



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**“ANÁLISIS DIMENSIONAL PARA FLUJO EN
UNA TUBERÍA DE PRODUCCIÓN CON UN
DIFERENCIAL DE TETA”**

TESIS

Que para obtener el título de
INGENIERO PETROLERO

P R E S E N T A

JOSÉ LUIS RODRÍGUEZ TOLENTINO

DIRECTOR DE TESIS

DR. ARNULFO ORTIZ GÓMEZ



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2018



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Tal vez el camino sea difícil pero no imposible,

Tal vez te detengas en algún momento, pero retorna con más fuerza,

Tal vez tropieces una y otra vez, pero no quiere decir que sea el fin,

Tal vez te caigas, pero eso te hará más fuerte.

Esto solo es el comienzo de los grandes retos que la vida tiene para ti.

AGRADECIMIENTOS

A Dios:

Por permitirme hacer realidad este sueño, por permitirme mostrarle este logro a mis padres, por cada obstáculo ya que me han servido de experiencia para superarme como persona y por ponerme en los tiempos y lugares adecuados ya que todo llega en su debido momento.

A la Universidad Nacional Autónoma De México:

Por brindarme las herramientas necesarias para formarme como una persona íntegra en todos los aspectos, con las cuales sabré defender y enaltecer más su nombre. También por darme la oportunidad de conocer personas importantes en mi vida de las cuales he aprendido grandes enseñanzas.

A mi Padre, Jose Luis Rodríguez:

Eres un gran hombre que amo, admiro y respeto, que desde niño siempre anhele ser como tú de grande; un hombre responsable, fuerte y sabio que nunca se rindió ante las adversidades, estoy muy orgulloso de llamarte papá.

No tengo las palabras adecuadas para agradecer el gran esfuerzo que has hecho día con día, gracias por todo ese sudor derramado para poderme dar el pan de cada día. Mi viejo sé que estás cansado y aunque no lo dices se te nota, esas son las cosas que admiro de ti siempre te muestras como un roble, fuerte y resistente, gracias por tantos consejos a lo largo de mi vida los cuales me han servido para pisarme firme y no tropezar, gracias por ser un hombre inquebrantable créeme que nunca lo olvidaré.

Hoy logro este sueño gracias a todo ese empeño y ahora siendo un hombre no hallo como agradecer y demostrar esto que estoy sintiendo.

TE AMO PAPÁ

A mi Madre María Alicia Tolentino:

Mami primeramente no tengo como agradecerte por haberme dado el regalo más grande del mundo, "la vida".

¿Sabes algo? haz sido mi mejor maestra a lo largo de esta vida, te agradezco por protegerme y alentarme a superarme día con día, por forjarme como un hombre de bien para mi familia, así como para la sociedad.

¿Pero qué significa mi mamá para mí?

Lo es todo, es aquella mujer... que no importa los años que tenga siempre seré su niño pequeño, que no ve lo malo en mí para sus ojos siempre seré lo mejor, que no importa el cansancio que lleva encima siempre esta cuando más la necesito, siempre luchando como una fiera por su familia, gracias por inculcarme esos sentimientos tan lindos de amor, aunque la vida no haya sido muy buena contigo, por eso valoro más cada detalle de amor y afecto.

TE AMO MAMA

A mis hermanos, Ana y Jesús Rodríguez:

Por ser el motor para ser alguien que los motive a superarse, debido a que el papel del hermano mayor es muy difícil puesto que se lleva la ya responsabilidad de ser un ejemplo por seguir, lo cual no significa que sean iguales a uno, más bien se trata otorgarles un punto de partida para que cada uno elija el camino que los lleve al cumplimiento de sus más grandes metas y sueños, por eso doy lo mejor de mí para dejar un buen legado.

Me enorgullecen que vayan cumpliendo sus sueños, sigan así, nunca se rindan.

Es por demás decirles que siempre contarán con mi apoyo y cariño.

Gracias por enseñarme que la vida se disfruta más cuando se comparte con las personas que más amas.

A José Luis Jr.:

Porque, aunque no fuiste el mejor estudiante, tu viste una buena formación para ser ingeniero petrolero y por ser capaz de hacer grandes cosas cuando se lo propone. Nunca te rindas, sigue siendo el mismo soñador de siempre ya que esos sueños te harán llegar muy lejos, recuerda que:

“Aunque el cielo este gris, el sol no ha desaparecido para siempre” Anónimo.

A mi director de tesis el Dr. Arnulfo Ortiz Gómez:

Le doy gracias a la vida por haber conocido tan excelente persona, todo un ejemplo a seguir, gracias por ser más que mi director un maestro y aún más que un maestro un amigo. No tengo como agradecer el apoyo que me has mostrado a lo largo de esta travesía estando en los momentos más difíciles de mi vida desde los académicos, pasando por familiares hasta sentimentales.

Gracias por los consejos de cada índole, me han servido para resolver cada situación.

Gracias por creer en mí y darme la mano cuando más necesitaba levantarme.

Gracias por preocuparte por que sea un ingeniero en toda la extensión de la palabra.

Gracias por alentarme a seguir superándome, siempre serás para mí, mi maestro.

A Marianee Vega:

Por brindarme tu amistad incondicional estando tanto en los mejores momentos como en los peores, por esos consejos que me han ayudado a tomar las mejores decisiones para mi vida y por el apoyo brindado desde el inicio de la carrera hasta las últimas instancias.

Espero que, aunque pasen los años se siga conservando esta gran amistad, gracias por todo.

A mi Familia:

Por el apoyo brindado para que pudiera culminar esta etapa de mi vida, sin ustedes esto no hubiera sido posible en verdad mil gracias, son cosas que siempre llevare conmigo y nunca olvidaré. Con especial afecto para:

Mis padrinos, Hugo Rodríguez Guerrero y Mary Cruz Tolentino Rivera, mi tío, Rosalio Chávez Hernández, mi cuñado, Jesús Antonio Ramírez Ruiz, mi hermana, Amanda Rodríguez Zapien, mi tía, Ventura Tolentino Rivera y mi primo, Marco Antonio Sánchez Tolentino.

A Piedra, Alejandro rojas, Marco Hernández:

A lo largo de mi vida como universitario no pude conocer mejores personas que ustedes a las cuales puedo llamar "*Mejores amigos*", a su lado compartí grandes vivencias, gracias por el apoyo y por la confianza otorgada, espero en un futuro próximo poder verlos y revivir los momentos que pasamos juntos.

A mis amigos:

Por compartir tantas experiencias a largo de esta vida y por estar siempre que los necesitaba de igual forma saben que pueden contar conmigo, espero verlos muchas veces más a lo largo de esta vida para seguir compartiendo más aventuras. Con especial afecto para:

Beto, Norbit, Montiel, Deni, Jacinto, Luciano, Pastelín, Páez, Josue, Katya, Vianey, Lorena, Dante, Jose Eduardo, Med, Jenny, Eduardo Hurtado, Julio, Rooney, Oropeza, Durán, Ing. Escalante, Lulú, Dr. Simón.

ÍNDICE

RESUMEN

INTRODUCCIÓN.

1. ANTECEDENTES.

1.1 MÉTODO CIENTÍFICO.	11
1.2 SISTEMAS DE UNIDADES Y SUS DIMENSIONES.	11
1.3 CONCEPTOS GENERALES.	12
1.4 PROPIEDADES DE LOS FLUIDOS PETROLEROS.	15
1.4.1 PROPIEDADES DEL GAS.	
1.4.2 PROPIEDADES DEL ACEITE.	

2. ANÁLISIS DIMENSIONAL.

2.2 ANTECEDENTES.	34
2.2 ANÁLISIS DIMENSIONAL.	35
2.3 TEOREMA II DE BUCKINGHAM.	36
2.4 SIMILITUD.	38
2.4.1 NÚMEROS ADIMENSIONALES DE MECÁNICA DE FLUIDOS.	
2.4.2 LEYES DE SEMEJANZA.	

3. FLUJO MULTIFÁSICO.

3.1 CONCEPTOS FUNDAMENTALES.	48
3.2 FUNDAMENTOS DE FLUJO A TRAVÉS DE TUBERÍAS.	53
3.2.1 ANÁLISIS DEL FLUJO EN UN POZO FLUYENDO.	
3.3 ECUACIONES FUNDAMENTALES PARA EL FLUJO A TRAVÉS DE TUBERÍAS.	56
3.4 PATRONES DE FLUJO A TRAVÉS DE TUBERÍAS.	63
3.5 FLUJO MULTIFÁSICO EN TUBERÍAS HORIZONTALES.	65
3.5.1 PATRONES DE FLUJO EN TUBERÍAS HORIZONTALES.	
3.6 FLUJO MULTIFÁSICO EN TUBERÍAS VERTICALES.	71
3.6.1 PATRONES DE FLUJO EN TUBERÍAS VERTICALES.	
3.7 FLUJO MULTIFÁSICO EN TUBERÍAS INCLINADAS.	76

4. PROCESO EXPERIMENTAL.

4.1 ANÁLISIS DIMENSIONAL DEL MODELO EXPERIMENTAL.	79
4.2 DESCRIPCIÓN DEL MODELO EXPERIMENTAL.	85
4.3 TRABAJO EXPERIMENTAL.	86
4.4 ANÁLISIS DE DATOS.	93

5. CONCLUSIONES.

NOMENCLATURA

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE TABLAS

BIBLIOGRAFÍA.

RESUMEN

En el presente trabajo se desarrolló un modelo experimental simulando el flujo a través de una tubería de producción mediante la aplicación del análisis dimensional, con el fin de observar los patrones de flujo que se presentan variando el ángulo de inclinación (0° a 90°) y cómo éstos se ven afectados por las fuerzas que intervienen en el flujo; el estudio de los patrones de flujo es de gran importancia para cálculos de caídas de presión, donde se involucran los términos de velocidades de las fases, densidades de las fases, etc. Donde la caracterización del colgamiento de líquido es más compleja de lo normal, debido a que cada patrón tiene un comportamiento diferente, y esta variable se encuentra en función de las velocidades de las fases.

El capítulo uno hace referencia en primer lugar a la metodología para el desarrollo del tema a estudiar la cual se basó en el método científico, seguido por el valor que tiene el manejo adecuado de los sistemas de unidades con el fin de no tener errores de tipo sistemático. Es importante mencionar, como ejemplo, cuando se hace uso de las correlaciones que se emplean para determinar propiedades de los fluidos en flujo multifásico, en muchas de ellas se hace uso indiscriminado de ambos sistemas, además de conversiones que muchas veces cofunden al lector; pues no se apegan a las normas propuestas por la Conferencia General de Pesas y Medidas. Por último, se encuentra la definición de propiedades generales de la materia, así como también particulares referidas a los fluidos.

Por otro lado, en el Capítulo dos, Análisis Dimensional, hace mención a los procesos que permiten establecer las bases para un conocimiento pleno de la metodología antes de realizar cualquier trabajo experimental; el conocimiento de cada una de las variables que intervienen en el fenómeno es una parte primordial para el entendimiento del comportamiento del flujo multifásico.

El Análisis Dimensional es una herramienta básica que permite definir paso a paso el trabajo que se tiene que realizar para obtener resultados congruentes de un proceso experimental. Si el trabajo no se realiza de manera sistemática, haciendo uso del intelecto, experiencia y habilidades de las personas involucradas en dicho trabajo, es posible que los resultados obtenidos no tengan un significado cualitativo y mucho menos cuantitativo de dicho proceso.

El Capítulo tres, Flujo multifásico, se hace una descripción conceptos generales de flujo multifásico así como las características que presenta el flujo dependiendo de las posiciones angulares que se tengan, donde se describen los patrones de flujo que se pueden presentar para cada una.

El Capítulo cuatro, Modelo Experimental, se establece la manera en que se realizó el trabajo experimental. Primero se realizó parte teórica la cual está relacionada con el análisis dimensional del flujo en la tubería, donde se determinó las fuerzas que intervienen en el modelo, con base a estas se estableció los números adimensionales que se presentan durante los experimentos, de los cuales los más representativos son: número de Reynolds Re y el número de Froude Fr .

Como siguiente punto se describió cómo se elaboró el modelo; con cada uno de los componentes que lo integran, así como la función que realizan cada uno de ellos y por último se explica cómo se trabajaron los experimentos para los distintos tipos de tuberías presentadas, además lo que observó en cada uno de ellos.

Finalmente, el Capítulo cinco se enfocó a sus respectivas conclusiones, donde se estableció los resultados que encontramos, con el fin compararlos con los resultados de otros autores y culminando con las conclusiones propias.

INTRODUCCIÓN

Es fundamental comprender que es flujo multifásico, éste se define como el movimiento concurrente de gases y líquidos a través de tuberías. Su importancia radica en la gran cantidad de aplicaciones que tiene en la industria petrolera, por lo que es necesario estudiar los fenómenos que ocurren durante éste, tales como el resbalamiento, los patrones de flujo, el colgamiento, etc.; el problema entra cuando se presentan muchos fenómenos a la vez, debido a que involucran un gran número de variables.

Es necesario entender la trascendencia que tiene la experimentación, a pesar de que cada vez los análisis por medio de computadoras toman más importancia, en muchos casos se requieren de experimentos para validar los resultados numéricos obtenidos. El trabajo en laboratorio suele ser muy costoso y ocupar mucho tiempo, sobre todo cuando se quieren estudiar fenómenos de gran tamaño o precisión. Sin embargo, es necesario reducir al mínimo el número de experimentos requeridos para poder lograr esto se necesita un conocimiento aproximado de los valores o medidas en juego, ya que los experimentos basados en diseños totalmente empíricos suelen ser más complejos de analizar. Con base a lo anterior los experimentos de laboratorio necesitan de herramientas que permitan hacer un estudio adecuado entre estas están: el análisis dimensional el cual consiste en que cualquier relación cuantificable que se establezca entre los parámetros que intervienen en un fenómeno físico debe ser dimensionalmente homogénea, por lo que el uso de parámetros adimensionales incrementa significativamente la comprensión de los mismos, cuyo objeto es:

- Completar el análisis matemático, incorporando la experimentación en la solución de problemas reales complejos.
- Reducir el costo de la experimentación, destacando los aspectos esenciales mediante la agrupación conveniente de las variables que intervienen.
- Proporcionar herramientas para relacionar las magnitudes de las variables medidas experimentalmente a distintas escalas, haciendo utilizables las medidas obtenidas en modelos reducidos.

Otra técnica importante para realizar ensayos de laboratorio que va de la mano del análisis dimensional es la similitud, la cual es el estudio de predecir condiciones del prototipo a partir de observaciones en modelos. Donde la experimentación está basada en llevar fenómenos físicos a una menor escala ya que si se tienen las mismas relaciones geométricas y de fuerzas, entonces la solución adimensional resultante es válida tanto para nuestro modelo como en el prototipo. No siempre se tiene estas igualdades por lo que se tiene que realizar los ajustes pertinentes en la experimentación de tal manera que las relaciones de fuerzas dominantes se parezcan lo más que se pueda.

El objetivo de esta tesis tiene como finalidad exhibir la importancia que tienen los modelos experimentales con el fin de entender los fenómenos presentados durante un flujo multifásico.

Como siguiente objetivo se encuentra la trascendencia del análisis dimensional, el cual esta aunado al modelo experimental. Este sirve para hacer un análisis minucioso de las variables que intervienen durante dicho proceso, las cuales se relacionan entre sí mediante distintos métodos, de los que sobre sale el teorema de Buckingham, formando parámetros adimensionales, los cuales sirven para caracterizar el flujo y saber bajo qué fuerzas se encuentra regido el mismo.

Cabe señalar que no se estudió el tema de similitud a detalle debido a que no se trató de comparar el modelo experimental con un caso real, era importante la mención de éste debido al impacto que tiene en el modelado de un caso real.

1. ANTECEDENTES.

En la práctica de la ingeniería es necesario llevar acabo un conjunto de trabajos experimentales, los cuales deben realizarse mediante el *método científico* debido a que este lleva un orden definido.

Es importante tener claro el sistema de unidades con el que se va a trabajar para no tener equivocaciones en el desarrollo de dicho trabajo ya que en muchas ocasiones no se especifica esto en trabajos previos y se infieren dichas unidades, teniendo como consecuencia errores de tipo sistemático.

Por otra parte, para tratar el flujo de fluidos es conveniente definir que es un *fluido*, así como su clasificación y las propiedades generales que los caracterizan; las propiedades de los fluidos se analizan para saber en función de variables que está el fenómeno estudiado.

1.1 MÉTODO CIENTÍFICO

Al analizar los fenómenos que nos rodean es necesario hacerlo de una manera ordenada, precisa y detallada, para esto se utiliza el *método científico*; el *método científico* es un enfoque sistemático para la investigación, a continuación, se muestra las tres principales acciones en la estructura del método:

1. Definir detalladamente el problema.
2. Realizar experimentos: Diseñar un modelo experimental, calibrarlo y realizar el trabajo correspondiente.
3. Elaborar observaciones minuciosas, registrando la información obtenida de manera ordenada; estableciéndose así las primeras hipótesis.

Los datos registrados de la investigación pueden ser de dos tipos: *cualitativos* los cuales consisten en observaciones generales acerca de la calidad del sistema y *cuantitativos* estos se basan en comprender los números obtenidos de las diversas mediciones del sistema.

Después de experimentar y registrar la información obtenida, sigue la interpretación de dichos datos para explicar el fenómeno observado, con el fin de formular una *hipótesis*; una *hipótesis* que es una suposición del objeto de investigación. Con base a lo anterior se

crean nuevos experimentos para verificar la validez de dicha *hipótesis* y con esto se inicia de nuevo el proceso de investigación. En la Fig. 1.1. muestra un diagrama de dicho proceso.

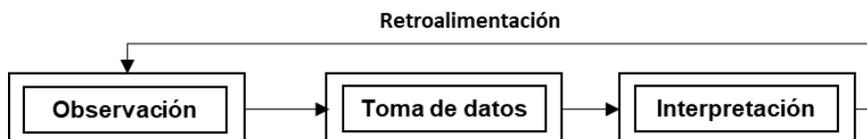


Figura 1.1. Esquema de la primera fase en una investigación utilizando el método científico.

Si la información obtenida obedece a la descripción de un fenómeno correspondiente, teniendo un gran número de datos, es frecuente resumir la información de manera concisa como una *ley*; una *ley* es un enunciado conciso, verbal o matemático, de una relación de fenómenos que es siempre la misma bajo las mismas condiciones. Una hipótesis que resiste muchas pruebas experimentales de su validez puede convertirse en una *teoría*; una *teoría* es un principio unificador que explica un conjunto de hechos o leyes basadas en esos hechos.

1.2 SISTEMAS DE UNIDADES Y SUS DIMENSIONES

En el mundo de las ciencias exactas (matemáticas, física, química, etc.) es de suma importancia comprender los sistemas de unidades con los que se está trabajando para evitar errores de tipo sistemático en el desarrollo de un trabajo.

En una Conferencia General de Pesas y Medidas que se dio en 1960 con asistencia de 40 países, se propuso el *Sistema Internacional de Unidades (SIU)*; el cual se pretende que sea adoptado por los Estados Unidos, pero no es una tarea fácil ya que significa un gran reto debido a la inercia del antiguo sistema y el alto costo de migración, su sistema utilizado es el *sistema inglés*.

Para comprender mejor los sistemas de unidades es necesario entender algunos conceptos fundamentales tales como:

- *Magnitud* es todo aquello que se puede *medir*.
- *Medir* es comparar una *magnitud* con otra de la misma especie llamada patrón
- *Dimensión* es la medida por la cual una variable física se expresa cuantitativamente
- *Unidad* es una forma particular de asignar un número a la *dimensión* cuantitativa.

Partiendo de lo anterior se tienen siete *magnitudes fundamentales* que son:

1. Longitud.
2. Masa.
3. Tiempo.
4. Temperatura.
5. Cantidad de sustancia.
6. Intensidad de corriente eléctrica.
7. Intensidad de corriente luminosa.

Además, cuando una magnitud está en función de las *magnitudes fundamentales* reciben el nombre de *magnitudes derivadas*; un ejemplo es la densidad (ρ) que es la relación de la masa de un cuerpo entre el volumen que ocupa, por lo tanto, está en función de la *masa* (M) y la *longitud* (L):

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{[M]}{[L^3]} = [L^{-3}M]$$

En la Tabla 1.1. muestra las *magnitudes fundamentales* con sus respectivas unidades y dimensiones para el *SIU* y el *Sistema inglés*; de igual forma la Tabla 1.2. muestra algunas *magnitudes derivadas* con las mismas características para ejemplificar lo antes visto.

Tabla 1.1. *Magnitudes fundamentales con sus respectivas unidades y dimensiones.*

Magnitud	Unidad		Símbolo		Dimensión
	SI	Sistema inglés	SI	Sistema inglés	
Longitud	Metro	Pie	M	Ft	L
Masa	Kilogramo	Libra	Kg	Lb	M
Tiempo	Segundo	Segundo	S	S	T
Temperatura	Kelvin	Rankine	K	°R	°
Corriente eléctrica	Ampere	Ampere	A	A	
Cantidad de Sustancia	Kg-mol	Lb-mole	Kg-mol	lb-mol	M
Intensidad Luminosa	Candela	Candela	Cd	Cd	

Tabla 1.2. Magnitudes derivadas con sus respectivas unidades y dimensiones.

Magnitud	Símbolo		Dimensión
	SI	Sistema inglés	
Fuerza	N	Lb _f	LMT ⁻²
Presión	Pa	Psia	L ⁻¹ MT ⁻²
Densidad	Kg/m ³	Lb/ft ³	L ⁻³ M
Velocidad	m/s	ft/s	LT ⁻¹
Tensión Superficial	N/m	Lb _f /ft	MT ⁻²
Viscosidad	N*s/m ²	Lb _f *s/ft ²	L ⁻¹ MT ⁻¹
Gasto	m ³ /s	ft ³ /s	L ³ T ⁻¹
Calor específico	J/Kg*K	Btu/slug*°R	L ² T ⁻² θ ⁻¹

Otro punto importante por destacar es el uso de prefijos debido al manejo de cantidades grandes o en su caso cantidades pequeñas. La Tabla 1.3. muestra los prefijos utilizados en el *SIU*.

Tabla 1.3. Prefijos comúnmente usados.

Prefijo	Símbolo	Significado
Tera-	T	10 ¹²
Giga-	G	10 ⁹
Mega-	M	10 ⁶
Kilo-	K	10 ³
Mili-	M	10 ⁻³
Micro-	μ	10 ⁻⁶
Nano-	N	10 ⁻⁹
Pico-	P	10 ⁻¹²

1.3 CONCEPTOS GENERALES

El propósito de este tema es definir algunos conceptos básicos que se requieren comprender para el desarrollo del presente trabajo, estos se presentan ordenados de manera alfabética para un manejo más fácil.

Coefficiente de compresibilidad isotérmica. Es el cambio fraccional del volumen en función del cambio de presión a una temperatura constante, Ecu. 1.1.

$$C = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T \quad (1.1.)$$

Densidad. Es una propiedad intensiva que no depende de la cantidad de masa presente, por lo que la proporción de masa sobre volumen permanece sin cambio para un material dado, Ecu. 1.2. para las mismas condiciones.

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (1.2.)$$

La densidad de una sustancia varía cuando cambia la presión o la temperatura, y en los cambios de estado, Ecu. 1.3.

$$\rho = \rho(T, P) \quad (1.3.)$$

Se ha establecido empíricamente:

- Que cuando aumenta la presión, la densidad de cualquier material también aumenta; notablemente en los gases y casi inapreciablemente tanto en líquidos como en sólidos.
- Como regla general, al aumentar la temperatura, la densidad disminuye (si la presión permanece constante). Sin embargo, existen notables excepciones a esta regla. Por ejemplo, la densidad del agua dulce crece entre el punto de fusión (a 0 °C) y los 4 °C;5 algo similar ocurre con el silicio a bajas temperaturas.
- De manera práctica y dependiendo del tipo de problema que se esté solucionando, para los líquidos y sólidos se puede considerar la densidad constante. Esto es debido a que las variaciones que presentan en cuanto a dilatarse o contraerse debido a cambios de presión y/o temperatura son relativamente pequeños.

Densidad relativa. Es un número adimensional que se determina de la relación de la masa de un cuerpo a la masa de un volumen igual, de una sustancia que se toma de referencia; Los sólidos y líquidos se refieren al agua pura a 4 grados centígrados, Ecu. 1.4, y los gases al aire a condición de presión y temperatura estándar, Ecu. 1.5.

$$\gamma_{liq} = \frac{\rho_{liq}}{\rho_{H2O}} \quad (1.4.)$$

$$\gamma_{gas} = \frac{\rho_{gas}}{\rho_{aire}} \quad (1.5.)$$

Ecuación de Bernoulli. Es una relación fundamental de la mecánica de fluidos que se deduce de las leyes básicas de la mecánica newtoniana. Para un fluido ideal (incompresible y no viscoso) en régimen estacionario para una corriente continua de fluido, si el trabajo que realizan las fuerzas no conservativas es despreciable, la energía mecánica se conserva, Ecu. 1.6.

$$P + \frac{\rho v^2}{2} + \rho g z = cte \quad (1.6.)$$

Se observa que la ecuación de Bernoulli consta de tres componentes las cuales son: *energía de flujo, energía cinética y energía potencial gravitacional*, respectivamente.

Ecuación de estado. Es una ecuación que relaciona, para un sistema en equilibrio termodinámico, las variables de estado que lo describen. Tiene la forma general:

$$f(P, V, T) = 0 \quad (1.7.)$$

No existe una única ecuación de estado que describa el comportamiento de todas las sustancias para todas las condiciones de presión y temperatura.

Energía de flujo. Es la energía que un fluido contiene debido a la presión que posee, Ecu. 1.8.

$$E_f = \Delta PV \quad (1.8.)$$

Energía cinética. Es la energía debida a la velocidad que posea el fluido, Ecu. 1.9.

$$E_k = \frac{m\Delta v^2}{2} = \frac{\rho V \Delta v^2}{2} \quad (1.9.)$$

Energía potencial gravitacional. Es la energía debido a la altitud que un fluido posea, Ecu. 1.10.

$$E_p = mgz = \rho Vgz \quad (1.10.)$$

Estado. Son los valores de todas las variables macroscópicas (composición, volumen, presión y temperatura) pertinentes de un sistema.

Fase. Es una porción homogénea de un sistema físicamente diferenciable y separable mecánicamente. Existen tres fases en las que puede existir la materia:

- *La fase líquida* es aquella que tiene volumen definido, pero adopta la forma de su contenedor, su densidad es alta, es ligeramente compresible y sus moléculas se deslizan entre sí libremente.
- *La fase sólida* es aquella que tiene volumen definido, su densidad es alta, es virtualmente incompresible y sus moléculas vibran entorno a posiciones fijas.
- *la fase gaseosa* es aquella que adopta el volumen y la forma del recipiente que lo contiene, su densidad es baja, es muy compresible y sus moléculas tienen movimiento libre.

Fluido. Es aquel líquido o gas que se mueve por la acción de un esfuerzo cortante sin importar que tan pequeño sea. Los fluidos pueden clasificarse de acuerdo con la relación que existe entre el esfuerzo cortante y la velocidad de deformación; aquellos que cumplen con *la ley de Newton de la viscosidad* (comportamiento lineal), son considerados *fluidos newtonianos*. Otros que cumplen con una relación lineal son los *fluidos de Bingham* (plásticos ideales), la diferencia es que requieren de un esfuerzo cortante inicial mínimo para empezar a moverse.

Los *fluidos no newtonianos* no tienen comportamiento lineal, entre estos están: los *fluidos dilatantes* los cuales se vuelven más resistentes al movimiento conforme la velocidad de deformación se incrementa y los *fluidos pseudoplásticos* aquellos que se vuelven menos resistentes al movimiento conforme la velocidad de deformación se incrementa.

Por último, están los *fluidos ideales* los cuales no cumplen con la *condición de no deslizamiento* esto quiere decir que no son viscosos, como consecuencia de esto el esfuerzo cortante es siempre nulo sin importar la clase de movimiento que se aplique, por otro lado, son considerados incompresibles. La gráfica de la Fig. 1.2. muestra el

comportamiento del esfuerzo cortante contra la velocidad de deformación para cada uno de los fluidos antes mencionados.

