



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE
MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

UN MODELO PARA TRÁFICO VEHICULAR
HETEROGÉNEO BASADO EN AUTÓMATAS
CELULARES CONSIDERANDO MOVIMIENTO
UNIFORMEMENTE ACELERADO

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:
Físico

PRESENTA:

Jerónimo Carvajal Maldonado

DIRECTOR DE TESIS:

DRA. MARÍA ELENA LÁRRAGA RAMÍREZ



MÉXICO, CIUDAD DE MÉXICO

ENERO, 2018



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**Un modelo para tráfico vehicular heterogéneo
basado en autómatas celulares considerando
movimiento uniformemente acelerado**

por

Jerónimo Carvajal Maldonado

Tesis presentada para obtener el grado de

Físico

en la

Facultad de Ciencias

Universidad Nacional Autónoma de México

México, Ciudad de México. Enero, 2018

A mis padres, por todo.
A mis hermanos: los que han llegado y los que permanecen.

Agradecimientos

Quisiera agradecer a mi madre por todos sus esfuerzos para orientarme en una dirección siempre más humana, su apoyo incondicional y su sabiduría. A mi padre por enseñarme a tomar lo bueno de las personas, a confiar en ellas y en mí mismo. A mi padrino por su valentía y su ejemplo, sus consejos acertados y críticos y su honestidad ante todo. A Elena por su paciencia, su visión y su amor sincero que siempre me lleva hacia delante. Gracias a Miguel y Estefania que hoy en día considero parte de mi familia después de tantas vivencias, dentro y fuera de la facultad. Eduardo, Julio, Columba por enseñarme que las cosas llegan a su tiempo y todos los buenos tiempos que compartimos. A mis amigos de toda la vida Rodrigo y Navani porque mi vida no sería lo mismo sin ustedes. A María Elena y Héctor por dejarme trabajar en esto con ustedes, ha sido un placer. Todos los maestros que me forjaron, me pusieron a prueba y me prepararon para enfrentar lo que viene con la frente en alto y con pasión. Gracias por todo y espero que los que han estado hasta ahora permanezcan para seguir compartiendo que lo que viene se pone aún mejor!!!!

Éste proyecto no podría haber sido posible sin el apoyo de DGAPA, les agradezco por la beca que me otorgaron para la obtención de grado bajo los proyectos IN104913 e IN112716.

Resumen

Hoy en día, los Autómatas Celulares (AC) son un método bien establecido para modelar microscópicamente, analizar y evaluar el desempeño del tráfico vehicular. Sin embargo, la mayoría de los modelos existentes consideran desaceleraciones demasiado abruptas con la idea de evitar colisiones, que se alejan del comportamiento real de los conductores y las capacidades vehiculares. Además, el movimiento de los vehículos es de manera impulsiva. En este trabajo de tesis se propone un modelo de autómatas celulares (AC) para tráfico vehicular que incorpora movimiento uniformemente acelerado en la descripción del movimiento y aceleración de los vehículos para representar más fielmente el desempeño de los conductores y vehículos. Para ello, la formulación del modelo conjuga conceptos de AC, teoría cinética e ingeniería de transporte. El modelo usa una lógica para evitar colisiones que incorpora predicción en el tiempo para preservar seguridad, mediante la definición de tres distancias de seguimiento seguro que un conductor debe utilizar para decidir la mejor acción a tomar: acelerar, desacelerar, mantener su velocidad o aplicar frenado de emergencia. El modelo funciona adecuadamente con vehículos con capacidades de desaceleración diferentes sin modificación alguna. Resultados de simulación indican que el modelo reproduce el proceso de desaceleración real de los vehículos. El modelo propuesto reduce el movimiento impulsivo de los vehículos, mostrando un comportamiento más realista de la dinámica de frenado. Algoritmos simples, el uso de aritmética entera y un uso eficiente de los recursos computacionales hace que el modelo propuesto sea un buen candidato para la simulación de tráfico en tiempo real.

