

Universidad Nacional Autónoma de México

FACULTAD DE CIENCIAS

Mezcla inducida por una columna de burbujas en un fluido estratificado: un estudio experimental

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

Licenciada en Ciencias de la Tierra

PRESENTA:

Abril Amezcua Montiel

TUTOR

Dr. Angel Ruiz Angulo



Ciudad Universitaria, Cd. Mx. 2018



Universidad Nacional Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor. Π

Nombre del alumno: Abril Amezcua Montiel Correo electrónico: abril.am@ciencias.unam.mx Universidad Nacional Autónoma de México Facultad de Ciencias Licenciatura en Ciencias de la Tierra Número de cuenta: 413017347. Tutor: Dr. Angel Ruiz Angulo

Jurado:

Presidente: Dra. Claudia Inés Rivera Cárdenas Vocal: Dr. Julián Martínez Mercado Secretario: Dr. Angel Ruiz Angulo Suplente: Dr. Carlos Alberto Palacios Morales Suplente: Dra. Elsa Arellano Torres Π

Agradecimientos Institucionales

Agradezco la oportunidad de realizar esta tesis dentro del Centro de Ciencias Atmosféricas (CCA) de la Universidad Nacional Autónoma de México bajo la asesoría del Dr. Angel Ruiz Angulo. Al programa UNAM-DGAPA-PAPIIT IN109918 por su apoyo parcial a esta investigación y al Apoyo especial del fondo IE CCA para mi titulación.

El apoyo en infraestructura, instrumentos y recomendaciones del Dr. José Roberto Zenit Camacho del Instituto de Investigación en Materiales. A los doctores Paolo Luzzatto-Fegiz y Marco Carminati de la *University of South Carolina Beaufort* por donarnos los sensores de conductividad.

Al Ing.Alfredo Rodríguez Manjarrez y Victor García Medina por su apoyo en la creación y reparación de equipo necesarios para realizar experimentos de este trabajo.

Y a los miembros de mi jurado, Dra. Claudia Inés Rivera Cárdenas (presidente), Dr. Julián Martínez Mercado (vocal), Dr. Carlos Alberto Palacios Morales (suplente I) y la Dra. Elsa Arellano Torres (suplente II), por sus comentarios, correcciones y aportaciones críticas que permitieron culminar este trabajo.

Agradecimientos Personales

Elaborar una investigación experimental no habría sido posible sin el apoyo de mi asesor y mis compañeros de laboratorio. A mi asesor el Dr. Angel Ruiz Angulo agradezco por su paciencia en la elaboración de esta tesis. Sus comentarios y ayuda fueron fundamentales para desarrollar este trabajo. También agradezco a mis compañeros de laboratorio Andrea Burgos Cuevas, Claudio Marcelo Pierard Manzano, Daniel Robles Muñoz y Óscar Esli Jurado de Larios por su ayuda a realizar experimentos y pasar tan buenos ratos. A Víctor García por siempre estar dispuesto a conseguir, arreglar, diseñar y hacer lo que fuera necesario en el laboratorio.

A Andrea Burgos Cuevas por sus apoyo y ánimos durante la tesis, pero sobre todo, por brindarme su amistad y haber compartido tantas experiencias juntas (extrañaré la hora de las *carmelitas*). A Omar Recillas Ayala, por darme tantas oportunidades para construir y desarrollar mi tesis mientras trabajaba a su lado.

Agradezco haber tenido tan buenos amigos durante la carrera que siempre me alentaron a seguir adelante (y aguantarme jeje): Jorge Luis García Franco, Guillermo Arturo Ortíz Joya y Jazmín Rodgríguez Gómez. Espero que nuestra amistad trascienda el espacio y tiempo. Donde sea que se encuentren, una Abril los querrá. También a Marco Antonio Díaz Villarreal por escucharme y darme cariño siempre que lo necesite.

Por último, sin ser menos importante. No hubiera tenido la oportunidad de lograr nada de esto si no fuera gracias a mis padres por permitirme esta experiencia. Gracias por todo su apoyo, amor y consejos.

Resumen

Se estudia experimentalmente el proceso de mezcla inducida por un flujo de burbujas ascendiendo a través de una columna de agua con un salto en la densidad estáticamente estable. El sistema consta de dos estratos de fluidos newtonianos, miscibles y en reposo, separados por una interfaz nítida. El estrato inferior es una mezcla de agua-sal y el estrato superior sólo contiene agua. Un flujo de gas es inyectado desde el fondo a través de un banco de capilares para crear una pluma de burbujas controlada en la columna de agua. El propósito, es observar la evolución de la densidad en los estratos en el tiempo para un flujo de burbujas específico con la finalidad de cuantificar la tasa de mezcla. Para ello, se varió el flujo de gas inyectado, mientras se mantuvo sin alteración significativa el tamaño de las burbujas y el contraste de densidades entre ambos estratos.

Cuando las burbujas atraviesan la interfaz arrastran fluido denso al fluido superior menos denso generando inestabilidades hidrodinámicas que facilitan que los líquidos se mezclen. Este proceso induce energía mecánica turbulenta que se traduce como difusión turbulenta. Para caracterizar el flujo se obtuvieron secuencias de imágenes de las burbujas con una cámara de alta velocidad. La evolución temporal de la densidad se midió con sensores de conductividad, un sensor en cada estrato equidistantes de la interfaz. Una vez obtenidos estos datos se calibraron y analizaron para crear secuencias de tiempo-densidad. Los resultados obtenidos muestran que a mayor flujo de burbujas menor será el tiempo de mezcla, también muestran que los estratos no se mezclan simétricamente durante el periodo transitorio de este proceso. Finalmente, se sugiere la existencia de al menos dos regímenes de mezcla turbulenta.

Índice general

1.	. Introducción												
	1.1. El océano y las filtraciones de metano	2											
	1.2. Física de burbujas	8											
	1.3. Estratificación y difusión turbulenta	13											
2.	Metodología	18											
	2.1. Arreglo experimental	18											
	2.2. Instrumentos	19											
	2.3. Procesamiento de imágenes y datos	21											
	2.4. Tasa de Mezcla	22											
	2.5. Análisis adimensional	26											
3.	Resultados y análisis												
	3.1. Características del sistema	28											
	3.2. Estadísticas de la columna de burbujas	29											
	3.3. Variación temporal de la densidad	35											
4.	Conclusiones	41											

Índice de figuras

1.1.	Esquema idealizado del océano y sus zonas según la cantidad de luz incidente: eufótica,	
	disfótica y afótica. Se visualizan los organismos más representativos de cada zona.	3
1.2.	Panel izquierdo: perfil generalizado de temperatura para latitudes templadas. La línea	
	sólida muestra las condiciones de invierno con una capa de mezcla superficial por encima	
	de la termoclina permanente y las líneas punteadas representa la termoclina en primavera	
	y verano. Panel derecho: perfil generalizado de densidad para latitudes templadas (Lalli	
	and Parsons, 1997)	4
1.3.	Distribución vertical de temperatura, oxígeno y nutrientes (fosfato y nitrato) para el	
	océano Pacífico, Atlántico e Índico en función de la profundidad (J Floor)	4
1.4.	Esquema idealizado del océano y los procesos que contribuyen a mezclar la columna de	
	agua (MacKinnon, 2013)	5
1.5.	Abundancia relativa de luz (área sin sombrear) y nutrientes (área sombreada) en la su-	
	perficie del océano y el cambio estacional de productividad primaria (fitoplancton) para	
	tres latitudes (Lalli and Parsons, 1997)	6
1.6.	Visualización en 3D de una filtración de metano correspondiente al sitio GC600 en el	
	Golfo, obtenido con un AUV dentro de la consorcio ECOGIG (Ecosystem Impact of Oil	
	and Gas Inputs to the Gulf) (Mitchell et al., 2017).	7
1.7.	Perfiles verticales de concentración de clorofila (a), nitratos más concentración de nitra-	
	tos (b) y temperatura (c) en la región del GC600. En color rojo se representa el promedio	
	sobre las filtraciones y la línea azul corresponde al promedio de perfiles sin filtraciones.	
	(D'souza et al., 2016)	8
1.8.	Diagrama de fuerzas actuando en una burbuja idealizada ascendente en un líquido viscoso.	9

 1.9. La Figura (a) es un gráfico de resultados experimentales de la relación de aspecto, χ, en función del número de Weber de las burbuja, We. La Figura (b) se muestra la velocidad terminal, U, de burbujas ascendentes como función del diámetro, d. Los símbolos + y ∘ corresponden al método " gentle-push method" con diámetros de tubos capilares de d_i = 0,0267 y 0,120cm respectivamente. El símbolo △ pertence al método similar para generar burbujas usado en este trabajo, (ver Capítulo 2), para una sola burbuja con diámetros del tubo capilar en un intervalo de 0,031 – 0,044cm (Wu and Gharib, 2002). 	
describen en el Capítulo 2	11
 1.10. Trayectorias de burbujas esféricas y elipsoidales para diferentes diámetros (d). Las filas (a) y (b) son burbujas con forma elipsoidal y las burbujas quasi-esféricas se encuentran en las filas (c) y (d). Para ambos casos se muestra una vista superior y una interpretación 	
tridimensional (Wu and Gharib, 2002)	12
1.11. Diagrama idealizado de estratificaciones estables para la altura en función de la densidad.	
panel derecho con variación continua de la densidad (Díaz-Damacillo, 2016).	13
1.12. Esquema de el proceso de deformación de el fluido circundante ante el paso de una	
burbuja. Se ilustra el volumen arrastrado y componentes del reflujo	14
diendo. El mapa relaciona Re vs <i>chi</i> Dominio de existencia de remolinos persistentes	1.5
debajo de una burbuja. Donde $\chi = d_M/d_m$ (Blanco and Magnaudet, 1995)	15
(Thiffeault, 2010)	16
2.1. Esquema del arreglo experimental con sus medidas en centímetros. Se ilustra en rojo el líquido con densidad ρ_2 y en azul ρ_1 . Para todos los experimentos, $\rho_2 > \rho_1$. Se ilustra	•
también un detalle del banco de capilares que funge como generador de burbujas	20 21
 2.2. Potograna de la camara rapida PHANTOM MIRO M320S (Ametex (k)). 2.3. Procesamiento de las series de tiempo de la densidad. Los datos azúl y rojo correponden a los sensores 1 y 2 respectivamente. Los primeros dos paneles son los datos calibrados según su densidad para cada uno de los sensores. En el tercer panel se muestran los datos sin el choque de burbujas. En el cuarto panel son los datos al quitarle la tendencia de 	21
aumento constante de los sensores. Y en los últimos dos paneles son las gráficas de la	-
anomalías y un acercamiento a la parte de decaimiento	24

