



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

DISEÑO Y EVALUACIÓN DE LENTES CÓNICAS
DE FRESNEL

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
FÍSICO

PRESENTA:

OSVALDO PONCE HERNÁNDEZ

TUTOR: DR. MAXIMINO AVENDAÑO ALEJO



Ciudad Universitaria, CDMX, 2018



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Hoja de datos del jurado.

1.- Datos del alumno

Ponce
Hernández
Osvaldo
5545648391
Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Ciencias
Física
410029895

2.- Datos del Tutor

Dr.
Maximino
Avendaño
Alejo

3.- Datos del sinodal 1

Dr.
José Rufino
Díaz
Uribe

4.- Datos del sinodal 2

Dra.
Martha
Rosete
Aguilar

5.- Datos del sinodal 3

Dr.
Alberto
Cordero
Dávila

6.- Datos del sinodal 4

Dr.
Fermín Salomón
Granados
Agustín

7.- Datos del trabajo escrito

Diseño y evaluación de lentes cónicas de Fresnel
83 pp.
2018

*A mamá y papá, Leonor Hernández y Alejandro Ponce.
Por su amor y paciencia inagotables.
Por su apoyo incondicional.*

*A mi tío, Raúl Ponce.
Por una vida dedicada a tender puentes
y expandir horizontes.*

Gracias totales.

*A mi abuela, Teodora Ledezma,
cuyo recuerdo y amor estarán siempre presentes.*

Agradecimientos

Agradezco al Dr. Maximino Avendaño Alejo, tutor y amigo, por las oportunidades brindadas, por todo el tiempo que dedicó a compartir su conocimiento, por su guía y por todo su apoyo.

Agradezco a mi sínodo conformado por los doctores Rufino Díaz, Martha Rosete, Alberto Cordero y Fermín Granados, mencionados en orden de asignación, por todos los comentarios, sugerencias, indicaciones y enseñanzas que recibí durante la revisión de este trabajo.

Agradezco a la Facultad de Ciencias y a la UNAM por el honor de permitirme formar parte de su comunidad, así como por todas las oportunidades brindadas durante mis estudios.

Agradezco a mis compañeros y amigos Gabriel, Diana, Jesús y Martín, por toda su ayuda, clarificando desde las dudas más sencillas hasta aquellas concernientes a temas centrales de este trabajo de tesis.

Agradezco al Instituto de Ciencias Aplicadas y Tecnología, ICAT-UNAM (antes CCADET-UNAM), por todas las facilidades brindadas para el uso de instalaciones y equipo que permitieron la correcta realización y culminación de este trabajo.

Agradezco el apoyo económico recibido por parte del Instituto de Energías Renovables (IER-UNAM), a través del Centro Mexicano de Innovación en Energía Solar (CeMIE-Sol), en el marco de la Convocatoria 2013-02, del Fondo SECTORIAL CONACYT-SENER-SUSTENTABILIDAD ENERGÉTICA, dentro del Proyecto Estratégico No. 207450, Subproyecto P18: “Materiales selectivos y reflejantes para sistemas de conversión de energía solar en energía térmica”, por medio del cual fue posible desarrollar la investigación y apoyar la formación de recursos humanos a nivel licenciatura.

Finalmente, agradezco el apoyo recibido por parte de PAPIIT-UNAM bajo los proyectos #IN112316 e #IN112618.

Resumen

En este trabajo estudiamos la formación de superficies cáusticas producidas por lentes biconvexas cónicas considerando un frente de onda plano propagándose a lo largo del eje óptico e incidiendo sobre la lente bajo prueba. Utilizando las ecuaciones del trazo exacto de rayos, obtenemos la ecuación de las superficies principales, y realizando una expansión en series de Taylor a tercer orden, obtenemos una aproximación polinómica para las superficies cáusticas resultando en una curva denominada parábola semicúbica, así como una aproximación parabólica para las superficies principales en lugar de un plano principal como lo establece la óptica paraxial. Utilizando las aproximaciones a tercer orden de las superficies cáusticas, obtenemos las constantes de conicidad que nos permiten reducir la aberración esférica de una lente biconvexa cónica. Se diseñaron lentes cónicas de Fresnel positivas cuyos diseños fueron basados en lentes cónicas con aberración esférica reducida. Además, se diseñaron lentes de cónicas de Fresnel negativas cuyo diseño se realizó con base en lentes cónicas con superficie cáustica aumentada. Finalmente, se implementó una prueba de pantallas nulas para evaluar una lente de Fresnel de catálogo y se diseñó el experimento que complementó la teoría correspondiente, utilizando una pantalla nula impresa en hojas de acetatos comerciales.

Índice general

Agradecimientos	1
Resumen	2
1. Introducción	7
1.1. Lentes de Fresnel	8
1.2. Pantallas nulas tipo Ronchi.	9
2. Lentes biconvexas cónicas	12
2.1. Preliminares	12
2.2. Superficie cáustica anterior y superficie principal secundaria	14
2.2.1. Aproximación paraxial	19
2.2.2. Aproximación a tercer orden	21
2.3. Superficie cáustica frontal y superficie principal primaria	24
2.3.1. Aproximación paraxial	28
2.3.2. Aproximación a tercer orden	29
2.4. Reducción de la superficie cáustica	32
2.5. Ejemplo.	35
3. Diseño de lentes cónicas de Fresnel	40
3.1. Antecedentes	40
3.2. Diseño de lentes positivas de Fresnel	41
3.3. Diseño de lentes negativas de Fresnel	47
4. Prueba cualitativa con pantallas nulas	50
4.1. Antecedentes	50
4.2. Diseño de pantallas nulas	51
4.2.1. Pantalla de anillos	53
4.2.2. Pantalla tipo Ronchi	54
4.3. Desarrollo experimental	57
4.4. Resultados	58
5. Conclusiones y trabajo a futuro	63
A. Planos principales de una lente simple	66
B. Superficies cáusticas de una lente convexo-plana	70
C. Medición de los parámetros de diseño de una lente Fresnel	74
D. Fórmulas relevantes	77

Índice de figuras

1.1. Fotografías que muestran superficies cáusticas. A la izquierda, cáustica producida por refracción (diacáustica)[37]. A la derecha, cáustica producida por reflexión (catacáustica) [38].	8
1.2. a) Lente de Fresnel exhibida en el Museo Nacional de la Marina en París, Francia [40]. b) Lente de Fresnel exhibida en el Museo del faro de Point Arena en Mendocino County, California, Estados Unidos [41].	9
1.3. Lentes de Fresnel comerciales.	9
1.4. Esquema que muestra la implementación de una prueba con pantallas del tipo Ronchi en un espejo cóncavo [42].	10
1.5. Distintos tipos de rejillas utilizadas en una prueba Ronchi (arriba) en comparación con las imágenes formadas por distintos espejos bajo prueba con aberraciones (abajo) [43].	11
2.1. Esquema del proceso de refracción en una lente biconvexa cónica y formación de la superficie cáustica.	12
2.2. Esquema de la formación de la superficie principal para un conjunto de rayos que se propagan paralelos al eje óptico de izquierda a derecha.	13
2.3. Parámetros para la convención de signos considerando $n_l > n_a$	14
2.4. Parámetros involucrados en el trazo exacto de rayos para el caso de luz propagándose de izquierda a derecha a través de una lente biconvexa cónica con índice de refracción n_l inmersa en un medio con índice de refracción n_a	14
2.5. Esquema del perfil de una lente simple para distintas constantes de conicidad considerando $c_1 > 0$ y $c_2 = 0$	15
2.6. Formación de la superficie principal secundaria de una lente biconvexa cónica considerando a $R_1 > 0$, $R_2 < 0$ y $n_l > n_a$	18
2.7. Superficie cáustica anterior y superficie principal secundaria de una lente biconvexa cónica considerando a $R_1 > 0$, $R_2 < 0$ y $n_l > n_a$	18
2.8. Esquema del plano principal secundario y el foco anterior de una lente biconvexa cónica, considerando $c_1 > 0$, $c_2 < 0$ y $n_l > n_a$	20
2.9. Esquema de las aproximaciones polinomiales a tercer orden de la superficie cáustica anterior y la superficie principal secundaria.	23
2.10. Parámetros involucrados en el trazo exacto de rayos para el caso de luz propagándose de derecha a izquierda a través de una lente biconvexa cónica con índice de refracción n_l inmersa en un medio con índice de refracción n_a	24
2.11. Formación de la superficie principal primaria de una lente biconvexa cónica considerando a $R_1 > 0$, $R_2 < 0$ y $n_l > n_a$. La altura de incidencia h_c es la altura crítica para la cual, si $h > h_c$, se produce reflexión total interna (RTI).	27
2.12. Superficie cáustica frontal y superficie principal primaria de una lente biconvexa cónica, considerando $c_1 > 0$, $c_2 < 0$ y $n_l > n_a$	27
2.13. Esquema del plano principal primario y el foco frontal de una lente biconvexa cónica.	29
2.14. Esquema de las aproximaciones polinomiales a tercer orden de la superficie cáustica frontal y la superficie principal primaria, considerando $c_1 > 0$, $c_2 < 0$ y $n_l > n_a$	32

2.15. Región de coincidencia para una lente simple biconvexa cónica considerando un frente de onda plano que incide de izquierda a derecha (Arriba) y un frente de onda plano que incide de derecha a izquierda (Abajo) para las cuales la superficie cáustica exacta y su correspondiente aproximación a tercer orden difieren en menos del 10%.	33
2.16. Esquema del trazo exacto de rayos de una lente esférica sin reducción de superficie cáustica. a) Frente de onda plano propagándose de izquierda a derecha. b) Frente de onda plano propagándose de derecha a izquierda.	36
2.17. Esquema del trazo exacto de rayos de una lente con reducción de superficie cáustica. a) Frente de onda plano propagándose de izquierda a derecha. b) Frente de onda plano propagándose de derecha a izquierda.	37
2.18. Imagen que muestra las superficies cáusticas y principales exactas de una lente biconvexa cónica considerando $n_l > n_a$ obtenidas usando trazo exacto de rayos.	38
2.19. Imagen que muestra las superficies cáusticas y principales exactas para distintos tipos de lentes simples obtenidas usando trazo exacto de rayos, considerando $n_l > n_a$. a) Lente equiconvexa. b) Menisco positivo. c) Menisco negativo. d) Lente bicóncava.	39
3.1. Lente de Fresnel.	40
3.2. Esquema de una lente de Fresnel.	41
3.3. Esquema del proceso de refracción en una lente de Fresnel en configuración convexo-plana.	42
3.4. Trazo exacto de rayos para una lente en configuración convexo-plana considerando $C_{cp} = 0.0392\text{mm}^{-1}$, $t_{cp} = 20.86$ mm, $k_{cp}^{3^{or}} = -0.5469$ y $n_l > n_a$. a) Lente cónica simple. b) Lente de Fresnel con 100 hendiduras.	43
3.5. Trazo exacto de rayos para una lente en configuración convexo-plana considerando C_{cp} y t_{cp} del ejemplo anterior, $k = -0.9$ y $n_l > n_a$. a) Lente cónica simple. b) Lente de Fresnel con 100 hendiduras.	44
3.6. Esquema del proceso de refracción en una lente Fresnel en configuración plano-convexa.	45
3.7. Trazo exacto de rayos para una lente en configuración plano-convexa, considerando $C_{pc} = -0.0392\text{mm}^{-1}$, $t_{pc} = 20.86$ mm, $k_{pc}^{3^{or}} = -2.2201$ y $n_l > n_a$. a) Lente cónica simple. b) Lente de Fresnel con 100 hendiduras.	46
3.8. Trazo exacto de rayos para una lente en configuración plano-convexa considerando C_{pc} y t_{pc} del ejemplo anterior, $n_l > n_a$ y $k = -1.8$. a) Lente cónica simple. b) Lente de Fresnel con 100 hendiduras.	46
3.9. Reflexión total interna (RTI) en una lente de Fresnel plano-convexa.	47
3.10. Trazo exacto de rayos y superficie cáustica virtual de una lente plano-cóncava esférica considerando $c_1 = 0$, $C_{pc}^- = 0.0392\text{mm}^{-1}$, $t_{pc}^- = 20.86$ mm, $k_2 = 0$ y $n_l > n_a$	48
3.11. Trazo exacto de rayos para una lente en configuración plano-cóncava del ejemplo anterior considerando $n_l > n_a$. a) Lente esférica. b) Lente de Fresnel con 50 hendiduras.	49
4.1. Esquema que muestra la geometría involucrada en el diseño de una pantalla nula para una lente convexo-plana.	51
4.2. Esquema que muestra la relación entre el tamaño del sensor CCD y la superficie evaluada de la lente convexo-plana.	52
4.3. Diagrama que ilustra la geometría para el diseño del patrón ordenado ideal para una pantalla nula de anillos. a) Imagen prediseñada en el sensor CCD. b) Parámetros considerados en el diseño del patrón ordenado.	53
4.4. a) Diseño del patrón ordenado ideal para una prueba por pantallas nulas de anillos considerando un sensor de 5.95 mm \times 4.76 mm. b) Pantalla nula para una lente convexo-plana de 50 mm de diámetro.	54
4.5. Pantalla nula de anillos para una lente convexo-plana de 50 mm de diámetro. a) 5 anillos. b) 7 anillos. c) 9 anillos. d) 11 anillos.	54
4.6. Patrón ordenado de franjas iluminadas a partir del cual se diseñarán las pantallas nulas tipo Ronchi. a) Diseño del patrón ordenado ideal que será observado en el CCD. b) Arreglo de puntos con el cual se construye el patrón ordenado ideal.	55

4.7. Geometría involucrada en el diseño del patrón ordenado ideal.	55
4.8. a) Diseño del patrón ordenado ideal para una prueba por pantallas nulas tipo Ronchi considerando un sensor de $5.95 \text{ mm} \times 4.76 \text{ mm}$. b) Pantalla nula para una lente convexo-plana de 50 mm de diámetro.	56
4.9. Pantallas nulas tipo Ronchi para una lente convexo-plana de 50 mm de diámetro. a) 5 franjas. b) 7 franjas. c) 9 franjas. d) 11 franjas.	57
4.10. Lente de Fresnel bajo prueba.	57
4.11. Esquema que muestra el montaje experimental.	58
4.12. Montaje experimental.	58
4.13. Patrones ordenados ideales diseñados (arriba) y patrones ordenados obtenidos experimentalmente en el sensor CCD tras la realización de la prueba con pantallas nulas de anillos (abajo). a) 5 anillos. b) 7 anillos. c) 9 anillos. d) 11 anillos.	59
4.14. Patrones ordenados ideales diseñados (arriba) y patrones ordenados obtenidos experimentalmente en el sensor CCD tras la realización de la prueba con pantallas nulas tipo Ronchi (abajo). a) 5 franjas. b) 7 franjas. c) 9 franjas. d) 11 franjas.	60
4.15. Gráfica de comparación entre los grosores ideales y grosores medidos de los anillos iluminados presentes en el patrón ordenado.	60
4.16. Gráfica de comparación entre los grosores ideales y grosores medidos de las franjas iluminadas presentes en el patrón ordenado.	61
4.17. Imágenes obtenidas en el sensor CCD al colocarlo en una posición distinta a la posición de diseño. (Arriba) Pantallas desplazadas a una posición distinta a la posición de diseño. (Abajo) Imágenes proyectados sobre el sensor CCD cuando el haz de luz incide oblicuamente sobre la lente (derecha, pantalla de anillos. Izquierda, pantalla de franjas).	62
A.1. Parámetros involucrados en la obtención del plano principal secundario (<i>PPS</i>).	66
A.2. Geometría involucrada en la obtención del plano principal primario (<i>PPP</i>).	68
B.1. Parámetros involucrados en el trazo de rayos de una lente convexo-plana. a) Frente de onda plano propagándose de izquierda a derecha. b) Frente de onda plano propagándose de derecha a izquierda.	70
B.2. Superficie cáustica de una lente convexo-plana para un frente de onda plano propagándose de izquierda a derecha. a) Lente esférica. b) Lente con superficie cáustica corregida a tercer orden.	71
B.3. Superficie cáustica de una lente convexo-plana para un frente de onda plano propagándose de derecha a izquierda. a) Lente esférica. b) Lente con superficie cáustica reducida a tercer orden.	72
B.4. Perfiles de una lente convexo-plana esférica (azul), de una lente con reducción de superficie cáustica para un frente de onda plano propagándose de izquierda a derecha (negro) y de una lente con reducción de superficie cáustica para un frente de onda plano propagándose de derecha a izquierda (rojo).	73
C.1. Lente de Fresnel evaluada experimentalmente mediante pantallas nulas.	74
C.2. Esquema del montaje experimental utilizado para medir las distancias focales de la lente de Fresnel.	75
C.3. Fotografía del interferómetro de desplazamiento lateral utilizado para comprobar un frente de onda plano.	75
C.4. Trazo exacto de rayos para una lente convexo-plana simple con los parámetros de diseño de las tablas B1 y B2.	76

Capítulo 1

Introducción

En la actualidad se observa a nivel internacional una tendencia a desarrollar lentes simples con materiales de polímeros con características ópticas diferentes a la de los materiales de vidrio existentes. En general el contar con una variedad más amplia de materiales permite no solo incrementar el intervalo de trabajo de los sistemas y componentes ópticos, sino además diversificar sus aplicaciones para satisfacer las demandas que plantean el desarrollo científico y tecnológico. Para ello, es necesario verificar si las técnicas y la instrumentación utilizadas tradicionalmente para evaluar sus propiedades son aplicables. Dentro de este proceso una alternativa interesante a considerar es la posibilidad de utilizar nuevas técnicas de diseño y evaluación, con los recursos técnicos que se encuentran actualmente en el mercado.

La refractometría de materiales isotrópicos es una de las ramas más antiguas de la óptica. En especial la basada en la determinación del índice de refracción a partir de la detección de la deflexión que sufre la luz al interactuar con la muestra bajo prueba [1, 2]. Entre los métodos para medir el índice de refracción lineal podemos mencionar los goniométricos o deflectométricos y también podemos mencionar los interferométricos [3, 4]. Se dice que una medida es absoluta o directa, si no requiere de la calibración del índice de refracción de un material de referencia para llevarse a cabo; por tanto, si usa una referencia la medida es relativa o indirecta. En general, las pruebas deflectométricas tienen menor precisión que las interferométricas. Sin embargo, mientras las técnicas deflectométricas permiten métodos de medida directa, la interferométrica solo permite métodos de medida indirecta. Las técnicas deflectométricas que permiten determinar el índice de refracción son fáciles de usar, no requieren componentes ópticos caros, aunque sí mecánica fina de posicionamiento de alta precisión para la medición de ángulos o desplazamientos tanto lineales como angulares de las muestras y/o equipo óptico, y detectores para la medición de potencia. La propuesta de este trabajo es evaluar lentes simples y del tipo Fresnel considerando una técnica deflectométrica.

Existe una relación directa entre la superficie de la cáustica y los coeficientes de aberración esférica [5], mostrando que, en principio, es posible caracterizar una lente simple plano-convexa cónica [6, 7]. También se puede generalizar la relación existente entre el coeficiente de aberración esférica a tercer orden y la ecuación de la cáustica por refracción producida por lentes biconvexas cónicas, considerando un frente de onda plano incidente [9]. Sabemos teóricamente que la aberración esférica depende del índice de refracción de la lente, los radios de curvatura y la altura de los rayos incidentes seleccionados, entonces, a partir de la aberración esférica podemos calcular el índice de refracción como función de los parámetros restantes [7]. Además, si la lente tiene una considerable cantidad de aberración esférica, puede considerarse para ser utilizada en sistemas no formadores de imagen y más en particular para sistemas de iluminación o lentes para concentradores solares, y finalmente podemos optimizarlas reduciendo la cantidad de material al diseñar lentes del tipo Fresnel. Parte importante de este trabajo está basado en los resultados teóricos obtenidos en el grupo de sistemas ópticos del ICAT-UNAM (antes CCADET-UNAM), considerando las propiedades de la cáustica por refracción, es decir, la diacústica.



Figura 1.1: Fotografías que muestran superficies cáusticas. A la izquierda, cáustica producida por refracción (diacaústica)[37]. A la derecha, cáustica producida por reflexión (catacaústica) [38].

La diacaústica es la curva envolvente a todos los rayos refractados fuera del sistema óptico, y esta curva tiene la propiedad de que puede ser fotografiada o grabada en tiempo real [9, 10, 11]. En este trabajo diseñaremos una prueba denominada de pantallas nulas. La idea esencial consiste en diseñar pantallas suponiendo que se conoce la forma de la superficie a evaluar (superficie de referencia), con un frente de onda refractado teórico. Si la superficie de prueba es perfecta, es decir, si la superficie es de muy alta calidad óptica, la diferencia entre el diseño de referencia y la imagen que pasa a través de la superficie bajo prueba grabada en el sensor CCD, es nula, de allí el nombre de la prueba de pantallas nulas.

1.1. Lentes de Fresnel

A mediados del siglo XVIII era bien conocido que las principales propiedades de enfocamiento de una lente convencional yacen en el contorno de las superficies refractoras y que la mayoría del material entre dichas superficies no ejerce un efecto relevante en las propiedades ópticas de una lente plano-convexa. Fue en el año de 1748 que el Conde Buffon (*George Louis Leclerc, 1707-1788*) propuso un primer diseño de lente segmentada en la que se extraía buena parte del material refractor por el lado plano de una lente convexo-plana. Fue en 1822 que el físico y matemático francés Agustin Jean Fresnel (*1788-1827*) presentó su diseño de lente segmentada en la cual, además de haberle retirado parte del material refractor, los segmentos de lente están ubicados de tal forma que sus radios de curvatura coinciden, reduciendo así la aberración esférica. Dicha lente fue utilizada originalmente en el faro del estuario de Gironde, Francia. La fotografía de la figura 1.2 muestra una lente de Fresnel como la presentada originalmente por Agustin Fresnel [39].

Inicialmente, las lentes de Fresnel eran construidas en vidrio mediante un proceso de cortado y pulido que resultaba muy laborioso, caro y de baja precisión para los propósitos con los que se diseñaban las primeras lentes de Fresnel. Para la década de 1950, los métodos de construcción de las lentes de Fresnel consistían en ejercer presión sobre vidrio caliente que era colocado dentro de moldes con la forma de la lente deseada. Sin embargo, debido a la tensión superficial del vidrio, estas lentes de Fresnel no contaban con el detalle necesario y su calidad óptica era baja. Hoy en día, las técnicas de moldeado y compresión en plásticos de alta calidad óptica y el uso de máquinas de control numérico, han permitido la fabricación de lentes de Fresnel con una calidad óptica mucho mayor que sus antecesoras fabricadas en vidrio. A pesar del detalle con el que las lentes de Fresnel son diseñadas actualmente, su uso en sistemas formadores de imagen de alta precisión no es recomendado. Sin embargo, el uso de las lentes de este tipo de lentes se ha implementado en muchas otras áreas en las que la formación de imágenes no es el propósito principal.

Con el objetivo de encontrar nuevas formas de aprovechamiento de fuentes de energía sustentables y

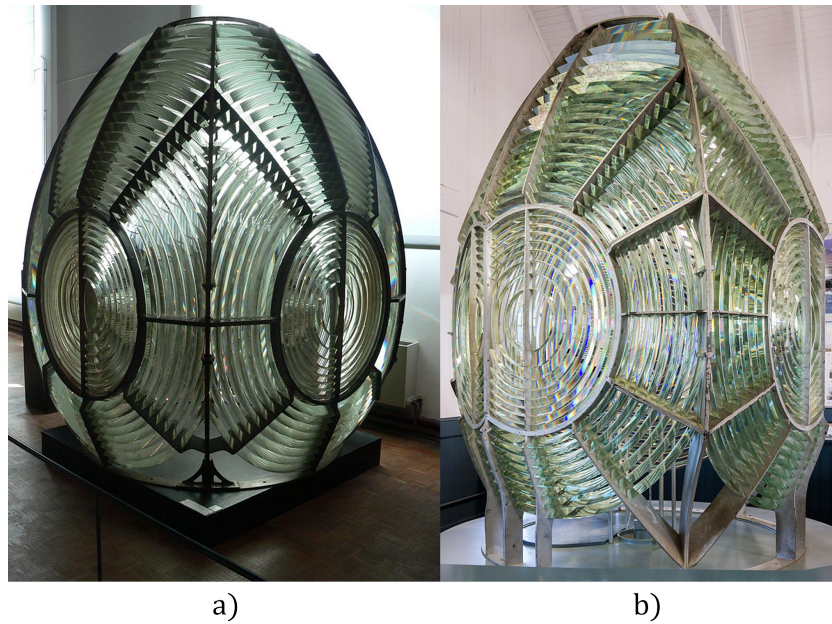


Figura 1.2: a) Lente de Fresnel exhibida en el Museo Nacional de la Marina en París, Francia [40]. b) Lente de Fresnel exhibida en el Museo del faro de Point Arena en Mendocino County, California, Estados Unidos [41].

amigables con el medio ambiente, el uso de las lentes de Fresnel se ha diversificado masivamente en las tecnologías de aprovechamiento de luz solar. Hoy en día, encontramos lentes de Fresnel positivas en concentradores solares de diversos tipos y lentes de Fresnel negativas en sistemas optimizados de iluminación para fuentes lumínicas como el sol y los focos *LED*. En este trabajo presentamos un método de diseño de lentes cónicas de Fresnel positivas y negativas.

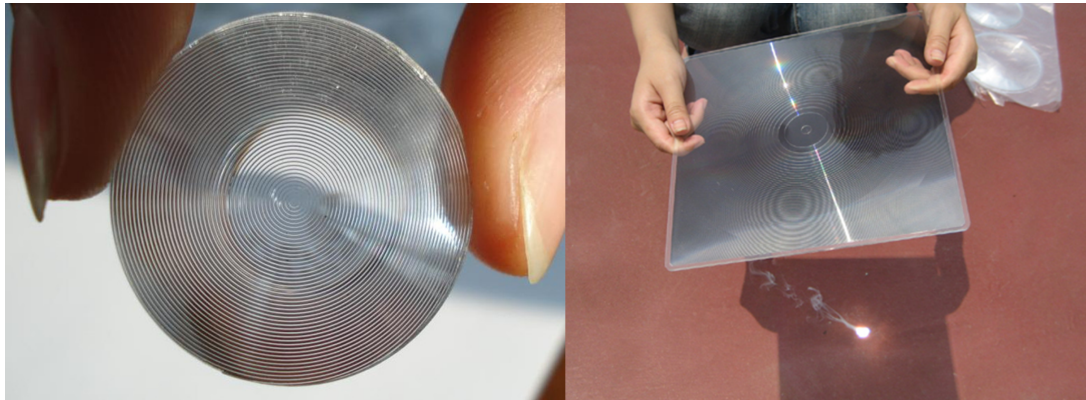


Figura 1.3: Lentes de Fresnel comerciales.

1.2. Pantallas nulas tipo Ronchi.

En el diseño óptico, la capacidad de poder evaluar la calidad de un sistema óptico, ya sean espejos o lentes, es de gran importancia. Las distintas formas en cómo se pueden realizar las evaluaciones de un sistema

de interés se dividen en dos grandes grupos: las pruebas interferométricas y las pruebas geométricas. En este trabajo implementamos una prueba del tipo geométrico conocida como prueba de pantalla nula en una lente de Fresnel deformable en configuración convexo-plana.

La idea básica de una prueba de pantalla nula es realizar un diseño de pantalla con un patrón impreso de tal forma que al ser iluminado y al interactuar con el sistema que se desea evaluar, se obtenga un patrón ordenado uniforme en el plano de detección que será comparado con un patrón ordenado ideal que se desea obtener. Si el sistema bajo prueba es perfecto, la diferencia entre el patrón ordenado obtenido y el ideal será nulo; de ahí el nombre de la prueba. Por el contrario, si se observan diferencias entre ambos patrones, éstas serán atribuidas a deformaciones en la superficie bajo prueba o aberraciones introducidas por el sistema óptico. Es por esto último que las pruebas por pantallas nulas son un método muy socorrido en la evaluación de sistemas ópticos, además de ser de fácil implementación experimental y de bajo costo. Entre los múltiples diseños de pantallas con las que se puede evaluar un sistema óptico, uno de los más reconocidos es el de pantallas tipo Ronchi. Este diseño en particular fue propuesto por el físico italiano Vasco Ronchi en el año de 1923 mientras realizaba experimentos con espejos esféricos cóncavos y rejillas colocadas cerca del centro de curvatura de los espejos [19]. La figura 1.4 muestra esquemáticamente la prueba original implementada en espejos por Vasco Ronchi.

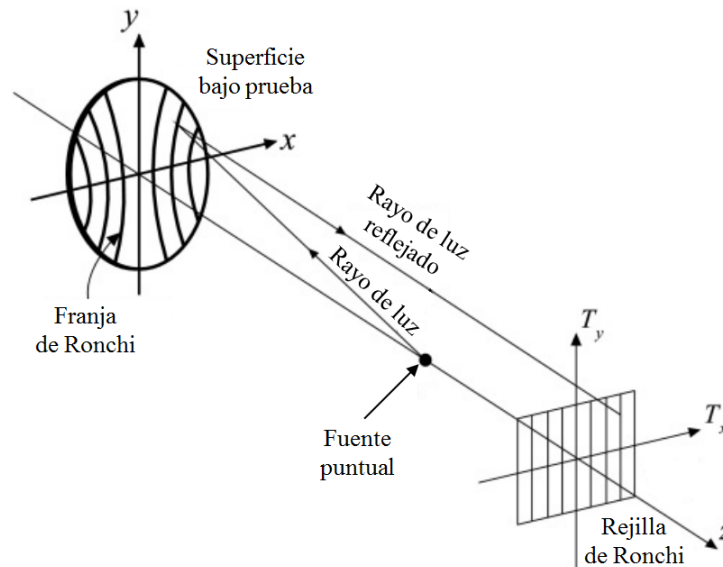


Figura 1.4: Esquema que muestra la implementación de una prueba con pantallas del tipo Ronchi en un espejo cóncavo [42].

Las pantallas tipo Ronchi consisten en un arreglo de franjas iluminadas intercaladas con franjas oscuras que, al ser proyectadas sobre el sistema óptico bajo prueba, producen un patrón ordenado de franjas iluminadas, intercaladas con franjas oscuras, de tal forma que ambos conjuntos de franjas son rectas, de un mismo grosor y equidistantes entre sí. Las pruebas de pantallas nulas tipo Ronchi permiten realizar evaluaciones cualitativas de superficies con gran precisión, en las que pueden quedar evidenciadas las deformaciones de la superficie bajo prueba y aberraciones presentes en dicha superficie. La figura 1.5 muestra algunos ejemplos de rejillas de diferentes periodos e imágenes resultantes al haber realizado una prueba con las rejillas correspondientes.

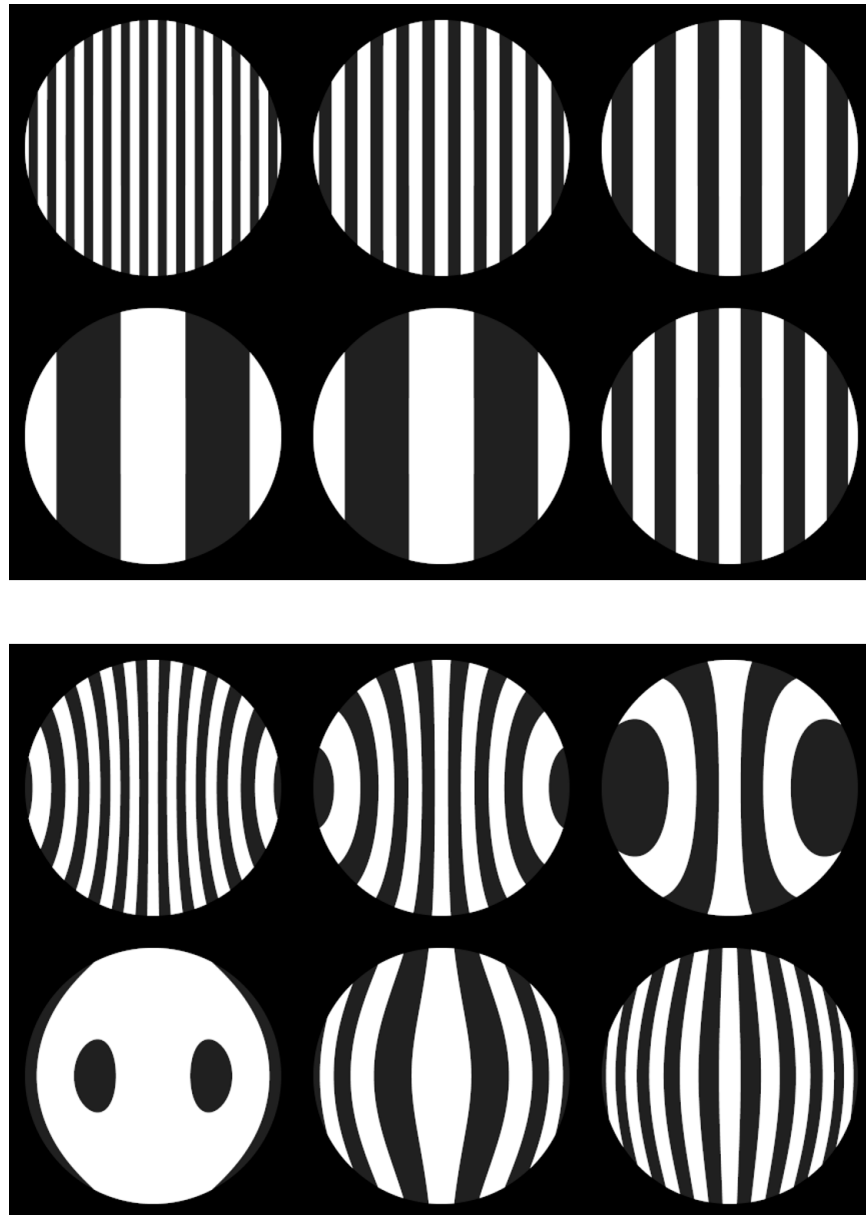


Figura 1.5: Distintos tipos de rejillas utilizadas en una prueba Ronchi (arriba) en comparación con las imágenes formadas por distintos espejos bajo prueba con aberraciones (abajo) [43].

Capítulo 2

Lentes biconvexas cónicas

2.1. Preliminares

En este capítulo se obtendrá la ecuación de la cáustica por refracción producida por una lente biconvexa cónica, denominada de esta manera por tener dos radios de curvatura y dos constantes de conicidad diferentes en cada superficie de la lente, respectivamente. Además, se presentan aproximaciones polinómicas a tercer orden en series de Taylor de las superficies cáusticas. Considérese un haz de rayos de luz propagándose paralelos al eje óptico que provienen de una fuente puntual S , ubicada en menos infinito, que inciden sobre una lente biconvexa cónica. Los rayos incidentes alcanzan a la primer superficie cónica, la cual tiene simetría de revolución alrededor del eje óptico, en el punto P_I , y ocurre un primer proceso de refracción que cambia la dirección de propagación de los rayos de luz dentro de la lente. Posteriormente, al llegar al punto P_{II} ubicado sobre la segunda superficie cónica, ocurre un segundo proceso de refracción que vuelve a cambiar la dirección de propagación de los rayos de luz. El resultado del doble proceso de refracción es la desviación total de la dirección de propagación de los rayos de luz incidentes.