Índice general

Agradecimientos	III
Resumen	V
Introducción	1
1. Los Autómatas Celulares: conceptos básicos	7
1.1. Descripción intuitiva	7
1.2. Definición formal	9
1.2.1. Condiciones de frontera	11
1.3. Aplicación de los autómatas celulares	12
2. El tráfico vehicular	15
2.1. Fundamentos y conceptos básicos	16
2.2. Una mirada al tráfico vehicular y su medición	17
2.3. Fenomenología y hechos empíricos	21
2.3.1. Dinámica del tráfico vehicular	22
2.4. Clasificación de los modelos de tráfico vehicular	26
2.4.1. Modelos macroscópicos	27
2.4.2. Modelos Microscópicos	31
3. Modelación del tráfico vehicular con autómatas celulares. Estado del Arte	35
3.1. El modelo de Nagel-Schreckenberg y algunos derivados	35
3.1.1. Definición del modelo NaSch	36
3.1.2. Modelos para tráfico vehicular heterogéneo	40
3.2. El modelo LAI	41

3.2.1. Modelo multicarril	52
3.3. Limitaciones del modelo LAI	56
4. Un nuevo modelo para el tráfico vehicular heterogéneo	59
4.1. Consideraciones iniciales	60
4.1.1. La dinámica de frenado	62
4.2. Nuevas definiciones para las distancias de seguimiento seguro	64
4.2.1. Colisión con vehículo detenido	65
4.2.2. Colisión en movimiento	67
4.2.3. Elección de las distancias de seguimiento seguro	70
4.3. Definición del modelo	71
5. Resultados	75
5.1. Vehículos homogéneos	75
5.1.1. Distribución inicial uniforme	76
5.1.2. Distribución inicial aleatoria	78
5.2. Vehículos heterogéneos	85
5.2.1. Dinámica de frenado	85
5.2.2. Dinámica de vehículos ante un semáforo	85
Conclusiones y trabajo futuro	89

Introducción

El tráfico vehicular es uno de los problemas con mayor impacto para la vida diaria dentro de las grandes ciudades en la actualidad. De acuerdo a un estudio reciente (INRIX, 2016), en una ciudad como la Ciudad de México, un ciudadano promedio pasa más de 60 horas al año manejando en congestiones vehiculares; mientras que en una ciudad como Los Angeles, esta cifra asciende a más de 100 horas (ver figura I). Ésto no sólo se traduce en una disminución en la calidad de vida a nivel individual, sino en un problema global y creciente en los ámbitos social, económico y ambiental, producido por el constante crecimiento y la urbanización acelerada de los últimos años. De aquí que el tráfico vehicular tiene un gran impacto en las sociedades urbanas y hace que su entendimiento sea crucial para encontrar e implementar mejores soluciones al problema del transporte y al diseño de vías de comunicación en las ciudades.

Conforme las ciudades luchan para actualizarse y expanden su infraestructura, es necesaria la implementación de mejores esquemas para el manejo del tráfico. Para esto, en los últimos años, diversos modelos de tráfico vehicular han sido propuestos para obtener un mejor entendimiento de la naturaleza de este fenómeno. Los modelos existentes incluyen modelos hidrodinámicos (Gupta y Redhu, 2014), de cinética de gases (Helbing y Treiber, 1998), de seguimiento de vehículos (*car following*) (Bham y Benekohal, 2004), modelos de *coupled-map lattice* (Yukawa y Kikuchi, 1995) y modelos de autómatas celulares (Nagel y Schreckenberg, 1992; Hämmäläinen, 2006). En particular, los modelos basados en simulación computacional han ganado mucho auge como un buen medio para analizar y estudiar el desempeño del tránsito vehicular y los fenómenos que en él ocurren y así contribuir con soluciones orientadas a mejorar su desempeño (Street, 2006; Park et al., 2011; Hu et al., 2016).

Mientras que la mayoría de modelos consideran al tráfico como un fluido, donde la dinámica se trata desde un punto de vista macroscópico y se considera el comportamiento de los autos a gran escala; los modelos microscópicos captan el comportamiento de



Figura I: Mega congestión en la carretera 405 de Los Angeles durante el Día de Gracias en 2016. Imagen obtenida de Elite Daily, <http://elitedaily.com/social-news/aerial-video-la-thanksgiving-traffic-smug-already-home/1702281/>.

los vehículos individuales, y por lo tanto, logran captar patrones de congestión y flujo más realistas. Entre estos, los modelos de Autómatas Celulares (AC) han surgido como una alternativa muy prometedora para modelar el flujo vehicular y entender su comportamiento.

