



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA**  
**INGENIERÍA DE SISTEMAS – INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES**

**ANÁLISIS DE LA SECTORIZACIÓN DE UNA RED DE AGUA POTABLE UTILIZANDO  
PROGRAMACIÓN POR METAS**

**TESIS**  
**QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:**  
**MAESTRA EN INGENIERÍA**

**PRESENTA:**  
**ING. NALLELY NOH DE LA CRUZ**

**TUTORA PRINCIPAL:**  
**DRA. MAYRA ELIZONDO CORTÉS**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**CIUDAD UNIVERSITARIA, CD. MX. JUNIO 2018**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: DR. SÁNCHEZ GUERRERO GABRIEL D.

Secretario: M. EN I. JUÁREZ DEHESA JORGE IVÁN

Vocal: DRA. ELIZONDO CORTÉS MAYRA

1<sup>er</sup>. Suplente: DR. GONZÁLEZ VILLARREAL FERNANDO J.

2<sup>d</sup> o. Suplente: DRA. GONZÁLEZ VIDEGARAY MARÍA DEL CARMEN

Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ingeniería

**TUTOR DE TESIS:**

---

**Dra. Mayra Elizondo Cortés**

# Agradecimientos

A mi madre, por todo el amor y apoyo incondicional que me has brindado, así como el haber estado conmigo en todo momento.

A mi padre† por ser mi ejemplo a seguir para realizar lo que me proponga y sobre todo por el gran amor que nos diste, te recordamos con mucho cariño.

A mi hermana, por ser mi cómplice de aventuras y alentarme a realizar la maestría. Gracias por apoyarme en cada una de mis decisiones. El amor y la protección que me has dado es invaluable, has sido mi ejemplo de fortaleza.

A Emilio, por tu amor incondicional y ser la alegría de nuestros corazones. Me has enseñado el amor más sincero, gracias por compartirme tus travesuras y ser parte de ellas. Te estaré apoyando y alentando en todos tus sueños.

A Alan, por tu amor y ser mi compañero en este camino de la maestría en el cual tuvimos la fortuna de coincidir. Gracias por tu paciencia, comprensión y apoyo incondicional en este proceso, tus palabras de aliento en los momentos difíciles significaron mucho. Deseo de todo corazón más años de proyectos, amor y cariño. Gracias a ti y a tu familia por brindarme un hogar.

A la Dra. Mayra, por su guía y paciencia en este proceso de la maestría. Gracias por sus consejos, enseñanzas y conocimientos compartidos, sus clases reflejan el gusto, el amor y la dedicación por la docencia y sus alumnos.

A mis amigos en Campeche, que a pesar de la distancia han estado pendiente de mí y me reciben con la misma alegría cada vez que regreso a casa.

A la Universidad Nacional Autónoma de México, gracias por darme la oportunidad de ser alumna de la máxima casa de estudios. Me llevo recuerdos gratos de esta universidad con mucho cariño.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, por brindarme apoyo económico y así permitirme estudiar el posgrado.

A PUMAGUA, en particular al Dr. González Villarreal y al M. en I. Juárez Dehesa por su apertura en el desarrollo de esta tesis y por el apoyo en la información brindada para esta investigación.

A la Dra. González Videgaray y al Dr. Sánchez Guerrero, gracias por su tiempo dedicado en la revisión de esta investigación y por las sugerencias realizadas.

---

# ÍNDICE

---

<b>ÍNDICE DE FIGURAS</b> .....	5
<b>ÍNDICE DE TABLAS</b> .....	7
<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	9
<b>CAPÍTULO 1. EL PROBLEMA DE LA DISTRIBUCIÓN DEL AGUA</b> .....	11
1.1 Introducción al capítulo.....	11
1.2 El derecho humano al agua.....	12
1.3 Distribución de agua en el mundo .....	13
1.4 Desafíos del suministro de agua.....	15
1.4.1 Red de distribución.....	16
1.4.2 Pérdida de agua.....	16
1.4.3 Cifras de pérdida de agua.....	17
1.4.4 Causas de pérdida de agua.....	18
1.5 Situación nacional .....	19
1.5.1 Cobertura de agua en el país.....	21
1.5.2 Consumo del agua .....	23
1.5.3 Desperdicio de agua en México .....	26
1.5.4 El futuro del país.....	28
1.6 Antecedentes del caso de aplicación .....	29
<b>CAPÍTULO 2. DESCRIPCIÓN DEL CASO DE APLICACIÓN</b> .....	31
2.1 Introducción al capítulo.....	31
2.2 Modelo conceptual del sistema de distribución de agua de San Martín Texmelucan de Labastida.....	32
2.3 Datos generales del caso de aplicación.....	32
2.4 Descripción del suministro de agua .....	32
2.5 Usuarios y consumo .....	37
2.6 Suministro y pérdidas.....	37
2.7 Propuesta de PADHPOT .....	39

2.8 Problema de investigación .....	41
<b>CAPÍTULO 3. MARCO DE REFERENCIA.....</b>	<b>44</b>
3.1 Introducción al capítulo.....	44
3.2 Marco teórico .....	44
3.2.1 Asignación de recursos hídricos .....	44
3.2.2 Asignación de recursos hídricos con programación por metas .....	47
3.3 Definiciones, modelos y métodos .....	53
3.3.1 Origen de la programación por metas .....	54
3.3.2 Modelo de programación por metas .....	55
3.3.2.1 Terminología.....	55
3.3.2.2 Formulación de las metas .....	56
3.3.2.3 Procedimiento para la formulación de un modelo de programación por metas ....	57
3.3.2.4 Programación por metas ponderadas.....	62
3.3.2.5 Programación por metas lexicográficas .....	64
3.3.2.6 Programación por metas minimax.....	65
3.3.2.7 Variaciones de la programación por metas.....	67
3.3.3 Diagrama de influencia.....	68
3.3.4 Lingo .....	69
3.4 Metodología y objetivo .....	70
<b>CAPÍTULO 4. DESARROLLO DE LA METODOLOGÍA .....</b>	<b>75</b>
4.1 Introducción al capítulo.....	75
4.2 Metodología .....	75
4.2.1 Definición del problema .....	75
4.2.2 Diseño del modelo conceptual del sistema.....	76
4.2.3 Validación del modelo conceptual .....	78
4.2.4 Recolección de datos.....	80
4.2.5 Formulación de modelo .....	89
4.2.5.1 Modelo de programación por metas .....	89
4.2.6 Solución del problema con un software especializado .....	113
4.2.7 Verificación del modelo.....	117

<b>CAPÍTULO 5. VALIDACIÓN DEL MODELO Y PRESENTACIÓN DE RESULTADOS</b> .....	120
5.1 Introducción al capítulo.....	120
5.2 Resultados del modelo base.....	121
5.3 Modelo de programación por metas lexicográfico .....	128
5.3.1 Resultados del modelo de programación por metas lexicográfico.....	131
5.3.2 Análisis de resultados del modelo de programación por metas lexicográfico.....	133
5.3.2.1 Metas que se cumplieron.....	133
5.3.2.2 Metas que no se cumplieron.....	138
5.3.2.3 Resumen de resultados del modelo de programación por metas lexicográfico....	140
5.3.3 Validación del modelo de programación por metas lexicográfico.....	143
5.4 Análisis de escenarios.....	149
5.4.1 Escenario 1: Programación por metas lexicográficas considerando el suministro de agua recomendado por la OMS .....	150
5.4.2 Escenario 2: Programación por metas lexicográficas considerando el suministro de agua recomendado por la OMS y sin la presencia de fugas .....	154
5.4.3 Escenario 3: Programación por metas lexicográficas considerando el suministro de agua recomendado por CONAGUA y disminución de recursos hídricos .....	159
5.5 Resumen de resultados.....	163
<b>CONCLUSIONES</b> .....	171
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	174
<b>ANEXOS</b> .....	179

---

## ÍNDICE DE FIGURAS

---

### **CAPÍTULO 1. EL PROBLEMA DE LA DISTRIBUCIÓN DEL AGUA**

Figura 1.1 Distribución de agua en el mundo .....	13
Figura 1.2 Distribución de agua dulce en el mundo .....	14
Figura 1.3 Distribución de aguas superficiales y en la atmósfera en el mundo .....	15
Figura 1.4 Evolución de la cobertura de agua potable de la población rural y urbana .....	23
Figura 1.5 Tipos de consumo de acuerdo con el tipo de usuarios en zonas urbanas .....	25

### **CAPÍTULO 2. DESCRIPCIÓN DEL CASO DE APLICACIÓN**

Figura 2.1 Modelo conceptual del sistema de distribución de agua de San Martín Texmelucan de Labastida .....	33
Figura 2.2 Zonas de servicio de la red agua potable de San Martín Texmelucan de Labastida.....	34
Figura 2.3 Ubicación de los tanques de regulación .....	35
Figura 2.4 Suministro de agua de los pozos a los tanques .....	36
Figura 2.5 Suministro de agua.....	39
Figura 2.6 Sectores propuestos por PADHPOT .....	41
Figura 2.7 Cantidad de agua perdida por fugas .....	42

### **CAPÍTULO 3. MARCO DE REFERENCIA**

Figura 3.1 Ejemplo de diagrama de influencia .....	69
Figura 3.2 Diagrama de la metodología .....	73

### **CAPÍTULO 4. DESARROLLO DE LA METODOLOGÍA**

Figura 4.1 Secciones en que se encuentra dividida el modelo conceptual del sistema de distribución de agua de San Martín Texmelucan de Labastida .....	77
Figura 4.2 Diagrama de flujo de la elaboración del modelo conceptual del sistema de distribución de agua de San Martín Texmelucan de Labastida .....	79
Figura 4.3 Diagrama de influencia para la recolección de datos .....	80
Figura 4.4 Suministro de pozos, tanques y sectores en San Martín Texmelucan de Labastida.....	82
Figura 4.5 Áreas geoestadísticas básicas (AGEB) de San Martín Texmelucan de Labastida .....	83
Figura 4.6 Suministro de agua y fugas .....	86
Figura 4.7 Diagrama de flujo de la metodología utilizada para la formulación del modelo de programación por metas .....	91



## **CAPÍTULO 5. VALIDACIÓN DEL MODELO Y PRESENTACIÓN DE RESULTADOS**

Figura 5.1 Estructura del Capítulo 5 .....	120
Figura 5.2 Resultado del modelo base .....	121
Figura 5.3 Estructura del análisis de resultados .....	133
Figura 5.4 Resumen de los escenarios propuestos .....	149
Figura 5.5 Cantidad total de agua suministrada y recibida con el modelo de programación por metas lexicográfico y los escenarios 1 y 2 .....	166

---

## ÍNDICE DE TABLAS

---

### **CAPÍTULO 1. EL PROBLEMA DE LA DISTRIBUCIÓN DEL AGUA**

Tabla 1.1 Volúmenes concesionados en los usos agrupados consuntivos, 2015 .....	24
Tabla 1.2 Consumo doméstico diario en una zona rural .....	25
Tabla 1.3 Promedio del consumo de agua potable estimado por clima predominante.....	26

### **CAPÍTULO 2. DESCRIPCIÓN DEL CASO DE APLICACIÓN**

Tabla 2.1 Información de los pozos .....	34
Tabla 2.2 Descripción de los tanques de regulación .....	36
Tabla 2.3 Consumo diario de agua por tipo de usuario .....	38
Tabla 2.4 Suministro de agua de los pozos a los sectores propuestos .....	40

### **CAPÍTULO 3. MARCO DE REFERENCIA**

Tabla 3.1 Artículos de asignación de recursos hídricos .....	52
Tabla 3.2 Artículos de asignación de recursos con programación por metas .....	53
Tabla 3.3 Tipos de nodos en un diagrama de influencia .....	68

### **CAPÍTULO 4. DESARROLLO DE LA METODOLOGÍA**

Tabla 4.1 Significado de los nodos y flechas del diagrama de influencia.....	81
Tabla 4.2 Volumen de agua autorizado para extraer de los pozos de San Martín Texmelucan de Labastida de acuerdo con lo dispuesto de la información de los títulos de asignación .....	82
Tabla 4.3 Suministro promedio de agua anual por sectores.....	84
Tabla 4.4 Monto del pago de energía eléctrica por m <sup>3</sup> .....	85
Tabla 4.5 Cantidad de agua que recibe cada sector.....	88
Tabla 4.6 Variables de decisión del modelo de programación por metas.....	93

### **CAPÍTULO 5. VALIDACIÓN DEL MODELO Y PRESENTACIÓN DE RESULTADOS**

Tabla 5.1 Resultados de las variables de decisión del modelo base .....	123
Tabla 5.2 Resultados de las variables de desviación del modelo base .....	124
Tabla 5.3 Resultados de la meta 1 para el modelo base .....	125
Tabla 5.4 Resultados de la meta 2 para el modelo base .....	126
Tabla 5.5 Resultados de la meta 3 y 4 para el modelo base .....	126

Tabla 5.6 Resultados de las variables de decisión del modelo de programación por metas lexicográfico .....	131
Tabla 5.7 Resultados de las variables de desviación del modelo de programación por metas lexicográfico .....	132
Tabla 5.8 Resultados de la meta 1 para el modelo de programación por metas lexicográfico ....	141
Tabla 5.9 Resultados de la meta 2 para el modelo de programación por metas lexicográfico ....	142
Tabla 5.10 Resultados de la meta 3 y 4 para el modelo de programación por metas lexicográfico .....	142
Tabla 5.11 Resultados de las variables de decisión del modelo de validación .....	146
Tabla 5.12 Resultados de las variables de desviación del modelo de validación .....	147
Tabla 5.13 Resumen de los resultados de las metas del modelo de validación .....	148
Tabla 5.14 Resultados de las variables de decisión del escenario 1: suministro de agua recomendado por la OMS .....	152
Tabla 5.15 Resultados de las variables de desviación del escenario 1: suministro de agua recomendado por la OMS .....	153
Tabla 5.16 Resultados de las variables de decisión del escenario 2: suministro de agua recomendado por la OMS y sin la presencia de fugas .....	157
Tabla 5.17 Resultados de las variables de desviación del escenario 2 .....	158
Tabla 5.18 Resultados de las variables de decisión del escenario 3: suministro de agua recomendado por CONAGUA y disminución de recursos hídricos .....	161
Tabla 5.19 Resultados de las variables de desviación del escenario 3 .....	162
Tabla 5.20 Resumen de los escenarios y del modelo de programación por metas lexicográfico .	163
Tabla 5.21 Resumen de resultados de la meta 1 del modelo de programación por metas lexicográfico y del escenario 3 .....	164
Tabla 5.22 Resumen de resultados de la meta 1 del escenario 1 y 2 .....	165
Tabla 5.23 Resumen de resultados de la meta 2 del modelo de programación por metas lexicográfico y de los escenarios 1 y 2 .....	166
Tabla 5.24 Resumen de resultados de la meta 2 del escenario 3 .....	167
Tabla 5.25 Resumen de resultados de la meta 3 por escenarios .....	168
Tabla 5.26 Resumen de resultados de la meta 4 por escenarios .....	168
Tabla 5.27 Metas que se cumplieron de los escenarios y el modelo de programación por metas lexicográfico .....	169

## **ANEXOS**

Tabla A1 Lista de siglas y su significado .....	179
Tabla A2 Población por sectores y por Áreas Geoestadísticas Básicas de San Martín Texmelucan de Labastida .....	181
Tabla A3 Volumen de agua anual suministrado por los pozos .....	182
Tabla A4 Fuga de los tanques .....	182
Tabla A5 Suministro de agua recomendado por la OMS .....	190

---

## INTRODUCCIÓN

---

El suministro de agua a la población es una de las actividades más importantes y esenciales para satisfacer las necesidades básicas de las personas, sin embargo, en los últimos años este abastecimiento ha sufrido una demanda creciente debido al aumento de la población, la sobreexplotación de este recurso, el cambio climático, entre otros factores, originando la carencia en ciertas regiones del mundo de este líquido vital.

Una de las dificultades en una red de suministro de agua potable es la pérdida de este líquido debido a las fugas en las tuberías, y una de las alternativas que existe para minimizar estas pérdidas es la sectorización, la cual consiste en dividir una red de agua potable en sectores, de esta manera cada sector tendrá una entrada de agua, lo que permitirá tener un mejor control de la cantidad de agua que entra y se consume en él. La finalidad de la sectorización es que con este control de flujo de agua, se detecten las fugas para su posterior reparación.

La investigación que se desarrolla en esta tesis está basada en la propuesta de Puebla, realizada por el Programa de Apoyo al Desarrollo Hidráulico de los Estados de Puebla, Oaxaca y Tlaxcala (PADHPOT) del Programa de Manejo, Uso y Reúso del Agua en la Universidad Nacional Autónoma de México (PUMAGUA). Con esta investigación se propone analizar la sectorización a través de la formulación de un problema de análisis multicriterio; dado que se tiene que cumplir con un conjunto de objetivos, el modelo que más se adecua a la realidad que se pretende analizar es la programación por metas. Con base en lo anterior, el objetivo definido es el siguiente:

“Formular un modelo de programación por metas para analizar la propuesta de sectorización de la red de agua potable de San Martín Texmelucan de Labastida, Puebla, realizada por PADHPOT, con el fin de que se puedan evaluar escenarios que expongan el cumplimiento del suministro de agua potable, la cantidad de agua permitida para la extracción y un presupuesto establecido.”

Esta investigación se presenta en cinco capítulos, los cuales consisten en: la presentación de la situación de este recursos hídrico a nivel mundial, principalmente en México, Capítulo 1; la descripción del caso de estudio al cual se aplicará el modelo matemático, el cual incluye el planteamiento del problema, Capítulo 2; el marco teórico con las principales técnicas desarrolladas afines al campo de investigación, la definición del objetivo y la metodología a usar, Capítulo 3; para que posteriormente, se presente el desarrollo de esta metodología, Capítulo 4; la validación y los resultados obtenidos del modelo y de los escenarios propuestos se explican en el Capítulo 5; finalizando con las conclusiones, en las cuales se muestra el cumplimiento con el objetivo de la investigación, así como aportaciones de la tesis.

Con los resultados de esta tesis se espera que el modelo de programación por metas se aplique a la evaluación de proyectos de suministro de agua, así como su extensión a otras áreas de manejo y gestión de recursos hídricos, este modelo también podría apoyar en la construcción de escenarios. Finalmente, el uso de programación por metas aportará una perspectiva de toma de decisiones con análisis multicriterio.

# ANÁLISIS DE LA SECTORIZACIÓN DE UNA RED DE AGUA POTABLE UTILIZANDO PROGRAMACIÓN POR METAS

---

## CAPÍTULO 1. EL PROBLEMA DE LA DISTRIBUCIÓN DEL AGUA

---

### 1.1 INTRODUCCIÓN AL CAPÍTULO

El agua es uno de los recursos primordiales en el planeta y así como menciona Ribeiro *et al.* (2015), el suministro de agua es uno de los servicios más importantes de las sociedades civilizadas. El uso de este vital líquido está involucrado en diversas actividades del hombre como la agricultura, la industria, consumo doméstico y generación de energía entre otros; además, es primordial para los ecosistemas y la biodiversidad.

El aumento de la población y por lo tanto el incremento de la demanda de este recurso, ha hecho que diversas organizaciones nacionales e internacionales se enfoquen en estudiar el tema del agua, debido a que es un recurso finito cada vez más explotado, y las necesidades del agua van en incremento de acuerdo con la cantidad de población existente; temas importantes como escasez de agua, suministro, calidad y contaminación del agua, entre otros, son cada vez más estudiados.

Ante la carencia de este líquido vital y del servicio de tratamiento de aguas residuales, sumando los efectos del cambio climático, la urbanización, disminución de este recurso, entre otros, surge la necesidad de crear conciencia e incluir el acceso al agua y al saneamiento<sup>1</sup> en el marco de los derechos humanos. Es así, como el 28 de julio de 2010 la Asamblea General de las Naciones Unidas los declara derecho humano fundamental para el completo disfrute de la vida; los cuales se han incluido en las constituciones de diversos países (ONU<sup>2</sup> 2010 y 2011). En México, la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos a partir del 2012, considera en el artículo cuarto, el acceso al agua y saneamiento (SEMARNAT<sup>3</sup> y CONAGUA<sup>4</sup>, 2014).

Nuestro planeta, a través de los años, ha sobrellevado el impacto de nuestras actividades, el uso y la sobreexplotación del agua, pero no sabemos cuánto tiempo más lo soportará. Los estragos se han empezado a vivir en varias partes del mundo como en nuestro país. Los damnificados seremos todos los seres vivos que habitan la tierra. Tenemos que ser conscientes y también hacer conscientes a las futuras generaciones

<sup>1</sup> Saneamiento: Recogida y transporte del agua residual y el tratamiento tanto de ésta como de los subproductos generados en el curso de esas actividades, de forma que su evacuación produzca el mínimo impacto en el medio ambiente.

<sup>2</sup> Descripción de sigla en Anexo 1.

<sup>3</sup> Descripción de sigla en Anexo 1.

<sup>4</sup> Descripción de sigla en Anexo 1.

de esta situación alarmante. Ante esto y como una pequeña parte del enorme problema del agua, visto desde el enfoque de suministro de este servicio a la población, se ha realizado esta investigación.

La esencia de este capítulo es la concientización de la situación actual así como el conocimiento de cifras importantes que debemos conocer relacionadas con la disponibilidad de agua, consumo, entre otros. Los principales temas presentados son la distribución del agua en el mundo, los desafíos del suministro del agua, la situación en México: cobertura, uso y consumo del agua, desperdicio, futuro de nuestro país. Finalmente, se concluye en una breve descripción del caso de estudio.

## **1.2 EL DERECHO HUMANO AL AGUA**

El agua potable y el saneamiento son indispensables en la vida. El agua dulce de que se dispone para consumo cada vez disminuye, al igual que su calidad que cada vez es menor. En la actualidad, no todas las personas tienen ambos servicios, por ello, entre las metas de organizaciones internacionales en conjunto con los gobiernos, está aumentar la cobertura de éstos. En 2011, 884 millones de personas carecían de acceso al agua potable y 2,500 millones carecían de acceso al servicio de tratamiento de aguas residuales. Además, de la carencia de estos servicios, la situación se agrava con el cambio climático, la contaminación, el aumento de la demanda, la desigualdad en la disponibilidad de agua, entre otros factores. Ante esta situación, surgió la necesidad de considerar el acceso al agua y saneamiento en el marco de los derechos humanos (ONU, 2011).

En diversas conferencias, consejos y tratados internacionales, se empezaron a presentar temas relacionados al agua potable y el saneamiento como un derecho humano. En 1977, en la Conferencia de las Naciones Unidas sobre el Agua, llevada a cabo en Mar del Plata (Argentina), se expuso por primera vez el concepto de la cantidad básica de agua que se requiere para satisfacer las necesidades humanas. En el plan de acción de esta conferencia, se enunció que todos los pueblos, no importando su etapa de desarrollo ni sus condiciones económicas y sociales, tienen derecho al agua potable en cantidad y calidad acordes con sus necesidades. En 1992, en el Programa 21, aprobado en la Conferencia de las Naciones Unidas sobre el Medio Ambiente y el Desarrollo, se confirmó el concepto de cantidad básica de agua requerida. En 1994, en el Programa de Acción de la Conferencia Internacional sobre la Población y Desarrollo, los Estados manifestaron que toda persona tiene derecho a un nivel de vida adecuado para sí mismo y su familia, esto incluye, alimentación, vivienda, vestido, agua potable y saneamiento (ONU, 2011).

Otra fecha relevante en este tema es el año 2002, en el cual el Comité de Derechos Económicos, Sociales y Culturales de las Naciones Unidas en su Observación General no. 15, estableció que el derecho humano al agua es el derecho de todos a disponer de agua

suficiente, salubre, aceptable, accesible y asequible para el uso personal y doméstico. (ONU, 2010).

Actualmente, en varias constituciones nacionales se considera el derecho al agua, o en su defecto enuncian que es responsabilidad del Estado asegurar el acceso al agua potable y al saneamiento. En nuestro país, en la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos, en la reforma al artículo 4to (8 de febrero 2012), se enuncia que toda persona tiene derecho al acceso, disposición y saneamiento de agua para consumo personal y doméstico en forma suficiente, salubre, aceptable y asequible (SEMARNAT y CONAGUA, 2014).

### 1.3 DISTRIBUCIÓN DE AGUA EN EL MUNDO

De acuerdo con la publicación Estadísticas del Agua en México, en 1950 se estima que la población mundial ascendía a 2,526 millones de personas, mientras que en 2011 había aumentado a 6,974 millones y en 2015 esta cifra creció a 7,349 millones. A partir de los últimos 60 años, el aumento de la población se ha concentrado en las regiones en desarrollo y esta tendencia se mantendrá hasta el 2050. Entre los países del mundo con mayor población, México se ubica en el undécimo lugar. La División de Población del Departamento de Asuntos Económicos y Sociales de las Naciones Unidas estima que en el 2050 la población mundial será de 9,551 millones de habitantes (CONAGUA 2013, 2015 y 2016a).

Respecto a este recurso vital, se tiene que, la disponibilidad de agua promedio anual en el mundo es de aproximadamente 1,386 billones de hectómetros cúbicos ( $hm^3$ ) de los cuales el 97.5% es agua salada y sólo el 2.5% (35 billones de  $hm^3$ ) es agua dulce (Figura 1.1).

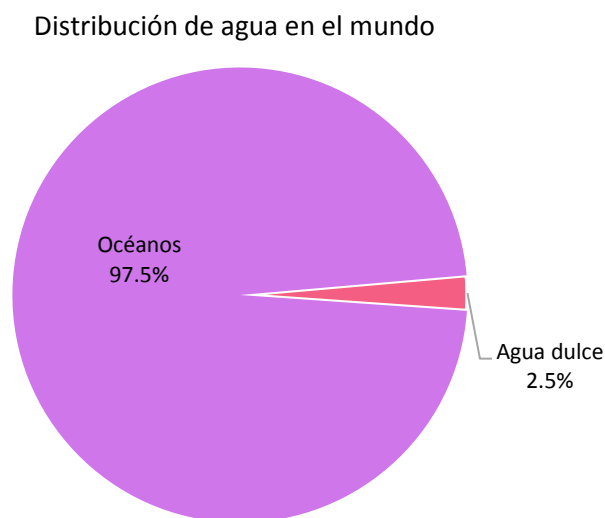


Figura 1.1 Distribución de agua en el mundo. Adaptado de Informe de la Situación del Medio Ambiente de México, por SEMARNAT, 2012



Del agua dulce que se encuentra en hielo, glaciares y nieve (Figura 1.2), en el Informe de la Situación del Medio Ambiente en México señala que el 97% se encuentra en Antártica, el Ártico y Groenlandia (CONAGUA, 2015 y SEMARNAT, 2012).

Distribución de agua dulce en el mundo

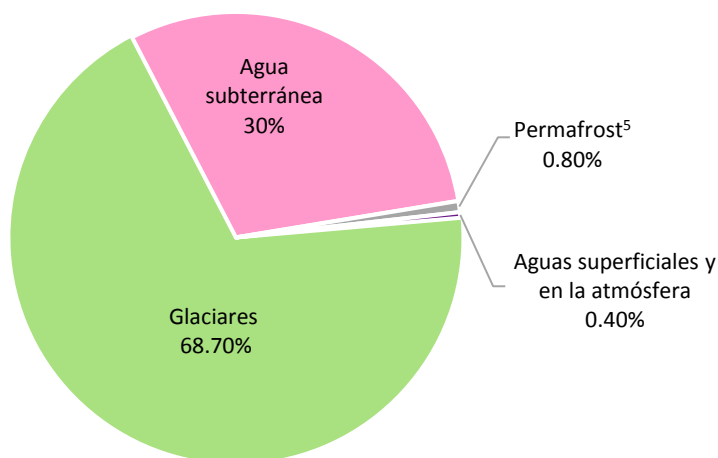


Figura 1.2 Distribución de agua dulce en el mundo. Adaptado de Informe de la Situación del Medio Ambiente de México, por SEMARNAT, 2012

En relación con el agua subterránea, es importante como abastecimiento para arroyos, manantiales y humedales, así como un recurso esencial para abastecer de agua a las sociedades del mundo (SEMARNAT, 2012).

El Informe de las Naciones Unidas sobre los recursos hídricos (WWAP<sup>6</sup>) en el mundo declara que las aguas subterráneas abastecen de agua potable por lo menos al 50% de la población mundial y representan al 43% de toda el agua utilizada para el riego. La Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO<sup>7</sup>), en el 2012 declaró que a nivel mundial, 2,500 millones de personas dependen exclusivamente de los recursos de aguas subterráneas para satisfacer sus necesidades básicas diarias de agua (WWAP, 2015).

Las aguas superficiales: lagos, embalses, ríos, arroyos, humedales retienen agua dulce no congelada (Figura 1.3). El agua presente en la atmósfera equivale a un volumen menor a la que se encuentra en los lagos, pero es muy importante en la regulación del clima (SEMARNAT, 2012).

<sup>5</sup> Permafrost: La *International Permafrost Association* (IPA) lo define como suelo frío que permanece por debajo de los 0° C por 2 o más años consecutivos (van Everdingen, 1998). Permafrost no es sinónimo de suelo congelado sino de “*cryotic ground*”, es decir, de suelo que tiende a formar hielo, pero que no necesariamente lo tiene.

<sup>6</sup> Descripción de sigla en Anexo 1.

<sup>7</sup> Descripción de sigla en Anexo 1.

Distribución de aguas superficiales y en la atmósfera en el mundo

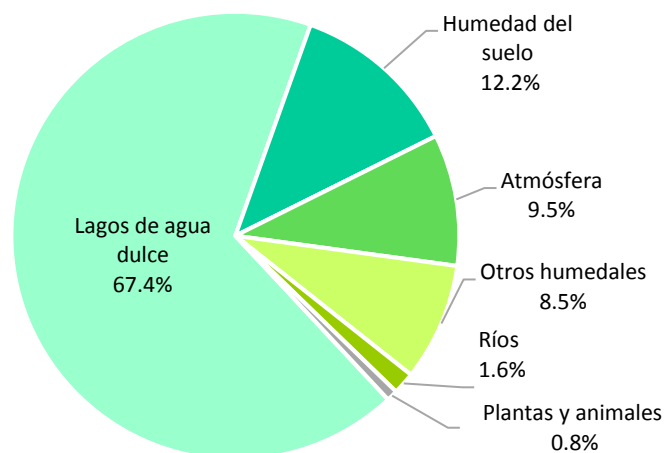


Figura 1.3 Distribución de aguas superficiales y en la atmósfera en el mundo. Adaptado de Informe de la Situación del Medio Ambiente de México, por SEMARNAT, 2012

Del agua que está disponible para el consumo humano, una pequeña porción se encuentra en ríos, lagos, depósitos subterráneos relativamente poco profundos y humedad del suelo. Mucha de esta agua se encuentra lejos de las zonas pobladas, lo cual dificulta o en algunos casos imposibilita su utilización. El agua dulce para consumo humano se estima que es un 0.77%. (CONAGUA, 2015).

En relación con los acuíferos mundiales, se estima que el 20% está siendo sobreexplotado, y entre algunas de las consecuencias que surgirán ante esto serán el hundimiento del suelo y la intrusión del agua salada. Además de lo anterior, la disponibilidad de agua se enfrenta a la contaminación. Se prevé que en 2030 el mundo tendrá que enfrentarse a un déficit mundial del 40% de agua (WWAP, 2015).

Con respecto a la población que ha tenido acceso al agua, en La iniciativa mundial de agua y saneamiento para 2005 y 2025, se menciona que en 1990 el 76% de la población mundial tuvo acceso a fuentes de agua potable, mientras que en 2012, el 89% de la población mundial tuvo acceso a este líquido vital (IFCR<sup>8</sup>). Actualmente, la situación del agua es compleja, y entre una de las dificultades que se atraviesa es que un tercio de la población mundial vive en regiones con escaso acceso al agua (Ímaz *et al.*, 2015).

#### 1.4 DESAFÍOS DEL SUMINISTRO DE AGUA

El suministro de agua es importante para las necesidades de las personas. Los servicios de abastecimiento de agua y saneamiento deben ser continuos y suficientes para el uso

<sup>8</sup> Descripción de sigla en Anexo 1.

personal y doméstico. Estos usos incluyen normalmente saneamiento personal, lavado de ropa, preparación de alimentos, higiene personal y la limpieza del hogar (ONU, 2010).

La Organización Mundial de la Salud (OMS) señala que son necesarios de 50 a 100 litros de agua por persona al día, así se garantiza que las personas cubran sus necesidades básicas y se eviten problemas de salud. A diferencia de lo anterior, un suministro de 20 a 25 litros de agua por persona al día no es suficiente para cubrir las necesidades de consumo y las de higiene, lo cual lleva a una preocupación de las condiciones sanitarias (ONU, 2011).

La necesidad de brindar un servicio continuo y suficiente de suministro de agua a las poblaciones es muy importante, pero también esta actividad tiene elementos que dificultan proveer este líquido vital al 100%. Algunos de los desafíos que se han enfrentado para brindar este servicio se mencionan en esta sección, pero antes será necesario explicar qué es una red de distribución.

#### **1.4.1 RED DE DISTRIBUCIÓN**

En primera instancia, de acuerdo con Ribeiro *et al.* (2015) el sistema de suministro de agua se divide en dos partes: la transmisión principal (tuberías que conducen el agua a los tanques) y la red de distribución de agua (tuberías y las conexiones de servicio que distribuye agua a los consumidores).

Pasando al segundo término mencionado en el párrafo anterior, Shafiee *et al.* (2014) explica que los sistemas de distribución de agua se diseñan para entregar un suministro confiable de agua y así cumplir con las demandas de los usuarios en una ciudad, comunidad o municipio. El suministro de este líquido comprende desde la fuente hasta los consumidores (casas, industrias, campo, etc.); es importante mencionar como lo hace Islam *et al.* (2012), que en este recorrido desde la planta de tratamiento hasta el usuario, un porcentaje significativo de este recurso se pierde a través de fugas.

Una idea que se puede hacer acerca de la dimensión de los sistemas de distribución y que Borovik *et al.* (2009) señalan, es que los sistemas de distribución de agua son entidades complicadas con miles de conductos interconectados y otros componentes. Dada esta magnitud, cuando se presentan fugas es complicado detectarlas.

#### **1.4.2 PÉRDIDA DE AGUA**

A partir del año 1850, el control de las pérdidas de agua en la red de suministro ya era una preocupación (Ribeiro *et al.* 2015). En las últimas décadas ha sido de gran interés para los administradores de sistemas de agua de todo el mundo la minimización de estas

pérdidas, que frecuentemente han alcanzado del 30% al 40% de toda el agua que abastece el sistema de suministro. Hoy en día, los temas de problema de pérdida de agua y el control de los sistemas de distribución de agua son cada vez más relevantes, e incluyen tópicos como sustentabilidad de consumo y protección ambiental (Araujo *et al.* 2006). Cabe mencionar que el término de administradores de agua lo pueden recibir organizaciones gubernamentales que su trabajo en la administración y regulación de este recurso o incluso empresas privadas, esto varía dependiendo del país.

Es interesante saber que incluso en las más recientes y bien construidas redes de distribución, ocurre algún nivel de fuga y explosiones en las tuberías, ocasionado pérdida de agua. En la investigación realizada por Ribeiro *et al.* (2015), mencionan que las redes de distribución de este líquido vital tienen conexiones complejas que hacen que el control de la pérdida de agua sea una tarea difícil. Si la pérdida de este recurso esencial no es visible y los usuarios no reportan las anomalías del servicio como: la baja presión o escasez de agua, las fugas serán difíciles de localizar. La actividad de localizar fugas es usualmente realizada con equipo acústico, el cuál es una labor cara ya que requiere trabajo humano especializado y puede consumir mucho tiempo. Los sistemas u organismos que brindan servicio de agua aspiran a una metodología o técnica automática, rápida y precisa de localización de fugas.

Así como el sistema de suministro se divide en dos partes (transmisión principal y red de distribución de agua), las pérdidas en una red de distribución de agua también se dividen, y en este caso en dos: pérdida real y pérdidas aparentes. Las pérdidas reales se componen de fugas, tuberías rotas (conocidas y desconocidas) y el agua que fluye fuera del sistema de distribución antes de usarse. Las pérdidas aparentes se refieren al consumo de agua sin una medida efectiva, la cual es causada por el consumo no autorizado de agua (conexiones ilegales y agua robada por los usuarios) y la inexactitud de los instrumentos de medida. Las pérdidas aparentes no sólo reducen los ingresos a las empresas que suministran agua (costos en estudios para la detección de fugas, reparaciones, etc.), sino también en los resultados de datos, los cuales afectarán en la administración del suministro de agua y en estudios relevantes. Comparado con las pérdidas reales, las pérdidas aparentes son más difíciles de investigar, es por ello que a través de los años los investigadores dan más atención a la administración de pérdidas reales para controlar las fugas (Xin *et al.* 2014).

### **1.4.3 CIFRAS DE PÉRDIDA DE AGUA**

El siguiente paso es conocer datos y cifras relacionados a la pérdida de agua, ya que de esta forma nos permite dimensionar qué tan grave es este tema. Islam *et al.* (2012) menciona que en el reporte de la evaluación de suministro y saneamiento de agua global (WHO-UNICEF-WSSCC 2000), el valor típico estimado de agua que no se contabiliza (pérdida de agua debido a conexiones ilegales, fugas, etc.) es el siguiente: África 39%, Asia 42%, Latinoamérica 42%, Caribe y Norteamérica 15%. Este reporte

también declara que uno de los principales componentes de la pérdida de agua son las fugas.

Como ya se mencionó, uno de los principales desafíos que enfrentan las empresas de servicios de agua a nivel mundial son los altos niveles de pérdida en las redes de distribución. En un estudio realizado por Mutikanga y Sharma (2011) señalan que de acuerdo con un estudio del Banco Mundial, cerca de 32 billones de metros cúbicos de agua tratada son perdidos anualmente como fugas del sistema de distribución de agua (*Water distribution systems: WDSs*) alrededor del mundo, y 16 billones de metros cúbicos son usados sin ser pagados. También se estima que los costos de pérdida de agua son 14 billones de dólares al año (Mutikanga y Sharma, 2011). Diversos factores han hecho que las empresas de servicios de agua en países desarrollados necesiten operar eficientemente para proveer servicio sustentable de agua, algunos de ellos son: los cambios climáticos, la urbanización, el crecimiento de población, el incremento de la demanda de agua, la escasez, etc.

#### **1.4.4 CAUSAS DE PÉRDIDA DE AGUA**

Entre las causas principales de fugas en un sistema, Islam *et al.* (2012) mencionan varias. Los factores que pueden hacer vulnerable una red de distribución y causar las fugas están: factores físicos, hidráulicos y ambientales, entre otros. Los factores externos a la red, los componentes físicos de la red, la presión con la cual opera el sistema, los años de la red, la calidad de las obras, y las prácticas con las que operan la red, influyen directa e indirectamente a las fugas.

La ocurrencia frecuente de fugas y explosiones en la red pueden conducir a pérdidas significantes de agua, además de que indica una salud pobre del sistema de agua (Shafiee *et al.*, 2014).

Con respecto a las afectaciones que se derivan de las pérdidas de agua y que Shafiee *et al.* (2014) consideran, se tiene que conducen a interrupciones del servicio, al consumo ineficiente de energía y de las fuentes de agua, además de que provocan vulnerabilidad de la red debido a intrusiones de patógenos. Ribeiro *et al.* (2015) explican que el impacto negativo de la pérdida de agua para las compañías que suministran agua y la sociedad, son: el impacto operacional (nivel bajo de servicio), económico (bajos ingresos, alta operación y costos), ambiental (gran cantidad de agua y energía usada), salud pública (potenciales focos de contaminación) y sociales (disrupción del servicio, problemas de tráfico y daños a las personas y sus pertenencias). Estos impactos serán cada vez más graves con el incremento de la demanda de agua, el cambio climático y la escasez de agua.

Ribeiro *et al.* (2015) señalan que las pérdidas de agua pueden ser administradas y minimizadas reemplazando las tuberías defectuosas, optimizando el funcionamiento de

los tanques y las bombas, manteniendo baja presión en una red a través de la instalación de válvulas de control de presión. Estos autores, también mencionan que el presupuesto también puede limitar el diseño de mejores infraestructuras. Borovik *et al.* (2009) mencionan que otra alternativa para reducir fugas es el control de la presión en todas las sub-redes. Ejemplo de lo anterior es la industria del agua en Reino Unido, que considera que el mayor desafío es reducir las fugas en un sistema de distribución de agua. Recientemente estas compañías han invertido fuertemente en reestructurar las redes de agua en pequeñas sub-redes conocidas como áreas de medición de distrito (*District Metering Areas: DMAs*). Una DMA es una sub-red donde los límites de flujos son monitoreados para evaluar las fugas. Algo parecido en México es la sectorización, que consiste en separar la red de distribución en zonas aisladas físicamente entre ellas, con su propia fuente de suministro (CONAGUA, 2012).

El consumo de energía eléctrica en un WDS también es un tema fundamental, como Xu *et al.* (2015) mencionan, el suministro de agua es una industria intensiva de energía, ya que consume del 2% al 3% de la energía mundial y más del 70% es usado en el sistema de distribución, por ello, la mejora del metabolismo de la energía en un sistema de distribución de agua se ha convertido en un tema preocupante junto al aumento de la demanda de agua y la necesidad de reducir los gases de invernadero.

Esta sección se ha realizado para presentar de manera general los problemas del suministro de agua que diferentes autores de diversos países han planteado, y que también en nuestro país suceden. Saber en qué consiste una red de distribución y las causas de pérdida de agua son parte de la construcción de la investigación, debido a que las pérdidas de agua son la base del caso de aplicación. A continuación, se presenta la situación de nuestro país.

## **1.5 SITUACIÓN NACIONAL**

Dadas las referencias anteriores de datos mundiales, es momento de conocer las condiciones y la situación actual de nuestro país.

Todos tenemos derechos humanos al acceso al agua y al saneamiento, y en México de acuerdo con la reforma al artículo 4to. de la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos, publicada el 8 de febrero de 2012, toda persona tiene derecho al acceso, disposición y saneamiento de agua para consumo personal y doméstico en forma suficiente, salubre, aceptable y asequible. Este artículo también establece la participación de los tres órdenes de gobierno y la sociedad misma para garantizar este derecho (SEMARNAT y CONAGUA, 2014).

En el país, anualmente se reciben 1,449,471 mil millones de metros cúbicos de agua en forma de precipitación. De esta agua, se estima que el 72.5% se evapora transpira y regresa a la atmósfera, el 21.2% escurre por los ríos o arroyos, y el 6.3% restante se

infiltra al subsuelo de forma natural y recarga los acuíferos. Considerando las exportaciones e importaciones de agua con los países vecinos, México cuenta anualmente con 446,777 mil millones de metros cúbicos de agua dulce renovable. (CONAGUA, 2016a).

Un dato relevante, es que el 70% del agua que se extrae en México, proviene de fuentes subterráneas (acuíferos). Cabe mencionar que de los 653 acuíferos registrados en el país, 106 acuíferos han sido sobrexplotados (Ímaz *et al.*, 2015)

México tiene un clima árido en el 52% del territorio y un clima semiárido en el 31% del territorio nacional. El mayor crecimiento poblacional y económico se ha generado en las zonas con menor disponibilidad de agua, esto se puede notar con la siguiente información: en el centro y norte del país, se tiene el 32% de disponibilidad nacional de agua, se concentra el 77% de la población y se genera el 79% del Producto Interno Bruto (PIB); situación que contrasta con la zona sur y sureste, donde existe, el 68% de la disponibilidad de agua y únicamente se ubica el 23% de la población con una aportación al PIB del 21% (SEMARNAT y CONAGUA, 2014).

Con respecto a las políticas hidráulicas, desde principios del siglo XX, estas han respondido a la demanda de la sociedad mexicana, con una gestión de la oferta del agua, orientada al desarrollo económico, a través de la construcción de infraestructura hidráulica diversa como: pozos, presas, acueductos, sistemas de suministro de agua potable y riego agrícola entre otras. A través de esta infraestructura la población del país ha podido tener acceso a este recurso.

En el Programa Nacional Hídrico 2014-2018 (SEMARNAT y CONAGUA, 2014) también se menciona que en nuestro país existe un sistema de concesiones y asignaciones de agua superficial y subterránea regida por la Ley de Aguas Naturales (LAN). En las Estadísticas del Agua en México (CONAGUA, 2015) se señala que la Ley de Aguas Naturales establece que la explotación, uso o aprovechamiento de las aguas nacionales se realizará mediante títulos de concesión o asignación otorgados por el Ejecutivo Federal a través de la CONAGUA, por medio de los organismos de cuenca (OC) o directamente por ésta cuando así le competa, de acuerdo con las reglas y condiciones que dispone la LAN y su reglamento. De manera similar, para las descargas de aguas residuales, es necesario contar con un permiso de descarga expedido por esta misma institución.

SEMARNAT y CONAGUA (2014) manifiestan que aún con estos organismos el manejo de los recursos hídricos ha sido insuficiente, debido a que no se han consolidado los mecanismos e instrumentos para implementar eficazmente las políticas públicas, afectando a la gestión, manejo y administración del agua.

### 1.5.1 COBERTURA DE AGUA EN EL PAÍS

De acuerdo con datos obtenidos de la proyección del Consejo Nacional de Población (CONAPO), en 1950, México tenía 25.8 millones de habitantes y a mediados de 2013 tenía 118.4 millones. A partir de 1970, la población pasó de ser mayoritariamente rural a predominantemente urbana. CONAPO estima que en el 2050 nuestro país tendrá 150.8 millones de habitantes, lo que implicará mayor necesidad de recursos hídricos. Otro factor que ha cambiado con los años es la disponibilidad natural media *per cápita* de agua en el país, la cual en 1950 era de  $18,035 \text{ m}^3/\text{hab}/\text{año}$  y en 2013 disminuyó a  $3,982 \text{ m}^3/\text{hab}/\text{año}$ , cifra que el Programa de Naciones Unidas para el Desarrollo calificó como baja (SEMARNAT y CONAGUA, 2014).

En el Programa Nacional Hídrico 2014-2018 (SEMARNAT y CONAGUA, 2014) se menciona que la concentración y el crecimiento acelerado de la población en localidades urbanas han ejercido presiones en el medio ambiente y en la demanda de servicios. Hasta el año 2012, la demanda total de aguas nacionales del país era de 78,400 millones de metros cúbicos, misma que se cubría con un volumen sustentable<sup>9</sup> de 66,900 millones de metros cúbicos de fuentes superficiales y subterráneas y con un volumen no sustentable<sup>10</sup> de 11,500 millones de metros cúbicos, de los cuales 6,500 provinieron de acuíferos sobreexplotados. El mayor porcentaje de la demanda se concentra en el sector agrícola. Debido al crecimiento de la población y por ende el aumento de las actividades productivas, se prevé que en 20 años la demanda llegará a 91,200 millones de metros cúbicos y la oferta puede llegar a 68,300 millones de metros cúbicos.

El Consejo Nacional de Evaluación de la Política de Desarrollo Social (CONEVAL), publicó La evolución de la pobreza 2010-2016, en el cual se menciona que el número de personas en pobreza en México en el 2016 fue de 53.4 millones (CONEVAL, 2017). Cabe mencionar que las personas consideradas con carencias por acceso a los servicios básicos en la vivienda son las que no cuentan con los servicios de agua, drenaje y electricidad (SEMARNAT y CONAGUA, 2014).

Con base en los datos nacionales de las Estadísticas a propósito del día mundial del agua (INEGI, 2016), se menciona que en México, en 2015, el porcentaje de viviendas particulares que contaban con servicio de agua entubada fue del 94.6%, mientras que el servicio de drenaje fue de 92.8%. Entre las entidades federativas con menor porcentaje de cobertura de servicio drenaje fueron Oaxaca, Guerrero, San Luis Potosí, Yucatán y Veracruz; mientras que las entidades con menor porcentaje de servicio de agua entubada fueron Oaxaca, Guerrero, Chiapas, Veracruz y Puebla.

<sup>9</sup> Volumen sustentable: Cantidad de agua, superficial o subterránea, que se extrae artificialmente sin afectar las fuentes naturales de abastecimiento.

<sup>10</sup> Volumen no sustentable: Cantidad de agua, superficial o subterránea, que se extrae artificialmente afectando las fuentes naturales de abastecimiento.



Como se mencionó anteriormente, la carencia de agua es un factor de pobreza. En el Programa Nacional Hídrico 2014-2018 (SEMARNAT y CONAGUA, 2014) se señala que el índice Ethos<sup>11</sup> de pobreza para México consideró a las variables: ingreso (22%), servicio sanitario (21%) y acceso al agua potable (20%). De estos porcentajes se observa que la variable que más contribuyó a la pobreza del hogar fue el ingreso, mientras que el 41% del factor de la pobreza se atribuye a la cantidad y calidad del agua en la población pobre.

CONAGUA (2016a) señala que la cobertura de agua potable considera a las personas que tienen agua potable en la vivienda o terreno, la cual puede provenir del servicio público de agua, pozo particular o comunitario o de la llave pública. Con respecto a este porcentaje de la población que tiene acceso a este recurso hídrico, CONAGUA ha publicado en las Estadísticas del agua, edición 2013, 2015 y 2016, que la cobertura en estos años de este líquido vital, ha sido la siguiente: 90.9% en 2010, 92% en 2012 (95.5% en zonas urbanas y 80.3% en zonas rurales), 92.4% en 2014 (95.1% en zonas urbanas y 82.9% en zonas rurales) y 92.5% en 2015 (95.7% en zonas urbanas y 81.6% en zonas rurales). SEMARNAT y CONAGUA (2014) señalan que para el cierre del 2012, la cobertura de alcantarillado fue 90.5%. Esta misma fuente menciona que incluso con los avances logrados en la gestión de recursos hídricos, aproximadamente 9 millones de personas carecen de agua potable (de los cuales 5 millones pertenecen a zonas rurales), y 11 millones de personas no cuentan con alcantarillado (de los cuales 7.8 millones pertenecen a zonas rurales).

En la Figura 1.4 se puede observar cómo a través de los años, el nivel de cobertura de la población rural y urbana con agua potable ha ido incrementando. A pesar de que la población rural ha ido en aumento a una velocidad menor que la urbana, poco a poco se ha ido cubriendo el acceso al agua potable (en 2010, de 26.05 millones de habitantes, 19.55 millones de personas tuvieron el acceso a este servicio).

La provisión de agua potable y de saneamiento es importante, debido a que está muy relacionada con la salud de la población, en especial con la disminución de: mortalidad y morbilidad en la población de menores de 5 años, por enfermedades de transmisión hídrica (cólera, disentería y otros causados por diarrea), y de las afecciones resultantes del consumo de componentes químicos patógenos como arsénico, flúor, entre otros. (CONAGUA, 2015).

<sup>11</sup> Índice ETHOS: La pobreza obedece a una situación caracterizada por la incapacidad de satisfacer necesidades del hogar y del entorno que resultan necesarias para conducir a las personas a un estado de bienestar de acuerdo con el consenso social y a la realidad política, económica y social de determinada sociedad.

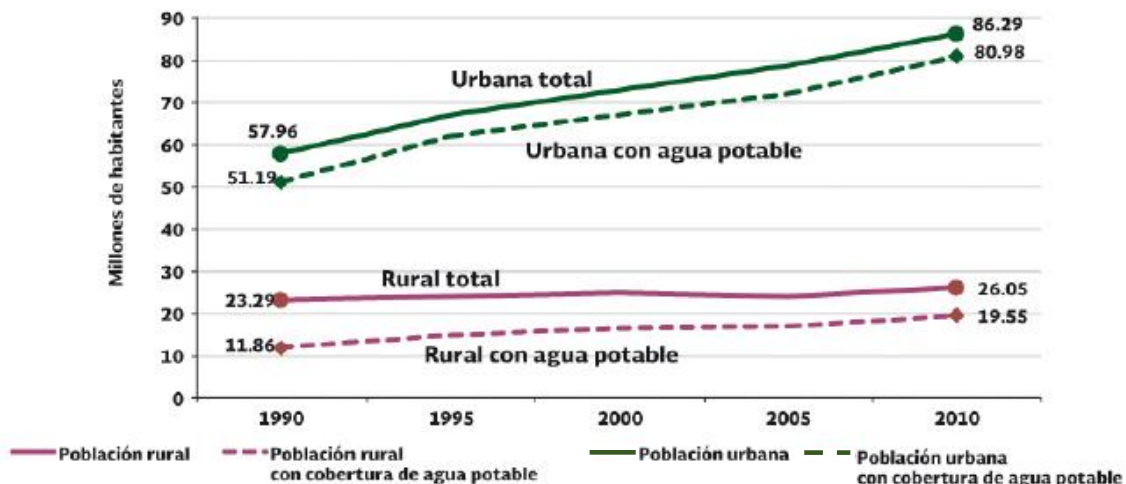


Figura 1.4 Evolución de la cobertura de agua potable de la población rural y urbana, 1990 – 2010. Tomado de Estadísticas del agua en México, por CONAGUA (2015)

## 1.5.2 CONSUMO DEL AGUA

El agua es importante en nuestra vida cotidiana, además del uso personal como aseo, lavado de ropa y del hogar, lavado y preparación de alimentos, también es usada en otras actividades importantes como la agricultura, la industria, etc. En México, el Registro Público de Derechos de Agua (REPGA) tiene clasificados los usos del agua en doce rubros, y a su vez, estos rubros se categorizan en usos agrupados, los cuales se dividen en consuntivos y no consuntivos. Los usos agrupados consuntivos son: agrícola, abastecimiento público, industria autoabastecida y energía eléctrica (excluyendo hidroelectricidad), y el uso agrupado no consuntivo es la hidroeléctrica (CONAGUA, 2013).

De acuerdo con SEMARNAT y CONAGUA (2014) se tienen 82,734 millones de metros cúbicos concesionados para usos consuntivos<sup>12</sup>, los cuales están compuestos de la siguiente forma: 50,951 millones de metros cúbicos de fuentes superficiales y 31,783 millones de metros cúbicos de acuíferos, el volumen concesionado para uso en plantas hidroeléctricas fue de 166,014 millones de metros cúbicos.

Los volúmenes concesionados en los usos agrupados consuntivos se muestran en la Tabla 1.1. En la segunda columna de esta tabla, se observa el volumen total concesionado por cada uso agrupado, de los cuales el uso agrupado agrícola es el que recibe el mayor volumen concesionado. De acuerdo con CONAGUA (2016a), en la mayoría de los municipios del país predomina este uso agrupado seguido del grupo de abastecimiento público.

<sup>12</sup> Uso consuntivo: el volumen de agua de una calidad determinada que se consume al llevar a cabo una actividad específica, el cual se determina como la diferencia del volumen de una calidad determinada que se extrae, menos el volumen de una calidad también determinada que se descarga, y que se señalan en el título respectivo.

Tabla 1.1 Volúmenes concesionados en los usos agrupados consuntivos, 2015

Uso agrupado	Volumen total (mil millones de $m^3$ )	Porcentaje de extracción
Agrícola	65.36	76.3
Abastecimiento público	12.48	14.6
Industria autoabastecida	3.68	4.3
Energía eléctrica excluyendo hidroelectricidad	4.15	4.8
<b>Total</b>	<b>85.67</b>	<b>100</b>

Adaptado de Estadísticas del agua en México, por CONAGUA, 2016a

La tercera columna muestra los porcentajes de extracción, que son los siguientes: el uso agrupado agrícola tiene el mayor volumen concesionado y está representado por el 76.3%, el abastecimiento público 14.6%, la industria autoabastecida 4.3% y la energía eléctrica excluyendo hidroelectricidad tiene el 4.8%. Con respecto a las centrales hidroeléctricas (uso no consuntivo) se utilizaron en 2015, 138,662 hectómetros cúbicos de agua.