ÍNDICE DE FIGURAS

2.4.	Esquema representativo del algoritmo para obtener las trayectorias, tamaño y velocidad de las burbujas ascendiendo en la columna de agua.	26
3.1.	Series de densidad en función del tiempo de los sensores 1 y 2 (azúl y rojo) y su anomalía	
	para los experimentos correspondientes a un flujo de gas $Q = 8mm^3$	37
3.2.	eries de densidad en función del tiempo de los sensores 1 y 2 (azúl y rojo) y su anomalía	
	para los experimentos correspondientes a un flujo de gas $Q = 10mm^3$	38
3.3.	Series de densidad en función del tiempo de los sensores 1 y 2 (azúl y rojo) y su anomalía	
	para los experimentos correspondientes a un flujo de gas $Q = 12mm^3$	39

Índice de cuadros

3.1.	Resumen de los parámetros medidos y derivados para los experimentos reportados en	
	esta tesis. Donde Q es el flujo de gas, y n_b es el número de burbujas dentro del volumen	
	de control: un rectángulo de 7×3 cm, donde se realizaron las mediciones de las burbujas.	30
3.2.	Imagen representativa de las burbujas e histogramas del diámetro equivalente y velocidad	
	de la burbuja correspondientes a un flujo de gas $Q = 8mm^3/s$ de las series "bb_050",	
	"bb_051" y "bb_052"	32
3.3.	Imagen representativa de las burbujas e histogramas del diámetro equivalente y velocidad	
	de la burbuja correspondientes a un flujo de gas $Q = 10mm^3/s$ de las series "bb_053",	
	"bb_054" y "bb_055"	33
3.4.	Imagen representativa de las burbujas e histogramas del diámetro equivalente y velocidad	
	de la burbuja correspondientes a un flujo de gas $Q = 12mm^3/s$ de las series "bb_056",	
	"bb_057" y "bb_058"	34
3.5.	Tiempo característico de decaimiento, $\tau *$ para los sensores 1 y 2 (por debajo y arriba de	
	la interfaz). $\tau * = \tau / t_m \dots \dots$	40

ÍNDICE DE CUADROS

Capítulo 1

Introducción

En el océano, las filtraciones de hidrocarburos pueden presentarse de diferentes formas; entre ellas, existen columnas de burbujas que en su movimiento ascendente modifican la estratificación natural del océano. Esta modificación influye en variables como la temperatura, salinidad, oxígeno disuelto e inclusive nutrientes; éstos últimos, básicos en la cadena eutrófica dentro de la columna de agua. Inspirados en este proceso, el objetivo principal de este trabajo es producir un modelo experimental con la intención de obtener las relaciones causales entre un flujo de burbujas en una ambiente estratificado y estimar la tasa de mezcla.

En este primer capítulo se expone la importancia del estudio de la mezcla vertical por un flujo de burbujas en el océano, los antecedentes experimentales a éste trabajo y finalmente, se describen los principios básicos que están asociados a estos procesos.

1.1. El océano y las filtraciones de metano

Los océanos conforman una gran masa de agua que puede ser descrita desde muchos puntos de vista. Por ejemplo, en base a los cambios de parámetros ambientales que existen dentro de la columna vertical, e.g. luz, presión, salinidad, temperatura, permiten establecer diferentes intervalos de profundidad con características ambientales distintivas denominadas **zonas** (Lalli and Parsons, 1997).

Tres zonas ecológicas en la columna de agua son definidas por su penetración relativa de luz en el océano (Figura 1.1). La zona eufótica es la zona más cercana a la superficie, se caracteriza por tener del 100% al 1% de la radiación incidente de luz, la cual es necesaria para poder mantener la producción del fitoplancton marino (organismos fotosintéticos). Dependiendo de las partículas suspendidas en el agua, esta zona se extiende desde unos metros de profundidad en zonas turbias hasta 200m en ma-

1.1. EL OCÉANO Y LAS FILTRACIONES DE METANO



Figura 1.1: Esquema idealizado del océano y sus zonas según la cantidad de luz incidente: eufótica, disfótica y afótica. Se visualizan los organismos más representativos de cada zona.

sas de agua sumamente claras. La zona disfótica se encuentra por debajo de la eufótica con el 1% de radiación remanente. Algunos peces e invertebrados habitan aquí, pero no hay suficiente luz para mantener la producción de fitoplancton. Por último, en la zona afótica no hay luz capaz de detectarse por ningún organismo biológico y los seres vivos que habitan en esta zona se mantendrán principalmente de organismos que caen de la superficie (Lalli and Parsons, 1997).

El fitoplancton es la base de la red alimenticia y la fuente principal de oxígeno disuelto en el océano. A su vez, este depende de la concentración de nutrientes esenciales, e.g. nitratos y fosfatos, los cuales se encuentran en mayor abundancia en el fondo. Es decir, la zona eufótica abunda en oxígeno disuelto pero escasea de nutrientes disponibles, que es el caso contrario de las zonas inferiores (Figura 1.3). Los gradientes verticales de temperatura (termoclina) y densidad (haloclina) que resultan en gradientes de densidad son los responsables en estratificar las masas de agua en el Océano (Figuras 1.2). Este contraste de densidades es el que actúa como una barrera natural a la mezcla vertical de las masas de agua (Lalli and Parsons, 1997).

Esta barrera entre las masas de agua limita la mezcla vertical, es decir, el intercambio de agua del fondo con la superficie y viceversa. Consecuentemente, el fitoplancton de la superficie no recibe todos los nutrientes que se encuentran en el fondo y los seres vivos del fondo no disponen del oxígeno disuelto de la superficie. Dentro del océano existen varios procesos de mezcla que contribuyen a man-



Figura 1.2: Panel izquierdo: perfil generalizado de temperatura para latitudes templadas. La línea sólida muestra las condiciones de invierno con una capa de mezcla superficial por encima de la termoclina permanente y las líneas punteadas representa la termoclina en primavera y verano. Panel derecho: perfil generalizado de densidad para latitudes templadas (Lalli and Parsons, 1997).



Figura 1.3: Distribución vertical de temperatura, oxígeno y nutrientes (fosfato y nitrato) para el océano Pacífico, Atlántico e Índico en función de la profundidad (J Floor).

tener la circulación oceánica vertical. Algunos de estos procesos son: el calentamiento y enfriamiento de la superficie, los forzamientos atmosféricos, i.e vientos en la superficie, mezcla por mareas, doble convección-difusión y los procesos asociados a la interacción con el fondo (Figura 1.4). Estos procesos dependen, entre muchos factores, de la estación del año y la latitud terrestre (Lalli and Parsons, 1997; Katija, 2012; MacKinnon, 2013).





Por ejemplo, en los polos hay menor cantidad de oxígeno disuelto que en los trópicos, cual caso contrario para los nutrientes, mientras hay mayor cantidad de nutrientes en los trópicos, en los polos escasean de estos (Figura1.5). Como el crecimiento del fitoplancton depende principalmente de ambos factores, la variación latitudinal y estacional se verá reflejado en su abundancia. En regiones polares,

ocurre sólo un pico de abundancia de fitoplancton durante el verano cuando la luz es suficiente para el desarrollo de la productividad primaria. En latitudes medias generalmente la productividad primaria es máxima en primavera y en otoño cuando la combinación de luz y concentración de nutrientes permite el florecimiento de fitoplancton. En cambio, en los trópicos, donde el intenso calentamiento de la superficie produce una termoclina permanente, el fitoplancton estará limitado de nutriente durante todo el año, a lo que se expresa como pequeñas e irregulares fluctuaciones de producción primaria (Lalli and Parsons, 1997).



Figura 1.5: Abundancia relativa de luz (área sin sombrear) y nutrientes (área sombreada) en la superficie del océano y el cambio estacional de productividad primaria (fitoplancton) para tres latitudes (Lalli and Parsons, 1997).

Tanto en el océano como en aguas epicontinentales, las filtraciones de gas natural rompen con la estratifación permitiendo la mezcla vertical. Estas filtraciones se forman en la subsuperficie del fondo marino/lacustre de manera natural (Etiope, 2015). En particular, las filtraciones de petróleo (*oil seeps*) se

1.1. EL OCÉANO Y LAS FILTRACIONES DE METANO

pueden encontrar a más de 2,000 *m* de profundidad y pueden emitir repetidamente plumas de petróleo e hidrocarbonos del orden de 10^8 litros de petróleo al año (Figura 1.6). Así mismo, se ha reportado que en el Golfo de México las plumas de hidrocarburos llegan a extenderse en la superficie del océano hasta 3km de radio en relación con su origen en el fondo marino (D'souza et al., 2016).



Figura 1.6: Visualización en 3D de una filtración de metano correspondiente al sitio GC600 en el Golfo, obtenido con un AUV dentro de la consorcio ECOGIG (*Ecosystem Impact of Oil and Gas Inputs to the Gulf*) (Mitchell et al., 2017).

