



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE PSICOLOGÍA

**DESEMPEÑO DE NIÑOS DE NIVEL PREESCOLAR EN
LAS TAREAS DE TIPO NUMÉRICO: SECUENCIAS Y
LA RECTA NUMÉRICA**

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

LICENCIADA EN PSICOLOGÍA

PRESENTA

ARANTZA CASTRESANA VILLANUEVA

DIRECTOR: DR. GUSTAVO BACHÁ MÉNDEZ

REVISOR: DR. JULIO ESPINOSA RODRÍGUEZ

SINODALES: DRA. CORINA CUEVAS RENAUD

DRA. MARÍA ELENA ORTIZ SALINAS

MTRA. HILDA PAREDES DÁVILA



Proyecto apoyado por PAPIIT IN-303915

Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2018



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

El presente trabajo se realizó con el apoyo del Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (PAPIIT), con el proyecto “Secuencias de Respuestas: un modelo de patrones conductuales”. PAPIIT-IN303915

El mejor premio que la vida ofrece es poder trabajar duro en lo que valoras

Roosevelt

Agradecimientos

A mis padres. Por abrirme las puertas del mundo y sus maravillas.

A mi papá, por todo tu apoyo a lo largo de mi vida y por enseñarme el valor de un trabajo bien hecho y honesto. Gracias por traerme de aquí para allá, sorprendiéndome cada vez más.

A mi mamá, por enseñarme a soñar. Gracias por creer en mis habilidades. *Zabá'nacabe xcuananashi'nu, zuchu'cabe ca'yága bandaga stinu, zusaqui'cabe ca'birungu stinu, nabeepe' qui ziuu dxi, zasha'cabe xquendamu'.*

Gracias por enseñarme la dedicación y, sobre todo, la fortaleza. *Ya ver si espabilamos los que estamos vivos... y en el año que viene nos reímos.*

A mi abuela. Abue, no sabes lo agradecida que estoy contigo por tu constante apoyo a lo largo de mi vida. Me has sabido escuchar, comprender y apoyar. Me has dado motivación y fuerza. Por darme más de lo que podías dar, gracias.

A mi tía Brenda. Porque me has apoyado constantemente en los diversos ámbitos de mi vida, has estado ahí, caminando a mi lado y eso no tiene precio. Jamás podré terminar de agradecer el apoyo que me has brindado y la felicidad que he sentido a tu lado. Gracias por todas las tardes en nuestra escuela.

A mi abuelita Amparo, sé que aún nos acompañas en este camino, quisiera que tu sonrisa volviera iluminar al mundo.

A mis hermanas. Nic, gracias por todos esos días que te frustraste para hacer entender a esta cabecita. Y por reírte sin malicia de mi torpeza. Gracias por ser mi acompañante en esto que llamamos vida. *Vivir, simplemente, no es suficiente...uno debe tener sol, libertad y una pequeña flor.* Hans Christian

Lía, momo, te adoro. Tienes una vitalidad impresionante que me motivaron a imaginar y crear, gracias pequeña.

A toda mi familia, gracias.

A Pamela Peña. Pam, eres lo mejor que me ha pasado. Gracias por el enorme cariño y el infinito apoyo en cada uno de mis momentos. Y gracias, especialmente, por enseñarme una nueva forma de vivir y de amar. *La amistad es un alma que habita en dos cuerpos; un corazón que habita en dos almas.* Aristóteles

A mis amigos de la universidad: Lau, Alan, Isaías, Cecy, Karen, César. Los momentos que pasé con ustedes han sido de los mejores de mi vida. Gracias por su apoyo, su compañía, por las risas y las sonrisas...gracias por quererme y apoyarme con todo y mis imprudencias

y rarezas, en fin... por cada precioso momento que pasamos juntos. Los adoro... Y como dicen por ahí, para toda la vida.

A Laura Luna. Lau, me has acompañado en esta travesía y no encuentro mejor persona con quien haberlo hecho. Eres hermosa, inteligente y maravillosa. Gracias por sostener mi mano en los tiempos difíciles, por más burdos que hubieran parecido. Por escucharme, darme confianza y seguridad. No sabes lo mucho que te quiero y respeto. Vamos por más, mucho más.

A Cecilia Orizaba. Cecy, qué te puedo decir, encontrarme contigo me ha hecho una persona muy feliz. Sinceramente, aunque pudiera parecer diferente, eres de las mejores personas que conozco. Gracias por todo tu apoyo y por tener fe en mí.

A Martín Migliaro... *Las palabras que busco no existen, pues mi agradecimiento hacia ti no tiene comparación...* Martín, ni mil gracias serán suficientes para todo el apoyo que me has brindado. Me has apoyado en cada uno de los pasos que conformaron este trabajo y más. Gracias por estar conmigo el día en que la ciudad se cayó, no olvidaré.

A Xanat. Por su apoyo y constancia. *Debemos estar dispuestos a renunciar a la vida que planeamos para poder vivir la vida que nos espera.* Campbell

A Lenin Zamorano. Por ser mi guía y mi mentor en esta etapa de mi vida. Por tus sabios consejos, por tu apoyo y por creer en mis habilidades. Gracias Lenin.

A Vladimir Orduña, por compartirme su pasión y abrirme las puertas a mi propia pasión.

A Ricardo Lozada. Por tu apoyo, por tu comprensión y, sobre todo, por creer en mí incluso antes que yo. Siempre admiraré el compromiso que tienes con tus estudiantes. De la manera más sincera, gracias por todo.

A Guadalupe Reynoso. Porque soportarme no es una tarea fácil. Pero me has apoyado de diversas maneras todos estos años. Siempre brindándome comprensión y apoyo. Por escucharme y por darme un nuevo camino. Gracias.

A Ixel. Me has guiado en este trabajo desde el inicio hasta el final, siempre dispuesta a apoyarme. Eres una persona extraordinaria. Lo digo con toda sinceridad, una excelente psicóloga y doctora.

Un agradecimiento especial al Dr. Gustavo Bachá Méndez. Por darme la oportunidad que necesitaba para poder encaminarme. Por su guía constante, por su comprensión y exigencia. Por sus infinitas enseñanzas. Por su aprecio. Es usted un excelente profesor, no sólo por la forma clara y ordenada de enseñar, sino por el interés que tiene en crear buenos estudiantes, en desarrollar verdaderos psicólogos. Le tengo mucho respeto, aprecio y cariño.

A la Dra. Corina Cuevas Renaud. Es usted una persona encantadora y de las mejores profesoras que he tenido en mi vida académica. Los conocimientos que me ha brindado los he guardado de manera muy especial. Por todo el apoyo que me ha dado, por su tiempo y consideración. La admiro y la respeto. También le guardo mucho cariño.

Al Dr. Julio Espinosa. Gracias por todas sus recomendaciones, por sus preguntas, por sus consejos y apoyo.

A la Mtra. Hilda Paredes. Gracias por su revisión para el mejoramiento de la tesis, por compartir su conocimiento y pasión. Le agradezco también por las emocionantes pláticas.

A la Dra. Elena Ortiz. Gracias por su ayuda y sus comentarios sobre este trabajo.

A Ana Ramírez. Por todo su apoyo para la realización de esta tesis. Ana, gracias por tus consejos y tu amabilidad.

Gracias a todos los directores y maestros que me apoyaron para la aplicación de este proyecto.

Gracias a mis observadores, Rocío y Daniela. Por su apoyo y paciencia, por sus ideas y su compañía.

A todos los niños. Gracias por enseñarme tantas cosas, por darme el honor de pasar un momento con ustedes y brindarme de tantas sorpresas. Por compartirme su mundo. Este trabajo no habría sido nada sin ustedes.

Al Colegio Madrid. Por brindarme de tantas experiencias, de tanta sabiduría y emoción. Por enseñarme a cuestionar, a ir más allá y a sorprenderme.

A la Universidad Nacional Autónoma de México. Gracias por ser mi hogar y brindarme de oportunidades, experiencias y sueños.

Índice

Resumen.....	1
Introducción.....	2
<i>Programa de educación preescolar (PEP, 2011)</i>	5
<i>Sector educativo: público y privado</i>	7
<i>Desarrollo cognitivo en años preescolares y la adquisición del número</i>	8
<i>Retroalimentación</i>	13
<i>Control de estímulos: Discriminación y reforzamiento diferencial</i>	15
<i>Igualación a la muestra y equivalencia de estímulos</i>	17
<i>Recta numérica</i>	20
Planteamiento del problema.....	24
Método.....	25
Resultados.....	32
Discusión y conclusiones.....	44
Referencias.....	49
Anexos.....	57

Resumen

Diversas pruebas educativas (PISA, 2012; PLANEA, 2015 y 2017; EXCALE, 2017), colocan a la mayoría de los jóvenes mexicanos en niveles básicos respecto a la competencia matemática deseada. El nivel preescolar es el primer contacto formal que tienen los individuos con esta competencia. En psicología, en el área del análisis experimental de la conducta, diversas investigaciones han estudiado la adquisición del número a través de su representación no simbólica (conjunto) y simbólica (dígito y palabra escrita del número) mediante el entrenamiento de discriminación y tareas de estimación sobre una recta numérica. En este sentido, el objetivo del presente estudio fue evaluar el desempeño de niños de nivel preescolar (de 3 a 6 años) en una tarea de tipo numérico. Para ello, como variable independiente se hizo una presentación ordenada del material y se dio retroalimentación inmediata, específicamente, reforzamiento diferencial. Como variable dependiente se registró el número de elecciones correctas de los elementos faltantes en una recta numérica. El estudio fue realizado con niños que estudiaban en los sectores educativos: público y privado. El diseño básico constó de 4 grupos en un factorial 2x2 con dos sectores educativos (público y privado) y dos edades (4.0-5.6 y 5.7-6.5 años), cada grupo se dividió aleatoriamente en un grupo control y un grupo experimental. Los participantes del grupo experimental fueron entrenados mediante la presentación ordenada del material y el reforzamiento diferencial de la conducta considerada como correcta para completar la secuencia numérica. El grupo control continuó con su rutina normal de aprendizaje. Los resultados muestran una diferencia en el desempeño en favor del grupo experimental. El tratamiento se aplicó al grupo control de manera posterior obteniendo los mismos resultados. El tratamiento fue efectivo en la fase experimental para todos los grupos, independientemente de la edad y del sector educativo. Un análisis adicional mostró que la edad tiene un efecto significativo sobre el desempeño, el sector educativo no mostró tener este efecto.

Introducción

Desde la antigüedad hasta el día de hoy, se ha intentado entender el mundo a través de los patrones existentes en la naturaleza. El conocimiento que se ha ido adquiriendo, se ha disgregado en distintas ramas de conocimiento o ciencias. Sin embargo, sin importar la clasificación de estas ramas, ya sean formales, naturales o sociales, todas tienen una constante: la presencia de la matemática (Rodríguez, 2011). La matemática es considerada el *lenguaje del universo*, mediante la cual se logran tanto la comunicación como el entendimiento del mundo.

En México, las pruebas que evalúan de manera formal esta área en su población ya sean internacionales o nacionales, presentan resultados con un nivel bajo. A continuación, se presentan algunos ejemplos:

PISA (*Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos*, por su traducción en inglés) es una de las evaluaciones realizadas por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) a partir del año 2000 en nuestro país; actualmente participan 65 países. El objetivo de esta prueba es evaluar la formación de los alumnos cuando llegan al final de la etapa de enseñanza obligatoria (15-16 años); cubriendo tres áreas: Lectura, matemáticas y competencia científica. La competencia matemática está definida por la OCDE (2014), como la capacidad del alumno para razonar, analizar y comunicar operaciones matemáticas. Los resultados de la última evaluación que se realizó de esta competencia en nuestro país (2012) colocó a México en el lugar 53, donde el 55% de los evaluados obtuvo puntajes por debajo del nivel básico. De manera más puntual, el 23% de ellos no cumple con las tareas matemáticas más elementales que pide la prueba.

Ahora bien, PLANEA (Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes) es el nuevo plan para la evaluación educativa propuesta por el INEE (Instituto Nacional para la

Evaluación de la Educación) a partir del ciclo escolar 2014-2015. Esta prueba tiene como propósito general conocer en qué medida los estudiantes logran el dominio de un conjunto de aprendizajes clave en diferentes momentos de la educación obligatoria (INEE, 2015). El instrumento evalúa tres áreas: Lenguaje y comunicación, Matemáticas y Habilidades Socioemocionales. Su aplicación se realiza al término de cada nivel educativo obligatorio, es decir, 3° de preescolar, 6° de primaria, 3° de secundaria y último año de la media superior. El INEE (2015) presenta al área de matemáticas como un campo que promueve las habilidades para la solución de problemas, la formulación de argumentos para explicar resultados y el diseño de estrategias para la toma de decisiones, apoyándose en un razonamiento más allá de la memorización. Los resultados nacionales de esta área en el nivel preescolar aún no se tienen, en cuanto a 6° de primaria, PLANEA (2015) muestra que el 79.4% de la población se encuentra en los niveles inferiores; en donde el 60.5% escribe y compara números naturales, sin embargo, no resuelve problemas aritméticos básicos (suma, resta, multiplicación, división) con estos números. Ahora, para 3° de secundaria, los resultados (2017) muestran que el 86.2% de los evaluados se encuentran en los niveles inferiores. Para el último año de la media superior, los resultados (2017) no mejoran, siendo que el 89.5% de la población se encuentra en estos niveles.

A partir de lo anterior podemos preguntarnos ¿Y dónde inicia el problema? Una aproximación en respuesta a esta pregunta es remontarnos al primer contacto que tienen los individuos mexicanos con la enseñanza formal de las matemáticas. Este se da en el nivel preescolar, el cual se estableció obligatorio en nuestro país a partir del año 2002 y la única prueba que ha evaluado este nivel por el momento, es EXCALE (Exámenes de Calidad y Logro Educativo). Esta prueba, de índole nacional, se realiza con el fin de conocer en qué medida los estudiantes están cumpliendo los propósitos del sistema educativo planteado por

la SEP (Secretaría de Educación Pública). En preescolar se evalúan dos áreas: Lenguaje y comunicación y Pensamiento matemático. Los criterios de logro son: por debajo del básico, básico, medio y avanzado. Los resultados del año 2017 correspondientes al 3° de preescolar en el área de pensamiento matemático muestran un bajo desempeño en los evaluados: 9% por debajo del básico, 49% básico 27% nivel medio y 15% avanzado.

Ahora bien, si hacemos una revisión sobre las condiciones para el aprendizaje existentes en el nivel preescolar, el INEE (2010) dio a conocer que éstas se encuentran por debajo de los estándares en diversos campos. Por ejemplo, la proporción alumnos-maestro, señala que el 42.3% de los grupos del país tiene de 21 a 30 alumnos; en tanto la NAYEC (Asociación Nacional para la Educación de Niños Pequeños, por su traducción en inglés), señala que, para grupos de 4 y 5 años, se deben tener 10 alumnos por docente para un aprendizaje óptimo. Además, el INEE menciona que existen otros déficits en cuanto a la infraestructura, los materiales didácticos y recursos organizativos; los cuales podrían tener un impacto en el aprendizaje de los niños. Lo anterior resulta preocupante dado que la educación infantil tiene una gran importancia para la educación matemática del niño, pues los conocimientos que en ella se adquieran son los cimientos para el aprendizaje posterior (Figueiras, 2014). Por ende, si no se detectan los déficits con los que se cuentan en este nivel, esto podría repercutir en la adquisición de conocimiento matemático de mayor complejidad, resultando en un conocimiento poco fundamentado y consolidado. Como se mostró en los resultados de las pruebas educativas anteriores, las deficiencias de preescolar a los siguientes grados de educación básica aumentan.