En el Manual de agua potable, alcantarillado y saneamiento: datos básicos para proyectos de agua potable y alcantarillado (CONAGUA, 2016b) se señala que el consumo es la parte del suministro de agua potable que generalmente utilizan los usuarios, sin considerar las pérdidas del sistema. El consumo se expresa en unidades de  $m^3/d$  ó  $l/d$ , cuando se refiere a consumo *per cápita* las unidades son  $l/hab/día$ .

Relacionado al consumo por persona en El Agua en México: lo que todas y todos debemos saber (FEA<sup>13</sup>, 2006) se menciona que el consumo varía dependiendo de diversos factores, como: el clima de la región donde habita, el nivel socioeconómico y sus costumbres, la disponibilidad de agua en la zona, las dificultades para acceder a ella, el nivel de cultura del agua de la persona, la actividad económica a que se dedica la población.

De acuerdo con CONAGUA (2016b), el consumo promedio diario en una zona rural es de 100  $l/hab$  (Tabla 1.2).

<sup>13</sup> Descripción de sigla en Anexo 1.

Tabla 1.2 Consumo doméstico diario en una zona rural

Uso	Consumo diario (l/hab)
Bebida, cocina y limpieza	30
Eliminación de excretas	40
Aseo personal	30
<b>Total</b>	<b>100</b>

Adaptado de Manual de agua potable, alcantarillado y saneamiento: datos básicos para proyectos de agua potable y alcantarillado, por CONAGUA, 2016b

Con respecto al consumo de agua en zonas urbanas, CONAGUA (2016b) señala que se determina de acuerdo con el tipo de usuarios (Figura 1.5).

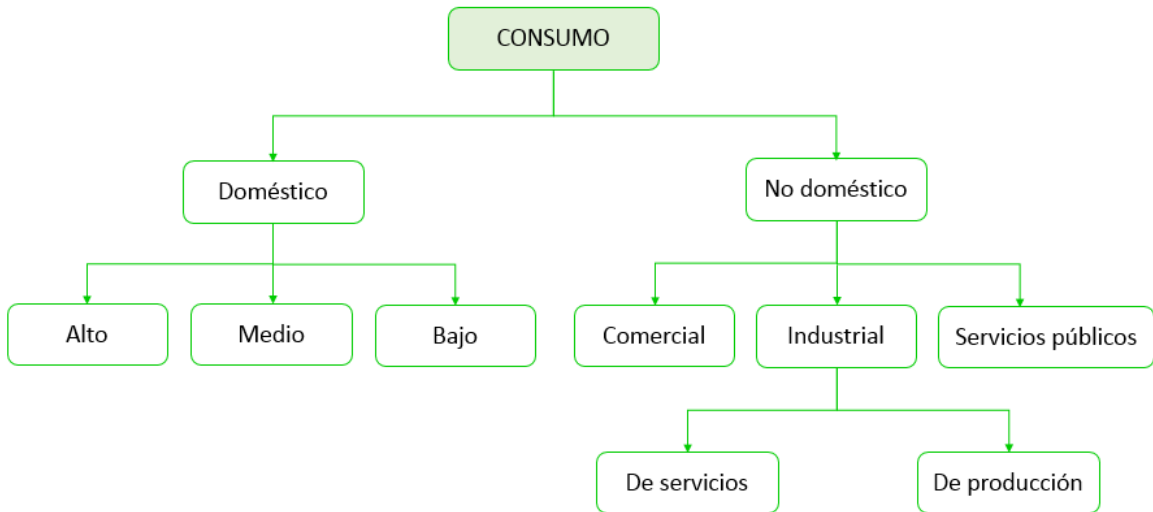


Figura 1.5 Tipos de consumo de acuerdo con el tipo de usuarios en zonas urbanas. Adaptado de Manual de agua potable, alcantarillado y saneamiento: datos básicos para proyectos de agua potable y alcantarillado, por CONAGUA, 2016b

Con el fin de determinar los factores que influyen en el consumo de agua y sus variaciones de acuerdo con el clima, CONAGUA, por medio del Centro de Investigación y Docencias Económicas (CIDE), llevó a cabo un estudio de consumo de agua potable en zonas urbanas (localidades mayores de 20,000 habitantes). En la Tabla 1.3 se presenta el promedio del consumo de agua potable por clima predominante.

Tabla 1.3 Promedio del consumo de agua potable estimado por clima predominante

Clima	Consumo <i>l/hab/día</i>			Subtotal por clima
	Bajo	Medio	Alto	
Cálido Húmedo	198	206	243	201
Cálido Subhúmedo	175	203	217	191
Seco o Muy Seco	184	191	202	190
Templado o Frío	140	142	145	142

Adaptado de Manual de agua potable, alcantarillado y saneamiento: datos básicos para proyectos de agua potable y alcantarillado, por CONAGUA, 2016b

Estos datos, son útiles para comparar los datos obtenidos de una localidad o para diseños de redes de suministro cuando no se tienen estadísticas al respecto.

Finalmente, dos conceptos importantes de mencionar son la huella hídrica (HH) y el agua virtual. AgroDer (2012) señala que debido a que gran cantidad del agua es de consumo indirecto surge la necesidad de cuantificar el volumen de agua que se utiliza en la fabricación de un producto.

La huella hídrica es un indicador de toda el agua que se utiliza en la vida diaria, la que se utiliza para producir comida, en procesos industriales y generación de energía, así como la que se ensucia y contamina a través de esos mismos procesos; nos permite conocer el volumen de agua que aprovecha un individuo, un grupo de personas o consumidores, una región, un país o la humanidad. El agua virtual (AV) es el agua que se usa a lo largo de la cadena de procesos para elaborar un producto. El agua virtual representa el cálculo de la cantidad total de agua que se requiere para obtener un producto, incluye el agua utilizada durante: cultivo, crecimiento, procesamiento, fabricación, transporte y venta de los productos. Para cada alimento y producto se puede calcular el contenido de agua virtual; se dice que es virtual porque no está presente en los productos finales (AgroDer, 2012). Uno de los ejemplos que se puede mencionar es: un kilogramo de maíz en México requiere en promedio 1,860 litros de agua y un kilogramo de carne de res requiere 15,415 litros, cabe mencionar que estos valores varían de acuerdo con el país (CONAGUA, 2015).

### 1.5.3 DESPERDICIO DE AGUA EN MÉXICO

Se pueden mencionar tres razones para el desperdicio de agua (FEA, 2006):

- deficiencias en la operación y la infraestructura para la captación y distribución de agua;
- malos hábitos de consumo de los usuarios;

- falta de cultura en re-uso, aprovechamiento y separación de agua de lluvia.

De acuerdo con la publicación citada en el párrafo anterior se tiene que, en nuestro país más del 75% del agua dulce de que se dispone se usa en actividades agrícolas, alrededor del 50% se pierde o desperdicia por métodos y operaciones ineficientes, por prácticas inadecuadas del uso del líquido en parcelas, una infraestructura de riego ineficiente, falta de coordinación en la elaboración de políticas públicas y por cultivos inapropiados como la alfalfa en zonas áridas.

Además del desperdicio del agua en las actividades agrícolas, se tienen que considerar las pérdidas en las redes de distribución de agua potable que van hacia las principales ciudades del país; la falta de mantenimiento a estas ha contribuido a pérdidas de 40% del agua a distribución debido a fugas en las tuberías. En 1997 se tenía registro de que las pérdidas de este líquido por fugas en las redes primarias y secundarias de la ciudad de México se calcularon en un 37% del caudal con el que se le abastecía. Esto representa más de 12 mil litros por segundo, esto equivale a un desperdicio anual de aproximadamente 400 millones de metros cúbicos de agua potable. Estas pérdidas son causadas por la antigüedad de las tuberías, a las fisuras y fracturas originadas por hundimientos diferenciales del terreno, relacionadas al proceso de instalación, la mala calidad de algunos materiales o a las conexiones defectuosas de tomas clandestinas agua (FEA, 2006).

Al año 2006, en la ciudad de México, se registró que se desperdiciaban 5,000 litros de agua por segundo y se recibían al año entre 22 mil y 25 mil reportes de fuga de agua. Las fugas también tienen un impacto económico, pues el costo promedio por metro cúbico de agua recuperada fue de 530 millones 700 mil pesos, lo cual equivale a la mitad de lo que cuesta incrementar un metro cúbico por segundo de nuevos caudales de fuentes externas.

El Programa Nacional Hídrico 2014-2018 menciona que las pérdidas de agua en las redes de distribución son de entre 30% y 50%. Las mermas se atribuyen a la edad de las tuberías, falta de control de la presión y la mala calidad de los materiales empleados. También señala que en los domicilios se siguen utilizando muebles de alto consumo y se presentan fugas inadvertidas o no atendidas. Además, considera que una limitante en el desarrollo del sector hídrico ha sido, la inversión y financiamiento insuficiente para ampliar, mantener y operar la infraestructura hidráulica del país.

El mayor beneficio de la reducción de fugas de acuerdo con el Manual de Incremento de Eficiencia Física, Hidráulica y Energética en Sistemas de Agua Potable (CONAGUA, 2012), es el ahorro en costos de producción y distribución de agua, principalmente de energía eléctrica y potabilización.

Los beneficios indirectos al reducir fugas se vinculan al ahorro en costos por:

- reducción de construcción de nueva infraestructura de agua y energía eléctrica;
- disminución del deterioro de infraestructura existente;
- reducción del mantenimiento excesivo.

Otros de los beneficios son: la eficiencia del servicio de agua, el incremento en la continuidad y cobertura del servicio, conservación de fuentes de abastecimientos locales, aumento en la calidad del agua entregada a usuarios, mayor disponibilidad en cantidad y presión, menores emisiones de CO<sub>2</sub>, mejor imagen institucional.

#### 1.5.4 EL FUTURO DEL PAÍS

CONAGUA (2016a) ha reportado que el incremento de la población en México ocasionará la disminución del agua renovable *per cápita*<sup>14</sup> a nivel nacional. Se prevé que el decremento será de 3,692 m<sup>3</sup>/hab/año en 2015 a 3,250 m<sup>3</sup>/hab/año en 2030. Además, en algunas RHA<sup>15</sup> en el año 2030, el agua renovable *per cápita* alcanzará niveles cercanos o incluso inferiores a los 1,000 m<sup>3</sup>/hab/año; lo que califica como una condición de escasez grave.

Se contempla que para enfrentar la disminución de la cantidad de agua en el futuro, se realizarán acciones para reducir la demanda como: incremento de la eficiencia del uso del agua para riego y en los sistemas de distribución de agua en las ciudades; también el aumento de agua residual tratada y su reúso, el incremento de la disponibilidad y la calidad de agua para los usos a los que se destine. En el área rural será necesario aumentar la cobertura de agua potable, saneamiento y alcantarillado para garantizar el desarrollo social.

El tema de cambio climático es muy importante ya que entre sus efectos en nuestro país se prevé disminución de la disponibilidad de agua, además de variación en la precipitación, escurrimiento y humedad del suelo. En México, en los últimos años ha pasado por situaciones catastróficas: en el 2009 experimentó la segunda peor sequía en 60 años, el 2010 fue el año más lluvioso de que se ha tenido registro y en 2011 se inició la sequía más severa en 70 años (AgroDer, 2012).

<sup>14</sup> Agua renovable per cápita: El agua renovable per cápita de un país resulta de la operación de dividir sus recursos renovables entre el número de habitantes. Agua renovable es la cantidad máxima de agua que es factible explotar anualmente.

<sup>15</sup> RHA (Regiones hidrológicas administrativas): En México, para fines de administración y preservación de las aguas nacionales, a partir de 1997, el país se ha dividido en trece RHA, que están formadas por agrupaciones de cuencas, consideradas las unidades básicas de gestión de recursos hídricos, pero sus límites respetan los municipales para facilitar la integración de la información socioeconómica.

A nivel mundial, el 4º Reporte de Síntesis del Panel Intergubernamental del Cambio Climático (IPCC) en el año 2007, considera que las emisiones de gases de efecto invernadero irán en aumento en los próximos años, y se estima que a finales del siglo XXI las temperaturas irán en aumento de dos a cuatro grados centígrados. El ciclo hidrológico se verá afectada presentando un padrón variable entre las precipitaciones, humedad del suelo, escurrimiento, entre otros. Las actividades que dependen de los recursos hídricos se verán impactadas como la producción de alimentos, suministro de agua potable y saneamiento (CONAGUA, 2013).

En el Programa Nacional Hídrico 2014-2018, se menciona que referente a la adaptación al cambio climático, México es un país con grandes contrastes en sus climas lo cual afecta a los procesos productivos y las actividades de los habitantes. Diversos estudios señalan que entre el 2013 y 2030 las variaciones de temperatura y precipitación en el territorio mexicano se intensificarán. Algunas de las consecuencias en el sector hídrico serán: variaciones en la disponibilidad de agua (tanto superficial como subterránea) para los diferentes usos, impacto al medio ambiente asociado con el recurso hídrico, esto es, ríos, lagos, embalses artificiales, lagunas costeras y humedales.

WWF<sup>16</sup> (2010) menciona que la combinación del cambio climático y las presiones del hombre (aumento de sus necesidades, requerimiento de más espacios) afecta a muchos ecosistemas. La administración incorrecta del agua también afecta a la naturaleza por la falta de este recurso. La biodiversidad de los ecosistemas dulceacuícolas, se ha visto afectado debido a la sobre explotación del agua, la contaminación en ríos, lagunas, lagos y aguas subterráneas, infraestructura hídrica mal planeada. Mientras la población aumente, sus necesidades incrementarán y esto provocará que la presión sobre los ecosistemas de agua dulce también aumente.

## **1.6 ANTECEDENTES DEL CASO DE APLICACIÓN**

Dadas las circunstancias en las que hoy en día vivimos y de acuerdo con lo mencionado en este capítulo, resulta muy relevante estudiar el tema del agua, ya que es un recurso finito que se ha visto severamente afectado a través de los años y cuya laceración seguirá en aumento a medida que siga creciendo la población, por lo tanto, debemos ser conscientes del uso, manejo y administración de este líquido vital.

Entre los informes e indicadores que han sido publicados a nivel nacional e internacional, los índices de demanda registrados, el porcentaje de habitantes sin cobertura de agua potable, la sobreexplotación de cuencas y acuíferos, el tratamiento aguas residuales, pérdida de agua, entre otros temas igualmente importantes; no podemos ser indiferentes ante la situación en la que vivimos, ya que es un problema de todos y debemos salvaguardar el planeta que le dejaremos a futuras generaciones, preservando los ecosistemas y la biodiversidad que hay en él.

<sup>16</sup> Descripción de sigla en Anexo 1.



Antes de dar inicio al capítulo del caso de aplicación, es necesario explicar qué es PUMAGUA, ya que mediante el Programa de Apoyo al Desarrollo Hidráulico de los Estados de Puebla, Oaxaca y Tlaxcala (PADHPOT) se definió el caso. PUMAGUA es el Programa de Manejo, Uso y Reúso del agua en la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM). Tiene como metas reducir en un 50% el consumo de agua potable, mejorar la calidad de agua potable para que sea bebible y del agua tratada para que cumplan con las normas aplicables, además de fomentar la participación de la comunidad universitaria en el uso responsable del agua. A través de PADHPOT los resultados de las acciones realizadas de PUMAGUA se aplican a las comunidades. PADHPOT atiende de manera integral los rezagos en el servicio de agua y saneamiento en ocho municipios de los estados de Puebla, Oaxaca y Tlaxcala, con el fin de que estas comunidades sean capaces de gestionarlos de manera autónoma a largo plazo.

Como se mencionó anteriormente, por medio de PADHPOT se definió el caso de aplicación, el cual es, la cabecera del municipio de San Martín Texmelucan, Puebla. Ante la problemática de esta localidad, que consiste en las grandes pérdidas en el suministro de agua ocasionado por fugas, PADHPOT realizó una propuesta basada en la sectorización de la red de agua potable para la detección de fugas. Partiendo de esta propuesta, se construyó el Capítulo 2, con la finalidad de conocer la situación actual de este lugar, el objetivo de la sectorización y así plantear el problema de investigación.

---

## **CAPÍTULO 2. DESCRIPCIÓN DEL CASO DE APLICACIÓN**

---

### **2.1 INTRODUCCIÓN AL CAPÍTULO**

El presente capítulo describe el caso de aplicación en el cual se desarrolla esta investigación. Como se mencionó anteriormente, el caso se definió en conjunto con el Programa de Apoyo al Desarrollo Hidráulico de los Estados de Puebla, Oaxaca y Tlaxcala (PADHPOT). Esta sección consiste en la descripción del sistema de suministro de agua potable en la cabecera municipal de San Martín Texmelucan: San Martín Texmelucan de Labastida; ubicado en el estado de Puebla, y del problema de investigación.

Como se mencionó en los antecedentes del caso de aplicación en el capítulo anterior, PADHPOT aplica los resultados de las acciones realizadas por PUMAGUA (Programa de Manejo, Uso y Reúso del agua en la Universidad Nacional Autónoma de México) a ocho municipios de los estados de Puebla, Oaxaca y Tlaxcala; y su enfoque se dirige al rezago de agua potable y saneamiento.

La información presentada en este capítulo fue proporcionada por PADHPOT. La cual fue el producto del trabajo de este programa con el Sistema Operador de los Servicios de Agua Potable y Alcantarillado del municipio de San Martín Texmelucan (SOSAPATEX). Con la información recibida por SOSAPATEX y la problemática presentada, PADHPOT recopiló y analizó información, realizó trabajo de campo, entre otras actividades, y así obtuvo una propuesta para la cabecera municipal. El Programa de Apoyo al Desarrollo Hidráulico de los Estados de Puebla, Oaxaca y Tlaxcala llevó a cabo este trabajo en el periodo que comprende el último trimestre de 2015 y el primer semestre de 2016. Esta información se puede encontrar en los informes elaborado por PADHPOT.

Para comprender el sistema bajo estudio es necesario conocer sus elementos y las relaciones entre ellos. En este caso, la descripción de la situación del suministro de agua de la cabecera municipal considera los siguientes elementos: las fuentes de agua, cantidad que se suministra a la población, número de usuarios, dimensión del consumo, además de otra información relevante; así, todos estos componentes que integran al sistema serán la esencia de la construcción de este apartado. Por lo tanto, este capítulo está integrado de la siguiente forma: modelo conceptual del sistema de distribución de agua de San Martín Texmelucan de Labastida, datos generales del caso de aplicación, descripción del suministro de agua, usuarios y consumos, suministro y pérdidas, propuesta de PADHPOT y finalmente el problema de investigación.

## **2.2 MODELO CONCEPTUAL DEL SISTEMA DE DISTRIBUCIÓN DE AGUA DE SAN MARTÍN TEXMELUCAN DE LABASTIDA**

En la Figura 2.1 se presenta, a través de un modelo conceptual, la problemática del sistema de distribución de agua de la cabecera municipal de San Martín Texmelucan, el cual será explicado a detalle en los temas siguientes.

## **2.3 DATOS GENERALES DEL CASO DE APLICACIÓN**

San Martín Texmelucan es un municipio del estado de Puebla en México y su ubicación geográfica es la siguiente: se encuentra entre los paralelos 19° 12' y 19° 20' de latitud norte, los meridianos 98° 22' y 98° 30' de longitud oeste y una altitud entre 2200 m y 2500 m. Este municipio colinda al norte con el municipio de San Salvador el Verde y el estado de Tlaxcala; al este con el estado de Tlaxcala y el municipio de Huejotzingo, al sur con los municipios de Huejotzingo y Chiautzingo; al oeste con los municipios de Chiautzingo, San Felipe Teotlalcingo y San Salvador el Verde (INEGI<sup>17</sup>, 2010a). Ocupa el 0.26% de la superficie del estado, cuenta con 50 localidades. De acuerdo con los datos del Censo de Población y Vivienda 2010 la población total de San Martín Texmelucan es de 141,112 habitantes. El clima que predomina es templado subhúmedo con lluvias en verano. La cabecera municipal es San Martín Texmelucan de Labastida y el número de habitantes es de 75,518 habitantes (INEGI, 2010b).

San Martín Texmelucan pertenece a la cuenca Río Atoyac. Los dos ríos principales son el río Atoyac y Acotzala y el acuífero al que pertenece es el Valle de Puebla.

## **2.4 DESCRIPCIÓN DEL SUMINISTRO DE AGUA**

El Sistema Operador de los Servicios de Agua Potable y Alcantarillado del municipio de San Martín Texmelucan (SOSAPATEX), es un organismo que se encarga del suministro, drenaje y saneamiento del agua potable en el municipio de San Martín Texmelucan. Este organismo dividió la red de servicio de agua potable de la cabecera municipal en 4 zonas de servicio (Figura 2.2).

<sup>17</sup> Descripción de sigla en Anexo 1.

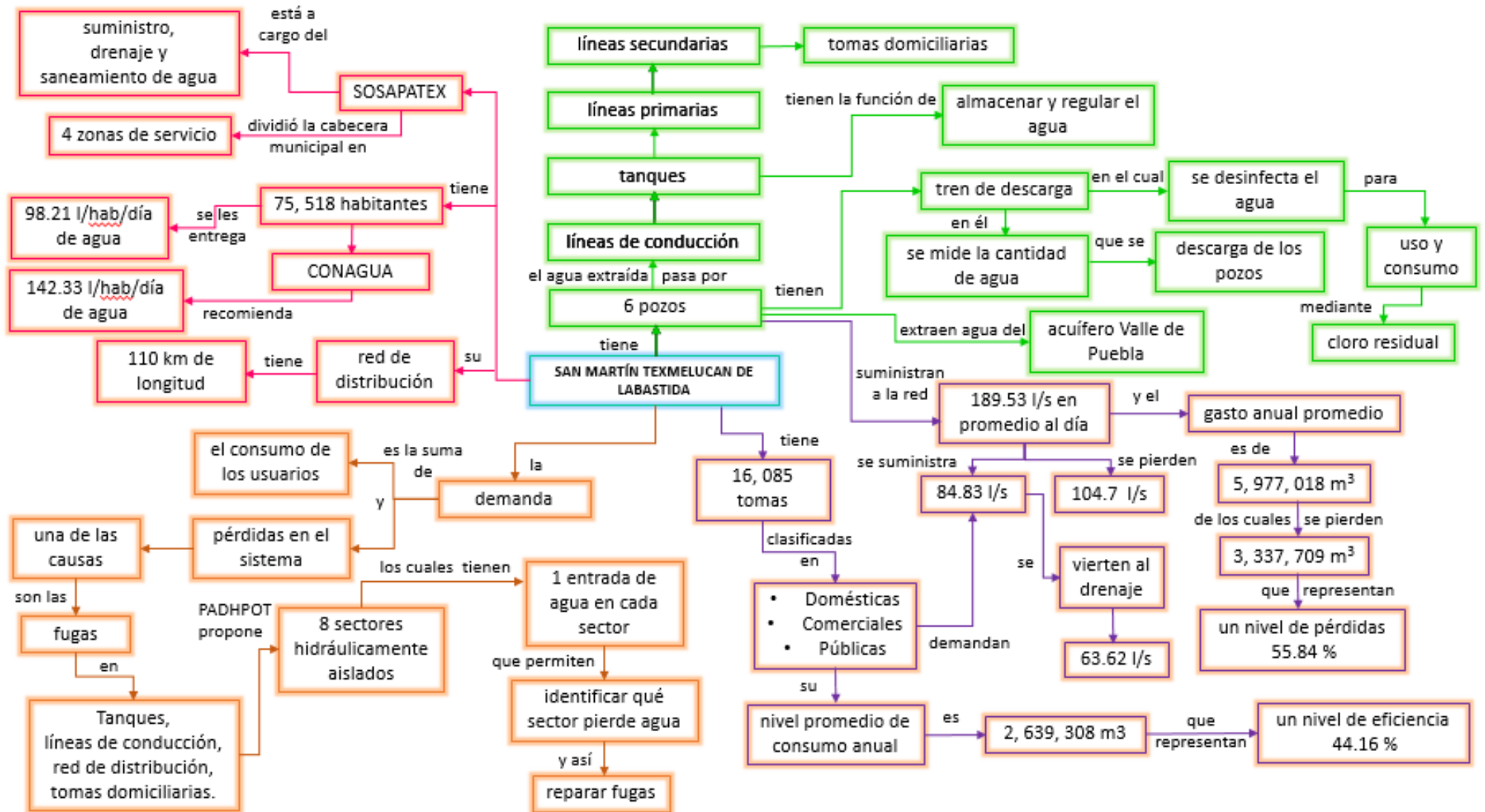


Figura 2.1 Modelo conceptual del sistema de distribución de agua de San Martín Texmelucan de Labastida. Elaboración propia basada en la información proporcionada por PADHPOT

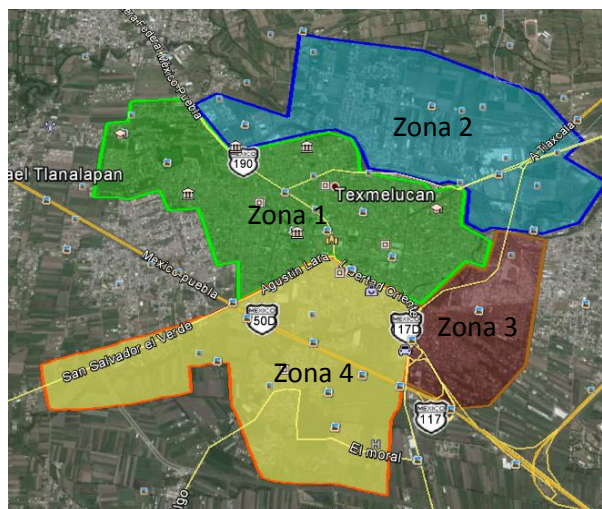


Figura 2.2 Zonas de servicio de la red agua potable de San Martín Texmelucan de Labastida. Tomado de la información proporcionada por PADHPOT

Para el abastecimiento de agua potable, la cabecera municipal tiene 6 pozos profundos. El gasto medio<sup>18</sup> que aportan los 6 pozos al sistema es en promedio 189.53 l/s durante las 24 horas (Tabla 2.1). El suministro de agua es de manera continua y se monitorea el consumo con macromedición<sup>19</sup>. Cabe mencionar que estas estructuras extraen agua de acuíferos.

Tabla 2.1 Información de los pozos

Nombre del Pozo	Gasto medio (l/s)	Horas de bombeo por día (hrs)	Zonas que abastece
Pozo 1	59.05	20	1
Pozo 2	30.01	24	1 y 4
Pozo 3	58.91	24	1
Pozo 4	9.95	18	3
Pozo 5	11.45	5	4
Pozo 6	20.16	20	2
<b>Total</b>	<b>189.53</b>		

Adaptado de la información proporcionada por PADHPOT

<sup>18</sup> Gasto: volumen de agua medido en una unidad de tiempo, generalmente se expresa en litros por segundo.

<sup>19</sup> Macromedición: es la medición de la extracción de grandes volúmenes de agua, ya sea de pozos, manantiales o presas que alimentan sistemas de riego y sistemas de agua potable tanto en zonas urbanas como rurales. La macromedición en un sistema de abastecimiento de agua, usa un conjunto de equipos medidores, graficadores y accesorios cuyo objetivo es cuantificar los caudales captados, conducidos y distribuidos.

Los pozos cuentan con trenes de descarga<sup>20</sup>, los cuales tienen equipo de medición que brindan información de cuánta agua se descarga del pozo, además, en ellos se realiza la desinfección del agua por medio de cloro residual, que a través de un sistema de inyección se vierte al agua en los trenes de descarga.

En la información proporcionada por PADHPOT, se menciona que el agua que se extrae de los pozos es llevada por medio de líneas de conducción hacia tanques de regulación, los cuales tienen la función de cambiar el régimen de suministro (captación-conducción) a un régimen de demandas (la red de distribución). Además de esta función, los tanques almacenan el agua y deben brindar un servicio eficiente cumpliendo las normas de higiene y seguridad.

La cabecera municipal de San Martín Texmelucan tiene 6 tanques de regulación, los cuales se encuentra ubicados cerca de cada pozo (Figura 2.3).

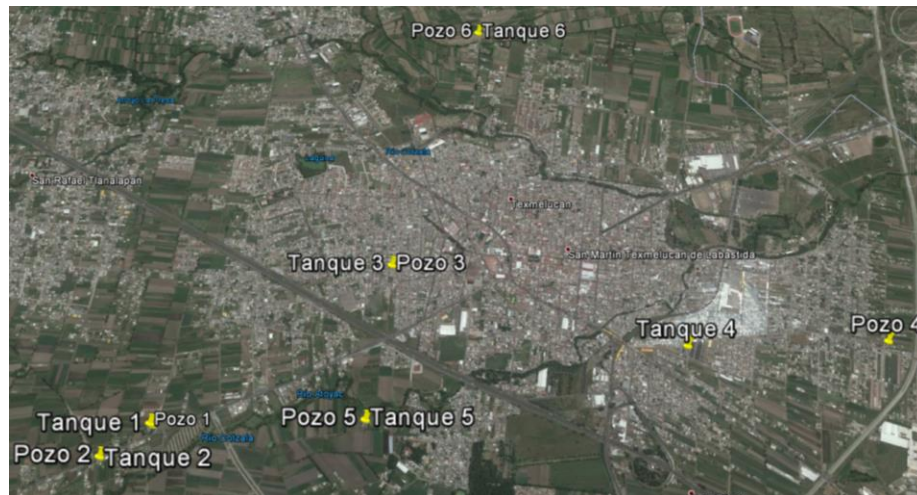


Figura 2.3 Ubicación de los tanques de regulación. Tomado de la información proporcionada por PADHPOT

La descripción de los tanques se muestra en la Tabla 2.2. De esta tabla, cabe mencionar que debido a la estructura del sistema de agua potable en San Martín Texmelucan de Labastida, el tanque 1 y el tanque 2 conforman un tanque con capacidad de  $900 m^3$  (es decir  $500 m^3$  del tanque 1 más  $400 m^3$  del tanque 2).

<sup>20</sup> Tren de descarga: es la combinación de piezas especiales indispensables para el control, operación, cambios de dirección y medición hidráulica del bombeo. Permite conectar adecuadamente los equipos de bombeo con la tubería, ofreciendo a los mismos, control y protección, lo cual garantiza la continuidad del servicio a la comunidad, así como reducción de costos por el mantenimiento, ya sea preventivo o correctivo.

Tabla 2.2 Descripción de los tanques de regulación

Tanque	Tipo	Capacidad ( $m^3$ )
Tanque 1	Superficial	500
Tanque 2	Superficial	400
Tanque 3	Elevado	100
Tanque 4	Elevado	100
Tanque 5	Superficial	250
Tanque 6	Superficial	500

Adaptado de la información proporcionada por PADHPOT

El suministro de agua de los pozos a los tanques se describe en la Figura 2.4. Se observa que el pozo 1 suministra agua al tanque 1 y el pozo 2 suministra agua al tanque 2. Como se mencionó anteriormente el tanque 1 y el tanque 2 se consideran como una sola unidad por ello se presenta que el tanque 2 alimenta al tanque 1. El pozo 3 suministra agua al tanque 3, el pozo 4, 5 y 6 suministran este líquido a los tanques 4, 5 y 6 respectivamente.

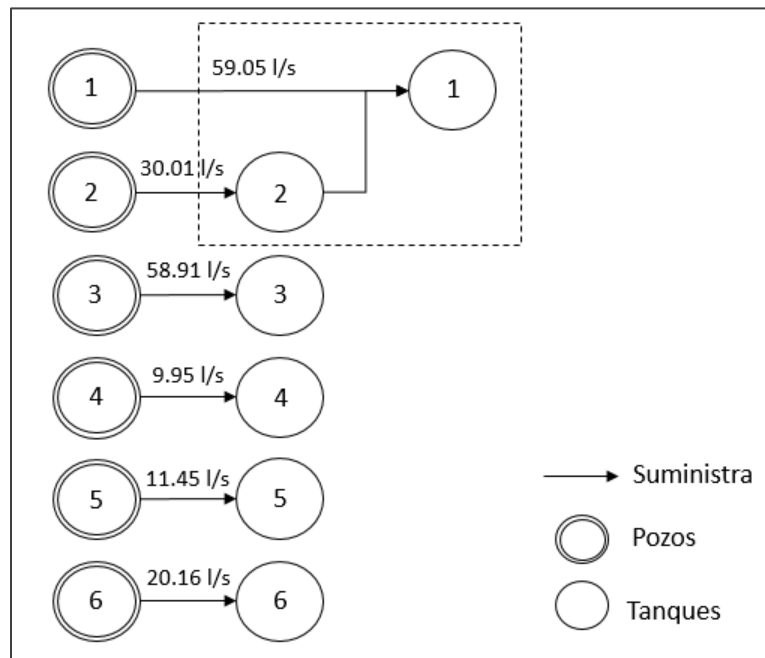


Figura 2.4 Suministro de agua de los pozos a los tanques. Elaboración propia basada en la información proporcionada por PADHPOT

Cabe mencionar que PADHPOT llevó a cabo la evaluación física (visitas en campo) de la capacidad de almacenamiento y regulación de los tanques, presentando un análisis de las capacidades que tienen actualmente y la requerida, para saber si es suficiente o se requiere más capacidad para solventar las necesidades de la población en el presente o

en el futuro. Con esta revisión del funcionamiento de los tanques se puede conocer si hay deficiencias en la red.

De acuerdo con la información del Instituto Nacional para el Federalismo y el Desarrollo Municipal (INAFED), San Martín Texmelucan tiene una cobertura de agua potable del 97.48% y 96.42% de cobertura de drenaje urbano.

## **2.5 USUARIOS Y CONSUMO**

SOSAPATEX tiene un padrón de usuarios clasificados en tomas de usuarios domésticos, tomas de usuarios comerciales y tomas de usuarios públicos, al 2015 se tenía registrado un total de 16,085 tomas entre los tres grupos. Las tomas domésticas registradas eran 14,873 y su nivel promedio de consumo anual de agua era de aproximadamente  $1,739,445 m^3$ . Las tomas comerciales son 1,092 y el nivel de consumo anual de agua era de  $239,742 m^3$ . Las tomas públicas son 120 y su nivel de consumo anual de agua era de  $51,050 m^3$ . El consumo anual total de los tres tipos de tomas es de  $2,030,237 m^3$ .

En cuanto a los consumos diarios, se tiene que el sector doméstico consume alrededor de  $6,281 m^3$ , el sector comercial consume  $865.98 m^3$  y el sector público  $184.6 m^3$ . En total, diariamente se consume  $7,331.58 m^3$  de agua. De esta cantidad se vierte al drenaje  $5,498.68 m^3$ , es decir 75% del agua que diario se consume va al drenaje.

PADHPOT considera una subestimación en las mediciones realizadas por SOSAPATEX del 30% en su micro medición, de ello se concluye que en San Martín Texmelucan de Labastida consumen anualmente  $2,639,308.1 m^3$ .

Cabe mencionar que SOSAPATEX sólo tiene registro de los nombres de los usuarios, número de medidor, consumo bimestral pero no cuenta con la localización espacial de los usuarios (un plano en el que se lotifique el municipio y se pueda identificar un usuario).

## **2.6 SUMINISTRO Y PÉRDIDAS**

Como se mencionó con anterioridad los seis pozos inyectan en promedio  $189.53 l/s$  de agua a la red de distribución durante las 24 horas, suministrando anualmente un gasto medio de  $5,977,018 m^3$  de agua.

El sistema de suministro de agua potable pierde anualmente alrededor de  $3,337,709 m^3$ , cantidad que representa un 55.84% de nivel de pérdidas, por lo tanto, el sistema tiene un 44.16% de eficiencia.



Según la información que brindó SOSAPATEX, cada toma domiciliaria recibe alrededor de 422.33 litros diarios. De acuerdo con las normas de CONAGUA, la dotación de agua recomendada para una comunidad como San Martín Texmelucan es en promedio 142.33 *l/hab/día*, sin embargo, la cantidad que reciben los habitantes es 98.21 litros, que representa un 69%.

Entonces, de acuerdo con la situación actual, los pozos inyectan al sistema 189.53 *l/s* de agua, las tomas domésticas, comerciales y públicas consumen 72.69 *l/s*, 10.01 *l/s* y 2.13 *l/s* respectivamente (Tabla 2.3), de los cuales se vierten al drenaje 63.62 *l/s*. Considerando que existe pérdida de agua de 104.7 *l/s*, podemos representar el suministro de agua potable en la Figura 2.5.

Tabla 2.3 Consumo diario de agua por tipo de usuario

<b>Tipo de usuario</b>	<b>Número de tomas</b>	<b>Consumo diario (l/s)</b>
Doméstico	14,873	72.69
Comercial	1,092	10.01
Público	120	2.13
<b>Total</b>	<b>16,085</b>	<b>84.83</b>

Adaptado de la información proporcionada por PADHPOT

En la Figura 2.5 se presenta el suministro de agua, desde la alimentación de los 6 pozos a los 6 tanques, los cuales en conjunto proveen en promedio 189.53 *l/s* de agua a la población de la cabecera municipal. De los 189.53 *l/s*, los usuarios (doméstico, comercial y público) consumen 84.83 *l/s* de agua, se pierden 104.7 *l/s* y se vierten al drenaje 63.62 *l/s*. Un concepto importante que en la Figura 2.5 se muestra, es la demanda, la cual CONAGUA (2016b) define como la cantidad de agua requerida en las tomas para consumo de una localidad, considerando los diferentes usuarios (domésticos, comerciales, industriales, turísticos, entre otros) que ahí tienen lugar, más las pérdidas físicas del sistema.

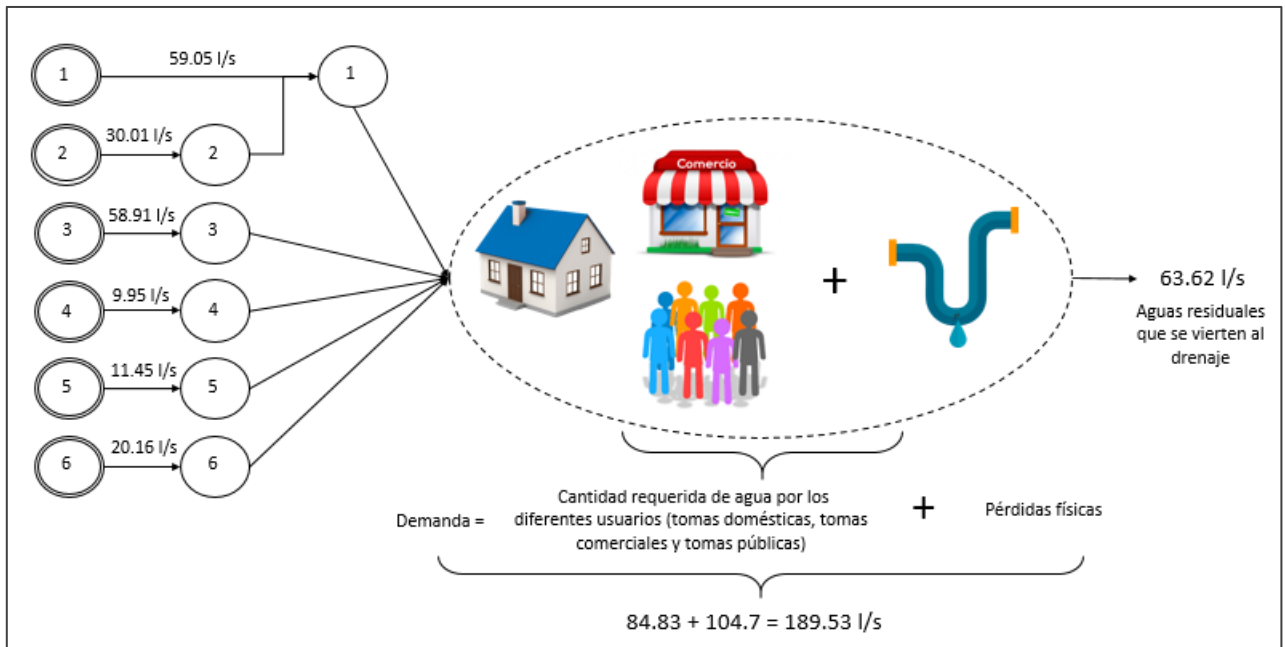


Figura 2.5 Suministro de agua. Elaboración propia basada en la información proporcionada por PADHPOT

Como se mencionó en esta sección, el principal problema en San Martín Texmelucan de Labastida es la cantidad de agua que se pierde en la red de distribución 55.84%, y aunque la población no sufre de escasez con el agua que le es suministrada, es necesario llevar a cabo acciones para reducir estas pérdidas.

## 2.7 PROPUESTA DE PADHPOT

Después del trabajo de investigación que realizó PADHPOT en San Martín Texmelucan de Labastida, determinó que el problema de la cabecera municipal es la pérdida de agua en su red de distribución. Por esta situación realizó la propuesta de un método para disminuir estas pérdidas.

Para poder llevar a cabo esta propuesta, PADHPOT en colaboración con SOSAPATEX obtuvo información que le permitió analizar el sistema de la red de agua potable, como: cantidad, capacidades y gastos medios de los pozos y tanques con los que opera la cabecera municipal, políticas de operación, características de las líneas de conducción, tuberías principales, tuberías secundarias, cantidad de usuarios que reciben el servicio de agua y su demanda, entre otros. Entre algunas de las observaciones que PADHPOT realizó, estuvieron que: las 4 zonas en las que está dividida la cabecera municipal no se encuentran aisladas hidráulicamente; existen válvulas de seccionamiento, algunas se encuentran cerradas, otras descompuestas y otras más, parcialmente abiertas.

Otra de las actividades que PADHPOT llevó a cabo fue la revisión de proyectos, los cuales debido a la situación que ya se presentaba con este problema en la cabecera municipal, propusieron realizar sectorización para la detección de fugas. Con la información revisada en los proyectos en conjunto con las visitas en campo realizadas, PADHPOT pudo comparar, analizar, validar y actualizar, además de generar información que faltaba. Como resultado final de todas estas actividades PADHPOT realizó una propuesta la cual fue aceptada por las autoridades del municipio y el personal de SOSAPATEX.

La propuesta del Programa de Apoyo al Desarrollo Hidráulico de los Estados de Puebla, Oaxaca y Tlaxcala consiste en realizar una sectorización en San Martín Texmelucan de Labastida, esto es, crear sectores que funcionen aislados hidráulicamente, y para lograr esto se propone tener una sola entrada de agua al sector, la cual facilitará la detección de fugas. Tener una sola entrada de agua permitirá tener más control de cuánta agua ingresa al sector y cuánta se consume, de esta forma se contribuirá a mejorar el servicio de suministro de agua potable y la reducción de fugas. El objetivo de los sectores hidráulicamente aislados es la identificación de la o las zonas en los que se está perdiendo más agua, y así detectar las fugas y repararlas.

Los sectores hidráulicos que PADHPOT propuso son ocho (actualmente la red de distribución de agua potable de la cabecera municipal está dividida en cuatro zonas). Cabe mencionar que para la delimitación de los ocho sectores, así como la validación de la factibilidad de los mismos, personal de SOSAPATEX asesoró a PADHPOT (Figura 2.6).

El suministro de agua de los pozos y tanques a los ocho sectores hidráulicos propuestos se presenta en la Tabla 2.4. Cabe destacar que el Moral, se refiere a una localidad de San Martín Texmelucan de Labastida.

Tabla 2.4 Suministro de agua de los pozos a los sectores propuestos

<b>Pozos</b>	<b>Tanques</b>	<b>Sectores a los que se suministra agua</b>
1 y 2	1 y 2	1, 2, 5, 7, 8
3	3	3
4	4	4
5	5	El Moral
6	6	6

Elaboración propia basada en la información proporcionada por PADHPOT

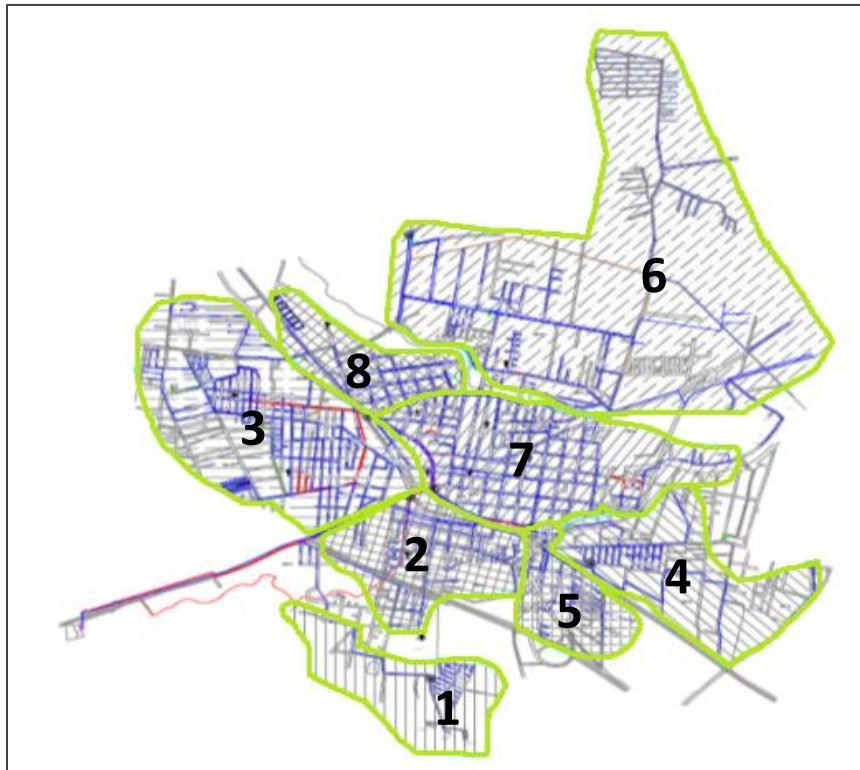


Figura 2.6 Sectores propuestos por PADHPOT. Tomado de la información proporcionada por PADHPOT

PADHPOT señala que entre los resultados que se obtendrían con la sectorización y el cambio de una parte de la red de distribución de agua potable está la recuperación del 50% del agua que se pierde debido a las fugas.

Un elemento importante del sistema son las fugas y su identificación. Algunas fugas en la cabecera municipal que PADHPOT en conjunto con SOSAPATEX identificaron se muestran en la Figura 2.7. De esta figura, cabe mencionar que la colonia Carrillo Puerto se encuentra en el sector 5.

## 2.8 PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

De acuerdo con la información brindada por PADHPOT acerca del problema en el sistema de suministro de agua en San Martín Texmelucan, dicho programa sugiere al gobierno municipal la realización de una sectorización en la red de agua potable con el fin de poder identificar con mayor facilidad las fugas presentes y así poder repararlas. Si bien, la sectorización es uno de los métodos más utilizados para el control de las fugas en una red de suministro de agua potable, PADHPOT requiere métodos que puedan fortalecer su propuesta de solución.

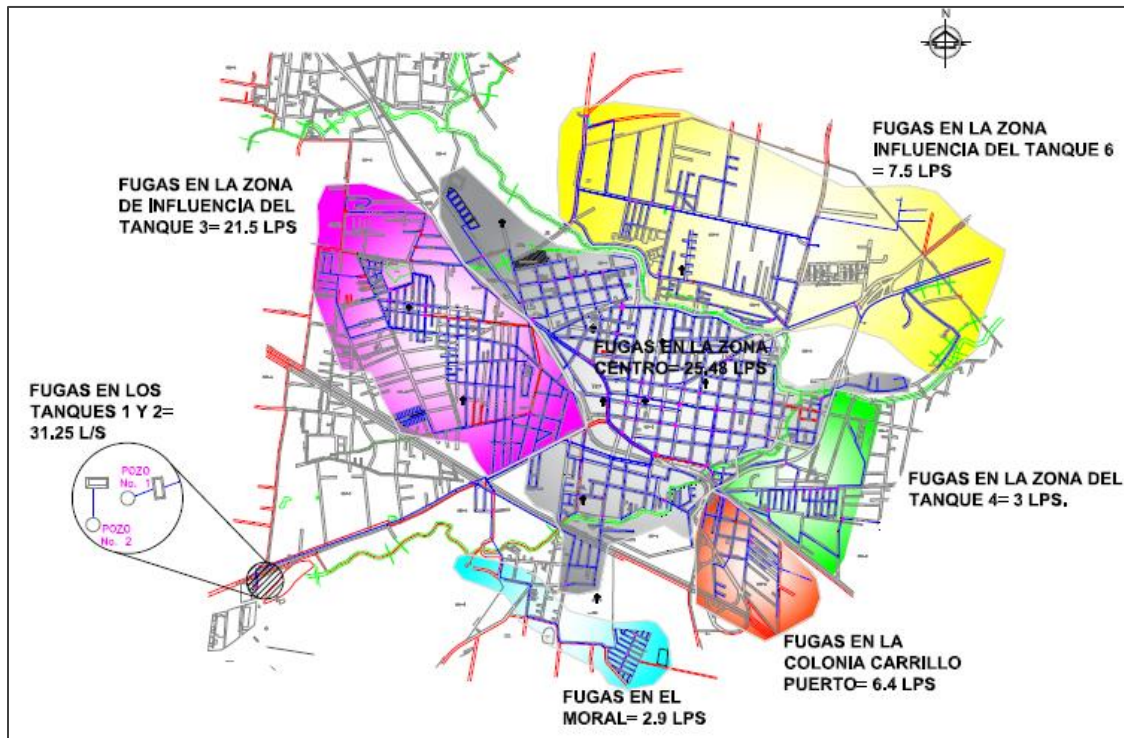


Figura 2.7 Cantidad de agua perdida por fugas. Tomado de la información proporcionada por PADHPOT

A pesar de que PADHPOT cuenta con la capacidad de construir soluciones a través de análisis hidráulicos, se enfrentan a que los decisores requieren de información que involucre costos de operación y poder medir cuál es la cantidad de agua requerida en cada localidad sin exceder los títulos de asignación por la extracción de agua, dentro de un presupuesto establecido. La modelación de estos requerimientos queda fuera de su alcance, por ello, se requiere un método que permita conocer dicha información partiendo del trabajo realizado por dicho organismo.

Otra preocupación que ha expresado PADHPOT es la necesidad de que la herramienta que pueda fortalecer sus propuestas de solución sea flexible, puesto que constantemente los decisores solicitan modificaciones en los criterios considerados o que se tomen en cuenta nuevos criterios.

De acuerdo con estas condiciones y atendiendo la solicitud de PADHPOT, se puede discernir el problema de investigación de este trabajo:

Analizar la propuesta de sectorización en la red de suministro de agua en San Martín Texmelucan de Labastida, Puebla, a través de un modelo que pueda evaluar las repercusiones en el suministro de agua requerido en cada sector, presupuesto y las limitaciones en los títulos de asignación de los pozos que alimentan la red, considerando que estos objetivos se encuentran en conflicto, mediante escenarios.

Con el problema de investigación definido, ahora se conoce qué es lo que se necesita resolver dentro de este trabajo. Por ello, se requiere consultar en la literatura qué modelos pueden brindar la información que se requiere para abordar diferentes escenarios y manejando diferente tipo de objetivos dentro de la problemática del suministro de agua. En el siguiente capítulo se desarrollará el marco de referencia, el cual consiste en: marco teórico (presentación de los principales trabajos realizados en el campo de suministro de agua), los métodos y materiales necesarios para el desarrollo de esta investigación, el desarrollo de la metodología con la cual se llevará a cabo y finalmente la formulación del objetivo de la investigación.

---

## **CAPÍTULO 3. MARCO DE REFERENCIA**

---

### **3.1 INTRODUCCIÓN AL CAPÍTULO**

Una vez establecido el problema de investigación, se requiere discernir qué tipo de modelos de investigación de operaciones se han utilizado para resolver situaciones similares; a través de la revisión de literatura se pueden conocer los principales métodos aplicados al objeto de estudio, los investigadores más destacados y sus líneas de investigación, los países que han realizado el mayor número de estudios en el tema y las aplicaciones más recientes y comunes, entre otros. Como se planteó analizar la propuesta de sectorización en la red de suministro de agua potable de San Martín Texmelucan de Labastida cuando se quiere cumplir con objetivos que están en conflicto, el marco teórico que se desarrolla en este capítulo se basa en la identificación de modelos que puedan manejar este tipo de situaciones, sobre todo, aquellos métodos que muestren un especial interés en el manejo del suministro de agua.

En este capítulo, después de la presentación del marco teórico, se identificará el modelo que se aplicará al problema de investigación, el cual se desarrollará en la sección de definiciones, métodos y modelos. Por último, se definirá el objetivo y la metodología de se utilizará.

### **3.2 MARCO TEÓRICO**

Diversos autores han realizado investigaciones relacionadas con los sistemas de suministro de agua potable, desde el campo de ingeniería civil hasta la aplicación de modelos de investigación de operaciones. Para este trabajo, la búsqueda de modelos se inició con aquellos usados en la asignación de recursos hídricos, esto se realizó para conocer cómo se ha manejado la modelación del suministro de agua, ya que estos modelos se enfocan en ello y dado que el interés del problema de investigación radica en situaciones donde existe conflicto en las metas, la siguiente búsqueda se enfocó en modelos aplicados bajo estas condiciones en el mismo campo de estudio. Por ello, el marco teórico que se presenta a continuación está dividido en dos partes: la asignación de recursos hídricos y la asignación de recursos hídricos con programación por metas.

#### **3.2.1 ASIGNACIÓN DE RECURSOS HÍDRICOS**

En esta sección se presentan artículos que son producto de la revisión de literatura bajo el enfoque de asignación de recursos hídricos.

Un método que se propone para la administración y planeación de recursos hídricos además de la realización de análisis de escenarios con diferentes políticas de asignación de agua es el presentado por George *et al.* (2011). El caso de aplicación de estos autores se ubica en la subcuenca Musi, ubicada en Krishna Basin, India, y mencionan que para realizar una asignación de agua en cuencas, se deben considerar herramientas hidrológicas y económicas, así como la demanda del agua. En esta investigación, también se señala que una efectiva asignación de agua y su administración, requiere un entendimiento de la disponibilidad y fiabilidad<sup>21</sup> del agua y las características de la demanda. Del planteamiento que realizan, analizan la asignación de agua en tres fases:

- la evaluación del suministro (tipos de fuentes de recursos hídricos) y la estimación de la demanda del agua;
- aplicación de un modelo de asignación de red: modelo de asignación de recursos (*Resource Allocation Model: REALM*) para distribuir el agua de acuerdo con la demanda;
- una evaluación económica que incluye el cálculo del valor del agua usada para diferentes propósitos y los beneficios netos de asignar agua a diferentes sectores (doméstico, industrial y agricultura), para conocer los valores del sector agrícola se emplea un método residual y para los demás sectores, el valor se calcula con la elasticidad de la demanda, precio y cantidad de agua usada en un año.

Los valores obtenidos, se usan en un análisis de costo-beneficio para evaluar el impacto económico en el futuro y también realizar análisis de escenarios. La valía de este método es que aparte de combinar modelos de asignación de agua y económicos, provee análisis de escenarios evaluando los efectos hidro-económicos de futuras asignaciones en la subcuenca, y así, permitir al tomador de decisiones evaluar diferentes políticas, además de que entre sus futuras aplicaciones podría considerar factores sociales y políticos que afecten la asignación del recurso hídrico.