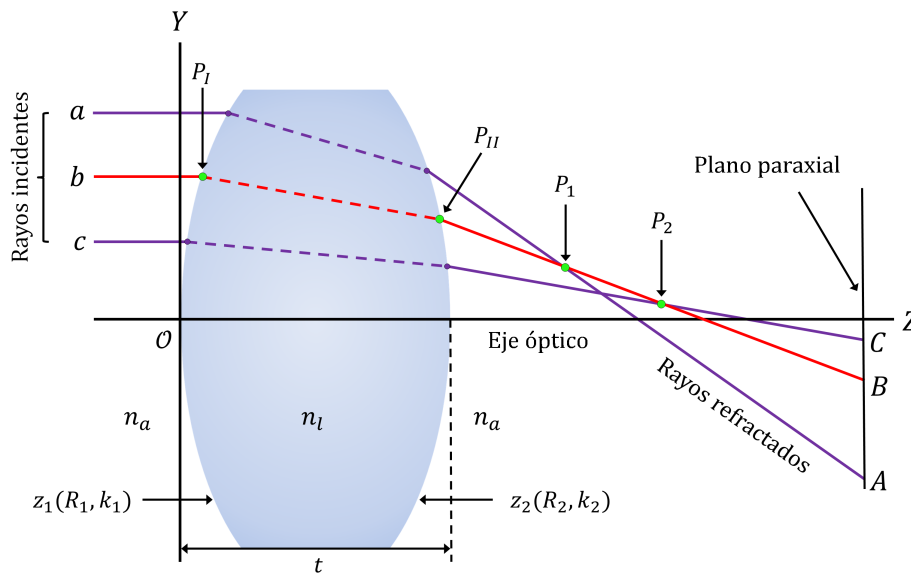


Figura 2.1: Esquema del proceso de refracción en una lente biconvexa cónica y formación de la superficie cáustica.

Tomando un par de rayos de luz, el punto P_1 es la imagen formada por la intersección de los rayos a y b . Asimismo, el punto P_2 es la imagen formada por la intersección de los rayos b y c como se muestra en la figura 2.1. De esta forma, cada par de rayos se intersectan en un punto, y este conjunto de puntos es lo que forma a la cáustica por refracción.

Por otro lado, en este trabajo se obtendrán las ecuaciones exactas de las superficies principales de una lente simple definidas como el lugar geométrico formado por los puntos de intersección entre los rayos que inciden en dicha lente y los rayos refractados por ella. Además, se presentan aproximaciones polinómicas a tercer orden en series de Taylor de las superficies principales. Realizando una interpolación, el punto P_a marca el lugar donde se intersectan el rayo incidente a con el rayo refractado final A , el punto P_b marca la intersección del rayo incidente b con el rayo refractado final B y el punto P_c es el correspondiente al lugar donde se intersectan el rayo incidente c con el rayo refractado final C . De esta forma, el conjunto de puntos de intersección forman la superficie principal de la lente como se muestra en la figura 2.2.

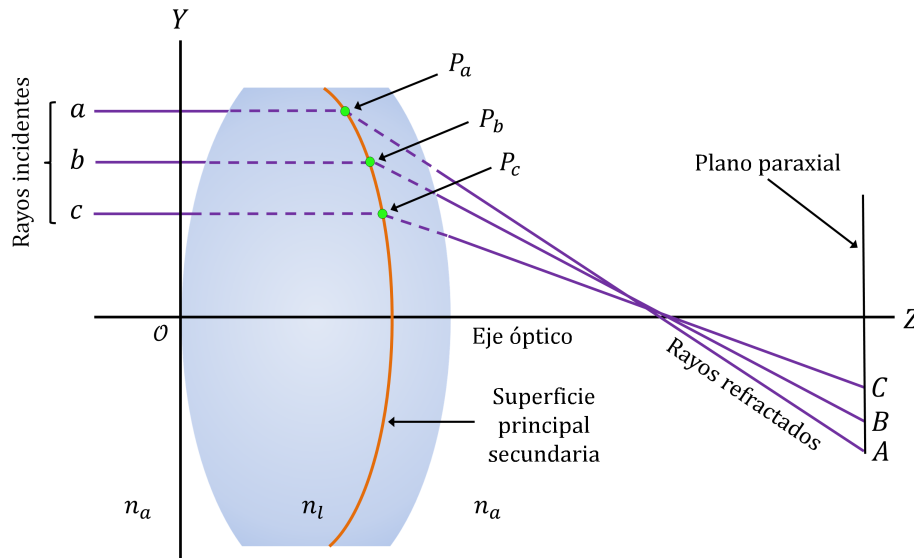


Figura 2.2: Esquema de la formación de la superficie principal para un conjunto de rayos que se propagan paralelos al eje óptico de izquierda a derecha.

Con el propósito de realizar un análisis cuantitativo del proceso de refracción en la lente biconvexa cónica, se sigue la convención de signos que se utiliza en la referencia [15] y se muestra en la Tabla 2.1, donde, midiendo desde el vértice de la primera superficie refractora, s_o es la distancia objeto, f_o es la distancia focal anterior, s_i es la distancia imagen y f_i es la distancia focal posterior. R_i corresponde al radio de curvatura de la i -ésima superficie refractante y, finalmente, y_o y y_i corresponden a las alturas objeto e imagen, respectivamente, midiéndose a partir del eje óptico. La figura 2.3 muestra algunos de los parámetros tomados en consideración para el trazo de rayos.

s_o, f_o	+ a la izquierda del vértice
s_i, f_i	+ a la derecha del vértice
R_i	+ si C está a la derecha del vértice
y_o, y_i	+ si está arriba del eje óptico

Tabla 2.1: Convención de signos.

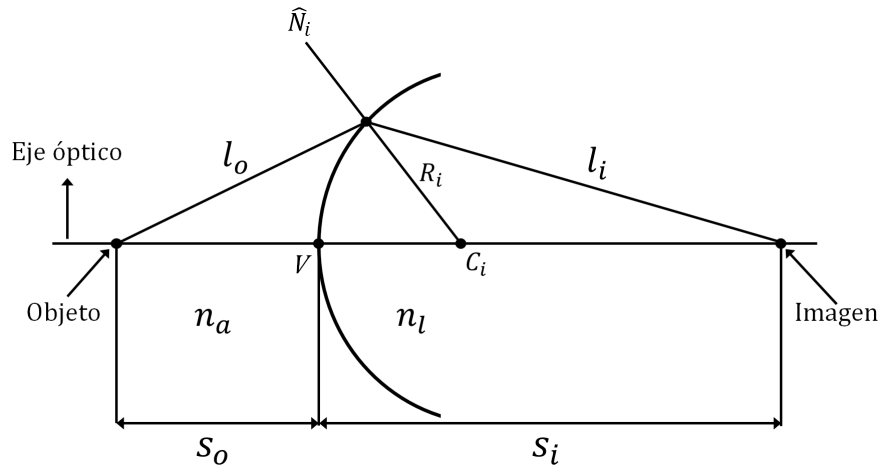


Figura 2.3: Parámetros para la convención de signos considerando $n_l > n_a$.

2.2. Superficie cáustica anterior y superficie principal secundaria

En esta sección obtenemos la superficie cáustica anterior y la superficie principal secundaria para un conjunto de rayos de luz que inciden del lado izquierdo de la lente propagándose a lo largo del eje óptico. Consideramos un conjunto de rayos que cruzan la primera superficie de la lente siendo desviados y propagados en el interior de la lente hasta alcanzar su segunda superficie y que, finalmente, son refractados y propagados al exterior de la lente (figura 2.4).

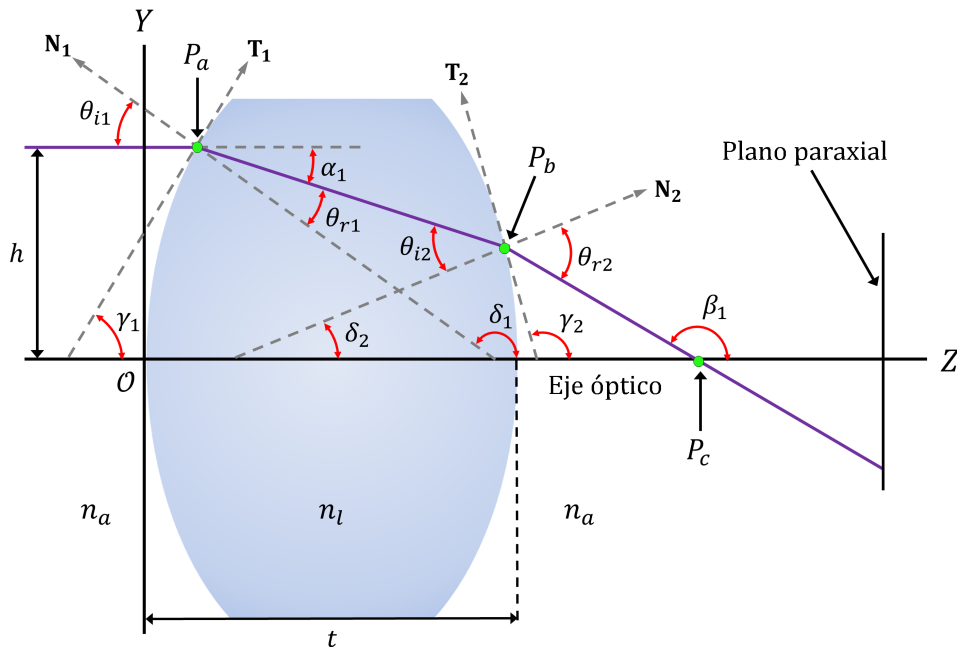


Figura 2.4: Parámetros involucrados en el trazado exacto de rayos para el caso de luz propagándose de izquierda a derecha a través de una lente biconvexa cónica con índice de refracción n_l inmersa en un medio con índice de refracción n_a .

Sea h la altura de un rayo que toca a la primera superficie en el punto de coordenadas $P_a = (z_1, h)$ donde z_1 es la ecuación de la sagita para curvas cónicas, en función de la altura h , en un plano meridional dada por la siguiente ecuación

$$z_1(h) = \left\{ \frac{c_1 h^2}{1 + \sqrt{1 - (1 + k_1)c_1^2 h^2}}, h \right\}, \quad (2.1)$$

donde $c_1 = 1/R_1$ es la curvatura paraxial de la primera interface de la lente y k_1 es su constante de conicidad que define el perfil de la superficie según la Tabla 2.2 y como se muestra en la figura 2.5.

$k < -1$	hipérbola
$k = -1$	parábola
$-1 < k < 0$	elipse prolata
$k = 0$	circunferencia
$k > 0$	elipse oblata

Tabla 2.2: Constantes de conicidad.

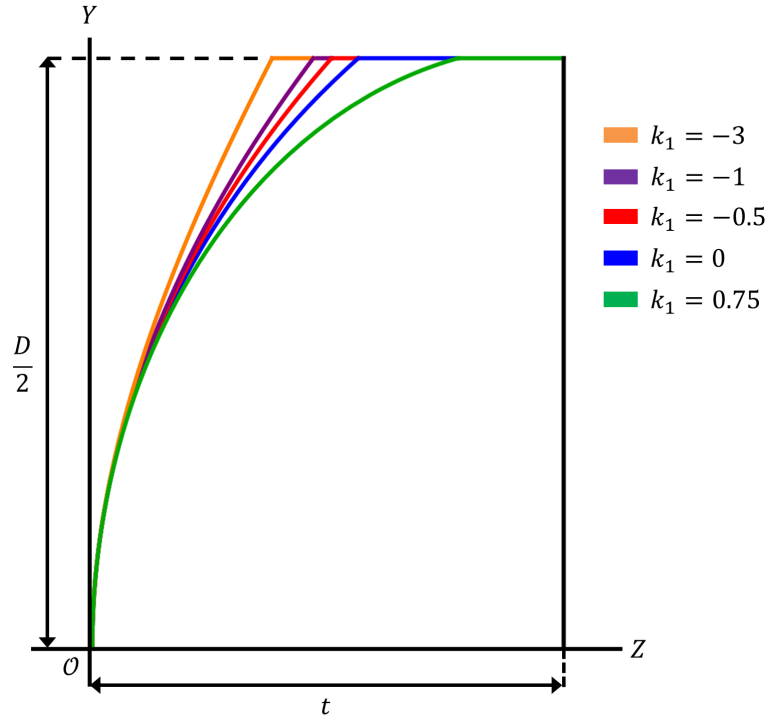


Figura 2.5: Esquema del perfil de una lente simple para distintas constantes de conicidad considerando $c_1 > 0$ y $c_2 = 0$.

Asumimos que un rayo es refractado por la lente a lo largo de la línea $\overline{P_a P_b}$ y toca a la segunda superficie en el punto P_b como se muestra en la figura 2.4. De esta manera, la ecuación del rayo $\overline{P_a P_b}$ puede escribirse simplemente como

$$y = h - \tan[\alpha_1](z - z_1(h)); \quad \alpha_1 = \theta_{i1} - \theta_{r1} \quad (2.2)$$

Los ángulos θ_{i1} y θ_{r1} están relacionados entre si mediante la ley de Snell, de tal manera que $\theta_{r1} = \arcsen[(n_a/n_l) \sen \theta_{i1}]$, por lo tanto, podemos escribir θ_{i1} y θ_{r1} como

$$\theta_{i1} = \arctan[z'_1] \quad , \quad \theta_{r1} = \arcsen \left[\frac{n_a z'_1}{n_l \sqrt{1 + z'_1{}^2}} \right], \quad (2.3)$$

donde n_a es el índice de refracción del medio en el que está inmersa la lente, n_l es el índice de refracción de la lente y z'_1 es la primera derivada de z_1 con respecto a h . Sustituyendo los valores de la ec. (2.3) en la ec. (2.2) y, simplificando, se obtiene

$$y = h \{1 - \sigma_1 [z - z_1(h)]\}, \quad (2.4)$$

donde hemos definido

$$\sigma_1 = \frac{c_1(n_l^2 - n_a^2)}{n_l^2 \sqrt{1 - (1 + k_1)h^2 c_1^2} + n_a \sqrt{n_l^2 - (n_a^2 + k_1 n_l^2)h^2 c_1^2}}. \quad (2.5)$$

La segunda superficie cónica como función de la altura y arbitraria está dada como

$$z_2(y) = \left\{ t + \frac{c_2 y^2}{1 + \sqrt{1 - (1 + k_2)c_2^2 y^2}}, y \right\}, \quad (2.6)$$

donde t es el grosor de la lente, $c_2 = 1/R_2$ es la curvatura paraxial de la segunda superficie de la lente y k_2 es su constante de conicidad. Sean $P_b = (z_{i1}, y_{i1})$ las coordenadas del punto donde el rayo refractado toca a la segunda superficie cónica, de esta manera, resolviendo para z y y al considerar las ecs. (2.4) y (2.6) como funciones de h , obtenemos

$$\begin{aligned} z_{i1} &= \frac{1 + c_2[t(1 + k_2) + h^2 \sigma_1(1 + \sigma_1 z_1(h))] \pm \sqrt{\Gamma_1}}{c_2(1 + k_2 + h^2 \sigma_1^2)}, \\ y_{i1} &= \frac{h[c_2(1 + k_2)(1 - \sigma_1[t - z_1(h)]) - \sigma_1(1 \pm \sqrt{\Gamma_1})]}{c_2(1 + k_2 + h^2 \sigma_1^2)}, \end{aligned} \quad (2.7)$$

donde hemos definido

$$\Gamma_1 = 1 - c_2 h^2 (1 - \sigma_1[t - z_1(h)])(c_2(1 + k_2)(1 - \sigma_1[t - z_1(h)]) - 2\sigma_1),$$

de lo que se obtienen dos posibles valores para P_b de acuerdo con $\pm(\Gamma_1)^{1/2}$. Para los casos en los que $c_1 > 0$ consideramos el valor $+\sqrt{\Gamma_1}$. Por otro lado, si $c_1 < 0$, entonces consideramos el valor $-\sqrt{\Gamma_1}$.

El rayo $\overline{P_a P_b}$ es refractado hacia afuera de la lente a lo largo de la línea recta $\overline{P_b P_c}$ como se muestra en la figura 2.4. El ángulo β_1 es aquel que se forma entre el eje óptico y el rayo refractado $\overline{P_b P_c}$ y que podemos escribir como

$$\beta_1 = \frac{\pi}{2} + \gamma_2 - \theta_{r2}, \quad (2.8)$$

donde $\gamma_2 = \arctan[1/z'_2(y_{i1})]$ con $z'_2(y_{i1})$ la primera derivada de z_2 con respecto a la variable y evaluada en el punto y_{i1} . El ángulo θ_{r2} está relacionado con el ángulo θ_{i2} mediante la ley de Snell de la forma

$$\theta_{r2} = \arcsen[(n_l/n_a) \sen(\theta_{i2})], \quad (2.9)$$

donde

$$\theta_{i2} = \delta_2 - (\theta_{i1} - \theta_{r1}) \quad ; \quad \delta_2 = \arctan[-z'_2(y_{i1})]. \quad (2.10)$$

Considerando las ecs. (2.3), (2.7), (2.8), (2.9) y (2.10), la ec. del rayo refractado $\overline{P_b P_c}$ como función del parámetro h está escrita como

$$y = y_{i1} + \tan[\beta_1](z - z_{i1}). \quad (2.11)$$

La ec. (2.11) representa a una familia paramétrica de rayos refractados como función de h . A partir de esta ecuación es posible calcular la superficie cáustica y la superficie principal para un conjunto de rayos paralelos al eje óptico que inciden en la lente de izquierda a derecha.

Habiendo obtenido la familia paramétrica de rayos refractados, con el propósito de calcular la envolvente de dichos rayos [17], diferenciamos la ec. (2.11) con respecto a h , se iguala a cero y simplificamos, de tal manera que tenemos

$$0 = \frac{\partial y_{i1}}{\partial h} + \frac{1}{\cos^2 \beta_1} \left[\frac{\partial \beta_1}{\partial h} \right] (z - z_{i1}) - \left[\frac{\partial z_{i1}}{\partial h} \right] \tan[\beta_1]. \quad (2.12)$$

Finalmente, resolvemos las ecs. (2.11) y (2.12) para z y y obteniendo

$$\begin{aligned} z_{ca} &= z_{i1} + \left[\frac{\frac{\partial z_{i1}}{\partial h} \operatorname{sen} \beta_1 - \frac{\partial y_{i1}}{\partial h} \cos \beta_1}{\frac{\partial \beta_1}{\partial h}} \right] \cos \beta_1, \\ y_{ca} &= y_{i1} + \left[\frac{\frac{\partial z_{i1}}{\partial h} \operatorname{sen} \beta_1 - \frac{\partial y_{i1}}{\partial h} \cos \beta_1}{\frac{\partial \beta_1}{\partial h}} \right] \operatorname{sen} \beta_1, \end{aligned} \quad (2.13)$$

donde hemos sustituido $z \rightarrow z_{ca}$ y $y \rightarrow y_{ca}$ en los que el subíndice ca significa cáustica para rayos anteriores. El conjunto de puntos (z_{ca}, y_{ca}) son las coordenadas de los puntos que representan paraméricamente la superficie cáustica producida por una lente biconvexa cónica en un plano meridional como función de h cuando una fuente puntual está colocada en $-\infty$ sobre el eje óptico.

Por otro lado, la figura 2.6 muestra esquemáticamente la formación de la Superficie Principal Secundaria, SPS , (de acuerdo a la nomenclatura utilizada en la referencia [16]) definida como el conjunto de puntos en los que los rayos refractados por la lente biconvexa cónica intersectan a los rayos incidentes, es decir, cuando $h = y$, donde y está dada por la ec. (2.11). Resolviendo para z obtenemos la ecuación de la Superficie Principal Secundaria como función de h escrita como

$$SPS(h) = \left(z_{i1} + \frac{h - y_{i1}}{\tan \beta_1}, h \right), \quad (2.14)$$

De la ec. (2.14), es evidente que la forma de SPS dependerá de todos los parámetros involucrados en el proceso de refracción y que dicha superficie cuenta con simetría de revolución alrededor del eje óptico. La figura 2.7 muestra esquemáticamente a la superficie principal secundaria y a la superficie cáustica anterior donde la cúspide de la cáustica es un punto que coincide con la distancia focal del plano focal anterior de la lente biconvexa cónica.

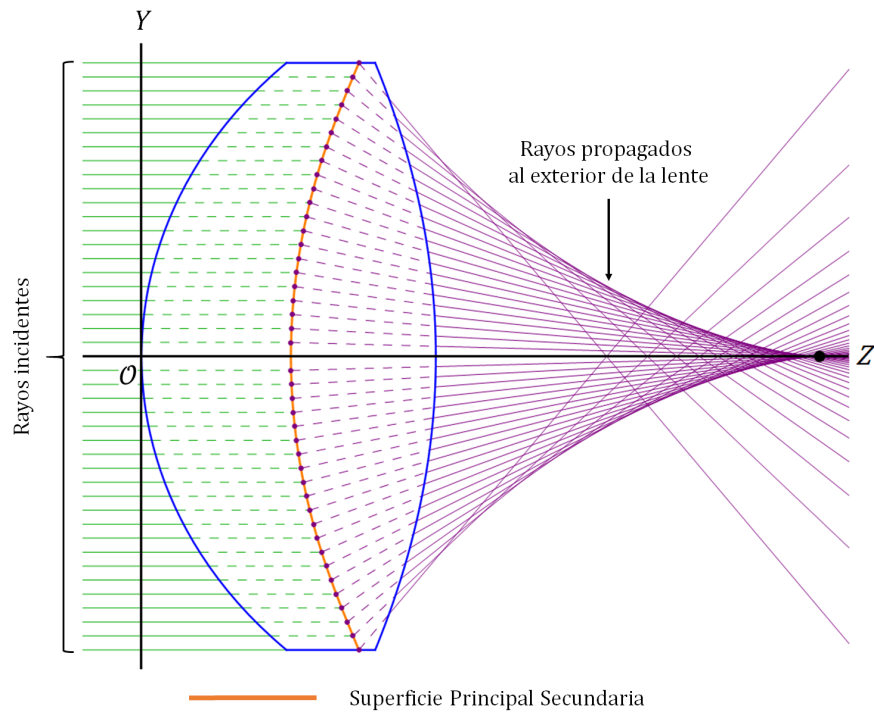


Figura 2.6: Formación de la superficie principal secundaria de una lente biconvexa cónica considerando a $R_1 > 0$, $R_2 < 0$ y $n_l > n_a$.

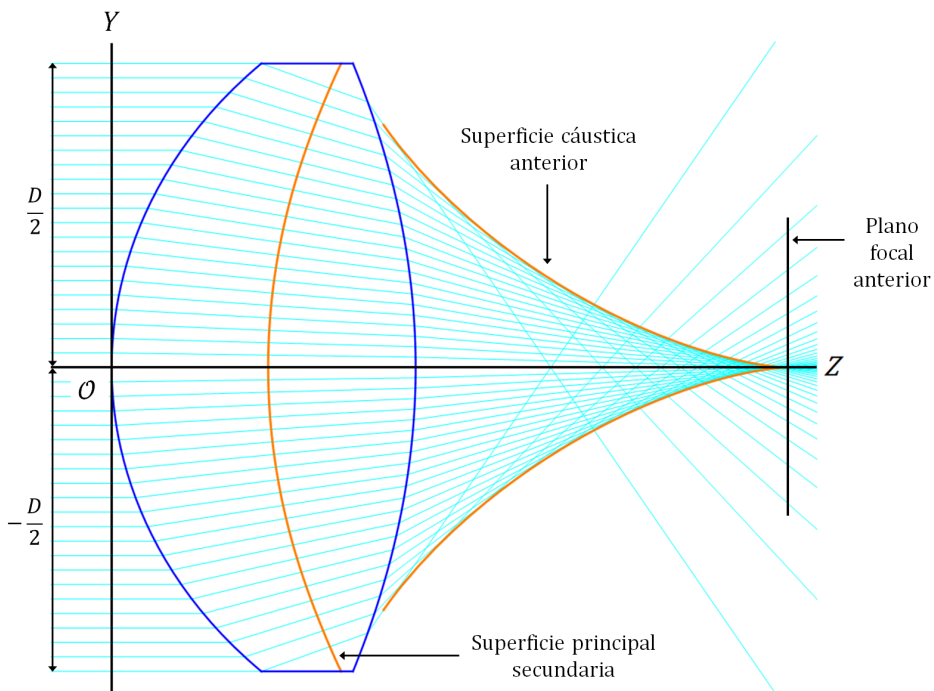


Figura 2.7: Superficie cóustica anterior y superficie principal secundaria de una lente biconvexa cónica considerando a $R_1 > 0$, $R_2 < 0$ y $n_l > n_a$.

2.2.1. Aproximación paraxial

La aproximación paraxial consiste en describir el comportamiento de aquellos rayos de luz cuyas alturas o cuyos ángulos de incidencia son pequeños, medidos con respecto al eje óptico [15]. En el caso de las lentes que aquí estudiamos, los rayos que cumplen dicha condición son los que se encuentran muy cercanos al eje óptico, es decir, cuando el parámetro h es cercano a cero.

A continuación, calculamos el límite de las ecs. (2.13) y (2.14) cuando h tiende a cero y obtenemos las siguientes cantidades

$$\beta_1(0) = y_{i1}(0) = 0, \quad z_{i1}(0) = t,$$

$$\left. \frac{\partial z_{i1}}{\partial h} \right|_{h \rightarrow 0} = 0, \quad \left. \frac{\partial y_{i1}}{\partial h} \right|_{h \rightarrow 0} = \frac{n_l - c_1 t (n_l - n_a)}{n_l}, \quad (2.15)$$

$$\left. \frac{\partial \beta_1}{\partial h} \right|_{h \rightarrow 0} = \frac{n_l [c_1 (n_l - n_a) + c_2 (n_a - n_l)] - c_1 c_2 t (n_l - n_a) (n_a - n_l)}{n_a n_l}.$$

Sustituyendo estos valores en la ec. (2.13) y, simplificando, obtenemos

$$z_{ca}(0) = t + \left(\frac{n_a}{n_l} \right) \left(\frac{n_l - c_1 (n_l - n_a) t}{c_1 (n_l - n_a) + c_2 (n_a - n_l) - \frac{c_1 c_2 (n_a - n_l) (n_l - n_a) t}{n_l}} \right), \quad (2.16)$$

$$y_{ca}(0) = 0.$$

Sean, respectivamente, $P_1 = c_1 (n_l - n_a)$ y $P_2 = c_2 (n_a - n_l)$ las potencias ópticas de las dos superficies refractoras y $P_T = P_1 + P_2 - [P_1 P_2 t] / n_l$ la potencia total de la lente [15, 16]. De lo anterior, la ec. (2.16) puede escribirse como

$$z_{ca}(0) = F = t + \frac{n_l \left[1 - \frac{P_1 t}{n_l} \right]}{P_T}, \quad (2.17)$$

donde F es un punto relacionado con la *potencia efectiva de la lente* [16]. Haciendo un despeje en la ec. (2.17), obtenemos $F - t = BFL$, que es la distancia conocida como distancia focal anterior (*BFL* del inglés *Back Focal Length*). En otras palabras, *BFL* es la distancia medida desde el vértice de la segunda superficie de la lente hasta la cúspide de la superficie cáustica, que indica la posición sobre el eje óptico en el que se ubica el punto focal secundario. De lo anterior, la distancia focal anterior está dada por

$$BFL = \frac{n_l \left[1 - \frac{P_1 t}{n_l} \right]}{P_T}. \quad (2.18)$$

A continuación, calculamos el límite cuando $h \rightarrow 0$ de la ec. (2.14), de tal manera que obtenemos una indeterminación del tipo $0/0$. Aplicando el teorema de L'Hôpital, obtenemos lo siguiente:

cuyo origen coincide con el vértice de la segunda superficie de la lente hasta el plano principal. De esta manera, la componente sobre el eje óptico está dada como

$$PPS - t = - \left[\frac{n_a P_1}{n_l P_T} \right] t. \quad (2.22)$$

Finalmente, el punto principal secundario puede expresarse como

$$H_{PPS} = (PPS - t, 0). \quad (2.23)$$

La figura 2.8 muestra la relación entre el plano principal secundario y el foco paraxial con la superficie principal secundaria y la superficie cáustica anterior, respectivamente.

2.2.2. Aproximación a tercer orden

En su forma exacta, las ecs. (2.13) y (2.14) correspondientes a la superficie cáustica anterior y a la superficie principal secundaria, respectivamente, tienen expresiones muy complicadas por lo que es conveniente realizar una representación polinomial de dichas ecuaciones. En esta sección, presentamos una aproximación en series de Taylor a tercer orden de las ecuaciones anteriormente mencionadas.

Calculamos la expansión polinomial en series de Taylor de la superficie cáustica, en función del parámetro h , asumiendo que $c_1 h < 1$ y $c_2 h < 1$. Considerando lo anterior, y simplificando, obtenemos

$$z_{ca_a}(h) = F - \left(\frac{3G_3}{2n_a n_l^4 P_T^2} \right) h^2, \quad y_{ca_a}(h) = \left(\frac{G_3}{n_a^2 n_l^4 P_T} \right) h^3, \quad (2.24)$$

donde hemos definido

$$\begin{aligned} G_3 = & P_1^2 P_2 c_2 n_l t (n_a + 3n_l) (3n_l^2 + P_1^2 t^2) \\ & + c_1 n_l^2 P_2^2 [n_l^2 (n_a + 3n_l) + 4c_2 n_l (k_2 n_a^2 + n_l^2) t + 3(n_a + 3n_l) P_1^2 t^2] \\ & + c_1^2 n_l P_1 [n_l^2 (2n_a^3 + k_1 n_a^2 n_l - 2n_a n_l^2 + n_l^3) - 4(k_2 n_a^2 + n_l^2) P_2^3 t^3] \\ & + c_2^2 (k_2 n_a^2 + n_l^2) P_2 [n_l^4 + 6n_l^2 P_1^2 t^2 + P_1^4 t^4] \\ & + n_l P_1^2 [n_a^2 P_1^2 t + 2n_a P_2 (n_l - P_1 t)^2 + n_l (3n_l^2 P_2 - n_l P_1 (P_1 + 6P_2) t + 3P_1^2 P_2 t^2)], \end{aligned} \quad (2.25)$$

y hemos cambiado el subíndice ca por ca_a , el cual significa cáustica anterior aproximada. De la ec. (2.24) se observa que z_{ca_a} está formada por los coeficientes de orden par (orden 0 y orden 2) y y_{ca_a} por el coeficiente de orden 3, la distancia F fue definida en la ec. (2.17) de acuerdo a nuestro sistema de referencia, P_1 y P_2 son las potencias ópticas de la primera y segunda superficies refractoras de la lente, respectivamente. Considerando lo anterior, encontramos que la ec. (2.24) es una representación paramétrica de una parábola semicúbica con origen en F .

Adicionalmente, partiendo de la ec. (2.24), proveemos una expresión de la superficie cáustica aproximada, independiente del parámetro h , que puede ser escrita como

$$y_a = \mu_a^{1/2} \cdot z_a^{3/2}, \quad (2.26)$$

donde hemos hecho un cambio de coordenadas tal que $y_a = y_{ca_a}$ y $z_a = F - z_{ca_a}$, y donde el coeficiente μ_a está dado como

$$\begin{aligned}
\mu_a &= [8(n_a - n_l)^3(c_2 n_l - c_1(n_l + c_2(n_l - n_a)t))^4] \\
&/ [27n_a(c_2^3 n_l^4(k_2 n_a^2 + n_l^2) + c_1 c_2^2(n_a - n_l)n_l^3(n_l(n_a + 3n_l) \\
&+ 4c_2(k_2 n_a^2 + n_l^2)t) + c_1^2 c_2(n_a - n_l)^2 n_l^2(n_l(2n_a + 3n_l) \\
&+ 3c_2 n_l(n_a + 3n_l)t + 6c_2^2(k_2 n_a^2 + n_l^2)t^2) \\
&+ c_1^3 n_l(-n_l^2(2n_a^3 + k_1 n_a^2 n_l - 2n_a n_l^2 + n_l^3) \\
&+ 2c_2(n_a - n_l)^3 n_l(2n_a + 3n_l)t + 3c_2^2(n_a - n_l)^3 n_l(n_a + 3n_l)t^2 \\
&+ 4c_2^3(n_a - n_l)^3(k_2 n_a^2 + n_l^2)t^3) \\
&+ c_1^4(n_a - n_l)^4 t(c_2^3 k_2 n_a^2 t^3 + n_a n_l(1 + c_2 t)^2 + n_l^2(1 + c_2 t)^3)].
\end{aligned} \tag{2.27}$$

De acuerdo a las referencias [8] y [14], la superficie cáustica asociada al frente de onda refractado está dada por la siguiente expresión

$$\eta = -\frac{\zeta^{3/2}}{3\rho^2} \sqrt{\frac{-n}{3b_1}}, \tag{2.28}$$

donde, al considerar $\eta = y_a$, $\zeta = z_a$, $\rho = BFL$ y $n = n_a$, podemos expresar la ec. (2.26) de manera similar a la expresión presentada en la ec. (2.28). El coeficiente b_1 es el coeficiente de aberración esférica a tercer orden de la aberración de Seidel [14] y que aquí presentamos como una función de todos los parámetros de diseño de la lente involucrados en el proceso de refracción. Para el caso en el que consideramos a la aproximación a tercer orden de la superficie cáustica anterior, podemos escribir al coeficiente b_1 como

$$b_{1a} = \frac{n_a^2 G_3}{8n_l^4 P_T^4 BFL^4}, \tag{2.29}$$

donde el subíndice a significa que es el coeficiente asociado a la superficie cáustica anterior. El coeficiente b_{1a} permite calcular la cantidad de aberración esférica introducida por una lente simple cuando un frente de onda plano se propaga e incide en la lente de izquierda a derecha.

Por otro lado, de manera similar a lo realizado para la superficie cáustica, ahora calculamos una representación polinomial en series de Taylor a tercer orden de la superficie principal secundaria en función del parámetro h , considerando que $c_1 h < 1$ y $c_2 h < 1$. De esta forma, obtenemos lo siguiente

$$SPS_a(h) = \left\{ PPS - \left(\frac{\lambda}{2n_a n_l^4 P_T^2} \right) h^2, h \right\}, \tag{2.30}$$

donde SPS_a significa superficie principal secundaria aproximada, PPS fue definido en la ec. (2.21), el término de tercer orden es 0 y λ es un polinomio en función del grosor, t , de la lente dado de la siguiente forma

$$\lambda(t) = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + \alpha_3 t^3 + \alpha_4 t^4, \tag{2.31}$$

cuyos coeficientes están dados como

$$\begin{aligned}
\alpha_0 &= -n_a n_l^3 P_T [(c_1 - c_2)n_a P_1 + c_2 n_l P_T], \\
\alpha_1 &= P_1 n_l^2 \{ n_a(n_a - n_l)[-c_2^3 n_l(n_a + k_2 n_a + n_l) + c_1^3 n_a(n_a + k_1 n_l) - 2n_l^2 - c_1 c_2^2(n_a^2 c_1^2 n_l P_2] \\
&+ [c_1^2 n_a^4 - c_1(c_1 - 2c_2)n_a^3 n_l + c_1^2 k_1 n_a^2 n_l^2 + 2(c_1 - c_2)^2 n_a n_l^3 - (c_1 - c_2)^2 n_l^4] P_T \\
&+ 2c_2 n_a n_l^2 P_T^2 \},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\alpha_2 &= P_1^2 \{c_1^2 n_a [n_a^3 + (k_1 - 1)n_a n_l^2 + n_l^3] P_2 \\
&+ c_2 n_l^2 [3c_2 n_a (n_a + k_2 n_a + n_l) P_2 + 2c_2 n_l (-2n_a + n_l) P_T - n_a P_T^2] \\
&- c_1 c_2 n_l [4n_a n_l^2 (P_2 - P_T) + n_a^2 n_l P_T + 2n_l^3 P_T + n_a^3 (-2P_2 + P_T)]\}, \\
\alpha_3 &= -c_2 P_1^3 \{c_1 n_a (n_a^2 - 2n_l^2) P_2 + c_2 n_l [3n_a (n_a + k_2 n_a + n_l) P_2 + n_l (-2n_a + n_l) P_T]\}, \\
\alpha_4 &= c_1^2 n_a (n_a + k_2 n_a + n_l) P_1^2 P_2^3.
\end{aligned} \tag{2.32}$$

De lo anterior, considerando una aproximación a tercer orden, la superficie principal secundaria puede ser representada paraméricamente mediante una superficie parabólica cuyo vértice se encuentra en PPS , para $\lambda > 0$ la superficie parabólica es cóncava y para $\lambda < 0$ la superficie parabólica es convexa. En el caso en el que $\lambda \approx 0$, se recupera la posición del plano principal secundario, de acuerdo a lo obtenido con la aproximación paraxial.