Programa de Educación Preescolar (PEP, 2011)

El nivel preescolar atiende a niños de 3 a 6 años, constituido por tres grados (1°, 2° y 3° de preescolar). La guía que se utiliza en este nivel es el Programa de Estudio 2011 (PEP, 2011). Este programa se rige por los principios planteados por la Reforma Integral de Educación Básica (RIEB) que en 2004 se inició en preescolar (2006 secundaria, 2009-2011 primaria). La RIEB surge a partir de los resultados arrojados por las evaluaciones realizadas por el INEE y por la SEP, en donde los niveles de logro se encontraban por debajo de lo esperado; así mismo, intenta considerar la diversidad cultural existente en nuestro país (Cuellar, 2012).

Los principios pedagógicos que sustentan el plan de estudios de la educación básica (SEP, 2011), a partir de la reforma, son los siguientes:

- Centrar la atención en los estudiantes y en sus procesos de aprendizaje
- Planificar para potencializar el aprendizaje
- Generar ambientes de aprendizaje
- Trabajar en colaboración para construir el aprendizaje
- Poner énfasis en el desarrollo de competencias, el logro de los Estándares Curriculares y los aprendizajes esperados.
- Usar materiales educativos para favorecer el aprendizaje
- Evaluar para aprender
- Favorecer la inclusión para atender la diversidad

Enfocándonos en el PEP (2011), este es de carácter abierto (PEP, 2011, p.15), es decir, a pesar de proponer ciertas competencias y aprendizajes esperados que los niños deberían tener al finalizar cada grado educativo, no establece una manera detallada o

específica de obtención de los mismos. Por otra parte, se considera que los niños cuentan ya con aprendizajes propios, y deben desarrollarlos a través de ciertas competencias que les sean significativas en su vida diaria, mediante el juego, buscando por sí mismos estrategias propias para solucionar los problemas. En cuanto a las matemáticas, el área que se maneja en el programa es *Pensamiento Matemático*. Este campo formativo se divide en dos aspectos principales, el primero es número y el segundo refiere a forma, espacio y medida. Se menciona que al término de 3° de preescolar (5-6 años), los estudiantes deben tener los siguientes aprendizajes: Saber utilizar los números naturales hasta de dos cifras para interpretar o comunicar cantidades; resolver problemas aditivos simples, mediante representaciones gráficas o el cálculo mental; identificar las características generales de figuras y cuerpos, así como saber ubicarlos en el espacio. Por otra parte, se propone que además de desarrollar estos conocimientos y habilidades matemáticas, se desarrollen actitudes y valores que les permitan transitar hacia la construcción de la competencia matemática.

Respecto al aspecto *número* (en el cual nos enfocaremos en este trabajo) se divide en los siguientes puntos: Conteo y uso de números, solución de problemas numéricos, representación de información numérica y patrones y, relaciones numéricas. Algunos de los estándares curriculares o aprendizajes esperados para este rubro son: Identifica la cantidad de elementos en colecciones pequeñas, identifica donde hay “más que”, “menos que”, “la misma cantidad que”; utiliza estrategias de conteo, como la organización en fila, el señalamiento de cada elemento, añadir objetos; usa y nombra los números que sabe, en orden ascendente; identifica el lugar que ocupa un objeto dentro de una serie ordenada; usa y menciona los números en orden descendente, ampliando gradualmente el rango según sus posibilidades; ordena colecciones, teniendo en cuenta su numerosidad: En orden ascendente

y descendente; identifica el orden de los números de forma escrita. Cabe mencionar que el programa se basa en los principios de conteo propuestos por Gelman y Gallistel (1978), los cuales se mencionarán posteriormente.

Sector educativo: Público y Privado

Existen dos sectores educativos en el país: el sector público y el sector privado. Ambos siguen el mismo programa de educación básica, en este caso, el PEP 2011. Sin embargo, existen ciertas diferencias entre estos sistemas. Por ejemplo, el sector privado cuenta con mejores condiciones en infraestructura, materiales y servicios ofrecidos respecto al sector público (INEE, 2010). Además, en cuanto a la proporción alumnos-maestro, es la modalidad que tiene un nivel más bajo de alumnos por salón: 18% menos de 10 alumnos, 51.6% de 11 a 20, 25.2% de 21 a 30 y sólo el 5.3% cuenta con más de 30 alumnos por aula. Esto es importante de considerar, dado que, como se mencionó anteriormente, estas condiciones pueden tener un efecto relevante en el aprendizaje, pues los cambios que acontecen en la infancia también están mediados por el ambiente (Bowman, Donovan & Burns, 2001). La capacidad de aprendizaje, su ritmo y contenido, dependerán de la oportunidad que presente el entorno para las interacciones y el crecimiento.

A partir de lo anterior, podemos preguntarnos qué efecto tienen estas diferencias sobre el desempeño de los niños en el ámbito educativo, en particular, en el área de las matemáticas.

Cervini (2003) realizó un estudio en el cual analizó las consecuencias de asistir a escuelas públicas o privadas sobre los logros cognitivos en matemática y lengua (pruebas estandarizadas con reactivos de opción múltiple) y logros no-cognitivos (motivación, actitudes, aspiración, percepción de éxito) de estudiantes de bachillerato, excluyendo los

efectos de las variables socioeconómicas y culturales. El análisis lo llevó a cabo en 3,300 escuelas. Los resultados mostraron que, al excluir estos efectos, no se encuentran diferencias entre el sector público y el sector privado en cuanto a las matemáticas, en cuanto a lengua, existe una ventaja pequeña en favor del sector privado.

Desarrollo cognitivo en años preescolares y la adquisición del número

La etapa preescolar compete con la segunda infancia (Papalia, Wendkos & Duskin, 2009), también conocida como años preescolares o niñez temprana. Este período es muy importante debido a que se caracteriza por cambios relevantes en el desarrollo. (Bowman et al., 2001; Cerdas, Polanco & Rojas, 2002; Delgado et al., 2015). Se incluyen varios aspectos en el mismo: Físico, motor, cognitivo, social, emocional, entre otros. Nos enfocaremos en el aspecto cognitivo. Primero, es importante señalar que en esta etapa el cerebro es extremadamente plástico (Cerdas et al., 2002). Las conexiones neuronales se especifican con gran precisión, ocurriendo una mejora en cuanto a procesos cognitivos (Delgado et al., 2015) como la atención (mayor capacidad de regulación), memoria (si se les provee de ayuda necesaria y ejemplos, pueden retener más información) y lenguaje (en todos los niveles: semántico, sintáctico, fonológico, pragmático y morfológico). Por otra parte, el ingreso al nivel preescolar permite que las relaciones interpersonales de los niños se amplíen a sus pares y maestros, por lo que el conocimiento del mundo que vayan adquiriendo a través de sus sentidos, ahora es guiado por sus padres, maestros y compañeros (Bowman et al., 2001).

Respecto al desarrollo cognitivo, los estudios de Jean Piaget (1896-1980) fueron fundamentales para su comprensión (Santrock, 2003). Piaget afirmó que los niños crean de forma activa su propio conocimiento del mundo, proponiendo cuatro fases del desarrollo:

Estadio sensoriomotriz (desde el nacimiento hasta los 2 años de edad), el estadio preoperacional (2 años-7 años), el estadio de las operaciones concretas (7 años-11 años) y el estadio de las operaciones formales (11 años- adultez). Los niños en la etapa preescolar corresponden con la segunda etapa del desarrollo cognitivo. La etapa preoperacional se caracteriza por un pensamiento simbólico o la capacidad de representación (capacidad de utilizar símbolos o representaciones mentales-palabras, números o imágenes- a las que la persona ha asignado un significado) que se acompañan de una creciente comprensión de la causalidad, identidades, categorización y número (Papalia, Wendkos & Duskin, 2009).

En cuanto a la causalidad, Piaget sostenía que los niños en la etapa preoperacional aún no pueden razonar de manera lógica acerca de la causa y el efecto, pero razonan por la *transducción*. En la cual conectan dos sucesos cercanos en el tiempo, aunque no tengan una relación causal lógica. Ahora, las identidades se refieren al concepto de percibir a las personas u objetos como iguales a pesar de que cambien de forma. La categorización, requiere que el niño identifique semejanzas y diferencias. En cuanto al aspecto de número, este incluye el conteo, la discriminación y comparación de cantidades o magnitudes, la ordinalidad, la estimación y reconocimiento de patrones numéricos.

Por otra parte, existen investigaciones que han estudiado también el desarrollo cognitivo desde otro punto de vista y con metodologías distintas. Respecto al aprendizaje del número, algunos autores que han intentado dar una mejor comprensión de este fenómeno son: Gelman y Gallistel (1978); Gelman y Meck (1983); Wynn (1990, 1992); Brannon y Terrace (1998, 2000); Brannon y Van de Walle (2001).

En psicología, el sentido numérico es considerado como el entendimiento de los números, que es demostrado a través de una discriminación exitosa de conjuntos y que hace

posible para los niños y especies no humanas a discriminar números no simbólicos (Maertens, De Smedt, Sasanguie, Elen & Reynvoet, 2016, p.2)

El conteo es una de las actividades más tempranas relacionadas con los números, que puede arrojar luz sobre el concepto de número (Wynn, 1990). Gelman y Gallistel en 1978 propusieron que el conteo es gobernado por un conocimiento de cinco principios que se dan de manera innata. Los cuales son:

- Correspondencia uno a uno/ principio de correspondencia biunívoca: Identificación de los elementos de una colección con una marca distinta (etiquetas), de tal manera que sólo una marca se utiliza para cada elemento del conjunto, de tal forma que se establece una correspondencia entre la etiqueta y el objeto.
- Orden estable: Las etiquetas que se utilizan para la correspondencia de los elementos de una colección deben organizarse o elegirse en un orden estable, es decir, en un orden que sea repetible.
- Cardinalidad: Al contar una colección, sólo el último número nombrado representa la cantidad total de elementos que lo componen.
- Abstracción: El número de una serie es independiente de cualquiera de las cualidades de los objetos que se están contando.
- Irrelevancia del orden: El número de objetos permanece constante independientemente de la forma en que se coloquen o se ordenen los datos.

Gelman y Meck (1983) mencionan que estos principios son implícitos y hacen una diferencia respecto al conocimiento explícito (verbalizar el conteo). El conocimiento implícito declara los principios y la capacidad de demostrar que el comportamiento se rige sistemáticamente por ellos. Sin embargo, a pesar de que Gelman y Gallistel argumentan que

niños pequeños (alrededor de 2 años) entienden que el número dicho al final de una secuencia de conteo, por ejemplo, representa el número de elementos de un conjunto (mostrándose así un entendimiento de los números como representaciones de cantidad) varios investigadores sugieren la posibilidad de que el niño sólo repita la última palabra de la secuencia sin ligarla realmente al concepto de número (Treacy & Willis, 2003). Por ejemplo, investigaciones realizadas por Karen Wynn (1990,1992) sugieren que la idea de que los principios guían la conducta de conteo es incorrecta y que la adquisición de una lista numérica verbal concuerda con la elaboración de un sistema de representación de naturaleza no innata.

Por otra parte, Espinosa y Mercado (2008) mencionan que para que un niño aprenda a contar, se requiere que asimile diversos principios lógicos. El primero es comprender la naturaleza ordinal de los números, esto es, que se encuentren en un orden de magnitud determinado. La seriación, por ejemplo, refiere a una operación lógica que consiste en establecer relaciones entre elementos que son diferentes en algún aspecto y ordenar esas diferencias, pudiendo ordenarse tanto de forma creciente o decreciente. Se enfatiza la transitividad, que es el establecimiento de la relación de un elemento de la serie y el siguiente y de éste con el posterior, con la finalidad de identificar la relación existente entre el primero y el último (por ejemplo, si $1 < 2$ y si $2 < 3$, entonces el niño identifica que $1 < 3$). Para lo anterior, el niño debe identificar la cantidad de elementos en colecciones pequeñas, y en colecciones mayores a través del conteo; así mismo comparar colecciones con el propósito de establecer relaciones de igualdad o desigualdad (“más que”, “menos que”, “la misma cantidad que”), al mismo tiempo, es necesario que diga los números que sabe en orden ascendente y descendente ampliando gradualmente el rango de conteo según sus posibilidades; y finalmente, que identifique el lugar que ocupa un objeto dentro de una serie ordenada. De esta manera, es relevante que el niño a partir de una serie numérica, la ordene

de forma ascendente o descendente, fomentando el desarrollo lógico en los niños, que propiciará el razonamiento, la comprensión, el análisis, la estimación, entre otros aspectos que funcionan como eje principal de las competencias matemáticas.

La representación de numerosidad a través de una escala ordinal también ha sido demostrada en animales no humanos. Por ejemplo, Brannon y Terrace (1998) realizaron un experimento en donde le enseñaron a dos monos *Rhesus* a responder a una secuencia ordenada de forma ascendente: 1-4 (1-2-3-4), excluyendo los efectos de señales no numéricas. Su objetivo fue evaluar el conocimiento de relaciones numéricas ordinales a partir de un aprendizaje de discriminación. La tarea consistió en señalar las numerosidades en una secuencia continua ascendente, cada error significaba el fin del ensayo, mientras que las respuestas correctas en la elección de cada estímulo eran seguidas de una retroalimentación verbal y visual. Si respondían de manera correcta a la secuencia, se les otorgaba comida como reforzador. Posteriormente, se realizaron ensayos de generalización con las numerosidades 5-9 sin otorgar reforzamiento. Los resultados mostraron el aprendizaje de ambas secuencias numéricas. El aprendizaje de los estímulos novedosos sugiere la posibilidad de que los sujetos (monos *Rhesus*) pueden deducir de manera lógica el orden (por ejemplo, si $A > B$ y $B > C$, entonces $A > C$) y ser capaces de aplicar una regla de numerosidad ascendente, aprendida anteriormente de la secuencia 1-4. Brannon y Terrace (2000) realizaron experimentos similares al anterior, incluyendo el entrenamiento de una secuencia ordinal descendente (4-3-2-1).

En humanos, el conocimiento numérico ordinal también se ha probado en niños. Por ejemplo, Brannon y Van de Walle en 2001 realizaron dos experimentos en niños de 2 y 3 años, investigando la relación entre el conocimiento ordinal y el conocimiento numérico verbal. Los autores señalan que tanto la propiedad cardinal de los números (la capacidad de

representar el número de entidades discretas en un conjunto) y las relaciones ordinales (la relación inherente de “mayor que” o “menor que” entre numerosidades distintas), son inherentes en el sistema verbal de conteo, pues en el conteo de una secuencia, estas propiedades se relacionan a través del hecho de que, en cada número sucesivo, la palabra refiere a la numerosidad nombrada por su predecesor más uno. En el estudio, los participantes fueron entrenados en una tarea de seleccionar entre dos conjuntos de cajas (1 vs 2) aquel que tuviera la mayor cantidad. Si los participantes elegían el estímulo correcto, se les retroalimentaba verbalmente, de la siguiente forma “Sí, ese es” y se les daba una estampa. Si seleccionaban el estímulo incorrecto, se les decía “ese no es, vuelve a intentarlo”. Posteriormente, se realizaron ensayos con estímulos novedosos (1-3, 2-3, 3-4, 3-5 y 4-5). Los resultados mostraron que los niños de 2 años hacen discriminaciones puramente numéricas y representan relaciones ordinales entre numerosidades hasta 6. Sin embargo, no se encontró una relación clara entre el desempeño ordinal y el conteo verbal.

Ahora bien, en psicología, en el área de análisis experimental de la conducta, existen diversas investigaciones que podrían dar un aporte a lo que hemos mencionado.

