{\text{psi}}{\text{ciclo}} \right]$$

Sustituyendo el valor obtenido de la pendiente así como los datos conocidos en la ecuación (121):



$$150 \left[\frac{\text{psi}}{\text{ciclo}} \right] = \frac{162.6(280[\text{bpd}])(1.31 \left[\frac{\text{Bl @ c.y.}}{\text{Bl@c.s.}} \right]) (2.0 [\text{cp}])}{k(40[\text{ft}])}$$

Despejando se obtiene que:

$$k = 19.88 [\text{md}]$$

c) El factor de daño se puede calcular a partir de la ecuación (124):

$$s = 1.151 \frac{(\Delta p^*)_{1\text{hr}}}{m} - 1.151 \log \frac{\left(\frac{dp_{wf}}{dt} \right)_s}{18.7m \left(\frac{r_w^2}{r_e^2} \right)} \dots (124)$$

Datos:

$$m = 150 \left[\frac{\text{psi}}{\text{ciclo}} \right]$$

A partir de la gráfica se obtiene el incremento de la presión en el pozo debido al cierre a un tiempo igual a una hora $(\Delta p^*)_{1\text{hr}}$.

$$(\Delta p^*)_{1\text{hr}} = 1350[\text{psi}]$$

$$\left(\frac{dp_{wf}}{dt} \right)_s = 24 \left[\frac{\text{psi}}{\text{día}} \right]$$

$$r_w = 0.333 [\text{ft}]$$

$$r_e = 660 [\text{ft}]$$

Sustituyendo los datos:

$$s = 1.151 \left(\frac{1350[\text{psi}]}{150 \left[\frac{\text{psi}}{\text{ciclo}} \right]} \right) - 1.151 \log \left(\frac{24 \left[\frac{\text{psi}}{\text{día}} \right]}{18.7 \left(150 \left[\frac{\text{psi}}{\text{ciclo}} \right] \right) \left[\frac{(0.333[\text{ft}])^2}{(660[\text{ft}])^2} \right]} \right)$$

$$s = 5.15$$

El factor de daño es positivo, lo cual indica que el pozo está dañado.

d) La presión promedio del yacimiento en el área de drene se puede calcular a partir de la ecuación (136):

$$p_{prom} = p_{wf}(t_p) + (\Delta p^*)_{t_s} - 0.438m \dots (136)$$



Pero antes se debe calcular el tiempo de estabilización a partir de la ecuación (138):

$$t_s = \frac{0.438m}{\left(\frac{dp_{wf}}{dt}\right)_s} \dots (138)$$

$$t_s = \frac{0.438 \left(150 \left[\frac{\text{psi}}{\text{ciclo}}\right]\right)}{24 \left[\frac{\text{psi}}{\text{día}}\right]}$$

$$t_s = 2.74[\text{días}]$$

$t_s < 5$ [días], por lo tanto el pozo había alcanzado el régimen pseudoestacionario al momento de medir la declinación de la presión en la cabeza del pozo en el quinto día anterior al cierre, por lo cual, la consideración hecha al inicio del problema es correcta.

El incremento de la presión en el pozo debido al cierre al tiempo de estabilización $(\Delta p^*)_{t_s}$ se obtiene a partir de la gráfica de Δp^* contra $\log(\Delta t)$. Pero para entrar en esta gráfica es necesario expresar el tiempo de estabilización en horas, por lo tanto:

$$t_s = 65.76 [\text{hr}]$$

Entrando a la gráfica de Δp^* contra $\log(\Delta t)$ en el eje de las abscisas con el tiempo de estabilización expresado en horas e intersectando la línea recta ajustada a los datos (como se muestra en la Figura 64), se obtiene que $(\Delta p^*)_{t_s} = 1620[\text{psi}]$.

Sustituyendo los datos en la ecuación (136) se obtiene que:

$$p_{prom} = 1123[\text{psi}] + 1620[\text{psi}] - 0.438 \left(150 \left[\frac{\text{psi}}{\text{ciclo}}\right]\right)$$

$$p_{prom} = 2677.3 [\text{psi}]$$

2.3.2.1.2 Ventajas y desventajas del método

Ventajas

- ✓ Presenta una practicidad mayor en comparación con los demás métodos, ya que su procedimiento es relativamente más rápido y sencillo.
- ✓ No requiere el desarrollo de ecuaciones complejas.
- ✓ No se requiere de un tratamiento previo de los datos de presión para su análisis.



- ✓ Permite obtener parámetros del yacimiento que los demás métodos no incluyen dentro de su procedimiento, tal como el factor de daño, el tiempo de estabilización y la presión promedio en el área de drene.
- ✓ No se requiere información sobre las condiciones de producción e inyección en los pozos adyacentes durante la realización de la prueba de presión.

Desventajas

- Se requiere medir la tendencia de presión antes de la realización de la prueba para posteriormente corregir los datos de presión, lo cual no es posible en algunos casos por cuestiones económicas, ya que la duración total de la prueba puede aumentar debido a la medición de la tendencia de presión, haciendo que la prueba sea demasiado costosa.
- Si los datos de presión medidos presentan una gran dispersión, será necesario someterlos a un proceso de suavización, antes de realizar su análisis.
- Presentan la subjetividad de realizar el ajuste de una línea recta a los datos de presión graficados, ya que si éstos presentan una gran dispersión aun cuando han sido suavizados, no se tendrá de forma evidente la certeza de que el ajuste realizado es el correcto.
- El método únicamente es válido para pruebas de incremento de presión así como para una tendencia lineal de presión.

2.3.2.2 Método de Cinco Ley H., Samaniego Verduzco F. y Viturat D.

Cinco, Samaniego y Viturat (1985) desarrollaron métodos para analizar pruebas de decremento e incremento de presión, realizadas bajo la influencia de una desconocida tendencia lineal de presión (m^*), es decir, una tendencia de presión en un régimen pseudoestacionario; dichos métodos son válidos únicamente para una geometría de flujo radial. En la Figura 65 se muestra una prueba de incremento de presión, a tiempos largos en dicha prueba se hizo presente una tendencia lineal de presión.

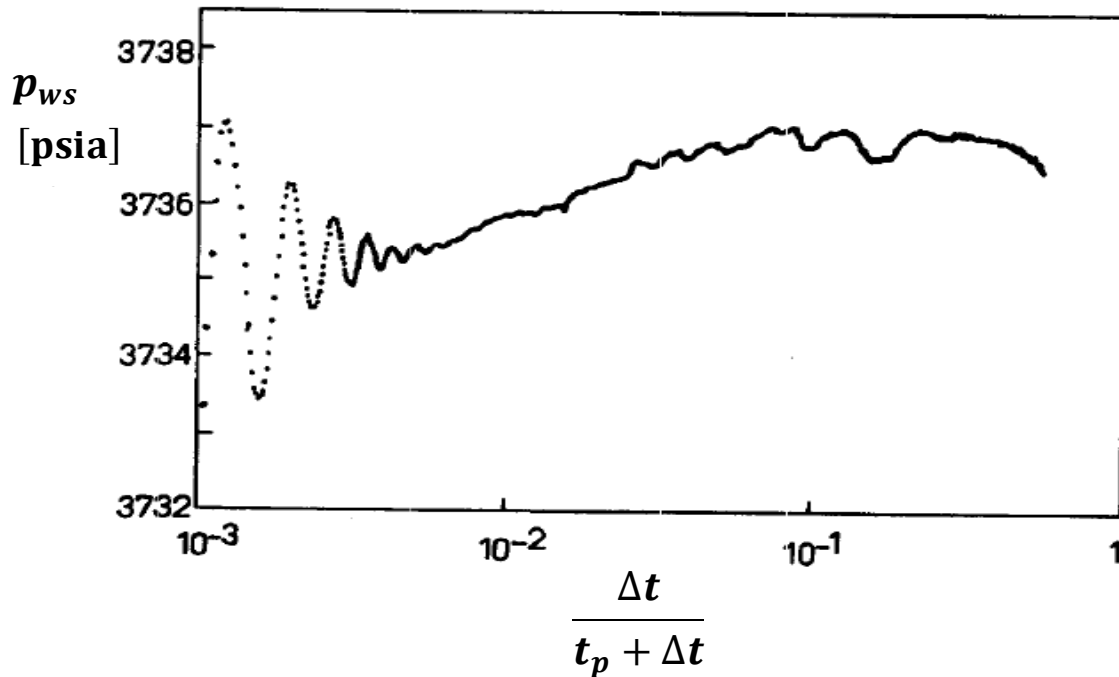


Figura 65 Gráfica de Horner correspondiente a una prueba de incremento de presión realizada bajo la influencia de una tendencia lineal de presión (Modificado de Cinco, Samaniego, et al., 1985)

Los métodos modernos de interpretación de datos de pruebas de presión no utilizan únicamente la presión, sino que también analizan la derivada de la misma. El cálculo de la derivada de la presión ha sido posible, debido a la cantidad y a la calidad de la información que puede ser recabada con los nuevos instrumentos de alta resolución de medición de presión y flujo.



Método de análisis de pruebas de decremento de presión influenciadas por una tendencia lineal de presión

Si se considera que una prueba de decremento se lleva a cabo en un pozo cuya presión antes de iniciar la prueba declina de forma lineal m^* , es decir, en un pozo que ha alcanzado un régimen de flujo pseudoestacionario, la presión en el pozo para condiciones de flujo, considerando la existencia de una tendencia lineal de presión en el yacimiento, se puede expresar como:

$$p_{wf} = p_i - m \left[\log t + \log \left(\frac{k}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) - 3.2275 + 0.875 \right] - m^* t \quad (139)$$

Derivando esta ecuación y reordenando los términos se obtiene que:

$$-t \frac{dp_{wf}}{dt} = m^* t + \frac{m}{2.303} \quad (140)$$

La expresión anterior se puede escribir en dos formas alternativas, primero considerando el valor absoluto del lado izquierdo, y segundo considerando la caída de presión ($\Delta p_{wf} = p_i - p_{wf}$):

$$\left| t \frac{dp_{wf}}{dt} \right| = m^* t + \frac{m}{2.303} \quad (141)$$

$$t \frac{d\Delta p_{wf}}{dt} = m^* t + \frac{m}{2.303} \quad (142)$$

Las ecuaciones (140) - (142) indican que una prueba de decremento afectada por una tendencia lineal de presión m^* , puede ser analizada utilizando una gráfica de cualquiera de las siguientes funciones de la derivada de la presión $-t \left(\frac{dp_{wf}}{dt} \right)$, $\left| t \left(\frac{dp_{wf}}{dt} \right) \right|$ o $t \left(\frac{d\Delta p_{wf}}{dt} \right)$ contra el tiempo t . Cualquiera de éstas gráficas dará como resultado una porción de línea recta con pendiente m^* y ordenada al origen $\frac{m}{2.303}$, tal como se aprecia en la Figura 66. Por lo tanto el presente método permite determinar simultáneamente la magnitud de la tendencia de presión (m^*) y los parámetros del yacimiento, ya que cabe mencionar que la pendiente de la gráfica de Horner (m), p_w vs $\log \left(\frac{t_{p+\Delta t}}{\Delta t} \right)$, es decir, la pendiente de la línea recta semi-logarítmica, matemáticamente se expresa de la siguiente forma:

$$m = \frac{162.6qB\mu}{kh}$$



Si el valor de la pendiente (m) es conocido, se aprecia fácilmente que k, kh o $\frac{kh}{\mu}$ pueden ser evaluadas.

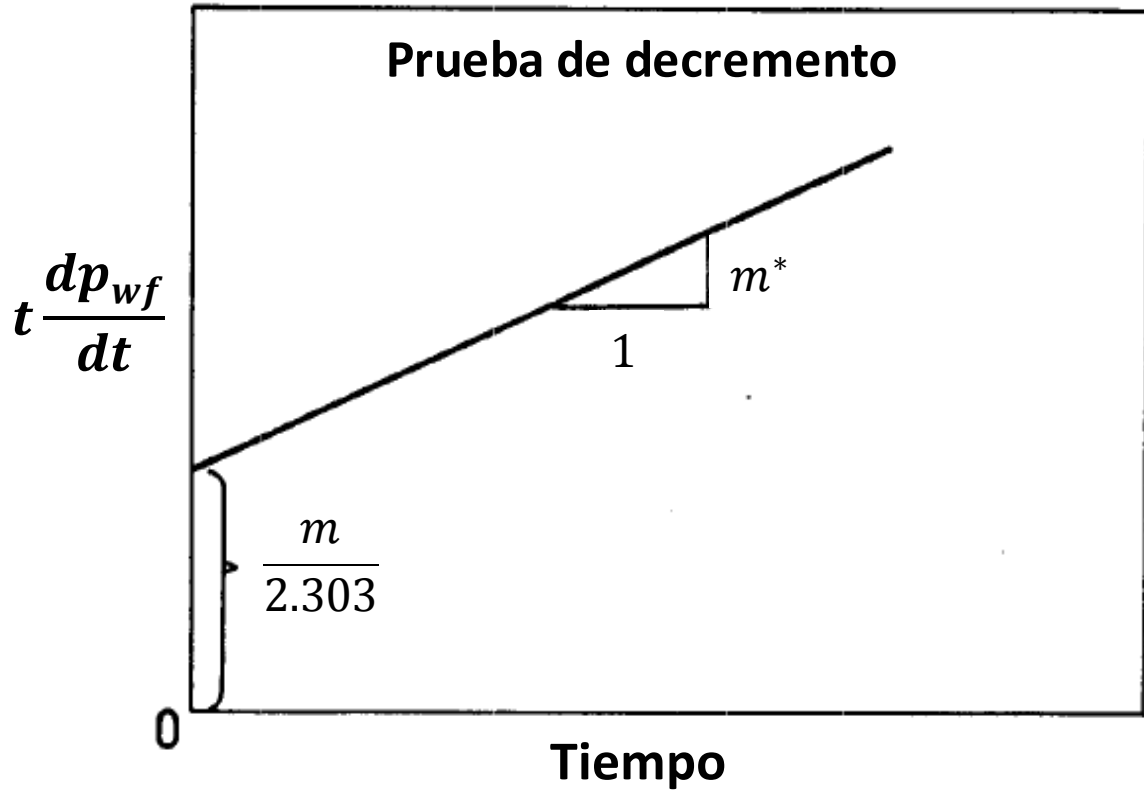


Figura 66 Gráfica desarrollada por Cinco, Samaniego y Viturat para el análisis de pruebas de decremento de presión realizadas bajo la influencia de una tendencia lineal de presión



Método de análisis de pruebas de incremento de presión influenciadas por una tendencia lineal de presión

Considerando que una prueba de incremento se lleva a cabo en un pozo bajo condiciones de una tendencia lineal de presión, ya discutido para el caso de una prueba de decremento, la presión en el pozo se puede expresar como:

$$p_{ws} = m \log\left(\frac{\Delta t}{t_p + \Delta t}\right) + p^* - m^* \Delta t \quad (143)$$

Derivando esta ecuación se obtiene que:

$$\frac{dp_{ws}}{d\Delta t} = \frac{m}{2.303 \Delta t(t_p + \Delta t)} - m^* \quad (144)$$

La ecuación (144) señala que una prueba de incremento afectada por una tendencia lineal de presión m^* , se puede analizar utilizando una gráfica de $\frac{dp_{ws}}{d\Delta t}$ contra $\frac{t_p}{\Delta t(t_p + \Delta t)}$. Esta gráfica dará como resultado una porción de línea recta con pendiente $\frac{m}{2.303}$ y ordenada al origen m^* , tal como se muestra en la Figura 67.

Al igual que el método anterior, éste permite la determinación simultánea de los parámetros del yacimiento y de la magnitud de la tendencia de presión, ya que de igual forma m^* es la magnitud de la tendencia lineal de presión, y m es la pendiente de la línea recta semi-logarítmica.

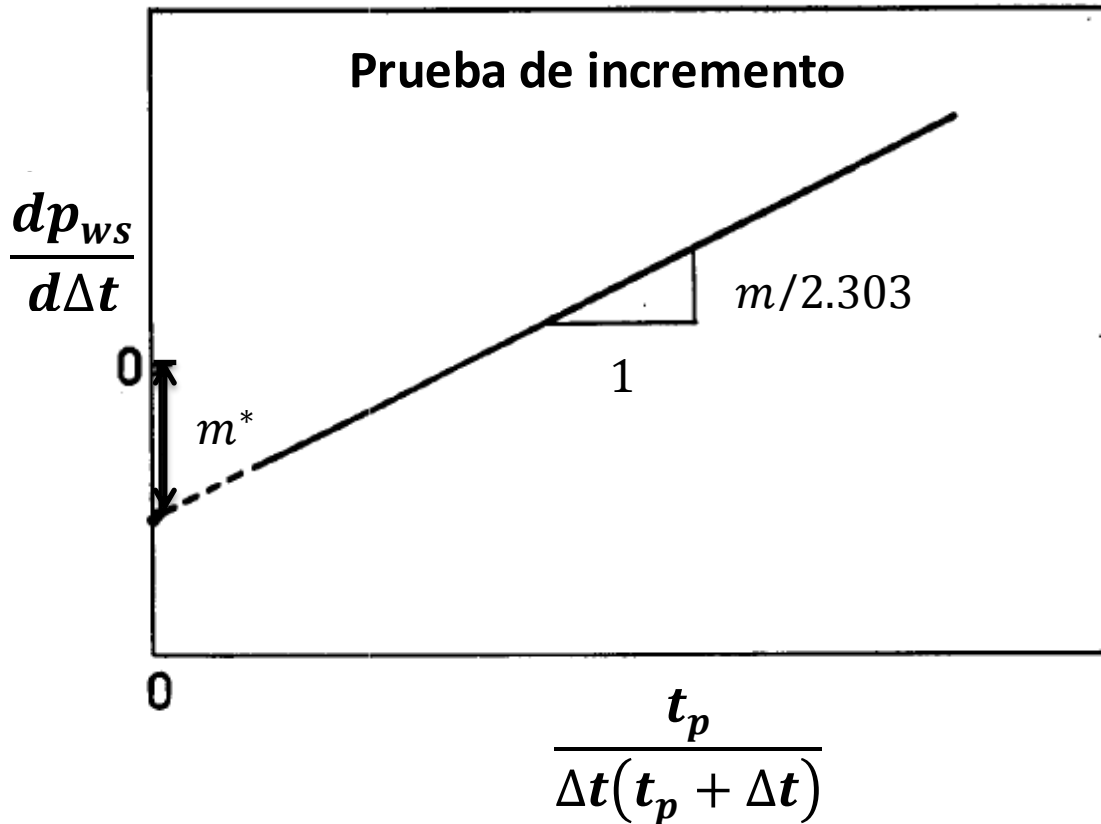


Figura 67 Gráfica desarrollada por Cinco, Samaniego y Viturat para el análisis de pruebas de incremento de presión realizadas bajo la influencia de una tendencia lineal de presión

2.3.2.2.1 Ejemplo de aplicación

Datos del yacimiento, del pozo y del fluido	
Presión de burbuja	2532.8 [psi]
Gasto promedio	5400 [bpd]
Compresibilidad total del sistema	1.7×10^{-5} [psi ⁻¹]
Viscosidad del aceite	0.532 [cp]
Factor de volumen del aceite	$1.5 \left[\frac{\text{bl@c.y.}}{\text{bl@c.s.}} \right]$
Radio del pozo	0.5 [ft]
Porosidad	0.06
Tipo de terminación del pozo	Sencilla en agujero ademado

Tabla 18 Datos ligados al conjunto de pruebas de decremento e incremento de presión, método de Cinco, Samaniego y Viturat

La Figura 68 muestra la presión registrada en un pozo durante un conjunto de pruebas de presión, inicialmente hubo un periodo de observación para determinar la variación de la presión en el pozo. Después de un periodo de cierre el pozo fue

abierto para realizar una prueba de decremento seguida por una de incremento; y finalmente se realizó otra prueba de decremento y otra de incremento para completar la secuencia de pruebas. Se puede observar a partir de la Figura 68 que el conjunto de pruebas estuvo bajo la influencia de una cambiante tendencia de presión. Sin embargo, se puede considerar como una buena aproximación que la tendencia de presión es lineal para cada prueba particular. Este pozo fue evaluado utilizando una herramienta de cierre anclada en el fondo del pozo con registro simultáneo de la presión en la superficie.

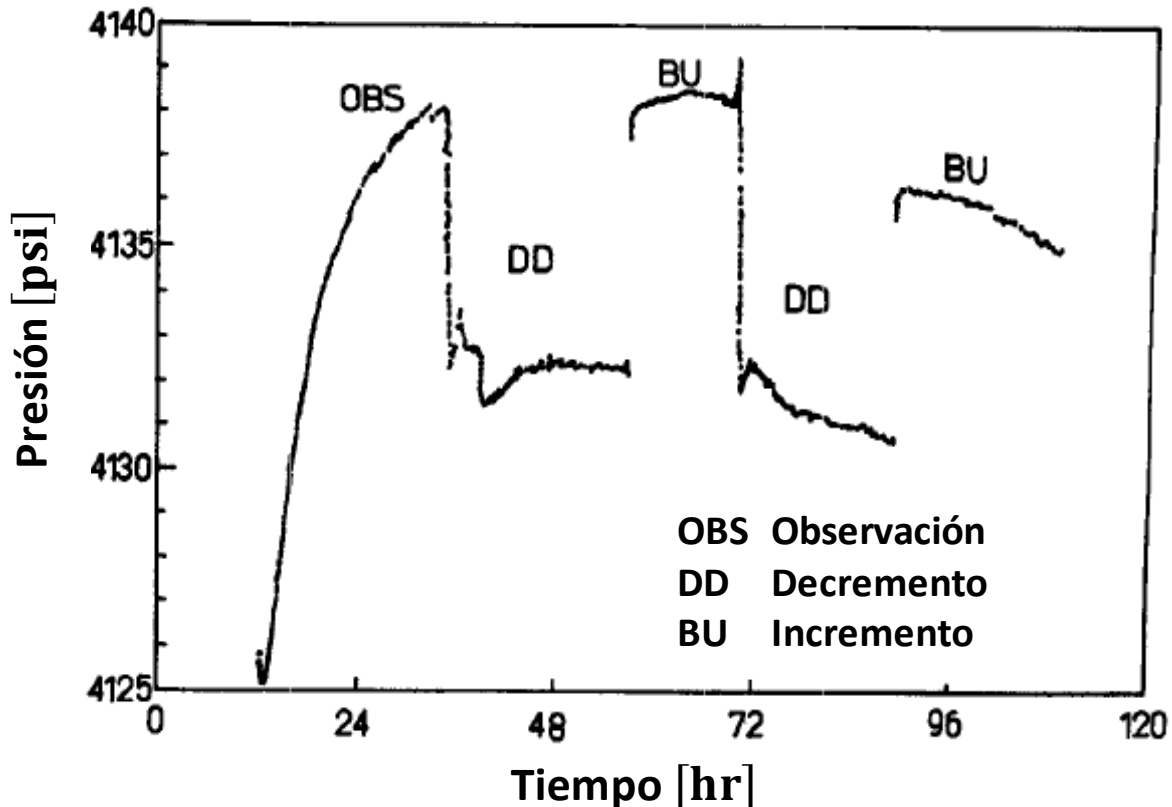


Figura 68 Respuesta de presión obtenida a partir de un conjunto de pruebas de decremento e incremento de presión, método de Cinco, Samaniego y Vitarat

Desafortunadamente los datos de los gastos medidos no estuvieron disponibles, razón por la cual los autores no pudieron llevar a cabo un análisis confiable de las pruebas de decremento. Aunque cabe mencionar que cuando el pozo fue abierto en la superficie, los datos de presión medidos exhibieron un comportamiento bastante irregular.

El gasto promedio utilizado en el conjunto de pruebas fue de 5400 [bpd], de acuerdo a la información recabada por la herramienta de cierre; la presión fue registrada con una sonda de alta resolución (0.01 [psi]).



La Figura 69 muestra la gráfica de Horner correspondiente a los datos de la primera prueba de incremento, cabe señalar que durante la realización de ésta prueba, se llevaron a cabo cambios no programados en los gastos de producción de algunos pozos vecinos, debido a fallas en las instalaciones de producción. En la parte final de dicha prueba de incremento, la presión de cierre mostró una declinación como resultado del efecto de la tendencia de presión, Figura 69.

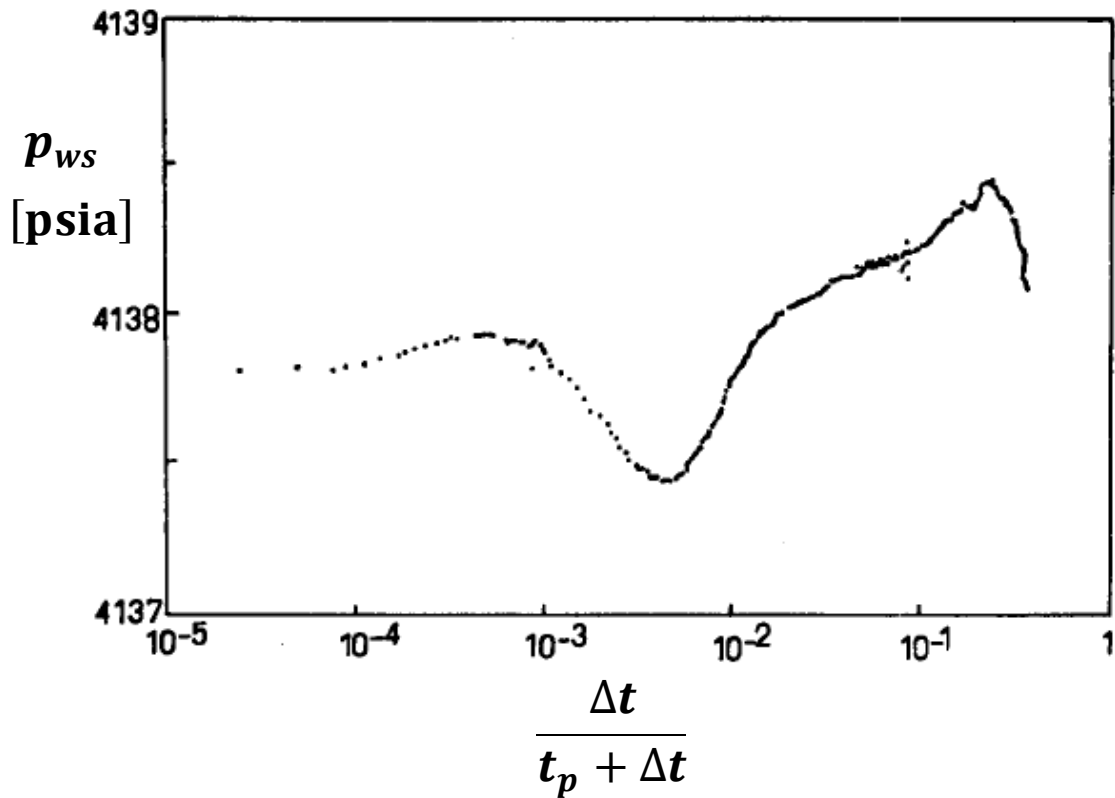


Figura 69 Gráfica de Horner correspondiente a la primera prueba de incremento de presión, método de Cinco, Samaniego y Viturat

La Figura 70 muestra la gráfica desarrollada por **Cinco, Samaniego y Viturat**, correspondiente a los datos de la primera prueba de incremento de presión.

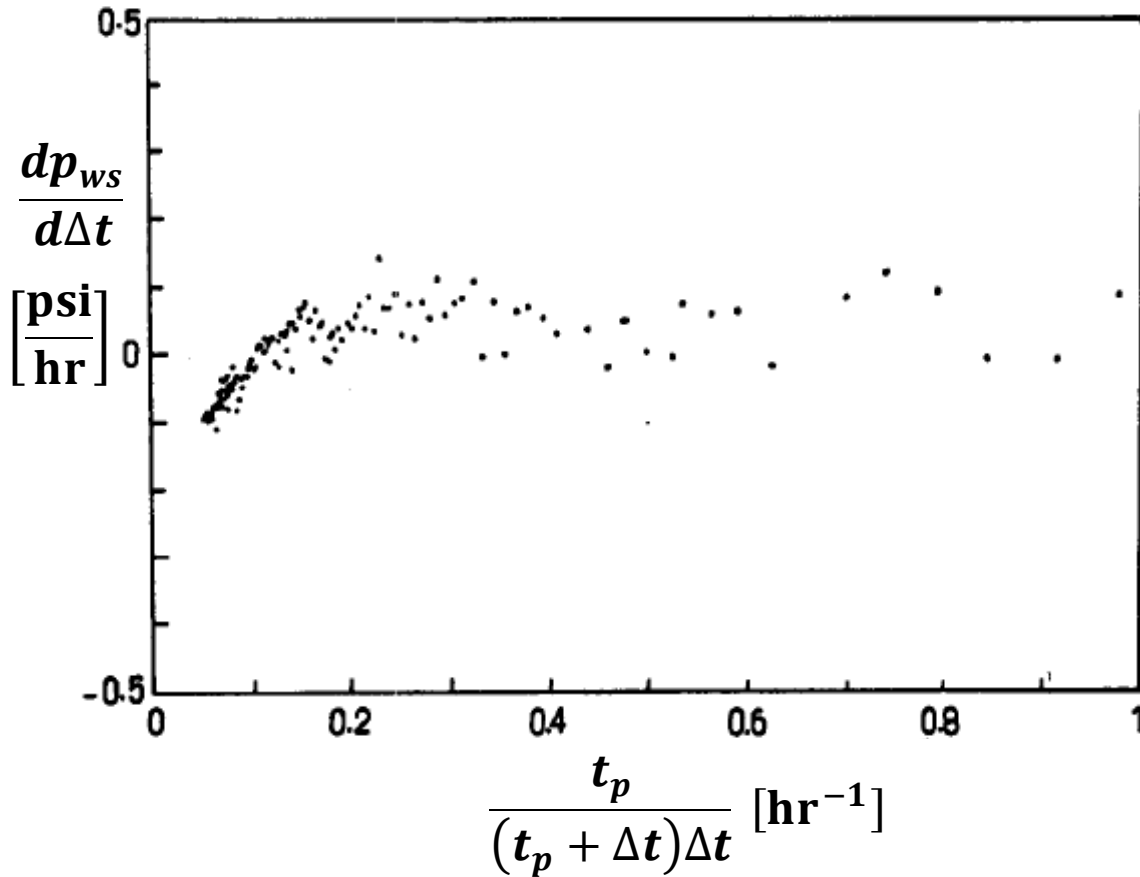


Figura 70 Gráfica de Cinco, Samaniego y Viturat correspondiente a la primera prueba de incremento de presión

Debido a la gran dispersión que se aprecia en los datos de la primera prueba de incremento (ver Figura 70), los autores sometieron dichos datos al proceso de suavización de “promedio móvil”, antes de llevar a cabo el cálculo de las derivadas de la presión. Cabe recordar que dicho método de suavización está constituido por la siguiente expresión:

$$\bar{p}_{ws}(\Delta t) = \frac{1}{\delta t} \int_{\Delta t - \frac{\delta t}{2}}^{\Delta t + \frac{\delta t}{2}} p_{ws}(r) dr$$

La cual en forma discreta para puntos igualmente espaciados se expresa de la siguiente forma:

$$\bar{p}_{ws_i} = \frac{1}{n} \sum_{j=-\left(\frac{n-1}{2}\right)}^{\left(\frac{n-1}{2}\right)} p_{ws_{i+j}}$$



Los autores encontraron que para los datos de presión registrados en esta prueba, $n = 11$ producía resultados satisfactorios como se puede apreciar en la Figura 71.

Sin embargo, los datos de la primera prueba de incremento no pudieron ser analizados con el método expuesto, debido a que la tendencia de presión del campo cambió de forma importante durante la realización de la prueba, como consecuencia de los cambios de gasto de producción en los pozos adyacentes.

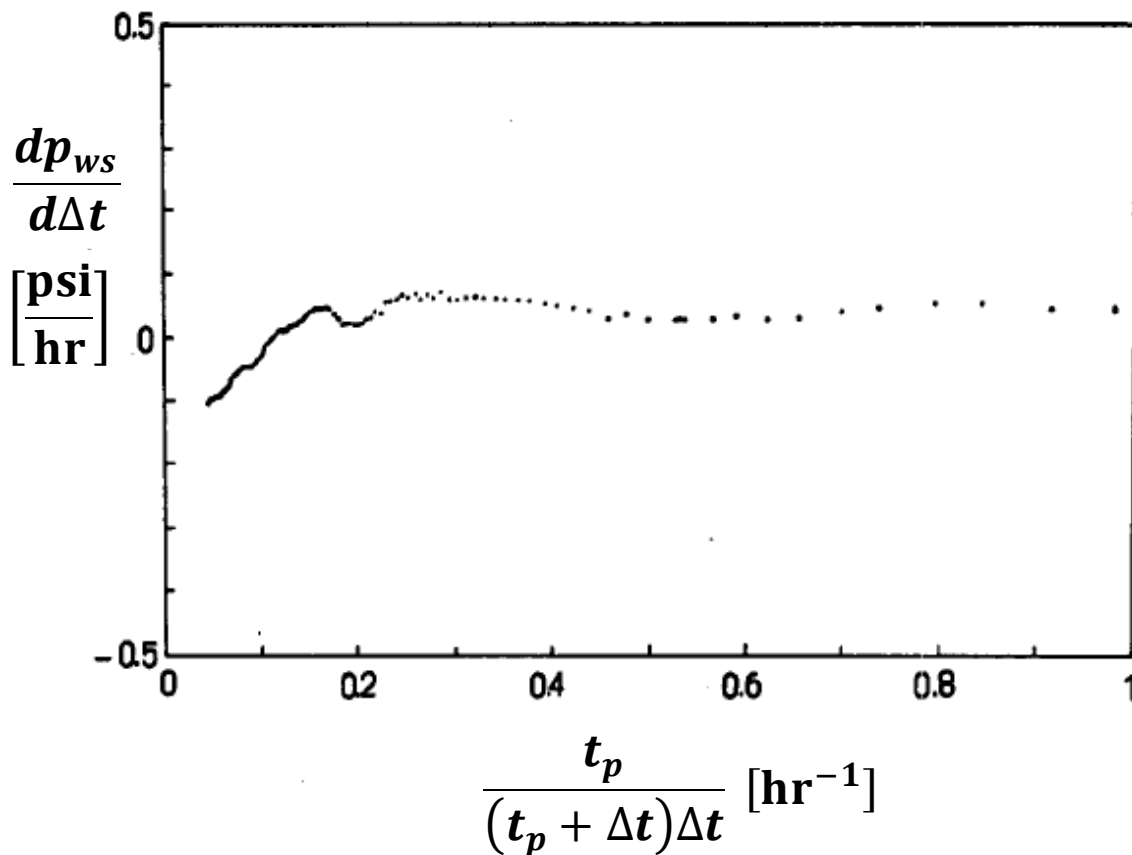


Figura 71 Gráfica de Cinco, Samaniego y Viturat correspondiente a la primera prueba de incremento de presión después de la suavización de los datos de la misma

La Figura 72 presenta la gráfica de Horner para la segunda prueba de incremento, en la cual se aprecia de forma evidente el efecto de la tendencia lineal de presión en tiempos largos de cierre. La Figura 73 muestra la gráfica del método expuesto, correspondiente a los datos de la segunda prueba de incremento después de la suavización de los mismos.

A partir de la gráfica del método se obtuvo una porción de línea recta con pendiente $(m/2.303)$ igual a 0.812, y ordenada al origen (m^*) igual -0.14 , como se aprecia en la Figura 73. El valor de la ordenada al origen nos indica que



durante la prueba el yacimiento experimentó una tendencia de presión negativa (descendente), cuya magnitud fue de $m^* = -0.14 \left[\frac{\text{psi}}{\text{hr}} \right]$.