Otro estudio realizado pero en el sector agrícola, fue el realizado por Li *et al.* (2016), donde se desarrolla un marco de referencia para asignar recursos de agua y tierra para la agricultura, además de una evaluación del riesgo de escasez de agua. El caso de estudio contiene doce áreas de irrigación abastecidas por la cuenca Heihe River, en el noreste de China. Dado que la escasez de agua es un problema en esta zona, tomar en cuenta el riesgo de escasez es necesario para consideraciones que involucren este líquido para el riego. Por lo tanto, el objetivo de la investigación es: asignar agua y tierra para cultivo en 12 áreas de irrigación y evaluar el riesgo de escasez para que finalmente se ajuste la planeación a 3 tipos de cultivo, maximizando los beneficios con un mínimo de penalizaciones. En el desarrollo del análisis se aplicaron los siguientes métodos:

<sup>21</sup> Fiabilidad: Se refiere a la confianza basada en la calidad del agua que se proveerá, y en la cantidad de agua disponible que permita brindar un servicio continuo.



- una simulación estocástica del agua disponible para la irrigación y la demanda;
- con los resultados de la simulación se realiza un modelo de asignación de recursos hídricos para el riego (*Inexact Two-stage Stochastic Chance Constrained Programming: ITSCCP*);
- con los resultados del modelo anterior se realiza la asignación de tierra para cultivo por medio del método ITSP (*Inexact Two-stage Stochastic Programming*);
- y de los resultados de los modelos anteriores, se evalúa el riesgo de la escasez de agua en las áreas de irrigación.

Los resultados obtenidos permitirán que los tomadores de decisiones establezcan políticas para la asignación de los recursos de agua y tierra para el cultivo. Además de que permite un análisis profundo del riesgo con varios escenarios de escasez de acuerdo con la disponibilidad de agua y así analizar las medidas que serán tomadas.

Wardlaw y Barnes (1999) propusieron un enfoque de optimización para mejorar la irrigación en tiempo real en el manejo de sistemas hídricos en una compleja red de distribución. El objetivo de su investigación es determinar una asignación óptima de recursos hídricos en tiempo real que maximice la producción de cultivos, asegurando que los usuarios de agua reciban este recurso, todo ello en el sistema de riego en la cuenca Lower Ayung River en Bali, Indonesia. El modelo de optimización tiene una función objetivo de asignación equitativa de agua que usa como diseño la demanda de riego. Para efecto de que la aplicación sea en tiempo real y para una evaluación realista se incorporó en el modelo de optimización, un modelo de balance de humedad del suelo. Y para medir la efectividad del modelo se realizó una simulación del sistema de irrigación. Los resultados señalan que el enfoque de optimización tiene potencial y puede mejorar la producción de los cultivos.

Los métodos de análisis multicriterio, también se han aplicado en la administración y manejo de recursos hídricos, como el caso de PROMETHEE (*Preference Ranking Organization Method for Enrichment Evaluations*) aplicado en Jordania por Abu-Taleb y Mareschal (1995), donde se evalúa y selecciona una variedad de recursos hídricos potenciales de manera que los programas o proyectos que desarrollen diferentes alternativas tomen decisiones eficientes con respecto a la asignación de recursos limitados. Dado los diferentes problemas que se presentan en el medio oeste tales como conflictos relacionados al uso competitivo del agua escasa suministrada, disputas en el reparto de agua de ríos internacionales como el río Jordán y Éufrates, todas estas circunstancias conllevan a que las complicaciones en la planeación de recursos hídricos excedan a la consideración de un solo objetivo en la toma de decisiones. Se tienen en cuenta objetivos como eficiencia económica, condiciones ambientales, desarrollo regional, estrategias relacionadas con la calidad del agua, administración del suministro bajo incertidumbre, entre otros. Con base en la literatura revisada por los autores, señalan que a través del uso de procedimientos de optimización, principalmente de análisis multicriterio, los servicios de agua pueden ser tasados, asignados, y utilizados en una manera eficiente y óptima, y dado que existen antecedentes de la aplicación de

PROMETHEE en la administración de recursos hídricos, estos autores procedieron a usar este método en su caso de estudio. Por lo tanto, la selección de alternativas de recursos hídricos es formulada en un problema de decisión multiobjetivo. Una vez definidos los objetivos, las opciones de recursos hídricos y restricciones, se realiza la aplicación de PROMETHEE, finalmente con un análisis de sensibilidad se puede ver cómo se comportan las diferentes alternativas bajo diferentes esquemas de ponderación. Con este método se busca seleccionar las alternativas que mejor satisfagan los objetivos y así, los responsables de tomar decisiones puedan evaluar diferentes experiencias basadas en diferentes restricciones o diferentes prioridades en sus objetivos.

Dado que en la revisión general de literatura se encontró que una de las técnicas aplicadas para abordar problemas relacionados con la administración del agua son las técnicas de análisis multicriterio, el interés hacia estas técnicas surge con el artículo de Abu-Taleb y Mareschal (1995), donde aplican PROMETHEE para evaluar y seleccionar diferentes recursos hídricos en Jordania, lo sobresaliente de esta investigación es que, debido a los diversos factores implicados en la toma de decisiones de asignación de agua, se optó por formular un problema de decisión multiobjetivo.

Considerando que para el análisis de la sectorización de la red de agua potable propuesta por PADHPOT se toma en cuenta diversos objetivos, la revisión de literatura de análisis multicriterio tuvo mayor interés. En esta búsqueda se encontró que una de las principales técnicas aplicadas a la asignación de recursos hídricos y que además se usa en situaciones donde existe conflicto en los objetivos, es la programación por metas (*Goal Programming: GP*). En la siguiente sección se presentan los artículos encontrados en los cuales se ha usado este modelo mencionado.

### **3.2.2 ASIGNACIÓN DE RECURSOS HÍDRICOS CON PROGRAMACIÓN POR METAS**

Tomando en cuenta el artículo de Abu-Taleb y Mareschal (1995), en el que se menciona que la aplicación de técnicas de análisis multicriterio en los servicios de agua brinda buenos resultados, se encontró que una de las técnicas aplicadas en el suministro de agua es la programación por metas, la cual además de considerar diversos objetivos, atiende situaciones donde existe conflicto entre ellos. Las investigaciones encontradas y que demuestran la aplicación de este modelo en la asignación de recursos hídricos son los siguientes:

Bravo y González (2009) en su investigación realizada en España, mencionan que a menudo, los años de sequía en el mediterráneo afectan a varios países con la escasez de agua. También señalan que la asignación de las aguas superficiales a los agricultores es a un bajo precio y poco sostenible, además, que el uso de aguas subterráneas ha ido en aumento. Dada esta situación, surge la necesidad de las agencias públicas responsables de la asignación y control de agua, de usar herramientas analíticas para la planeación, para mejorar sus políticas de suministro, de manera que la administración

de este recurso sea de una manera racional. Mencionan que los modelos de apoyo a la decisión diseñados para resolver este tipo de problemas, son de importancia para los gobiernos, entidades públicas, empresarios y asociaciones ecológicas. Entonces, uno de los objetivos del estudio realizado, fue estimar la cantidad de agua: superficial (proviene del río Júcar y sus afluentes) y subterránea de las cuencas que tienen bajo control una agencia de servicio de agua, para el riego en la agricultura; esto con el fin de evitar inconsistencias entre el consumo de agua y los recursos limitados en los años de sequía. Los autores propusieron dos metas bajo incertidumbre: la administración de agua para la agricultura y el impacto ambiental, las cuales son consideradas en un modelo de programación matemática. Bajo este enfoque, proponen la aplicación de programación estocástica por metas (*Stochastic Goal Programming: SGP*), como un modelo para las agencias que brindan el servicio de agua en el mediterráneo.

El caso de aplicación es la cuenca Júcar, en el este de España. El agua para los agricultores de esta región es regulada por la agencia de agua de Júcar (organización de gobierno); la cual mantiene las aguas subterráneas bajo control en orden de lograr los requerimientos ambientales. Una definición interesante en esta investigación es el agua sustentable, la cual la enuncian de la siguiente manera: es la porción de agua disponible, que puede ser usada para irrigación, sin dañar el ambiente en el presente y en el futuro. Así, el enfoque de este estudio es la recomendación de las cantidades sustentables de agua (agua superficial y subterránea) a ser usadas en la irrigación. Estas cantidades pueden cambiar anualmente, dependiendo del agua disponible.

La programación estocástica por metas es un modelo de apoyo a las decisiones multicriterio, que provee soluciones satisficentes a un sistema lineal de ecuaciones de metas ponderadas con incertidumbre. La base de este modelo es la maximización de la hipótesis  $Eu(R)$ , la cual se respalda en la teoría de utilidad de Von Neumann y Morgenstern (1947). Este modelo de programación por metas estocásticas considera la matriz de variabilidad, que consiste en varias matrices de covarianza (una por cada meta). El modelo requirió un histórico de datos de las fuentes de agua (agua superficial y agua subterránea). Los resultados que brinda SGP son los siguientes: para disminuir la escasez de agua en las fuentes y permitir la reposición de agua en los acuíferos, el modelo recomienda una combinación de agua superficial o subterránea dependiendo si el año es de sequía o de lluvias. Por ejemplo: si es un año con sequía el modelo sugiere el uso del 3% de agua superficial, mientras que en caso contrario se recomienda un uso del 25%. Estos resultados son analizados bajo los escenarios de año extremadamente seco, año extremadamente lluvioso y año normal.

Otro caso de aplicación de programación por metas (*Goal programming: GP*) es el realizado por Al-Zahrani y Ahmad (2004). El caso de aplicación estudiado fue la provincia oriental de Arabia Saudita, en la cual, en 1970 empezaron a desalinizar el agua y hoy en día es uno de los principales productores de este tipo de agua. La Corporación de Conservación de Agua Salina (*Saline Water Conservation Corporation: SWCC*) es la responsable de la construcción, operación de las plantas de desalinización y suministro

de agua desalinizada a las autoridades de las ciudades encargadas de control de agua. Las ciudades que conforman la provincia oriental de Arabia Saudita son ocho, y las plantas desalinizadoras que proveen agua desalinizada a estas ciudades son dos (una planta provee agua a cinco ciudades y la otra planta a tres). Como el agua desalinizada asignada a estas ciudades por la SWCC no satisface la demanda, es mezclada con el agua subterránea salubre en las estaciones de mezcla de agua (*Water Blending Stations: WBS*), obtenido así, agua para uso doméstico (cada ciudad cuenta con un WBS). Los tomadores de decisiones se enfrentan con el problema de saber cuál es la mezcla óptima de agua desalinizada y agua subterránea salubre, la cantidad de agua desalinizada que pueden proveer las plantas de desalinización, la cantidad de agua salubre que se necesita, así como la calidad del agua mezclada que se requiere, para cumplir con la demanda actual y futura. Para obtener esta mezcla óptima se tiene que tomar en cuenta restricciones como la capacidad de cada WBS, la capacidad de producción de los pozos de agua subterránea, la cantidad de pozos, la demanda de la ciudad, entre otros. Dado que en este caso se tienen que considerar restricciones y un conjunto de metas, la programación por metas resulta una técnica adecuada para este tipo de problema. Además, en este modelo, se define que la demanda de agua es incierta porque depende de la población, y por ello la demanda se considera como un parámetro con incertidumbre, esto hace que el problema de GP sea estocástico. El objetivo del estudio consiste en determinar la mejor estrategia de mezcla de agua desalinizada y agua subterránea salubre. Entre todas las restricciones consideradas en el modelo, se proyectó hasta el 2015 la cantidad recomendada y existente de agua salinizada y subterránea salubre. Los resultados obtenidos fueron que las capacidades de las plantas de desalinización no serán suficientes para satisfacer la demanda en el futuro, por lo tanto, será necesario considerar ampliar la capacidad de producción de estas plantas. Cabe mencionar que en este estudio señalan que la programación por metas ha sido aplicada para resolver problemas en los sistemas de recursos hídricos.

Pal *et al.* (2012) trabajaron con una variación de programación por metas. Estos autores aplicaron programación por metas difusa (*Fuzzy Goal Programming: FGP*) en problemas de cultivos para obtener la producción óptima y así asignar las cantidades correctas de agua y tierra para los diferentes cultivos (los cultivos varían de acuerdo con las estaciones del año), así como la utilización eficiente de los diferentes recursos con los que se cuenta, todo ello en un año de planeación en el distrito de Bardhaman en el este de Bengala en India. Cabe mencionar que la asignación de agua se realiza considerando dos fuentes: agua de canal y agua subterránea. En esta investigación se señala que el suministro de agua para la irrigación es un tema complejo, ya que involucra impacto ambiental y socioeconómico, además de incertidumbre asociada a la demanda y la disponibilidad de agua. El sector agrícola se ha visto afectado por el cambio climático, la contaminación y la escasez del agua, ocasionando dificultades para obtener agua fresca. Con respecto al modelo de FGP, las metas difusas se caracterizan en primera instancia como funciones de membresía. Con base en la prioridad de FGP, las metas se ordenan de acuerdo con la prioridad de lograr los niveles de objetivos. Algunas de las metas de FGP de esta investigación fueron: metas de suministro de agua (agua

subterránea y agua de canal), metas de administración del cultivo (requerimiento de trabajadores, fertilizante, gasto, producción, beneficio neto) y restricciones como utilización del agua y de la tierra; en este caso, se considera que son diferentes cultivos que de acuerdo con la estación se cosechan y con ello varía la disponibilidad de tierra y las condiciones del suelo. Los resultados obtenidos con este modelo fueron: cantidades de tierra asignada por tipo de cultivo, un plan de producción, así como la utilización de agua por cultivo.

Otra de las variaciones de la programación por metas en un sistema estocástico complejo, aplicado a la asignación y suministro de agua, es la programación por metas con dependencia de oportunidad (*Dependent-chance goal programming: DCGP*). DCGP es válido en sistemas donde hay múltiples *inputs* estocásticos y múltiples *outputs* con propios niveles de confiabilidad. El caso de aplicación realizado por Baoding (1996) radica en un sistema de recursos hídricos que consiste en tres fuentes de agua: un depósito, un río y agua subterránea, que abastecen a cinco usuarios. Entonces, el problema es, determinar los *outputs* que resultan de varias combinaciones de las fuentes de agua (problema de asignación) y la óptima combinación de los *inputs* (problema de suministro), por ejemplo, la determinación de la cantidad de agua que se bombea de las aguas subterráneas, el agua que se obtiene del río, entre otros. La diferencia en el planteamiento del modelo de programación por metas, es que DCGP considera funciones causales, un nivel deseado de confiabilidad, funciones en restricciones estocásticas y en restricciones deterministas. Los resultados obtenidos son la determinación de las cantidades de agua de los tres tipos de fuente hacia los cinco clientes de acuerdo con diferentes niveles de confiabilidad. Dada la complejidad de este modelo, es difícil resolverlo con un método de solución directo y por ello se propone resolver a través de un algoritmo genético; finalmente, para calcular las funciones causales en restricciones complejas estocásticas se usa la simulación Monte Carlo.

Yazdanian y Peralta (1986) llevaron a cabo un estudio con programación por metas en la región Grand Prairie en Arkansas, Estados Unidos. Esta región se caracteriza por el cultivo de arroz y su fuente de abastecimiento de agua el acuífero Quaternary. Esta fuente de agua, otorga a la región importancia social y económica. Dado que los cambios en los niveles de las aguas subterráneas ocasionan inundaciones, estancamiento y cambios en la calidad del agua, se propone una estrategia para evitar este tipo de afectaciones, es decir, una estrategia de extracción de agua subterránea que permita mantenerla en niveles establecidos. Ante esta situación, estos autores proponen analizarlo con programación por metas, en la cual su función objetivo es expresada como una ecuación cuadrática.

En las Tablas 3.1 y 3.2 se presentan un resumen de los artículos mencionados en esta sección del marco teórico, el orden que se presenta esta información es con base en la fecha de publicación de los artículos. De los artículos de la Tabla 3.1, ninguno menciona a qué tipo de dependencia va dirigida las investigaciones realizadas, es decir, si son

públicas o privadas. Cabe mencionar que sólo en la investigación de Li *et al* (2016) incorporan la evaluación de riesgo.

Con respecto a la Tabla 3.2, sólo la investigación de Bravo y González (2009) menciona que su estudio va dirigido a dependencias públicas. A diferencia de los artículos de la Tabla 3.1, ningún artículo plantea el uso de nodos y arcos ni análisis de fugas y riesgos.

De acuerdo con los artículos consultados en el tema de suministro de agua, se identifica que los modelos más utilizados para brindar soluciones consisten en modelos de asignación y modelos de programación por metas. Diferenciando que el problema de investigación requiere un método que pueda manejar diferentes objetivos, es decir, el abastecimiento de los sectores propuestos, la limitación de los títulos de asignación del agua proveniente de los pozos del municipio, los costos de energía eléctrica relacionados al bombeo y regulación de la red de agua potable y los pagos por los derechos de agua, la formulación de programación por metas resulta ser una herramienta más adecuada para brindar el análisis que requiere la propuesta de sectorización. Ante la situación de que dichos objetivos entran en conflicto entre sí, el modelo de programación por metas busca acercarse a las soluciones óptimas de cada meta planteada, es decir, establecerá una desviación uniforme para todas las metas. Este enfoque resulta interesante de estudiar para este trabajo de investigación, ya que al contar con el respaldo de investigaciones anteriores, la programación por metas puede brindar soluciones útiles que ayudará a PADHPOT en el proyecto de sectorización.

Si bien en otros trabajos se distingue la vinculación de investigación de operaciones con proyectos de ingeniería hidráulica, en esta investigación se destaca la posibilidad de que a partir de un proyecto ya construido de hidráulica se puede complementar con un estudio de investigación de operaciones por separado.

Así como en todos los trabajos de investigación es necesario diferenciar las aportaciones que éstos brindan al conocimiento de un determinado campo de estudio, esta tesis ubica sus aportaciones en la colaboración que puede existir entre un proyecto hidráulico y las herramientas de investigación de operaciones, así como las metas consideradas en el análisis de proyectos de sectorización de la red de agua potable de San Martín Texmelucan de Labastida. En cuanto a la primera aportación, se reconoce que los proyectos hidráulicos han sido apoyados por modelos de investigación de operaciones durante varios años, sin embargo, dentro del contexto de los proyectos realizados en México, esta vinculación no se ha explorado a detalle, por lo que se puede considerar que es una novedad y una oportunidad para probar la valía de la investigación de operaciones para resolver o analizar soluciones en este campo. Por otro lado, la formulación que se requiere para abordar el problema de investigación indica el conflicto de metas que no se han abordado juntas en otro trabajo de investigación.

Tabla 3.1 Artículos de asignación de recursos hídricos

Autor y año	Modelo	Campo de aplicación	Análisis del problema con nodos y arcos	Software o Herramientas aplicadas	Objetivo de la investigación	Aportación a la investigación
Maher F. Abu-Taleb y Bertrand Mareschal (1995)	PROMETHEE V	Asignación de agua a Jordania	NA	NA	Debido a diversos factores involucrados en los recursos hídricos de Jordania, se propone realizar la asignación de agua con un problema de decisión multiobjetivo.	Dados los factores a analizar para la asignación de agua, el problema no se plantea con base a un objetivo, si no a múltiples objetivos.
Robin Wardlaw y Jonathan Barnes (1999)	Modelo de optimización	Agricultura	La simulación se plantea con un conjunto de arcos y nodos	Para medir la efectividad del modelo se usó simulación. Para resultados más reales se incorporó un modelo de balance de humedad del suelo.	Asignación apropiada de agua para la maximización de la producción de los cultivos.	Incorporación de los requerimientos de agua de los cultivos al modelo.
Biju George, Hector Malano, Brian Davidson, Petra Hellegers, Luna Bharati, Sylvain Massuel (2011)	Modelo de asignación de recursos (REALM), Método residual y Análisis de costo-beneficio	Sector: doméstico, industrial y agricultura	Se plantea el modelo con un esquema de nodos	NA	Uso de modelos hidrológicos-económicos para la asignación de recursos hídricos, cálculo de beneficios netos y análisis de escenarios a través de análisis costo-beneficio	Conocer que también se puede combinar modelos (económicos e hidrológicos) para obtener análisis completos.
Mo Li, Ping Guo, Vijay P. Singh, Gaiqiang Yang (2016)	Simulación estocástica, modelo de asignación de recursos: ITSCCP y ITSP	Agricultura	NA	NA	Asignación de recursos hídricos y tierra para el cultivo a través de métodos que simulan la disponibilidad de agua, demanda, modelos de asignación de recursos hasta análisis de escenarios de riesgo de escasez de agua.	A partir de la simulación se puede analizar comportamientos como la demanda y los resultados sean datos de entrada al modelo

Elaboración propia basada en los artículos presentados en la sección de asignación de recursos hídricos del marco teórico

Tabla 3.2 Artículos de asignación de recursos con programación por metas

Autor y año	Modelo	Campo de aplicación	Software o Herramientas aplicadas	Objetivo de la investigación	Aportación a la investigación
Amin Yazdanian y Richard c. Peralta (1986)	Programación por metas	Extracción de agua subterránea	Código de cómputo para ecuaciones cuadráticas desarrollado por Leifsson <i>et al.</i> (1981)	Propuesta de una estrategia para la extracción de agua subterránea de manera que el agua del acuífero se mantenga en sus niveles predeterminados y se le permita tener una recarga adecuada, de manera que no tenga implicaciones ambientales y de calidad.	A diferencia de las otras investigaciones de asignación de recursos hídricos, este estudio se interesa en los niveles del acuífero que se debe mantener tras realizar la extracción de agua
Baoding Liu (1996)	Programación por metas con dependencia de oportunidades	Suministro y asignación de agua a usuarios	Algoritmos genéticos, simulación Monte Carlo	Asignación y suministro de agua a través de tres fuentes distintas de agua a cinco usuarios.	Aplicación de GP a inputs múltiples y estocásticos y outputs múltiples
Muhammad A. Al-Zahrani y Abid M. Ahmad (2004)	Programación por metas estocástica	Agua de uso doméstico	NA	Determinación de la mezcla óptima de agua superficial y agua subterránea para brindar agua de uso doméstico a ocho ciudades de Arabia Saudita.	Los autores señalan que GP es una de las técnicas más populares para problemas de asignación de recursos hídricos
Mila Bravo, Ignacio González (2009)	Programación por metas estocástica	Agricultura	LINGO	Análisis de asignación de agua para riego de cultivos: agua superficial y subterránea; bajo el enfoque de incertidumbre. Los resultados son obtenidos a través de tres escenarios propuestos, con los cuales se asigna cuánta agua y de qué tipo utilizar para el riego.	Conocer que en la programación por metas se puede analizar metas bajo incertidumbre
Bijay Baran Pal, Subhendu Bikash Goswami, Shyamal Sen y Durga Banerjee (2012)	Programación por metas difusa	Agricultura	LINGO	Determinación de cuánta tierra y agua asignar a diferentes tipos de cultivo por estaciones del año.	Conocer otra aplicación de la programación por metas (sector agrícola) para la asignación de agua

Elaboración propia basada en los artículos presentados en la sección de asignación de recursos hídricos con programación del marco teórico

### 3.3 DEFINICIONES, MODELOS Y MÉTODOS

Tomando en cuenta el problema de investigación planteado y los artículos encontrados en la revisión de literatura, se ha identificado que un método que se ha aplicado en la administración y asignación de recursos hídricos es la programación por metas, la cual considera el manejo de diferentes objetivos. Esta herramienta de análisis de decisión



multicriterio permitirá analizar la sectorización de la red de agua potable de San Martín Texmelucan de Labastida considerando objetivos como el suministro de este recurso a los sectores, la extracción de agua de los pozos de acuerdo con lo establecido por los títulos de asignación y presupuestos.

La programación por metas ha sido un efectivo enfoque para resolver problemas en la toma de decisiones, y dada la situación de que cada vez las organizaciones son más complejas, este método mantendrá un papel relevante para el análisis de problemas de decisión (Romero, 2003).

En esta sección se presentan conceptos importantes, estructura y formulación del modelo, así como los métodos de resolución.

### **3.3.1 ORIGEN DE LA PROGRAMACIÓN POR METAS**

En su trabajo, Romero (2003), menciona que la idea de este modelo surge en una publicación realizada en la revista *Management Science* por A. Charnes, W. W. Cooper y R. Ferguson en 1955, en el cual se desarrolla un modelo para determinar compensaciones salariales en la General Electric. El concepto de programación por metas se origina como un resultado de problemas de programación lineal sin solución (González, 1982).

Dada la situación del problema, Charnes *et al.* citado por Romero (2003), propusieron restricciones y condiciones de signo en algunos coeficientes de regresión, y debido a que en ese entonces no existían modelos que permitieran resolverlo, desarrollaron un modelo de regresión con restricciones con el cual se minimizan las desviaciones absolutas. Como la desviación absoluta es una forma no lineal, A. Charnes, W. W. Cooper y R. Ferguson, linealizaron el modelo, a través de variables de desviación positivas y negativas (Romero, 2003). El término de Programación por Metas (*Goal Programming: GP*) fue empleado por primera vez por A. Charnes y W. W. Cooper, en el libro *Management Models and Industrial Applications of Linear Programming*, en específico, en un apéndice con el nombre de *Basic Existence Theorems and Goal Programming*, donde analizaron un problema como un caso de infactibilidad en programación lineal. Estos autores se fijaron que este modelo se podía aplicar a problemas contables, financieros y de planificación de medios publicitarios (Romero, 2003).

García (1998) señala que con el tiempo, diversos investigadores continuaron con los estudios de A. Charnes, W. W. Cooper y R. Ferguson. A continuación se presentan las principales aplicaciones de este modelo a diferentes áreas en los últimos veinticinco años:

- Control de calidad;
- finanzas;
- inversiones;
- localización;
- militares;
- mercadotecnia;
- optimización de mezclas;
- optimización en ingeniería;
- publicidad;
- producción;
- programación económica;
- recursos: académicos, agrarios, ambientales, forestales, humanos, pesqueros y sanitarios;
- uso del agua.

Cabe mencionar que el término de programación por metas está asociado con el término “satisfaciente”, el cual fue introducido en 1956 por Herbert Simon. Esta palabra tiene origen escocés “*satisficing*”, el cual es una mezcla de las palabras satisfactorio y suficiente. Simon menciona que en las organizaciones actuales, las decisiones que se toman son afectadas por múltiples objetivos, conflictos de intereses, entre otros; dada esta situación, los tomadores de decisiones no están en condiciones de maximizar un objetivo en particular, por lo tanto, no pueden optimizar, pero a cambio pueden obtener soluciones satisficentes. Se intenta que una serie de metas relevantes para el problema, se aproximen lo más posible a unos niveles de aspiración fijados con anterioridad (Romero, 2003).

### **3.3.2 MODELO DE PROGRAMACIÓN POR METAS**

De acuerdo con Romero (2003), la programación por metas constituye un marco analítico para problemas complejos de análisis de la decisión, en donde el tomador de decisiones asigna niveles de aspiración a los atributos relevantes para el problema. El interés radica en minimizar la falta de logro de las metas y así obtener soluciones satisficentes.

#### **3.3.2.1 TERMINOLOGÍA**

J. P. Ignacio fue uno de los primeros divulgadores de programación por metas, y entre las aportaciones que realizó está la determinación de una terminología para este

modelo, la cual se ha utilizado en la mayoría de los trabajos que desarrollan este tema (García, 1998). La terminología que estableció J. P. Ignacio es la siguiente:

- **Objetivo:** es una afirmación relativamente general que refleja los deseos del decisor, ejemplo: maximizar los beneficios de una empresa;
- **Nivel de aspiración:** es un valor concreto asociado con un nivel aceptable de éxito del objetivo;
- **Meta:** es la conexión de un objetivo con un nivel de aspiración, ejemplo: conseguir beneficios de al menos cierta cantidad;
- **Desviación de la meta:** es la diferencia entre lo realmente conseguido en el objetivo y el nivel de aspiración.

### 3.3.2.2 FORMULACIÓN DE LAS METAS

Una vez definidas las variables de decisión del problema, lo siguiente es establecer las metas a cumplir. El decisor fija un nivel de aspiración  $m_i$  para cada uno de los objetivos, así, alcanzar ese nivel se considera satisfactorio.

Las tres formas de metas que García (1998) menciona son las siguientes:

1.  $f_i(\bar{x}) \leq m_i$  : el decisor desea tener un valor del objetivo  $f_i(\bar{x})$  que sea igual o menor que el nivel de aspiración  $m_i$ . Ejemplo: el gobierno de un país desea que en un determinado año la inflación sea menor o igual que un porcentaje determinado  $m_i$ .
2.  $f_i(\bar{x}) \geq m_i$  : el decisor desea que el valor del objetivo sea igual o mayor que el nivel de aspiración  $m_i$ . Ejemplo: una empresa desea que sus beneficios sean al menos la cantidad  $m_i$ .
3.  $f_i(\bar{x}) = m_i$  : el decisor desea que el valor del objetivo sea igual al nivel de aspiración  $m_i$ . Ejemplo: una empresa desea que el número de empleados sea exactamente  $m_i$ .

Para que estas expresiones pueden representarse en forma de igualdad, se les resta una variable de desviación positiva  $y_i^+$  y se suma una variable de desviación negativa  $y_i^-$ . La variable de desviación positiva mide el exceso del logro de una meta con respecto a su nivel de aspiración, y la variable de desviación negativa mide la falta de logro de una meta con respecto a su nivel de aspiración (Romero, 2003). La representación de las variables de desviación para cualquiera de las tres formas de metas es la siguiente (García, 1998):

$$f_i(\bar{x}) - y_i^+ + y_i^- = m_i \quad (3.1)$$

$$y_i^+ \geq 0, \quad y_i^- \geq 0$$

Dado que no se puede dar la situación en que el nivel de aspiración se sobrepase y al mismo tiempo se quede por debajo de él, entonces, al menos una de las dos variables de desviación que definen cada meta tiene que ser cero. Cuando el valor alcanzado por el objetivo coincida exactamente con el nivel de aspiración, entonces, las dos variables de desviación serán cero (García, 1998). Una variable de desviación es no deseada, cuando al decisor le conviene que dicha variable alcance su valor más pequeño posible (sea cero).

García (1998) explica que las variables de desviación no deseadas se pueden minimizar en las metas de la siguiente manera:

1.  $f_i(\bar{x}) \leq m$  : cuando la meta procede de esta relación, el decisor desea que el valor del objetivo  $f_i(\bar{x})$  sea menor o igual que el nivel de aspiración  $m_i$ , entonces, la variable no deseada que se requiere minimizar es  $y_i^+$ , la cual cuantifica el exceso del logro.
2.  $f_i(\bar{x}) \geq m$  : en este caso, el decisor desea que el valor del objetivo  $f_i(\bar{x})$  sea mayor o igual que el nivel de aspiración  $m_i$ , entonces, se necesita minimizar la variable no deseada que cuantifique la falta del logro, es decir, minimizar  $y_i^-$ .
3.  $f_i(\bar{x}) = m$  : en este caso, el decisor desea que el valor del objetivo  $f_i(\bar{x})$  sea exactamente igual que el nivel de aspiración  $m_i$ , las variables no deseadas a minimizar son  $y_i^+$  y  $y_i^-$ .

### 3.3.2.3 PROCEDIMIENTO PARA LA FORMULACIÓN DE UN MODELO DE PROGRAMACIÓN POR METAS

Antes de presentar el procedimiento para formular este tipo de modelo es necesario recordar que un paso previo es la determinación de las variables de decisión. García (1998) señala que los pasos para la formulación de un modelo de programación por metas son los siguientes:

1. Fijar los objetivos significativos para el problema concreto que se analiza:

$$f_i(\bar{x}), \quad i = 1, 2, \dots, p$$

2. Determinar el nivel de aspiración para cada objetivo:

$$m_i, \quad i = 1, 2, \dots, p$$

3. Formular las metas, conectando cada objetivo con su respectivo nivel de aspiración, mediante la introducción de las variables de desviación:

$$f_i(\bar{x}) - y_i^+ + y_i^- = m_i; \quad y_i^+ \geq 0, y_i^- \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, p$$

4. Determinar en el problema que se analiza, las variables de desviación no deseadas.
5. Minimizar las variables de desviación no deseadas.

Romero (2003) señala que el propósito general de la programación por metas es minimizar una cierta función de las variables de desviación no deseadas, esta función recibe el nombre de función de logro.

Para comprender de mejor manera lo anterior, se explicará el planteamiento de un problema de programación por metas con un ejemplo.

**EJEMPLO:** Una compañía de pinturas sacará a la venta dos nuevos tonos de la gama de color morado: el tono A y el tono B. El gerente de la compañía en conjunto con el área de producción determinaron los siguientes requerimientos:

La capacidad de producción de la máquina mezcladora de pintura para estos dos tonos es 100 litros por semana. El color A requiere 2 litros del color 001 y 1 litro del color 003, el color B requiere 1 litro del color 001 y 3 litros del color 003, el total de litros que se dispone para el procesamiento de estos dos tonos es 95 litros del color 001 y 80 litros del color 003. Respecto al tiempo de producción de estos dos colores, un litro del color A requiere 2 horas, mientras que un litro del color B requiere 1 hora, el gerente desea que el tiempo de producción no exceda 180 horas por semana. Se ha determinado que la utilidad del tono A es \$35.00 el litro y el tono B \$25.00 el litro, el área de ventas se ha fijado obtener una utilidad de \$3000.00 a la semana. De lo anterior, el gerente ha propuesto las siguientes metas:

1. evitar una baja utilización de la capacidad de máquina mezcladora de pintura;
2. fabricar los nuevos tonos sin exceder la cantidad de litros disponibles para su elaboración;
3. no exceder el tiempo de producción fijado;
4. obtener la utilidad prevista.

#### **FORMULACIÓN DEL PROBLEMA CON PROGRAMACIÓN POR METAS:**

Tomando como base el procedimiento de García (1998) para la formulación de un modelo de programación por metas, presentado en el tema 3.3.2.3, el problema de la compañía de pinturas se ha modelado de la siguiente manera:

## 1. Determinación de variables de decisión.

Antes de comenzar el procedimiento para la formulación de un modelo con programación por metas, es necesario determinar las variables de decisión del problema. Del ejemplo anterior se tiene lo siguiente:

$$x_1 = \text{litros del tono A a producir semanalmente}$$

$$x_2 = \text{litros del tono B a producir semanalmente}$$

## 2. Establecer metas.

En el subtema 3.3.2.3, se explicó que una meta conecta cada objetivo ( $f_i(\bar{x})$ ) del problema con su respectivo nivel de aspiración ( $m_i$ ). Por ejemplo:

$$\begin{aligned} f_i(\bar{x}) &\leq m_i ; \\ f_i(\bar{x}) &\geq m_i ; \\ f_i(\bar{x}) &= m_i ; \end{aligned}$$

En este caso, el problema plantea el interés en cuatro metas.

**Meta 1.** El gerente y el área de producción han establecido que la capacidad de la máquina mezcladora de pintura es de 100 litros semanales, de acuerdo con ello, la primera meta es:

$$x_1 + x_2 \leq 100 \quad (\text{meta de capacidad de la máquina})$$

**Meta 2.** La fabricación de los dos nuevos tonos (A y B), requiere los colores 001 y 003, y dado que cada tono tiene sus cantidades específicas de cada color:

- Color A: 2 litros del color 001 y 1 litro del color 003.
- Color B: 1 litro del color 001 y 3 litros del color 003.
- El total de litros que se dispone para el procesamiento de estos dos tonos es 95 litros del color 001 y 80 litros del color 003.

Entonces, la meta que considera no exceder la cantidad de litros disponibles de los colores 001 y 003 para obtener los nuevos tonos, es la siguiente (se plantea una meta por cada color):

$$2x_1 + 1x_2 \leq 95 \quad (\text{meta de cantidad de litros del color 001})$$

$$1x_1 + 3x_2 \leq 80 \quad (\text{meta de cantidad de litros del color 003})$$

**Meta 3.** Se ha establecido que el total de horas que se dispone para la producción de los tonos A y B es de 180 horas semanales. Considerando que la producción de un litro del color A requiere 2 horas, y un litro del color B requiere 1 hora, la meta que considera no exceder el tiempo de producción fijado es:

$$2x_1 + x_2 \leq 180 \text{ (meta de horas de producción)}$$

**Meta 4.** La meta que establece obtener la utilidad fijada por el área de ventas (y que también puede exceder esta cantidad), considerando que se ha determinado que la utilidad del tono A es \$35.00 el litro y el tono B \$25.00 el litro, y que la utilidad total obtenida por ambos tonos sea de \$3000.00 a la semana, es:

$$35x_1 + 25x_2 \geq 3000 \text{ (meta de utilidades)}$$

### 3. Determinar las variables de decisión no deseadas.

Como se mencionó en el subtema 3.3.2.3, después de formular las metas, lo siguiente es que se enuncien en forma de igualdad, y esto se logra añadiendo las variables de desviación negativa y positiva, finalmente se determinará cuál de ellas se minimizará. Aplicando lo explicado en ese subtema, las metas del ejemplo quedan de la siguiente forma:

**Meta 1.** La representación de las variables de desviación para esta meta es la siguiente:

$$x_1 + x_2 - \mathbf{y_1^+} + y_1^- = 100 \text{ (meta de capacidad de la máquina)}$$

Como en este caso no se quiere sobrepasar la capacidad de la máquina, se requiere minimizar el exceso, es decir  $\mathbf{y_i^+}$  (en negritas).

**Meta 2.** Esta meta que relaciona la disponibilidad de colores para mezclar y obtener los nuevos tonos, en términos de las variables de desviación es:

$$2x_1 + 1x_2 - \mathbf{y_2^+} + y_2^- = 95 \text{ (meta de cantidad de litros del color 001)}$$

$$1x_1 + 3x_2 - \mathbf{y_3^+} + y_3^- = 80 \text{ (meta de cantidad de litros del color 003)}$$

Nótese que en este caso se necesita minimizar las variables de desviación positivas (resaltadas en negro), debido a que se requiere minimizar el exceso, es decir, el requerimiento de colores para el producto A y B se debe ajustar a los 95 litros del color 001 o menos, el mismo razonamiento se aplica para el color 003.

**Meta 3.** En este caso, en la meta que considera las horas de producción, se necesita minimizar el exceso (variable de desviación positiva), ya que no se puede sobrepasar las 180 horas que se dispone para producir los tonos A y B.

$$2x_1 + x_2 - y_4^+ + y_4^- = 180 \text{ (meta de horas de producción)}$$

**Meta 4.** Para esta meta, se requiere minimizar la variable de desviación negativa, debido a que en este caso si se puede sobrepasar la cantidad fijada por el departamento de ventas de utilidades semanales, es decir, de los \$3,000.00.

$$35x_1 + 25x_2 - y_5^+ + y_5^- = 3000 \text{ (meta de utilidades)}$$

#### 4. Formular la función objetivo y minimizar las variables de desviación no deseadas.

La función objetivo se formulará con las variables de desviación no deseadas del paso 3, las cuales serán minimizadas. La formulación de este problema con programación por metas es la siguiente:

$$\text{Minimizar } z = y_1^+ + y_2^+ + y_3^+ + y_4^+ + y_5^-$$

*sujeto a:*

$$x_1 + x_2 - y_1^+ + y_1^- = 100 \text{ (meta 1)}$$

$$2x_1 + 1x_2 - y_2^+ + y_2^- = 95 \text{ (meta 2)}$$

$$1x_1 + 3x_2 - y_3^+ + y_3^- = 80 \text{ (meta 3)}$$

$$2x_1 + x_2 - y_4^+ + y_4^- = 180 \text{ (meta 4)}$$

$$35x_1 + 25x_2 - y_5^+ + y_5^- = 3000 \text{ (meta 5)}$$

Con esta formulación, se puede resolver el problema apoyándose de un software como Lingo, Lindo, entre otros.

Las formas más utilizadas de programación por metas (variantes del modelo) son las siguientes (Romero, 2003):

- Programación por metas ponderadas.
- Programación por metas lexicográficas.
- Programación por metas MINMAX.



A continuación, se explicará de manera breve en qué consisten estas variantes de la programación por metas.

### 3.3.2.4 PROGRAMACIÓN POR METAS PONDERADAS

Para minimizar las variables de decisión no deseadas, se requiere minimizar la suma de éstas (García, 1998). Por lo tanto, se tiene que minimizar la siguiente expresión:

$$\min \sum_{i=1}^p (y_i^+ + y_i^-) \quad (3.2)$$

Este mismo autor señala que la expresión anterior muestra que el tomador de decisiones da la misma importancia al logro de todas las metas (en la realidad, la mayoría de las veces no se da este caso). Para representar la diferente importancia de las preferencias del decisor, se realiza lo siguiente: se multiplica cada sumando de la expresión (3.2) por un coeficiente de ponderación  $w_i$  (representa la importancia relativa que el decisor asigna al cumplimiento de cada meta). De lo anterior se tiene:

$$\min \sum_{i=1}^p w_i (y_i^+ + y_i^-) \quad (3.3)$$

La formulación completa de programación por metas ponderadas que consiste en minimizar la suma ponderada de las desviaciones no deseadas es:

$$\min \sum_{i=1}^p (w_i^+ y_i^+ + w_i^- y_i^-) \quad (3.4)$$

$$s. a: \bar{x} \in X$$

$$f_i(\bar{x}) + y_i^- - y_i^+ = m_i$$

$$y_i^+, y_i^- \geq 0$$

$$w_i^+, w_i^- \geq 0$$

$$i = 1, 2, \dots, p$$

$w_i^+, w_i^-$ ;  $i = 1, 2, \dots, p$  son los coeficientes que se asocian a las variables de desviación por exceso y por defecto, respectivamente.

Retomando el ejemplo de las pinturas, si el decisor no quiere dar la misma importancia a las metas, recurrirá a una formulación de programación por metas ponderadas y el planteamiento queda de la siguiente forma:

La función de logro en este caso implica la minimización de la suma normalizada de las variables de desviación no deseadas. Romero (2003) señala que uno de los métodos de normalización consiste en dividir cada variable de desviación no deseada por su nivel de aspiración, además de considerar la importancia de las metas. El planteamiento es:

$$\text{Minimizar } z = \frac{1}{100}y_1^+ + \frac{2}{95}y_2^+ + \frac{1}{80}y_3^+ + \frac{5}{180}y_4^+ + \frac{3}{3000}y_5^-$$

*sujeto a:*

$$x_1 + x_2 - y_1^+ + y_1^- = 100 \quad (\text{meta 1})$$

$$2x_1 + 1x_2 - y_2^+ + y_2^- = 95 \quad (\text{meta 2})$$

$$1x_1 + 3x_2 - y_3^+ + y_3^- = 80 \quad (\text{meta 3})$$

$$2x_1 + x_2 - y_4^+ + y_4^- = 180 \quad (\text{meta 4})$$

$$35x_1 + 25x_2 - y_5^+ + y_5^- = 3000 \quad (\text{meta 5})$$

Los coeficientes de 1, 2, 3 y 5 de las variables de desviación no deseadas, indican la importancia que el decisor ha considerado en las metas. El coeficiente 5 indica que la meta 4 es cinco veces más importante que la meta 1 y 3.

Cabe mencionar que de acuerdo con García (1998) la función objetivo de este método tiene dos dificultades:

- carece de sentido la suma de variables de desviación que están medidas en unidades diferentes (unidades monetarias, pesos (kilogramos, libras, etc.), número de horas trabajadas);
- si los niveles de aspiración fuesen muy diferentes, las soluciones estarían sesgadas hacia un mayor cumplimiento de las metas con niveles de aspiración más elevados.

Estos inconvenientes se solucionan minimizando la suma ponderada de las variables de desviación en términos porcentuales, en lugar de hacerlo en términos absolutos.

De acuerdo con los diferentes sistemas de pesos, se pueden obtener distintos resultados, en este caso al sistema de pesos se le puede hacer un análisis de sensibilidad (García, 1998).

### 3.3.2.5 PROGRAMACIÓN POR METAS LEXICOGRÁFICAS

García (1998) explica que en esta variante de la programación por metas el tomador de decisiones forma grupos ordenados de metas, de acuerdo con un orden rígido de prioridades excluyentes. El procedimiento de este método lexicográfico es, en primera instancia, tratar de alcanzar las metas con la prioridad más alta, una vez obtenido, se trata de alcanzar las metas de segunda prioridad, y así sucesivamente. Como las preferencias se ordenan de manera parecida a la forma en que se ordenan las palabras en el diccionario, este método recibe el nombre de programación por metas lexicográficas (García, 1998).

El modelo de programación por metas lexicográfico es planteado por Ignizio (1983) de la siguiente forma:

$$\text{Lex min } \bar{a} = (a_1, a_2, \dots, a_k, \dots, a_K) \quad (3.5)$$

*sujeto a:*

$$f_i(\bar{x}) + \eta_i - \rho_i = b_i \quad \forall i$$

$$\bar{x}, \bar{\eta}, \bar{\rho} \geq 0$$

*donde*

$$a_k = g_k(\bar{\eta}, \bar{\rho})$$

$\bar{a}$  = vector de logro que busca el mínimo lexicográfico

$k$  = nivel de prioridad, donde  $k = 1, 2, \dots, K$

$\eta$  = variable de desviación negativa de la meta  $i$

$\rho$  = variable de desviación positiva de la meta  $i$

$b$  = nivel de aspiración de la meta  $i$

$g_k(\bar{\eta}, \bar{\rho})$  = función lineal de las variables de desviación que se requieren minimizar en el nivel de prioridad  $k$

Romero (1996) explica que la función de logro del modelo de programación por metas lexicográficas está formada por un vector ordenado cuya dimensión coincide con el número de prioridades que se han establecido. Cada componente de este vector representa las variables de desviación no deseadas que hay que minimizar de acuerdo con el nivel de prioridad ( $g_k(\bar{\eta}, \bar{\rho})$ ). Este mismo autor señala que la minimización lexicográfica de los vectores se refiere a la minimización ordenada de los componentes de la función de logro, es decir, primero se minimiza la primera componente ( $a_1$ ), posteriormente la segunda componente ( $a_2$ ) respetando el valor obtenido de  $a_1$  y así sucesivamente.

Algunos de los métodos usados para resolver programas lexicográficos son el método gráfico, secuencial, multifase y el método de Arthur y Ravindran, de los cuales Romero (1996) considera que el método secuencial es el más intuitivo y operativo.

De acuerdo con Romero (1996) y García (1998), el método secuencial consiste en resolver una secuencia de programas lineales (la cantidad de programas lineales dependerá del número de prioridades que se establezcan). En los trabajos de García (1998) e Ignizio (1983) explican que para resolver la formulación del modelo de programación por metas lexicográfico (3.5), el primer programa lineal minimizará la primera componente del vector de logro, es decir,  $a_1$  la cual corresponde al primer nivel de prioridad. De esta manera, el primer programa lineal es el siguiente:

$$\min a_1 = g_1(\bar{\eta}, \bar{\rho}) \quad (3.6)$$

*sujeto a:*

$$f_i(\bar{x}) + \eta_i - \rho_i = b_i \quad \forall i$$

$$\bar{x}, \bar{\eta}, \bar{\rho} \geq 0$$

La solución óptima para el primer programa lineal garantiza el cumplimiento de las metas de máxima prioridad y si no, proporciona la solución más próxima a dichos objetivos (García, 1998). El mínimo de la función objetivo se denotará con  $a_1^*$ .

El siguiente programa lineal corresponde a la minimización de la segunda componente ( $a_2$ ), la cual se refiere al segundo nivel de prioridad. Cabe mencionar que para que se respete los valores de la primera componente (correspondiente al primer nivel de prioridad) obtenido en el programa anterior, se añade la restricción  $a_1 = a_1^*$ , por lo tanto, el segundo programa lineal es el siguiente:

$$\min a_2 = g_2(\bar{\eta}, \bar{\rho}) \quad (3.7)$$

*sujeto a:*

$$f_i(\bar{x}) + \eta_i - \rho_i = b_i \quad \forall i$$

$$a_1 = a_1^*$$

$$\bar{x}, \bar{\eta}, \bar{\rho} \geq 0$$

De esta manera agregando a cada programa lineal la restricción  $a_k = a_k^*$  hará que se respete la solución obtenida del programa anterior (García, 1998). De acuerdo con Romero (1996) el procedimiento secuencial continua hasta resolver el último programa lineal.

### 3.3.2.6 PROGRAMACIÓN POR METAS MINIMAX

García (1998) menciona que esta variación de la programación por metas fue sugerida por Flavell en 1976, y consiste en la minimización de la máxima desviación entre todas las desviaciones posibles. La formulación del modelo es la siguiente:

$$\begin{aligned}
 & \min d && (3.8) \\
 \text{s. a: } & \alpha_i y_i^+ + \beta_i y_i^- \leq d, && i = 1, 2, \dots, p \\
 & f(\bar{x}) - \bar{y}^+ + \bar{y}^- = \bar{m} \\
 & \bar{y}^+ \geq 0, \bar{y}^- \geq 0 \\
 & \bar{x} \in X
 \end{aligned}$$

donde

$d$  es la máxima desviación posible de todas las metas.

Los coeficientes indicadores de las preferencias relativas del decisor son  $\alpha_i$  y  $\beta_i$  y a la vez normalizadores. El valor  $\alpha_i = 0$  cuando en la  $i$ -ésima meta la variable de desviación no deseada es  $y_i^-$ . Y el valor  $\beta_i = 0$  cuando en la  $i$ -ésima meta la variable de desviación no deseada es  $y_i^+$ .

La formulación (3.8) es un problema de programación lineal, que se puede resolver por aplicación del Simplex.

Para ejemplificar la formulación de programación por metas MINIMAX, el ejemplo de los nuevos tonos queda de la siguiente forma:

Como el ejemplo anterior, el paso inicial es la normalización de las variables de desviación no deseadas (dividir cada una por su nivel de aspiración), si se asume igual peso en las preferencias, la formulación del problema queda expresada así:

*Min D*

*sujeto a:*

$$\frac{1}{100} y_1^+ \leq d$$

$$\frac{1}{95} y_2^+ \leq d$$

$$\frac{1}{80} y_3^+ \leq d$$

$$\frac{1}{180} y_4^+ \leq d$$

$$\frac{1}{3000} y_5^- \leq d$$

$$x_1 + x_2 - y_1^+ + y_1^- = 100 \text{ (meta 1)}$$

$$2x_1 + 1x_2 - y_2^+ + y_2^- = 95 \text{ (meta 2)}$$

$$1x_1 + 3x_2 - y_3^+ + y_3^- = 80 \text{ (meta 3)}$$

$$2x_1 + x_2 - y_4^+ + y_4^- = 180 \text{ (meta 4)}$$

$$35x_1 + 25x_2 - y_5^+ + y_5^- = 3000 \text{ (meta 5)}$$

Romero (2003) explica que con este modelo se minimiza la máxima desviación ponderada y normalizada, el resultado obtenido implica el máximo equilibrio en la realización de las metas. Este autor también menciona que un modelo de programación por metas MINIMAX tiene un significado utilitario al implicar la optimización de una función de utilidad en la que se minimiza la máxima desviación.

Al resolver problemas con programación lineal por metas, se pueden analizar los efectos de las variaciones de los datos en la solución óptima. Si las variaciones son discretas se realiza análisis de sensibilidad, y si las variaciones son continuas se realiza programación lineal por metas paramétricas (García, 1998).

### 3.3.2.7 VARIACIONES DE LA PROGRAMACIÓN POR METAS

Debido a las diversas aplicaciones que se han hecho en otros campos, se han realizado extensiones de la programación por metas, Romero (2003) menciona las siguientes:

- Programación multimetas: este enfoque propuesto por Zenely en 1982, minimiza las variables de desviación no deseadas en el sentido de la programación multiobjetivo (buscando soluciones eficientes);
- Programación por metas estocástica: se usa este método cuando los parámetros del modelo como niveles de aspiración, coeficientes, etc. no se conocen con exactitud;
- Programación por metas interactiva: este método incrementa la flexibilidad del enfoque e involucra más al centro decisor en el proceso de modelación, así, puede resultar más sencillo encontrar vectores de niveles de aspiración que el decisor considere satisfactorias;
- Programación por metas y agregación de preferencias: este método se considera en problemas que involucran tomas de decisiones con varios centros decisores, las preferencias de cada centro decisor se agregan con la ayuda de modelos de programación por metas ponderadas y metas MINIMAX, así, se obtienen agregaciones que optimizan funciones de consenso entre los diferentes decisores;

- Programación por metas y métodos de inteligencia artificial: incorporar técnicas de inteligencia artificial como estructuras analíticas complejas a modelos de programación por metas.

Entre otras extensiones también se incluye la programación por metas difusa.




### 3.3.3 DIAGRAMA DE INFLUENCIA

Un diagrama de influencia es una representación visual en forma de grafo de un problema de decisión, permite identificar y representar los elementos importantes de un problema incluyendo decisiones, objetivos y elementos de azar, así como las relaciones entre ellos (Lezama, 2008).

Lezama (2008) menciona que el diagrama de influencia modela la realidad, a través de nodos y arcos. Los arcos son dirigidos y van de un nodo a otro, de esta manera se representa las relaciones entre ellos, mostrando las dependencias entre sus elementos. Este autor menciona que ésta es una herramienta eficiente de modelado para problemas de decisión. El uso de diagramas de influencia proporciona un modelo de razonamiento complejo.

Como se mencionó anteriormente, un diagrama de influencia está formado por nodos y arcos. Los tipos de nodos que pueden ser utilizados se presentan en la Tabla 3.3. Con respecto a los arcos, pueden ser de dos tipos, esto depende de su destino, si los arcos están dirigidos a nodos de azar o hacia nodos de valor, son arcos condicionales, y si se dirigen a los nodos de decisión, se trata de arcos informativos.

Tabla 3.3 Tipos de nodos en un diagrama de influencia

Representación	Tipos de nodos / flecha	Significado de los nodos
	Nodos de valor	Representan el objetivo a maximizar, por ejemplo: la utilidad esperada
	Nodos de decisión	Son variables de decisión y representan acciones bajo el control del decisor
	Nodos de azar	Son las variables de azar y representan eventos que no están bajo control del decisor

Adaptado de Identificación de variables relevantes en modelos de toma de decisiones con diagramas de influencia, por Lezama, I. B., 2008

Un ejemplo de diagrama de influencia dónde se muestra los diferentes tipos de nodos se presenta en la Figura 3.1.

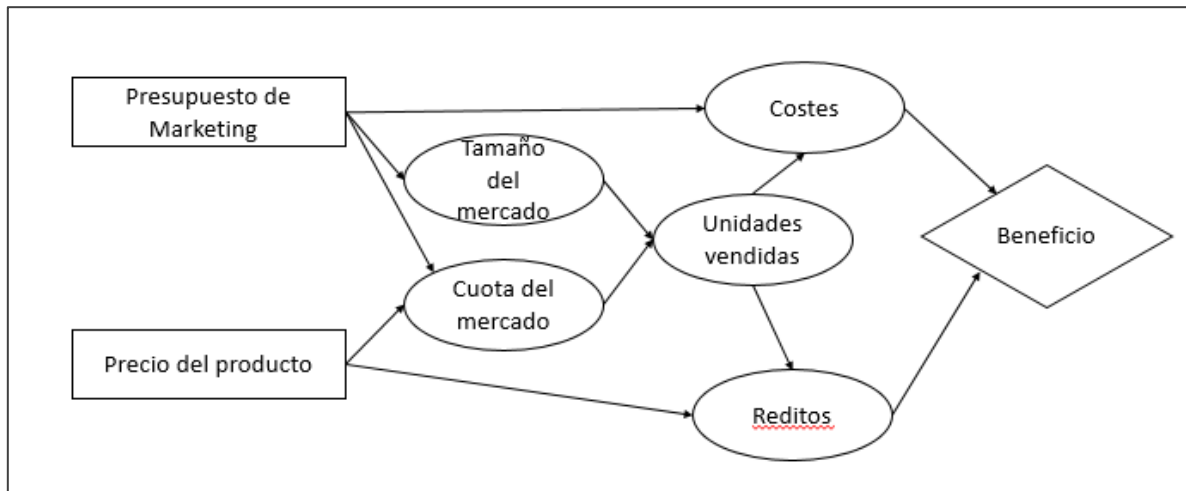


Figura 3.1 Ejemplo de diagrama de influencia. Adaptado de Identificación de variables relevantes en modelos de toma de decisiones con diagramas de influencia, por Lezama, I. B., 2008

### 3.3.4 LINGO

Es importante considerar el software con el que se resolverá el modelo de programación por metas, en este caso, se hará uso de LINGO (*LINear Generalize Optimizer*), el cual es una herramienta diseñada para formular, resolver problemas lineales y no lineales, y analizar sus soluciones (LINGO: *The Modeling Language and Optimizer*, 2013). Dependiendo de la versión adquirida se pueden resolver problemas no lineales, cuadráticos, semi-definidos y estocásticos.