Retroalimentación

Como se planteó anteriormente, el PEP (2011) hace énfasis en la generación de ambientes de aprendizaje en donde los niños, a través de sus propios medios, vayan adquiriendo los conocimientos del mundo que los rodea. Sin embargo, diversos autores mencionan que proporcionar instrucciones y ofrecer retroalimentación inmediata es importante en el aprendizaje (Heubusch & Lloyd, 1998; Dihoff, Brosvic, Epstein & Cook, 2005; Vega, 2008; Zamora, 2013). Por ejemplo, Vega (2008) realizó un experimento en el cual expuso a 25 participantes a diferentes condiciones experimentales en donde se proporcionaban o no

instrucciones específicas al resolver una tarea de igualación a la muestra. Sus resultados señalan que proporcionar instrucciones permite la formulación de reglas y generalidad del aprendizaje, obteniendo mejores resultados en la tarea aquellos participantes que recibieron instrucciones de los que no las recibieron.

Por otra parte, Heubusch y Lloyd en 1998 examinaron en 24 estudios el efecto de la retroalimentación sobre el reconocimiento de palabras y la comprensión lectora durante la lectura oral. Ellos observaron que la retroalimentación mejoró la precisión de la lectura de las palabras en los estudiantes, independientemente de las diferencias individuales en la forma de lectura, enfatizando la importancia de la inmediatez en la corrección.

Así mismo, Dihoff et al. (2005) observaron los efectos de la retroalimentación inmediata en la adquisición y retención de factores matemáticos en estudiantes de educación elemental clasificados con retardo mental ligero, a través de cuatro estudios. Sus resultados mostraron que la retroalimentación inmediata proporcionada por el experimentador dio como resultado un menor número de errores. Zamora (2013) realizó un estudio cuyo objetivo fue evaluar el desempeño de niños de edad preescolar, en las tareas de tipo numérico: Mayor o menor y conteo. La tarea consistió en la discriminación de conjuntos con distinto número de elementos. Los participantes se dividieron en dos grupos: Grupo experimental (con entrenamiento) y grupo control (sin entrenamiento). Los niños del grupo experimental recibieron un entrenamiento que consistió en la presentación ordenada del material, con una retroalimentación inmediata, mientras que los niños del grupo control permanecieron bajo condiciones normales de enseñanza. Los resultados encontrados mostraron que el entrenamiento utilizado fue efectivo, es decir, la presentación ordenada del material y ofrecer retroalimentación inmediata a los participantes, tuvo un efecto positivo sobre su desempeño.

Ahora bien, el estudio de discriminaciones condicionales y equivalencia de estímulos, a través de un procedimiento de igualación a la muestra, ha tenido implicaciones fundamentales en el campo de la enseñanza, incluido el de habilidades matemáticas.

Control de estímulos: Discriminación y reforzamiento diferencial

Los organismos ejecutan conductas que pueden generar consecuencias tanto positivas como negativas para los mismos, estas conductas no se presentan aisladas, sino que se desarrollan bajo un medio lleno de diversos estímulos ante los cuales puede ocurrir un aprendizaje. En el análisis experimental de la conducta, lo anterior puede ser representado a partir de la contingencia de tres términos (Skinner, 1974), la cual, está formada por un estímulo discriminativo (E^d), una respuesta (R) y un reforzador o consecuencia (E^r). El componente anterior a la respuesta es el medio en el cual ésta se ejecuta y puede desempeñar un papel importante en el control de la misma. Un estímulo que está presente cuando se refuerza una respuesta adquiere cierto control sobre la respuesta (Skinner, 1974, p.70).

El control de estímulos hace referencia al valor que adquiere un estímulo para determinar la ocurrencia de una conducta en particular (Terrace, 1996). Si la probabilidad de ocurrencia de una conducta ante la presencia de un estímulo específico es alta y baja ante la ausencia del mismo, se puede decir que se ejerce cierto control sobre la respuesta. Ahora bien, un estímulo que establece la ocasión para la obtención del reforzador será llamado estímulo discriminativo ($E^D/E+$), mientras que el estímulo que señala la falta del reforzador será llamado estímulo delta ($E^\Delta/E-$). El control de estímulos se ha estudiado a partir de dos fenómenos: la discriminación y la generalización. La discriminación de estímulos ocurre cuando los individuos responden de manera diferencial ante diferentes estímulos, mientras

que la generalización de estímulos se da cuando se presenta el mismo nivel de conducta en presencia de estímulos diferentes (Domjan, 2015).

En cuanto a la discriminación de estímulos, ésta se hará cada vez más pronunciada si se añade el reforzamiento diferencial (Reynolds, 1968). En este caso, se refuerza la ejecución de una respuesta ante un estímulo, dejándola sin reforzamiento en presencia de un segundo estímulo, lo cual incrementará la diferencia entre las dos tasas de respuesta; la tasa de respuestas reforzada en presencia de un estímulo incrementará o permanecerá elevada, mientras que la tasa de respuestas no reforzada en presencia del segundo estímulo, se reducirá. El continuo reforzamiento diferencial da como resultado que la probabilidad de responder en presencia del primer estímulo sea elevada y haya una baja probabilidad de responder en presencia del segundo estímulo.

Ahora bien, existen dos tipos de discriminaciones: Discriminaciones simples y discriminaciones complejas. Las simples se producen ante un estímulo específico, por ejemplo, cuando se le presenta a un niño la imagen de una estrella y éste responde acertadamente, se le provee de reforzamiento. En cambio, las discriminaciones complejas surgen cuando se considera que la función de los estímulos ambientales que señalan la disponibilidad del reforzador puede cambiar dependiendo del contexto en el que se encuentran, lo que le permite al organismo desplegar conductas distintas en función del ambiente en el que se comporta, quedando bajo un control condicional (Tovar, 2009).

En una discriminación condicional la conducta depende de la presencia simultánea de dos estímulos, los cuales determinan conjuntamente la conducta (Pérez, 2001). El caso más común de discriminación condicional ocurre cuando se produce una respuesta de elección entre dos o varios estímulos en función de la presencia de un estímulo adicional. Retomando el ejemplo anterior, se le presenta a un niño dos tarjetas, una con la imagen de una estrella y

la otra con la imagen de una luna y se le dice al niño que elija la “estrella”. Si el niño elige la imagen de estrella, se le provee reforzamiento, si elige la imagen de la luna no se le refuerza. En cambio, en otras ocasiones se le dice que elija la imagen de “luna” si el niño elige ese estímulo, se le otorga reforzamiento, en el caso contrario, no se refuerza. El ejemplo anterior es un caso de discriminación condicional dado que la respuesta de elección depende no sólo de la tarjeta que el niño selecciona (que funcionará como E+/E- dependiendo del contexto) sino también de la palabra que se le dice al niño (Estímulo condicional-E^c). Estas discriminaciones condicionales han sido denominadas operantes de cuatro términos (Sidman, 1986,1994): Estímulo condicional (E^c) - estímulo discriminativo (E^d) – respuesta (R) – consecuencia (C).

Igualación a la muestra

Un procedimiento que ha sido representativo en el estudio de las discriminaciones condicionales es el procedimiento de igualación a la muestra (IM). Este procedimiento fue utilizado por primera vez por Skinner (1950) con palomas como sujetos experimentales, sin embargo, fue desarrollado por Cumming y Berryman (1965). Su dinámica es la siguiente: Un estímulo de muestra (Em) es presentado a un participante junto con 2 o más estímulos de comparación (Ecom), la tarea del participante consiste en seleccionar uno de los estímulos de comparación (el que considere, iguala al estímulo muestra). Cuando el participante selecciona el estímulo que (determinado por el experimentador) iguala al estímulo de muestra, se obtiene el reforzador (Magnotti, Goodman & Katz, 2012).

El procedimiento se clasifica en: Igualación por identidad, singularidad e igualación a la muestra simbólica o arbitraria (Sidman & Tailby, 1982). El primero sucede cuando se refuerza la respuesta ante el Ecom que es idéntico físicamente al Em, el segundo cuando se

refuerza la respuesta ante el Ecom que es físicamente diferente al Em, por último, el tercero sucede cuando se refuerza la respuesta ante un Ecom que no tiene semejanza física con el Em. Por otra parte, en cualquiera de los tres procedimientos, es posible manipular las relaciones temporales entre los estímulos (Serrano, 2011). El arreglo en el que el Em y los Ecom están presentes cuando se realiza la elección se denomina simultáneo, aquel en la que la presentación de los Ecom sigue inmediatamente al retiro del Em se conoce como con demorado. Finalmente, el arreglo en el que se introducen intervalos mayores a un segundo entre el retiro del Em y la presentación de los Ecom se conoce como demora variable.

Equivalencia de estímulos

La equivalencia de estímulos puede ser definida como una situación en la cual sujetos aprenden a responder a todos los estímulos de una categoría como si estos fueran intercambiables, aun cuando sólo se han enseñado algunas relaciones entre los estímulos, no todas las posibles relaciones (Mazur, 2012, p.229). Este paradigma, fue ampliado y adaptado al ámbito aplicado a partir de 1971 por Murray Sidman, el cual realizó experimentos utilizando discriminaciones condicionales. En el estudio realizado ese año, Sidman realizó un entrenamiento en lecto-escritura a un participante diagnosticado con retraso mental severo, descubriendo que, a partir del método utilizado, el participante aprendió relaciones entre estímulos que no habían sido directamente entrenadas, es decir, emergieron relaciones que no fueron entrenadas explícitamente. Concluyendo que las modalidades de los estímulos se presentaron como equivalentes. Así, empezó a surgir una gran investigación sobre este fenómeno en el área de enseñanza.

No obstante, en 1982, Sidman y Tailby publicaron un escrito en donde mencionan que la equivalencia de estímulos no puede observarse solamente a partir de discriminaciones

condicionales, sino que deben probarse 3 propiedades: Reflexividad ($A r A$), simetría (Si $A r B$; entonces $B r A$) y transitividad (Si $A r B$ y $B r C$; entonces $A r C$).

Reflexividad supone que un estímulo (por ejemplo, A) está en relación consigo mismo ($A r A$). La propiedad de simetría supone que los E_{com} y el E_m pueden ser intercambiados, es decir, si se enseña a un participante a responder a un estímulo (B) ante la presencia de un estímulo (A), se requiere que el participante iguale, sin más entrenamiento, (B) con (A), en el caso de que (B) ahora sea presentado como E_m y (A) como estímulo de comparación. Para la transitividad se necesitan enseñar al menos dos relaciones condicionales ($A r B$ y $B r C$), por ejemplo, en donde la comparación de la primera relación sirve de E_m muestra en la segunda relación, la prueba de transitividad es la emergencia de una tercera relación condicional ($A r C$), en donde el sujeto iguala el E_m de la primera relación con la comparación de la segunda relación.

El paradigma de equivalencia de estímulos ha cobrado fuerza debido a sus implicaciones en el estudio y entendimiento de fenómenos conductuales complejos (Tovar, 2009), como la formación de conceptos. Y que, al mismo tiempo, ha mostrado tener implicaciones importantes en el campo clínico y de la enseñanza. (Fiorentini, Arismendi & Yorio, 2012).

En el ámbito educativo, la equivalencia de estímulos ha sido aplicado en temas como la lectura (Melchiori, Souza & Rose, 2000), aprendizaje de un segundo idioma (Ramírez, Rehfeldt & Ninness, 2009), e incluso en el ámbito de la música (Escuer, García, Bohórquez & Gutiérrez, 2006). En cuanto al campo de habilidades matemáticas, se ha aplicado, por ejemplo, para la enseñanza de fracciones (Lynch & Cuvo, 1995; Leader & Barnes-Holmes, 2001), trigonometría (Ninness et al. 2009), en el campo de la estadística (Fields et al., 2009)

y en el concepto de número (Maydak, Stromer, Mackay & Stoddard, 1995; Fiorinello, 2012; Espinosa, 2017).

Por ejemplo, Espinosa en 2017 realizó un estudio cuyo propósito fue comparar si el procedimiento de igualación a la muestra permite aumentar el desempeño y el número de relaciones emergentes en las tareas de equivalencia de estímulos con dígitos, conjuntos y palabras escritas en niños mexicanos de nivel preescolar. En este estudio participaron 20 niños de nivel preescolar divididos en dos grupos: Grupo experimental (15 niños) y grupo control (5 niños). Se llevó a cabo un diseño pretest-postest, en el cual, el grupo experimental recibió un entrenamiento en relaciones de equivalencia de las dimensiones o modalidades antes mencionadas, en un orden específico y otorgando retroalimentación. Los resultados mostraron que el grupo experimental aumentó de manera significativa su desempeño en la tarea de equivalencia numérica, formando clases equivalentes entre los estímulos mencionados respecto al concepto de número.

Dado lo anterior, podemos preguntarnos cómo es el desempeño de niños de nivel preescolar en tareas donde se utilice el concepto de número (en las modalidades conjunto, dígito y palabra escrita) y que, a su vez, sean importantes para el desarrollo numérico.

Recta numérica

La recta numérica es una representación fundamental en la enseñanza de los números (Bruno & Cabrera, 2006, p.126) funcionando como hilo conductor natural para el desarrollo del conocimiento numérico.

Como se mencionó anteriormente, la competencia numérica básica consiste en identificar, ordenar y comparar cantidades. La recta numérica ha servido como una ventana sobre la capacidad de los niños para comprender el orden y la magnitud (Moore & Ashcraft,

2015). Por otro lado, es una herramienta que coordina un sistema geométrico y uno aritmético, donde se identifican las posiciones ordinales de los números con referencia a sus vecinos numéricos (Von Aster & Shalev, 2007).

La forma en la que se ha estudiado el desempeño numérico sobre una recta en humanos ha consistido en la estimación de ciertos números en una línea numérica usando algunos indicadores (como establecer el punto de inicio de la recta, el punto medio y el punto final). Moore y Ashcraft (2015); Maertens, De Smedt, Sasanguie, Elen y Reynvoet (2016); y Praet y Desoete (2014) son algunos ejemplos.

Moore y Ashcraft en 2015 realizaron un estudio en donde le administraron a niños desde 1° a 5° de primaria cinco pruebas cognitivas relacionadas con matemáticas: Comparación numérica, enumeración de puntos, estimación en la recta numérica, adición simple y sustracción simple. La tarea relacionada con la recta evaluaba la estimación de la magnitud en una línea numérica, en donde a todos los participantes se les presentó una recta vacía con sólo el número inicial y el final (0-100) y (0-1000), para niños de 3° a 5°. Cada línea se presentó 26 veces con una marca en 26 localizaciones diferentes. La tarea de los participantes consistió en estimar la posición de dicha marca. Los resultados en las tareas mostraron que, en cuanto al desarrollo, el desempeño de los participantes mejoró a través de la edad, es decir, los niños de grados educativos más avanzados tuvieron un mejor desempeño en la estimación que los niños más pequeños. Por otra parte, también evaluaron las interacciones entre las pruebas, concluyendo que la tarea de estimación en una línea numérica es un fuerte indicador de la habilidad matemática. Esto se puede deber a que las tareas de estimación requieren el uso de un pensamiento aritmético sofisticado que se relaciona con las proporciones, por otro lado, hay estrategias que los niños usan en la estimación que también utilizan en otras tareas, como en la adición simple.

Por otra parte, Maertens et al. (2016) realizaron un estudio cuyo objetivo fue comparar los efectos del entrenamiento en una tarea de comparación de números y en una tarea concerniente a la recta numérica sobre el logro matemático en niños de preescolar. Participaron 151 niños de 3° de preescolar provenientes de distintas escuelas, divididos de manera aleatoria en cuatro condiciones: Tareas relacionadas con la comparación numérica, tareas relacionadas con la recta numérica, grupo control activo y grupo control inactivo. Se utilizó un diseño pretest-postest evaluando el impacto del entrenamiento sobre problemas aritméticos.