Los AC son sistemas dinámicos discretos (Wolfram, 1984b) que consisten en una red o arreglo regular de *celdas*, cada una con un número finito de estados posibles que cambian con el tiempo de acuerdo a una regla local de evolución (figura II). La red puede tener cualquier número finito de dimensiones y por lo general evoluciona de forma sincronizada en pasos de tiempo discreto, aunque existen algunas excepciones como los autómatas celulares asíncronos y los estocásticos. Una gran ventaja de éste tipo de modelos es que por su naturaleza son intuitivos y muy eficientes en términos computacionales, presentando condiciones ideales para la paralelización (Bandini et al., 2001).

Los modelos de AC para modelar el tráfico vehicular consideran vehículos individuales, así como el comportamiento humano durante el proceso de manejo. En estos modelos se intenta describir los aspectos relevantes de la dinámica del tráfico vehicular de una forma simple mientras se preservan sus características esenciales y se considera que el movimiento de cada vehículo está gobernado por los comportamientos de los conductores, la topología del camino y la distribución de los espaciamientos entre los vehículos.

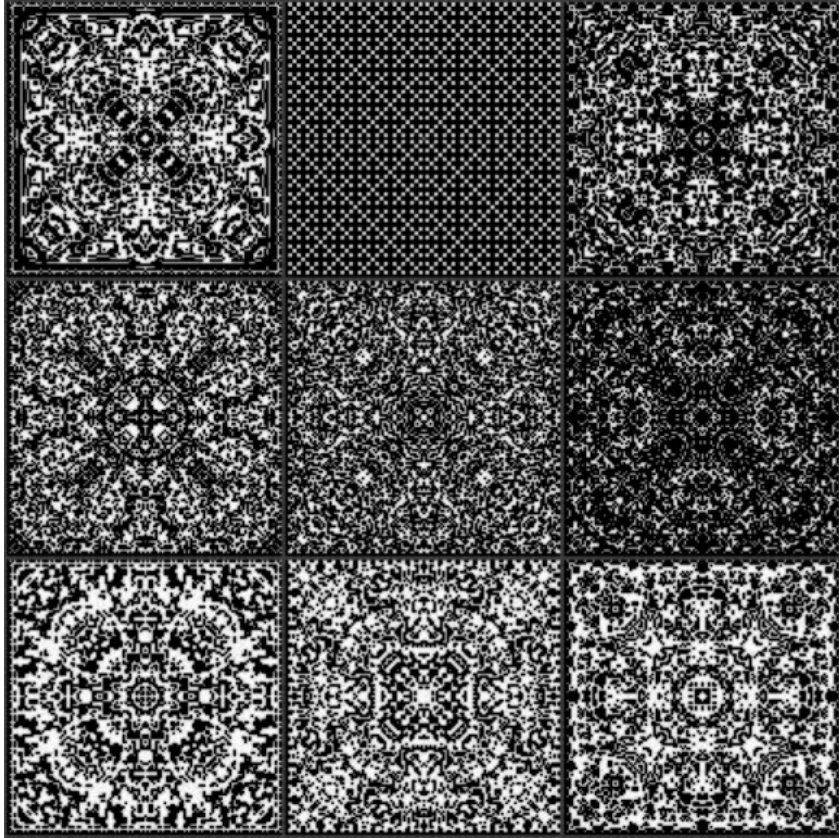


Figura II: En los modelos de AC la repetición de reglas sencillas puede generar patrones muy complejos. Imagen obtenida de <http://psychedelic-information-theory.com/cellular-automata>.

El primer modelo de AC que logró captar algunas de las características más importantes del tráfico vehicular es el modelo de Nagel y Schreckenberg, que aquí llamaremos NaSch (Nagel y Schreckenberg, 1992), y es reconocido internacionalmente debido a su capacidad de simular el tráfico vehicular para carreteras de un carril con vehículos de un sólo tipo, logrando representar una gran cantidad de fenómenos empíricos como la formación y evolución de los estancamientos vehiculares espontáneos. A pesar de ello, dicho modelo no es capaz de captar otras características del tráfico vehicular, el cual, generalmente, ocurre en vías de más de un carril y con más de un tipo de vehículos. El modelo NaSch ha sido intensamente estudiado usando métodos analíticos y numéricos, y se han desarrollado una gran cantidad de modelos modificados y extendidos a partir del él (ver por ejemplo Chowdhury et al. (2000), Hämäläinen (2006) y Helbing (2001) para una síntesis). La mayoría de los modelos de AC para tráfico vehicular se basan en una