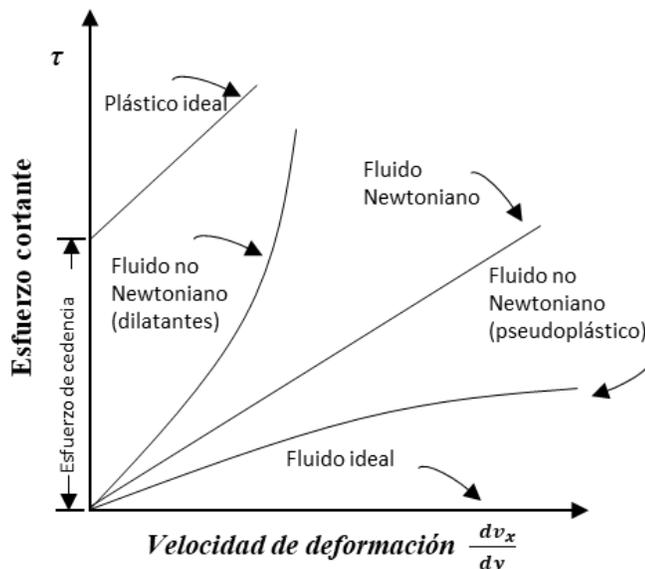


Figura 1.2. Gráfica de la clasificación de los fluidos respecto al esfuerzo cortante y su velocidad de deformación.

Fuerzas conservativas. Decimos que una fuerza es conservativa cuando el trabajo que realiza sobre un cuerpo depende sólo de los puntos inicial y final y no del camino seguido para llegar de uno a otro.

Gasto volumétrico. Es la cantidad de flujo que atraviesa una superficie determinada por unidad de tiempo, Ecu. 1.11.

$$Q = vA \quad (1.11.)$$

Ley de Avogadro. Establece que, a presión y temperatura constantes, el volumen de un gas es directamente proporcional al número de moles del gas presente, Ecu. 1.12.

$$\frac{V}{n} = cte \quad (P \text{ y } T \text{ cte}) \quad (1.12.)$$

Ley de Boyle. Establece que la presión de una cantidad fija de gas a temperatura constante es inversamente proporcional al volumen del gas, Ecu. 1.13.

$$PV = cte \quad (P \text{ y } T \text{ cte}) \quad (1.13.)$$

Ley de Charles. Establece que el volumen de una cantidad fija de gas mantenido a presión constante es directamente proporcional a la temperatura absoluta del gas; otra forma de la ley establece que, para una cantidad de gas a volumen constante, la presión es directamente proporcional a la temperatura, Ecu. 1.14.

$$\frac{V}{T} = cte \quad o \quad \frac{P}{T} = cte \quad (n \text{ cte}) \quad (1.14.)$$

Ley de los gases ideales. Se define como una ecuación de estado para un gas ideal la cual está basada en la *ley de Boyle*, *ley de Charles* y *ley de Avogadro*. Asumiendo las tres leyes se obtiene la *ley de los gases ideales*, Ecu. 1.15. donde R es la constante de los gases ideales.

$$PV = nRT \quad (1.15.)$$

Presión. Es la fuerza normal por unidad de área que actúa sobre las fronteras del sistema y se puede expresar mediante cualquier base de referencia arbitraria, Ecu. 1.16.

$$P = \frac{F}{A} \quad (1.16.)$$

Presión de burbuja. Es la presión a la cual se forma la primera burbuja de gas al pasar de un sistema en estado líquido a un estado de dos fases, donde la fase líquida está en equilibrio con una cantidad infinitesimal de gas libre.

Presión hidrostática. Es la fuerza por unidad de área que actúa sobre la base de una columna de líquido, Ecu. 1.17.

$$P_h = \rho gh \quad (1.17.)$$

Presión de rocío. Es la presión a la cual se forma la primera gota de líquido al pasar de un sistema en estado gaseoso a un estado de dos fases, donde la fase gaseosa está en equilibrio con una cantidad infinitesimal de líquido.

Principio de Torricelli. Suponiendo que un tanque contiene líquido y está abierto a la atmósfera en su parte superior, como se muestra en lado izquierdo de la Fig. 1.3. la velocidad del nivel del líquido se comporta como la velocidad de una partícula en caída libre, lado derecho de la Fig.1.3.

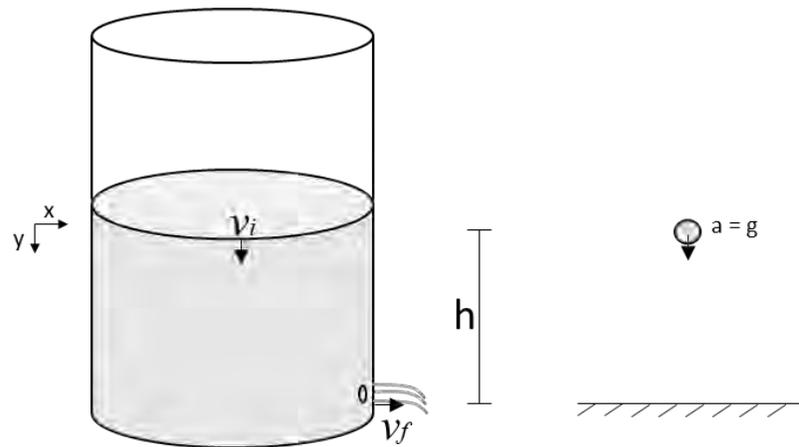


Figura 1.3. Esquema del experimento de Torricelli para determinar la velocidad de salida en un orificio por debajo de la superficie libre del líquido.

Partiendo del comportamiento de la velocidad en caída libre y considerando nuestro eje de referencia se tiene la Ecu 1.18.

$$v_f = \sqrt{2g \left(h + \frac{v_i^2}{2g} \right)} \quad (1.18.)$$

Reología. Es la ciencia del flujo y la deformación, que estudia las propiedades mecánicas (viscosidad, plasticidad, elasticidad, etc.) de los gases, líquidos, plásticos, sustancias asfálticas y materiales cristalinos.

Sistema. Se define como una cantidad fija de materia en la que se concentra la atención, el cual está compuesto por fronteras que pueden ser reales o imaginarias, pueden estar en reposo o en movimiento y pueden cambiar su tamaño o forma. Los *alrededores o medio* es la región del espacio físico que existe fuera de las fronteras del sistema y que interactúan con él.

Los sistemas pueden clasificarse en dos tipos: *sistema cerrado o masa de control* en el cual no hay flujo de masa a través de las fronteras, aunque si se permite que la energía fluya a través de estas, a pesar que la cantidad de materia permanece fija y *sistema abierto o volumen de control* se refiere a una región de interés en el espacio a través de cuyas fronteras (*superficie de control*) entra y sale fluido continuamente; la forma y tamaño del volumen de control algunos autores lo consideran enteramente arbitrario, pero cabe señalar que se debe definir de acuerdo con las características de interés y la experiencia del investigador, muchas veces se establece mediante la superposición de una velocidad uniforme al sistema y sus alrededores

Tensión superficial. Es una propiedad de la interfase entre dos fases inmiscibles. Es la cantidad de energía que se requiere para incrementar la superficie de un líquido por unidad de área, por lo que a medida que el líquido tenga mayores fuerzas de cohesión, contará con una tensión superficial mayor. Cuando ambas fases son líquidas se denomina *tensión interfacial* pero cuando una de las fases es el gas se denomina *tensión superficial*.

Viscosidad. Es la resistencia al flujo de los fluidos. Considerando un fluido contenido entre dos grandes placas planas y paralelas, de área A ; separadas entre sí por una distancia muy pequeña, la cual esta inicialmente en reposo, pero al cabo de un tiempo t , la placa inferior se pone en movimiento en la dirección del eje de las abscisas x con una velocidad constante v , a medida que transcurre el tiempo el fluido gana cantidad de movimiento, hasta establecerse en un régimen estacionario, Fig. 1.4.

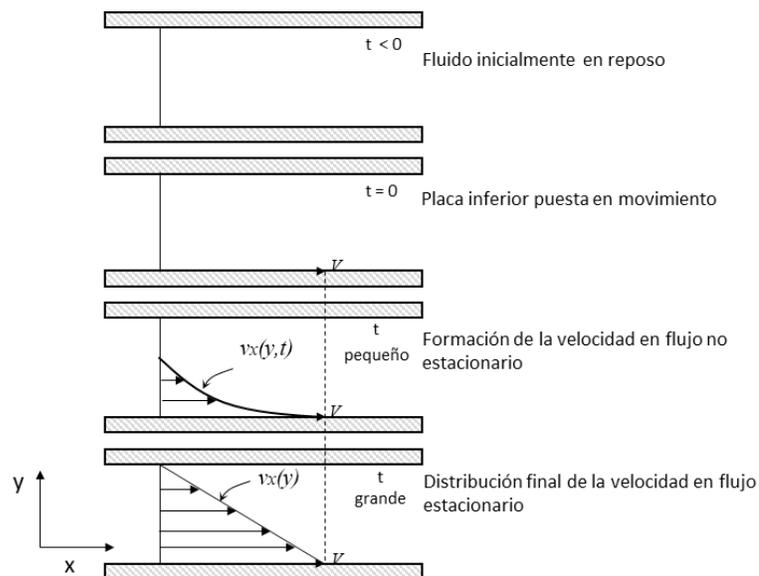


Figura 1.4. Formación del perfil de velocidades en estado estacionario para un fluido contenido entre dos placas.

Una vez alcanzado dicho régimen es necesario aplicar una fuerza constante F para conservar el movimiento de la placa inferior (asumiendo que se trata de un flujo laminar), la cual está dada por:

$$\frac{F}{A} = \mu \frac{v}{y}$$

Se tiene que la fuerza por unidad de área es proporcional a la disminución de la velocidad con respecto a la distancia y , donde la constante de proporcionalidad μ es denominada

viscosidad del fluido. Se sabe que la presión es la relación de la fuerza por unidad de área, donde fuerza aplicada es perpendicular a ésta, lo cual no es el caso debido a que las fuerzas aplicadas son tangenciales al área, en este caso se le llama *Esfuerzo cortante* τ ; Ecu. 1.19.

$$\tau_{yx} = \mu \frac{dv_x}{dy} \quad (1.19)$$

Obteniendo así la *ley de Newton de la viscosidad*, se designa al *esfuerzo cortante* como τ_{yx} con base a que primero se pone el subíndice de la dirección en que varía la velocidad seguido de la dirección en que actúa el esfuerzo; el cociente $\frac{dv_x}{dy}$ corresponde a la velocidad de deformación del fluido.

1.4 PROPIEDADES DE LOS FLUIDOS PETROLEROS.

En la producción de hidrocarburos los principales fluidos que se extraen son: aceite, gas y agua. Por lo que a continuación se definen las principales propiedades que caracterizan al aceite y gas, debido a que son los únicos fluidos que intervienen en el trabajo de experimentación.

1.4.1 PROPIEDADES DEL GAS

Factor de desviación estándar de los gases reales. Debido a que en la realidad no se tiene un comportamiento ideal se necesita ajustar la ecuación de los gases ideales con este factor de tal manera que se tenga un comportamiento más cercano al real. Se define como la relación del volumen de gas real que corresponde a una presión y temperatura específica con respecto al volumen de gas calculado con la ecuación de los gases ideales, Ecu. 1.20.

$$z = \frac{V_r}{V_i} \quad (1.20.)$$

Por lo que, sustituyendo la ecuación de los gases ideales, Ecu. 1.15. en la Ecu. 1.20. se tiene la Ecu. 1.21. también conocida como la ecuación de los gases reales.

$$z = \frac{PV_r}{nRT} \quad (1.21.)$$

Datos experimentales muestran que a presiones muy bajas las moléculas se encuentran demasiado separadas, esto propicia que se tengan las condiciones requeridas para un gas ideal, es decir $z \approx 1$.

A presiones moderadas, las moléculas se encuentran lo suficientemente cercanas una de otra para ejercer alguna fuerza de atracción entre ellas; lo cual causa que el volumen real sea menor que el volumen ideal (calculado con la ecuación de estado para gases ideales) por lo que el *factor z* es menor que la unidad. Para gases cercanos al punto crítico su valor se encuentra entre 0.3 a 0.4.

A presiones altas, la fuerza de atracción entre las moléculas de gas es muy fuerte, esto causa que existan fuerzas de repulsión entre ellas, esto lleva a que el volumen real sea mayor que el volumen ideal y en consecuencia el *factor z* sea mayor que la unidad. La gráfica de la Fig. 1.5 muestra el comportamiento del factor de compresibilidad con respecto a la presión, la cual está dividida en dos secciones: a bajas presiones, el volumen real es menor que el volumen ideal y altas presiones, el volumen real es mayor que el volumen ideal.

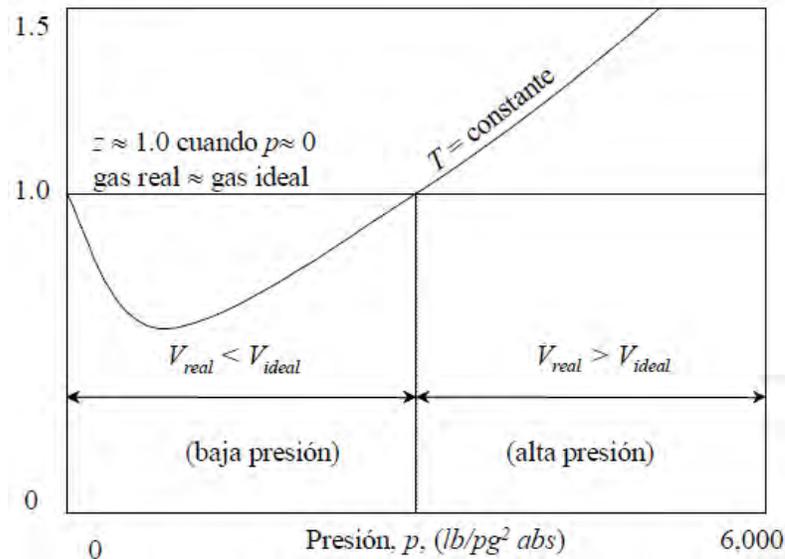


Figura 1.5. Gráfica del comportamiento del factor de desviación estándar con respecto a la presión de yacimiento.

Densidad del gas. Es la relación de la masa de un gas con respecto al volumen que ocupa, Ecu. 1.22.

$$\rho_g = \frac{m_g}{V_g} \quad (1.22.)$$

Sustituyendo la ecuación de los gases reales, Ecu. 1.21, en la Ecu. 1.22. se obtiene la Ecu. 1.23.

$$\rho_g = \frac{PM_g}{zRT} \quad (1.23.)$$

Factor de volumen del gas de formación. Es la relación de una cantidad de volumen de gas a condiciones de yacimiento respecto a la misma cantidad de volumen de gas a condiciones de superficie, Ecu. 1.24.

$$B_g = \frac{V_g@C.Y.}{V_g@C.S.} = 0.0282 \frac{z_y T_y}{P_y} \quad (1.24.)$$

La Fig. 1.6. muestra el comportamiento del B_g ; a presiones altas se tiene un B_g alto, de la misma forma a presiones bajas se tiene un B_g bajo.

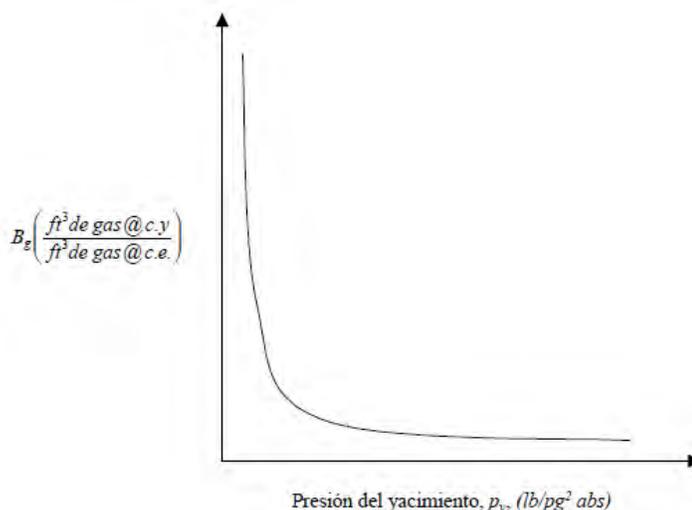


Figura 1.6. Gráfica del comportamiento del factor de volumen del gas con respecto a la presión de yacimiento.

Coficiente de compresibilidad isotérmico del gas. Despejando al volumen de la ecuación de los gases reales y sustituyendo en la Ecu. 1.1. se tiene:

$$PV = znRT \quad \text{despejando el volumen} \quad V = \frac{znRT}{P}$$

$$c_g = -\frac{P}{znRT} \left[\frac{\partial \left(\frac{znRT}{P} \right)}{\partial P} \right]_T$$

Expandiendo las derivadas parciales, se obtiene la Ecu. 1.25.

$$c_g = -\frac{P}{z} \left[z \frac{\partial}{\partial P} \left(\frac{1}{P} \right) + \frac{1}{P} \left(\frac{\partial z}{\partial P} \right) \right] = \frac{1}{P} - \frac{1}{z} \left(\frac{\partial z}{\partial P} \right)_T \quad (1.25.)$$

La ecuación 1.25. es el coeficiente de compresibilidad isotérmico para un gas real, la derivada parcial $\left(\frac{\partial z}{\partial p}\right)_T$ es la pendiente en la gráfica del factor de desviación estándar contra la presión a temperatura constante. Considerando el primer término de la Ecu. 1.25. se tiene la ecuación representativa de la compresibilidad de un gas ideal, Ecu. 1.26.

$$c_g = \frac{1}{p} \quad (1.26.)$$

La Fig. 1.7. muestra el comportamiento de la compresibilidad del gas contra la presión de yacimiento; a presiones de yacimiento altas, la compresibilidad del gas es alta de igual manera a presiones de yacimiento bajas, la compresibilidad del gas es baja.

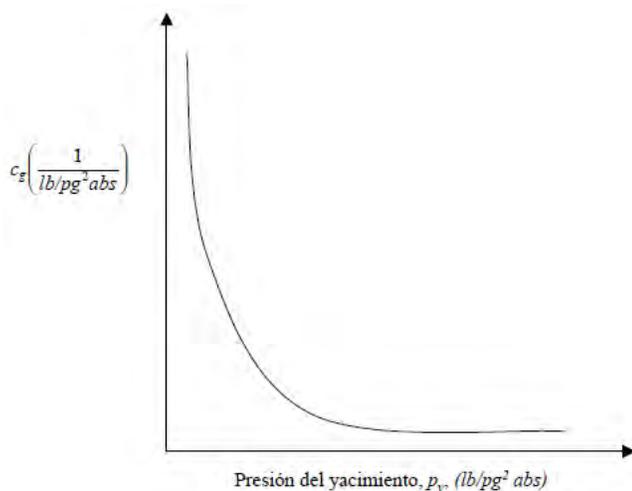


Figura 1.7. Gráfica del comportamiento del coeficiente de compresibilidad isotérmico del gas ideal con respecto a la presión de yacimiento.

Viscosidad del gas. Es una medida de resistencia al flujo ejercida por las moléculas del gas. La viscosidad de un gas generalmente es estimada mediante correlaciones, donde la viscosidad de un gas natural está en función de la presión, la temperatura y su composición.

$$\mu_g = f(p, T, y_i)$$

Existen diversos métodos para determinar la viscosidad de los gases, las correlaciones más comunes utilizadas son:

- Carr-Kobayashi-Burrows.

- Lee-Gonzalez-Eakin.

A continuación, la Fig. 1.8. muestra el comportamiento de la viscosidad del gas a tres diferentes temperaturas de yacimiento contra la presión de yacimiento; a presiones bajas conforme se incrementa la temperatura, la viscosidad aumenta, por otro lado, a presiones altas conforme se incrementa la temperatura, la viscosidad disminuye.

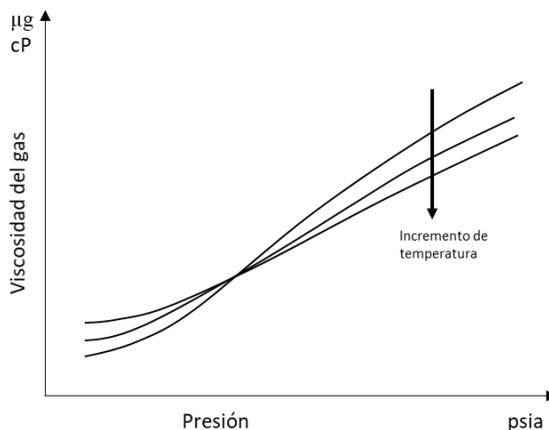


Figura 1.8. Comportamiento de la viscosidad del gas contra la presión de yacimiento a distintas temperaturas.

1.4.2 PROPIEDADES DEL ACEITE

Coficiente de compresibilidad isotérmica del aceite. A presiones de yacimiento mayores que la presión de saturación, la compresibilidad del aceite se define como la compresibilidad del gas, Ecu. 1.27.

$$c_o = -\frac{1}{B_o} \left(\frac{\partial B_o}{\partial P} \right)_T \quad (1.27.)$$

La Fig. 1.9 muestra el comportamiento de la compresibilidad del aceite por arriba de la presión de burbuja, la cual conforme disminuye la presión de yacimiento aumenta la compresibilidad del aceite; debido a que son compresibilidades muy pequeñas se dice que se mantiene virtualmente constante, su valor no excede $35 \times 10^{-6} (\text{psia})^{-1}$.

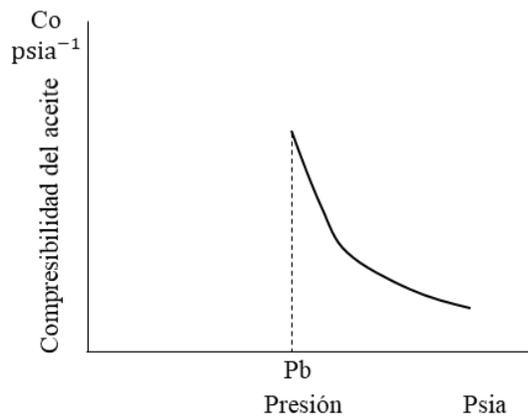


Figura 1.9. Gráfica del comportamiento de la compresibilidad del aceite respecto a la presión de yacimiento.

Para presiones de yacimiento menores que la presión de saturación, se adiciona un término para tomar en cuenta el volumen de gas liberado (gas libre), Ecu. 1.28.

$$c_o = -\frac{1}{B_o} \left[\left(\frac{\partial B_o}{\partial P} \right)_T - \frac{1}{B_g} \left(\frac{\partial R_s}{\partial P} \right)_T \right] \quad (1.28.)$$

La gráfica de la Fig. 1.10. muestra el comportamiento de la compresibilidad del aceite antes y después de la presión de burbuja, analizando para presiones menores a la presión de burbuja, se puede notar que incrementa sustancialmente la compresibilidad del aceite, Fig. 1.11, conforme la presión se reduce el volumen de líquido decrece. Sin embargo, el volumen de líquido original se incrementa debido a la liberación del gas en solución.

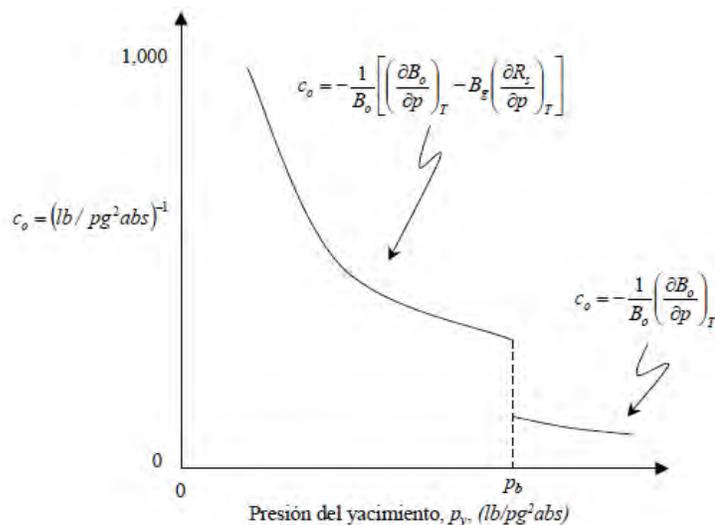


Figura 1.10. Gráfica del comportamiento de la compresibilidad del aceite respecto a la presión de yacimiento.

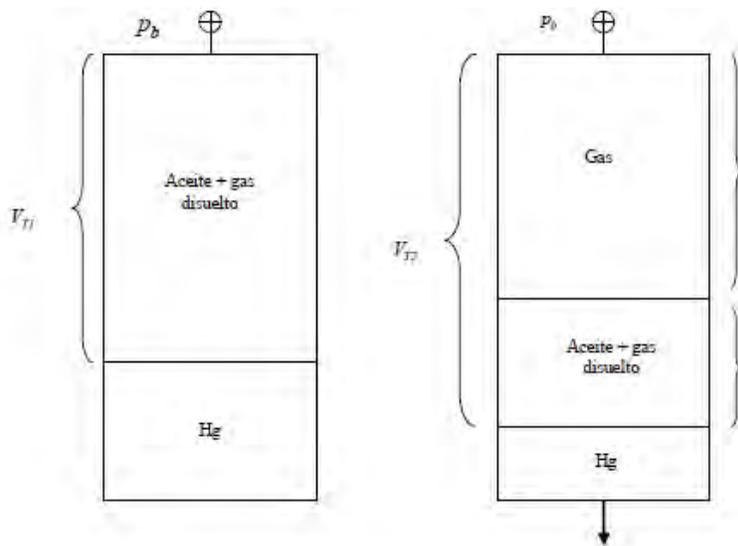


Figura 1.11. Ilustración de la compresibilidad del aceite, para una presión menor a la presión de burbuja.

Densidad relativa del aceite. Se define como la relación de la densidad del aceite entre la densidad del agua a 60°/60°, lo que significa que la densidad del aceite y del agua se midieron a 60°F a la presión atmosférica, Ecu. 1.29.

$$\gamma_o = \frac{\rho_o}{\rho_w} \quad (1.29.)$$

En la industria petrolera, el aceite crudo se clasifica de acuerdo con su peso específico, y es expresado en una escala normalizada por el Instituto Americano del Petróleo (American Petroleum Institute) llamada *densidad API*, o comúnmente conocida como grados API (°API). La Ecu. 1.30. muestra la conversión de densidad relativa a grados API.

$$^{\circ}API = \frac{141.5}{\gamma_o} - 131.5 \quad (1.30.)$$

Tabla 1.4. Clasificación del aceite crudo con respecto a su densidad relativa y sus grados °API.

Aceite crudo	Densidad relativa	Densidad °API
Extra pesado	>1	<10
Pesado	1.0 - 0.92	10 a 22.3
Mediano	0.92 - 0.87	22.3 a 31.1
Ligero	0.87 - 0.83	31.1 a 39
Super ligero	<0.83	>39

Factor de volumen de formación del aceite. Es la relación del volumen que ocupa un barril de aceite con su gas disuelto a presión y temperatura a las condiciones establecidas de presión y temperatura con respecto al volumen que ocupa un barril a condiciones estándar, Ecu. 1.31. Además, representa una medida del encogimiento volumétrico del aceite.

$$B_o = \frac{V_{o+gd}@C_{P,T}}{V_o@C.E.} \quad (1.31.)$$

Este cambio en volumen del aceite se debe a tres factores:

1. Liberación del gas disuelto en el aceite conforme la presión decrece desde la presión de yacimiento hasta la presión de superficie.
2. La reducción en la presión causa expansión ligera del aceite remanente.
3. El aceite remanente también se contrae debido a la reducción en la temperatura.

Existen diferentes correlaciones para estimar el *factor de volumen del aceite* dentro de las cuales destacan:

- Correlación de Standing
- Correlación de Vázquez
- Correlación de Glasco.

La Fig. 1.12. muestra el comportamiento del B_o contra la presión de yacimiento; el lado izquierdo representa la gráfica típica de un yacimiento de aceite negro, conforme la presión de yacimiento disminuye, el B_o se incrementa de manera lineal hasta la presión de burbuja, después el B_o empieza a disminuir de la misma manera; se nota que a presiones muy bajas disminuye de manera súbita. El lado derecho representa la gráfica típica de un yacimiento de aceite volátil, conforme la presión de yacimiento disminuye, el B_o se incrementa de manera no lineal hasta la presión de burbuja, después disminuye de manera exponencial.