Al tratarse de una prueba de incremento de presión, los parámetros del yacimiento se calculan a partir de la pendiente de la porción de línea recta de la gráfica del método $\left(\frac{m}{2.303} = 0.812 \right)$, la cual es igual a la pendiente de la línea recta semi-logarítmica dividida entre 2.303. Empleando los datos del fluido del yacimiento que se muestran en la Tabla 18, así como la pendiente obtenida, los parámetros del yacimiento se calculan como se muestra a continuación.

$$\frac{m}{2.303} = 0.812$$

$$\rightarrow m = 1.87 \left[\frac{\text{psi}}{\text{ciclo}} \right]$$

$$m = \frac{162.6qB\mu}{kh}$$

$$1.87 = \frac{162.6(5400)(1.5)(0.532)}{kh}$$

$$\rightarrow kh = \frac{162.6(5400)(1.5)(0.532)}{1.87}$$

$$\mathbf{kh = 3.7 \times 10^5 [md - ft]}$$

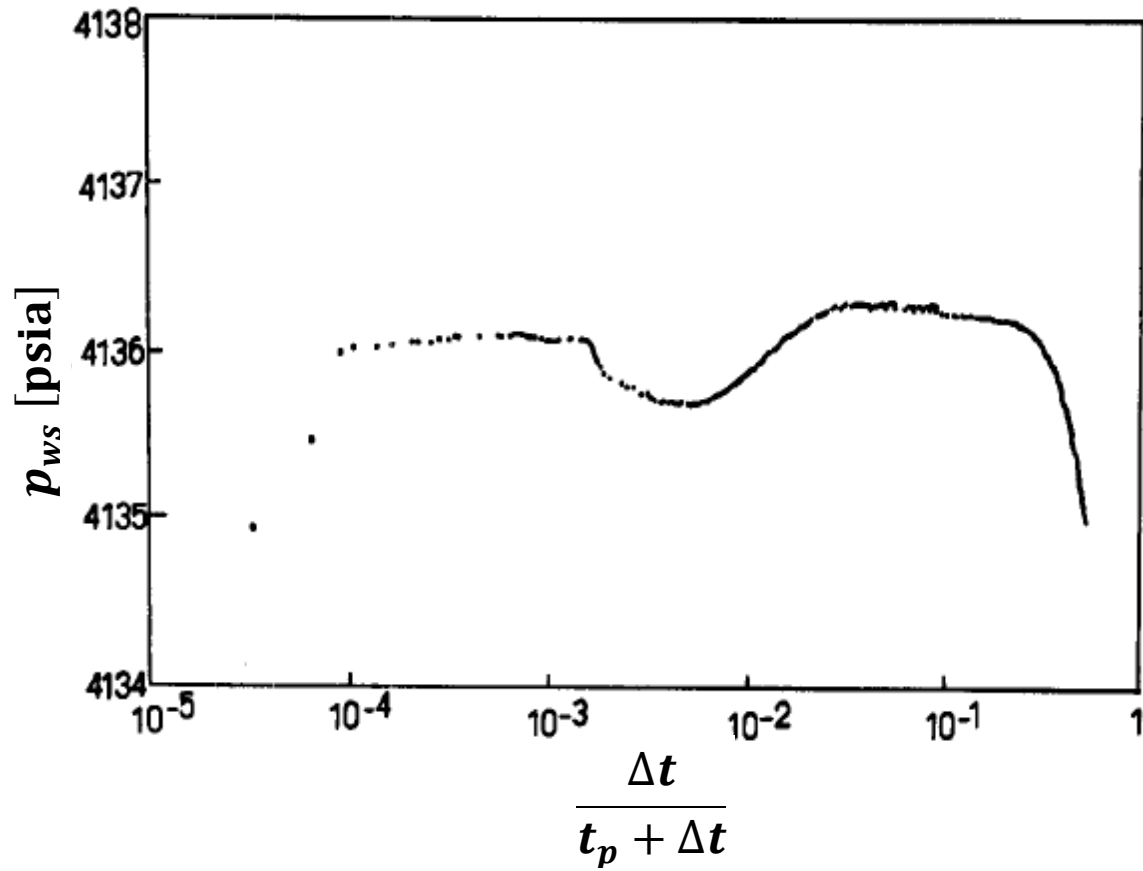


Figura 72 Gráfica de Horner correspondiente a la segunda prueba de incremento de presión, método de Cinco, Samaniego y Viturat

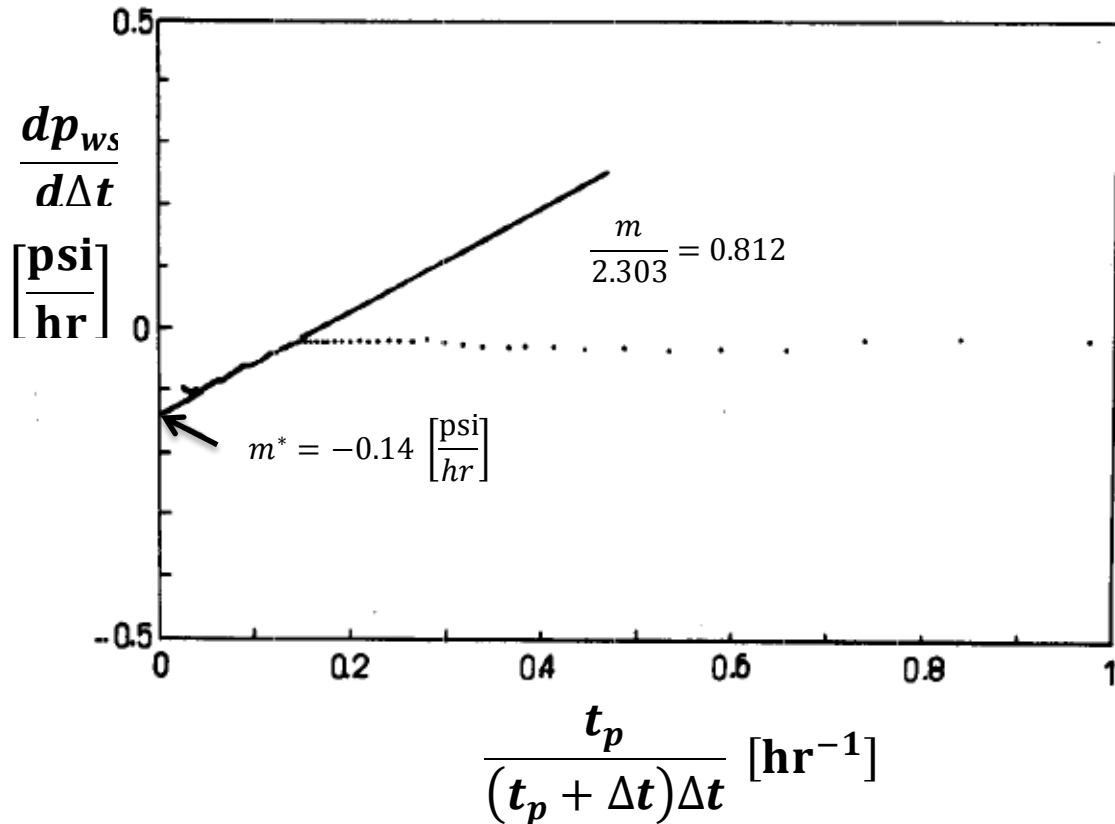


Figura 73 Gráfica de Cinco, Samaniego y Víturat correspondiente a la segunda prueba de incremento de presión después de la suavización de los datos de la misma

Por otro lado los autores obtuvieron la gráfica de Horner corregida por la presencia de la tendencia lineal de presión mediante el principio de superposición, el cual para este caso particular está definido como:

$$[p_{ws}(\Delta t)]_{corregida} = p_{ws}(\Delta t) + m^* \Delta t \quad (145)$$

La gráfica mencionada se muestra en la Figura 74, y en ésta se observa la línea recta semi-logarítmica en la porción final de la prueba.

Un punto importante que también abordaron los autores en esta prueba, fue averiguar si el yacimiento exhibía un comportamiento de doble porosidad; y afirmativamente este comportamiento se hizo evidente en la gráfica de Horner corregida. Por lo tanto los autores sugirieron aplicar métodos de análisis de doble porosidad para la corrección de los datos.

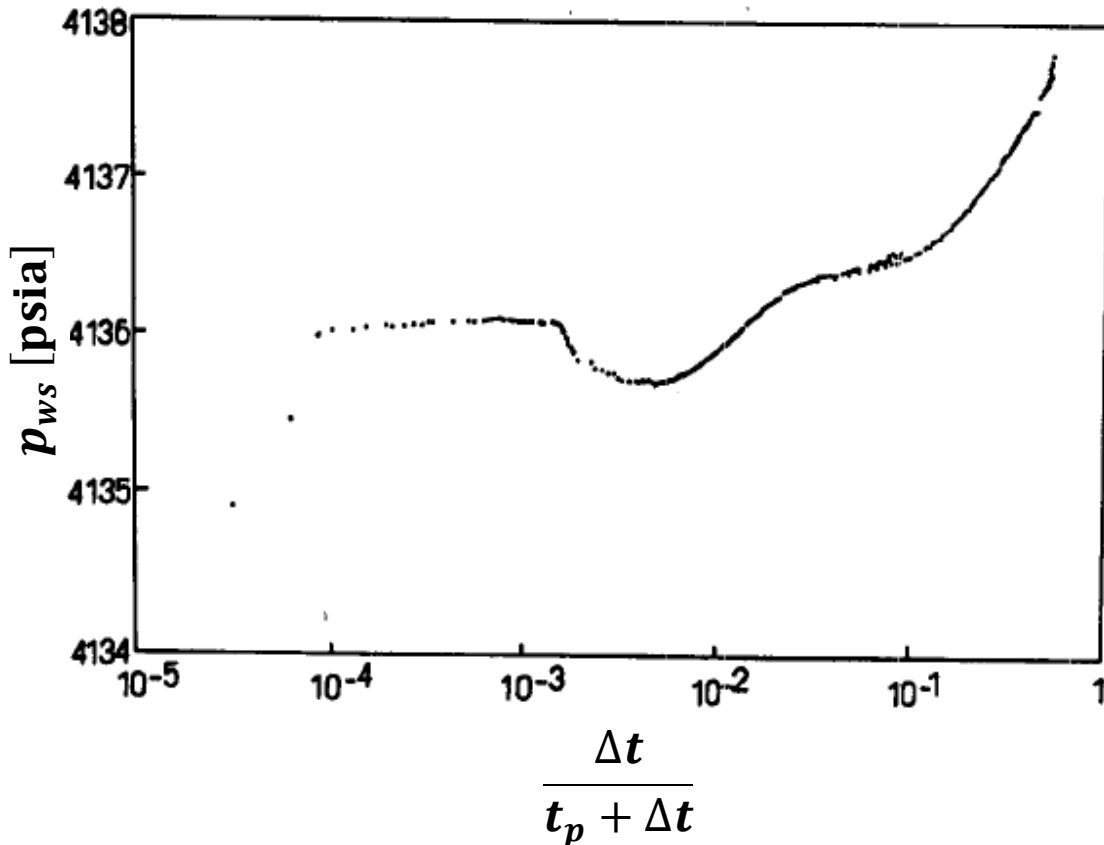


Figura 74 Gráfica de Horner corregida correspondiente a la segunda prueba de incremento de presión, método de Cinco, Samaniego y Viturat

Es importante señalar que la presión en el pozo incrementó abruptamente después del cierre del mismo, pero transcurridos 1.8 minutos se presentó un comportamiento anormal en los datos de presión medidos durante cierto periodo de la prueba, ya que parece que la presión del pozo disminuye con el tiempo, ver Figura 74. Lo mencionado anteriormente fue producido por el movimiento vertical de la sonda de presión, generado por los cambios de temperatura en el pozo después del cierre, sin embargo no se hizo ningún intento para corregir éste efecto.

2.3.2.2 Ventajas y desventajas del método

Ventajas

- ✓ No requiere el uso de ecuaciones complejas.
- ✓ La información empleada por el método es totalmente disponible, ya que toda se obtiene a partir de la realización de una prueba de presión.
- ✓ No se requiere de un tratamiento previo de los datos de presión para su análisis.



- ✓ No se requiere información sobre las condiciones de producción e inyección en los pozos adyacentes durante la realización de la prueba de presión.
- ✓ Se evita la necesidad de medir la tendencia de presión antes del inicio de la prueba de presión.
- ✓ Permite obtener los parámetros del yacimiento y cuantificar la tendencia de presión de forma simultánea.

Desventajas

- Únicamente es válido para una geometría de flujo radial.
- Si los datos de presión medidos presentan una gran dispersión, será necesario someterlos a un proceso de suavización, antes de realizar su análisis.
- Presenta la subjetividad de realizar el ajuste de una línea recta a los datos de presión graficados, ya que si éstos presentan una gran dispersión aun cuando han sido suavizados, no se tendrá de forma evidente la certeza de que el ajuste realizado es el correcto.
- Únicamente es válido para pruebas de incremento y decremento, así como para una tendencia lineal de presión.



2.3.2.3 Método de Cinco Ley H., Macías Chapa L., Samaniego Verduzco F. y Morales Gil C.

Cinco, Macías, Samaniego y Morales (1990) presentaron una metodología generalizada, basada en la identificación de la geometría de flujo presente durante una prueba de presión, para el análisis de datos de pruebas de interferencia, de pulso único y de incremento de presión afectadas por una tendencia lineal de presión (régimen de flujo pseudoestacionario), en la cual no es necesario asumir un modelo de flujo ni tener información sobre la tendencia de presión.

El método presentado por dichos autores consiste en la utilización de curvas tipo que eliminan el efecto de tendencia de presión. Para el caso de las pruebas de interferencia y de pulso único, las curvas tipo se basan en una función definida como $pmdp(t) = abs \left\{ [p_i - p(t)] - t \frac{dp(t)}{dt} \right\}$, y el ajuste se realiza en una gráfica de $\log pmdp(t)$ contra $\log t$. Para el caso de las pruebas de incremento, la función empleada para la identificación de la geometría de flujo se define como $pmdp(\Delta t) = \frac{\left(\frac{t_p}{2} + \Delta t\right) \left[(p_i - p_{ws}) + \left(\frac{t_p}{2} + \Delta t\right) p'_{ws} \right]}{24 Q}$, donde Q es la producción acumulada al momento de realizar la prueba.

Tradicionalmente los datos de una prueba de presión son corregidos usando tendencias de presión medidas antes de la realización de la prueba (Figura 75). Sin embargo esto no es posible en algunos casos por cuestiones económicas, ya que la duración total de la prueba puede aumentar debido a la medición de la tendencia de presión, haciendo que la prueba sea demasiado costosa.

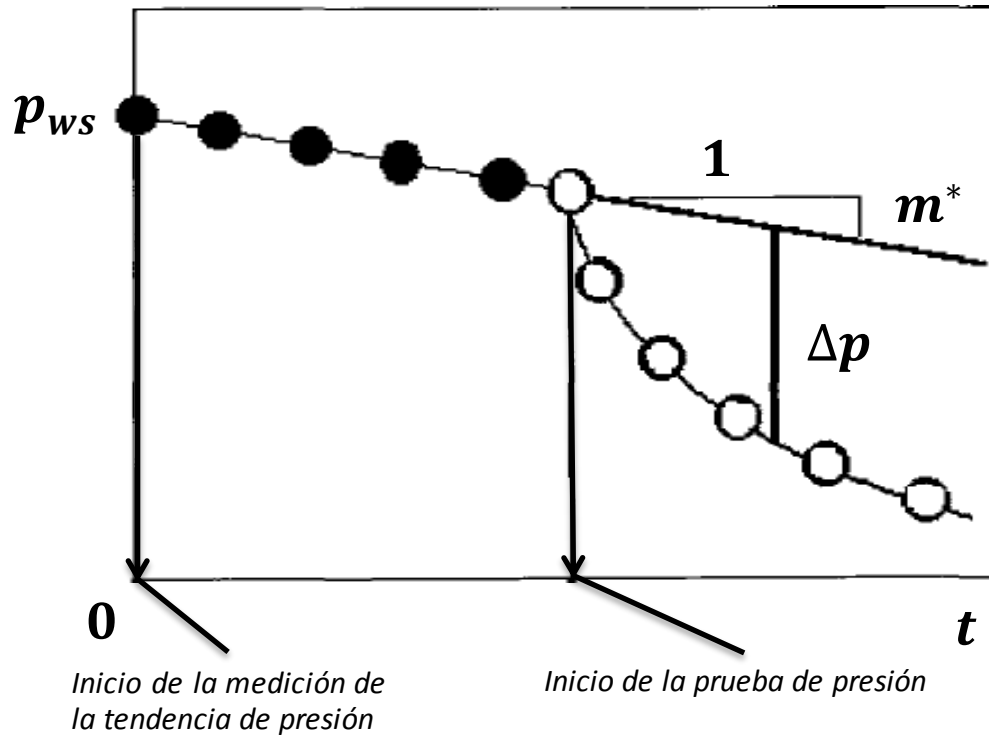


Figura 75 Prueba de decremento bajo la influencia de una tendencia de presión del yacimiento (Modificado de Cinco, Macías, et al., 1990)

Por otro lado existen métodos de análisis que permiten la determinación simultánea de los parámetros del yacimiento y de la tendencia de presión. Las Figuras 76 y 77 ilustran la aplicación de estos métodos para pruebas de decremento e incremento de presión respectivamente; sin embargo estas técnicas asumen una geometría de flujo radial hacia el pozo, y por ende no son aplicables para todos los casos.

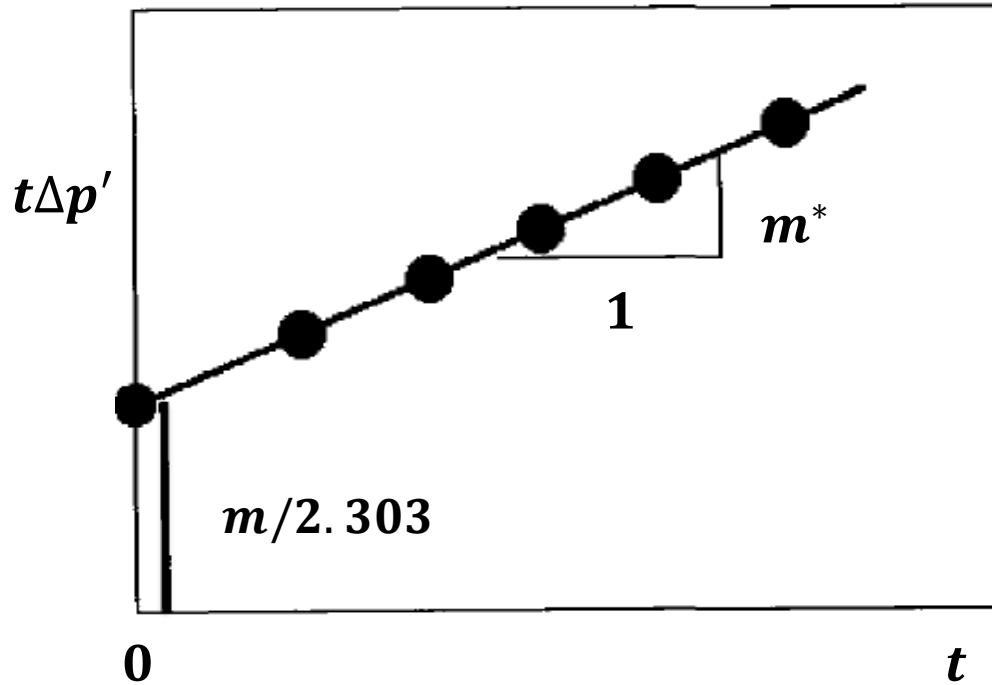


Figura 76 Gráfica desarrollada por Cinco, Samaniego y Viturat para el análisis de pruebas de decremento de presión realizadas bajo la influencia de una tendencia lineal de presión (Modificado de Cinco, Macías, et al., 1990)

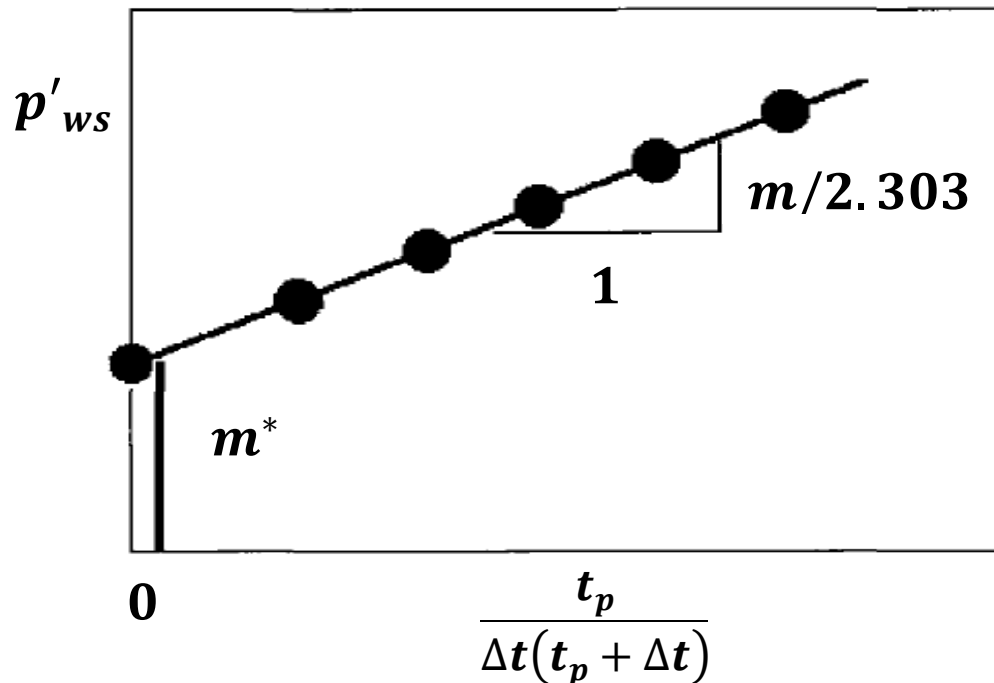


Figura 77 Gráfica desarrollada por Cinco, Samaniego y Viturat para el análisis de pruebas de incremento de presión realizadas bajo la influencia de una tendencia lineal de presión (Modificado de Cinco, Macías, et al., 1990)

El comportamiento de la presión en una prueba afectada por una tendencia lineal de presión

El cambio de presión en un pozo durante una prueba de presión realizada bajo la influencia de una tendencia lineal de presión, se puede expresar como:

$$\Delta p_w(t) = q\Delta p_1(t) + m^*t \quad (146)$$

Donde Δp_1 es la respuesta de presión que tendría un pozo por unidad de gasto a un tiempo t sin el efecto de la tendencia de presión, y m^* es el cambio de presión por unidad de tiempo causado por la tendencia (Figura 78).

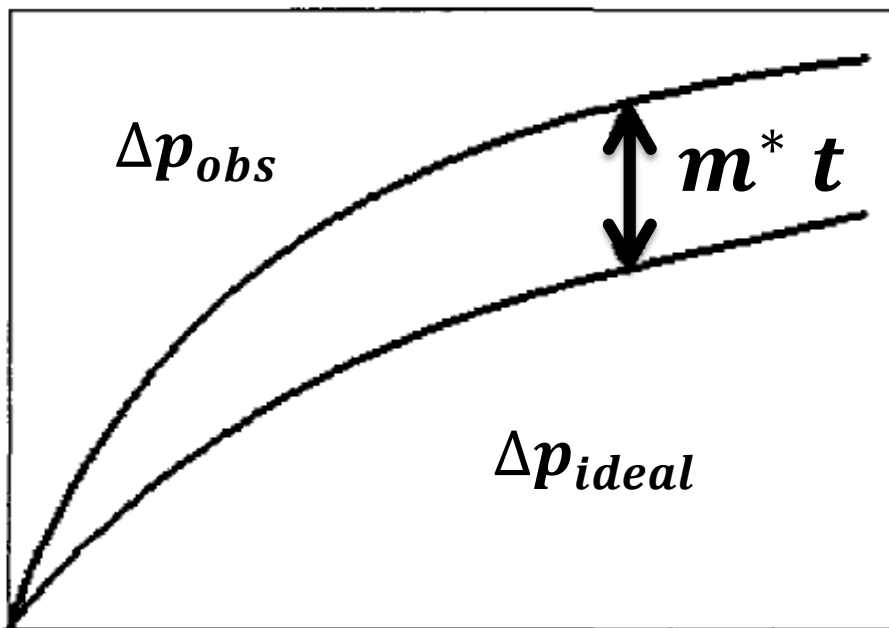


Figura 78 El efecto de una tendencia de presión sobre una prueba de incremento de presión (Modificado de Cinco, Macías, et al., 1990)

La ecuación (146) es válida para cualquier tipo de prueba, y m^* puede ser positiva o negativa dependiendo si se trata de una tendencia de presión ascendente o descendente.

La función derivada fue introducida hace varios años para el análisis de datos de pruebas de presión. Tal función fue definida como $t\Delta p'$ y representa la pendiente de la curva de presión de una gráfica semi-logarítmica. Para una prueba con efecto de tendencia lineal de presión, la función derivada se puede obtener a partir de la ecuación (146) como:



$$t\Delta p'_w(t) = qt\Delta p'_1(t) + m^*t \quad (147)$$

Se puede apreciar que la función anterior también presenta el efecto de tendencia lineal de presión, sin embargo la resta entre el cambio de presión $\Delta p_w(t)$ y la función derivada $t\Delta p'_w(t)$ no es afectada por este fenómeno. Esta conclusión es evidente si se resta la ecuación (146) y la ecuación (147):

$$pmdp(t) = |\Delta p_w(t) - t\Delta p'_w(t)| = |q\Delta p_1(t) - qt\Delta p'_1(t)| \quad (148)$$

La evaluación de la función anterior es simple y no requiere técnicas sofisticadas, ya que las variables involucradas $\Delta p_w(t)$ y $t\Delta p'_w(t)$ son comúnmente usadas en el análisis de pruebas de presión en la actualidad. A continuación se presenta la aplicación de esta función para diferentes tipos de pruebas de presión.



Método de análisis de pruebas de interferencia influenciadas por una tendencia lineal de presión

Las pruebas de interferencia comúnmente son analizadas a través del ajuste de curvas tipo, ya que este procedimiento toma en cuenta todos los datos de presión de la prueba y permite encontrar el modelo de flujo que se ajusta al comportamiento del yacimiento (lineal, radial o esférico).

Es posible construir curvas tipo independientes de los efectos de una tendencia lineal de presión en términos de la función definida en la ecuación (148), con base en las curvas presentadas por **Gutiérrez Ruíz y Cinco Ley (1985)**. Estas curvas tipo son construidas para diferentes geometrías de flujo en una escala logarítmica, graficando la función $pmdp_D$ contra la función del tiempo $F(t_D)$; dichas funciones varían dependiendo de la geometría de flujo y se definen de la siguiente manera:

Geometría de flujo	Ecuación
Lineal	$pmdp_D = \frac{ABS(p_{DL} - t_{DL}p'_{DL})}{x_D} \quad (149)$
	$F(t_D) = \frac{t_{DL}}{x_D^2} \quad (150)$
Radial	$pmdp_D = ABS(p_D - t_D p'_D) \quad (151)$
	$F(t_D) = \frac{t_D}{r_D^2} \quad (152)$
Esférico	$pmdp_D = r_D ABS(p_{DspH} - t_D p'_{DspH}) \quad (153)$
	$F(t_D) = \frac{t_D}{r_D^2} \quad (154)$

Tabla 19 Ecuaciones empleadas para la construcción de curvas tipo utilizadas en el análisis de pruebas realizadas bajo la influencia de una tendencia lineal de presión, método de Cinco, Macías, Samaniego y Morales

En la Figura 79 se muestran las curvas tipo para diferentes geometrías de flujo, empleadas para el análisis de pruebas de interferencia. Las unidades de las



variables reales que constituyen a las variables adimensionales se presentan nuevamente a continuación.

Sistema de unidades y factores de conversión			
Variable	Símbolo	Unidades	
		Británicas de campo	Métricas
Presión	p	psi	$\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$
Permeabilidad	k	md	md
Longitud, ancho y espesor	L, b, h, r	ft	m
Viscosidad	μ	cp	cp
Gasto	q	bpd	$\frac{\text{m}^3}{\text{día}}$
Porosidad	ϕ	fracción	fracción
Compresibilidad total	c_t	psi ⁻¹	$\left(\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}\right)^{-1}$
Tiempo	T	hr	hr
Factor de conversión	β	2.637×10^{-4}	3.489×10^{-4}
Factor de conversión	α	141.2	19.03
Factor de conversión	α_L	887.2	119.58
Factor de conversión	α_{sph}	70.6	9.52

*El factor de conversión denotado con la letra griega α sin subíndice corresponde a una geometría de flujo radial, mientras que los que presentan el subíndice L y sph corresponden a una geometría de flujo lineal y esférico respectivamente.

Tabla 4 Sistema de unidades para las variables reales que conforman a las variables adimensionales

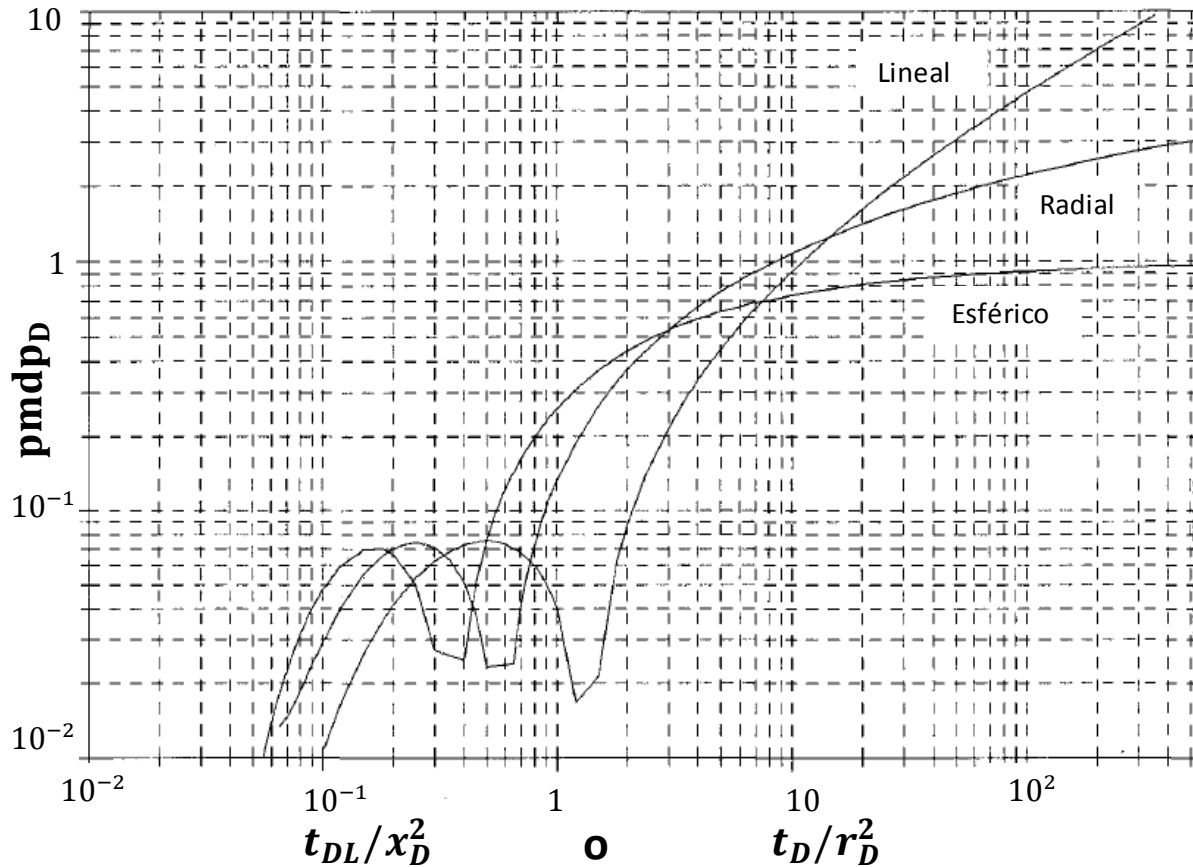


Figura 79 Curvas tipo desarrolladas por Cinco, Macías, Samaniego y Morales para el análisis de pruebas de interferencia realizadas bajo la influencia de una tendencia lineal de presión

A partir de los datos de Δp contra t de una prueba de interferencia, el ajuste de la curva tipo se realiza mediante el siguiente procedimiento:

- 1.- Dibujar en un papel albanene o transparente los ciclos logarítmicos de la curva tipo.
- 2.- Calcular la función $pmdp(t) = abs[\Delta p_w(t) - t\Delta p'(t)]$ para cada punto de presión y graficarla contra el tiempo t en el papel albanene o transparente, en el cual se trazaron previamente los ciclos logarítmicos de la curva tipo.
- 3.- Deslizar la gráfica de los datos sobre la curva tipo, manteniendo los ejes paralelos hasta lograr un ajuste entre los datos y la curva tipo. El tipo de flujo que prevalece dentro del yacimiento durante la prueba, se identifica con la curva tipo que mejor se ajuste a los datos.
- 4.- Definir un punto de ajuste entre los datos graficados y la curva tipo. El punto de ajuste proporcionará los valores de los parámetros $(pmdp)_M$, $(t)_M$, $(pmdp_D)_M$ y $[F(t_D)]_M$ (ver Figura 79), cabe mencionar que $[F(t_D)]_M$ es igual a t_{DL}/x_D^2 cuando



se presenta una geometría de flujo lineal, e igual a t_D/r_D^2 cuando se tiene un flujo radial o esférico.

5.- Estimar las propiedades del yacimiento a partir de los valores obtenidos de las funciones en el paso anterior, mediante las siguientes ecuaciones, las cuales varían dependiendo de la geometría del flujo presente durante la prueba.

Geometría de flujo	Ecuación
Lineal	$kbh = \frac{2\alpha_1 qB\mu x}{(pmdp)_M} (pmdp_D)_M \quad (155)$
	$\phi hc_t = \frac{\beta kh(t)_M}{\mu x^2 [F(t_D)]_M} \quad (156)$
Radial	$kh = \frac{\alpha qB\mu}{(pmdp)_M} (pmdp_D)_M \quad (157)$
	$\phi hc_t = \frac{\beta kh(t)_M}{\mu r^2 [F(t_D)]_M} \quad (158)$
Esférico	$kh = \frac{\alpha_{sph} qB\mu}{r(pmdp)_M} (pmdp_D)_M \quad (159)$
	$\phi c_t = \frac{\beta kh(t)_M}{\mu r^2 [F(t_D)]_M} \quad (160)$

Tabla 20 Ecuaciones empleadas para el cálculo de las propiedades del yacimiento durante el análisis de pruebas de interferencia realizadas bajo la influencia de una tendencia lineal de presión, método de Cinco, Macías, Samaniego y Morales

Donde α , α_1 y α_{sph} son factores de conversión definidos en la Tabla de las variables adimensionales.

6.- Estimar la magnitud de la tendencia de presión a partir de una gráfica de $[(\Delta p)_{medida} - (\Delta p)_{calculada}]$ contra t . La magnitud de la tendencia de presión m^* será igual al valor de la pendiente de la línea recta que se obtiene, y $(\Delta p)_{calculada}$ es estimada con las ecuaciones de la geometría de flujo de ajuste, como con los parámetros del yacimiento obtenidos en el paso anterior.

Esta es una metodología generalizada y se puede extender a otros tipos de flujo en diferentes medios, por ejemplo, en yacimientos con doble porosidad o en yacimientos estratificados.



Método de análisis de pruebas de pulso único influenciadas por una tendencia lineal de presión

Aunque este tipo de pruebas es frecuentemente usado, la metodología de interpretación se basa en ecuaciones de flujo radial, y por ende no es aplicable para todos los casos y puede conducir a serios errores en el análisis de los datos, por lo tanto es necesario emplear una metodología generalizada que permita la identificación del modelo de flujo aplicable.

Las Figuras 80, 81 y 82 muestran las curvas tipo correspondientes a un flujo lineal, radial y esférico respectivamente, empleadas para el análisis de pruebas de pulso único. Estas curvas tipo se basan en la función $pmdp(t)$ previamente discutida, y su aplicación es similar a las de las pruebas de interferencia. Sin embargo existe un parámetro adicional en estas curvas, el cual representa el tiempo de duración (producción o inyección) del pulso $F(t_{pD}) = t_{pD}/x_D^2$, dicho parámetro permite asegurar un correcto ajuste de la curva tipo; ya que al ajustar una curva tipo a la gráfica de la función $pmdp(t)$ contra el tiempo (t), se obtendrá gráficamente un valor de la duración del pulso $F(t_{pD})$, posteriormente se calculará dicho parámetro de forma analítica $F(t_{pD}) = t_{pD}/x_D^2$, y ambos resultados deberán coincidir para asegurar que el ajuste de la curva tipo es correcto. Aunado a lo anterior, existe una curva para cada valor de $F(t_{pD})$, haciendo que el análisis sea posible para cualquier duración del pulso.