Las filtraciones de gas natural son un caso de flujos de burbujas de flujos multifásicos. La lluvia, la nieve, la niebla, las avalanchas, el transporte de sedimentos en ríos, y los deslizamientos de tierra son ejemplos de otros flujos multifásicos. El término *flujo multifásicos* se refiere a cualquier flujo de dos o más fases/componentes (gas, líquido, sólido y plasma) (Brennen, 2005). En los flujos bifásicos se distinguen sólo dos fases: la fase dispersa y la fase continua. Existe un amplio intervalo de clasificación de los flujos bifásicos dependiendo de las características de cada fase. En el flujo de burbujas (fase dispersa) en un líquido (fase continua) se caracteriza por el ascenso de un número finito de burbujas por influencia de la gravedad en un volumen liquido (Brennen, 2005; Clift et al., 2005; Avdeev, 2016).

La distribución e interacción entre las plumas ascendentes de hidrocarburos y la columna de agua es compleja (Leifer et al., 2000). Se ha reportado que las burbujas formadas por los hidrocarburos inducen

mezcla turbulenta y arrastran parcelas del fluido adyacente, contribuyendo al transporte y mezcla de la columna de agua. Las burbujas en su movimiento ascendente arrastran parcialmente volúmenes de agua del fondo a la superficie; este movimiento contribuye potencialmente al arrastre de nutrientes (Leifer et al., 2000; Leifer and Clark, 2002; Fernando, 2012). El agua de fondo, más densa, se mezcla parcialmente con las masas de agua en sus alrededores y aquella que no se mezcla se hunde arrastrando agua superficial (Leifer et al., 2000).

A partir de estudios en el Golfo de México se sabe que en comparación a los sitios sin filtraciones, hay el doble en promedio de clorofila (indicador de presencia de fitoplancton) en zonas con filtraciones de hidrocarburos, una elevada concentración de nutrientes entre los 50 y 200 m y agua más fría entre los 50 y 1,000 m de profundidad (Figura 1.7). Estas observaciones demuestran, como antes se había sugerido, que el incremento de clorofila es atribuible a la elevada concentración de nutrientes que pudieron haber sido arrastrados desde el fondo y las bajas temperaturas es otra prueba de ello (D'souza et al., 2016).



Figura 1.7: Perfiles verticales de concentración de clorofila (a), nitratos más concentración de nitratos (b) y temperatura (c) en la región del GC600. En color rojo se representa el promedio sobre las filtraciones y la línea azul corresponde al promedio de perfiles sin filtraciones. (D'souza et al., 2016).

1.2. Física de burbujas

Con el propósito de explicar los mecanismos asociados a burbujas ascendentes bajo la influencia de la gravedad en un líquido, se analiza este sistema por medio de un balance de fuerzas. En general, un cuerpo

1.2. FÍSICA DE BURBUJAS

ascendiendo dentro de un fluido viscoso bajo la influencia de la gravedad alcanza una velocidad constante denominada velocidad terminal (Haberman and Morton, 1953). Al alcanzar la velocidad terminal, la aceleración es nula y consecuentemente, las fuerzas que actúan sobre la burbuja están en equilibrio. Matemáticamente, se puede expresar como:

$$\Sigma F = \frac{\partial \rho U_b}{\partial t}; \quad \frac{\partial U_b}{\partial t} = 0, \tag{1.1}$$

$$\Sigma F = 0, \qquad (1.2)$$

$$Arrastre + Flotabilidad + Peso = 0. (1.3)$$

Donde ρ es la densidad del fluido y U_b la velocidad de la burbuja.

Particularmente, para el caso de una burbuja simplificada, como se muestra en la Figura 1.8, donde se dibuja un diagrama de cuerpo libre indicando las fuerzas que actúan sobre una burbuja ascendente que ha alcanzado ya su velocidad terminal.



Figura 1.8: Diagrama de fuerzas actuando en una burbuja idealizada ascendente en un líquido viscoso.

La velocidad terminal de las burbujas, es decir, cuando la velocidad es cercana a un valor constante, es alcanzada cuando existe un balance entre la flotabilidad y las fuerzas de arrastre, para el caso de una burbuja se desprecia su peso. En este caso se tendría (Liu et al., 2016):

$$(\rho_l - \rho_b)g \,\frac{\pi d^3}{6} = C_D \frac{1}{2} \,\rho_l \, U_{bT}^2 \,\frac{\pi d^2}{4}. \tag{1.4}$$

Donde ρ_l y ρ_b son las densidades del líquido y la burbuja respectivamente, g es la aceleración de la gravedad en la Tierra, d el diámetro de la burbuja, C_D el coeficiente de arrastre y U_{bT} la velocidad terminal de la burbuja. Resolviendo la ecuación 1.4, se obtiene:

$$U_{bT} = \sqrt{\frac{4d(\rho_l - \rho_b)g}{3\rho_l C_D}}.$$
(1.5)

Por consiguiente, la velocidad terminal de ascenso de una burbuja puede ser obtenida resolviendo la ecuación (1.5) cuando el coeficiente de arrastre es conocido.

El coeficiente de arrastre, C_D , para esferas sólidas con un Reynolds de 100 < Re < 800 es (Kelbaliyev, 2011):

$$C_D = \frac{6.1}{Re^{0.38}} \tag{1.6}$$

Este se ha determinado empíricamente para burbujas y se puede expresar como (Magnaudet and Eames, 2000):

$$C_D = \frac{48}{Re},\tag{1.7}$$

$$C_D = \frac{48}{Re} \left(1 - \frac{2,21}{Re^{1/2}} \right) + O(Re^{-11/6}), \quad \text{corrección de Moore (1963)}.$$
(1.8)

Existen simulaciones numéricas para burbujas cuasi-esféricas que revelan una excelente correlación con la ecuación (1.8) para $Re \ge 50$. El movimiento de una burbuja de gas difiere del movimiento de una partícula sólida con el mismo volumen y masa. El líquido que pasa alrededor de la burbuja inicia la circulación del fluido interno de la burbuja y además distorsiona la forma esférica de la burbuja (Magnaudet and Eames, 2000; Kelbaliyev, 2011).

El trayecto de una burbuja ascendente se vuelve inestable cuando, para grandes números de Reynolds la burbuja rebasa un valor crítico a partir del cual se generan inestabilidades que inducen fuerzas horizontales en la burbuja; esto causa el movimiento a los lados que caracteriza una trayectoria inestable (Zenit and Magnaudet, 2009). El valor crítico varía según las propiedades físicas del líquido en el que se desplaza la burbuja. Por ejemplo, en agua de la llave, con una tensión superficial 72,75 $10^{-3}N/m$,



Figura 1.9: La Figura (a) es un gráfico de resultados experimentales de la relación de aspecto, χ , en función del número de Weber de las burbuja, *We*. La Figura (b) se muestra la velocidad terminal, *U*, de burbujas ascendentes como función del diámetro, *d*. Los símbolos + y \circ corresponden al método " *gentle-push method*" con diámetros de tubos capilares de $d_i = 0,0267$ y 0,120cm respectivamente. El símbolo Δ pertence al método similar para generar burbujas usado en este trabajo, (ver Capítulo 2), para una sola burbuja con diámetros del tubo capilar en un intervalo de 0,031 - 0,044cm (Wu and Gharib, 2002). La región punteada roja, –, muestra los datos utilizados en este trabajo y sus detalles se describen en el Capítulo 2.

sus valores críticos son: $r_b = 0.63cm$, U = 15.4cm/s, Re = 206 y We = 0.484 (Hartunian and Sears, 1957). En cambio, estos valores para agua hiper-limpia son: $r_b = 0.091cm$, U = 364.4cm/s, Re = 660 y We = 3.3 (Duineveld, 1995; Magnaudet and Eames, 2000).

Se ha demostrado experimentalmente que existen principalmente dos formas de burbujas: esféricas y elipsoidales (Wu and Gharib, 2002). Entre mayor sea el número de Weber, $We = 2\rho U^2/\sigma$, la forma de la burbuja tenderá a elipsoidal (Figura 1.9a). Donde ρ es la densidad del agua, U la velocidad de la burbuja y σ es la tensión superficial del agua. A su vez, el ascenso de una burbuja tiene diferentes trayectos y velocidad dependiendo de su diámetro (Figura 1.9b). Cuando el diámetro de las burbujas es menos de 0.13 a 0.18cm, su trayecto es recto, pero tiene un trayecto en forma de zigzag o helicoidal para burbujas más grandes (Wu and Gharib, 2002).Estos resultados son parecidos al experimento presentado en la Figura 1.10. La transición de una trayectoria helicoidal a zigzag se observa al incrementar el tamaño de la burbuja (Magnaudet and Eames, 2000).



Figura 1.10: Trayectorias de burbujas esféricas y elipsoidales para diferentes diámetros (*d*). Las filas (a) y (b) son burbujas con forma elipsoidal y las burbujas quasi-esféricas se encuentran en las filas (c) y (d). Para ambos casos se muestra una vista superior y una interpretación tridimensional (Wu and Gharib, 2002).



Figura 1.11: Diagrama idealizado de estratificaciones estables para la altura en función de la densidad. En el panel izquierdo, es una estratificación con variación abrupta de la densidad y en el panel derecho con variación continua de la densidad (Díaz-Damacillo, 2016).

1.3. Estratificación y difusión turbulenta

Un fluido estratificado es aquel que varía su densidad en dirección opuesta a la gravedad (Long, 1959). La variación de densidad estable puede darse de manera abrupta o continua (Figura 1.11). Un sistema con variación abrupta de densidad se caracteriza por interfaces definidas que dividen cada estrato. En el caso de la variación continua, el cambio de densidad se da gradualmente y no se pueden distinguir estratos (Díaz-Damacillo, 2016).

Las burbujas son especialmente buenas mezclando sistemas estratificados. La mezcla esta caracterizada, en este caso, por el cambio de densidad de un fluido. Al ascender las burbujas en una columna de agua origina diferentes procesos que inducen a la mezcla vertical: arrastre y difusión turbulenta del fluido circundante. El arrastre se caracteriza por arrastra un volumen de fluido hacia arriba que genera un volumen negativo o reflujo, requerido por conservación de masa (Figura 1.12).Este proceso modifica permanentemente la distribución espacial de las partículas materiales del fluido (Darwin, 1953; Magnaudet and Eames, 2000).