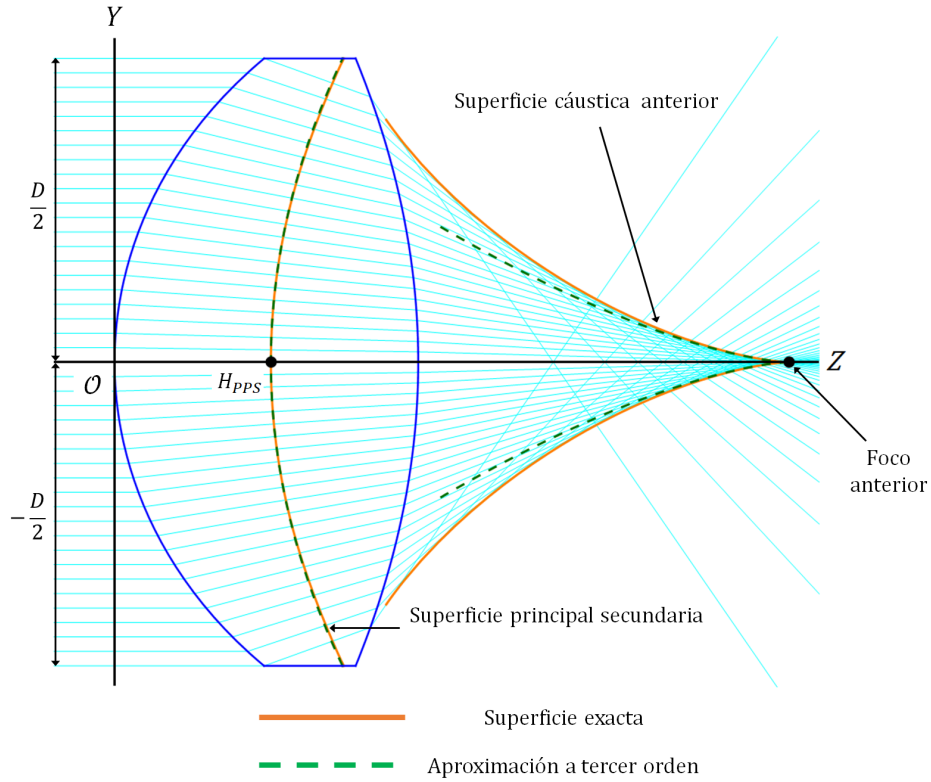


Figura 2.9: Esquema de las aproximaciones polinomiales a tercer orden de la superficie cáustica anterior y la superficie principal secundaria.

La figura 2.9 muestra las aproximaciones polinomiales a tercer orden en series de Taylor de la superficie cáustica anterior y la superficie principal secundaria donde podemos observar que la superficie cáustica anterior coincide muy bien con su respectiva aproximación a tercer orden en una región cercana al eje óptico.

Adicionalmente, estudiamos la aproximación parabólica de la superficie principal secundaria para el caso particular de una lente delgada, es decir, cuando el grosor de la lente tiende a cero. Para esto, calculamos el límite de la ec. (2.30) y, simplificando, obtenemos

$$\lim_{t \rightarrow 0} SPS_a(h) = \left\{ \frac{(c_1 n_a + c_2 n_l)}{2n_l} h^2, h \right\}. \quad (2.33)$$

La ec. (2.33) es una representación paramétrica de una parábola cuyo vértice está ubicado en el origen de coordenadas y que está dada en función de los radios de curvatura, del índice de refracción de la lente y del índice de refracción del medio. Este resultado difiere con la óptica paraxial que establece, para una lente delgada, un plano principal ubicado en el origen de coordenadas.

2.3. Superficie cáustica frontal y superficie principal primaria

En esta sección consideramos rayos de luz provenientes de una fuente puntual, colocada en infinito, desde el lado derecho, tal que un frente de onda plano incide en la superficie posterior de la lente sobre del eje óptico (figura 2.10).

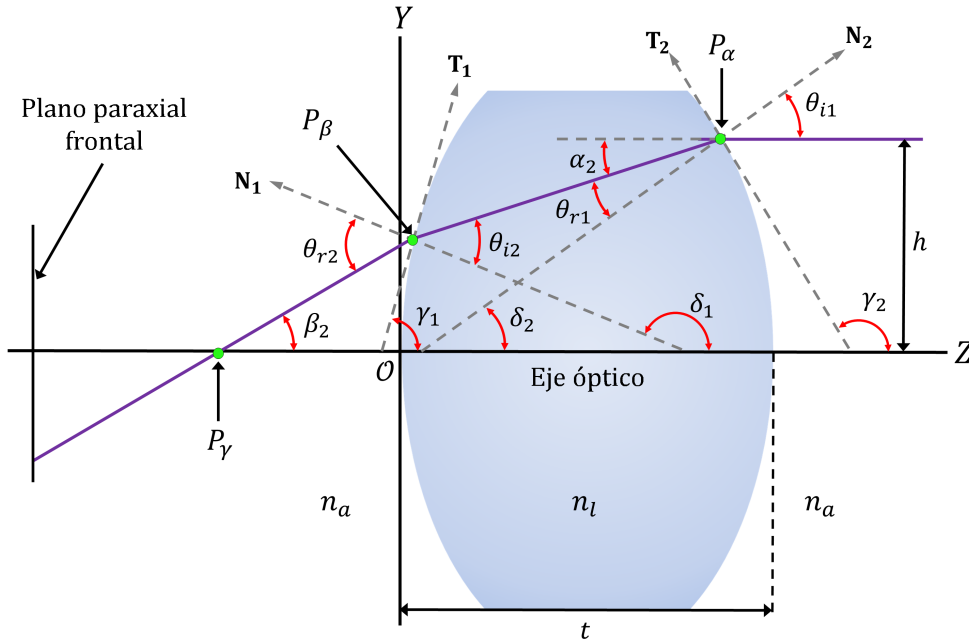


Figura 2.10: Parámetros involucrados en el trazo exacto de rayos para el caso de luz propagándose de derecha a izquierda a través de una lente biconvexa cónica con índice de refracción n_l inmersa en un medio con índice de refracción n_a .

Sea h la altura de un rayo que incide en la segunda superficie cónica en el punto $P_\alpha = (z_2, h)$ donde z_2 está descrita por la ecuación

$$z_2(h) = \left\{ t + \frac{c_2 h^2}{1 + \sqrt{1 - (1 + k_2) c_2^2 h^2}}, h \right\}. \quad (2.34)$$

Asumimos que el rayo es refractado dentro de la lente a lo largo de la recta $\overline{P_\alpha P_\beta}$, cuya ecuación puede escribirse simplemente como

$$y = h + \tan[\alpha_2](z - z_2(h)); \quad \alpha_2 = \theta_{i1} - \theta_{r1}, \quad (2.35)$$

donde θ_{r1} está relacionado con el ángulo θ_{i1} por la ley de Snell, de lo cual podemos escribir a θ_{r1} y θ_{i1} como

$$\theta_{i1} = \arctan[-z'_2], \quad \theta_{r1} = \arcsen \left[\frac{n_a z'_2}{n_l \sqrt{1 + z'_2{}^2}} \right], \quad (2.36)$$

donde z'_2 es la primera derivada de z_2 con respecto a h . Repitiendo el procedimiento seguido en la sección 2.2, sustituímos la ec. (2.36) en la ec. (2.35) y simplificamos, obteniendo

$$y = h\{1 - \sigma_2[z - z_2(h)]\}, \quad (2.37)$$

donde hemos definido

$$\sigma_2 = \frac{c_2(n_l^2 - n_a^2)}{n_l^2 \sqrt{1 - (1 + k_2)h^2 c_2^2} + n_a \sqrt{n_l^2 - (n_a^2 + k_2 n_l^2)h^2 c_2^2}}. \quad (2.38)$$

La primera superficie cónica como función de una altura arbitraria y está dada por

$$z_1(y) = \left\{ \frac{c_1 y^2}{1 + \sqrt{1 - (1 + k_1)c_1^2 y^2}}, y \right\}. \quad (2.39)$$

Sean $P_\beta = (z_{i2}, y_{i2})$ las coordenadas del punto donde el rayo $\overline{P_\alpha P_\beta}$ toca a la primera superficie cónica, de esta manera, resolviendo para z y y , considerando las ecs. (2.37) y (2.39) en función de h , obtenemos

$$\begin{aligned} z_{i2} &= \frac{1 + c_1 h^2 \sigma_2 (1 + \sigma_2 z_2(h)) \pm \sqrt{\Gamma_2}}{c_1 (1 + k_1 + h^2 \sigma_2^2)}, \\ y_{i2} &= \frac{h [c_1 (1 + k_1) (1 + \sigma_2 z_2(h)) - \sigma_2 (1 \pm \sqrt{\Gamma_2})]}{c_1 (1 + k_1 + h^2 \sigma_2^2)}, \end{aligned} \quad (2.40)$$

donde

$$\Gamma_2 = 1 - c_1 h^2 (1 + \sigma_2 z_2(h)) [c_1 (1 + k_1) (1 - \sigma_2 z_2(h)) - 2\sigma_2],$$

de lo que se obtienen dos posibles valores para P_β de acuerdo con $\pm(\Gamma_2)^{1/2}$. Para los casos en los que $c_2 > 0$ consideramos el valor $+\sqrt{\Gamma_2}$. Por otro lado, si $c_2 < 0$, entonces consideramos el valor $-\sqrt{\Gamma_2}$.

El rayo $\overline{P_\alpha P_\beta}$ es refractado hacia afuera de la lente a lo largo de la recta $\overline{P_\beta P_\gamma}$ como se muestra en la figura 2.10. El ángulo β_2 es aquel que se forma entre el eje óptico y el rayo refractado $\overline{P_\beta P_\gamma}$, que puede ser escrito como

$$\beta_2 = \gamma_1 + \theta_{r2} - \frac{\pi}{2}, \quad (2.41)$$

donde $\gamma_1 = \arctan[1/z'_1(y_{i2})]$ con $z'_1(y_{i2})$ la primera derivada de z_1 con respecto a la variable y evaluada en y_{i2} . El ángulo θ_{r2} está relacionado con el ángulo θ_{i2} mediante la ley de Snell de la forma

$$\theta_{r2} = \arcsen[(n_l/n_a) \sen(\theta_{i2})], \quad (2.42)$$

donde

$$\theta_{i2} = \frac{\pi}{2} + (\theta_{i1} - \theta_{r1}) - \gamma_1. \quad (2.43)$$

Considerando las ecs. (2.36), (2.40), (2.41), (2.42) y (2.43), la ec. del rayo refractado $\overline{P_\beta P_\gamma}$ está escrita como

$$y = y_{i2} + \tan[\beta_2](z - z_{i2}). \quad (2.44)$$

Esta ecuación representa a una familia paramétrica de rayos refractados como función de h y su cáustica es la envolvente de esta familia de rayos. Para hallar la envolvente, derivamos la ec. (2.44), igualamos a cero y, simplificando, tenemos

$$0 = \frac{\partial y_{i2}}{\partial h} - \frac{1}{\cos^2 \beta_2} \left[\frac{\partial \beta_2}{\partial h} \right] (z - z_{i2}) - \left[\frac{\partial z_{i2}}{\partial h} \right] \tan \beta_2. \quad (2.45)$$

Finalmente, resolvemos las ecs. (2.44) y (2.45) para z y y , obteniendo

$$z_{cf} = z_{i2} + \left[\frac{\frac{\partial y_{i2}}{\partial h} \cos \beta_2 + \frac{\partial z_{i2}}{\partial h} \sen \beta_2}{\frac{\partial \beta_2}{\partial h}} \right] \cos \beta_2, \quad (2.46)$$

$$y_{cf} = y_{i2} + \left[\frac{\frac{\partial y_{i2}}{\partial h} \cos \beta_2 + \frac{\partial z_{i2}}{\partial h} \sen \beta_2}{\frac{\partial \beta_2}{\partial h}} \right] \sen \beta_2,$$

donde hemos sustituido $z \rightarrow z_{cf}$ y $y \rightarrow y_{cf}$ en donde el subíndice cf significa cáustica para rayos frontales. El conjunto de puntos (z_{cf}, y_{cf}) son las coordenadas de los puntos que representan paraméricamente la superficie cáustica producida por una lente biconvexa cónica en un plano meridional como función de h cuando un frente de onda plano se propaga de derecha a izquierda.

Al igual que en la sección 2.2, la figura 2.11 muestra esquemáticamente la formación de la Superficie Principal Primaria, SPP , (de acuerdo a la nomenclatura utilizada en la referencia [16]) definida como el conjunto de puntos en los que los rayos refractados por la lente biconvexa cónica intersectan a los rayos incidentes, es decir, cuando $y = h$, donde y está dada por la ec. (2.44). Resolviendo para z obtenemos la ecuación de la como función de h escrita como

$$SPP(h) = \left(z_{i2} + \frac{h - y_{i2}}{\tan \beta_2}, h \right). \quad (2.47)$$

De la ec. (2.47), es claro que la forma de SPP dependerá de todos los parámetros involucrados en el proceso de refracción y que ésta presenta simetría de revolución alrededor. La figura 2.12 muestra a la superficie cáustica frontal y a la superficie principal primaria de una lente biconvexa cónica.

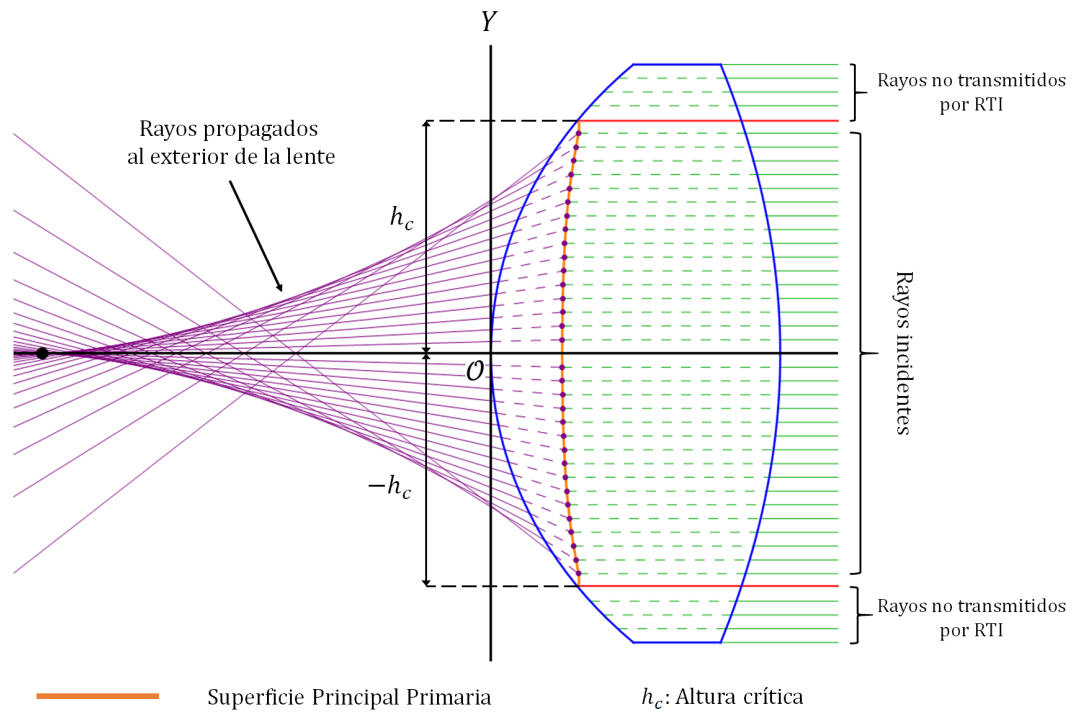


Figura 2.11: Formación de la superficie principal primaria de una lente biconvexa cónica considerando a $R_1 > 0$, $R_2 < 0$ y $n_l > n_a$. La altura de incidencia h_c es la altura crítica para la cual, si $h > h_c$, se produce reflexión total interna (RTI).

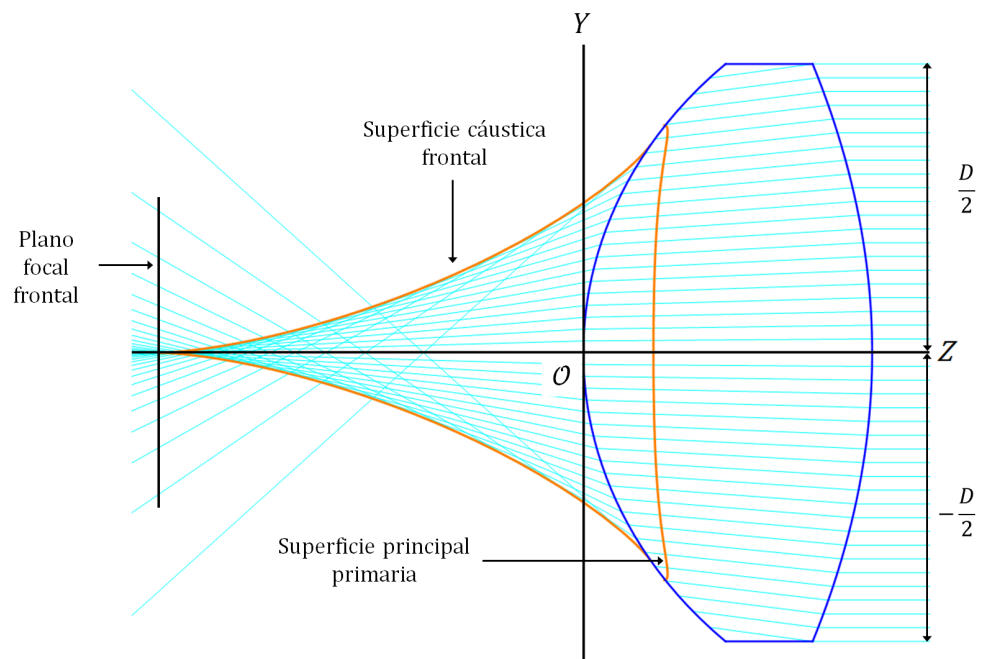


Figura 2.12: Superficie cáustica frontal y superficie principal primaria de una lente biconvexa cónica, considerando $c_1 > 0$, $c_2 < 0$ y $n_l > n_a$.

2.3.1. Aproximación paraxial

De igual manera a como se realizó en la sección 2.2.1, aquí calculamos el límite de las ecs. (2.46) y (2.47) cuando el parámetro h tiende a cero y obtenemos las siguientes cantidades

$$\beta_2(0) = z_{i2}(0) = y_{i2}(0) = 0,$$

$$\frac{\partial z_{i2}}{\partial h} \Big|_{h \rightarrow 0} = 0, \quad \frac{\partial y_{i2}}{\partial h} \Big|_{h \rightarrow 0} = \frac{n_l - c_2 t (n_a - n_l)}{n_l}, \quad (2.48)$$

$$\frac{\partial \beta_2}{\partial h} \Big|_{h \rightarrow 0} = - \frac{n_l [c_1 (n_l - n_a) + c_2 (n_a - n_l)] - c_1 c_2 t (n_l - n_a) (n_a - n_l)}{n_a n_l}.$$

Sustituyendo estas cantidades en la ec. (2.46) y, simplificando, obtenemos

$$z_{cf}(0) = - \left(\frac{n_a}{n_l} \right) \left(\frac{n_l - c_2 (n_a - n_l) t}{c_1 (n_l - n_a) + c_2 (n_a - n_l) - \frac{c_1 c_2 (n_a - n_l) (n_l - n_a) t}{n_l}} \right), \quad (2.49)$$

$$y_{cp}(0) = 0,$$

en la cual, la componente z_{cf} , puede escribirse en términos de las potencias ópticas de las superficies refractantes de la siguiente forma

$$z_{cf}(0) = f = - \frac{n_a \left[1 - \frac{P_2 t}{n_l} \right]}{P_T}, \quad (2.50)$$

donde f es un punto relacionado con la *potencia neutralizante* [16] de una lente que es definida como el recíproco de la distancia que hay entre el vértice de la primera superficie refractora hasta la cúspide de la superficie cáustica. Esta distancia es comúnmente conocida como distancia focal frontal (*FFL* del inglés *Front Focal Length*), dada de tal forma que $f = FFL$.

Ahora, calculamos el límite cuando $h \rightarrow 0$ de la ec. (2.47), obteniendo así una indeterminación del tipo $0/0$. Aplicando el teorema de L'Hôpital, el límite queda como

$$\lim_{h \rightarrow 0} SPP(h) = \left\{ \lim_{h \rightarrow 0} \left[z_{i2} + \frac{1 - \frac{\partial y_{i2}}{\partial h}}{\frac{\partial \beta_2}{\partial h} \sec^2 \beta_2} \right], \lim_{h \rightarrow 0} h \right\}. \quad (2.51)$$

Sustituyendo las cantidades de la ec. (2.48) y, simplificando, obtenemos

$$SPP(0) = \left[\left(\frac{n_a}{n_l} \right) \left(\frac{c_2 (n_a - n_l) t}{c_1 (n_l - n_a) + c_2 (n_a - n_l) - \frac{c_1 c_2 (n_a - n_l) (n_l - n_a) t}{n_l}} \right), 0 \right]. \quad (2.52)$$

De este modo, hemos recuperado la posición del *Plano Principal Primario* (PPP) con respecto a nuestro sistema de referencia, la cual puede expresarse en términos de las potencias de la siguiente forma

$$PPP = t \left[\frac{n_a P_2}{n_l P_T} \right]. \quad (2.53)$$

Consideramos el punto de intersección del eje óptico con el plano principal primario cuyas coordenadas con respecto al origen están dadas como $H_{PPP} = (PPP, 0)$. De esta manera, obtenemos la ubicación del punto principal primario de una lente biconvexa cónica.

La figura 2.13 muestra la relación entre el plano principal primario y el foco paraxial frontal con la superficie principal primaria y la superficie cáustica posterior, respectivamente.

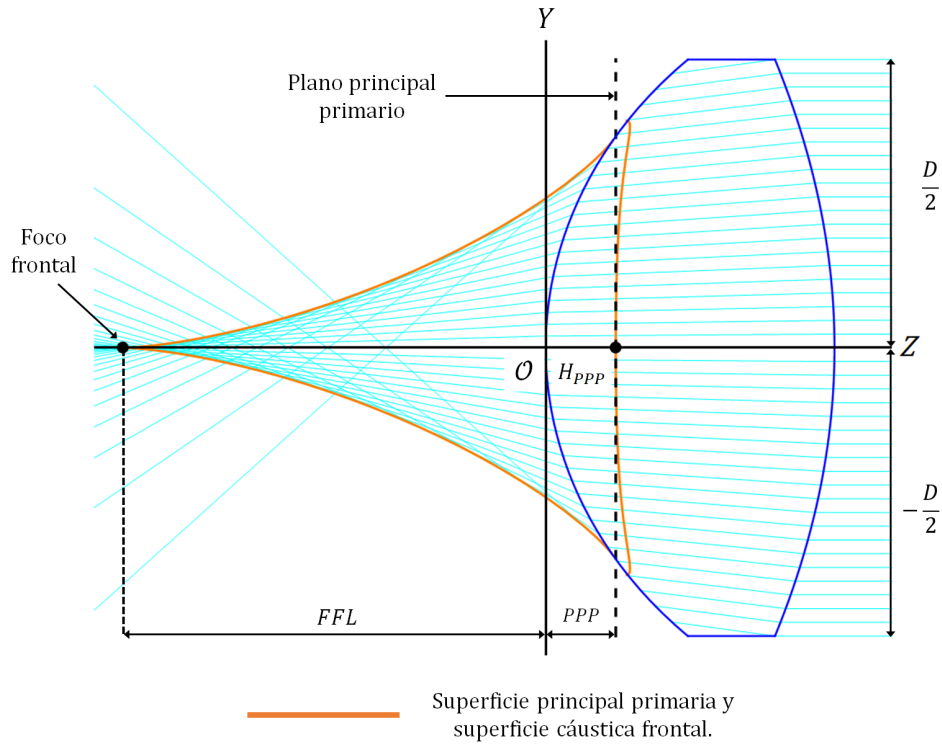


Figura 2.13: Esquema del plano principal primario y el foco frontal de una lente biconvexa cónica.

2.3.2. Aproximación a tercer orden

En esta sección, presentamos una representación polinomial en series a tercer orden de las ecs. (2.46) y (2.47) correspondientes a la superficie cáustica frontal y la superficie principal primaria.

Calculamos la expansión polinomial en series de Taylor a tercer orden de la superficie cáustica, en función del parámetro h , asumiendo que se cumple que $c_1 h < 1$ y $c_2 h < 1$. Considerando lo anterior, y simplificando, obtenemos

$$z_{cf_a}(h) = FFL - \left(\frac{3G'_3}{2n_a n_l^4 P_T^2} \right) h^2, \quad y_{cf_a}(h) = \left(\frac{G'_3}{n_a^2 n_l^4 P_T} \right) h^3, \quad (2.54)$$

donde hemos definido

$$\begin{aligned}
G'_3 &= c_1 n_l P_1 P_2 (n_a + 3n_l)(n_l - P_2 t)^3 + c_1^2 P_1 (k_1 n_a^2 + n_l^2)(n_l - P_2 t)^4 \\
&+ n_l P_2 \{c_2^2 n_l^2 (2n_a^3 + k_2 n_a^2 n_l - 2n_a n_l^2 + n_l^3) + P_2 [n_a^2 P_2^2 t \\
&+ 2n_a P_1 (n_l - P_2 t)^2 + n_l [3n_l^2 P_1 - n_l P_2 (6P_1 + P_2)t + 3P_1 P_2^2 t^2]]\},
\end{aligned} \tag{2.55}$$

y hemos cambiado el subíndice cf por cf_a , que significa cáustica frontal aproximada. De la ec. (2.54) se observa que z_{cf_a} está formada por los coeficientes de orden par (orden 0 y orden 2) y y_{cf_a} el coeficiente de orden 3, la distancia FFL fue definida en la ec. (2.50) de acuerdo a nuestro sistema de referencia, P_1 y P_2 son las potencias ópticas de cada una de las superficies refractoras y P_T la potencia óptica total de la lente. De las consideraciones anteriores, encontramos que la ec. (2.54) es la representación paramétrica de una parábola semicúbica cuyo origen se encuentra en FFL .

De manera análoga a lo realizado para la aproximación a tercer orden de la superficie cáustica anterior, partiendo de la ec. (2.54), proveemos una expresión de la superficie cáustica frontal aproximada, independiente del parámetro h , que puede ser escrita como

$$y_f = \mu_f^{1/2} \cdot z_f^{3/2}, \tag{2.56}$$

donde hemos hecho un cambio de coordenadas tal que $y_f = y_{cf_a}$ y $z_f = FFL - z_{cf_a}$, y el coeficiente μ_f puede escribirse como

$$\begin{aligned}
\mu_f &= [8(n_a - n_l)^3 (c_2 n_l - c_1 (n_l + c_2 (-n_a + n_l)t))^4] \\
&/ [27n_a (c_1 c_2^2 (n_a - n_l)^2 n_l (2n_a + 3n_l)(n_l + c_2 (-n_a + n_l)t)^2 \\
&+ c_1^2 c_2 (n_a - n_l) n_l (n_a + 3n_l)(n_l + c_2 (-n_a + n_l)t)^3 \\
&+ c_1^3 (k_1 n_a^2 + n_l^2)(n_l + c_2 (-n_a + n_l)t)^4 \\
&+ c_2^3 n_l (-n_l^2 (2n_a^3 + k_2 n_a^2 n_l - 2n_a n_l^2 + n_l^3) - c_2 (n_a - n_l)^4 (n_a + n_l)t)].
\end{aligned} \tag{2.57}$$

Considerando nuevamente la expresión de la superficie cáustica asociada al frente de onda refractado [8] [14], la ec. (2.56) puede ser reescrita según la ec. (2.28) al hacer $\eta = y_f$, $\zeta = z_f$, $\rho = FFL$ y $n = n_a$. El coeficiente b_1 es el coeficiente de aberración esférica a tercer orden de la aberración de Seidel [14] y que aquí presentamos como una función de todos los parámetros de la lente involucrados en el proceso de refracción. Para el caso en el que consideramos a la aproximación a tercer orden de la superficie cáustica frontal, podemos escribir al coeficiente b_1 como

$$b_{1f} = \frac{n_a^2 G'_3}{8n_l^4 P_T^4 FFL^4}, \tag{2.58}$$

donde el subíndice f significa que es el coeficiente asociado a la superficie cáustica frontal. El coeficiente b_{1f} permite calcular la cantidad de aberración esférica introducida por una lente simple cuando un frente de onda plano se propaga e incide en la lente de derecha a izquierda. Adicionalmente, si sustituimos $c_2 \rightarrow c_1$ y $k_2 \rightarrow k_1$ en la ec. (2.58), obtenemos nuevamente la expresión presentada en la ec. (2.29).

Por otro lado, ahora calculamos una representación polinomial en series de Taylor a tercer orden de la Superficie Principal Primaria en función del parámetro h , considerando que $c_1 h < 1$ y $c_2 h < 1$. De este modo, obtenemos la siguiente expresión

$$SPP_a(h) = \left[PPP + \left(\frac{\lambda'}{2n_a n_l^4 P_T^2} \right) h^2, h \right], \tag{2.59}$$

donde SPP_a significa superficie principal primaria aproximada, PPP fue definido en la ec. (2.53), el término de tercer orden es 0 y λ' es un polinomio en función del grosor, t , de la lente expresado como

$$\lambda'(t) = \alpha'_0 + \alpha'_1 t + \alpha'_2 t^2 + \alpha'_3 t^3 + \alpha'_4 t^4, \quad (2.60)$$

cuyos coeficientes están dados como

$$\begin{aligned} \alpha'_0 &= n_a n_l^3 P_T [c_2 n_a (P_1 + P_2) + c_1 n_l P_T], \\ \alpha'_1 &= -n_l P_2 \{n_a n_l (n_a - n_l) [c_1^2 c_2 n_l^2 + c_2^3 n_a (n_a + k_2 n_l) - c_2^2 n_l P_1 + c_1^2 [-c_1 n_l (n_a (1 + k_1) + n_l) \\ &\quad - (n_a + n_l) P_2]] - [c_2^2 n_a^4 - c_2 (-2c_1 + c_2) n_a^3 n_l + c_2^2 k_2 n_a^2 n_l^2 + 2(c_1 - c_2)^2 n_a n_l^3 \\ &\quad - (c_1 - c_2)^2 n_l^4] P_T + 2c_1 n_a n_l^2 P_T^2\}, \\ \alpha'_2 &= c_1 P_2^2 \{c_2 n_a [n_a^3 + (k_2 - 1) n_a n_l^2 + n_l^3] P_2 + n_l P_T [P_2 (n_a^2 + 2n_l (n_a - n_l)) - n_a n_l P_T] \\ &\quad + c_1 n_l [-3n_a n_l (n_a (1 + k_1) + n_l) P_1 + 2(n_a^3 - 2n_a n_l^2) P_2 - 2n_l^2 (-2n_a + n_l) P_T]\}, \\ \alpha'_3 &= c_1^2 P_2^3 \{-3P_1 n_a n_l [n_a (1 + k_1) + n_l] + P_2 n_a (n_a^2 - 2n_l^2) + (2n_a - n_l) n_l^2 P_T\}, \\ \alpha'_4 &= c_2^2 P_1^3 P_2^2 n_a [n_a (1 + k_1) + n_l]. \end{aligned} \quad (2.61)$$

De lo anterior, considerando una aproximación a tercer orden, la superficie principal primaria puede ser representada mediante una superficie parabólica cuyo vértice se encuentra en el punto principal primario, para $\lambda' > 0$ la superficie parabólica es convexa y para $\lambda' < 0$ la superficie parabólica es cóncava. En el caso en el que $\lambda' \approx 0$, se recupera la posición del plano principal primario, de acuerdo a lo obtenido con la aproximación paraxial.

A continuación, estudiamos la aproximación parabólica de la superficie principal primaria para el caso particular de una lente delgada, es decir, cuando el grosor de la lente tiende a cero. Para esto, calculamos el límite de la ec. (2.59) cuando $t \rightarrow 0$. Calculando dicho límite y, simplificando, obtenemos

$$\lim_{t \rightarrow 0} SPP_a(h) = \left\{ \frac{(c_2 n_a + c_1 n_l)}{2n_l} h^2, h \right\}. \quad (2.62)$$

La ec. (2.62) es una representación paramétrica de una parábola cuyo vértice está ubicado en el origen de coordenadas y que está dada en función de los radios de curvatura, del índice de refracción de la lente y del índice de refracción del medio. De este modo, y considerando el resultado presentado en la ec. (2.33), hemos obtenido un par de parábolas principales cuyos vértices coinciden en el origen, contrario a lo que establece la óptica paraxial en donde una lente delgada presenta un par de planos principales que coinciden en el origen de coordenadas. Adicionalmente, si los radios de curvatura cumplen que $c_1 = c_2$, es decir, el caso de un menisco positivo, las parábolas descritas por las ecs. (2.33) y (2.62) son iguales.

Finalmente, la figura 2.14 muestra las aproximaciones polinomiales a tercer orden en series de Taylor de la superficie cáustica frontal y la superficie principal primaria.

Por otro lado, considerando las figuras 2.9 y 2.14, observamos claramente que las superficies cáusticas coinciden muy bien con sus respectivas aproximaciones a tercer orden en una región fuera del eje óptico. Admitiendo una tolerancia de error del 10% entre la superficie exacta y su aproximación, calculamos la región de coincidencia sobre la superficie de la lente correspondiente a los rayos incidentes que son propagados y que forman el fragmento de superficie cáustica donde la diferencia entre la expresión exacta y la aproximación a tercer orden está acotada por la magnitud de error antes mencionada. Se puede considerar que dicha región de coincidencia constituye entre un 40% y un 60% de la apertura de entrada,

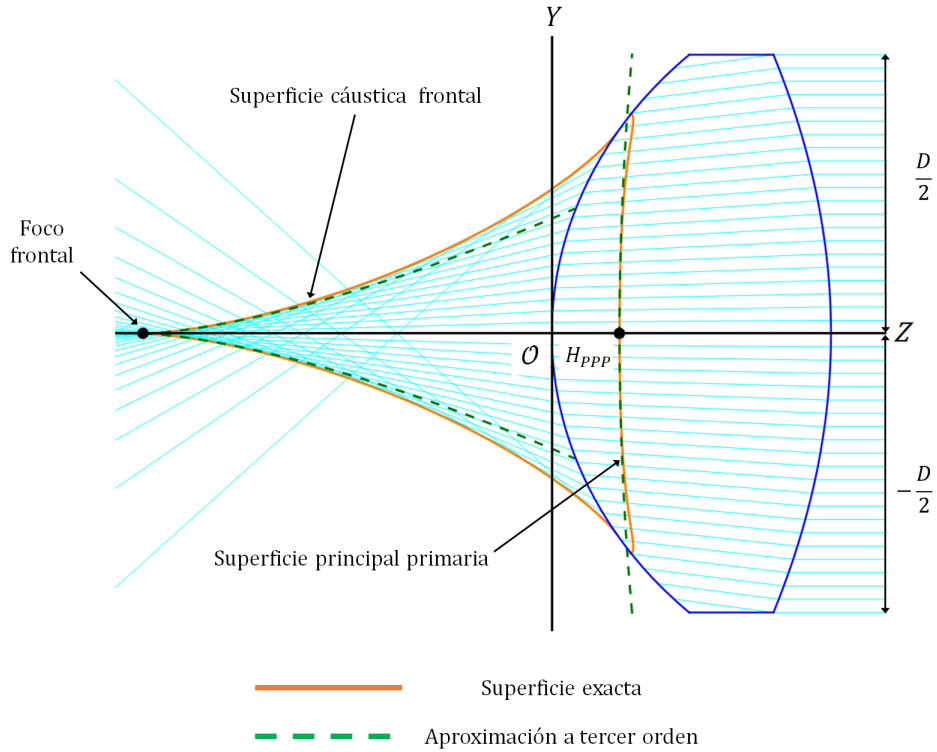


Figura 2.14: Esquema de las aproximaciones polinomiales a tercer orden de la superficie cáustica frontal y la superficie principal primaria, considerando $c_1 > 0$, $c_2 < 0$ y $n_l > n_a$.

es decir, el diámetro D de la lente. La figura 2.15 muestra las regiones de coincidencia consideradas para una lente simple biconvexa cónica para frentes de onda planos que inciden de izquierda a derecha y de derecha a izquierda.