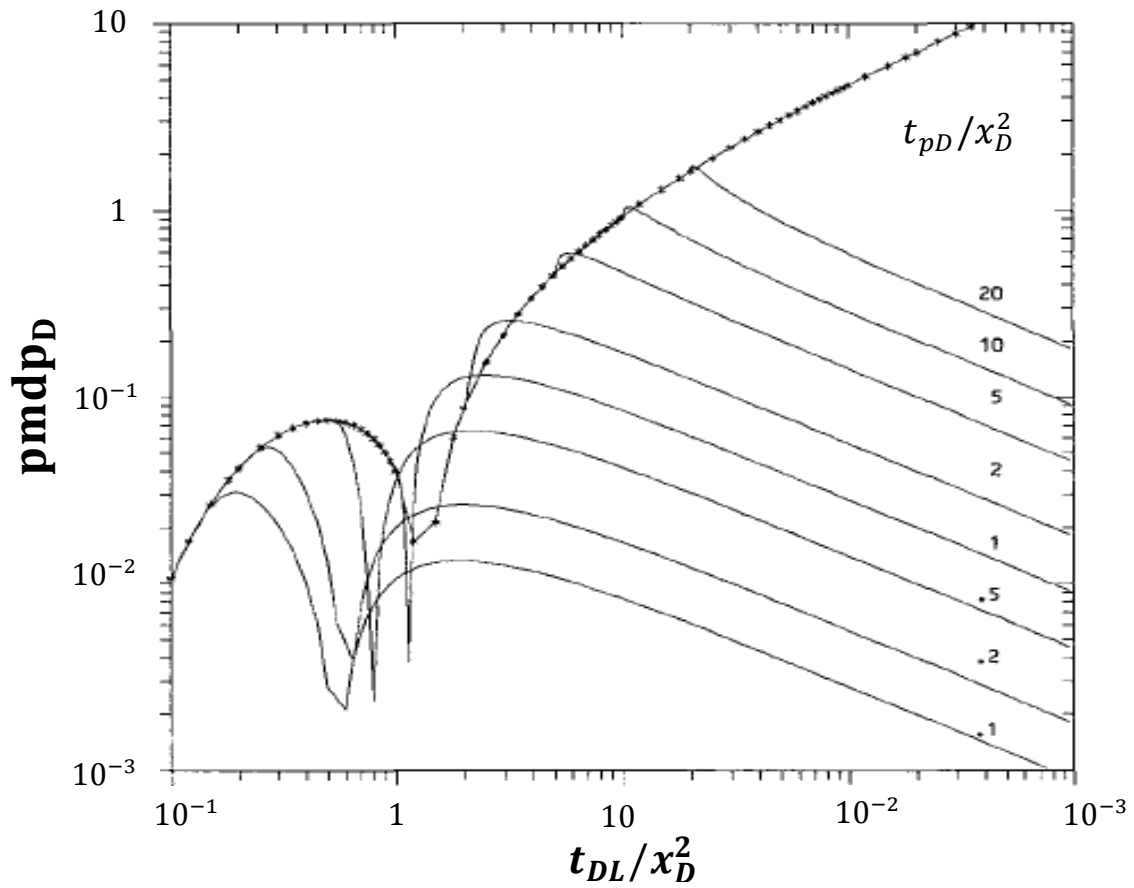


Figura 80 Curva tipo desarrollada por Cinco, Macías, Samaniego y Morales para el análisis de pruebas de pulso único realizadas bajo la influencia de una tendencia lineal de presión, válida para una geometría de flujo lineal

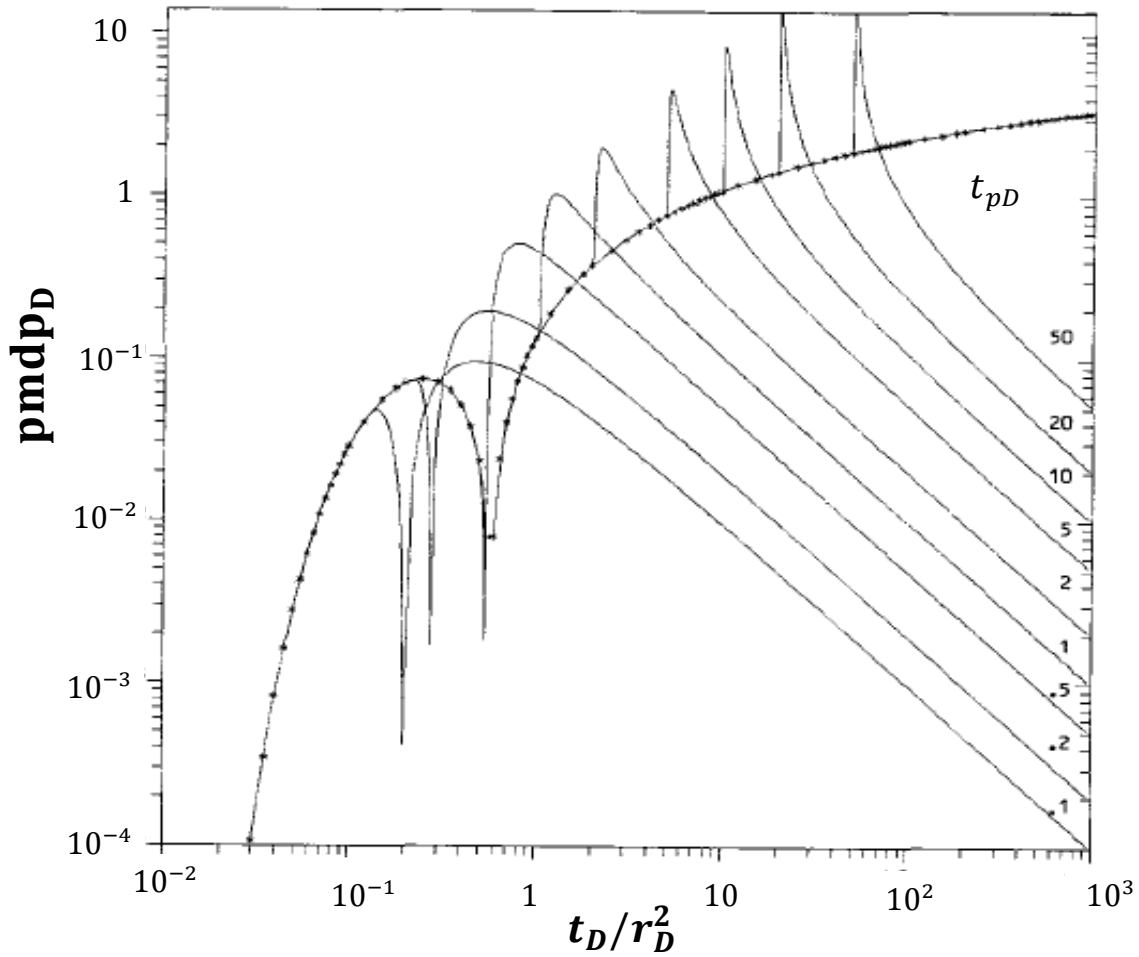


Figura 81 Curva tipo desarrollada por Cinco, Macías, Samaniego y Morales para el análisis de pruebas de pulso único realizadas bajo la influencia de una tendencia lineal de presión, válida para una geometría de flujo radial

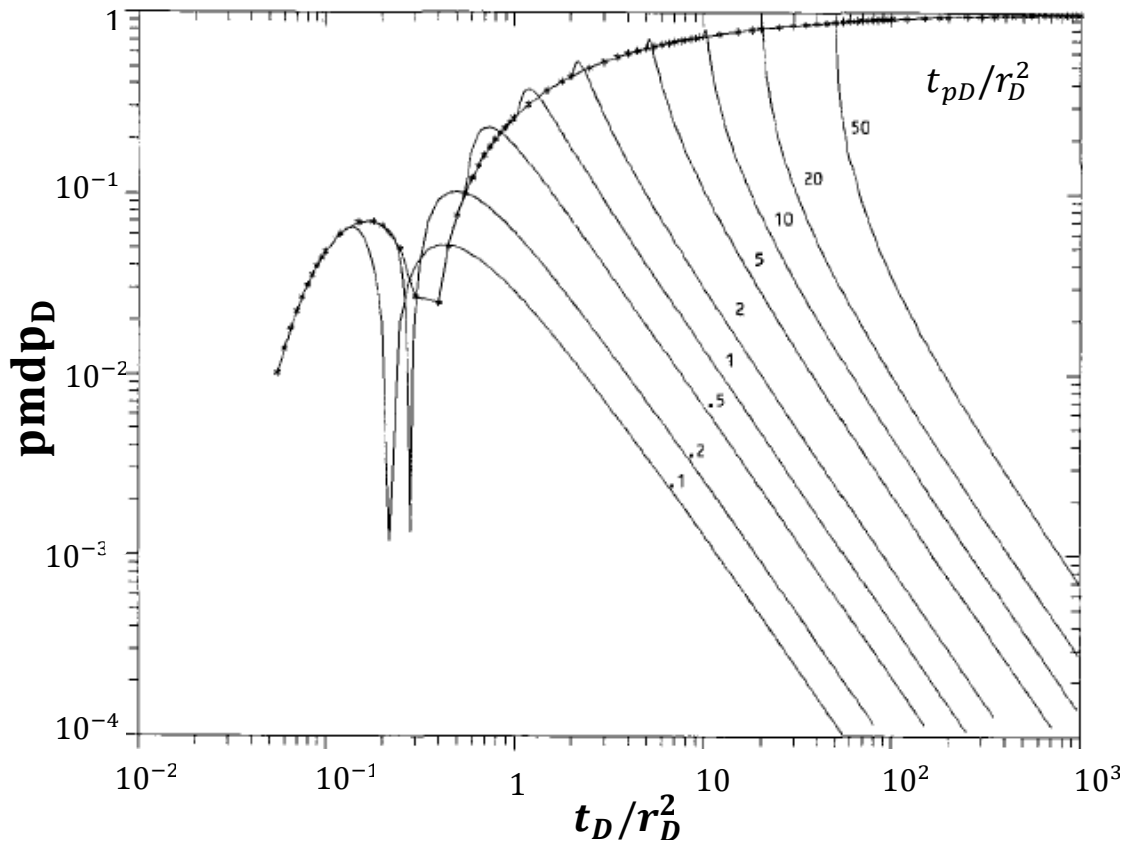


Figura 82 Curva tipo desarrollada por Cinco, Macías, Samaniego y Morales para el análisis de pruebas de pulso único realizadas bajo la influencia de una tendencia lineal de presión, válida para una geometría de flujo esférico

Al igual que en las pruebas de interferencia, a partir de los datos de Δp contra t de una prueba de pulso único, el ajuste de la curva tipo se realiza mediante el siguiente procedimiento:

- 1.- Dibujar en un papel albanene o transparente los ciclos logarítmicos de la curva tipo que presente la mayor cantidad de ellos.
- 2.- Calcular la función $pmdp(t) = abs[\Delta p_w(t) - t\Delta p'(t)]$ para cada punto de presión y graficarla contra el tiempo t en el papel albanene o transparente, en el cual se trazaron previamente los ciclos logarítmicos de la curva tipo.
- 3.- Calcular la duración del pulso $F(t_{pD}) = t_{pD}/x_D^2$.
- 4.- Deslizar la gráfica de los datos sobre la curva tipo, manteniendo los ejes paralelos hasta lograr un ajuste entre los datos y la curva tipo. El tipo de flujo que prevalece dentro del yacimiento durante la prueba, se identifica con la curva tipo que mejor se ajuste a los datos. Posteriormente se deberá leer el valor de la duración del pulso $F(t_{pD})$ en la curva tipo de ajuste, y se deberá verificar que



dicho valor coincide con el valor calculado en el paso anterior, en caso negativo será necesario verificar la gráfica de los datos de la prueba y el ajuste de la curva tipo.

5- Definir un punto de ajuste entre los datos graficados y la curva tipo. El punto de ajuste proporcionará los valores de los parámetros $(pmdp)_M$, $(t)_M$, $(pmdp_D)_M$ y $[F(t_D)]_M$ (ver Figuras 80, 81 y 82), cabe mencionar que $[F(t_D)]_M$ es igual a t_{DL}/x_D^2 cuando se presenta una geometría de flujo lineal, e igual a t_D/r_D^2 cuando se tiene un flujo radial o esférico.

6.- Estimar las propiedades del yacimiento a partir de los valores obtenidos de las funciones en el paso anterior, empleando las mismas ecuaciones utilizadas en el análisis de pruebas de interferencia, las cuales se muestran a continuación.

Geometría de flujo	Ecuación
Lineal	$kbh = \frac{2\alpha_1 qB\mu x}{(pmdp)_M} (pmdp_D)_M \dots (155)$
	$\phi h c_t = \frac{\beta kh(t)_M}{\mu x^2 [F(t_D)]_M} \dots (156)$
Radial	$kh = \frac{\alpha qB\mu}{(pmdp)_M} (pmdp_D)_M \dots (157)$
	$\phi h c_t = \frac{\beta kh(t)_M}{\mu r^2 [F(t_D)]_M} \dots (158)$
Esférico	$kh = \frac{\alpha_{sph} qB\mu}{r(pmdp)_M} (pmdp_D)_M \dots (159)$
	$\phi c_t = \frac{\beta kh(t)_M}{\mu r^2 [F(t_D)]_M} \dots (160)$

Tabla 20 Ecuaciones empleadas para el cálculo de las propiedades del yacimiento durante el análisis de pruebas de pulso único realizadas bajo la influencia de una tendencia lineal de presión, método de Cinco, Macías, Samaniego y Morales

7.- Estimar la magnitud de la tendencia de presión a partir de una gráfica de $[(\Delta p)_{medida} - (\Delta p)_{calculada}]$ contra t . La magnitud de la tendencia de presión m^* será igual al valor de la pendiente de la línea recta que se obtiene, y $(\Delta p)_{calculada}$ es estimada con las ecuaciones de la geometría de flujo de ajuste, como con los parámetros del yacimiento obtenidos en el paso anterior.



Método de análisis de pruebas de incremento de presión influenciadas por una tendencia lineal de presión

Las pruebas de presión mayormente utilizadas son las pruebas de incremento de presión, ya que estas proporcionan la capacidad de flujo de la formación kh , el factor de daño y la presión promedio en el área de drene, sin embargo el método de Horner con el que comúnmente se analiza este tipo de pruebas, únicamente es válido si se exhibe un flujo radial en el pozo. Por lo tanto se debe aplicar una metodología generalizada a otros tipos de flujo además del caso de flujo radial.

Los efectos de una tendencia de presión en una prueba de incremento son particularmente importantes cuando existen tiempos largos de cierre, por lo tanto los autores desarrollaron una metodología de análisis para casos en los cuales el tiempo de cierre es mucho mayor que el tiempo de producción, dicha metodología es discutida a continuación.

Si se tiene una prueba de incremento afectada por una tendencia de presión, en la cual el tiempo de cierre fue mucho mayor que el periodo de producción antes de la realización de la prueba, de acuerdo con el método de inlfujo presentado por **Cinco Ley H., Kuchuc F., Ayoub J., Samaniego Verduzco F. y Ayestarán L. (1986)**, a partir de la información de la prueba se puede estimar la derivada de la función de inlfujo sin el efecto del tiempo de producción t_p de la siguiente manera:

$$\frac{d\Delta p_1}{dt} = \frac{1}{24Q} [p_i - p_{ws}(\Delta t)] \quad (161)$$

Si los datos son influenciados por una tendencia lineal de presión, la ecuación (161) se transforma en:

$$\frac{d\Delta p_1}{dt} = \frac{1}{24Q} [p_i - p_{ws}(\Delta t) - m^*(t_p + \Delta t)] \quad (162)$$

Donde Q es el volumen de fluido producido (inyectado) durante el periodo de flujo antes del inicio de la prueba, y p_i es la presión inicial antes del tiempo de producción. La segunda derivada de la función de inlfujo lógicamente se obtiene derivando la ecuación (162):

$$\frac{d^2\Delta p_1}{dt^2} = -\frac{1}{24Q} \left(\frac{dp_{ws}}{dt} - m^* \right) \quad (163)$$

Los efectos de la tendencia de presión se pueden eliminar si se realiza la resta entre la primera $\left(t \frac{d\Delta p_1}{dt} \right)$ y la segunda derivada $\left(t^2 \frac{d^2\Delta p_1}{dt^2} \right)$ de la función de inlfujo.



Por lo tanto a partir de la diferencia entre la ecuación (162) y (163), así como del método de inlfujo **(Cinco, Kuchuc, et al., 1986)**, se obtiene la siguiente función:

$$pmdp(\Delta t) = \frac{t_p}{2} + \Delta t \left[p_i - p_{ws}(\Delta t) + \left(\frac{t_p}{2} + \Delta t \right) p'_{ws}(\Delta t) \right] \quad (164)$$

Se puede demostrar que la función $pmdp(\Delta t)$ está dada por la ecuación (165):

$$pmdp(\Delta t) = A_A t^n \quad (165)$$

Donde n es igual a $-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}$ y 1 para un flujo esférico, radial, bilineal, lineal y estado pseudoestacionario (almacenamiento) respectivamente. Por lo tanto el tipo de flujo presente durante una prueba de incremento de presión, se puede determinar a partir de una gráfica logarítmica de $pmdp(\Delta t)$ contra t , en la cual se presentará una porción de línea recta con pendiente n , tal como se muestra en la Figura 83.

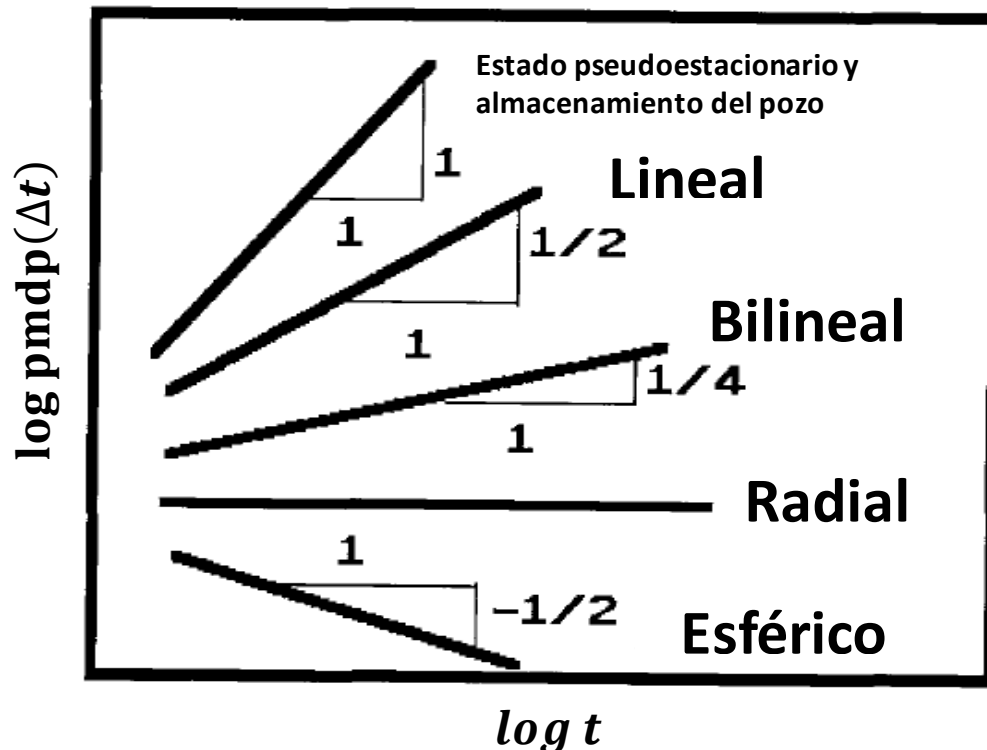


Figura 83 Gráfica desarrollada por Cinco, Macías, Samaniego y Morales para la identificación de la geometría de flujo presente en el pozo, durante una prueba de incremento realizada bajo la influencia de una tendencia lineal de presión

También se puede demostrar que la derivada de la presión durante el tiempo de cierre puede ser expresada de la siguiente forma:

$$\frac{dp_{ws}}{d\Delta t} = m_n \left[(\Delta t)^{n-1} - (t_p + \Delta t)^{n-1} \right] + m^* \quad (166)$$

Donde m_n depende de los parámetros del yacimiento para cada geometría de flujo (ver Tabla 21). A partir de la ecuación (166) se puede concluir que para una prueba que exhibe una geometría de flujo caracterizada por n , una gráfica de p'_{ws} contra la función $(\Delta t)^{n-1} - (t_p + \Delta t)^{n-1}$ mostrará una línea recta con pendiente m_n y ordenada al origen m^* , tal como se muestra en la Figura 84.

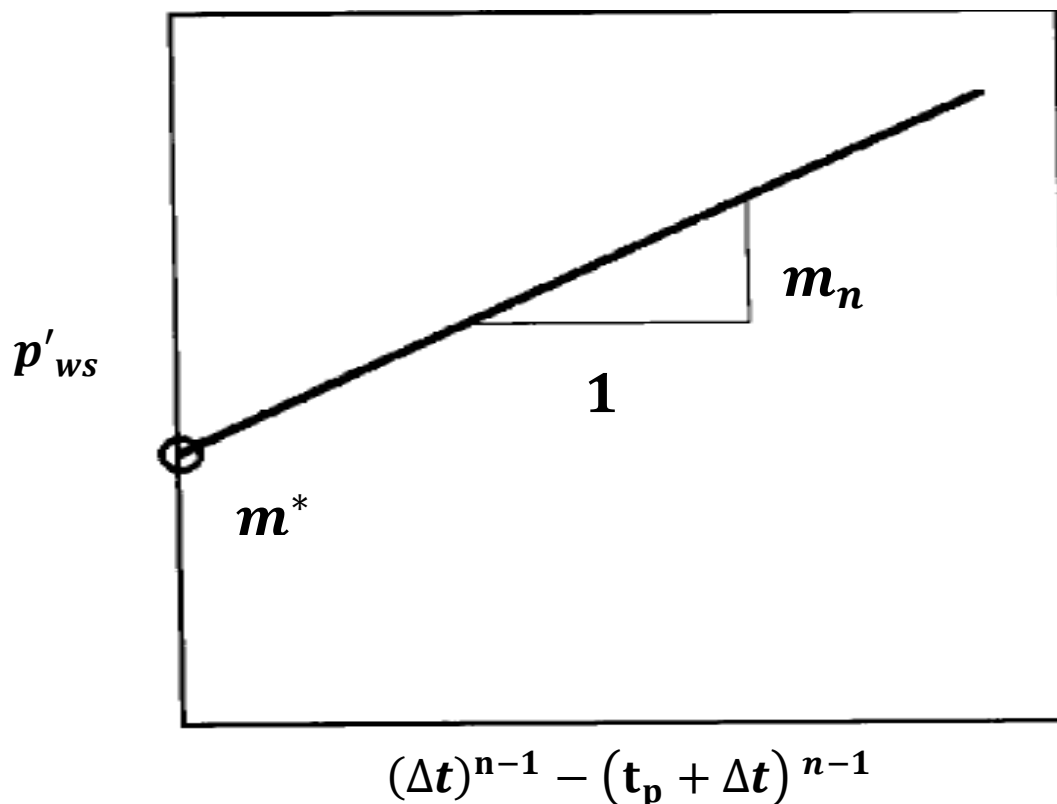


Figura 84 Gráfica desarrollada por Cinco, Macías, Samaniego y Morales para el análisis de pruebas de incremento de presión realizadas bajo la influencia de una tendencia lineal de presión

Por lo tanto un análisis generalizado de una prueba de incremento está dado por los siguientes pasos:

- 1.- Estimar la función $pmdp(\Delta t)$, ecuación (164), para cada punto de presión.
- 2.- Graficar la función $pmdp(\Delta t)$ contra Δt en un papel logarítmico, y determinar la geometría de flujo que se presentó durante la prueba a partir de la pendiente n de la porción de línea recta que se obtiene.



3.- A partir de la geometría de flujo obtenida se debe realizar una gráfica de $\frac{dp_{ws}}{d\Delta t}$ contra $(\Delta t)^{n-1} - (t_p + \Delta t)^{n-1}$, y determinar el valor de la pendiente m_n y de la ordenada al origen m^* de la porción de línea recta que se obtiene.

4.- A partir del valor de la pendiente m_n se estiman los parámetros del yacimiento con la ecuación aplicable a la geometría de flujo obtenida (ver Tabla 21).

5.- Estimar la magnitud de la tendencia de presión a partir de una gráfica de $[(\Delta p)_{medida} - (\Delta p)_{calculada}]$ contra t . La magnitud de la tendencia de presión m^* será igual al valor de la pendiente de la línea recta que se obtiene, y $(\Delta p)_{calculada}$ es estimada con las ecuaciones de la geometría de flujo de ajuste, así como con las propiedades calculadas en el paso anterior.

Esta metodología es aplicable para datos de cierre en los cuales $\Delta t > 2t_p$. Para tiempos cortos de cierre, los datos pueden ser analizados usando una extensión de un procedimiento similar al descrito por **Cinco Ley, Kuchuc F. y colaboradores (1986)** en el método de injlujo.

Geometría de flujo	Exponente n	Pendiente m_n
<i>Lineal</i>	1/2	$\frac{\alpha_L(\beta)^{1/2}qB(\mu)^{1/2}}{(\pi)^{1/2}(k\phi c_t)^{1/2}}$
<i>Radial</i>	0	$\frac{\alpha qB\mu}{2.303kh}$
<i>Esférico</i>	- 1/2	$\frac{\alpha_{sph}qB(\phi c_t)^{1/2}(\mu/k)^{3/2}}{2(\pi\beta)^{1/2}}$
<i>Bilineal</i>	1/4	$\frac{0.6125(\beta)^{1/4}qB\mu}{(k)^{1/4}h(k_f b_f)^{1/2}(\phi\mu c_t)^{1/4}}$
k_f y b_f	Son la permeabilidad y el ancho de la fractura respectivamente.	

Tabla 21 Definición matemática de la pendiente m_n de la gráfica $\frac{dp_{ws}}{d\Delta t}$ contra $(\Delta t)^{n-1} - (t_p + \Delta t)^{n-1}$, según la geometría de flujo presente en el pozo durante una prueba de incremento de presión influenciada por una tendencia lineal de presión, método de Cinco, Macías, Samaniego y Morales

2.3.2.3.1 Ejemplos de aplicación

Los métodos discutidos anteriormente son aplicados por los autores a dos ejemplos de campo, el primero es una prueba de incremento realizada en el campo Midale, y el segundo es una prueba de interferencia llevada a cabo en el campo Abkatún. En ambos casos la presión del yacimiento fue dominada por una tendencia general de presión.



Caso A

Este corresponde al campo Midale 8 localizado en Canadá, el cual produce a partir de dos cuerpos naturalmente fracturados con alta anisotropía horizontal. Este yacimiento tiene inyección de CO_2 como proceso de recuperación mejorada.

La prueba de incremento de presión se realizó después de que el pozo produjo un gasto de 120 [bpd] durante 10 horas, en la Tabla 22 se muestran los datos correspondientes a la prueba, y en la Tabla 23 los resultados del cálculo de la función $pmdp(\Delta t)$. Nótese que únicamente se consideraron los datos correspondientes a tiempos de cierre mayores a dos veces el tiempo de producción (10 horas), ya que ésta es la única condición que se debe cumplir para poder emplear el método expuesto.

Para el cálculo de la función $pmdp(\Delta t)$, fue necesario conocer el volumen de fluido producido durante el periodo de flujo antes de iniciar la prueba Q ; los datos indican que el pozo produjo un gasto de 120 [bpd] durante 10 horas antes de iniciar la prueba, por lo tanto el volumen acumulado se calculó como se muestra a continuación:

$$Q = q * t_p$$

$$q = 120 \left[\frac{\text{bl}}{\text{día}} \right] = 5 \left[\frac{\text{bl}}{\text{hr}} \right]$$

$$\rightarrow Q = 5 \left[\frac{\text{bl}}{\text{hr}} \right] * 10[\text{hr}]$$

$$Q = 50 [\text{bl@c. s.}]$$

Por otra parte cabe mencionar que los autores emplearon los datos intermedios de los tiempos de cierre mostrados en la Tabla 22 para el análisis de la prueba, tal como se muestra en la Tabla 23, lo cual es totalmente válido. Por consiguiente el primer cálculo de la función $pmdp(\Delta t = 21[\text{hr}])$, con base en los resultados mostrados en la Tabla 23, se realizó de la siguiente forma:

$$pmdp(\Delta t) = \frac{\frac{t_p}{2} + \Delta t}{24Q} \left[p_i - p_{ws}(\Delta t) + \left(\frac{t_p}{2} + \Delta t \right) p'_{ws}(\Delta t) \right]$$

$$pmdp(\Delta t = 21 [\text{hr}]) =$$



$$\frac{26 \text{ [hr]}}{\left(24 \frac{\text{hr}}{\text{bl}}\right) (50 \text{ [bl@c. s.]})} [(2234.4 \text{ [psi]} - 2124.45 \text{ [psi]}) + 128.7 \text{ [psi]}]$$

$$pmdp(\Delta t = 21 \text{ [hr]}) = 5.17 \text{ [psi]}$$

Gasto q		120	[bpd]
Tiempo de producción t_p		10	[hr]
Factor de volumen del aceite B_o		1	$\frac{\text{bl@c.y.}}{\text{bl@c. s.}}$
Presión inicial del yacimiento p_i		2234.4	[psi]
Datos de presión			
Δt [hr]	p_{ws} [psi]	Δt [hr]	p_{ws} [psi]
0	1411.5	26	2145.5
1	1713.8	28	2152.2
2	1805.6	30	2158.1
3	1863.9	32	2163.5
4	1906.2	34	2168.4
5	1939.2	36	2172.7
6	1965.7	38	2176.7
7	1988	40	2180.3
8	2006.6	45	2188.1
9	2022.6	50	2194.4
10	2036.7	55	2199.7
12	2060.1	60	2204.4
14	2079.2	65	2208.6
16	2094.4	90	2221.4
18	2108	115	2230.5
20	2119.5	140	2236.1
22	2129.4	190	2243.4
24	2138		

Tabla 22 Datos de la prueba de incremento de presión realizada en el campo Midale, método de Cinco, Macías, Samaniego y Morales



Δt [hr]	p_{ws} [psi]	$\frac{t_p}{2} + \Delta t$ [hr]	$\frac{dp_{ws}}{d\Delta t}$ $\left[\frac{\text{psi}}{\text{hr}} \right]$	$\left(\frac{t_p}{2} + \Delta t \right) * p'_{ws}(\Delta t)$ [psi]	$pmdp(\Delta t)$ [psi]
21	2124.45	26	4.95	128.7	5.17
23	2133.7	28	4.3	120.4	5.16
25	2141.75	30	3.75	112.5	5.13
27	2148.85	32	3.35	107.2	5.14
29	2155.15	34	2.95	100.3	5.087
31	2160.8	36	2.7	97.2	5.12
33	2165.95	38	2.45	93.1	5.116
35	2170.55	40	2.15	86	4.995
37	2174.7	42	2	84	5.03
39	2178.5	44	1.8	79.2	4.95
42.5	2184.2	47.5	1.56	74.1	4.92
47.5	2191.3	52.5	1.26	66.15	4.78
52.5	2197.05	57.5	1.06	60.95	4.71
57.5	2202.05	62.5	0.94	58.75	4.74
62.5	2206.5	67.5	0.84	56.7	4.76
77.5	2215	82.5	0.512	42.24	4.24
102.5	2225.95	107.5	0.364	39.13	4.26
127.5	2223.3	132.5	0.224	29.68	4.50
165	2239.75	170	0.145	24.65	2.73

Tabla 23 Cálculo de la función $pmdp(\Delta t)$ para el análisis de la prueba de incremento de presión realizada en el campo Midale, método de Cinco, Macías, Samaniego y Morales

Posteriormente se graficó el $\log pmdp(\Delta t)$ contra el $\log \frac{t_p}{2} + \Delta t$ para la determinación de la geometría de flujo presente en el pozo, tal como se muestra en la Figura 85; a partir de dicha gráfica se observó que el conjunto de datos formó una línea recta con una pendiente $n = 0$, indicando la existencia de una geometría de flujo radial (ver Figura 83).

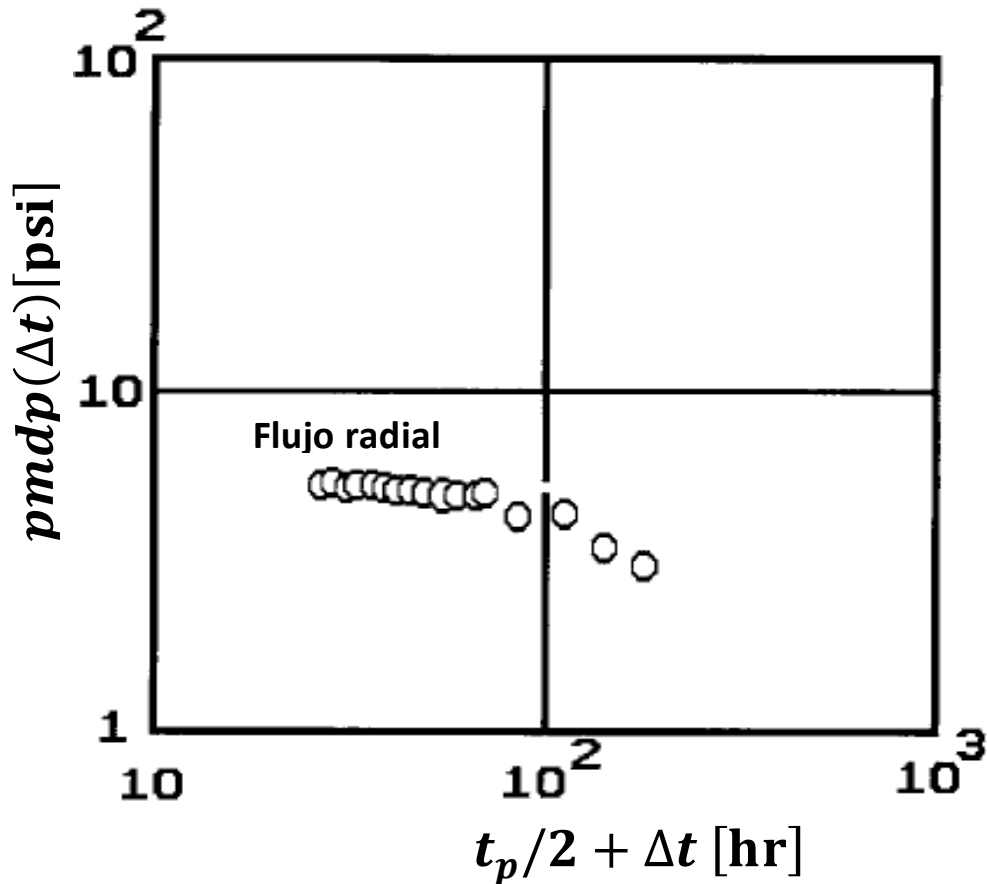


Figura 85 Gráfica de Cinco, Macías, Samaniego y Morales para la identificación de la geometría de flujo presente en el pozo durante la prueba de incremento de presión realizada en el campo Midale

Continuando con el procedimiento se llevó a cabo el cálculo de la derivada de la presión del cierre del pozo $\frac{dp_{ws}}{d\Delta t}$ y de la función $(\Delta t)^{n-1} - (t_p + \Delta t)^{n-1}$, cuyos resultados se muestran en la Tabla 24. Posteriormente estas funciones fueron graficadas en una escala logarítmica, tal como se muestra en la Figura 86.



Δt [hr]	p'_{ws} $\left[\frac{\text{psi}}{\text{hr}}\right]$	$t_p + \Delta t$ [hr]	$\frac{1}{\Delta t} - \frac{1}{t_p + \Delta t}$ $[\text{hr}^{-1}]$
21	4.95	31	0.01536
23	4.3	33	0.01318
25	3.75	35	0.01143
27	3.35	37	0.01001
29	2.95	39	0.00884
31	2.7	41	0.00787
33	2.45	43	0.00705
35	2.15	45	0.00635
37	2	47	0.00575
39	1.8	49	0.00523
42.5	1.56	52.5	0.00448
47.5	1.26	57.5	0.00366
52.5	1.06	62.5	0.00305
57.5	0.94	67.5	0.00258
62.5	0.84	72.5	0.00221
77.5	0.512	87.5	0.00147
102.5	0.364	112.5	0.00087
127.5	0.224	137.5	0.00057
165	0.145	175	0.00035

Tabla 24 Cálculo de la función $(\Delta t)^{n-1} - (t_p + \Delta t)^{n-1}$ para el análisis de la prueba de incremento de presión realizada en el campo Midale, método de Cinco, Macías, Samaniego y Morales

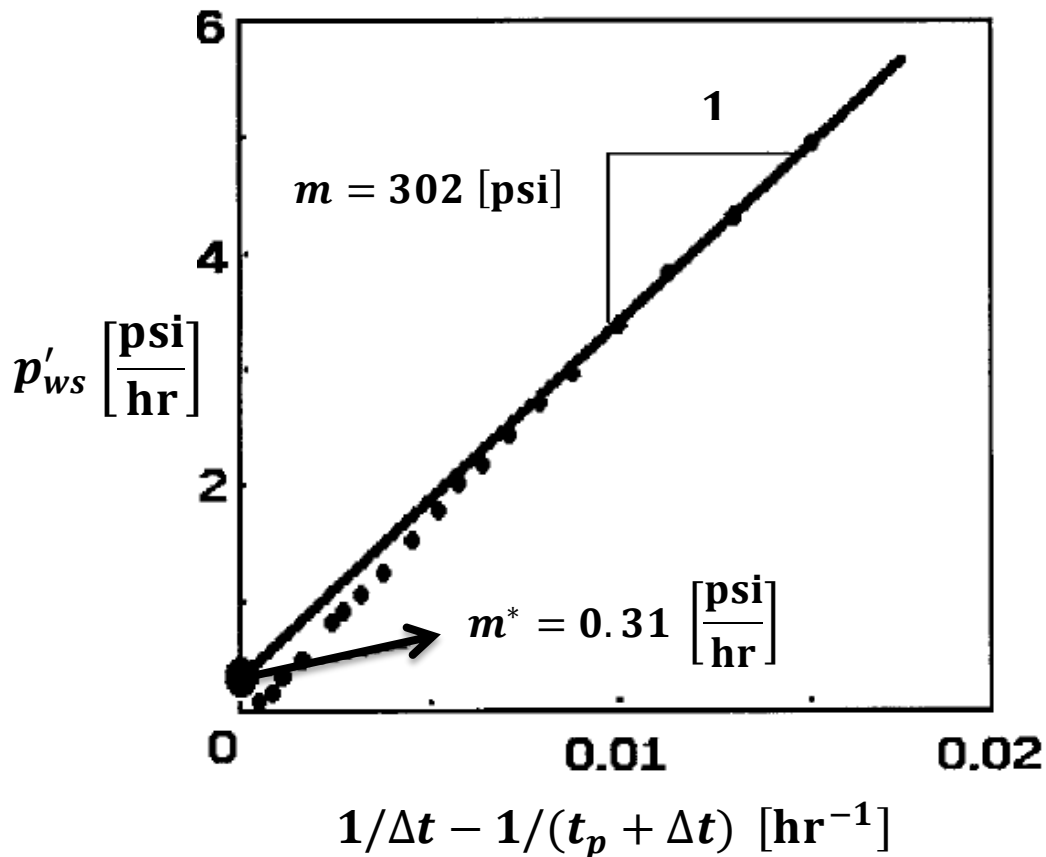


Figura 86 Gráfica de Cinco, Macías, Samaniego y Morales para el análisis de la prueba de incremento de presión realizada en el campo Midale

A partir de la gráfica anterior se obtuvo una pendiente $m_n = 302 \text{ [psi]}$, con la cual posteriormente se estimaron los parámetros del yacimiento, y una ordenada al origen $m^* = 0.31 \left[\frac{\text{psi}}{\text{hr}} \right]$, la cual indica que durante la prueba el yacimiento fue afectado por una tendencia de presión positiva (ascendente).