Uno de los aspectos más interesantes de un flujo con *Re* alto alrededor de una burbuja recae en la posibilidad de encontrar el ascenso de una estela de remolinos detrás de la burbuja (Magnaudet and



Figura 1.12: Esquema de el proceso de deformación de el fluido circundante ante el paso de una burbuja. Se ilustra el volumen arrastrado y componentes del reflujo.



Figura 1.13: Mapa de las regiones donde existen remolinos estacionarios detras de burbujas ascendiendo. El mapa relaciona Re vs *chi* Dominio de existencia de remolinos persistentes debajo de una burbuja. Donde $\chi = d_M/d_m$ (Blanco and Magnaudet, 1995).

Eames, 2000). El mecanismo de formación de remolinos depende de la competencia entre la tasa de producción de vorticidad en la superficie de la burbuja y la tasa en la que es advectada esta vorticidad. En la Figura 1.13 se aprecian las regiones donde de la existencia de remolinos y χ y *Re*. El número de Reynolds y la relación de aspecto (χ) incrementan al aumentar el diámetro de la burbuja. Aunque se debe tomar en cuenta que para números altos de *Re* los remolinos dejan de depender de él (Blanco and Magnaudet, 1995; Magnaudet and Eames, 2000; Kolev, 2009; Alméras et al., 2015).

Los remolinos formados generalmente son inestables en sí mismos y por efecto de la interacción entre ellos tienden a dividirse en remolinos más pequeños que a su vez se vuelven a dividir. Este proceso de rompimiento se sigue produciendo en una cascada de energía, lo que lleva a que coexistan una gran variedad de escalas correspondientes a distintos tamaños de remolinos que conforman la turbulencia (Bailly and Comte-Bellot, 2003). En todo este proceso, los remolinos advectan el fluido a su alrededor y forman delgados filamentos que exhiben un gradiente de concentración mucho más grande que el inicial (Figura 1.14.a). El proceso de división de los remolinos seguirá ocurriendo hasta que su *Re* no

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN



Figura 1.14: Escenario típico de mezcla en la que una parcela de fluido es advectado a filamentos (Thiffeault, 2010).

sea suficientemente alto como para que la inestabilidad persista. Cuando los filamentos se hacen los suficientemente finos (Figura 1.14.b), la disminución de tamaño de los remolinos consigue aumentar los gradientes de velocidad para permitir el paso de energía cinética turbulenta a la disipación viscosa o difusión molecular. A todo este proceso se le llama difusión turbulenta (Nieuwstadt et al., 2016).

La difusión turbulenta es el principal proceso responsable de la mezcla entre dos líquidos miscibles forzado por en una columna de burbujas(Alméras et al., 2015). La mezcla esta caracterizada por el cambio de concentración, c, de un fluido. Este cambio puede describirse con la ecuación de advección-difusión turbulenta en ausencia de fuentes y sumideros:

$$\frac{Dc}{Dt} = \kappa \nabla^2 c, \tag{1.9}$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla c = \kappa \nabla^2 c \tag{1.10}$$

La Ecuación 1.9 describe cómo un material es transportado desde un punto de vista Euleriano (o continuo), donde **u** es el vector velocidad y κ el **coeficiente difusión turbulenta** invariante en el espacio. Despreciando los términos advectivos de la Ecuación 1.10 y ya que el proceso de mezcla es principalmente vertical, es decir despreciando los procesos horizontales, podemos enfocarnos únicamente en c(z,t) resultando en:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = w \frac{\partial c}{\partial z} + \kappa \frac{\partial^2 c}{\partial z^2}.$$
(1.11)

El valor del coeficiente de difusión turbulenta nos indica que tan intensa es la mezcla turbulenta en el sistema, mayor sea κ , mayor será la mezcla. Por ejemplo, a partir de observaciones y trabajos teóricos a

1.3. ESTRATIFICACIÓN Y DIFUSIÓN TURBULENTA

nivel global, se estima que la difusión turbulenta vertical en el interior del océano, alejado de la superficie y el fondo (1 - 4km), es de $10^{-4}m^2s^{-1}$ y del orden de $10^{-5}m^2s^{-1}$ cerca de la superficie. La mezcla en los primeros metros de profundidad podría derivarse principalmente del movimiento en capas de misma densidad que de la mezcla turbulenta a través de ellas (Garrett, 1993).

Aunque las cifras den la apariencia de que la turbulencia tiene poco efecto en la mezcla, es considerable decir que las condiciones en que se encuentra el océano actual serían distintas sin el efecto de la turbulencia. El proceso de mezcla en la columna vertical del agua, dispone de nutrientes al plancton y oxígeno a los organismos del fondo; además favorece el flujo de calor tanto en el interior como fuera del océano creando un reservorio de energía que rige el clima. Además es responsable de romper la permanente picnoclina que separa agua fría del fondo originada en los polos de la superficie (Caldwell and Mourn, 1995).

La turbulencia es básicamente transferencia de energía de escalas grandes a escalas pequeñas y esto ocurre principalmente vía inestabilidades. El parámetro principal que controla la creación de inestabilidades y por lo tanto turbulencia en la interfaz de los fluidos miscibles, es el *número de Richardson*. Este parámetro adimensional relaciona la resistencia de un fluido estratificado a ser mezclado, N^2 , con un forzamiento denominado cizalla, $\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2$.

Para experimentos de laboratorio, es común utilizar el número de Richardson definido en términos del grosor interfaz inicial, δz , el contraste de densidad en la interfaz, $\Delta \rho$, y de la velocidad a través de la interfaz, U, Cisneros-Aguirre et al. (2001) de manera que:

$$Ri = \frac{-\frac{g}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial z}}{\left[\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial z}\right]^2} \sim \frac{g\Delta\rho\delta z}{\rho U^2}.$$
(1.12)

Si *Ri* es menor a la unidad, la estratificación o la resistencia de un sistema estáticamente estable no es tan importante y tiende a homogeneizar el sistema. En cambio si *Ri* es mayor a uno, la estratificación es dominante, es decir, la energía mecánica en forma de cizalla, no es suficiente para homogeneizar los fluidos.

Capítulo 2

Metodología

Con el objetivo de encontrar la capacidad de mezcla de un flujo de burbujas en un líquido estratificado y también cuantificar la mezcla turbulenta asociada, se realiza una serie de pruebas experimentales. En dichos experimentos se realizaron variaciones del flujo de burbujas (gasto volumétrico), para observar e identificar el efecto en la mezcla de los estratos.

En este capítulo se describe el arreglo experimental, su desarrollo, los instrumentos usados y el análisis realizado sobre los datos obtenidos.

2.1. Arreglo experimental

El experimento consiste básicamente en generar un flujo uniforme de burbujas dentro de dos fluidos estáticamente estratificados, es decir un tanque con disposición vertical se llena en una primera instancia con un fluido con una densidad menor, aproximadamente a la mitad del volumen total, se comienza a ingresar, muy lentamente, desde el fondo del tanque el líquido más denso. La finalidad de este proceso lento es generar una interfaz muy clara y lo menos perturbada posible. De este modo se generan dos capas de agua del mismo volumen y dos densidades distintas. Una vez generadas las capas iniciales, se comienza a generar la columna de burbujas. Estas burbujas se generan desde la parte inferior del tanque donde se encuentra la cámara de presión conectada a un tanque de nitrógeno. Esta cámara también está acoplada con una cama de capilares a través de la cual fluye el gas y genera las burbujas.

Los experimentos se realizaron aprovechando un diseño previamente utilizado en los estudios realizados por Díaz-Damacillo et al. (2016). El arreglo consiste en un tanque de acrílico con sección rectangular de 12,5 x 7,5 cm^2 , y altura de 1 *m* que se representa en la Figura 2.1. La geometría del tanque busca minimizar efectos tri-dimensionales y es lo suficientemente largo para que las burbujas alcancen su ve-

2.2. INSTRUMENTOS

locidad terminal al momento de cruzar la interfaz (Haberman and Morton, 1953). En esta figura también se observa, en la parte inferior del tanque,la cámara de presión que se conecta al tanque de nitrógeno, también hay un detalle de la cama de capilares que funge como generador de burbujas. Las burbujas generadas tienen, en promedio, un diámetro controlado que es función del diámetro de los capilares y el flujo volumétrico del gas. La cantidad de gas inyectada es regulada por medio de una válvula y un flujómetro.

Dentro de la columna de acrílico se introducen dos fluidos de diferentes densidades con una estratificación estáticamente estable. El contraste de densidades se logró agregando sal común al fluido del fondo para aumentar su densidad. Adicionalmente, dos sensores de conductividad se colocaron a cuatro centímetros de distancia de la interfaz, uno por encima y otro por debajo de ella. El arreglo de los sensores busca estimar el coeficiente de difusión de un flujo de burbujas predominantemente vertical. (Alméras et al., 2015). Los sensores de conductividad permiten obtener una buena estimación de las variaciones de densidad con una alta resolución temporal. La frecuencia de muestreo utilizada fue de 50Hz. Para tener un nivel de referencia sobre los valores de conductividad en cada uno de los estratos se prenden los sensores para tener una señal continua que permita calibrar. Una vez estratificada la columna de agua y con los sensores colocados se introduce un flujo de burbujas y se obtienen secuencias de imágenes con una cámara rápida (Phantom Dantec Dynamics) con frecuencias de muestreo de 300 cuadros por segundo por un perdido de 1 segundo para todos los experimentos y dentro de cada experimento se realizan 3 tomas para obtener un número representativo de imágenes. El arreglo óptico utilizado consiste en obtener luz difusa aprovechando la luz natural y las imágenes se capturan desde en el plano posterior a la luz difusa. Esto permite obtener imágenes con un contraste muy claro entre el líquido y las burbujas, como se puede observar en el primer panel de la Figura 2.4.