La valía de este software es que no se requiere un lenguaje especializado, a través del lenguaje matemático se pueden formular los problemas y construir un modelo, por lo tanto, es necesario que el usuario pueda plantear el problema que desea resolver a través del lenguaje matemático, una vez realizado esto, el traspaso del modelo a la venta de trabajo de LINGO es sencillo. Dependiendo de la versión adquirida será su capacidad: número de restricciones, número de variables, variables enteras, variables no lineales.

Las consideraciones básicas para formular un modelo en LINGO son las siguientes:

- La función objetivo será presentada por MAX o MIN (también puede ser max o min, dado que LINGO no distingue entre mayúsculas o minúsculas) y seguida del signo igual "=";



- cada línea de restricciones y en la función objetivo debe finalizar con el signo punto y coma (;);
- no es necesario declarar las restricciones de no negatividad, ya que LINGO tiene seleccionado de forma automática la opción de *VARIABLES ASSUMED NON-NEGATIVE*, también se puede declarar variables binarias, enteras, valores negativos, entre otros;
- para realizar comentarios, se antepone el signo de exclamación (!) y al final de la línea el signo de punto y coma (;), la línea de comentarios se tornará de color verde.

Como se mencionó, las consideraciones presentadas son básicas para la formulación de un modelo, para tener más información del uso del software LINGO se puede consultar los manuales en línea de su página de internet.

### 3.4 METODOLOGÍA Y OBJETIVO

Después de la revisión de literatura y de definir el modelo que se usara de acuerdo con el problema de investigación, se define el objetivo, el cual es el siguiente:

“Formular un modelo de programación por metas para analizar la propuesta de sectorización de la red de agua potable de San Martín Texmelucan de Labastida, Puebla, realizada por PADHPOT, con el fin de que se puedan evaluar escenarios que expongan el cumplimiento del suministro de agua potable, la cantidad de agua permitida para la extracción y un presupuesto establecido.”

La metodología desarrollada en esta investigación es una adaptación de metodología presentada por Hillier y Lieberman (2010). Se consideró trabajar con las etapas que estos autores muestran, por el enfoque de modelado en investigación de operaciones. A continuación, se presenta una breve descripción de la metodología de esta investigación:

#### 1. Definición del problema.

Esta primera fase fue desarrollada en conjunto con PADHPOT, además de que se complementó con la información proporcionada por este programa. A través de pláticas y de lecturas de los documentos proporcionados, se conoce a grandes rasgos la situación actual de San Martín Texmelucan de Labastida, así como la propuesta de sectorización de la red de agua potable sugerida por PADHPOT. Con base en lo anterior y las necesidades planteadas por PADHPOT, se define el problema de investigación.

## **2. Desarrollo del modelo conceptual del sistema.**

Antes de explicar este paso, vale la pena mencionar a Landry *et al.* (1983), quienes explican que un modelo conceptual es una imagen mental de la situación a analizar, la cual es formada por percepciones, experiencia y conocimiento por parte del modelador y del tomador de decisiones. Las expectativas de lo que el modelo debe incluir son los elementos de la situación que se estudia, metas, objetivos, la relación entre los elementos, restricciones, entre otros. También hay quienes consideran que equivale a una estructuración del problema, como señalan Oral y Kettani (1993), que además, mencionan que este modelo también funciona como un marco de referencia para pensar qué hacer con respecto a la situación que se está analizando. En otras palabras, un modelo conceptual es un apoyo visual que representa el sistema real bajo estudio.

En esta investigación, una vez planteado el problema de investigación, por medio de entrevistas e información proporcionada por PADHPOT se conoce el sistema, y se identifican sus principales elementos, sus relaciones entre ellos, entre otros. Con base en lo anterior se construye el modelo conceptual que represente el sistema de distribución de agua de San Martín Texmelucan de Labastida y su problemática. Cabe mencionar que a través de la construcción del modelo conceptual se obtiene una mejor comprensión del problema.

## **3. Validación del modelo conceptual.**

La validación del modelo conceptual se lleva a cabo con un experto del tema, es decir, ante el PADHPOT, ya que, a través del conocimiento y experiencia en el desarrollo del proyecto elaborado para San Martín Texmelucan, constituye la fuente adecuada para realizar este paso, que consiste en saber si el modelo realizado representa el sistema real.

## **4. Recolección de datos.**

La recolección de datos es una parte importante de la metodología ya que se puede considerar como la materia prima del modelo matemático. A través de la información proporcionada por PADHPOT y las entrevistas realizadas, se recaban los datos necesarios para el modelo.

## **5. Formulación del modelo matemático.**

Con base en el problema de investigación y de la revisión de literatura, se determina que el modelo que se adecúa al análisis de la sectorización de la red de agua potable propuesta por PADHPOT es la programación por metas, el cual evalúa el cumplimiento de un conjunto de objetivos. La formulación del modelo elegido consiste en la definición de las variables de decisión, la función objetivo, las metas, las variables de desviación (incluyendo las no deseadas) y restricciones.

**6. Solución del problema con un software.**

Una vez formulado el modelo de programación por metas, se reescribe en el lenguaje matemático necesario para el reconocimiento del modelo en un software, en este caso LINGO y así poder resolver el modelo.

**7. Verificación del modelo matemático.**

El modelo se verifica revisando que los datos introducidos en el modelo, la declaración de las variables, los subíndices y el sentido de las metas, hayan sido los correctos.

**8. Validación del modelo matemático.**

Un modelo bien construido es aquel que represente de la mejor manera posible la realidad que se está estudiando, y una actividad muy importante de la modelación que se encarga de asegurar esto, es la validación. Para esta investigación la validación se realiza a través de resultados que se puedan predecir.

**9. Generación de resultados.**

En este paso de la metodología se analizan los resultados obtenidos por el modelo para cada meta, identificando cuáles se cumplen, cuáles no y en qué medida, es decir, si excedieron o no los niveles de aspiración establecidos.

**10. Análisis de escenarios.**

Con base en el modelo elegido y validado, se realiza la construcción de escenarios, los cuales brindarán un análisis más profundo debido a que consideran situaciones de interés por parte del decisor. Con los resultados obtenidos de los escenarios se conocerá las repercusiones de darle más importancia a determinados objetivos sobre los demás ante diferentes situaciones.

**11. Documentación.**

La documentación es la actividad en la que se registra toda la información, la metodología y el trabajo realizado de esta investigación, desde la revisión de literatura, recolección de datos, modelación, hasta la generación de resultados y la construcción de escenarios. La finalidad de la documentación consiste en dejar las especificaciones de este trabajo, de manera que otros investigadores, estudiantes e interesados en el tema puedan conocer esta aplicación del modelo en el campo de recursos hídricos y de ser posible replicarlo, adaptarlo para otro campo e incluso mejorarlo.

De manera más ilustrativa, en la Figura 3.2 se presenta estos pasos de la metodología.

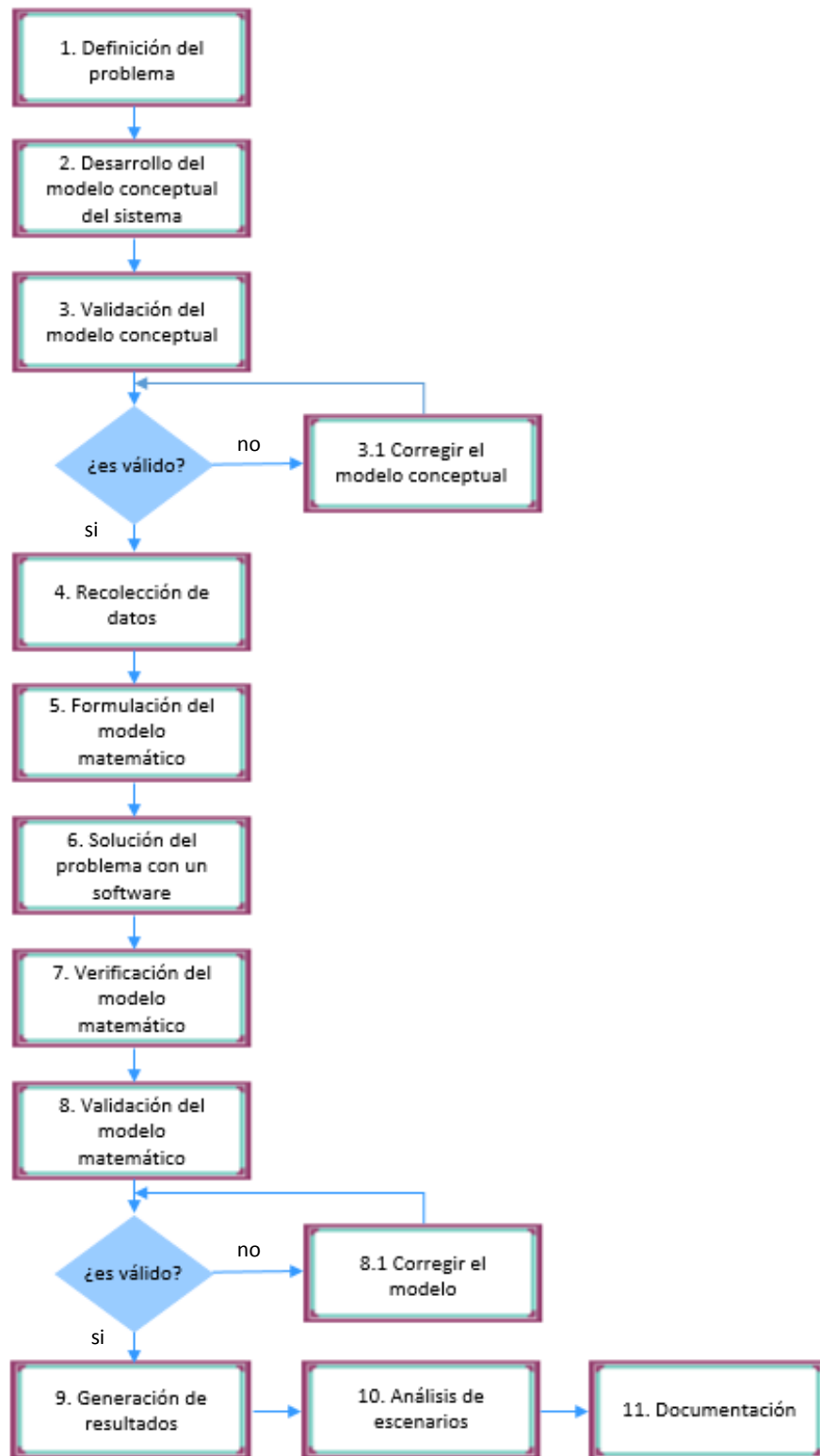


Figura 3.2 Diagrama de la metodología. Elaboración propia basada en Introducción a la Investigación de Operaciones, por Hillier y Lieberman, 2010

Para finalizar este capítulo, se puede observar que una de las actividades más importantes es la revisión de literatura, ya que permite conocer lo que se ha hecho en el campo de estudio de interés. Con base en esta revisión se elabora el marco teórico, y en conjunto con el problema de investigación planteado se determina la herramienta que más se adecúa y que se utilizará para cumplir con el objetivo de la tesis. En el siguiente capítulo se desarrollará la metodología presentada en esta sección.

---

## **CAPÍTULO 4. DESARROLLO DE LA METODOLOGÍA**

---

### **4.1 INTRODUCCIÓN AL CAPÍTULO**

De acuerdo con la metodología presentada en el capítulo anterior, en esta sección se explicarán los pasos que la integran, esto, bajo el enfoque del problema de investigación definido en el Capítulo 2: analizar la propuesta de sectorización en la red de suministro de agua en San Martín Texmelucan de Labastida, Puebla, a través de un modelo que pueda evaluar las repercusiones en el suministro de agua requerido en cada sector, presupuesto y las limitaciones en los títulos de asignación de los pozos que alimentan la red, considerando que estos objetivos se encuentran en conflicto, mediante escenarios.

### **4.2 METODOLOGÍA**

A continuación se explicarán los pasos que constituyen la metodología presentada en el Capítulo 3, desde la definición del problema hasta la verificación del modelo matemático.

#### **4.2.1 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA**

El problema se definió de acuerdo con la información proporcionada por PADHPOT complementada con la información del observatorio hídrico. Como se mencionó en el Capítulo 1, PADHPOT es el programa que se encarga de aplicar las acciones realizadas por PUMAGUA, en especial los rezagos en servicio de agua y saneamiento en ocho municipios de los estados de Oaxaca, Puebla y Tlaxcala.

Después de llevarse a cabo diversas pláticas con PADHPOT, acerca del trabajo que realizan y lo que han desarrollado, además de conocer los principales problemas que enfrentan, se pudo saber que uno de sus intereses es contar con un método de análisis de escenarios para los proyectos que realicen, ya que en ocasiones cuando finalizan un proyecto y lo presentan a las personas involucradas en la toma de decisiones (por ejemplo: las autoridades competentes), estos realizan sugerencias o requieren modificaciones que hacen necesario que se realice otro estudio, de tal forma que con un método que pueda analizar diferentes situaciones, no sería necesario desarrollar otro estudio desde el inicio.

De esta manera, platicando acerca de los alcances de la investigación de operaciones en diversos campos, surge el interés de la aplicación de una de las técnicas de esta disciplina a uno de sus proyectos, y es así, como PADHPOT propone que el caso de aplicación en esta investigación sea la cabecera municipal de San Martín Texmelucan,

en el estado de Puebla, cuya información más detallada se explica en el Capítulo 2 pero en el siguiente párrafo se presenta de forma muy breve.

San Martín Texmelucan de Labastida es la cabecera municipal de San Martín Texmelucan, y uno de los principales problemas que enfrenta es la pérdida de agua que asciende a un 55.84%, las cuales son originadas por fugas. Ante esta situación PADHPOT propone realizar una sectorización de la red de agua potable, la cual consiste en crear sectores que funcionen aislados hidráulicamente, es decir que cada sector tenga una sola entrada de agua, la cual facilitará la identificación de las zonas que estén perdiendo agua y así se detecten las fugas y se reparen.

De esta forma, conociendo la situación de la cabecera municipal y la propuesta de sectorización que PADHPOT realizó, se pudo observar que no cuentan con una herramienta que analice su propuesta, es decir, un método que evalúe el cumplimiento de un conjunto de requerimientos relacionados con el suministro de agua a la población, como los siguientes: la cantidad de agua que se bombea de los pozos a los sectores satisfaga la demanda, que el volumen de este recurso hídrico extraído de los pozos no exceda lo señalado en los títulos de asignación y finalmente, que se cumpla con los presupuestos de pago de energía eléctrica (costos asociados al bombeo del agua) y de aprovechamiento de aguas nacionales. Considerando los objetivos anteriores, la existencia de una situación donde están en conflicto, la necesidad de análisis de la propuesta de PADHPOT y con la revisión de literatura, se define el objetivo general (Capítulo 3) de la siguiente manera:

“Formular un modelo de programación por metas para analizar la propuesta de sectorización de la red de agua potable de San Martín Texmelucan de Labastida, Puebla, realizada por PADHPOT, con el fin de que se puedan evaluar escenarios que expongan el cumplimiento del suministro de agua potable, la cantidad de agua permitida para la extracción y un presupuesto establecido.”

Definido el objetivo, el siguiente paso es la conceptualización del sistema.

#### **4.2.2 DISEÑO DEL MODELO CONCEPTUAL DEL SISTEMA**

Una vez dada a conocer la situación del caso de aplicación propuesto por PADHPOT y analizada su información (también proporcionada por este programa y la cual es el resultado del trabajo realizado por ellos), se pudo construir un modelo conceptual del sistema.

La finalidad del modelo conceptual en este caso es que permite exponer el sistema de distribución de agua en la cabecera municipal de San Martín de Texmelucan y su problemática. A través de la presentación de la información relevante o que esté muy relacionada con el tema de interés en el modelo conceptual, es más sencillo tanto para

el modelador como para el lector, comprender como funciona todo el sistema de lo que se esté analizando. Tener muchos datos o información (como en ocasiones sucede) hace que el modelador aprenda a discernir lo esencial para su estudio y sólo conservar lo necesario para el análisis.

Con base en el conocimiento adquirido de la situación de la cabecera municipal, se presentan en el modelo conceptual los elementos importantes del sistema de distribución de agua de San Martín Texmelucan de Labastida, así como la relación entre ellos, capturando así, la esencia de la situación. Cabe mencionar que a través de varias lecturas de la información proporcionada por PADHPOT se produjo este modelo, el cual se presenta en el Capítulo 2 y se explica a detalle en los temas de ese mismo capítulo. Como se puede ver en la Figura 4.1, este modelo está compuesto por cuatro secciones que están representadas por colores diferentes; las iniciales SMTL se refieren a San Martín Texmelucan de Labastida.

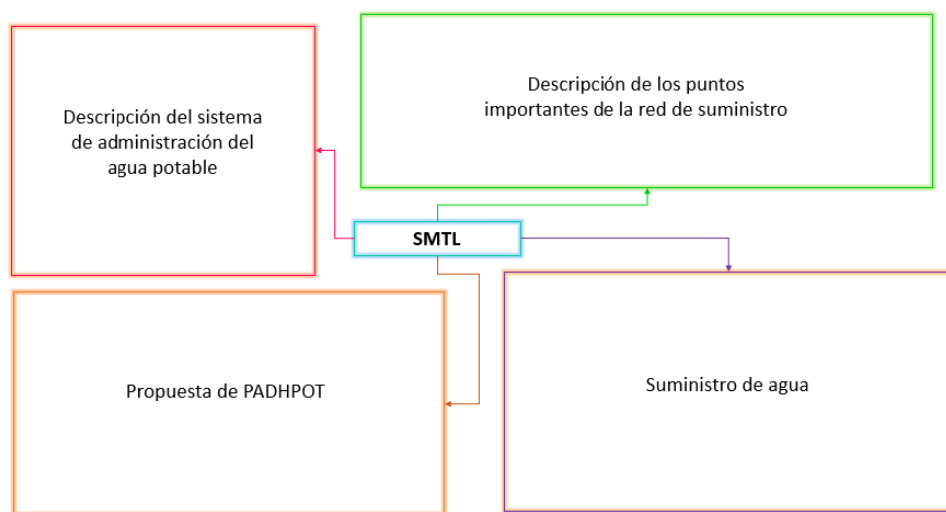


Figura 4.1 Secciones en que se encuentra dividida el modelo conceptual del sistema de distribución de agua de San Martín Texmelucan de Labastida. Elaboración propia basada en el modelo conceptual del Capítulo 2

Las cuatro secciones del modelo conceptual representan los principales elementos del sistema (Figura 2.1, Capítulo 2) y su análisis permite comprender la situación de la cabecera municipal. Las secciones y sus elementos son los siguientes:

- **descripción del sistema de administración del agua potable (color rojo):** los puntos principales que se exponen son el organismo que se encarga del suministro, drenaje y saneamiento de agua, las zonas de servicio en que está dividida la cabecera municipal, número de población, la cantidad de agua que actualmente se suministra a la población, la cantidad de agua que CONAGUA recomienda que se suministre, así como la longitud de la red de distribución;



- **descripción de los puntos principales de una red de suministro (color verde):** se expone cómo está integrada la red, desde los pozos de agua, el tren de descarga, las líneas de conducción, los tanques, las líneas primarias y secundarias, tomas domiciliarias, así como la fuente de donde se extrae el agua;
- **suministro de agua (color morado):** este punto está compuesto por el número de tomas existentes, su clasificación, la cantidad de agua en promedio que se suministra a la red, cuánta agua se pierde, el nivel de eficiencia y pérdida de la red de agua potable;
- **propuesta de PADHPOT (color naranja):** se expone a qué se deben las pérdidas de agua en el sistema y la propuesta de PADHPOT (en qué consiste y su finalidad).

Cabe mencionar que este proceso de construcción del modelo conceptual requirió varias revisiones debido a la lectura constante de la información proporcionada, a los cambios en algunos datos y a las entrevistas con PADHPOT, resultando así, un modelo actualizado y cada vez más conciso, además de que en cada actualización se realizaron mejoras en el modelo. En la Figura 4.2 se muestra los pasos que se utilizaron para la construcción del modelo conceptual que incluye desde conocer la situación del tema de interés hasta la inclusión del modelo a la tesis.

#### 4.2.3 VALIDACIÓN DEL MODELO CONCEPTUAL

Una vez realizado el modelo conceptual el siguiente paso es validarlo. Landry y Oral (1993) mencionan que la validación conceptual consiste en asegurarse que exista una relación legítima y apropiada entre la situación de interés (situación real) y el modelo conceptual. En el mismo sentido, Miser (1993) explica que después de lograr tomar una imagen mental de una porción de la realidad, se buscará saber qué tan bien la representa. Lo anterior se entiende como la evaluación de qué tan parecido es el modelo conceptual al sistema real que interpreta, bajo circunstancias específicas controladas.

La validación del modelo conceptual para esta investigación se realizó de acuerdo con los siguientes pasos:

- **presentación del modelo conceptual:** después de haber realizado el modelo con base en la información obtenida y las entrevistas, se procede a validarlo con expertos en el tema, en este caso ante PADHPOT, el modelo se expone, explicando su estructura y cómo están relacionados los elementos;

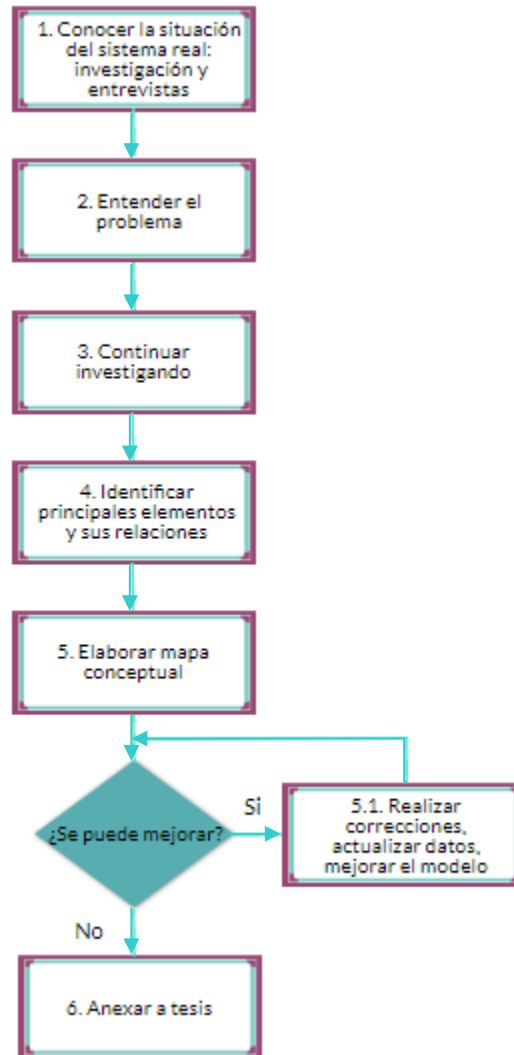


Figura 4.2 Diagrama de flujo de la elaboración del modelo conceptual del sistema de distribución de agua de San Martín Texmelucan de Labastida. Elaboración propia

- **validación del modelo conceptual:** después de la presentación del modelo, se consulta con el experto acerca de la veracidad de los elementos considerados y sus relaciones entre ellos, también se consulta si el modelo es entendible, y se verifican los datos para saber si ha habido algún cambio en ellos con los cuales se necesite realizar actualizaciones, pero sobre todo que valide si lo presentado en el modelo representa la problemática del sistema de distribución de agua en la cabecera municipal de San Martín de Texmelucan;
- **realización de correcciones o mejoras del modelo conceptual:** finalmente, después de la exposición y la consulta del modelo, se procede a realizar las correcciones de las actualizaciones y las sugerencias (si es el caso) en el modelo. También en este paso se considera si todavía se puede realizar mejoras. Posteriormente se vuelve a presentar este nuevo modelo ante el experto, para obtener su visto bueno o recibir otras correcciones para mejorarlo; este proceso

termina hasta que el experto dé la aprobación de que los datos han sido actualizados, se hayan realizado las correcciones y se cumpla con el objetivo de representar la problemática.

#### 4.2.4 RECOLECCIÓN DE DATOS

Aunque los objetivos con los que se analizará la propuesta de sectorización ya están definidos (cumplimiento del requerimiento de agua de la población, volumen de extracción de agua de los pozos de acuerdo con los títulos de asignación y presupuestos), antes de iniciar la recolección de datos, se decidió construir un diagrama de influencia, para definir los elementos del problema de investigación, los cuales se considerarán en el modelo matemático y así no omitir alguno. Con base en estos elementos se determinará los datos que se necesitarán para la modelación de programación por metas y posteriormente realizar la recopilación de éstos.

El diagrama de influencia que se presenta en la Figura 4.3 se utilizó para definir los datos que se recopilaron. Como se analizará la propuesta de sectorización de la red de suministro de agua de San Martín Texmelucan de Labastida, se toma como elemento principal el suministro de agua y como parte del análisis incluye el cumplimiento de objetivos, los datos o información que son parte de éstos, se representan como elementos secundarios.

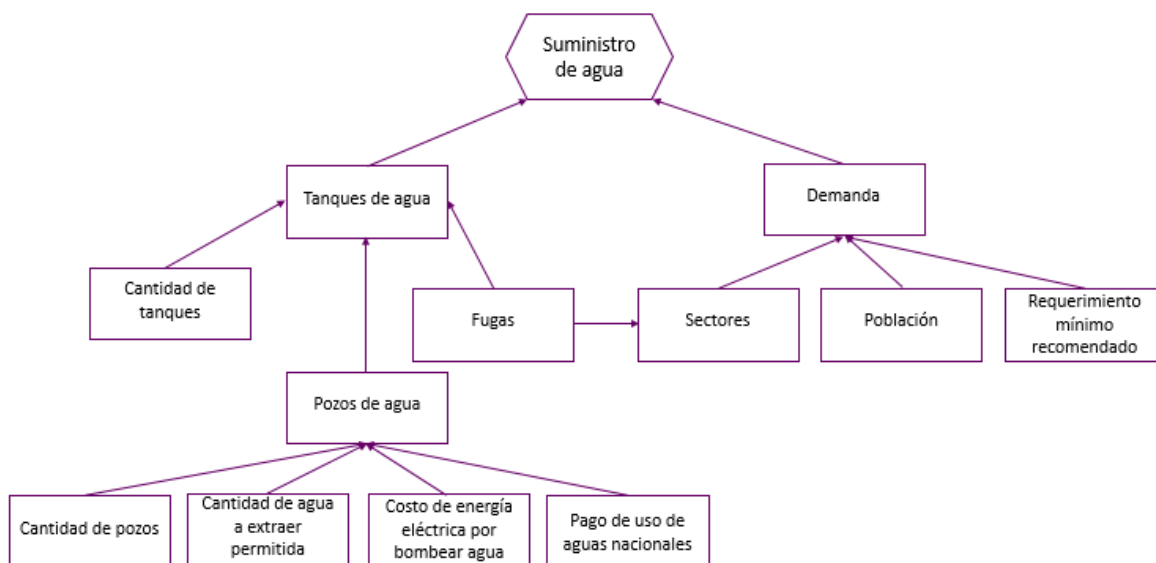





Figura 4.3 Diagrama de influencia para la recolección de datos. Elaboración propia

Los significados de los nodos y las flechas utilizadas en el diagrama de influencia se presentan en la Tabla 4.1.

Tabla 4.1 Significado de los nodos y flechas del diagrama de influencia

Tipos de nodos y flecha	Significado de los nodos y flecha
	Elemento principal de análisis
	Elementos secundarios de análisis
	Estas flechas relacionan los elementos que afectan al siguiente elemento secundario o principal

Adaptado de Identificación de variables relevantes en modelos de toma de decisiones con diagramas de influencia, por Lezama, I. B., 2008

Las principales fuentes de información con las que se recolectaron los datos fueron: la información que proporcionó PADHPOT (entre ellas memorias descriptivas e informes), entrevistas y finalmente consultas en el SCINCE (Sistema para la Consulta de Información Censal 2010) del INEGI. En las entrevistas se solicitó información que no estaba disponible en los informes así como la resolución de dudas, y el uso de SCINCE se realizó para la obtención de la población en cada sector de San Martín Texmelucan de Labastida.

De acuerdo con el diagrama de influencia, los datos que se recolectaron fueron los siguientes:

**POZOS:**

La información relevante para el modelo es el número de pozos existentes en la cabecera municipal de San Martín Texmelucan, los tanques a los que cada pozo suministra agua, la cantidad de agua que se bombea del pozo al tanque (estos tres puntos se pueden encontrar en la Figura 2.4) y la cantidad de agua que está permitida extraer de estas fuentes. Los datos necesarios se obtuvieron de los informes y de la información de los títulos de asignación. De acuerdo con la información de estos títulos, la cantidad de agua que está permitida extraer de los seis pozos de la cabecera municipal de San Martín Texmelucan al año se muestra en la Tabla 4.2.

Tabla 4.2 Volumen de agua autorizado para extraer de los pozos de San Martín Texmelucan de Labastida de acuerdo con lo dispuesto de la información de los títulos de asignación

Pozo	Volumen de agua autorizado para extracción ( $m^3/año$ )
Pozo 1	1,702,944.00
Pozo 2	567,648.00
Pozo 3	1,608,336.00
Pozo 4	294,993.00
Pozo 5	361,087.20
Pozo 6	1,051,200.00

Adaptado de la información proporcionada por PADHPOT

**TANQUES:**

Dado que no todos los tanques suministran agua a todos los sectores, es importante conocer los sectores a los que cada tanque provee este líquido vital. Esta información también se obtuvo de los informes proporcionados por PADHPOT. En la Figura 4.4 se muestran los seis pozos (indicados por la letra "P") que suministran agua a los seis tanques (indicados por la letra "T") que abastecen a los ocho sectores propuestos por PADHPOT (indicados por la letra "S"). En el Capítulo 2 se explica más a detalle el suministro de agua desde los pozos hasta los sectores, cabe mencionar que de acuerdo con la información proporcionada por PADHPOT, el tanque 1 y el tanque 2 conforman un solo tanque, en la Figura 4.4 se encuentra señalado con un recuadro punteado.

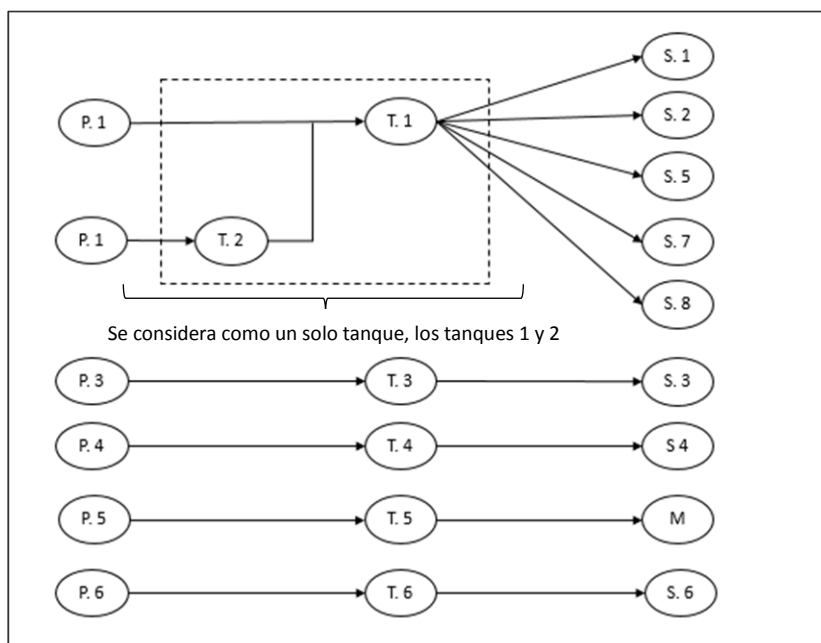


Figura 4.4 Suministro de pozos, tanques y sectores en San Martín Texmelucan de Labastida. Adaptado de la información proporcionada por PADHPOT

## DEMANDA Y REQUERIMIENTO DE AGUA:

Para este punto se necesita conocer la cantidad de población en cada sector, así como si existe una cantidad de agua que se requiere suministrar.

Dentro esta investigación se consideró la demanda como determinista, ya que se requiere un histórico de datos del consumo de agua (el cual varía de acuerdo con las horas, días, estación de año, clima, etc.), para calcular una distribución de probabilidad que indique cómo se comporta ésta. Debido que el estudio realizado por PADHPOT es reciente, no se cuenta con esta información, por lo que, el cálculo de la demanda está basado en la dotación de agua recomendada por CONAGUA.

Para comprender la complejidad para obtener la información precisa que se requiere para entender el comportamiento de la demanda de agua, Tzatchkov y Alcocer-Yamanaka (2016) mencionan que los parámetros que caracterizan la variación del consumo son: la frecuencia del uso del agua, la intensidad y la duración promedio. Bajo estos factores, el análisis del comportamiento de la demanda está fuera de los alcances de esta investigación.

La información referente a la población por sector se obtuvo de la página SCINCE web del INEGI, con la cual a través de los indicadores y los filtros necesarios se generaron las áreas geoestadísticas básicas (AGEB) de los sectores propuestos por PADHPOT. Una vez obtenidas, se realizó el conteo de población por sector. Con respecto a la cantidad de agua que se requiere suministrar, se obtuvo de los informes de PADHPOT, en el cual se menciona que de acuerdo con las normas de CONAGUA, la dotación de agua recomendada para una comunidad como San Martín Texmelucan es en promedio 142.33 l/hab/día.

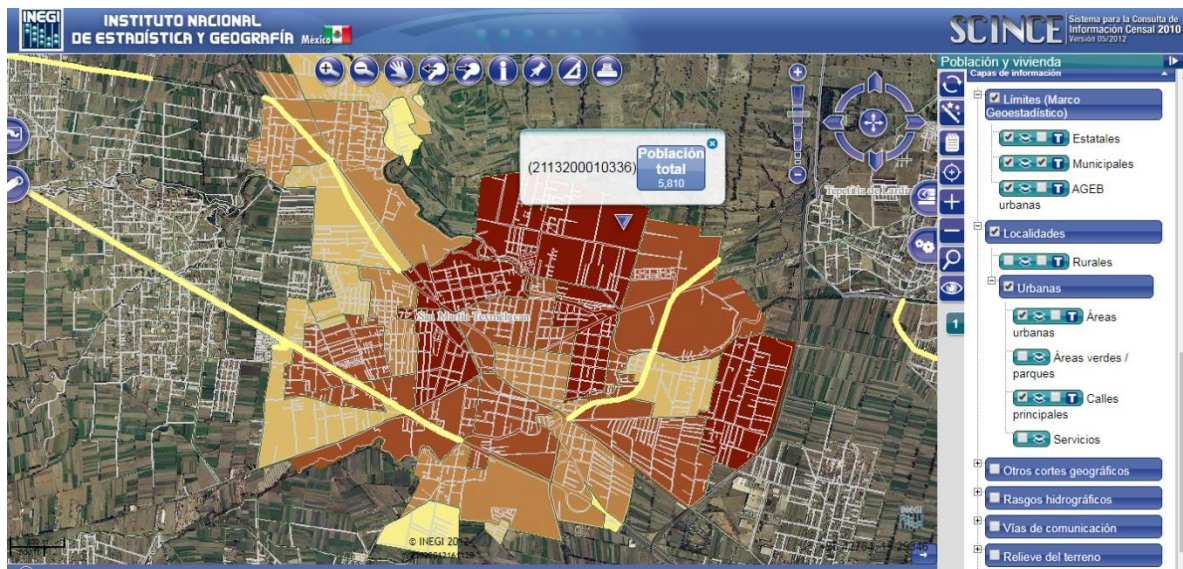


Figura 4.5 Áreas geoestadísticas básicas (AGEB) de San Martín Texmelucan de Labastida. Tomado del Sistema para la Consulta de Información Censal 2010

Con los datos obtenidos de la población por sectores por medio de las AGEB y del suministro de agua recomendado por CONAGUA, se realizaron los cálculos necesarios para obtener el requerimiento de agua por sectores ( $m^3/año$ ). Un ejemplo de los cálculos realizados para tener la cantidad de agua anual requerida por sectores, en este caso el sector 1 fue el siguiente:

De acuerdo con la Tabla A2 del anexo 2, con la información de la población por sectores obtenida por las AGEB y considerando que la dotación de agua sugerida por CONAGUA es  $142.33 \text{ l/hab/día}$ , para el sector 1 que tiene un total de 6,379 personas, el suministro promedio es de:

$$142.33 \frac{\text{l}}{\text{hab}} \left( \frac{1 \text{ m}^3}{1000 \text{ l}} \right) (6,379 \text{ hab})(365 \text{ días}) = 331,391.9206 \text{ m}^3/\text{año}$$

De la misma manera se realiza el cálculo para los demás sectores, los suministros promedio de agua anuales recomendado por CONAGUA por sectores se muestran en la Tabla 4.3

Tabla 4.3 Suministro promedio de agua anual por sectores

Sectores	Cantidad de población	Cantidad promedio de agua anual requerido por sector ( $m^3/año$ )
1	6,379	331,391.9206
2	3,126	162,397.1067
3	21,319	1,107,531.6436
4	10,108	525,115.1486
5	2,406	124,992.7827
6	9,033	469,268.4149
7	12,697	659,614.8637
8	10,362	538,310.5629
Moral	88	4,571.6396
<b>Total</b>	<b>75,518</b>	<b>3,923,194</b>

Elaboración propia

### COSTOS:

Unos de los costos que se consideraron en el modelo de programación por metas y que se derivan del suministro de agua en una red de distribución, son el costo de energía eléctrica y el costo de aguas nacionales. El primero se refiere al costo de energía que se consume por el bombeo de agua de los pozos a los tanques, cabe mencionar que este costo varía dependiendo de la cantidad de horas que operan las bombas. En la Tabla 4.4 se presenta los diferentes montos de pago de energía eléctrica por  $m^3$ , esta información se obtuvo de los informes de PADHPOT.

El segundo costo que se consideró en el modelo de programación por metas se refiere al pago de derecho por el uso o aprovechamiento de aguas nacionales, y se determinó con la información de pago de aguas nacionales también proporcionado por PADHPOT, el cual es de \$ 0.11862 por  $m^3$ , en este caso, a diferencia del pago de energía eléctrica, este monto es el mismo para todos los pozos.

Tabla 4.4 Monto del pago de energía eléctrica por  $m^3$

Pozos	Pago de energía eléctrica por $m^3$ ( $$/m^3$ )
1	0.30355
2	0.36835
3	0.41700
4	0.36271
5	0.22765
6	0.70526

Elaboración propia adaptada de la información proporcionada por PADHPOT

#### **FUGAS Y CANTIDAD DE AGUA QUE SE RECIBE:**

En este punto, se requiere conocer los pozos, los tanques y los sectores que presentan fugas y la cantidad de fugas en ellos, esto es importante para saber cuánta agua se pierde, y así, considerar en el desarrollo del modelo la cantidad de este líquido vital que se está recibiendo en cada sector. Lo anterior se obtuvo de los informes proporcionados por PADHPOT y del plano de fugas realizado por este programa. Para entender la explicación de la cantidad de agua que recibe cada sector, la Figura 4.6 muestra a grandes rasgos el suministro de agua de los pozos y las fugas en los tanques y los sectores.

Para tener una mejor comprensión de la Figura 4.6 y la Tabla 4.5, a continuación se explican los valores y los cálculos realizados para obtener los resultados de la cantidad de agua que recibe cada sector y sus respectivas fugas.



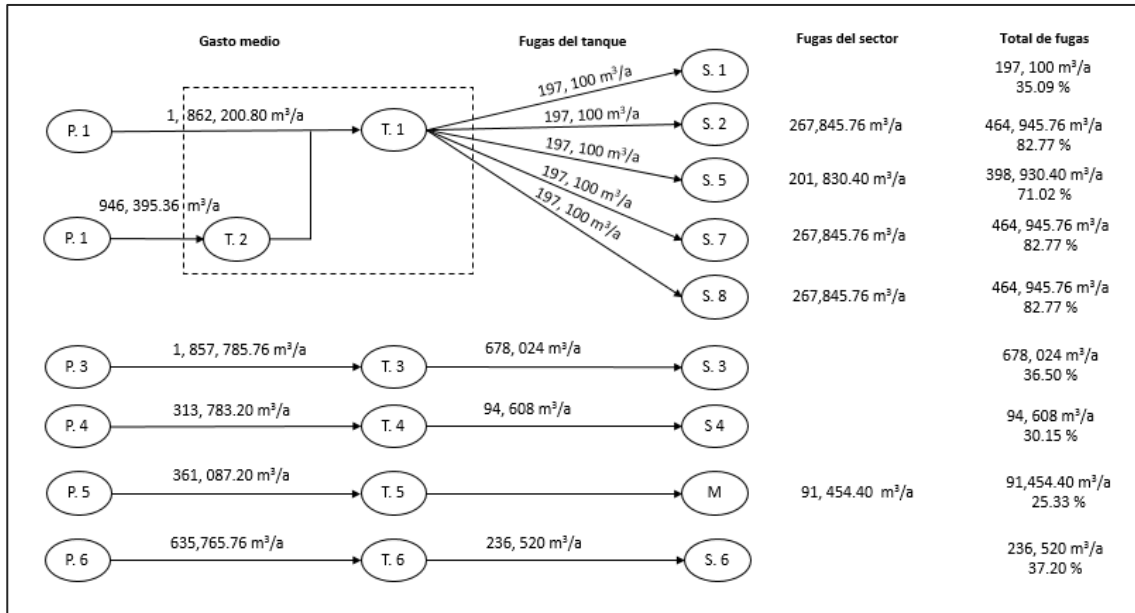


Figura 4.6 Suministro de agua y fugas. Elaboración propia adaptada de la información proporcionada por PADHPOT

• **Pozo 1 y 2: suministran agua al tanque 1 y abastecen a los sectores 1, 2, 5, 7 y 8.**

El pozo 1 suministra la cantidad de  $1,862,200.80 \text{ m}^3$  de agua al año, mientras que el pozo 2 suministra  $946,395.56 \text{ m}^3$  al año, ambos suministran en total al tanque 1 (tanque 1 y tanque 2 se consideran como uno solo) un total de  $2,808,596.16 \text{ m}^3$  de agua anuales. Este tanque abastece de este líquido vital a los sectores 1, 2, 5, 7 y 8. Debido a que no se cuenta con la información específica acerca de la cantidad de agua suministrada por el tanque 1 a los sectores, se optó por dividir la capacidad del tanque en partes iguales para cada sector. De acuerdo con lo anterior, cada sector recibiría  $561,719.23 \text{ m}^3$  al año ( $2,808,596.16/5 = 561,719.23$ ), pero como este tanque presenta fugas de  $985,500 \text{ m}^3$  al año, cada sector sería afectado por éstas por un total de  $197,100 \text{ m}^3$  ( $985,500/5 = 197,100$ ).

Para entender lo anterior, se explicará el caso del suministro de los pozos 1 y 2, al tanque 1, que abastece al sector 1:

Como se mencionó, de los  $2,808,596.16 \text{ m}^3$  de agua que recibe el tanque 1, cada sector recibiría  $561,719.23 \text{ m}^3$ , sin embargo, se tiene que considerar la pérdida de agua ocasionada por las fugas, para saber cuánta agua recibe en total el sector 1. La fuga de agua de este tanque 1 distribuido para cada sector es de  $197,100 \text{ m}^3$ .

El total de agua recibida por cada sector se calculó de la siguiente manera:

$$1 - \frac{\text{volumen de fugas anuales (en el tanque } j)}{\text{volumen de agua suministrada anualmente por el tanque } j \text{ al sector } i}$$

= *porcentaje de agua recibida*

En este caso, el sector 1 recibe:

$$1 - \frac{197,100 \text{ m}^3/\text{año}}{561,719.23 \text{ m}^3/\text{año}} = 0.6491$$

De acuerdo con este resultado el sector 1 recibiría  $364,619.23 \text{ m}^3$  de agua al año, que en porcentaje equivale al 64.91%.

Además de las fugas de los tanques, también se consideran las fugas en los sectores. De acuerdo con el plano de fugas de San Martín Texmelucan de Labastida (Figura 2.7), existen pérdidas de agua en el centro, el cual comprende a los sectores 2, 7 y 8. Debido a que no se cuenta con la información específica de estas fugas para cada sector, se propuso que para este modelo se reparta esta pérdida entre estos tres sectores. Por ello, en la Figura 4.6 y la Tabla 4.5, estos sectores tienen la misma fuga de  $267,845.76 \text{ m}^3$ .

Para comprender lo anterior, se explica el caso del suministro de los pozos 1 y 2, al tanque 1, que abastece al sector 2:

De los  $561,719.23 \text{ m}^3$  que el tanque 1 suministraría al sector 2, considerando las fugas en el tanque y el sector, este sector recibiría  $96,773.47 \text{ m}^3$  de agua al año, que equivale a 17.23%.

$$1 - \frac{197,100 \text{ m}^3/\text{año} + 267,845.76 \text{ m}^3/\text{año}}{561,719.23 \text{ m}^3/\text{año}} = 0.1723$$

El mismo caso aplica para los sectores 7 y 8. La cantidad de agua recibida por el sector 5, se calcula de la misma manera, con sus respectivas fugas del tanque y del sector.

Para los demás sectores, suministrados por los pozos 3, 4, 5 y 6 con sus respectivos tanques, los resultados obtenidos son los siguientes:

• **Pozo 3: suministra agua al tanque 3 y abastece al sector 3.**

El pozo 3 suministrará  $1,857,785.76 \text{ m}^3$  de agua al año al tanque 3, el cual tiene una fuga por  $678,024 \text{ m}^3$  al año, lo que ocasiona que el sector 3 reciba  $1,179,761.76 \text{ m}^3$ . El porcentaje total de agua que recibiría este sector es de 63.50%.

• **Pozo 4: suministra agua al tanque 4 y abastece al sector 4.**

El pozo 4 suministrará 313,783.20  $m^3$  de agua al año al tanque 4, el cual tiene una fuga por 94,608  $m^3$  al año, por lo cual, el sector 4 recibe 219,175.20  $m^3$ . El porcentaje total de agua que recibiría este sector es de 69.85%.

• **Pozo 5: suministra agua al tanque 5 y abastece a la localidad el Moral.**

El pozo 5 suministrará 361,087.20  $m^3$  de agua al año al tanque 5, el cual no tiene fuga pero el sector sí tiene, y es de 91,454.40  $m^3$  de fuga al año, debido a ello, la localidad el Moral (representada como M en la Figura 4.6 y la Tabla 4.5) recibe 269,632.80  $m^3$ . El porcentaje total de agua que recibiría esta localidad es de 74.67%.

• **Pozo 6: suministra agua al tanque 6 y abastece al sector 6.**

El pozo 6 suministrará 635,765.76  $m^3$  de agua al año al tanque 6, el cual tiene fuga de 236,520  $m^3$  al año, por lo tanto, el sector 6 recibe 399,245.76  $m^3$ . El porcentaje total de agua que recibiría este sector es de 62.80%.

Este análisis realizado y los resultados obtenidos se pueden observar de manera más clara en la Tabla 4.5, donde se presenta información concerniente al volumen de agua suministrado por cada tanque a cada sector, así como las fugas de tanques y sectores y los porcentajes de agua recibido. La localidad el Moral está representada en esta tabla por la letra "M".

Tabla 4.5 Cantidad de agua que recibe cada sector

Tanque	Sector a suministrar	Volumen de agua suministrado al sector ( $m^3/año$ )	Fuga en el tanque ( $m^3/año$ )	Fuga en el sector ( $m^3/año$ )	Total de fugas ( $m^3/año$ )	Porcentaje de fugas (%)	Porcentaje de agua recibida (%)
1	1	561,719.23	197,100	0	197,100	35.09	64.91
	2	561,719.23	197,100	267,845.76	464,945.76	82.77	17.23
	5	561,719.23	197,100	201,830.40	398,930.40	71.02	28.98
	7	561,719.23	197,100	267,845.76	464,945.76	82.77	17.23
	8	561,719.23	197,100	267,845.76	464,945.76	82.77	17.23
3	3	1,857,785.76	678,024	0	678,024	36.50	63.50
4	4	313,783.20	94,608	0.00	94,608	30.15	69.85
5	M	361,087.20	0	91,454.40	91,454.40	25.33	74.67
6	6	635,765.76	236,520	0	236,520	37.20	62.80

Elaboración propia, adaptada de la información proporcionada por PADHPOT

## **SECTORES PROPUESTOS:**

El número de sectores propuestos también es un dato importante. De acuerdo con la división de sectores se podrá conocer la cantidad de población por sector. Esta información fue proporcionada por PADHPOT, y consiste en ocho sectores (Figura 2.6), los cuales serán abastecidos por 5 tanques (tanque 1 y 2 se consideran como uno solo) a través del bombeo de agua de 6 pozos. Para más detalle de lo anterior, en el Capítulo 2, se presenta la información relacionada a los sectores propuestos.

### **4.2.5 FORMULACIÓN DE MODELO**

Como mencionan Hillier y Lieberman (2010), el siguiente paso es traducir o reformular el problema que se definió a través de un modelo matemático, el cuál por medio de notación y expresión matemáticas, representará la esencia del problema. En esta misma línea surge una explicación del modelo formal de Oral y Kettani (1993), que dice que un modelo conceptual se tiene que expresar a través de un lenguaje, ya sea matemático, códigos computacionales, gráficas, etc., y esto nos lleva a elaborar un modelo formal.

En el Capítulo 3 se explicó la selección del modelo matemático que se usará en esta sección para analizar la propuesta de sectorización de una red de agua potable de San Martín Texmelucan de Labastida, realizada por PADHPOT, el cual se definió a través del problema de investigación y la revisión de literatura.

Como ya se ha mencionado, en esta investigación se analizará la propuesta de PADHPOT bajo el cumplimiento de un conjunto de objetivos, considerando la situación donde exista conflicto entre ellos, de acuerdo con la revisión de literatura presentada en el marco teórico, el modelo de programación por metas es el adecuado para aplicar en este estudio.

#### **4.2.5.1 MODELO DE PROGRAMACIÓN POR METAS**

De acuerdo con el objetivo de la tesis, se formulará un modelo de programación por metas para analizar la propuesta de sectorización de una red de agua potable realizada por PADHPOT, a través de diferentes escenarios, considerando el cumplimiento de los siguientes objetivos:

- no exceder de los límites de extracción de agua;
- satisfacer a cada sector de la cabecera municipal de San Martín Texmelucan propuesto con el servicio de agua potable;
- no rebasar presupuesto.

Estos objetivos que se tienen que cumplir se considerarán como las metas del modelo, las cuales se detallan a continuación:

#### **META 1. SUMINISTRO PROMEDIO DE AGUA RECOMENDADO POR CONAGUA PARA CADA SECTOR**

Esta meta consiste en cumplir con el suministro promedio de agua en cada sector, y se define con base en la cantidad de personas que habitan en cada sector y la dotación de agua sugerida (de acuerdo con la propuesta de PADHPOT basada en CONAGUA). Como ya se ha mencionado, en este caso se consideró la demanda como determinista, cumpliendo con la recomendación de CONAGUA que menciona que de acuerdo con sus normas para una comunidad como San Martín Texmelucan, la dotación de agua es en promedio 142.33 *l/hab/día* (Capítulo 2).

#### **META 2. VOLUMEN DE AGUA QUE LOS TÍTULOS DE ASIGNACIÓN PERMITEN EXTRAER DE LOS POZOS**

Esta meta consiste en cumplir con el volumen de agua que los títulos de asignación de cada pozo permiten extraer. Esto se considera debido a que en la información proporcionada por PADHPOT señala que la extracción de agua de los pozos tiene un volumen anual de agua autorizado para esta actividad. Esta cantidad permitida se encuentra en los títulos de asignación para explotación, uso y aprovechamiento de aguas nacionales conferidos por el poder ejecutivo federal a través de la Comisión Nacional del Agua (CONAGUA), en la cual se autoriza a SOSAPATEX la extracción de agua hasta obtener determinado volumen anual (esta cantidad varía dependiendo del pozo). Por ello, dado que la extracción tiene que cumplir lo establecido en los títulos de asignación, se consideró como una meta muy importante.

#### **META 3. PAGO DE ENERGÍA ELÉCTRICA**

Esta meta es una propuesta dirigida a PADHPOT y consiste en cumplir con un presupuesto limitado para el pago de energía. A través de este modelo se plantea el caso en el que determinado municipio (o determinado lugar, dependencia, etc.) en el cual se esté realizando un proyecto, tenga un presupuesto autorizado para el pago de energía eléctrica, el cual se deriva del consumo generado por el sistema de bombeo de los pozos para llevar agua a los tanques.

#### **META 4. PAGO DE AGUAS NACIONALES**

De acuerdo con la información proporcionada por PADHPOT, cada periodo de tiempo, SOSAPATEX realiza ante la Secretaría de Hacienda y Crédito Público (SHCP) el pago de

aguas nacionales, es decir un pago de derechos por uso o aprovechamiento de aguas nacionales de acuerdo con el volumen de agua extraído en cada pozo. Entonces, a partir de lo anterior, se propuso una meta en la cual se considera que el municipio (o determinado lugar, dependencia, etc.) en el cual se esté realizando un proyecto, tenga que cumplir con un presupuesto autorizado para el pago de aguas nacionales.

El modelo matemático de esta investigación se desarrollará conforme al procedimiento para la formulación de un modelo de programación por metas presentado en el Capítulo 3. En la Figura 4.7 se presenta la metodología adaptada que se usará.

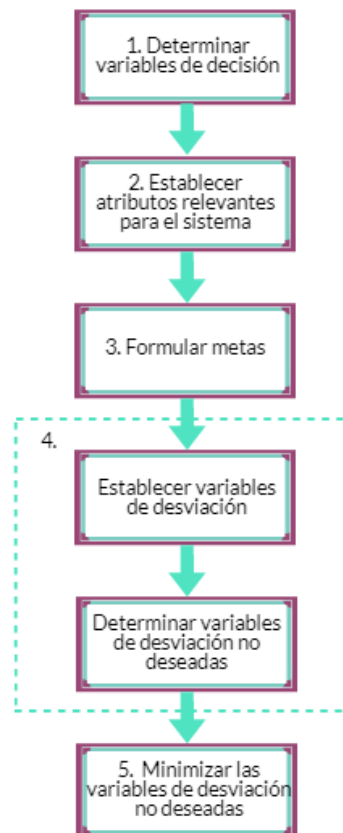


Figura 4.7 Diagrama de flujo de la metodología utilizada para la formulación del modelo de programación por metas. Elaboración propia basada en Programación estocástica por metas, teoría y aplicaciones económicas, por García. A.M., 1998

## 1. DETERMINAR VARIABLES DE DECISIÓN

Un paso fundamental para la formulación de un modelo matemático de investigación de operaciones es la declaración de las variables de decisión. Como se ha mencionado anteriormente, el modelo de programación por metas permitirá analizar la propuesta de sectorización realizada por PADHPOT (los ocho sectores propuestos), a través de escenarios que muestren el cumplimiento en la mejor medida posible de las metas establecidas, entre ellas, la más importante, el suministro de agua potable a todos los sectores propuestos.