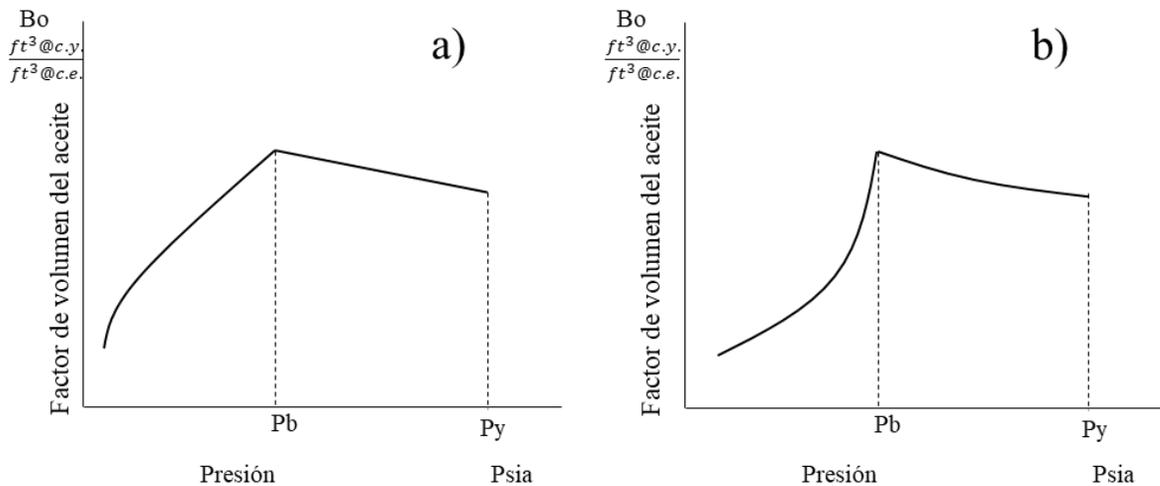


Figura 1.12. a) Gráfica del comportamiento del B_o contra la P_y de un yacimiento de aceite negro b) Gráfica del comportamiento del B_o contra la P_y de un yacimiento de aceite volátil.

Relación de solubilidad. La cantidad de gas disuelto en un aceite a condiciones de yacimiento se denomina relación de solubilidad. La relación de solubilidad es la cantidad de gas que se genera del aceite a medida que éste se transporta desde el yacimiento a las condiciones de la superficie. Esta relación se define en términos de las cantidades de gas y aceite que aparecen en la superficie durante la producción. La gráfica de la Fig. 1.13. muestra el comportamiento de la *Relación de solubilidad* con respecto a la presión; conforme la presión de yacimiento disminuye hasta la presión de burbuja, la R_s se mantiene constante. A partir de este punto empieza a decrecer de manera línea debido a que empieza a liberarse el gas en solución.

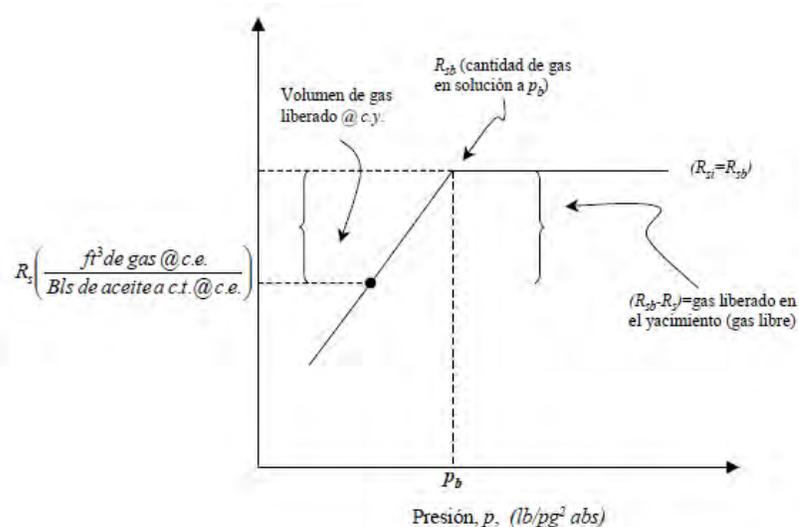


Figura 1.13. Gráfica del comportamiento de la R_s contra la P_y de un yacimiento de aceite negro.

Existen dos métodos en laboratorio para la determinación de la *relación de solubilidad* estos son:

Separación diferencial. Es un proceso en el cual se separa el gas que fue liberado del aceite como resultado de un cambio en la presión o la temperatura, con un retiro continuo del gas que se encuentra en contacto con el aceite, antes de establecer un equilibrio con la fase líquida. Por lo tanto, durante este proceso la composición del sistema varía continuamente, Fig. 1.14.

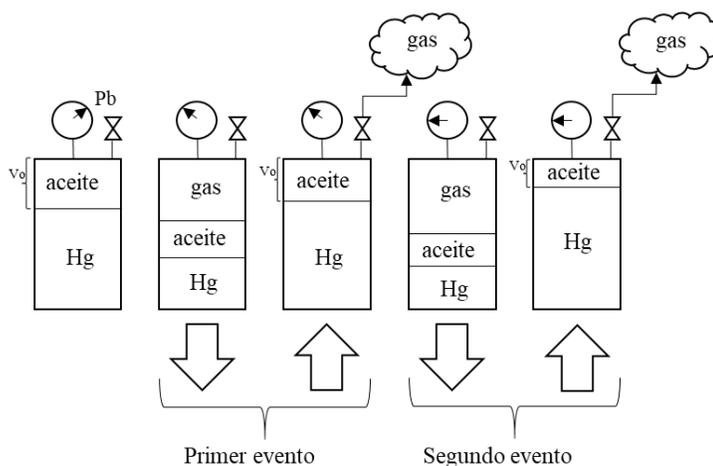


Figura 1.14. Método de separación diferencial.

Propiedades obtenidas a través de una separación diferencial.

- Factor de volumen de aceite
- Relación gas disuelto - aceite
- Densidad del aceite
- Factor z del gas
- Presión de burbuja o de rocío
- Por ciento de mol extraído
- Factor de compresibilidad del gas extraído
- Saturación de líquido
- Composición de gas extraído en cada etapa
- Viscosidades de gas y líquido

Separación instantánea (flash). Es un proceso en el cual, a cada declinación o nivel de presión, se conserva todo el gas liberado del aceite, por lo que se mantiene constante la composición total del sistema, Fig.1.15.

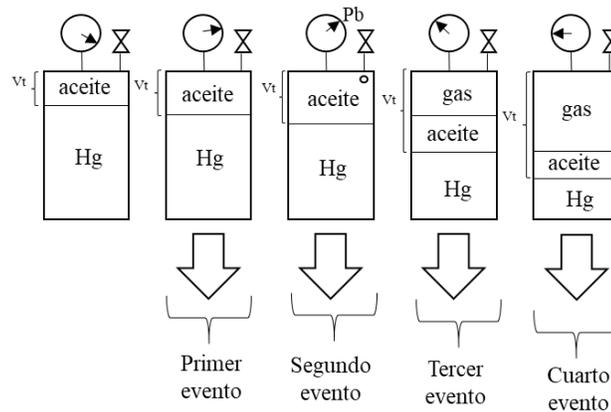


Figura 1.15. Método de separación instantánea (flash).

Propiedades obtenidas a través de una separación flash.

- Presión de saturación
- Factor z del gas (gas y condensado)
- Saturación de líquido
- Viscosidad
- RGA
- Factor encogimiento
- Densidad del aceite, aceite residual y relativa del gas

Factor de volumen total. Es también llamado *factor de volumen de las dos fases*, es decir, cuando la presión está por debajo de la presión de burbujeo. El B_t a diferencia del B_o , considera también el gas que se liberó en el yacimiento al bajar la presión por debajo de la presión de burbuja, Ecu. 1.32.

$$B_t = B_o + B_g(R_{sb} - R_s) \quad (1.32.)$$

La gráfica de la Fig. 1.16. muestra el comportamiento del *factor de volumen total*; conforme la presión de yacimiento disminuye, el B_t es igual al B_o debido a que todo el gas se encuentra disuelto en el aceite y además se tiene un incremento ligero debido a la

expansión de aceite en el yacimiento hasta la presión de burbuja, a partir de este punto se incrementa de manera exponencial debido a que el gas en solución es liberado.

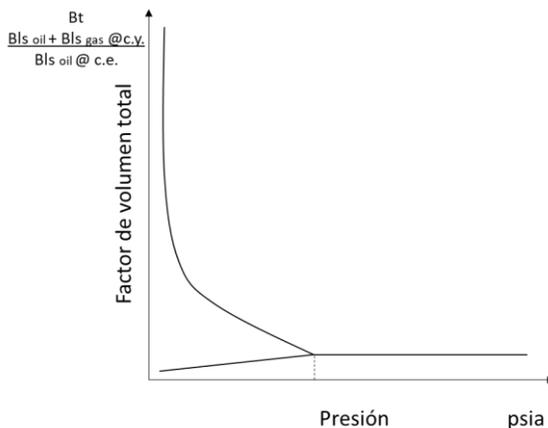


Figura 1.16. Gráfica del comportamiento del Bt con respecto a la presión.

Viscosidad del aceite. Esta propiedad es afectada por la presión y la temperatura, así como otras propiedades físicas de los líquidos. Un incremento en la temperatura causa una disminución en la viscosidad, por otro lado, una disminución en la presión ocasiona una disminución en la viscosidad; con la condición de que el único efecto de la presión es comprimir el líquido.

En los yacimientos de aceite la viscosidad también se ve afectada; una disminución en la cantidad de gas disuelto en el aceite causa un aumento de la viscosidad, debido a que la cantidad de gas está en función directa de la presión, Fig. 1.17.

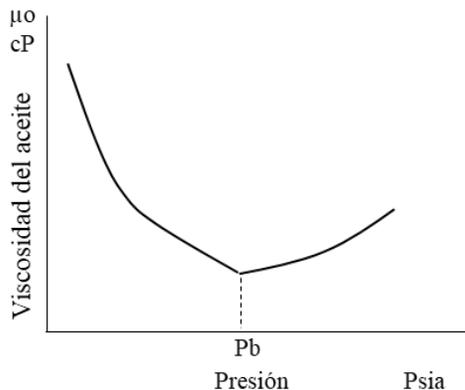


Figura 1.17. Gráfica del comportamiento de la viscosidad del aceite contra la presión de yacimiento.

2. ANÁLISIS DIMENSIONAL

La ingeniería está rodeada de un sinnúmero de problemas, los cuales no basta solamente con la resolución de ecuaciones diferenciales e integrales. Por lo que hay que recurrir a métodos experimentales para establecer relaciones entre las variables de interés; la mayoría son demasiado caros, debido a esto es necesario mantener la experimentación requerida a un mínimo. Esto se ha llevado a cabo gracias a una técnica llamada *análisis dimensional*; este método ha proporcionado apoyo científico para el desarrollo de teorías y uso de modelos.

A continuación, se aborda dicho tema desde su marco histórico, así como la introducción al mismo para la comprensión del *teorema π de Buckingham*, haciendo un análisis del tema de similitud y concluyendo con el tema de condiciones de semejanza.

2.1 ANTECEDENTES

Se considera a Jean Baptiste Joseph Fourier como el primer científico en aportar las bases del *análisis dimensional* en su "Teoría analítica del calor" debido a su *principio de homogeneidad dimensional* establecido en 1822; es el primero en introducir el concepto de dimensión.

Por otro lado, se le considera a Osborne Reynolds como un influyente en esta disciplina gracias a su aporte en la mecánica de los fluidos con su número adimensional en 1833.

El *teorema π de Buckingham* fue demostrado por primera vez por el matemático francés J. Bertrand en 1878 donde solo considera casos especiales de electrodinámica y conducción de calor, su artículo contiene en términos claros todas las ideas básicas del teorema y una indicación de su utilidad para el modelado de fenómenos físicos. La técnica de usar el método de las dimensiones llegó a ser ampliamente conocida debido a las obras de Rayleigh, uno de los que más que contribuyó a esta disciplina, el cual debe ser considerado, después de Fourier, como el fundador del *análisis dimensional*. En la Fig. 2.1. se muestra algunos de los primeros aportadores al *análisis dimensional*.



Figura 2.1 Osborne Reynolds, Fourier, J. Bertrand y Rayleigh.

La generalización formal del *teorema π de Buckingham* para el caso de muchas cantidades arbitrarias fue probada por primera vez por A. Vaschy en 1892 y finalmente en 1914 por Buckingham. Donde fue el artículo de Buckingham que introdujo el uso del símbolo " π_i " para los parámetros adimensionales; es la causa del nombre del teorema.

También se le considera al físico Richard C. Tolman como uno de los personajes que contribuye en esta área gracias a su principio físico que denominó *principio de semejanza* en 1914, donde emplea modelos a escala con el objetivo de que el comportamiento sea lo más cercano posible a como se comportaría en una situación real el objeto en cuestión.

Ningún volumen se ha consagrado al análisis dimensional hasta 1922 (un siglo después de lo realizado por Fourier), año en el cual Percy Williams Bridgman publicó el curso que había impartido en la universidad de Yale donde recogió todos los aportes proporcionados a lo largo de ese lapso el cual nombro "Análisis dimensional". En la Fig. 2.2. se muestra otros aportadores a las bases del análisis dimensional.

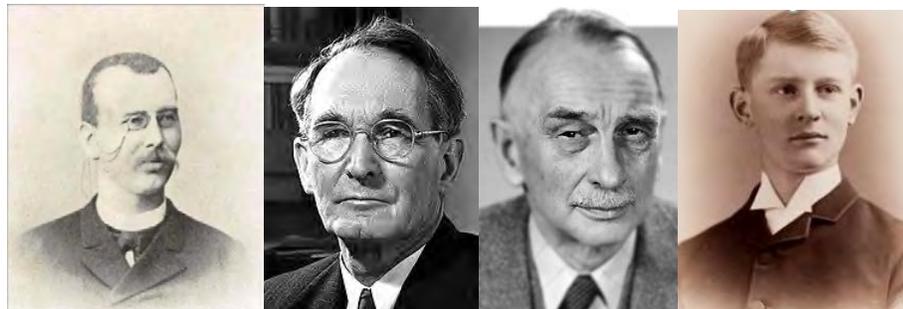


Figura 2.2 A. Vaschy, Percy Williams Bridgman, Richard C. Tolman y Edgar Buckingham.

2.2 ANÁLISIS DIMENSIONAL

El análisis dimensional consiste en que cualquier relación cuantificable que se establezca entre los parámetros que intervienen en un fenómeno físico debe ser dimensionalmente homogénea, por lo que el uso de parámetros adimensionales incrementa significativamente la comprensión de los mismos.

Los parámetros adimensionales permiten utilizar los resultados experimentales obtenidos en condiciones limitadas a situaciones en que se tengan diferentes dimensiones geométricas, además se requiere de cierto grado de conocimiento de los fenómenos bajo estudio, lo cual permite generalizar los resultados experimentales.

La experimentación está basada en llevar fenómenos físicos a una menor escala ya que si se tienen las mismas relaciones geométricas y de fuerzas, entonces la solución adimensional resultante es válida tanto para nuestro modelo como en el prototipo. No siempre se tiene estas igualdades por lo que se tiene que realizar los ajustes pertinentes en la experimentación de tal manera que las relaciones de fuerzas dominantes se parezcan lo más que se pueda.

Como consecuencia, permite describir el fenómeno en su totalidad sin restringirlo por lo que es posible realizar un menor número de experimentos de carácter altamente selectivo; los resultados obtenidos se presentan de una manera más compacta y significativa para su posterior uso, con el fin de encontrar aspectos desconocidos del problema. Resumiendo lo anterior la función del *análisis dimensional* es:

- Completar el análisis matemático, incorporando la experimentación en la solución de problemas reales complejos.
- Reducir el costo de la experimentación, destacando los aspectos esenciales mediante la agrupación conveniente de las variables que intervienen.
- Proporcionar herramientas para relacionar las magnitudes de las variables medidas experimentalmente a distintas escalas, haciendo utilizables las medidas obtenidas en modelos reducidos.

2.3 *TEOREMA π DE BUCKINGHAM*

Para aplicar adecuadamente el análisis dimensional debe distinguirse entre variables dependientes e independientes, con base a esto se tiene que en cada relación que se establezca solo puede existir una variable dependiente donde su comportamiento se trata de explicar en función de los parámetros independientes.

El teorema π de Buckingham demuestra que el número de parámetros incluidos puede reducirse al considerar la idea de *homogeneidad dimensional*; se dice que una ley física es dimensionalmente homogénea si todos sus términos (sumandos) tienen la misma dimensión.

Establece que un problema físico puede representarse como una función que depende de las variables que intervienen en el problema, como se muestra en la Ecu. 2.1.

$$F(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n) = 0 \quad (2.1.)$$

Donde X_1, X_2, \dots, X_n son las variables implicadas (presión, temperatura, fuerza, etc.), “ n ” es el número total de variables y “ m ” es el número total de dimensiones básicas del conjunto de variables.

Primero se calcula el número de parámetros adimensionales independientes (*PAI*), Ecu. 2.2.

$$N\pi = n - m \quad (2.2.)$$

Los cuales representan agrupaciones adimensionales de las variables que intervienen en el fenómeno estudiado y son relacionados mediante la Ecu. 2.3.

$$f(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots, \pi_{n-m}) = 0 \quad (2.3.)$$

El cálculo del número de *PAI* no se cumple siempre, por lo que es necesario recurrir al método de la *matriz dimensional* en el cual las columnas son las variables que intervienen y los renglones las dimensiones fundamentales de estas mismas; se colocan los exponentes de las dimensiones correspondientes a la variable que se esté analizando, Fig. 2.3.

Variable	Dimensiones		v	ρ	l	g	μ	K
v	LT^{-1}	M	0	1	0	0	1	1
ρ	ML^{-3}							
l	L	L	1	-3	1	1	-1	-1
g	LT^{-2}							
μ	$ML^{-1}T^{-1}$	T	-1	0	0	-2	-1	-2
K	$ML^{-1}T^{-2}$							

Figura 2.3. Matriz dimensional para determinar la caída de presión del flujo en una tubería de longitud unitaria, diámetro constante y lisa.

Lo siguiente es calcular el número de matrices cuadradas de la *matriz dimensional* mediante la Ecu. 2.4. y calcular sus determinantes; el número de determinantes cuyo resultado es mayor a cero es el nuevo “ m ”.

$$nC_r = \frac{n!}{(n-r)!r!} \quad (2.4.)$$

Por último, se calculan dichos parámetros con base en que una variable este en función de las demás como se nota en la Ecu. 2.5. donde más adelante se expresa a la variable independiente mediante una serie infinita, Ecu. 2.6, donde los términos están compuestos por las demás variables, dicho de otra forma, se representa a la variable independiente mediante una combinación lineal de las variables que se tienen, acompañadas de un coeficiente adimensional; cada variable esta elevada a un exponente desconocido que se tiene que calcular.

$$X_1 = F(X_2, X_3, \dots, X_n) \quad (2.5.)$$

$$X_1 = K_1 X_2^{a1} X_3^{b1} \dots X_n^{...1} + K_2 X_2^{a2} X_3^{b2} \dots X_n^{...2} + \dots + K_n X_2^{an} X_3^{bn} \dots X_n^{...n} \quad (2.6.)$$

2.4 SIMILITUD

La *similitud* es el estudio de predecir condiciones del prototipo a partir de observaciones en modelos. Permite establecer una analogía entre un fenómeno físico y un modelo experimental de modo que se tengan las condiciones más cercanas entre sí, esto con el fin de poder aplicarlas a otras situaciones de la misma índole.

En general la *similitud* va más allá de los aspectos superficiales de *similitud geométrica* con lo cual erróneamente se confunde; debe entenderse como la correspondencia conocida y usualmente limitada entre el comportamiento del flujo estudiado en el prototipo y el modelo, con o sin *similitud geométrica*.

Sin embargo, la *similitud* rara vez es perfecta debido a que es imposible satisfacer todas las condiciones requeridas, prácticamente es imposible de realizar todos los coeficientes adimensionales, así que en generalmente se dirige la atención a aquellos más influyentes en el fenómeno estudiado, obteniéndose diversos tipos de *similitud* física parcial.

Existen tres similitudes a cumplir las cuales son:

Similitud geométrica

Implica de modo estricto que se cumpla que la proporción de todas las longitudes correspondientes en el modelo y el prototipo deben ser las mismas; como consecuencia los ángulos formados por las líneas que unen puntos homólogos en ambos casos son iguales.

Lo anterior significa que el prototipo y el modelo son idénticos en forma, pero distintos en tamaño. Por lo tanto, cualquier longitud del prototipo puede obtenerse multiplicando su longitud homologa del modelo por un valor fijo que es la escala de líneas, Ecu. 2.7.

$$L_p = E_L L_M \quad (2.7.)$$

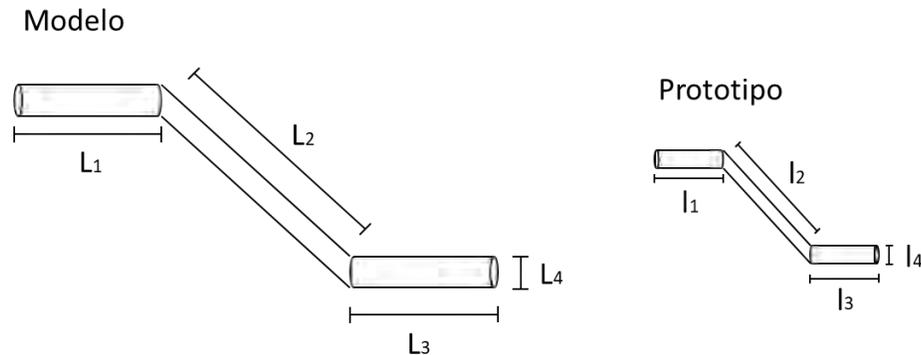


Figura 2.4. Similitud geométrica en una tubería.

En la Fig. 2.4. se muestra el escalamiento de una tubería, debido a que los ángulos del modelo como del prototipo son idénticos se puede establecer la escala que existe para las distancias partiendo de la Ecu. 2.7. Nótese que la escala que se obtenga de cualquier segmento deberá ser la misma para todos, Ecu. 2.8.

$$E_L = \frac{L_P}{L_M} = \frac{l_1}{L_1} = \frac{l_2}{L_2} = \frac{l_3}{L_3} = \frac{l_4}{L_4} \quad (2.8.)$$

Para cumplir con la *similitud geométrica* en flujos turbulentos se incluye una *similitud* en la rugosidad de la frontera por lo tanto el tamaño de las protuberancias o asperezas de las paredes deberán estar relacionadas por la escala de longitudes.

Similitud cinemática

Los movimientos en el modelo y el prototipo tienen *similitud cinemática* si partículas homólogas llegan a puntos homólogos en tiempos homólogos. Por lo tanto, la *similitud cinemática* obliga a que ambos además de tener una escala de líneas también tengan una escala de tiempos, Ecu. 2.9, lo cual deriva a que se tenga una escala única de velocidades, Ecu. 2.10.

$$E_t = \frac{t_P}{t_M} \quad (2.9.)$$

$$E_v = \frac{v_P}{v_M} \quad (2.10.)$$

El cumplimiento de este tipo de similitudes obliga a que haya *similitud geométrica*: cuando ambas se cumplen, las direcciones del flujo en puntos homólogos del modelo y el prototipo son semejantes, es decir, las líneas de corriente son las mismas en el modelo como el prototipo.

Puesto que existe una escala de tiempo y una de velocidades también existe una escala de aceleraciones, Ecu. 2.11.

$$E_a = \frac{a_P}{a_M} \quad (2.11.)$$

Por lo anterior, si se conocen las escalas de tiempo, velocidad y aceleración, pero además se mide el tiempo, la velocidad y la aceleración en cualquier punto del modelo con base en esto se puede conocer el tiempo, la velocidad y la aceleración homologa al modelo. La Fig. 2.5. ilustra las líneas de corriente que existen en la *similitud cinemática*.

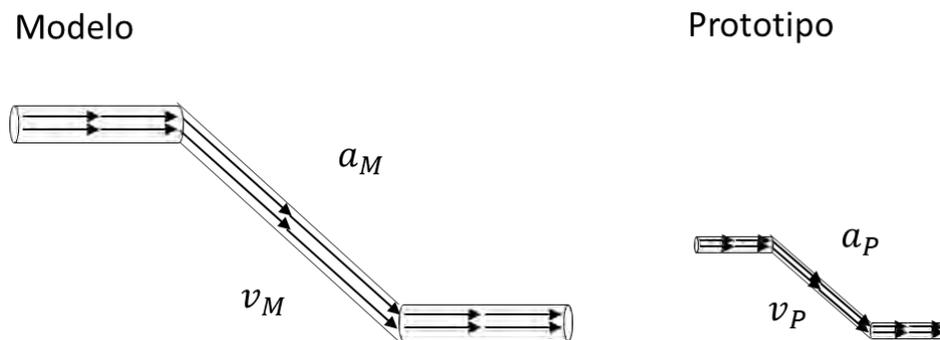


Figura 2.5. Similitud cinemática en una tubería.

SIMILITUD DINÁMICA

El estudio de movimiento de fluidos dinámicamente semejantes constituye las bases para la teoría de modelos, diseño de experimental y la correlación de datos experimentales. El concepto básico de similitud dinámica es necesario para que dos sistemas con fronteras geoméricamente semejantes tengan configuraciones de flujo geoméricamente semejantes, en tiempos correspondientes.

Si las fuerzas ejercidas por el fluido en puntos homólogos del prototipo y modelo se relacionan entre si mediante un valor fijo (escala de fuerzas) se dice que cumple con la

similitud dinámica. El cumplimiento de ésta implica que exista *similitud geométrica* y *cinemática*, por ello algunos autores indican que entre el prototipo y el modelo existe semejanza cuando cumplan con la *similitud dinámica*.

Las fuerzas que actúan sobre una partícula de fluido a través de una tubería son debidas a la presión Ecu. 2.12., la viscosidad Ecu. 2.13., la gravedad Ecu. 2.14., la compresibilidad Ecu. 2.15. y la tensión superficial Ecu. 2.16, Fig. 2.6.

$$F_p = \text{Fuerzas de presión} = \Delta P * A \sim \Delta P * l^2 \quad (2.12.)$$

$$F_\mu = \text{Fuerzas viscosas} = \tau A = \mu \frac{du}{dy} A \sim \mu l v \quad (2.13.)$$

$$F_g = \text{Fuerzas de gravedad} = mg \sim \rho l^3 g \quad (2.14.)$$

$$F_B = \text{Fuerzas de compresibilidad} = C_{o,g} * A \sim \rho \frac{dP}{d\rho} l^2 = \rho c^2 l^2 \quad (2.15.)$$

$$F_\sigma = \text{Fuerzas de tensión superficial} = \sigma l \quad (2.16.)$$

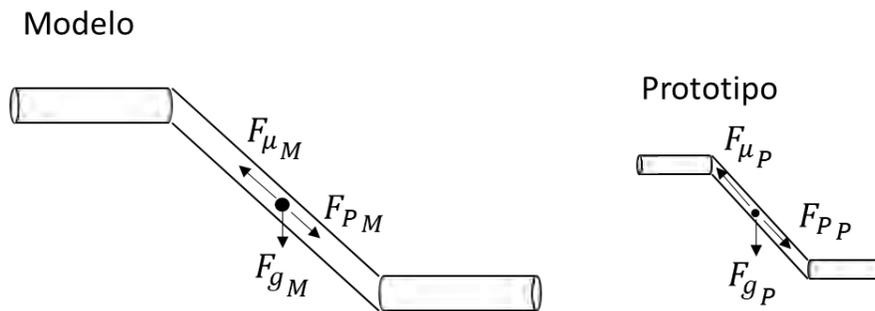


Figura 2.6. Similitud dinámica en una tubería.

Si la suma de esas fuerzas no es igual a cero, la partícula está acelerando; lo cual representa a las fuerzas de inercia, Ecu. 2.17.

$$F_I = \text{Fuerzas de inercia} = mV \frac{dV}{ds} \sim \rho l^2 v^2 \quad (2.17)$$

La *similitud dinámica* implica que se cumpla la Ecu. 2.18.

$$E_F = \frac{F_{g_p}}{F_{g_M}} = \frac{F_{P_p}}{F_{P_M}} = \frac{F_{\mu_p}}{F_{\mu_M}} = \frac{F_{\sigma_p}}{F_{\sigma_M}} = \frac{F_{I_p}}{F_{I_M}} \quad (2.18.)$$

2.4.1 NÚMEROS ADIMENSIONALES DE MECÁNICA DE FLUIDOS

Existe una amplia gama de números adimensionales, dependiendo de las distintas situaciones de flujo que se presenten; estos son de gran importancia para interpretación de los resultados experimentales.