2.2. Instrumentos

A continuación se detallan los instrumentos utilizados para medir el cambio de conductividad sobre la columna y para obtener las secuencias de imágenes del flujo de burbujas:

• Sensores de Conductividad Las sales que se disuelven en agua se rompen en iones cargados positivamente y negativamente. La conductividad, σ , es la medida de la capacidad de un material o sustancia (en este caso agua) para dejar pasar la corriente eléctrica a través de él. Al incrementar la salinidad del agua, aumenta el número de iones disueltos que a su vez aumenta la conductividad, ambas medidas están relacionadas entre si (Fondriest Environmental, Inc, 2014).

Los sensores de conductividad fueron creados por Carminati and Luzzatto-Fegiz (2017) y destacan



Figura 2.1: Esquema del arreglo experimental con sus medidas en centímetros. Se ilustra en rojo el líquido con densidad ρ_2 y en azul ρ_1 . Para todos los experimentos, $\rho_2 > \rho_1$. Se ilustra también un detalle del banco de capilares que funge como generador de burbujas.

2.3. PROCESAMIENTO DE IMÁGENES Y DATOS

por su alta resolución espacial, temporal y eléctrica.

El intervalo de conductividad de los sensores es de $\sigma_{min} = 0.1 S/m$ a $\sigma_{max} = 15 S/m$ (considerando que la conductividad del océano promedio es de 4 S/m y agua saturada de sal de 22 S/m(Cox et al., 1970). Están conformados por dos electrodos y el condinuo. Los electrodos son dos alambres cubiertos de oro colocados a una distancia de $600 \mu m$ de ellos mismos(lo cual lo hace adecuado para resolución espacial menores a milímetros). Su reducido tamaño ($250\mu m$ de ancho y 4 a 5mm de largo) disminuye perturbaciones en el experimento. Mediante un cable los electrodos se conectan al conduino. El conduino es una plataforma de medición acoplada a un arudino UNO (Carminati and Luzzatto-Fegiz, 2017).

Cámara Rápida Para realizar una análisis apropiado de las burbujas, i.e., su velocidad y distribución de tamaño, se requiere una cámara con buena resolución temporal y tabién buena resolución de imagen (número de pixeles). El laboratorio cuenta con una cámara rápida PHANTOM MIRO M320S de la marca *Dantec Dynamics* (Figura 2.2). Entre sus características incluye resolución de de imagen de 1900 × 1200 píxeles, para velocidades de captura de hasta 8300 *f ps*. La cámara está sincronizada por una computadora y un sincronizador se señales que tiene una interfaz lógica regulada por el Software *Dynamic Studio* TM.



Figura 2.2: Fotografía de la cámara rápida PHANTOM MIRO M320S (Ametex R).

2.3. Procesamiento de imágenes y datos

El procesamiento de los datos obtenidos por los sensores de conductividad fue realizado por medio de una serie de programas escritos en el software *MatLab*, El mismo software se utiliza para obtener los datos crudos de los sensores. Los datos crudos corresponden a conductividad que debe ser calibrada propiamente para cada uno de los sensores y finalmente convertir la señal de conductividad a valores de

densidad. Para realizar esta calibración se parte de la premisa de que es lineal la relación de conductividad con densidad. Esto es válido cuando los cambios de temperatura son pequeños, de otro modo sería necesario hacer una corrección por cambios en temperatura.

Los sensores tienen una respuesta adecuada a los cambios de densidad; sin embargo, los experimentos presentados en este trabajo incluyen un flujo de burbujas que induce "ruido" a los sensores. Los choques de burbujas con los sensores son inevitables y modifican la conductividad en instantes de tiempos. Estos picos en la señal de conductividad o densidad pueden observarse en los dos paneles superiores de la Figura 2.3. Para ambos sensores, 1 y 2, en los primeros segundos del experimento se observa una línea continua sin fluctuaciones, tan pronto como el flujo de burbujas comienza, éstas fluctuaciones aparecen. Ya que se busca estudiar la variación de la densidad en el tiempo, estas fluctuaciones son consideradas como ruido. En los mismos paneles superiores de la Figura 2.3 se representa con una línea negra sólida, el resultado del filtro para remover estas fluctuaciones. Adicionalmente, se necesita hacer una corrección a los datos asociada a una deriva de los instrumentos, estos tienen una tendencia lineal que aumenta con el tiempo, dicha tendencia se remueve. En los paneles centrales de la Figura 2.3 se observa en la izquierda la señal con tendencia y en la derecha esta tendencia ha sido removida.

Finalmente, se busca encontrar la tasa de mezcla de cada uno de los estratos. Dicha tasa se cuantifica, en el estrato menos denso, con el *sensor 1* (azul). Esta capa, al mezclarse, experimenta un incremento en su densidad con un comportamiento tipo exponencial; el estrato inferior experimenta un proceso análogo, con la diferencia que el *sensor 2* (rojo) refleja un decremento en su densidad. Suponiendo que durante el proceso de mezcla, la variación de la densidad en el tiempo tiene un comportamiento experimental dado por la función: $\rho(t) = \rho_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$, a partir de las curvas mostradas en los paneles inferiores de la Figura 2.3 se puede inferir la cantidad τ que corresponde al tiempo característico de mezcla para cada experimento. En el panel inferior izquierdo de esta Figura, se muestra la pendiente de estas curvas que corresponde a esta tasa de mezcla. Este procedimiento se implementó para todos los experimentos.

2.4. Tasa de Mezcla

Nos interesa conocer la variación temporal de la densidad conforme se llevan a acabo los proceso de mezcla inducidos por las burbujas. Con esta finalidad y debido a que la densidad decrece exponencialmente con el tiempo, se propone el siguiente modelo:

$$\rho(t) = \rho_0 e^{\frac{-t}{\tau}} \tag{2.1}$$

Donde τ es el tiempo característico de mezcla. A partir de esta ecuación y de los datos obtenidos por

los sensores de conductividad podríamos deducir que:

$$\ln(\boldsymbol{\rho}(t)) = \ln(\boldsymbol{\rho}_0) + \ln\left[e^{\frac{-t}{\tau}}\right], \qquad (2.2)$$

$$\ln(\rho(t)) = \ln(\rho_0) - \frac{1}{\tau}t.$$
 (2.3)

Las señales obtenidas a partir de los sensores de conductividad nos permiten obtener una serie de tiempo. A partir de la Ecuación (2.3), podemos invertir para el tiempo característico, τ , realizando una regresión lineal entre $\ln(\rho(t))$ y el tiempo. De este modo, la pendiente corresponde al inverso de τ , i.e., $m = 1/\tau$ y la ordenada al origen es el valor inicial ρ_0 ($b = \log(\rho_0)$) considerando que el tiempo cero ha sido trasladado al momento donde comenzamos el proceso de mezcla.



Figura 2.3: Procesamiento de las series de tiempo de la densidad. Los datos azúl y rojo correponden a los sensores 1 y 2 respectivamente. Los primeros dos paneles son los datos calibrados según su densidad para cada uno de los sensores. En el tercer panel se muestran los datos sin el choque de burbujas. En el cuarto panel son los datos al quitarle la tendencia de aumento constante de los sensores. Y en los últimos dos paneles son las gráficas de la anomalías y un acercamiento a la parte de decaimiento.

2.4. TASA DE MEZCLA

La caracterización del flujo de burbujas se hizo procesando las secuencias de imágenes obtenidas para cada experimento utilizando una herramienta de Software denominada *Fiji* (Schindelin et al., 2012). *Fiji* es un paquete de procesamiento de imágenes del software libre *ImageJ* que agrupa una gran cantidad de complementos que facilitan el análisis de imágenes científicas. Con este paquete y sus complementos *Analyze Particles* y *TrackMate* se analizaron para cada experimento las series de imágenes obtenidas y a partir de las cuales se puede determinar el tamaño de las burbujas, la fracción volumétrica (fracción de gas en el líquido) y la velocidad promedio de las burbujas. Particularmente, para la trayectoria de las burbujas y los cálculos de su velocidad se realizó un procesos mas complejo. En la Figura 2.4 se representa esquemáticamente el proceso al que son sometidas las series de imágenes para obtener dichas trayectorias. *TrackMate* provee una forma semi-automática de encontrar objetos esféricos o elípticos y los rastrea conforme avanza el tiempo. Para los experimentos reportados en esta tesis, se siguió la siguiente metodología asociada a la Figura 2.4:

- Original Una vez obtenidas las imágenes, éstas se calibran con el grosor conocido de la columna de acrílico. A partir de esta calibración se obtiene el factor que permite transformar de pixeles a centímetros. Posteriormente se selecciona una región donde se realizara el procesamiento. Para estos experimentos se optó por una rectángulo de 7 × 3*cm* con la condición de que esta región este alejada de las paredes y los sensores.
- 2. Detector Dentro del paquete *TrackMate* se seleccionó la aplicación "LoG detector". Este detector utiliza un filtro Laplaciano-Gaussiano y los cálculos se realizan en el espacio de Fourier dónde se encuentran las regiones con máxima correlación y esto permite realizar el rastreo. Los parámetros necesarios para el detector son el diámetro de burbuja estimado y un umbral; generalmente para este trabajo estos valores fueron de 0,02*cm* y 2 respectivamente.
- 3. Umbral Por medio de un umbral basado en partículas espurias, se puede revisar la distribución del número de partículas, en este caso burbujas, basado en su calidad en la escala de grises previo a su conversión en blanco y negro y también que potencial tiene una partícula de ser rastreada. De este modo, el programa restringe el número de burbujas antes de calcular las trayectorias. Para todos los experimentos siempre se seleccionó la opción automática.
- 4. **Rastreador** Finalmente, se implementa la aplicación: *"Simple LAP tracker"* la cual vincula partículas entre imágenes consecutivas y después encuentra su trayectoria. Adicionalmente, esta aplicación tiene el potencial de detectar exitosamente eventos de división y fusión de partículas.