Con el valor de la pendiente n se seleccionó de la Tabla 21 la ecuación para el cálculo de las propiedades del yacimiento, y mediante el valor de la pendiente m_n se realiza dicho cálculo. Para este caso $n = 0$ (flujo radial) y $m_n = 302 \text{ [psi]}$, por lo tanto el cálculo de las propiedades del yacimiento se llevó a cabo como se muestra a continuación:

$$m_n = \frac{\alpha q B \mu}{2.303 k h}$$



Por lo tanto:

$$\frac{kh}{\mu} = \frac{141.2qB}{2.303m_n} = \frac{141.2(120[\text{bpd}]) \left(1 \left[\frac{\text{bl@c.y.}}{\text{bl@c.s.}}\right]\right)}{2.303(302[\text{psi}])}$$
$$\frac{kh}{\mu} = 28 \left[\frac{\text{md} - \text{ft}}{\text{cp}}\right]$$

Los resultados anteriores son idénticos a los obtenidos con el método propuesto por **Beliveau (1989)**, en el cual al igual que en el método de **Slider (1967)** se consideran los efectos de la tendencia de presión medidos antes de la prueba.

Caso B

Este corresponde a una prueba de interferencia llevada a cabo en el campo Abkatún localizado en el Golfo de Campeche.

La prueba se realizó entre los pozos Abk-20 y Abk-4, siendo el primero el pozo pulsante o activo y el segundo el pozo observador; se intentó medir la tendencia de presión al inicio de la prueba, pero variaciones erráticas en la tendencia hicieron que fuera imposible obtener un valor confiable. La Tabla 25 presenta los datos correspondientes a la prueba, cabe mencionar que la duración de la misma fue de 22 horas y el gasto del pozo activo fue de 22000 [bpd].

La Tabla 25 también presenta el cálculo de la función $pmdp(t)$, la derivada de la presión fue calculada utilizando diferencias centradas con los datos previamente suavizados mediante el método de “promedio móvil”.



Gasto q			22000	[bpd]	
Tiempo de flujo t			22	[hr]	
Factor de volumen del aceite B_o			1.5	$\frac{[bl@c.y.]}{[bl@c.s.]}$	
Viscosidad μ_o			0.532	[cp]	
Distancia r			2500	[ft]	
Presión inicial del yacimiento p_i			3963.34	[psi]	
Datos de presión					
t [min]	p [psi]	$\Delta p - t d\Delta p/dt$ [psi]	t [min]	p [psi]	$\Delta p - t d\Delta p/dt$ [psi]
30	3963.32	0.0278	660	3962.7	0.2535
60	3963.48	0.0971	690	3962.72	0.2154
90	3963.36	0.1181	720	3962.71	0.4832
120	3963.22	0.0925	750	3962.73	0.4857
150	3963.18	0.0742	780	3962.73	0.559
180	3963.15	0.1034	810	3962.69	0.5278
210	3963.08	0.1641	840	3962.71	0.6102
240	3963.09	0.0913	870	3962.74	0.6082
270	3963.02	0.0476	900	3962.68	0.4914
300	3963.01	0.0136	930	3962.69	0.685
330	3962.99	0.0916	960	3962.63	0.7485
360	3962.84	0.0663	990	3962.69	0.6144
390	3962.91	0.1101	1020	3962.7	0.6227
420	3962.84	0.1421	1050	3962.71	0.6575
450	3962.87	0.1613	1080	3962.74	0.6449
480	3962.85	0.239	1110	3962.7	0.6434
510	3962.81	0.272	1140	3962.71	0.6
540	3962.89	0.2373	1170	3962.71	0.6976
570	3962.75	0.2744	1200	3962.71	0.7883
600	3962.81	0.2541	1230	3962.71	1.1752
630	3962.71	0.3195	1260	3962.68	1.7836
			1320	3962.73	2.8959

Tabla 25 Datos de la prueba de interferencia realizada en el campo Abkatún, método de Cinco, Macías, Samaniego y Morales

Posteriormente se graficó la función $pmdp(t) = abs[\Delta p_w(t) - t\Delta p'(t)]$ contra el tiempo t en un papel albanene o transparente, en el cual previamente se trazaron los ciclos logarítmicos de la curva tipo.

La gráfica anterior se deslizó sobre la curva tipo manteniendo los ejes paralelos hasta que se logró el ajuste entre ellas. Los datos se ajustaron a la curva tipo correspondiente a un flujo radial, y el punto de ajuste seleccionado fue $(pmdp)_M =$



0.1[psi], $(t)_M = 100[\text{min}]$, $(pmdp_D)_M = 0.054$ y $\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)_M = 0.21$, tal como se muestra en la Figura 87.

Con base en la geometría de flujo obtenida (radial) se seleccionaron de la Tabla 20 las ecuaciones para el cálculo de los parámetros del yacimiento, dicho cálculo se llevó a cabo como se muestra a continuación:

$$kh = \frac{\alpha q B \mu}{(pmdp)_M} (pmdp_D)_M \dots (157)$$

$$\phi c_t h = \frac{\beta kh(t)_M}{\mu r^2 [F(t_D)]_M} \dots (158)$$

$$kh = \frac{\alpha q B \mu (pmdp_D)_M}{(pmdp)_M} = \frac{141.2(22000[\text{bpd}]) \left(1.5 \left[\frac{\text{bl@c.y.}}{\text{bl@c.s.}}\right]\right) (0.53 [\text{cp}])(0.054)}{0.1[\text{psi}]}$$

$$kh = 1.48 \times 10^6 [\text{md} - \text{ft}]$$

$$\phi c_t h = \frac{\beta kh(t)_M}{\mu r^2 \left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)_M} = \frac{2.637 \times 10^{-4} (1.48 \times 10^6 [\text{md} - \text{ft}]) \left(100[\text{min}] \frac{1 [\text{hr}]}{60 [\text{min}]}\right)}{(0.53[\text{cp}]) (2500[\text{ft}])^2 (0.21)}$$

$$\phi c_t h = 9.35 \times 10^{-4} \left[\frac{\text{ft}}{\text{psi}}\right]$$

La magnitud de la tendencia de presión fue estimada a partir de una gráfica de $[(\Delta p)_{medida} - (\Delta p)_{calculada}]$ contra t . Al tratarse de una geometría de flujo radial se tuvo que:

$$(\Delta p)_{medida} - (\Delta p)_{calculada} = p_i - p(t) - \left(\frac{\alpha q B \mu}{2.303 kh}\right) E_i \left(\frac{\alpha q B \mu r^2}{4 \beta k t}\right)$$

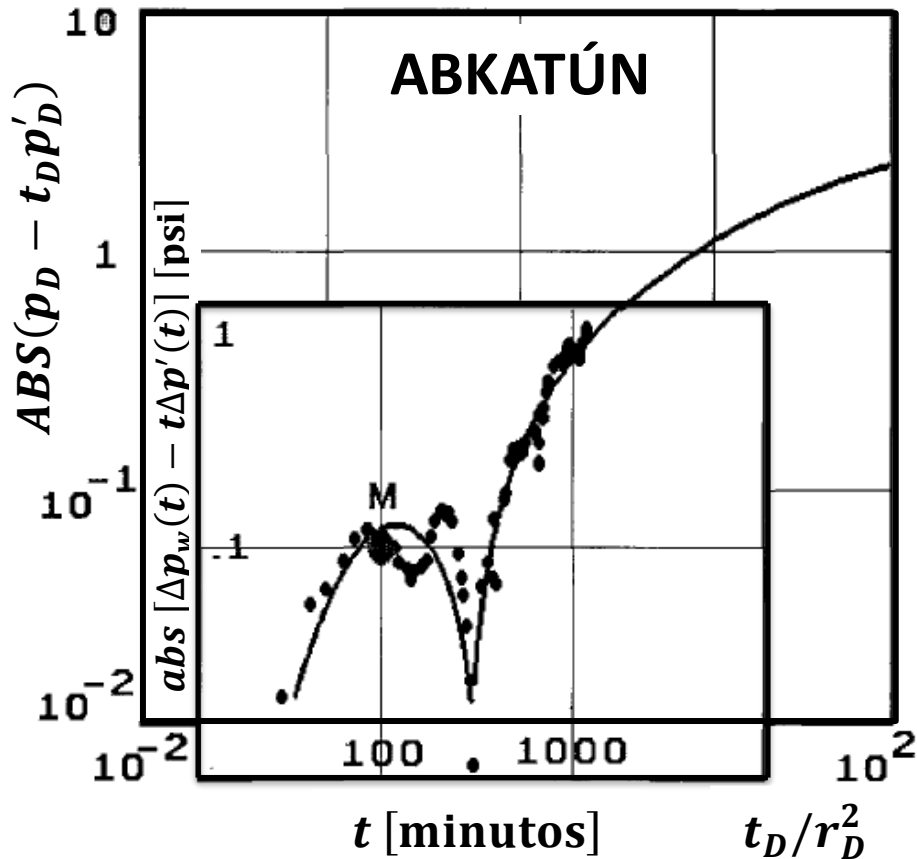


Figura 87 Curva tipo de Cinco, Macías, Samaniego y Morales ajustada a los datos de presión de la prueba de interferencia realizada en el campo Abkatún

La Tabla 26 muestra los resultados de los cálculos de $(\Delta p)_{medida} - (\Delta p)_{calculada}$, y la Figura 88 muestran la gráfica de dicha función contra el tiempo t . Se estimó que esta gráfica presentó una pendiente $m^* = -0.052 \left[\frac{\text{psi}}{\text{hr}} \right]$, lo cual indica que el yacimiento experimentó una tendencia de presión descendente o negativa durante la realización de la prueba.



t [min]	Δp_{medida} [psi]	$\Delta p_{calculada}$ [psi]	Diferencia [psi]	t [min]	Δp_{medida} [psi]	$\Delta p_{calculada}$ [psi]	Diferencia [psi]
	A	B	A-B		A	B	A-B
30	0.02	0.03	-0.01	660	0.64	1.52	-0.88
60	-0.14	0.15	-0.29	690	0.62	1.55	-0.93
90	-0.02	0.29	-0.31	720	0.63	1.59	-0.96
120	0.12	0.42	-0.3	750	0.61	1.62	-1.01
150	0.16	0.53	-0.37	780	0.61	1.65	-1.04
180	0.19	0.63	-0.44	810	0.65	1.68	-1.03
210	0.26	0.72	-0.46	840	0.63	1.7	-1.07
240	0.25	0.81	-0.56	870	0.6	1.73	-1.13
270	0.32	0.88	-0.56	900	0.66	1.76	-1.1
300	0.33	0.95	-0.62	930	0.65	1.78	-1.13
330	0.35	1.02	-0.67	960	0.71	1.81	-1.1
360	0.5	1.08	-0.58	990	0.65	1.83	-1.18
390	0.43	1.14	-0.71	1020	0.64	1.86	-1.22
420	0.5	1.19	-0.69	1050	0.63	1.88	-1.25
450	0.47	1.24	-0.77	1080	0.6	1.9	-1.3
480	0.49	1.28	-0.79	1110	0.64	1.92	-1.28
510	0.53	1.33	-0.8	1140	0.63	1.94	-1.31
540	0.45	1.37	-0.92	1170	0.63	1.96	-1.33
570	0.59	1.41	-0.82	1200	0.63	1.98	-1.35
600	0.53	1.45	-0.92	1230	0.63	2	-1.37
630	0.63	1.49	-0.86	1260	0.66	2.02	-1.36
				1320	0.61	2.06	-1.45

Tabla 26 Cálculo de $(\Delta p)_{medida} - (\Delta p)_{calculada}$ para la estimación de la magnitud de la tendencia lineal de presión presente en la prueba de interferencia realizada en el campo Abkatún, método de Cinco, Macías, Samaniego y Morales

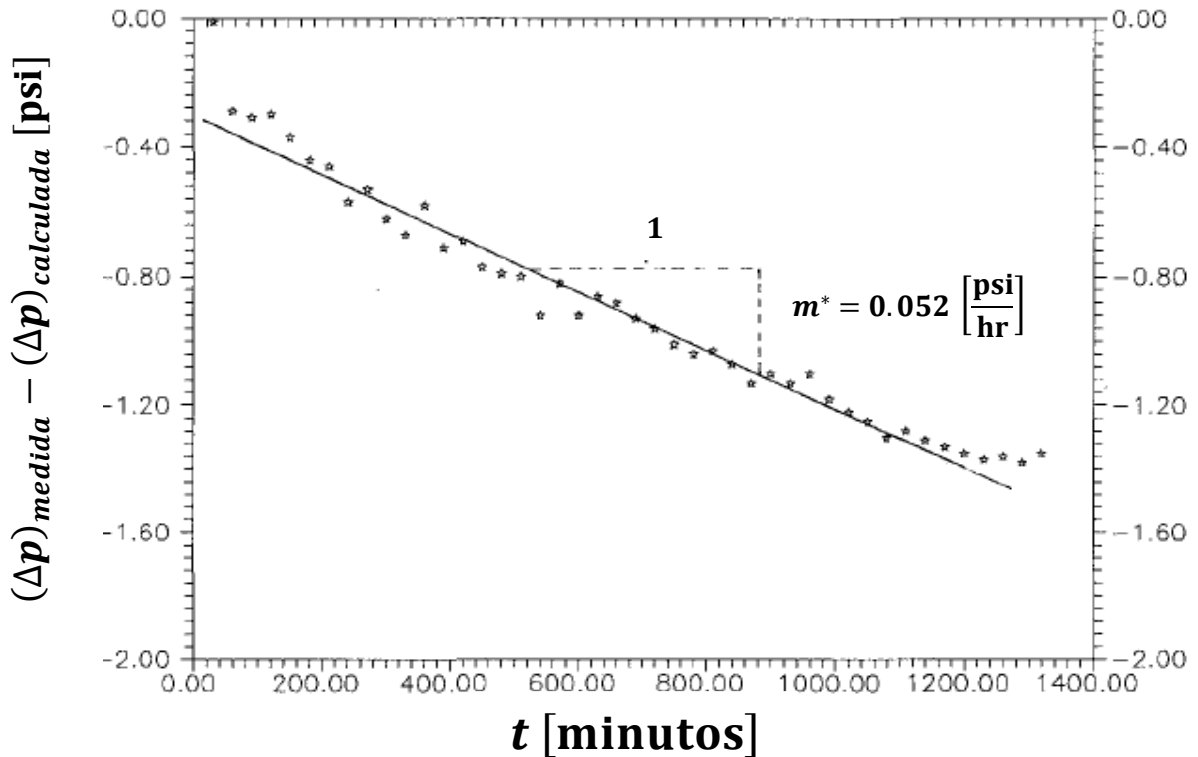


Figura 88 Gráfica de Cinco, Macías, Samaniego y Morales para la estimación de la magnitud de la tendencia lineal de presión presente en la prueba de interferencia realizada en el campo Abkatún

2.3.2.3.2 Ventajas y desventajas del método

Ventajas

- ✓ Es válido para cualquier geometría de flujo.
- ✓ Es una metodología que abarca tres tipos de pruebas de presión.
- ✓ No requiere el uso de ecuaciones complejas.
- ✓ La información empleada por el método es totalmente disponible, ya que toda se obtiene a través de la realización de una prueba de presión.
- ✓ No se requiere de un tratamiento previo de los datos de presión para su análisis.
- ✓ No se requiere información sobre las condiciones de producción e inyección en los pozos adyacentes durante la realización de la prueba.
- ✓ Se evita la necesidad de medir la tendencia de presión antes del inicio de la prueba de presión.
- ✓ Permite obtener los parámetros del yacimiento y cuantificar la tendencia de presión de forma simultánea.



Desventajas

- Es el método que presenta el procedimiento más extenso.
- Si los datos de presión medidos presentan una gran dispersión, será necesario someterlos a un proceso de suavización, antes de realizar su análisis.
- El método únicamente es válido para una tendencia lineal de presión.



3. Casos reales y sintéticos

Algunos de los métodos desarrollados para el análisis y corrección de datos de pruebas de presión influenciadas por el efecto de tendencia de presión, que fueron descritos en el capítulo anterior, a continuación son ejemplificados mediante casos reales y sintéticos. Los casos sintéticos fueron generados mediante el software de análisis de pruebas de presión Pansystem®, éstos se realizaron para diferentes condiciones de frontera del yacimiento, y los valores de diferentes parámetros, tales como la permeabilidad del yacimiento y la localización de sus fronteras, fueron seleccionados de tal forma que permitieran reproducir de forma evidente el efecto de la tendencia de presión sobre los datos de la prueba de presión. En todos los casos sintéticos se consideró la existencia de dos pozos en el yacimiento, el pozo principal u observador y el pozo adyacente o pulsante, y se simularon dos escenarios para la misma prueba de presión realizada en el pozo principal u observador; en el primer escenario el pozo adyacente o pulsante se mantuvo cerrado durante todo el periodo de tiempo en el cual se midió la presión de fondo en el pozo principal u observador, incluyendo el tiempo de duración de la prueba de presión; mientras que en el segundo escenario el pozo adyacente o pulsante se mantuvo produciendo a un gasto constante durante dicho periodo de tiempo. En los casos sintéticos se presentará una comparativa del comportamiento de la presión de fondo del pozo principal, bajo estos dos escenarios simulados.

3.1 Caso Sintético A: Yacimiento homogéneo en un régimen transitorio con una geometría de flujo radial

Se generó sintéticamente una prueba de decremento de presión mediante el software de análisis de pruebas de presión Pansystem, considerando un yacimiento infinito de aceite (régimen transitorio) con una geometría de flujo radial, al cual se le asignaron las características que se muestran en la Tabla 27 junto con las propiedades del fluido, las cuales de igual forma se introdujeron en el software. En este yacimiento se colocaron dos pozos separados por una distancia r de 1200 [ft], los cuales fueron nombrados pozo principal u observador (w_1) y pozo adyacente o pulsante (w_2), tal como se muestra en la Figura 89. La prueba de decremento de presión se realizó en el pozo principal u observador (w_1).



Características de la formación y de los pozos	
Porosidad (ϕ)	0.26
Permeabilidad (k)	319.5 [md]
Espesor de la formación (h)	476 [ft]
Compresibilidad total de la formación (c_t)	5×10^{-5} [psi ⁻¹]
Presión inicial (p_i)	7837 [psi]
Daño de la formación (s)	0.990421
Radio del pozo principal u observador r_{w_1}	0.27 [ft]
Radio del pozo adyacente o pulsante r_{w_2}	0.30 [ft]
Coefficiente de almacenamiento (C)	$0.02 \left[\frac{\text{bl}}{\text{psi}} \right]$
Propiedades del fluido (aceite)	
Factor de volumen del aceite (B_o)	$1.25 \left[\frac{\text{bl@ c. y.}}{\text{bl@ c. s.}} \right]$
Viscosidad del aceite (μ_o)	2.8 [cp]

Tabla 27 Características del yacimiento, de los pozos y del fluido, caso sintético A

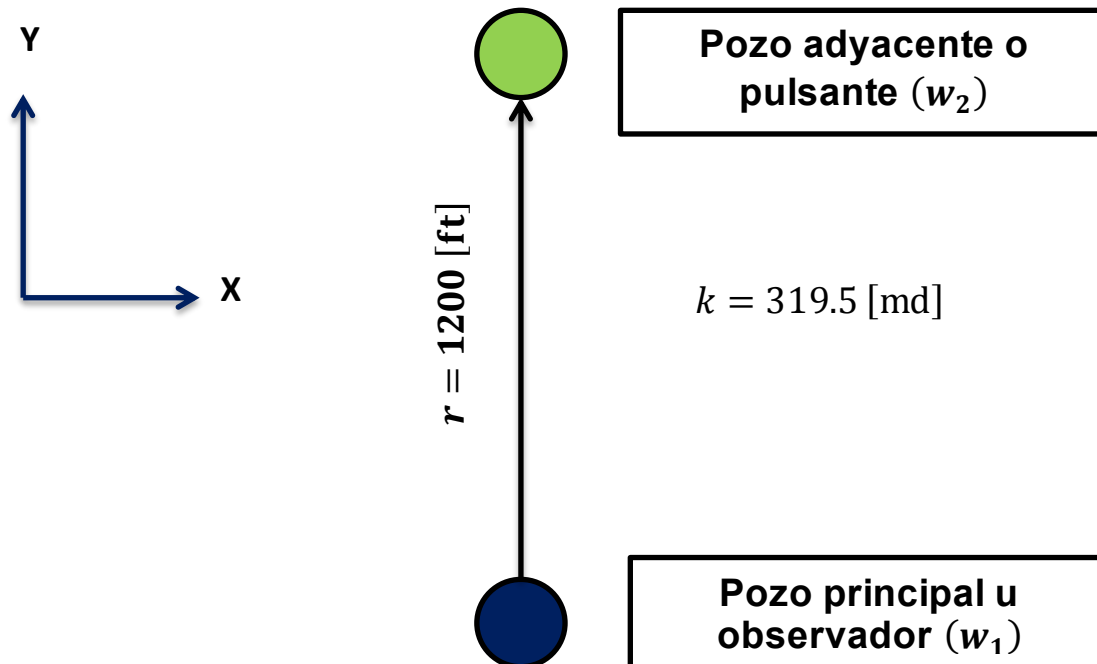


Figura 89 Plano de localización de los pozos, caso sintético A



Como se mencionó se simularon dos escenarios, en el primer escenario (A.1) el pozo adyacente o pulsante se mantuvo cerrado ($q_{w_2} = 0$ [bpd]) durante todo el periodo de tiempo en el cual se midió la presión de fondo en el pozo principal u observador, incluyendo el tiempo de duración de la prueba de decremento de presión; en cambio en el segundo escenario (A.2) el pozo adyacente o pulsante estuvo produciendo a un gasto constante, $q_{w_2} = 5000$ [bpd], durante dicho periodo.

La prueba de decremento se realizó en el pozo principal u observador (w_1), y como en la mayoría de las pruebas de decremento de presión, dicho pozo fue cerrado durante un periodo anterior al inicio de la prueba para que su presión se estabilizara, los datos de presión correspondientes a dicho periodo de cierre se toman en cuenta para estudiar el fenómeno, ya que son empleados para cuantificar cabalmente el incremento de la magnitud de la caída de presión adicional inducida por la tendencia de presión con respecto al tiempo.

En los dos escenarios simulados el pozo principal fue cerrado durante un tiempo igual a 720 [hr], posterior al cual se abrió a producción a un gasto constante de 6000 [bpd], por un periodo idéntico (720 [hr]) para la realización de la prueba de decremento de presión, y posteriormente fue cerrado por un tiempo igual a 120 [hr] para la culminación de la prueba, tal como se muestra en la Tabla 28.

Pozo principal u observador (w_1)	
Tiempo [hr]	Gasto de producción [bpd]
0	0
180	0
360	0
720	0
721	6000
900	6000
1080	6000
1260	6000
1440	6000
1441	0
1480	0
1520	0
1560	0

Tabla 28 Datos de la variación del gasto de producción del pozo principal para la realización de la prueba de decremento de presión, caso sintético A



A continuación se muestra un resumen de los dos escenarios simulados (A.1 y A.2).

Caso A.1 *Pozo principal u observador* (w_1): Cerrado por 720 [hr], puesto a producción a un gasto constante $q_{w_1} = 6000$ [bpd] por 720 [hr] y cerrado por 120 [hr].

Pozo adyacente o pulsante (w_2): Cerrado ($q_{w_2} = 0$ [bpd]) durante las 1560 [hr].

Caso A.2 *Pozo principal u observador* (w_1): Cerrado por 720 [hr], puesto a producción a un gasto constante $q_{w_1} = 6000$ [bpd] por 720 [hr] y cerrado por 120 [hr].

Pozo adyacente o pulsante (w_2): Produciendo a un gasto constante $q_{w_2} = 5000$ [bpd] durante las 1560 [hr].

En la Figura 90 se muestra una comparación del comportamiento de la presión medida en el fondo del pozo principal, durante el periodo de cierre anterior al inicio de la prueba de decremento, el periodo de producción (prueba de decremento), así como durante el periodo de cierre posterior a la prueba. El inciso A.1 de la Figura 90 muestra el comportamiento de dicha presión en el primer escenario simulado, es decir, cuando el pozo adyacente se mantuvo cerrado ($q_{w_2} = 0$ [bpd]) durante todo el periodo de tiempo, mientras que el inciso A.2 de la Figura 90, muestra el comportamiento de la presión mencionada en el segundo escenario simulado, en el cual el pozo adyacente estuvo produciendo a un gasto constante, $q_{w_2} = 5000$ [bpd], durante todo el periodo de tiempo.

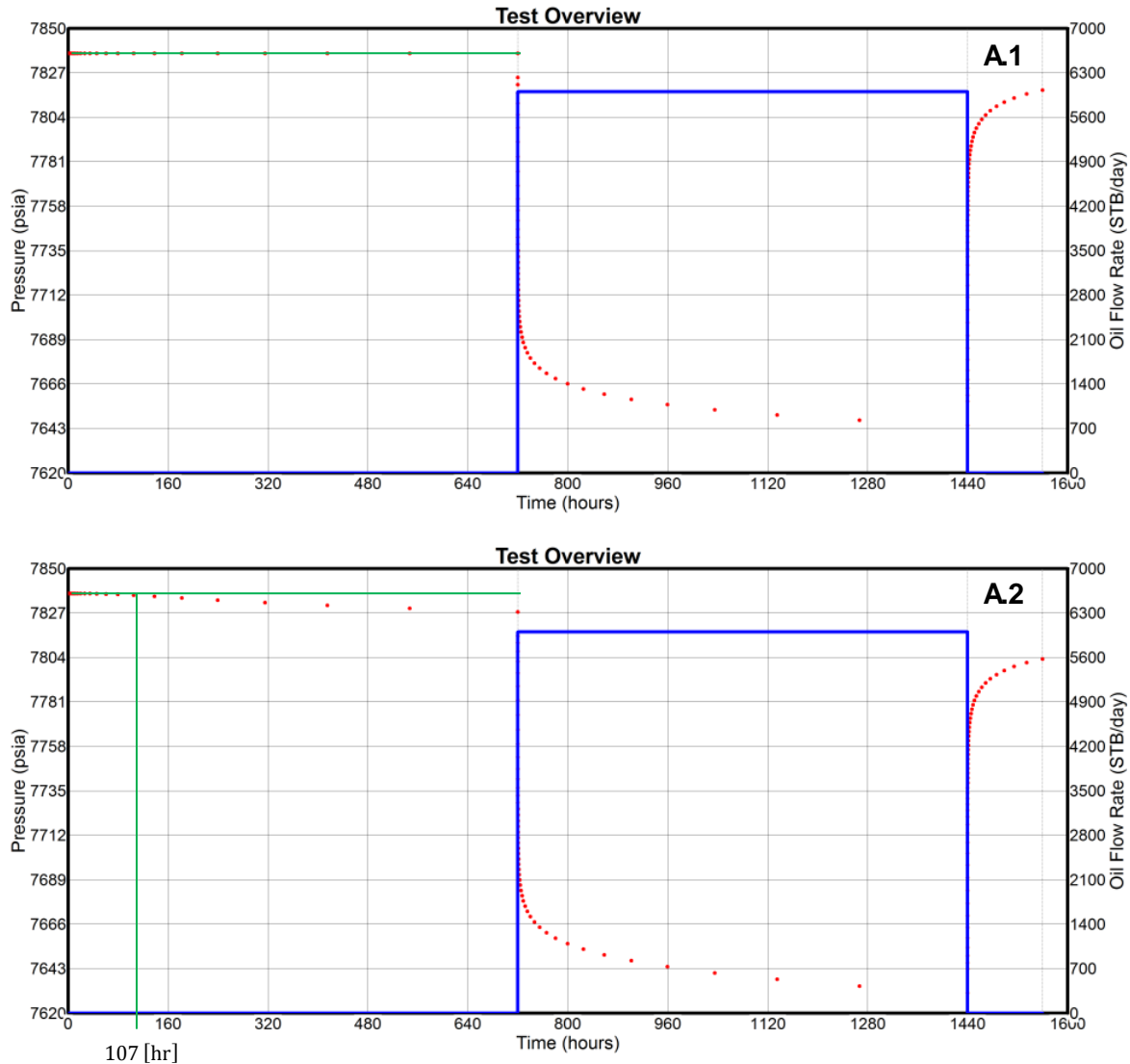


Figura 90 Gráfica cartesiana del comportamiento de la presión de fondo del pozo principal para los dos escenarios simulados, caso sintético A

Como se observa en la Figura 90, la presión de fondo del pozo principal (w_1) medida durante el periodo de cierre anterior al inicio de la prueba de decremento (0 – 720 [hr]), presentó un comportamiento anormal en el segundo escenario simulado, en el cual el pozo adyacente (w_2) estuvo produciendo a un gasto constante de 5000 [bpd], ya que dicha presión experimentó una ligera declinación después de 107 [hr] de cierre, tal como lo muestra la línea horizontal trazada, alcanzando un valor máximo de aproximadamente 10 [psi] al final de dicho periodo (ver inciso A.2 de la Figura 90). Sin embargo esta presión debió permanecer constante puesto que el software asume que cuando un pozo está cerrado su presión está estabilizada. En cambio en el primer escenario simulado, en el cual el pozo adyacente se mantuvo cerrado, $q_{w_2} = 0$ [bpd], la presión registrada durante el periodo de cierre anterior al inicio de la prueba de decremento de presión si



mostró un comportamiento ideal, ya que se mantuvo constante tal como lo muestra la línea horizontal trazada (ver inciso A.1 de la Figura 90).

Asimismo, en el periodo de cierre posterior a la prueba (1440 – 1560 [hr]), los datos de presión mostraron comportamientos diferentes en los escenarios simulados, ya que la presión de fondo del pozo principal presentó un incremento menor cuando el pozo adyacente estuvo produciendo a un gasto constante (ver inciso A.2 de la Figura 90), en comparación cuando dicho pozo se mantuvo cerrado (ver inciso A.1 de la Figura 90).

En cuanto a los datos de presión de la prueba de decremento se refiere (720 – 1440 [hr]), éstos también presentaron un comportamiento anormal como consecuencia de la producción del pozo adyacente, tal como se aprecia en las Figuras 90 y 91, ya que en el segundo escenario simulado la presión medida en el pozo principal presentó una caída de presión mayor (ver inciso A.2 de las Figuras 90 y 91), en comparación con la presión registrada en el primer escenario (ver inciso A.1 de las Figuras 90 y 91).

Por lo tanto queda demostrado que la producción (inyección) de pozos adyacentes al pozo evaluado influye sobre los datos medidos en una prueba de presión, realizada en un yacimiento que presenta una permeabilidad alta.

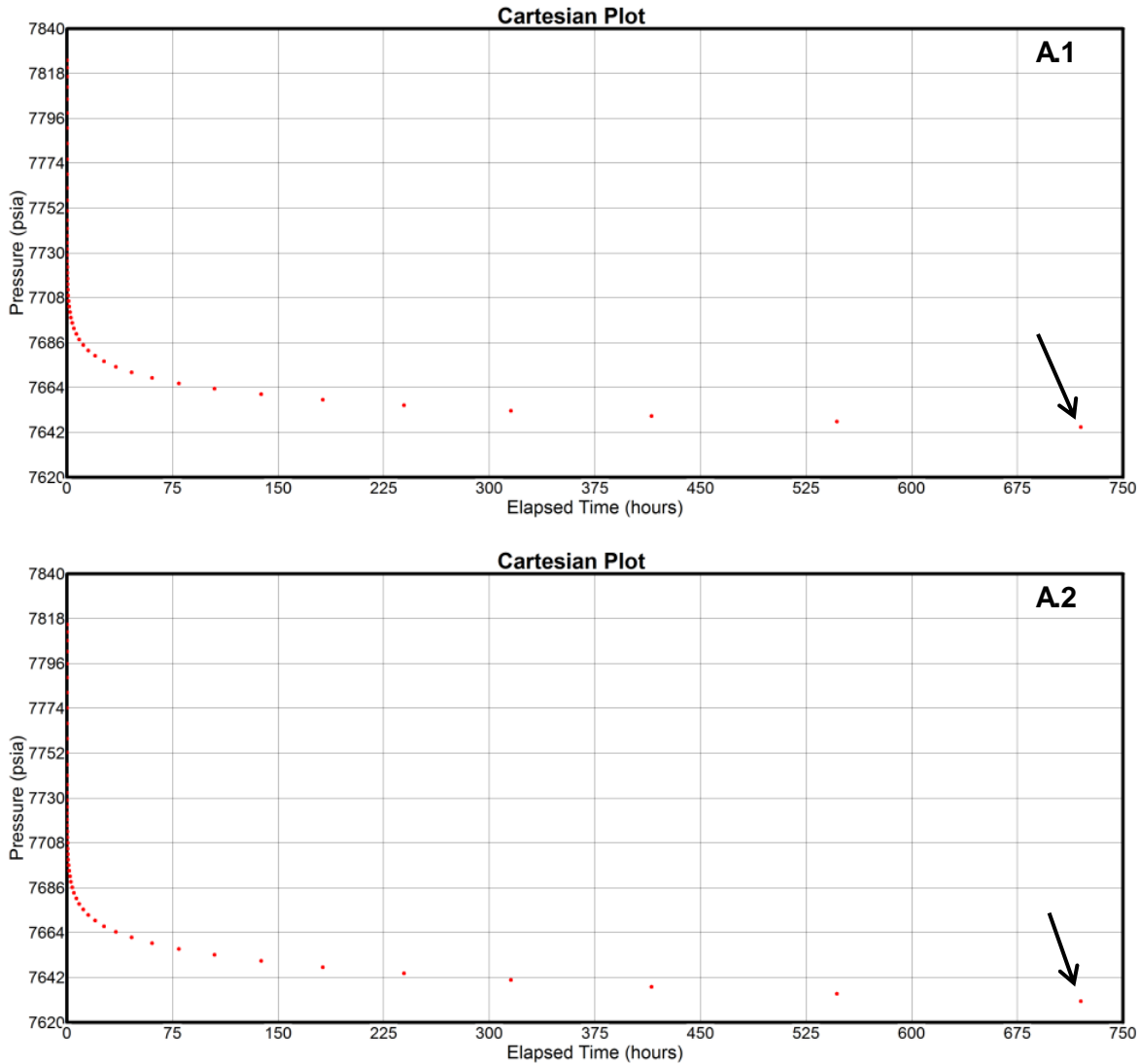


Figura 91 Gráfica cartesiana de los datos de presión de la prueba de decremento para los dos escenarios simulados, caso sintético A

Mediante el software Pansystem se simuló y colocó en la gráfica cartesiana de los datos de presión de la prueba de decremento, tanto del primer como del segundo escenario, el comportamiento ideal que debería haber mostrado la presión de la prueba (línea en color azul) de acuerdo a los parámetros y condiciones introducidos, tal como se muestra en la Figura 92. Cabe mencionar que el software parte de la presión que muestran los datos al iniciar la prueba, para la generación del comportamiento ideal de la misma, por lo cual dicho comportamiento para el segundo escenario mostrado en la Figura 92 no es correcto, ya que en éste la presión inicial de la prueba fue afectada por la tendencia; por esta razón se deberá considerar como el comportamiento ideal de los datos para la Figura 92, únicamente el mostrado en el primer escenario (A.1).