La actividad consistió en un juego por medio de una Tablet, en el cual, los niños debían recolectar animales que se encontraban escondidos y de esta manera, salvar al mundo. Para la comparación numérica, los niños se encontraban con dos estímulos, uno más grande que el otro respecto a magnitud. La tarea del niño consistía en elegir el mayor de ambos. En cuanto a las tareas de la recta, los niños se encontraban con una recta que sólo contenía el 0 al principio de la misma (en su representación simbólica y no simbólica) y el número 10 al final de ella (simbólica-número arábigo y no simbólica-conjunto). A su vez, se le presentaron los números del 1-9 de forma aleatoria en ambas representaciones, la tarea del niño consistió en posicionarlos dentro de la recta. Para ambas condiciones, las respuestas correctas eran retroalimentadas con tonos, los ensayos eran recompensados con las imágenes de los animales que iban recolectando. El grupo control activo también realizó juegos en la Tablet, pero que no tenían relación con las matemáticas, el otro grupo control, permaneció en actividades normales. Los resultados en las pruebas aritméticas (problemas aditivos básicos) mostraron que después del entrenamiento, la ejecución de los niños mejoró considerablemente para ambas condiciones.

Ahora bien, Praet y Desoete (2014) realizaron un estudio en donde exploraron los efectos de utilizar no sólo números arábigos y puntos (elementos en un conjunto) sobre la estimación en una línea numérica, sino también las palabras habladas de los números. Se enfocaron además en los cambios relacionados con la edad en la precisión numérica de estimación, a través de cinco mediciones: de preescolar a 2° de primaria. 132 niños participaron en este estudio. En el cual, se presentaron líneas numéricas del 0-100 en las modalidades mencionadas. (La recta se encontraba vacía a excepción del primer elemento y el último que cambiaban según la modalidad, por ejemplo, cero-cien). Además, se les presentaban números del 1-99 de manera aleatoria junto con la recta. La tarea de los niños consistió en poner una marca en la línea que indicara la posición del número. Los resultados mostraron que los errores en la tarea declinaron conforme la edad y la instrucción. Por otra parte, se observó a un nivel general (la mayoría de los niños) y a un nivel particular (individual) que una representación lineal el número (mejor correspondencia uno a uno entre el valor y la estimación, a diferencia de una representación logarítmica en donde la distancia entre 2 y 3 por ejemplo, se percibe como mayor que la distancia entre 18 y 19) a través de la modalidad palabra es menos frecuente y se presenta más tarde en período de tiempo que para números arábigos y conjuntos. Sin embargo, se vuelve importante particularmente, para 2° grado.

De esta manera, la recta numérica además de ser una herramienta para la comprensión del aprendizaje de número, también tiene repercusiones en la enseñanza de habilidades numéricas básicas (desde la comparación, ordenamiento y estimación numérica, al aprendizaje de las operaciones aritméticas básicas, las fracciones y los sistemas numéricos) hasta niveles de mayor complejidad, siendo útil en todos los niveles de educación básica.

Planteamiento del problema

Como ya se mencionó, existen diferentes investigaciones sobre el concepto de número (Gelman & Gallistel, 1978; Gelman & Meck, 1983; Wynn, 1990, 1992; Brannon & Terrace, 1998, 2000; Brannon & Van de Walle, 2001). Una de ellas lo vincula con su representación simbólica mediante el número arábigo (dígito), la palabra escrita del número y su representación no simbólica (conjunto con el número de elementos correspondientes). Por otra parte, en el área de análisis experimental de la conducta, también se ha investigado este concepto mediante el entrenamiento en discriminación y el uso de una recta numérica (Moore & Ashcraft, 2015; Maertens et al., 2016; Praet & Desoete, 2014). Ahora bien, la presentación ordenada del material y una retroalimentación inmediata, podría tener un efecto favorable sobre el desempeño en tareas relacionadas con la recta numérica. Por lo tanto, el objetivo del presente estudio fue evaluar el desempeño de niños de nivel preescolar (de 3 a 6 años) en una tarea de tipo numérico mediante la presentación ordenada del material y una retroalimentación inmediata, basada en reforzamiento diferencial. Para ello, se registró el número de elecciones correctas de los elementos faltantes en una recta numérica. El estudio fue realizado en niños que estudiaban en los sectores educativos: Público y privado.

Método

Participantes

Participaron en total 33 niños de nivel preescolar con edades de 4 a 6 años. Las participantes pertenecieron tanto al sector educativo público (19 niños) como al sector privado (14 niños).

Diseño experimental

Diseño de ocho grupos formados de la siguiente manera: Los participantes pertenecieron a dos sectores educativos: Público y privado, cada sector se dividió en dos grupos de edad: Edad 1 (4.0 a 5 años 6 meses) y edad 2 (5 años 7 meses-6 años 5 meses), para cada uno, los participantes se distribuyeron de forma aleatoria a un grupo experimental y a un grupo control, los cuales fueron sometidos a un pretest-postest (Ver Tabla 1).

Tabla 1
Diseño experimental

Sector	Edad	Grupos	CONDICIONES				
			Pretest	Entrenamiento	Postest	Entrenamiento	2ºpostest
Público	E1 (9) 4.0-5.6	E (5)	0	X	0		
		C (4)	0	-	0	X	0
	E2 (10) 5.7-6.5	E (5)	0	X	0		
		C (5)	0	-	0	X	0
Privado	E1 (9) 4.0-5.6	E (5)	0	X	0		
		C (4)	0	-	0	X*	0
	E2 (5) 5.7-6.5	E (3)	0	X	0		
		C (2)	0	-	0		

Nota. E1 significa edad 1, E2 edad 2. Por otro lado, la letra E representa al grupo experimental y la letra C al grupo control. Los paréntesis señalan la *n* de cada grupo.

*Por motivos ajenos a la investigación, en este grupo (7) se entrenó sólo a un participante del grupo control

El grupo 1 y 2 señalan el grupo experimental y control, respectivamente, de los niños con edades de 4 años a 5 años 6 meses (edad 1), del sector educativo público; mientras que los grupos 3 y 4 corresponden con los niños de 5 años 7 meses a 6 años 5 meses (edad 2) del mismo sector. Por otro lado, los grupos 5, 6, 7 y 8 pertenecen al sector privado. Los primeros dos representan al grupo experimental (5) y control (6) de la edad 1; y los últimos dos al grupo experimental (7) y control (8) de la edad 2.

Variables

Variable independiente (VI): Entrenamiento (Presentación ordenada del material y retroalimentación inmediata, basada en reforzamiento diferencial)

Variable dependiente (VD): Desempeño en la tarea (medido en número de aciertos)

Hipótesis

Hipótesis nula (H_0): En las tareas de completar secuencias numéricas, no existen diferencias entre las medias del desempeño de las evaluaciones antes del entrenamiento (pretest) y después del entrenamiento (postest).

Hipótesis alternativa (H_1): En las tareas de completar secuencias numéricas, existen diferencias entre las medias del desempeño de las evaluaciones antes del entrenamiento (pretest) y después del entrenamiento (postest) en al menos un par.

Escenario

Las sesiones se realizaron en un aula bien iluminada y con el mobiliario adecuado para llevar a cabo la tarea (una mesa y cuatro sillas).

Material y estímulos

Se ocuparon tarjetas de 40cm de largo x 7cm de ancho. Cada tarjeta consistió en una secuencia numérica del 1 al 10 en tres dimensiones distintas: Conjunto, dígito y palabra escrita. Adicionalmente, las secuencias tuvieron elementos faltantes (de 1 a 3) y se presentaron tanto de forma ascendente como descendente. Como opciones de respuesta, se ocuparon tarjetas de 7x7cm con las mismas dimensiones. La Figura 1 ejemplifica el material y los estímulos utilizados.

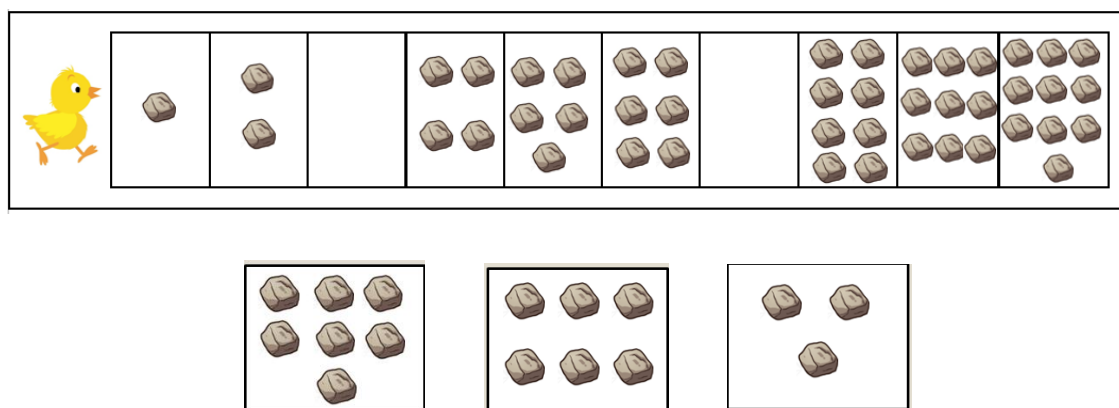


Figura 1. Ejemplo del material. En la parte superior se muestra una secuencia numérica en modalidad conjunto con dos elementos faltantes y en orientación ascendente. Los estímulos se presentaron también en una representación simbólica de los números: modalidad dígito (números arábigos) o modalidad palabra escrita. Las tarjetas que se encuentran en la parte inferior representan las opciones de respuesta, presentadas en la misma dimensión que la secuencia numérica.

Procedimiento

Todos los participantes, tanto del sector público, como del sector privado y del grupo de edad 1 y 2, pasaron por las mismas condiciones. Los ensayos consistieron en tareas relacionadas con la recta numérica, divididos en tres fases principales: Fase 1 (pretest, dividido a su vez, en Fase 1.1 y Fase 1.2), Fase 2 (entrenamiento) y Fase 3 (postest), con una duración aproximada de 25 min por fase. La Fase 4 y 5 representan el entrenamiento al grupo control y una segunda evaluación tras este entrenamiento (2º postest), respectivamente. La tarea se

realizó de manera individual. Dos observadores capacitados en la tarea estuvieron presentes a lo largo del estudio, observando y llevando a cabo un registro a lápiz y papel de las conductas emitidas por los participantes.

Para cada fase, la tarea consistió en lo siguiente: Primero se les presentó a los participantes la secuencia numérica en alguna de las tres dimensiones mencionadas anteriormente (conjunto, dígito o palabra escrita) y con elementos faltantes en la misma. De manera simultánea, se presentaron tres opciones de respuesta en la misma modalidad en que se presentó la secuencia. La tarea del participante consistió en seleccionar dentro de las opciones de respuesta, aquellas que ellos consideraran completaba la secuencia numérica, por otra parte, colocarlos en su lugar correspondiente dentro de la recta. Una vez que el participante realizara lo anterior, se terminaba el ensayo. Para que un ensayo fuera considerado como acierto, el participante debía elegir los estímulos correctos que completaban la secuencia y estimar su posición dentro de la misma, es decir, colocarlos en su lugar correspondiente. Cabe señalar que la posición en la cual el experimentador colocó las opciones de respuesta varió en cada ensayo de forma aleatoria, con el objetivo de aislar efectos de posicionamiento. Ahora bien, la tarea se realizó en forma de juego. Para ello cada secuencia numérica tenía una imagen que representaba una pequeña historia que se le contaba al niño, por ejemplo:

-Mira, aquí tenemos a un bebé pollito que se ha perdido, ¿lo ayudamos a encontrar a su mamá?

Una vez que el niño dijera que sí, se le daba la siguiente instrucción:

-Para llegar a donde su mamá se encuentra, el bebé pollito debe caminar por estas rocas y así llegar al otro lado, ¡pero mira! ¿Qué ha pasado? Nos hacen falta rocas para poder

seguir el camino, ¿le ayudamos al pollito a encontrarlas? Y entonces se presentaban las opciones de respuesta.

Las fases se explican a continuación:

Fase 1 (pretest): Tanto el grupo control, como el grupo experimental pasaron por esta fase. Lo primero que se llevó a cabo fueron ensayos de prueba con el objetivo de asegurar que cada uno de los participantes comprendía la tarea a realizar.

Una vez que el investigador estuvo seguro de esta condición, se prosiguió con la tarea. En esta fase las secuencias se presentaron tanto de forma ascendente como descendente, por otra parte, se aleatorizó la presentación de la tarea, de tal forma que las dimensiones utilizadas (conjunto, dígito y palabra escrita) consistieron en 10 ensayos cada una, formando un total de 30 ensayos. Para cada dimensión se presentaron elementos faltantes del 1-10, también de manera aleatoria.

Esta fase se dividió en dos partes (Fase 1.1 y Fase 1.2). Ambas fases siguieron la misma lógica de la tarea, la única variación consistió en que la Fase 1.1 presentó dos elementos faltantes en la secuencia, mientras que en la Fase 1.2 se presentaron tres elementos faltantes; esto con el objetivo de evaluar el desempeño en la tarea al aumentar el nivel de complejidad de 2 a 3 elementos faltantes. Por último, es importante señalar que los participantes no obtuvieron retroalimentación de si sus respuestas fueron correctas o no.

Las instrucciones para esta fase fueron las siguientes:

Instrucciones

(Primera parte) *Vamos a jugar un juego, ¿te parece? Mira, te voy a mostrar esta tarjetita* (dependiendo de los dibujos se cuenta la historia) *Ejemplo con la rana: ¿Ya viste? Aquí*

tenemos una ranita que quiere cruzar al otro lado, pero ¡oh, mira! Le faltan rocas para poder cruzar ¿Qué te parece si le ayudamos? Te voy a mostrar otras tarjetitas que contienen las rocas que le hacen falta a nuestra ranita para cruzar, quiero que las veas muy bien y me señales con tu dedo, cuál es la que contiene las rocas que hacen falta

-Eso es, ¿entendiste el juego? (Si el participante menciona que sí, se realiza otro ensayo para asegurar esta cuestión, en el caso de que no, se repite este ensayo y se le va explicando paso por paso la dinámica)

(Segunda parte) ¡Muy bien! Ya entendimos el juego, ahora vamos a seguir, esta vez yo no te voy a decir cuál es la tarjetita correcta, pero no te preocupes, elige la que tú creas que es la que nos hace falta, ¿estás listo? ¡Comencemos!

Las respuestas de los participantes fueron registradas por los observadores en formato de acierto/error.

Fase 2 (entrenamiento): En esta fase participó el grupo experimental (grupo con entrenamiento). Las características principales fueron: el material se presentó de manera ordenada (sin aleatorizar la presentación de las secuencias numéricas en las 3 dimensiones), empezando por la presentación de las secuencias de conjunto (representación de magnitud), después de dígito y finalmente palabra (representación simbólica). Por otro lado, se le brindó al participante retroalimentación inmediata al ejecutar la tarea. La retroalimentación consistió en un reforzamiento diferencial, en donde elegir el estímulo considerado como correcto, tuvo como consecuencia un reforzamiento social. Posteriormente, el posicionar el estímulo en el lugar correcto dentro de la recta tuvo la misma consecuencia. Además, se le brindó al participante de la información apropiada para resolver la tarea. Por otra parte, si la respuesta

de los participantes resultaba errónea, se les indicaba de manera inmediata y el ensayo volvía a comenzar. Se les entregó una estampa a los niños al finalizar esta sesión.

Las instrucciones proporcionadas se presentan a continuación:

Instrucciones

¡Lo has hecho muy bien! Ahora vamos a volver a jugar, pero en esta ocasión, yo te voy a indicar cuál es la tarjetita/s que nos hace falta y veremos por qué ¿está bien? Comencemos...