Figura 2.4: Esquema representativo del algoritmo para obtener las trayectorias, tamaño y velocidad de las burbujas ascendiendo en la columna de agua.

2.5. Análisis adimensional

Muchos problemas que involucran mecánica de fluidos requieren de información experimental para sus posibles soluciones analíticas o numéricas. Es importante desarrollar procedimientos para el diseño de experimentos de manera que tenga una amplia aplicación. Para lograr esto, el concepto de similitud es utilizado. Este concepto combina las variables utilizadas en las mediciones realizadas en el laboratorio, i.e., un sistema controlado. Por lo tanto, con base en esta teoría, un sistema que sea semejante podría tener un comportamiento similar. La teoría de similitud que satisface esta necesidad encuentra una buena definición en Kline (2012) y dice:

Si dos sistemas obedecen al mismo grupo de ecuaciones y condiciones gobernantes, y si los valores de todos los parámetros y condiciones son idénticas, los dos sistemas deben exhibir comportamientos similares con tal de que exista una solución única para el grupo de ecuaciones y condiciones.

El análisis dimensional se utiliza para diseñar tales experimentos, ya que ayuda a correlacionar datos experimentales. Como el nombre lo implica, el análisis considera las dimensiones requeridas para describir las variables de un problema. Las cantidades físicas pueden ser descritas en términos de dimensiones básicas, como masa, longitud y tiempo. Esencialmente el análisis simplifica un problema al describirlo en términos de dimensiones básicas y así reduciendo el número de variables que deben ser consideradas. Además de usar menor número, las nuevas variables son producto adimensionales de las variables originales (Munson et al., 2009).

2.5. ANÁLISIS ADIMENSIONAL

Particularmente, la naturaleza del sistema presentado en este trabajo existen varios número adimensionales relevantes que se describen de forma general a continuación:

 El número de Reynolds representa la relación entre las fuerzas inerciales y las fuerzas viscosas. Particularmente para este trabajo, se define con las propiedades del líquido inferior (Díaz-Damacillo et al., 2016):

$$Re = \frac{\rho_2 d_{eq} U_b}{\mu_2} = \frac{\text{fuerzas inerciales}}{\text{fuerzas viscosas}},$$
(2.4)

donde ρ y μ son la densidad y viscosidad dinámica del fluido, respectivamente. U_B es la velocidad de la burbuja y d_e su diámetro equivalente definido como $d_{eq} = (d_M^2 d_m)^{1/3}$; d_M y d_m son el diámetro mayor y menor de la burbuja respectivamente. Los subíndices 1 y 2 hacen referencia a las propiedades del fluido superior y del fondo.

• El número de Péclet relaciona las tasas de trasporte debidas a advección y difusión:

$$Pe = \frac{WL}{\kappa} = \frac{\text{tasa de transporte advectivo}}{\text{tasa de transporte difusivo}},$$
(2.5)

donde W es la componente de la velocidad del fluido en dirección vertical y L la longitud característica.

 El número de Weber representa la importancia relativa de la inercia con respecto a la tensión superficial y se define como (Díaz-Damacillo et al., 2016):

$$We = \frac{\rho_2 d_{eq} U_b^2}{\theta_2} = \frac{\text{fuerzas inerciales}}{\text{tensión superficial}},$$
(2.6)

donde θ_2 es la tensión superficial del fluido del fondo.

Por último, el contraste de densidades se define como:

$$\Gamma = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2}.\tag{2.7}$$

Capítulo 3

Resultados y análisis

A partir de los sensores de conductividad, se obtiene también la variación de la *densidad* función del *tiempo* en los dos estratos. También se ha medido el flujo de burbujas a partir de las secuencias de imágenes de alta resolución. Hemos logrado obtener el tiempo de difusión, el cual es un *proxy* de los *coeficientes de difusión*, κ , relativo a cada sistema estudiado.

3.1. Características del sistema

Se realizaron tres experimentos variando el flujo de gas. Cada experimento se repitió tres veces bajo las mismas condiciones, un resumen de estos experimentos se presenta en la Cuadro 3.1. Las series "bb_050", "bb_051" y "bb_052" corresponden a un flujo de gas, Q, de $8mm^3/s$; "bb_053", "bb_054" y "bb_055" a un flujo de $10mm^3/s$; y por último las series "bb_056", "bb_057" y "bb_058" a un flujo de $12mm^3/s$. En la Cuadro 3.1 se muestran los parámetros que se obtuvieron a partir del análisis de imágenes de cada experimento. Los renglones denominados: E_8 , E_{10} y E_{12} corresponden al promedio de las series obtenidas para Q = 8, 10 y 12 mm^3/s respectivamente. Es importante mencionar que el tiempo de mezcla, t_m , del experimento E_{10} no tomó en cuenta la serie bb_053 ya que como se observa en la Figura 3.2 la serie de tiempo de densidad correspondiente al *sensor* 2 está fuera del rango de las demás series a lo que se atribuye un fallo de medición. También se descartaron las series bb_057 y bb_055 del número de burbujas y del Reynolds respectivamente ya que ambos valores se encuentran fuera de la desviación estándar de los datos.

Se observa que el número de burbujas aumenta al aumentar el flujo. Por otro lado, no se nota un cambio significativo en el diámetro y aunque existe una pequeña variación en la relación de aspecto, χ , pero continúa siendo muy cercana a uno. Los valores de la relación de aspecto cercanos a uno es

decir las burbujas son cuasi-esféricas, $\langle \chi \rangle = 1,22 \pm 0,06$. Al aumentar el flujo, aumenta la cantidad de burbujas y consecuentemente se limita el espacio para poder fluir lo que causa que las burbujas, en promedio, disminuyan su velocidad. Para los primeros dos flujos estas diferencias son marginales y no parecen reflejar este efecto, sin embargo entre estos dos y el tercer flujo, la diferencia es clara y consistente con lo esperado. En el Cuadro 3.1 se muestran estas variaciones, aún cuando son pequeñas, son consistentes con el incremento en el flujo y fracción de burbujas. Se puede observar también que al incrementar el flujo, el sistema es mas eficiente en mezclar y esto se refleja en el tiempo que tarda en homogeneizar la columna de agua en la vecindad de los sensores. Para flujos mas altos, este tiempo disminuye. Finalmente, como se ha reportado anteriormente en otros trabajos el número de Reynolds disminuye directamente proporcional al tiempo de mezclado (Martínez M, 2003). Esta disminución en el tiempo de mezclado se puede interpretar como un régimen de mayor eficiencia para mezclar este sistema.

3.2. Estadísticas de la columna de burbujas

Para cada experimento se realizaron análisis estadísticos del tamaño de burbuja, geometría y finalmente con un algoritmo se estimó la velocidad media de éstas (Capítulo 2). Para resumir los parámetros medidos en estos experimentos se utilizaron arreglos de imágenes. En los cuadros 3.2, 3.3 y 3.4 que corresponden a flujos volumétricos de gas de Q = 8, 10 y 12 mm^3/s respectivamente, se observa, para cada cuadro: en la primera columna la etiqueta asignada a cada experimento, en la segunda columna una imagen representativa del flujo de burbujas obtenido de la cámara rápida, en la tercera el histograma del diámetro equivalente de las burbujas y por último un histograma representativo de la estimación de la velocidad de las burbujas.

En todas las imágenes de las burbujas se aprecia cualitativamente su esfericidad, lo cual se corrobora cuantitativamente al calcular la relación de aspecto (χ) cercana a uno (entre 1.17 y 1.28) obtenidas para los experimentos (Cuadro 3.1). También se observa un aumento gradual de número de burbujas en cada grupo de experimentos para cada flujo reflejado en el conteo obtenido del análisis. Para obtener el diámetro equivalente medio, el histograma muestra un pico predominante alrededor 0,2*cm* para todos los casos. Para la estimación de la velocidad media de las burbujas, se puede observar que la distribución es simétrica en la velocidad de las burbujas.

Para un flujo $Q = 8mm^3/s$, se resumen estos cálculos en el Cuadro 3.2. La distribución del diámetro equivalente de las burbujas se extiende entre 0.1cm a 0.4cm, con valores dominantes entre 0,18 y 0,22cm. No se encuentran valores atípicos predominantes ni sesgos significativos. En el caso de los histogramas de la velocidad de la burbuja, los histogramas son relativamente simétricos y con una distribución gausiana. El promedio asociado con el del valor dominante de la velocidad de burbujas para los

E12	bb_058	bb_057	bb_056	E10	bb_055	bb_054	bb_053	E8	bb_052	bb_051	bb_050	exp,
0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	0.071	Г
12	12	12	12	10	10	10	10	8	8	8	8	Q [mm3/s]
184	183	217	185	134	120	131	152	118	110	124	120	n_b
0.20	0.21	0.20	0.20	0.20	0.21	0.20	0.19	0.21	0.21	0.21	0.21	d_{eq} [cm]
14.26	14.58	13.85	14.34	15.51	15.54	15.46	15.51	15.16	15.05	15.68	14.74	U_b [cm/s]
1.28	1.29	1.31	1.25	1.20	1.18	1.21	1.22	1.17	1.16	1.19	1.18	х
175	171	194	161	177	165	190	134	222	210	235	220	<i>t_m</i> [s]
296.7	305.7	285.5	298.8	302.8	338.1	309.1	296.5	322.8	320.0	336.8	311.7	Re
0.6	0.6	0.5	0.6	0.7	0.7	0.7	0.6	0.7	0.7	0.7	0.6	We

mediciones de las burbujas. flujo de gas, y n_b es el número de burbujas dentro del volumen de control: un rectángulo de 7 × 3cm, donde se realizaron las Cuadro 3.1: Resumen de los parámetros medidos y derivados para los experimentos reportados en esta tesis. Donde Q es el

CAPÍTULO 3. RESULTADOS Y ANÁLISIS

tres experimentos mencionados es de: 15,2cm/s y los valores individuales se reporta en el Cuadro 3.1. Los histogramas contienen un gran número de datos que permite asegurar que las conclusiones sobre la velocidad y diámetro equivalente promedio son estadísticamente representativos.