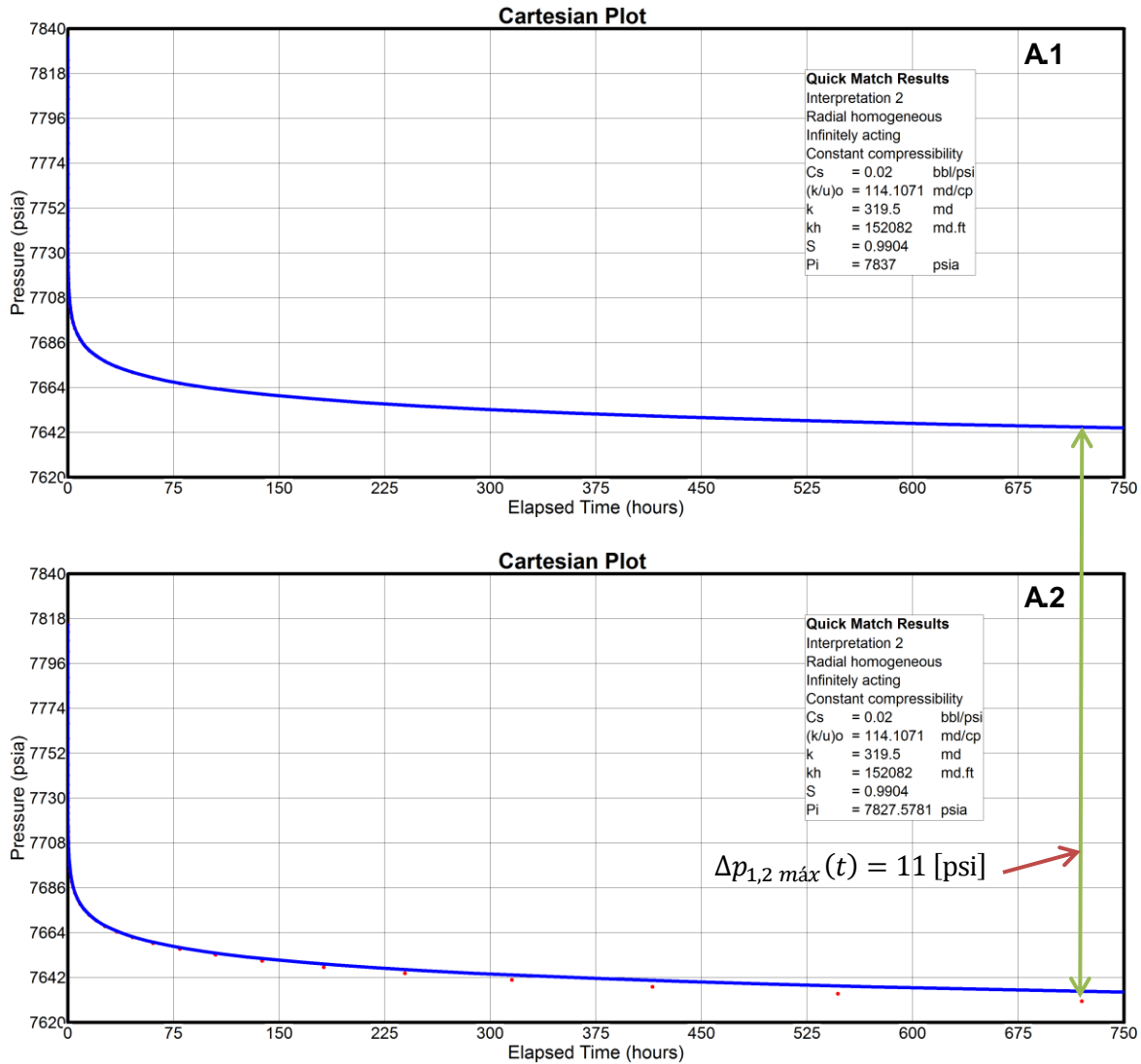


Figura 92 Ajuste del comportamiento ideal de los datos de presión de la prueba de decremento para los dos escenarios simulados, caso sintético A

Como se podía inferir, los datos de la prueba de decremento de presión generados en el primer escenario fueron los que se ajustaron al comportamiento ideal simulado (ver inciso A.1 de la Figura 92), ya que los datos de presión generados en el segundo escenario presentaron una caída de presión mayor, como consecuencia de la caída de presión adicional inducida por la tendencia, la cual presentó una magnitud máxima de aproximadamente 11 [psi] al finalizar la prueba de decremento. Además, estos últimos datos de presión ni siquiera se ajustaron al comportamiento ideal simulado con la presión inicial de la prueba afectada por la tendencia (ver inciso A.2 Figura 92).



Posteriormente los datos de presión de la prueba de decremento tanto del primer como del segundo escenario, se graficaron en un escala logarítmica junto con la función derivada, tal como se muestra en la Figura 93.

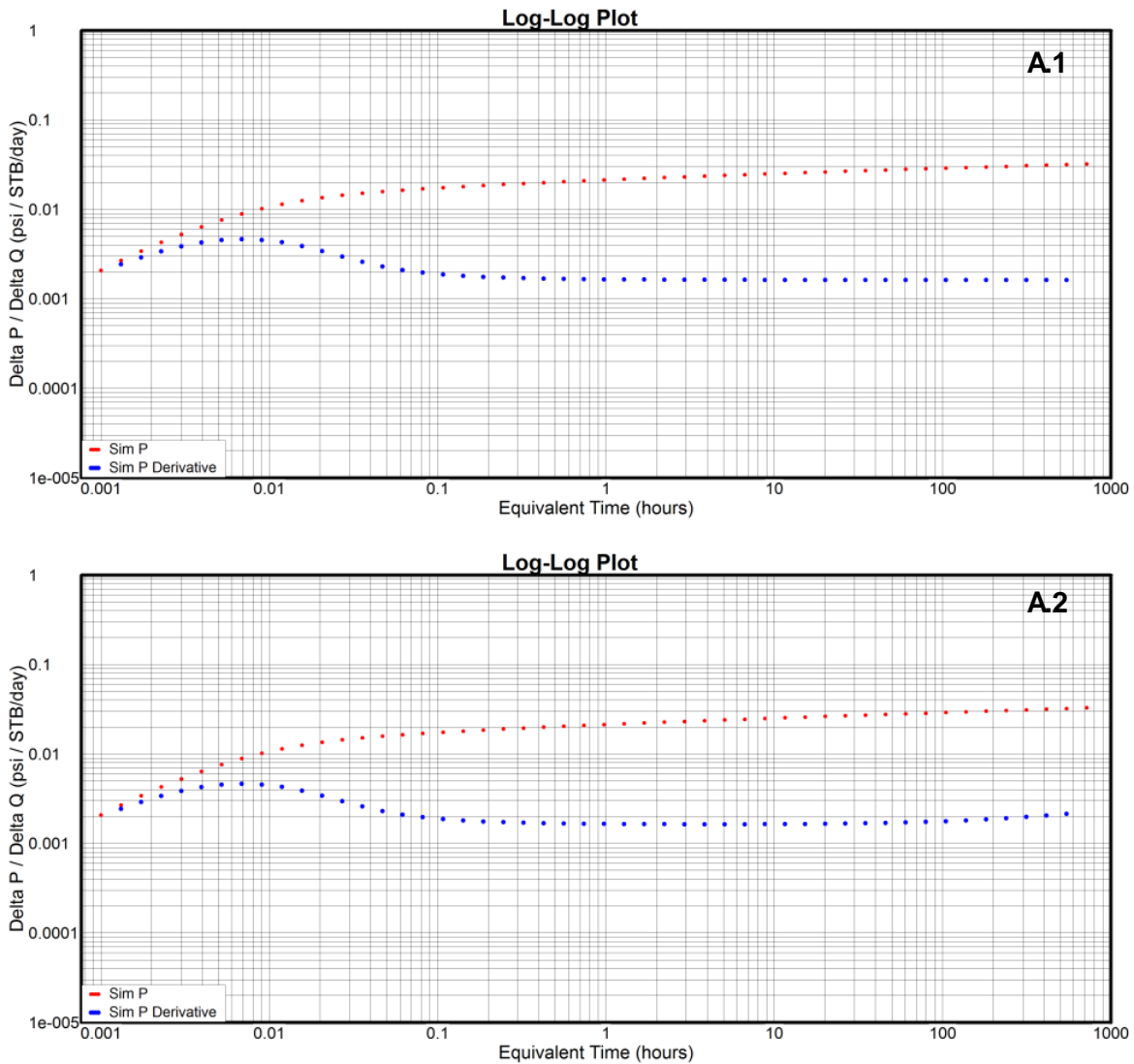


Figura 93 Gráfica logarítmica de los datos de presión y de la función derivada de la prueba de decremento de presión para los dos escenarios simulados, caso sintético A

Al igual que en la gráfica cartesiana, se simuló y colocó en la gráfica logarítmica de la prueba de decremento tanto del primer como del segundo escenario, el comportamiento ideal que deberían haber mostrado tanto la presión de la prueba (línea en color rojo) como la derivada de la misma (línea en color azul), ver Figura 94.

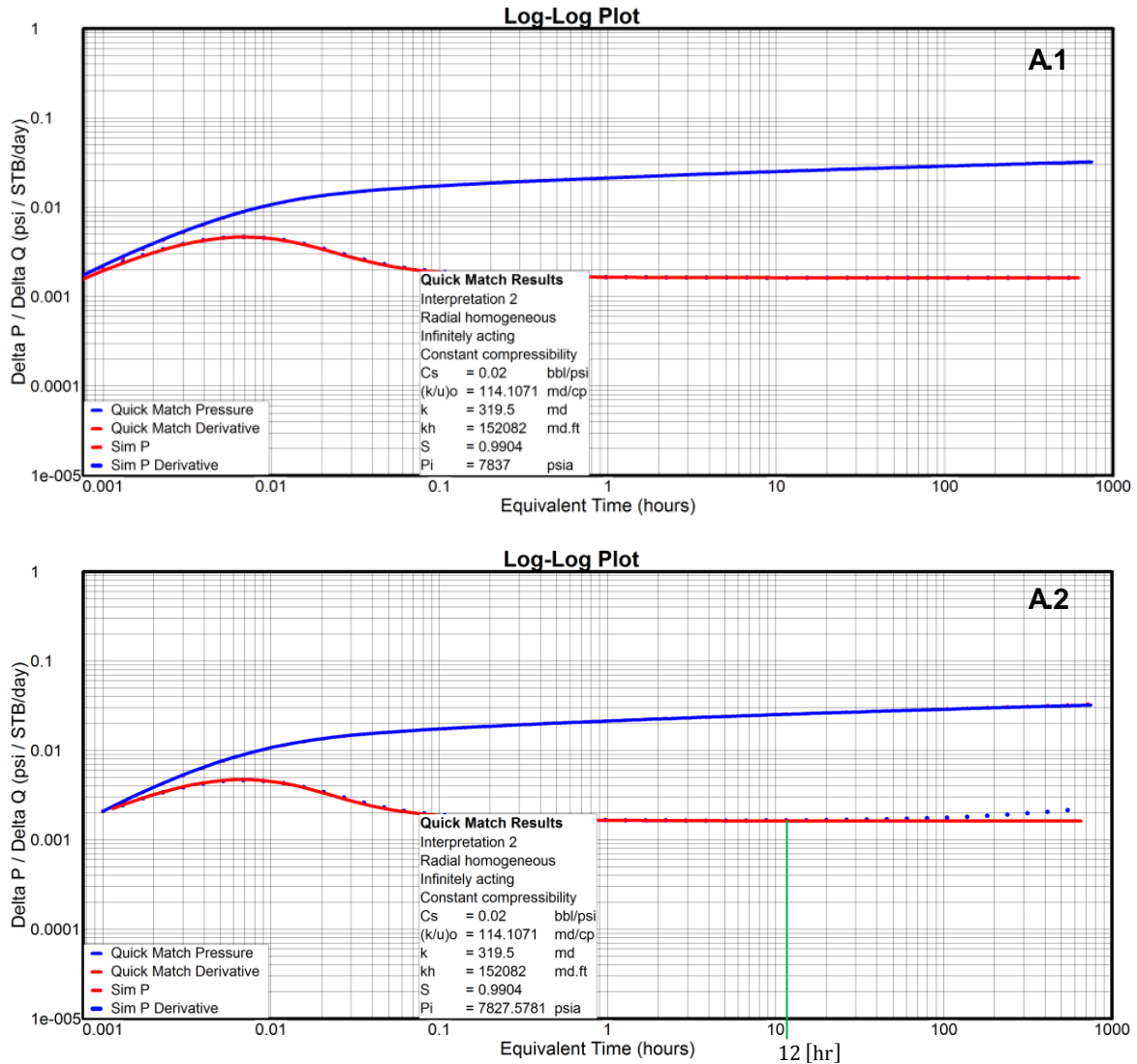


Figura 94 Ajuste del comportamiento ideal de los datos de presión y de la función derivada de la prueba de decremento para los dos escenarios simulados, caso sintético A

Como se observa en la Figura 94, en el primer escenario simulado tanto la presión como la función derivada presentaron un comportamiento ideal, en cambio en el segundo escenario, al igual que en las gráficas anteriores, se presentó una ligera desviación con respecto a dicho comportamiento, ya que en la parte final de la gráfica de la función derivada, aproximadamente después de 12 [hr] de haber iniciado la prueba de decremento de presión, se observa un ligero levantamiento (serie de datos en color azul), con lo cual se pudiera pensar que la onda de presión ha alcanzado una frontera impermeable, cuando no es así, ya que se demostró que este comportamiento fue inducido por la producción del pozo adyacente, además de que este caso sintético se generó considerando un yacimiento infinito (régimen transitorio).



Por lo tanto a partir de las comparaciones del comportamiento de la presión medida en el fondo del pozo principal de los dos escenarios simulados, es evidente la caída de presión adicional que induce una tendencia de presión, y el hecho de que dicho fenómeno puede conducir a una errónea interpretación de los datos de una prueba de presión.

3.1.1 Corrección de los datos de la prueba de decremento de presión

Debido a que se consideró un régimen de flujo transitorio (yacimiento infinito), se empleó el método de desuperposición para la corrección de los datos de la prueba de presión.

Para mostrar la aplicación del método de corrección de datos de pruebas de presión mencionado, se trabajó con los datos de presión generados sintéticamente en el segundo escenario, es decir, cuando el pozo adyacente se mantuvo produciendo a un gasto constante de 5000 [bpd] durante todo el periodo de tiempo, ya que a éstos datos dicha producción les indujo un comportamiento anormal, en otros términos, fueron afectados por una tendencia de presión.

La teoría del método aludido menciona que los datos de presión de una prueba afectados por una tendencia de presión, experimentan una caída de presión adicional, la cual es inducida por la producción e inyección en pozos adyacentes, y en algunos casos por un cierre general de los mismos. En la Figura 95 se muestra una gráfica de los datos de presión de la prueba de decremento del primer (serie de datos en color azul) y del segundo escenario (serie de datos en color rojo), en la cual se aprecia que los datos de presión correspondientes al segundo escenario experimentaron dicha caída de presión adicional ($\Delta p_{1,2}$), la cual para este caso particular únicamente fue inducida por la producción del pozo adyacente, puesto que solo se consideró la existencia de dos pozos en el yacimiento, y además como ya se ha mencionado, en el segundo escenario el pozo adyacente se mantuvo produciendo a un gasto constante durante todo el periodo de tiempo.

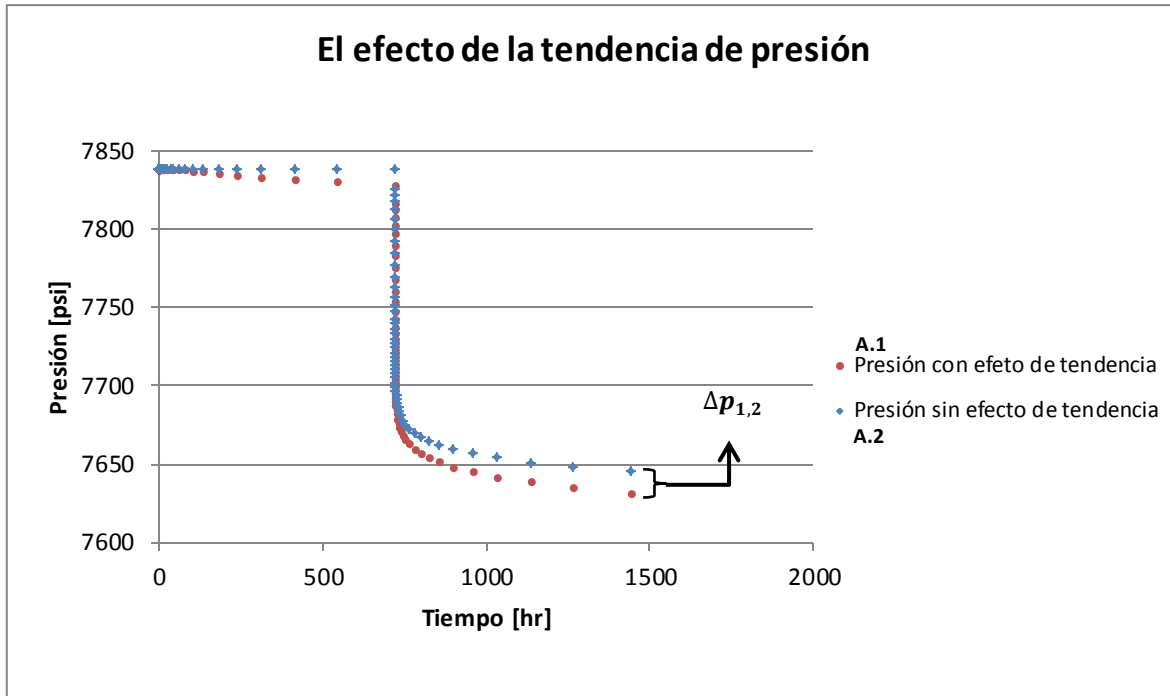


Figura 95 Gráfica cartesiana de los datos de presión del primer periodo de cierre y de la prueba de decremento, correspondientes a los dos escenarios simulados, caso sintético A

La metodología de corrección es relativamente sencilla, ya que menciona que se debe generar una ecuación para el cálculo de la caída de presión adicional inducida por la producción e inyección en pozos adyacentes, y cuando sea el caso por un cierre general de los mismos, desde un considerable periodo de tiempo anterior al inicio de la prueba de presión hasta el final de la misma, posteriormente se debe calcular dicha caída de presión, y finalmente ésta se debe sumar tanto a los datos de presión del periodo de tiempo considerado antes del inicio de la prueba de presión, así como a los datos de la prueba misma. El método de desuperposición en forma general se define como:

$$p'_w(t) = p_w(t) + \sum_{i=1}^n \Delta p_{wi}(t)$$

donde:

$p'_w(t)$ es la presión corregida correspondiente a un tiempo t determinado.

$p_w(t)$ es la presión medida en un pozo, correspondiente a un tiempo t determinado.

$\Delta p_{wi}(t)$ es la caída de presión inducida por la producción o inyección del pozo adyacente i , correspondiente a un tiempo t determinado. Asimismo cuando se



presenta el caso de un cierre general de varios pozos adyacentes, $\Delta p_{wi}(t)$ también representa la caída de presión inducida por el cierre de cada pozo adyacente i , correspondiente a un tiempo t determinado.

En el segundo escenario simulado el pozo adyacente mantuvo una producción constante durante todo el periodo de tiempo, es decir, desde las 0 [hr] hasta las 1560 [hr]. Si bien la prueba de decremento de presión se realizó de las 720 [hr] a las 1440 [hr], los datos de presión correspondientes al periodo de cierre anterior a la prueba (0 – 720 [hr]), se usaron para cuantificar cabalmente el incremento de la caída de presión adicional inducida por la tendencia con respecto al tiempo, $\Delta p_{1,2}(t)$. El periodo de cierre posterior a la prueba (1440 – 1560 [hr]) de igual forma fue afectado por la tendencia de presión, sin embargo éste no afecta los datos de la prueba de decremento, razón por la cual no fue corregido.

Por lo mencionado anteriormente la caída de presión adicional inducida por la tendencia, $\Delta p_{1,2}(t)$, se calculó para el periodo de tiempo comprendido de las 0 [hr] a las 1440 [hr], y posteriormente se sumó a los datos de presión correspondientes a dicho periodo de tiempo.

Debido a que se trata de una geometría de flujo radial y un régimen transitorio, la ecuación empleada para el cálculo de la caída de presión adicional inducida por la tendencia fue:

$$\Delta p_{1,2}(t) = \frac{\alpha q_1 B \mu}{2kh} \left[E_1 \left(\frac{\phi \mu c_t r^2}{4\beta kt} \right) \right] \quad (167)$$

Para obtener el valor de la caída de presión adicional inducida por la tendencia, $\Delta p_{1,2}(t)$, primero se calculó el argumento de la función integral exponencial, E_1 , el cual se define como $x = \frac{\phi \mu c_t r^2}{4\beta kt}$, para dicho fin el valor del factor β que se empleó, fue el correspondiente a las unidades del sistema inglés de campo (2.637×10^{-4}). Posteriormente con el valor del argumento x se obtuvo la magnitud de la función integral exponencial, E_1 , por medio del software matemático Octave®, después se calculó la presión adimensional $p_D = \frac{1}{2} E_1(x)$, y finalmente la caída de presión adicional $\Delta p_{1,2}(t) = \frac{\alpha q_1 B \mu}{kh} (p_D)$, tal como se muestra en las Tablas 29, 30 y 31.



Caída de presión adicional inducida por la tendencia				
Δt [hr]	x	E_1	p_D	$\Delta p_{1,2}$ [psi]
0.001	155533.1229	0	0	0
0.001048	148409.4684	0	0	0
0.001099	141522.4048	0	0	0
0.001151	135128.6906	0	0	0
0.001207	128859.2567	0	0	0
0.001265	122951.0853	0	0	0
0.001326	117294.9645	0	0	0
0.001389	111974.8905	0	0	0
0.001456	106822.1998	0	0	0
0.001526	101922.0989	0	0	0
0.0016	97208.20181	0	0	0
0.001677	92744.85563	0	0	0
0.001758	88471.62849	0	0	0
0.001842	84437.09169	0	0	0
0.001931	80545.37695	0	0	0
0.002024	76844.42831	0	0	0
0.002121	73330.09094	0	0	0
0.002223	69965.41741	0	0	0
0.00233	66752.41326	0	0	0
0.002442	63690.87752	0	0	0
0.00256	60755.12613	0	0	0
0.002683	57969.85572	0	0	0
0.002812	55310.4989	0	0	0
0.002947	52776.76379	0	0	0
0.003089	50350.63868	0	0	0
0.003237	48048.53966	0	0	0
0.003393	45839.4114	0	0	0
0.003556	43738.22354	0	0	0
0.003728	41720.25829	0	0	0
0.003907	39808.83616	0	0	0
0.004095	37981.22659	0	0	0
0.004292	36237.91307	0	0	0
0.004498	34578.28432	0	0	0
0.004715	32986.87654	0	0	0
0.004942	31471.69626	0	0	0
0.005179	30031.49699	0	0	0
0.005429	28648.5767	0	0	0
0.00569	27334.468	0	0	0

Tabla 29 Cálculo de la caída de presión adicional inducida por la tendencia, correspondiente a los primeros datos de presión del periodo de cierre anterior a la prueba de decremento, caso sintético A



Como se observa en la Tabla 29 la caída de presión adicional inducida por la tendencia, $\Delta p_{1,2}(t)$, no se presentó inmediatamente después de que el pozo adyacente se abriera a producción, sin embargo se calculó desde un periodo de tiempo considerable anterior al inicio de la prueba de presión, para cuantificar cabalmente su incremento con el tiempo; ya que como se aprecia en la Tabla 30, la magnitud del argumento x de la función integral exponencial fue disminuyendo conforme el tiempo incrementó, y después de alcanzar valores menores a 10, la función integral exponencial y por ende la caída de presión adicional inducida por la tendencia, $\Delta p_{1,2}(t)$, adquirieron valores mayores a cero.

Caída de presión adicional inducida por la tendencia				
Δt [hr]	x	E_1	p_D	$\Delta p_{1,2}$ [psi]
15.27879	10.17967541	0	0	0
20.116751	7.731522993	0.00005081	2.5406E-05	0.000412784
26.487634	5.871914528	0.00041716	0.00020858	0.003388969
34.87715	4.459456203	0.00217600	0.001088	0.017677621
45.924908	3.386683385	0.0080228	0.0040114	0.06517648
60.473181	2.571935531	0.0226680	0.011334	0.18415272
79.631118	1.953170153	0.05218400	0.026092	0.423937955
104.859302	1.483255371	0.10255000	0.051275	0.833106646
138.081111	1.126389567	0.17820000	0.0891	1.447680199
181.829347	0.855379648	0.28133000	0.140665	2.285498711
239.439339	0.649572136	0.41186	0.20593	3.345912271
315.303227	0.493281101	0.56801000	0.284005	4.614460324
415.20481	0.374593741	0.74694000	0.37347	6.068070975
546.760502	0.284462982	0.94538000	0.47269	7.680179048

Tabla 30 Cálculo de la caída de presión adicional inducida por la tendencia, correspondiente a los datos de presión intermedios y finales del periodo de cierre anterior a la prueba de decremento, caso sintético A

La selección gráfica hecha con anterioridad, sobre el tiempo en el cual empezó la declinación de la presión en el pozo principal durante el periodo de cierre anterior al inicio de la prueba de decremento de presión (ver Figura 90), fue parcialmente correcta, ya que si bien el efecto de la tendencia, es decir, la caída de presión que indujo, presentó una magnitud importante después de 107 [hr] de cierre, la Tabla 30 muestra que dicha caída de presión, $\Delta p_{1,2}(t)$, adquirió valores mayores a cero a partir de 20.1168 [hr].

La caída de presión adicional inducida por la tendencia, $\Delta p_{1,2}(t)$, se continuó calculando hasta el tiempo en el cual concluyó la prueba de decremento de



presión (1440 [hr]). La Tabla 31 muestra el cálculo de dicha caída de presión para los datos correspondientes a la prueba de decremento (720 [hr] – 1440 [hr]).

Caída de presión adicional inducida por la tendencia				
t_p [hr]	x	E_1	p_D	$\Delta p_{1,2}$ [psi]
720	0.216018226	1.16010000	0.58005	9.424544325
720.001	0.216017926	1.16010000	0.58005	9.424544325
720.001317	0.216017831	1.16010000	0.58005	9.424544325
720.001734	0.216017706	1.16010000	0.58005	9.424544325
720.002284	0.216017541	1.16010000	0.58005	9.424544325
720.003007	0.216017324	1.16010000	0.58005	9.424544325
720.00396	0.216017038	1.16010000	0.58005	9.424544325
720.005215	0.216016662	1.16010000	0.58005	9.424544325
720.006867	0.216016166	1.16010000	0.58005	9.424544325
720.009043	0.216015513	1.16010000	0.58005	9.424544325
720.011908	0.216014654	1.16010000	0.58005	9.424544325
720.015681	0.216013522	1.16010000	0.58005	9.424544325
720.02065	0.216012031	1.16010000	0.58005	9.424544325
720.027192	0.216010068	1.16010000	0.58005	9.424544325
720.035809	0.216007483	1.16010000	0.58005	9.424544325
720.047155	0.216004079	1.16010000	0.58005	9.424544325
720.062096	0.215999597	1.16010000	0.58005	9.424544325
720.081771	0.215993696	1.16020000	0.5801	9.425356715
720.10768	0.215985924	1.16020000	0.5801	9.425356715
720.141799	0.215975691	1.16020000	0.5801	9.425356715
720.186728	0.215962218	1.16030000	0.58015	9.426169106
720.245894	0.215944477	1.16030000	0.58015	9.426169106
720.323806	0.21592112	1.16040000	0.5802	9.426981497
720.426405	0.21589037	1.16050000	0.58025	9.427793888
720.561513	0.215849889	1.16070000	0.58035	9.429418669
720.739431	0.215796606	1.16090000	0.58045	9.43104345
720.973722	0.21572648	1.16120000	0.5806	9.433480622
721.282249	0.215634203	1.16150000	0.58075	9.435917794
721.688534	0.215512809	1.16200000	0.581	9.439979748
722.223551	0.215353159	1.16260000	0.5813	9.444854092
722.928091	0.215143283	1.16330000	0.58165	9.450540827
723.855866	0.214867531	1.16440000	0.5822	9.459477124
725.07761	0.214505483	1.16570000	0.58285	9.470038203
726.686468	0.214030575	1.16750000	0.58375	9.484661235
728.805097	0.213408391	1.16990000	0.58495	9.504158612
731.595021	0.212594562	1.17300000	0.5865	9.529342723
735.268942	0.21153229	1.17700000	0.5885	9.56183835



740.106956	0.210149522	1.18230000	0.59115	9.604895057
746.477912	0.208355961	1.18930000	0.59465	9.661762404
754.867525	0.206040289	1.19840000	0.5992	9.735689957
765.915416	0.203068276	1.21020000	0.6051	9.831552057
780.463867	0.199282926	1.22560000	0.6128	9.956660223
799.622043	0.194508298	1.24550000	0.62275	10.11832597
824.85055	0.188559155	1.27120000	0.6356	10.32711037
858.072794	0.181258658	1.30400000	0.652	10.59357452
901.821614	0.172465508	1.34560000	0.6728	10.93152904
959.432393	0.162109518	1.39800000	0.699	11.35722176
1035.29734	0.15023039	1.46310000	0.73155	11.8860881
1135.20034	0.137009405	1.54290000	0.77145	12.53437586
1266.75794	0.12278046	1.63930000	0.81965	13.31752048
1440	0.108009113	1.75350000	0.87675	14.24527064

Tabla 31 Cálculo de la caída de presión adicional inducida por la tendencia, correspondiente a los datos de presión de la prueba de decremento, caso sintético A

En la Tabla 31 se observa que la magnitud máxima que adquirió la caída de presión adicional inducida por la tendencia, $\Delta p_{1,2}(t)$, para el periodo de tiempo seleccionado (0[hr] – 1440[hr]), fue de 14.2453 [psi], la cual es muy similar a la magnitud estimada gráficamente durante la comparación del comportamiento de la presión en los dos escenarios simulados, que fue de 11 [psi].

Para finalizar con la metodología de corrección, la caída de presión adicional inducida por la tendencia, $\Delta p_{1,2}(t)$, se sumó a los datos de presión correspondientes al periodo de cierre anterior al inicio de la prueba, como se aprecia en las Tablas 32 y 33, así como a los datos de presión correspondientes a la prueba de decremento de presión, tal como se muestra en la Tablas 34.

En las Tablas 32, 33 y 34, la columna $p_w \text{ sim}$ corresponde a los datos de presión generados sintéticamente en el segundo escenario, es decir, los datos con efecto de tendencia de presión, la columna $p_w \text{ corr}$ contiene los datos de presión corregidos, los cuales se obtuvieron sumando a los datos de presión con efecto de tendencia $p_w \text{ sim}$, la caída de presión adicional inducida por dicho fenómeno, $\Delta p_{1,2}(t)$, $[p_w \text{ sim} + \Delta p_{1,2}(t)]$. Por otro lado la columna $p_w \text{ ideal sim}$ muestra los datos de presión que fueron generados sintéticamente en el primer escenario, es decir, los datos de presión ideales. En la columna *Error* [%] se muestra el porcentaje de error relativo de los datos corregidos de presión ($p_w \text{ corr}$) con respecto a los datos ideales ($p_w \text{ ideal sim}$), el porcentaje de error relativo fue calculado a partir de la ecuación (168):



$$Error [\%] = \frac{p_w \text{ ideal sim} - p_w \text{ corr}}{p_w \text{ ideal sim}} \times 100 \quad (168)$$

Corrección del efecto de tendencia de presión					
Δt [hr]	$\Delta p_{1,2}$ [psi]	$p_{ws} \text{ sim}$ [psi]	$p_{ws} \text{ corr}$ [psi]	$p_{ws} \text{ ideal sim}$ [psi]	Error [%]
0.001	0	7837	7837	7837.00000	0
0.001048	0	7837	7837	7837.00000	0
0.001099	0	7837	7837	7837.00000	0
0.001151	0	7837	7837	7837.00000	0
0.001207	0	7837	7837	7837.00000	0
0.001265	0	7837	7837	7837.00000	0
0.001326	0	7837	7837	7837.00000	0
0.001389	0	7837	7837	7837.00000	0
0.001456	0	7837	7837	7837.00000	0
0.001526	0	7837	7837	7837.00000	0
0.0016	0	7837	7837	7837.00000	0
0.001677	0	7837	7837	7837.00000	0
0.001758	0	7837	7837	7837.00000	0
0.001842	0	7837	7837	7837.00000	0
0.001931	0	7837	7837	7837.00000	0
0.002024	0	7837	7837	7837.00000	0
0.002121	0	7837	7837	7837.00000	0
0.002223	0	7837	7837	7837.00000	0
0.00233	0	7837	7837	7837.00000	0
0.002442	0	7837	7837	7837.00000	0
0.00256	0	7837	7837	7837.00000	0
0.002683	0	7837	7837	7837.00000	0
0.002812	0	7837	7837	7837.00000	0
0.002947	0	7837	7837	7837.00000	0
0.003089	0	7837	7837	7837.00000	0

Tabla 32 Corrección de los primeros datos de presión correspondientes al periodo de cierre anterior a la prueba de decremento, caso sintético A



Corrección del efecto de tendencia de presión					
Δt [hr]	$\Delta p_{1,2}$ [psi]	p_{ws} sim [psi]	p_{ws} corr [psi]	p_{ws} ideal sim [psi]	Error [%]
15.27879	0	7837	7837	7837.00000	0
20.116751	0.000412784	7836.999589	7837.000002	7837.00000	2.27616E-08
26.487634	0.003388969	7836.996623	7837.000012	7837.00000	1.52724E-07
34.87715	0.017677621	7836.982372	7837.00005	7837.00000	6.33167E-07
45.924908	0.06517648	7836.934962	7837.000138	7837.00000	1.767E-06
60.473181	0.18415272	7836.81615	7837.000303	7837.00000	3.86271E-06
79.631118	0.423937955	7836.576599	7837.000537	7837.00000	6.85153E-06
104.859302	0.833106646	7836.167749	7837.000856	7837.00000	1.0918E-05
138.081111	1.447680199	7835.553428	7837.001108	7837.00000	1.41406E-05
181.829347	2.285498711	7834.715928	7837.001427	7837.00000	1.82048E-05
239.439339	3.345912271	7833.655782	7837.001694	7837.00000	2.16189E-05
315.303227	4.614460324	7832.387503	7837.001963	7837.00000	2.5052E-05
415.20481	6.068070975	7830.934083	7837.002154	7837.00000	2.74847E-05
546.760502	7.680179048	7829.322092	7837.002271	7837.00000	2.89785E-05

Tabla 33 Corrección de los datos de presión intermedios y finales correspondientes al periodo de cierre anterior a la prueba de decremento, caso sintético A

En la Tabla 33 se observa que los datos de presión con efecto de tendencia, correspondientes al periodo de cierre anterior al inicio de la prueba de decremento, presentaron un error relativo muy bajo al ser corregidos, ya que la magnitud máxima de dicho error fue de 2.89785×10^{-5} [%], para la presión corregida registrada a las 546.760502 [hr]. La Tabla 34 muestra la corrección de los datos de presión correspondientes a la prueba de decremento (720 [hr] – 1440 [hr]).