En los capítulos 2 y 4, se ha explicado que el agua requerida para el suministro de la población se extrae de los pozos más cercanos a la región, sin embargo, el agua extraída de los pozos pasa por tanques de regulación que controlan el flujo. Es importante resaltar que no todos los pozos proveen agua a todos los tanques y que no todos los tanques abastecen a todos los sectores. Considerando lo anterior y bajo los requerimientos de PADHPOT, las variables de decisión establecidas para el modelo de programación por metas se definirán como la cantidad de metros cúbicos de agua que se suministrará a los sectores por medio de los tanques de regulación y que se extrae de los pozos de San Martín Texmelucan de Labastida. Con base en las variables de decisión se podrá analizar el cumplimiento de las metas establecidas: suministro promedio de agua en cada sector, volumen de agua que los títulos de asignación permiten extraer de los pozos y presupuesto de pago de energía eléctrica y aguas nacionales.

Las variables de decisión a utilizar considerarán los ocho sectores propuestos por PADHPOT, cinco tanques (en el Capítulo 2 se explica que los tanques 1 y 2 se consideran como uno sólo y se denotará en el modelo de programación por metas como tanque 1, Figura 2.4) y seis pozos; las unidades son anuales y expresan lo siguiente:

$x_{ijk}$  = cantidad de metros cúbicos anuales de agua a suministrar en el sector  $i$ , por el tanque  $j$  y extraído del pozo  $k$ ;  $i = 1, \dots, 8$ ;  $j = 1, 3, 4, 5, 6$ ;  $k = 1, \dots, 6$

En la Tabla 4.6 se presenta el listado de las variables de decisión a utilizar en el modelo de programación por metas.

Tabla 4.6 Variables de decisión del modelo de programación por metas

<b>Variable de decisión</b>	<b>Significado de las variables de decisión</b>
$x_{111}$	<i>cantidad de metros cúbicos anuales de agua a suministrar en el sector 1 por el tanque 1 y extraído del pozo 1</i>
$x_{112}$	<i>cantidad de metros cúbicos anuales de agua a suministrar en el sector 1 por el tanque 1 y extraído del pozo 2</i>
$x_{211}$	<i>cantidad de metros cúbicos anuales de agua a suministrar en el sector 2 por el tanque 1 y extraído del pozo 1</i>
$x_{212}$	<i>cantidad de metros cúbicos anuales de agua a suministrar en el sector 2 por el tanque 1 y extraído del pozo 2</i>
$x_{333}$	<i>cantidad de metros cúbicos anuales de agua a suministrar en el sector 3 por el tanque 3 y extraído del pozo 3</i>
$x_{444}$	<i>cantidad de metros cúbicos anuales de agua a suministrar en el sector 4 por el tanque 4 y extraído del pozo 4</i>
$x_{M55}$	<i>cantidad de metros cúbicos anuales de agua a suministrar en localidad el Moral por el tanque 5 y extraído del pozo 5</i>



- $x_{511}$  *cantidad de metros cúbicos anuales de agua a suministrar en el sector 5 por el tanque 1 y extraído del pozo 1*
- $x_{512}$  *cantidad de metros cúbicos anuales de agua a suministrar en el sector 5 por el tanque 1 y extraído del pozo 2*
- $x_{666}$  *cantidad de metros cúbicos anuales de agua a suministrar en el sector 6 por el tanque 6 y extraído del pozo 6*
- $x_{711}$  *cantidad de metros cúbicos anuales de agua a suministrar en el sector 7 por el tanque 1 y extraído del pozo 1*
- $x_{712}$  *cantidad de metros cúbicos anuales de agua a suministrar en el sector 7 por el tanque 1 y extraído del pozo 2*
- $x_{811}$  *cantidad de metros cúbicos anuales de agua a suministrar en el sector 8 por el tanque 1 y extraído del pozo 1*
- $x_{812}$  *cantidad de metros cúbicos anuales de agua a suministrar en el sector 8 por el tanque 1 y extraído del pozo 2*

---

Elaboración propia

## 2. ESTABLECER ATRIBUTOS RELEVANTES PARA EL SISTEMA

Antes de formular las metas, es importante establecer los atributos relevantes para el sistema. En este caso los atributos que se formulen tendrán la función de asegurar el suministro de agua a cada sector. Por lo tanto, los atributos serán los siguientes:

1. Atributo relevante que busca asegurar el suministro de agua en el sector 1:

$$x_{111} + x_{112} > 0$$

En el lado izquierdo de la desigualdad se consideran las variables de decisión referentes al sector 1 que se está evaluando. Los subíndices  $i = 1$  (sector),  $j = 1$  (tanque) y  $k = 1, 2$  (pozos) de las variables de decisión representan lo siguiente: el sector 1 es abastecido por el tanque 1, y a este tanque le proveen agua los pozos 1 y 2. En el lado derecho se muestra  $> 0$ , con lo cual se busca asegurar que haya suministro de agua al sector 1.

2. Atributo relevante que busca asegurar el suministro de agua en el sector 2:

$$x_{211} + x_{212} > 0$$

En el lado izquierdo de la desigualdad se consideran las variables de decisión referentes al sector 2. Los subíndices  $i = 2$  (sector),  $j = 1$  (tanque) y  $k = 1, 2$  (pozos) de las variables de decisión representan lo siguiente: el sector 2 es abastecido por el tanque 1, y a este tanque le proveen agua los pozos 1 y 2. En el lado derecho se muestra  $> 0$ , con lo cual se busca asegurar que haya suministro de agua al sector 2.

3. Atributo relevante que busca asegurar el suministro de agua en el sector 3:

$$x_{333} > 0$$

Nuevamente, en el lado izquierdo de la desigualdad se consideran las variables de decisión referentes al sector 3. Los subíndices  $i = 3$  (sector),  $j = 3$  (tanque) y  $k = 3$  (pozos) de las variables de decisión representan lo siguiente: el sector 3 es abastecido por el tanque 3, y a este tanque le provee agua el pozo 3. En el lado derecho se muestra  $> 0$ , con lo cual se busca asegurar que haya suministro de agua a este sector.

4. Atributo relevante que busca asegurar el suministro de agua en el sector 4:

$$x_{444} > 0$$

En el lado izquierdo de la desigualdad se consideran las variables de decisión referentes al sector 4. Los subíndices  $i = 4$  (sector),  $j = 4$  (tanque) y  $k = 4$  (pozos) de las variables de decisión representan lo siguiente: el sector 4 es abastecido por el tanque 4, y a este tanque le provee agua el pozo 4. En el lado derecho se muestra  $> 0$ , con lo cual se busca asegurar que haya suministro de agua a este sector.

5. Atributo relevante que busca asegurar el suministro de agua en el sector 5:

$$x_{511} + x_{512} > 0$$

En la expresión anterior se observa, que del lado izquierdo de la desigualdad se consideran las variables de decisión referentes al sector 5. Los subíndices  $i = 5$  (sector),  $j = 1$  (tanque) y  $k = 1, 2$  (pozos) de las variables de decisión representan lo siguiente: el sector 5 es abastecido por el tanque 1, y a este tanque le proveen agua los pozos 1 y 2. En el lado derecho se muestra  $> 0$ , con lo cual se busca asegurar que haya suministro de agua al sector 5.

6. Atributo relevante que busca asegurar el suministro de agua en el sector 6:

$$x_{666} > 0$$

Como en los casos anteriores, las variables de decisión referentes al sector (en este caso, el 6) están en el lado izquierdo de la desigualdad. Los subíndices  $i = 6$  (sector),  $j = 6$  (tanque) y  $k = 6$  (pozos) de las variables de decisión representan lo siguiente: el sector 6 es abastecido por el tanque 6, y a este tanque le provee agua el pozo 6. En el lado derecho se muestra  $> 0$ , con lo cual se busca asegurar que haya suministro de agua a este sector.

7. Atributo relevante que busca asegurar el suministro de agua en el sector 7:

$$x_{711} + x_{712} > 0$$

En el lado izquierdo de la desigualdad se consideran las variables de decisión referentes al sector 7. Los subíndices  $i = 7$  (sector),  $j = 1$  (tanque) y  $k = 1, 2$  (pozos) de las variables de decisión representan lo siguiente: el sector 7 es abastecido por el tanque 1, y a este tanque le proveen agua los pozos 1 y 2. En el lado derecho se muestra  $> 0$ , con lo cual se busca asegurar que haya suministro de agua al sector este sector.

8. Atributo relevante que busca asegurar el suministro de agua en el sector 8:

$$x_{811} + x_{812} > 0$$

Esta expresión está formulada como en los casos anteriores, donde en el lado izquierdo de la desigualdad se consideran las variables de decisión referentes al sector. Los subíndices  $i = 8$  (sector),  $j = 1$  (tanque) y  $k = 1, 2$  (pozos) de las variables de decisión representan lo siguiente: el sector 8 es abastecido por el tanque 1, y a este tanque le proveen agua los pozos 1 y 2. En el lado derecho se muestra  $> 0$ , con lo cual se busca asegurar que haya suministro de agua al sector este sector.

9. Atributo relevante que busca asegurar el suministro de agua en la localidad el Moral:

$$x_{M55} > 0$$

En el lado izquierdo de la desigualdad se consideran las variables de decisión referentes a la localidad el Moral ( $M$ ). Los subíndices  $i = M$  (sector),  $j = 5$  (tanque) y  $k = 5$  (pozos) de las variables de decisión representan lo siguiente: la localidad el Moral es abastecida por el tanque 5, y a este tanque le provee agua el pozo 5. En el lado derecho se muestra  $> 0$ , con lo cual se busca asegurar que haya suministro de agua a este sector.

### 3. FORMULAR LAS METAS CONECTANDO CADA OBJETIVO CON SU RESPECTIVO NIVEL DE ASPIRACIÓN

Como se había mencionado en el Capítulo 3, establecer las metas implica fijar un nivel de aspiración  $m_i$  para cada uno de los objetivos  $f_i(\bar{x})$ , y las tres formas en que las metas pueden formularse son las siguientes:

$$\begin{aligned} f_i(\bar{x}) &\leq m_i ; \\ f_i(\bar{x}) &\geq m_i ; \\ f_i(\bar{x}) &= m_i ; \end{aligned}$$

De acuerdo con esta formulación, las cuatro metas expuestas anteriormente se formularán de la siguiente manera:

## **META 1. SUMINISTRO PROMEDIO DE AGUA RECOMENDADO POR CONAGUA PARA CADA SECTOR**

Esta es la meta más importante, ya que es primordial para SOSAPATEX brindar el servicio de agua potable a todos los sectores propuestos por PADHPOT. Entonces, para esta meta, se desea satisfacer en la mayor medida posible la demanda promedio de la población de cada sector de acuerdo con la cantidad de agua que puede suministrar cada pozo y tanque a cada sector, considerando las pérdidas de agua ocasionadas por fugas en el tanque o en los sectores.

En la sección de recolección de datos, se presentó la Tabla 4.3, la cual muestra el volumen anual promedio de agua que cada sector requerirá conforme a lo recomendado por CONAGUA, y la Tabla 4.5, la cual muestra el porcentaje máximo de agua que cada sector  $i$  puede recibir del tanque  $j$  (que a su vez es abastecido por el pozo  $k$ ) incluyendo las fugas de agua. Con base en esta información, se formularán las metas de suministro de agua a cada sector. En esencia, estas metas formuladas como  $f_i(\bar{x}) \geq m_i$ , expresan lo siguiente:

*Cantidad de agua recibida anualmente por el sector  $i$ , proveniente del tanque  $j$  extraído del pozo  $k$  considerando las fugas correspondientes*  
 $\geq$  *demanda promedio anual del sector  $i$*

Se consideró el signo  $\geq$  ya que la cantidad de agua a suministrar en el sector  $i$  puede exceder a la demanda promedio. Las metas de suministro promedio de agua recomendado por CONAGUA a cada sector son las siguientes:

1. Suministro promedio de agua recomendado por CONAGUA al sector 1:

$$0.6491x_{111} + 0.6491x_{112} \geq 331,391.9206$$

En el lado izquierdo de la desigualdad se consideran las variables de decisión referentes al sector 1 que se está evaluando. Como se puede observar en la Figura 4.4, el tanque que le puede suministrar agua a este sector es el 1, y los pozos que le proveen agua a este tanque son el 1 y el 2, por lo tanto, las variables de decisión que se utilizarán tendrán los subíndices  $i = 1$  (sector),  $j = 1$  (tanque) y  $k = 1, 2$  (pozos). En el lado derecho se muestra la demanda promedio anual de agua del sector 1, que es  $331,391.9206 \text{ m}^3$ .

Las variable de decisión  $x_{111}$  (la cantidad de metros cúbicos de agua anuales a suministrar en el sector 1 por el tanque 1 y pozo 1) y  $x_{112}$  (la cantidad de metros cúbicos de agua anuales a suministrar en el sector 1 por el tanque 1 y pozo 2) comparten el coeficiente 0.6491 ya que se refieren al porcentaje máximo de agua que recibirá el sector 1 a través del tanque 1 (recordando que el agua de los pozos 1 y 2 se dirige a un

solo tanque: tanque 1), debido a las fugas del tanque. Como lo explicado en la sección de recolección de datos, el valor de 0.6491 proviene de la siguiente operación:

$$1 - \frac{\text{volumen de fugas anuales (en el tanque } j \text{ y sector } i)}{\text{volumen de agua suministrada anualmente al sector } i} =$$

$$1 - \frac{197,100}{561,719.23} = 0.6491$$

2. Suministro promedio de agua recomendado por CONAGUA al sector 2:

$$0.1723x_{211} + 0.1723x_{212} \geq 162,397.1067$$

En el lado izquierdo de la desigualdad se consideran las variables de decisión referentes al sector 2 que se está evaluando. Como se puede observar en la Figura 4.4, el tanque que le puede suministrar agua a este sector es el 1, y los pozos que le proveen agua a este tanque son el 1 y el 2, por lo tanto, las variables de decisión que se utilizarán tendrán los subíndices  $i = 2$  (sector),  $j = 1$  (tanque) y  $k = 1, 2$  (pozos). En el lado derecho se muestra la demanda promedio anual de agua del sector 2, que es  $162,397.1067 \text{ m}^3$ .

Las variable de decisión  $x_{211}$  (la cantidad de metros cúbicos de agua anuales a suministrar en el sector 2 por el tanque 1 y pozo 1) y  $x_{212}$  (la cantidad de metros cúbicos de agua anuales a suministrar en el sector 2 por el tanque 1 y pozo 2) comparten el coeficiente 0.1723 ya que se refieren al porcentaje máximo de agua que recibirá el sector 2 a través del tanque 1 (recordando que el agua de los pozos 1 y 2 se dirige a un solo tanque: tanque 1), debido a las fugas del tanque 1 y del sector 2. El valor de 0.1723 proviene de la siguiente operación:

$$1 - \frac{\text{volumen de fugas anuales (en el tanque } j \text{ y sector } i)}{\text{volumen de agua suministrada anualmente al sector } i} =$$

$$1 - \frac{464,945.76}{561,719.23} = 0.1723$$

3. Suministro promedio de agua recomendado por CONAGUA al sector 3:

$$0.6350x_{333} \geq 1,107,531.6436$$

En el lado izquierdo de la desigualdad se consideran las variables de decisión referentes al sector 3 que se está evaluando. Como se puede observar en la Figura 4.4, el tanque que le puede suministrar agua a este sector es el 3, y el pozo que le provee agua a este

tanque es el 3, por lo tanto, las variables de decisión que se utilizarán tendrán los subíndices  $i = 3$  (sector),  $j = 3$  (tanque) y  $k = 3$  (pozo). En el lado derecho se muestra la demanda promedio anual de agua del sector 3, que es  $1,107,531.6436 m^3$ .

El coeficiente 0.6350 es el porcentaje máximo de agua que recibirá el sector 3 por el tanque 3 y pozo 3, considerando la fuga del tanque. El valor de 0.6350 se obtuvo con la siguiente operación:

$$1 - \frac{\text{volumen de fugas anuales (en el tanque } j \text{ y sector } i)}{\text{volumen de agua suministrada anualmente al sector } i} =$$

$$1 - \frac{678,024}{1,857,785.76} = 0.6350$$

4. Suministro promedio de agua recomendado por CONAGUA al sector 4:

$$0.6985x_{444} \geq 525,115.1486$$

En el lado izquierdo de la desigualdad se consideran las variables de decisión referentes al sector 4 que se está evaluando. Como se puede observar en la Figura 4.4, el tanque que le puede suministrar agua a este sector es el 4, y el pozo que le provee agua a este tanque es el 4, por lo tanto, las variables de decisión que se utilizarán tendrán los subíndices  $i = 4$  (sector),  $j = 4$  (tanque) y  $k = 4$  (pozo). En el lado derecho se muestra la demanda promedio anual de agua del sector 4, que es  $525,115.1486 m^3$ .

El coeficiente 0.6985 es el porcentaje máximo de agua que recibirá el sector 4 por el tanque 4 y pozo 4, considerando la fuga del tanque. El valor de 0.6985 se obtuvo con la siguiente operación:

$$1 - \frac{\text{volumen de fugas anuales (en el tanque } j \text{ y sector } i)}{\text{volumen de agua suministrada anualmente al sector } i} =$$

$$1 - \frac{94,608}{313,783.20} = 0.6985$$

5. Suministro promedio de agua recomendado por CONAGUA al sector 5:

$$0.2898x_{511} + 0.2898x_{512} \geq 124,992.7827$$

En el lado izquierdo de la desigualdad se consideran las variables de decisión referentes al sector 5 que se está evaluando. Como se puede observar en la Figura 4.4, el tanque que le puede suministrar agua a este sector es el 1, y los pozos que le proveen agua a

este tanque son el 1 y el 2, por lo tanto, las variables de decisión que se utilizarán tendrán los subíndices  $i = 5$  (sector),  $j = 1$  (tanque) y  $k = 1, 2$  (pozos). En el lado derecho se muestra la demanda promedio anual de agua del sector 5, que es  $124,992.7827 m^3$ .

Las variable de decisión  $x_{511}$  (la cantidad de metros cúbicos de agua anuales a suministrar en el sector 5 por el tanque 1 y pozo 1) y  $x_{512}$  (la cantidad de metros cúbicos de agua anuales a suministrar en el sector 5 por el tanque 1 y pozo 2) comparten el coeficiente 0.2898 ya que se refieren al porcentaje máximo de agua que recibirá el sector 5 a través del tanque 1 (recordando que el agua de los pozos 1 y 2 se dirige a un solo tanque: tanque 1), debido a las fugas del tanque 1 y del sector 5. El valor de 0.2898 se obtuvo con la siguiente operación:

$$1 - \frac{\text{volumen de fugas anuales (en el tanque } j \text{ y sector } i)}{\text{volumen de agua suministrada anualmente al sector } i} =$$

$$1 - \frac{398,930.40}{561,719.23} = 0.2898$$

6. Suministro promedio de agua recomendado por CONAGUA al sector 6:

$$0.628x_{666} \geq 469,268.4149$$

En el lado izquierdo de la desigualdad se consideran las variables de decisión referentes al sector 6 que se está evaluando. Como se puede observar en la Figura 4.4, el tanque que le puede suministrar agua a este sector es el 6, y el pozo que le provee agua a este tanque es el 6, por lo tanto, las variables de decisión que se utilizarán tendrán los subíndices  $i = 6$  (sector),  $j = 6$  (tanque) y  $k = 6$  (pozo). En el lado derecho se muestra la demanda promedio anual de agua del sector 6, que es  $469,268.4149 m^3$ .

El coeficiente 0.628 es el porcentaje máximo de agua que recibirá el sector 6 por el tanque 6 y pozo 6, considerando la fuga del tanque. El valor de 0.628 se obtuvo con la siguiente operación:

$$1 - \frac{\text{volumen de fugas anuales (en el tanque } j \text{ y sector } i)}{\text{volumen de agua suministrada anualmente al sector } i} =$$

$$1 - \frac{236,520}{635,765.76} = 0.628$$



7. Suministro promedio de agua recomendado por CONAGUA al sector 7:

$$0.1723x_{711} + 0.1723x_{712} \geq 659,614.8637$$

En el lado izquierdo de la desigualdad se consideran las variables de decisión referentes al sector 7 que se está evaluando. Como se puede observar en la Figura 4.4, el tanque que le puede suministrar agua a este sector es el 1, y los pozos que le proveen agua a este tanque son el 1 y el 2, por lo tanto, las variables de decisión que se utilizarán tendrán los subíndices  $i = 7$  (sector),  $j = 1$  (tanque) y  $k = 1, 2$  (pozos). En el lado derecho se muestra la demanda promedio anual de agua del sector 7, que es  $659,614.8637 m^3$ .

Las variable de decisión  $x_{711}$  (la cantidad de metros cúbicos de agua anuales a suministrar en el sector 7 por el tanque 1 y pozo 1) y  $x_{712}$  (la cantidad de metros cúbicos de agua anuales a suministrar en el sector 7 por el tanque 1 y pozo 2) comparten el coeficiente 0.1723 ya que se refieren al porcentaje máximo de agua que recibirá el sector 7 a través del tanque 1 (recordando que el agua de los pozos 1 y 2 se dirige a un solo tanque: tanque 1) debido a las fugas del tanque 1 y de este sector. El valor de 0.1723 proviene de la siguiente operación:

$$1 - \frac{\text{volumen de fugas anuales (en el tanque } j \text{ y sector } i)}{\text{volumen de agua suministrada anualmente al sector } i} =$$
$$1 - \frac{464,945.76}{561,719.23} = 0.1723$$

8. Suministro promedio de agua recomendado por CONAGUA al sector 8:

$$0.1723x_{811} + 0.1723x_{812} \geq 538,310.5629$$

En el lado izquierdo de la desigualdad se consideran las variables de decisión referentes al sector 8 que se está evaluando. Como se puede observar en la Figura 4.4, el tanque que le puede suministrar agua a este sector es el 1, y los pozos que le proveen agua a este tanque son el 1 y el 2, por lo tanto, las variables de decisión que se utilizarán tendrán los subíndices  $i = 8$  (sector),  $j = 1$  (tanque) y  $k = 1, 2$  (pozos). En el lado derecho se muestra la demanda promedio anual de agua del sector 8, que es  $538,310.5629 m^3$ .

Las variable de decisión  $x_{811}$  (la cantidad de metros cúbicos de agua anuales a suministrar en el sector 8 por el tanque 1 y pozo 1) y  $x_{812}$  (la cantidad de metros cúbicos de agua anuales a suministrar en el sector 8 por el tanque 1 y pozo 2) comparten el coeficiente 0.1723 ya que se refieren al porcentaje máximo de agua que recibirá el sector 8 a través del tanque 1 (recordando que el agua de los pozos 1 y 2 se dirige a un

solo tanque: tanque 1) debido a las fugas del tanque 1 y de este sector. El valor de 0.1723 proviene de la siguiente operación:

$$1 - \frac{\text{volumen de fugas anuales (en el tanque } j \text{ y sector } i)}{\text{volumen de agua suministrada anualmente al sector } i} =$$

$$1 - \frac{464,945.76}{561,719.23} = 0.1723$$

9. Suministro promedio de agua recomendado por CONAGUA a la localidad el Moral:

$$0.7467x_{M55} \geq 4,571.6396$$

En el lado izquierdo de la desigualdad se consideran las variables de decisión referentes a la localidad el Moral ( $M$ ) que se está evaluando. Como se puede observar en la Figura 4.4, el tanque que le puede suministrar agua a esta localidad es el 5, y el pozo que le provee agua a este tanque es el 5, por lo tanto, las variables de decisión que se utilizarán tendrán los subíndices  $i = M$  (sector),  $j = 5$  (tanque) y  $k = 5$  (pozo). En el lado derecho se muestra la demanda promedio anual de agua de la localidad el Moral, que es 4,571.6396  $m^3$ .

El coeficiente 0.7467 es el porcentaje máximo de agua que recibirá la localidad el Moral (M) por el tanque 5 y pozo 5, considerando la fuga en esta localidad. El valor de 0.7467 proviene de la siguiente operación:

$$1 - \frac{\text{volumen de fugas anuales (en el tanque } j \text{ y sector } i)}{\text{volumen de agua suministrada anualmente al sector } i} =$$

$$1 - \frac{91,454.40}{361,087.20} = 0.7467$$

## **META 2. VOLUMEN DE AGUA QUE LOS TÍTULOS DE ASIGNACIÓN PERMITEN EXTRAER DE LOS POZOS**

Como se había mencionado, cada pozo de San Martín Texmelucan de Labastida tiene su título de asignación en el que se autoriza determinado volumen de agua anual que se puede extraer de los pozos. Por ello, se decidió crear metas que consideren que la cantidad de agua que se extraiga de los pozos (para suministrar a los tanques y de estos a los sectores) no debe exceder del volumen autorizado por los títulos de asignación.

En la Tabla 4.2 se presenta el volumen de agua anual que los títulos de asignación permiten extraer de los pozos. Las metas formuladas como  $f_i(\bar{x}) \leq m_i$ , expresan lo siguiente:

*cantidad de agua anual que se puede extraer del pozo k para suministrar al tanque j y abastecer al sector i ≤ volumen de agua anual que los títulos de asignación permiten extraer del pozo k*

En estas metas se consideró el signo  $\leq$  porque la cantidad de agua que se extraerá de los pozos no puede exceder de la cantidad permitida por los títulos de asignación. Las metas son las siguientes:

1. Volumen de agua que el título de asignación permite extraer del pozo 1:

$$x_{111} + x_{211} + x_{511} + x_{711} + x_{811} \leq 1,702,944$$

En el lado izquierdo de la desigualdad se consideran las variables de decisión referentes al pozo 1 que se está evaluando. De acuerdo con la Figura 4.4, este pozo suministra agua al tanque 1 y este último abastece a los sectores 1, 2, 5, 7 y 8, por lo tanto, las variables de decisión que se utilizarán tendrán los subíndices  $i = 1, 2, 5, 7, 8$  (sector),  $j = 1$  (tanque) y  $k = 1$  (pozo). En el lado derecho se muestra el volumen de agua anual que el título de asignación permite extraer del pozo 1, que es  $1,702,944 \text{ m}^3$ .

2. Volumen de agua que el título de asignación permite extraer del pozo 2:

$$x_{112} + x_{212} + x_{512} + x_{712} + x_{812} \leq 567,648$$

En el lado izquierdo de la desigualdad se consideran las variables de decisión referentes al pozo 2 que se está evaluando. De acuerdo con la Figura 4.4, este pozo suministra agua al tanque 1 y este último abastece a los sectores 1, 2, 5, 7 y 8, por lo tanto, las variables de decisión que se utilizarán tendrán los subíndices  $i = 1, 2, 5, 7, 8$  (sector),  $j = 1$  (tanque) y  $k = 2$  (pozo). En el lado derecho se muestra el volumen de agua anual que el título de asignación permite extraer del pozo 2, que es  $567,648 \text{ m}^3$ .

3. Volumen de agua que el título de asignación permite extraer del pozo 3:

$$x_{333} \leq 1,608,336$$

En el lado izquierdo de la desigualdad se consideran las variables de decisión referentes al pozo 3 que se está evaluando. De acuerdo con la Figura 4.4, este pozo suministra agua al tanque 3 y este último abastece al sector 3, por lo tanto, las variables de decisión que

se utilizarán tendrán los subíndices  $i = 3$  (sector),  $j = 3$  (tanque) y  $k = 3$  (pozo). En el lado derecho se muestra el volumen de agua anual que el título de asignación permite extraer del pozo 3, que es  $1,608,336 m^3$ .

4. Volumen de agua que el título de asignación permite extraer del pozo 4:

$$x_{444} \leq 294,993$$

En el lado izquierdo de la desigualdad se consideran las variables de decisión referentes al pozo 4 que se está evaluando. De acuerdo con la Figura 4.4, este pozo suministra agua al tanque 4 y este último abastece al sector 4, por lo tanto, las variables de decisión que se utilizarán tendrán los subíndices  $i = 4$  (sector),  $j = 4$  (tanque) y  $k = 4$  (pozo). En el lado derecho se muestra el volumen de agua anual que el título de asignación permite extraer del pozo 4, que es  $294,993 m^3$ .

5. Volumen de agua que el título de asignación permite extraer del pozo 5:

$$x_{M55} \leq 361,087.20$$

En el lado izquierdo de la desigualdad se consideran las variables de decisión referentes al pozo 5 que se está evaluando. De acuerdo con la Figura 4.4, este pozo suministra agua al tanque 5 y este último abastece a la localidad el Moral ( $M$ ), por lo tanto, las variables de decisión que se utilizarán tendrán los subíndices  $i = M$  (sector),  $j = 5$  (tanque) y  $k = 5$  (pozo). En el lado derecho se muestra el volumen de agua anual que el título de asignación permite extraer del pozo 5, que es  $361,087.20 m^3$ .

6. Volumen de agua que el título de asignación permite extraer del pozo 6:

$$x_{666} \leq 1,051,200$$

En el lado izquierdo de la desigualdad se consideran las variables de decisión referentes al pozo 6 que se está evaluando. De acuerdo con la Figura 4.4, este pozo suministra agua al tanque 6 y este último abastece al sector 6, por lo tanto, las variables de decisión que se utilizarán tendrán los subíndices  $i = 6$  (sector),  $j = 6$  (tanque) y  $k = 6$  (pozo). En el lado derecho se muestra el volumen de agua anual que el título de asignación permite extraer del pozo 6, que es  $1,051,200 m^3$ .

### META 3. PAGO DE ENERGÍA ELÉCTRICA

Esta meta se propuso considerando que se tiene un presupuesto para el pago de energía eléctrica generado por el sistema de bombeo de los pozos para suministrar agua a los tanques. Para la formulación de esta meta se considera que el pago anual de energía eléctrica por volumen de agua extraído del pozo no debe exceder el presupuesto autorizado.

En la Tabla 4.4 se presenta el precio de energía eléctrica por  $m^3$  de agua que se bombea por cada pozo, se puede observar que el precio varía, esto se debe a que no todas las bombas de los pozos consumen la misma cantidad de energía ya que no todos los pozos bombean el mismo número de horas. Las metas formuladas como  $f_i(\bar{x}) \leq m_i$ , expresan lo siguiente:

*pago anual de energía eléctrica por volumen de agua extraído del pozo  $k$ , para suministrar al tanque  $j$  y abastecer al sector  $i \leq$  presupuesto autorizado*

Como el pago de energía eléctrica no puede exceder del presupuesto autorizado se utiliza el signo  $\leq$ . La meta formulada para cumplir el presupuesto es la siguiente:

$$0.30355x_{111} + 0.36835x_{112} + 0.30355x_{211} + 0.36835x_{212} + 0.41700x_{333} + 0.36271x_{444} + 0.30355x_{511} + 0.36835x_{512} + 0.70525x_{666} + 0.30355x_{711} + 0.36835x_{712} + 0.30355x_{811} + 0.36835x_{812} + 0.22764x_{M55} \leq 2,235,261$$

Esta meta incluye todas las variables de decisión porque en todas las variables está denotada el subíndice  $k$  que indica el pozo donde se extrae el agua. El presupuesto considerado para el pago anual de energía eléctrica generado por el bombeo de agua de los pozos es \$2, 235,261.00.

### META 4. PAGO AGUAS DE NACIONALES

Esta meta propuesta también considera que se tiene un presupuesto para el pago de aguas nacionales. En este caso, las metas consideran que el pago anual de aguas nacionales por volumen extraído del pozo no debe exceder el presupuesto autorizado.

En la sección de recolección de datos se presentó el monto a pagar por derechos por uso o aprovechamiento de aguas nacionales de acuerdo con el volumen de agua extraído en cada pozo ( $\$0.11862/m^3$ ). Las metas formuladas como  $f_i(\bar{x}) \leq m_i$ , expresan lo siguiente:

*pago anual de derechos por uso o aprovechamiento de aguas nacionales por volumen de agua extraído del pozo  $k$  para suministrar al tanque  $j$  y abastecer al sector  $i \leq$  presupuesto autorizado*

Como el pago de derecho por uso de aguas nacionales no puede exceder del presupuesto autorizado se utiliza el signo  $\leq$ . La meta formulada para cumplir el presupuesto es la siguiente:

$$0.11862x_{111} + 0.11862x_{112} + 0.11862x_{211} + 0.11862x_{212} + 0.11862x_{333} + 0.11862x_{444} + 0.11862x_{511} + 0.11862x_{512} + 0.11862x_{666} + 0.11862x_{711} + 0.11862x_{712} + 0.11862x_{811} + 0.11862x_{812} + 0.11862x_{M55} \leq 619,803.853$$

Esta meta incluye todas las variables de decisión porque en todas las variables está denotada el subíndice  $k$  que indica el pozo donde se extrae el agua. El presupuesto considerado para el pago anual de derecho por uso de aguas nacionales es \$ 619,803.853.

#### 4. ESTABLECER LAS VARIABLES DE DESVIACIÓN Y DETERMINAR LAS VARIABLES DE DESVIACIÓN NO DESEADAS

Como se explicó en el Capítulo 3, para que las metas puedan presentarse en forma de igualdad, se suma una variable de desviación negativa  $y_i^-$  y se le resta una variable de desviación positiva  $y_i^+$  (Romero, 2003). La representación de las variables de desviación en las metas es la siguiente:

$$f_i(\bar{x}) + y_i^- - y_i^+ = m_i$$

$$y_i^+ \geq 0, \quad y_i^- \geq 0$$

Romero (2003) menciona que la variable de desviación negativa mide la falta de logro de una meta con respecto a su nivel de aspiración y la variable de desviación positiva mide el exceso de logro de una meta con respecto a su nivel de aspiración. De acuerdo con García (1998), una variable de desviación es no deseada, cuando al decisor le conviene que dicha variable alcance su valor más pequeño posible (sea cero).

Las metas formuladas con las variables de desviación se enuncian de la siguiente manera:

##### META 1. SUMINISTRO PROMEDIO DE AGUA RECOMENDADO POR CONAGUA PARA CADA SECTOR

1. Suministro promedio de agua recomendado por CONAGUA al sector 1:

$$0.6491x_{111} + 0.6491x_{112} + y_1^- - y_1^+ = 331,391.9206$$

Para esta meta, se requiere que el suministro de agua al sector 1 sea mayor o igual a la demanda promedio de este sector (331,391.9206), por lo tanto, la variable no deseada que se requiere minimizar es la falta de logro, es decir, minimizar  $y_1^-$  (en negritas).

2. Suministro promedio de agua recomendado por CONAGUA al sector 2:

$$0.1723x_{211} + 0.1723x_{212} + y_2^- - y_2^+ = 162,397.1067$$

También para esta meta, se requiere que el suministro de agua al sector 2 sea mayor o igual a la demanda promedio de este sector (162,397.1067), por lo tanto, la variable no deseada que se requiere minimizar es la falta de logro, es decir, minimizar  $y_2^-$  (en negritas).

3. Suministro promedio de agua recomendado por CONAGUA al sector 3:

$$0.6350x_{333} + y_3^- - y_3^+ = 1,107,531.6436$$

Para esta meta, se requiere minimizar la falta de logro (minimizar  $y_3^-$ ), ya que se quiere lograr que el suministro de agua al sector 3 sea mayor o igual a la demanda promedio de este sector (1,107,531.6436).

4. Suministro promedio de agua recomendado por CONAGUA al sector 4:

$$0.6985x_{444} + y_4^- - y_4^+ = 525,115.1486$$

Para esta meta, también se requiere minimizar la falta de logro (minimizar  $y_4^-$ ), ya que se quiere lograr que el suministro de agua al sector 4 sea mayor o igual a la demanda promedio de este sector (525,115.1486).

5. Suministro promedio de agua recomendado por CONAGUA al sector 5:

$$0.2898x_{511} + 0.2898x_{512} + y_5^- - y_5^+ = 124,992.7827$$

También para esta meta, se requiere que el suministro de agua al sector 5 sea mayor o igual a la demanda promedio de este sector (124,992.7827), por lo tanto, la variable no deseada que se requiere minimizar es la falta de logro, es decir, minimizar  $y_5^-$  (en negritas).

6. Suministro promedio de agua recomendado por CONAGUA al sector 6:

$$0.628x_{666} + y_6^- - y_6^+ = 469,268.4149$$

Para esta meta, se requiere que el suministro de agua al sector 6 sea mayor o igual a la demanda promedio de este sector (469,268.4149), por lo tanto, la variable no deseada que se requiere minimizar es la falta de logro, es decir, minimizar  $y_6^-$  (en negritas).

7. Suministro promedio de agua recomendado por CONAGUA al sector 7:

$$0.1723x_{711} + 0.1723x_{712} + \mathbf{y_7^-} - \mathbf{y_7^+} = 659,614.8637$$

También para esta meta, se requiere que el suministro de agua al sector 7 sea mayor o igual a la demanda promedio de este sector (659,614.8637), por lo tanto, la variable no deseada que se requiere minimizar es la falta de logro, es decir, minimizar  $y_7^-$  (en negritas).

8. Suministro promedio de agua recomendado por CONAGUA al sector 8:

$$0.1723x_{811} + 0.1723x_{812} + \mathbf{y_8^-} - \mathbf{y_8^+} = 538,310.5629$$

Para esta meta, se requiere minimizar la falta de logro (minimizar  $y_8^-$ ), ya que se quiere lograr que el suministro de agua al sector 8 sea mayor o igual a la demanda promedio del sector (538,310.5629).

9. Suministro promedio de agua recomendado por CONAGUA a la localidad el Moral:

$$0.7467x_{M55} + \mathbf{y_9^-} - \mathbf{y_9^+} = 4,571.6396$$

Para esta meta, también se requiere minimizar la falta de logro (minimizar  $y_9^-$ ), ya que se quiere lograr que el suministro de agua a la localidad el Moral sea mayor o igual a la demanda promedio del sector (4,571.6396).

## **META 2. VOLUMEN DE AGUA QUE LOS TÍTULOS DE ASIGNACIÓN PERMITEN EXTRAER DE LOS POZOS**

1. Volumen de agua que el título de asignación permite extraer del pozo 1:

$$x_{111} + x_{211} + x_{511} + x_{711} + x_{811} + \mathbf{y_{10}^-} - \mathbf{y_{10}^+} = 1,702,944$$

En este caso, no se puede rebasar de la cantidad de agua que los títulos de asignación permiten extraer del pozo 1 (1,702,944  $m^3$ ), por lo tanto, se requiere minimizar el exceso del logro, es decir, minimizar  $y_{10}^+$ .

2. Volumen de agua que el título de asignación permite extraer del pozo 2:

$$x_{112} + x_{212} + x_{512} + x_{712} + x_{812} + \mathbf{y_{11}^-} - \mathbf{y_{11}^+} = 567,648$$



Para esta meta, no se puede rebasar de la cantidad de agua que los títulos de asignación permiten extraer del pozo 2 ( $567,648 m^3$ ), por lo tanto, se requiere minimizar el exceso del logro, es decir, minimizar  $y_{11}^+$ .

3. Volumen de agua que el título de asignación permite extraer del pozo 3:

$$x_{333} + y_{12}^- - y_{12}^+ = 1,608,336$$

Para esta meta, también no se puede rebasar de la cantidad de agua que los títulos de asignación permiten extraer del pozo 3 ( $1,608,336 m^3$ ), por lo tanto, se requiere minimizar el exceso del logro, es decir, minimizar  $y_{12}^+$ .

4. Volumen de agua que el título de asignación permite extraer del pozo 4:

$$x_{444} + y_{13}^- - y_{13}^+ = 294,993$$

En este caso, también no se puede rebasar de la cantidad de agua que los títulos de asignación permiten extraer del pozo 4 ( $294,993 m^3$ ), por lo tanto, se requiere minimizar el exceso del logro, es decir, minimizar  $y_{13}^+$ .

5. Volumen de agua que el título de asignación permite extraer del pozo 5:

$$x_{M55} + y_{14}^- - y_{14}^+ = 361,087.20$$

Como no se puede rebasar de la cantidad de agua que los títulos de asignación permiten extraer del pozo 5 ( $361,087.20 m^3$ ), se requiere minimizar el exceso del logro, es decir, minimizar  $y_{14}^+$ .

6. Volumen de agua que el título de asignación permite extraer del pozo 6:

$$x_{666} + y_{15}^- - y_{15}^+ = 1,051,200$$

Para esta meta, se requiere minimizar el exceso del logro, es decir, minimizar  $y_{15}^+$ , debido a que no se puede rebasar de la cantidad de agua que los títulos de asignación permiten extraer del pozo 6 ( $1,051,200 m^3$ ).

### **META 3. PAGO DE ENERGÍA ELÉCTRICA**

$$\begin{aligned} &0.30355x_{111} + 0.36835x_{112} + 0.30355x_{211} + 0.36835x_{212} + 0.41700x_{333} + \\ &0.36271x_{444} + 0.30355x_{511} + 0.36835x_{512} + 0.70525x_{666} + 0.30355x_{711} + \\ &0.36835x_{712} + 0.30355x_{811} + 0.36835x_{812} + 0.22764x_{M55} + \\ &y_{16}^- - y_{16}^+ = 2,235,261 \end{aligned}$$

En este caso, no se puede rebasar del presupuesto autorizado para el pago de energía (\$2, 235,261), por ello, se requiere minimizar el exceso del logro ( $y_{16}^+$ ).

#### **META 4. PAGO DE AGUAS NACIONALES**

$$0.11862x_{111} + 0.11862x_{112} + 0.11862x_{211} + 0.11862x_{212} + 0.11862x_{333} + \\ 0.11862x_{444} + 0.11862x_{511} + 0.11862x_{512} + 0.11862x_{666} + 0.11862x_{711} + \\ 0.11862x_{712} + 0.11862x_{811} + 0.11862x_{812} + 0.11862x_{M55} + \\ y_{17}^- - y_{17}^+ = 619,803.853$$

Para esta meta, también no se puede rebasar del presupuesto autorizado para el pago de aguas nacionales (\$619,803.853), por lo tanto, se requiere minimizar el exceso del logro ( $y_{17}^+$ ).

#### **5. MINIMIZAR LAS VARIABLES DE DESVIACIÓN NO DESEADAS**

Así como Romero (2003) menciona, que el propósito general de la programación por metas consiste en minimizar una función de las variables de desviación no deseadas, en este último paso de la formulación de este modelo, la función que se minimizará es la siguiente:

$$\text{Minimizar } z = y_1^- + y_2^- + y_3^- + y_4^- + y_5^- + y_6^- + y_7^- + y_8^- + y_9^- + y_{10}^+ + y_{11}^+ + y_{12}^+ \\ + y_{13}^+ + y_{14}^+ + y_{15}^+ + y_{16}^+ + y_{17}^+$$

El modelo completo de programación por metas se presenta a continuación:

$$\text{Minimizar } z = y_1^- + y_2^- + y_3^- + y_4^- + y_5^- + y_6^- + y_7^- + y_8^- + y_9^- + y_{10}^+ + y_{11}^+ + y_{12}^+ \\ + y_{13}^+ + y_{14}^+ + y_{15}^+ + y_{16}^+ + y_{17}^+$$

*sujeto a:*

*Meta 1:*

$$0.6491x_{111} + 0.6491x_{112} + y_1^- - y_1^+ = 331,391.9206 \quad (\text{Sector 1})$$

$$0.1723x_{211} + 0.1723x_{212} + y_2^- - y_2^+ = 162,397.1067 \quad (\text{Sector 2})$$

$$0.6350x_{333} + y_3^- - y_3^+ = 1,107,531.6436 \quad (\text{Sector 3})$$

$$0.6985x_{444} + y_4^- - y_4^+ = 525,115.1486 \quad (\text{Sector 4})$$

$$0.2898x_{511} + 0.2898x_{512} + y_5^- - y_5^+ = 124,992.7827 \quad (\text{Sector 5})$$

$$0.628x_{666} + y_6^- - y_6^+ = 469,268.4149 \quad (\text{Sector 6})$$

$$0.1723x_{711} + 0.1723x_{712} + y_7^- - y_7^+ = 659,614.8637 \quad (\text{Sector 7})$$

$$0.1723x_{811} + 0.1723x_{812} + y_8^- - y_8^+ = 538,310.5629 \quad (\text{Sector 8})$$

$$0.7467x_{M55} + y_9^- - y_9^+ = 4,571.6396 \quad (\text{Localidad el Moral})$$

### Meta 2

$$x_{111} + x_{211} + x_{511} + x_{711} + x_{811} + y_{10}^- - y_{10}^+ = 1,702,944 \quad (\text{Pozo 1})$$

$$x_{112} + x_{212} + x_{512} + x_{712} + x_{812} + y_{11}^- - y_{11}^+ = 567,648 \quad (\text{Pozo 2})$$

$$x_{333} + y_{12}^- - y_{12}^+ = 1,608,336 \quad (\text{Pozo 3})$$

$$x_{444} + y_{13}^- - y_{13}^+ = 294,993 \quad (\text{Pozo 4})$$

$$x_{M55} + y_{14}^- - y_{14}^+ = 361,087.20 \quad (\text{Pozo 5})$$

$$x_{666} + y_{15}^- - y_{15}^+ = 1,051,200 \quad (\text{Pozo 6})$$

### Meta 3

$$0.30355x_{111} + 0.36835x_{112} + 0.30355x_{211} + 0.36835x_{212} + 0.41700x_{333} +$$

$$0.36271x_{444} + 0.30355x_{511} + 0.36835x_{512} + 0.70525x_{666} + 0.30355x_{711} +$$

$$0.36835x_{712} + 0.30355x_{811} + 0.36835x_{812} + 0.22764x_{M55} + y_{16}^- - y_{16}^+$$

$$= 2,235,261$$

### Meta 4

$$0.11862x_{111} + 0.11862x_{112} + 0.11862x_{211} + 0.11862x_{212} + 0.11862x_{333} +$$

$$0.11862x_{444} + 0.11862x_{511} + 0.11862x_{512} + 0.11862x_{666} + 0.11862x_{711} +$$

$$0.11862x_{712} + 0.11862x_{811} + 0.11862x_{812} + 0.11862x_{M55} + y_{17}^- - y_{17}^+$$

$$= 619,803.853$$

### *Atributos relevantes*

$x_{111} + x_{112} > 0$	(Sector 1)
$x_{211} + x_{212} > 0$	(Sector 2)
$x_{333} > 0$	(Sector 3)
$x_{444} > 0$	(Sector 4)
$x_{511} + x_{512} > 0$	(Sector 5)
$x_{666} > 0$	(Sector 6)
$x_{711} + x_{712} > 0$	(Sector 7)
$x_{811} + x_{812} > 0$	(Sector 8)
$x_{M55} > 0$	(Localidad el Moral)

#### **4.2.6 SOLUCIÓN DEL PROBLEMA CON UN SOFTWARE ESPECIALIZADO**

Una vez formulado el modelo de programación por metas, lo siguiente es pasarlo al lenguaje de LINGO, que como ya se había explicado, es un software práctico que resuelve problemas de programación lineal, basta con tener conocimientos básicos del lenguaje matemático para poder usarlo (Noh de la Cruz y Elizondo Cortés, 2017).

Para transcribir el modelo de programación por metas (formulado en la sección anterior) en LINGO, es necesario considerar lo siguiente:

##### **VARIABLES DE DECISIÓN:**

Esta formulación en LINGO inicia con la declaración de las variables de decisión a manera de comentario, esto se realiza para que se tenga presente lo que se está analizando con el modelo, y para que cualquier persona que use ese archivo, entienda lo que se está haciendo. Para escribir un comentario, al inicio de la oración se coloca el signo de exclamación (!) y al finalizar se coloca el signo de punto y coma (;), las letras del comentario se tornarán color verde.

Como en LINGO no se puede usar subíndices, la variable de decisión  $x_{ijk}$  es declarada como  $Xijk$  y las variables de desviación  $YNi$  y  $YPi$  se refieren a  $y_i^-$  y  $y_i^+$  respectivamente.

### **FUNCIÓN OBJETIVO:**

La función objetivo del modelo de programación por metas planteado en esta investigación, minimizará las variables de desviación no deseadas, en LINGO, esta minimización se especifica con la palabra MIN y aparecerá en letras azules, seguido del signo igual (=) y las variables de desviación no deseadas. Al finalizar la función objetivo se coloca el signo de punto y coma (;).

### **METAS:**

El orden de las metas será la misma que la formulación planteada en la sección anterior, el suministro promedio de agua recomendado por CONAGUA será la primera meta, seguido del volumen de agua que los títulos de asignación permiten extraer de los pozos, el pago de energía eléctrica, el pago de aguas nacionales y finalmente los atributos relevantes para el sistema que buscan asegurar el suministro de agua en cada sector, al final de cada meta se coloca el signo de punto y coma (;).

### **OPERACIONES MATEMÁTICAS:**

En LINGO el producto de una constante por una variable de decisión es especificada con un asterisco (\*), así que, al formular las metas que considere un producto de una constante por una variable de decisión se declarará esta operación con un asterisco.

De acuerdo con las especificaciones anteriores, el modelo de programación por metas en LINGO, queda de la siguiente manera:

! DECLARACIÓN DE VARIABLES;

!  $X_{ij}$ : Cantidad de metros cúbicos de agua anuales a suministrar en el sector  $i$  suministrado por el tanque  $j$  y extraído del pozo  $k$ ,  $i=1,\dots,8$ ;  $j=1,2,3,4,5,6$ ;  $k=1,\dots,6$ ;

! FUNCIÓN OBJETIVO;

MIN =  $Y_{N1} + Y_{N2} + Y_{N3} + Y_{N4} + Y_{N5} + Y_{N6} + Y_{N7} + Y_{N8} + Y_{N9} + Y_{P10} + Y_{P11} + Y_{P12} + Y_{P13} + Y_{P14} + Y_{P15} + Y_{P16} + Y_{P17}$ ;

! ESTABLECER METAS NUMÉRICAS;

! SUMINISTRO PROMEDIO DE AGUA RECOMENDADO POR CONAGUA PARA CADA SECTOR;

!SECTOR 1;

$0.6491 \cdot X_{111} + 0.6491 \cdot X_{112} + Y_{N1} - Y_{P1} = 331391.9206$ ;

!SECTOR 2;

$0.1723 \cdot X_{211} + 0.1723 \cdot X_{212} + Y_{N2} - Y_{P2} = 162397.1067$ ;

!SECTOR 3;

$0.6350 \cdot X_{333} + Y_{N3} - Y_{P3} = 1107531.6436$ ;

!SECTOR 4;

$0.6985 \cdot X_{444} + Y_{N4} - Y_{P4} = 525115.1486$ ;

!SECTOR 5;

$0.2898 \cdot X_{511} + 0.2898 \cdot X_{512} + Y_{N5} - Y_{P5} = 124992.7827$ ;

!SECTOR 6;

$0.628 \cdot X_{666} + Y_{N6} - Y_{P6} = 469268.4149$ ;

!SECTOR 7;

$0.1723 \cdot X_{711} + 0.1723 \cdot X_{712} + Y_{N7} - Y_{P7} = 659614.8637$ ;

!SECTOR 8;

$0.1723 \cdot X_{811} + 0.1723 \cdot X_{812} + Y_{N8} - Y_{P8} = 538310.5629$ ;

!LOCALIDAD EL MORAL;

$0.7467 \cdot X_{M55} + Y_{N9} - Y_{P9} = 4571.6396$ ;

! VOLUMEN DE AGUA QUE LOS TÍTULOS DE ASIGNACIÓN PERMITEN EXTRAER DE LOS POZOS;

!Pozo 1;

$X111 + X211 + X511 + X711 + X811 + YN10 - YP10 = 1702944;$

!Pozo 2;

$X112 + X212 + X512 + X712 + X812 + YN11 - YP11 = 567648;$

!Pozo 3;

$X333 + YN12 - YP12 = 1608336;$

!Pozo 4;

$X444 + YN13 - YP13 = 294993;$

!Pozo 5;

$XM55 + YN14 - YP14 = 361087.2;$

!Pozo 6;

$X666 + YN15 - YP15 = 1051200;$

! PAGO DE ENERGÍA ELÉCTRICA;

$0.30355*X111 + 0.36835*X112 + 0.30355*X211 + 0.36835*X212 + 0.41700*X333 + 0.36271*X444 + 0.30355*X511 + 0.36835*X512 + 0.70525*X666 + 0.30355*X711 + 0.36835*X712 + 0.30355*X811 + 0.36835*X812 + 0.22764*XM55 + YN16 - YP16 = 2235261;$

! PAGO DE AGUAS NACIONALES;

$0.11862*X111 + 0.11862*X112 + 0.11862*X211 + 0.11862*X212 + 0.11862*X333 + 0.11862*X444 + 0.11862*X511 + 0.11862*X512 + 0.11862*X666 + 0.11862*X711 + 0.11862*X712 + 0.11862*X811 + 0.11862*X812 + 0.11862*XM55 + YN17 - YP17 = 619803.853;$

! ESTABLECIMIENTO DE ATRIBUTOS RELEVANTES PARA EL SISTEMA QUE BUSCAN ASEGURAR EL SUMINISTRO DE AGUA EN CADA SECTOR;

!Suministro para el sector 1;

$X111 + X112 > 0;$

!Suministro para el sector 2;

$X211 + X212 > 0;$

!Suministro para el sector 3;

$X333 > 0;$

!Suministro para el sector 4;

$X444 > 0;$

!Suministro para el sector 5;

$X511 + X512 > 0;$

!Suministro para el sector 6;  
X666 > 0;

!Suministro para el sector 7;  
X711 + X712 > 0;

!Suministro para el sector 8;  
X811 + X812 > 0;

!Suministro para la localidad el Moral;  
XM55 > 0;

#### **4.2.7 VERIFICACIÓN DEL MODELO**

Después de formular el modelo, es necesario realizar su verificación, ya que permite encontrar y corregir errores, omisiones, entre otros. La verificación del modelo se llevó a cabo de la siguiente manera:

##### **CONVERSIONES REALIZADAS:**

Se revisó que las conversiones realizadas se hubieran calculado correctamente y que sus resultados estuvieran en las mismas unidades. Por ejemplo, para el suministro promedio de agua recomendado por CONAGUA para cada sector y el volumen de agua que los títulos de asignación permiten extraer de los pozos, se revisó que estuvieran en las mismas unidades ( $m^3/año$ ), los datos del pago de energía eléctrica y de aguas nacionales tienen que estar en  $\$/m^3$ .

##### **REVISIÓN DE ERROR DE ESCRITURA:**

Se revisó que los datos del modelo fueran correctos y no hubiera errores debido a una mala escritura, por ejemplo, no haber invertido los dígitos.

##### **VARIABLES DE DECISIÓN:**

Se revisó que la declaración de las variables de decisión estuvieran correctamente escritas, es decir, que correspondiera  $i = \text{sector}$ ,  $j = \text{tanque}$  y  $k = \text{pozo}$ .