Los números adimensionales pueden considerarse como el cociente de dos fuerzas que actúan en el fluido; cuando ciertas fuerzas resultan mucho mayores que otras es posible despreciar a menudo el efecto de las fuerzas más pequeñas y tratar al fenómeno como si estuviera determinado por las fuerzas de mayor magnitud, esto con el fin de emplear métodos analíticos y experimentales más simples para resolver el problema, esto no quiere decir que sean más fáciles pero ayuda de alguna forma a reducir variables del problema. Otro caso es cuando intervienen distintos tipos de fuerzas para estas situaciones se requiere utilizar técnicas especiales.

Número de Euler (Eu)

Es la relación de la fuerza de presión a la fuerza de inercia, es utilizado en donde la caída de presión del flujo es significativa. En los ensayos de tipo práctico se utiliza normalmente el *coeficiente de presión*, Ecu. 2.19. que es igual al doble del *Número de Euler*, Ecu. 2.20.

$$CP = \frac{\text{Fuerzas de presión}}{\text{Fuerzas de inercia}} = \frac{\Delta P l^2}{\frac{\rho l^2 v^2}{2}} = \frac{2 * \Delta P}{\rho v^2} \quad (2.19.)$$

$$Eu = \frac{\text{Fuerzas de presión}}{\text{Fuerzas de inercia}} = \frac{\Delta P l^2}{\rho l^2 v^2} = \frac{\Delta P}{\rho v^2} \quad (2.20.)$$

Número de Reynolds (Re)

Es utilizado cuando el flujo es influenciado por efectos viscosos y se define como la relación de las fuerzas de inercia entre las fuerzas viscosas, la Ecu. 2.21. Un valor crítico de este parámetro permite distinguir entre el régimen laminar y turbulento en un escurrimiento dado; por ejemplo, a través de un tubo, en la capa límite o en un flujo alrededor de un cuerpo sumergido.

$$Re = \frac{\text{Fuerzas de inercia}}{\text{Fuerzas viscosas}} = \frac{\rho l^2 v^2}{\mu l v} = \frac{\rho l v}{\mu} \quad (2.21.)$$

Número de Froude (Fr)

Se define como la relación de las fuerzas de inercia y las fuerzas de gravedad que actúan sobre un fluido como se muestra en la Ecu. 2.22., es utilizado cuando el flujo es influenciado por la gravedad. Este parámetro resulta de gran utilidad en el cálculo de saltos hidráulicos y en el diseño de estructuras hidráulicas y de barcos.

$$Fr^2 = \frac{\text{Fuerzas de inercia}}{\text{Fuerzas de gravedad}} = \frac{\rho l^2 v^2}{\rho l^3 g} = \frac{v^2}{lg}$$

$$Fr = \frac{v}{\sqrt{lg}} \quad (2.22.)$$

Esta ecuación es solo aplicable a tuberías horizontales cuando la tubería tiene cierto ángulo de inclinación la fuerza gravitacional se descompone en sus respectivas componentes como se muestra en el diagrama de cuerpo libre de la Fig.

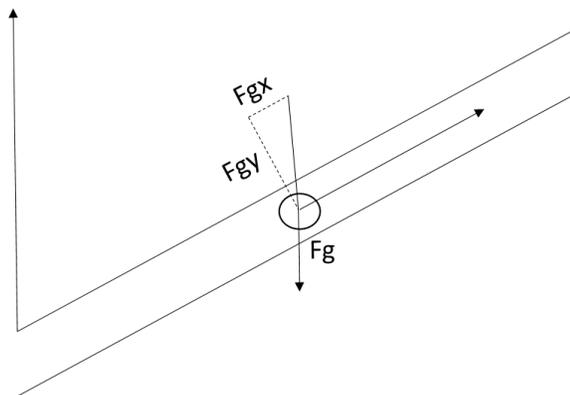


Figura 2.7. Diagrama de cuerpo libre de la burbuja en donde se descompone la fuerza gravitacional en sus dos componentes.

De donde solo se toma la componente perpendicular al flujo debido a que la componente paralela tiene que ver los efectos en dirección del flujo entre los cuales se encuentran las fuerzas viscosas por lo que se tiene la Ecu. 2.22 modificada por el ángulo de inclinación teniéndose la Ecu 2.23.

$$Fr = \frac{v}{\sqrt{lg \cos(\theta)}} \quad (2.23.)$$

Número de Weber (We)

Se define como la relación de las fuerzas de inercia y las fuerzas de tensión superficial que actúan sobre un fluido, Ecu. 2.24. Aparece en situaciones en que la tensión superficial interesa en condiciones dinámicas, por ejemplo, la cavitación. Para ser relevante debe haber dos o más fluidos comprometidos, ya que la tensión superficial actúa en la interfase de ellos.

$$We = \frac{\text{Fuerzas de inercia}}{\text{Fuerzas de tensión superficial}} = \frac{\rho l^2 v^2}{\sigma l} = \frac{\rho l v^2}{\sigma} \quad (2.24.)$$

Número de Mach (M)

El cuadrado de este número se conoce como el *número de Cauchy*, Ecu. 2.25, y representa la razón entre las fuerzas de inercia y las fuerzas elásticas del medio. El *número de Mach* es la relación de la *energía cinética* y la *energía interna del flujo* representado por la Ecu. 2.26. Este parámetro es de suma importancia cuando las velocidades presentes en el flujo son parecidas o están por encima de las velocidades sónicas locales.

$$Ca = \frac{\text{Fuerzas de inercia}}{\text{Fuerzas de compresibilidad}} = \frac{\rho l^2 v^2}{\rho l^2 c^2} = \left(\frac{v}{c}\right)^2 \quad (2.25.)$$

$$M = \sqrt{\left(\frac{v}{c}\right)^2} = \frac{\vec{v}}{c} \quad (2.26.)$$

2.4.2 LEYES DE SEMEJANZA

Se dice que existe *similitud dinámica* entre un modelo y un prototipo, cuando las fuerzas generadas en el interior del fluido en puntos homólogos están relacionadas entre sí, donde tal relación es única y constante para todas las fuerzas.

Algunas relaciones que deben cumplirse entre las escalas cuando una fuerza tiene predominio sobre las demás son:

Condición de Froude

Rige aquellos flujos en el que la fuerza predominante es la fuerza de gravedad y en las que puede despreciarse los efectos viscosos. El cumplimiento de la condición obliga a que el *número de Froude* del flujo sea idéntico en el modelo como en el prototipo por lo que

haciendo el debido escalamiento y sustituyendo la Ecu. 2.22. se tiene la *condición de Froude*, Ecu. 2.27.

$$Fr_p = Fr_M \quad \therefore \quad \frac{Fr_p}{Fr_M} = 1$$

$$\frac{E_v}{\sqrt{E_l E_g}} = 1 \quad (2.27.)$$

Al tener la Ecu. 2.27. con tres variables pueden escogerse dos libremente. Una de ellas es la escala de gravedad, ya que prácticamente tiene valor constante e igual a uno. La segunda escala que puede escogerse sería la de longitudes, ya que así fijaríamos el tamaño del modelo, una vez aplicando las condiciones pertinentes la nueva escala de velocidades queda representada mediante la Ecu. 2.28.

$$E_v = \sqrt{E_l} \quad (2.28.)$$

A partir de la Ecu. 2.28. se obtienen las escalas restantes para modelos de Froude no distorsionados, observando que se cumpla la *similitud geométrica*, la *similitud cinemática* y la *similitud dinámica*, Tabla 2.1.

Debido a que existen problemas en las distancias horizontales a causa de que son de un orden de mayor magnitud que las distancias verticales es necesario el uso de modelos distorsionados, donde la escala de longitudes horizontales es mayor que la de las verticales, lo cual implica que las relaciones de escala se modifiquen

Tabla 2.1. Escalas dependiendo la característica del modelo de Froude.

Característica		Condición de Froude
Geométrica	Longitud	E_l
	Área	E_l^2
	Volumen	E_l^3
Cinemática	Tiempo	$E_l^{\frac{1}{2}}$
	Velocidad	$E_l^{\frac{1}{2}}$
	Aceleración	1
	Gasto	$E_l^{\frac{5}{2}}$
Dinámica	Masa	$E_\rho E_l^3$
	Fuerza	$E_\gamma E_l^3$
	Presión	$E_\gamma E_l$
	Trabajo	$E_\gamma E_l^4$

Condición de Reynolds

Cuando en un flujo gobierna la viscosidad del líquido o interviene de forma preponderante en el fenómeno por estudiar entre el modelo y el prototipo se dice que este problema se encuentra bajo la *condición de Reynolds*, Ecu. 2.29.

$$Re_P = Re_M \quad \therefore \quad \frac{Re_P}{Re_M} = 1$$

$$\frac{E_l E_v}{E_v} = 1 \quad (2.29.)$$

Con base a la Ecu. 2.29. con tres variables pueden escogerse dos libremente. Nuevamente dejamos como variable independiente a la velocidad dejándola en función de la escala de longitud y viscosidad cinemática, Ecu. 2.30.

$$E_v = \frac{E_v}{E_l} \quad (2.30.)$$

Como se realizó en la *condición de Froude* a partir de la Ecu. 2.30. se obtienen las escalas restantes para la *condición de Reynolds*, observando que se cumpla la *similitud geométrica*, la *similitud cinemática* y la *similitud dinámica*, Tabla 2.2.

Tabla 2.2. Escalas dependiendo la característica del modelo de Reynolds.

Característica		Condición de Froude
Geométrica	Longitud	E_l
	Área	E_l^2
	Volumen	E_l^3
Cinemática	Tiempo	$\frac{E_l^2}{E_v}$
	Velocidad	$\frac{E_v}{E_l}$
	Aceleración	$\frac{E_v^2}{E_l^3}$
	Gasto	$E_v E_l$
Dinámica	Masa	$E_\rho E_l^3$
	Fuerza	$E_\rho E_v^2$
	Presión	$\frac{E_\rho E_v^2}{E_l^2}$
	Trabajo	$E_\rho E_v^2 E_l$

De la misma forma se cumplen para los demás números adimensionales dependiendo del fenómeno de estudio.

Algunos casos en los que tiene aplicación las distintas leyes de semejanza son:

1) *Condición de Froude*

Obras de excedencia y disipadores de energía, flujo en canales o ríos y estructuras o fenómenos bajo la acción de oleaje y mareas.

2) *Condición de Reynolds*

Esta condición la deben cumplir los fenómenos donde se estudian el empuje y sustentación de cuerpos sumergidos en flujo, flujos laminares y en transición en tuberías, medidores de gasto, transiciones en conductos, etc.

3) *Condición de Euler*

La cumplen simultáneamente tanto los modelos en la que rige la *condición de Froude o Reynolds*.

4) *Condición de Mach*

Tiene pocas aplicaciones, pero principalmente se utiliza para modelos aerodinámicos.

5) *Condición de Weber*

Esta igualdad debe mantenerse cuando las fuerzas importantes se deben a la tensión superficial o interfacial. Esto ocurre en los flujos donde se mezclan fluidos, ya sean dos líquidos o un líquido y un gas e interesa lo que ocurre en la interfase entre ambos.

Así ocurre en las interfases de flujos de pequeñas dimensiones, por ejemplo, movimientos de gotas, burbujas, emulsiones, espumas y similares o en el caso de pequeñas alturas de líquido.

3. FLUJO MULTIFÁSICO

El objetivo de este capítulo es conocer, entender y explicar el conjunto de dificultades que se presentan durante el flujo dentro de una tubería de producción, así como las variables que entran en juego durante el proceso.

En el caso de la ingeniería petrolera es importante tener en cuenta los distintos fluidos que se encuentran en los yacimientos petroleros debido a que los sistemas de hidrocarburos encontrados exhiben un comportamiento múltiple de fases en ciertos rangos de presiones y temperaturas, así como las propiedades de la mezcla que viaja dentro de la tubería; el comportamiento múltiple de fases en la tubería implica hablar más adelante acerca de *flujo multifásico*.

3.1 CONCEPTOS FUNDAMENTALES.

Flujo multifásico. se define como el movimiento concurrente de gases y líquidos a través de tuberías.

Interfase. Es una superficie en forma de membrana que separa ambas fases, como se muestra en la Fig. 3.1.

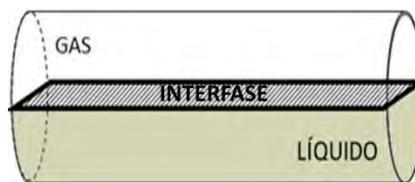


Figura 3.1. Representación de la interfase formada por un gas y un líquido.

Patrón de flujo. Al fluir dos fases simultáneamente, lo pueden hacer en formas diversas. Cada una de estas formas presenta una distribución relativa de una fase con respecto de la otra, constituyendo un patrón o tipo de flujo. *El patrón de flujo* es la configuración geométrica de las fases en la tubería y está determinado por la forma de la *interfase*.

Rugosidad. Es una característica de la superficie de la tubería, la cual está constituida por pliegues o crestas unidas, formando una superficie homogéneamente distribuida y depende del tipo de material que se emplee en su construcción.

Coalescencia. Es el proceso en el que dos dominios de fase de composición esencialmente idéntica entran en contacto para formar un dominio de fase mayor. Un ejemplo de este

fenómeno se presenta en una mezcla de agua y aceite agitada energéticamente, se observa posteriormente que las pequeñas gotas se fusionan entre ellas progresivamente hasta formar una única gota grande que representa la separación final entre el agua y el aceite.

Resbalamiento. Se usa para describir el fenómeno natural del flujo a mayor velocidad de una de las dos fases. El resbalamiento entre fases en el flujo multifásico en tuberías es inevitable a cualquier ángulo de inclinación y las causas de este fenómeno son diversas, a continuación, mencionan algunas de las causas:

- La resistencia al flujo por fricción es mucho menor en la fase gaseosa que en la fase líquida.
- La diferencia de compresibilidades entre el gas y el líquido hace que el gas en expansión viaje a mayor velocidad que el líquido cuando la presión decrece en dirección del flujo.
- Cuando el flujo es ascendente o descendente, actúa la segregación gravitacional ocasionando que el líquido viaje a menor velocidad que el gas cuando es flujo ascendente, y a mayor velocidad cuando el flujo es descendente.

Colgamiento. Es la fracción de líquido, definida como la razón del volumen de un segmento de tubería ocupado por el líquido con respecto al volumen total de la tubería. Esta relación de volúmenes depende de la cantidad de líquido y gas que fluyen simultáneamente en la tubería, Fig. 3.2., por lo que, si la mezcla es homogénea, el fenómeno de colgamiento se considera despreciable. El colgamiento de líquido ocurre cuando la fase líquida dentro de la tubería viaja a una menor velocidad que la fase gaseosa, provocando un “*Resbalamiento*” entre las fases.

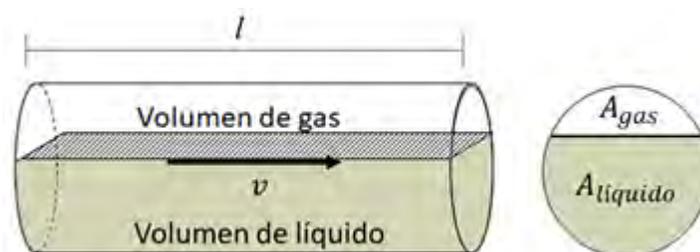


Figura 3.2. Esquema con la representación gráfica del colgamiento de la fase líquida, de un flujo multifásico en el interior de la tubería.

El cálculo fraccional del colgamiento de la fase líquida, durante el flujo multifásico en el interior de la tubería, se realiza mediante las Ecu. 3.1. o 3.2.

$$H_L = \frac{V_L}{V_p} \quad (3.1.)$$

$$H_L = \frac{A_L}{A_p} \quad (3.2.)$$

Colgamiento del gas. El remanente del segmento de tubería es ocupado por gas, el cual es referido con un colgamiento de gas y es igual a la unidad menos el colgamiento de líquido.

$$H_G = 1 - H_L \quad (3.3.)$$

Colgamiento de líquido sin resbalamiento. Físicamente, la condición para que no exista resbalamiento es que ambas fases tengan la misma velocidad, por ejemplo, en el patrón de flujo tipo burbuja disperso, con altos gastos de líquido y bajos gastos de gas. Bajo esta condición de flujo, la fase de gas se dispersa en forma de pequeñas burbujas en la fase líquida. Debido a los altos gastos de líquido las burbujas de gas son arrastradas por la fase líquida a la misma velocidad, lo que resulta en un resbalamiento cero.

Tomando en cuenta lo anterior se obtiene la Ecu. 3.4., referente al colgamiento del líquido sin resbalamiento.

$$\lambda_L = \frac{q_{SL}}{q_{SL} + q_{SG}} = \frac{v_{SL}}{v_{SL} + v_{SG}} \quad (3.4.)$$

Para el colgamiento del gas sin resbalamiento se obtiene de la misma manera, Ecu. 3.5.

$$\lambda_G = \frac{q_{SG}}{q_{SL} + q_{SG}} = \frac{v_{SG}}{v_{SL} + v_{SG}} \quad (3.5.)$$

Podemos observar que la diferencia entre el colgamiento y el colgamiento sin resbalamiento es una medida del grado de deslizamiento entre las fases gas y líquido.

Regímenes de flujo. Describen las características del movimiento del fluido dentro de la tubería y pueden clasificarse de acuerdo con:

- a) *El tiempo.*
- *Flujo permanente o estacionario.* Se caracteriza en que las condiciones de movimiento y las propiedades del fluido en cualquier punto no cambian con el tiempo. Es decir:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = 0; \quad \frac{\partial P}{\partial t} = 0; \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (3.6.)$$

- *Flujo no permanente.* Se caracteriza en que las condiciones de movimiento y las propiedades del fluido en cualquier punto cambian con el tiempo. Es decir:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} \neq 0; \quad \frac{\partial P}{\partial t} \neq 0; \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} \neq 0 \quad (3.7.)$$

b) *La posición.*

- *Flujo uniforme.* Se caracteriza en que las condiciones del movimiento y las propiedades del fluido en un instante dado no cambian con la posición.

$$\frac{\partial Q}{\partial s} = 0; \quad \frac{\partial \rho}{\partial s} = 0 \quad (3.8.)$$

- *Flujo no uniforme.* Se caracteriza en que las condiciones del movimiento y las propiedades del fluido en un instante dado cambian con la posición.

$$\frac{\partial Q}{\partial s} \neq 0; \quad \frac{\partial \rho}{\partial s} \neq 0 \quad (3.9.)$$

c) *El orden.*

- *Flujo laminar.* Las partículas fluidas se mueven según trayectorias paralelas, formando el conjunto de ellas capas o láminas.
- *Flujo turbulento.* Las partículas fluidas se mueven de forma desordenada en todas las direcciones.

Sistemas artificiales de producción. El *levantamiento artificial* es la utilización de una fuente externa de energía en el pozo con el fin de levantar la producción desde el fondo hasta la superficie.

Por lo tanto, podemos definir a los *sistemas artificiales de producción* como aquellos equipos adicionales a la infraestructura de un pozo, que suministran energía adicional a los fluidos producidos por el yacimiento desde una profundidad determinada hasta la superficie. A continuación, se muestra la clasificación más común de ellos:

- Bombeo Neumático
- Bombeo Mecánico

- Bombeo de Cavidades Progresivas
- Bombeo Electrocentrífugo Sumergido

Dentro de los cuales cabe señalar que el bombeo neumático tendrá una aplicación en el modelo experimental por lo que es necesario saber su función, el bombeo neumático es un medio de levantamiento de fluidos desde el fondo del pozo hasta la superficie. En este sistema se inyecta gas al pozo a una cierta profundidad. El gas se mezcla con la columna de líquido haciéndola más ligera, debido a esto, la presión en el fondo ejercida por ésta se reduce provocando que la presión proveniente del yacimiento sea suficiente para empujar la columna hacia la superficie.

Debido a que el bombeo neumático continuo logra reducir la presión en el fondo del pozo, se considera que es un sistema artificial que destaca por su versatilidad, debido a que llega a ser un buen candidato para instalarlo a ciertas condiciones. Mientras otros sistemas de bombeo se vuelven ineficientes para altos valores de RGL , en este caso una gran cantidad de gas proveniente del yacimiento disminuirá directamente el volumen de gas a inyectar; no tiene problemas para manejar sólidos y puede utilizarse en pozos desviados, aunque conforme éstos se vuelven más horizontales, la inyección de gas no reduce el peso de la columna de líquido y puede incrementar las pérdidas de presión por fricción.

Ventajas del BN

- Gran flexibilidad en gastos de diseño
- Se puede recuperar con línea de acero
- Maneja pozos con arena
- Mínimo espacio requerido para conexiones superficiales
- Un sólo compresor para varios pozos
- Terminaciones múltiples o con diámetro reducido

Desventajas del BN

- Se necesita una alta presión para el gas de inyección
- Aplicaciones de un sólo pozo pueden ser incosteables
- No es muy recomendable para viscosidades altas

- Se requieren niveles de líquido altos

Aplicaciones del BN continuo e intermitente

- Pozos donde hay disponible gas presurizado
- Pozos con presiones de fondo insuficientes o muy profundos para desplazar la columna hidrostática de los fluidos
- Para eliminar la carga de líquidos en pozos de gas
- Incrementar la producción en pozos fluyentes

3.2 FUNDAMENTOS DE FLUJO A TRAVÉS DE TUBERÍAS

Como se pudo ver en el tema anterior nuestro análisis solamente está enfocado al flujo en el pozo, mejor dicho, en la tubería de producción.

Un gas y un líquido pueden existir dentro de una tubería como una mezcla homogénea o de forma separada, por ejemplo, en forma de baches con el gas detrás del líquido empujándolo por detrás. De igual forma, el gas puede estar fluyendo con dos líquidos (aceite y agua) y existir la posibilidad de que los dos líquidos puedan estar formando una emulsión.

Las ventajas de transportar el aceite con gas disuelto son considerables, ya que el gas tiene un efecto benéfico en la reducción de la viscosidad y la densidad del mismo; produciendo que las fuerzas de flotación sean mayores a las fuerzas de gravedad (*Número de Reynolds* $Re = \rho v d / \mu$). Sin embargo, a medida que el flujo se acerca a las condiciones de saturación, el gas disuelto en el aceite se libera, dando lugar al flujo bifásico aceite-gas.

El estudio del flujo multifásico en tuberías es una de las combinaciones más complejas que existen, ya que el flujo simultáneo de las fases complica considerablemente los diferentes procesos de producción, aún más si se trata de un flujo altamente viscoso.

Cuando se trata de flujo monofásico, la información típica, como el flujo másico, las propiedades del fluido: densidad ρ , peso específico γ , viscosidad μ , temperatura T . las características de la tubería: diámetro D , rugosidad e , longitud L y la inclinación de la tubería son suficientes para el cálculo del gradiente de presión ΔP . En la Fig. 3.3. se esquematiza la geometría de una sección de tubería.

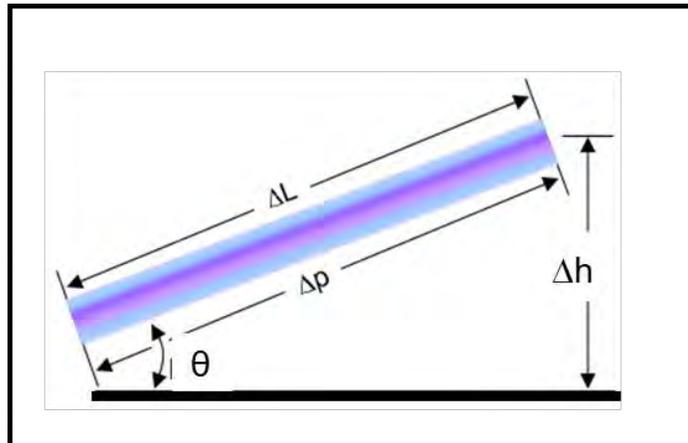


Figura 3.3. La imagen es el esquema donde se representan las características geométricas de una tubería inclinada que permiten determinar las pérdidas de presión por unidad de longitud.

En el caso de flujo multifásico se requiere de información adicional que permita determinar los parámetros tales como el patrón de flujo y el colgamiento del líquido, a fin de diseñar de manera correcta los equipos de operación que trabajan bajo este comportamiento.

3.2.1 ANÁLISIS DEL FLUJO EN UN POZO FLUYENDO.

Pozo fluyente se define como aquel que es capaz de vencer las caídas de presión a través del medio poroso, tuberías verticales y descarga (estrangulador y el separador), con la propia energía del yacimiento.

Para poder predecir correctamente la vida fluyente de un pozo, es necesario conocer algunos factores como:

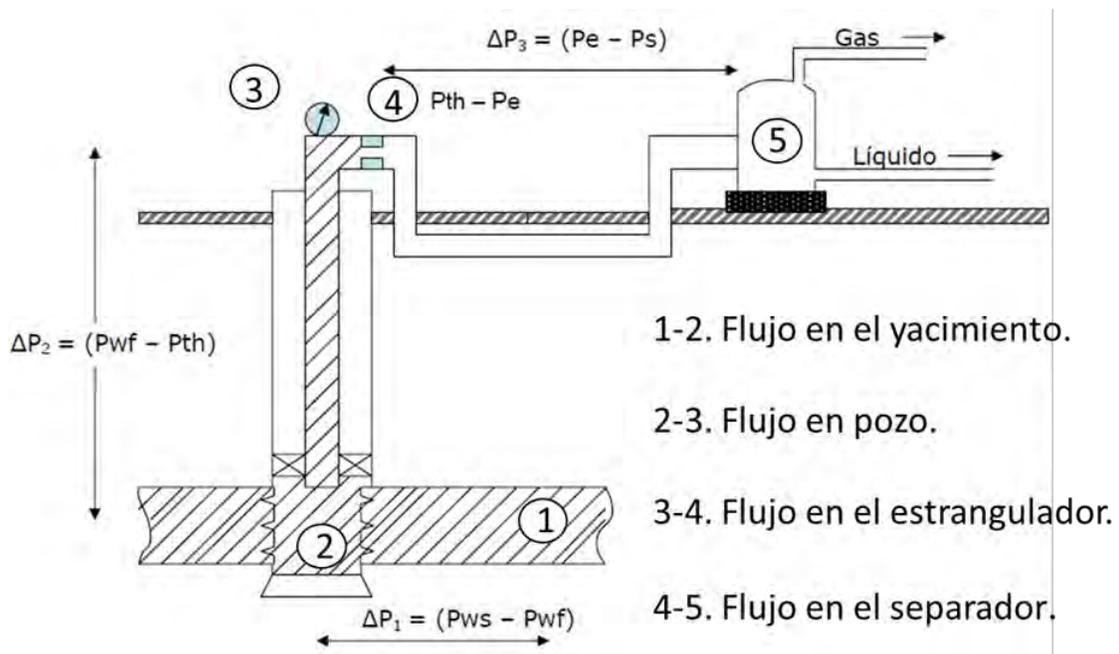
- Porcentaje de agua
- Relación gas-aceite
- Declinación de las presiones de fondo
- Índice de productividad
- Terminación del pozo
- Propiedades de los fluidos producidos entre otros.

Para llevar a cabo el análisis del comportamiento de un pozo fluyente, es necesario cubrir dos aspectos fundamentales.

1. Tener una concepción muy clara del mecanismo de flujo que siguen los fluidos producidos, desde la frontera de drene del yacimiento, hasta la central de recolección o batería de separadores.
2. Disponer de la metodología y herramientas de cálculo, que permiten predecir el comportamiento del sistema en general.

Además, es necesario analizarlo como un sistema integral, el cual está constituido por cuatro principales comportamientos de flujo que a continuación se enlista, Fig. 3.4.

- Flujo en el yacimiento.
- Flujo en el pozo,
- Flujo en el estrangulador.
- Flujo en la línea de descarga.



1-2. Flujo en el yacimiento.

2-3. Flujo en pozo.

3-4. Flujo en el estrangulador.

4-5. Flujo en el separador.

Figura 3.4. Esquema del sistema integral de producción.

3.3 ECUACIONES FUNDAMENTALES PARA EL FLUJO A TRAVÉS DE TUBERÍAS

El comportamiento de la mecánica del flujo de fluidos básicamente está constituido por las siguientes leyes físicas:

1. La ley de la conservación de la masa (ley de continuidad).
2. Las leyes de mecánica newtoniana.
3. La ley de la conservación de la energía.

La ecuación general que gobierna el flujo de fluidos a través de una tubería se obtiene a partir de un balance de la energía asociada a la unidad de masa de un fluido que pasa a través de un elemento aislado del sistema en la Figura 3.1. se muestra el caso mencionado.