En el apéndice D presentado al final de este trabajo, hemos incluido un resumen de los resultados obtenidos en esta sección.

2.4. Reducción de la superficie cáustica

En este capítulo hemos estudiado el proceso de refracción de luz de un frente de onda plano que incide paralelo al eje óptico sobre las dos superficies de una lente biconvexa cónica. Mediante el trazo exacto de rayos, hemos encontrado que el proceso de refracción involucra siete parámetros arbitrarios ($c_1, c_2, k_1, k_2, n_a, n_l, t$) que denominamos parámetros de diseño. Modificando estos parámetros, podemos diseñar lentes simples con las características deseadas según su propósito. Por ejemplo, si se desea obtener una lente simple biconvexa cónica con distancias focales BFL y FFL predeterminadas, teniendo, además, valores conocidos para n_a, n_l y t , debemos considerar las ecs. (2.16) y (2.49), de las cuales tenemos que

$$BFL = F - t = \left(\frac{n_a}{n_l} \right) \left(\frac{n_l - c_1(n_l - n_a)t}{c_1(n_l - n_a) + c_2(n_a - n_l) - \frac{c_1 c_2 (n_a - n_l)(n_l - n_a)t}{n_l}} \right), \quad (2.63)$$

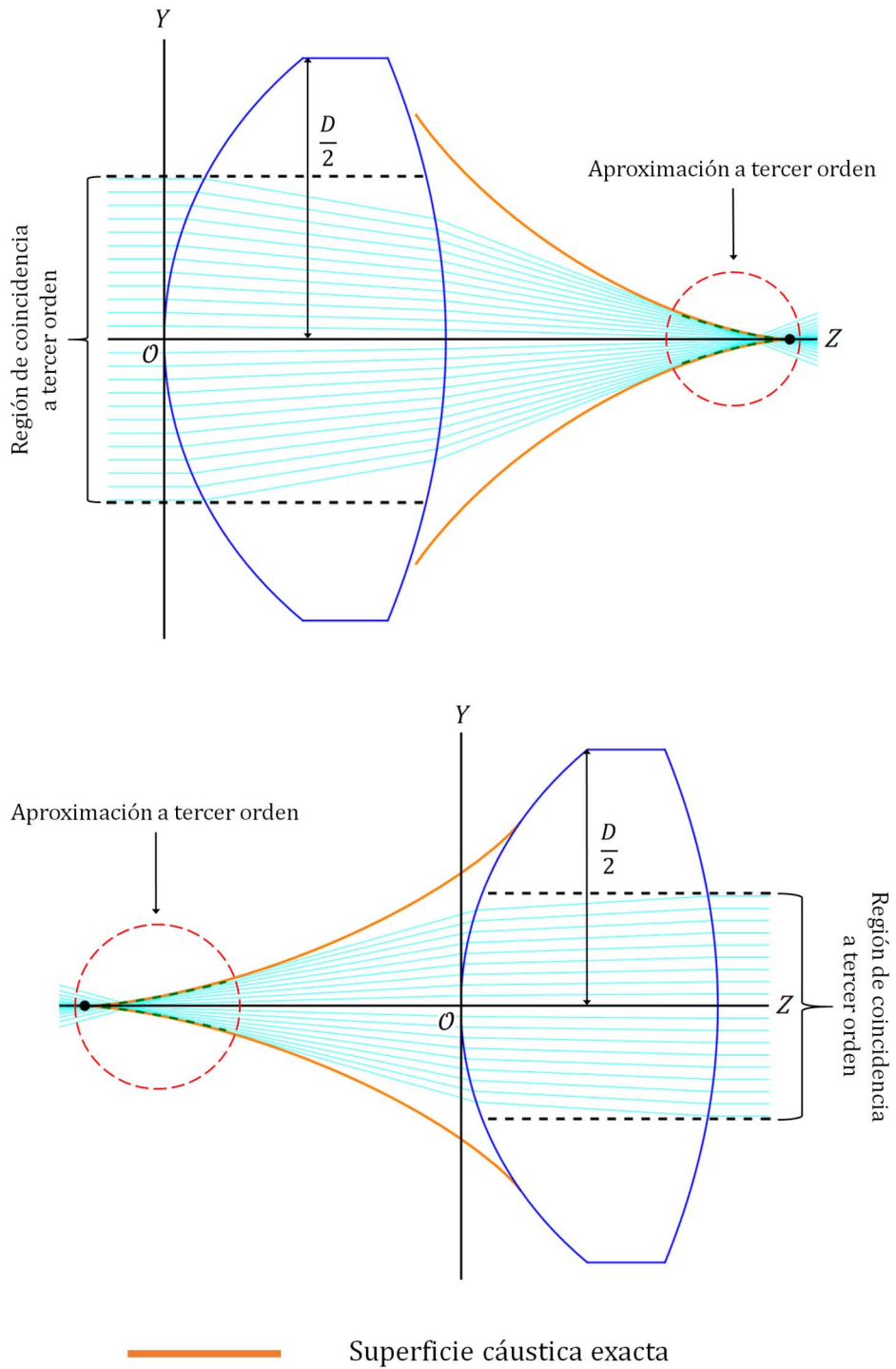


Figura 2.15: Región de coincidencia para una lente simple biconvexa cónica considerando un frente de onda plano que incide de izquierda a derecha (Arriba) y un frente de onda plano que incide de derecha a izquierda (Abajo) para las cuales la superficie cóustica exacta y su correspondiente aproximación a tercer orden difieren en menos del 10%.

$$FFL = f = - \left(\frac{n_a}{n_l} \right) \left(\frac{n_l - c_2(n_a - n_l)t}{c_1(n_l - n_a) + c_2(n_a - n_l) - \frac{c_1 c_2 (n_a - n_l)(n_l - n_a)t}{n_l}} \right).$$

Resolviendo para c_1 y c_2 en la ec. (2.63), obtenemos los siguientes valores

$$\begin{aligned} [c_1^-, c_2^-] &= \left[\frac{2FFLn_l - n_a t + \Delta}{2FFL(n_l - n_a)t}, \frac{2BFLn_l + n_a t - \Delta}{2BFL(n_a - n_l)t} \right], \\ [c_1^+, c_2^+] &= \left[\frac{2FFLn_l - n_a t - \Delta}{2FFL(n_l - n_a)t}, \frac{2BFLn_l + n_a t + \Delta}{2BFL(n_a - n_l)t} \right], \end{aligned} \quad (2.64)$$

donde hemos definido $\Delta = \sqrt{n_a^2 t^2 - 4n_l^2 BFL \cdot FFL}$. De lo anterior, encontramos que si se impone la condición en la que $FFL = -BFL$, se cumple que $c_1^\pm = -c_2^\pm$, lo que resulta en una lente equiconvexa cónica. Es importante señalar que, aunque ambas soluciones presentadas en la ec. (2.64) satisfacen las condiciones predispuestas para BFL y FFL , en lo que respecta a este trabajo, el conjunto de soluciones al que se dará preferencia será $[c_1^-, c_2^-]$. Lo anterior, se debe a que las curvaturas paraxiales obtenidas cumplen que $c_1^+ > c_1^-$ y $c_2^+ > c_2^-$, es decir, los correspondientes radios de curvatura cumplen que $R_1^+ < R_1^-$ y $R_2^+ < R_2^-$, de lo que se sigue que las soluciones c_1^- y c_2^- permiten diseñar lentes cuya apertura para la luz incidente sobre la lente sea mayor que la apertura permitida por las soluciones c_1^+ y c_2^+ .

Como se ha mencionado anteriormente, parte importante en el diseño óptico es la reducción del error en la formación de imágenes debido a la aberración esférica cuya magnitud está asociada al tamaño de la superficie cáustica [7]. Lo que se propone en esta sección es proveer los parámetros de diseño tales que logremos reducir significativamente la superficie cáustica. Para esto, consideramos los coeficientes G_3 y G'_3 presentados en las ecs. (2.24) y (2.54).

Podemos ver claramente en las ecs. (2.25) y (2.55) que los coeficientes G_3 y G'_3 son funciones lineales de las constantes de conicidad k_1 y k_2 . Conociendo los parámetros de diseño restantes e imponiendo la condición en la que $G_3 = G'_3 = 0$, resolvemos para k_1 y k_2 y obtenemos lo siguiente

$$\begin{aligned} k_1^{3'er} &= \{-2(c_1^2 - c_2^2)n_a n_l^6 (n_a + n_l) + n_l^4 [(c_1 + c_2)(c_1^2 + c_2^2)n_a^4 - 2(c_1^3 - 4c_1 c_2^2 + c_2^3)n_a^3 n_l \\ &+ 2c_1(c_1 - c_2)c_2 n_a^2 n_l^2 + 2(c_1^3 + 2c_1^2 c_2 - 6c_1 c_2^2 + c_2^3)n_a n_l^3 + (c_1 - c_2)^2(3c_1 - c_2)n_l^4]t \\ &+ c_1(n_a - n_l)n_l^3[6c_1^3 n_l^4 + c_2^3(n_a - n_l)^2(3n_a^2 - 2n_a n_l - 6n_l^2) \\ &+ 2c_1 c_2^2(n_a - n_l)^2(n_a^2 + 8n_a n_l + 11n_l^2 + c_1^2 c_2(n_a^4 + 5n_a^2 n_l^2 + 10n_a n_l^3 - 22n_l^4)]t^2 \\ &+ c_1^2(n_a - n_l)^2 n_l^2[4c_1^3 n_l^4 + 2c_1^2 c_2 n_l^2(2n_a^2 + 4n_a n_l - 13n_l^2) \\ &+ c_2^3(n_a - 3n_l)(n_a - n_l)(3n_a^2 - 5n_l^2) + c_1 c_2^2(n_a^4 + 8n_a^3 n_l - 12n_a^2 n_l^2 - 32n_a n_l^3 + 39n_l^4)]t^3 \\ &+ c_1^3(n_a - n_l)^3 n_l[c_2^3 n_a^4 + 2(c_1 - 4c_2)c_2^2 n_a^3 n_l + c_2(c_1^2 - 8c_1 c_2 + 6c_2^2)n_a^2 n_l^2 \\ &+ 2c_2(c_1^2 - 9c_1 c_2 + 10c_2^2)n_a n_l^3 + (c_1^3 - 14c_1^2 c_2 + 35c_1 c_2^2 - 20c_2^3)n_l^4]t^4 \\ &- c_1^4 c_2(n_a - n_l)^4 n_l[3c_1^2 n_l^3 + 2c_1 c_2(n_a - 2n_l)n_l(n_a + 4n_l) \\ &+ c_2^2(2n_a^3 - 4n_a^2 n_l - 10n_a n_l^2 + 15n_l^3)]t^5 \\ &+ c_1^5 c_2^2(n_a - n_l)^5 n_l[c_2 n_a^2 + 2c_2 n_a n_l + 3(c_1 - 2c_2)n_l^2]t^6 - c_1^6 c_2^3(n_a - n_l)^6 n_l^2 t^7\} \\ &/ \{c_1^3 n_a^2 t[-4n_l^6 + 6(c_1 - c_2)n_l^5(n_l - n_a)t - 2(2c_1^2 - 7c_1 c_2 + 2c_2^2)(n_a - n_l)^2 n_l^4 t^2 \\ &+ (c_1 - c_2)(c_1^2 - 10c_1 c_2 + c_2^2)n_l^3(n_l - n_a)^3 t^3 + c_1(c_1 - 3c_2)(3c_1 - c_2)c_2(n_a - n_l)^4 n_l^2 t^4 \\ &+ 3c_1^2(c_1 - c_2)c_2^2 n_l(n_l - n_a)^5 t^5 + c_1^3 c_2^3(n_a - n_l)^6 t^6]\}, \end{aligned} \quad (2.65)$$

$$\begin{aligned}
k_2^{3^{er}} = & \{-2(c_1^2 - c_2^2)n_a n_l^6(n_a + n_l) + n_l^4[(c_1 + c_2)(c_1^2 + c_2^2)n_a^4 - 2(c_1^3 - 4c_1^2c_2 + c_2^3)n_a^3n_l \\
& + 2c_1c_2(c_2 - c_1)n_a^2n_l^2 + 2(c_1^3 - 6c_1^2c_2 + 2c_1c_2^2 + c_2^3)n_a n_l^3 - (c_1 - 3c_2)(c_1 - c_2)^2n_l^4]t \\
& - c_2(n_a - n_l)n_l^3[6c_2^3n_l^4 + c_1^3(n_a - n_l)^2(3n_a^2 - 2n_a n_l - 6n_l^2) \\
& + 2c_1^2c_2(n_a - n_l)^2(n_a^2 + 8n_a n_l + 11n_l^2) + c_1c_2^2(n_a^4 + 5n_a^2n_l^2 + 10n_a n_l^3 - 22n_l^4)]t^2 \\
& + c_2^2(n_a - n_l)^2n_l^2[4c_2^3n_l^4 + 2c_1c_2^2n_l^2(2n_a^2 + 4n_a n_l - 13n_l^2) \\
& + c_1^3(n_a - 3n_l)(n_a - n_l)(3n_a^2 - 5n_l^2) + c_1^2c_2(n_a^4 + 8n_a^3n_l - 12n_a^2n_l^2 - 3_2n_a n_l^3 + 39n_l^4)]t^3 \\
& - c_2^3(n_a - n_l)^3n_l[c_1^3n_a^4 + 2c_1^2(-4c_1 + c_2)n_a^3n_l + c_1(6c_1^2 - 8c_1c_2 + c_2^2)n_a^2n_l^2 \\
& + 2c_1(10c_1^2 - 9c_1c_2 + c_2^2)n_a n_l^3 + (-20c_1^3 + 35c_1^2c_2 - 14c_1c_2^2 + c_2^3)n_l^4]t^4 \\
& - c_1c_2^4(n_a - n_l)^4n_l[3c_2^2n_l^3 + 2c_1c_2(n_a - 2n_l)n_l(n_a + 4n_l) \\
& + c_1^2(2n_a^3 - 4n_a^2n_l - 10n_a n_l^2 + 15n_l^3)]t^5 \\
& - c_1^2c_2^5(n_a - n_l)^5n_l[c_1n_a^2 + 2c_1n_a n_l + 3(-2c_1 + c_2)n_l^2]t^6 - c_1^3c_2^6(n_a - n_l)^6n_l^2t^7\} \\
& / \{c_2^3n_a^2t[-4n_l^6 + 6(c_1 - c_2)n_l^5(n_l - n_a)t - 2(2c_1^2 - 7c_1c_2 + 2c_2^2)(n_a - n_l)^2n_l^4t^2 \\
& + (c_1 - c_2)(c_1^2 - 10c_1c_2 + c_2^2)n_l^3(n_l - n_a)^3t^3 + c_1(c_1 - 3c_2)(3c_1 - c_2)c_2(n_a - n_l)^4n_l^2t^4 \\
& + 3c_1^2(c_1 - c_2)c_2^2n_l(n_l - n_a)^5t^5 + c_1^3c_2^3(n_a - n_l)^6t^6]\}.
\end{aligned}$$

Con estas expresiones para las constantes de conicidad obtuvimos el conjunto completo de parámetros que nos permiten diseñar una lente con distancias BFL y FFL predefinidas y superficies cáusticas reducidas. En la siguiente sección, presentamos un ejemplo en el que proveemos valores para los parámetros n_a , n_l y t y predefinimos valores para las distancias BFL y FFL , considerando dos casos: 1) una lente de doble superficie esférica, 2) las constantes de conicidad de la lente están dadas por la ec. (2.65).

2.5. Ejemplo.

Considérese que $n_a = 1$, $n_l = 1.415$ y $t = 86$ mm, imponiendo que la distancia focal anterior y la distancia focal frontal sean $BFL = 303$ mm y $FFL = 310$ mm, respectivamente. Sustituyendo estos valores en la ec. (2.64), obtenemos lo siguiente: $(c_1^-, c_2^-) = (0.004144 \text{ mm}^{-1}, -0.003324 \text{ mm}^{-1})$, los cuales están inversamente relacionados con los radios de curvatura de la lente de tal manera que $(R_1^-, R_2^-) = (241.284 \text{ mm}, -300.815 \text{ mm})$. Para completar los parámetros de diseño, consideramos una lente esférica, es decir, tomando los valores de las constantes de conicidad como $k_1 = k_2 = 0$, además de un diámetro $D = 280$ mm. Adicionalmente, sustituimos estos valores en las ecs. (2.30), (2.59) correspondientes a las aproximaciones parabólicas de las superficies principales, con lo que obtenemos las expresiones $SPS_a(h) = 50.6284 + 0.000347h^2$ y $SPP_a(h) = 28.3716 - 0.000273h^2$. Por otro lado, sustituyendo el conjunto de parámetros de diseño en las ecs. (2.24) y (2.54) obtenemos las siguientes expresiones para las aproximaciones a tercer orden de las superficies cáusticas: $[z_{ca_a}(h), y_{ca_a}(h)] = [389 - 0.013879h^2, 0.000027h^3]$ y $[z_{cf_a}(h), y_{cf_a}(h)] = [-310 + 0.017566h^2, 0.000035h^3]$. El trazo exacto de rayos de la lente cuyos parámetros de diseño son los presentados en este ejemplo se muestran en la figura 2.16.

Ahora, consideramos los valores de n_a , n_l , t , c_1^- y c_2^- presentados en el ejemplo anterior y sustituimos éstos en la ec. (2.65). De esta manera, obtenemos las constantes de conicidad $k_1^{3^{er}}$ y $k_2^{3^{er}}$ que nos permiten reducir la superficie cáustica de la lente de este ejemplo. Los valores obtenidos para las constantes de conicidad antes mencionadas son $(k_1^{3^{er}}, k_2^{3^{er}}) = (-0.931213, -5.437504)$ correspondientes a una superficie elíptica prolata y una superficie hiperbólica, respectivamente, según la tabla 2.2. Adicionalmente, el cambio de las constantes de conicidad que hemos realizado nos permiten aumentar la apertura de entrada conservando los parámetros c_1^- , c_2^- y t ya mencionados y, con ésto, podemos aumentar la rapidez de la lente definida como $F/\# = F/D$, donde F corresponde a la distancia focal F definida en la ec. 2.17 y D el diámetro de la lente. De lo anterior, aumentamos la apertura de entrada al considerar $D = 310$ mm para el trazo exacto de rayos. Finalmente, sustituimos los valores de los parámetros de diseño en las ecs. (2.30), (2.59) correspondientes a las aproximaciones parabólicas de las superficies principales, con lo que obtenemos las expresiones $SPS_a(h) = 50.6284 + 0.000123h^2$ y $SPP_a(h) = 28.3716 - 0.000121h^2$. Por otro

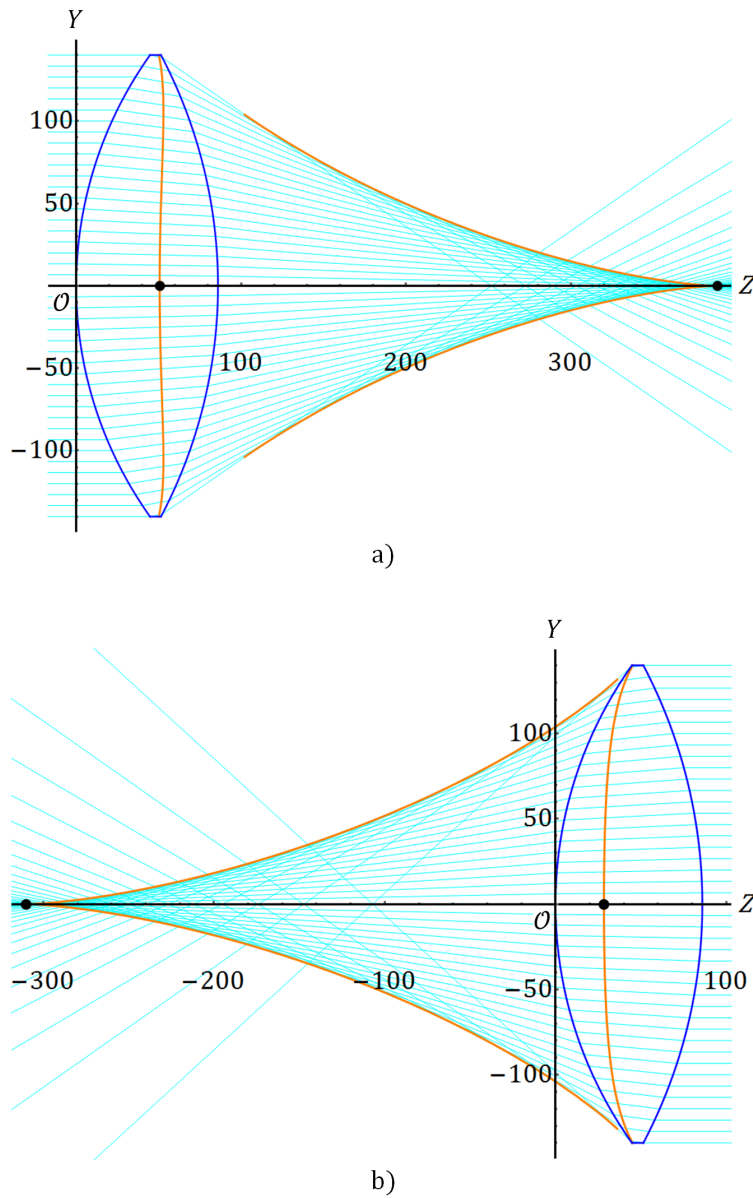
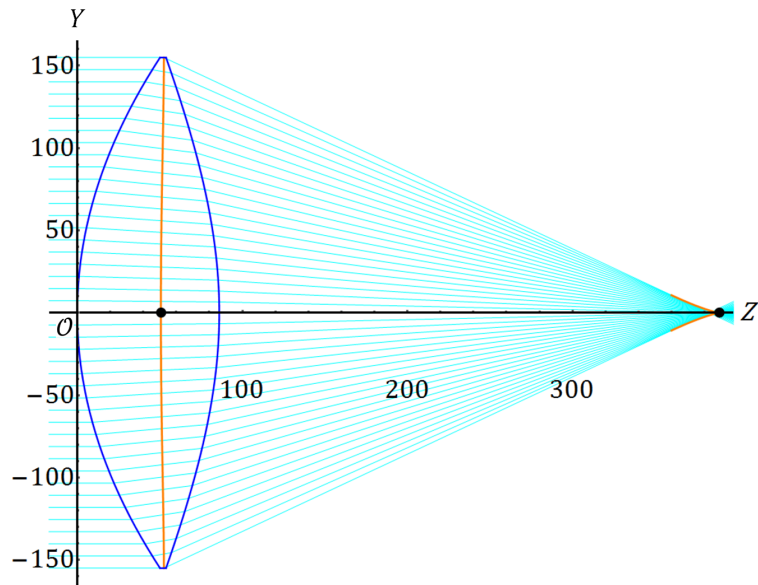


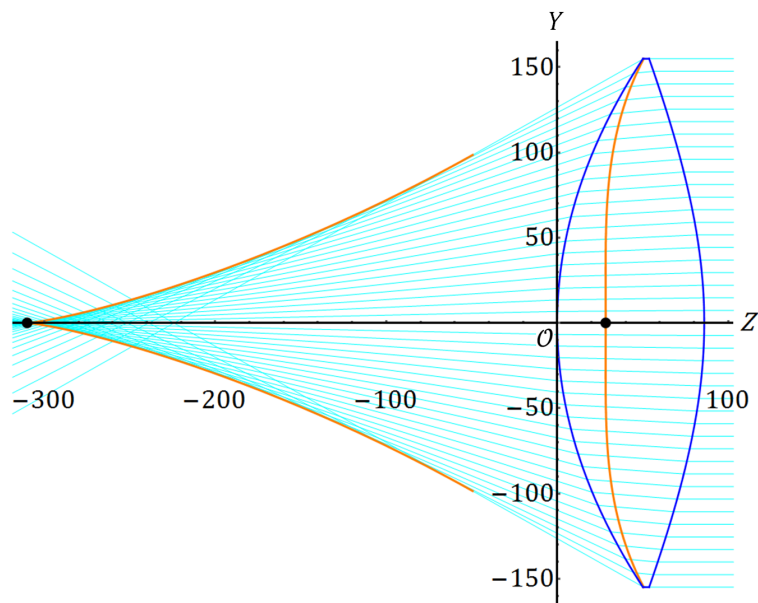
Figura 2.16: Esquema del trazo exacto de rayos de una lente esférica sin reducción de superficie cáustica. a) Frente de onda plano propagándose de izquierda a derecha. b) Frente de onda plano propagándose de derecha a izquierda.

lado, sustituyendo el conjunto de parámetros de diseño en las ecs. (2.24) y (2.54) obtenemos las siguientes expresiones para las aproximaciones a tercer orden de las superficies cáusticas: $[z_{ca_a}(h), y_{ca_a}(h)] = [389, 0]$ y $[z_{cf_a}(h), y_{cf_a}(h)] = [-310, 0]$ que coinciden con la ubicación de los puntos focales de la lente. El trazo exacto de rayos correspondiente a este ejemplo se muestran en la figura 2.17.

Las figuras 2.16 a) y 2.17 a) muestran las superficies cáusticas que se forman cuando un frente de onda plano que se propaga de izquierda a derecha incide en las lentes descritas en los ejemplos anteriores. Claramente, se observa que al realizar el cambio de constantes de conicidad como se propone en la sección 2.4, la superficie cáustica reduce considerablemente su tamaño al pasar de una lente con superficies esféricas a una lente con constantes de conicidad k_1^{3er} y k_2^{3er} . Por otro lado, las figuras 2.16 b) y 2.17



a)



b)

Figura 2.17: Esquema del trazo exacto de rayos de una lente con reducción de superficie cústica. a) Frente de onda plano propagándose de izquierda a derecha. b) Frente de onda plano propagándose de derecha a izquierda.

b) muestran las superficies cústicas que se forman cuando un frente de onda plano que se propaga de derecha a izquierda incide en las lentes ya mencionadas. En este caso, al realizar el cambio correspondiente de constantes de conicidad, la superficie cústica disminuye su tamaño parcialmente en comparación a lo ocurrido en el caso anterior.

La teoría que hemos presentado en este capítulo para la obtención de las superficies cústicas y superficies principales ha sido mayormente ejemplificada de manera esquemática para el caso de una lente biconvexa cónica (figura 2.18). Sin embargo, los resultados aquí obtenidos son igualmente aplicables para otro tipo

de lentes simples, positivas o negativas, como se muestran en los ejemplos de la figura 2.19, en los que se presentan las superficies principales y superficies cáusticas de varios tipos de lentes.

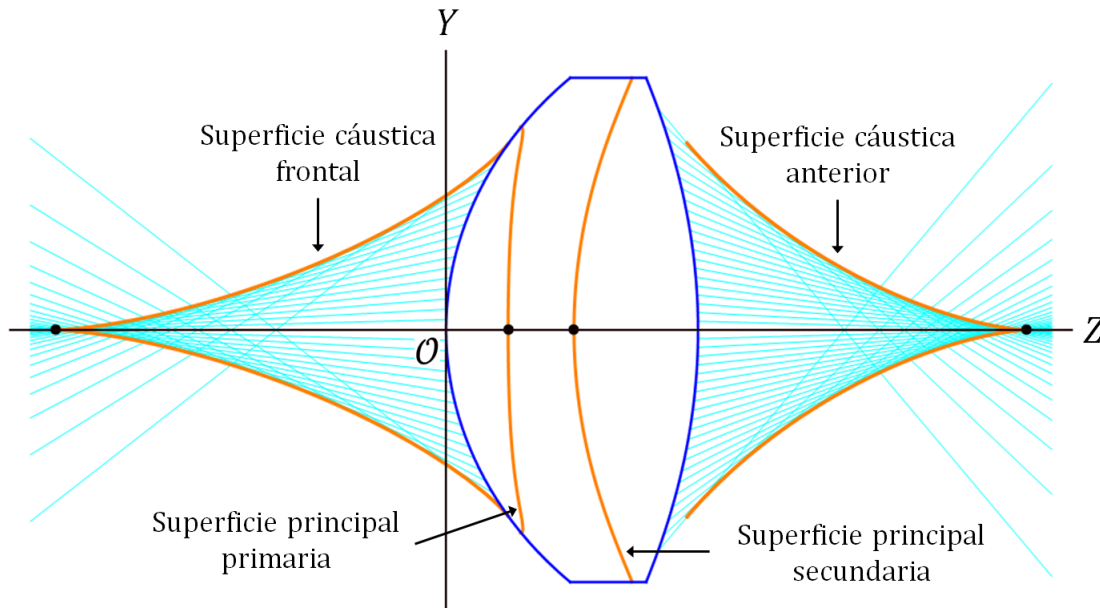


Figura 2.18: Imagen que muestra las superficies cáusticas y principales exactas de una lente biconvexa cónica considerando $n_l > n_a$ obtenidas usando trazo exacto de rayos.

En el apéndice A incluido al final de este trabajo, presentamos un método para la obtención de los planos principales y los puntos principales de acuerdo a la teoría paraxial ampliamente estudiada en la literatura [15, 16]. Adicionalmente, hemos incluido un resumen de los resultados obtenidos en este capítulo en el apéndice D.

Finalmente, la teoría aquí desarrollada para el diseño de lentes con propiedades de enfocamiento predefinidas y superficies cáusticas reducidas será utilizada en el siguiente capítulo para el diseño de lentes cónicas de Fresnel.

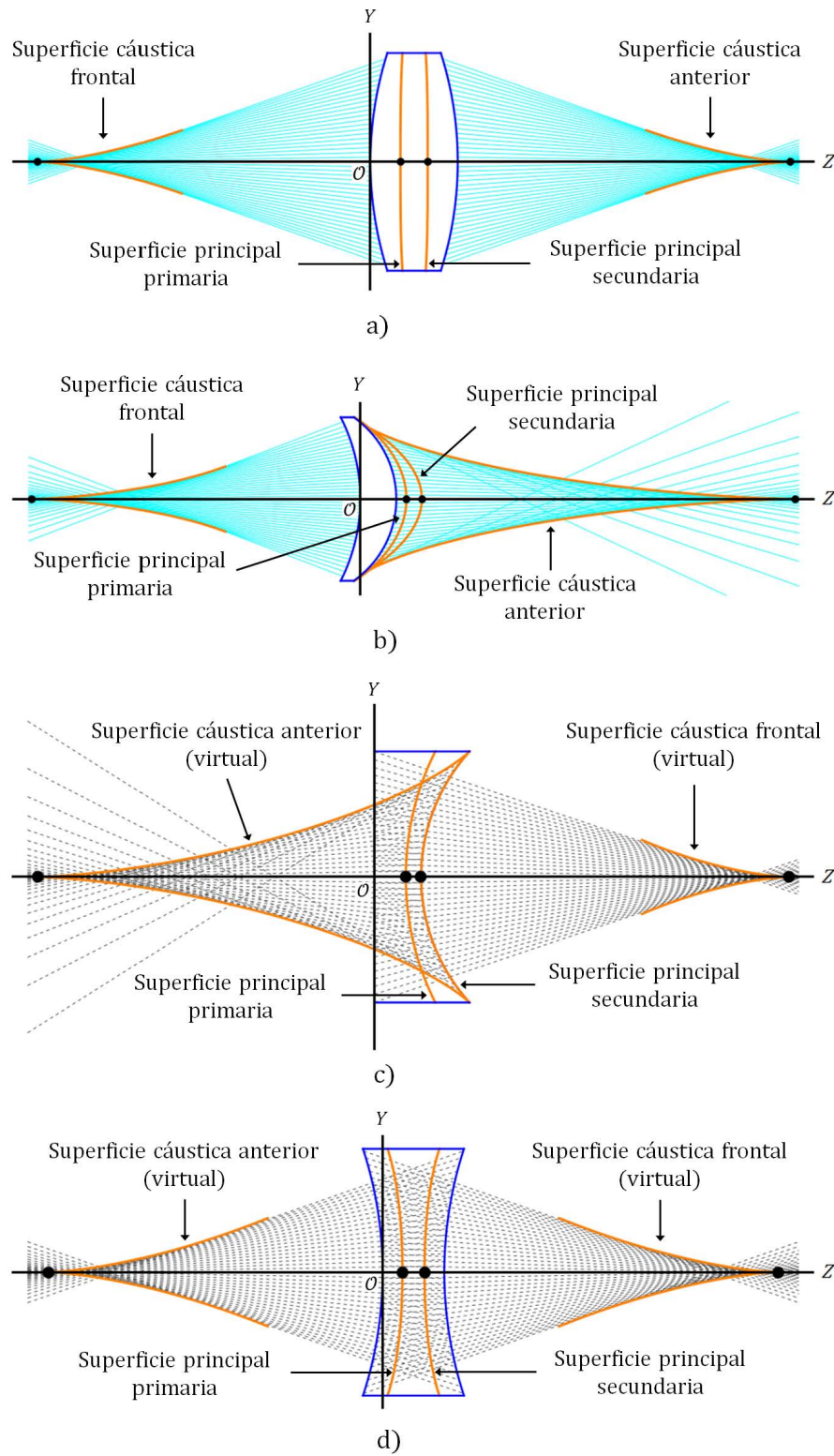


Figura 2.19: Imagen que muestra las superficies cáusticas y principales exactas para distintos tipos de lentes simples obtenidas usando trazo exacto de rayos, considerando $n_l > n_a$. a) Lente equiconvexa. b) Menisco positivo. c) Menisco negativo. d) Lente bicóncava.

Capítulo 3

Diseño de lentes cónicas de Fresnel

3.1. Antecedentes

Una lente de Fresnel es una lente delgada, conformada por un conjunto de pequeñas hendiduras ubicadas sobre la superficie de un material refractante, típicamente plásticos como el acrílico, el vinil rígido y el policarbonato, entre otros. Cada una de las hendiduras presenta un ángulo de inclinación ligeramente diferente al de las hendiduras contiguas de tal manera que, en conjunto, simulan el contorno de una lente gruesa convencional. En una lente de Fresnel se ha reducido la mayor parte del material ubicado entre las superficies refractoras, siendo la forma de la superficie la que determina las propiedades de enfocamiento de la lente.



Figura 3.1: Lente de Fresnel.

Actualmente, las lentes de Fresnel más comunes son aquellas que presentan hendiduras en una de sus superficies, mientras que la superficie restante es plana. Estas lentes son usualmente llamadas *Lentes esféricas de Fresnel* [25] debido a que su diseño se realiza basándose en superficies esféricas. Entre la gran diversidad de diseños existentes en el mercado, las lentes de Fresnel pueden mostrar variaciones que dependen de los usos para los que fueron diseñadas. Algunos diseños de lentes de Fresnel presentan hendiduras de tamaño uniforme y, en algunos otros, el tamaño de cada una de las hendiduras varía según su posición con respecto al centro de la lente. Por otro lado, las lentes de Fresnel son hechas comúnmente en materiales plásticos rígidos, sin embargo, la nueva tendencia es hacer lentes de Fresnel en materiales plásticos deformables. Finalmente, con el propósito de reducir la aberración esférica introducida por la lente, en algunos diseños, se opta por mantener una parte esférica en el centro de la lente de Fresnel.

Uno de los principales atractivos que incentiva el diseño y construcción de lentes de Fresnel es la gran diversidad de aplicaciones prácticas en las que pueden ser implementadas. Entre las aplicaciones más comunes de este tipo de lentes se encuentran las lentes positivas de Fresnel utilizadas en sistemas colimadores y los sistemas concentradores de luz solar que utilizan este tipo de lentes en distintas configuraciones y posiciones con el fin de optimizar la concentración de energía en una región determinada. Por otro lado, las lentes negativas de Fresnel son ampliamente implementadas en sistemas optimizados de iluminación en compañía de fuentes de luz de bajo consumo de energía. Algunos ejemplos de estos diseños se pueden encontrar en las referencias [25] y [39].