dinámica libre de colisiones, y para ello, se toman en cuenta de forma explícita capacidades de aceleración ilimitadas; además de que se concentran en reproducir fenómenos agregados del tráfico. Sin embargo, es más natural identificar los mecanismos fundamentales responsables de la ocurrencia de estos fenómenos tomando en cuenta una dinámica sin colisiones como consecuencia de una forma de manejo moderada en lugar de capacidades de desaceleración infinitas. Pocos estudios basados en AC han hecho énfasis en el efecto de desaceleración limitada hasta éste momento (Krauss et al., 1997; Bham y Benekohal, 2004; Lan et al., 2009; Lee et al., 2004; Shang y Peng, 2012).

El modelo de Krauss y Wagner (Krauss et al., 1997) es uno de los primeros modelos en proponer una forma de tomar en cuenta aceleración limitada en los vehículos de un modelo de AC. Posteriormente, Lee (Lee et al., 2004) propuso un modelo de tráfico con vehículos que tienen capacidades de aceleración y desaceleración realistas; sin embargo, la reglas de movimiento para estos modelos son bastante complicadas. Bham y Benekohal (Bham y Benekohal, 2004) propusieron un modelo, llamado CELLSIM, que incluye conceptos tanto de modelos de AC como de modelos seguimiento de vehículos y logra considerar capacidades de aceleración y desaceleración realistas en los vehículos, que dependen del espaciamiento deseado entre los vehículos, así como de la distancia relativa entre ellos.

Recientemente, para garantizar que el comportamiento microscópico de los vehículos esté más en línea con lo que se observa en el mundo real, Lárraga y Álvarez-Icaza (2010) propusieron un nuevo modelo de AC, referido como modelo LAI, que de un modo similar a los modelos descritos anteriormente incluyen consideraciones para que los vehículos no puedan cambiar de velocidad de forma instantánea y se eviten desaceleraciones y aceleraciones extremas. Las interacciones entre vehículos se basan en un análisis de seguridad para determinar la acción más apropiada que un vehículo debe tomar de acuerdo a las condiciones locales del tráfico. Para esto, los vehículos actualizan su velocidad de acuerdo a tres distancias hacia su vecino más próximo al frente, requeridas por el vehículo seguidor para acelerar, frenar o mantener su velocidad. Las distancias seguras se calculan considerando el peor escenario posible para el vehículo seguidor, donde su vecino de enfrente, el vehículo líder, comienza a frenar abruptamente después de que se realiza una de las tres maniobras básicas. Como consecuencia, el vehículo seguidor también comenzará a frenar en los pasos de tiempo siguientes para evitar una colisión. Para calcular las distancias seguras se utilizan la velocidad y la distancia relativas entre los vehículos. El modelo LAI es consistente con los hallazgos empíricos de flujo vehicular y es capaz de reproducir las tres diferentes fases del tráfico vehicular: flujo libre, flujo sincronizado y

congestionamientos en movimiento.

Más recientemente, el modelo LAI se modificó para considerar tráfico heterogéneo con dos tipos de vehículos, autos y camiones (Guzmán et al., 2015). No obstante, considerar vehículos heterogéneos implica también considerar que tienen diferentes capacidades de aceleración y de frenado debido a sus diferencias mecánicas. Ésto es particularmente importante en las interacciones entre autos y camiones, por lo que se deben hacer algunas modificaciones a las reglas del modelo. En el trabajo de Li et al. (2016) se propone una extensión al modelo LAI para tráfico heterogéneo con autos y camiones. Sin embargo, de forma similar a la mayoría de modelos de AC existentes, la aceleración y movimiento de los vehículos está basado en un movimiento con aceleración impulsiva.