##### **FORMULACIÓN DE LAS METAS:**

Se revisó que hubiera coherencia en las metas, es decir, entre los objetivos y los niveles de aspiración  $f_i(\bar{x}) \geq m_i$ . Por ejemplo, si el lado izquierdo de la meta 1 (suministro



promedio recomendado por CONAGUA), se refiere a los volúmenes de agua que el sector  $i$  recibiría del tanque  $j$ , extraído del pozo  $k$ , del lado derecho de la ecuación debería tener el suministro promedio de agua que ese sector  $i$  requiere.

$$\underbrace{0.6491x_{111} + 0.6491x_{112}}_{\substack{\text{volumen de agua que el} \\ \text{sector } i \text{ recibiría del} \\ \text{tanque } j, \text{ extraído del} \\ \text{pozo } k}} \geq \underbrace{331,391.9206}_{\substack{\text{suministro promedio} \\ \text{de agua que el} \\ \text{sector } i \text{ requiere}}}$$

#### **VARIABLES DE DECISIÓN EN LAS METAS:**

Se verificó que las variables de decisión correspondieran a la meta y esto se realizó revisando los subíndices de las variables, por ejemplo, para la meta 2 (volumen de agua que los títulos de asignación permiten extraer de los pozos) y en específico del pozo 1, se verificó que los subíndices de las variables de decisión tuvieran el subíndice  $k = 1$ , por lo tanto, la meta 2 del pozo 1 queda expresada de la siguiente manera:

$$\underbrace{x_{111} + x_{211} + x_{511} + x_{711} + x_{811}}_{\substack{\text{volumen de agua que del} \\ \text{pozo } \mathbf{1} \text{ se extraería} \\ \text{para suministrar al} \\ \text{tanque } j \text{ y sector } i}} \leq \underbrace{1,702,944}_{\substack{\text{volumen de agua} \\ \text{que el título de} \\ \text{asignación} \\ \text{permite extraer} \\ \text{del pozo } \mathbf{1}}}$$

#### **DETERMINACIÓN DE LAS VARIABLES DE DESVIACIÓN NO DESEADAS:**

Se revisó que la determinación de las variables de desviación no deseadas tuvieran coherencia con el nivel de aspiración de la meta, por ejemplo si se estaba hablando que había un límite de volumen de extracción fijado por los títulos de asignación de cada pozo, la variable de desviación no deseada de esta meta sería  $y_i^+$ , ya que se deseaba minimizar el exceso de logro, es decir, se seleccionaba esta variable ya que no se quería que los resultados obtenidos del modelo excedieran el límite de volumen permitido para la actividad de extracción.

*variable de desviación no deseada  
que se desea minimizar*

$$\underbrace{x_{111} + x_{211} + x_{511} + x_{711} + x_{811}}_{\text{volumen de agua que del pozo 1 se extraería para suministrar al tanque } j \text{ y sector } i} + y_{10}^- - \underbrace{y_{10}^+}_{\text{volumen de agua que el título de asignación permite extraer del pozo 1}} \leq 1,702,944$$

*volumen de agua que del pozo 1 se extraería para suministrar al tanque  $j$  y sector  $i$*

*volumen de agua que el título de asignación permite extraer del pozo 1*

### **FUNCIÓN OBJETIVO:**

Se verificó que las variables de desviación no deseadas que se requirieran minimizar en cada meta, estuvieran consideradas en la función objetivo.

### **RESULTADOS:**

Se revisó que los resultados obtenidos de LINGO fueran coherentes, que los valores de las variables de decisión cumplieran con las metas o que los déficits o excedentes de las metas correspondieran con los valores de las variables de desviación, esto se realizó revisando cada resultado para cada meta. Por ejemplo, después de analizar los datos se sabía que, cuando las dos variables de desviación (incluyendo la no deseada) pertenecientes a una meta sus valores eran cero, esto indicaba que el valor de la variable de decisión o la sumatoria de las variables de decisión de esa meta, era exactamente igual al nivel de aspiración, es decir, la meta se cumplía, mientras que en los casos en los que no se cumplía, era denotado por las variables desviación no deseadas que no se minimizaron a cero.

De acuerdo con lo presentado en este capítulo, se observa lo valioso que es tener una metodología para desarrollar una investigación, ya que proporciona orden a través de procedimientos para realizar un buen trabajo.

A continuación, en el siguiente capítulo se presenta la validación del modelo de programación por metas y los resultados obtenidos, así como los escenarios con los que se analizará la propuesta de sectorización realizada por PADHPOT.

---

## CAPÍTULO 5. VALIDACIÓN DEL MODELO Y PRESENTACIÓN DE RESULTADOS

---

### 5.1 INTRODUCCIÓN AL CAPÍTULO

Como se ha mencionado anteriormente, el modelo de programación por metas y los escenarios propuestos permitirán analizar la propuesta de PADHPOT, la cual consiste en la sectorización de la red de suministro de agua potable en la localidad de San Martín Texmelucan, Puebla. Por ello, en este capítulo se presentan los resultados obtenidos del modelo de programación por metas planteado en el Capítulo 4, el cual se establece como modelo base en este capítulo, así como los hallazgos obtenidos de los escenarios propuestos para complementar la información que el modelo de programación de metas puede brindar para el análisis del problema de investigación.

La Figura 5.1 muestra cómo está estructurado este capítulo, esto con el fin de que el lector pueda discernir los resultados de cada modelo.

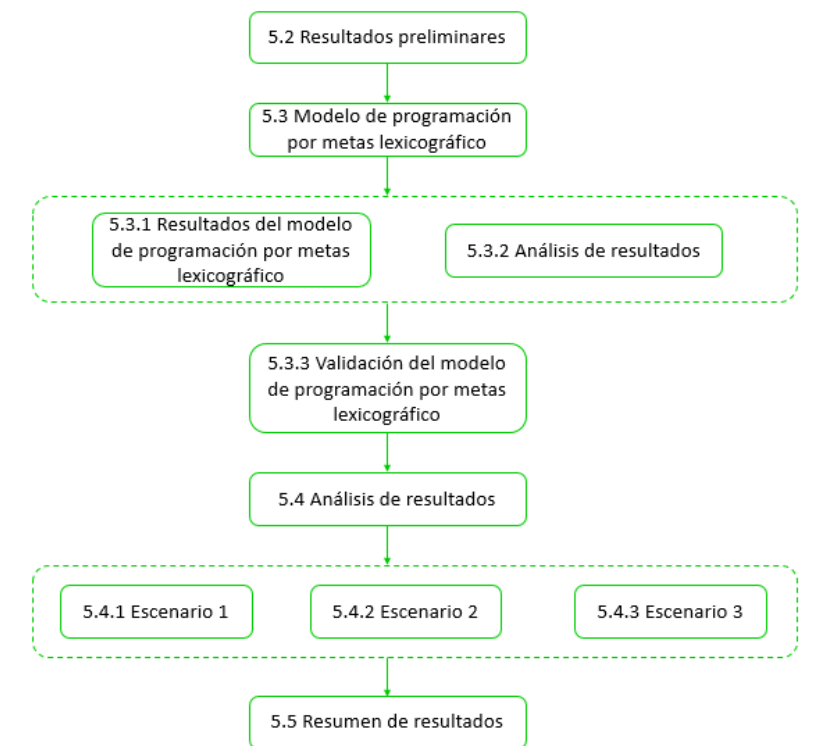


Figura 5.1 Estructura del Capítulo 5. Elaboración propia

## 5.2 RESULTADOS DEL MODELO BASE

El modelo de programación por metas planteado en el Capítulo 4, establecido como el “modelo base”, cuenta con cuarenta y ocho variables declaradas (catorce variables de decisión, treinta y cuatro variables de desviación) y veintisiete restricciones, como se puede ver en el cuadro de diálogo LINGO *Solver Status* (Figura 5.2); cabe mencionar que en la función objetivo se ha considerado la minimización de las diecisiete variables de desviación no deseadas.

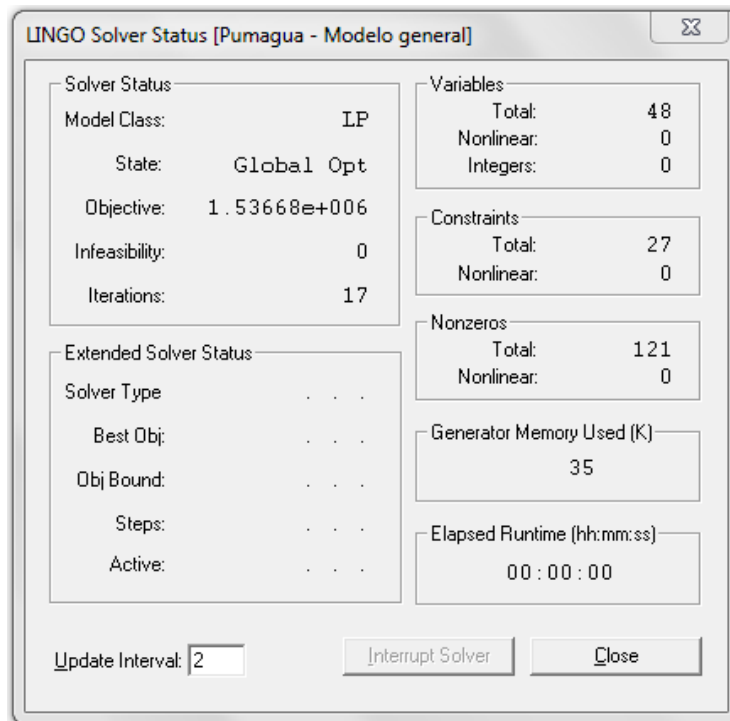


Figura 5.2 Resultado del modelo base. Tomado de LINGO (*LI*Near *GE*neralize *OP*timizer)

Como ya se explicó en capítulos anteriores, la formulación del modelo de programación por metas busca minimizar el incumplimiento de las metas establecidas, por lo cual el valor de la función objetivo equivale a la desviación total de éstas. A continuación se muestra los resultados de este “modelo base”.

Global optimal solution found.

Objective value:

1536681.

Total solver iterations:

17

Variable	Value	Reduced Cost
YN1	0.000000	0.7345555
YN2	64591.36	0.000000
YN3	86238.28	0.000000
YN4	319062.5	0.000000
YN5	0.000000	0.4054520
YN6	0.000000	1.000000
YN7	528478.0	0.000000
YN8	538310.6	0.000000
YN9	0.000000	1.000000
YP10	0.000000	0.8277000
YP11	0.000000	0.8277000
YP12	0.000000	0.3650000
YP13	0.000000	0.3015000
YP14	0.000000	1.000000
YP15	0.000000	1.000000
YP16	0.000000	1.000000
YP17	0.000000	1.000000
X111	510540.6	0.000000
X112	0.000000	0.000000
YP1	0.000000	0.2654445
X211	0.000000	0.000000
X212	567648.0	0.000000
YP2	0.000000	1.000000
X333	1608336.	0.000000
YP3	0.000000	1.000000
X444	294993.0	0.000000
YP4	0.000000	1.000000
X511	431307.0	0.000000
X512	0.000000	0.000000
YP5	0.000000	0.5945480
X666	1030697.	0.000000
YP6	178009.1	0.000000
X711	761096.3	0.000000
X712	0.000000	0.000000
YP7	0.000000	1.000000
X811	0.000000	0.000000
X812	0.000000	0.000000
YP8	0.000000	1.000000
XM55	20503.37	0.000000
YP9	10738.23	0.000000
YN10	0.000000	0.1723000
YN11	0.000000	0.1723000
YN12	0.000000	0.6350000
YN13	0.000000	0.6985000
YN14	340583.8	0.000000
YN15	20503.37	0.000000
YN16	0.000000	0.000000
YN17	0.000000	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	1536681.	-1.000000
2	0.000000	-0.2654445
3	0.000000	-1.000000
4	0.000000	-1.000000
5	0.000000	-1.000000
6	0.000000	-0.5945480
7	0.000000	0.000000

8	0.000000	-1.000000
9	0.000000	-1.000000
10	0.000000	0.000000
11	0.000000	0.1723000
12	0.000000	0.1723000
13	0.000000	0.6350000
14	0.000000	0.6985000
15	0.000000	0.000000
16	0.000000	0.000000
17	0.000000	0.000000
18	0.000000	0.000000
19	510540.6	0.000000
20	567648.0	0.000000
21	1608336.	0.000000
22	294993.0	0.000000
23	431307.0	0.000000
24	1030697.	0.000000
25	761096.3	0.000000
26	0.000000	0.000000
27	20503.37	0.000000

De manera que se puedan entender mejor los resultados, la Tabla 5.1 especifica los valores asignados a las variables de decisión y la Tabla 5.2 muestra los valores de las variables de desviación.

Tabla 5.1 Resultados de las variables de decisión del modelo base

Variables de decisión	Cantidad de agua a suministrar en el sector $i$ por el tanque $j$ extraído del pozo $k$ ( $m^3/año$ )	Interpretación de resultados
$x_{111}$	510,540.60	El sector 1 será suministrado por el tanque y pozo 1
$x_{112}$	0	
$x_{211}$	0	
$x_{212}$	567,648	El sector 2 será suministrado por el tanque 1 y pozo 2
$x_{333}$	1,608,336	El sector 3 será suministrado por el tanque y pozo 3
$x_{444}$	294,993	El sector 4 será suministrado por el tanque y pozo 4
$x_{511}$	431,307	El sector 5 será suministrado por el tanque y pozo 1
$x_{512}$	0	
$x_{666}$	1,030,697	El sector 6 será suministrado por el tanque y pozo 6.
$x_{711}$	761,096.30	El sector 7 será suministrado por el tanque y pozo 1.
$x_{712}$	0	
$x_{811}$	0	
$x_{812}$	0	
$x_{M55}$	20,503.37	La localidad el Moral será suministrada por el tanque y pozo 5.

Elaboración propia, basada en los resultados obtenidos de LINGO (*LINear Generalize Optimizer*)

Como se puede observar, con esta formulación de programación por metas, casi todos los sectores recibirían agua a excepción del sector 8 (esto se señala en un recuadro verde en la Tabla 5.1). Sin embargo, las variables de desviación son las que permiten diferenciar las metas que se cumplen de aquellas que no logran cubrir el requerimiento deseado.

Tabla 5.2 Resultados de las variables de desviación del modelo base

Variablen de desviación	Resultados
$y_1^+$	0
$y_1^-$	0
$y_2^+$	0
$y_2^-$	64,591.36
$y_3^+$	0
$y_3^-$	86,238.28
$y_4^+$	0
$y_4^-$	319,062.50
$y_5^+$	0
$y_5^-$	0
$y_6^+$	178,009.10
$y_6^-$	0
$y_7^+$	0
$y_7^-$	528,478
$y_8^+$	0
$y_8^-$	538,310.60
$y_9^+$	10,738.23
$y_9^-$	0
$y_{10}^+$	0
$y_{10}^-$	0
$y_{11}^+$	0
$y_{11}^-$	0
$y_{12}^+$	0
$y_{12}^-$	0
$y_{13}^+$	0
$y_{13}^-$	0
$y_{14}^+$	0
$y_{14}^-$	340,583.80
$y_{15}^+$	0
$y_{15}^-$	20,503.37
$y_{16}^+$	0
$y_{16}^-$	0
$y_{17}^+$	0
$y_{17}^-$	0

Elaboración propia, basada en los resultados obtenidos de LINGO (*LINear Generalize Optimizer*)

En la Tabla 5.2 se denotan con color verde las diecisiete variables de desviación no deseadas, y en un recuadro del mismo color, las variables de desviación no deseadas que no se minimizaron (lo cual significa que las metas relacionadas no se cumplieron).

A pesar de que se han presentado los resultados a través de las Tablas 5.1 y 5.2, se requiere interpretar qué significan dentro del problema de investigación que se está solucionando, y esto se realiza analizando cada meta.

### **META 1. SUMINISTRO PROMEDIO DE AGUA RECOMENDADO POR CONAGUA PARA CADA SECTOR**

Para poder realizar un análisis amplio acerca del significado de los resultados del modelo base se debe tener claro la diferencia entre la cantidad de agua que se suministra a partir de los tanques de almacenamiento, la cantidad que realmente le llega a cada sector, bajo la consideración de las fugas, y la cantidad de agua que requiere cada sector para satisfacer sus necesidades. Por esto, se presenta en la Tabla 5.3 los resultados del modelo base que se compararán con los requerimientos de agua de cada sector.

Tabla 5.3 Resultados de la meta 1 para el modelo base

<b>Sector <math>i</math></b>	<b><math>x_{ijk}</math> = Cantidad de agua anual a suministrar en el sector <math>i</math> (<math>m^3/año</math>)</b>	<b>Cantidad promedio de agua anual requerido en el sector <math>i</math>, (<math>m^3/año</math>)</b>	<b>Cantidad de agua final recibida en el sector <math>i</math> considerando las fugas (<math>m^3/año</math>)</b>
1	510,540.60	331,391.92	331,391.90
2	567,648	<b>162,397.11</b>	<b>97,805.75</b>
3	1,608,336	<b>1,107,531.64</b>	<b>1,021,293.36</b>
4	294,993	<b>525,115.15</b>	<b>206,052.61</b>
5	431,307	124,992.78	124,992.77
6	1,030,697	469,268.41	647,277.72
7	761,096.30	<b>659,614.86</b>	<b>131,136.89</b>
8	0	<b>538,310.56</b>	<b>0</b>
M	20,503.37	4,571.64	15,309.87
<b>Total</b>	<b>5,225,121.27</b>	<b>3,923,194.08</b>	<b>2,575,260.87</b>

Elaboración propia, basada en los resultados de LINGO (*LINear Generalize Optimizer*)

Como se puede notar en la Tabla 5.3, de acuerdo con los resultados del modelo base de programación por metas, los sectores 2, 3, 4 y 7 no reciben la cantidad de agua suficiente para abastecer sus necesidades, además de que el sector 8 no recibe agua. Estos resultados reflejan la gran necesidad de atender las fugas, ya que, a pesar de que los tanques de almacenamiento surten la cantidad suficiente en casi todos los sectores, ante la presencia de las fugas se pierde una gran cantidad de agua que conlleva al desabasto parcial o total en la mayoría de los sectores.



## META 2. VOLUMEN DE AGUA QUE LOS TÍTULOS DE ASIGNACIÓN PERMITEN EXTRAER DE LOS POZOS

Ahora bien, en cuanto a la meta 2 que refiere a la limitación de la extracción de agua de los pozos ubicados en San Martín Texmelucan, de acuerdo con los resultados mostrados en la Tabla 5.4, el modelo base respeta cada uno de los títulos de extracción de agua. Si bien, cumplir con esta meta es sumamente importante, no se puede dejar de lado que el suministro de la mayoría de los sectores no se cumple, como se presentó en la meta anterior.

Tabla 5.4 Resultados de la meta 2 para el modelo base

Pozo $k$	Cantidad de agua anual establecido por los títulos de asignación ( $m^3/año$ )	Cantidad de agua anual a extraer del pozo $k$ de acuerdo con los resultados del modelo base ( $m^3/año$ )
1	1,702,944	1,702,943.90
2	567,648	567,648
3	1,608,336	1,608,336
4	294,993	294,993
5	<b>361,087.20</b>	<b>20,503.37</b>
6	<b>1,051,200</b>	<b>1,030,697</b>
<b>Total</b>	<b>5,586,208.20</b>	<b>5,225,121.27</b>

Elaboración propia, basada en los resultados de LINGO (*LINear Generalize Optimizer*)

## META 3 Y META 4: PAGO DE ENERGÍA ELÉCTRICA Y PAGO DE AGUAS NACIONALES

En cuanto a cuestiones económicas, referidas en las metas 3 y 4, el presupuesto establecido para soportar los costos por la energía eléctrica necesaria para bombear el agua de los pozos hasta los sectores y el presupuesto para el pago por el derecho del agua son respetados, por lo que se cumplen con dichas metas.

Tabla 5.5 Resultados de la meta 3 y 4 para el modelo base

Tipo de pago	Presupuesto autorizado	Resultado del modelo base
<b>Pago de energía eléctrica</b> (Meta 3)	\$2,235,261	\$2,235,261.23
<b>Pago de aguas nacionales</b> (Meta 4)	\$619,804	\$619,803.89

Elaboración propia, basada en los resultados de LINGO (*LINear Generalize Optimizer*)

Una vez que se ha profundizado en las implicaciones de los resultados que ha arrojado el modelo base de programación por metas, se debe tener en cuenta si éstos son válidos. Uno de los temas recurrentes en problemas resueltos mediante modelos de investigación de operaciones es saber si el modelo construido se puede validar, es decir, si el modelo representa la realidad o bien si arroja resultados que pueden ser utilizados y que sean útiles para los decisores. Este aspecto de la modelación debe ser vigilado con mucha cautela, ya que representa el éxito o fracaso del modelo construido; por esto, el modelo base de programación por metas requiere una comparación y una evaluación de acuerdo con la realidad.

Como se ha mencionado en los capítulos 1 y 2 de este trabajo, el problema de suministro de agua en San Martín Texmelucan se concentra en la presencia de fugas que disminuyen la cantidad de agua recibida en cada una de las localidades que conforman el municipio. PADHPOT realizó un estudio hidráulico para determinar los factores que han provocado este problema, con el fin de poder brindar una solución adecuada. Dicho estudio arrojó la recomendación de establecer una sectorización de la red de suministro para poder identificar de una manera más rápida dónde se localizan las fugas. A pesar de que aún no se ha implementado el proyecto de sectorización desarrollado por PADHPOT, la situación actual del suministro de agua en el municipio no presenta desabasto total en alguna de sus localidades. Lo último se hace notar ya que, de acuerdo con los resultados del modelo base de programación por metas, las localidades que conforman el sector 8 no recibirían ningún metro cúbico de agua. Este resultado se aleja completamente de la realidad que se está estudiando, por lo que el modelo no se puede considerar válido.

A pesar de que el modelo base de programación por metas arrojó resultados que se desvían de la realidad, esto no quiere decir que se haya formulado el modelo erróneamente o que la elección de esta herramienta no pueda atender los objetivos establecidos o que no pueda ser aplicable al campo de estudio; sino que la formulación general de programación por metas sólo busca la minimización de los incumplimientos de las metas, por lo que el modelo puede brindar la insatisfacción completa de los niveles de aspiración de algunos objetivos, como ocurrió con la meta 1 del modelo base.

Afortunadamente, existen formulaciones alternativas de programación por metas que establecen una preferencia estricta en el cumplimiento de algunas metas, por ejemplo, la programación por metas lexicográfica. Tomando en cuenta esto, se establece la necesidad de reformular el modelo para que se cumpla el suministro de agua en todos los sectores. A continuación, se muestran las modificaciones necesarias para que el modelo lexicográfico pueda cumplir con la meta 1.

### 5.3 MODELO DE PROGRAMACIÓN POR METAS LEXICOGRÁFICO

Como se pudo observar, el modelo base de programación por metas planteado proporcionó resultados donde las metas de suministro de agua no se cumplieron, ya que no se abastece de agua al sector 8 y los sectores 2, 3, 4, y 7 no reciben el agua necesaria. Con base en estos resultados se requiere formular un modelo que asegure que todos los sectores reciban este recurso, satisfaciendo el suministro promedio recomendado por CONAGUA, por lo que se necesita construir el modelo de programación por metas lexicográfico, el cual atiende este tipo de condiciones.

El modelo de programación por metas lexicográfico es usado cuando el decisor tiene un orden de preferencia en la satisfacción de las metas. En este caso, se requiere asegurar el suministro de agua a todos los sectores, por lo tanto, la meta 1 es estrictamente preferible a las demás. En el Capítulo 3 se explicó que el método secuencial es usado para resolver la formulación lexicográfica de la programación por metas, el cual consiste en la resolución de una secuencia de programas lineales (la cantidad de programas dependerá del número de prioridades que se establezcan). Para el modelo de esta investigación se consideran dos programas lineales que corresponden a dos prioridades: el cumplimiento del suministro de agua (meta 1) y el cumplimiento de la cantidad de agua a extraer de los pozos de acuerdo con los títulos de asignación y presupuestos (meta 2, 3 y 4).

Debido que es muy importante que se cumpla con el suministro promedio de agua recomendado por CONAGUA a todos los sectores, la meta 1 se establece como la prioridad más alta, por lo tanto, el primer programa lineal corresponde a ella. En la formulación lexicográfica desarrollada con el método secuencial se mantiene la estructura del modelo base, sin embargo, la función objetivo minimizará las variables de desviación no deseadas asociadas a la meta 1 (ver anexo 5). De acuerdo con los resultados de este programa, las variables de desviación no deseadas de esta meta toman el valor de cero, por lo que se cumple el suministro de agua a todos los sectores (ver anexo 6).

Una vez obtenido los resultados del primer programa lineal, se continúa con el segundo nivel de prioridad (metas 2, 3 y 4). En esta nueva formulación la función objetivo minimizará las variables de desviación no deseadas de las metas restantes, sin embargo, se debe asegurar que se respete el cumplimiento de los valores de las variables de desviación no deseadas del programa anterior (meta 1) por lo que se añaden como restricciones:

$$\begin{aligned} y_1^- = 0, & \quad y_2^- = 0, & \quad y_3^- = 0, & \quad y_4^- = 0, & \quad y_5^- = 0, \\ y_6^- = 0, & \quad y_7^- = 0, & \quad y_8^- = 0, & \quad y_9^- = 0 \end{aligned}$$

El segundo programa lineal correspondiente al segundo nivel de prioridad se enuncia de la siguiente manera:

$$\text{Minimizar } z = y_{10}^+ + y_{11}^+ + y_{12}^+ + y_{13}^+ + y_{14}^+ + y_{15}^+ + y_{16}^+ + y_{17}^+$$

*sujeto a:*

*Meta 1*

$$0.6491x_{111} + 0.6491x_{112} + y_1^- - y_1^+ = 331,391.9206 \quad (\text{Sector 1})$$

$$0.1723x_{211} + 0.1723x_{212} + y_2^- - y_2^+ = 162,397.1067 \quad (\text{Sector 2})$$

$$0.6350x_{333} + y_3^- - y_3^+ = 1,107,531.6436 \quad (\text{Sector 3})$$

$$0.6985x_{444} + y_4^- - y_4^+ = 525,115.1486 \quad (\text{Sector 4})$$

$$0.2898x_{511} + 0.2898x_{512} + y_5^- - y_5^+ = 124,992.7827 \quad (\text{Sector 5})$$

$$0.628x_{666} + y_6^- - y_6^+ = 469,268.4149 \quad (\text{Sector 6})$$

$$0.1723x_{711} + 0.1723x_{712} + y_7^- - y_7^+ = 659,614.8637 \quad (\text{Sector 7})$$

$$0.1723x_{811} + 0.1723x_{812} + y_8^- - y_8^+ = 538,310.5629 \quad (\text{Sector 8})$$

$$0.7467x_{M55} + y_9^- - y_9^+ = 4,571.6396 \quad (\text{Localidad el Moral})$$

*Meta 2*

$$x_{111} + x_{211} + x_{511} + x_{711} + x_{811} + y_{10}^- - y_{10}^+ = 1,702,944 \quad (\text{Pozo 1})$$

$$x_{112} + x_{212} + x_{512} + x_{712} + x_{812} + y_{11}^- - y_{11}^+ = 567,648 \quad (\text{Pozo 2})$$

$$x_{333} + y_{12}^- - y_{12}^+ = 1,608,336 \quad (\text{Pozo 3})$$

$$x_{444} + y_{13}^- - y_{13}^+ = 294,993 \quad (\text{Pozo 4})$$

$$x_{M55} + y_{14}^- - y_{14}^+ = 361,087.20 \quad (\text{Pozo 5})$$

$$x_{666} + y_{15}^- - y_{15}^+ = 1,051,200 \quad (\text{Pozo 6})$$

*Meta 3*

$$0.30355x_{111} + 0.36835x_{112} + 0.30355x_{211} + 0.36835x_{212} + 0.41700x_{333} + 0.36271x_{444} + 0.30355x_{511} + 0.36835x_{512} + 0.70525x_{666} + 0.30355x_{711} +$$

$$0.36835x_{712} + 0.30355x_{811} + 0.36835x_{812} + 0.22764x_{M55} + y_{16}^- - y_{16}^+ \\ = 2,235,261$$

**Meta 4**

$$0.11862x_{111} + 0.11862x_{112} + 0.11862x_{211} + 0.11862x_{212} + 0.11862x_{333} + \\ 0.11862x_{444} + 0.11862x_{511} + 0.11862x_{512} + 0.11862x_{666} + 0.11862x_{711} + \\ 0.11862x_{712} + 0.11862x_{811} + 0.11862x_{812} + 0.11862x_{M55} + y_{17}^- - y_{17}^+ \\ = 619,803.853$$

**Atributos relevantes**

- $x_{111} + x_{112} > 0$  (Sector 1)
- $x_{211} + x_{212} > 0$  (Sector 2)
- $x_{333} > 0$  (Sector 3)
- $x_{444} > 0$  (Sector 4)
- $x_{511} + x_{512} > 0$  (Sector 5)
- $x_{666} > 0$  (Sector 6)
- $x_{711} + x_{712} > 0$  (Sector 7)
- $x_{811} + x_{812} > 0$  (Sector 8)
- $x_{M55} > 0$  (Localidad el Moral)

**Restricciones adicionales**

- $y_1^- = 0,$
- $y_2^- = 0,$
- $y_3^- = 0,$
- $y_4^- = 0,$
- $y_5^- = 0,$
- $y_6^- = 0,$
- $y_7^- = 0,$
- $y_8^- = 0,$
- $y_9^- = 0$

### 5.3.1 RESULTADOS DEL MODELO DE PROGRAMACIÓN POR METAS LEXICOGRÁFICO

Una vez que se ha establecido la formulación del modelo de programación por metas lexicográfico, a continuación, se muestran los resultados de las variables de decisión en la Tabla 5.6.

Tabla 5.6 Resultados de las variables de decisión del modelo de programación por metas lexicográfico

Variables de decisión	Cantidad de agua a suministrar en el sector $i$ por el tanque $j$ extraído del pozo $k$ ( $m^3/año$ )	Interpretación de resultados
$x_{111}$	510,540.60	El sector 1 será suministrado por el tanque y pozo 1
$x_{112}$	0	
$x_{211}$	374,877.30	El sector 2 será suministrado por el tanque 1 y pozo 1
$x_{212}$	567,648	El sector 2 será suministrado por el tanque 1 y pozo 2
$x_{333}$	1,744,144	El sector 3 será suministrado por el tanque y pozo 3
$x_{444}$	751,775.40	El sector 4 será suministrado por el tanque y pozo 4
$x_{511}$	431,307	El sector 5 será suministrado por el tanque y pozo 1
$x_{512}$	0	
$x_{666}$	747,242.70	El sector 6 será suministrado por el tanque y pozo 6.
$x_{711}$	3,828,293	El sector 7 será suministrado por el tanque y pozo 1.
$x_{712}$	0	
$x_{811}$	3,124,263	El sector 8 será suministrado por el tanque y pozo 1.
$x_{812}$	0	
$x_{M55}$	6,122.46	La localidad el Moral será suministrada por el tanque y pozo 5.

Elaboración propia, basada en los resultados de LINGO (*LINear Generalize Optimizer*)

A diferencia del modelo base de programación por metas, la formulación lexicográfica proporcionó una solución en la que todos los sectores reciben agua. A pesar de que la meta prioritaria se ha cumplido, se debe tomar en cuenta las otras metas que también se esperan cubrir. En la Tabla 5.7 se presentan los valores de las variables de desviación obtenidos.

Como se muestra en la Tabla 5.7, de las ocho variables de desviación no deseadas señaladas en color verde, cinco no fueron minimizadas, por lo que sus metas correspondientes no son cumplidas.

Para entender cuál es el significado del cumplimiento o incumplimiento de cada una de las metas, la siguiente sección se dedica a analizar los resultados obtenidos del modelo de programación por metas lexicográfico, partiendo de que el modelo puede considerarse válido, ya que suministra agua a todos los sectores.

Tabla 5.7 Resultados de las variables de desviación del modelo de programación por metas lexicográfico

Variables de desviación	Resultados
$y_1^+$	0
$y_1^-$	0
$y_2^+$	0
$y_2^-$	0
$y_3^+$	0
$y_3^-$	0
$y_4^+$	0
$y_4^-$	0
$y_5^+$	0
$y_5^-$	0
$y_6^+$	0
$y_6^-$	0
$y_7^+$	0
$y_7^-$	0
$y_8^+$	0
$y_8^-$	0
$y_9^+$	0
$y_9^-$	0
$y_{10}^+$	6,566,337
$y_{10}^-$	0
$y_{11}^+$	0
$y_{11}^-$	0
$y_{12}^+$	135,808.30
$y_{12}^-$	0
$y_{13}^+$	456,782.40
$y_{13}^-$	0
$y_{14}^+$	0
$y_{14}^-$	354,964.70
$y_{15}^+$	0
$y_{15}^-$	303,957.30
$y_{16}^+$	2,012,344
$y_{16}^-$	0
$y_{17}^+$	813,862.90
$y_{17}^-$	0

Elaboración propia, basada en los resultados de LINGO (*LINear Generalize Optimizer*)

### 5.3.2 ANÁLISIS DE RESULTADOS DEL MODELO DE PROGRAMACIÓN POR METAS LEXICOGRÁFICO

Con el fin de que se pueda distinguir los resultados de cada meta, en la Figura 5.3 se muestra la organización de esta sección, en la cual se distingue las metas que se cumplieron de las que no fueron cumplidas.

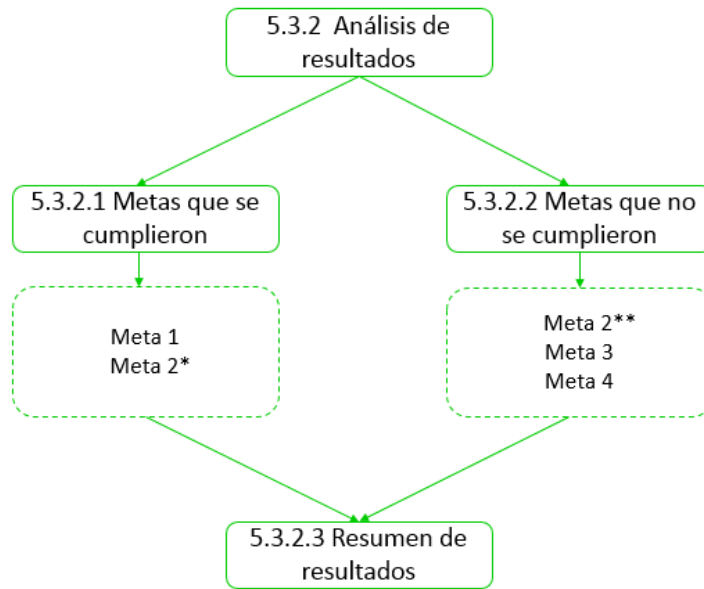


Figura 5.3 Estructura del análisis de resultados. Elaboración propia

El asterisco (\*) de la meta 2 mostrado en la Figura 5.3 corresponde a los pozos 2, 5 y 6, mientras que el doble asterisco (\*\*) se refiere a las metas que no se cumplieron en los pozos 1, 3 y 4.

#### 5.3.2.1 METAS QUE SE CUMPLIERON

Como se ha mencionado, los valores de las variables de desviación permiten conocer en qué medida las metas se han cumplido o no. En las metas que se explicarán en esta sección se podrá observar que, para que éstas se cumplan, el valor de las variables de desviación no deseadas toman el valor de cero.

Para realizar el siguiente análisis de las metas se requiere combinar los resultados obtenidos de las variables de decisión y las variables de desviación, Tabla 5.6 y 5.7 respectivamente.



## **META 1. SUMINISTRO PROMEDIO DE AGUA RECOMENDADO POR CONAGUA PARA CADA SECTOR**

### Sector 1:

Los valores obtenidos de las variables de decisión y de desviación para esta meta del sector 1, son los siguientes:

$$x_{111} = 510,540.60 \quad x_{112} = 0 \quad y_1^- = 0 \quad y_1^+ = 0$$

El modelo indica que el sector 1 sea abastecido por el tanque 1 y el pozo 1 con una cantidad de  $510,540.60 \text{ m}^3$  de agua al año. Sin embargo, debido a la presencia de fugas en este sector, se perderá 35.09% del suministro, por lo cual, las localidades que lo conforman recibirían  $331,391.90 \text{ m}^3$  al año. Si esta última cantidad se compara con el requerimiento mostrado en la Tabla 4.3 (el sector 1 necesita  $331,391.9206 \text{ m}^3$ ) se puede concluir que la meta se cumple. Otra forma de verificar esto es que la variable de desviación no deseada  $y_1^-$  toma el valor de cero, lo cual indica que no existe déficit en el suministro de agua; además la variable de desviación  $y_1^+ = 0$  cerciora que tampoco existe un excedente en el suministro. Esto muestra que ambas variables de desviación son útiles para verificar el cumplimiento de las metas.

### Sector 2:

Los valores obtenidos de las variables de decisión y de desviación para esta meta del sector 2, son los siguientes:

$$x_{211} = 374,877.30 \quad x_{212} = 567,648 \quad y_2^- = 0 \quad y_2^+ = 0$$

Si bien el modelo sugiere que tanto el sector 1 como el sector 2 sean abastecidos por el tanque 1, el sector 2 será abastecido por los pozos 1 y 2. El pozo 1 proporcionará  $374,877.30 \text{ m}^3$  de agua al año y el pozo 2 contribuirá con  $567,648 \text{ m}^3$  de agua al año. Esta condición se debe a la forma en que está diseñada a la red de agua. Si se suman las cantidades de ambos pozos, el tanque 1 recibirá  $942,525.3 \text{ m}^3$  de agua; sin embargo, por el efecto de las fugas en dicho sector, se perderán 82.77% del suministro (como se mostró en la Tabla 4.5), quedando con un restante de  $162,397.11 \text{ m}^3$ . Como se mostró en el sector anterior, el hecho de que la variable de desviación no deseada  $y_2^-$  obtenga el valor de cero indica que la meta se satisfaga.

### Sector 3:

Para este sector, los valores obtenidos de las variables de decisión y de desviación para esta meta son los siguientes:

$$x_{333} = 1,744,144 \quad y_3^- = 0 \quad y_3^+ = 0$$

Debido a que el sector 3 sólo puede ser alimentado por el tanque y pozo 3, el modelo lexicográfico asegura esta condición, por lo que el tanque 3 recibe  $1,744,144 \text{ m}^3$  de agua al año del pozo 3. En este sector se sufre de 36.54% de pérdidas por la presencia de fugas, por lo que el suministro de agua final es de  $1,107,531.44 \text{ m}^3$  de agua al año. De nueva cuenta, el valor de la variable de desviación no deseada  $y_3^- = 0$  indica que la meta se cumple.

#### Sector 4:

Para este sector, los resultados arrojados son los siguientes:

$$x_{444} = 751,775.40 \quad y_4^- = 0 \quad y_4^+ = 0$$

Al igual que el caso anterior, el sector 4 sólo puede ser abastecido por el tanque y pozo 4. El modelo indica que el agua recibida en el tanque 4 es de  $751,775.40 \text{ m}^3$  de agua al año, pero las fugas equivalen a 30.15% del suministro, resultando en que el sector 4 reciba  $525,115.12 \text{ m}^3$  de agua al año. El valor de la variable de desviación no deseada  $y_4^- = 0$  indica que esta meta también se cumple.

#### Sector 5:

Los resultados relacionados a esta meta se muestran a continuación:

$$x_{511} = 431,307 \quad x_{512} = 0 \quad y_5^- = 0 \quad y_5^+ = 0$$

A pesar de que este sector puede ser alimentado por el pozo 1 o por el pozo 2, para que esta meta se cumpla el modelo lexicográfico señala que el sector 5 requiere ser abastecido por el tanque 1 y el pozo 1 con la cantidad de  $431,307 \text{ m}^3$  de agua al año. Considerando que el 71.02% de agua se pierde debido a múltiples fugas en el sector, el suministro final es de  $124,992.77 \text{ m}^3$  de agua al año. Si bien, la variable de desviación no deseada  $y_5^-$  indica que la meta se cumple, el porcentaje de fugas en este sector es alarmante.

#### Sector 6:

Los valores obtenidos de las variables de decisión y de desviación para esta meta del sector 6, son las siguientes:

$$x_{666} = 747,242.70 \quad y_6^- = 0 \quad y_6^+ = 0$$

Este sector también cuenta con una única fuente de suministro, tanque y pozo 6, de los cuales se proporcionan  $747,242.70 \text{ m}^3$  de agua al año. Restando el 37.2% de pérdidas por las fugas del sector, las localidades recibirán  $469,268.42 \text{ m}^3$  de agua al año. La meta se cumple dado que la variable de desviación no deseada  $y_6^-$  es cero.

#### Sector 7:

Los resultados para este sector son los siguientes:

$$x_{711} = 3,828,293 \quad x_{712} = 0 \quad y_7^- = 0 \quad y_7^+ = 0$$

A pesar de que este sector cuenta con dos opciones de suministro, como se presenta en varios sectores, debido a que el modelo sugiere que el sector 2 sea alimentado por la totalidad de agua permitida para extraer del pozo 2, el sector 7 será abastecido por el tanque 1 y el pozo 1 por  $3,828,293 \text{ m}^3$  de agua al año. Descontando el 82.77% de pérdidas por las fugas, el sector 7 recibe  $659,614,88 \text{ m}^3$  de agua al año. Dado que la variable de desviación no deseada  $y_7^-$  es cero, la meta se cumple.

#### Sector 8:

Los valores resultantes de la solución del modelo lexicográfico para este sector son los siguientes:

$$x_{811} = 3,124,263 \quad x_{812} = 0 \quad y_8^- = 0 \quad y_8^+ = 0$$

Similar al caso de los sectores 1,5 y 7, el sector 8 es suministrado por el tanque 1 y el pozo 1, con una cantidad de  $3,124,263 \text{ m}^3$  de agua al año. Al descontar el 82.77% de agua perdida por las fugas, este sector recibe  $538,310.51 \text{ m}^3$  de agua al año, cumpliendo con la meta requerida.

#### Localidad el Moral:

Finalmente, para la localidad de El Moral, los resultados obtenidos son:

$$x_{M55} = 6,122.46 \quad y_9^- = 0 \quad y_9^+ = 0$$

Esta localidad será suministrada con  $6,122.46 \text{ m}^3$  de agua al año, provenientes del tanque 5 y extraído del pozo 5, debido a que es la única fuente de abastecimiento para esta zona, de acuerdo con la estructura de la red de agua potable. A pesar de que el suministro se ve mermado por 25.33% del agua debido a las fugas en las tuberías de la

zona, se logra satisfacer el requerimiento de la población, al recibir  $4,571.64 \text{ m}^3$  de agua al año, tal como lo indica la variable de desviación no deseada  $y_9^- = 0$ .

## **META 2. VOLUMEN DE AGUA QUE LOS TÍTULOS DE ASIGNACIÓN PERMITEN EXTRAER DE LOS POZOS**

Destacando que la meta 1, referente al suministro necesario para cada sector, se satisface, se requiere analizar si el cumplir con esta meta no repercute en los niveles de aspiración de las demás. En el caso de la meta 2 que busca que se respeten los títulos de asignación, de acuerdo con los resultados del modelo lexicográfico, los siguientes pozos cumplen con la cantidad de agua autorizada para la extracción.

### Pozo 2:

Los valores obtenidos de las variables de decisión y de desviación para esta meta del pozo 2, son las siguientes:

$$x_{112} = 0 \quad x_{212} = 567,648 \quad x_{512} = 0 \quad x_{712} = 0 \quad x_{812} = 0 \\ y_{11}^- = 0 \quad y_{11}^+ = 0$$

Debido a la cantidad de agua permitida para extraer de este pozo, el modelo establece que sólo abastezca al sector 2 con  $567,648 \text{ m}^3$  de agua anual. Al igual que en la meta anterior, la variable de desviación no deseada  $y_{11}^+ = 0$  representa que esta meta se cumple.

### Pozo 5:

Para este pozo, los resultados son los siguientes:

$$x_{M55} = 6,122.46 \quad y_{14}^- = 354,964.70 \quad y_{14}^+ = 0$$

En este caso, de acuerdo con la estructura de la red de suministro de agua potable, el pozo 5 sólo puede abastecer a la localidad de El Moral. Esta condición, aunado a la baja cantidad de población presente en esta zona, facilita que la meta de extracción de agua se pueda cumplir con bastante holgura, ya que, de su capacidad total, sólo se extraerá  $6,122.46 \text{ m}^3$  de agua al año. La variable de desviación no deseada  $y_{14}^+ = 0$  verifica el cumplimiento de este objetivo; incluso, la variable de desviación negativa  $y_{14}^-$  indica la cantidad de agua que aún puede suministrar el pozo 5:  $354,964.70 \text{ m}^3$ .

### Pozo 6:

Los resultados de las variables de decisión y de desviación para la meta 2 con respecto al pozo 6 son los siguientes:

$$x_{666} = 747,242.70 \quad y_{15}^- = 303,957.30 \quad y_{15}^+ = 0$$

De acuerdo con lo anterior, del pozo 6 se extraerá  $747,242.70 \text{ m}^3$  de agua anual para abastecer al sector 6. Dado que la variable de desviación no deseada  $y_{15}^+$  es cero, se tiene la certeza de que esta meta se cumple. Además, el valor de la variable de desviación negativa  $y_{15}^-$  indica que este pozo aún contará con  $303,957.30 \text{ m}^3$  para suministrar, si se considera que el volumen máximo de extracción de agua que los títulos de asignación establecen para el pozo 6 es de  $1,051,200 \text{ m}^3$ .

### **5.3.2.2 METAS QUE NO SE CUMPLIERON**

A pesar de que el modelo lexicográfico asegura que la meta 1 se cumpla, la estructura de la programación por metas radica en confrontar metas que entran en conflicto. Por ello, en esta sección se presentan las metas que no fueron satisfechas dadas las condiciones establecidas; sobre todo, tomando en cuenta que el suministro requerido en cada sector sea respetado conlleva a alteraciones en las otras metas.

De acuerdo con los valores mostrados en la Tabla 5.7, se puede observar que las variables de desviación no deseadas  $y_{10}^+, y_{12}^+, y_{13}^+, y_{16}^+$  y  $y_{17}^+$  no fueron minimizadas, por lo que las metas correspondientes a ella no son cumplidas. Dichas variables de desviación están asociadas a la meta 2 con respecto a los pozos 1, 3 y 4 y a las metas 3 y 4, representando que exceden los valores deseados para cada una de ellas. A continuación, se analiza la situación resultante de la insatisfacción de estos objetivos, de acuerdo con los valores de la Tabla 5.6 y la Tabla 5.7.

### **META 2. VOLUMEN DE AGUA QUE LOS TÍTULOS DE ASIGNACIÓN PERMITEN EXTRAER DE LOS POZOS**

#### Pozo 1:

Los valores arrojados de acuerdo con el suministro de agua proveniente del pozo 1 para los sectores 1, 2, 5, 7 y 8, así como las variables de desviación propias del título de extracción del pozo, son los siguientes:

$$\begin{aligned} x_{111} &= 510,540.60 & x_{211} &= 374,877.30 & x_{511} &= 431,307 \\ x_{711} &= 3,828,293 & x_{811} &= 3,124,263 & y_{10}^- &= 0 & y_{10}^+ &= 6,566,337 \end{aligned}$$

Si se suma el suministro de agua proveniente del pozo, se obtiene un total de  $8,269,280.9 \text{ m}^3$  de agua al año. Este resultado conlleva a que no se cumpla con el título de asignación, ya que sólo se tiene autorizado extraer  $1,702,944 \text{ m}^3$  de agua al año. La variable de desviación no deseada  $y_{10}^+$  refleja la sobreexplotación de este pozo para poder cumplir con el requerimiento de los sectores,  $y_{10}^+ = 6,566,337 \text{ m}^3$  de agua anuales. Este tipo de resultados son los más fructíferos dentro de la formulación de programación por metas, ya que al encontrarse las metas en conflicto propicia que los decisores reflexionen acerca de las repercusiones de cumplir con una o con otra meta. En este caso, el hecho de que la red de suministro de agua potable cuente con una gran cantidad de fugas evidencia en mayor medida que el problema debe ser resuelto.

### Pozo 3:

Para este pozo, los valores obtenidos de las variables de decisión y de desviación para esta meta son los siguientes:

$$x_{333} = 1,744,144 \quad y_{12}^- = 0 \quad y_{12}^+ = 135,808.30$$

A pesar de que este pozo sólo suministraría al sector 3, de acuerdo con la red de agua potable, la cantidad de  $1,744,144 \text{ m}^3$  de agua anual sobrepasa la cantidad de agua permitida para la extracción. La variable de desviación no deseada  $y_{12}^+$  confirma que esta meta no se cumple. El valor de esta variable indica que la cantidad de agua que se extraería del pozo 3 se excede por  $135,808.30 \text{ m}^3$  de lo establecido por el título de asignación.

### Pozo 4:

Para el pozo 4, se tiene los siguientes valores de las variables de decisión y de desviación para esta meta:

$$x_{444} = 751,775.40 \quad y_{13}^- = 0 \quad y_{13}^+ = 456,782.40$$

Se observa que este pozo sólo abastecerá al sector 4 con  $751,775.40 \text{ m}^3$  de agua anual, sin embargo, la variable de desviación no deseada  $y_{13}^+$  refleja que esta cantidad excede en  $456,782.40 \text{ m}^3$  de lo establecido por el título de asignación.

Como se puede observar en los demás resultados de las metas incumplidas con respecto a los títulos de asignación, los efectos de las fugas repercuten en gran medida a que la cantidad de agua extraída de los pozos no sea suficiente si se respeta lo establecido en dichos títulos.

### META 3. PAGO DE ENERGÍA ELÉCTRICA

Para esta meta también repercute la cantidad de agua que se suministra en cada sector, de modo que se necesita presentar los valores obtenidos de todas las variables de decisión, además de las variables de desviación específicas de esta meta, las cuales son:

$$\begin{array}{llll} x_{111} = 510,540.60 & x_{112} = 0 & x_{211} = 374,877.30 & x_{212} = 567,648 \\ x_{333} = 1,744,144 & x_{444} = 751,775.40 & x_{511} = 431,307 & x_{512} = 0 \\ x_{666} = 747,242.70 & x_{711} = 3,828,293 & x_{712} = 0 & x_{811} = 3,124,263 \\ x_{812} = 0 & x_{M55} = 6,122.46 & y_{16}^- = 0 & y_{16}^+ = 2,012,344 \end{array}$$

El pago de energía eléctrica de las bombas de los pozos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y la localidad el Moral no se cumple debido a que la variable de desviación no deseada  $y_{16}^+$  es mayor de cero. El valor de esta variable de desviación no deseada indica que se excede del presupuesto autorizado por \$2,012,344. De los 12,086,213.46  $m^3$  de agua que se extraería al año, se pagaría \$4,247,604.49 y el presupuesto es de \$2,235,261.

### META 4. PAGO DE AGUAS NACIONALES

Los valores de las variables de decisión y de las variables de desviación específicas de esta meta son los siguientes:

$$\begin{array}{llll} x_{111} = 510,540.60 & x_{112} = 0 & x_{211} = 374,877.30 & x_{212} = 567,648 \\ x_{333} = 1,744,144 & x_{444} = 751,775.40 & x_{511} = 431,307 & x_{512} = 0 \\ x_{666} = 747,242.70 & x_{711} = 3,828,293 & x_{712} = 0 & x_{811} = 3,124,263 \\ x_{812} = 0 & x_{M55} = 6,122.46 & y_{17}^- = 0 & y_{17}^+ = 813,862.90 \end{array}$$

Esta meta de pago de aguas nacionales no se cumple debido a que la variable de desviación no deseada  $y_{17}^+$  es diferente de cero. El valor de esta variable de desviación indica que se excede del presupuesto autorizado por \$813,862.90. De acuerdo con el volumen de agua que se extraerá de cada pozo y el costo asociado por cada  $m^3$ , se pagará un total de \$1,433,666.64 por los 12,086,213.46  $m^3$  de agua extraídos y el presupuesto autorizado para este pago considera sólo \$619,803.853.

### 5.3.2.3 RESUMEN DE RESULTADOS DEL MODELO DE PROGRAMACIÓN POR METAS LEXICOGRÁFICO

Identificando que el análisis de cada una de las metas puede ser exhausto y confuso, esta sección muestra un resumen de los resultados de manera que el lector pueda identificar,

de manera más sencilla, las implicaciones de la solución del modelo de programación por metas lexicográfico.

### **META 1. SUMINISTRO PROMEDIO DE AGUA RECOMENDADO POR CONAGUA PARA CADA SECTOR**

Teniendo en cuenta que esta meta representó la razón para cambiar la formulación del modelo base de programación por metas, con el fin de que se asegurara el abastecimiento de los sectores y recordando que la situación real del municipio requiere que el modelo cuente con esta condición, el cumplimiento de esta meta era obligatoria. A través de la Tabla 5.8 se puede verificar el logro de estos requerimientos, sin embargo, se podrá notar la cantidad total de agua requerida para que el suministro cubra las necesidades del municipio, es decir, para cumplir la meta se requiere extraer de los pozos 3 veces más la cantidad de agua de lo que realmente reciben los sectores.

Tabla 5.8 Resultados de la meta 1 para el modelo de programación por metas lexicográfico

<b>Sector <math>i</math></b>	<b><math>x_{ijk}</math> = Cantidad de agua anual a suministrar en el sector <math>i</math> (<math>m^3/año</math>)</b>	<b>Cantidad promedio de agua anual requerido en el sector <math>i</math>, (<math>m^3/año</math>)</b>	<b>Cantidad de agua final recibida en el sector <math>i</math> considerando las fugas (<math>m^3/año</math>)</b>
1	510,540.60	331,391.92	331,391.90
2	942,525.30	162,397.11	162,397.11
3	1,744,144.00	1,107,531.64	1,107,531.44
4	751,775.40	525,115.15	525,115.12
5	431,307.00	124,992.78	124,992.77
6	747,242.70	469,268.41	469,268.42
7	3,828,293.00	659,614.86	659,614.88
8	3,124,263.00	538,310.56	538,310.51
M	6,122.46	4,571.64	4,571.64
<b>Total</b>	<b>12,086,213.46</b>	<b>3,923,194.08</b>	<b>3,923,193.79</b>

Elaboración propia, basada en los resultados de LINGO (LINear Generalize Optimizer)

### **META 2. VOLUMEN DE AGUA QUE LOS TÍTULOS DE ASIGNACIÓN PERMITEN EXTRAER DE LOS POZOS**

Dada la condición de cumplimiento de la meta 1, el objetivo de respetar los títulos de asignación se ve afectada en proporciones alarmantes. Como se puede notar en la Tabla 5.9, debido a la presencia de las fugas en la red de agua potable, la cantidad requerida a extraer de los pozos 1, 3, 4 rebasa el límite permitido; en un análisis más específico, es preocupante que en el pozo 1 se requiera extraer cinco veces más de la capacidad



permitida en los títulos de asignación para cubrir el abastecimiento de los sectores 1, 2, 5, 7 y 8.

Tabla 5.9 Resultados de la meta 2 para el modelo de programación por metas lexicográfico

Pozo $k$	Cantidad de agua anual establecido por los títulos de asignación ( $m^3/año$ )	Cantidad de agua anual a extraer del pozo $k$ de acuerdo con los resultados del modelo lexicográfico ( $m^3/año$ )
1	<b>1,702,944.00</b>	<b>8,269,280.90</b>
2	567,648.00	567,648.00
3	<b>1,608,336.00</b>	<b>1,744,144.00</b>
4	<b>294,993.00</b>	<b>751,775.40</b>
5	361,087.20	6,122.46
6	1,051,200.00	747,242.70
<b>Total</b>	<b>5,586,208.20</b>	<b>12,086,213.46</b>

Elaboración propia, basada en los resultados de LINGO (*LINear Generalize Optimizer*)

### META 3 Y META 4: PAGO DE ENERGÍA ELÉCTRICA Y PAGO DE AGUAS NACIONALES

Por último, en la Tabla 5.10 se concentran los resultados para las metas 3 y 4. Al igual que lo ocurrido en la meta 2, el cumplimiento de la meta 1 provoca afectaciones en las metas que se relacionan con los aspectos económicos. El requerimiento de agua que excede los títulos de asignación conlleva que se infrinja en mayores costos por el bombeo del agua y por el pago de los derechos del agua. El modelo de programación por metas lexicográfico reivindica su verificación ya que los resultados arrojados demuestran una lógica fácil de entender; al necesitar mayor cantidad de agua, se elevarán los costos de energía, los pagos por derecho de agua y se sobreexplotarán los pozos.