De acuerdo con la ley de la conservación de la energía y con base al esquema de la Fig. 3.5. se tiene que el cambio en energía mecánica es igual a la suma del trabajo realizado por fuerzas no conservativas, Ecu. 3.10.

$$\Delta E_m = \sum W_{FNC} \quad (3.10.)$$

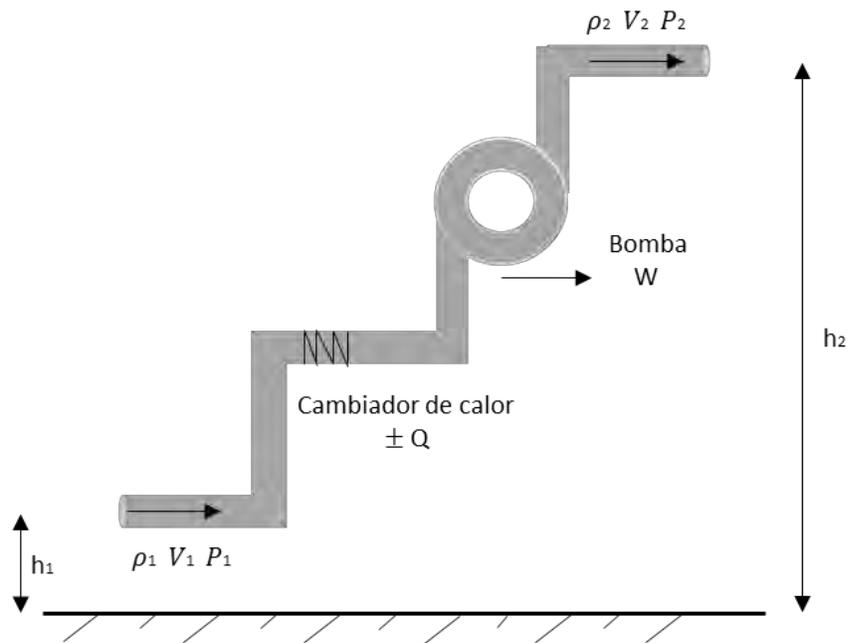


Figura 3.5. Diagrama de flujo en una tubería.

Analizando el lado izquierdo de la ecuación se tiene que el cambio en energía mecánica es la diferencia de la energía mecánica final y la energía mecánica inicial, Ecu. 3.11. Además, la energía mecánica está compuesta por dos tipos de energía: la *energía potencial* y la *energía cinética*, Ecu. 3.12.

$$\Delta E_m = E_f - E_i \quad (3.11.)$$

$$E_m = E_c + E_p \quad (3.12.)$$

Sustituyendo respectivamente cada energía y considerando su posición se obtiene la Ecu. 3.13. (Nota: es de mayor utilidad manejar la *energía cinética* y *potencial* en términos de la densidad y el volumen).

$$\begin{aligned} \Delta E_m &= (E_{cf} + E_{pf}) - (E_{ci} + E_{pi}) \\ \Delta E_m &= \left(\frac{\rho V \vec{v}_f^2}{2} + \rho V g h_f \right) - \left(\frac{\rho V \vec{v}_i^2}{2} + \rho V g h_i \right) \\ \Delta E_m &= \rho V \frac{\Delta \vec{v}^2}{2} + \rho V g \Delta h \end{aligned} \quad (3.13.)$$

Siguiendo con el lado derecho, la suma de los trabajos realizados por fuerzas no conservativas son las pérdidas de energía por fricción y el trabajo realizado por la expansión del volumen, *energía de flujo*, Ecu. 3.14, estas pérdidas corresponden a la fricción del fluido con las paredes rugosas de la tubería.

$$\begin{aligned} \sum W_{FNC} &= \Delta W_f + \Delta E_f \\ \sum W_{FNC} &= \Delta W_f + \Delta PV \end{aligned} \quad (3.14.)$$

Sustituyendo la Ecu. 3.9. y 3.10. en la Ecu. 3.11. y despejando al trabajo realizado por la expansión del fluido se tiene la Ecu. 3.15.

$$\begin{aligned} \Delta E_m &= \sum W_{FNC} \\ \Delta PV &= \rho V \frac{\Delta \vec{v}^2}{2} + \rho V g \Delta h - \Delta W_f \end{aligned} \quad (3.15.)$$

Dividiendo a la Ecu. 3.15. entre el volumen, V , y un diferencial de longitud, ΔL , además considerando la caída de presión positiva en dirección del flujo se obtiene la Ecu. 3.16.

$$\Delta PV = \rho V \frac{\Delta \vec{v}^2}{2} + \rho V g \Delta h + \Delta W_f$$

$$\frac{\Delta P}{\Delta L} = \rho \frac{\Delta \vec{v}^2}{2\Delta L} + \rho g \frac{\Delta h}{\Delta L} + \frac{\Delta W_f}{V\Delta L}$$

$$\left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_T = \left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_e + \left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_{ac} + \left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_f \quad (3.16.)$$

Se sabe que las pérdidas de presión en el medio poroso representan entre el 10 y el 50% de las pérdidas totales, las pérdidas de presión en la tubería vertical representan entre el 30 y el 80% de las pérdidas totales y las pérdidas de presión en la línea de descarga, generalmente, constituyen entre el 5 y el 30% de las pérdidas totales. Aunado a esto y debido a las variables que se involucran en el flujo multifásico, las pérdidas por elevación resultan las más difíciles de evaluar.

Pérdidas por fricción

Los resultados que se obtienen al obtener las pérdidas por la fricción del fluido con las paredes internas de las tuberías se limitan a un flujo totalmente desarrollado y permanente, en el que se desprecian las variaciones hidrostáticas. Se entenderá, además, que todas las magnitudes medidas son temporales. Fig. 3.6.

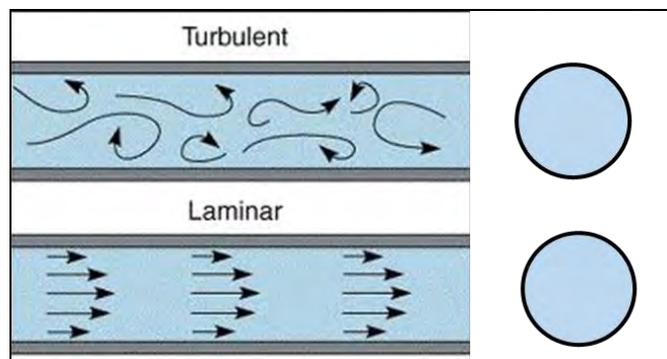


Figura 3.6. Esquema en el que se ilustra las líneas de corriente de un flujo laminar y un flujo turbulento a tubo lleno. En el caso de un flujo laminar se dice que el flujo tiene una velocidad media, no se tienen cambios en la temperatura, por lo tanto, la densidad es constante para ese instante.

Para el caso de flujo turbulento, es factible demostrar que las medidas temporales de los parámetros y las propiedades del flujo son similares a un flujo laminar, excepto en lo que

se refiere a la presencia de unas tensiones adicionales llamadas “*tensiones aparentes*” que aportan los efectos de la turbulencia. Estas tensiones no impiden la aplicación de las ecuaciones de flujo paralelo.

Por otra parte, se considera que la distribución media temporal permanece fija en la dirección del flujo y se continúa utilizando Pv , para el trabajo debido al flujo en las consideraciones termodinámicas del flujo en tuberías.

Se sabe que los cambios de presión a lo largo de una tubería con flujo turbulento dependen de las siguientes magnitudes:

- 1) D , diámetro de la tubería.
- 2) L , longitud de la tubería en la que ha de calcularse la variación de presión.
- 3) μ , viscosidad.
- 4) V , velocidad. Es equivalente a $\vec{v} = q/A$.
- 5) ρ , densidad.
- 6) ε , rugosidad.

Factor de fricción

Es un parámetro adimensional que se utiliza para calcular las pérdidas de presión por fricción y está en función de la rugosidad relativa de la tubería ε/D , y del número de Reynolds.

Partiendo del cambio de presión depende de las magnitudes antes mencionadas se tiene:

$$\Delta P = f(D, L, \vec{v}, \rho, \mu, e) \quad (3.17.)$$

El análisis adimensional para estas variables establece la siguiente relación, dando como resultado los siguientes números adimensionales:

$$F_1 \left(\frac{\rho \vec{v} D}{\mu}, \frac{\Delta P}{\rho \vec{v}^2}, \frac{L}{D}, \frac{e}{D} \right) = 0 \quad (3.18.)$$

Despejando el número de Euler se tiene:

$$\frac{\Delta P}{\rho \vec{v}^2} = F_2 \left(\frac{\rho \vec{v} D}{\mu}, \frac{L}{D}, \frac{e}{D} \right) \quad (3.19.)$$

Donde el lado izquierdo de la Ecu. 3.19. tiene que ver con la caída de presión total del sistema, del lado derecho dentro de la función, el primer término tiene que ver con la caída de presión debido a la diferencia de alturas, el segundo término con la caída de presión por efectos de la fricción entre el fluido y las paredes de la tubería, y el tercer término con la caída de presión por aceleración.

$$\frac{\Delta P}{\bar{v}^2 \rho} = F_3 \left(Re, \frac{l}{D}, \frac{\epsilon}{D} \right) \quad (3.20.)$$

Debido a que la caída de presión ΔP en la tubería varía linealmente con la longitud l , entonces se puede simplificar la anterior ecuación como:

$$\frac{\Delta P}{\bar{v}^2 \rho \left(\frac{l}{D} \right)} = F_4 \left(Re, \frac{\epsilon}{D} \right) \quad (3.21.)$$

Finalmente, la ecuación se divide entre dos para formar el término conocido como energía cinética. Esto es lícito, ya que aun en la ecuación existe una función indeterminada, la cual en la práctica se llama *coeficiente de fricción* f , donde éste se encuentra en función del número de Reynolds y la rugosidad relativa.

$$f = \frac{\Delta P}{\frac{\bar{v}^2 \rho \left(\frac{l}{D} \right)}{2}} \quad (3.22.)$$

El término f ha sido determinado por distintos investigadores de modo que satisfaga la ecuación de Bernoulli modificada, al utilizar las medidas temporales; en tuberías de diversos materiales entre las cuales destacan las siguientes:

1. Ecuacion de Darcy-Weisbach.

$$\left(\frac{\Delta P}{\Delta L} \right)_f = \frac{f \rho \bar{v}^2}{2 g_c D} \quad (3.23.)$$

2. Ecuacion de Fanning.

$$\left(\frac{\Delta P}{\Delta L} \right)_f = \frac{f \rho \bar{v}^2}{2 g_c R_h} \quad (3.24.)$$

Donde R_h es el radio hidráulico, definido como el cociente del Área Mojada entre el Perímetro Mojado, Fig. 3.7.

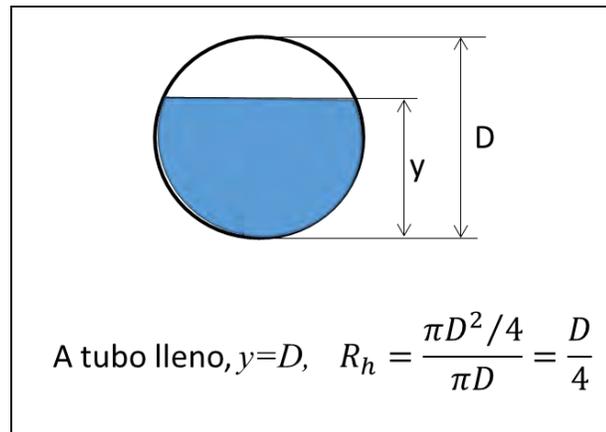


Figura 3.7. Esquema que ilustra el área mojada, el perímetro mojado que permiten definir el perímetro mojado en la tubería.

Para calcular el factor de fricción es necesario determinar el régimen de flujo referido al orden de sus partículas. Osborne Reynolds estableció experimentalmente un parámetro para determinar el régimen de flujo en tuberías conocido como el *número de Reynolds*; cuando el número es menor que 2300 se trata de flujo laminar el cual ocurre cuando las partículas del fluido se mueven en líneas rectas paralelas al eje del conducto, para números mayores a 3100, velocidades mayores, las partículas se mueven de una manera caótica, formando vórtices y remolinos; en este caso el flujo es turbulento.

Para flujo laminar el factor de fricción depende exclusivamente del número de Reynolds como se muestra en la Ecu. 3.25.

$$f = \frac{64}{Re} \quad (3.25.)$$

Para determinar el valor de f en la región turbulenta se han desarrollado diversas correlaciones como las siguientes:

Correlación de Blasius para tuberías lisas.

$$f = \frac{79}{250^4 \sqrt{Re}}, \quad 3000 < Re < 10^5 \quad (3.26.)$$

Correlación de Drew, Koo y Adams.

$$f = 5.6 \cdot 10^{-3} + \frac{1}{2^5 \sqrt{Re}}, \quad 3100 < Re < 10^6 \quad (3.27.)$$

Correlación de Colebrook y White.

$$\sqrt{\frac{1}{f}} = -2 \log \left(\frac{\epsilon}{3.715D} + \frac{2.514}{Re\sqrt{f}} \right) \quad (3.28.)$$

En el caso de la correlación de Colebrook y White se observa que para calcular el factor de fricción se requiere de un proceso iterativo. A partir de esta misma correlación, Ecu. 3.28., Moody generó el diagrama que lleva su nombre mediante el cual se determina el valor de f en tuberías rugosas comerciales. En este se nota lo siguiente:

- Para números de Reynolds menores a 2300, el factor de fricción depende exclusivamente de este número.
- Para números de Reynolds mayores a 3100 se inicia la zona de transición, donde el factor de fricción depende tanto de este número como de la rugosidad relativa.
- Para la zona turbulenta se inicia a diferentes valores de número de Reynolds dependiendo del valor de la rugosidad relativa. En esta zona el factor de fricción es independiente del número de Reynolds por lo que varía únicamente respecto a la rugosidad relativa. Para ello podremos utilizar la siguiente correlación:

$$f = \left[-2 \log \left(\frac{\epsilon}{3.175D} \right) \right]^{-2} \quad (3.29.)$$

- En el caso de que el flujo se encuentre en la zona crítica ($2300 < Re < 3100$) f se puede aproximar mediante la Ecu. 3.30.

$$f = \frac{Re-2300}{2300} \left\{ \frac{1.325}{\left[2.3026 \log \left(\frac{\epsilon}{3.715D} + \frac{2.514}{3100\sqrt{f_s}} \right) \right]^2} \right\} \quad (3.30.)$$

Diagrama de Moody

Es la representación gráfica en escala doble logarítmica del factor de fricción, del número de Reynolds y la rugosidad relativa de una tubería como se muestra en la Fig. 3.8.

$$h_f = f \frac{\bar{v}^2 L}{2g D} \quad (3.31.)$$

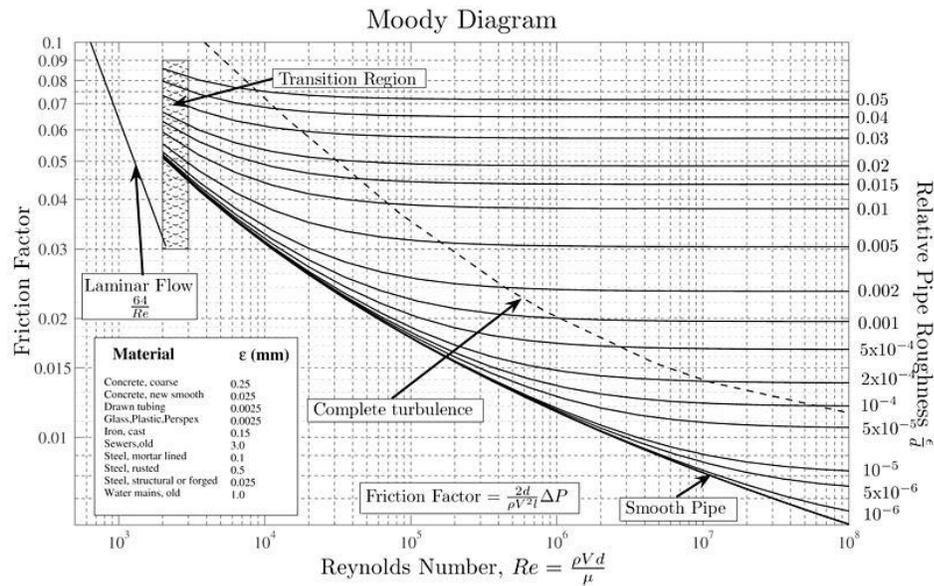


Figura 3.8. Gráfica doble logarítmica del Diagrama de Moody, útil para determinar el factor de fricción cuando se conocen la rugosidad relativa y el número de Reynolds.

3.4 PATRONES DE FLUJO A TRAVÉS DE TUBERÍAS.

Como se mencionó antes, el patrón de flujo es la configuración de estructura de fases en la tubería y está determinada por la forma de la interfase.

La identificación correcta del patrón de flujo dentro de la tubería tiene un rol importante ya que permite:

- Afectar el fenómeno de colgamiento; para su cálculo es necesario saber el patrón de flujo que ocurre dentro de la tubería.
- Determinar correctamente la transferencia de calor.
- Determinar qué fase está en contacto con la pared interna en la tubería.
- Afectar las condiciones de operación en las instalaciones de proceso por el comportamiento de los oleo gasoductos.

¿Qué factores afectan a los patrones de flujo?

- Gasto de cada fase.
- Condiciones de presión y temperatura.

- Condiciones de transferencia de calor del sistema hacia el medio circundante.
- Geometría de la línea de conducción (diámetro, ángulo de inclinación, rugosidad, etc.).
- Propiedades de los fluidos transportados (densidad, peso específico, densidad relativa, viscosidad, tensión superficial, etc.).
- Sentido del flujo (ascendente, descendente, concurrente, contra corriente).

Predicción de los patrones de flujo

Para obtener diseños confiables de los sistemas multifásico se requiere comprender la ocurrencia y comportamiento del mismo. Para esto se han desarrollado métodos para su predicción con base en diferentes aproximaciones.

Experimentales

- Observación directa.
- Métodos basados en los resultados de experimentos del fenómeno.

Ventajas. Si las condiciones de operación son parecidas a las del experimento, no requieren de ajustes.

Desventajas. La construcción es muy difícil y costosa.

Teóricos.

- Se desarrollan utilizando modelos matemáticos, analizando los fenómenos físicos presentes en los diferentes patrones de flujo.

Ventajas. Abarca un amplio rango de posibilidades (geometría de la línea de conducción propiedades del fluido, condiciones de operación).

Desventajas. Deben ser validados por mediante modelos experimentales.

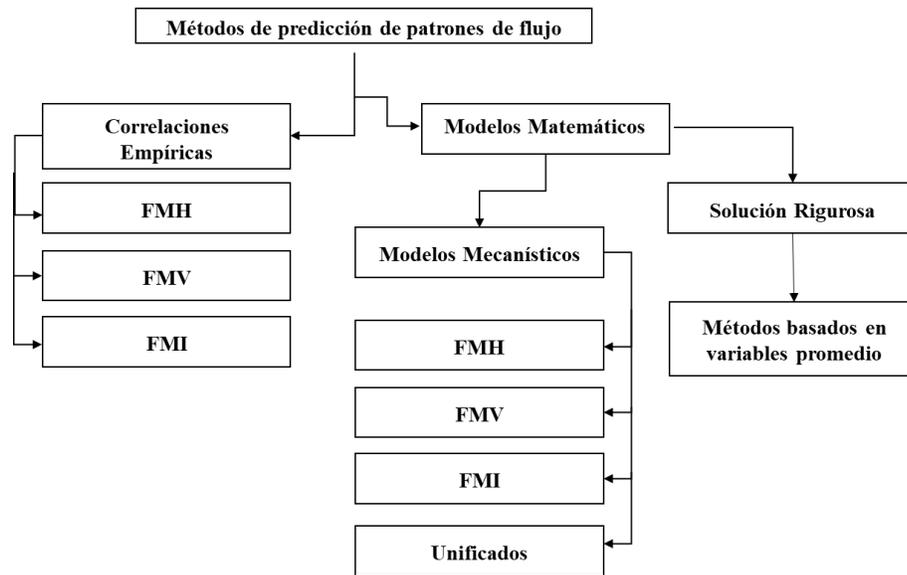


Figura 3.9. Esquema de los modelos de predicción de los patrones de flujo.

3.5 FLUJO MULTIFÁSICO EN TUBERÍAS HORIZONTALES.

Debido a que para el flujo horizontal no se tiene el gradiente de elevación es posible que se piense que el colgamiento no sea necesario determinarlo, pero eso no es cierto, ya que éste es necesario para calcular las velocidades verdaderas para el término de la aceleración. La mayoría de las condiciones de flujo multifásico horizontal son en la región de flujo turbulento.

Para flujo horizontal el gradiente de presión debido al cambio de elevación es igual a cero por lo que la ecuación se reduce a la Ecu 3.32.

$$\left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_T = \left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_{ac} + \left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_f \quad (3.32.)$$

Un gran número de autores han presentado métodos experimentales para evaluar el gradiente de presión en tuberías horizontales. Dentro de los cuales se encuentra:

- Lockhart y Martinelli (1949)
- Baker (1954)
- Dukler (1964)

- Eaton (1966)
- Beggs y Brill (1973)

De estas 5 correlaciones las mejores para todos los rangos de gastos y diámetros de tubería son las de Dukler, Eaton y la de Beggs y Brill con la limitante de que para la de Eaton se requieren viscosidades menores a 12 centipoise. La correlación de Beggs y Brill puede ser usada para cualquier ángulo de flujo.

3.5.1 PATRONES DE FLUJO EN TUBERÍAS HORIZONTALES.

Los patrones de flujo presentes en tuberías tanto horizontales como verticales, tiene gran influencia en la proporción volumétrica de cada fluido en el sistema de cada fluido en el sistema y en las consecuentes propiedades físicas de la mezcla, factores que afectan directamente en la caída de presión que experimentan los fluidos dentro de la tubería.

Si se conociera a detalle el comportamiento de los fluidos dentro de la tubería, sería posible manipular ciertas condiciones que permitan aprovechar al máximo la presión del sistema, los gastos y patrones de flujo existentes.

Los patrones de flujo bifásico horizontal existentes se pueden clasificar como:

1. Flujo estratificado.

Este patrón de flujo se presenta con gastos de gas-líquido relativamente bajos; las dos fases se separan por efectos de la gravedad, fluyendo la fase líquida en la parte inferior de la tubería y la fase gaseosa en la parte superior. Este patrón de flujo se subdivide en suave y ondulado, Fig. 3.10.

- Estratificado Suave

Donde la interface gas-líquido es suave y la fracción ocupada por cada fase es permanente y constante.

- Estratificado ondulado

El patrón de flujo se caracteriza por la formación de ondas en la interfase gas-líquido, generadas al incrementar el gasto de gas el cual se mueve más rápido que el líquido, dando lugar a las ondas. La amplitud de dichas ondas se incrementa con el aumento del gas.

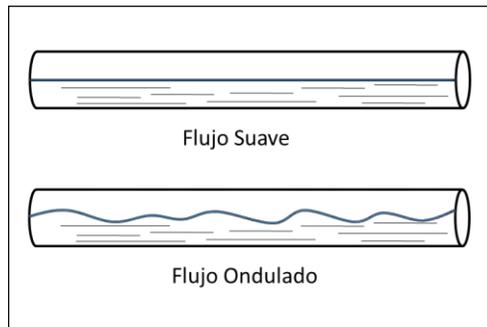


Figura 3.10. Esquema con los patrones de flujo estratificado, Suave y Ondulado.

2. Flujo intermitente.

Se caracteriza por un flujo alternado de líquido y gas, donde la tubería es ocupada en su sección transversal por tapones o baches de líquido, separados por bolsas de gas. Este patrón se divide en tipo burbuja alargada y bache del líquido, Fig. 3.11.

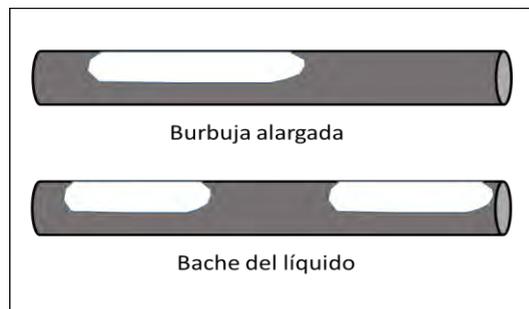


Figura 3.11. Esquema con los patrones de flujo Intermitente, Burbuja alargada y bache del líquido.

En la burbuja alargada, el líquido ocupa el volumen de la sección transversal y el gas forma burbujas a lo largo de la superficie de la tubería.

En el bache de líquido; al aumentar el flujo de gas, las burbujas se unen (se presenta coalescencia de burbujas dentro de la tubería), y se forman secciones alternadas de gas y líquido a lo largo de la superficie de la tubería, con una fase líquida continua en el fondo, el cuerpo del bache tiene burbujas dispersas.

3. Flujo Anular.

El flujo anular se produce a velocidades elevadas de gas, en donde el líquido fluye como una película anular de espesor variable a lo largo de la pared, mientras que el gas fluye como un núcleo a alta velocidad en el centro en forma de gotas. La interfase es muy

ondulada, lo que resulta en un alto esfuerzo de corte interfacial. La película en la parte inferior es generalmente más gruesa en la parte superior, dependiendo de los gastos de gas y líquido. Esto describe el flujo anular, Fig. 3.12, pero a medida que el gasto de gas aumenta se van generando ondas inestables de líquido las cuales pueden llegar a rozar la pared interna de la tubería, dando lugar al flujo anular ondulado. Este flujo se produce en la frontera de transición entre el flujo estratificado ondulado, bache y anular.

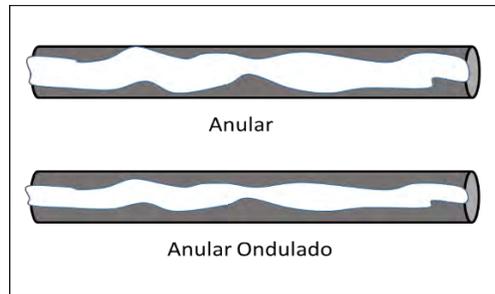


Figura 3.12. Esquema con los tipos de flujo anular y anular ondulado.

4. Flujo burbuja dispersa.

La transición a este patrón de flujo se presenta cuando las burbujas son suspendidas en el líquido o cuando las bolsas de gas son destruidas al alcanzar la parte superior de la tubería. Cuando esto ocurre, la mayoría de las burbujas se localizan cerca de la parte superior de la tubería; a altos gastos de líquido, las burbujas se dispersan uniformemente a lo largo de toda la sección transversal de la tubería. Como resultado, las dos fases viajan a la misma velocidad, considerando así un flujo homogéneo sin resbalamiento. En la Fig. 3.13. se presenta un esquema de una sección de tubería con el tipo de flujo descrito.

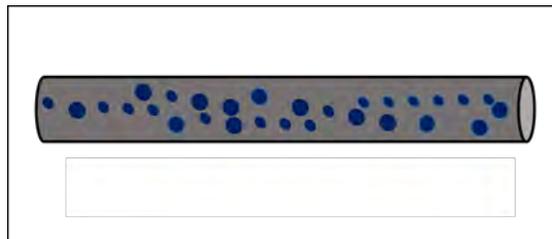


Figura 3.13. Esquema de una sección de tubería en donde se muestra el flujo disperso.

Mapas de patrones de flujo horizontal

Son gráficos en dos dimensiones, desarrollados para identificar los dominios de existencia de los patrones de flujo y las fronteras de transición entre cada uno de ellos.

Durante el estudio del fenómeno de flujo multifásico, diversos investigadores han presentado mapas de flujo tomando en cuenta varios criterios. Así tenemos el criterio de:

Mapa de Baker

En la Fig. 3.14 se muestra una gráfica que en el eje de las abscisas es el cociente del flujo másico de líquido entre el flujo másico de gas, $\lambda\phi G_L/G_G$ en $(lb_m/hr - ft^2)$. Los factores λ y ϕ se determinan de acuerdo con las Ecu. 3.33 y 3.34.

$$\lambda = \left[\left(\frac{\rho_G}{0.075} \right) \left(\frac{\rho_L}{62.4} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.33.)$$

$$\phi = \frac{73}{\sigma_L} \left[\mu_L \left(\frac{62.4}{\rho_L} \right)^2 \right]^{\frac{1}{3}} \quad (3.34.)$$

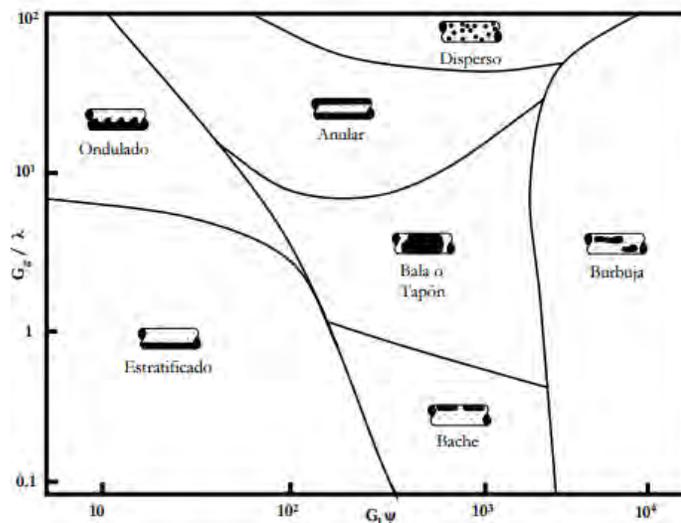


Figura 3.14. Gráfica del patrón de flujo del Mapa de Baker, se ilustran los tipos de flujo que se presentan dentro de la tubería.