En este trabajo de tesis, se busca extender el modelo LAI para disminuir el movimiento impulsivo de los vehículos asumiendo que se mueven con movimiento uniformemente acelerado y considerar vehículos heterogéneos con distintas longitudes, velocidades máximas y capacidades de aceleración/desaceleración. Para esto se utilizan conceptos de autómatas celulares, teoría cinética e ingeniería de transporte. La extensión mantiene la lógica original del modelo para evitar colisiones mientras que se calculan de forma analítica las tres distancias de seguridad entre vehículos heterogéneos con diferentes capacidades de desaceleración que son utilizadas para determinar la mejor acción que un vehículo seguidor debe realizar. De éste modo, el modelo modificado tiene características que lo hacen diferente de otros modelos de AC que involucran diferentes capacidades de desaceleración en sus vehículos (Li et al., 2016). Por otro lado, este modelo garantiza que, bajo las asunciones adecuadas, no ocurrirán colisiones entre los vehículos.

El modelo que se propone en este trabajo busca atacar dos de las mayores limitantes de los modelos de AC para tráfico vehicular existentes: el uso de capacidades de aceleración/desaceleración no realistas y su inhabilidad en lograr acercamientos suaves cuando vehículos rápidos dan alcance a vehículos más lentos o detenidos (Schadschneider et al., 2010; Treiber y Kesting, 2013). Otro problema con los modelos de AC para tráfico vehicular existentes es el número de reglas y su complejidad, así como los parámetros no intuitivos (Treiber y Kesting, 2013). Para evitar ello, el modelo que aquí se propone mantiene simplicidad, tanto en su formulación, como computacionalmente, mientras considera una dinámica para acelerar o desacelerar más realista y con parámetros dependientes de la posición y velocidad de vehículos adyacentes.

Además, el modelo que se propone en este trabajo pone especial atención a la reproducción de los fenómenos del tráfico en una escala macrosópica, mientras se logran

reproducir todas las interacciones entre los dos tipos de vehículos considerados, i.e., auto-camión, camión-auto, auto-auto, camión-camión; mejorando, como consecuencia, el proceso de desaceleración.

Este trabajo de tesis se presenta organizado de la siguiente manera. En el capítulo 1, se describen los conceptos básicos sobre los autómatas celulares, su definición y algunas de sus aplicaciones más relevantes. En el capítulo 2, se presentan los fundamentos, la fenomenología y los conceptos más importantes sobre el estudio del tráfico vehicular, así como la descripción de algunos de los modelos más utilizados. En el capítulo 3, se describe a detalle la modelación del tráfico vehicular usando autómatas celulares. En el capítulo 4, se describe el modelo propuesto en este trabajo de tesis. El capítulo 5 contiene el análisis de las simulaciones realizadas. Finalmente se establecen las conclusiones de este trabajo, así como una breve descripción del posible trabajo futuro.

Capítulo 1

Los Autómatas Celulares: conceptos básicos

Los modelos basados en Autómatas Celulares se encuentran en áreas muy diversas de la física, la química, la biología e incluso las ciencias sociales, y su versatilidad radica en las propiedades matemáticas que los definen. Los AC reproducen fenómenos a partir de reglas intuitivas y locales en espacio y tiempo discretos, por lo que permiten simulaciones computacionales muy eficientes. Particularmente, los modelos de AC se han convertido en un paradigma de la modelación y simulación de sistemas complejos en los últimos años, y es necesario entender la base en la que se cimienta su teoría para entender cabalmente las contribuciones y avances que han generado. Así, éste capítulo está destinado a definir a los AC, describir más a fondo sus propiedades y otros conceptos relacionados, así como algunas de sus aplicaciones para la modelación de sistemas naturales y físicos con un comportamiento complejo, como el tráfico vehicular.

1.1. Descripción intuitiva

El paradigma de los autómatas celulares es muy atractivo, entre otras cosas debido a su inherente simplicidad, capaz de representar sistemas muy complejos. En los autómatas celulares reglas locales simples gobiernan un arreglo de celdas que actualizan su estado a cada paso de tiempo. Ésto representa una ventaja en el proceso de modelado sobre otros enfoques, ya que se ha descubierto que una gran cantidad de fenómenos, tanto físicos como de otras índoles, son locales por naturaleza (Schiff, 2011). Ejemplos de esto son la forma en que las moléculas, bacterias o incluso animales interactúan con sus vecinos. Y aunque

en la realidad la evolución de los sistemas ocurre en tiempo continuo, examinarlos a pasos de tiempo discretos no produce una disminución considerable del poder descriptivo ni de análisis.