(Si la respuesta es correcta) ¡Muy bien, (nombre del niño)! ¡Esas tarjetitas son las que nos hacen falta! Las has acomodado de manera correcta.

(Si la respuesta es incorrecta). Estas no son las tarjetitas que buscamos (Explicación de por qué no son los estímulos correctos) y el ensayo vuelve a comenzar.

El tiempo estimado en la tarea dependió de cada participante (intentando no exceder los 25 min para mantener su atención y evitar la fatiga), el criterio de logro para pasar al siguiente ensayo fue de tres respuestas correctas de manera consecutiva, de esta forma, para cada una de las dimensiones (siendo que en cada una se entrenaron los números del 1-10). En esta fase sólo se presentaron secuencias numéricas en orientación ascendente y con elementos faltantes de 1 y 2.

Fase 3 (postest): En esta última fase, participaron ambos grupos (experimental y control), la aplicación de los estímulos se realizó al igual que en la Fase 1, de manera aleatoria y sin otorgar retroalimentación, además de presentar 2 y 3 elementos faltantes en las secuencias de manera aleatoria, concluyendo en 30 ensayos.

Instrucciones: ¿Te ha agradado el juego? ¿Ya eres experto verdad? Bien, volveremos a jugar una vez más. Otra vez yo no te voy a indicar si la tarjetita es la que nos hace falta, ¿listo?

Fase 4 y 5: En esta fase participó solamente el grupo control. Los participantes de este grupo recibieron el mismo entrenamiento que los participantes del grupo experimental, una vez realizada la fase 3 (postest). Posteriormente, se les aplicó una evaluación postest (2° postest) tras este entrenamiento.

Resultados

A continuación, se presentan los resultados de la evaluación inicial (pretest) y la evaluación final (postest) de los ocho grupos por cada una de las dimensiones evaluadas: Conjunto (barras rosas), dígito (barras azul fuerte) y palabra escrita (barras azul claro). En el eje de las abscisas se encuentran los participantes y en el eje de las ordenadas el número de aciertos alcanzado en la tarea numérica. El puntaje máximo a obtener fue de 10 aciertos por dimensión.

Primero se mostrarán los datos del sector público (grupos 1, 2, 3 y 4) y después los del sector privado (grupos 5, 6, 7 y 8). Para cada figura se presentarán dos grupos. Por ejemplo, los grupos 1 y 2, representan al grupo que fue entrenado-experimental (grupo 1) y al grupo que no recibió un entrenamiento-control (grupo 2). El grupo experimental fue el único que recibió un entrenamiento tras el pretest. De manera posterior, el grupo control fue sometido al mismo entrenamiento, sus resultados se observan en una segunda evaluación (2° postest).

Es importante señalar que los resultados de la evaluación inicial (la cual se dividió en dos fases) se presentarán en una evaluación dado que no se encontraron diferencias significativas entre ambas (anexo 1).

La Figura 2 presenta los aciertos obtenidos por el grupo 1 y 2, pertenecientes al sector público, con edades de 4 años a 5 años 6 meses.

Se puede observar que en la evaluación pretest, ambos grupos tienen un desempeño similar. Dígito fue la dimensión que alcanzó el puntaje más alto para la mayoría de los participantes, seguida de conjunto y la palabra escrita. En ésta última, el puntaje más alto para esta fase fue de 1.5 aciertos.

Evaluación inicial y final grupos 1 y 2 (Experimental y control, edad 1: 4.0-5.6 años, Público)

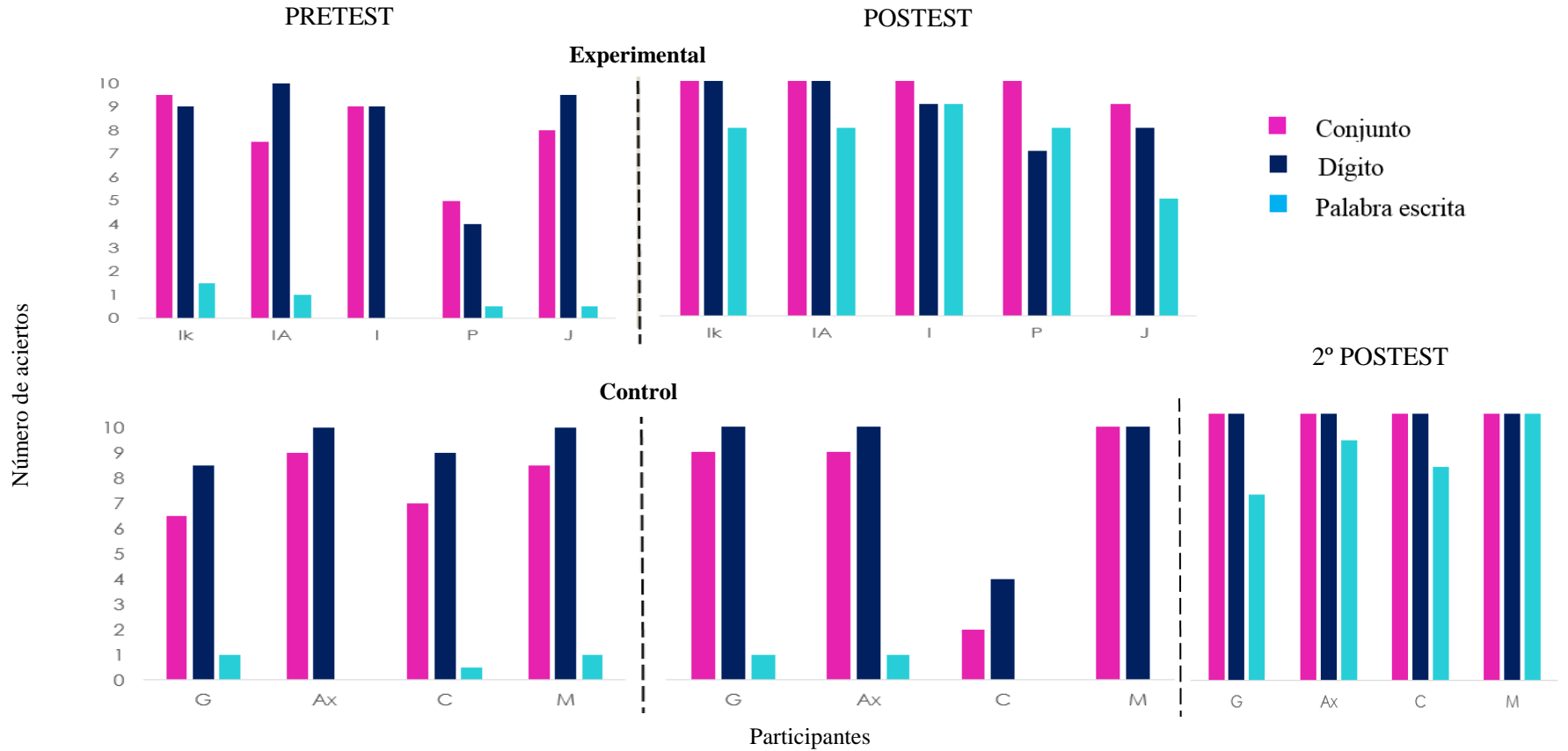


Figura 2. Se presentan los resultados individuales de la evaluación inicial (pretest) y la evaluación final (postest) del grupo experimental y del grupo control, edad 1, sector público (grupos 1 y 2). Las letras en el eje horizontal representan las iniciales de los participantes.

Los resultados de la evaluación posttest señalan que los participantes del grupo experimental alcanzaron puntajes más elevados que en la primera evaluación para cada una de las dimensiones. En conjunto (para la cual, el puntaje más bajo fue de 5 aciertos y el más elevado de 9.5 en la primera evaluación) cuatro de los cinco participantes alcanzaron el máximo puntaje (10 aciertos). En la palabra escrita el valor más elevado (9 aciertos) lo obtuvo el participante I, quien obtuvo el valor más bajo para esta dimensión en la evaluación inicial (0 aciertos).

Los resultados del grupo control en esta segunda fase muestran que el desempeño de los participantes se mantuvo en un nivel similar a la fase previa. La palabra escrita tuvo un valor máximo de 1 acierto. El participante C (el cual obtuvo 7 aciertos en conjunto y 9 en la dimensión dígito en la fase 1) obtuvo un puntaje de 2 aciertos en conjunto y 4 aciertos en dígito para esta fase. Después del entrenamiento ofrecido a este grupo, una segunda evaluación (2° posttest) muestra que los participantes obtuvieron mejores resultados. Todos los participantes en las dimensiones conjunto y dígito obtuvieron el puntaje máximo en la prueba (10 aciertos), mientras que, en la palabra escrita, el puntaje máximo fue de 10 (por M) y el puntaje mínimo de 7 aciertos. En cuanto al participante C, el número de aciertos obtenidos en esta fase para conjunto fue de 10, para dígito igual y para palabra escrita, de 8.

Los grupos 3 y 4 (con edades de 5 años 7 meses-6 años 5 meses, pertenecientes al sector público se presentan en la Figura 3.

**Evaluación inicial y final grupos 3 y 4 (Experimental y control, edad 2:
5.7-6.5 años, Público)**

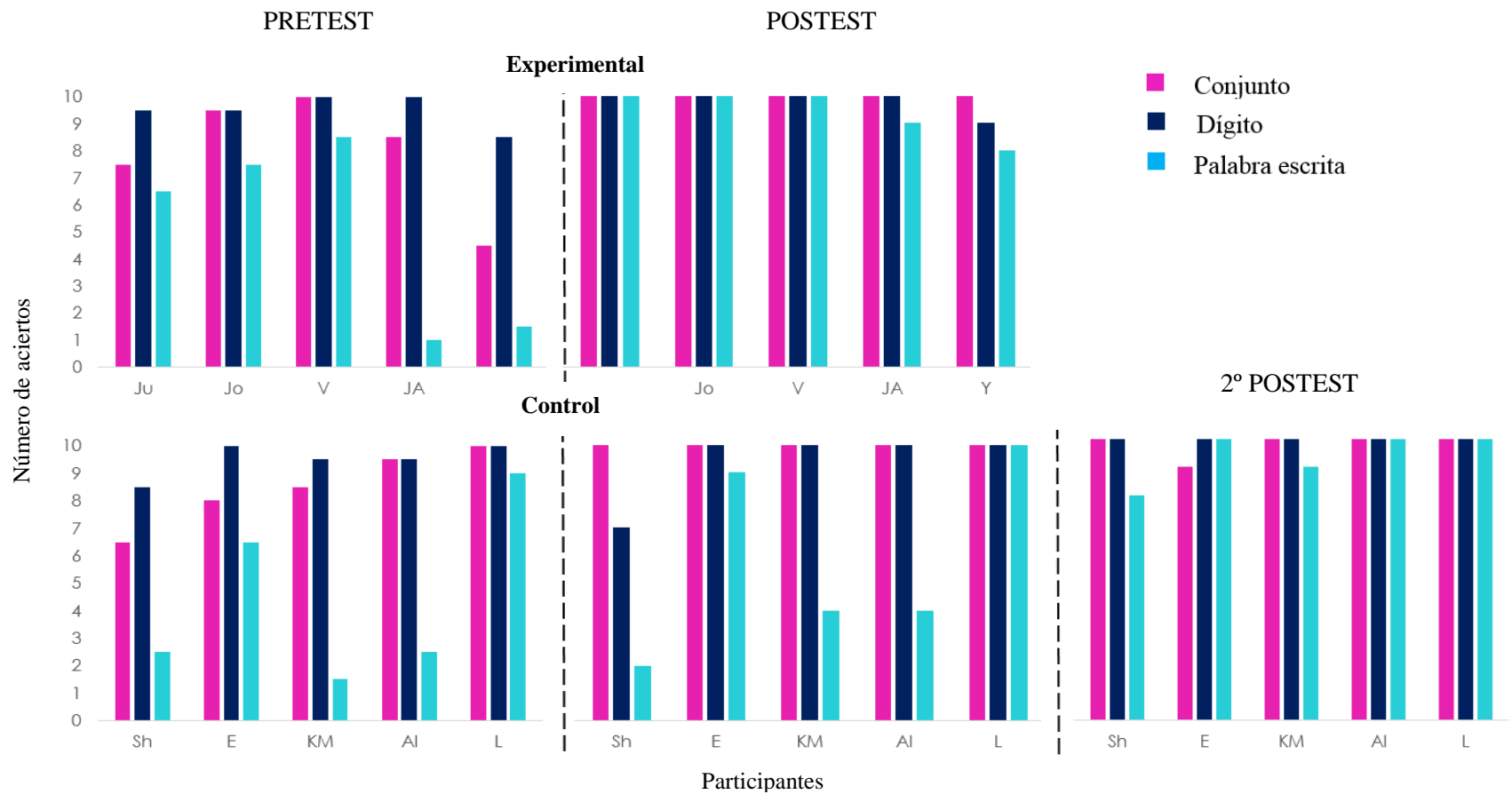


Figura 3. Se presentan los resultados individuales de la evaluación inicial (pretest) y la evaluación final (postest) del grupo experimental y del grupo control, edad 2, sector público (grupos 3 y 4). Las letras en el eje horizontal representan las iniciales de los participantes.

Para ambos grupos, las dimensiones conjunto y dígito alcanzan niveles elevados en la evaluación inicial. Sin embargo, algunos participantes, como Y, Sh y Ju tuvieron un desempeño bajo en conjunto (4.5, 6.5 y 7.5 aciertos, respectivamente).

Al igual que en los grupos 1 y 2, la dimensión dígito es la que alcanza un mejor desempeño en la tarea, seguida de conjunto y palabra escrita. Sin embargo, ésta última dimensión presenta un mejor desempeño que en los grupos anteriores (1 y 2), siendo que el puntaje máximo obtenido para el grupo 3 y 4 (por L) fue de 9 aciertos, seguido de 8.5 aciertos (V) y 7.5 aciertos (Jo). Sin embargo, 5 de los 10 participantes obtuvieron valores menores a 3 aciertos en esta fase.

Para la segunda evaluación (postest) los resultados del grupo experimental en todas las dimensiones presentan la máxima puntuación, a excepción de JA, quien obtuvo 9 aciertos en la palabra escrita y de Y, quien obtuvo 9 aciertos en dígito y 8 en palabra. El grupo control obtuvo niveles parecidos a la fase anterior, sin embargo, después del entrenamiento, los resultados del 2º postest muestran que el valor más bajo de todas las dimensiones, entre los 5 participantes, fue de 8 aciertos en la palabra escrita (Sh), lo demás alcanzó los niveles más elevados en la tarea.

Los resultados del sector educativo privado se presentan en la Figura 4, la cual muestra los datos obtenidos por los grupos 5 y 6 (grupo experimental y control de edad 1).