Mapa de Mandhane

Esta correlación utiliza para cada eje las velocidades del gas J_G para las abscisas y la del líquido J_L para las ordenadas respectivamente: estas velocidades son medidas en condiciones de superficie, dentro de la tubería. En la Fig. 3.15. se presenta un mapa con la configuración de los tipos de flujo se la correlación de Mandhane.

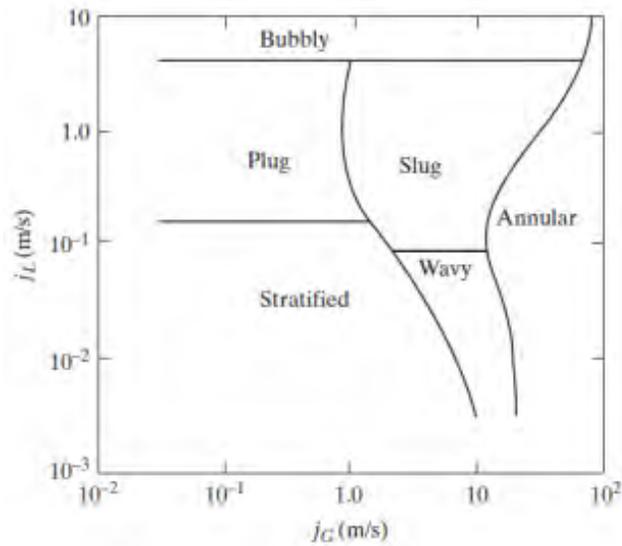


Figura 3.15. Mapa con la configuración de Mandhane.

Mapa de flujo Beggs y Brill

Divide el área en las tres categorías de patrones de flujo (segregado, intermitente y distribuido), en función del número de Froude y el colgamiento sin resbalamiento, donde se utilizan las velocidades superficiales de cada una de las fases como los ejes X e Y. en la Fig. 3.16. se presenta un esquema del mapa de B & B.

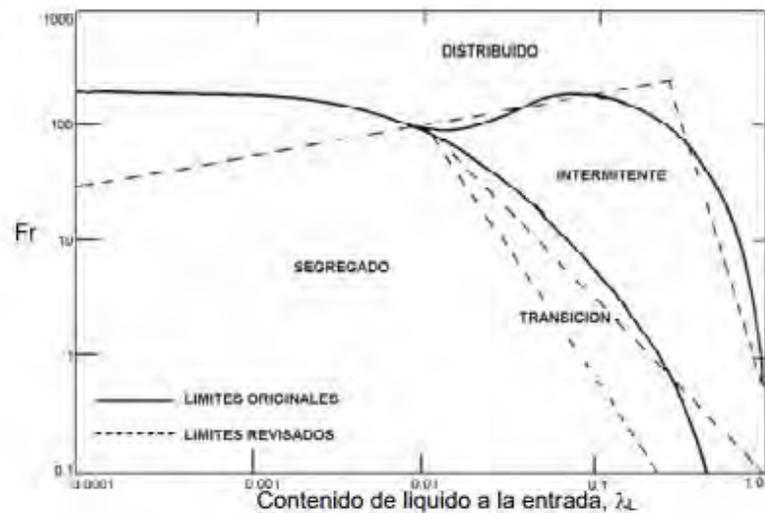


Figura 3.16. Mapa de la correlación de Beggs y Brill. Hace la correlación mediante el Número de Froude y el colgamiento en el interior de la tubería sin resbalamiento, $\lambda = A_L/A_{Tubo}$.

Taitel y Dukler

El mapa de estos autores fue obtenido en 1976 mediante un modelo teórico que permitió predecir con exactitud la transición entre los patrones de flujo basándose en modelos de mecanismos físicos.

Los patrones considerados son el intermitente (bache y burbuja alargada), estratificado (suave y ondulado), burbuja dispersa y anular. La correlación predice los límites de transición del flujo y el efecto que estos tienen en el diámetro de la tubería, las propiedades de los fluidos y el ángulo de inclinación. La Fig. 3.17. es un esquema del mapa de la correlación de Taitel y Dukler, muestra la correlación de las predicciones de los patrones de flujo con aquellas de Mandhane et al., en una tubería de diámetro interior de 2.5 (cm).

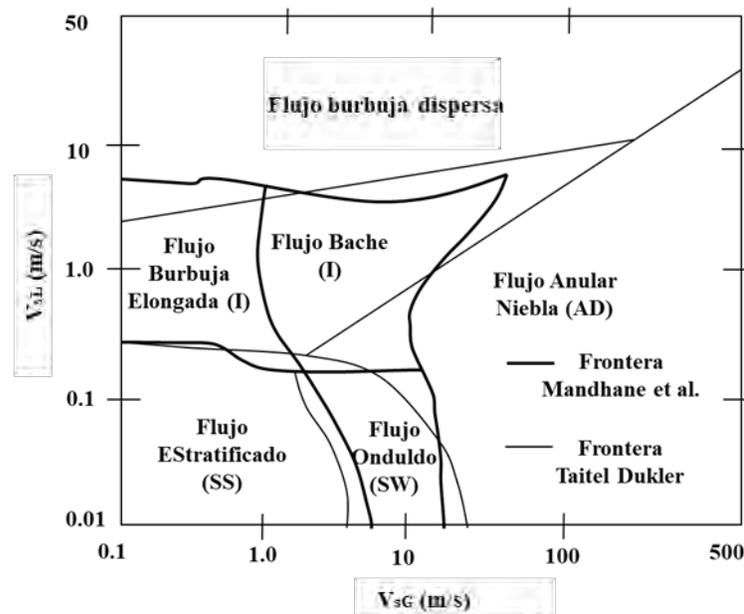


Figura 3.17. Mapa del patrón de flujo determinado por Taitel y Dukler en 1976, mediante un modelo teórico.

3.6 FLUJO MULTIFÁSICO EN TUBERÍAS VERTICALES

Al pasar los fluidos provenientes del yacimiento al pozo se inicia el flujo ascendente a través del sistema de tuberías instaladas para la conducción de los fluidos hasta la superficie; el proceso de flujo se efectúa desde la profundidad media del intervalo productor hasta la superficie. Durante este proceso se consume la mayor parte de la presión disponible para llevarlos los fluidos a las instalaciones de separación, por lo que

es de suma importancia realizar una evaluación precisa de la distribución de la presión a lo largo de la tubería.

El problema de predecir con precisión las caídas de presión en la tubería de producción, ha ido incrementando la necesidad de aplicar distintas correlaciones para ciertas condiciones, debido a que el flujo multifásico presentado es más complejo, por lo que se dificulta su análisis para las correlaciones ya existentes.

Debido a que el flujo es vertical las caídas de presión por aceleración son muy pequeñas, por lo que el gradiente de presión debido a la misma generalmente se desprecia, obteniendo la Ecu. 3.35.

$$\left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_T = \left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_e + \left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_f$$

$$\left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_T = \frac{g\rho_m}{g_c} \sin \theta + f \frac{\rho_m v_m^2}{2g_c d} \quad (3.35.)$$

Hay muchas correlaciones que dan excelentes resultados dependiendo de las diferentes condiciones de flujo. Estas correlaciones son las siguientes:

1. Gilbert (gráfico).
2. Poettman y Carpenter (1952) (analítico).
3. Griffith y Wallis (1961).
4. Baxendell y Thomas (1961).
5. Fancher y Brown (1963).
6. Duns y Ros (1963) (patrones de flujo).
7. Hagedorn y Brown (1965) (alta RGA).
8. Orkiszewski (1967) (patrones de flujo y mezcla de métodos).
9. Aziz, Govier y Fogarasi (1972).
10. Chierici, Ciucci y Sclocchi (1973).
11. Beggs y Brill (1973).
12. Mecanísticos (en los 90').

3.6.1 PATRONES DE FLUJO EN TUBERÍAS VERTICALES

Generalmente los patrones de flujo en tuberías verticales son más simétricos alrededor de la dirección axial, y menos dominados por la gravedad.

Los patrones de flujo presentes en tuberías verticales son los siguientes:

- Flujo Burbuja.
- Flujo Bache (Tapón).
- Flujo Niebla.

Flujo Burbuja

En este tipo de patrón de flujo, la tubería se encuentra llena de líquido, con una pequeña fase de gas. El gas presente se encuentra disperso en forma de pequeñas burbujas distribuidas de manera aleatoria, Fig. 3.18.

Similar al flujo horizontal, este patrón de flujo comúnmente se divide en *flujo burbuja* (a gastos de líquido relativamente bajos; es caracterizado por el resbalamiento entre las fases); y en *flujo burbuja dispersa* (a gastos relativamente altos de líquido; la fase gaseosa en forma de burbujas es arrastrada por la fase líquida, por lo que no existe resbalamiento entre fases). La diferencia entre los tipos de flujo, que se mencionaron antes, no siempre es claramente visible.

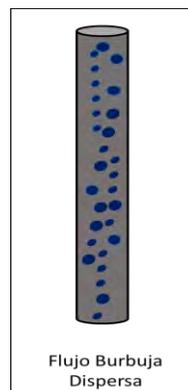


Figura 318. Esquema con el flujo burbuja dispersa, la fase gaseosa está mezclada de manera homogénea dentro de la fase líquida, no se presenta resbalamiento entre las fases.

Flujo Bache (Tapón)

En este tipo de patrón de flujo, la fase de gas es más pronunciada; aunque la fase líquida sigue siendo la fase continua, las burbujas coalescen y forman burbujas estables de mayor

tamaño (prácticamente del mismo diámetro interior de la tubería), separadas por baches de líquido.

El flujo consiste en una sucesión de burbujas separadas por baches de líquido. Una delgada película de líquido fluye contra la corriente, entre la burbuja y la pared interna de la tubería.

La película penetra en el siguiente bache de líquido y crea una mezcla de aireada por pequeñas burbujas de gas.

La variación de las velocidades de las fases podría resultar no sólo en una variación de las pérdidas por fricción en la pared, sino también en el colgamiento del líquido, Fig. 3.19.

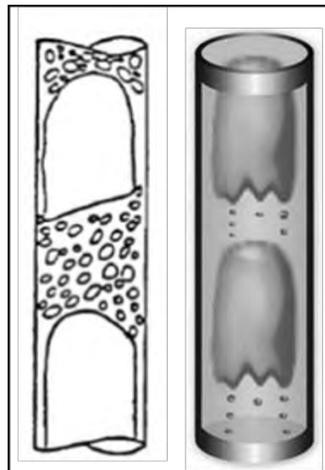


Figura 3.19. Es el esquema del flujo Bache (tapón) presente en una tubería vertical cuando el gasto de la fase gaseosa es más grande que la fase líquida.

Flujo Niebla

En este patrón la fase continua es el gas, el cual se encarga de proporcionar el arrastre que transporta al líquido en forma de pequeñas gotas, como en el caso horizontal, el líquido también deja una película en la pared interna de la tubería, moviéndose lentamente, mientras el gas se desplaza rápidamente por el centro de la tubería. La interfase es altamente ondulada, Fig. 3.20.

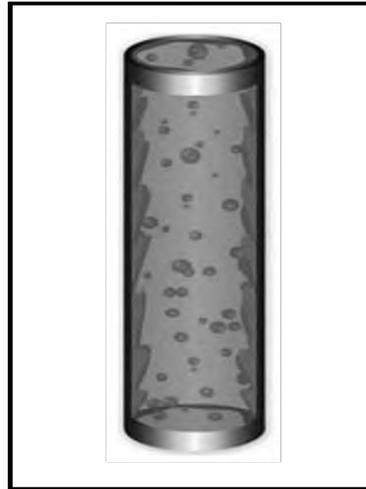


Figura 3.20. Esquema con la figura del patrón de flujo anular.

Mapa de Duns-Ros

Los patrones de flujo propuestos por Duns y Ros fueron definidos en función de números adimensionales. Ellos separaron el flujo dentro de tres tipos de regiones y prepararon correlaciones separadas para el resbamiento y fricción en las tres, Fig. 3.21.

Región 1: La fase líquida es continua y el flujo burbuja, flujo tapón y parte del flujo bache existen en este régimen.

Región 2: La fase de líquido y gas se alternan. La región por lo tanto cubre el patrón de flujo bache y el resto del flujo burbuja.

Región 3: El gas es la fase continua por lo que en esta región se encuentra el flujo niebla.

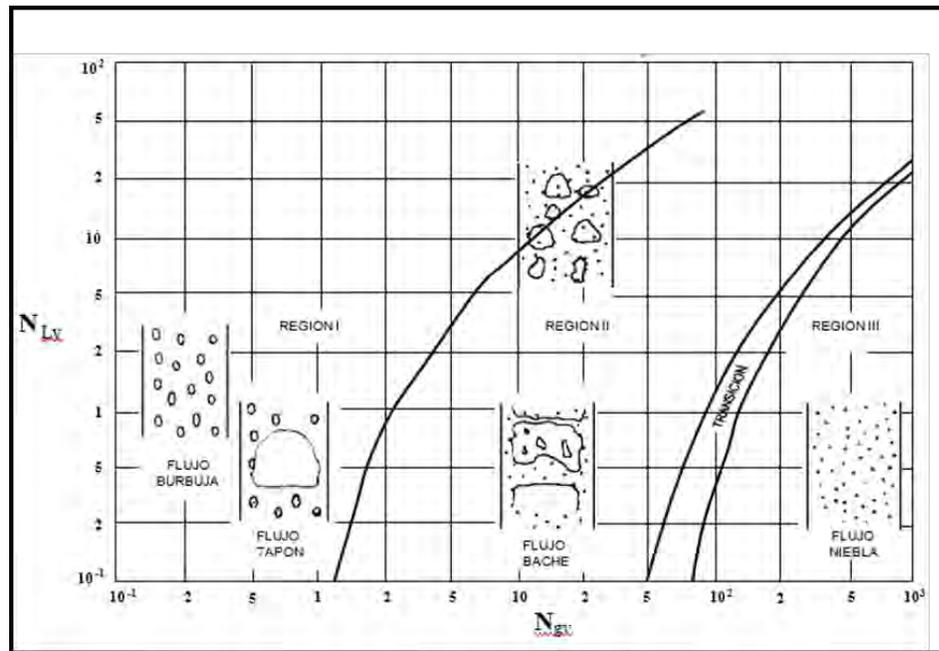


Figura 3.21. Mapa de Duns-Ros construido a partir de los números adimensionales de velocidad del líquido y Gas N_{LV} y N_{VG} , respectiv

3.7 FLUJO MULTIFÁSICO EN TUBERÍAS INCLINADAS

Las pérdidas de presión total que se dan a través de tuberías inclinadas son la suma de las pérdidas por fricción, aceleración y por elevación necesarias para transportar los fluidos a lugares con mayor elevación a cualquier distancia, Ecu. 3.36.

$$\left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_T = \left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_e + \left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_{ac} + \left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_f$$

$$\left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_T = \frac{g\rho_m}{g_c} \sin \theta + \frac{\rho_m v_m}{g_c} \frac{\Delta v_m}{\Delta z} + f \frac{\rho_m v_m^2}{2g_c d} \quad (3.36.)$$

Un análisis de los métodos propuestos para predecir las caídas de presión en tuberías inclinadas revela que aún no existe una correlación confiable. No obstante, la necesidad de transportar aceite y gas juntos obliga a aplicar algunos ajustes a las correlaciones ya existentes; bajo estas modificaciones no son muy precisas, pero permiten alcanzar el objetivo fijado, sobre todo cuando se tiene en mente las limitaciones de dichos procedimientos.

En flujo de dos fases la energía o presión ganada por flujo descendente normalmente es ignorada; esto debido a que los patrones de flujo regularmente son estratificados; sin embargo, si el ángulo de la tubería desde la vertical es pequeño como es el caso para pozos direccionales, el flujo es referido como direccional. En este caso la mayoría de las caídas de presión son debidas al levantamiento de fluidos.

Las correlaciones que se han aplicado a tuberías inclinadas son:

- Flanigan
- Beggs and Brill.

3.6.1 PATRONES DE FLUJO EN TUBERÍAS INCLINADAS.

En este rango de ángulos de inclinación, el patrón estratificado desaparece y es observado un nuevo modelo de flujo: el *Flujo transición (churn)*. Generalmente los patrones de flujo son más simétricos alrededor de la dirección axial, y menos dominados por la gravedad.

Flujo Transición (Churn)

En este patrón de flujo se presenta el cambio de la fase continua de líquido a la fase continua de gas. Ocurre a mayores gastos de gas, cuando el bache de líquido desaparece entre las burbujas de gas, por lo que la fase de gas arrastra una cantidad significativa de líquido con ella. En la Fig. 3.22. se tiene un esquema del flujo de transición dentro de la tubería.



Figura 3.22. Las imágenes, de izquierda a derecha, la primera es de flujo de gas emergiendo de aguas sin la presencia de elementos adicionales, la segunda imagen es el flujo de gas emergiendo de aguas, pero con boquillas cónicas pegadas a la aguja de inyección y el tercer esquema el dibujo representativo de cómo sería el flujo de transición.

4. PROCESO EXPERIMENTAL.

Con base a los conceptos antes vistos y tomando como punto de partida el *método científico*, el siguiente paso es analizar el caso en cuestión con el fin de tener una idea más clara del comportamiento de este.

Siguiendo el orden del *método científico* el primer punto es el planteamiento del problema.

“Análisis del comportamiento de los patrones de flujo variando el ángulo de inclinación”

Como siguiente punto es el estado del arte, el cual se hizo en los tres capítulos anteriores:

1. Antecedentes.

2. Análisis dimensional.

3. Flujo multifásico.

A continuación, la Fig. 4.1 muestra un esquema de la región de estudio en donde se desarrollan los distintos fenómenos a observar, a partir de la cual se deducen las distintas situaciones que influyen en el caso.

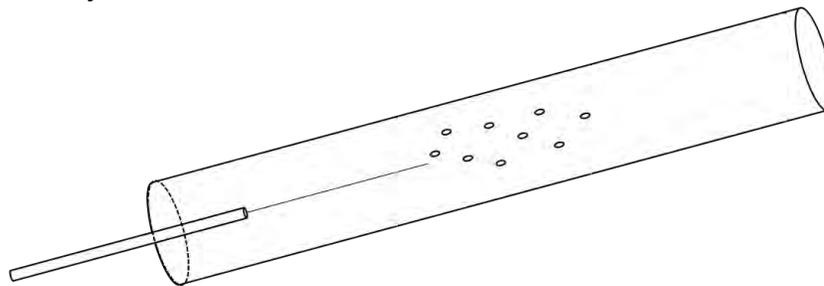


Figura 4.1. Esquema de una región del modelo experimental, donde se observa la inyección de aire al líquido a través de una aguja, formándose pequeñas burbujas de aire.

Haciendo las consideraciones pertinentes acerca del modelo experimental, se tiene un flujo de un líquido al cual se le está inyectando un gas a través de una aguja, donde estos dependen de la velocidad (v), la densidad (ρ), tres longitudes características (l , ϵ , D), la caída de presión (ΔP), la gravedad (g), la viscosidad (μ), módulo de elasticidad volumétrica (K) y el Angulo (Θ). De acuerdo con la experiencia adquirida mediante la observación del fenómeno, se recomienda estudiar primero la fase líquida y después fase gaseosa.

4.1 ANÁLISIS DIMENSIONAL DEL MODELO EXPERIMENTAL.

Aplicando el *Teorema de Buckingham* a la fase líquida y el medio donde se desplaza se tiene:

$$f(\Delta P, \rho_L, \mu_L, v_L, g, l, \varepsilon, D, \theta) = 0$$

Debido a que se tienen tres dimensiones implicadas, se seleccionan tres variables repetitivas, las cuales son la densidad, la velocidad y la longitud, para encontrar los *PAI*.

$$\pi = 9 - 3 = 6$$

Por lo que se tienen que encontrar seis *parámetros adimensionalmente independientes*.

$$\pi_1 = v_L^{x_1} \rho_L^{y_1} l^{z_1} \Delta P$$

$$\pi_4 = v_L^{x_4} \rho_L^{y_4} l^{z_4} \varepsilon$$

$$\pi_2 = v_L^{x_2} \rho_L^{y_2} l^{z_2} \mu_L$$

$$\pi_5 = v_L^{x_5} \rho_L^{y_5} l^{z_5} D$$

$$\pi_3 = v_L^{x_3} \rho_L^{y_3} l^{z_3} g$$

$$\pi_6 = v_L^{x_6} \rho_L^{y_6} l^{z_6} \theta$$

Cambiando las magnitudes a dimensiones para cada parámetro se tiene:

$$\pi_1 = (LT^{-1})^{x_1} (ML^{-3})^{y_1} (L)^{z_1} (ML^{-1}T^{-2})$$

M:

T:

$$y_1 + 1 = 0 \therefore y_1 = -1$$

$$-x_1 - 2 = 0 \therefore x_1 = -2$$

L:

$$x_1 - 3y_1 + z_1 - 1 = 0 \therefore (-2) - 3(-1) + z_1 - 1 = 0 \therefore z_1 = 0$$

Sustituyendo respectivamente los valores de x_i , y_i y z_i se obtiene:

$$\pi_1 = v_L^{-2} \rho_L^{-1} l^0 \Delta P = \frac{\Delta P}{v_L^2 \rho_L}$$

$$\pi_2 = (LT^{-1})x^2(ML^{-3})y^2(L)z^2(ML^{-1}T^{-1})$$

M:

T:

$$y_2 + 1 = 0 \therefore y_2 = -1$$

$$-x_2 - 1 = 0 \therefore x_2 = -1$$

L:

$$x_2 - 3y_2 + z_2 - 1 = 0 \therefore (-1) - 3(-1) + z_2 - 1 = 0 \therefore z_2 = -1$$

Sustituyendo respectivamente los valores de x_2 , y_2 y z_2 se obtiene:

$$\pi_2 = v_L^{-1} \rho_L^{-1} l^{-1} \mu_L = \frac{\mu_L}{v_L \rho_L l}$$

$$\pi_3 = (LT^{-1})x^3(ML^{-3})y^3(L)z^3(LT^{-2})$$

M:

T:

$$y_3 = 0$$

$$-x_3 - 2 = 0 \therefore x_3 = -2$$

L:

$$x_3 - 3y_3 + z_3 + 1 = 0 \therefore (-2) - 3(0) + z_3 + 1 = 0 \therefore z_3 = 1$$

Sustituyendo respectivamente los valores de x_3 , y_3 y z_3 se obtiene:

$$\pi_3 = v_L^{-2} \rho_L^0 l^1 g = \frac{gl}{v_L^2}$$

$$\pi_4 = (LT^{-1})x^4(ML^{-3})y^4(L)z^4(L)$$

M:

T:

$$y_4 = 0$$

$$-x_4 = 0 \therefore x_4 = 0$$

L:

$$x_4 - 3y_4 + z_4 + 1 = 0 \therefore (0) - 3(0) + z_4 + 1 = 0 \therefore z_4 = -1$$

Sustituyendo respectivamente los valores de x_4 , y_4 y z_4 se obtiene:

$$\pi_4 = v_L^0 \rho_L^0 l^{-1} \varepsilon = \frac{\varepsilon}{l}$$

$$\pi_5 = (LT^{-1})x^5 (ML^{-3})y^5 (L)z^5 (L)$$

M:

T:

$$y_5 = 0$$

$$-x_5 = 0 \therefore x_5 = 0$$

L:

$$x_5 - 3y_5 + z_5 + 1 = 0 \therefore (0) - 3(0) + z_5 + 1 = 0 \therefore z_5 = -1$$

Sustituyendo respectivamente los valores de x_5 , y_5 y z_5 se obtiene:

$$\pi_5 = v_L^0 \rho_L^0 l^{-1} D = \frac{D}{l}$$

$$\pi_6 = (LT^{-1})x^6 (ML^{-3})y^6 (L)z^6 (1)$$

M:

T:

$$y_6 = 0$$

$$-x_6 = 0 \therefore x_6 = 0$$

L:

$$x_6 - 3y_6 + z_6 + 1 = 0 \therefore (0) - 3(0) + z_6 = 0 \therefore z_6 = 0$$

Sustituyendo respectivamente los valores de x_6 , y_6 y z_6 se obtiene:

$$\pi_6 = v_L^0 \rho_L^0 l^0 \theta = \theta$$

De los seis parámetros obtenidos solo los tres primeros, son de interés. Por otro lado, entre las ventajas que permite el método se encuentra el poder alterar (invertir, sacar raíces, agregar escalares, etc.) los cocientes de tal forma que tengan la forma de números adimensionales de Mecánica de fluidos, por lo que reacomodando dichos parámetros se tiene:

$$\pi_1 = \frac{\Delta P}{v_L^2 \rho_L} = \text{Número de Euler}$$

$$\pi_2 = \frac{v_L \rho_L l}{\mu_L} = \text{Número de Reynolds}$$

$$\pi_3 = \frac{v_L}{\sqrt{gl}} = \text{Número de Froude}$$

Continuando el análisis para la fase gaseosa se tienen las mismas variables, pero intervienen dos nuevas variables, el módulo elástico de la compresión y la tensión superficial.

Aplicando el *Teorema de Buckingham* a la fase gaseosa y el medio donde se desplaza se tiene:

$$f(\Delta P, \rho_G, \mu_G, v_G, g, l, \varepsilon, D, \theta, K, \sigma) = 0$$

Debido a que se tienen tres dimensiones implicadas, se seleccionan tres variables repetitivas, las cuales son la densidad, la velocidad y la longitud, para encontrar los *PAI*.

$$\pi = 10 - 3 = 7$$

Por lo que se tienen que encontrar siete *parámetros adimensionalmente independientes*.

$$\pi_1 = v_G^{x_1} \rho_G^{y_1} l^{z_1} \Delta P$$

$$\pi_5 = v_G^{x_4} \rho_G^{y_4} l^{z_4} D$$

$$\pi_2 = v_G^{x_2} \rho_G^{y_2} l^{z_2} \mu_G$$

$$\pi_6 = v_G^{x_5} \rho_G^{y_5} l^{z_5} \theta$$

$$\pi_3 = v_L^{x_3} \rho_L^{y_3} l^{z_3} g$$

$$\pi_7 = v_G^{x_6} \rho_G^{y_6} l^{z_6} K$$

$$\pi_4 = v_G^{x_4} \rho_G^{y_4} l^{z_4} \varepsilon$$

$$\pi_8 = v_G^{x_8} \rho_G^{y_8} l^{z_8} \sigma$$

Por simple inspección se nota que resultan los mismos parámetros del líquido para el gas, por lo que solo se calculan los parámetros seis y siete.

$$\pi_1 = \frac{\Delta P}{v_G^2 \rho_G} \quad \pi_4 = \frac{\varepsilon}{l}$$

$$\pi_2 = \frac{\mu_G}{v_G \rho_G l} \quad \pi_5 = \frac{D}{l}$$

$$\pi_6 = \theta$$

$$\pi_7 = (LT^{-1})^{x_7} (ML^{-3})^{y_7} (L)^{z_7} (ML^{-1}T^{-2})$$

M:

T:

$$y_7 + 1 = 0 \therefore y_7 = -1$$

$$-x_7 - 2 = 0 \therefore x_7 = -2$$

L:

$$x_7 - 3y_7 + z_7 - 1 = 0 \therefore (-2) - 3(-1) + z_7 - 1 = 0 \therefore z_7 = 0$$

Sustituyendo respectivamente los valores de x_7 , y_7 y z_7 se obtiene:

$$\pi_7 = v_G^{-2} \rho_G^{-1} l^0 K = \frac{K}{v_G^2 \rho_G} = \frac{c^2 \rho_G}{v_G^2 \rho_G} = \frac{c^2}{v_G^2}$$

$$\pi_8 = (LT^{-1})^{x_8} (ML^{-3})^{y_8} (L)^{z_8} (MT^{-2})$$

M:

T:

$$y_8 + 1 = 0 \therefore y_8 = -1$$

$$-x_8 - 2 = 0 \therefore x_8 = -2$$

L:

$$x_8 - 3y_8 + z_8 = 0 \therefore (-2) - 3(-1) + z_8 = 0 \therefore z_8 = -1$$

Sustituyendo respectivamente los valores de x_8 , y_8 y z_8 se obtiene:

$$\pi_8 = v_G^{-2} \rho_G^{-1} l^{-1} \sigma = \frac{\sigma}{v_G^2 \rho_G l}$$

De la misma manera que en el caso del líquido, de los ocho parámetros obtenidos solo cuatro, son de interés. Reacomodando los parámetros se tiene:

$$\pi_1 = \frac{\Delta P}{v_G^2 \rho_G} = \text{Número de Euler}$$

$$\pi_2 = \frac{v_G \rho_G l}{\mu_G} = \text{Número de Reynolds}$$

$$\pi_6 = \frac{v_G}{c} = \text{Número de Mach}$$

$$\pi_7 = \frac{v_G^2 \rho_G l}{\sigma} = \text{Número de Weber}$$

En consideración a lo anterior, realizando un proceso de discretización de acuerdo con las características del modelo experimental se tiene los siguientes puntos.