Tabla 5.10 Resultados de la meta 3 y 4 para el modelo de programación por metas lexicográfico

Tipo de pago	Presupuesto autorizado	Resultado del modelo lexicográfico
<b>Pago de energía eléctrica</b> (Meta 3)	\$2,235,261	\$4,247,604.49
<b>Pago de aguas nacionales</b> (Meta 4)	\$619,804	\$1,433,666.64

Elaboración propia, basada en los resultados de LINGO (*LINear Generalize Optimizer*)

Como se ha indicado desde la formulación del modelo de programación por metas lexicográfico, para esta investigación es necesario contar con un modelo válido, ya que se parte de un problema real que se busca solucionar. A pesar de que los datos presentados para construir el modelo son aproximaciones, se necesita partir del hecho de que todas las localidades de San Martín Texmelucan de Labastida son abastecidas con agua, ya sea parcial o totalmente, por lo que el modelo que está analizando la propuesta de sectorización debe representar esta realidad. Partiendo de que el modelo base de programación por metas no respetó esta condición, a continuación, se presenta por qué la formulación lexicográfica resulta ser el modelo válido y adecuado para solucionar el problema de investigación.

### **5.3.3 VALIDACIÓN DEL MODELO DE PROGRAMACIÓN POR METAS LEXICOGRÁFICO**

Para resolver o conocer mejor un problema se requiere un modelo bien construido, es decir, debe representar de la mejor manera posible la realidad que se está estudiando. En específico, en la investigación de operaciones, una de las actividades más importantes dentro de la modelación es la validación puesto que el problema que se está estudiando existe en la realidad y, por ello, se requiere que pueda ser aplicado. Esto lo confirma Miser (1993) ya que explica que la validación es el proceso de asegurar que el modelo es el adecuado para el fin que se realizó. Sin embargo, también como discuten Landry y Oral (1993), no hay un método científico universal de validación y tampoco hay un conjunto de criterios para la validación del modelo.

Aceptando la importancia de esta etapa en la modelación, se parte de que el modelo más adecuado para la solución del problema de investigación es la programación por metas lexicográfica, ya que representa de mejor manera la realidad, como se ha mencionado anteriormente. La validación para este modelo se realizará construyendo un escenario en el que los resultados se pueden predecir. Por esto, se considerará una situación en la que la red de agua potable no presenta fugas; bajo esta condición, se espera que todas las metas sean cumplidas, por lo que el suministro de agua será suficiente para las necesidades de la población sin sobrepasar la capacidad que señalan los títulos de asignación de los pozos y respetando el presupuesto asignado para cubrir los costos por energía y eléctrica y pagos por derechos del agua.

El orden de preferencia de las metas se conserva de acuerdo con el modelo de programación por metas lexicográfico presentado en la sección anterior, es decir, la primera prioridad es asegurar el suministro de agua en los sectores. De igual manera, se mantiene la estimación de consumo de agua anual de acuerdo con lo estipulado por CONAGUA:  $142.33 \text{ l/hab/día}$ .

La diferencia principal en la formulación de este escenario es que en las restricciones referentes a la meta 1 ya no se considerará las pérdidas ocasionadas por las fugas.

Este modelo lexicográfico también se resuelve con el método secuencial, por lo tanto, también se consideran dos programas lineales. Al igual que el modelo lexicográfico presentado en la sección anterior, el primer programa minimiza las variables de desviación no deseadas de la prioridad más alta (meta 1) y el segundo programa minimiza las variables de desviación de la segunda prioridad (metas 2, 3 y 4) añadiendo como restricciones adicionales los resultados del primer programa lineal de las variables de desviación no deseadas de la meta 1. A continuación se presenta la formulación del segundo programa lineal del modelo de validación.

$$\text{Minimizar } z = y_{10}^+ + y_{11}^+ + y_{12}^+ + y_{13}^+ + y_{14}^+ + y_{15}^+ + y_{16}^+ + y_{17}^+$$

*suje to a:*

*Meta 1*

$$x_{111} + x_{112} + y_1^- - y_1^+ = 331,391.9206 \quad (\text{Sector 1})$$

$$x_{211} + x_{212} + y_2^- - y_2^+ = 162,397.1067 \quad (\text{Sector 2})$$

$$x_{333} + y_3^- - y_3^+ = 1,107,531.6436 \quad (\text{Sector 3})$$

$$x_{444} + y_4^- - y_4^+ = 525,115.1486 \quad (\text{Sector 4})$$

$$x_{511} + x_{512} + y_5^- - y_5^+ = 124,992.7827 \quad (\text{Sector 5})$$

$$x_{666} + y_6^- - y_6^+ = 469,268.4149 \quad (\text{Sector 6})$$

$$x_{711} + x_{712} + y_7^- - y_7^+ = 659,614.8637 \quad (\text{Sector 7})$$

$$x_{811} + x_{812} + y_8^- - y_8^+ = 538,310.5629 \quad (\text{Sector 8})$$

$$x_{M55} + y_9^- - y_9^+ = 4,571.6396 \quad (\text{Localidad el Moral})$$

*Meta 2*

$$x_{111} + x_{211} + x_{511} + x_{711} + x_{811} + y_{10}^- - y_{10}^+ = 1,702,944 \quad (\text{Pozo 1})$$

$$x_{112} + x_{212} + x_{512} + x_{712} + x_{812} + y_{11}^- - y_{11}^+ = 567,648 \quad (\text{Pozo 2})$$

$$x_{333} + y_{12}^- - y_{12}^+ = 1,608,336 \quad (\text{Pozo 3})$$

$$x_{444} + y_{13}^- - y_{13}^+ = 294,993 \quad (\text{Pozo 4})$$

$$x_{M55} + y_{14}^- - y_{14}^+ = 361,087.20 \quad (\text{Pozo 5})$$

$$x_{666} + y_{15}^- - y_{15}^+ = 1,051,200 \quad (\text{Pozo 6})$$

### Meta 3

$$\begin{aligned} &0.30355x_{111} + 0.36835x_{112} + 0.30355x_{211} + 0.36835x_{212} + 0.41700x_{333} + \\ &0.36271x_{444} + 0.30355x_{511} + 0.36835x_{512} + 0.70525x_{666} + 0.30355x_{711} + \\ &0.36835x_{712} + 0.30355x_{811} + 0.36835x_{812} + 0.22764x_{M55} + y_{16}^- - y_{16}^+ \\ &= 2,235,261 \end{aligned}$$

### Meta 4

$$\begin{aligned} &0.11862x_{111} + 0.11862x_{112} + 0.11862x_{211} + 0.11862x_{212} + 0.11862x_{333} + \\ &0.11862x_{444} + 0.11862x_{511} + 0.11862x_{512} + 0.11862x_{666} + 0.11862x_{711} + \\ &0.11862x_{712} + 0.11862x_{811} + 0.11862x_{812} + 0.11862x_{M55} + y_{17}^- - y_{17}^+ \\ &= 619,803.853 \end{aligned}$$

### Atributos relevantes

$$x_{111} + x_{112} > 0 \quad (\text{Sector 1})$$

$$x_{211} + x_{212} > 0 \quad (\text{Sector 2})$$

$$x_{333} > 0 \quad (\text{Sector 3})$$

$$x_{444} > 0 \quad (\text{Sector 4})$$

$$x_{511} + x_{512} > 0 \quad (\text{Sector 5})$$

$$x_{666} > 0 \quad (\text{Sector 6})$$

$$x_{711} + x_{712} > 0 \quad (\text{Sector 7})$$

$$x_{811} + x_{812} > 0 \quad (\text{Sector 8})$$

$$x_{M55} > 0 \quad (\text{Localidad el Moral})$$

### Restricciones adicionales

$$\begin{aligned}
 y_1^- &= 0, \\
 y_2^- &= 0, \\
 y_3^- &= 0, \\
 y_4^- &= 0, \\
 y_5^- &= 0, \\
 y_6^- &= 0, \\
 y_7^- &= 0, \\
 y_8^- &= 0, \\
 y_9^- &= 0
 \end{aligned}$$

En la Tabla 5.11 se presentan los valores de las variables de decisión resultantes del modelo de validación.

Tabla 5.11 Resultados de las variables de decisión del modelo de validación

Variables de decisión	Cantidad de agua a suministrar en el sector $i$ por el tanque $j$ extraído del pozo $k$ ( $m^3/año$ )	Interpretación de resultados
$x_{111}$	217,628.70	El sector 1 será suministrado por el tanque y pozo 1
$x_{112}$	567,648	El sector 1 será suministrado por el tanque 1 y pozo 2
$x_{211}$	162,397.10	El sector 2 será suministrado por el tanque 1 y pozo 1
$x_{212}$	0	El sector 2 será suministrado por el tanque 1 y pozo 2
$x_{333}$	1,107,532	El sector 3 será suministrado por el tanque y pozo 3
$x_{444}$	525,115.10	El sector 4 será suministrado por el tanque y pozo 4
$x_{511}$	124,992.80	El sector 5 será suministrado por el tanque y pozo 1
$x_{512}$	0	
$x_{666}$	469,268.40	El sector 6 será suministrado por el tanque y pozo 6.
$x_{711}$	659,614.90	El sector 7 será suministrado por el tanque y pozo 1.
$x_{712}$	0	
$x_{811}$	538,310.60	El sector 8 será suministrado por el tanque y pozo 1.
$x_{812}$	0	
$x_{M55}$	4,571.64	La localidad el Moral será suministrada por el tanque y pozo 5.

Elaboración propia, basada en los resultados de LINGO (*LINear Generalize Optimizer*)

Tal como se esperaba, la meta 1 es cumplida ya que todos los sectores son abastecidos. En la Tabla 5.12, se muestran los resultados de las variables de desviación que verifica el cumplimiento de las demás metas.

Tabla 5.12 Resultados de las variables de desviación del modelo de validación

Variables de desviación	Resultados
$y_1^+$	453,884.80
$y_1^-$	0
$y_2^+$	0
$y_2^-$	0
$y_3^+$	0
$y_3^-$	0
$y_4^+$	0
$y_4^-$	0
$y_5^+$	0
$y_5^-$	0
$y_6^+$	0
$y_6^-$	0
$y_7^+$	0
$y_7^-$	0
$y_8^+$	0
$y_8^-$	0
$y_9^+$	0
$y_9^-$	0
$y_{10}^+$	0
$y_{10}^-$	0
$y_{11}^+$	0
$y_{11}^-$	0
$y_{12}^+$	0
$y_{12}^-$	500,804.40
$y_{13}^+$	230,122.10
$y_{13}^-$	0
$y_{14}^+$	0
$y_{14}^-$	356,515.60
$y_{15}^+$	0
$y_{15}^-$	581,931.60
$y_{16}^+$	0
$y_{16}^-$	524,941.80
$y_{17}^+$	0
$y_{17}^-$	100,594.80

Elaboración propia, basada en los resultados de LINGO (*LINear Generalize Optimizer*)

A pesar de que se trabaja un escenario ideal en el que no se presentan fugas, llama la atención que una de las metas no es cumplida, ya que la variable de desviación no deseada  $y_{13}^+ = 230,122.1$  señala que la cantidad de agua permitida para extraer del pozo 4 es excedida en la cantidad indicada.

Finalmente, el resumen de la interpretación de los resultados de acuerdo con el modelo de validación de programación por metas lexicográfico se presenta en la Tabla 5.13.

Tabla 5.13 Resumen de los resultados de las metas del modelo de validación

Meta	Sector $i$	Cantidad promedio de agua anual requerido en el sector $i$ ( $m^3/año$ )	Cantidad de agua final recibida en el sector $i$ considerando las fugas ( $m^3/año$ )
META 1	1	331,391.92	785,276.70
	2	162,397.11	162,397.10
	3	1,107,531.64	1,107,532.00
	4	525,115.15	525,115.10
	5	124,992.78	124,992.80
	6	469,268.41	469,268.40
	7	659,614.86	659,614.90
	8	538,310.56	538,310.60
	M	4,571.64	4,571.64
Meta	Pozo $k$	Cantidad de agua anual establecido por los títulos de asignación ( $m^3/año$ )	Cantidad de agua anual a extraer del pozo $k$ de acuerdo con los resultados del modelo de validación ( $m^3/año$ )
META 2	1	1,702,944.00	1,702,944.10
	2	567,648.00	567,648.00
	3	1,608,336.00	1,107,532.00
	4	294,993.00	<b>525,115.10</b>
	5	361,087.20	4,571.64
	6	1,051,200.00	469,268.40
Meta	Tipo de pago	Presupuesto autorizado	Monto a pagar
META 3 Y 4	Pago de energía eléctrica	\$2,235,261.00	\$1,710,319.39
	Pago de aguas nacionales	\$619,804.00	\$519,209.14

Elaboración propia, basada en los resultados de LINGO (*LINear Generalize Optimizer*)

Como se obtienen los resultados esperados, se puede concluir que el modelo de programación por metas lexicográfico representa lo que pasaría en la realidad si no existieran fugas, por lo que se establece que el modelo es válido y adecuado para el problema de investigación.

#### 5.4 ANÁLISIS DE ESCENARIOS

Una vez que se ha verificado y validado el modelo de programación por metas lexicográfico, además de obtener resultados útiles para analizar la propuesta de sectorización de PADHPOT, dicho modelo puede brindar más información que podrá complementar los resultados anteriores. Gracias a la flexibilidad del modelo de programación por metas lexicográfico, se ha construido diferentes escenarios que exploran distintas situaciones de interés que expandirán el análisis de la sectorización.

En la Figura 5.4 se muestran los escenarios considerados:

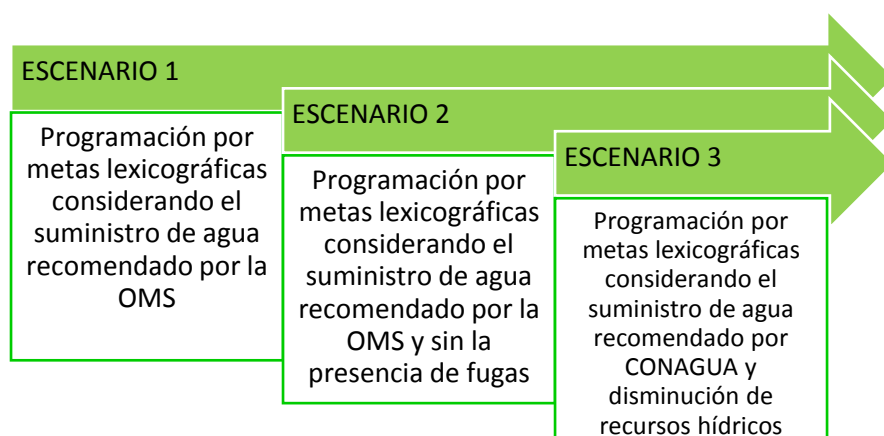


Figura 5.4 Resumen de los escenarios propuestos. Elaboración propia

Al igual que el método lexicográfico presentado en la sección anterior, los siguientes escenarios también consideran dos niveles de prioridad bajo el esquema del método secuencial. Con el fin de que el lector pueda comprender de mejor manera los resultados presentados, sólo se presenta la formulación del segundo programa lineal de cada escenario ya que esta proporciona los resultados finales.



#### 5.4.1 ESCENARIO 1: PROGRAMACIÓN POR METAS LEXICOGRÁFICAS CONSIDERANDO EL SUMINISTRO DE AGUA RECOMENDADO POR LA OMS

A pesar de que PADHPOT y PUMAGUA realizan sus proyectos de acuerdo con los estándares que establece CONAGUA, durante las reuniones llevadas a cabo se expuso la inquietud de conocer cómo se comportaría el modelo si se cubriera el abastecimiento recomendado por la OMS, la cual establece que 100 litros de agua por persona en promedio son suficientes para cubrir las necesidades básicas (ONU, 2010).

De acuerdo con lo anterior, el primer escenario considera trabajar bajo el requerimiento establecido por la OMS, sin embargo, esto no altera que la meta 1 (asegurar el suministro de agua a todos los sectores) continúe siendo estrictamente preferible a las demás, con respecto al suministro de agua los cálculos realizados tomaron como base 100 l/hab/día (ver anexo 8). Para este escenario el primer programa lineal corresponde a la primera prioridad, es decir, a la meta 1 y el segundo programa lineal que pertenece al segundo nivel de prioridad está asociado a las metas 2, 3 y 4.

El segundo programa lineal del modelo lexicográfico de este escenario se enuncia de la siguiente forma:

$$\text{Minimizar } z = y_{10}^+ + y_{11}^+ + y_{12}^+ + y_{13}^+ + y_{14}^+ + y_{15}^+ + y_{16}^+ + y_{17}^+$$

*sujeto a:*

*Meta 1*

$$0.6491x_{111} + 0.6491x_{112} + y_1^- - y_1^+ = 232,833.50 \quad (\text{Sector 1})$$

$$0.1723x_{211} + 0.1723x_{212} + y_2^- - y_2^+ = 114,099.00 \quad (\text{Sector 2})$$

$$0.6350x_{333} + y_3^- - y_3^+ = 778,143.50 \quad (\text{Sector 3})$$

$$0.6985x_{444} + y_4^- - y_4^+ = 368,942.00 \quad (\text{Sector 4})$$

$$0.2898x_{511} + 0.2898x_{512} + y_5^- - y_5^+ = 87,819.00 \quad (\text{Sector 5})$$

$$0.628x_{666} + y_6^- - y_6^+ = 329,704.50 \quad (\text{Sector 6})$$

$$0.1723x_{711} + 0.1723x_{712} + y_7^- - y_7^+ = 463,440.50 \quad (\text{Sector 7})$$

$$0.1723x_{811} + 0.1723x_{812} + y_8^- - y_8^+ = 378,213.00 \quad (\text{Sector 8})$$

$$0.7467x_{M55} + y_9^- - y_9^+ = 3,212.00 \quad (\text{Localidad el Moral})$$

## Meta 2

$$x_{111} + x_{211} + x_{511} + x_{711} + x_{811} + y_{10}^- - y_{10}^+ = 1,702,944 \quad (\text{Pozo 1})$$

$$x_{112} + x_{212} + x_{512} + x_{712} + x_{812} + y_{11}^- - y_{11}^+ = 567,648 \quad (\text{Pozo 2})$$

$$x_{333} + y_{12}^- - y_{12}^+ = 1,608,336 \quad (\text{Pozo 3})$$

$$x_{444} + y_{13}^- - y_{13}^+ = 294,993 \quad (\text{Pozo 4})$$

$$x_{M55} + y_{14}^- - y_{14}^+ = 361,087.20 \quad (\text{Pozo 5})$$

$$x_{666} + y_{15}^- - y_{15}^+ = 1,051,200 \quad (\text{Pozo 6})$$

## Meta 3

$$\begin{aligned} &0.30355x_{111} + 0.36835x_{112} + 0.30355x_{211} + 0.36835x_{212} + 0.41700x_{333} + \\ &0.36271x_{444} + 0.30355x_{511} + 0.36835x_{512} + 0.70525x_{666} + 0.30355x_{711} + \\ &0.36835x_{712} + 0.30355x_{811} + 0.36835x_{812} + 0.22764x_{M55} + y_{16}^- - y_{16}^+ \\ &= 2,235,261 \end{aligned}$$

## Meta 4

$$\begin{aligned} &0.11862x_{111} + 0.11862x_{112} + 0.11862x_{211} + 0.11862x_{212} + 0.11862x_{333} + \\ &0.11862x_{444} + 0.11862x_{511} + 0.11862x_{512} + 0.11862x_{666} + 0.11862x_{711} + \\ &0.11862x_{712} + 0.11862x_{811} + 0.11862x_{812} + 0.11862x_{M55} + y_{17}^- - y_{17}^+ \\ &= 619,803.853 \end{aligned}$$

## Atributos relevantes

$$x_{111} + x_{112} > 0 \quad (\text{Sector 1})$$

$$x_{211} + x_{212} > 0 \quad (\text{Sector 2})$$

$$x_{333} > 0 \quad (\text{Sector 3})$$

$$x_{444} > 0 \quad (\text{Sector 4})$$

$$x_{511} + x_{512} > 0 \quad (\text{Sector 5})$$

$$x_{666} > 0 \quad (\text{Sector 6})$$

$$x_{711} + x_{712} > 0 \quad (\text{Sector 7})$$

$$x_{811} + x_{812} > 0 \quad (\text{Sector 8})$$

$$x_{M55} > 0 \quad (\text{Localidad el Moral})$$

### Restricciones adicionales

$$y_1^- = 0,$$

$$y_2^- = 0,$$

$$y_3^- = 0,$$

$$y_4^- = 0,$$

$$y_5^- = 0,$$

$$y_6^- = 0,$$

$$y_7^- = 0,$$

$$y_8^- = 0,$$

$$y_9^- = 0$$

De acuerdo con los resultados obtenidos en este escenario, en la Tabla 5.14 se muestra la cantidad de agua que recibiría cada sector:

Tabla 5.14 Resultados de las variables de decisión del escenario 1: suministro de agua recomendado por la OMS

Variables de decisión	Cantidad de agua a suministrar en el sector $i$ por el tanque $j$ extraído del pozo $k$ ( $m^3/año$ )	Interpretación de resultados
$x_{111}$	358,702	El sector 1 será suministrado por el tanque y pozo 1
$x_{112}$	0	
$x_{211}$	662,211.30	El sector 2 será suministrado por el tanque 1 y pozo 1
$x_{212}$	0	
$x_{333}$	1,225,423	El sector 3 será suministrado por el tanque y pozo 3
$x_{444}$	528,191.80	El sector 4 será suministrado por el tanque y pozo 4
$x_{511}$	303,033.10	El sector 5 será suministrado por el tanque y pozo 1
$x_{512}$	0	
$x_{666}$	525,007.20	El sector 6 será suministrado por el tanque y pozo 6
$x_{711}$	2,122,082	El sector 7 será suministrado por el tanque y pozo 1
$x_{712}$	567,648	El sector 7 será suministrado por el tanque 1 y pozo 2
$x_{811}$	2,195,084	El sector 8 será suministrado por el tanque y pozo 1
$x_{812}$	0	
$x_{M55}$	4,301.59	La localidad el Moral será suministrada por el tanque y pozo 5.

Elaboración propia, basada en los resultados de LINGO (*LINear Generalize Optimizer*)

Considerando el suministro bajo la especificación de la OMS, la red de agua potable cubre con este servicio en todos los sectores sin ningún problema. Para analizar el cumplimiento de las demás metas en la Tabla 5.15 se presenta los resultados de las variables de desviación.

Tabla 5.15 Resultados de las variables de desviación del escenario 1: suministro de agua recomendado por la OMS

Variables de desviación	Resultados
$y_1^+$	0
$y_1^-$	0
$y_2^+$	0
$y_2^-$	0
$y_3^+$	0
$y_3^-$	0
$y_4^+$	0
$y_4^-$	0
$y_5^+$	0
$y_5^-$	0
$y_6^+$	0
$y_6^-$	0
$y_7^+$	0
$y_7^-$	0
$y_8^+$	0
$y_8^-$	0
$y_9^+$	0
$y_9^-$	0
$y_{10}^+$	3,938,169
$y_{10}^-$	0
$y_{11}^+$	0
$y_{11}^-$	0
$y_{12}^+$	0
$y_{12}^-$	382,913.20
$y_{13}^+$	233,198.80
$y_{13}^-$	0
$y_{14}^+$	0
$y_{14}^-$	356,785.60
$y_{15}^+$	0
$y_{15}^-$	526,192.8
$y_{16}^+$	760,014.20
$y_{16}^-$	0
$y_{17}^+$	387,479.7
$y_{17}^-$	0

Elaboración propia, basada en los resultados de LINGO (*LINear Generalize Optimizer*)

A pesar de que el número de litros requeridos para cada persona se redujo de 142.33 l/habitante/día a 100 l/habitante/día, en la Tabla 5.15 se observa que la capacidad permitida para extraer agua de los pozos 1 y 4 es excedida por las cantidades mostrada en las variables de decisión no deseadas  $y_{10}^+ = 3,938,169$  y  $y_{13}^+ = 233,198.8$ , además de que los costos por el suministro de energía eléctrica y por el derecho del agua también superan el presupuesto establecido,  $y_{16}^+ = 760,014.2$  y  $y_{17}^+ = 387,479.7$  respectivamente.

#### 5.4.2 ESCENARIO 2: PROGRAMACIÓN POR METAS LEXICOGRÁFICAS CONSIDERANDO EL SUMINISTRO DE AGUA RECOMENDADO POR LA OMS Y SIN LA PRESENCIA DE FUGAS

Con el fin de exponer de manera explícita el impacto que ocasiona la presencia de las fugas en la red de agua potable, este escenario comparte la condición de que sólo se cubra el abastecimiento establecido por la OMS, sin embargo, en esta ocasión se elimina la presencia de fugas. De esta manera, se podrá mostrar el contraste que existe cuando el sistema de agua potable funciona sin pérdidas, presentando ahorros en la extracción de agua en los pozos y ahorros en el presupuesto establecido. Para este escenario el orden de prioridades se mantiene como el escenario anterior.

La formulación del segundo programa lineal del modelo lexicográfico de este escenario es el siguiente:

$$\text{Minimizar } z = y_{10}^+ + y_{11}^+ + y_{12}^+ + y_{13}^+ + y_{14}^+ + y_{15}^+ + y_{16}^+ + y_{17}^+$$

*sujeto a:*

*Meta 1*

$$x_{111} + x_{112} + y_1^- - y_1^+ = 232,833.50 \quad (\text{Sector 1})$$

$$x_{211} + x_{212} + y_2^- - y_2^+ = 114,099.00 \quad (\text{Sector 2})$$

$$x_{333} + y_3^- - y_3^+ = 778,143.50 \quad (\text{Sector 3})$$

$$x_{444} + y_4^- - y_4^+ = 368,942.00 \quad (\text{Sector 4})$$

$$x_{511} + x_{512} + y_5^- - y_5^+ = 87,819.00 \quad (\text{Sector 5})$$

$$x_{666} + y_6^- - y_6^+ = 329,704.50 \quad (\text{Sector 6})$$

$$x_{711} + x_{712} + y_7^- - y_7^+ = 463,440.50 \quad (\text{Sector 7})$$

$$x_{811} + x_{812} + y_8^- - y_8^+ = 378,213.00 \quad (\text{Sector 8})$$

$$x_{M55} + y_9^- - y_9^+ = 3,212.00 \quad (\text{Localidad el Moral})$$

### Meta 2

$$x_{111} + x_{211} + x_{511} + x_{711} + x_{811} + y_{10}^- - y_{10}^+ = 1,702,944 \quad (\text{Pozo 1})$$

$$x_{112} + x_{212} + x_{512} + x_{712} + x_{812} + y_{11}^- - y_{11}^+ = 567,648 \quad (\text{Pozo 2})$$

$$x_{333} + y_{12}^- - y_{12}^+ = 1,608,336 \quad (\text{Pozo 3})$$

$$x_{444} + y_{13}^- - y_{13}^+ = 294,993 \quad (\text{Pozo 4})$$

$$x_{M55} + y_{14}^- - y_{14}^+ = 361,087.20 \quad (\text{Pozo 5})$$

$$x_{666} + y_{15}^- - y_{15}^+ = 1,051,200 \quad (\text{Pozo 6})$$

### Meta 3

$$\begin{aligned} &0.30355x_{111} + 0.36835x_{112} + 0.30355x_{211} + 0.36835x_{212} + 0.41700x_{333} + \\ &0.36271x_{444} + 0.30355x_{511} + 0.36835x_{512} + 0.70525x_{666} + 0.30355x_{711} + \\ &0.36835x_{712} + 0.30355x_{811} + 0.36835x_{812} + 0.22764x_{M55} + y_{16}^- - y_{16}^+ \\ &= 2,235,261 \end{aligned}$$

### Meta 4

$$\begin{aligned} &0.11862x_{111} + 0.11862x_{112} + 0.11862x_{211} + 0.11862x_{212} + 0.11862x_{333} + \\ &0.11862x_{444} + 0.11862x_{511} + 0.11862x_{512} + 0.11862x_{666} + 0.11862x_{711} + \\ &0.11862x_{712} + 0.11862x_{811} + 0.11862x_{812} + 0.11862x_{M55} + y_{17}^- - y_{17}^+ \\ &= 619,803.853 \end{aligned}$$

### Atributos relevantes

$$x_{111} + x_{112} > 0 \quad (\text{Sector 1})$$

$$x_{211} + x_{212} > 0 \quad (\text{Sector 2})$$

$$x_{333} > 0 \quad (\text{Sector 3})$$

$$x_{444} > 0 \quad (\text{Sector 4})$$

$$x_{511} + x_{512} > 0 \quad (\text{Sector 5})$$

$$x_{666} > 0 \quad (\text{Sector 6})$$

$$x_{711} + x_{712} > 0 \quad (\text{Sector 7})$$

$$x_{811} + x_{812} > 0 \quad (\text{Sector 8})$$

$$x_{M55} > 0 \quad (\text{Localidad el Moral})$$

### *Restricciones adicionales*

$$y_1^- = 0,$$

$$y_2^- = 0,$$

$$y_3^- = 0,$$

$$y_4^- = 0,$$

$$y_5^- = 0,$$

$$y_6^- = 0,$$

$$y_7^- = 0,$$

$$y_8^- = 0,$$

$$y_9^- = 0$$

A través de la Tabla 5.16 se puede notar que el suministro de agua hacia los sectores se sigue satisfaciendo.

Lo interesante de este escenario radica en analizar de qué forma se comportan las variables de desviación bajo una situación ideal. En la Tabla 5.17, resalta que, aún bajo una red de agua potable sin fugas y con el abastecimiento de sólo 100 *l/día* por habitante, el pozo 4 permanece insuficiente para cubrir los requerimientos del sector 4, tal como lo indica la variable de desviación no deseada  $y_{13}^+ = 73,949$ . Este resultado coincide con lo encontrado en el modelo de validación, bajo una situación similar sin la presencia de fugas pero respetando las normas de suministro estipuladas por PUMAGUA, por lo que esta situación sugiere que PADHPOT junto con el gobierno municipal de San Martín Texmelucan reconsideren la forma en que se está suministrando agua para el sector 4 en específico. Este tipo de hallazgos demuestra la utilidad que puede brindar el modelo de programación por metas lexicográfico.

Tabla 5.16 Resultados de las variables de decisión del escenario 2: suministro de agua recomendado por la OMS y sin la presencia de fugas

Variables de decisión	Cantidad de agua a suministrar en el sector $i$ por el tanque $j$ extraído del pozo $k$ ( $m^3/año$ )	Interpretación de resultados
$x_{111}$	659,372.50	El sector 1 será suministrado por el tanque y pozo 1
$x_{112}$	567,648	El sector 1 será suministrado por el tanque 1 y pozo 2
$x_{211}$	114,099	El sector 2 será suministrado por el tanque 1 y pozo 1
$x_{212}$	0	
$x_{333}$	778,143.50	El sector 3 será suministrado por el tanque y pozo 3
$x_{444}$	368,942	El sector 4 será suministrado por el tanque y pozo 4
$x_{511}$	87,819	El sector 5 será suministrado por el tanque y pozo 1
$x_{512}$	0	
$x_{666}$	329,704.50	El sector 6 será suministrado por el tanque y pozo 6
$x_{711}$	463,440.50	El sector 7 será suministrado por el tanque y pozo 1
$x_{712}$	0	
$x_{811}$	378,213	El sector 8 será suministrado por el tanque y pozo 1
$x_{812}$	0	
$x_{M55}$	3,212	La localidad el Moral será suministrada por el tanque y pozo 5.

Elaboración propia, basada en los resultados de LINGO (*LINear Generalize Optimizer*)

Otra ventaja que se identifica de este escenario, bajo una situación ideal, sobresale al analizar las variables de desviación que representan beneficios o ahorros para la administración municipal. Por ejemplo, las variables de desviación  $y_1^+ = 994,187$  indica que no sólo se satisface el requerimiento del sector 1, sino que se excede en 994,197  $m^3$  de agua al año. Esto puede conllevar a demandar en menor medida la extracción de agua en el pozo 1, lo cual provoca beneficios ambientales y ahorros en la energía eléctrica y en el pago por los derechos del agua.

Las variables de desviación  $y_{12}^-, y_{14}^-, y_{15}^-$  señalan que la extracción de agua en los pozos 3, 5 y 6 queda por debajo del límite autorizado por los títulos de asignación, atrayendo los mismos beneficios que se expusieron para el pozo 1, prueba de esto es que las variables  $y_{16}^-$  y  $y_{17}^-$  muestran que el presupuesto acordado para el pago de la energía eléctrica y por el derecho del agua quedan por debajo.



Tabla 5.17 Resultados de las variables de desviación del escenario 2: suministro de agua recomendado por la OMS y sin la presencia de fugas

Variables de desviación	Resultados
$y_1^+$	994,187
$y_1^-$	0
$y_2^+$	0
$y_2^-$	0
$y_3^+$	0
$y_3^-$	0
$y_4^+$	0
$y_4^-$	0
$y_5^+$	0
$y_5^-$	0
$y_6^+$	0
$y_6^-$	0
$y_7^+$	0
$y_7^-$	0
$y_8^+$	0
$y_8^-$	0
$y_9^+$	0
$y_9^-$	0
$y_{10}^+$	0
$y_{10}^-$	0
$y_{11}^+$	0
$y_{11}^-$	0
$y_{12}^+$	0
$y_{12}^-$	830,192.50
$y_{13}^+$	73,949
$y_{13}^-$	0
$y_{14}^+$	0
$y_{14}^-$	357,875.20
$y_{15}^+$	0
$y_{15}^-$	721,495.50
$y_{16}^+$	0
$y_{16}^-$	817,679.10
$y_{17}^+$	0
$y_{17}^-$	174,908.40

Elaboración propia, basada en los resultados de LINGO (*LINear Generalize Optimizer*)

### 5.4.3 ESCENARIO 3: PROGRAMACIÓN POR METAS LEXICOGRÁFICAS CONSIDERANDO EL SUMINISTRO DE AGUA RECOMENDADO POR CONAGUA Y DISMINUCIÓN DE RECURSOS HÍDRICOS

Ya que en los escenarios anteriores se ha explorado situaciones donde se requiere menor cantidad de agua y el ideal donde no existan fugas en la red de agua potable, esta sección se enfoca en una problemática actual que afectará también el futuro. Tomando en cuenta el impacto del cambio climático en la disponibilidad de recursos naturales, este escenario considera la situación donde se ve disminuido la cantidad de agua disponible en los pozos. Analizar esta situación permitirá conocer cómo afectará la reducción de este líquido vital en la demanda de cada sector, en la extracción de los pozos y los presupuestos fijados. En este caso, la meta que se prioriza se refiere al uso de la cantidad de agua que se dispone en los pozos, es decir la meta 2, ya que, bajo la condición de escasez de agua en los pozos es imperativo que el modelo de programación por metas lexicográfico respete la cantidad disminuida presente en los pozos. Para este escenario se vuelve a considerar los requerimientos de agua establecidos por la CONAGUA: 142.33 l/hab/día, sin embargo, existirá una disminución del 20% de agua en los pozos. Dado que la principal prioridad es la meta 2, el primer programa lineal corresponderá a esta meta, mientras que el segundo programa lineal corresponderá a las metas restantes. Bajo estas condiciones, el segundo programa lineal de este escenario se enuncia de la siguiente manera:

$$\text{Minimizar } z = y_7^- + y_8^- + y_9^- + y_{10}^- + y_{11}^- + y_{12}^- + y_{13}^- + y_{14}^- + y_{15}^- + y_{16}^+ + y_{17}^+$$

sujeto a:

*Meta 1*

$$x_{111} + x_{211} + x_{511} + x_{711} + x_{811} + y_1^- - y_1^+ = 1,362,355 \quad (\text{Pozo 1})$$

$$x_{112} + x_{212} + x_{512} + x_{712} + x_{812} + y_2^- - y_2^+ = 454,118 \quad (\text{Pozo 2})$$

$$x_{333} + y_3^- - y_3^+ = 1,286,669 \quad (\text{Pozo 3})$$

$$x_{444} + y_4^- - y_4^+ = 235,994 \quad (\text{Pozo 4})$$

$$x_{M55} + y_5^- - y_5^+ = 288,870 \quad (\text{Pozo 5})$$

$$x_{666} + y_6^- - y_6^+ = 840,960 \quad (\text{Pozo 6})$$

*Meta 2*

$$0.6491x_{111} + 0.6491x_{112} + y_7^- - y_7^+ = 331,391.9206 \quad (\text{Sector 1})$$

$$0.1723x_{211} + 0.1723x_{212} + y_8^- - y_8^+ = 162,397.1067 \quad (\text{Sector 2})$$

$$0.6350x_{333} + y_9^- - y_9^+ = 1,107,531.6436 \quad (\text{Sector 3})$$

$$0.6985x_{444} + y_{10}^- - y_{10}^+ = 525,115.1486 \quad (\text{Sector 4})$$

$$0.2898x_{511} + 0.2898x_{512} + y_{11}^- - y_{11}^+ = 124,992.7827 \quad (\text{Sector 5})$$

$$0.628x_{666} + y_{12}^- - y_{12}^+ = 469,268.4149 \quad (\text{Sector 6})$$

$$0.1723x_{711} + 0.1723x_{712} + y_{13}^- - y_{13}^+ = 659,614.8637 \quad (\text{Sector 7})$$

$$0.1723x_{811} + 0.1723x_{812} + y_{14}^- - y_{14}^+ = 538,310.5629 \quad (\text{Sector 8})$$

$$0.7467x_{M55} + y_{15}^- - y_{15}^+ = 4,571.6396 \quad (\text{Localidad el Moral})$$

### Meta 3

$$0.30355x_{111} + 0.36835x_{112} + 0.30355x_{211} + 0.36835x_{212} + 0.41700x_{333} + 0.36271x_{444} + 0.30355x_{511} + 0.36835x_{512} + 0.70525x_{666} + 0.30355x_{711} + 0.36835x_{712} + 0.30355x_{811} + 0.36835x_{812} + 0.22764x_{M55} + y_{16}^- - y_{16}^+ = 2,235,261$$

### Meta 4

$$0.11862x_{111} + 0.11862x_{112} + 0.11862x_{211} + 0.11862x_{212} + 0.11862x_{333} + 0.11862x_{444} + 0.11862x_{511} + 0.11862x_{512} + 0.11862x_{666} + 0.11862x_{711} + 0.11862x_{712} + 0.11862x_{811} + 0.11862x_{812} + 0.11862x_{M55} + y_{17}^- - y_{17}^+ = 619,803.853$$

### Atributos relevantes

$$x_{111} + x_{112} > 0 \quad (\text{Sector 1})$$

$$x_{211} + x_{212} > 0 \quad (\text{Sector 2})$$

$$x_{333} > 0 \quad (\text{Sector 3})$$

$$x_{444} > 0 \quad (\text{Sector 4})$$

$$x_{511} + x_{512} > 0 \quad (\text{Sector 5})$$

$$x_{666} > 0 \quad (\text{Sector 6})$$

$$x_{711} + x_{712} > 0 \quad (\text{Sector 7})$$

$$x_{811} + x_{812} > 0 \quad (\text{Sector 8})$$

$$x_{M55} > 0 \quad (\text{Localidad el Moral})$$

### Restricciones adicionales

$$y_1^+ = 0,$$

$$y_2^+ = 0,$$

$$y_3^+ = 0,$$

$$y_4^+ = 0,$$

$$y_5^+ = 0,$$

$$y_6^+ = 0,$$

De acuerdo con los resultados obtenidos, en la Tabla 5.18 se muestra la cantidad de agua que recibiría cada sector.

Tabla 5.18 Resultados de las variables de decisión del escenario 3: suministro de agua recomendado por CONAGUA y disminución de recursos hídricos

Variables de decisión	Cantidad de agua a suministrar en el sector $i$ por el tanque $j$ extraído del pozo $k$ ( $m^3/año$ )	Interpretación de resultados
$x_{111}$	510,540.60	El sector 1 será suministrado por el tanque y pozo 1
$x_{112}$	0	
$x_{211}$	0	
$x_{212}$	0	
$x_{333}$	1,286,669	El sector 3 será suministrado por el tanque y pozo 3
$x_{444}$	235,994	El sector 4 será suministrado por el tanque y pozo 4
$x_{511}$	431,307	El sector 5 será suministrado por el tanque y pozo 1
$x_{512}$	0	
$x_{666}$	840,960	El sector 6 será suministrado por el tanque y pozo 6
$x_{711}$	420,507.30	El sector 7 será suministrado por el tanque y pozo 1
$x_{712}$	0	
$x_{811}$	0	
$x_{812}$	454,118	El sector 8 será suministrado por el tanque 1 y pozo 2
$x_{M55}$	6,122.458	La localidad el Moral será suministrada por el tanque y pozo 5.

Elaboración propia, basada en los resultados de LINGO (*LINear Generalize Optimizer*)

Bajo este escenario en el que se prioriza respetar los títulos de asignación en una situación donde hay una disminución del 20% de la capacidad permitida para la extracción de agua, la Tabla 5.18 muestra que el suministro de agua se ve interrumpido en el sector 2. En la Tabla 5.19 se presenta los resultados de las variables de desviación.

Tabla 5.19 Resultados de las variables de desviación del escenario 3: suministro de agua recomendado por CONAGUA y disminución de recursos hídricos

Variables de desviación	Resultados
$y_1^+$	0
$y_1^-$	0
$y_2^+$	0
$y_2^-$	0
$y_3^+$	0
$y_3^-$	0
$y_4^+$	0
$y_4^-$	0
$y_5^+$	0
$y_5^-$	282747.5
$y_6^+$	0
$y_6^-$	0
$y_7^+$	0
$y_7^-$	0
$y_8^+$	0
$y_8^-$	162397.1
$y_9^+$	0
$y_9^-$	290496.8
$y_{10}^+$	0
$y_{10}^-$	360273.3
$y_{11}^+$	0
$y_{11}^-$	0
$y_{12}^+$	58854.47
$y_{12}^-$	0
$y_{13}^+$	0
$y_{13}^-$	587161.5
$y_{14}^+$	0
$y_{14}^-$	460066.0
$y_{15}^+$	0
$y_{15}^-$	0
$y_{16}^+$	0
$y_{16}^-$	437824.7
$y_{17}^+$	0
$y_{17}^-$	123234.6

Elaboración propia, basada en los resultados de LINGO (LINear Generalize Optimizer)

Con base en los resultados de la Tabla 5.19 se observa que los sectores 2, 3, 4, 7 y 8 presentan desabasto parcial, de acuerdo con las variables de desviación no deseadas  $y_8^-$ ,  $y_9^-$ ,  $y_{10}^-$ ,  $y_{13}^-$  y  $y_{14}^-$  respectivamente, por lo que no se cumple con estas metas.

## 5.5 RESUMEN DE RESULTADOS

Con el fin de exponer las aportaciones de todos los escenarios propuestos y del modelo de programación por metas lexicográfico que sirvió para atender el problema de investigación, en esta sección se presenta un resumen y la síntesis de todos los resultados. En la Tabla 5.20 se presentan las condiciones que caracterizaron cada formulación del modelo de programación por metas lexicográfico.

Tabla 5.20 Resumen de los escenarios y del modelo de programación por metas lexicográfico

MODELO / ESCENARIO	MODELO APLICADO	METAS			
		META 1	META 2	META 3	META 4
<b>MODELO DE PROGRAMACIÓN POR METAS LEXICOGRÁFICO</b>	Modelo de programación por metas lexicográfico	Suministro promedio de agua recomendado por CONAGUA / con fugas	Volumen de agua que los títulos de asignación permiten extraer de los pozos	Pago de energía eléctrica	Pago de aguas nacionales
<b>ESCENARIO 1</b>	Modelo de programación por metas lexicográficas	Suministro promedio de agua recomendado por la OMS / con fugas	Volumen de agua que los títulos de asignación permiten extraer de los pozos	Pago de energía eléctrica	Pago de aguas nacionales
<b>ESCENARIO 2</b>	Modelo de programación por metas lexicográficas	Suministro promedio de agua recomendado por la OMS / sin fugas	Volumen de agua que los títulos de asignación permiten extraer de los pozos	Pago de energía eléctrica	Pago de aguas nacionales
<b>ESCENARIO 3</b>	Modelo de programación por metas lexicográficas	Suministro promedio de agua recomendado por CONAGUA / con fugas	Disminución en el volumen de agua que los títulos de asignación permiten extraer de los pozos	Pago de energía eléctrica	Pago de aguas nacionales

Elaboración propia

De manera que pueda entenderse explícitamente la variación de los resultados en cada escenario, se identifica que la presentación de los hallazgos encontrados en cada modelo sea por metas.

### **META 1. SUMINISTRO PROMEDIO DE AGUA RECOMENDADO POR CONAGUA/OMS PARA CADA SECTOR**

Para poder comparar los resultados de esta meta en cada escenario es necesario diferenciar bajo que norma se construyeron los modelos. Por ejemplo, el modelo que sirvió como solución al problema de investigación y el escenario 3 consideran las recomendaciones de CONAGUA, es decir que cada persona requiere 142.33 l/día. En la Tabla 5.21 se muestra la comparación entre los modelos mencionados.

Tabla 5.21 Resumen de resultados de la meta 1 del modelo de programación por metas lexicográfico y del escenario 3

Sector <i>i</i>	Cantidad promedio de agua anual requerida en el sector <i>i</i> ( $m^3/año$ )	Cantidad de agua final a recibir en el sector <i>i</i> , considerando las fugas ( $m^3/año$ )	
		MODELO DE PROGRAMACIÓN POR METAS LEXICOGRÁFICO	ESCENARIO 3
1	331,391.92	331,391.90	331,391.90
2	162,397.11	162,397.11	<b>0</b>
3	1,107,531.64	1,107,531.44	<b>817,034.82</b>
4	525,115.15	525,115.12	<b>164,841.81</b>
5	124,992.78	124,992.77	124,992.77
6	469,268.41	469,268.42	528,122.88
7	659,614.86	659,614.88	<b>72,453.41</b>
8	538,310.56	538,310.51	<b>78,244.53</b>
M	4,571.64	4,571.64	4,571.64
Total	3,923,194.08	3,923,193.79	2,121,653.75

Elaboración propia, basada en los resultados de LINGO (*LINear Generalize Optimizer*)

Debe tenerse en cuenta que ambos modelos de programación por metas lexicográfico fueron formulados bajo prioridades diferentes, el modelo de solución del problema de investigación se basa en el aseguramiento del suministro de agua en los sectores, mientras que el escenario 3 representa una situación donde la capacidad permitida para extraer de los pozos se ve disminuida en un 20%, por lo que la prioridad es respetar los títulos de asignación; sin embargo ambos modelos consideran la presencia de las fugas. Como se muestra en la Tabla 5.21, los primeros resultados advierten que se asegura el abastecimiento necesario, a pesar de las fugas, sin embargo, esta meta se cumple a expensa de las demás. Por el otro lado, el escenario 3 no logra cubrir el suministro de agua requerido en los sectores 2, 3, 4, 7 y 8, ya que la cantidad de agua total que se puede extraer de los pozos es menor en casi 50% de lo que se requiere.

En los escenarios 1 y 2 se consideran las normas de la OMS, es decir 100 l/día para cada persona. Además, en ambos escenarios se prioriza el suministro de agua a los sectores (meta 1). La única diferencia entre ambos modelos es que en el primer escenario se considera la situación donde hay fugas, mientras que en el escenario 2 muestra una situación ideal donde las fugas no están presentes. A continuación, se presentan los resultados de estos escenarios en la Tabla 5.22:

Tabla 5.22 Resumen de resultados de la meta 1 del escenario 1 y 2

Sector <i>i</i>	Cantidad promedio de agua anual requerido en el sector <i>i</i> , ( $m^3/año$ )	Cantidad de agua anual recibida en el sector <i>i</i> ( $m^3/año$ )	
		ESCENARIO 1	ESCENARIO 2
1	232,833.50	232,833.47	1,227,020.50
2	114,099	114,099.01	114,099
3	778,143.50	778,143.61	778,143.50
4	368,942	368,941.97	368,942
5	87,819	87,818.99	87,819
6	329,704.50	329,704.52	329,704.50
7	463,440.50	463,440.48	463,440.50
8	378,213	378,212.97	378,213
M	3,212	3,212	3,212
Total	2,756,407	2,756,407.02	3,750,594

Elaboración propia, basada en los resultados de LINGO (*LINear Generalize Optimizer*)

Como se puede notar en la Tabla 5.22, ambos escenarios cumplen con la meta 1, sin embargo, la diferencia se presenta en el escenario 2. Al no existir fugas en la red de agua potable en el escenario 2, mayor cantidad de agua será recibida en los sectores; esto puede guiar a una mejor gestión del agua, o bien, en el ahorro de metros cúbicos de agua que conlleva a la disminución de la explotación de los pozos y el decremento en los costos.

La Figura 5.5 proporciona un apoyo visual, en el cual se puede entender las repercusiones de las fugas en los escenarios donde el suministro requerido en los sectores logra cumplirse, es decir, el modelo de solución del problema de investigación, el escenario 1 y el escenario 2. Se puede notar que la diferencia entre la cantidad total de agua que se suministra para todos los sectores y la cantidad total que se recibiría considerando las fugas, es elevada en los primeros dos casos.



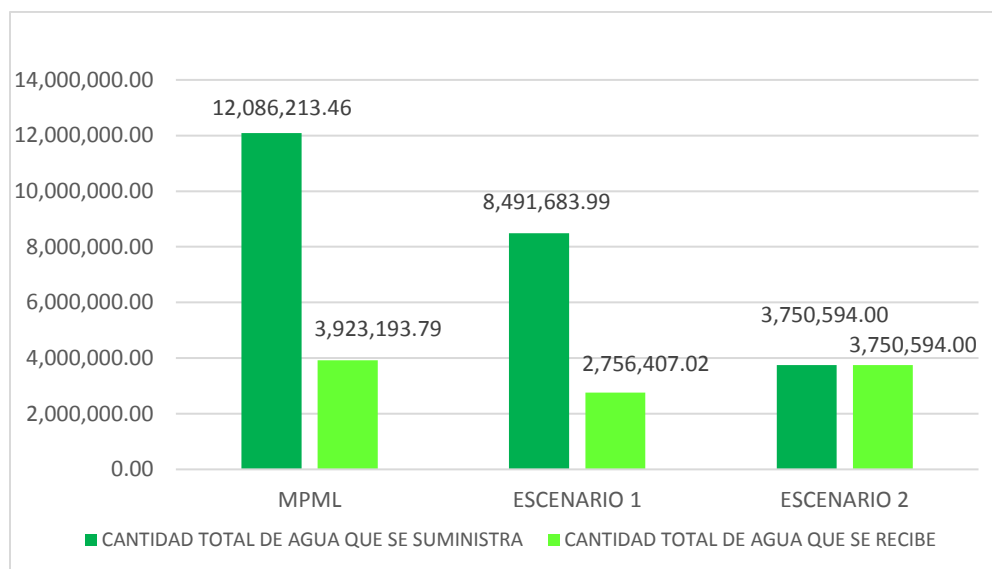


Figura 5.5 Cantidad total de agua suministrada y recibida con el modelo de programación por metas lexicográfico y los escenarios 1 y 2. Elaboración propia, basada en los resultados de LINGO (*LINear Generalize Optimizer*)

## META 2. VOLUMEN DE AGUA QUE LOS TÍTULOS DE ASIGNACIÓN PERMITEN EXTRAER DE LOS POZOS

Así como en el resumen de los resultados de la primera meta, para este objetivo se requiere discernir bajo qué condiciones fueron formulados los modelos en cada escenario. Se debe diferenciar que el modelo de solución del problema de investigación, el escenario 1 y el escenario 2 se rigen bajo los títulos de asignación actuales y priorizan que el suministro satisfaga la demanda de los sectores, mientras que el escenario 3 presenta la situación donde hay una disminución en el agua disponible para extraer en los pozos, por lo que se prioriza que se respeten los títulos de asignación.

Tabla 5.23 Resumen de resultados de la meta 2 del modelo de programación por metas lexicográfico y de los escenarios 1 y 2

Pozo $k$	Cantidad de agua anual establecido por los títulos de asignación ( $m^3/año$ )	Cantidad de agua anual a extraer del pozo $k$ ( $m^3/año$ )		
		MODELO DE PROGRAMACIÓN POR METAS LEXICOGRÁFICO	ESCENARIO 1	ESCENARIO 2
1	1,702,944.00	<b>8,269,280.90</b>	<b>5,641,112.40</b>	1,702,944.00
2	567,648.00	567,648.00	567,648.00	567,648.00
3	1,608,336.00	<b>1,744,144.00</b>	1,225,423.00	778,143.50
4	294,993.00	<b>751,775.40</b>	<b>528,191.80</b>	<b>368,942.00</b>
5	361,087.20	6,122.46	4,301.59	3,212.00
6	1,051,200.00	747,242.70	525,007.20	329,704.50
<b>Total</b>	<b>5,586,208.20</b>	<b>12,086,213.46</b>	<b>8,491,683.99</b>	<b>3,750,594.00</b>

Elaboración propia, basada en los resultados de LINGO (*LINear Generalize*)

En la Tabla 5.23 se resalta, que en todos los modelos donde se prioriza el abastecimiento, se sobrepasa la capacidad permitida para la extracción de agua de algunos pozos, ya sea por la presencia o ausencia de las fugas.

De los resultados del escenario 3 mostrados en la Tabla 5.24 se puede notar que se cumple con la cantidad de agua que los títulos de asignación permiten extraer de los pozos. Cabe destacar que en este escenario se dio prioridad a la meta 2, considerando la situación dónde se ve disminuida el agua de los pozos, afectando el volumen de extracción. A pesar de que el escenario 3 cumple con esta meta, el abastecimiento de los sectores se ve comprometido como se mostró en la meta anterior.

Tabla 5.24 Resumen de resultados de la meta 2 del escenario 3

Pozo $k$	Cantidad de agua anual autorizado para la extracción del pozo $k$ ( $m^3/año$ )	Cantidad de agua anual a extraer del pozo ( $m^3/año$ )
1	1,362,355	1,362,354.90
2	454,118	454,118.00
3	1,286,669	1,286,669.00
4	235,994	235,994.00
5	288,870	6,122.46
6	840,960	840,960.00
Total	4,468,966.56	4,186,218.36

Elaboración propia, basada en los resultados de LINGO (*LINear Generalize Optimizer*)

### META 3: PAGO DE ENERGÍA ELÉCTRICA

El resumen de esta meta resulta ser más sencilla ya que esta meta siempre se fue ajustando de acuerdo con las condiciones de cada formulación. En la Tabla 5.25 se puede diferenciar que el modelo de solución del problema de investigación y el escenario 1 no cumplen con el presupuesto autorizado para cubrir los costos de energía eléctrica, debido a que en ambas formulaciones se prioriza el abastecimiento de los sectores (meta 1) y se tiene presencia de fugas.

En cuanto al escenario 2, se experimenta una situación donde no hay fugas, por esto, la meta 3 es cumplida con facilidad al no existir pérdidas en el suministro de agua y, por ende, se requiere menor cantidad de agua a ser extraída de los pozos, lo que significa un menor consumo de energía eléctrica. Finalmente, el escenario 3 demanda que los títulos de asignación sean cumplidos; priorizar la meta 2 conlleva a que no se extraiga agua conforme a los requerimientos de abastecimiento de los sectores, por lo que se restringe también el consumo de energía eléctrica.