**Evaluación inicial y final grupos 5 y 6 (Experimental y control, edad 1:
4.0-5.6 años, Privado)**

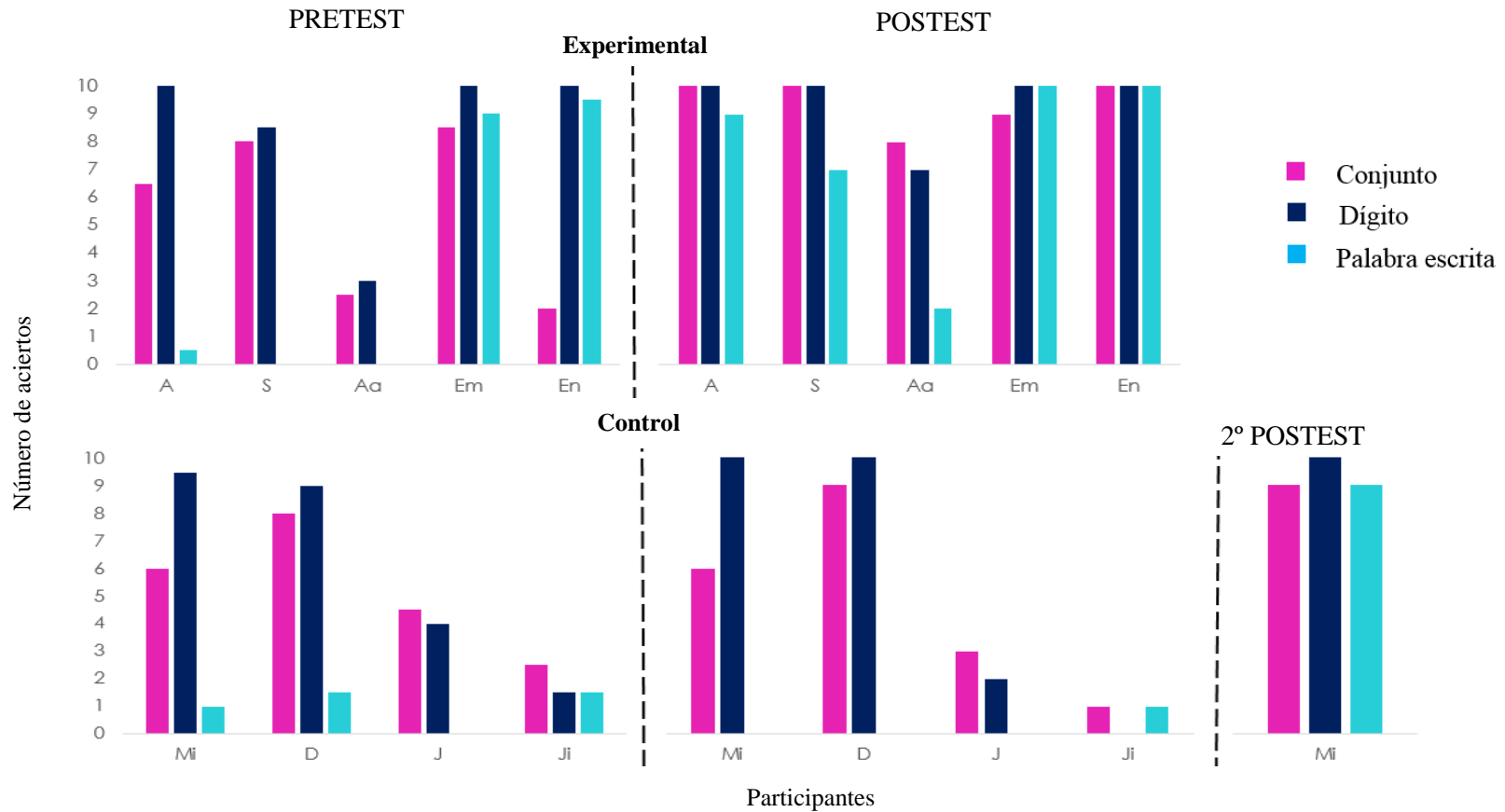


Figura 4. Se presentan los resultados individuales de la evaluación inicial (pretest) y evaluación final (posttest) del grupo experimental y control, edad 1, sector privado (grupos 5 y 6). Las letras en el eje horizontal representan las iniciales de los participantes. Se entrenó a un niño de grupo control, sus resultados se muestran en el 2º posttest.

La evaluación inicial para estos grupos muestra que, en dígito, a pesar de ser la dimensión que alcanza valores más altos de desempeño, este se presenta más bajo que en los grupos anteriores, siendo que el puntaje menor fue de 1.5 aciertos (Ji), seguido de 3 aciertos (Aa) y 4 aciertos (J). Conjunto también tuvo un bajo desempeño, 6 de los 10 participantes obtuvieron un puntaje igual o por debajo de 6 aciertos. Respecto a la dimensión palabra escrita, la mayoría de los participantes obtuvo valores cercanos a 1, a excepción de Em y En, quienes obtuvieron 9 aciertos. Tras el entrenamiento, la mayoría de los participantes del grupo experimental alcanzaron valores elevados (9 aciertos en adelante) en todas las dimensiones. Respecto a sus compañeros, Aa obtuvo valores bajos en esta segunda evaluación, sin embargo, respecto a su propio desempeño, mejoró (2.5, 3 y 0 en la primera evaluación; 8,7 y 2 en la segunda evaluación).

El grupo control mantuvo un desempeño similar a la primera evaluación. En este caso, la participante (Mi) fue entrenada de manera posterior a la fase 3 (postest). Sus resultados muestran que mejoró su desempeño en conjunto (de 6 a 9 aciertos) y en palabra escrita (de 0 a 9 aciertos).

Finalmente, la Figura 5 muestra los resultados de los niños de 5 años 7 meses a 6 años 5 meses del sector privado (grupos 7 y 8).

**Evaluación inicial y final grupos 7 y 8 (Experimental y control, edad 2:
5.7-6.5 años, Privado)**

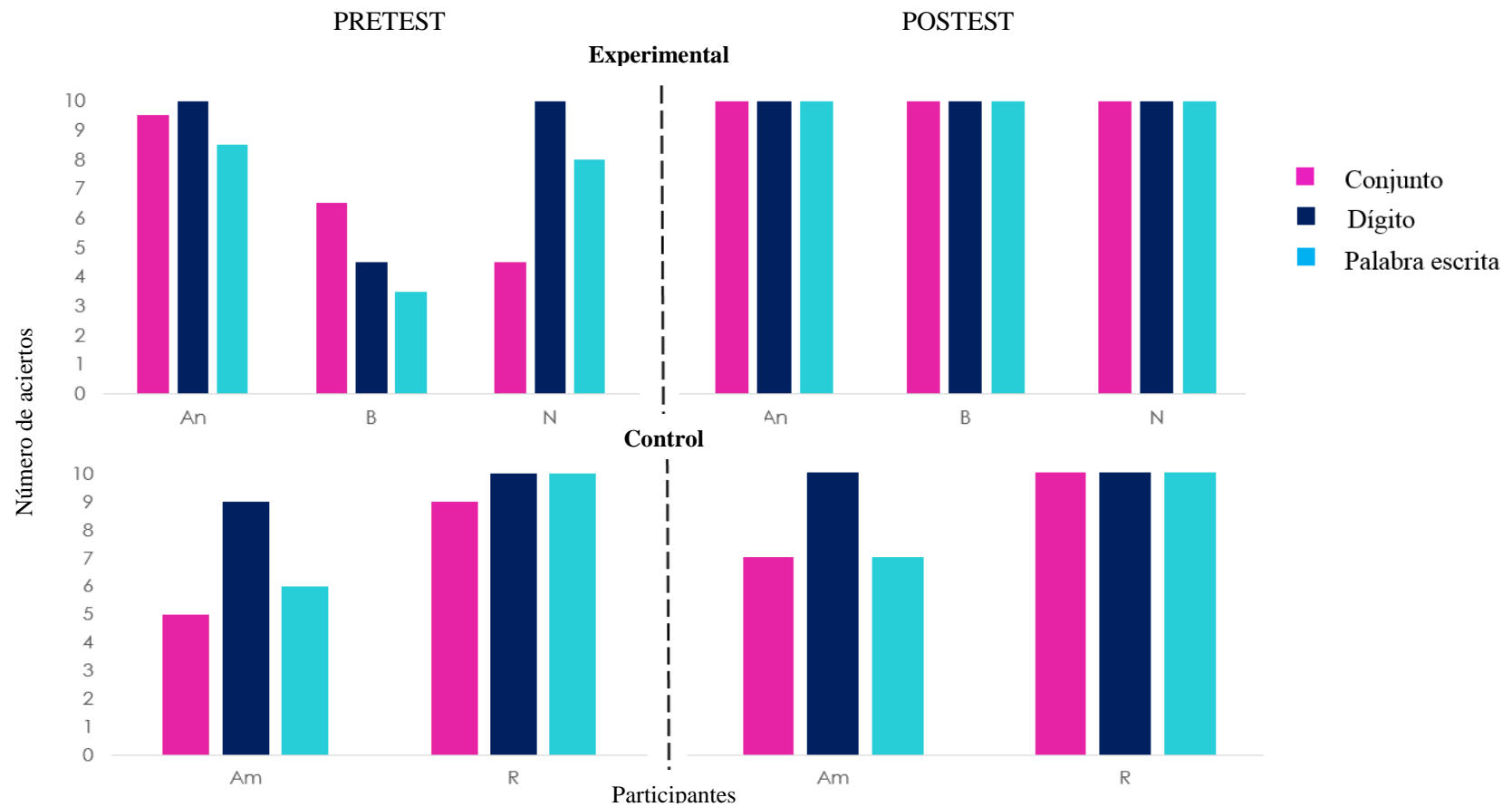


Figura 5. Se presentan los resultados individuales de la evaluación inicial (pretest) y de la evaluación final (postest) del grupo experimental y control, edad 2, sector privado (grupos 7 y 8).

Dos de los participantes en la evaluación inicial presentan niveles altos en la dimensión conjunto: An (9.5) y R (9). Los demás participantes obtuvieron valores bajos 4.5 (N), 5 (Am) y 6.5 (B). En dígito, los grupos 7 y 8 también presentan un más alto en dígito que en las otras dimensiones (mayor de 9 aciertos, a excepción de B, quien obtuvo 4.5). En palabra escrita los valores van de 3.5 a 10 aciertos. Después del entrenamiento, todos los participantes del grupo experimental obtuvieron la máxima puntuación en las tres dimensiones.

Se llevaron a cabo análisis estadísticos sobre los datos. Para indagar si existen diferencias significativas entre las evaluaciones realizadas, se realizó un análisis de varianza de medidas repetidas para un factor. Los resultados del grupo experimental muestran que las diferencias entre las medias de las evaluaciones (pretest con dos elementos faltantes, $M=18.888$; pretest con 3 elementos faltantes, $M=20.722$; y postest, $M=27.722$) son estadísticamente diferentes, $F(1,419, 24.122) = 42.673$, $p < 0.001$. Por otro lado, el grupo control no presenta una diferencia estadísticamente significativa, $F(2,28) = 2.01$, $p > 0.05$ entre las evaluaciones, cuyas medias son: $M=17.800$, para la primera evaluación; $M=19.666$, para la segunda; y $M=19.333$ para la tercera. Sin embargo, una vez que se realiza el entrenamiento del grupo control, esta diferencia resulta significativa, $F(3,27) = 19.752$, $p < 0.001$. En donde $M=28.800$ es la media de esta última evaluación (2° postest). (Las tablas del análisis se presentan en el anexo 2). A partir de los resultados, se rechaza la H_0 , a favor de la H_1 .

A continuación (Figura 6 y 7), se muestran las gráficas de los resultados. En el eje de las y se presenta el desempeño en la tarea numérica, mientras que en el eje de las x se presentan las evaluaciones.

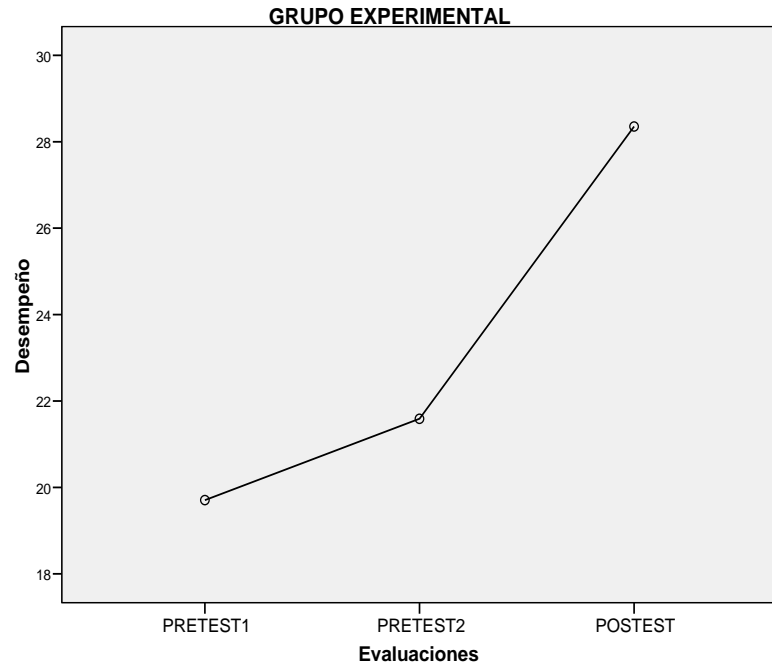


Figura 6. Medias marginales de las evaluaciones realizadas al grupo experimental (pretest 1.1, 1.2 y postest)

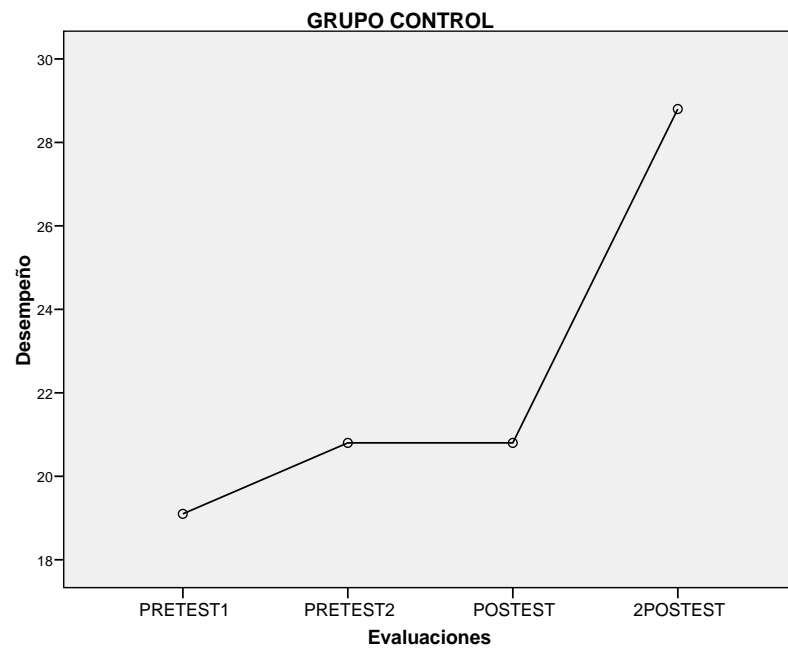


Figura 7. Medias marginales de las evaluaciones realizadas al grupo control (pretest 1.1, 1.2, postest y 2° postest)

De manera adicional, se realizó un análisis de varianza factorial de 2x2x2: Sector educativo (público y privado), edad (edad 1 y edad 2) y entrenamiento (sí hubo entrenamiento/no hubo entrenamiento); con el objetivo de evaluar el efecto individual de los factores sobre el desempeño y sus interacciones.

Los resultados muestran una interacción estadísticamente significativa entre los factores edad y entrenamiento, $F(1,24) = 11.602, p < 0.05$. Y un efecto principal sobre el desempeño en entrenamiento, $F(1,24) = 26.208, p < 0.05$ y edad, $F(1,24) = 20.383, p < 0.05$. El sector educativo no tuvo un efecto sobre el desempeño. La tabla de resultados del ANOVA factorial se presenta en el anexo 3.