1. No se tienen grandes caídas de presión (Número de Euler).
2. No se tienen grandes velocidades de estudio (Número de Mach).
3. Es constante la densidad y no varían las fuerzas de inercia (Número de Weber).

Se encuentra que los parámetros que más influyen en el modelo experimental son:

$$\pi_1 = \frac{v_L \rho_L l}{\mu_L} \quad \text{Número de Reynolds para el líquido}$$

$$\pi_2 = \frac{v_L}{\sqrt{gl}} \quad \text{Número de Froude para el líquido}$$

$$\pi_3 = \frac{v_G \rho_G l}{\mu_G} \quad \text{Número de Reynolds para el gas}$$

4.2 DESCRIPCIÓN DEL MODELO EXPERIMENTAL.

El modelo experimental está montado sobre un tablero que tiene 106 cm de largo por 69 cm de ancho con un espesor de 1 cm, a su vez este se encuentra sobre una base horizontal de 110 cm de largo por 30 cm de ancho con un espesor de 1 cm del mismo material. El tablero es de color negro para contrastar de tal manera permita una mejor observación del flujo del líquido que debido a las características de la glicerina y del tubo de acrílico (transparentes) no es de fácil apreciación.

La visualización de flujo fue llevada a cabo para un sistema de corriente aire-glicerina en un tubo de acrílico con un diámetro de 15 mm y 75 cm de longitud, está montado sobre una rotula lo cual permite cambiar la inclinación para las distintas mediciones.

La glicerina se suministra desde un depósito de plástico con una capacidad de 25 litros, tiene como medidas un diámetro de 30 cm y una altura de 36 cm. La salida del fluido lo hace mediante una válvula de globo de $\frac{1}{2}$ " colocada a una altura 3 cm con respecto a la base del depósito. La conexión del depósito con el tubo es mediante una manguera de látex con un diámetro interior de $\frac{1}{2}$ ".

Por último, se encuentra el suministro de aire, este es inyectado mediante una bomba de pecera que tiene un gasto máximo de 1500 cc/minuto y 2.5 psi; la conexión de la bomba a la aguja de inyección es mediante una manguera de látex de $\frac{1}{4}$ " con la longitud suficiente para atenuar el flujo y garantizar que sea constante, esto se conoce como longitud de desarrollo. La aguja de inyección se encuentra dentro de un conector "T" de $\frac{1}{2}$ " por donde entra el flujo de glicerina y aire, donde se mezclan ambos fluidos, los cuales son reciclados para nuevamente descárgalos al depósito.

Por último, se tienen dos manómetros colocados: al inicio y final del mismo del tubo de acrílico, ambos con escalas en Kg/cm² y psi, su función principal es medir la caída de presión por unidad de longitud.

El patrón de flujo fue visualizado por una cámara CANNON con una velocidad estándar de grabación de 30 cuadros/s. En la Fig. 4.2, se presenta el esquema del modelo experimental completo.

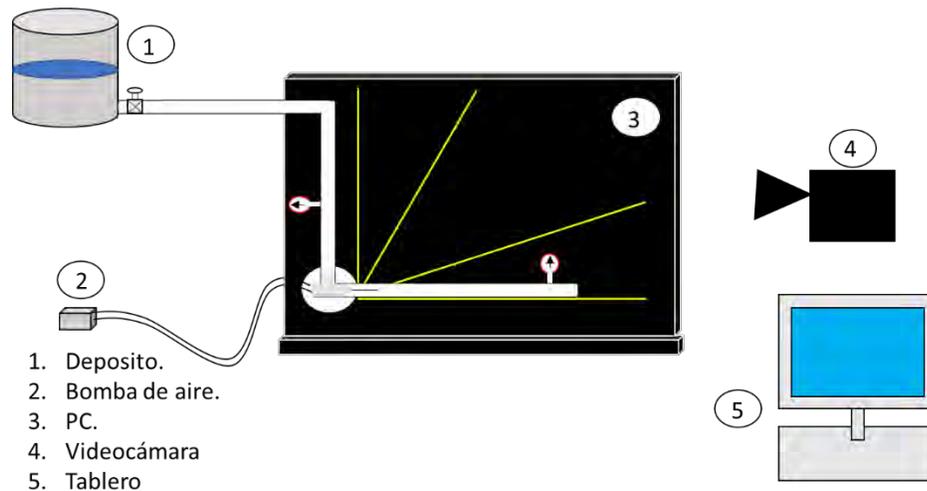


Figura 4.2. Esquema del modelo experimental.

4.3. TRABAJO EXPERIMENTAL.

Primeramente, se hizo el llenado del depósito con glicerina de una densidad de 1260 kg/m^3 y una viscosidad de 1500 cp . Se dio paso a abrir la válvula con el fin del llenado total del sistema, debido a las características de esta (alta viscosidad), el sistema tardó en purgarse aproximadamente 20 minutos.

Dentro del análisis el gasto de la glicerina fue de $10 \text{ cm}^3/\text{minuto}$, el cual se midió de manera práctica mediante una probeta graduada. El gasto del gas se manejó para gastos bajos de gas $5 \text{ cm}^3/\text{s}$ y para altos $10 \text{ cm}^3/\text{s}$.

Después de purgarse completamente, se empieza el primer experimento en el cual se analiza el flujo de la glicerina con una inyección de aire; para este caso el tubo se encuentra horizontalmente (0°), Fig. 4.3, como consecuencia no hay pérdidas por elevación.

$$\left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_T = \left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_{ac} + \left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_f$$

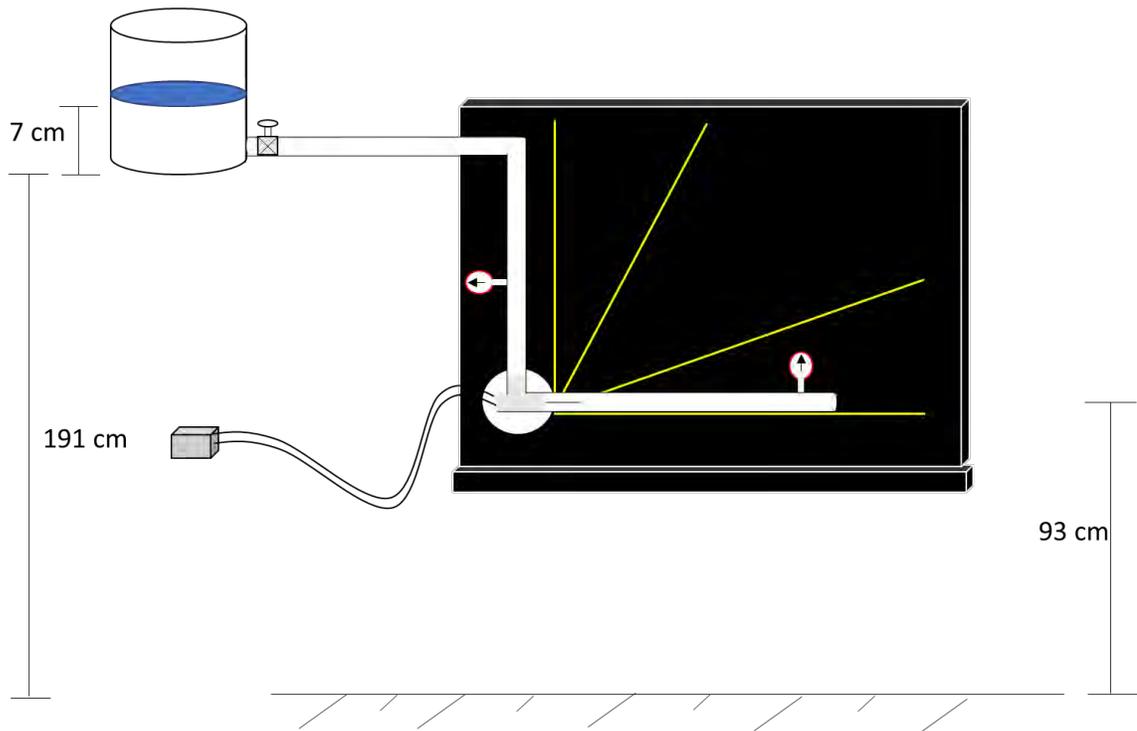


Figura 4.3. Esquema del modelo experimental con un ángulo de 0° .

A partir de la inyección de aire al flujo de glicerina, se observa la formación de burbujas con forma elipsoidal teniendo un eje mayor de 4.5 cm, un eje menor de 5 mm y radio de 5 mm en promedio, Fig. 4.4. las cuales se van a la parte superior debido a la diferencia de densidades que existe entre el aire y la glicerina, esto da origen al *patrón de flujo intermitente de burbujas alargadas*.

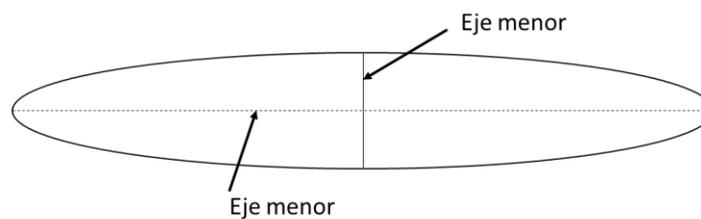


Figura 4.4. Esquema de la geometría de la burbuja frontalmente.

Al aumentar el gasto de gas se tiene una modificación del anterior patrón a un *Patrón de flujo intermitente bache*, el cual dura muy poco, enseguida empiezan a coalescer las burbujas al punto en que se satura de gas completamente, la parte superior, dando pauta al *Patrón de flujo estratificado suave* y como consecuencia el fenómeno de *colgamiento*. La Fig. 4.5. muestra el cambio de flujo intermitente a flujo estratificado suave, donde el frente

de la burbuja termina coalesciendo, esto se nota debido al aumento de las dimensiones del eje mayor que va teniendo la burbuja de 3 cm a 9.5 cm.

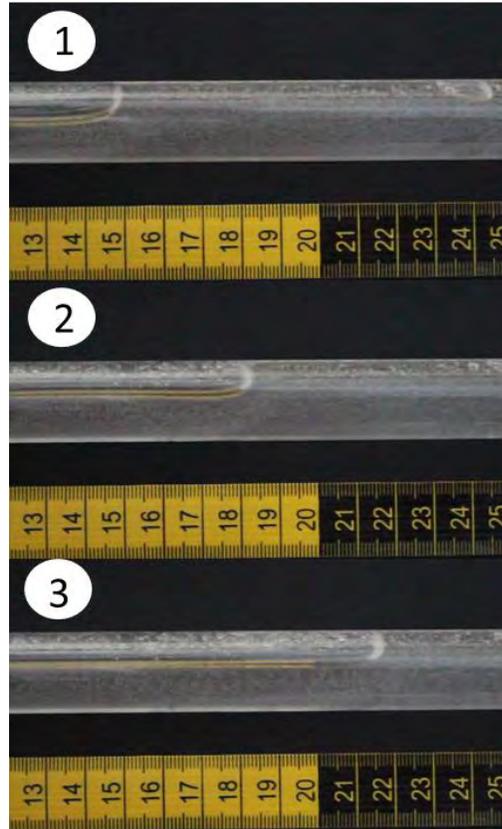


Figura 4.5. Fotografía donde se aprecia la formación del patrón de flujo estratificado dando como consecuencia el fenómeno de colgamiento.

Como segundo experimento se realiza lo mismo, pero con un ángulo de 30°, por lo que en este caso sí influyen las pérdidas por elevación en los fenómenos del modelo experimental, Fig. 4.6.

$$\left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_T = \left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_e + \left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_{ac} + \left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_f$$

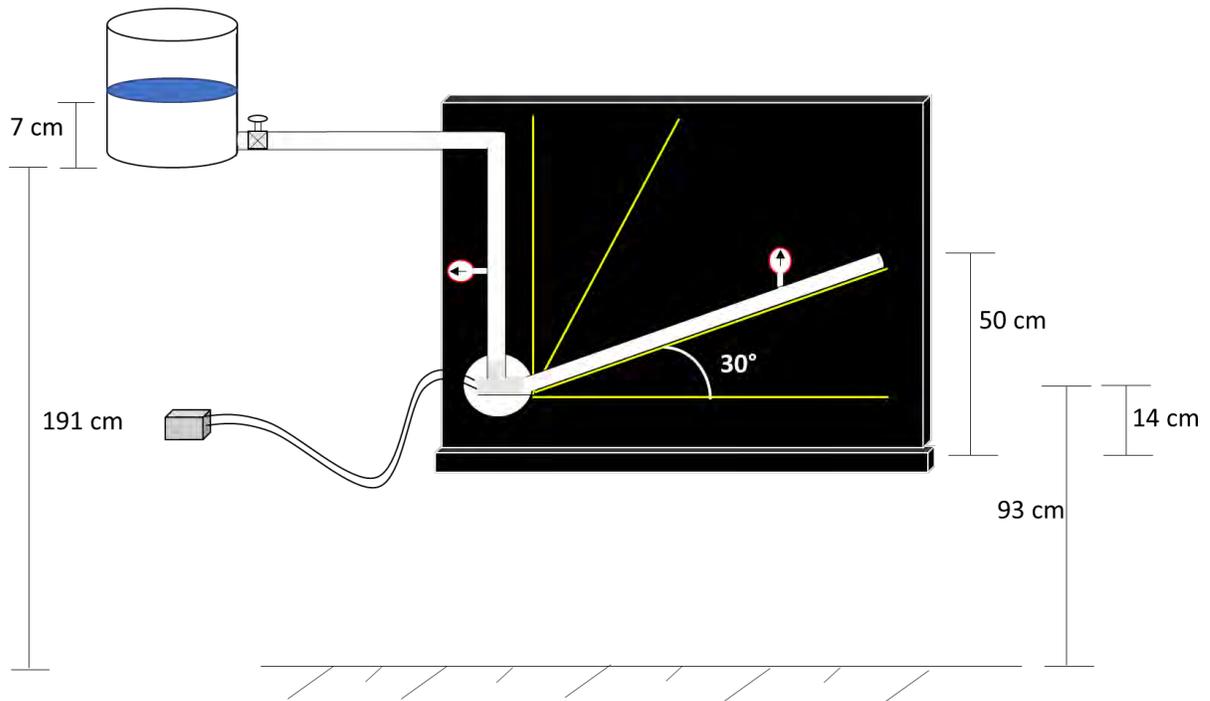


Figura 4.6. Esquema del modelo experimental con un ángulo de 30°.

Se observa el mismo comportamiento presentado con el ángulo de 0°, a continuación, se describe cada uno de los detalles presentados. Se tuvo una formación de burbujas con forma elipsoidal teniendo un eje mayor de 14 cm, un eje menor de 6 mm y radio de 6 mm en promedio, teniendo un *Patrón de flujo intermitente de burbujas alargadas* como se observa en la Fig. 4.7.

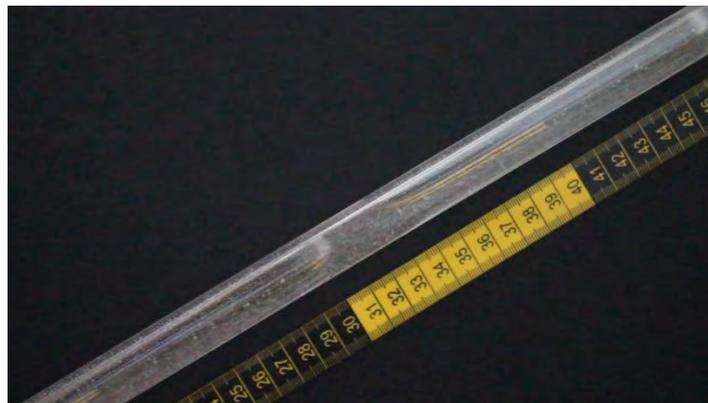


Figura 4.7. Fotografía donde se aprecia el Patrón de flujo intermitente de burbujas alargadas.

A gastos altos de gas se dio un *Patrón de flujo intermitente de bache* como se observa en la Fig. 4.8, cabe resaltar en este caso no hay *Patrón de flujo estratificado suave*.



Figura 4.8. Fotografía donde se aprecia el Patrón de flujo intermitente de bache de líquido.

El tercer experimento se realiza con ángulo de 60° por lo que en este caso nuevamente influyen las pérdidas por elevación en los fenómenos del modelo experimental, Fig. 4.9, pero son más fuertes que en el anterior debido al incremento del ángulo de inclinación.

$$\left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_T = \left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_e + \left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_{ac} + \left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_f$$

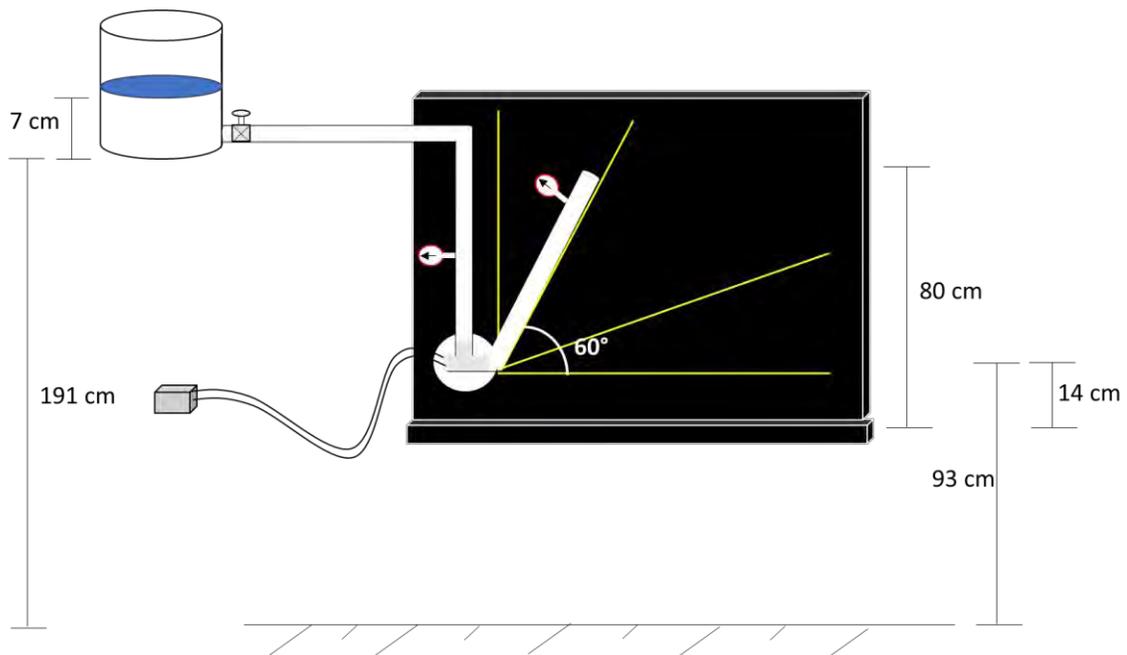


Figura 4.9. Esquema del modelo experimental con un ángulo de 60° .

Se observa que a gastos bajos se tiene una formación de burbujas con forma elipsoidal teniendo un eje mayor de 3 cm, un eje menor de 10 mm y radio de 10 mm en promedio, presentando un *patrón de flujo intermitente bache* debido a que aun las burbujas están pegadas a la pared del tubo, pero cabe señalar que las burbujas muestran más esfericidad lo cual hace que tienda a un *patrón de flujo burbuja* como se observa en la Fig. 4.10.

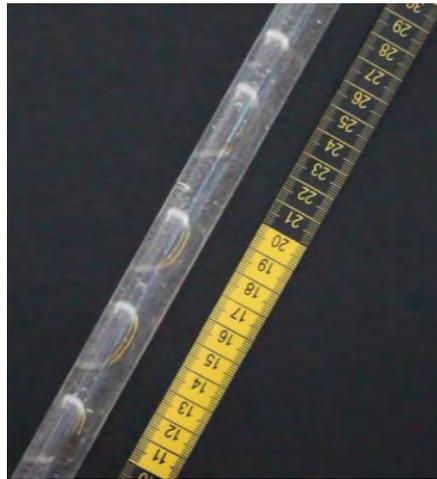


Figura 4.10. Fotografía donde se aprecia el Patrón de flujo intermitente de bache de líquido.

Al aumentar el gasto de gas se observa un *patrón de flujo tapón*, Fig. 4.11. donde claramente se ve que la fase de gas es pronunciada; en el punto 2 se nota el frente de una burbuja ubicado en 10 cm donde ya para el punto 3, coalesce dicho frente, teniendo una longitud promedio de 15 cm.

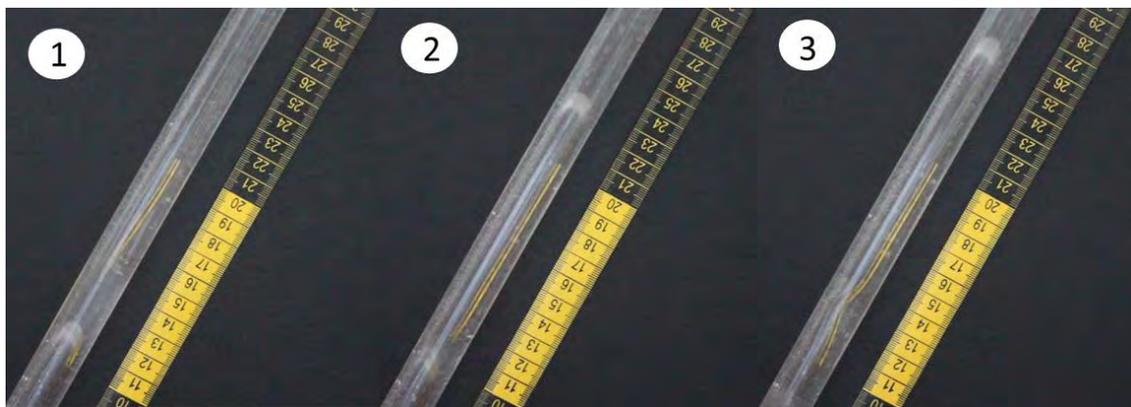


Figura 4.11. Fotografía donde se aprecia el Patrón de flujo tapón.

Por último, se encuentra el análisis del experimento verticalmente (90°), en este caso las pérdidas por aceleración son despreciables en los fenómenos del modelo experimental, Fig. 4.12.

$$\left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_T = \left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_e + \left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_f$$

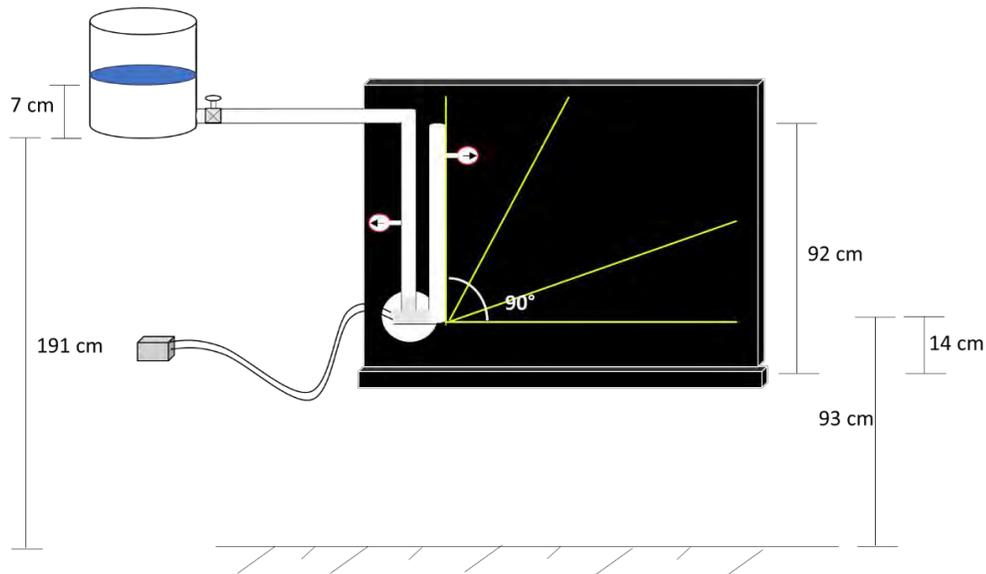


Figura 4.12. Esquema del modelo experimental con un ángulo de 90° .

Se observa que a gastos bajos se tiene una formación de burbujas con forma elipsoidal teniendo un eje mayor de 1.5 cm, un eje menor de 10 mm y radio de 10 mm en promedio, presentando una mayor esfericidad, mostrando un *patrón de flujo burbuja*, Fig. 4.13.



Figura 4.13. Fotografía donde se aprecia el Patrón de flujo burbuja.

Al aumentar el gasto se tiene tres regiones de estudio dentro de la longitud de desarrollo, la primera se encuentra entre 10 a 15 cm donde se presenta el *Patrón de flujo burbuja*, conforme se estabiliza el gasto, las burbujas salen más cercanas entre sí provocando una coalescencia, esto se hace tan continuo que se alcanza a ver el *Patrón de flujo anular* y al final de la región se sigue observando la zona pronunciada de gas pero tiene claridad el frente de la burbuja dando origen al *Patrón de flujo tapón*. La Fig. 4.14. muestra lo antes mencionado.

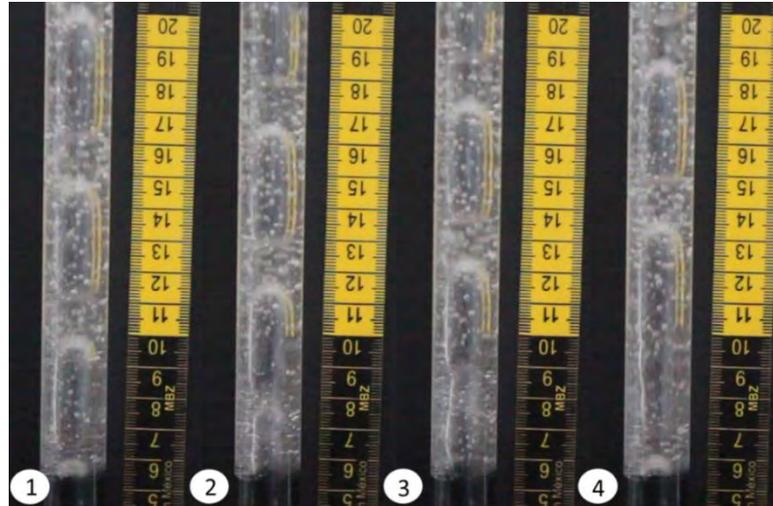


Figura 4.14. Fotografía donde se aprecia la formación del Patrón de flujo tapón.

4.4 ANÁLISIS DE DATOS.

Como primer análisis tenemos la fase líquida, donde se calculan los dos números adimensionales involucrados con esta fase, obtenidos durante el análisis dimensional.

Comenzando por el número de Reynolds se tiene:

$$Re_{\text{líquido}} = \frac{v_L \rho_L l}{\mu_L} = \frac{\frac{1}{6} \times 10^{-6} \left(\frac{m^3}{s}\right) 1260 \left(\frac{Kg}{m^3}\right) \cdot 75m}{1.5 (Pa * s) * 1.767145 \times 10^{-4} (m^2)} = 0.5941$$

Con base a los rangos establecidos por Osborne Reynolds estamos bajo un régimen de flujo laminar ($Re < 2300$). Esto se pudo observar debido a que prácticamente el fluido no se movía, esto gracias a la alta viscosidad de la glicerina por lo que las fuerzas viscosas dominaron a las fuerzas inerciales.