Tabla 5.25 Resumen de resultados de la meta 3 por escenarios

<b>Tipo de pago</b>	<b>Presupuesto autorizado</b>	<b>Modelo de programación por metas lexicográfico</b>	<b>Escenario 1</b>	<b>Escenario 2</b>	<b>Escenario 3</b>
Pago de energía eléctrica	\$2,235,261	<b>\$4,247,604.49</b>	<b>\$2,995,275.19</b>	\$1,417,581.86	\$1,797,436.31

Elaboración propia, basada en los resultados de LINGO (*LINear Generalize Optimizer*)

#### **META 4: PAGO DE AGUAS NACIONALES**

Por último, para esta meta se puede tomar como referencia la meta anterior, ya que dependen de las condiciones de los primeros dos objetivos. Al igual que en la meta 3, en la Tabla 5.26 se puede diferenciar que el modelo de solución del problema de investigación y el escenario 1 no cumplen con el presupuesto autorizado por el derecho del agua, ya que ambas formulaciones priorizan el abastecimiento de los sectores considerando la presencia de fugas.

Para el escenario 2, se establece una situación donde no hay fugas, por esto, la meta 4 es cumplida con facilidad al no existir pérdidas en el suministro de agua y, por ende, se requiere solicitar menor cantidad de agua. Con respecto al escenario 3, se demanda que los títulos de asignación sean cumplidos, por lo que se limita la extracción de agua, ocasionando que no se pague por una mayor cantidad de agua de la que los pozos pueden proveer.

Tabla 5.26 Resumen de resultados de la meta 4 por escenarios

<b>Tipo de pago</b>	<b>Presupuesto autorizado</b>	<b>Modelo de programación por metas lexicográfico</b>	<b>Escenario 1</b>	<b>Escenario 2</b>	<b>Escenario 3</b>
Pago de aguas nacionales	\$619,804.00	<b>\$1,433,666.64</b>	<b>\$1,007,283.56</b>	\$444,895.46	\$496,569.22

Elaboración propia, basada en los resultados de LINGO (*LINear Generalize Optimizer*)

La naturaleza de la modelación de la programación por metas conlleva lidiar con metas que se encuentran en conflicto, en otras palabras, el cumplimiento de unas metas afecta el cumplimiento de otras, como se puede interpretar en la Tabla 5.27.

El modelo de solución del problema de investigación prioriza que se asegure el abastecimiento requerido en los sectores, pero esto ocasiona que las metas 2, 3 y 4 no puedan ser cumplidas; en este caso, la presencia de fugas ocasiona que se sobrepase la cantidad de agua que los títulos de asignación autorizan, a su vez, aumentando los costos.

A pesar de que en el escenario 1 se considera disminuir el requerimiento de agua, de acuerdo con las regulaciones de la OMS, los resultados son similares al modelo anterior, ya que aún persisten las fugas. Bajo estos resultados, el escenario 2 plantea eliminar la presencia de las fugas, por lo que sólo en este escenario se cumplen con todas las metas. Se debe de reconocer que este escenario representa una situación ideal, sin embargo, es un punto de referencia para que los decisores puedan darse cuenta de las implicaciones de las fugas. En una situación más realista, el escenario 3 considera la disminución de la cantidad de agua que se puede extraer de los pozos en un 20%, lo que provoca que se cumplan las metas 2, 3 y 4, pero el abastecimiento no puede ser asegurado.

Tabla 5.27 Metas que se cumplieron de los escenarios y el modelo de programación por metas lexicográfico

MODELO / ESCENARIO	METAS			
	META 1	META 2	META 3	META 4
MODELO DE PROGRAMACIÓN POR METAS LEXICOGRÁFICO	✓	✗	✗	✗
ESCENARIO 1	✓	✗	✗	✗
ESCENARIO 2	✓	✓*	✓	✓
ESCENARIO 3	✗	✓	✓	✓

Elaboración propia

El símbolo de asterisco (✓\*) en la Tabla 5.27 indica que se cumplió la meta 2 para casi todos los pozos a excepción del pozo 4.

Si se considera la implementación de la propuesta de sectorización de la red de agua potable sugerida por PADHPOT, el escenario 2 representa la situación a la que debe de aspirar el funcionamiento del sistema de distribución de agua. Si bien, es un ideal, el

escenario deberá motivar a los decisores a tomar todas las medidas posibles para alcanzar los resultados mostrados en este modelo, ya que se cumplen con todas las metas pretendidas.

Retomando que el modelo de programación por metas lexicográfico busca ser una herramienta de apoyo para analizar la propuesta de sectorización de la red de agua potable, la posibilidad de crear escenarios permite estudiar el comportamiento del sistema bajo diferentes situaciones; se puede conocer cómo se comporta la red de suministro de agua cuando se da prioridad a ciertos objetivos, por ejemplo, saber cómo afecta priorizar el suministro promedio de agua a las demás metas.

La flexibilidad del modelo de programación por metas permite adaptarse a cambios que los decisores puedan sugerir para atender otros intereses (otras metas) u otras circunstancias que no se hayan previsto, por ejemplo, priorizar el suministro de agua de ciertas zonas.

---

## CONCLUSIONES

---

Esta tesis se desarrolló con el fin de atender el problema de investigación definido en el Capítulo 2 que consiste en analizar la propuesta de sectorización en la red de suministro de agua en San Martín Texmelucan, Puebla, a través de un modelo que pueda evaluar las repercusiones en el suministro de agua requerido en cada sector, presupuesto y las limitaciones en los títulos de asignación de los pozos que alimentan la red, considerando que estos objetivos se encuentran en conflicto, mediante escenarios.

Con base en lo anterior, se identificó la necesidad de construir un modelo que permitiera manejar diferentes objetivos, sobre todo cuando dichos objetivos entran en conflicto entre sí, ya que el suministro de agua en el municipio de San Martín Texmelucan de Labastida corresponde con una situación de la misma naturaleza. Por ello, tal como se acota en el objetivo de esta investigación, se requirió la formulación de un modelo de programación por metas, ya que dicho modelo permite la interacción entre metas, con el fin de hallar las repercusiones de priorizar algunas de ellas. Debido a que este trabajo surge de la solicitud de PADHPOT de analizar su propuesta de sectorización en el municipio antes mencionado, el modelo de programación por metas fue establecido como el planteamiento más adecuado para evaluar escenarios que expongan el cumplimiento del suministro de agua potables, la cantidad de agua permitida para la extracción de los pozos y un presupuesto establecido.

Dentro de las aportaciones de este trabajo de investigación, se puede identificar primeramente el enfoque abordado para analizar la propuesta de sectorización, es decir, el uso de un modelo de toma de decisiones multicriterio. Utilizar el modelo de programación por metas lexicográfico en el área de manejo y gestión de recursos hídricos representa, en sí, un avance en el campo de aplicación de este método de solución, ya que dentro de la literatura se pudo identificar que este método de solución en particular no ha sido profundizado en dicho ámbito.

Cabe destacar que, dentro de la revisión de la literatura presentada en el Capítulo 3, la formulación básica de programación por metas y sus variaciones ha sido utilizado previamente para la gestión y análisis de los sistemas de distribución de agua potable, sin embargo, los resultados obtenidos del modelo base de programación por metas en esta investigación no satisfacía la demanda de agua en cada sector del municipio estudiado, la cual constituye una prioridad para SOSAPATEX, el organismo municipal encargado de la gestión del sistema de distribución de agua. En cambio, la formulación lexicográfica del mismo método permitió obtener resultados que se acercaban más a los requerimientos del sistema real, por lo cual se pueden brindar mejores alternativas a los decisores.

Debido a la estructura de la formulación lexicográfica, la cual permite indicar un orden de preferencia que las posibles soluciones deben respetar, se cumplen las metas prioritarias para los decisores: satisfacer el requerimiento de agua de las personas en cada sector propuestos por PADHPOT. Bajo esta perspectiva, el modelo lexicográfico de programación por metas se estableció como el método de solución más adecuado para brindar más información en el análisis de la sectorización y así robustecerlo, de forma que se pudieron construir escenarios que permitieran estudiar diferentes situaciones de interés de los decisores.

Con base en el mismo modelo se observó que para la propuesta de PADHPOT, en una situación donde no existen fugas (escenario 2) se logra cumplir con la mayoría de las metas, además de que permitió exponer la enorme importancia y las repercusiones de reducir o no las fugas en las redes de suministro de agua. Así como mencionan Borovik *et al.* (2009), la reparación de las fugas trae consigo un conjunto de beneficios que comprenden desde la reducción de pérdida de agua hasta la reducción de la interrupción del servicio de agua potable. El escenario 2 destacó por lograr satisfacer el suministro promedio de agua para las personas, a diferencia de los demás escenarios. El escenario 2 evidenció de manera más clara que el cumplimiento de las metas 3 y 4 (metas de presupuesto) está relacionada con el logro de la meta 2 (volumen de agua que los títulos de asignación permiten extraer de los pozos), ya que, al no existir fugas, se tendría ahorro de agua, por lo tanto, los costos asociados de energía eléctrica y de derecho de aguas nacionales se reducen debido a que no habrá ese excedente de agua que antes era necesario considerar.

De acuerdo con lo revisado en la literatura, el planteamiento de esta investigación concuerda con lo mencionado por Pal, B. B., Goswami, S. B., Sen, S. y Banerjee, D. (2012), ya que señalan que el suministro de agua es un problema complejo debido a las consideraciones tanto económicas como ambientales. Además, el uso del modelo de programación por metas para evaluar la sectorización de agua potable se asemeja a lo propuesto por Al-Zahrani, M. a., y Ahmad, A. M. (2004), quienes a través de su investigación muestran que la programación por metas puede ser aplicada a problemas en los sistemas de recursos hídricos. Del mismo modo, se han realizado diferentes aplicaciones en el área de manejo de recursos hídricos con las variaciones del modelo de programación por metas como en problemas irrigación (Pal, B. B., Goswami, S. B., Sen, S., & Banerjee, D., 2012 & Bravo, M., & Gonzalez, I., 2009), encontrar la mezcla óptima de agua desalinizada y agua subterránea (Al-Zahrani, M. a., & Ahmad, A. M., 2004) o en problemas de asignación de agua (Baoding, L., 1996), entre otros; tal como describen los trabajos mencionados, esta investigación contribuye con un método alternativo para el análisis de los problemas del área de recursos hídricos.

Como resultado de esta tesis se espera que en futuras investigaciones se extienda la aplicación del modelo de programación por metas lexicográficas a las áreas de gestión de agua. Tal como se realizó en este trabajo, sólo se requiere definir los objetivos que

se necesitan cumplir, así como los niveles de aspiración; en otras palabras, el modelo es adaptable a las necesidades del decisor.

Dentro del desarrollo del modelo de solución, se identificó que se puede mejorar la formulación del modelo lexicográfico, ya que, por ejemplo, en una situación real la demanda de agua en cualquier población presenta un comportamiento estocástico, es decir, el consumo varía debido a diferentes factores como la hora en el día, la estación del año, el clima, entre otros. Debido a que no se contaba con la información necesaria para formular un modelo de programación por metas estocástico, se optó por el modelo lexicográfico desarrollado en este trabajo. Afortunadamente, los hallazgos de esta investigación proporcionan la información necesaria para que los analistas de PADHPOT puedan presentar a los encargados del sistema de distribución de agua de San Martín Texmelucan de Labastida, Puebla, las repercusiones de atender o no las fugas presentes; sin embargo, debe notarse que el modelo puede ser aún más preciso.

En el mismo, también se notó que se podría desarrollar un modelo de simulación para reproducir la demanda, de modo que se pueda obtener un consumo de agua más cercano a la realidad. Por ejemplo, dentro del desarrollo de esta investigación, PADHPOT expresó también la necesidad de conocer el comportamiento de los tanques de regulación del mismo sistema de distribución de agua bajo los escenarios propuestos por el modelo de programación por metas lexicográfico, sin embargo, dicho estudio involucraba la obtención de más información con respecto a la demanda de agua, por lo que no estaba al alcance del tiempo presupuestado para realizar esta investigación. Aun así, se discernió que un modelo de simulación de dinámica de sistemas puede atender este tipo de problema.

En cuanto al campo disciplinario bajo el cual se desarrolla esta tesis, el modelo de programación por metas lexicográfico presentado en esta investigación es una muestra de que las técnicas de la investigación de operaciones se pueden adaptar y aplicar en diversos campos, entre ellos la administración de recursos hídricos. Considerando el panorama actual y futuro en el manejo del agua, el desarrollo de herramientas que permitan tomar mejores decisiones serán de gran importancia para tratar de disminuir una problemática mundial que ha estado presente durante años y que las proyecciones futuras indican situaciones alarmantes de desabasto. De acuerdo con este caso de estudio, un modelo de investigación de operaciones puede proporcionar información relevante para el manejo de la disponibilidad de agua para consumo humano, conocer mejor la cantidad de agua que se pierde por las fugas y, por lo tanto, mejorar la gestión de un sistema de suministro de agua.

El uso de la investigación de operaciones puede extenderse al manejo de aguas residuales, la disminución de la contaminación de agua, así como proyectos de impacto ambiental; además de fortalecer este campo en la toma de decisiones y análisis multicriterio, la investigación de operaciones puede contribuir al mejoramiento del ambiente.



---

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

1. Abu-Taleb, M. F., & Mareschal, B. (1995). Water resources planning in the Middle East: Application of the PROMETHEE V multicriteria method. *European Journal of Operational Research*, 81(3), 500–511. [http://doi.org/10.1016/0377-2217\(94\)00007-Y](http://doi.org/10.1016/0377-2217(94)00007-Y)
2. AgroDer. (2012). Huella hídrica en México en el contexto de Norteamérica. WWF México y AgroDer. Recuperado de <http://www.huellahidrica.org/Reports/AgroDer,%202012.%20Huella%20h%C3%ADdrica%20en%20M%C3%A9xico.pdf>
3. Al-Zahrani, M. A., & Ahmad, A. M. (2004). Stochastic goal programming model for optimal blending of desalinated water with groundwater. *Water Resources Management*, 18(4), 339–352. <http://doi.org/10.1023/B:WARM.0000048487.05662.88>
4. Araujo, L.S., Ramos, H. & Coelho, S.T. (2006). Pressure Control for Leakage Minimisation in Water Distribution Systems Management. *Water Resources Management*, 20, 133-149. <http://doi.org/10.1007/s11269-006-4635-3>
5. Baoding, L. (1996). Dependent-chance goal programming and its genetic algorithm based approach. *Mathematical and Computer Modelling*, 24(7), 43–52. [http://doi.org/10.1016/0895-7177\(96\)00125-2](http://doi.org/10.1016/0895-7177(96)00125-2)
6. Borovik, I., Ulanicki, B. & Skworcow P. (2009). Bursts identification in water distribution systems. *World Environmental and Water Resources Congress 2009*, 1–8.
7. Bravo, M., & Gonzalez, I. (2009). Applying stochastic goal programming: A case study on water use planning. *European Journal of Operational Research*, 196(3), 1123–1129. <http://doi.org/10.1016/j.ejor.2008.04.034>
8. CONAGUA. (2012). *Manual de Incremento de Eficiencia Física , Hidráulica y Energética en Sistemas de Agua Potable*. Recuperado de <http://www.conagua.gob.mx/CONAGUA07/Publicaciones/Publicaciones/SGAPDS-1-12.pdf>
9. CONAGUA. (2013). *Estadísticas del Agua en México, edición 2013*. Recuperado de <http://www.agua.org.mx/biblioteca-tematica/estadisticas/30681-estadisticas-del-agua-en-mexico-edicion-2013>.
10. CONAGUA. (2015). *Estadísticas del Agua en México, edición 2015*. Recuperado de <http://www.conagua.gob.mx/CONAGUA07/Publicaciones/Publicaciones/EAM2015.pdf>.
11. CONAGUA. (2016a). *Estadísticas del Agua en México, edición 2016*. Recuperado de [http://www.agua.unam.mx/assets/pdfs/novedades/EstadisticasdelAguaMexico2016\\_CONAGUA.pdf](http://www.agua.unam.mx/assets/pdfs/novedades/EstadisticasdelAguaMexico2016_CONAGUA.pdf).
12. CONAGUA. (2016b). *Manual de agua potable, alcantarillado y saneamiento: Datos básicos para proyectos de agua potable y alcantarillado*. Recuperado de <http://aneas.com.mx/wp-content/uploads/2016/04/SGAPDS-1-15-Libro4.pdf>.

13. CONEVAL. (2017). *Comunicado de prensa No. 09*. Recuperado de <https://www.coneval.org.mx/SalaPrensa/Comunicadosprensa/Documents/Comunicado-09-Medicion-pobreza-2016.pdf>
14. FEA. (2006) *El agua en México: lo que todos y todas debemos saber*. Recuperado de [https://www.cemda.org.mx/wp-content/uploads/2011/12/agua-mexico\\_001.pdf](https://www.cemda.org.mx/wp-content/uploads/2011/12/agua-mexico_001.pdf)
15. García, A. M. (1998). *Programación estocástica por metas. teoría y aplicaciones económicas* (tesis doctoral). Recuperado de <http://biblioteca.ucm.es/tesis/19972000/S/2/S2024301.pdf>
16. George, B., Malano, H., Davidson, B., Hellegers, P., Bharati, L., & Massuel, S. (2011). An integrated hydro-economic modelling framework to evaluate water allocation strategies I: Model development. *Agricultural Water Management*, 98(5), 733–746. <http://doi.org/10.1016/j.agwat.2010.12.004>
17. González, E.P. (1982). *Un modelo de programación por metas para distribución de recursos académicos* (tesis de maestría). Recuperado de <http://eprints.uanl.mx/33/1/1020070103.PDF>
18. Hillier, F.S. & Lieberman, G. J. (2010). *Introducción a la Investigación de Operaciones*. Ciudad de México, México: McGraw-Hill/Interamericana Editores, S. A. de C.V.
19. IFRC. (2005). *La iniciativa mundial de agua y saneamiento para 2005-2025*. Recuperado de <http://www.ifrc.org/Global/Documents/Secretariat/201503/1290200GWSI%20leaflet%2%AD2015-SP-LR.pdf>
20. Ignizio, J. P. (1983). Generalized goal programming an overview. *Comput. & Ops. Res.*, 10(4), 277–289.
21. Ímaz, M., González, M., Ayala, D., Beristain, A., Delgado, G. C., García, C., Armendáriz, C. & Maserá, O. (2015). *Nuestra huella en el planeta; tomo 4: Siguiendo la huella, el impacto de las actividades humanas*. México, D.F.: Universidad Nacional Autónoma de México, Dirección General de Divulgación de la Ciencia, Programa Universitario de Estrategia para la Sustentabilidad y Siglo XXI editores.
22. INEGI. (2010a). *Compendio de información geográfica municipal 2010, San Martín Texmelucan, Puebla*. Recuperado de <http://www.inegi.org.mx/geo/contenidos/topografia/compendio.aspx>.
23. INEGI. (2010b). *Censo de Población y Vivienda 2010*. Recuperado de [http://www.inegi.org.mx/est/lista\\_cubos/consulta.aspx?p=pob&c=1](http://www.inegi.org.mx/est/lista_cubos/consulta.aspx?p=pob&c=1).
24. INEGI. (2016). *Estadísticas a propósito del día mundial del agua*. Recuperado de [http://www.inegi.org.mx/saladeprensa/aproposito/2016/agua2016\\_0.pdf](http://www.inegi.org.mx/saladeprensa/aproposito/2016/agua2016_0.pdf)
25. Islam, M. S., Sadiq, R., Rodríguez, M. J., Francisque, A., Najjaran, H., Naser, B. & Hoorfar, M.(2012). Evaluating leakage potential in water distribution systems : a fuzzy-based methodology. *Journal of Water Supply: Research and Technology*, 61(4), 240-252. <http://doi.org/10.2166/aqua.2012.151>
26. Landry, M., Malouin, J. L. & Oral, M. (1983). Model validation in operations research. *European Journal of Operational Research*, 14, 207-220. [http://doi.org/10.1016/0377-2217\(83\)90257-6](http://doi.org/10.1016/0377-2217(83)90257-6)

27. Landry, M., & Oral, M. (1993). In search of a valid view of model validation for operations research. *European Journal of Operational Research*, 66, 161–167. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(93\)90310-J](https://doi.org/10.1016/0377-2217(93)90310-J)
28. Li, M., Guo, P., Singh, V. P., & Yang, G. (2016). An uncertainty-based framework for agricultural water-land resources allocation and risk evaluation. *Agricultural Water Management*, 177, 10–23. <http://doi.org/10.1016/j.agwat.2016.06.011>
29. LINDO Systems Inc. (2013). LINGO: *The Modeling Language and Optimizer*. Recuperado de <http://www.lindo.com>
30. Lezama, I. B. (2008). *Identificación de variables relevantes en modelos de toma de decisiones con diagramas de influencia*.
31. Miser, H. J. (1993). A foundational concept of science appropriate for validation in operational research. *European Journal of Operational Research*, 66, 204–215. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(93\)90313-C](https://doi.org/10.1016/0377-2217(93)90313-C)
32. Mutikanga, H. E., & Sharma, S. K. (2011). Multi-criteria Decision Analysis : A Strategic Planning Tool for Water Loss Management. *Water Resour Manage*, 101, 3947–3969. <http://doi.org/10.1007/s11269-011-9896-9>
33. Noh de la Cruz, N., y Elizondo Cortés, M. (2017). LINGO (El software volandero No. 101). Ciudad de México.
34. ONU. (2011). Oficina del Alto Comisionado de las Naciones Unidas para los Derechos Humanos en Ginebra. *El derecho al agua*. Recuperado de <http://www.ohchr.org/Documents/Publications/FactSheet35sp.pdf>
35. ONU. (2010). Programa de ONU-Agua para la promoción y la comunicación en el marco del Decenio y Consejo de Colaboración para el Abastecimiento de Agua y Saneamiento. *El derecho humano al agua y al saneamiento*. Recuperado de [http://www.un.org/spanish/waterforlifedecade/pdf/human\\_right\\_to\\_water\\_and\\_sanitation\\_media\\_brief\\_spa.pdf](http://www.un.org/spanish/waterforlifedecade/pdf/human_right_to_water_and_sanitation_media_brief_spa.pdf)
36. Oral, M., & Kettani, O. (1993). The facets of the modeling and validation process in operations research. *European Journal of Operational Research*, 66, 216–234. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(93\)90314-D](https://doi.org/10.1016/0377-2217(93)90314-D)
37. Pal, B. B., Goswami, S. B., Sen, S., & Banerjee, D. (2012). Using fuzzy goal programming for long-term water resource allocation planning in agricultural system: A case study. *Communications in Computer and Information Science*, 283 CCIS(1), 170–184. [http://doi.org/10.1007/978-3-642-28926-2\\_18](http://doi.org/10.1007/978-3-642-28926-2_18)
38. Programa de Apoyo al Desarrollo Hidráulico de los Estados de Puebla, Oaxaca y Tlaxcala. (2017). *San Martín Texmelucan*. Ciudad de México, México: Universidad Nacional Autónoma de México. Recuperado de <http://www.agua.unam.mx/padhpot/snmartin.html>
39. Ribeiro, L., Sousa, J., Marques, A. S., & Simões, N. E. (2015). Locating Leaks with TrustRank Algorithm Support. *Water*, 7, 1378–1401. <http://doi.org/10.3390/w7041378>

40. Romero, C. (1996). *Análisis de las decisiones multicriterio*. Madrid, España: Isdefe
41. Romero, C. (2003). Programación por metas (goal programming): pasado, presente y futuro. *Encyclopedia of Information Systems*, 2, 489–500. <http://doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/B0-12-227240-4/00082-4>
42. SEMARNAT (2012). *Informe de la Situación del Medio Ambiente en México, Compendio de Estadísticas Ambientales Indicadores Clave y de Desempeño Ambiental*. Recuperado de [http://apps1.semarnat.gob.mx/dgeia/informe\\_12/pdf/Informe\\_2012.pdf](http://apps1.semarnat.gob.mx/dgeia/informe_12/pdf/Informe_2012.pdf)
43. SEMARNAT Y CONAGUA. (2014). *Programa Nacional Hídrico 2014-2018*. Recuperado de <http://www.conagua.gob.mx/conagua07/contenido/documentos/PNH2014-2018.pdf>
44. Shafiee, M. E., Berglund, A., Berglund, E. Z., Brill, E. D. & Mahinthakumar, G. (2014). Evolutionary Computation-Based Decision-Making Framework for Designing Water Networks to Minimize Background Leakage. *Procedia Engineering*, 89, 118–125. <http://doi.org/10.1016/j.proeng.2014.11.167>
45. Tzatchkov, V. G. y Alcocer-Yamanaka, V. H. (2016). Modelación de la variación del consumo de agua potable con métodos estocásticos. *Tecnología y Ciencias del Agua*, 8(3), 115-133.
46. Wardlaw, R., & Barnes, J. (1999). Optimal Allocation of Irrigation Water Supplies in Real Time. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 125(6), 345–354. [http://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9437\(1999\)125:6\(345\)](http://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9437(1999)125:6(345))
47. WWAP. (2003). *Informe de las Naciones Unidas sobre el Desarrollo de los Recursos hídricos en el Mundo: Agua para todos, agua para la vida*. Recuperado de <http://www.un.org/esa/sustdev/sdissues/water/WWDR-spanish-129556s.pdf>
48. WWAP. (2015). *Informe de las Naciones Unidas sobre los recursos hídricos en el mundo 2015: Agua para un mundo sostenible datos y cifras*. Recuperado de [http://www.unesco.org/new/fileadmin/MULTIMEDIA/HQ/SC/images/WWDR2015\\_Facts\\_Figures\\_SPA\\_web.pdf](http://www.unesco.org/new/fileadmin/MULTIMEDIA/HQ/SC/images/WWDR2015_Facts_Figures_SPA_web.pdf)
49. WWF. (2010). *Serie seguridad hídrica de WWF-4, ¿qué son los riesgos hídricos?* Recuperado de [http://www.agua.unam.mx/humedales/assets/materialdifusion/WWF\\_QueSonLosRiesgosHidricos.pdf](http://www.agua.unam.mx/humedales/assets/materialdifusion/WWF_QueSonLosRiesgosHidricos.pdf)
50. Xin, K., Tao, T., Lu, Y., Xiong, X., & Li, F. (2014). Apparent Losses Analysis in District Metered Areas of Water Distribution Systems. *Water Resource Manage*, 28(3), 683–696. <http://doi.org/10.1007/s11269-013-0508-8>
51. Xu, Q., Chen, Q., Qi, S. & Cai, D. (2015). Improving water and energy metabolism efficiency in urban water supply system through pressure stabilization by optimal

operation on water tanks. *Ecological Informatics*, 26, 111-116.  
<http://doi.org/10.1016/j.ecoinf.2014.09.007>

52. Yazdanian, A., Peralta, R.C. (1986). Sustained-yield ground water planning by goal programming. *Ground Water*, 24(2), 157-165.

## **ANEXO 1. TABLA DE SIGLAS**

En la Tabla A1 se presenta el listado de siglas de instituciones (mencionadas en los capítulos 1 y 2) con sus respectivos significados.

Tabla A1. Lista de siglas y su significado

<b>SIGLA</b>	<b>SIGNIFICADO DE SIGLA</b>
CIDE	Centro de Investigación y Docencias Económicas
CONAGUA	Comisión Nacional del Agua
CONEVAL	Consejo Nacional de Evaluación Política de Desarrollo Social
FEA	Fondo para la Comunicación y la Educación Ambiental, A.C.
IFCR	<i>International Federation of Red Cross and Red Crescent Societies</i> (Federación Internacional de Sociedades de la Cruz Roja y de la Media Luna)
INAFED	Instituto Nacional para el Federalismo y el Desarrollo Municipal
INEGI	Instituto Nacional de Estadística y Geografía
OMS	Organización Mundial de la Salud
ONU	Organización de las Naciones Unidas
PADHPOT	Programa de Apoyo al Desarrollo Hidráulico de los Estados de Puebla, Oaxaca y Tlaxcala
PUMAGUA	Programa de Manejo, Uso y Reúso del Agua en la Universidad Nacional Autónoma de México
SEMARNAT	Secretaría del Medio Ambiente y Recursos Naturales
SOSAPATEX	Sistema Operador de los Servicios de Agua Potable y Alcantarillado del municipio de San Martín Texmelucan
SWCC	<i>Saline Water Conservation Corporation</i> (Corporación de Conservación de Agua Salina)
UNESCO	<i>United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization</i> (Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura)

WWAP *World Water Assessment Programme* (Programa Mundial de Evaluación de los Recursos Hídricos)

WWF *World Wildlife Fund* (Fondo Mundial para la Naturaleza)

---

Elaboración propia

## ANEXO 2. TABLA DE ÁREAS GEOESTADÍSTICAS

En esta tabla se presenta los datos de la población de San Martín Texmelucan de Labastida por áreas geoestadísticas, los cuales fueron utilizados para calcular la población de los ocho sectores propuestos por PADHPOT.

Tabla A2 Población por sectores y por Áreas Geoestadísticas Básicas de San Martín Texmelucan de Labastida

<b>Áreas geoestadísticas básicas (AGEB)</b>		
<b>Clave geográfica</b>	<b>Población</b>	<b>Sector</b>
(2113200010020)	4,774	7
(211320001004A)	5,367	3
(2113200010054)	2,538	7
(2113200010177)	2,778	1
(2113200010209)	1,646	3
(2113200010213)	2,714	3
(2113200010247)	1,930	3
(2113200010321)	4,810	8
(2113200010336)	5,810	6
(2113200010340)	5,385	7
(2113200010355)	3,223	6
(211320001036A)	2,397	5
(2113200010374)	3,126	2
(2113200010389)	4,903	4
(2113200010393)	2,285	4
(2113200010406)	2,829	1
(2113200010410)	4,807	3
(2113200010425)	2,920	4
(2113200010529)	2,243	8
(2113200010533)	2,787	8
(2113200010548)	2,798	3
(2113200010552)	2,057	3
(2113200010567)	338	8
(2113200010656)	9	5
(2113200010660)	588	1
(2113200010675)	80	8
(211320001068A)	272	1
(2113200010707)	104	8
<b>TOTAL</b>	<b>75,518</b>	

Adaptado de los resultados obtenidos por el Sistema para la Consulta de Información Censal 2010 (SCINCE), por Instituto Nacional de Estadística y Geografía.



### **ANEXO 3. TABLA DEL VOLUMEN DE AGUA ANUAL SUMINISTRADO POR LOS POZOS**

La Tabla A3 presenta el volumen de agua anual que cada pozo suministra. Este cálculo del volumen se realizó con base en el gasto medio presentado en la Tabla 2.1 del Capítulo 2.

Tabla A3. Volumen de agua anual suministrado por los pozos.

<b>Pozo</b>	<b>Volumen de agua suministrado (<math>m^3/año</math>)</b>	<b>Tanque suministrado</b>
Pozo 1	1,862,200.80	Tanque 1
Pozo 2	946,395.36	Tanque 1
Pozo 3	1,857,785.76	Tanque 3
Pozo 4	313,783.20	Tanque 4
Pozo 5	361,087.20	Tanque 5
Pozo 6	635,765.76	Tanque 6

Elaboración propia basada en la información proporcionada por PADHPOT.

### **ANEXO 4. TABLA DE FUGAS DE LOS TANQUES**

La Tabla A4 muestra las fugas por cada tanque.

Tabla A4. Fugas de los tanques.

<b>Tanque</b>	<b>Fugas del tanque (<math>l/s</math>)</b>	<b>Fugas del tanque (<math>m^3/año</math>)</b>
Tanque 1	31.25	985,500
Tanque 3	21.5	678,024
Tanque 4	3	94,608
Tanque 5	0	0
Tanque 6	7.5	236,520

Elaboración propia basada en la información proporcionada por PADHPOT.

**ANEXO 5. FORMULACIÓN DEL PRIMER PROGRAMA LINEAL CON EL MÉTODO SECUENCIAL  
PARA RESOLVER PROGRAMACIÓN POR METAS LEXICOGRÁFICO**

Como se mencionó en el Capítulo 4, debido a que es muy importante el cumplimiento del suministro promedio de agua recomendado por CONAGUA a todos los sectores, la meta 1 se establece como la prioridad más alta. De esta forma el primer programa lineal corresponderá a esta prioridad.

Para lograr el cumplimiento de esta prioridad en la función objetivo se minimizará las variables de desviación no deseadas asociadas a la meta 1. La estructura de la formulación se mantiene como el modelo base a excepción de la función objetivo, por lo tanto, el modelo se enuncia de la siguiente manera:

$$\text{Minimizar } z = y_1^- + y_2^- + y_3^- + y_4^- + y_5^- + y_6^- + y_7^- + y_8^- + y_9^-$$

*sujeto a:*

*Meta 1*

$$\begin{aligned} 0.6491x_{111} + 0.6491x_{112} + y_1^- - y_1^+ &= 331,391.9206 && (\text{Sector 1}) \\ 0.1723x_{211} + 0.1723x_{212} + y_2^- - y_2^+ &= 162,397.1067 && (\text{Sector 2}) \\ 0.6350x_{333} + y_3^- - y_3^+ &= 1,107,531.6436 && (\text{Sector 3}) \\ 0.6985x_{444} + y_4^- - y_4^+ &= 525,115.1486 && (\text{Sector 4}) \\ 0.2898x_{511} + 0.2898x_{512} + y_5^- - y_5^+ &= 124,992.7827 && (\text{Sector 5}) \\ 0.628x_{666} + y_6^- - y_6^+ &= 469,268.4149 && (\text{Sector 6}) \\ 0.1723x_{711} + 0.1723x_{712} + y_7^- - y_7^+ &= 659,614.8637 && (\text{Sector 7}) \\ 0.1723x_{811} + 0.1723x_{812} + y_8^- - y_8^+ &= 538,310.5629 && (\text{Sector 8}) \\ 0.7467x_{M55} + y_9^- - y_9^+ &= 4,571.6396 && (\text{Localidad el Moral}) \end{aligned}$$

*Meta 2*

$$\begin{aligned} x_{111} + x_{211} + x_{511} + x_{711} + x_{811} + y_{10}^- - y_{10}^+ &= 1,702,944 && (\text{Pozo 1}) \\ x_{112} + x_{212} + x_{512} + x_{712} + x_{812} + y_{11}^- - y_{11}^+ &= 567,648 && (\text{Pozo 2}) \\ x_{333} + y_{12}^- - y_{12}^+ &= 1,608,336 && (\text{Pozo 3}) \\ x_{444} + y_{13}^- - y_{13}^+ &= 294,993 && (\text{Pozo 4}) \end{aligned}$$

$$x_{M55} + y_{14}^- - y_{14}^+ = 361,087.20 \quad (\text{Pozo 5})$$

$$x_{666} + y_{15}^- - y_{15}^+ = 1,051,200 \quad (\text{Pozo 6})$$

### Meta 3

$$\begin{aligned} &0.30355x_{111} + 0.36835x_{112} + 0.30355x_{211} + 0.36835x_{212} + 0.41700x_{333} + \\ &0.36271x_{444} + 0.30355x_{511} + 0.36835x_{512} + 0.70525x_{666} + 0.30355x_{711} + \\ &0.36835x_{712} + 0.30355x_{811} + 0.36835x_{812} + 0.22764x_{M55} + y_{16}^- - y_{16}^+ \\ &= 2,235,261 \end{aligned}$$

### Meta 4

$$\begin{aligned} &0.11862x_{111} + 0.11862x_{112} + 0.11862x_{211} + 0.11862x_{212} + 0.11862x_{333} + \\ &0.11862x_{444} + 0.11862x_{511} + 0.11862x_{512} + 0.11862x_{666} + 0.11862x_{711} + \\ &0.11862x_{712} + 0.11862x_{811} + 0.11862x_{812} + 0.11862x_{M55} + y_{17}^- - y_{17}^+ \\ &= 619,803.853 \end{aligned}$$

### Atributos relevantes

$$x_{111} + x_{112} > 0 \quad (\text{Sector 1})$$

$$x_{211} + x_{212} > 0 \quad (\text{Sector 2})$$

$$x_{333} > 0 \quad (\text{Sector 3})$$

$$x_{444} > 0 \quad (\text{Sector 4})$$

$$x_{511} + x_{512} > 0 \quad (\text{Sector 5})$$

$$x_{666} > 0 \quad (\text{Sector 6})$$

$$x_{711} + x_{712} > 0 \quad (\text{Sector 7})$$

$$x_{811} + x_{812} > 0 \quad (\text{Sector 8})$$

$$x_{M55} > 0 \quad (\text{Localidad el Moral})$$

De esta formulación en el Anexo 6 se puede observar que las variables de desviación no deseadas se minimizaron a cero, por lo tanto, este nivel de prioridad se cumple.

## ANEXO 6. RESULTADOS DEL MODELO DE PROGRAMACIÓN POR METAS LEXICOGRÁFICO

Los resultados obtenidos en LINGO del primer y segundo programa lineal del modelo de programación por metas lexicográfico resuelto con el método secuencial son los siguientes:

### 1. PRIMER PROGRAMA LINEAL:

Global optimal solution found.

Objective value: 0.000000

Total solver iterations: 0

Variable	Value	Reduced Cost
YN1	0.000000	1.000000
YN2	0.000000	1.000000
YN3	0.000000	1.000000
YN4	0.000000	1.000000
YN5	0.000000	1.000000
YN6	0.000000	1.000000
YN7	0.000000	1.000000
YN8	0.000000	1.000000
YN9	0.000000	1.000000
X111	0.000000	0.000000
X112	510540.6	0.000000
YP1	0.000000	0.000000
X211	0.000000	0.000000
X212	942525.3	0.000000
YP2	0.000000	0.000000
X333	1744144.	0.000000
YP3	0.000000	0.000000
X444	751775.4	0.000000
YP4	0.000000	0.000000
X511	0.000000	0.000000
X512	431307.0	0.000000
YP5	0.000000	0.000000
X666	747242.7	0.000000
YP6	0.000000	0.000000
X711	0.000000	0.000000
X712	3828293.	0.000000
YP7	0.000000	0.000000
X811	0.000000	0.000000
X812	3124263.	0.000000
YP8	0.000000	0.000000
XM55	6122.458	0.000000
YP9	0.000000	0.000000
YN10	1702944.	0.000000
YP10	0.000000	0.000000
YN11	0.000000	0.000000
YP11	8269281.	0.000000
YN12	0.000000	0.000000
YP12	135808.3	0.000000
YN13	0.000000	0.000000
YP13	456782.4	0.000000
YN14	354964.7	0.000000
YP14	0.000000	0.000000
YN15	303957.3	0.000000
YP15	0.000000	0.000000
YN16	0.000000	0.000000
YP16	2548193.	0.000000
YN17	0.000000	0.000000
YP17	813862.9	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	0.000000	-1.000000
2	0.000000	0.000000
3	0.000000	0.000000
4	0.000000	0.000000
5	0.000000	0.000000
6	0.000000	0.000000
7	0.000000	0.000000
8	0.000000	0.000000
9	0.000000	0.000000
10	0.000000	0.000000
11	0.000000	0.000000
12	0.000000	0.000000
13	0.000000	0.000000
14	0.000000	0.000000
15	0.000000	0.000000
16	0.000000	0.000000
17	0.000000	0.000000
18	0.000000	0.000000
19	510540.6	0.000000
20	942525.3	0.000000
21	1744144.	0.000000
22	751775.4	0.000000
23	431307.0	0.000000
24	747242.7	0.000000
25	3828293.	0.000000
26	3124263.	0.000000
27	6122.458	0.000000

## 2. SEGUNDO PROGRAMA LINEAL:

Global optimal solution found.

Objective value: 9985134.

Total solver iterations: 6

Variable	Value	Reduced Cost
YP10	6566337.	0.000000
YP11	0.000000	0.6480000E-01
YP12	135808.3	0.000000
YP13	456782.4	0.000000
YP14	0.000000	1.000000
YP15	0.000000	1.000000
YP16	2012344.	0.000000
YP17	813862.9	0.000000
X111	510540.6	0.000000
X112	0.000000	0.000000
YN1	0.000000	0.000000
YP1	0.000000	2.190988
X211	374877.3	0.000000
X212	567648.0	0.000000
YN2	0.000000	0.000000
YP2	0.000000	8.254034
X333	1744144.	0.000000
YN3	0.000000	0.000000
YP3	0.000000	2.418299
X444	751775.4	0.000000
YN4	0.000000	0.000000
YP4	0.000000	2.120730
X511	431307.0	0.000000

X512	0.000000	0.000000
YN5	0.000000	0.000000
YP5	0.000000	4.907419
X666	747242.7	0.000000
YN6	0.000000	0.000000
YP6	0.000000	1.311895
X711	3828293.	0.000000
X712	0.000000	0.000000
YN7	0.000000	0.000000
YP7	0.000000	8.254034
X811	3124263.	0.000000
X812	0.000000	0.000000
YN8	0.000000	0.000000
YP8	0.000000	8.254034
XM55	6122.458	0.000000
YN9	0.000000	0.000000
YP9	0.000000	0.4637204
YN10	0.000000	1.000000
YN11	0.000000	0.9352000
YN12	0.000000	1.000000
YN13	0.000000	1.000000
YN14	354964.7	0.000000
YN15	303957.3	0.000000
YN16	0.000000	1.000000
YN17	0.000000	1.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	9985134.	-1.000000
2	0.000000	-2.190988
3	0.000000	-8.254034
4	0.000000	-2.418299
5	0.000000	-2.120730
6	0.000000	-4.907419
7	0.000000	-1.311895
8	0.000000	-8.254034
9	0.000000	-8.254034
10	0.000000	-0.4637204
11	0.000000	1.000000
12	0.000000	0.9352000
13	0.000000	1.000000
14	0.000000	1.000000
15	0.000000	0.000000
16	0.000000	0.000000
17	0.000000	1.000000
18	0.000000	1.000000
19	510540.6	0.000000
20	942525.3	0.000000
21	1744144.	0.000000
22	751775.4	0.000000
23	431307.0	0.000000
24	747242.7	0.000000
25	3828293.	0.000000
26	3124263.	0.000000
27	6122.458	0.000000
28	0.000000	2.190988
29	0.000000	8.254034
30	0.000000	2.418299
31	0.000000	2.120730
32	0.000000	4.907419
33	0.000000	1.311895
34	0.000000	8.254034
35	0.000000	8.254034
36	0.000000	0.4637204

**ANEXO 7. RESULTADOS DE LA VALIDACIÓN DEL MODELO DE PROGRAMACIÓN POR METAS  
LEXICOGRÁFICO**

Los resultados de la validación del modelo de programación por metas lexicográfico resuelto con el método secuencial son los siguientes:

Global optimal solution found.  
Objective value: 230122.1  
Total solver iterations: 9

Variable	Value	Reduced Cost
YP10	0.000000	1.000000
YP11	0.000000	1.000000
YP12	0.000000	1.000000
YP13	230122.1	0.000000
YP14	0.000000	1.000000
YP15	0.000000	1.000000
YP16	0.000000	1.000000
YP17	0.000000	1.000000
X111	217628.7	0.000000
X112	567648.0	0.000000
YN1	0.000000	0.000000
YP1	453884.8	0.000000
X211	162397.1	0.000000
X212	0.000000	0.000000
YN2	0.000000	0.000000
YP2	0.000000	0.000000
X333	1107532.	0.000000
YN3	0.000000	0.000000
YP3	0.000000	0.000000
X444	525115.1	0.000000
YN4	0.000000	0.000000
YP4	0.000000	1.000000
X511	124992.8	0.000000
X512	0.000000	0.000000
YN5	0.000000	0.000000
YP5	0.000000	0.000000
X666	469268.4	0.000000
YN6	0.000000	0.000000
YP6	0.000000	0.000000
X711	659614.9	0.000000
X712	0.000000	0.000000
YN7	0.000000	0.000000
YP7	0.000000	0.000000
X811	538310.6	0.000000
X812	0.000000	0.000000
YN8	0.000000	0.000000
YP8	0.000000	0.000000
XM55	4571.640	0.000000
YN9	0.000000	0.000000
YP9	0.000000	0.000000
YN10	0.000000	0.000000
YN11	0.000000	0.000000
YN12	500804.4	0.000000
YN13	0.000000	1.000000
YN14	356515.6	0.000000
YN15	581931.6	0.000000
YN16	524941.8	0.000000
YN17	100594.8	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	230122.1	-1.000000
2	0.000000	0.000000
3	0.000000	0.000000
4	0.000000	0.000000
5	0.000000	-1.000000
6	0.000000	0.000000
7	0.000000	0.000000
8	0.000000	0.000000
9	0.000000	0.000000
10	0.000000	0.000000
11	0.000000	0.000000
12	0.000000	0.000000
13	0.000000	0.000000
14	0.000000	1.000000
15	0.000000	0.000000
16	0.000000	0.000000
17	0.000000	0.000000
18	0.000000	0.000000
19	785276.7	0.000000
20	162397.1	0.000000
21	1107532.	0.000000
22	525115.1	0.000000
23	124992.8	0.000000
24	469268.4	0.000000
25	659614.9	0.000000
26	538310.6	0.000000
27	4571.640	0.000000
28	0.000000	0.000000
29	0.000000	0.000000
30	0.000000	0.000000
31	0.000000	1.000000
32	0.000000	0.000000
33	0.000000	0.000000
34	0.000000	0.000000
35	0.000000	0.000000
36	0.000000	0.000000



## **ANEXO 8. TABLA DE SUMINISTRO DE AGUA RECOMENDADO POR LA OMS**

La Tabla A5 muestra el suministro de agua recomendado por la OMS por sectores, cabe mencionar que la cantidad de agua que la OMS sugiere por persona para satisfacer sus necesidades básicas es de 100 l/día.

Tabla A5 Suministro de agua recomendado por la OMS por sectores.

<b>Sectores</b>	<b>Número de población</b>	<b>Cantidad de agua anual requerida por sector (m<sup>3</sup>/año)</b>
1	6,379	232,833.50
2	3,126	114,099.00
3	21,319	778,143.50
4	10,108	368,942.00
5	2,406	87,819.00
6	9,033	329,704.50
7	12,697	463,440.50
8	10,362	378,213.00
Moral	88	3,212.00
<b>Total</b>	<b>75,518</b>	<b>2,756,407.00</b>

Elaboración propia

**ANEXO 9. RESULTADOS DEL ESCENARIO 1: PROGRAMACIÓN POR METAS LEXICOGRÁFICAS  
CONSIDERANDO EL SUMINISTRO DE AGUA RECOMENDADO POR LA OMS**

Los resultados del segundo programa lineal del escenario 1 en LINGO el cual considera el suministro de agua recomendado por la OMS, son los siguientes:

Global optimal solution found.  
Objective value: 5318861.  
Total solver iterations: 9

Variable	Value	Reduced Cost
YP10	3938169.	0.000000
YP11	0.000000	0.6480000E-01
YP12	0.000000	1.000000
YP13	233198.8	0.000000
YP14	0.000000	1.000000
YP15	0.000000	1.000000
YP16	760014.2	0.000000
YP17	387479.7	0.000000
X111	358702.0	0.000000
X112	0.000000	0.000000
YN1	0.000000	0.000000
YP1	0.000000	2.190988
X211	662211.3	0.000000
X212	0.000000	0.000000
YN2	0.000000	0.000000
YP2	0.000000	8.254034
X333	1225423.	0.000000
YN3	0.000000	0.000000
YP3	0.000000	0.8434961
X444	528191.8	0.000000
YN4	0.000000	0.000000
YP4	0.000000	2.120730
X511	303033.1	0.000000
X512	0.000000	0.000000
YN5	0.000000	0.000000
YP5	0.000000	4.907419
X666	525007.2	0.000000
YN6	0.000000	0.000000
YP6	0.000000	1.311895
X711	2122082.	0.000000
X712	567648.0	0.000000
YN7	0.000000	0.000000
YP7	0.000000	8.254034
X811	2195084.	0.000000
X812	0.000000	0.000000
YN8	0.000000	0.000000
YP8	0.000000	8.254034
XM55	4301.594	0.000000
YN9	0.000000	0.000000
YP9	0.000000	0.4637204
YN10	0.000000	1.000000
YN11	0.000000	0.9352000
YN12	382913.2	0.000000
YN13	0.000000	1.000000
YN14	356785.6	0.000000
YN15	526192.8	0.000000
YN16	0.000000	1.000000
YN17	0.000000	1.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	5318861.	-1.000000
2	0.000000	-2.190988
3	0.000000	-8.254034
4	0.000000	-0.8434961
5	0.000000	-2.120730
6	0.000000	-4.907419
7	0.000000	-1.311895
8	0.000000	-8.254034
9	0.000000	-8.254034
10	0.000000	-0.4637204
11	0.000000	1.000000
12	0.000000	0.9352000
13	0.000000	0.000000
14	0.000000	1.000000
15	0.000000	0.000000
16	0.000000	0.000000
17	0.000000	1.000000
18	0.000000	1.000000
19	358702.0	0.000000
20	662211.3	0.000000
21	1225423.	0.000000
22	528191.8	0.000000
23	303033.1	0.000000
24	525007.2	0.000000
25	2689730.	0.000000
26	2195084.	0.000000
27	4301.594	0.000000
28	0.000000	2.190988
29	0.000000	8.254034
30	0.000000	0.8434961
31	0.000000	2.120730
32	0.000000	4.907419
33	0.000000	1.311895
34	0.000000	8.254034
35	0.000000	8.254034
36	0.000000	0.4637204

**ANEXO 10. RESULTADOS DEL ESCENARIO 2: PROGRAMACIÓN POR METAS LEXICOGRÁFICAS  
CONSIDERANDO EL SUMINISTRO DE AGUA RECOMENDADO POR LA OMS Y SIN LA  
PRESENCIA DE FUGAS**

Los resultados del segundo programa lineal del escenario 2 en LINGO, el cual considera el suministro de agua recomendado por la OMS y la situación donde no existen fugas, son los siguientes:

Global optimal solution found.  
Objective value: 73949.00  
Total solver iterations: 8

Variable	Value	Reduced Cost
YP10	0.000000	1.000000
YP11	0.000000	1.000000
YP12	0.000000	1.000000
YP13	73949.00	0.000000
YP14	0.000000	1.000000
YP15	0.000000	1.000000
YP16	0.000000	1.000000
YP17	0.000000	1.000000
X111	659372.5	0.000000
X112	567648.0	0.000000
YN1	0.000000	0.000000
YP1	994187.0	0.000000
X211	114099.0	0.000000
X212	0.000000	0.000000
YN2	0.000000	0.000000
YP2	0.000000	0.000000
X333	778143.5	0.000000
YN3	0.000000	0.000000
YP3	0.000000	0.000000
X444	368942.0	0.000000
YN4	0.000000	0.000000
YP4	0.000000	1.000000
X511	87819.00	0.000000
X512	0.000000	0.000000
YN5	0.000000	0.000000
YP5	0.000000	0.000000
X666	329704.5	0.000000
YN6	0.000000	0.000000
YP6	0.000000	0.000000
X711	463440.5	0.000000
X712	0.000000	0.000000
YN7	0.000000	0.000000
YP7	0.000000	0.000000
X811	378213.0	0.000000
X812	0.000000	0.000000
YN8	0.000000	0.000000
YP8	0.000000	0.000000
XM55	3212.000	0.000000
YN9	0.000000	0.000000
YP9	0.000000	0.000000
YN10	0.000000	0.000000
YN11	0.000000	0.000000
YN12	830192.5	0.000000
YN13	0.000000	1.000000
YN14	357875.2	0.000000

YN15	721495.5	0.000000
YN16	817679.1	0.000000
YN17	174908.4	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	73949.00	-1.000000
2	0.000000	0.000000
3	0.000000	0.000000
4	0.000000	0.000000
5	0.000000	-1.000000
6	0.000000	0.000000
7	0.000000	0.000000
8	0.000000	0.000000
9	0.000000	0.000000
10	0.000000	0.000000
11	0.000000	0.000000
12	0.000000	0.000000
13	0.000000	0.000000
14	0.000000	1.000000
15	0.000000	0.000000
16	0.000000	0.000000
17	0.000000	0.000000
18	0.000000	0.000000
19	1227020.	0.000000
20	114099.0	0.000000
21	778143.5	0.000000
22	368942.0	0.000000
23	87819.00	0.000000
24	329704.5	0.000000
25	463440.5	0.000000
26	378213.0	0.000000
27	3212.000	0.000000
28	0.000000	0.000000
29	0.000000	0.000000
30	0.000000	0.000000
31	0.000000	1.000000
32	0.000000	0.000000
33	0.000000	0.000000
34	0.000000	0.000000
35	0.000000	0.000000
36	0.000000	0.000000

**ANEXO 11. RESULTADOS DEL ESCENARIO 3: PROGRAMACIÓN POR METAS LEXICOGRÁFICAS  
CONSIDERANDO EL SUMINISTRO DE AGUA RECOMENDADO POR CONAGUA Y DISMINUCIÓN  
DE RECURSOS HÍDRICOS**

A continuación se presenta los resultados del segundo programa lineal del escenario 3 obtenidos en LINGO.

Global optimal solution found.  
Objective value: 1860395.  
Total solver iterations: 17

Variable	Value	Reduced Cost
YN7	0.000000	0.7345555
YN8	162397.1	0.000000
YN9	290496.8	0.000000
YN10	360273.3	0.000000
YN11	0.000000	0.4054520
YN12	0.000000	1.000000
YN13	587161.5	0.000000
YN14	460066.0	0.000000
YN15	0.000000	1.000000
YP16	0.000000	1.000000
YP17	0.000000	1.000000
X111	510540.6	0.000000
X211	0.000000	0.000000
X511	431307.0	0.000000
X711	420507.3	0.000000
X811	0.000000	0.000000
YN1	0.000000	0.1723000
YP1	0.000000	0.000000
X112	0.000000	0.000000
X212	0.000000	0.000000
X512	0.000000	0.000000
X712	0.000000	0.000000
X812	454118.0	0.000000
YN2	0.000000	0.1723000
YP2	0.000000	0.000000
X333	1286669.	0.000000
YN3	0.000000	0.6350000
YP3	0.000000	0.000000
X444	235994.0	0.000000
YN4	0.000000	0.6985000
YP4	0.000000	0.000000
XM55	6122.458	0.000000
YN5	282747.5	0.000000
YP5	0.000000	0.000000
X666	840960.0	0.000000
YN6	0.000000	0.000000
YP6	0.000000	0.000000
YP7	0.000000	0.2654445
YP8	0.000000	1.000000
YP9	0.000000	1.000000
YP10	0.000000	1.000000
YP11	0.000000	0.5945480
YP12	58854.47	0.000000
YP13	0.000000	1.000000
YP14	0.000000	1.000000
YP15	0.000000	0.000000
YN16	437824.7	0.000000

YN17            123234.6            0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	1860395.	-1.000000
2	0.000000	0.1723000
3	0.000000	0.1723000
4	0.000000	0.6350000
5	0.000000	0.6985000
6	0.000000	0.000000
7	0.000000	0.000000
8	0.000000	-0.2654445
9	0.000000	-1.000000
10	0.000000	-1.000000
11	0.000000	-1.000000
12	0.000000	-0.5945480
13	0.000000	0.000000
14	0.000000	-1.000000
15	0.000000	-1.000000
16	0.000000	0.000000
17	0.000000	0.000000
18	0.000000	0.000000
19	510540.6	0.000000
20	0.000000	0.000000
21	1286669.	0.000000
22	235994.0	0.000000
23	431307.0	0.000000
24	840960.0	0.000000
25	420507.3	0.000000
26	454118.0	0.000000
27	6122.458	0.000000
28	0.000000	0.1723000
29	0.000000	0.1723000
30	0.000000	0.6350000
31	0.000000	0.6985000
32	0.000000	0.000000
33	0.000000	0.000000