Por otro lado, en la referencia [25], se presenta un método de diseño que utiliza software que realizan correcciones a los parámetros de diseño de una lente esférica para obtener las propiedades de enfocamiento deseadas. Como parte importante de las aportaciones de este trabajo, en este capítulo presentamos un método general para el diseño de lentes cónicas de Fresnel convexo-planas que parten de una superficie de referencia con propiedades focales predefinidas, cuyos parámetros hemos obtenido al estudiar un caso particular de lo abordado en el capítulo anterior y que presentamos en el Apéndice B. El método aquí propuesto se realiza de manera explícita y puede utilizarse para el diseño de lentes positivas con superficie cáustica reducida o para diseño de lentes negativas no formadoras de imagen. Presentamos los trazos exactos de rayos de las lentes positivas y negativas de Fresnel.

3.2. Diseño de lentes positivas de Fresnel

Para realizar el diseño de una lente de Fresnel, partimos de una lente simple cónica de referencia que presenta propiedades de enfocamiento predefinidas y una superficie cáustica reducida a tercer orden. A continuación, presentamos el método de diseño de una lente de Fresnel en configuración convexo-plana partiendo de una superficie de referencia que puede expresarse mediante la ecuación de la sagita para curvas cónicas en un plano meridional con los parámetros de diseño C_{cp} y t_{cp} que son presentados en la ec. (B.2) y el parámetro k_{cp}^{3er} en la ec. (B.3) del apéndice B. De esta manera, la superficie de referencia está dada como

$$z_{R1}(h) = \frac{C_{cp}h^2}{1 + \sqrt{1 - (1 + k_{cp}^{3er})C_{cp}^2h^2}}. \quad (3.1)$$

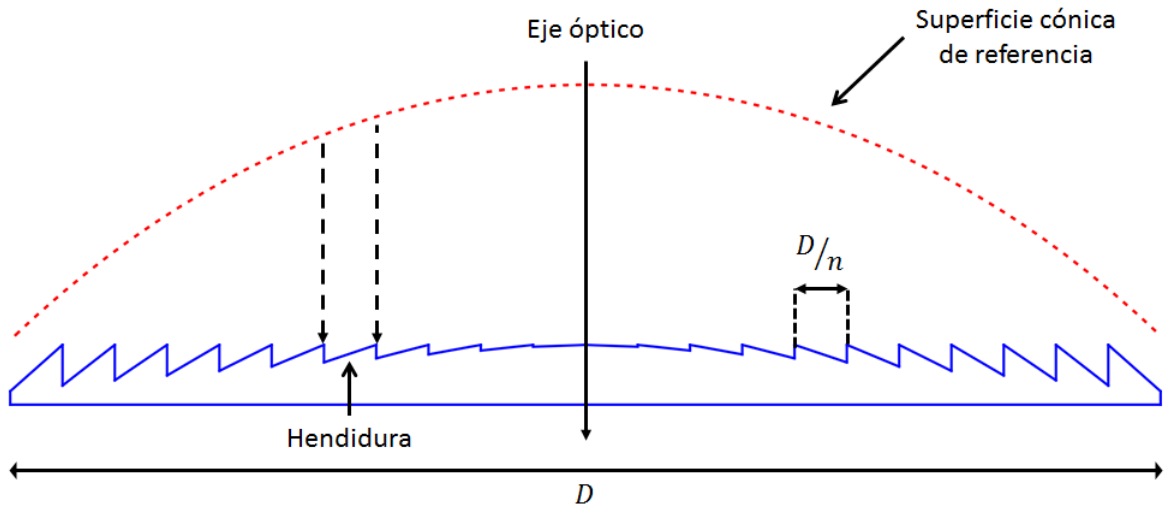


Figura 3.2: Esquema de una lente de Fresnel.

Posteriormente, realizamos una división en n segmentos de la misma anchura aproximando con una recta la porción de superficie correspondiente y reduciendo el grosor entre la superficie cónica de referencia y la cara plana de la lente al prescindir del material refractante entre ambas superficies como se muestra en la figura 3.2. Considerando simetría de revolución alrededor del eje óptico, obtenemos un conjunto de anillos concéntricos colocados a la altura de un mismo plano.

Sean h_i y h_{i+1} dos divisiones consecutivas sobre la superficie de referencia de tal manera que $h_{i+1} - h_i = D/n$, donde D es el diámetro de la lente. El ángulo de inclinación de la i -ésima hendidura estará dado por la expresión

$$\gamma_i = \arctan \left[\frac{1}{\Delta_{i1}} \right], \quad (3.2)$$

donde hemos definido $\Delta_{i1} = z'_{R1} \left(\frac{h_i + h_{i+1}}{2} \right)$ como la primera derivada con respecto al parámetro h de la ecuación de la sagita para curvas cónicas en un plano meridional dada por la ec. (3.1) y ésta es evaluada en el punto medio entre las dos divisiones consecutivas que forman a la i -ésima hendidura.

La figura 3.3 muestra la geometría involucrada en el trazo exacto de rayos para una lente positiva cónica de Fresnel en configuración convexo-plana, donde se ha exagerado el grosor de la lente para hacer más claros los parámetros involucrados en el proceso de refracción. Consideramos el caso en el que un conjunto de rayos de luz provenientes de una fuente puntual, colocada en menos infinito sobre el eje óptico, inciden desde el lado izquierdo paralelos al eje óptico sobre la superficie segmentada. Un rayo incide en la i -ésima hendidura formando un ángulo θ_{i1} con respecto a la normal a la hendidura dado como

$$\theta_{i1} = -\arctan \left[\frac{1}{\tan \gamma_i} \right]. \quad (3.3)$$

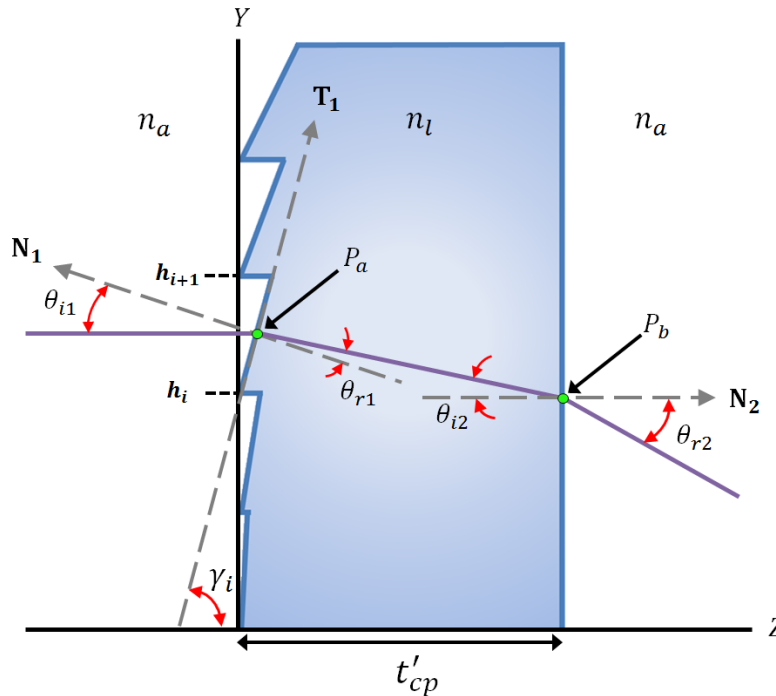


Figura 3.3: Esquema del proceso de refracción en una lente de Fresnel en configuración convexo-plana.

Sustituyendo la ec. (3.2) en la ec. (3.3) y, simplificando, se sigue que el ángulo θ_{i1} puede ser reescrito como

$$\theta_{i1} = -\arctan[\Delta_{i1}]. \quad (3.4)$$

El rayo incidente es propagado al interior de la lente a lo largo de la recta $\overline{P_a P_b}$ formando un ángulo θ_{r1} con respecto a la normal a la hendidura y está relacionado con el ángulo θ_{i1} mediante la ley de Snell de forma que $\theta_{r1} = \arcsen[(n_a/n_l) \sen \theta_{i1}]$, por lo tanto, el ángulo θ_{r1} puede escribirse como

$$\theta_{r1} = -\arcsen \left[\frac{n_a}{n_l} \frac{\Delta_{i1}}{\sqrt{1 + \Delta_{i1}^2}} \right]. \quad (3.5)$$

Al alcanzar a la superficie plana, el rayo refractado incide con un ángulo θ_{i2} con respecto a la normal a la superficie posterior y que es paralela al eje óptico. De lo anterior, el ángulo puede ser escrito como

$$\theta_{i2} = \theta_{i1} - \theta_{r1}. \quad (3.6)$$

Posteriormente, el rayo de luz es propagado al exterior formando un ángulo θ_{r2} medido desde la normal a la superficie plana. Dicho ángulo está relacionado con el ángulo θ_{i2} mediante la ley de Snell, de tal forma que $\theta_{r2} = \arcsen[(n_l/n_a) \sen \theta_{i2}]$. Sustituyendo las ecs. (3.4) y (3.5) en la expresión anterior, podemos escribir el ángulo de salida como

$$\theta_{r2} = \arcsen \left\{ \frac{\Delta_{i1}}{1 + \Delta_{i1}^2} \left[1 - \frac{\sqrt{n_l^2 (1 + \Delta_{i1}^2) - n_a^2 \Delta_{i1}^2}}{n_a} \right] \right\}. \quad (3.7)$$

Finalmente, con los ángulos presentados en las ecs. (3.4), (3.5), (3.6) y (3.7) podemos obtener la ecuación exacta del rayo refractado para cada una de las hendiduras sobre la superficie segmentada. Cada uno de los segmentos de la lente de Fresnel produce un conjunto de rayos paralelos que se propagan al exterior de la lente y simulan el comportamiento de una lente convencional. La figura 3.4 muestra el trazo exacto de rayos para una lente positiva cónica convencional y una de Fresnel.

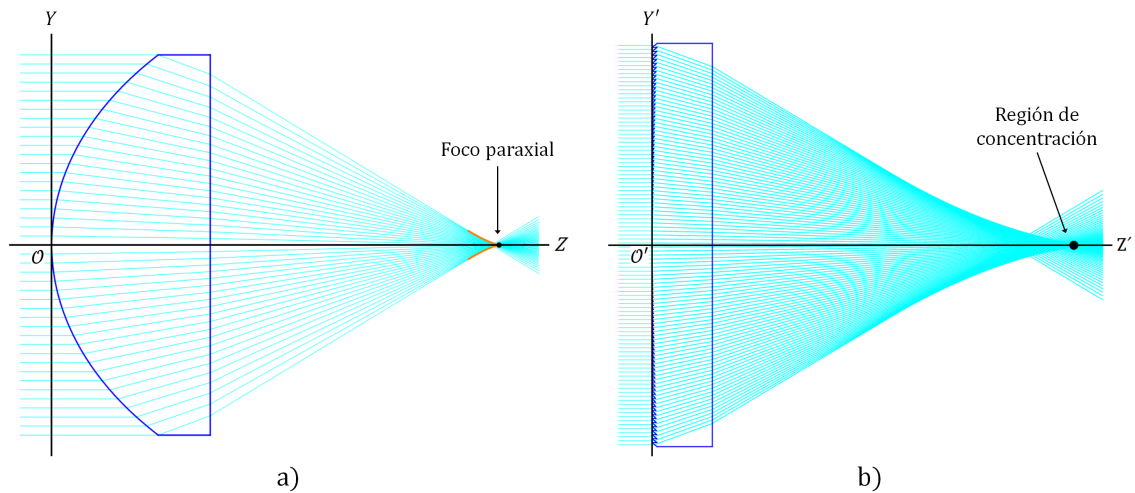


Figura 3.4: Trazo exacto de rayos para una lente en configuración convexo-plana considerando $C_{cp} = 0.0392\text{mm}^{-1}$, $t_{cp} = 20.86 \text{ mm}$, $k_{cp}^{3or} = -0.5469$ y $n_l > n_a$. a) Lente cónica simple. b) Lente de Fresnel con 100 hendiduras.

Como es claro en la figura 3.4, la versión de Fresnel de la lente convexo-plana con superficie cáustica reducida presenta una región de concentración de gran tamaño. Para reducir la región de concentración del diseño anterior, modificamos la constante de conicidad, manteniendo el perfil cónico de la superficie de referencia del ejemplo anterior, de acuerdo a la tabla 2.2, considerando ahora un valor de $k = -0.9$. La figura 3.5 muestra el trazo exacto de rayos para una lente positiva cónica con constante de conicidad modificada y su correspondiente lente de Fresnel.

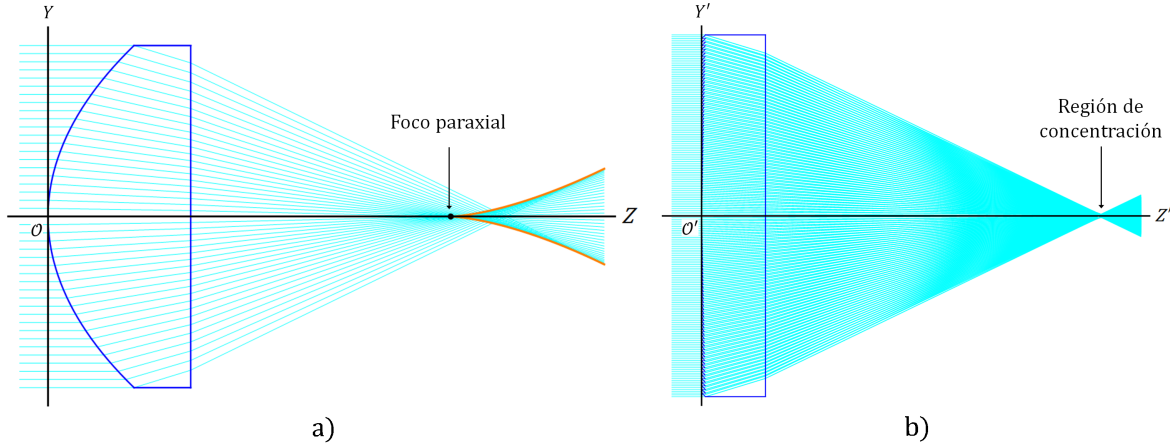


Figura 3.5: Trazo exacto de rayos para una lente en configuración convexo-plana considerando C_{cp} y t_{cp} del ejemplo anterior, $k = -0.9$ y $n_l > n_a$. a) Lente cónica simple. b) Lente de Fresnel con 100 hendiduras.

En el ámbito del diseño de lentes positivas de Fresnel, el diseño basado en superficies de referencia en configuración convexo-plana es uno de los más utilizados. Una de las principales ventajas de las lentes de Fresnel con estas características está relacionada con su distancia focal. Al reducir el grosor de la lente de Fresnel retirando el material entre las superficies refractoras, la distancia focal F disminuye, de tal forma que su valor se aproxima al valor de la distancia focal anterior (BFL), es decir, $F \approx BFL$. De esta forma, al reducir la magnitud de la distancia focal, manteniendo un valor fijo D del diámetro, la rapidez del sistema óptico aumenta. Adicionalmente, las lentes en configuración convexo-plana presentan menor aberración esférica que las lentes en configuración plano-convexa. Una manera de mantener reducida la aberración esférica central en este tipo de lentes de Fresnel, es manteniendo la forma esférica de la superficie de referencia en el centro de la lente de Fresnel.

A continuación, se presenta el diseño de una lente positiva cónica de Fresnel en configuración plano-convexa partiendo de una lente convencional de referencia con propiedades focales predefinidas y superficie cáustica reducida a tercer orden. La superficie de referencia está dada por la siguiente expresión

$$z_{R2} = t_{pc} + \frac{C_{pc}h^2}{1 + \sqrt{1 - (1 + k_{pc}^{3er})C_{pc}^2h^2}}, \quad (3.8)$$

donde el parámetro de diseño k_{pc}^{3er} está dado por la ec. (B.4) y los parámetros t_{pc} y C_{pc} guardan la siguiente relación con aquellos presentados en la ec. (B.2)

$$t_{pc} = t_{cp} \quad ; \quad C_{pc} = -C_{cp}.$$

De manera análoga a lo realizado en el caso del diseño de la lente de Fresnel en configuración convexo-plana, realizamos la división de la superficie de referencia en n segmentos de la misma anchura y reducimos el tamaño de la lente al prescindir del material refractor. La figura 3.6 muestra la geometría involucrada en el trazo exacto de rayos para una lente positiva cónica de Fresnel en configuración plano-convexa.

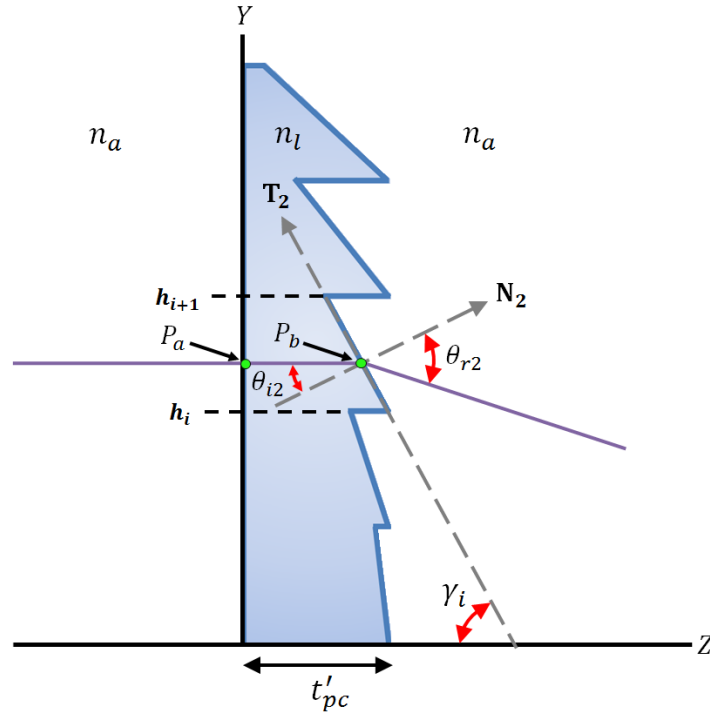


Figura 3.6: Esquema del proceso de refracción en una lente Fresnel en configuración plano-convexa.

Consideramos el caso en el que un conjunto de rayos de luz provenientes de una fuente puntual, colocada en menos infinito, inciden desde el lado izquierdo paralelos al eje óptico sobre la superficie plana. Un rayo incide sobre la primera superficie y se propaga sin desviarse sobre la recta $\overline{P_a P_b}$ hasta tocar a la superficie segmentada en la i -ésima hendidura delimitada por las alturas h_i y h_{i+1} , formando un ángulo θ_{i2} con respecto a la normal a la hendidura dado como

$$\theta_{i2} = -\arctan \left[\frac{1}{\tan \gamma_i} \right], \quad (3.9)$$

donde el ángulo de inclinación γ_i de la i -ésima hendidura en esta configuración está dado por la expresión

$$\gamma_i = \arctan \left[\frac{1}{\Delta_{i2}} \right], \quad (3.10)$$

y hemos definido $\Delta_{i2} = z'_{R2} \left(\frac{h_i + h_{i+1}}{2} \right)$ como la primera derivada con respecto al parámetro h de la ecuación de la sagita para curvas cónicas en un plano meridional dada por la ec. (3.8) y ésta es evaluada en el punto medio entre las dos divisiones consecutivas que forman a la i -ésima hendidura. De lo anterior, se sigue que el ángulo θ_{i2} puede ser reescrito como

$$\theta_{i2} = -\arctan [\Delta_{i2}]. \quad (3.11)$$

Al alcanzar la superficie segmentada en la i -ésima hendidura, el rayo de luz es propagado al exterior de la lente formando un ángulo θ_{r2} con respecto a la normal a la hendidura, y éste está relacionado con el ángulo θ_{i2} mediante la ley de Snell, de tal forma que el ángulo de salida puede ser escrito como $\theta_{r2} = \arcsin[(n_l/n_a) \sin \theta_{i2}]$, por lo tanto, considerando la ec. (3.11) puede escribirse como

$$\theta_{r2} = -\arcsen \left[\frac{n_l}{n_a} \frac{\Delta_{i2}}{\sqrt{1 + \Delta_{i2}^2}} \right]. \quad (3.12)$$

Con los ángulos presentados en las ecs. (3.11) y (3.12) podemos obtener la ecuación exacta del rayo refractado para cada una de las hendiduras sobre la superficie segmentada. Por cada una de las hendiduras se obtiene un conjunto de rayos paralelos que se propagan al exterior de la lente de Fresnel y, en conjunto, simulan el comportamiento de una lente convencional. La figura 3.7 muestra el trazo exacto de rayos para una lente positiva cónica convencional y su versión en lente de Fresnel.

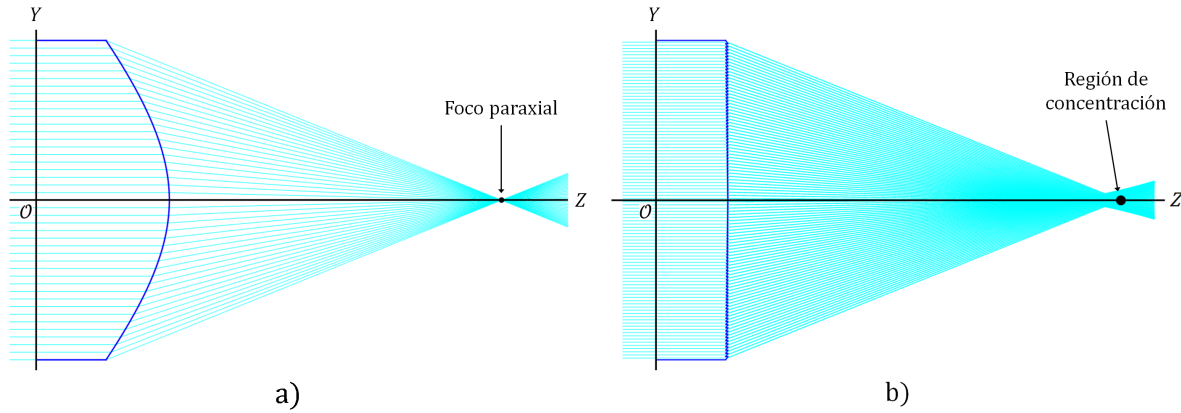


Figura 3.7: Trazo exacto de rayos para una lente en configuración plano-convexa, considerando $C_{pc} = -0.0392\text{mm}^{-1}$, $t_{pc} = 20.86$ mm, $k_{pc}^{3or} = -2.2201$ y $n_l > n_a$. a) Lente cónica simple. b) Lente de Fresnel con 100 hendiduras.

De igual manera a lo ocurrido para el caso de la lente convexo-plana, como se observa en la figura 3.7, la versión de Fresnel de la lente plano-convexa con superficie cáustica reducida presenta una región de concentración de gran tamaño. Para reducir la región de concentración del diseño anterior, modificamos la constante de conicidad, manteniendo el perfil cónico de la superficie de referencia del ejemplo anterior, de acuerdo a la tabla 2.2, considerando ahora un valor de $k = -1.8$. La figura 3.8 muestra el trazo exacto de rayos para una lente positiva cónica con una constante de conicidad modificada y su correspondiente lente de Fresnel.

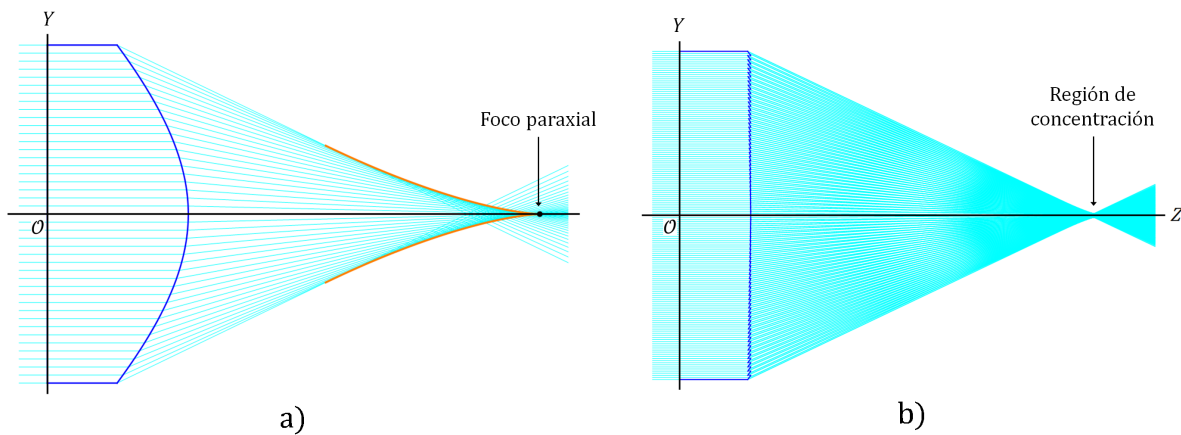


Figura 3.8: Trazo exacto de rayos para una lente en configuración convexo-plana considerando C_{pc} y t_{pc} del ejemplo anterior, $n_l > n_a$ y $k = -1.8$. a) Lente cónica simple. b) Lente de Fresnel con 100 hendiduras.

Un fenómeno importante a considerar en el trazo exacto de rayos para una lente dispuesta en configuración plano-convexa es la reflexión total interna (RTI), fenómeno que ocurre cuando un rayo de luz incide en un medio con un índice de refracción n_2 proveniente de un medio con un índice de refracción n_1 , tal que $n_1 > n_2$. Se conoce como ángulo crítico θ_c al ángulo de incidencia θ_i para el cual se cumple que el ángulo de transmisión es $\theta_r = \pi/2$ [15]. Utilizando lo anterior en la ley de Snell, y considerando las ecs. (3.9), (3.11) y (3.12), hallamos el ángulo crítico de inclinación de las hendiduras de la lente de Fresnel a partir del cual la lente deja de ser un sistema refractor y pasa a ser un sistema reflector. Dicho ángulo crítico puede expresarse como

$$\gamma_c = -\arctan \left[\frac{\sqrt{n_l^2 - n_a^2}}{n_a} \right]. \quad (3.13)$$

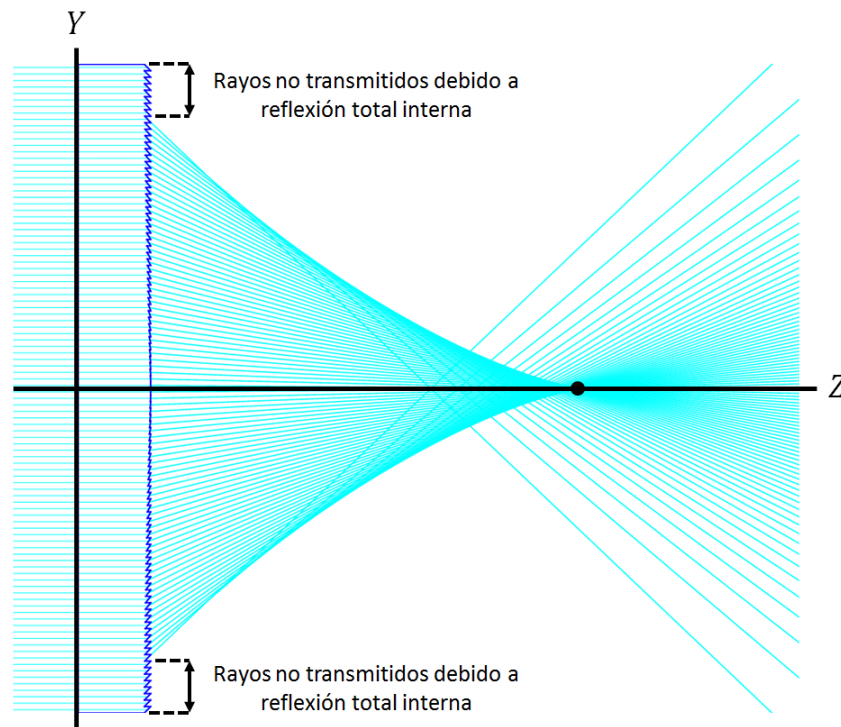


Figura 3.9: Reflexión total interna (RTI) en una lente de Fresnel plano-convexa.

Como resulta claro de lo expuesto en esta sección, los métodos de diseño de lentes cónicas de Fresnel en configuración convexo-plana y plano-convexa no presentan diferencias considerables entre sí. Sin embargo, se ha considerado pertinente presentar los pormenores de ambos métodos debido a que la selección de alguna configuración en particular de la lente de Fresnel dependerá de los propósitos específicos de su implementación en aplicaciones prácticas.

3.3. Diseño de lentes negativas de Fresnel

De manera análoga a lo realizado en la sección anterior, para realizar el diseño de una lente negativa de Fresnel es necesario definir *a priori* las distancias focales del sistema tales que, para este tipo de lente, deben ser $BFL < 0$ y $FFL > 0$. Después, estos valores son sustituidos en la ec. (B.1) para poder calcular los parámetros de diseño C_{pc}^- y t_{pc}^- , donde el superíndice “-” significa que éstos son los parámetros de una lente negativa.

En esta sección, consideramos únicamente el caso en el que la lente se encuentra dispuesta en configuración plano-cóncava, pues es de esta forma como la superficie segmentada es la responsable de producir todo el efecto refractivo del sistema. El diseño de la lente negativa de Fresnel se realiza de manera idéntica a como se realizó el diseño de la versión positiva. Partimos de una superficie de referencia que está dada como

$$z_{R2}^- = t_{pc}^- + \frac{C_{pc}^- h^2}{1 + \sqrt{1 - (1 + k_{pc}^-)(C_{pc}^- h)^2}}, \quad (3.14)$$

donde $C_{pc}^- < 0$ y k_{pc}^- es la constante de conicidad de este sistema.

Una de las principales aplicaciones de las lentes de Fresnel es su uso en sistemas optimizados de iluminación. Con este fin, contrario a las lentes positivas diseñadas con fines de concentración, las lentes negativas de Fresnel deben presentar una superficie cáustica aumentada. En la teoría desarrollada en el capítulo 2, determinamos que la magnitud de la superficie cáustica está en función de los parámetros de diseño de la lente, en particular, las constantes de conicidad. Consideramos los coeficientes G_3 y G'_3 de las aproximaciones polinomiales a tercer orden por series de Taylor de las superficies cáusticas dados en las ecs. (2.25) y (2.55), respectivamente, cuyas expresiones son funciones lineales de las constantes de conicidad k_1 y k_2 . De lo anterior, la superficie cáustica no presenta un máximo o un mínimo, sino que la magnitud de la cáustica será mayor mientras mayor sean las constantes de conicidad. Sin embargo, si las constantes de conicidad son mayores a cero, la apertura de entrada de la lente disminuye y la región donde ocurre reflexión total interna aumenta.

Tomamos el valor de la constante de conicidad como $k_{pc}^- = 0$ y lo sustituimos en la ec. (3.14) con lo que obtenemos una lente negativa esférica plano-cóncava. La figura 3.10 muestra esquemáticamente el trazo exacto de rayos para este tipo de lentes.

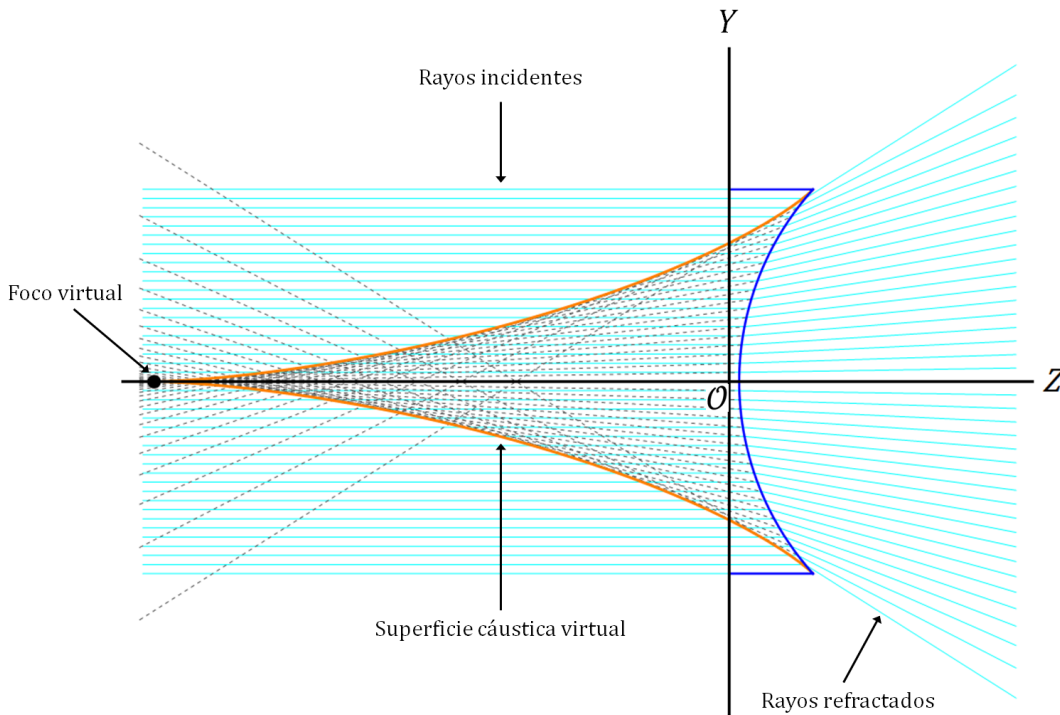


Figura 3.10: Trazo exacto de rayos y superficie cáustica virtual de una lente plano-cóncava esférica considerando $c_1 = 0$, $C_{pc}^- = 0.0392\text{mm}^{-1}$, $t_{pc}^- = 20.86\text{ mm}$, $k_2 = 0$ y $n_l > n_a$.

Teniendo completos los parámetros de diseño de la superficie de referencia z_{R2}^- , el diseño se realiza de manera idéntica a lo realizado para la lente de Fresnel positiva en configuración plano-convexa. La figura 3.11 muestra el trazo exacto de rayos comparado entre una lente gruesa negativa y su versión en Fresnel.

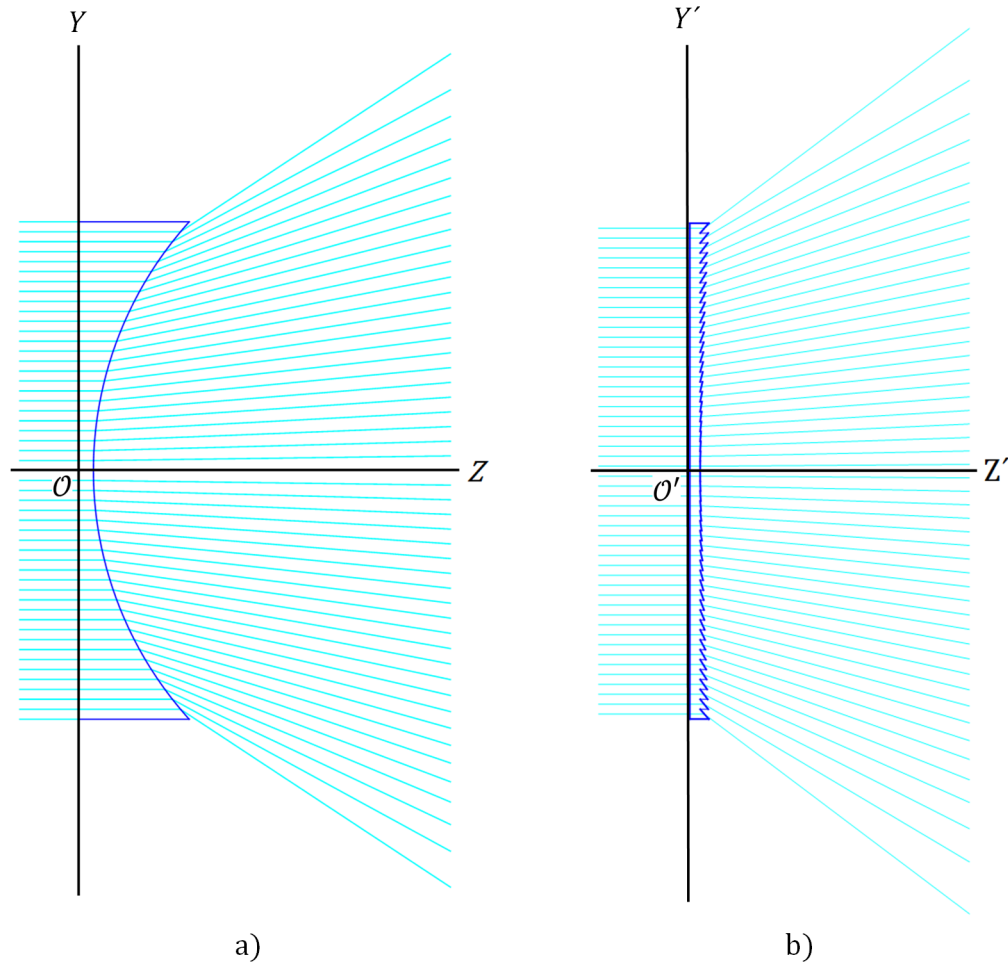


Figura 3.11: Trazo exacto de rayos para una lente en configuración plano-cóncava del ejemplo anterior considerando $n_l > n_a$. a) Lente esférica. b) Lente de Fresnel con 50 hendiduras.