La Figura 8. Muestra las medias de los factores edad (edad 1 y edad 2) y entrenamiento (sí hubo entrenamiento/no hubo entrenamiento). En el eje de las y se encuentra el desempeño numérico de los participantes y en el eje de las x se encuentra la edad. La línea

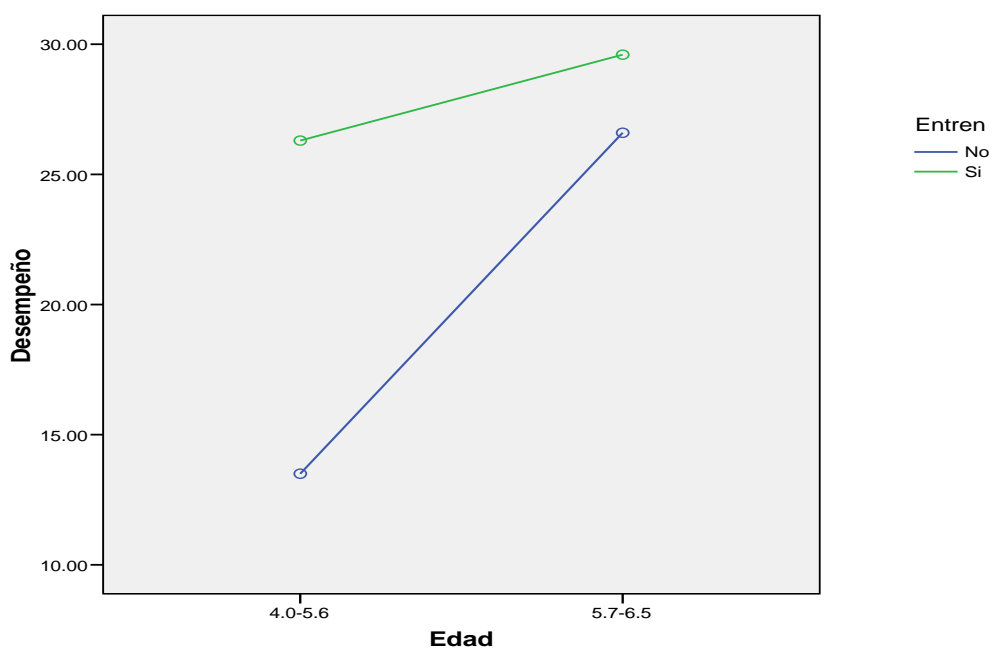


Figura 8. Medias marginales de los factores edad y entrenamiento

verde representa los participantes que sí obtuvieron un entrenamiento en reforzamiento diferencial y la barra azul son los participantes que no recibieron el entrenamiento.

Discusión y conclusiones

El propósito del presente estudio fue evaluar el desempeño en tareas de tipo numérico en niños de edad preescolar, específicamente en tareas relacionadas con la recta numérica, a partir de un entrenamiento en reforzamiento diferencial y la presentación ordenada del material. Para lograr lo anterior se entrenó a 18 participantes con edades de 4-6 años 5 meses (grupo experimental), tanto del sector educativo público, como privado. Mientras que 15 participantes (con las mismas características) permanecieron bajo condiciones de enseñanza normales (grupo control).

Los resultados presentados en la sección anterior muestran, por una parte, que en la evaluación inicial (pretest), el grupo experimental y el grupo control mantienen un nivel de desempeño similar. En donde la dimensión que obtuvo mayores valores para la mayoría de los participantes fue la dimensión de dígito, seguida de conjunto y, por último, palabra escrita. También muestran una pequeña mejora en el desempeño de la primera evaluación pretest (Fase 1.1) a la segunda evaluación pretest (Fase 1.2). Sin embargo, después de entrenar a los participantes del grupo experimental, la evaluación postest presenta una diferencia significativa en el desempeño numérico entre ambos grupos a favor del grupo experimental, el cual mejora de manera significativa tanto a nivel grupal, como individual. Por otro lado, el grupo control mantiene un nivel de desempeño similar a las fases previas, sin obtener diferencias estadísticamente significativas. Posteriormente, se realizó el mismo

entrenamiento otorgado al grupo experimental en los participantes del grupo control. Sus resultados muestran que una vez entrenados, su desempeño mejora de manera significativa. El anexo 4 presenta las gráficas de lo anterior. Estos resultados fueron consistentes en los 8 grupos, independientemente de la edad de los niños o de su sector educativo. Lo anterior sugiere que la presentación ordenada del material y una retroalimentación inmediata, basada en un reforzamiento diferencial (variable independiente), tuvo un efecto positivo sobre el desempeño numérico en tareas relacionadas con la recta numérica en niños de nivel preescolar.

Por otro lado, los resultados del análisis factorial muestran que entre la edad 1 de los participantes (4.0-5.6 años) y la edad 2 (5.7 años-6.5 años) se encuentran diferencias estadísticamente significativas. Es decir, la edad tuvo un efecto sobre el desempeño en la tarea numérica. Esto concuerda con diversos autores (Booth & Siegler, 2006; Moore & Ashcraft, 2015; Praet & Desoete, 2014), los cuales han realizado estudios con niños de diferentes edades y grados educativos en tareas relacionadas con la recta numérica. No obstante, el análisis realizado no muestra diferencias significativas entre los sectores educativos público y privado. En un análisis más particular, el sector privado muestra diferencias en cuanto al sector público en la dimensión palabra, la cual presenta un mejor desempeño en el primero. Esto concuerda con Cervini (2003), quien no encontró diferencias significativas entre estos sectores, a excepción de una pequeña ventaja del sector privado sobre el sector público en el desempeño de los evaluados sobre el logro en lengua.

Por otro lado, cabe mencionar que, en cuanto al entrenamiento, el tiempo que duró varió según la edad, pero también según el sector educativo. Siendo que para los niños más pequeños (edad 1) del sector educativo público, el promedio del tiempo de entrenamiento fue

de 28 min, mientras que, para los más grandes, el tiempo fue de 19 min. Para el sector privado de la edad 1, el promedio fue de 26 min, mientras que para la edad 2 fue de 9 min. Se puede notar que independientemente del sector educativo, los más pequeños tuvieron una duración de entrenamiento mayor. Por otra parte, el sector privado tuvo un entrenamiento con promedio de duración menor independientemente de la edad.

Ahora bien, en los resultados también se pueden observar diferencias individuales. Por ejemplo, en la figura 5 el participante Aa (quien fue reportado por sus profesores con un problema en el aprendizaje) tuvo un desempeño bajo respecto a sus compañeros después del entrenamiento, sin embargo, a partir de sus resultados en la fase pretest se puede observar que, respecto a su propia conducta, su desempeño mejoró considerablemente, sobre todo en la dimensión conjunto y dígito. En la figura 6 se observa que B en la fase previa al entrenamiento presenta un desempeño bajo respecto a sus compañeros, sobre todo en la dimensión palabra escrita. Hablando con sus profesores, ellos reportaron que este participante tenía problemas de lenguaje. No obstante, una vez que B se incorporó al juego y se llevó a cabo el entrenamiento, sus resultados en el postest muestran que su desempeño llegó al nivel máximo para todas las dimensiones.

De manera general, los resultados de los 8 grupos muestran que en la fase pretest el desempeño de las participantes varía, siendo que algunos participantes obtienen valores más altos en esta fase que sus compañeros, o valores más bajos (según el caso); incluso desde un análisis más particular, como en cada una de las dimensiones evaluadas. Esto puede deberse a las diferencias en los contextos de los niños, pues como mencionan Bowman et. al (2001, p.25), “a pesar de que el desarrollo tienda a ocurrir de manera similar para todos los niños, esto no implica uniformidad, dado que las diferencias individuales se ven influenciadas por

las variaciones en las experiencias y el contexto de desarrollo”. Sin embargo, una vez que se realiza el entrenamiento, el desempeño numérico de los participantes presenta un nivel similar, esto concuerda con Heubusch y Lloyd, 1998, cuyo estudio se menciona anteriormente.

Cabe mencionar que a pesar de que no se emplearon procedimientos para la formación de la equivalencia entre clases, un análisis adicional mostró la generación de equivalencia en las 3 dimensiones del número para todos los participantes. Futuras investigaciones podrían ahondar en este tema.

Es importante mencionar que el tiempo máximo de entrenamiento, tomando en cuenta los sectores educativos y la edad fue de 35 min. Lo anterior resulta importante dado que el método descrito podría ser utilizado como apoyo para las educadoras o bien, los padres de familia, en el desarrollo de habilidades numéricas en niños de edad preescolar.

Como se mencionó anteriormente, el programa que guía la educación preescolar en México (PEP, 2011) no especifica una manera de evaluar los conocimientos, o bien, de llegar a los aprendizajes esperados. El método utilizado en este trabajo podría dar un aporte, sirviendo como una herramienta clara, con un período corto de aplicación y basada en fundamentos científicos; mediante la cual se podrían detectar ciertos déficits existentes sobre la discriminación de conjuntos, dígitos y la representación simbólica del número a través de la palabra escrita, además de la ordinalidad y estimación del número. Por otra parte, podría servir para el entrenamiento de los déficits encontrados, mejorando el desempeño de habilidades numéricas, tomando en cuenta las diferencias individuales e independiente de la edad de los niños o de su contexto social. Por otra parte, la actividad fue llevada a cabo en

forma de juego, siguiendo el modelo propuesto por el PEP, en donde los niños reportaron que les había gustado el juego y que les gustaría volver a jugarlo.

El entrenamiento numérico en tareas que implican el uso de la recta numérica podría tener efectos favorables no sólo en el desempeño actual de los niños, sino en niveles posteriores de aprendizaje. Pues como se mencionó anteriormente, la recta numérica ha sido utilizada como herramienta para el conocimiento numérico en todos los niveles de la educación básica y se relaciona con logros en otros campos, como en la adición simple (Maertens et al., 2016).

Finalmente, podemos preguntarnos cuál es el papel del psicólogo bajo diversos contextos, en este caso, el educativo. Las investigaciones llevadas a cabo en el área del análisis experimental de la conducta, sobre los procesos cognitivos, como el concepto de número, pueden ser llevados a un campo de relevancia social, con el objetivo de aportar el conocimiento que se vaya adquiriendo, desde un punto de vista teórico y metodológico.

Referencias

- Booth, J. L., & Siegler, R. S. (2006). Developmental and individual differences in pure numerical estimation. *Developmental psychology*, 42(1), 189.
- Brannon, E. M., & Terrace, H. S. (1998). Ordering of the numerosities 1 to 9 by monkeys. *Science*, 282(5389), 746-749.
- Brannon, E. M., & Terrace, H. S. (2000). Representation of the numerosities 1–9 by rhesus macaques (*Macaca mulatta*). *Journal of Experimental Psychology: Animal Behavior Processes*, 26(1), 31.
- Brannon, E. M., & Van de Walle, G. A. (2001). The development of ordinal numerical competence in young children. *Cognitive Psychology*, 43(1), 53-81.
- Bruno A. y Cabrera N. (2006). La recta numérica en los libros de texto en España. *Educación Matemática*, Vol. 18 (3), p.p.125-149.
- Bowman, B. T., Donovan, M. S., & Burns, M. S. (2001). *Eager To Learn: Educating Our Preschoolers*. National Academy Press, 2101 Constitution Avenue, NW, Lockbox 285, Washington, DC.
- Cerdas, J., Polanco, A., y Rojas, P. (2002). El niño entre cuatro y cinco años: características de su desarrollo socioemocional, psicomotriz y cognitivo-lingüístico. *Educación*, 26(1).
- Cervini, R. (2003). Diferencias de resultados cognitivos y no-cognitivos entre estudiantes de escuelas públicas y privadas en la educación secundaria de Argentina: Un análisis multinivel, Argentina. *Education Policy Analysis Archives*, 11(6).

- Cuéllar, G. (2012). La Reforma Integral de la Educación Básica en México (RIEB) en la educación primaria: desafíos para la formación docente. *Revista electrónica interuniversitaria de formación del profesorado*, 15(1).
- Delgado Losada, M. L., Cardinali, D. P. D. P., Labos, E., Slachevsky, A., Fuentes, P., Manes, F., & Berta, T. C. (2007). *Fundamentos de psicología: para ciencias sociales y de la salud* (No. 159.9). Asociación Española de Americanistas. Universidad de Deusto. Asociación Española de Americanistas.
- Dihoff, R. E., Brosvic, G. M., Epstein, M. L., & Cook, M. J. (2005). Adjunctive role for immediate feedback in the acquisition and retention of mathematical fact series by elementary school students classified with mild mental retardation. *The Psychological Record*, 55(1), 39.
- Domjan, M. (2015). Principios de aprendizaje y conducta. Cengage Learning Editores.
- Escudero, E. B., Muñoz, E. A., & Moguel, A. S. (2008). *El aprendizaje en tercero de preescolar en México: Lenguaje y comunicación, pensamiento matemático*. Instituto Nacional para la Evaluación de la educación. Recuperado de <http://www.inee.edu.mx/index.php/72-publicaciones/resultados-de-aprendizaje-capitulos/562-el-aprendizaje-en-tercero-de-preescolar-en-mexico-lenguaje-y-comunicacion-pensamiento-matematico>
- Escuer, E., García, A., Bohórquez, C. y Gutiérrez, T. (2006). Formación de clases de equivalencia aplicadas al aprendizaje de las notas musicales. *Psicothema*, 18 (1), 31-36.

- Espinosa, E. O. C., y Mercado, M. T. C. (2008). El desarrollo de las competencias matemáticas en la primera infancia. *Revista iberoamericana de educación*, 47(5), 1-11.
- Espinosa, A. A. (2017). *La formación de clases de equivalencia en tareas numéricas: Un estudio en nivel preescolar*. Tesis de licenciatura. Universidad Nacional Autónoma de México.
- Fields, L., Travis, R., Roy, D., Yadlovker, E., Aguiar-Rocha, L. D., & Sturmey, P. (2009). Equivalence class formation: A method for teaching statistical interactions. *Journal of Applied Behavior Analysis*, 42(3), 575-593.
- Fioraneli, R. C. (2012). *Efeitos do ensino de contagem sobre a aquisição de comportamento conceitual numérico em crianças pré-escolares*. Tesis de maestría. São Carlos, Brasil.
- Fiorentini, L., Arismendi, M., y Yorio, A.A. (2012). Una revisión de las aplicaciones del paradigma de equivalencia de estímulos. *International Journal of Psychology and Pshycological Therapy*, Vol.12 (2), pp. 261-275.
- Figueiras, E. (2014). *La adquisición del número en educación infantil*. Grado en educación infantil. Universidad de la Rioja.
- Gelman, R. & Gallistel, C. (1978). *The child's concept formation*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Gelman, R., & Meck, E. (1983). Preschoolers' counting: Principles before skill. *Cognition*, 13(3), 343-359.

- INEE. (2006). *El aprendizaje del español y las matemáticas en la educación básica en México. Sexto de Primaria y Tercero de Secundaria*. Recuperado de <http://publicaciones.inee.edu.mx/buscadorPub/P1/D/210/P1D210.pdf>
- INEE (2013). *México en PISA 2012*. 1° edición México: INEE
- INEE. (2017). Página web institucional. Recuperado de <http://www.inee.edu.mx>
- Heubusch, J. D., & Lloyd, J. W. (1998). Corrective feedback in oral reading. *Journal of Behavioral Education, 8*(1), 63-79.
- Leader, G., & Barnes-Holmes, D. (2001). Establishing fraction-decimal equivalence using a respondent-type training procedure. *The Psychological Record, 51*(1), 151-165.
- Lynch, D. C., & Cuvo, A. J. (1995). Stimulus equivalence instruction of fraction-decimal relations. *Journal of Applied Behavior Analysis, 28*(2), 115-126.
- Magnotti, J. F., Goodman, A. M., & Katz, J. S. (2012). Matching to Sample Experimental Paradigm. In *Encyclopedia of the Sciences of Learning* (pp. 2104-2106). Springer US.
- Maertens, B., De Smedt, B., Sasanguie, D., Elen, J., & Reynvoet, B. (2016). Enhancing arithmetic in pre-schoolers with comparison or number line estimation training: Does it matter?. *Learning and Instruction, 46*, 1-11.
- Maydak, M., Stromer, R., Mackay, H. A., & Stoddard, L. T. (1995). Stimulus classes in matching to sample and sequence production: The emergence of numeric relations. *Research in Developmental Disabilities, 16*(3), 179-204.