Para el número de Froude se tiene:

$$Fr_{\text{liquido}} = \frac{\vec{v}_L}{\sqrt{gl}}$$

Tabla 4.1. Resultados del número de Froude variando el ángulo de inclinación.

angulo adi	Fr	gasto m ³ /s	d m	area m ²	g m/s ²	l m	v m/s	coseno
0	0.00035	1.67E-07	0.015	0.00017671	9.81	0.75	0.00094314	1
30	0.00037	1.67E-07	0.015	0.00017671	9.81	0.75	0.00094314	0.866025404
60	0.00049	1.67E-07	0.015	0.00017671	9.81	0.75	0.00094314	0.5
90	0.00348	1.67E-07	0.015	0.00017671	9.81	0.75	0.00094314	0.01

Con los resultados obtenidos para el número de Froude, mostrados en la Tabla 4.1, los cuales rondan entre 3.5×10^{-4} a 8.5×10^{-3} , de acuerdo con la clasificación de Froude se trabajó bajo un régimen de flujo subcrítico ($Fr < 1$), donde las fuerzas de gravedad dominan al flujo.

La Fig. 4.15. muestra el comportamiento del número de Froude con respecto al ángulo de inclinación donde se observa que conforme aumenta el ángulo, se mantiene constante hasta 30° a partir de este punto se incrementa de una manera exponencial, esto confirma lo anterior mencionado.



Figura 4.15. Comportamiento del número de Froude con respecto al ángulo de inclinación.

De la misma manera se realiza lo anterior, ahora para la fase gaseosa en donde se tuvieron dos gastos a analizar.

Analizando al número de Reynolds se tiene:

$$Re_{gas} = \frac{v_G \rho_G l}{\mu_G}$$

Primero se analizó el caso donde se tiene un gasto de aire bajo, 5 cm³/s, se analizó el desplazamiento de la burbuja con base a los videos tomados durante la experimentación, de donde se tomó la distancia y se calculó el tiempo con base a la velocidad de grabación, esto con el fin de obtener la velocidad de la burbuja. Por otro lado, para el dato de la longitud se tomó el radio de la burbuja debido a que se trataba de un elipsoide, Fig. 4.16, se igualó el volumen de la esfera con el volumen del elipsoide para poder obtener un radio óptimo. En la Tabla 4.2. se muestran dichos datos obtenidos y calculados.

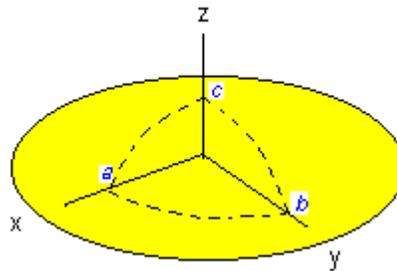


Figura 4.16. Geometría de un elipsoide.

$$V_{esfera} = \frac{4\pi}{3} r^3$$

$$V_{elipsoide} = \frac{4\pi}{3} abc$$

$$V_{esfera} = V_{elipsoide}$$

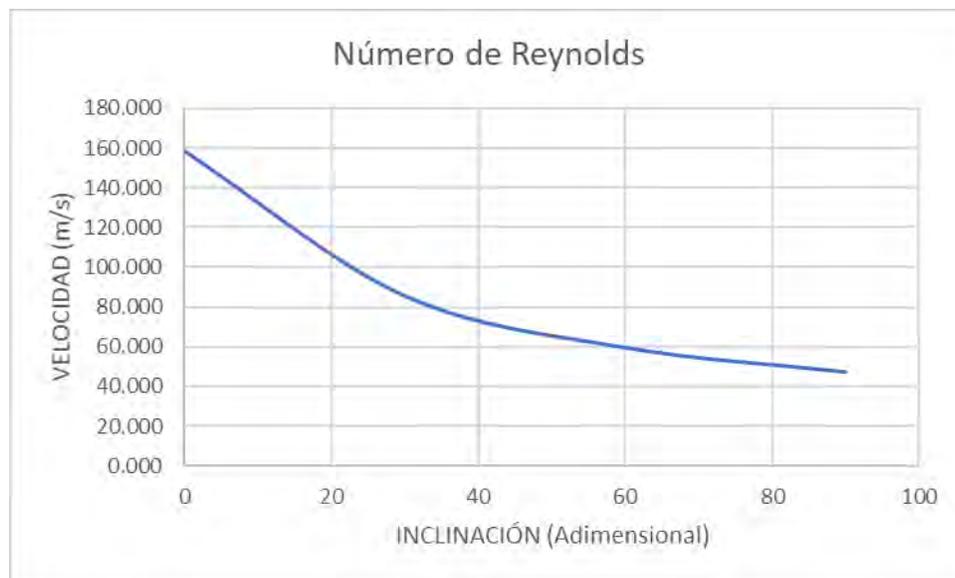
$$\frac{4\pi}{3} r^3 = \frac{4\pi}{3} abc$$

$$r = \sqrt[3]{abc}$$

Tabla 4.2. Resultados del número de Reynolds variando el ángulo de inclinación para un gasto bajo.

Θ	Framerate	t	a	b	c	d	Δx	v	Re
adi.	(FPS)	(s)	mm	mm	mm	m	(m)	(m/s)	adi.
0	15	0.50	22.5	2.5	2.5	0.010	0.135	0.27	158.247
30	78	2.60	70	3	3	0.017	0.23	0.08846154	85.471
60	41	1.37	15	5	5	0.014	0.1	0.07317073	59.470
90	41	1.37	7.5	5	5	0.011	0.1	0.07317073	47.202

Con base a los números de Reynolds obtenidos para el gasto alto, estos se observan en la Tabla 4.2, los cuales están en un rango de 50 a 150, por lo que también se afirma que se trabajó para la fase gaseosa bajo un régimen de flujo laminar. La Figura 4.17 muestra el comportamiento del número de Reynolds, conforme el ángulo aumenta este disminuye debido a que la componente paralela al flujo de fuerzas de gravedad va teniendo influencia sobre el flujo.

**Figura 4.17.** Comportamiento del número de Reynolds con respecto al ángulo de inclinación para un gasto bajo.

La Fig. 4.18. muestra el comportamiento de la velocidad de la burbuja con respecto al ángulo de inclinación donde se observa que conforme aumenta el ángulo, la velocidad va decreciendo hasta 30° esto debido a lo antes mencionado, a partir de este punto la velocidad se comporta prácticamente constante.

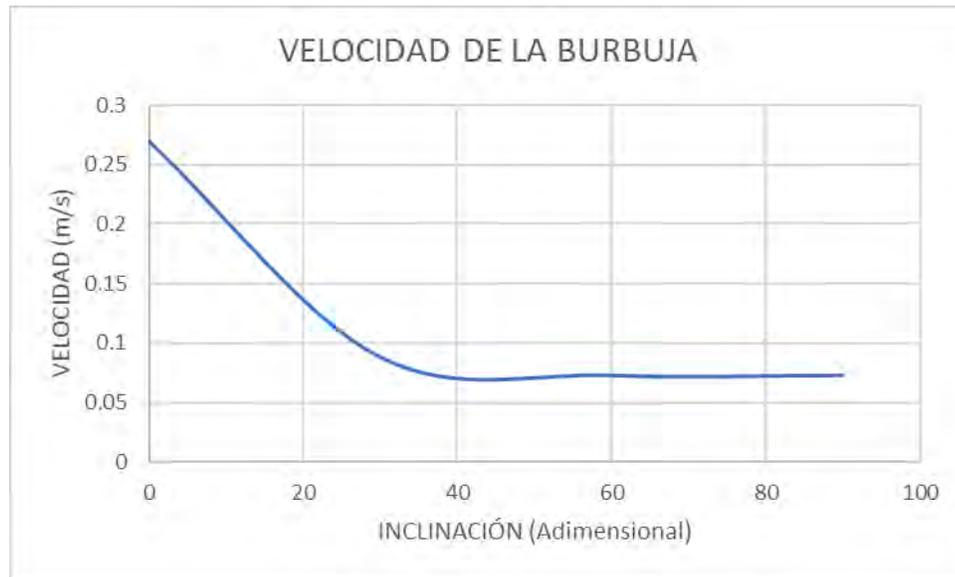


Figura 4.18. Comportamiento de la velocidad de burbuja con respecto al ángulo de inclinación para un gasto bajo.

El segundo caso se trata para un gasto de aire alto, $10 \text{ cm}^3/\text{s}$, donde se obtuvieron los datos que se muestran en la Tabla 4.3, de igual forma los rangos para este gasto establecen que se tiene un flujo laminar para la fase gaseosa, su rango es de 120 a 210.

Tabla 4.3. Resultados del número de Reynolds variando el ángulo de inclinación para un gasto alto.

θ adi.	Framerate (FPS)	t (s)	a mm	b mm	c mm	d m	Δx (m)	v (m/s)	Re adi.
0	15	0.50	47.5	2.5	2.5	0.013	0.135	0.27	203.005
30	21	0.70	22.5	5	5	0.017	0.16	0.22857143	212.658
60	47	1.57	75	5	5	0.025	0.23	0.14680851	204.034
90	25	0.83	32.5	5	5	0.019	0.1	0.12	126.204

La Figura 4.19 muestra el comportamiento del número de Reynolds, conforme el ángulo aumenta este disminuye de manera paulatina hasta 30° esto debido a que la velocidad hace que tenga un mayor resbalamiento el fluido como consecuencia hay menor efecto de las fuerzas viscosas, pero pasando este ángulo decrece el número debido a que la componente paralela al flujo de fuerzas de gravedad tiene más impacto sobre el flujo.

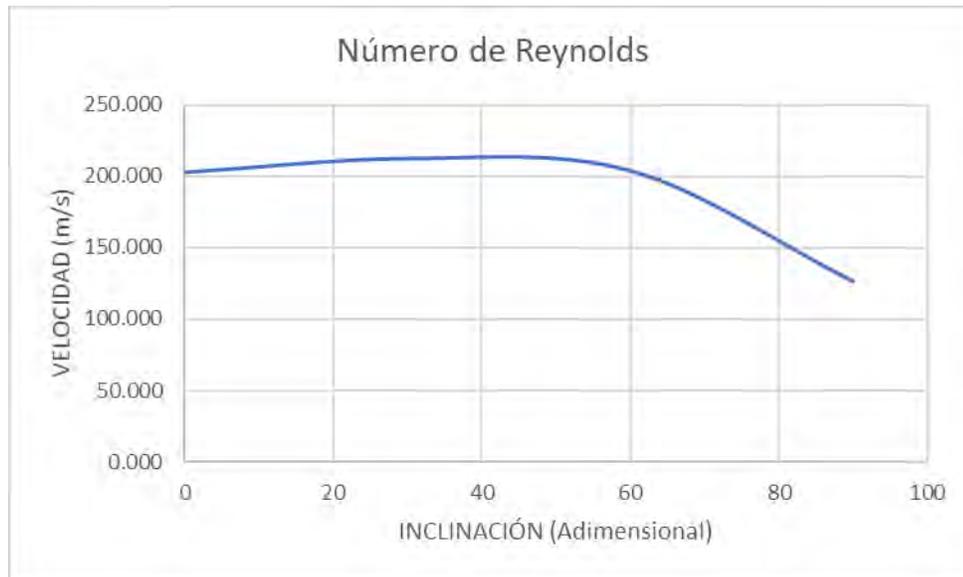


Figura 4.19. Comportamiento del número de Reynolds con respecto al ángulo de inclinación para un gasto alto.

La Fig. 4.20. muestra el comportamiento de la velocidad de la burbuja con respecto al ángulo de inclinación donde se observa que conforme aumenta el ángulo, la velocidad va disminuyendo paulatinamente a lo largo de todos los ángulos analizados.



Figura 4.20. comportamiento de la velocidad de burbuja con respecto al ángulo de inclinación para un gasto alto.

5. CONCLUSIONES.

De acuerdo con lo planteado anteriormente, basado en el método científico para el tema:

“Análisis del comportamiento de los patrones de flujo variando el ángulo de inclinación”

Como primer punto se encuentra el análisis dimensional donde se encontró que el modelo experimental estaba en función del número de Reynolds y el número de Froude.

$$Re_{liquido} = \frac{v_L \rho_L l}{\mu_L}$$

$$Fr_{liquido} = \frac{v_L}{\sqrt{gl}}$$

$$Re_{gas} = \frac{v_G \rho_G l}{\mu_G}$$

Como siguiente punto se tiene lo observado en el modelo experimental donde para tuberías:

1. Horizontales

- Se observó el patrón de flujo intermitente burbuja alargada.
- Se observó el patrón de flujo intermitente bache de líquido.
- Se observó el patrón de flujo estratificado suave.
- El fenómeno de colgamiento total en el sistema.

2. Inclinadas

- Se observó el patrón de flujo intermitente burbuja alargada.
- Se observó el patrón de flujo intermitente bache de líquido.
- Se observó el patrón de flujo tapón.
- Se observó indicios del patrón de flujo burbuja.

3. Verticales

- Se observo el patrón de flujo burbuja.
- Se observo el patrón de flujo anular.
- Se observo el patrón de flujo tapón.

Después del análisis cualitativo se prosiguió al análisis cuantitativo, donde se observó que, de acuerdo con el número de Reynolds obtenido para el líquido, $Re=0.5941$, esto se pudo observar físicamente debido a que el gasto de la glicerina era mínimo, y para el gas, en un rango de 40 a 210 (engloba el gasto bajo y alto), se trabajó bajo un régimen de flujo laminar para ambas fases por lo que se deduce que la mezcla estaba bajo el mismo régimen.

Para los números de Froude obtenidos, 3.5×10^{-4} a 8.5×10^{-3} , cabe reiterar que se trabajó bajo un régimen de flujo subcrítico, $Fr < 1$, donde este régimen está caracterizado por estar gobernado totalmente por las fuerzas de gravedad.

Relacionando la parte cualitativa con las cuantitativa se tiene:

- Para gastos bajos cuando no se tiene aún la influencia de las fuerzas de gravedad para ángulos menores a 40° se presenta el patrón de flujo intermitente bache.
- Para gastos altos cuando no se tiene aún la influencia de las fuerzas de gravedad para ángulos menores a 40° se presenta el patrón de flujo intermitente burbuja alargada.
- Para gastos bajos cuando se tiene influencia de las fuerzas de gravedad para ángulos mayores a 60° se presenta un patrón de flujo intermedio entre burbuja alargada y burbuja.
- Para gastos altos cuando se tiene influencia de las fuerzas de gravedad para ángulos mayores a 60° se presenta un patrón de flujo bache.
- Para gastos bajos cuando las fuerzas de gravedad dominan totalmente, cuando se encuentra la tubería vertical se presenta un patrón de flujo burbuja.
- Para gastos altos cuando las fuerzas de gravedad dominan totalmente, cuando se encuentra la tubería vertical se presenta tres tipos de patrones esto dependiendo de la sección de análisis de la tubería, para la sección inicial se presentó el patrón de flujo burbuja, en secciones intermedias se vio presencia de flujo anular debido a la coalescencia continua de las burbujas y para la sección final el patrón de flujo tapón donde este originaba el barrido del aceite debido al frente de la burbuja, lo cual se busca para el desplazamiento del aceite.

Se puede concluir que es vital la experimentación ya que a partir de esta se genera un pensamiento más creativo y un interés por la investigación científica, con lo cual se permite descubrir y comprobar determinados fenómenos o principios. Para este caso nos dio una idea más clara del comportamiento de los patrones de flujo, además de comprender las fuerzas que predominaban durante dicho flujo. Por otro lado, el desarrollo de un modelo experimental depende totalmente de un buen análisis adimensional, necesario tener los suficientes conocimientos sobre el tema, así como la suficiente experiencia para no omitir alguna de las variables que intervienen en el caso analizado debido a que se podría dejar huecos en nuestro dicho estudio.

Con respecto al modelo experimental analizado aún existe un amplio rango a estudiar y para ser más precisos es necesario aplicar el concepto de similitud para que el modelo experimental se asemeje más a la realidad.

Cabe mencionar que el modelo experimental se dejará al departamento de ingeniería petrolera con el fin de que les sirva de ayuda a los alumnos para la visualización de los patrones de flujo referido a la materia de flujo multifásico o también para la materia de sistemas artificiales de producción donde en dicho modelo se puede observar el mecanismo del bombeo neumático, debido que muchas veces se habla de estos casos, pero no se tiene una idea muy clara.

NOMENCLATURA

C	<i>compresibilidad</i>	E_k	<i>energía cinética</i>
V	<i>volumen</i>	E_p	<i>energía potencial</i>
P	<i>presión</i>	v	<i>velocidad</i>
T	<i>temperatura</i>	g	<i>constante de la gravedad</i>
m	<i>masa</i>	z, h, y	<i>altura</i>
σ	<i>tensión superficial</i>	Q	<i>gasto</i>
c	<i>velocidad de sonido</i>	A	<i>área</i>
\mathcal{E}	<i>rugosidad</i>	n	<i>número de moles</i>
H	<i>colgamiento con resbalamiento</i>	F	<i>fuerza</i>
A	<i>colgamiento sin resbalamiento</i>	R	<i>constante de los gases</i>
a	<i>aceleración</i>	μ	<i>viscosidad</i>
ρ	<i>densidad</i>	τ	<i>esfuerzo cortante</i>
W	<i>trabajo</i>	γ	<i>densidad relativa</i>
F	<i>factor de fricción</i>	z	<i>factor de desviación estándar</i>
E_m	<i>energía mecánica</i>	B_g	<i>factor del volumen del gas</i>
E_f	<i>energía de flujo</i>	R_s	<i>relación de solubilidad</i>
B_o	<i>factor del volumen del aceite</i>	B_t	<i>factor del volumen total</i>

ÍNDICE DE FIGURAS

- 1.1. Esquema de la primera fase en una investigación utilizando el método científico, pág. 12.
- 1.2. Gráfica de la clasificación de los fluidos respecto al esfuerzo cortante y su velocidad de deformación, pág. 18.
- 1.3. Esquema del experimento de Torricelli para determinar la velocidad de salida en un orificio por debajo de la superficie libre del líquido, pág. 20.
- 1.4. Formación del perfil de velocidades en estado estacionario para un fluido contenido entre dos placas, pág. 21.
- 1.5. Gráfica del comportamiento del factor de desviación estándar con respecto a la presión de yacimiento, pág. 23.
- 1.6. Gráfica del comportamiento del factor de volumen del gas con respecto a la presión de yacimiento, pág. 24.
- 1.7. Gráfica del comportamiento del coeficiente de compresibilidad isotermico del gas ideal con respecto a la presión de yacimiento, pág. 25.
- 1.8. Comportamiento de la viscosidad del gas contra la presión de yacimiento a distintas temperaturas, pág. 26.
- 1.9. Gráfica del comportamiento de la compresibilidad del aceite respecto a la presión de yacimiento, pág. 27.
- 1.10. Gráfica del comportamiento de la compresibilidad del aceite respecto a la presión de yacimiento, pág. 27.
- 1.11. Ilustración de la compresibilidad del aceite, para una presión menor a la presión de burbuja, pág. 28.
- 1.12. a) Gráfica del comportamiento del B_o contra la P_y de un yacimiento de aceite negro b) Gráfica del comportamiento del B_o contra la P_y de un yacimiento de aceite volátil, pág. 30.
- 1.13. Gráfica del comportamiento de la R_s contra la P_y de un yacimiento de aceite negro, pág. 30.
- 1.14. Método de separación diferencial, pág. 31.
- 1.15. Método de separación instantánea (flash), pág. 32.
- 1.16. Gráfica del comportamiento del B_t con respecto a la presión, pág. 33.

1.17. Gráfica del comportamiento de la viscosidad del aceite contra la presión de yacimiento, pág. 33.

2.1 Osborne Reynolds, Fourier, J. Bertrand y Rayleigh, pág. 34.

2.2 A. Vaschy, Percy Williams Bridgman, Richard C. Tolman y Edgar Buckingham, pág. 35.

2.3. Matriz dimensional para determinar la caída de presión del flujo en una tubería de longitud unitaria, diámetro constante y lisa, pág. 37.

2.4. Similitud geométrica en una tubería, pág. 39.

2.5. Similitud cinemática en una tubería, pág. 40.

2.6. Similitud dinámica en una tubería, pág. 41.

2.7. Diagrama de cuerpo libre de la burbuja en donde se descompone la fuerza gravitacional en sus dos componentes, pág. 43.

3.1. Representación de la interfaz formada por un gas y un líquido, pág. 48.

3.2. Esquema con la representación gráfica del colgamiento de la fase líquida, de un flujo multifásico en el interior de la tubería, pág. 49.

3.3. La imagen es el esquema donde se representan las características geométricas de una tubería inclinada que permiten determinar las pérdidas de presión por unidad de longitud, pág. 54.

3.4. Esquema del sistema integral de producción, pág. 55.

3.5. Diagrama de flujo en una tubería, pág. 56.

3.6. Esquema en el que se ilustra las líneas de corriente de un flujo laminar y un flujo turbulento a tubo lleno, pág. 58.

3.7. Esquema que ilustra el área mojada, el perímetro mojado que permiten definir el perímetro mojado en la tubería, pág. 61.

3.8. Gráfica doble logarítmica del Diagrama de Moody, pág. 63.

3.9. Esquema de los modelos de predicción de los patrones de flujo, pág. 65.

3.10. Esquema con los patrones de flujo estratificado, Suave y Ondulado, pág. 67.

3.11. Esquema con los patrones de flujo Intermitente, Burbuja alargada y bache del líquido, pág. 67.

3.12. Esquema con los tipos de flujo anular y anular ondulado, pág. 68.

3.13. Esquema de una sección de tubería en donde se muestra el flujo disperso, pág. 68.

- 3.14. Gráfica del patrón de flujo del Mapa de Baker, pág. 69.
- 3.15. Mapa con la configuración de Mandhane, pág. 70.
- 3.16. Mapa de la correlación de Beggs y Brill. Hace la correlación mediante el Número de Froude y el colgamiento en el interior de la tubería sin resbalamiento, $\lambda=A_L/A_{Tubo}$, pág. 70.
- 3.17. Mapa del patrón de flujo determinado por Taitel y Dukler en 1976, mediante un modelo teórico, pág. 71.
- 3.18. Esquema con el Flujo Burbuja Dispersa, la fase gaseosa esta mezclada de manera homogénea dentro de la fase líquida, no se presenta resbalamiento entre las fases, pág. 73.
- 3.19. Es el esquema del flujo Bache (tapón) presente en una tubería vertical cuando el gasto de la fase gaseosa es más grande que la fase líquida, pág. 74.
- 3.20. Esquema con la figura del patrón de flujo anular, pág. 75.
- 3.21. Mapa de Duns-Ros construido a partir de los números adimensionales de velocidad del líquido y Gas NLV y NVG, respectivamente, pág. 76.
- 3.22. Las imágenes, de izquierda a derecha, la primera es de flujo de gas emergiendo de aguas sin la presencia de elementos adicionales, la segunda imagen es el flujo de gas emergiendo de aguas, pero con boquillas cónicas pegadas a la aguja de inyección y el tercer esquema el dibujo representativo de cómo sería el flujo de transición, pág. 77.
- 4.1. Esquema de una región del modelo experimental, donde se observa la inyección de aire al líquido a través de una aguja, formándose pequeñas burbujas de aire, pág. 78.
- 4.2. Esquema del modelo experimental, pág. 86.
- 4.3. Esquema del modelo experimental con un ángulo de 0° , pág. 87.
- 4.4. Esquema de la geometría de la burbuja frontalmente, pág. 87.
- 4.5. Fotografía donde se aprecia la formación del patrón de flujo estratificado dando como consecuencia el fenómeno de colgamiento, pág. 88.
- 4.6. Esquema del modelo experimental con un ángulo de 30° , pág. 89.
- 4.7. Fotografía donde se aprecia el Patrón de flujo intermitente de burbuja alargada, pág. 89.
- 4.8. Fotografía donde se aprecia el Patrón de flujo intermitente de bache de líquido, pág. 90.
- 4.9. Esquema del modelo experimental con un ángulo de 60° , pág. 90.

- 4.10. Fotografía donde se aprecia el Patrón de flujo intermitente de bache de líquido, pág. 91.
- 4.11. Fotografía donde se aprecia el Patrón de flujo tapón, pág. 91.
- 4.12. Esquema del modelo experimental con un ángulo de 90° , pág. 92.
- 4.13. Fotografía donde se aprecia el Patrón de flujo burbuja, pág. 92.
- 4.14. Fotografía donde se aprecia la formación del Patrón de flujo tapón, pág. 93
- 4.15. Comportamiento del número de Froude con respecto al ángulo de inclinación, pág. 94
- 4.16. Geometría de un elipsoide, pág. 95.
- 4.17. Comportamiento del número de Reynolds con respecto al ángulo de inclinación para un gasto bajo, pág. 96.
- 4.18. Comportamiento de la velocidad de burbuja con respecto al ángulo de inclinación para un gasto bajo, pág. 97.
- 4.20. comportamiento de la velocidad de burbuja con respecto al ángulo de inclinación para un gasto alto., pág. 98.

ÍNDICE DE TABLAS

- 1.1. Magnitudes fundamentales con sus respectivas unidades y dimensiones, pág. 13.
- 1.2. Magnitudes derivadas con sus respectivas unidades y dimensiones, pág. 14.
- 1.3. Prefijos comúnmente usados, pág. 14.
- 1.4. Clasificación del aceite crudo con respecto a su densidad relativa y sus grados °API, pág. 28.
- 2.1. Escalas dependiendo la característica del modelo de Froude, pág. 45.
- 2.2. Escalas dependiendo la característica del modelo de Reynolds, pág. 46.
- 4.1. Resultados del número de Froude variando el ángulo de inclinación, pág. 94.
- 4.2. Resultados del número de Reynolds variando el ángulo de inclinación para un gasto bajo, pág. 96.
- 4.3. Resultados del número de Reynolds variando el ángulo de inclinación para un gasto alto, pág. 97.

REFERENCIAS

- [1]C. Potter, M., & C. Wiggert, D. (2002). *Mecánica de fluidos*. Ciudad de México, México.: Thomson.
- [2]Chang, R. (2007). *Química*. Ciudad de México: Mc Graw Hill.
- [3]Garaicochea P. F., Bernal H. C., López O. O. (1991). *Transporte de hidrocarburos por ductos*. Ciudad de México: CIPM, A.C.
- [4] Gayón Jennifer, González Alejandro, Vargas Pedro (s.f.). *Uso de imágenes de videos digitales para estimar el hold-up de líquido en tuberías verticales y reconocer los patrones de flujo*. Departamento de Termodinámica y Fenómenos de Transferencia
- [5]Hernández T. Antonio R. (s.f.). *Dimensionamiento de líneas de conducción para flujo multifásico*. Escuela Superior de Ingeniería y Arquitectura. IPN.
- [6]L. Streeter, V., & Benjamin Wylie, E. (1990). *Mecánica de los fluidos*. Ciudad de México: Mc Graw Hill.
- [7]M. White, F. (2004). *Mecánica de fluidos*. Ciudad de México: Mc Graw-Hill.
- [8]McCain W. D. (1990). *Propiedades de los fluidos petroleros*. Tulsa, Oklahoma: PennWell.
- [9]Nájera M. Cesar E. (2006). *Conceptos básicos para la técnica de análisis nodal*. Villahermosa, Tabasco: Pemex.
- [10]Rivadulla, A. (s.f.). *Primer libro de análisis dimensional en la historia*. Dpto. de lógica y filosofía de la ciencia., 12.
- [11]Romero R. Víctor P., López S. Javier (2011). *Aplicación de un estrangulador de fondo tipo jet para prolongar la vida fluyente de pozos de aceite*. Facultad de ingeniería. UNAM.
- [12]Sena, L. (1979). *Unidades de las Magnitudes Físicas y sus Dimensiones*. Moscú: Mir.
- [13]Serra Castaños, D. R. (1981). *Norma Oficial Mexicana NOM-Z-1-1981 Sistema Internacional de Unidades*. Ciudad de México: Talleres Gráficos de la Nación.
- [14]Sosa S. Sergio A. (2010). *Aplicación de modelos mecanísticos para la optimización del diámetro de tuberías flexibles como sartas de velocidad*. Facultad de ingeniería. UNAM.
- [15]Torres C. Juan M., Trauwvitz R. Edgar F. (2008). *Flujo multifásico en tuberías*. Facultad de ingeniería. UNAM.
- [16]Wark, K. (1991). *Termodinámica*. Naucalpan de Juárez. Edo México: Mc Graw Hill Interamericana de México.