Como es claro en la figura 3.11, el diseño de la lente de fresnel negativa reproduce el comportamiento de la lente negativa simple de manera adecuada. Este diseño en particular puede ser implementado en sistemas optimizados de iluminación para distintas fuentes de luz.

Capítulo 4

Prueba cualitativa con pantallas nulas

4.1. Antecedentes

En diseño óptico, la necesidad de evaluar la calidad de sistemas simples, como lentes o espejos, es de suma importancia. Entre las opciones existentes para la evaluación de superficies ópticas, las pruebas con pantallas nulas son de gran interés debido a la facilidad con la que pueden ser realizadas, el bajo costo que implican y la precisión que éstas alcanzan experimentalmente.

La prueba por pantallas nulas es una prueba del tipo geométrico, implementada con el propósito de evaluar la calidad de una superficie óptica al determinar si existen imperfecciones o deformaciones en la superficie bajo prueba, así como posibles aberraciones introducidas por el sistema óptico. La idea central de las pruebas por pantallas nulas es el diseño de una pantalla con un patrón impreso que, al ser colocado en el plano de incidencia y al interactuar con el sistema óptico de interés, produzca un patrón ordenado ideal en el plano de detección. Si la superficie bajo prueba es perfecta, la diferencia entre el patrón ideal y el patrón obtenido en el plano de detección debe ser nula; de ahí es donde la prueba adquiere su nombre. Aunque la idea básica es la misma para las pruebas en sistemas reflectores y en sistemas refractores, el diseño de las pantallas es distinto para cada caso. En lo referente a sistemas reflectores, las pantallas pueden ser impresas en papel común y cortadas para tomar la forma de un cilindro que será colocado paralelo al eje óptico. Dependiendo del tamaño de la zona que se desee probar, las pantallas pueden ser pequeñas, mientras que, para algunos sistemas de gran tamaño, las pantallas pueden alcanzar un tamaño considerable. En los sistemas refractores, las pantallas son impresas en acetatos comerciales y su tamaño es el mismo que el de la pupila de entrada del sistema bajo prueba. Entre los diseños que estas pantallas pueden mostrar se encuentran las pantallas de gotas que permiten un análisis cuantitativo del sistema y las pantallas de franjas que se usan para análisis del tipo cualitativo. Aunque los resultados de estas pruebas no requieren un tratamiento de datos muy complejo, la precisión que se puede alcanzar depende de la densidad de gotas o franjas en el diseño de la pantalla que, a su vez, está limitada por la resolución del sistema detector, en este caso, una cámara CCD (del inglés *Charged Couple Device*).

En este capítulo presentamos el método de diseño para pantallas nulas de anillos y de franjas tipo Ronchi, la realización de una prueba en una lente deformable de Fresnel de diseño de *Fresnel Technologies* y los resultados obtenidos de este experimento.

4.2. Diseño de pantallas nulas

A continuación, presentamos el método general para el diseño de las pantallas nulas considerando la geometría que se muestra en la figura 4.1, para la configuración convexo-plana de una lente cónica simple.

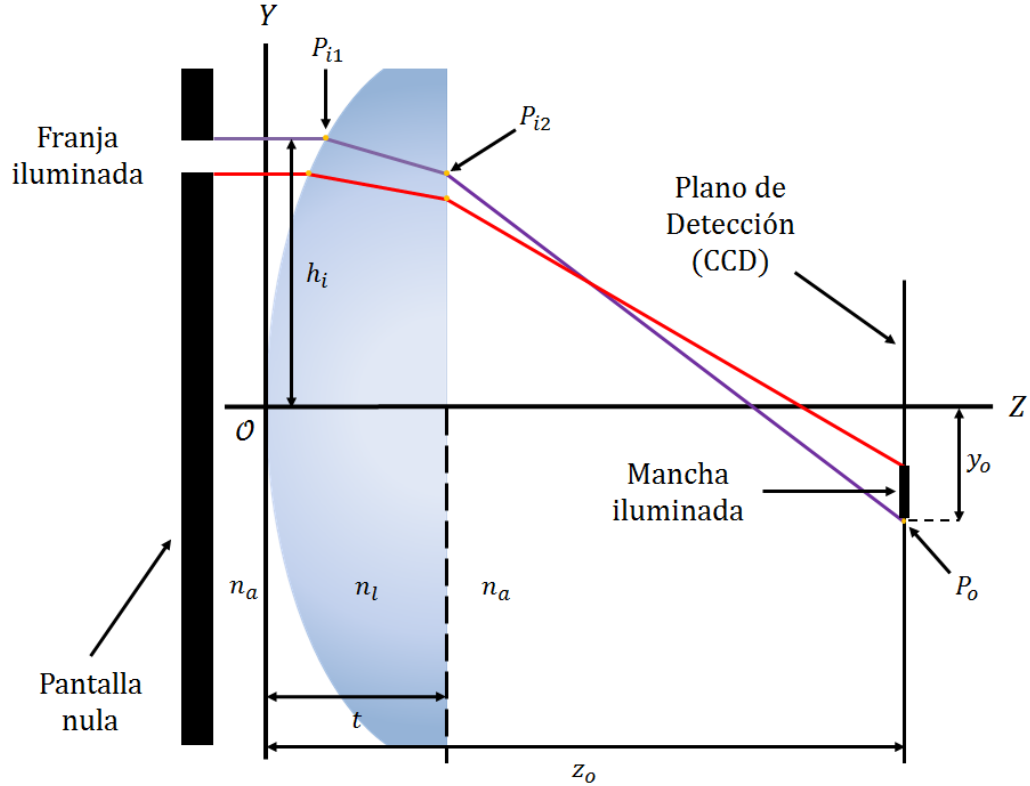


Figura 4.1: Esquema que muestra la geometría involucrada en el diseño de una pantalla nula para una lente convexo-plana.

Consideramos a un rayo paralelo al eje óptico que incide sobre la superficie curva de una lente simple convexo-plana en el punto P_{i1} de coordenadas $[z_i, h_i]$, donde z_i está dada por la expresión de superficie cónica presentada en la ec. (2.1) evaluada en la altura h_i y cuyos parámetros de diseño se conocen *a priori*. El rayo es propagado al interior hasta alcanzar a la cara plana de la lente en el punto P_{i2} de coordenadas $[t, y_{i2}]$ y, finalmente, el rayo es propagado al exterior hasta alcanzar el punto P_o ubicado en el plano de detección y cuyas coordenadas son $[z_o, y_o]$. Conociendo la posición del punto P_o , podemos obtener la altura de procedencia del rayo refractado mediante un trazo inverso de rayos, reescribiendo la ec. (2.11) de tal manera que

$$h_i - y_o - \tan[\beta_1(h_i)] \cdot (z_o - z_i) = 0, \quad (4.1)$$

y ésta debe ser resuelta numéricamente para h_i . Sustituimos las ecs. (2.3), (2.7), (2.8), (2.9) y (2.10) en (2.11), y tomando los valores de $c_2 = 0$ y $k_2 = 0$ correspondientes al caso de una lente convexo-plana, la ec. (4.1) puede expresarse como

$$h_i - y_o + \frac{[z_i - z_o] \cdot \sqrt{n_a^2 + (n_a^2 - n_l^2) \cdot z_i'^2} \cdot z_i'}{n_l \cdot z_i'^2 + \sqrt{n_a^2 + (n_a^2 - n_l^2) \cdot z_i'^2}} = 0, \quad (4.2)$$

donde z'_i es la primera derivada de la ec. (2.1) con respecto a h evaluada en h_i .

Definimos un nuevo sistema de coordenadas $X - Y$ paralelo al plano de detección cuyo origen está ubicado en el centro de un sensor CCD rectangular de dimensiones $l \times L$. Considerando las dimensiones del sensor CCD, se diseña el patrón ordenado que se desea obtener en el plano de detección mediante la prueba de pantalla nula.

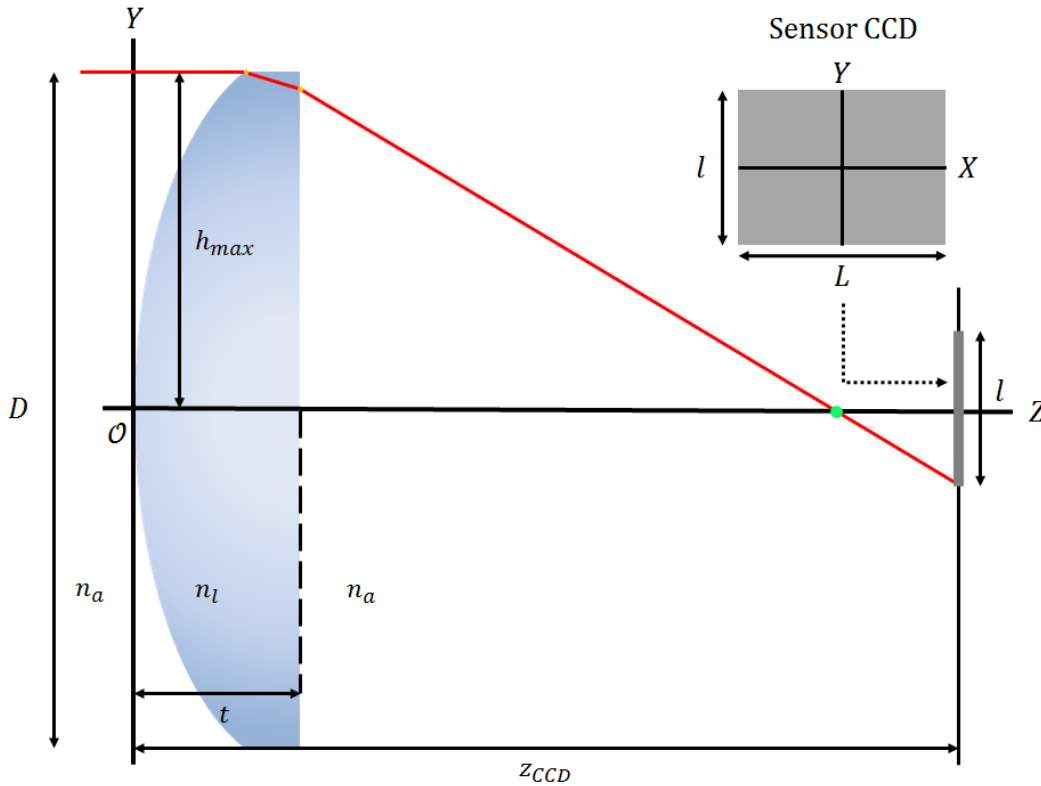


Figura 4.2: Esquema que muestra la relación entre el tamaño del sensor CCD y la superficie evaluada de la lente convexo-plana.

Con el propósito de lograr una mejor evaluación de la lente bajo prueba, los bordes superior e inferior de los patrones ordenados obtenidos en el plano de detección deben coincidir con los bordes inferior y superior del lado menor, l , del sensor CCD, respectivamente, como se muestra en la figura 4.2. De esta manera, un rayo que incide en la lente a una altura máxima h_{max} será detectado en el sensor CCD a una altura $-(l/2)$. El diseñar un patrón ordenado ideal de tal forma que sus bordes coincidan con los del sensor CCD, permite que la implementación de la prueba se realice de manera más sencilla al facilitar la ubicación de la posición de diseño Z_{CCD} sobre la cual hemos definido nuestro plano de detección. Sin embargo, calcular la posición exacta del plano de detección en el cual se den las circunstancias experimentales antes mencionadas es de suma importancia. Consideramos la ec. (4.2) haciendo las siguientes sustituciones

$$h_i = h_{max} = D/2, \quad y_o = -(l/2) \quad y \quad z_o = Z_{CCD},$$

tras lo cual, se resuelve numéricamente para hallar el valor de Z_{CCD} para diferentes valores de y_o .

Debido a que la prueba será realizada para la configuración convexo-plana, la altura máxima de los rayos incidentes coincide con el semidiámetro de la lente. Además, considerando que la lente bajo prueba ha sido diseñada para presentar una superficie cáustica reducida, utilizamos la constante de conicidad k_{cp}^{3er} dada en la ec. (B.3) presentada en el apéndice B.

La forma de la ec. (4.2) muestra que el diseño de las pantallas nulas dependerá de los parámetros de diseño de la lente bajo prueba. En las tablas C.1 y C.2 presentadas en el apéndice C se muestran los valores de los parámetros a considerar para el diseño de las pantallas nulas con las que evaluamos una lente de Fresnel comercial de catálogo.

4.2.1. Pantalla de anillos

A continuación, se presenta el método de diseño para una pantalla nula de anillos partiendo de un patrón ordenado de m anillos concéntricos, equidistantes e iluminados, intercalados con anillos oscuros del mismo grosor. La figura 4.3 muestra la geometría involucrada en el diseño del patrón ordenado ideal.

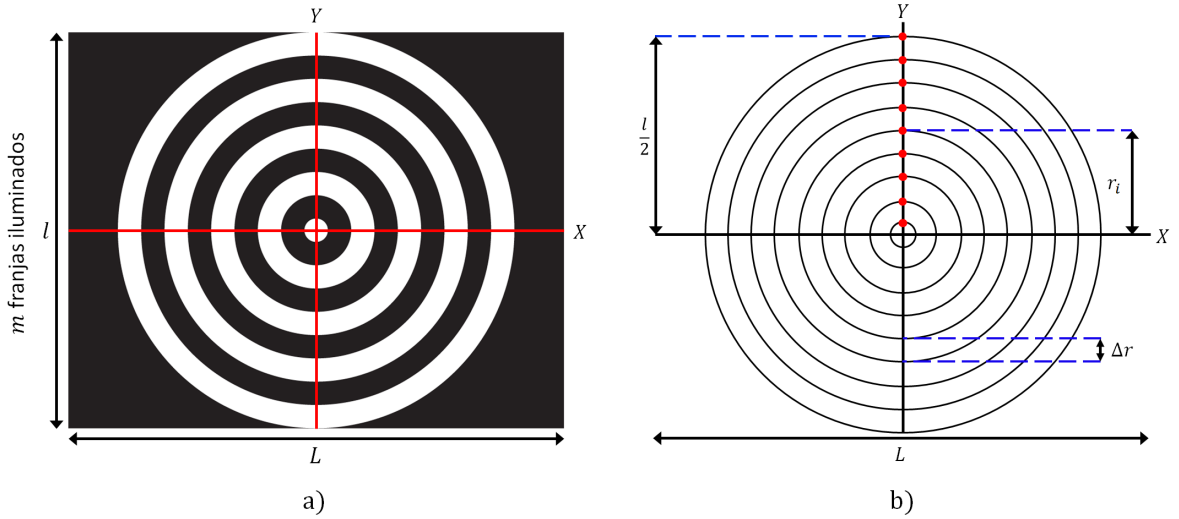


Figura 4.3: Diagrama que ilustra la geometría para el diseño del patrón ordenado ideal para una pantalla nula de anillos. a) Imagen prediseñada en el sensor CCD. b) Parámetros considerados en el diseño del patrón ordenado.

Sobre el semieje positivo Y del sistema de referencia del sensor CCD, realizamos una partición regular de tal forma que obtenemos $2m - 1$ puntos ubicados a distancias regulares medidas desde el origen del sistema de referencia. Cada una de las distancias obtenidas corresponde al radio r_i de las circunferencias del patrón ordenado ideal. Con el fin de aprovechar de mejor manera la mayor parte del área activa del sensor, el radio de la circunferencia más grande debe coincidir con la mitad de la longitud del lado menor del sensor CCD. De lo anterior, los radios de las circunferencias del patrón ordenado están dados por la siguiente expresión

$$r_i = \frac{l}{2} - i \cdot \Delta r; \quad i = 0, 1, 2, \dots, 2m - 2, \quad (4.3)$$

donde $\Delta r = l/(4m - 3)$ será el grosor de los anillos del patrón ordenado.

Una vez obtenidos los radios, los anillos quedarán conformados al asignar color blanco o color negro al espacio entre cada par consecutivo de circunferencias. Debido a que nuestro sistema óptico cuenta con simetría rotacional alrededor del eje óptico, consideramos a cada uno de los radios obtenidos a una altura y_0 medida en el plano de detección y, sustituyéndolos en la ec. (4.1), obtenemos los radios correspondientes a las circunferencias que se dibujarán en la pantalla nula. Utilizando los valores de los parámetros de diseño mostrados en las tablas C.1 y C.2, y repitiendo el proceso de asignación de colores realizado para el patrón ordenado ideal, diseñamos pantallas nulas con un número $m = 5, 7, 9$ y 11 de anillos.

La figura 4.4 muestra la relación entre los diseños del patrón ordenado ideal y la pantalla nula correspondiente a cinco anillos iluminados. Por otro lado, la figura 4.5 muestra los diseños de pantallas nulas con un número $m = 5, 7, 9$ y 11 de anillos, considerando la parte central del patrón iluminada para una posición del sensor CCD de $Z_{CCD} = 61.83$ mm y una longitud de onda de $\lambda = 594$ nm.

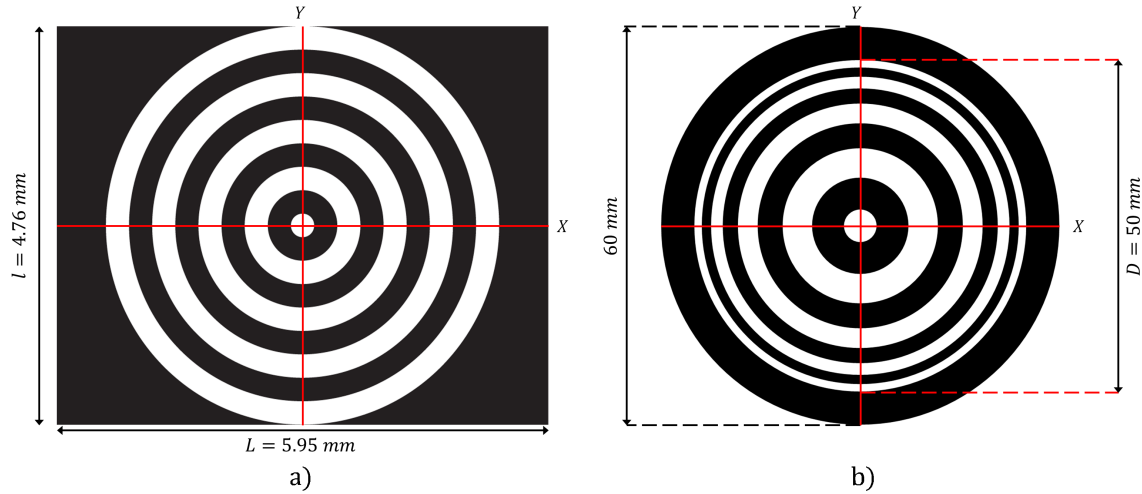


Figura 4.4: a) Diseño del patrón ordenado ideal para una prueba por pantallas nulas de anillos considerando un sensor de $5.95 \text{ mm} \times 4.76 \text{ mm}$. b) Pantalla nula para una lente convexo-plana de 50 mm de diámetro.

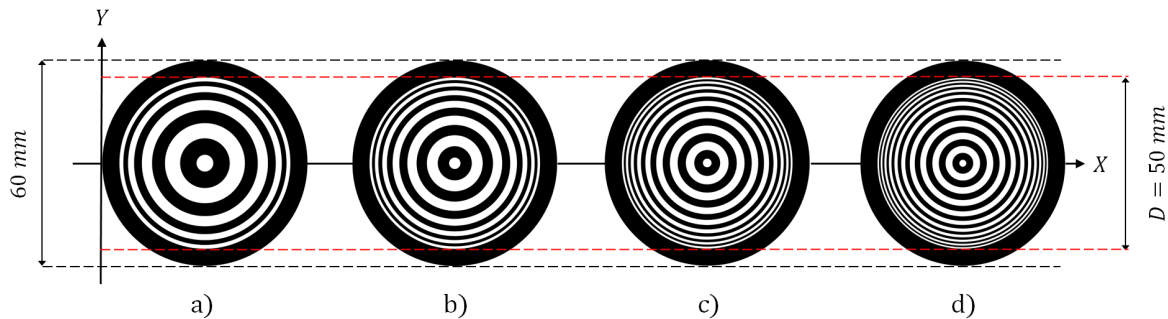


Figura 4.5: Pantalla nula de anillos para una lente convexo-plana de 50 mm de diámetro. a) 5 anillos. b) 7 anillos. c) 9 anillos. d) 11 anillos.

4.2.2. Pantalla tipo Ronchi

En esta sección, presentamos el método de diseño de pantallas nulas partiendo de un patrón ordenado cuadrado ideal de m franjas iluminadas, equidistantes y de igual grosor, intercaladas con franjas oscuras. La figura 4.6 muestra la geometría involucrada en el diseño del patrón ordenado.

Construimos el patrón ordenado de m franjas iluminadas generando un conjunto de $2m \times k$ puntos, donde $2m$ es el número de líneas correspondiente a los bordes laterales de las franjas y k es el número de puntos por cada una de las $2m$ líneas de los bordes. Dicho patrón debe ser construido teniendo en consideración el tamaño del área activa del sensor CCD, por lo cual, los puntos deben ser ubicados en una superficie cuyas dimensiones sean $l \times l$, de tal forma que los bordes superiores e inferiores de las franjas coincidan con las alturas $l/2$ y $-l/2$, respectivamente, en el sistema de referencia del sensor. Debido a que nuestro

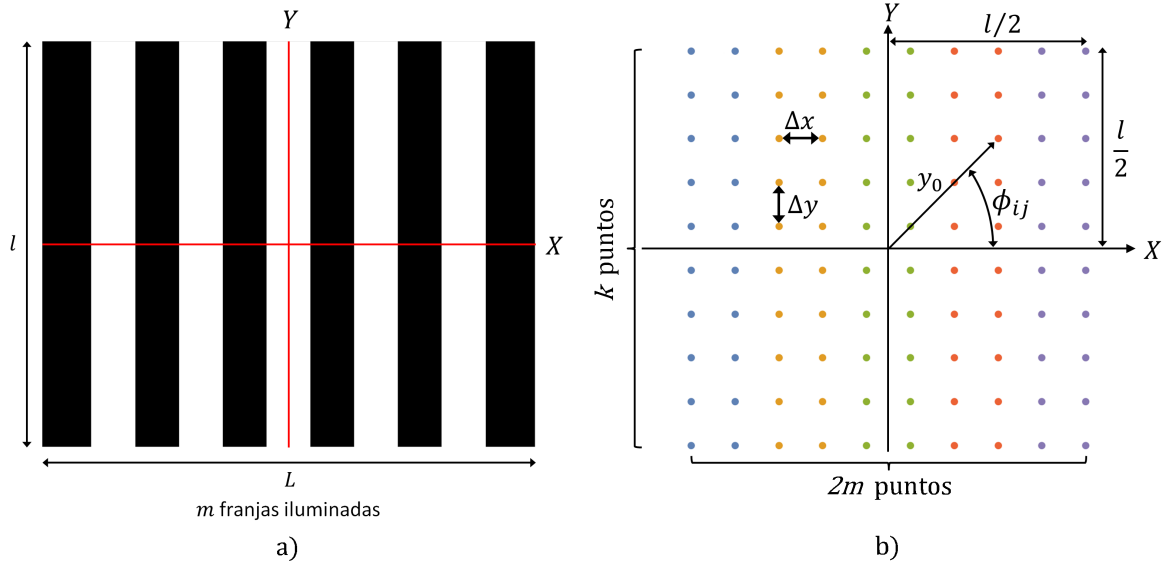


Figura 4.6: Patrón ordenado de franjas iluminadas a partir del cual se diseñarán las pantallas nulas tipo Ronchi. a) Diseño del patrón ordenado ideal que será observado en el CCD. b) Arreglo de puntos con el cual se construye el patrón ordenado ideal.

sistema tiene simetría rotacional alrededor del eje óptico, podemos esquematizar el método de diseño para pantallas nulas utilizando como referencia a los puntos del primer cuadrante ($x > 0, y > 0$) como se muestra en la figura 4.7.

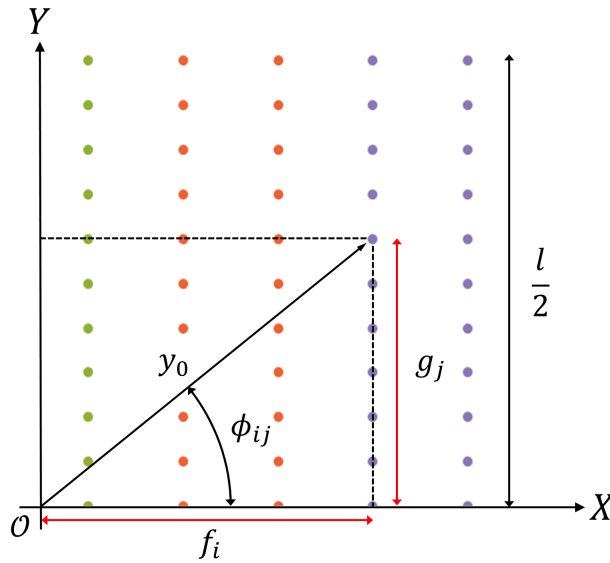


Figura 4.7: Geometría involucrada en el diseño del patrón ordenado ideal.

Expresamos la posición de cada uno de los puntos del arreglo utilizando las coordenadas $[y_0, \phi_{ij}]$, donde y_0 va a ser la distancia entre el origen de coordenadas del sensor CCD y un punto del arreglo, y ϕ_{ij} es el ángulo que se forma entre el semieje positivo X y la línea que une al origen de coordenadas con el punto en cuestión. Considerando los parámetros mostrados en las figuras 4.6 y 4.7, podemos expresar a las nuevas coordenadas de la siguiente forma

$$y_o = \sqrt{f_i^2 + g_j^2} \quad , \quad \phi_{ij} = \arctan \left[\frac{g_j}{f_i} \right], \quad (4.4)$$

donde hemos definido a f_i y g_j como

$$\begin{aligned} f_i &= -\frac{l}{2} + i \cdot \Delta x; \quad i = 0, 1, 2, \dots, 2m - 1, \\ g_j &= -\frac{l}{2} + j \cdot \Delta y; \quad j = 0, 1, 2, \dots, k - 1, \end{aligned} \quad (4.5)$$

con $\Delta x = l/(2m - 1)$ la separación entre líneas y con $\Delta y = l/(k - 1)$ la separación entre puntos sobre cada una de las $2m$ líneas.

Conociendo los valores de y_o y z_o , donde $z_o = Z_{CCD}$ es la posición del sensor CCD en el plano de detección, sustituimos estos valores en la ec. (4.2) y resolvemos para h_i con lo que obtenemos las alturas de procedencia de los rayos refractados que inciden sobre el sensor. Habiendo obtenido numéricamente las alturas h_i para cada uno de los puntos del arreglo, calculamos las coordenadas x_p y y_p de los puntos que forman el patrón correspondiente a la pantalla nula. Para esto, consideramos el ángulo ϕ_{ij} presentado en la ec. (4.4) y aplicamos el siguiente cambio de coordenadas

$$\begin{pmatrix} x_p \\ y_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \phi_{ij} & -\text{sen } \phi_{ij} \\ \text{sen } \phi_{ij} & \cos \phi_{ij} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_i \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_i \cos \phi_{ij} \\ h_i \text{sen } \phi_{ij} \end{pmatrix}. \quad (4.6)$$

Utilizando los parámetros de diseño presentados en las tablas C.1 y C.2, realizamos el diseño para pantallas nulas tipo Ronchi con un número $m = 5, 7, 9$ y 11 de franjas iluminadas. La figura 4.9 muestra el diseño de dichas pantallas, considerando la parte central del patrón iluminada para una posición del sensor CCD de $Z_{CCD} = 61.83$ mm y una longitud de onda de $\lambda = 594$ nm.

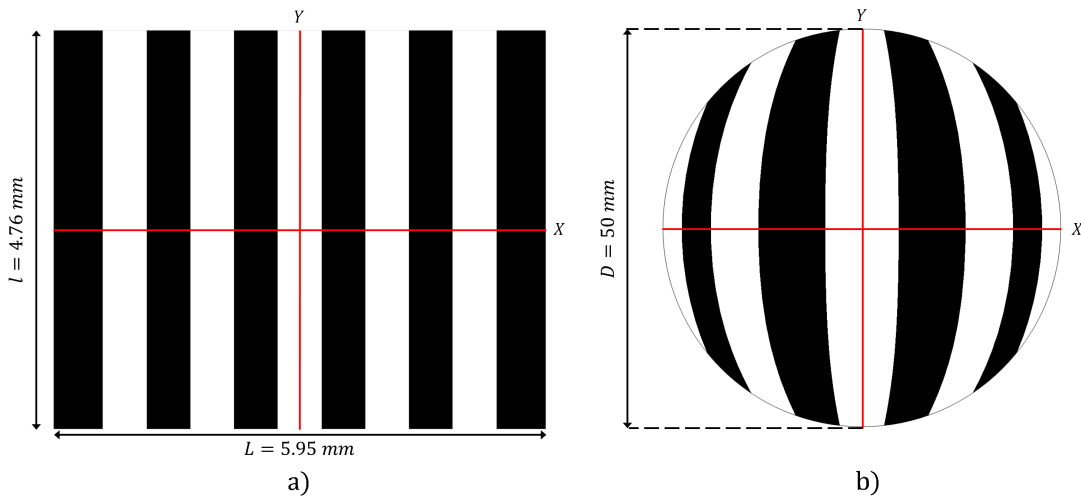


Figura 4.8: a) Diseño del patrón ordenado ideal para una prueba por pantallas nulas tipo Ronchi considerando un sensor de $5.95 \text{ mm} \times 4.76 \text{ mm}$. b) Pantalla nula para una lente convexo-plana de 50 mm de diámetro.

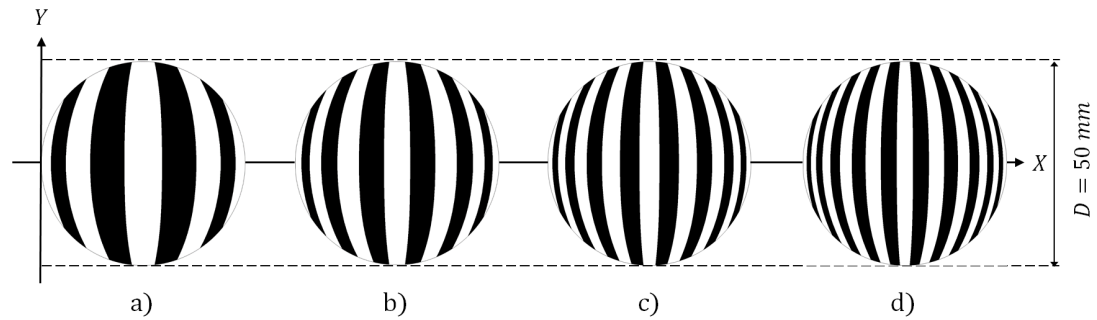


Figura 4.9: Pantallas nulas tipo Ronchi para una lente convexo-plana de 50 mm de diámetro. a) 5 franjas. b) 7 franjas. c) 9 franjas. d) 11 franjas.

4.3. Desarrollo experimental

Tras haber diseñado las pantallas nulas de anillos y pantallas nulas del tipo Ronchi para una lente de Fresnel en configuración convexo-plana, se realizó una prueba cualitativa en el laboratorio de Pruebas Ópticas del CCADET-UNAM. El equipo utilizado para la implementación de la prueba consistió en un láser polarizado Helio-Neón sintonizable en cinco longitudes de onda (543, 594, 604, 612 y 633 nm) modelo 30602 de Research Electro-Optics, una montura para filtraje espacial Edmund Optics, un objetivo de microscopio Edmund Optics de $20\times$, un *pinhole* de $25 \mu\text{m}$, un doblete acromático de distancia focal, EFL, de 50 mm y 50 mm de diámetro para colimar el haz láser, dos polarizadores Polaroid y una cámara con sensor CCD de $5.95 \times 4.76 \text{ mm}^2$ y $1280 \times 1024 \text{ píxeles}^2$ con tamaño de píxel de $4.65 \mu\text{m}$. El arreglo experimental fue colocado sobre una mesa holográfica.

El diseño de pantallas nulas se realizó considerando un índice de refracción de la lente de Fresnel de la figura 4.10, $n_l = 1.49$, para un haz colimado monocromático con una longitud de onda de $\lambda = 594 \text{ nm}$ [39]. El montaje experimental implementado para obtener un frente de onda plano mediante un haz colimado monocromático puede consultarse en el apéndice C.

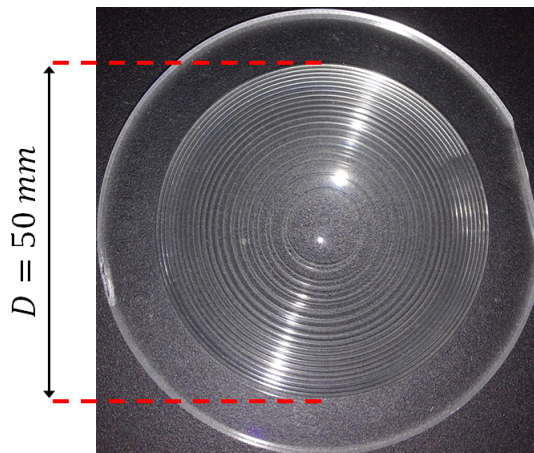


Figura 4.10: Lente de Fresnel bajo prueba.

La figura 4.11 muestra el montaje experimental implementado para la realización de la prueba por pantallas nulas donde hemos colocado un par de polarizadores a la salida del láser que permiten manipular la intensidad del haz con el fin de no saturar la imagen grabada en el sensor CCD. Entre la lente colimadora y la lente bajo prueba, colocamos la pantalla nula correspondiente y detrás de la lente bajo prueba, se

coloca el sensor CCD conectado a una computadora en la que visualizamos la imagen obtenida por el sensor.

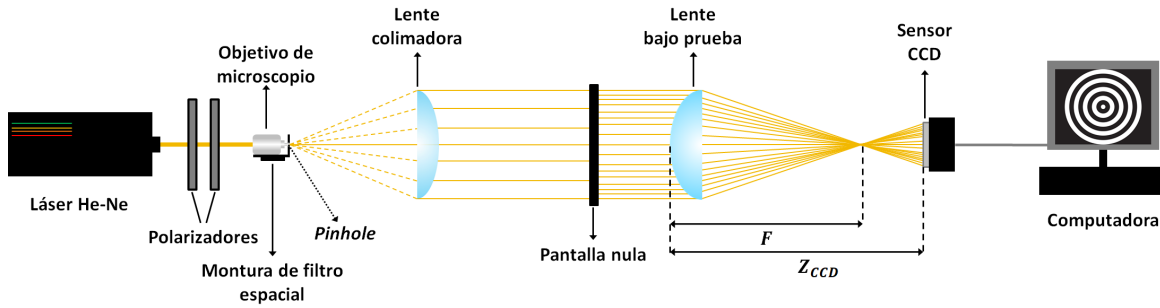


Figura 4.11: Esquema que muestra el montaje experimental.

Con el fin de obtener mejores resultados de la prueba, utilizamos un conjunto de instrumentos de precisión que permiten manipular fácilmente los elementos ópticos del montaje experimental. Colocamos el sensor CCD sobre una platina con dos grados de libertad instalada sobre un riel motorizado de desplazamiento horizontal a lo largo de la línea de propagación del haz láser como se muestra en la fotografía de la figura 4.12. De esta manera, podemos desplazar el sensor hasta encontrar la posición de diseño de la pantalla nula para lograr observar el patrón ideal de la pantalla correspondiente.



Figura 4.12: Montaje experimental.