- Mazur, J. (2014). Stimulus control and concept learning. In *Learning and behavior*. Séptima edición. USA: Pearson.
- Melchiori, L. E., Souza, D. G., & Rose, J. C. (2000). Reading, equivalence, and recombination of units: A replication with students with different learning histories. *Journal of Applied Behavior Analysis*, 33(1), 97-100.
- Ninness, C., Dixon, M., Barnes-Holmes, D., Rehfeldt, R. A., Rumph, R., McCuller, G., & McGinty, J. (2009). Constructing and deriving reciprocal trigonometric relations: A functional analytic approach. *Journal of Applied Behavior Analysis*, 42(2), 191-208.
- OCDE. (2014). *Resultados de PISA 2012 en Foco. Lo que los alumnos deben de saber a los 15 años y lo que pueden hacer con lo que saben*. Recuperado de https://www.ocde.org/pisa/keyfindings/PISA2012_Overview_ESP-FINAL.pdf
- Papalia, D. E., Wendkos, S. y Duskin, R. (2009). Segunda infancia. *Psicología del desarrollo: de la infancia a la adolescencia*. 11º edición. McGraw-Hill.
- Praet, M., & Desoete, A. (2014). Number line estimation from kindergarten to grade 2: a longitudinal study. *Learning and Instruction*, 33, 19-28.
- Pérez González, L. A. (2001). Procesos de aprendizaje de discriminaciones condicionales. *Psicothema*, 13(4).
- Pérez, M., Pedroza, L., Ruiz, G., & López, A. (2010). *La educación preescolar en México. Condiciones para la enseñanza y el aprendizaje*. Recuperado de <http://publicaciones.inee.edu.mx/buscadorPub/P1/D/232/P1D232.pdf>

- Ramirez, J., Rehfeldt, R. A., & Ninness, C. (2009). Observational learning and the emergence of symmetry relations in teaching Spanish vocabulary words to typically developing children. *Journal of applied behavior analysis*, 42(4), 801-805.
- Reynolds, G. S. (1968). El control de estímulos de la conducta operante. En *Compendio de condicionamiento operante*. Editorial Ciencia de la Conducta.
- Rodríguez, M. E. (2011). La matemática y su relación con las ciencias como recurso pedagógico. *NÚMEROS. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 77, 35-49.
- Santrock, J. W., & Navarro Castellet, B. (2003). *Psicología del desarrollo en la infancia*. 7ª edición. McGraw-Hill.
- SEP. (2011). *Plan de estudios 2011. Educación básica*. México: SEP.
- SEP. (2011). *Programa de Estudio 2011*. Guía para la educadora. Educación Básica. Preescolar. México: SEP.
- Serrano, M. (2011). Discriminación condicional por palomas: Una reinterpretación paramétrica y funcional. *Revista Mexicana de Investigación en Psicología*, 3(1), 44-58.
- Sidman, M. (1971). Reading and auditory-visual equivalences. *Journal of Speech and Hearing Research*, 14, 5-13.
- Sidman, M., & Tailby, W. (1982). Conditional discrimination vs matching to sample: An expansion of the testing paradigm. *Journal of experimental Analysis of Behavior*, 37, 5-22.

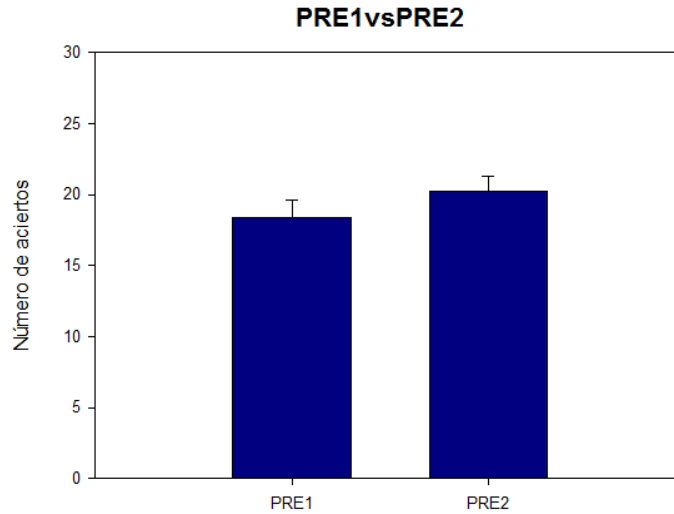
- Sidman, M. (1986). Functional analysis of emergent verbal classes. *Analysis and integration of behavioral units*, 213-245.
- Skinner, B.F. (1974). *About behaviorism*. New York: Knopf.
- Terrace, H.S. (1996). Stimulus Control. In *Operant behavior: Areas of research application*. New York: Appleton-Century-Crofts.
- Tovar, A. (2009). *Análisis de la presencia de efectos de distancia nodal-asociativa sobre clases equivalentes*. Tesis de Licenciatura. Universidad Nacional Autónoma de México.
- Treacy, K., & Willis, S. (2003). A model of early number development. In *Mathematics Education Research: Innovation, Networking, Opportunity Proceedings of the 26th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*. MERGA. Sydney (pp. 674-681).
- Vega, M. L., & Peña, T. (2008). Efecto de diferentes entrenamientos sobre el aprendizaje, transferencia y formulación de la regla en una tarea de igualación a la muestra de primer orden. *Revista Colombiana de Psicología*, 17, 115.
- Von Aster, M. G., & Shalev, R. S. (2007). Number development and developmental dyscalculia. *Developmental Medicine & Child Neurology*, 49(11), 868-873.
- Wynn, K. (1990). Children's understanding of counting. *Cognition*, 36(2), 155-193.
- Wynn, K. (1992). Children's acquisition of the number words and the counting system. *Cognitive psychology*, 24(2), 220-251.

Zamora, A. (2013). *Desempeño en tareas de tipo numérico en niños de edad preescolar.*

Tesis de Licenciatura. Universidad Nacional Autónoma de México, México, D.F.

ANEXOS

Anexo 1. Se presentan los resultados del pretest (fase1) para todos los grupos, dividido en fase 1.1 (pretest para 2 elementos faltantes) y fase 1.2 (pretest para 3 elementos faltantes). En la siguiente gráfica se muestran los resultados del desempeño para todas las dimensiones. En el eje de las y se encuentra el número de aciertos obtenidos en la tarea y en el eje de las x, las pruebas evaluadas. Se observa que no se encontraron diferencias significativas, $U= 438.500$, $p= 0.175$, con un nivel de significancia $p<0.05$ entre las pruebas.



Anexo 2. Se presentan las tablas del ANOVA de medidas repetidas de un factor. Primero se presenta la tabla intra-sujetos del grupo experimental. En la siguiente tabla intra-sujetos se muestran los resultados del grupo control, finalmente, se muestran los resultados del grupo control después del entrenamiento. Para una $p<0.05$.

Pruebas de efectos intra-sujetos.						
Medida: MEASURE_1						
Fuente		Suma de cuadrados tipo III	gl	Media cuadrática	F	Significación
desempeño	Esfericidad asumida	782.333	2	391.167	42.673	.000

Pruebas de efectos intra-sujetos.						
Medida: MEASURE_1						
Fuente		Suma de cuadrados tipo III	gl	Media cuadrática	F	Significación
desempeño	Esfericidad asumida	29.733	2	14.867	2.012	.153

Pruebas de efectos intra-sujetos.						
Medida: MEASURE_1						
Fuente		Suma de cuadrados tipo III	gl	Media cuadrática	F	Significación
desempeño	Esfericidad asumida	569.675	3	189.892	19.752	.000

Anexo 3. Se presentan los resultados del ANOVA factorial de una vía. El diseño factorial es de 3 factores de dos niveles cada uno (2x2x2). El primer factor es el sector educativo: Público/privado, el segundo es la edad: Edad 1/edad 2 y el tercer factor es el entrenamiento: Sí hubo entrenamiento/no hubo entrenamiento.

Pruebas de los efectos inter-sujetos

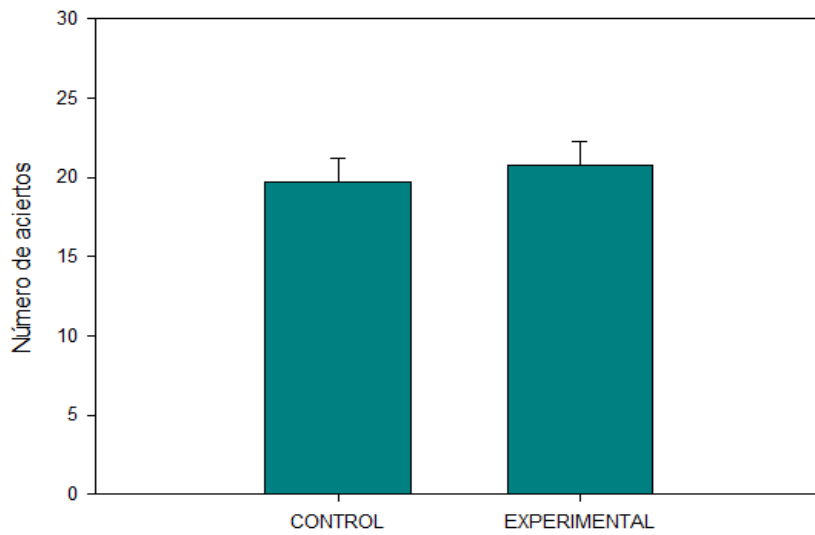
Variable dependiente: Desempeño

Origen	Suma de cuadrados tipo III	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Modelo corregido	1348.433 ^a	7	192.633	9.610	.000
Intersección	17285.284	1	17285.284	862.348	.000
Edad	408.558	1	408.558	20.383	.000
Sector	.002	1	.002	.000	.992
Entrenamiento	525.321	1	525.321	26.208	.000
Edad * Sector	19.153	1	19.153	.956	.338
Edad * Entrenamiento	232.558	1	232.558	11.602	.002
Sector * Entrenamiento	19.153	1	19.153	.956	.338
Edad * Sector * Entrenamiento	56.772	1	56.772	2.832	.105
Error	481.067	24	20.044		
Total	20454.000	32			
Total corregida	1829.500	31			

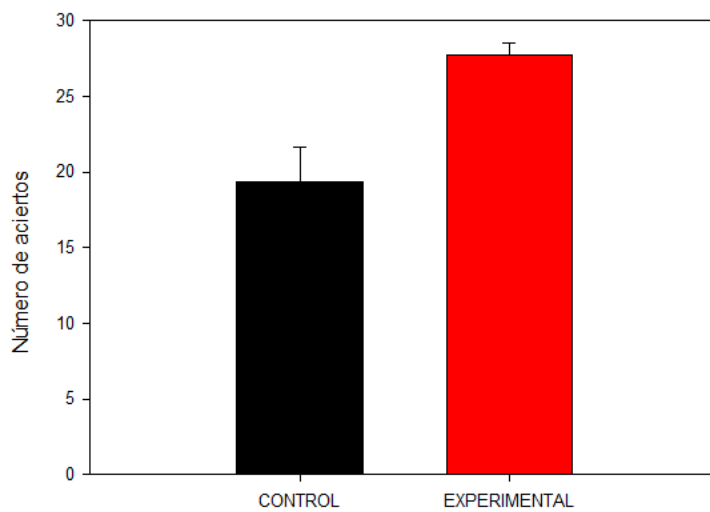
a. R cuadrado = .737 (R cuadrado corregida = .660)

Anexo 4. Se presentan los gráficos de los resultados generales del estudio.

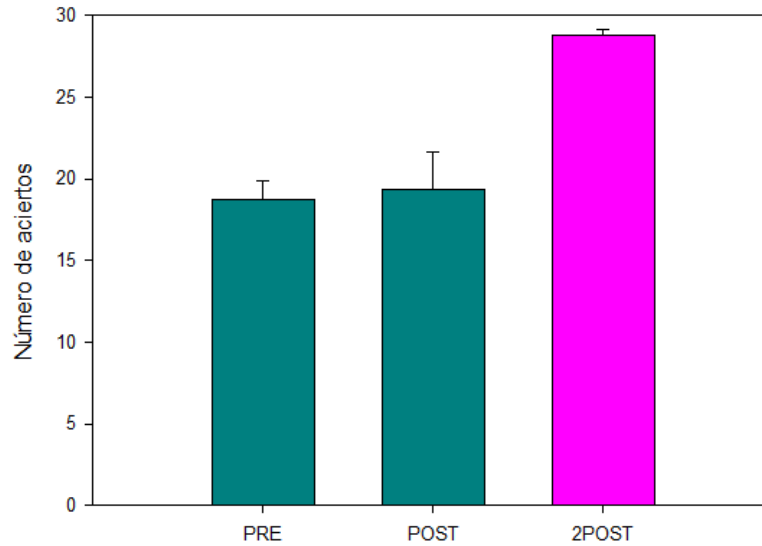
En la siguiente gráfica se muestra el desempeño obtenido en la tarea en la evaluación inicial (pretest) para todos los participantes del grupo experimental y del grupo control. En el eje de las y se muestra el número de aciertos y en el eje de las x los grupos.



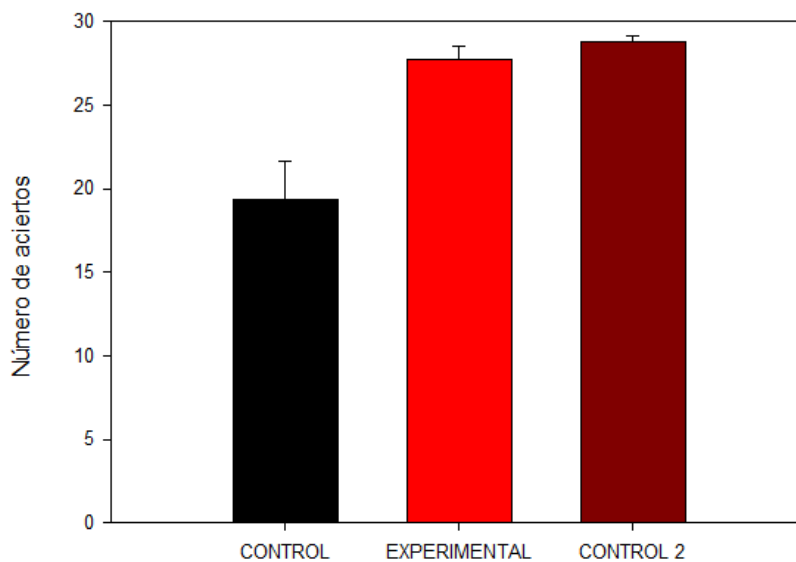
Ahora se presentan los resultados obtenidos en la segunda fase (postest). El grupo experimental fue el único que recibió un entrenamiento, el grupo control, se mantuvo bajo condiciones normales. En el eje de las y se encuentra el número de aciertos obtenidos en la tarea numérica y en el eje de las x los grupos.



A continuación, se presentan los resultados del grupo control en 3 condiciones experimentales: Pretest, postest sin entrenamiento y postest con entrenamiento (2° postest). En el eje de las y se presenta el número de aciertos y en el eje de las x las evaluaciones.



Por último, en la siguiente gráfica se presentan los resultados generales del grupo control y del grupo experimental antes del entrenamiento al grupo control y después del entrenamiento al grupo experimental y al grupo control (control 2).



En el eje de las y se encuentra el número de aciertos y en el eje de las x los grupos. La primera barra de izquierda a derecha representa el desempeño del grupo control antes del entrenamiento. La segunda barra de izquierda a derecha, los resultados del grupo experimental después del entrenamiento; y la tercera barra de izquierda a derecha representa el desempeño obtenido por el grupo control después de ser sometido al mismo entrenamiento que el grupo experimental.