Corrección del efecto de tendencia de presión					
Δt [hr]	$\Delta p_{1,2}$ [psi]	p_{wf} sim [psi]	p_{wf} corr [psi]	p_{wf} ideal sim [psi]	Error [%]
720	9.424544325	7827.578148	7837.002692	7837	3.4354E-05
720.001	9.424544325	7815.111221	7824.535765	7824.533083	3.4281E-05
720.001317	9.424544325	7811.462368	7820.886912	7820.884232	3.42714E-05
720.001734	9.424544325	7807.071902	7816.496446	7816.493771	3.42267E-05
720.002284	9.424544325	7801.88229	7811.306834	7811.304164	3.41854E-05
720.003007	9.424544325	7795.887858	7805.312402	7805.309739	3.4122E-05
720.00396	9.424544325	7789.156218	7798.580762	7798.578109	3.40232E-05
720.005215	9.424544325	7781.84426	7791.268804	7791.266162	3.39139E-05
720.006867	9.424544325	7774.198994	7783.623538	7783.620911	3.37545E-05
720.009043	9.424544325	7766.533335	7775.957879	7775.955272	3.35306E-05
720.011908	9.424544325	7759.175067	7768.599611	7768.597031	3.32148E-05
720.015681	9.424544325	7752.399868	7761.824412	7761.821867	3.27929E-05



720.02065	9.424544325	7746.372783	7755.797327	7755.794828	3.22253E-05
720.027192	9.424544325	7741.124151	7750.548695	7750.546255	3.14858E-05
720.035809	9.424544325	7736.570707	7745.995251	7745.99289	3.04845E-05
720.047155	9.424544325	7732.567458	7741.992002	7741.989745	2.91569E-05
720.062096	9.424544325	7728.962021	7738.386565	7738.384443	2.74259E-05
720.081771	9.425356715	7725.628899	7735.054256	7735.051501	3.56134E-05
720.10768	9.425356715	7722.478815	7731.904172	7731.901653	3.25756E-05
720.141799	9.425356715	7719.453291	7728.878648	7728.876438	2.85904E-05
720.186728	9.426169106	7716.514815	7725.940984	7725.938371	3.38225E-05
720.245894	9.426169106	7713.638883	7723.065052	7723.062977	2.6869E-05
720.323806	9.426981497	7710.808859	7720.23584	7720.233661	2.8231E-05
720.426405	9.427793888	7708.013022	7717.440816	7717.438756	2.66913E-05
720.561513	9.429418669	7705.242844	7714.672263	7714.669807	3.18312E-05
720.739431	9.43104345	7702.492039	7711.923082	7711.920617	3.19693E-05
720.973722	9.433480622	7699.755779	7709.18926	7709.186485	3.59911E-05
721.282249	9.435917794	7697.030451	7706.466369	7706.463959	3.12698E-05
721.688534	9.439979748	7694.313169	7703.753149	7703.750365	3.6135E-05
722.223551	9.444854092	7691.601566	7701.04642	7701.043615	3.64248E-05
722.928091	9.450540827	7688.893752	7698.344293	7698.342188	2.73413E-05
723.855866	9.459477124	7686.188033	7695.64751	7695.644872	3.42807E-05
725.07761	9.470038203	7683.482845	7692.952883	7692.950737	2.78983E-05
726.686468	9.484661235	7680.776607	7690.261268	7690.259031	2.90918E-05
728.805097	9.504158612	7678.067729	7687.571888	7687.569252	3.42841E-05
731.595021	9.529342723	7675.354334	7684.883677	7684.88094	3.56118E-05
735.268942	9.56183835	7672.634237	7682.196075	7682.193759	3.01522E-05
740.106956	9.604895057	7669.90481	7679.509705	7679.507481	2.89609E-05
746.477912	9.661762404	7667.162721	7676.824483	7676.821874	3.39907E-05
754.867525	9.735689957	7664.403832	7674.139522	7674.136784	3.56777E-05
765.915416	9.831552057	7661.622971	7671.454523	7671.452118	3.13507E-05
780.463867	9.956660223	7658.81362	7668.77028	7668.767769	3.27461E-05
799.622043	10.11832597	7655.967726	7666.086052	7666.083667	3.11107E-05
824.85055	10.32711037	7653.075456	7663.402566	7663.399755	3.66857E-05
858.072794	10.59357452	7650.125064	7660.718639	7660.715986	3.46249E-05
901.821614	10.93152904	7647.102912	7658.034441	7658.032326	2.76186E-05
959.432393	11.35722176	7643.993745	7655.350967	7655.348742	2.90615E-05
1035.29734	11.8860881	7640.781359	7652.667447	7652.665231	2.89585E-05
1135.20034	12.53437586	7637.449604	7649.98398	7649.981777	2.87957E-05
1266.75794	13.31752048	7633.983841	7647.301361	7647.298383	3.89482E-05
1440	14.24527064	7630.372497	7644.617768	7644.615012	3.60469E-05

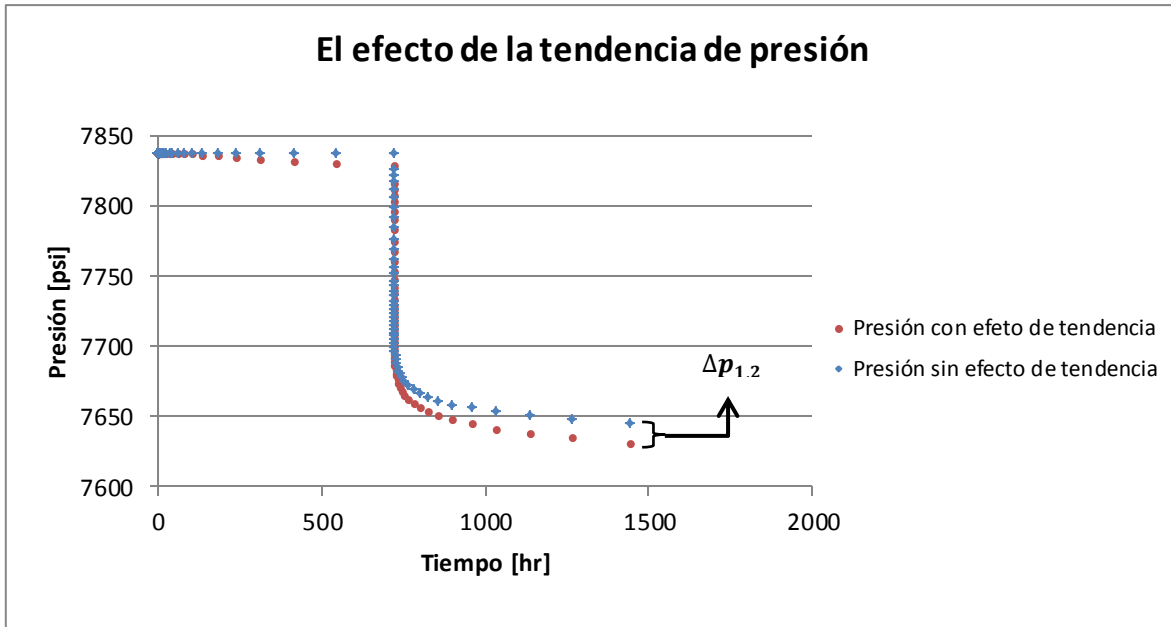
Tabla 34 Corrección de los datos de presión correspondientes a la prueba de decremento, caso sintético A



En la Tabla 34 los datos de presión corregidos correspondientes a la prueba de decremento, también presentaron un error relativo muy bajo, ya que la magnitud máxima de dicho error fue de 3.89482×10^{-5} [%], para la presión corregida registrada a las 1266.7579 [hr], demostrando de esta forma la gran efectividad del método de desuperposición, para la corrección de datos de pruebas de presión afectadas por una tendencia de presión.

En la Figura 96 se muestra una gráfica cartesiana de los datos de presión corregidos ($p_w corr$) y de los datos de presión ideales ($p_w ideal sim$), contra el tiempo. En dicha Figura se aprecia de forma evidente la gran efectividad del método de desuperposición, ya que los datos de presión ideales y los datos de presión corregidos, prácticamente se superponen debido a la gran proximidad entre sus valores.

Antes de la Figura 96 se muestra la gráfica cartesiana de los datos de presión ideales (serie de datos en color azul) y de los datos con efecto de tendencia (serie de datos en color rojo), con la finalidad de poder apreciar de forma más clara la corrección de los datos.



Gráfica de los datos de presión ideales y de los datos con efecto de tendencia, caso sintético A

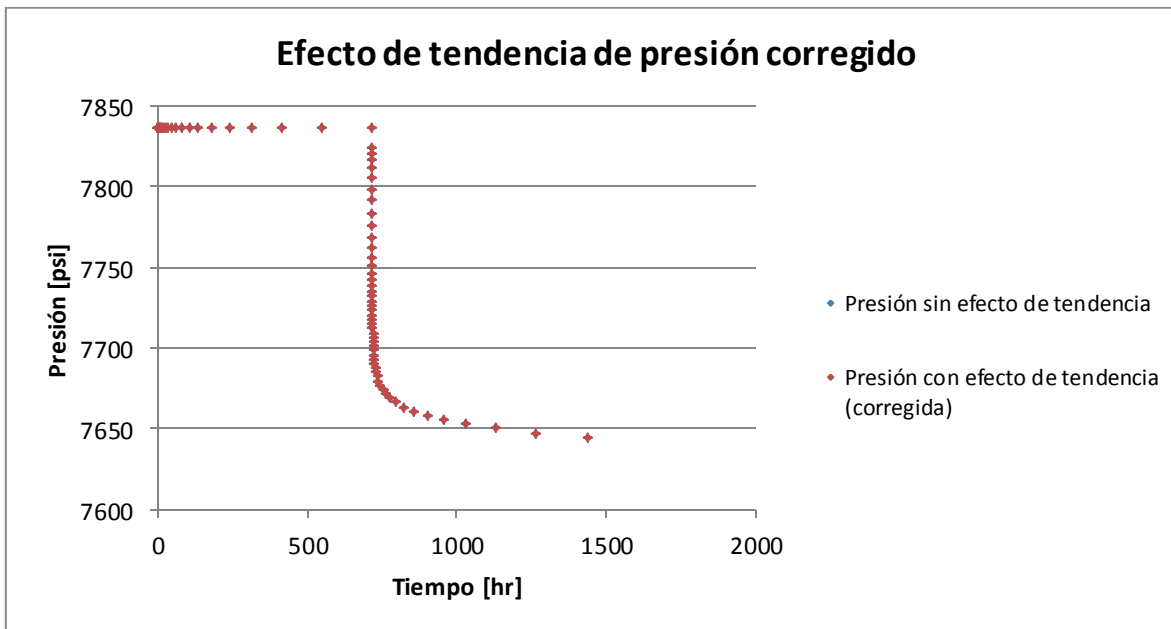


Figura 96 Gráfica de los datos de presión ideales y de los datos corregidos, caso sintético A



3.2 Caso sintético B: Yacimiento homogéneo en un régimen pseudoestacionario con una geometría de flujo radial

Se generó sintéticamente una prueba de decremento de presión mediante el software de análisis de pruebas de presión Pansystem, considerando un yacimiento cerrado, limitado por cuatro fallas impermeables, con un régimen pseudoestacionario y una geometría de flujo radial, al cual se le asignaron las características que se muestran en la Tabla 35 junto con las propiedades del fluido, las cuales de igual forma se introdujeron en el software. En este yacimiento se colocaron dos pozos separados por una distancia r de 500 [ft], los cuales fueron nombrados pozo principal u observador (w_1) y pozo adyacente o pulsante (w_2). El pozo principal se situó en la parte central del yacimiento, a una distancia de 800 [ft] con respecto a cada una de las cuatro fallas impermeables, tal como se muestra en la Figura 97. La prueba de decremento de presión se llevó a cabo en el pozo principal u observador (w_1).

Características de la formación y del pozo	
Porosidad (ϕ)	0.26
Permeabilidad (k)	319.5 [md]
Espesor de la formación (h)	476 [ft]
Compresibilidad total de la formación (c_t)	5×10^{-5} [psi ⁻¹]
Presión inicial (p_i)	7837 [psi]
Daño de la formación (s)	0.990421
Radio del pozo principal u observador r_{w_1}	0.27 [ft]
Radio del pozo adyacente o pulsante r_{w_2}	0.30 [ft]
Coefficiente de almacenamiento (C)	$0.02 \left[\frac{\text{bl}}{\text{psi}} \right]$
Propiedades del fluido (aceite)	
Factor de volumen del aceite (B_o)	$1.25 \left[\frac{\text{bl@c. y.}}{\text{bl@c. s.}} \right]$
Viscosidad del aceite (μ_o)	2.8 [cp]

Tabla 35 Características del yacimiento, de los pozos y del fluido, caso sintético B

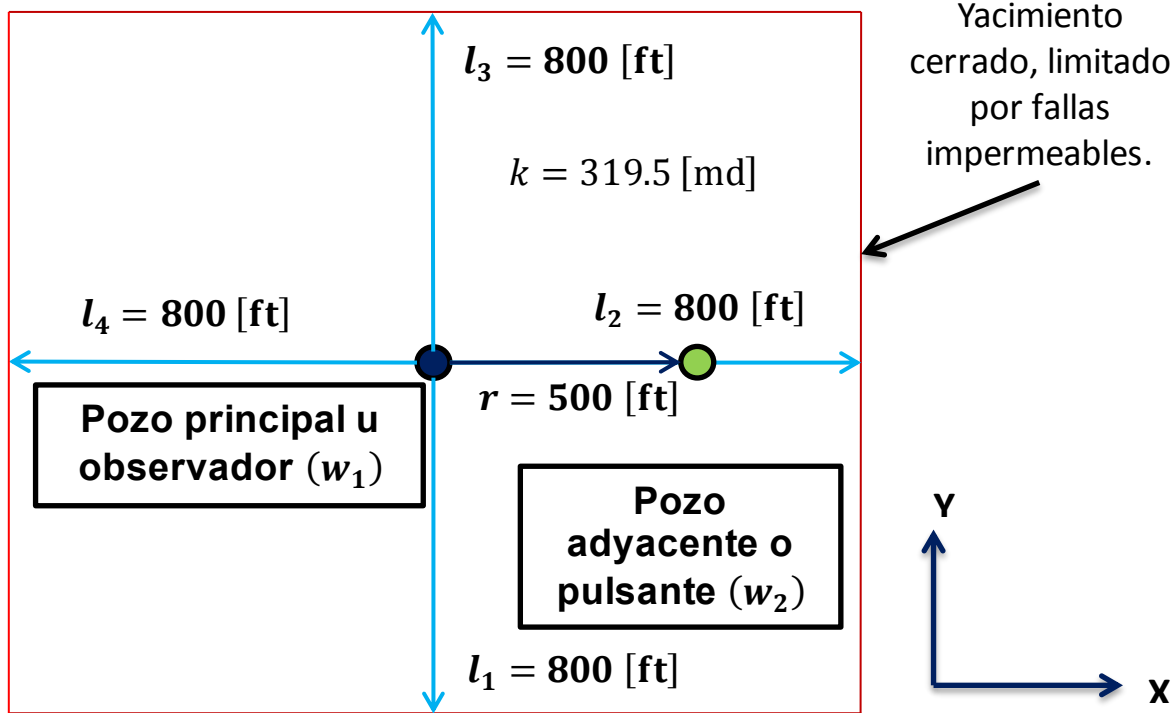


Figura 97 Plano de localización de los pozos, caso sintético B

Al igual que en el caso sintético A se simularon dos escenarios para la misma prueba de presión, en el primer escenario (B.1) el pozo adyacente o pulsante se mantuvo cerrado ($q_{w_2} = 0$ [bpd]) durante todo el periodo de tiempo en el cual se midió la presión de fondo en el pozo principal u observador, incluyendo el tiempo de duración de la prueba de decremento de presión; en cambio en el segundo escenario (B.2) el pozo adyacente o pulsante estuvo produciendo a un gasto constante, $q_{w_2} = 5000$ [bpd], durante dicho periodo de tiempo.

La prueba de decremento se realizó en el pozo principal u observador (w_1), y como en la mayoría de las pruebas de decremento de presión, dicho pozo fue cerrado durante un periodo de tiempo anterior al inicio de la prueba para que su presión se estabilizara.

En los dos escenarios simulados el pozo principal fue cerrado durante un tiempo igual a 720 [hr], posterior al cual se abrió a producción a un gasto constante de 6000 [bpd], por un periodo de tiempo de 336 [hr] para la realización de la prueba de decremento de presión, y posteriormente fue cerrado por un tiempo igual a 96 [hr] para la culminación de la prueba, tal como se muestra en la Tabla 36.



Pozo principal u observador (w_1)	
Tiempo [hr]	Gasto de producción [bpd]
0	0
180	0
360	0
719	0
720	6000
804	6000
888	6000
972	6000
1056	6000
1057	0
1088	0
1120	0
1152	0

Tabla 36 Datos de la variación del gasto de producción del pozo principal para la realización de la prueba de decremento de presión, caso sintético B

A continuación se muestra un resumen de los dos escenarios simulados (B.1 y B.2).

Caso B.1 *Pozo principal u observador (w_1):* Cerrado por 720 [hr], puesto a producción a un gasto constante $q_{w_1} = 6000$ [bpd] por 336 [hr] y cerrado por 96 [hr].

Pozo adyacente o pulsante (w_2): Cerrado ($q_{w_2} = 0$ [bpd]) durante las 1152 [hr].

Caso B.2 *Pozo principal u observador (w_1):* Cerrado por 720 [hr], puesto a producción a un gasto constante $q_{w_1} = 6000$ [bpd] por 336 [hr] y cerrado por 96 [hr].

Pozo adyacente o pulsante (w_2): Produciendo a un gasto constante $q_{w_2} = 5000$ [bpd] durante las 1152 [hr].

En la Figura 98 se muestra una comparación del comportamiento de la presión medida en el fondo del pozo principal durante los tres periodos de tiempo generados: el periodo de cierre anterior al inicio de la prueba de decremento, el periodo de producción (prueba de decremento) y el periodo de cierre posterior a la prueba. El inciso B.1 de la Figura 98 muestra el comportamiento de dicha presión en el primer escenario simulado, es decir, cuando el pozo adyacente se mantuvo cerrado ($q_{w_2} = 0$ [bpd]) durante todo el periodo de tiempo, mientras que el inciso B.2 de la Figura 98, muestra el comportamiento de la presión mencionada en el



segundo escenario simulado, en el cual el pozo adyacente estuvo produciendo a un gasto constante, $q_{w_2} = 5000$ [bpd], durante todo el periodo de tiempo.

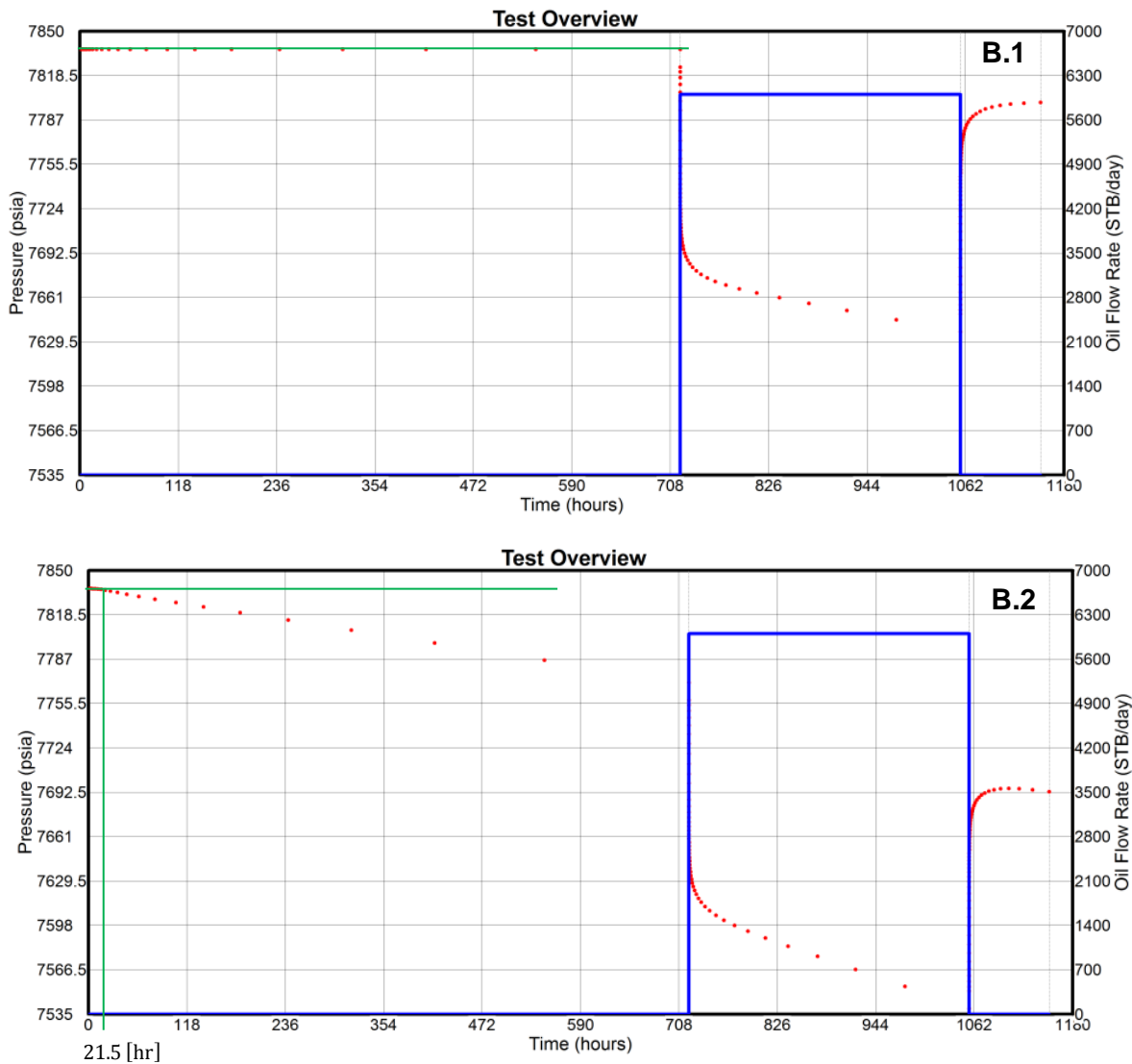


Figura 98 Gráfica cartesiana del comportamiento de la presión de fondo del pozo principal para los dos escenarios simulados, caso sintético B

Como se observa en la Figura 98, la presión de fondo del pozo principal (w_1) medida durante el periodo de cierre anterior al inicio de la prueba de decremento (0 – 720 [hr]), presentó un comportamiento anormal en el segundo escenario simulado, en el cual el pozo adyacente (w_2) estuvo produciendo a un gasto constante de 5000 [bpd], ya que dicha presión experimentó una significativa declinación después de 21.5 [hr] de cierre, tal como lo muestra la línea horizontal trazada, alcanzando un valor máximo de aproximadamente 67 [psi] al final de dicho periodo (ver inciso B.2 de la Figura 98). Sin embargo esta presión debió permanecer constante puesto que el software asume que cuando un pozo está



cerrado su presión está estabilizada. Nótese además que en el periodo de cierre mencionado, la caída de presión inducida por la tendencia, $\Delta p_{1,2}(t)$, se presentó en un tiempo menor y mostró una magnitud mucho mayor en comparación con la observada en el caso sintético A. Esto se debe como lo mencionan **Cinco, Macías, et al. (1990)**, a que el efecto de una tendencia de presión, es decir, la caída de presión que induce, se hace dominante en yacimientos con alta permeabilidad y/o pequeña extensión; en este caso además de la permeabilidad alta del yacimiento, el tamaño del mismo fue relativamente pequeño.

En cambio, al igual que en el caso sintético A, en el primer escenario simulado, en el cual el pozo adyacente se mantuvo cerrado, $q_{w_2} = 0$ [bpd], la presión registrada durante el periodo de cierre anterior al inicio de la prueba de decremento de presión si mostró un comportamiento ideal, ya que se mantuvo constante tal como lo muestra la línea horizontal trazada (ver inciso B.1 de la Figura 98).

Así mismo, en el periodo de cierre posterior a la prueba (1056 – 1152 [hr]), los datos de presión mostraron comportamientos diferentes en los escenarios simulados, ya que la presión de fondo del pozo principal presentó un incremento mucho menor cuando el pozo adyacente estuvo produciendo a un gasto constante (ver inciso B.2 de la Figura 98), en comparación cuando dicho pozo se mantuvo cerrado (ver inciso B.1 de la Figura 98).

En cuanto a los datos de presión de la prueba de decremento se refiere (720 – 1056 [hr]), éstos también presentaron un comportamiento anormal como consecuencia de la producción del pozo adyacente, tal como se aprecia en las Figuras 98 y 99, ya que en el segundo escenario simulado la presión medida en el pozo principal presentó una caída de presión mayor (ver inciso B.2 de las Figuras 98 y 99), en comparación con la presión registrada en el primer escenario (ver inciso B.1 de las Figuras 98 y 99).

Por lo tanto se demuestra que la producción (inyección) de pozos adyacentes al pozo evaluado influye sobre los datos medidos en una prueba de presión, realizada en un yacimiento que presenta una permeabilidad alta y/o pequeña extensión. Además, es importante recalcar que la caída de presión inducida por la tendencia de presión, en este caso sintético presentó una magnitud mayor en comparación con la observada en el caso sintético anterior, debido a lo argumentado acerca de las características del yacimiento.

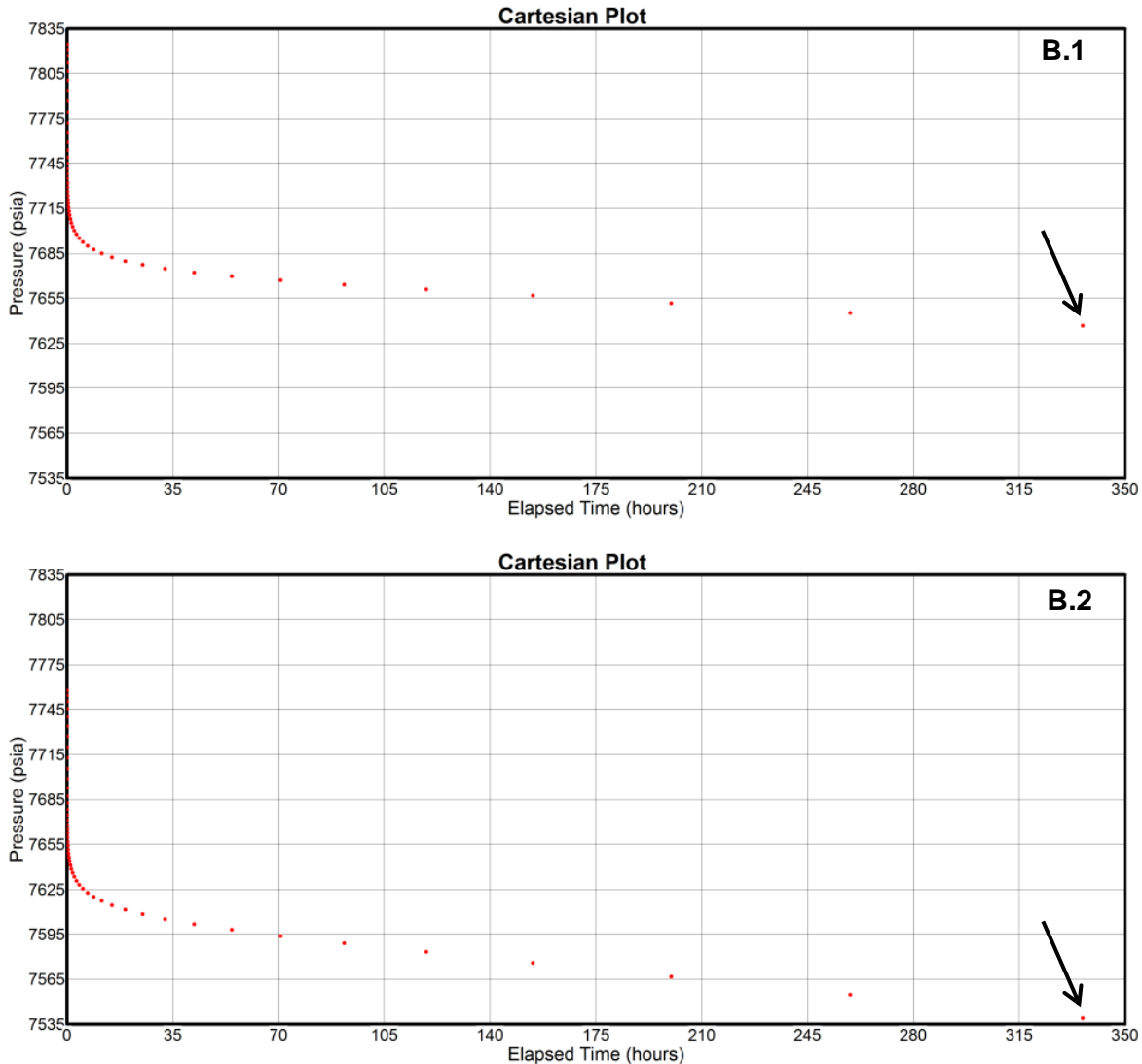


Figura 99 Gráfica cartesiana de los datos de presión de la prueba de decremento para los dos escenarios simulados, caso sintético B

Mediante el software Pansystem se simuló y colocó en la gráfica cartesiana de los datos de presión de la prueba de decremento, tanto del primer como del segundo escenario, el comportamiento ideal que debería haber mostrado la presión de la prueba (línea en color azul) de acuerdo a los parámetros y condiciones introducidos, tal como se muestra en la Figura 100. Cabe mencionar que el software parte de la presión que muestran los datos al iniciar la prueba, para la generación del comportamiento ideal de la misma, por lo cual dicho comportamiento para el segundo escenario mostrado en la Figura 100 no es correcto, ya que en éste la presión inicial de la prueba fue afectada por la tendencia; por esta razón se deberá considerar como el comportamiento ideal de los datos para la Figura 100, únicamente el mostrado en el primer escenario (B.1).

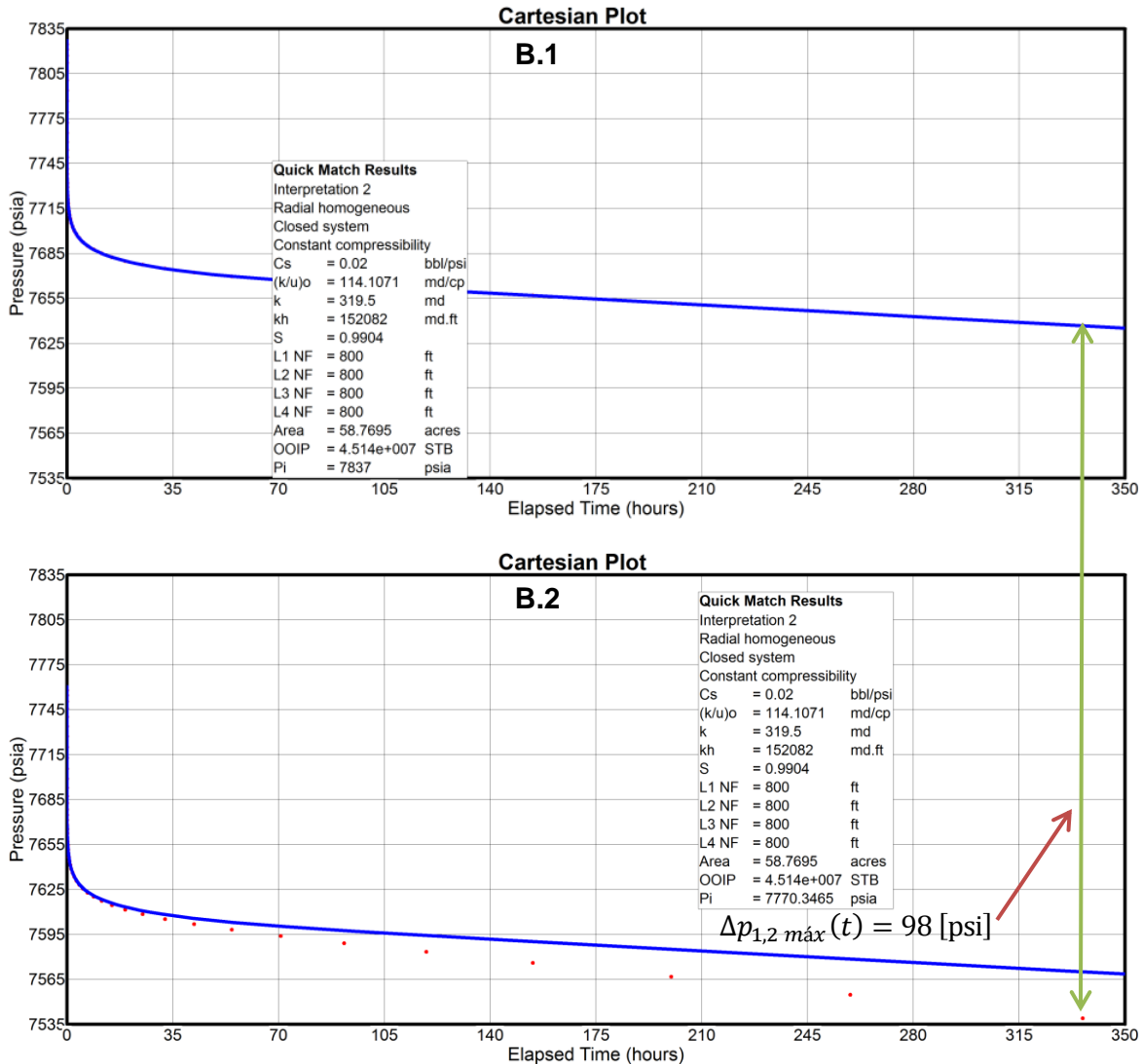


Figura 100 Ajuste del comportamiento ideal de los datos de presión de la prueba de decremento para los dos escenarios simulados, caso sintético B

Los datos de la prueba de decremento de presión generados en el primer escenario se ajustaron al comportamiento ideal simulado (ver inciso B.1 de la Figura 100), ya que los datos de presión generados en el segundo escenario presentaron una caída de presión mucho mayor, como consecuencia de la caída de presión adicional inducida por la tendencia, la cual presentó una magnitud máxima de aproximadamente 98 [psi] al finalizar la prueba de decremento. Además, estos últimos datos de presión ni siquiera se ajustaron al comportamiento ideal simulado con la presión inicial de la prueba afectada por la tendencia (ver inciso B.2 Figura 100).



Posteriormente los datos de presión de la prueba de decremento tanto del primer como del segundo escenario, se graficaron en un escala logarítmica junto con la función derivada, tal como se muestra en la Figura 101.

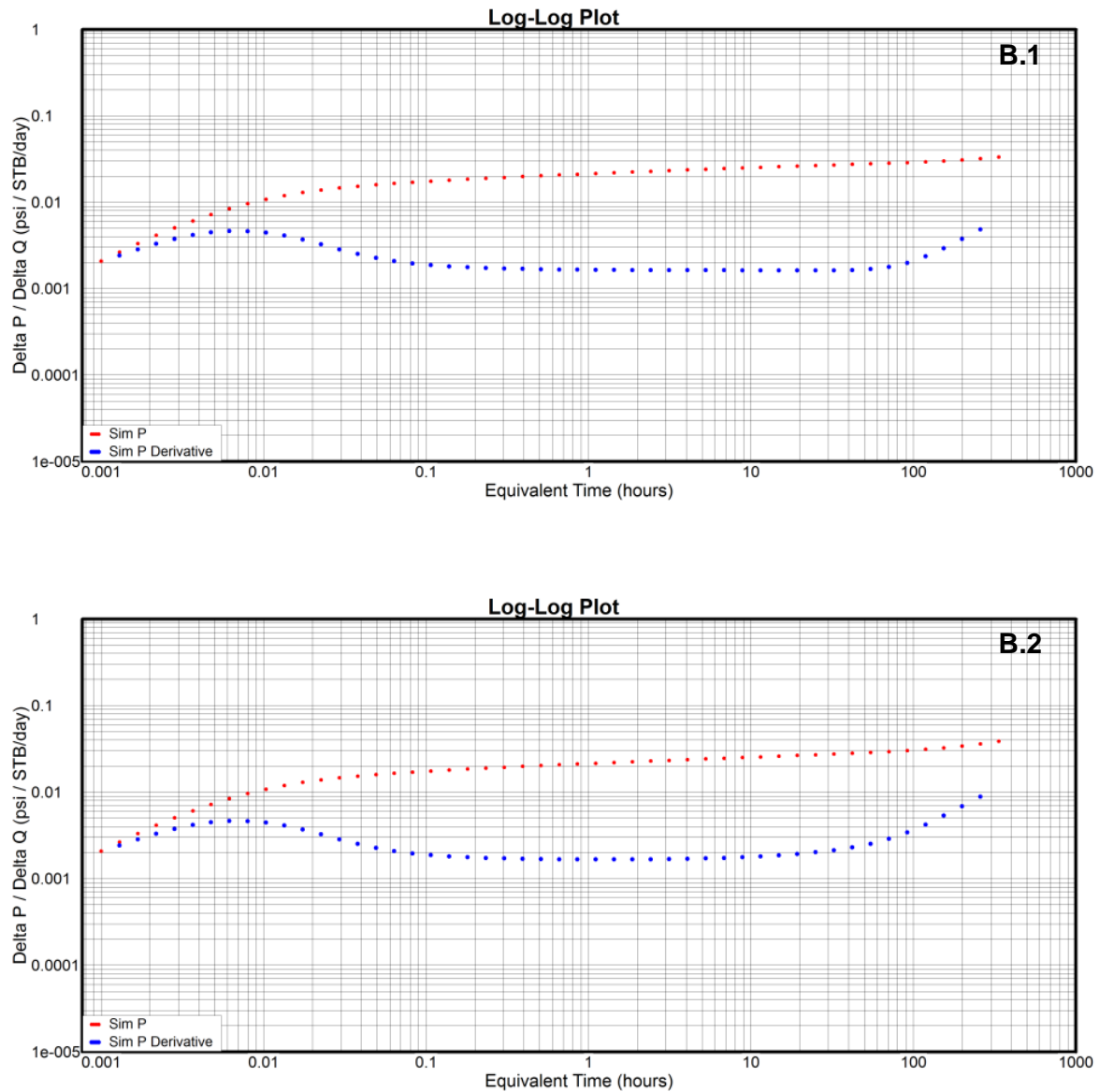


Figura 101 Gráfica logarítmica de los datos de presión y de la función derivada de la prueba de decremento de presión para los dos escenarios simulados, caso sintético B

Al igual que en la gráfica cartesiana, se simuló y colocó en la gráfica logarítmica de la prueba de decremento tanto del primer como del segundo escenario, el comportamiento ideal que deberían haber mostrado tanto la presión de la prueba (línea en color rojo) como la derivada de la misma (línea en color azul), ver Figura 102.