4.4. Resultados

Realizamos varias pruebas por pantallas nulas en una lente de Fresnel deformable en configuración convexo-plana cuyos parámetros de diseño se presentan en las tablas C.1 y C.2. Utilizamos ocho pantallas nulas, cuatro de anillos y cuatro de franjas (figuras 4.5 y 4.9), que fueron impresas en acetatos comerciales con una impresora cuya resolución es de 600 dpi. Cada una de las pantallas fue colocada en el arreglo experimental según lo expuesto en la sección anterior y se tomó una imagen con el sensor CCD colocado en la posición de diseño de la pantalla $Z_{CCD} = 61.83$ mm. La figura 4.13 muestra los patrones ordenados de anillos iluminados obtenidos con el sensor ubicado en la posición de diseño, siendo éstos los patrones más cercanos a los ideales.

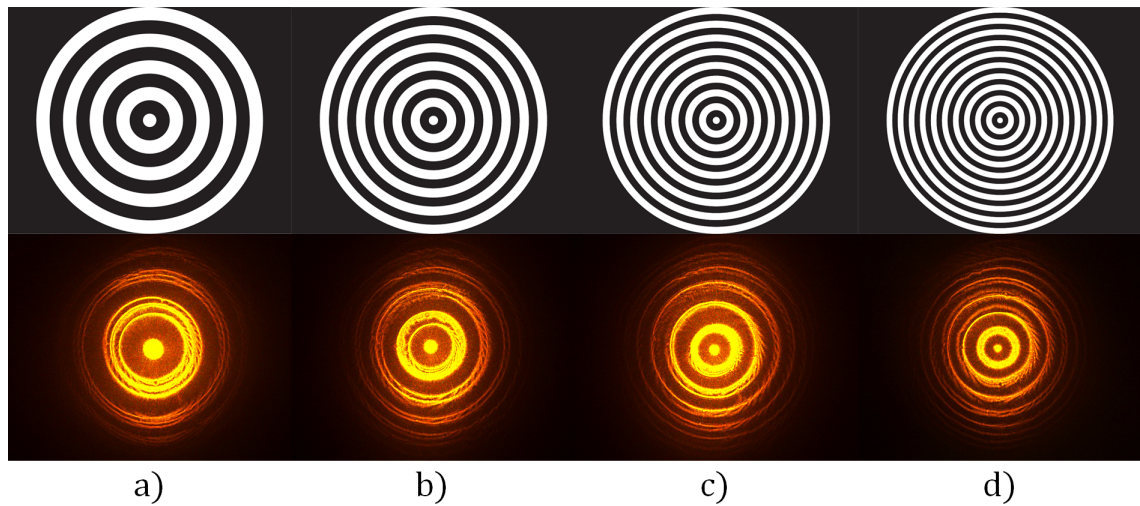


Figura 4.13: Patrones ordenados ideales diseñados (arriba) y patrones ordenados obtenidos experimentalmente en el sensor CCD tras la realización de la prueba con pantallas nulas de anillos (abajo). a) 5 anillos. b) 7 anillos. c) 9 anillos. d) 11 anillos.

Podemos observar que el grosor de los anillos iluminados presentes en los patrones ordenados van cambiando en cada una de las imágenes obtenidas de acuerdo a lo contemplado durante la realización de los diseños para las pantallas nulas. Sin embargo, las imágenes obtenidas experimentalmente muestran varias irregularidades en los anillos iluminados, y siendo que estas irregularidades se presentan de manera sistemática en las imágenes, atribuimos lo observado a varias deformaciones ubicadas en la superficie de la lente. Las irregularidades señaladas aparecen debido a que la posición de los anillos en la pantalla correspondientes a los anillos iluminados que observamos en el sensor están ubicados en las zonas donde la lente de Fresnel presenta las divisiones entre los segmentos de su superficie. El resultado de esto se observa en el grosor irregular y las discontinuidades en los anillos iluminados. Cabe señalar que, debido a la iluminación inhomogénea producida por el arreglo experimental, los anillos más cercanos a los extremos de los patrones ordenados proyectados en el sensor CCD no se aprecian de la misma forma en como ocurre con los anillos más cercanos al centro.

Por otro lado, la figura 4.14 muestra los patrones ordenados de franjas iluminadas obtenidos en el sensor CCD al utilizar las pantallas nulas tipo Ronchi y ubicando al sensor en la posición de diseño. De manera semejante a lo ocurrido en las pantallas con anillos, observamos que el grosor de las franjas iluminadas cambia de acuerdo a la cantidad de franjas del patrón. En cada una de las imágenes presentadas en la figura 4.14, las franjas presentan una forma curva con orientación hacia al interior; ésto es comúnmente conocido como aberración de distorsión de barril. A su vez, observamos que las franjas iluminadas aumentan su grosor en la región central de la lente mientras que, en el borde superior, el tamaño de las franjas tiende a acercarse al tamaño de las franjas del patrón ideal. Además de lo anterior, se observa que entre mayor es el número de franjas en la pantalla, las franjas iluminadas detectadas en el sensor CCD aparecen cada vez más rectas. Finalmente, las irregularidades evidenciadas en las imágenes experimentales pueden ser atribuidas a defectos presentes en la lente debido a que ésta es susceptible de ser deformada mediante esfuerzos mecánicos realizados en el desarrollo de las pruebas experimentales o al estar constantemente bajo el efecto de la fuerza de gravedad. Lo anterior queda evidenciado en las imágenes obtenidas donde observamos que las divisiones en la lente de Fresnel presentan espaciamientos entre si que, al interactuar con la luz, se muestran como anillos ensombrecidos irregulares. Al igual que las pruebas realizadas con las pantallas de anillos, la iluminación inhomogénea no permite observar claramente lo que ocurre en la parte más cercana a los bordes de los patrones ordenados proyectados en el sensor CCD.

Como parte del análisis realizado a las imágenes obtenidas tras la realización de la prueba experimental, medimos el grosor en distintas partes de cada uno de los elementos iluminados en cada uno de los

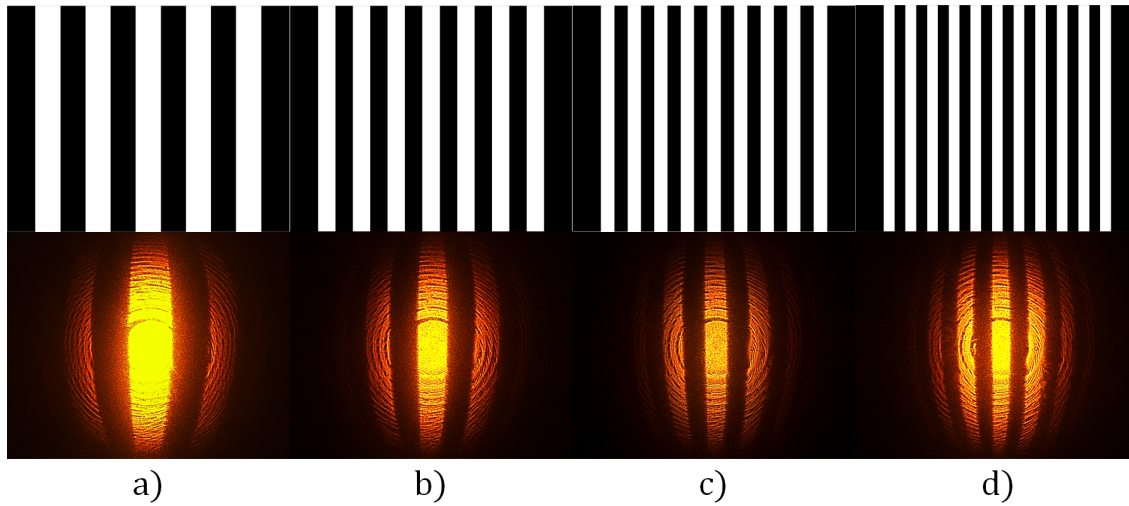


Figura 4.14: Patrones ordenados ideales diseñados (arriba) y patrones ordenados obtenidos experimentalmente en el sensor CCD tras la realización de la prueba con pantallas nulas tipo Ronchi (abajo). a) 5 franjas. b) 7 franjas. c) 9 franjas. d) 11 franjas.

patrones ordenados obtenidos utilizando el programa *GeoGebra* y los datos obtenidos fueron promediados y comparados con el grosor considerado para el diseño de cada una de las pantallas nulas. Los datos obtenidos para el grosor de los anillos y las franjas se muestran en las gráficas presentadas en las figuras 4.15 y 4.16, respectivamente.

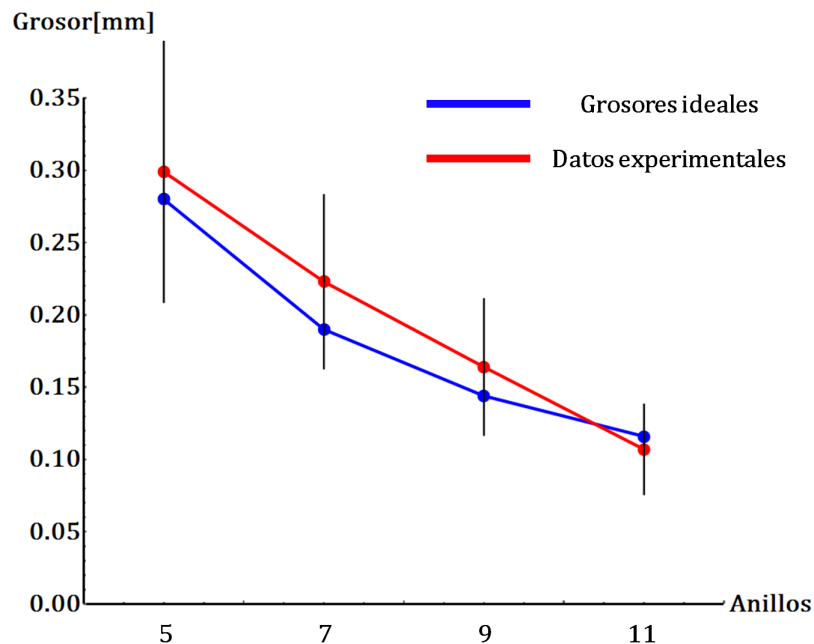


Figura 4.15: Gráfica de comparación entre los grosores ideales y grosores medidos de los anillos iluminados presentes en el patrón ordenado.

Las gráficas anteriores muestran que los grosores medidos de anillos y franjas son cercanos a los valores esperados considerando lo establecido en el método de diseño. Las diferencias entre los grosores del

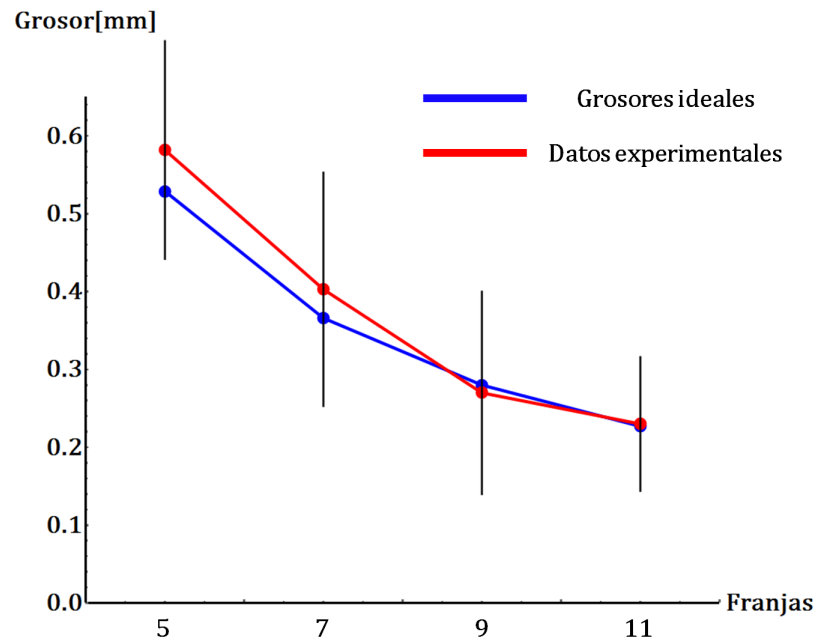


Figura 4.16: Gráfica de comparación entre los grosores ideales y grosores medidos de las franjas iluminadas presentes en el patrón ordenado.

patrón ordenado ideal y los medidos en las imágenes obtenidas son atribuibles a las razones expuestas anteriormente así como a fallas que pudieron presentarse en el alineamiento y ubicación de los distintos elementos del arreglo experimental. Como muestra de cómo esto último afecta a lo observado en el sensor CCD, la figura 4.17 presenta las imágenes obtenidas al colocar el sensor fuera de la posición de diseño de las pantallas nulas.

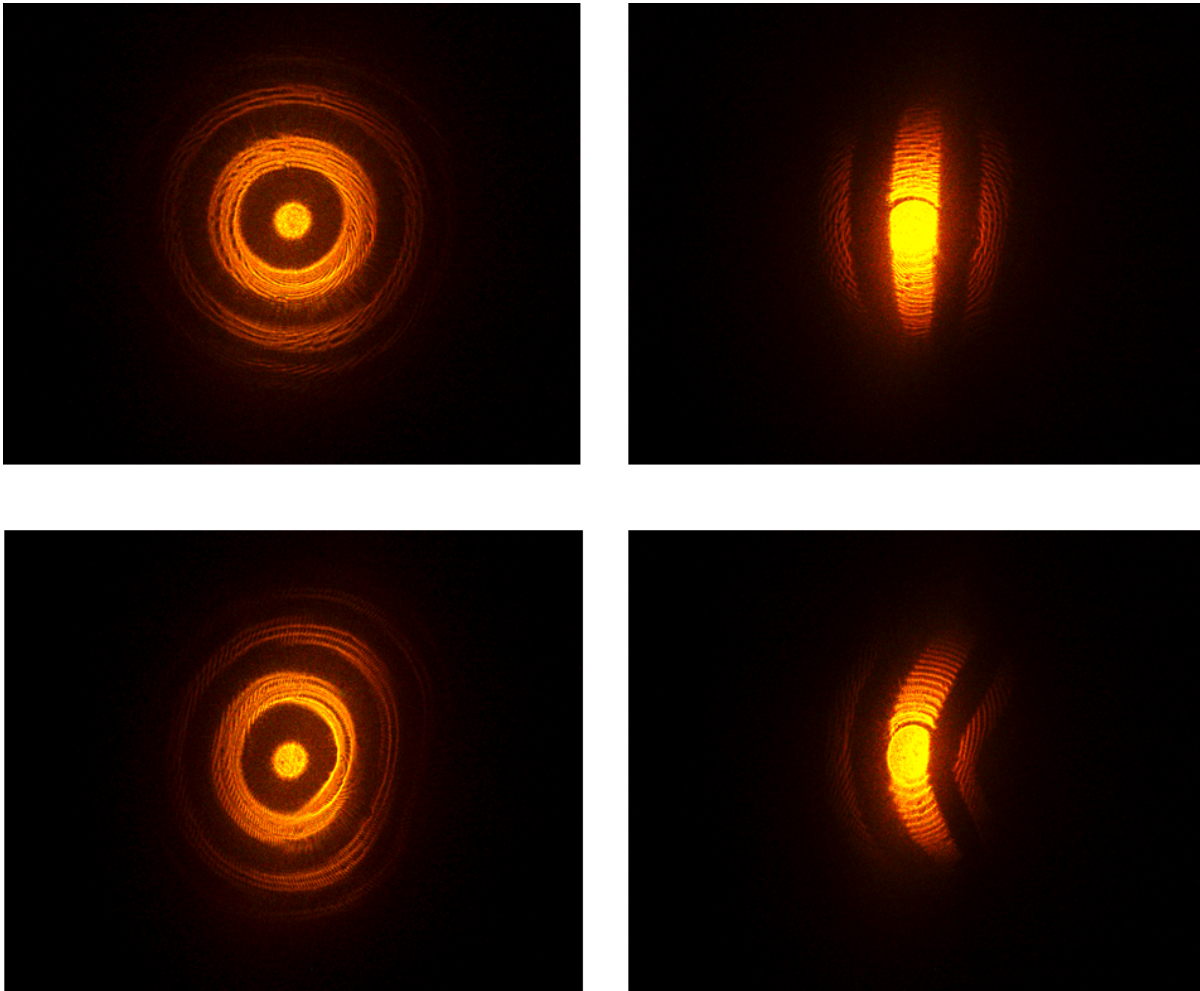


Figura 4.17: Imágenes obtenidas en el sensor CCD al colocarlo en una posición distinta a la posición de diseño. (Arriba) Pantallas desplazadas a una posición distinta a la posición de diseño. (Abajo) Imágenes proyectados sobre el sensor CCD cuando el haz de luz incide oblicuamente sobre la lente (derecha, pantalla de anillos. Izquierda, pantalla de franjas).

Capítulo 5

Conclusiones y trabajo a futuro

En este trabajo encontramos, mediante la técnica del trazo exacto de rayos, la ecuación de rayo refractado para una lente biconvexa cónica simple, es decir, de doble superficie cónica, considerando un frente de onda plano propagándose paralelo al eje óptico, de izquierda a derecha y de derecha a izquierda, que incide sobre cada una de las superficies de la lente. Utilizando la ecuación de rayo refractado, calculamos las ecuaciones exactas de las superficies principales y las superficies cáusticas en forma paramétrica en términos de la altura del rayo incidente y en función de los otros parámetros de diseño, es decir, radios de curvatura, grosor e índices de refracción de la lente.

Realizamos una aproximación polinomial por expansión en series de Taylor a tercer orden de las superficies cáusticas, anterior y frontal, de una lente biconvexa cónica. Utilizando ambas aproximaciones, encontramos expresiones algebraicas de las constantes de conicidad en función de los otros parámetros de diseño que permiten reducir las superficies cáusticas. De igual manera, realizamos la misma aproximación polinomial a tercer orden de las superficies principales, de lo que obtenemos una aproximación parabólica de dichas superficies en lugar de un plano principal como lo establece la óptica paraxial. Todo lo anterior nos permitió presentar un método general para el diseño de lentes biconvexas cónicas con propiedades focales definidas y con superficies cáusticas reducidas a tercer orden. Adicionalmente, al determinar la región de mayor coincidencia entre las superficies cáusticas exactas y sus respectivas aproximaciones a tercer orden, hemos propuesto una forma de cuantificar la región de coincidencia sobre la superficie de la lente como un porcentaje determinado del diámetro para la cual la diferencia entre la expresión exacta y la aproximación a tercer orden de la superficie cáustica de una lente simple es menor al 10 %.

Aplicamos el método de diseño presentado al caso particular de una lente convexo-plana en ambas configuraciones. Lo anterior fue utilizado para el diseño de lentes cónicas de Fresnel, positivas y negativas, usando como referencia lentes cónicas simples con superficie cáustica reducida.

Implementamos una prueba cualitativa por pantallas nulas a una lente de Fresnel deformable de catálogo. Las pantallas nulas utilizadas en la prueba fueron pantallas tipo Ronchi y pantallas de anillos cuyos métodos de diseño están incluidos en este trabajo y que fueron realizados utilizando la ecuación de rayo refractado obtenida mediante la técnica del trazo exacto de rayos. A pesar de que los resultados de la prueba cualitativa no fueron óptimos debido a las dificultades inherentes a la determinación de los parámetros de diseño de la lente de Fresnel bajo prueba y las concernientes a la correcta ejecución de la prueba por pantallas nulas, los resultados obtenidos nos permitieron determinar la presencia de deformaciones en la lente de Fresnel. Éstas deformaciones se atribuyen a los seccionamientos presentes en la lente de Fresnel y que son propias de su estructura, además de otras atribuibles a la naturaleza deformable de la lente bajo prueba y a los métodos de fabricación de este tipo de lentes.

Como trabajo a futuro, se propone desarrollar métodos de diseño de lentes biconvexas cónicas con superficies cáusticas reducidas a órdenes mayores a través de proveer fórmulas simples para las constantes de conicidad. De igual manera, se propone el desarrollo de un método de trazo de rayos a segundo orden uti-

lizando la aproximación parabólica a las superficies principales para el estudio de formación de imágenes en lentes gruesas simples.

Al contar con métodos de diseño de lentes simples y lentes de Fresnel con superficies cáusticas reducidas, es posible diseñar distintas aplicaciones consistentes en concentradores solares y sistemas de iluminación optimizados, entre otras. Adicionalmente, al haber un gran interés en la calidad de los sistemas ópticos del tipo Fresnel, se propone a futuro el diseño de pruebas nulas especializadas para lentes de Fresnel de las cuales se tenga mayor conocimiento sobre sus características físicas y sus parámetros de diseño.

Apéndices

Apéndice A

Planos principales de una lente simple

Como se ha estudiado en el capítulo 2, las superficies principales son el lugar geométrico formado por los puntos de intersección que se obtienen al extrapolar los rayos de luz incidentes y los rayos de luz propagados hacia al exterior al considerar un frente de onda plano que se propaga paralelo al eje óptico y que incide en una lente simple. En la región paraxial, las superficies principales pueden ser aproximadas mediante planos que, comúnmente son denominados *planos principales*. En este apéndice, presentamos un método mediante el cual obtenemos las expresiones correspondientes a los planos principales de una lente simple de acuerdo a lo establecido por la óptica paraxial. Métodos semejantes al presentado aquí pueden consultarse en las referencias [15] y [16].

A continuación, consideramos un frente de onda plano que se propaga paralelo al eje óptico de izquierda a derecha y que incide en una lente simple. La figura A.1 muestra la geometría involucrada en la obtención del plano principal secundario.

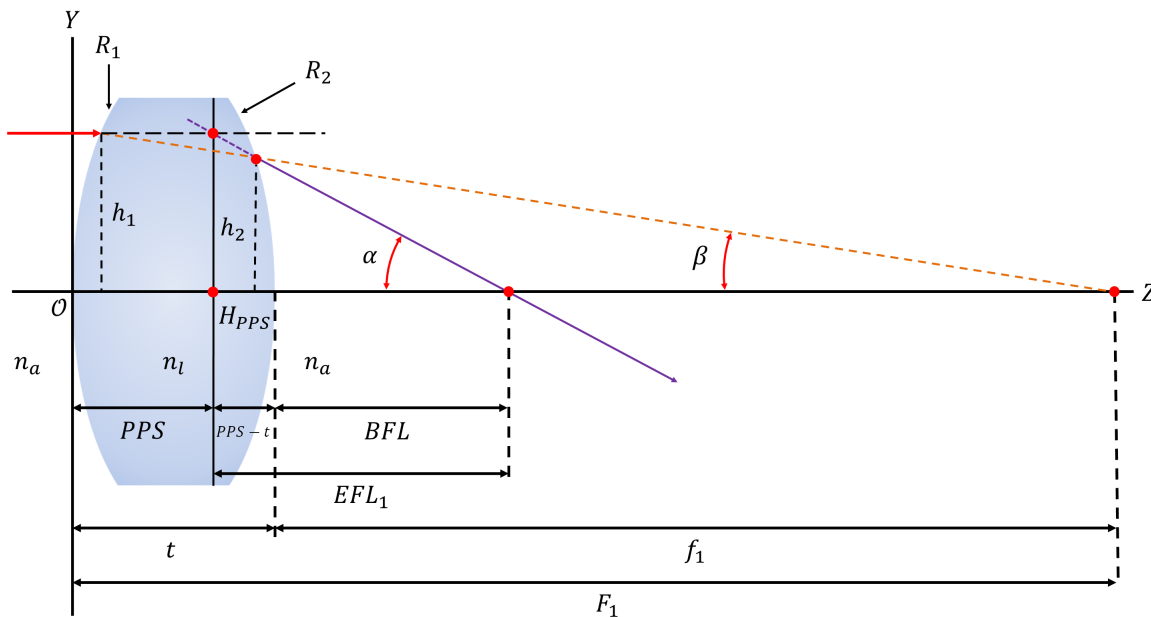


Figura A.1: Parámetros involucrados en la obtención del plano principal secundario (PPS).

Sean P_1 y P_2 las potencias ópticas correspondientes a la primera y segunda superficie de la lente, respectivamente, y P_T la potencia óptica total de la lente, definidas como

$$P_1 = c_1(n_l - n_a), \quad P_2 = c_2(n_a - n_l), \quad P_T = P_1 + P_2 - \frac{P_1 P_2 t}{n_l}, \quad (\text{A.1})$$

donde $c_1 = 1/R_1$ y $c_2 = 1/R_2$ son las curvaturas paraxiales, n_a es el índice de refracción del medio, n_l es el índice de refracción de la lente y t es el espesor de la lente.

Un rayo de luz que incide en la primera superficie de la lente a una altura h_1 , se desvía y se propaga hasta incidir en la superficie posterior a una altura h_2 , donde el rayo es desviado y propagado hacia el exterior. Extrapolando el rayo refractado por la primera superficie, obtenemos la recta que intersecta al eje óptico en el punto ubicado a una distancia F_1 , medida desde el origen de coordenadas, formando un ángulo β . Por otro lado, el rayo refractado por la superficie posterior intersecta al eje óptico en el punto ubicado a una distancia BFL , medida desde el vértice de la segunda superficie, formando un ángulo α (figura A.1).

Ahora, aproximando la cotangente del ángulo β en la región paraxial, es decir, cuando $h_1 \approx h_2 \approx 0$, obtenemos la siguiente relación

$$\cot \beta \approx \frac{F_1}{h_1} \approx \frac{f_1}{h_2} = \frac{F_1 - t}{h_2}, \quad (\text{A.2})$$

donde $f_1 = F_1 - t$. De lo anterior, se sigue fácilmente que

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{F_1 - t}{F_1} = 1 - \frac{t}{F_1}. \quad (\text{A.3})$$

Por otro lado, realizando la aproximación paraxial de la cotangente del ángulo α , considerando las distancias EFL_1 y $PPS - t$ mostradas en la figura A.1, obtenemos que

$$\cot \alpha \approx \frac{EFL_1}{h_1} \approx \frac{BFL}{h_2} = \frac{EFL_1 - (PPS - t)}{h_2}, \quad (\text{A.4})$$

donde se cumple que $BFL = EFL_1 - (PPS - t)$. De lo anterior, claramente se sigue que

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{EFL_1 - (PPS - t)}{EFL_1} = 1 - \frac{(PPS - t)}{EFL_1}. \quad (\text{A.5})$$

Igualando a las ecs. (A.3) y (A.5), obtenemos la siguiente expresión

$$\frac{h_2}{h_1} = 1 - \frac{t}{F_1} = 1 - \frac{(PPS - t)}{EFL_1}. \quad (\text{A.6})$$

Finalmente, despejando a $PPS - t$ de la ec. (A.6) y reescribiendo a las potencias ópticas P_1 y P_T en términos de las distancias F_1 y EFL_1 como $P_1 = n_l/F_1$ y $P_T = n_a/EFL_1$, obtenemos lo siguiente

$$PPS - t = - \left(\frac{EFL_1}{F_1} \right) t = - \left[\frac{n_a P_1}{n_l P_T} \right] t, \quad (\text{A.7})$$

expresión que corresponde a la ubicación del *Plano Principal Secundario* con respecto al sistema de coordenadas cuyo origen coincide con el vértice de la superficie posterior de la lente. De esta manera,

el punto de intersección entre el plano principal secundario con el eje óptico, comúnmente denominado *punto nodal secundario* o *Punto Principal Secundario*, está dado como

$$H_{PPS} = (PPS - t, 0) \quad (\text{A.8})$$

A continuación, consideramos un frente de onda plano que se propaga paralelo al eje óptico de derecha a izquierda y que incide en una lente simple. La figura A.2 muestra la geometría involucrada en la obtención del plano principal primario.

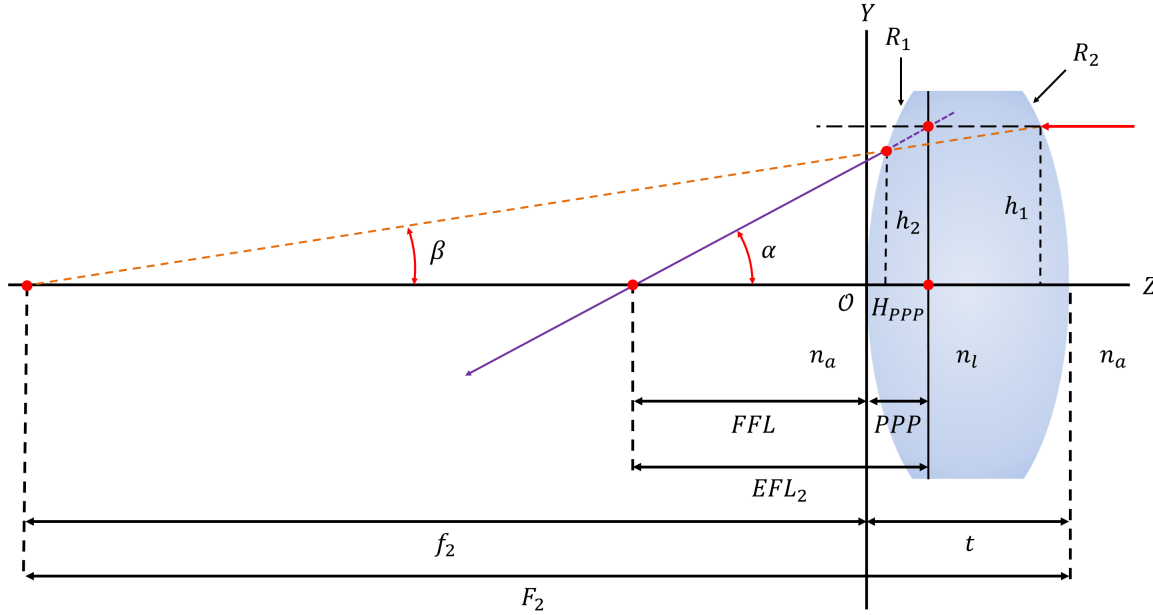


Figura A.2: Geometría involucrada en la obtención del plano principal primario (*PPP*).

Un rayo de luz que incide en la superficie posterior de la lente a una altura h_1 , se desvía y se propaga hasta incidir en la primera superficie, a una altura h_2 , donde el rayo es desviado y propagado hacia el exterior. Extrapolando el rayo refractado por la primera superficie, obtenemos la recta que intersecta al eje óptico en el punto ubicado a una distancia F_2 , medida desde el vértice de la superficie posterior de la lente, formando un ángulo β . Por otro lado, el rayo refractado por la primera superficie intersecta al eje óptico en el punto ubicado a una distancia FFL , medida desde el origen de coordenadas, formando un ángulo α (figura A.2).

De manera análoga a lo realizado para el caso del plano principal secundario, calculamos la aproximación paraxial de las cotangentes de los ángulos β y α , considerando las distancias F_2 , f_2 , FFL , EFL_2 y PPP , con lo que obtenemos las siguientes expresiones

$$\cot \beta \approx \frac{F_2}{h_1} \approx \frac{f_2}{h_2} = \frac{F_2 - t}{h_2}, \quad (\text{A.9})$$

$$\cot \alpha \approx \frac{EFL_2}{h_1} \approx \frac{FFL}{h_2} = \frac{EFL_2 - PPP}{h_2}. \quad (\text{A.10})$$

De las ecs. (A.9) y (A.10), despejamos al cociente h_2/h_1 , con lo que obtenemos la siguiente expresión

$$\frac{h_2}{h_1} = 1 - \frac{t}{F_2} = 1 - \frac{PPP}{EFL_2} \quad (\text{A.11})$$

Finalmente, despejando a PPP , considerando a las potencias ópticas P_2 y P_T expresadas en términos de las distancias F_2 y EFL_2 como $P_2 = n_l/F_2$ y $P_T = n_a/EFL_2$, obtenemos lo siguiente

$$PPP = \left(\frac{EFL_2}{F_2} \right) t = \left[\frac{n_a P_2}{n_l P_T} \right] t, \quad (\text{A.12})$$

expresión que corresponde a la ubicación del *Plano Principal Primario* con respecto al origen de coordenadas. De esta manera, el punto de intersección entre el plano principal primario y el eje óptico, comúnmente denominado *punto nodal primario* o *Punto Principal Primario*, está dado como

$$H_{PPP} = (PPP, 0). \quad (\text{A.13})$$

Apéndice B

Superficies cáusticas de una lente convexo-plana

Al hablar de una lente convexo-plana nos referimos a una lente que tiene una superficie cónica convexa o cóncava y una superficie plana. Este tipo de lente es un caso particular de una lente de doble superficie cónica en la cual el radio de curvatura, R , de la superficie plana tiende a infinito. De manera análoga a lo realizado en el capítulo 2, considerando los parámetros de diseño correspondientes a una lente convexo-plana, imponemos las propiedades focales deseadas de la lente para obtener los parámetros de diseño requeridos, luego, realizamos la reducción de la superficie cáustica a tercer orden considerando los coeficientes G_3 y G'_3 presentados en las ecs. (2.25) y (2.55), ambos coeficientes serán igualados a cero y se resolverá para hallar la constante de conicidad que reduce la superficie cáustica.

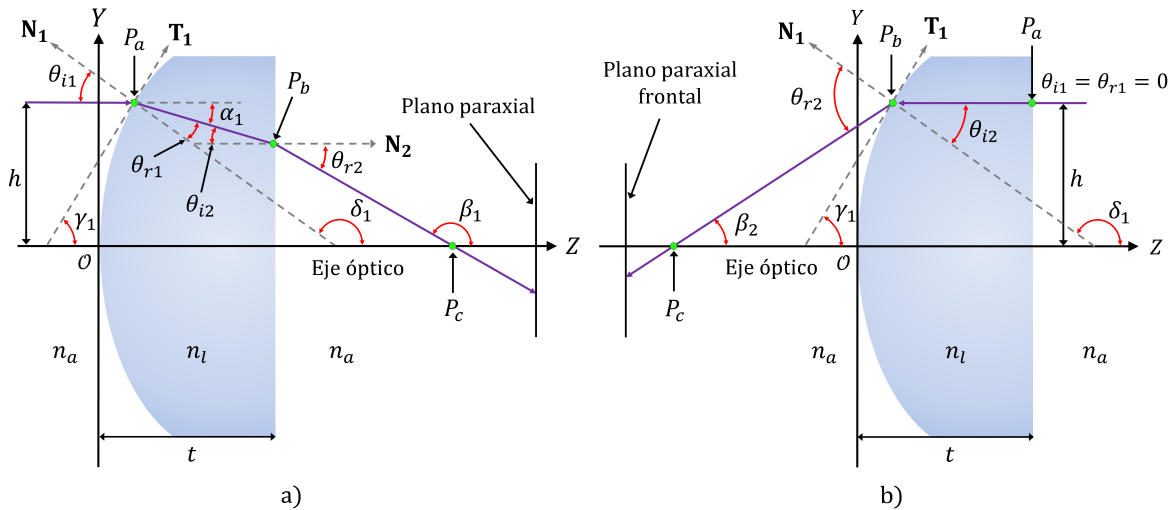


Figura B.1: Parámetros involucrados en el trazo de rayos de una lente convexo-plana. a) Frente de onda plano propagándose de izquierda a derecha. b) Frente de onda plano propagándose de derecha a izquierda.

Deseamos obtener los parámetros de diseño que nos permitan obtener una lente convexo-plana con distancias focales $BFL > 0$ y $FLL < 0$. Consideramos la ec. (2.63) que nos permite calcular las distancias focales en función de los parámetros de diseño n_a, n_l, t, c_1 y c_2 de los que c_2 será la curvatura paraxial asociada a la cara plana de la lente bajo estudio. La curvatura paraxial está definida como el inverso del radio de curvatura de las superficies cónicas por lo que, para la cara plana, cuyo radio de curvatura

tiende a infinito, tenemos que $c_2 \rightarrow 0$. Sustituyendo $c_2 = 0$ en la ec. (2.63) y, simplificando, obtenemos

$$BFL = \frac{n_a[n_l - c_1(n_l - n_a)t]}{c_1 n_l(n_l - n_a)}, \quad FFL = -\frac{n_a}{c_1(n_l - n_a)}. \quad (\text{B.1})$$

Conociendo los índices de refracción n_a y n_l y los valores predeterminados para BFL y FFL , resolvemos la ec. (B.1) para los parámetros c_1 y t , con lo que obtenemos

$$C_{cp} = \frac{n_a}{FFL(n_a - n_l)}, \quad t_{cp} = -\frac{n_l(BFL + FFL)}{n_a}, \quad (\text{B.2})$$

donde el subíndice cp indica que los parámetros de diseño corresponden a una lente convexo-plana. Cabe señalar que, para el caso en el que $BFL \approx -FFL$, se obtiene que $t \rightarrow 0$, es decir, recuperamos el caso de una lente delgada.