Para el flujo $Q = 10mm^3/s$, resumido en el Cuadro 3.3, también se encuentra notoriamente el pico en 0,2*cm* asociado al diámetro equivalente y a su alrededor una disminución abrupta de burbujas para otros diámetro. Sin embargo, llama la atención el aumento de frecuencia de burbujas entre cero y 0,1*cm* para la serie bb_053 y bb_054. Cualitativamente, es posible observar en las imágenes originales el contraste de tamaños de las burbujas típicas y unas de mucho menor tamaño. Estas burbujas de menor tamaño pudieron haberse generado por irregularidades en su formación dentro de los capilares. La distribución de las velocidades de las burbujas muestra una mayor cantidad de burbujas comparada con la del flujo $Q = 8mm^3/s$ pero se mantiene casi igual que la anterior, cerca de 15cm/s. El experimento bb_053 es anómalo en el sentido que su señal es muy distinta a las típicas señales observadas, a este experimento se le ha prestado particular atención y se describirá con detalle en la siguiente sección.

Por último, para un flujo de $Q = 12mm^3/s$ (Cuadro 3.4), los histogramas de diámetro equivalente se extienden principalmente entre 0,16 a 0,40*cm* con un valor promedio de 0,20*cm*. Sin embargo, al igual que en un flujo de $Q = 10mm^3/s$, existen valores atípicos de burbujas entre cero y 0,1*cm* (con excepción de la serie bb_058). Nuevamente estas pequeñas burbujas se pueden notar en las imágenes originales. Para las velocidades de las burbujas, la distribución se extiende aún más cerca del cero y hasta valores cercanos a 25cm/s, siendo el valor promedio mas representativo de 14,26cm/s. El número de burbujas en esta serie de experimentos ha incrementado considerablemente de 118 - 134, a 184. Este incremento es el responsable de que la velocidad promedio haya disminuido.









3.2. ESTADÍSTICAS DE LA COLUMNA DE BURBUJAS

33





3.3. Variación temporal de la densidad

Conforme las burbujas cruzan la interfaz entre ambos fluidos arrastran líquido denso del fondo a la parte superior menos densa. Este proceso genera mezcla turbulenta; por medio de este mecanismo, la concentración de sal cambia progresivamente en toda la columna de agua. Es de este modo como los sensores de conductividad registran los cambios de densidad. La sal modifica la conductividad del líquido menos densa, debido a un incremento en los iones, ésta cantidad aumenta. Consecuentemente, el líquido mas denso comienza a recibir y mezclar agua menos densa y por lo tanto pierde concentración de iones lo que resulta en una disminución en la conductividad. Al hacer la calibración de la conductividad con respecto a la densidad, se obtuvieron series de tiempo de la densidad en dos puntos equidistantes cerca de la interfaz (4 centímetros). El experimento se dejó correr con tiempo suficiente (alrededor de 20 minutos) para permitir que se homogeneizara la densidad cerca de la interfaz, resultando en valores de conductividad constantes.

Los resultados obtenidos y después corregidos por el método descrito en la sección anterior (Capítulo 2) resultaron en series de tiempo para la densidad (Figuras 3.1, 3.2 y 3.3). Se observa que los tiempos totales de mezcla disminuyen conforme el flujo de burbujas aumenta. Se puede observar en todas ellas, que la densidad original se mantiene constante y posteriormente, cuando comienza el flujo de burbujas, la densidad de las capas superior e inferior comienzan a evolucionar. La capa inferior, con densidad mayor, disminuye su valor de densidad; es decir, agua menos densa comienza a ser advectada y finalmente mezclada y este proceso es el responsable de estas variaciones. El proceso es continuo y tiene una tendencia exponencial, eventualmente el sistema alcanza el equilibrio y se refleja en un valor medio que corresponde al valor final de la densidad cerca de la interfaz. La parte superior, experimenta un proceso similar, la densidad de esta capa es originalmente menor y comienza a contaminarse de la densidad del líquido inferior hasta alcanzar una densidad constante. Los tiempos totales de mezclado tanto inferior como superior no muestran diferencias, por lo tanto, en este sentido, este proceso de mezcla, a este régimen de flujo, parece ser simétrico.

Ahora bien, se estudiaron con mayor detalle los cambios de la densidad como función del tiempo y se encontró que existen diferencias en esta tasa de cambio para el líquido superior y el inferior. También se ha observado que la tasa de cambio de densidad tiene dos regímenes, una tasa de cambio inicial con un valor dado y eventualmente esta pendiente parece cambiar y sugiere que el segundo régimen es mucho mas rápido. Estos dos regímenes parecen ser mucho mas notorios en la capa inferior. Para describir con mayor detalle este proceso es conveniente analizar la segunda columna de los experimentos mostrados en las Figuras 3.1, 3.2 y 3.3. En ellas se observa que la variación de la densidad en escala semi-logarítmica tiene dos pendientes distintas para los sensores 1 y 2. En rojo se muestra el sensor que se encuentra

en la parte inferior y en los tiempos iniciales, tiene una pendiente menor a la del estrato superior. Esta diferencia es consistente para todos los experimentos. Ahora bien, ya que se observó que el tiempo total de mezclado es el mismo para ambos estratos, este no podría ser explicado con las tendencias que existe en los tiempos iniciales, sin embargo, el sistema se re-ajusta y para el estrato inferior cambia su tasa de mezclado y se acelera tal que básicamente ambos estratos alcanzan el valor de equilibrio al mismo tiempo. El primer parámetro que utilizamos para medir la intensidad de mezclado en la columna de agua fue simplemente el tiempo total de mezclado, este valor nos permite saber que combinación de parámetros es mas eficiente para mezclar este tipo de fluidos, siendo este un valor promedio que incluye todos los procesos que están involucrados en el sistema. Analizando a mayor detalle los sensores de conductividad hemos encontrado que existen dos regímenes y tiempos característicos distintos para los dos estratos. Es importante recordar que el tiempo característico, τ , es el inverso de la pendiente y por lo tanto valores mayores implican tasas de decaimiento menores. Para todos los experimentos se obtuvieron sus tiempos totales de mezcla así como sus tiempos característicos dentro del primer régimen. Estos resultados se resumen en el Cuadro 3.5, los tiempos característicos para el fluido menos denso son inversamente proporcionales al aumento del flujo, es decir se mezclarían mas eficientemente lo cual es consistente con el decremento del tiempo total de mezclado conforme el flujo aumenta. Para el fluido mas denso, el tiempo característico también tiene una tendencia a disminuir conforme el flujo aumenta, aún cuando para los dos flujos mas altos, no parece tener esta tendencia, sí es consistente entre el primero y estos últimos. Finalmente, definimos el tiempo adimensional como $\tau^* = \tau/t_m$. Este valor, para los tiempos iniciales de mezclado, es menor a uno para el estrato inferior y mayor a uno para el superior, estos valores también se observan en el Cuadro 3.5. Esto es consistente con lo anteriormente mencionado ya que a esa tasa de mezclado no alcanzarían a mezclarse al mismo tiempo. De forma interesante, esta cantidad adimensional muestra un decremento para el líquido superior y un decremento para el inferior. Dicha cantidad únicamente toma en cuenta la aportación del primer régimen pero sugiere que éste es menos notorio conforme el flujo aumenta. Desgraciadamente, no hay mas experimentos para flujos mayores y ya que siempre es peligroso extrapolar lo único que podemos decir al momento es que se sugiere esta tendencia.



Figura 3.1: Series de densidad en función del tiempo de los sensores 1 y 2 (azúl y rojo) y su anomalía para los experimentos correspondientes a un flujo de gas $Q = 8mm^3$.



Figura 3.2: eries de densidad en función del tiempo de los sensores 1 y 2 (azúl y rojo) y su anomalía para los experimentos correspondientes a un flujo de gas $Q = 10mm^3$.



Figura 3.3: Series de densidad en función del tiempo de los sensores 1 y 2 (azúl y rojo) y su anomalía para los experimentos correspondientes a un flujo de gas $Q = 12mm^3$.

exp.	Q [mm^3/s]	n _b	<i>t_m</i> [s]	$ au_1, [s]$	$ au_2, [s]$	$ au_1^* = rac{ au_1}{t_m}$	$ au_2^* = rac{ au_2}{t_m}$	Re
bb_050	8	120	220	261	164	1.19	0.75	311.7
bb_051	8	124	235	275	179	1.17	0.76	336.8
bb_052	8	110	210	235	149	1.12	0.71	320.0
E8	8	118	222	257	164	1.16	0.74	322.8
bb_053	10	152	134	233	183	1.74	1.37	296.5
bb_054	10	131	190	216	139	1.14	0.73	309.1
bb_055	10	120	165	191	143	1.16	0.87	338.1
E10	10	134	177	203	141	1.15	0.80	302.8
bb_056	12	185	161	204	153	1.27	0.95	298.8
bb_057	12	217	194	221	163	1.14	0.84	285.5
bb_058	12	183	171	152	138	0.89	0.81	305.7
E12	12	195	175	192	151	1.10	0.87	296.7

Cuadro 3.5: Tiempo característico de decaimiento, $\tau *$ para los sensores 1 y 2 (por debajo y arriba de la interfaz). $\tau * = \tau / t_m$