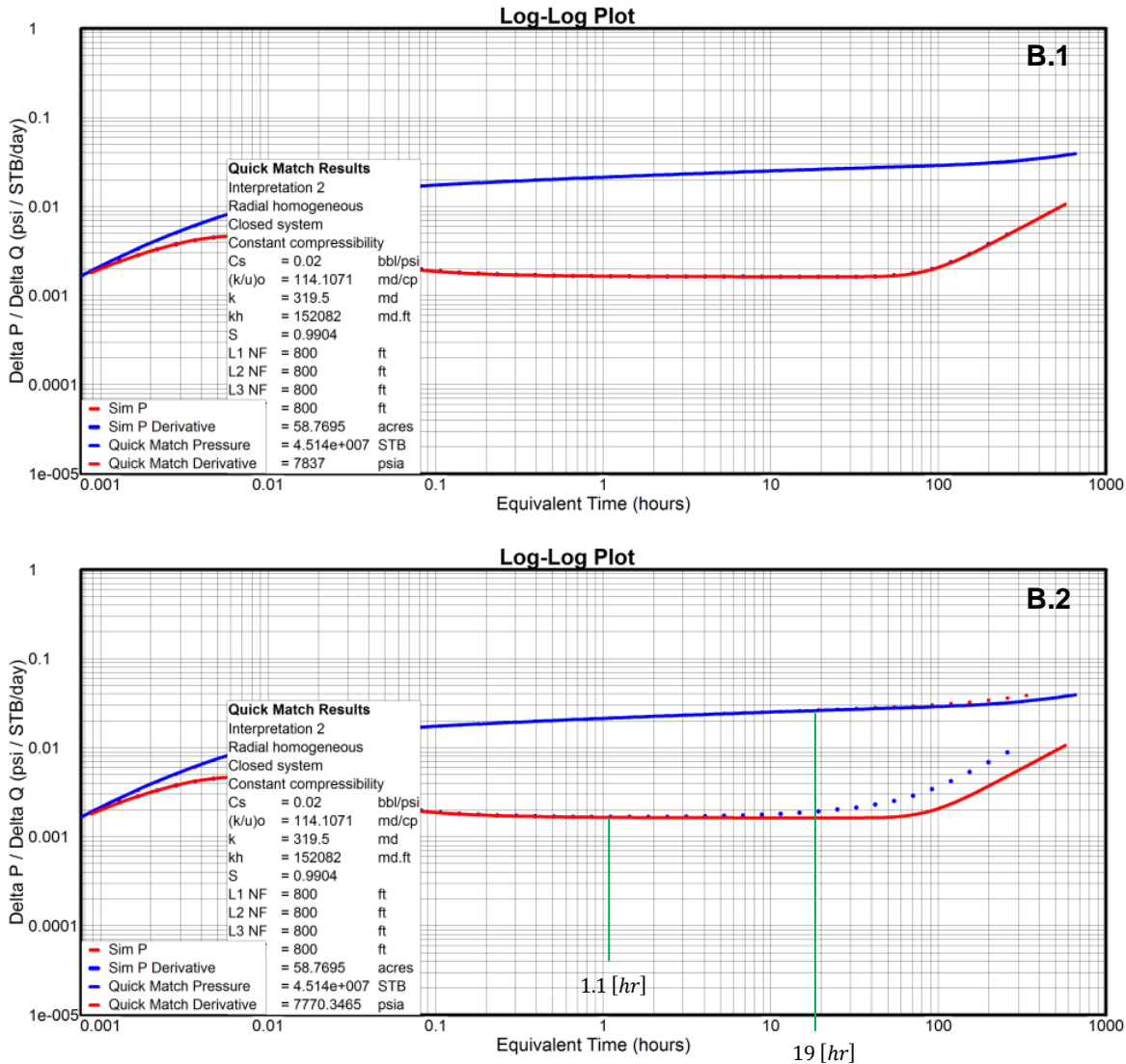


Figura 102 Ajuste del comportamiento ideal de los datos de presión y de la función derivada de la prueba de decremento para los dos escenarios simulados, caso sintético B

Como se observa en la Figura 102, en el primer escenario simulado tanto la presión como la función derivada presentaron un comportamiento ideal, sin embargo en el segundo escenario, al igual que en las gráficas anteriores, se presentó una significativa desviación con respecto a dicho comportamiento, ya que en la parte final de la gráfica de la presión (serie de datos en color rojo), aproximadamente después de 19 [hr] de haber iniciado la prueba de decremento, se presentó un levantamiento más pronunciado que el ideal, asimismo dicho comportamiento se repitió en la gráfica de la función derivada (serie de datos en color azul), aproximadamente después de 1.1 [hr]. Por lo tanto si se trataran de ajustar los datos de la función derivada al comportamiento ideal simulado, se cometería un error en la interpretación de la prueba, ya que se estaría reduciendo el tamaño del yacimiento.



A partir de la comparación del comportamiento de la presión medida en el fondo del pozo principal en los dos escenarios simulados, se aprecia de forma evidente la significativa distorsión de dicha presión, producto de la caída de presión adicional inducida por la tendencia de presión, cabe mencionar una vez más que la distorsión de los datos de presión se agravó en este caso sintético en comparación con el anterior, debido a que se le asignaron al yacimiento dos propiedades que dan pie a que una tendencia de presión tenga cabida. Asimismo se observa el hecho de que el fenómeno de tendencia de presión puede conducir a una errónea interpretación de los datos de una prueba de presión.

3.2.1 Análisis de la prueba de decremento de presión

Debido a que se consideró un régimen de flujo pseudoestacionario y se llevó a cabo una prueba de decremento de presión, se empleó el método desarrollado por **Cinco, Samaniego y Viturat (1985)** para el análisis de pruebas de decremento e incremento de presión, realizadas bajo la influencia de una tendencia lineal de presión.

Para mostrar la aplicación del método de análisis mencionado, se trabajó con los datos de presión generados sintéticamente en el segundo escenario, es decir, cuando el pozo adyacente se mantuvo produciendo a un gasto constante de 5000 [bpd] durante todo el periodo de tiempo, ya que a éstos datos dicha producción les indujo un comportamiento anormal, en otros términos, fueron afectados por una tendencia de presión, la cual debido a que se consideró un régimen de flujo pseudoestacionario, fue lineal.

La metodología aludida es relativamente sencilla, ya que menciona que una prueba de decremento de presión realizada bajo la influencia de una tendencia lineal de presión, puede ser analizada utilizando una gráfica de cualquiera de las siguientes funciones de la derivada de la presión $-t \left(\frac{dp_{wf}}{dt} \right)$, $\left| t \left(\frac{dp_{wf}}{dt} \right) \right|$ o $t \left(\frac{d\Delta p_{wf}}{dt} \right)$ contra el tiempo t . Cualquiera de éstas gráficas da como resultado una porción de línea recta con pendiente m^* y ordenada al origen $\frac{m}{2.303}$. El presente método permite determinar simultáneamente la magnitud de la tendencia de presión (m^*) y los parámetros del yacimiento, ya que cabe recordar que la pendiente de la gráfica de Horner (m), p_w vs $\log \left(\frac{t_{p+\Delta t}}{\Delta t} \right)$, es decir, la pendiente de la línea recta semi-logarítmica, matemáticamente se expresa de la siguiente forma:

$$m = \frac{162.6qB\mu}{kh}$$



Si el valor de la pendiente (m) es conocido, se aprecia fácilmente que k, kh o $\frac{kh}{\mu}$ pueden ser evaluadas.

Por consiguiente se graficó la función derivada, $t \left(\frac{dp_{wf}}{dt} \right)$, contra el tiempo, t , de los datos de presión correspondientes a la prueba de decremento en una escala cartesiana, tal como se muestra en la Figura 103. Cabe mencionar que debido a que la prueba de decremento de presión se generó sintéticamente, el valor de la permeabilidad del yacimiento ya era conocido, puesto que dicho parámetro forzosamente tuvo que ingresarse al software para la generación de la prueba. Por lo tanto en este caso sintético se comparará el valor de la permeabilidad obtenido a partir de la metodología de análisis, con el valor ingresado en el software, para comprobar la efectividad del método.

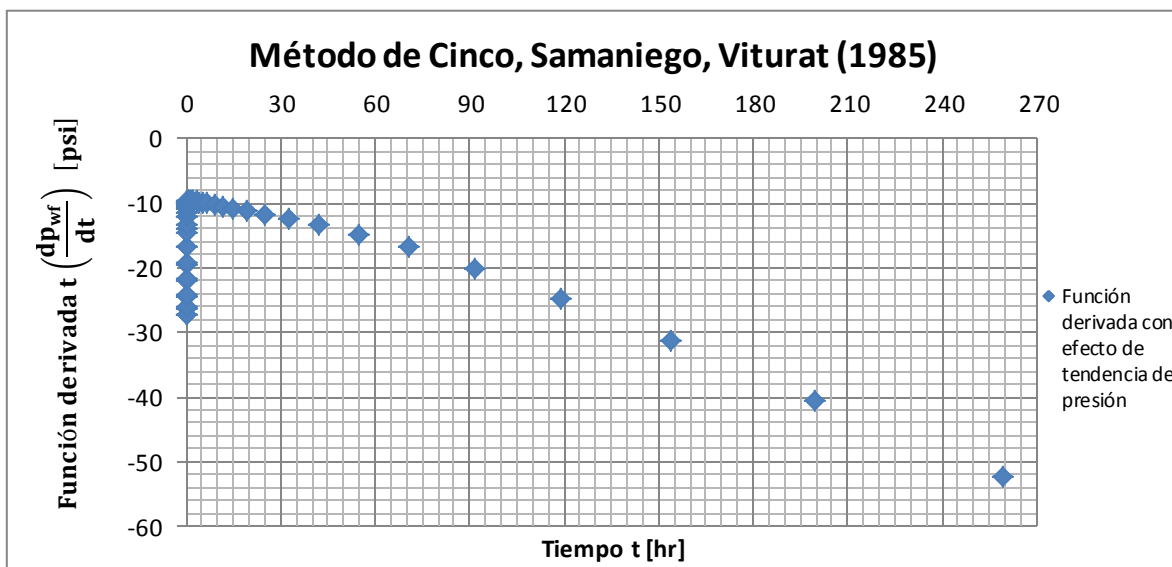


Figura 103 Gráfica cartesiana de la función derivada contra el tiempo, correspondiente a los datos de la prueba de decremento, caso sintético B

Como se observa en la Figura 103, a tiempos cortos la función derivada no mostró un comportamiento lineal, lo cual se debió a que los datos de presión de la prueba aún no habían alcanzado el régimen pseudoestacionario, ya que seguían en el régimen transitorio; los datos de presión alcanzaron el régimen pseudoestacionario, aproximadamente después de 1.43 [hr] de haber iniciado la prueba de decremento de presión, por lo cual los datos medidos correspondientes a un tiempo menor al señalado, no se tomaron en cuenta para realizar el análisis de la prueba. En la Figura 104 se muestra la gráfica de la función derivada contra el tiempo, correspondiente únicamente a los datos de presión que alcanzaron el régimen pseudoestacionario durante la realización de la prueba. Continuando con

la metodología de análisis, a dichos datos se les ajustó una línea recta mediante una regresión lineal, tal como se aprecia en la Figura 104.

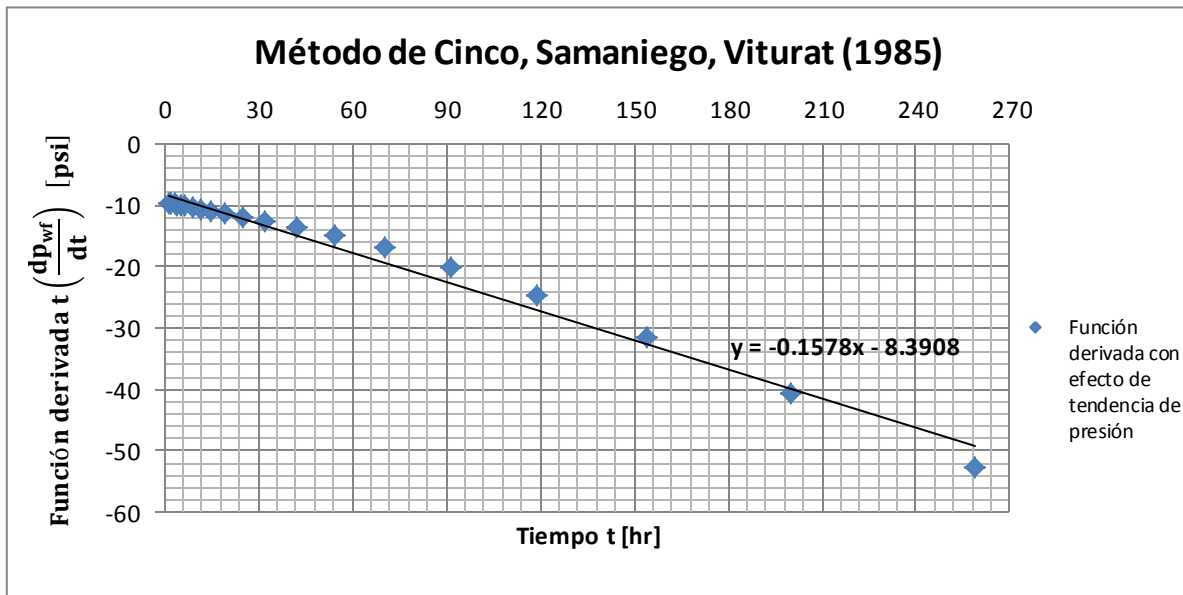


Figura 104 Gráfica cartesiana de la función derivada contra el tiempo, correspondiente a los datos de la prueba de decremento que alcanzaron el régimen pseudoestacionario, caso sintético B

Como se observa en la Figura 104, la línea recta ajustada a los datos de la gráfica de $t \left(\frac{dp_{wf}}{dt} \right)$ contra t , presentó una pendiente de -0.1578 y una ordenada al origen igual a -8.3908 , lo cual nos indica que durante la prueba de decremento de presión, se presentó en el yacimiento una tendencia lineal de presión negativa o descendente, con una magnitud $m^* = -0.1578 \left[\frac{\text{psi}}{\text{hr}} \right]$, dicha tendencia se debió, como ya se ha mencionado, a que el pozo adyacente se mantuvo produciendo a un gasto constante, $q_{w2} = 5000$ [bpd], durante todo el periodo de tiempo en el cual se midió la presión de fondo en el pozo principal.

A partir del valor de la ordenada al origen de la línea recta ajustada, se obtuvo la permeabilidad del yacimiento, ya que dicha ordenada al origen es igual a la pendiente de la línea recta semi-logarítmica dividida entre 2.303:

$$\frac{m}{2.303} = -8.3908$$

Por lo tanto en primera instancia se obtuvo el valor de la pendiente de la línea recta semi-logarítmica, y se invirtió su signo, quedando como:

$$m = 19.3240$$



Al igual que en el método gráfico de Horner de análisis de pruebas de decremento de presión, la pendiente de la línea recta semi-logarítmica (m) fue multiplicada por -1 , para obtener un valor positivo de la permeabilidad del yacimiento, ya que dicha propiedad petrofísica no puede adquirir valores menores a cero.

Finalmente se obtuvo el valor de la permeabilidad del yacimiento, a partir de la definición matemática de la pendiente de la línea recta semi-logarítmica (m), así como de la sustitución de los demás parámetros involucrados en dicha ecuación, los cuales se muestran en la Tabla 35.

$$m = \frac{162.6qB\mu}{kh}$$
$$k = \frac{162.6qB\mu}{mh} = \frac{162.6 (6000)(1.25)(2.8)}{(19.3240)(476)}$$
$$k = 371.2229 \text{ [md]}$$

El valor real de la permeabilidad del yacimiento ingresado en el software fue de 319.5 [md], por lo tanto el porcentaje de error relativo del valor de la permeabilidad del yacimiento obtenido a partir del método, con respecto al valor ingresado, fue de:

$$Error [\%] = \frac{k_{real} - k_{calculada}}{k_{real}} \times 100$$
$$Error [\%] = \frac{319.5 - 371.2229}{319.5} \times 100$$
$$Error [\%] = 16.1887$$

Posteriormente con el objetivo de verificar si el método de análisis podía proporcionar un resultado con mayor exactitud, se ajustaron diferentes líneas rectas a la gráfica de $t \left(\frac{dp_{wf}}{dt} \right)$ contra t (Figura 104), hasta que se logró un ajuste que permitió disminuir significativamente el porcentaje de error relativo obtenido.

El ajuste que proporcionó mejores resultados, fue en el cual se despreciaron los últimos cuatro valores de la función derivada, tal como se muestra en la Figura 105.

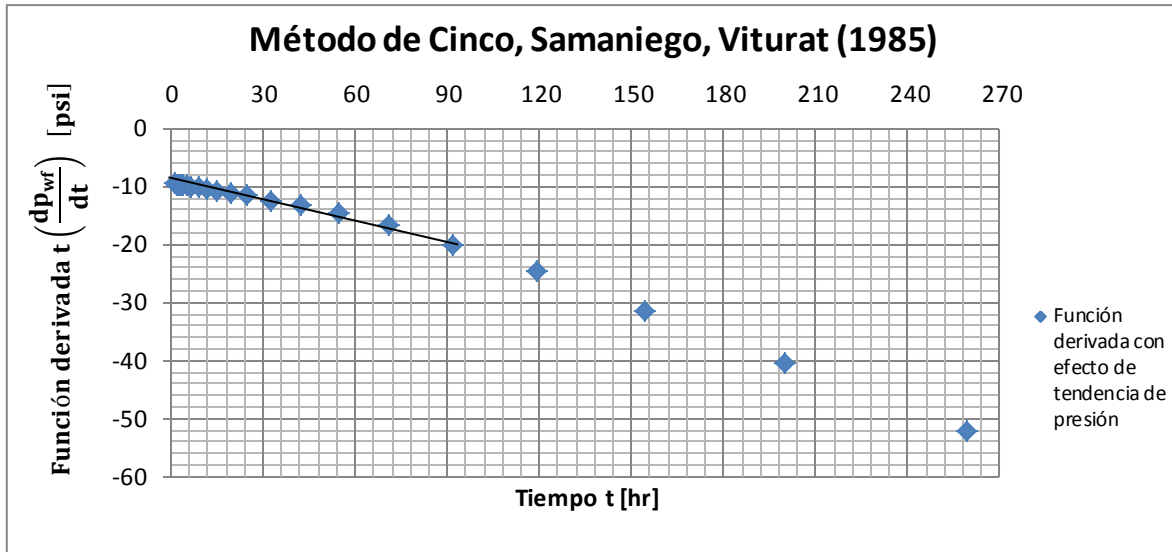


Figura 105 Gráfica cartesiana de la función derivada contra el tiempo, correspondiente a los datos de la prueba de decremento que alcanzaron el régimen pseudoestacionario, con un nuevo ajuste, caso sintético B

Por lo tanto la gráfica de la Figura 105 fue acotada a los datos seleccionados, es decir, se eliminaron los últimos cuatro valores de la función derivada, y se les ajustó una línea recta mediante una regresión lineal, tal como se muestra en la Figura 106.

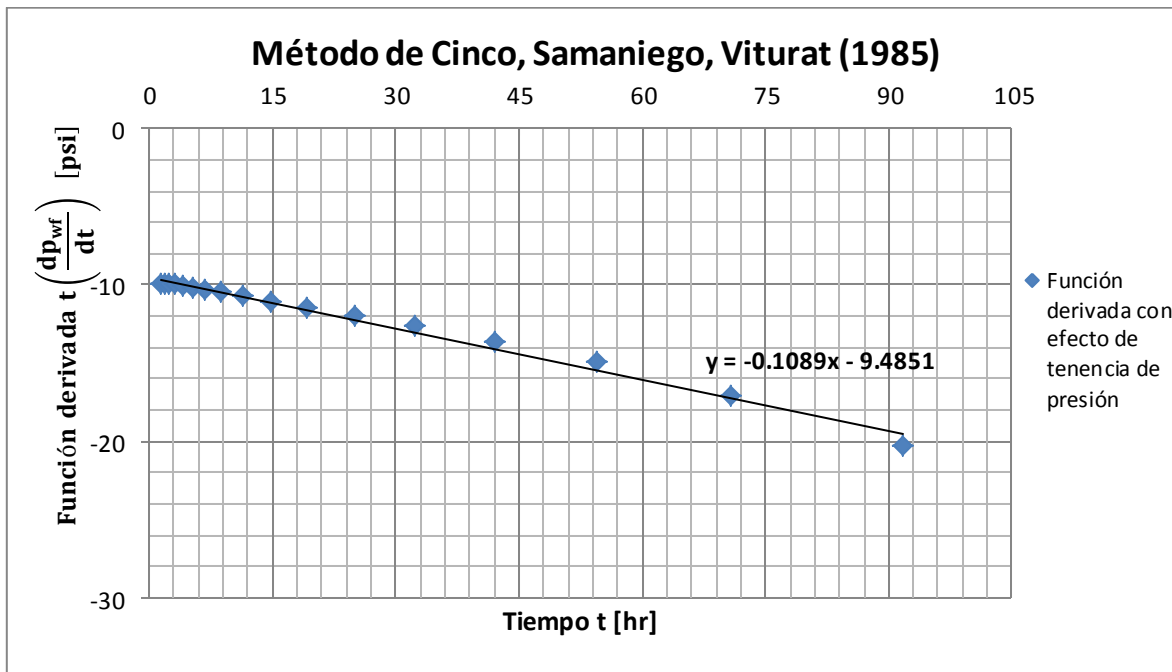


Figura 106 Gráfica cartesiana de la función derivada contra el tiempo, acotada a los datos seleccionados de la prueba de decremento que alcanzaron el régimen pseudoestacionario, caso sintético B



A partir de la regresión lineal se obtuvo que la línea recta ajustada a los datos seleccionados de la función derivada, presentó una pendiente de -0.1089 y una ordenada al origen igual a -9.4851 , tal como se muestra en la Figura 106. Por lo tanto a partir del nuevo ajuste realizado, se obtuvo que la magnitud de la tendencia de presión fue $m^* = -0.1089 \left[\frac{\text{psi}}{\text{hr}} \right]$; cabe mencionar que dicha magnitud es muy similar, aunque un tanto menor, en comparación con la obtenida a partir del ajuste general realizado en primera instancia $\left(-0.1578 \left[\frac{\text{psi}}{\text{hr}} \right] \right)$.

Posteriormente a partir del valor de la ordenada al origen de la línea recta ajustada, se obtuvo la siguiente permeabilidad del yacimiento:

$$k = 328.3954 \text{ [md]}$$

Por consiguiente el porcentaje de error relativo del valor de la permeabilidad del yacimiento obtenido a partir de éste nuevo ajuste, con respecto al valor ingresado (319.5 [md]), fue de:

$$\text{Error [\%]} = \frac{k_{real} - k_{calculada}}{k_{real}} \times 100$$

$$\text{Error [\%]} = \frac{319.5 - 328.3954}{319.5} \times 100$$

$$\text{Error [\%]} = 2.7842$$

A partir de los resultados obtenidos se observa que el valor de permeabilidad que se obtiene mediante el método de análisis, depende del ajuste de la línea recta que se realiza a los datos de la función derivada, mostrando una de las desventajas del método. Por lo tanto la efectividad del método desarrollado por **Cinco, Samaniego y Viturat (1985)**, puede aumentar o disminuir dependiendo del ajuste realizado, aunque en términos generales de acuerdo al resultado obtenido al realizar el ajuste general de los datos que alcanzaron el régimen pseudoestacionario, se puede afirmar que éste método proporciona resultados efectivos y satisfactorios.



3.3 Caso real A: Yacimiento homogéneo en un régimen pseudoestacionario con una geometría de flujo radial

Se llevó a cabo el análisis de una prueba de decremento de presión, realizada en un pozo del paleocanal de Chincotepec, en la cuenca Tampico-Misantla, dentro del estado de Veracruz. Debido a que los datos de presión medidos durante el periodo de cierre anterior al inicio de la prueba, no permanecieron constantes sino que presentaron una declinación importante, se supuso la presencia de una tendencia de presión en el yacimiento, y a su vez debido a que los datos de presión medidos durante la prueba de decremento exhibieron un comportamiento lineal, tal como se aprecia en la Figura 107, se consideró que en el yacimiento prevaleció un régimen de flujo pseudoestacionario, y por ende que la tendencia de presión fue lineal. Por lo tanto al igual que en el caso sintético B, se empleó el método desarrollado por **Cinco, Samaniego y Viturat (1985)** para el análisis de la prueba.

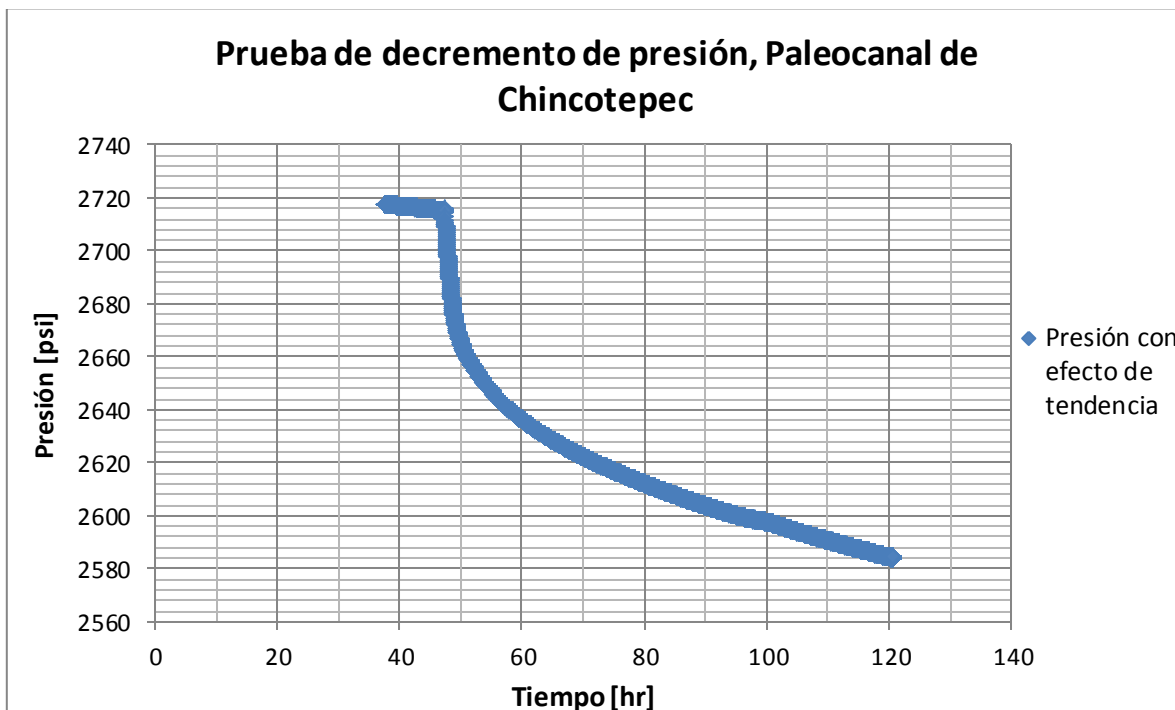


Figura 107 Prueba de decremento de presión, caso real A

Siguiendo la metodología de análisis se graficó la función derivada de los datos de presión de la prueba de decremento, $t \left(\frac{dp_{wf}}{dt} \right)$, contra el tiempo, t , tal como se muestra en la Figura 108.

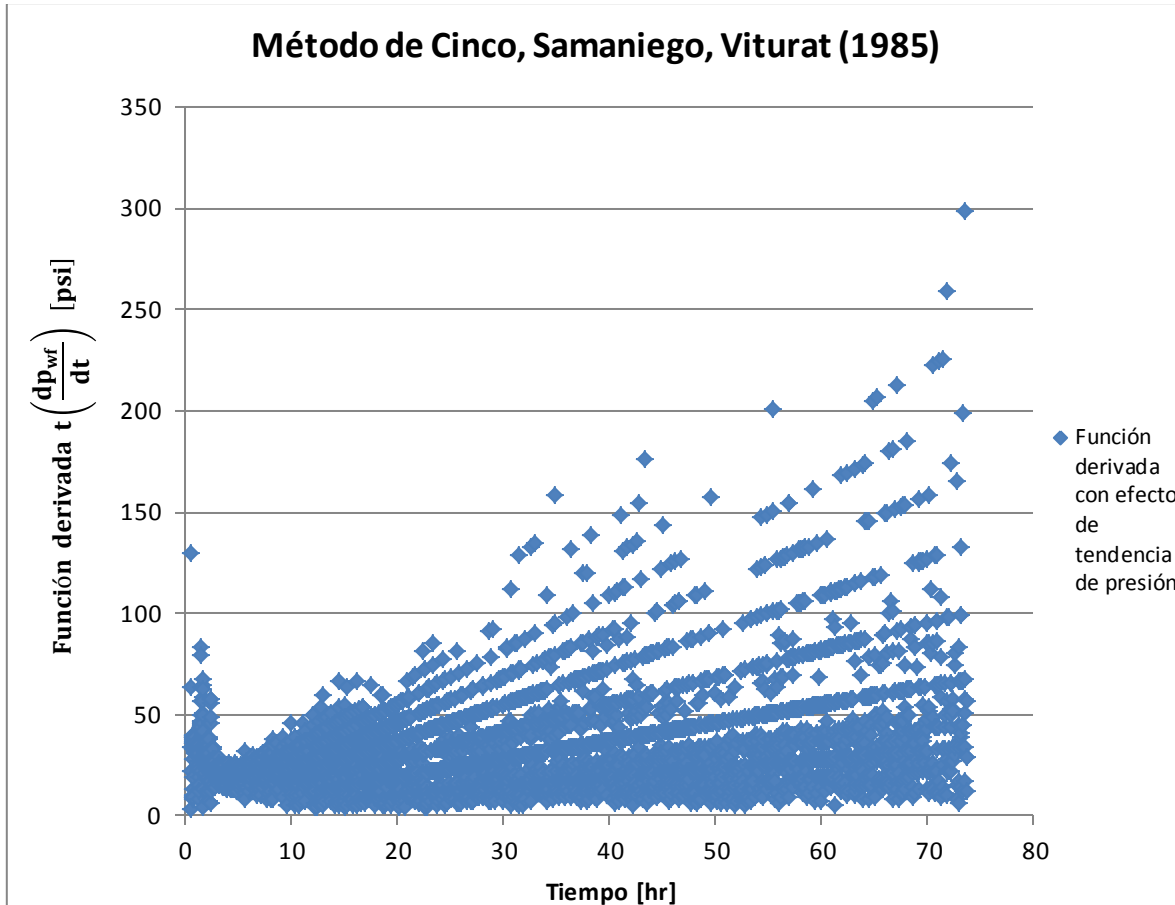


Figura 108 Gráfica cartesiana de la función derivada contra el tiempo, correspondiente a los datos de la prueba de decremento, caso real A

Debido a que a tiempos cortos los datos de presión de la prueba de decremento no alcanzaron el régimen pseudoestacionario, éstos se descartaron, quedando únicamente los datos de presión medidos después de 5 [hr] de haber iniciado la prueba de decremento, con los cuales se llevó a cabo el análisis, tal como se muestra en la Figura 109.

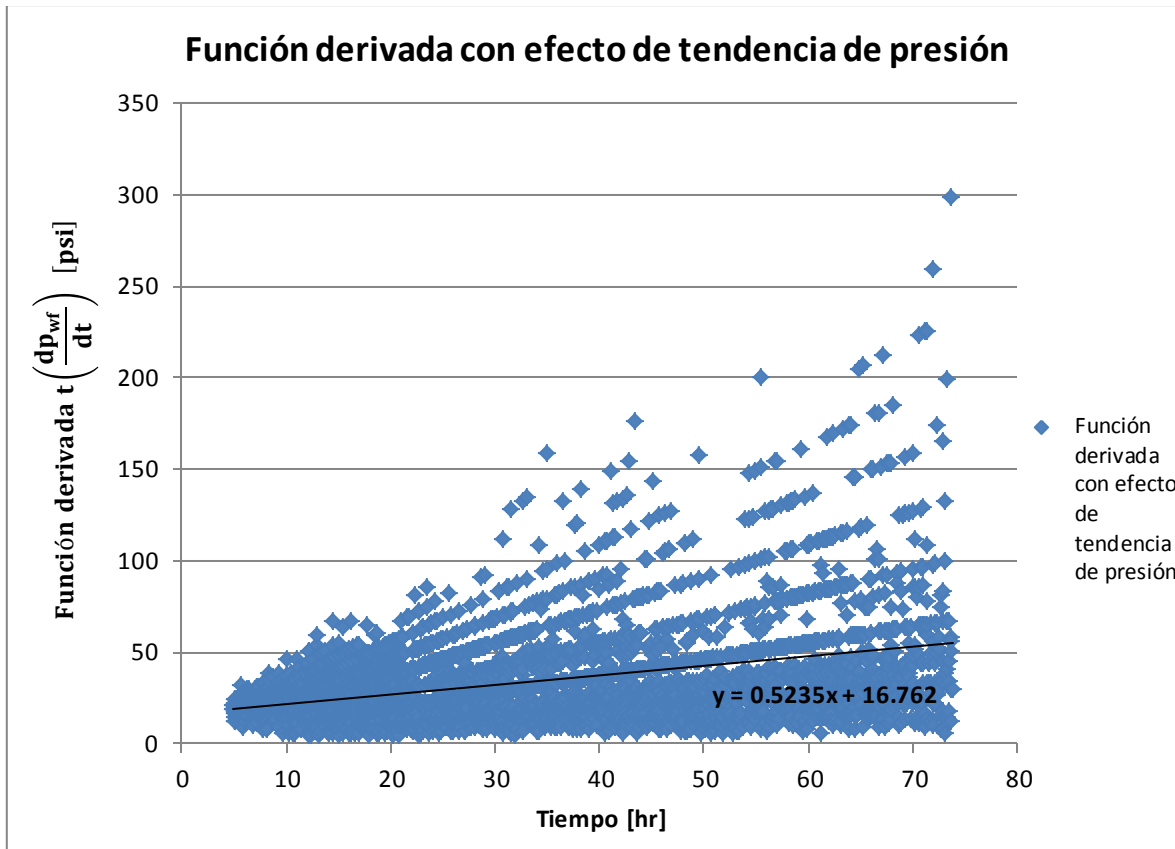


Figura 109 Gráfica cartesiana de la función derivada contra el tiempo, correspondiente a los datos de la prueba de decremento que alcanzaron el régimen pseudoestacionario, caso real A

Como se observa en la Figura 109, los datos graficados presentaron una gran dispersión, sin embargo no se realizó ningún intento por suavizarlos, y únicamente se llevó a cabo el ajuste de los mismos mediante el método de regresión lineal; con el cual se obtuvo una línea recta con una pendiente (m^*) igual a 0.5235 y una ordenada al origen ($\frac{m}{2.303}$) de 16.762. A partir de la pendiente de la línea recta ajustada, se obtuvo que en el yacimiento se presentó una tendencia de presión positiva o ascendente con una magnitud $m^* = 0.5235 \left[\frac{\text{psi}}{\text{hr}} \right]$, asimismo, a partir de la definición matemática de la línea recta semi-logarítmica (m), se calculó la permeabilidad del yacimiento, cuyo magnitud fue de 809.9835 [md], dándonos un indicio de que tal vez el fenómeno de tendencia de presión no se presentó en el yacimiento al momento de realizar la prueba de decremento.

Posteriormente se revisaron análisis de pruebas de presión previamente realizados, así como estudios petrofísicos del yacimiento, tales como registros geofísicos y análisis de núcleos, con lo cual se recabó el valor real de la permeabilidad del yacimiento, el cual fue de 5 [md]; por lo tanto debido a la gran diferencia entre el valor obtenido de permeabilidad y el valor real, se concluyó que



el fenómeno de tendencia de presión no tuvo cabida durante la realización de la prueba de decremento analizada, ya que si bien se aprecia que dicho fenómeno se hizo presente en el periodo de cierre anterior a la misma, se dedujo que el tiempo de duración de la prueba de decremento no permitió su ocurrencia.



4. Discusión de resultados y futuras líneas de investigación

A partir de las pruebas de decremento de presión generadas sintéticamente, se logró apreciar de forma nítida el efecto que genera una tendencia de presión durante la realización de una prueba de presión, es decir, la caída de presión adicional que ésta induce en los datos medidos de presión de fondo de pozo. Asimismo se confirmó lo mencionado por **Cinco, Macías, Samaniego y Morales (1990)**, acerca de que dicha caída de presión es generada por la producción o inyección histórica de los pozos adyacentes al pozo evaluado, ya que al generar sintéticamente las pruebas de decremento de presión con el pozo adyacente cerrado, los datos de presión de fondo de pozo presentaron un comportamiento normal o ideal; mientras que al simular dichas pruebas de presión con el pozo adyacente produciendo a un gasto constante, los datos de presión de fondo de pozo exhibieron un comportamiento anormal, ya que presentaron una caída de presión mayor a la ideal, y por ende una magnitud menor a la normal.