De esta manera, con la ec. (B.2), obtenemos los parámetros de diseño necesarios para una lente convexo-plana con distancias focales predeterminadas. A continuación, realizamos la reducción de superficie cáustica a tercer orden para una lente convexo-plana de manera análoga a lo realizado en el capítulo 2.

Consideremos un conjunto de rayos paralelos al eje óptico que se propagan de izquierda a derecha y que inciden sobre la superficie convexa de la lente cuyo vértice se encuentra en el origen de nuestro sistema de referencia. Los rayos incidentes se refractan y se propagan dentro de la lente hasta que inciden sobre la superficie plana, sufren una segunda refracción y se propagan al exterior de la lente (figura B.1. a). Adicionalmente, sin pérdida de generalidad, consideramos el valor de la constante de conicidad de la cara plana como $k_2 = 0$. Sustituyendo lo anterior en la expresión de G_3 igualada a cero, resolvemos para k_1 y simplificando, obtenemos

$$k_{cp}^{3er} = \frac{c_{cp}(n_a - n_l)^4(n_a + n_l)t_{cp} - n_l^2(2n_a^3 - 2n_a n_l^2 + n_l^3)}{n_a^2 n_l^3}, \quad (\text{B.3})$$

donde el subíndice cp significa *convexo-plana* que indica que la ec. (B.3) es la constante de conicidad de la superficie convexa que reduce la superficie cáustica a tercer orden de la lente para un frente de onda plano propagándose de izquierda a derecha. Las superficies cáusticas de una lente esférica y de una lente con reducción de superficie cáustica a tercer orden se muestran en la figura B.2.

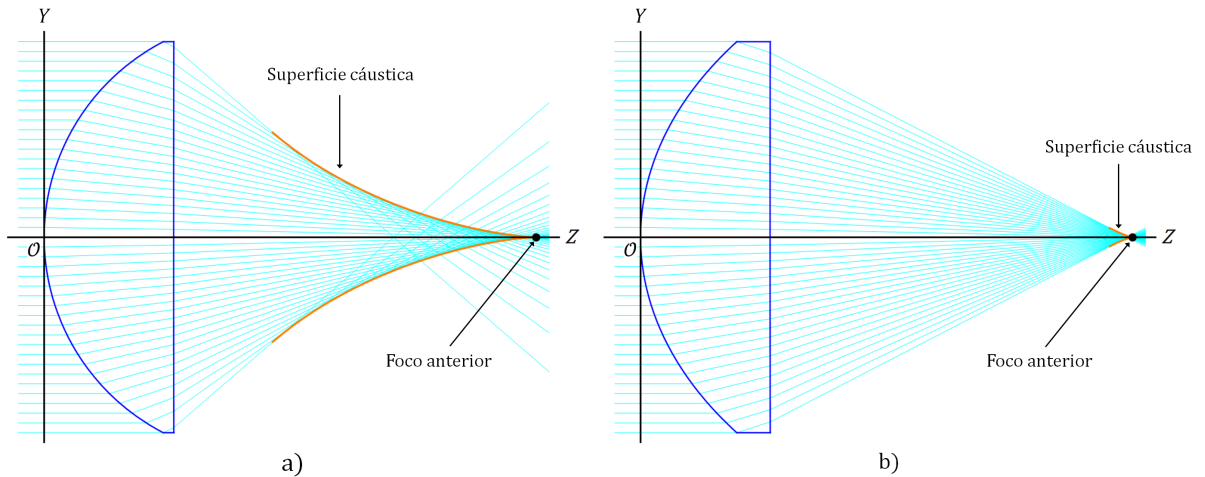


Figura B.2: Superficie cáustica de una lente convexo-plana para un frente de onda plano propagándose de izquierda a derecha. a) Lente esférica. b) Lente con superficie cáustica corregida a tercer orden.

Por otro lado, consideramos un conjunto de rayos paralelos al eje óptico que se propagan de derecha a izquierda y que inciden sobre la superficie plana ubicada a una distancia t del origen de nuestro sistema de referencia. Los rayos incidentes se propagan dentro de la lente sin refractarse hasta alcanzar a la superficie convexa donde se refractan y se propagan fuera de la lente (figura B.1. b). Nuevamente, consideramos a $C_2 = 0$ y $k_2 = 0$ y sustituimos en la expresión de G'_3 que ha sido igualado a cero. Resolviendo para k_1 y, simplificando, obtenemos

$$k_{pc}^{3er} = - \left(\frac{n_l}{n_a} \right)^2, \quad (\text{B.4})$$

donde el subíndice pc significa *plano-convexo* que indica que la ec. (B.4) es la constante de conicidad de la superficie convexa que reduce la superficie cáustica de la lente para un frente de onda plano propagándose de derecha a izquierda. Este resultado coincide con el óvalo cartesiano correspondiente a una lente plano-convexo formadora de imágenes ideal. Las superficies cáusticas de una lente esférica y de una lente con reducción de superficie cáustica a tercer orden se muestran en la figura B.3.

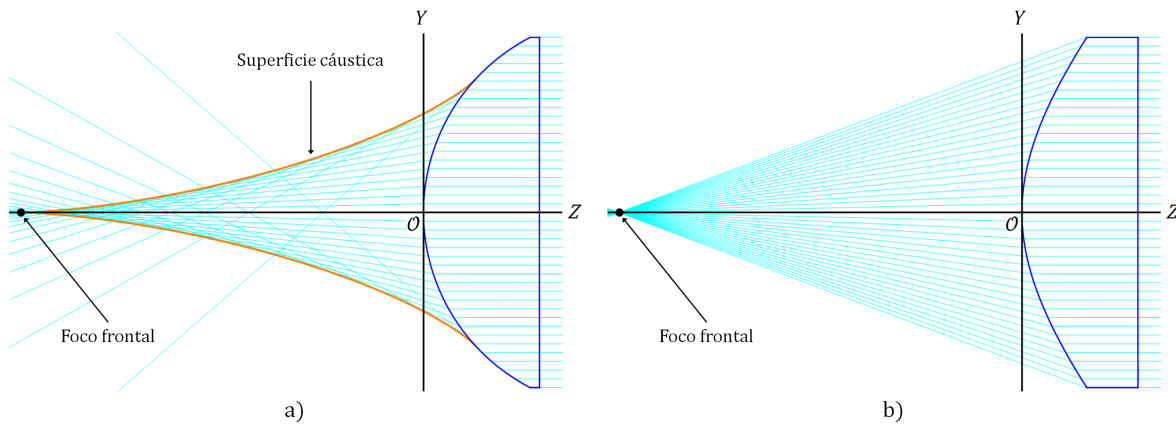


Figura B.3: Superficie cáustica de una lente convexo-plana para un frente de onda plano propagándose de derecha a izquierda. a) Lente esférica. b) Lente con superficie cáustica reducida a tercer orden.

La figura B.4 muestra los perfiles de una lente esférica, de una lente con reducción de superficie cáustica para un frente de onda plano propagándose de izquierda a derecha y de una lente con reducción de superficie cáustica para un frente de onda plano propagándose de derecha a izquierda.

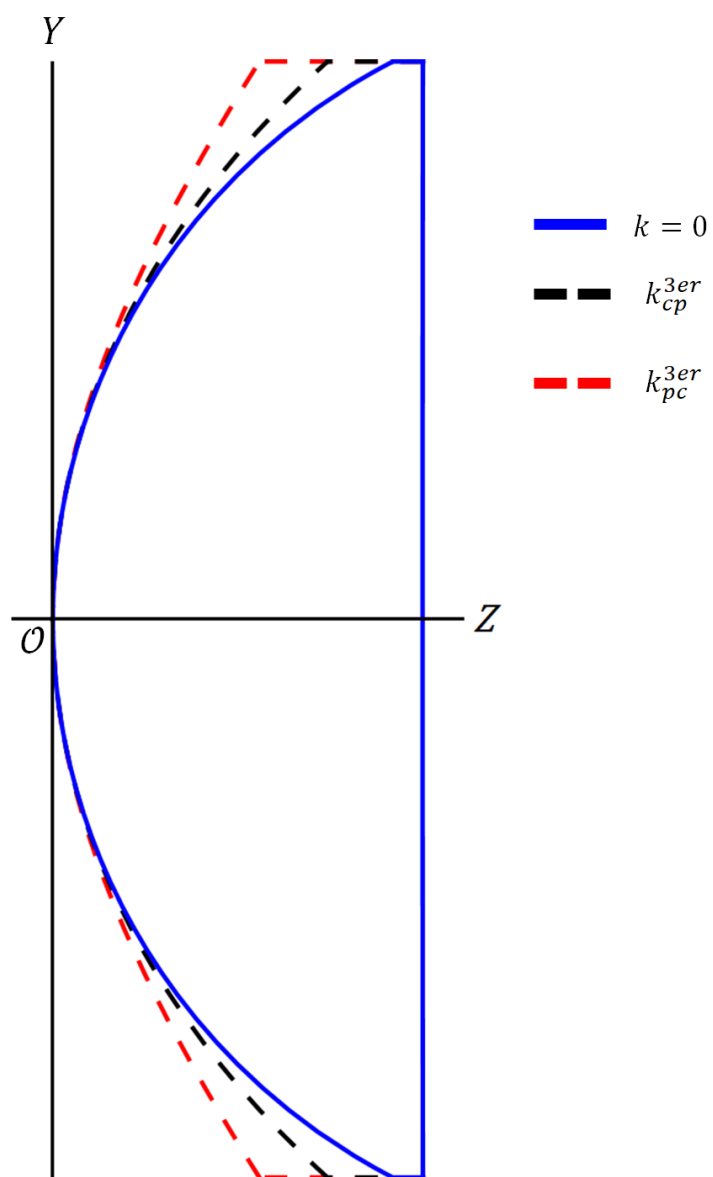


Figura B.4: Perfiles de una lente convexo-plana esférica (azul), de una lente con reducción de superficie cáustica para un frente de onda plano propagándose de izquierda a derecha (negro) y de una lente con reducción de superficie cáustica para un frente de onda plano propagándose de derecha a izquierda (rojo).

Apéndice C

Medición de los parámetros de diseño de una lente Fresnel

Como hemos estudiado en el capítulo 2 para el caso de una lente simple de doble superficie cónica (y para lentes convexo-planas en el apéndice B), podemos determinar experimentalmente algunos de los parámetros de diseño a partir de la medición de las distancias focales de la lente en cuestión. En este apéndice, obtenemos la curvatura paraxial, el radio de curvatura y el espesor de una lente convexo-plana simple usada como referencia para el diseño de la lente de Fresnel que se muestra en la figura C.1.



Figura C.1: Lente de Fresnel evaluada experimentalmente mediante pantallas nulas.

Para medir la distancia focal de una lente, un frente de onda plano que se propaga de manera paralela al eje óptico debe incidir sobre la lente. Para conseguir esto, producimos un haz colimado monocromático utilizando un láser polarizado Helio-Neón sintonizable en cinco longitudes de onda (543, 594, 604, 612 y 633 nm) modelo 30602 de Research Electro-Optics, una montura para filtro espacial Edmund Optics, un objetivo de microscopio Edmund Optics de 20 \times , un *pinhole* de 25 μm y un doblete acromático de distancia focal efectiva, *EFL*, de 50 mm y diámetro de 50 mm para colimar el haz láser. El arreglo experimental (figura C.2) utilizado fue colocado sobre una mesa holográfica.

Sintonizamos el láser en la longitud de onda $\lambda = 594$ nm y procedemos a la alineación del equipo colocando un par de puntas metálicas del mismo tamaño a lo largo de una línea recta sobre la mesa holográfica, luego, el haz láser se hace pasar por los extremos superiores de ambas puntas logrando que la propagación del haz sea paralela a la superficie de la mesa.

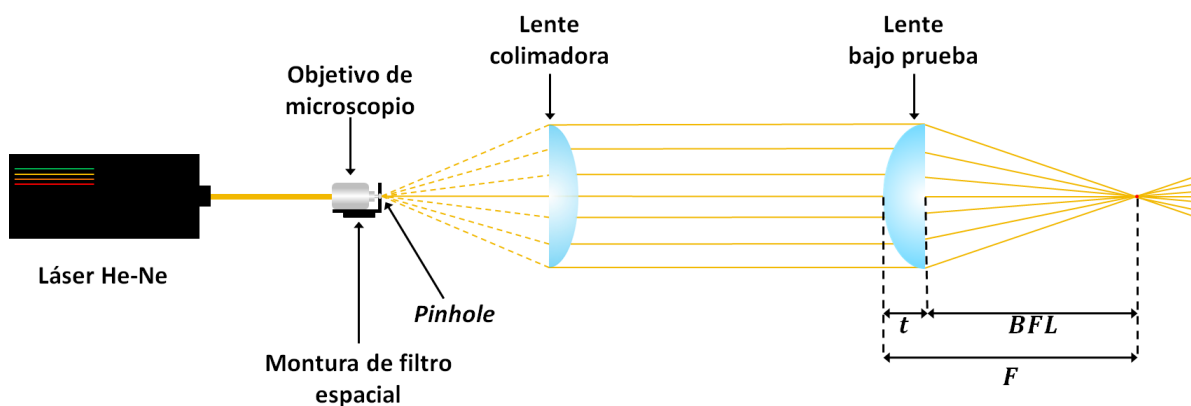


Figura C.2: Esquema del montaje experimental utilizado para medir las distancias focales de la lente de Fresnel.

Producimos un frente de onda plano al colocar el objetivo de microscopio a la salida del láser, haciendo que el haz incidente se expanda y se filtre al atravesar el pinhole. El doblete acromático se coloca sobre la línea de propagación del haz filtrado a una distancia focal medida desde el pinhole, dando como resultado un haz colimado. Utilizamos un interferómetro de desplazamiento lateral Shear-Plate de Thorlabs para comprobar que los rayos que conforman el haz colimado sean paralelos al observar un arreglo de franjas paralelas cuando dicho haz incide en el interferómetro como se muestra en la fotografía de la figura C.3.

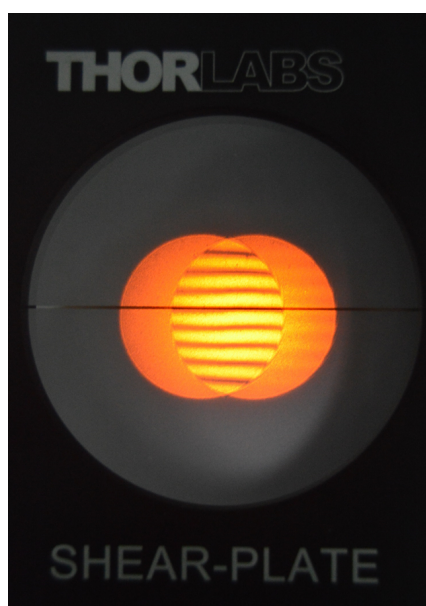


Figura C.3: Fotografía del interferómetro de desplazamiento lateral utilizado para comprobar un frente de onda plano.

Hacemos incidir el haz colimado sobre la superficie con hendiduras de la lente y, posteriormente, sobre la superficie plana. Con un Vernier medimos las distancias focales BFL , FFL y, posteriormente, medimos el diámetro D de la lente. La tabla C.1 muestra los resultados obtenidos de las mediciones así como los índices de refracción, n_a , del medio (aire) y el índice de refracción de la lente reportado en la referencia [39].

n_a	n_l	$D[mm \pm 0.005mm]$	$BFL[mm \pm 0.005mm]$	$FFL[mm \pm 0.005mm]$
1	1.49	50.00	38.00	-52.00

Tabla C.1: Parámetros de diseño de la lente de Fresnel

Sustituyendo los valores medidos de BFL y FFL , además de los valores conocidos de los índices de refracción n_a y n_l , en la ec. (B.2), obtenemos los parámetros de diseño restantes de la lente de Fresnel que se muestran en la tabla C.2.

$C_{pc} [mm^{-1}]$	$R_{pc} = C_{pc}^{-1} [mm]$	$t_{pc} [mm]$
$3.92 \times 10^{-2} \pm 3.77 \times 10^{-6}$	25.48 ± 0.002	20.86 ± 0.015

Tabla C.2: Parámetros de diseño calculados para la lente de Fresnel

La figura C.4 muestra el trazo exacto de rayos para una lente convexo-plana simple con los parámetros de diseño obtenidos en esta sección.

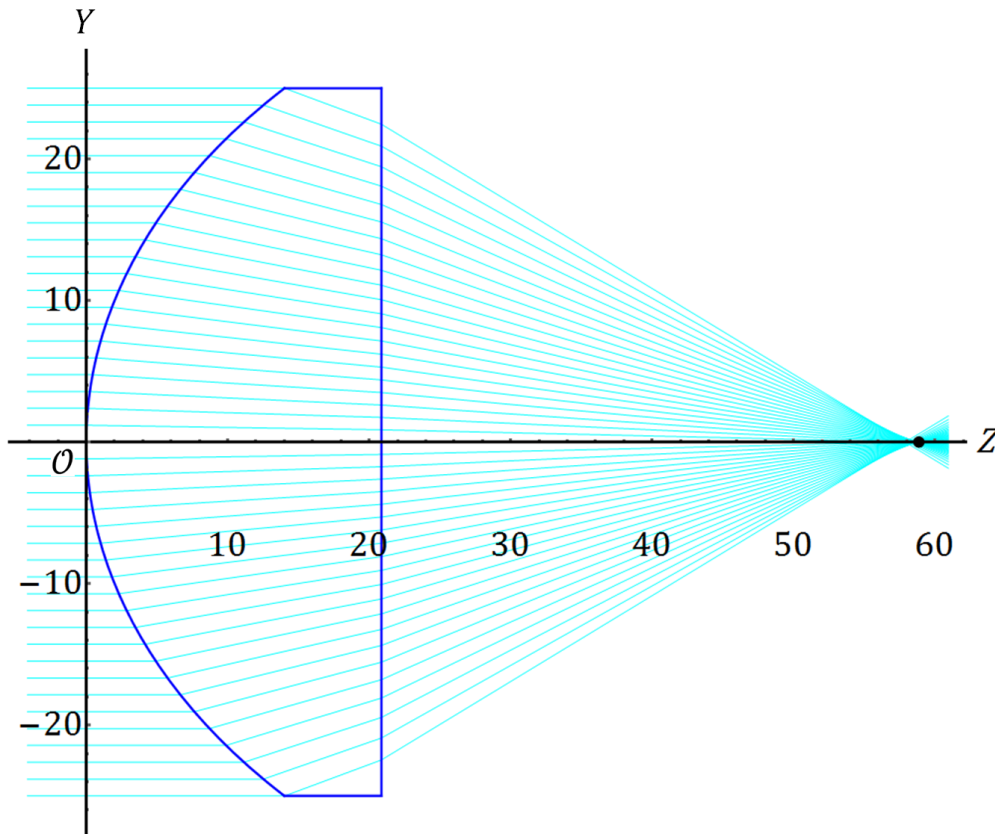


Figura C.4: Trazo exacto de rayos para una lente convexo-plana simple con los parámetros de diseño de las tablas B1 y B2.

Apéndice D

Fórmulas relevantes

Parámetros de la lente

R_1, R_2 : Radios de curvatura.

k_1, k_2 : Constantes de conicidad.

t : Grosor de la lente.

n_a : Índice de refracción del medio.

n_l : Índice de refracción de la lente.

$$\left. \begin{array}{l} c_1 = \frac{1}{R_1} \\ c_2 = \frac{1}{R_2} \end{array} \right\} \text{Curvaturas paraxiales.}$$

Potencias ópticas

$P_1 = c_1(n_l - n_a)$ Potencia óptica de la primera superficie.

$P_2 = c_2(n_a - n_l)$ Potencia óptica de la segunda superficie.

$P_T = P_1 + P_2 - \frac{P_1 P_2 t}{n_l}$ Potencia óptica total.

Aproximación paraxial

$$BFL = \frac{n_l \left[1 - \frac{P_1 t}{n_l} \right]}{P_T} \quad \text{Distancia focal anterior.}$$

$F = t + BFL$ Distancia focal (medida desde el origen de coordenadas).

$$FFL = -\frac{n_a \left[1 - \frac{P_2 t}{n_l} \right]}{P_T} \quad \text{Distancia focal frontal.}$$

$$PPS = t \left[1 - \frac{n_a P_1}{n_l P_T} \right] \quad \text{Plano principal secundario.}$$

$$PPP = t \left[\frac{n_a P_2}{n_l P_T} \right] \quad \text{Plano principal primario.}$$

$$PPS - t = -\left[\frac{n_a P_1}{n_l P_T} \right] t \quad \text{Componente horizontal del plano principal secundario.}$$

$$H_{PPS} = (PPS - t, 0) = \left(-\left[\frac{n_a P_1}{n_l P_T} \right] t, 0 \right) \quad \text{Punto principal secundario.}$$

$$H_{PPP} = (PPP, 0) \quad \text{Punto principal primario.}$$

Aproximación a tercer orden

$$\left. \begin{aligned} z_{ca_a}(h) &= F - \left(\frac{3G_3}{2n_a n_l^4 P_T^2} \right) h^2 \\ y_{ca_a}(h) &= \left(\frac{G_3}{n_a^2 n_l^4 P_T} \right) h^3 \end{aligned} \right\} \quad \text{Superficie cóustica anterior (expresión paramétrica).}$$

Donde

$$\begin{aligned} G_3 &= P_1^2 P_2 c_2 n_l t (n_a + 3n_l) (3n_l^2 + P_1^2 t^2) \\ &+ c_1 n_l^2 P_2^2 [n_l^2 (n_a + 3n_l) + 4c_2 n_l (k_2 n_a^2 + n_l^2) t + 3(n_a + 3n_l) P_1^2 t^2] \\ &+ c_1^2 n_l P_1 [n_l^2 (2n_a^3 + k_1 n_a^2 n_l - 2n_a n_l^2 + n_l^3) - 4(k_2 n_a^2 + n_l^2) P_2^3 t^3] \\ &+ c_2^2 (k_2 n_a^2 + n_l^2) P_2 [n_l^4 + 6n_l^2 P_1^2 t^2 + P_1^4 t^4] \\ &+ n_l P_1^2 [n_a^2 P_1^2 t + 2n_a P_2 (n_l - P_1 t)^2 + n_l (3n_l^2 P_2 - n_l P_1 (P_1 + 6P_2) t + 3P_1^2 P_2 t^2)]. \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} z_{cf_a}(h) &= FFL - \left(\frac{3G'_3}{2n_a n_l^4 P_T^2} \right) h^2 \\ y_{cf_a}(h) &= \left(\frac{G'_3}{n_a^2 n_l^4 P_T} \right) h^3 \end{aligned} \right\} \quad \text{Superficie cóustica frontal (expresión paramétrica).}$$

Donde

$$\begin{aligned} G'_3 &= c_1 n_l P_1 P_2 (n_a + 3n_l) (n_l - P_2 t)^3 + c_1^2 P_1 (k_1 n_a^2 + n_l^2) (n_l - P_2 t)^4 \\ &+ n_l P_2 \{ c_2^2 n_l^2 (2n_a^3 + k_2 n_a^2 n_l - 2n_a n_l^2 + n_l^3) + P_2 [n_a^2 P_2^2 t + 2n_a P_1 (n_l - P_2 t)^2] \\ &+ n_l [3n_l^2 P_1 - n_l P_2 (6P_1 + P_2) t + 3P_1 P_2^2 t^2] \}. \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} b_{1a} &= \frac{n_a^2 G_3}{8n_l^4 P_T^4 BFL^4} \\ b_{1f} &= \frac{n_a^2 G'_3}{8n_l^4 P_T^4 FFL^4} \end{aligned} \right\} \text{ Coeficientes de aberración esférica.}$$

$$SPS_a(h) = \left\{ PPS - \left(\frac{\lambda}{2n_a n_l^4 P_T^2} \right) h^2, h \right\} \quad \text{Parábola principal secundaria.}$$

Donde

$$\lambda(t) = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + \alpha_3 t^3 + \alpha_4 t^4,$$

con

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= -n_a n_l^3 P_T [(c_1 - c_2)n_a P_1 + c_2 n_l P_T], \\ \alpha_1 &= P_1 n_l^2 \{ n_a (n_a - n_l) [-c_2^3 n_l (n_a + k_2 n_a + n_l) + c_1^3 n_a (n_a + k_1 n_l) - 2n_l^2 - c_1 c_2^2 (n_a^2 c_1^2 n_l P_2] \\ &\quad + [c_1^2 n_a^4 - c_1 (c_1 - 2c_2) n_a^3 n_l + c_1^2 k_1 n_a^2 n_l^2 + 2(c_1 - c_2)^2 n_a n_l^3 - (c_1 - c_2)^2 n_l^4] P_T \\ &\quad + 2c_2 n_a n_l^2 P_T^2 \}, \\ \alpha_2 &= P_1^2 \{ c_1^2 n_a [n_a^3 + (k_1 - 1)n_a n_l^2 + n_l^3] P_2 \\ &\quad + c_2 n_l^2 [3c_2 n_a (n_a + k_2 n_a + n_l) P_2 + 2c_2 n_l (-2n_a + n_l) P_T - n_a P_T^2] \\ &\quad - c_1 c_2 n_l [4n_a n_l^2 (P_2 - P_T) + n_a^2 n_l P_T + 2n_l^3 P_T + n_a^3 (-2P_2 + P_T)] \}, \\ \alpha_3 &= -c_2 P_1^3 \{ c_1 n_a (n_a^2 - 2n_l^2) P_2 + c_2 n_l [3n_a (n_a + k_2 n_a + n_l) P_2 + n_l (-2n_a + n_l) P_T] \}, \\ \alpha_4 &= c_1^2 n_a (n_a + k_2 n_a + n_l) P_1^2 P_2^3. \end{aligned}$$

$$SPP_a(h) = \left\{ PPP + \left(\frac{\lambda'}{2n_a n_l^4 P_T^2} \right) h^2, h \right\} \quad \text{Parábola principal primaria.}$$

Donde

$$\lambda'(t) = \alpha'_0 + \alpha'_1 t + \alpha'_2 t^2 + \alpha'_3 t^3 + \alpha'_4 t^4,$$

con

$$\begin{aligned} \alpha'_0 &= n_a n_l^3 P_T [c_2 n_a (P_1 + P_2) + c_1 n_l P_T], \\ \alpha'_1 &= -n_l P_2 \{ n_a n_l (n_a - n_l) [c_1^2 c_2 n_l^2 + c_2^3 n_a (n_a + k_2 n_l) - c_2^2 n_l P_1 + c_1^2 [-c_1 n_l (n_a (1 + k_1) + n_l) \\ &\quad - (n_a + n_l) P_2]] - [c_2^2 n_a^4 - c_2 (-2c_1 + c_2) n_a^3 n_l + c_2^2 k_2 n_a^2 n_l^2 + 2(c_1 - c_2)^2 n_a n_l^3 \\ &\quad - (c_1 - c_2)^2 n_l^4] P_T + 2c_1 n_a n_l^2 P_T^2 \}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\alpha'_2 &= c_1 P_2^2 \{c_2 n_a [n_a^3 + (k_2 - 1)n_a n_l^2 + n_l^3] P_2 + n_l P_T [P_2 (n_a^2 + 2n_l (n_a - n_l)) - n_a n_l P_T] \\ &+ c_1 n_l [-3n_a n_l (n_a (1 + k_1) + n_l) P_1 + 2(n_a^3 - 2n_a n_l^2) P_2 - 2n_l^2 (-2n_a + n_l) P_T]\},\end{aligned}$$

$$\alpha'_3 = c_1^2 P_2^3 \{-3P_1 n_a n_l [n_a (1 + k_1) + n_l] + P_2 n_a (n_a^2 - 2n_l^2) + (2n_a - n_l) n_l^2 P_T\},$$

$$\alpha'_4 = c_2^2 P_1^3 P_2^2 n_a [n_a (1 + k_1) + n_l].$$

$$SPS_a(h) = \left\{ \frac{(c_1 n_a + c_2 n_l)}{2n_l} h^2, h \right\} \quad \text{Parábola principal secundaria (lente delgada).}$$

$$SPP_a(h) = \left\{ \frac{(c_2 n_a + c_1 n_l)}{2n_l} h^2, h \right\} \quad \text{Parábola principal primaria (lente delgada).}$$

Bibliografía

- [1] D. Tentori, "Homogeneity testing of optical glass by holographic interferometry," *Appl. Opt.* **30**, No.7, pp. 752-755, (1991)
- [2] A.J. Werner, "Methods in High Precision Refractometry of Optical Glasses," *Appl. Opt.* **7**, No. 5, pp. 837-843, (1968)
- [3] D. Tentori, "High-precision refractometry by hologram interferometry," *Opt. Eng.* **31**, No. 4, pp. 805-808, (1992)
- [4] D. Tentori, J. Camacho, C. López-Famoso, "High accuracy refractometry using reflectometry: practical limitations," *Opt. Comm.*, **103**, No. 1, 15-21, (1993)
- [5] G. Castillo-Santiago, M. Avendaño-Alejo, R. Díaz-Urbe and L. Castañeda, "Analytic aspheric coefficients to reduce the spherical aberration of lens elements used in collimated light," *Appl. Opt.*, **53**, No. 22, pp. 4939-4946, (2014)
- [6] Dulce María González Utrera, "Desarrollo Teórico-Experimental de Pantallas Nulas para la Caracterización de lentes Plano-Convexas," *Tesis de licenciatura, Facultad de Ciencias, UNAM*, (2009).
- [7] M. Avendaño-Alejo, D. González-Utrera and L. Castañeda, "Caustics in a meridional plane produced by plano-convex conic lenses," *J. Opt. Soc. Am. A*, **28**, No. 12, pp. 2619-2628, (2011).
- [8] Maximino Avendaño-Alejo, "Caustics in a meridional plane produced by plano-convex aspheric lenses," *J. Opt. Soc. Am. A*, **30**, No. 3, pp. 501-508, (2013).
- [9] M. Avendaño-Alejo, D. González-Utrera, N. Qureshi, L. Castañeda, "Null Ronchi-Hartmann test for a lens," *Opt. Exp.*, **18**, No. 20, pp. 21131-21137, (2010).
- [10] J. Morgan, "Introduction to geometrical and physical optics," *McGraw-Hill, NY*, **cap. 7**.
- [11] O. Cardona Nuñez, et. al., "Significado de las superficies cáusticas en óptica," *Rev. Mex. Fis.*, **29**, No. 2, pp. 245-258, (1983).
- [12] Orestes N. Stavroudis, "Caustic as an Expression of the Image Errors of a Lens," *Proceeding of the International Optical Design Conference*, **22**, G. W. Forbes, OSA, pp. 87-91, (1994).
- [13] O. N. Stavroudis and R. C. Fronczek, "Caustic surfaces and the structure of the geometrical image," *JOSA* **66**(8), 795-800 (1976).
- [14] W. T. Welford, "Aberrations of the Symmetrical Optical System," *Academic*, 1974, *Chap. 6*, pp. 73-110.
- [15] E. Hecht, "Óptica," 3^{ra} Ed., *Pearson Adisson Weasley*, **Cap. 5 y 6**, pp. 148-283, *Madrid*, (1998).
- [16] F. A. Jenkins and H. E. White, "Fundamentals of Optics," *Mc. Graw-Hill*, pp. 44-57, (1976).
- [17] J. J. Stoker, "Differential Geometry," *Wiley-Interscience*, pp. 12-52, (1969).

- [18] D. Malacara and Z. Malacara, "Handbook of lens design", Chap.2, pp. 45-82 (Dekker, 1994).
- [19] D. Malacara, "Optical Shop Testing,"3rd ed., (John Wiley and Sons, New Jersey, 2007).
- [20] O. Ponce-Hernández, M. Avendaño-Alejo, E. Román-Hernández and I. Moreno-Oliva, "Caustic surface produced by a plane wavefront refracted through positive bi-conic lenses,"*Proc. of SPIE* **9947**, Art. No. 994707, (2016).
- [21] J. Castro-Ramos, M. T. Chavez-García, S. Vazquez-Montiel, A. Cordero-Davila, "Thick lenses free form spherical aberration designed by using exact ray tracing,"*Proc. of SPIE* **5874**, Art. No. 58740T, (2005).
- [22] J. C. Valencia-Estrada, A. H. Bedoya-Calle, D. Malacara-Hernández, "Explicit representations of all refractive optical interfaces without spherical aberration,"*J. Opt. Soc. Am. A* **30**, pp. 1814-1824, (2013).
- [23] J. C. Valencia-Estrada, R. B. Flores-Hernández, D. Malacara-Hernández, "Singlet lenses free of all orders of spherical aberration,"*Proceedings of the Royal Society A*, **471**, Art. No. 2175, (2015).
- [24] G. Castillo-Santiago, M. Avendaño-Alejo, R. Díaz-Urbe and L. Castañeda, "Analytic aspheric coefficients to reduce the spherical aberration of lens elements used in collimated light,"*Appl. Opt.*, **53**, pp. 4939-4946, (2014).
- [25] D. F. Vanderwerf, "Applied prismatic and reflective optics,"*SPIE Press*, **Cap. 9**, pp. 237-283, Washington, (2010).
- [26] Jorge González García, Alberto Cordero Dávila, Agustín Santiago Alvarado y Graciela Castro González, "Diseño de una lente de fresnel de baja frecuencia usando trazo exacto de rayos,"*Temas de ciencia y tecnología*, No. 30, pp. 19-23 (2006).
- [27] G. Vanucci, "A 'tuned' Fresnel lenses,"*Appl. Opt.*,**16**, 2831-2834 (1986).
- [28] F. Erisman, "Design of a plastic aspheric Fresnel lens with a aspherical shape,"*Opt. Eng.***36**(4), 998-992 (1997).
- [29] E. M. Kritchman, "Highly concentrating Fresnel lenses,"*Appl. Opt.* **18**(15), 2688-2695 (1979).
- [30] E. Lorenzo and A. Luque, "Fresnel lens analysis for solar concentrators,"*Appl. Opt.***20**(7), 1234-1239 (1981).
- [31] G. Castillo-Santiago, D. Castán-Ricaño, A. González-Galindo, M. Avendaño-Alejo, R. Díaz-Urbe, "Null screens type Hartmann to test simple lenses,"*Proc. of SPIE* **95751H**, (2015).
- [32] Gabriel Castillo Santiago, "Diseño y evaluación de lentes plano-convexas esféricas rápidas", *Tesis de maestría, Facultad de ingeniería, UNAM*, (2015).
- [33] Diana Nellely Castan Ricaño, "Diseño y construcción de pantallas nulas tipo Ronchi-Hatmann sub-estructuradas para evaluar lentes plano-convexas esféricas", *Tesis de maestría, Facultad de ingeniería, UNAM*, (2015).
- [34] D. Castán-Ricaño and M. Avendaño-Alejo, eds., "Designing null screens type sub-structured Ronchi to test a plano-convex aspheric lens,"vol. 9195, *SPIE (Optical System Alignment, Tolerancing and Verification VIII*, 2014).
- [35] A. C. Davila, A. C. Rodriguez, and O. C. Nunez, "Null Hartmann and Ronchi-Hartmann tests,"*Applied Optics* **29**(31), 4618-4621 (1990).
- [36] D. González-Utrera and M. Avendaño-Alejo, "Quantitative evaluation of a plano-convex parabolic lens,"*Proceedings of SPIE* **8011**(80111G-1)(2011).
- [37] <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/8/8e/Kaustik.jpg>
- [38] <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/3/3c/Katakaustik.Goldring.jpg>

[39] <http://www.fresneltech.com/pdf/FresnelLenses.pdf>

[40] <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=232303>

[41] <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=18843700>

[42] <https://www.osapublishing.org/josaa/fulltext.cfm?uri=josaa-30-2-177>

[43] <http://brainwagon.org/2015/06/08/ronchi-code-now-on-github>