Capítulo 4

Conclusiones

Se lograron realizar experimentos para medir la mezcla asociada con una columna de burbujas en un medio estratificado estáticamente estable. Para ello, se probaron 3 formas de medir los cambios de densidad en la columna de agua: por temperatura, continuidad (sensores construidos en el laboratorio), y continuidad (sensores obtenidos de la Universidad de Santa Barbara en California). Después de más de 200 experimentos, se lograron resumir los más útiles y representativos. Estos experimentos, han mostrado la eficiencia del mezclado por medio de burbujas, es decir, hemos logrado observar cuanto tiempo tarda una columna de burbujas, bajo un flujo volumétrico de gas controlado y constante, en homogeneizar cerca de la interfaz donde se desarrollaban los experimentos. Para los flujos y tiempos que utilizamos, las burbujas no homogeneizan toda la columna de agua, pero si se aprecia un gradiente en ella. Dentro del proceso de mezcla hemos identificado dos regiones de mezclado, una de ellas sigue un decaimiento constante y semi-lento, esto es justo cuando la diferencia de densidades es mucho mayor y la estratificación se opone con su máxima intensidad a mezclar la columna de agua. Después de este periodo de transición, se observa que el tiempo de mezclado es mas rápido, es decir el la estratificación se ha reducido ya que la columna de agua se ha mezclado y ya que la energía cinética turbulenta asociada con el movimiento de las burbujas es prácticamente el mismo, la mezcla con menor estratificación es mas rápida. Los tiempos de mezclado son consistentes con el flujo que se impone, es decir a flujos mas bajos, el tiempo de mezclado es mayor y con un flujo mayor este tiempo se reduce. Lamentablemente no hemos logrado combinar mas sensores y así lograr una curva para invertir la ecuación de advección-difusión; sin embargo, en el Laboratorio de Fluidos Geofísicos se continúa con esta línea de investigación. Los resultados presentados aquí son una base que muestra que los experimentos de este tipo pueden ser útiles en una estimación de estos coeficientes de difusión turbulenta. También nos ha permitido observar que la dinámica del mezclado puede tener al menos dos regímenes que dominan, posiblemente esta línea de

investigación permita entender como se mezclan dos masas de agua desde un estado inicial y también permitirían conocer cual fue el estado inicial de ellas si se conoce el estado estacionario. Es interesante observar que la eficiencia de mezclado parece incrementar conforme el número de Reynolds disminuye, sugiriendo que no es Reynolds quien determina mayor tasa de mezcla. Los tiempos característicos obtenidos por el ajuste exponencial a las series de tiempo para densidad muestra que existen dos regímenes de mezclado, siendo esta diferencia mas representativa en el estrato inferior. En los primeros instantes del proceso de mezcla, es mas lento en el líquido inferior comparado con el superior, la hipótesis que sostenemos es que el proceso es unidireccional y directivo, es decir las burbujas van de abajo hacia arriba y si bien hay fluido que desciende, su forzamiento no es dominante hacia abajo. Sin embargo, lo mas interesante surge con la cantidad definida como tiempo adimensional τ^* la cual sugiere que los dos estratos tienden a el equilibrio, es decir que $\tau^* \sim 1$. La implicación de esto sería que no hay ya mas regímenes y que el proceso de mezclado es ya simétrico; es decir se suprimen los dos regímenes observados.

Finalmente, considero que este tipo de experimentos son muy valiosos ya que el aprendizaje y formación en la disciplina experimental es una herramienta muy útil para los estudiantes que pensamos continuar con estudios de posgrado. Es importante notar que los experimentos aquí presentados son muy pocos pero el tiempo requerido como curva de aprendizaje fue muy grande.

Bibliografía

- Alméras, E., Risso, F., Roig, V., Cazin, S., Plais, C., and Augier, F. (2015). Mixing by bubble-induced turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 776:458–474.
- Ametex (R). Data Sheet Phantom Miro 320s Digital High-Speed Cameras.
- Avdeev, A. (2016). Bubble Systems. Mathematical Engineering. Springer International Publishing.
- Bailly, C. and Comte-Bellot, G. (2003). *Turbulence*. Sciences et techniques de l'ingénieur. CNRS éditions.
- Blanco, A. and Magnaudet, J. (1995). The structure of the axisymmetric high-reynolds number flow around an ellipsoidal bubble of fixed shape. *Physics of fluids*, 7(6):1265–1274.

Brennen, C. (2005). Fundamentals of Multiphase Flow. Cambridge University Press.

- Caldwell, D. R. and Mourn, J. N. (1995). Turbulence and mixing in the ocean. *Reviews of Geophysics*, 33(S2):1385–1394.
- Carminati, M. and Luzzatto-Fegiz, P. (2017). Conduino: Affordable and high-resolution multichannel water conductivity sensor using micro usb connectors. *Sensors and Actuators B: Chemical*.
- Cisneros-Aguirre, J., Pelegrí, J., and Sangrà, P. (2001). Experiments on layer formation in stratified shear flow. *Scientia Marina*, 65(S1):117–126.
- Clift, R., Grace, J. R., and Weber, M. E. (2005). Bubbles, drops, and particles. Courier Corporation.
- Cox, R., McCartney, M., and Culkin, F. (1970). The specific gravity/salinity/temperature relationship in natural sea water. In *Deep Sea Research and Oceanographic Abstracts*, volume 17, pages 679–689. Elsevier.

- Darwin, C. (1953). Note on hydrodynamics. In *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, volume 49, pages 342–354. Cambridge University Press.
- Díaz-Damacillo, L., Ruiz-Angulo, A., and Zenit, R. (2016). Drift by air bubbles crossing an interface of a stratified medium at moderate reynolds number. *International Journal of Multiphase Flow*, 85:258–266.
- Duineveld, P. (1995). The rise velocity and shape of bubbles in pure water at high reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics*, 292:325–332.
- Díaz-Damacillo, L. (2016). *Estudio del mezclado en medios estratificados por medio del movimiento de burbujas*. PhD thesis, Universidad Autónoma de México. Doctor en ciencias e ingeniera de materiales.
- D'souza, N., Subramaniam, A., Juhl, A. R., Hafez, M., Chekalyuk, A., Phan, S., Yan, B., MacDonald, I., Weber, S., and Montoya, J. (2016). Elevated surface chlorophyll associated with natural oil seeps in the gulf of mexico. *Nature Geoscience*.
- Etiope, G. (2015). *Natural Gas Seepage: The Earth's Hydrocarbon Degassing*. SpringerLink : Bücher. Springer International Publishing.
- Fernando, H. (2012). Handbook of Environmental Fluid Dynamics, Volume One: Overview and Fundamentals. Environmental science and engineering / [CRC press]. Taylor & Francis.
- Fondriest Environmental, Inc (2014). Conductivity, salinity and total dissolved solids.
- Garrett, C. (1993). A stirring tale of mixing. Nature, 364(6439):670.
- Haberman, W. L. and Morton, R. (1953). An experimental investigation of the drag and shape of air bubbles rising in various liquids. Technical report, David Taylor Model Basin Washington DC.
- Hartunian, R. A. and Sears, W. (1957). On the instability of small gas bubbles moving uniformly in various liquids. *Journal of Fluid Mechanics*, 3(1):27–47.
- J Floor, A. The chemical composition of seawater. Accessed: 2018-05-20.
- Katija, K. (2012). Biogenic inputs to ocean mixing. Journal of Experimental Biology, 215(6):1040–1049.
- Kelbaliyev, G. (2011). Drag coefficients of variously shaped solid particles, drops, and bubbles. *Theoretical Foundations of Chemical Engineering*, 45(3):248–266.

- Kline, S. J. (2012). Similitude and approximation theory. Springer Science & Business Media.
- Kolev, N. (2009). *Multiphase Flow Dynamics 4: Nuclear Thermal Hydraulics*. Engineering (Springer 11647). Springer Berlin Heidelberg.
- Lalli, C. and Parsons, T. (1997). *Biological Oceanography: An Introduction*. Open University oceanography series. Elsevier Science.
- Leifer, I. and Clark, J. (2002). Modeling trace gases in hydrocarbon seep bubbles. application to marine hydrocarbon seeps in the santa barbara channel. *Geologiya i Geofizika*, 43:613–621.
- Leifer, I., Clark, J. F., and Chen, R. F. (2000). Modifications of the local environment by natural marine hydrocarbon seeps. *Geophysical Research Letters*, 27(22):3711–3714.
- Liu, L., Yan, H., Zhao, G., and Zhuang, J. (2016). Experimental studies on the terminal velocity of air bubbles in water and glycerol aqueous solution. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 78:254– 265.
- Long, R. R. (1959). The motion of fluids with density stratification. *Journal of Geophysical Research*, 64(12):2151–2163.
- MacKinnon, J. (2013). Oceanography: Mountain waves in the deep ocean. Nature, 501(7467):321.
- Magnaudet, J. and Eames, I. (2000). The motion of high-reynolds-number bubbles in inhomogeneous flows. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 32(1):659–708.
- Martínez M, J. (2003). Reología de flujos Burbujeantes. UNAM. Tesis de Licenciatura.
- Mitchell, G., Gharib, J., and Millar, D. (2017). Deepwater hydrocarbon seep detection: Tools and techniques using multibeam echosounders. *U.S. Hydro 2017*.
- Moore, D. (1963). The boundary layer on a spherical gas bubble. *Journal of Fluid Mechanics*, 16(2):161–176.
- Munson, B. R., Young, D. F., Okiishi, T. H., and Huebsch, W. W. (2009). *Fundamentals of Fluid Mechanics*. Wiley.
- Nieuwstadt, F., Westerweel, J., and Boersma, B. (2016). *Turbulence: Introduction to Theory and Applications of Turbulent Flows*. Springer International Publishing.

- Schindelin, J., Arganda-Carreras, I., Frise, E., Kaynig, V., Longair, M., Pietzsch, T., Preibisch, S., Rueden, C., Saalfeld, S., Schmid, B., et al. (2012). Fiji: an open-source platform for biological-image analysis. *Nature methods*, 9(7):676.
- Thiffeault, J.-L. (2010). Lecture notes 1: Stirring and mixing, notes by sam pegler and amanda o'rourke.
- Wu, M. and Gharib, M. (2002). Experimental studies on the shape and path of small air bubbles rising in clean water. *Physics of Fluids*, 14(7):L49–L52.
- Zenit, R. and Magnaudet, J. (2009). Measurements of the streamwise vorticity in the wake of an oscillating bubble. *International journal of multiphase flow*, 35(2):195–203.