De igual forma a partir de los casos sintéticos A y B, se ratificó lo también establecido por **Cinco, Macías, et al. (1990)**, acerca de que la caída de presión que induce una tendencia de presión se hace dominante en yacimientos con alta permeabilidad y/o con pequeña extensión, ya que en ambos casos para lograr que el fenómeno de tendencia de presión ocurriera de forma muy evidente, fue necesario ingresar en el software un valor alto de permeabilidad del yacimiento para la generación de las pruebas de presión. Además, en el caso sintético B, aparte del valor alto de permeabilidad, el tamaño del yacimiento se redujo, lo cual generó que la caída de presión inducida por la tendencia presentara un valor mucho mayor, y aconteciera en un tiempo mucho menor, en comparación con lo observado en el caso sintético A, en el cual se consideró un yacimiento infinito.

Una vez generadas sintéticamente las pruebas de decremento de presión, se realizaron gráficas cartesianas y logarítmicas de sus correspondientes datos de presión, para los dos escenarios simulados. A partir de las gráficas logarítmicas correspondientes al escenario que propició la ocurrencia de la tendencia de presión, se demostró de forma evidente que el fenómeno de tendencia de presión puede conducir a una errónea interpretación de los datos de una prueba de presión.

Posteriormente se llevó a cabo la aplicación de algunos de los métodos de corrección y análisis de datos de pruebas de presión afectadas por una tendencia de presión. En primera instancia se logró apreciar la gran efectividad del **método**



de “desuperposición”, el cual permite la corrección de datos de pruebas de decremento e incremento de presión afectadas por una tendencia, ya que al aplicarlo a los datos con efecto de tendencia de la prueba de decremento correspondiente al caso sintético A, se obtuvo una gran proximidad entre los valores corregidos de presión y los valores ideales (sin efecto de tendencia), y por ende un error relativo muy bajo, cuya magnitud máxima fue de 3.89482×10^{-5} [%]. Por otra parte mediante el método desarrollado por **Cinco, Samaniego y Viturat (1985)**, se analizó una prueba de decremento afectada por una tendencia lineal de presión, correspondiente al caso sintético B, y a partir de dicho análisis se comprobó que el método aludido proporciona resultados efectivos y satisfactorios, sin embargo se observó que su efectividad depende del ajuste de la línea recta que se realiza a los datos de la gráfica de la función derivada contra el tiempo, lo cual representa una desventaja importante de este método con respecto a los demás.

Como lo mencionan **Cinco, Kuchuk, Ayoub, Samaniego y Ayestaran (1986)**, a partir de los avances tecnológicos en materia de sensores de presión de fondo de pozo, se han logrado mejores estimaciones de los parámetros del yacimiento, ya que han permitido obtener una cantidad más basta de información con una calidad mayor, a partir de la realización de pruebas de presión. Sin embargo han existido aspectos importantes que han tenido que resolverse en cuanto a la interpretación de los datos se refiere, siendo uno de éstos el fenómeno de tendencia de presión.

Si bien se considera que a partir de la presente investigación se logra acortar la brecha del saber en cuanto al origen de una tendencia de presión, el efecto que genera este fenómeno durante la realización de una prueba de presión, y cómo corregir o analizar la misma; ésta brecha no ha sido cerrada por completo, ya que las metodologías de corrección y análisis presentadas, solo permiten abordar la problemática cuando se presenta en el yacimiento un régimen de flujo transitorio o pseudoestacionario (tendencia lineal de presión), y además la gran mayoría de ellas solo son válidas para pruebas de decremento e incremento de presión, así como para una geometría de flujo radial. Por lo tanto existe un área de oportunidad muy grande, para la documentación y/o generación de métodos de corrección y/o análisis de pruebas de presión afectadas por tendencias logarítmicas o cuadráticas, para ampliar los métodos existentes a las demás geometrías de flujo (lineal, semiesférica, esférica, bilineal), o en su defecto elaborar métodos específicos para cada tipo de geometría, así como para la generación de métodos aplicables a las demás pruebas de presión, y la ampliación de la gama existente de metodologías de análisis y/o corrección de pruebas de presión que involucran más de un pozo.



Cabe mencionar que el Dr. Néstor Martínez Romero ha desarrollado una metodología de análisis de pruebas de interferencia afectadas por una tendencia lineal de presión, la cual validó a los tres tipos de geometría de flujo más comunes: lineal, radial y esférico; de igual forma generó un método de análisis para dicho tipo de pruebas de presión afectadas por una tendencia cuadrática de presión, el cual únicamente es válido para una geometría de flujo radial.



Conclusiones

A partir del presente trabajo se pueden establecer las siguientes conclusiones:

- ✓ El fenómeno de tendencia de presión genera un efecto importante en los datos medidos en una prueba de presión, por lo tanto no puede ser despreciado durante el análisis e interpretación de la misma.
- ✓ La producción e inyección en pozos adyacentes, así como un cierre general de los mismos, propicia la ocurrencia de una tendencia de presión durante la realización de una prueba de presión.
- ✓ Una tendencia de presión se hace dominante en yacimientos con alta permeabilidad y/o pequeña extensión.
- ✓ Se proporciona al lector una base sólida para el entendimiento del fenómeno de tendencia de presión, dado que la información acerca de dicho fenómeno dentro de la literatura de análisis de pruebas de presión es escasa.
- ✓ Un análisis convencional de una prueba de presión afectada por una tendencia de presión puede conducir a conclusiones erróneas.
- ✓ Se presenta un método de corrección de pruebas de presión afectadas por una tendencia de presión, así como un conjunto de metodologías de análisis de pruebas de presión influenciadas por una tendencia lineal de presión, los cuales le permitirán al ingeniero petrolero llevar a cabo un íntegro análisis de pruebas de presión realizadas bajo dichas condiciones.
- ✓ El método de corrección desarrollado se puede extender a las demás geometrías y regímenes de flujo, empleando sus correspondientes ecuaciones para el cálculo de las caídas de presión inducidas por la producción e inyección en pozos adyacentes, así como por un cierre general de los mismos.
- ✓ El método de corrección desarrollado y los métodos de análisis documentados presentan una gran efectividad.
- ✓ La problemática que plantea una tendencia de presión en una prueba de presión es parcialmente resuelta, ya que los métodos presentados no



cubren todas las geometrías de flujo, pruebas de presión y tipos de tendencias. Por lo tanto existe un área de oportunidad muy grande para la documentación y/o generación de métodos de corrección y/o análisis de pruebas de presión que cubran dichas especificaciones.



Nomenclatura

v	Velocidad aparente del fluido $\left[\frac{\text{cm}}{\text{s}}\right]$
A	Área de la sección transversal $[\text{cm}^2]$
c_r	Compresibilidad de la matriz de la roca $[\text{psi}^{-1}]$
V_r	Volumen de sólidos $[\text{m}^3]$
c_B	Coefficiente de compresibilidad de la roca $[\text{psi}^{-1}]$
V_B	Volumen bruto $[\text{m}^3]$
c_p	Coefficiente de compresibilidad de los poros $[\text{psi}^{-1}]$
V_p	Volumen poroso $[\text{m}^3]$
S_o	Saturación del aceite
S_w	Saturación del agua
S_g	Saturación del gas
c_o	Compresibilidad del aceite $[\text{psi}^{-1}]$
c_w	Compresibilidad del agua $[\text{psi}^{-1}]$
c_g	Compresibilidad del gas $[\text{psi}^{-1}]$
c_f	Compresibilidad de la formación $[\text{psi}^{-1}]$
T	Transmisibilidad del yacimiento $\left[\frac{\text{md ft}}{\text{cp}}\right]$
η	Coefficiente de difusividad hidráulica $\left[\frac{\text{md}}{\text{cp psi}^{-1}}\right]$
\dot{m}	Gasto másico
r_{eD}	Radio de drene adimensional
t_D	Tiempo adimensional
r_D	Radio adimensional
p_D	Presión adimensional



k	Permeabilidad [md]
h	Espesor del yacimiento [ft]
ϕ	Porosidad
Δp	Cambio de presión [psi]
$\alpha = 141.2$	Factor de conversión para una geometría de flujo radial
$\alpha_L = 887.2$	Factor de conversión para una geometría de flujo lineal
$\alpha_{sph} = 70.6$	Factor de conversión para una geometría de flujo esférico
$\beta = 2.637 \times 10^{-4}$	Factor de conversión
q	Gasto volumétrico [bpd] @ c.s.
B	Factor de volumen del aceite $\left[\frac{\text{bl@c.y.}}{\text{bl@c.s.}} \right]$
μ	Viscosidad del aceite [cp]
E_1	Función integral exponencial acotada a valores positivos de la variable independiente
E_i	Función integral exponencial
γ	Constante de Euler
c_t	Factor de compresibilidad total [psi^{-1}]
r	Distancia radial [ft]
r_w	Radio del pozo [ft]
t	Tiempo [hr]
p_{wf}	Presión de fondo fluyendo [psi]
p_{ws}	Presión estática del yacimiento [psi]
Δt	Tiempo de cierre [hr]
t_p	Tiempo de producción o inyección [hr]
Δp_s	Caída de presión adicional debida al daño



k_g	Permeabilidad efectiva al gas
k_o	Permeabilidad efectiva al aceite
k_w	Permeabilidad efectiva al agua
k_{rx}	Permeabilidad relativa
\bar{k}	Permeabilidad promedio
C	Coefficiente de almacenamiento $\left[\frac{\text{bl}}{\text{psi}}\right]$
C_{FE}	Coefficiente de almacenamiento debido a la expansión de los fluidos $\left[\frac{\text{bl}}{\text{psi}}\right]$
A_a	Área de la sección transversal del espacio anular $[\text{ft}^2]$
DI_{TR}	Diámetro interno de la tubería de revestimiento [in]
DE_{TP}	Diámetro externo de la tubería de producción [in]
C_D	Coefficiente de almacenamiento adimensional
EF	Eficiencia de flujo
k_s	Permeabilidad de la zona dañada [md]
R_d	Relación de daño
r_{wa}	Radio aparente del pozo
k_h	Permeabilidad horizontal [md]
k_v	Permeabilidad vertical [md]
h_w	Altura de los disparos [ft]
z_w	Altura de la parte media de los disparos con respecto a la base del yacimiento [ft]
h_D	Espesor adimensional del yacimiento
z_{wD}	Altura adimensional de la parte media de los disparos
h_{wD}	Altura adimensional de los disparos



$S_{\theta+c}$	Pseudodaño debido al ángulo de inclinación y a la penetración parcial de un pozo
S_p	Pseudodaño por efecto de los disparos
S_{p1}	Pseudodaño por flujo turbulento o laminar en cada uno de los disparos
S_{p2}	Pseudodaño debido a la convergencia de flujo hacia los disparos
S_{p3}	Pseudodaño por efecto del pozo
l_p	Longitud de la perforación realizada por el disparo [in]
θ	Fase angular de las perforaciones (ángulo entre los disparos)
r_{perf}	Radio de la perforación generada por el disparo [in]
S_a	Pseudodaño por flujo restringido
s'	Pseudodaño asociado a alta velocidad de flujo
S_p	Pseudodaño por efecto de los disparos
$S_{\theta+c}$	Pseudodaño por la inclinación y penetración parcial de un pozo
S_f	Pseudodaño causado por fracturas
S_g	Pseudodaño por empacamiento de grava
S'_{eq}	Pseudodaño debido a pozos horizontales
S_b	Pseudodaño por formación de condensados
Δp_m	Cambio de presión en el pozo m [psi]
$\Delta p_{m,n}$	Cambio de presión en el pozo m debido a la producción (o inyección) en el pozo n [psi]
$p_{ws}(t)_a$	Presión estática con efecto de tendencia [psi]
$p_{wf}(t)_a$	Presión de fondo fluyendo con efecto de tendencia [psi]



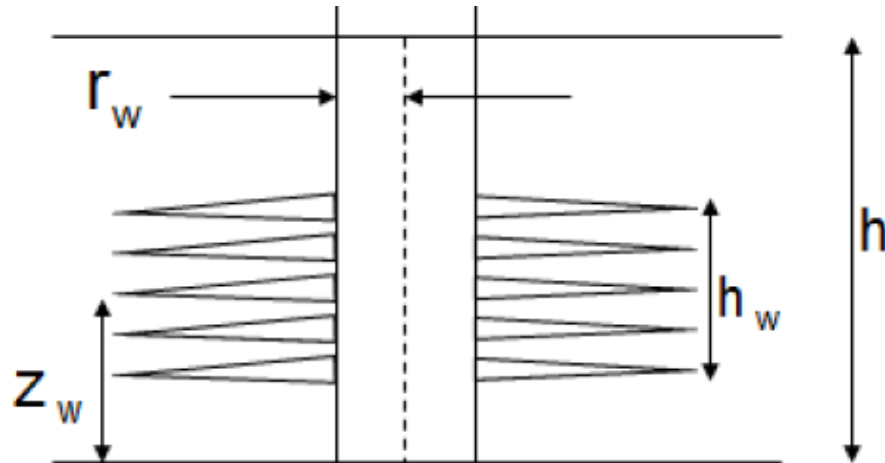
$p'_{ws}(t)$	Presión estática sin efecto de tendencia [psi]
$p'_{wf}(t)$	Presión de fondo fluyendo sin efecto de tendencia [psi]
t_0	Tiempo inicial [hr]
s	Factor de daño
$t\left(\frac{d\Delta p}{dt}\right)$	Función derivada [psi]
$\left(\frac{dp_{wf}}{dt}\right)_s$	Cambio de la presión del pozo durante el periodo de producción bajo un régimen pseudoestacionario $\left[\frac{\text{psi}}{\text{día}}\right]$
$\left(\frac{dp_{ws}}{dt}\right)_s$	Cambio de la presión del pozo durante el periodo de cierre bajo un régimen pseudoestacionario $\left[\frac{\text{psi}}{\text{día}}\right]$
Δp^*	Cambio de presión en el pozo debido a su cierre en una prueba de incremento de presión bajo un régimen pseudoestacionario [psi]
r_e	Radio de drene de un pozo [ft]
t_s	Tiempo de estabilización [días]
p_{prom}	Presión promedio del yacimiento [psi]
$\Delta p_{wf} = p_i - p_{wf}$	Diferencia entre la presión inicial del yacimiento y la presión de fondo fluyendo [psi]
m^*	Pendiente de la tendencia lineal de presión $\left[\frac{\text{psi}}{\text{hr}}\right]$
m	Pendiente de la porción lineal de una gráfica semi-logarítmica (gráfica de Horner) de los datos de presión de una prueba
p^*	Presión con efecto de tendencia [psi]
x_D	Distancia adimensional [ft]
b	Ancho del sistema lineal [ft]
$F(t_D)$	Función del tiempo



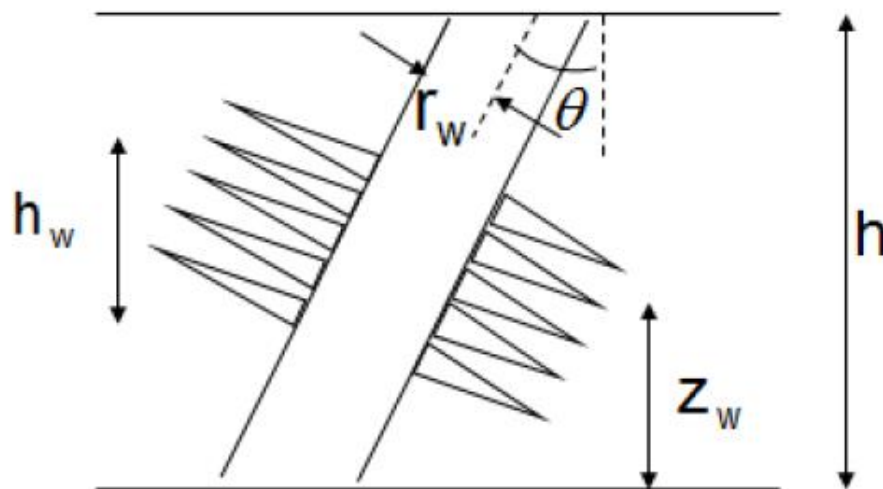
$F(t_{pD})$	Función del tiempo de duración del pulso
m_n	Pendiente de la función derivada de las pruebas de incremento de presión
A_A	Constante
n	Exponente de la geometría de flujo
p_1	Función de influjo $\left[\frac{\text{psi}}{\text{bpd}}\right]$
$\Delta p_1'$	Primera derivada de la función de influjo $\left[\frac{\text{psi}}{\text{hr}}\right]$
$\Delta p_1''$	Segunda derivada de la función de influjo $\left[\frac{\text{psi}}{\text{hr}^2}\right]$
$pmdp$	Función de análisis para pruebas de interferencia
Q	Producción acumulada antes del cierre del pozo [bpd]
x	Distancia [ft]

Anexo A

A.1 Cálculo del pseudodaño por el ángulo de inclinación y penetración parcial de un pozo $s_{\theta+c}$



Esquematación de un pozo vertical y las variables involucradas en el pseudodaño por la inclinación y penetración parcial del pozo (Apuntes de productividad de pozos, 2015)



Esquematación de un pozo inclinado y las variables involucradas en el pseudodaño por la inclinación y penetración parcial del pozo (Apuntes de productividad de pozos, 2015)



La metodología empleada para el cálculo del pseudodaño por efecto del ángulo de inclinación del pozo y penetración parcial, $s_{\theta+c}$, es la siguiente:

1.- Calcular la altura adimensional del yacimiento:

$$h_D = \frac{h}{r_w} \quad (169)$$

2. Calcular la altura adimensional de la parte media de los disparos.

$$z_{wD} = \frac{z_w}{r_w} \quad (170)$$

3.- Calcular la relación entre la altura adimensional de la parte media de los disparos y la altura adimensional del yacimiento:

$$\frac{z_{wD}}{h_D} \quad (171)$$

4.- Calcular la altura adimensional de los disparos.

$$h_{wD} = \frac{h_w}{r_w} \quad (172)$$

5.- Calcular el cociente:

$$\frac{h_{wD} \cos \theta}{h_D} = h'_{wD} \cos \theta \quad (173)$$

6.- Con el ángulo de inclinación del pozo, y con los resultados obtenidos en los puntos 1, 3 y 5, a partir de las Tablas 37 y 38 se obtiene el valor del pseudodaño debido a la inclinación y penetración parcial del pozo, $s_{\theta+c}$.

donde:

r_w es el radio del pozo

h_w es la altura de los disparos

h es el espesor del yacimiento

z_w es la altura de la parte media de los disparos con respecto a la base del yacimiento

h_D es el espesor adimensional del yacimiento



z_{wD} es la altura adimensional de la parte media de los disparos

h_{wD} es la altura adimensional de los disparos

$s_{\theta+c}$ es el pseudodaño debido al ángulo de inclinación y a la penetración parcial de un pozo

Factores de Daño por penetración y desviación ($h_D = 100$)						
θ°	h_D	$\frac{z_{wD}}{h_D}$	$\frac{h_{wD} \cos\theta}{h_D}$	$s_{\theta+c}$	s_c	s_θ
0	100	0.95	0.1	20.810	20.810	0
15				20.385	20.810	- 0.425
30				18.948	20.810	- 1.861
45				16.510	20.810	- 4.299
60				12.662	20.810	- 8.147
75				6.735	20.810	- 14.074
0	100	0.8	0.1	15.809	15.809	0
15				15.449	15.809	- 0.36
30				14.185	15.809	- 1.623
45				12.127	15.809	- 3.682
60				8.944	15.809	- 6.864
75				4.214	15.809	- 11.594
0	100	0.6	0.1	15.257	15.257	0
15				14.898	15.257	- 0.359
30				13.636	15.257	- 1.621
45				11.583	15.257	- 3.674
60				8.415	15.257	- 6.842
75				3.739	15.257	- 11.517
0	100	0.5	0.1	15.213	15.213	0
15				14.854	15.213	- 0.359
30				13.592	15.213	- 1.620
45				11.540	15.213	- 3.673
60				8.372	15.213	- 6.841
75				3.699	15.213	- 11.514
0	100	0.875	0.25	8.641	8.641	0
15				8.359	8.641	- 0.282
30				7.487	8.641	- 1.154
45				5.968	8.641	- 2.673
60				3.717	8.641	- 4.924
75				0.464	8.641	- 8.177
0	100	0.75	0.25	7.002	7.002	0
15				6.750	7.002	- 0.251
30				5.969	7.002	- 1.032



45				4.613	7.002	- 2.388
60				2.629	7.002	- 4.372
75				- 0.203	7.002	- 7.206
0	100	0.6	0.25	6.658	6.658	0
15				6.403	6.658	- 0.249
30				5.633	6.658	- 1.024
45				4.290	6.658	- 2.447
60				2.337	6.658	- 4.320
75				0.418	6.658	- 7.076
0	100	0.5	0.25	6.611	6.611	0
15				6.361	6.611	- 0.249
30				5.587	6.611	- 1.023

Tabla 37 Factores de daño por penetración y desviación, $h_d = 100$ (Modificado de Ramírez, 2008)

Factores de Daño por penetración y desviación ($h_D = 100$)						
θ°	h_D	$\frac{z_{wD}}{h_D}$	$\frac{h_{wD} \cos\theta}{h_D}$	$s_{\theta+c}$	s_c	s_θ
45				4.245	6.611	- 2.365
60				2.295	6.611	- 4.315
75				- 0.451	6.611	- 7.062
0	100	0.75	0.5	3.067	3.067	0
15				2.878	3.067	- 0.189
30				2.308	3.067	- 0.759
45				1.338	3.067	- 1.729
60				- 0.082	3.067	- 3.150
75				- 2.119	3.067	- 5.187
0	100	0.6	0.5	2.430	2.430	0
15				2.254	2.430	- 0.176
30				1.730	2.430	- 0.700
45				0.838	2.430	- 1.592
60				- 0.466	2.430	- 2.897
75				- 2.341	2.430	- 4.772
0	100	0.5	0.5	2.369	2.369	0
15				2.149	2.369	- 0.175
30				1.672	2.369	- 0.697
45				0.785	2.369	- 1.584
60				- 0.509	2.369	- 2.879
75				- 2.368	2.369	- 4.738
0	100	0.625	0.75	0.924	0.924	0
15				0.778	0.924	- 0.145
30				0.337	0.924	- 0.587
45				- 0.411	0.924	- 1.336
60				- 1.507	0.924	- 2.432
75				- 3.099	0.924	- 4.024
0	100	0.5	0.75	0.694	0.694	0
15				0.554	0.694	- 0.139
30				0.134	0.694	- 0.560



45				- 0.581	0.694	- 1.275
60				- 1.632	0.694	- 2.326
75				- 3.170	0.694	- 3.864
0	100	0.5	1	0	0	0
15				- 0.128	0	- 0.128
30				- 0.517	0	- 0.517
45				- 1.178	0	- 1.178
60				- 2.149	0	- 2.149
75				- 3.577	0	- 3.577

Continuación Tabla 37

Factores de Daño por penetración y desviación ($h_D = 1000$)						
θ°	h_D	$\frac{z_{wD}}{h_D}$	$\frac{h_{wD} \cos \theta}{h_D}$	$s_{\theta+c}$	s_c	s_θ
0	1000	0.95	0.1	41.521	41.521	0
15				40.343	41.521	- 1.178
30				36.798	41.521	- 4.722
45				30.844	41.521	- 10.677
60				22.334	41.521	- 19.187
75				10.755	41.521	- 30.766
0	1000	0.8	0.1	35.840	35.840	0
15				34.744	35.840	- 1.095
30				31.457	35.840	- 4.382
45				25.973	35.840	- 9.867
60				18.261	35.840	- 17.599
75				8.003	35.840	- 27.837
0	1000	0.6	0.1	35.290	35.290	0
15				34.195	35.290	- 1.095
30				30.910	35.290	- 4.380
45				25.430	35.290	- 9.860
60				17.710	35.290	- 17.580
75				7.522	35.290	- 27.768
0	1000	0.6	0.1	35.246	35.246	0
15				34.151	35.246	- 1.095
30				30.806	35.246	- 4.380
45				25.386	35.246	- 9.860
60				17.667	35.246	- 17.579
75				7.481	35.246	- 27.765
0	1000	0.5	0.1	15.733	15.733	0
15				15.136	15.733	- 0.597
30				13.344	15.733	- 2.389
45				10.366	15.733	- 5.367
60				6.183	15.733	- 9.550
75				0.632	15.733	- 15.101
0	1000	0.875	0.25	14.040	14.040	0



15				13.471	14.040	- 0.569
30				11.770	14.040	- 2.270
45				8.959	14.040	- 5.081
60				5.047	14.040	- 8.993
75				- 0.069	14.040	- 14.109
0	1000	0.75	0.25	13.701	13.701	0
15				13.133	13.701	- 0.568
30				11.437	13.701	- 2.264
45				8.638	13.701	- 5.063

Tabla 38 Factores de daño por penetración y desviación, $h_d = 1000$ (Modificado de Ramírez, 2008)

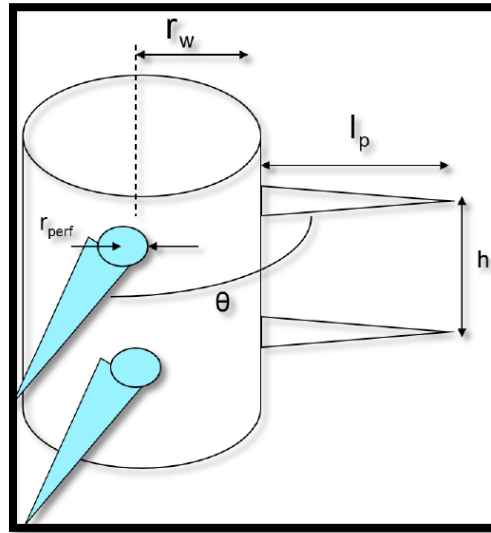
Factores de Daño por penetración y desviación ($h_D = 1000$)						
θ°	h_D	$\frac{z_{wD}}{h_D}$	$\frac{h_{wD} \cos\theta}{h_D}$	$s_{\theta+c}$	s_c	s_θ
60				4.753	13.701	- 8.948
75				- 0.288	13.701	- 13.989
0	1000	0.5	0.25	13.655	13.655	0
15				13.087	13.655	- 0.568
30				11.391	13.655	- 2.264
45				8.593	13.655	- 5.062
60				4.711	13.655	- 8.944
75				- 0.321	13.655	- 13.976
0	1000	0.75	0.5	5.467	5.467	0
15				5.119	5.467	- 0.348
30				4.080	5.467	- 1.387
45				2.363	5.467	- 3.104
60				- 0.031	5.467	- 5.498
75				- 3.203	5.467	- 8.670
0	1000	0.6	0.5	4.837	4.837	0
15				4.502	4.837	- 0.335
30				3.503	4.837	- 1.334
45				1.858	4.837	- 2.979
60				- 0.424	4.837	- 5.261
75				- 0.431	4.837	- 8.268
0	1000	0.5	0.5	4.777	4.777	0
15				4.443	4.777	- 0.334
30				3.446	4.777	- 1.331
45				1.806	4.777	- 2.971
60				- 0.467	4.777	- 5.244
75				- 3.458	4.777	- 8.235
0	1000	0.625	0.75	1.735	1.735	0
15				1.483	1.735	- 0.252
30				0.731	1.735	- 1.004
45				- 0.512	1.735	- 2.247
60				- 2.253	1.735	- 3.988
75				- 4.595	1.735	- 6.330
0	1000	0.5	0.75	1.508	1.508	0
15				1.262	1.508	- 0.246



30				0.528	1.508	- 0.980
45				- 0.683	1.508	- 2.191
60				- 2.380	1.508	- 3.888
75				- 4.665	1.508	- 6.173
0	1000	0.5	1	0	0	0
15				- 0.206	0	- 0.206
30				- 0.824	0	- 0.824
45				- 1.850	0	- 1.850
60				- 3.298	0	- 3.298
75				- 5.282	0	- 5.282

Continuación Tabla 38

A.2 Cálculo del pseudodaño por efecto de los disparos s_p



Esquemización de un pozo y las variables empleadas en el cálculo del pseudodaño por efecto de los disparos (Apuntes de productividad de pozos, 2015)

La metodología empleada para el cálculo del pseudodaño por efecto de los disparos, s_p , es la siguiente:

- 1.- Con la fase angular de las perforaciones (ángulo entre los disparos) θ , obtener el parámetro α_θ a partir de la Tabla 39.
- 2.- Calcular el parámetro de acuerdo al ángulo entre los disparos θ :

$$r'_w(\theta) = \frac{l_p}{4}; \text{ cuando } \theta = 0; \quad \text{o} \quad \alpha_\theta(r_w + l_p); \text{ cuando } \theta \neq 0 \quad (174)$$

- 3.- Calcular el pseudodaño debido al flujo turbulento o laminar en cada uno de los disparos:

$$s_{p1} = \ln\left(\frac{r_w}{r'_w(\theta)}\right) \quad (175)$$

- 4.- Calcular el parámetro h_D :

$$h_D = \frac{h\left(\frac{k_h}{k_v}\right)^{0.5}}{l_p} \quad (176)$$

- 5.- Calcular el parámetro r_{pD} .



$$r_{pD} = r_{perf} \left[\frac{1 + \left(\frac{k_v}{k_h}\right)^{0.5}}{2h} \right] \quad (177)$$

6.- Con la fase angular de las perforaciones (ángulo entre los disparos) θ , obtener los parámetros a_1, a_2, b_1 y b_2 a partir de la Tabla 40.

7.- Calcular los parámetros, a y b como sigue:

$$a = a_1 \log(r_{pD}) + a_2 \quad (178)$$

$$b = b_1 r_{pD} + b_2 \quad (179)$$

8. Calcular el pseudodaño debido a la convergencia del flujo hacia cada disparo:

$$s_{p2} = 10^a h_D^{b-1} r_{pD}^b \quad (180)$$

9.- Con la fase angular de las perforaciones (ángulo entre los disparos) θ , obtener los parámetros c_1 y c_2 a partir de la Tabla 41. Con estos parámetros, calcular el pseudodaño por efecto del pozo en función de la relación del radio de los disparos con el radio del pozo.

$$r_{wD} = \frac{r_w}{l_p + r_w} \quad (181)$$

$$s_{p3} = c_1 e^{c_2 r_{wD}} \quad (182)$$

10.- Calcular el pseudodaño por efecto de los disparos s_p :

$$s_p = s_{p1} + s_{p2} + s_{p3}$$

donde:

s_p es el pseudodaño por efecto de los disparos

s_{p1} es el pseudodaño por flujo turbulento o laminar en cada uno de los disparos

s_{p2} es el pseudodaño debido a la convergencia de flujo hacia los disparos

s_{p3} es el pseudodaño por efecto del pozo



l_p es la longitud de la perforación realizada por el disparo

r_w es el radio del pozo

θ es la fase angular de las perforaciones (ángulo entre los disparos)

h es la distancia entre los disparos

r_{perf} es el radio de la perforación generada por el disparo

k_h es la permeabilidad horizontal

k_v es la permeabilidad vertical

Ángulo entre los disparos	α_θ
0 (360)	0.250
180	0.500
120	0.648
90	0.726
60	0.813
45	0.860

Tabla 39 Dependencia de α_θ sobre la eliminación (Modificado de apuntes de productividad de pozos, 2015)

Ángulo entre los disparos	a_1	a_1	b_1	b_2
0 (360)	-2.0910	0.0453	5.1313	1.8672
180	2.0250	0.0943	3.0373	1.8115
120	-2.0180	0.0634	1.6136	1.7770
90	-1.9050	0.1038	1.5674	1.6935
60	-1.8980	0.1023	1.3654	1.6490
45	-1.7880	0.2398	1.1915	1.6392

Tabla 40 Coeficientes verticales de daño (Modificado de apuntes de productividad de pozos, 2015)

Ángulo entre los disparos	c_1	c_2
0 (360)	0.1600	2.6750
180	0.0260	4.5320
120	0.0066	5.3200
90	0.0019	6.1550
60	0.0003	7.5090
45	0.00005	8.7910

Tabla 41 Valores de c_1 y c_2 (Modificado de apuntes de productividad de pozos, 2015)



Bibliografía

- Ahmed, T., 2006, Reservoir Engineering Handbook, 3a ed., Ed. Elsevier, E. U. A., 1360 p.
- Ahmed, T., Nathan Meehan, D., 2012, Advanced Reservoir Management and Engineering, 2a ed., Ed. Elsevier, E.U.A., 712 p.
- Alcántara, L. F., 2016, Apuntes de Administración Integral de Yacimientos, Facultad de Ingeniería UNAM.
- Arche, A., 2010, Sedimentología “Del proceso físico a la cuenca sedimentaria”, Ed. CSIC, Madrid, España, 1287 p.
- Avendaño Salazar, C. A., 2014, Apuntes de Productividad de Pozos, Facultad de Ingeniería UNAM.
- Bobadilla García, G. E., 2012, Tesis de Licenciatura: Conceptos Básicos de Caracterización Dinámica de Yacimientos, Facultad de Ingeniería UNAM, Cd. Mx., México, 157 p.
- Bourdet, D., 2002, Well Testing and Interpretation, Ed. Elsevier, TX, E.U.A. 224 p.
- Bratton T., Viet Canh, D., Duc, N. V., et al, 2006, La naturaleza de los yacimientos naturalmente fracturados, Schlumberger, 1-22.
- Castro Herrera, I., 2015, Apuntes de Caracterización Dinámica de Yacimientos, 2015, UNAM.
- Cervený, K., Davies, R., Dudley, G., et al, 2005, Menor incertidumbre con el análisis de fallas que actúan como sello, Schlumberger, 1-16.
- Chaudhry, A. U., 2004, Oil Well Testing Handbook, Ed. Elsevier, Houston, TX, E.U.A., 659 p.
- Chávez Morales, S. M., 2006, Tesis de Maestría: “Nueva Metodología para el Análisis de Pruebas de Presión, en Yacimientos Naturalmente Fracturados”, Facultad de Ingeniería UNAM, Cd. Mx., México, 67 p.
- Cinco Ley, H., Macías Chapa, L., Samaniego Verduzco, F., Morales Gil, C., 1990, Analysis of Well Tests Affected by a Pressure Trend, SPE, New Orleans, LA, CA, E.U.A., 1-11.



Cinco Ley, H., Samaniego Verduzco, F., Viturat, D., 1985, Pressure Transient Analysis for High-Permeability Reservoirs, SPE, Las Vegas, NV, E.U.A, 1-10.

Da Prat, G., 1990, Well Test Analysis for Fracture Reservoir Evaluation, Ed. Elsevier, Amsterdam, Holanda, 209 p.

Earlougher, R.C, 1977, Advances in Well Test Analysis, 2a ed., Ed. SPE, Dallas, TX, E.U.A., 264 p.

Economides, M. J., Hill, D., Ehlig Economides, C., Zhu, D., 2013, Petroleum Production Systems, 2a ed., Ed. Person, E. U. A., 611 p.

García Franco, O. L., 2014, Apuntes de Comportamiento de Yacimientos, Facultad de Ingeniería UNAM.

Horne, R. N., 1990, Modern Well Test Analysis, 4a ed., Ed. Petroway, CA, E.U.A, 185 p.

Martell Andrade, B., 2014, Apuntes de Petrofísica y Registros de Pozo, Facultad de Ingeniería UNAM.

Martínez Romero, N., 2007, Tesis de Doctorado: Análisis de Pruebas de Interferencia y Pulsos, Empleando la Teoría de Señales y Métodos Convencionales, Facultad de Ingeniería UNAM, Cd. Mx., México, 252 p.

Matthews, C. S., Russell, D. G., 1967, Pressure Build and Flow Tests in Wells, Ed. SPE, Dallas, TX, E.U.A, 163 p.

Muhammad Junaid, H., 2002, Well Test Interpretation, Ed. Schlumberger, Houston, TX, E.U.A, 122 p.

Paris de Ferrer, M., 2009, Fundamentos de Ingeniería de Yacimientos, Ed. Astros Data, Maracaibo, Venezuela, 561 p.

Ramírez Sabag, J., 2008, Productividad de Pozos, Ed. Facultad de Ingeniería UNAM, Cd. Mx., México, 276 p.

Reyes Castillo, M., 2017, Apuntes de Ingeniería de Yacimientos de Gas, Facultad de Ingeniería UNAM.

Sabido Alcántara, J. C., 2015, Apuntes de Fracturamiento Hidráulico, Facultad de Ingeniería UNAM.

Slider, H. C., 1967, A Simplified Method of Pressure Build Analysis for a Stabilized Well, SPE, Columbus, Ohio, E.U.A., 1-11.



Vázquez Castro, G., 2013, Apuntes de Geología de Yacimientos de Fluidos, Facultad de Ingeniería UNAM.

Villamar Viguera, M. J., 2015, Apuntes de Caracterización Estática de Yacimientos, Facultad de Ingeniería UNAM.