Cuando se estudia la evolución temporal o la dinámica de un sistema, se buscan reglas generales que lo describan; sin embargo, algunos sistemas presentan características tan intrincadas que hacen muy difícil su descripción matemática rigurosa. La alternativa para describir a éste tipo de sistemas ha sido la modelación basada en simulación computacional, que se ha convertido en una herramienta crucial para describir, predecir y entender mejor la naturaleza de estos sistemas (Hoekstra et al., 2010). En particular, cuando se habla de simulación computacional los AC se han convertido en un paradigma de la modelación de los sistemas complejos debido a su sencillez y capacidad de describirlos a partir de reglas locales simples.

Se considera que los AC surgieron formalmente en los años 60, con los trabajos de Ulam (1962) y Von Neumann (1966). Sin embargo, tuvieron que pasar casi 30 años para que dejaran de ser una curiosidad matemática y comenzaran a tener aplicaciones serias en el ámbito de la modelación de sistemas complejos, principalmente debido a los trabajos de Wolfram (Wolfram, 1984b; Wolfram et al., 1986). Actualmente, estos modelos se están convirtiendo en una de las herramientas imprescindibles en el estudio de múltiples fenómenos naturales (Hoekstra et al., 2010; Schiff, 2011)

Otro aspecto importante de los AC es que son capaces de reproducir fenómenos de auto-organización, esto es, que de reglas locales simples que no incluyen información respecto al comportamiento global, surgen espontáneamente características globales como si estuvieran incluidas intrínsecamente desde un principio, manifestándose como producto del todo.

Intuitivamente, un AC es un modelo de algún sistema dinámico que se desarrolla en espacio y tiempo discretos y cuyas variables representan un conjunto finito de estados que evoluciona a partir de una regla de evolución que determina el cambio de los estados en el tiempo. Dicha regla puede ser muy sencilla, incluyendo factores de interacción local en una vecindad definida que se aplica a cada sitio del espacio en la red, conocido como célula. De este modo, el estado de una célula en un tiempo determinado depende de su propio estado así como de los estados de sus vecinos un paso de tiempo antes. Por lo general todas las células en la red se actualizan de manera sincronizada, sin embargo también se han desarrollado modelos asíncronos que se actualizan según un orden definido (Schönfisch y de Roos, 1999).

Con esto podemos observar que una ventaja importante de los AC radica en que podemos tomar en cuenta interacciones locales, lo que permite considerar aspectos individuales de la dinámica que de otro modo pueden ser muy difíciles de representar y llevar a cabo una descripción microscópica detallada e intuitiva del fenómeno que se esté modelando.

1.2. Definición formal

Considérese un conjunto de celdas, denominado *red*, que es un arreglo de celdas, cada una con la misma forma, por lo general cuadrada o hexagonal; para la discusión posterior se utilizará una red de celdas cuadradas, cada una del mismo tamaño. La red puede ser d -dimensional, aunque la mayoría del trabajo en autómatas celulares se ha hecho en una y dos dimensiones.

Definición 1 *Se denomina **autómata celular d -dimensional** a una colección de células, formando una red y dispuestas uniformemente según un espacio de d dimensiones que tienen interacciones locales. Para un tiempo t dado, cada célula posee un estado específico que corresponde a un valor definido en el conjunto finito de k estados, que evoluciona de forma sincronizada en pasos de tiempo discretos, de acuerdo a una regla o reglas de evolución. El valor de una célula está influido por los valores de sus células vecinas.* (Toffoli y Margolus, 1987; Wolfram, 1984a; Wolfram et al., 1986; Hernández et al., 2002)

En los modelos de tráfico vehicular usualmente se utilizan AC unidimensionales, definidos a continuación (Cattaneo et al., 1999; Guzmán, 2012; Hernández et al., 2002):

Definición 2 *Un **autómata celular unidimensional**, i.e., con $d = 1$, es una tripla $\langle S, N_i, f \rangle$ definida en un espacio celular L . Cada uno de estos elementos se describen a continuación.*

- L es el espacio celular unidimensional compuesto por un arreglo de L celdas o células, cada una de las cuales tiene una posición i con un estado en el conjunto de estados S .
- S es el conjunto finito de estados formado por los k valores posibles, enteros y discretos, que una célula puede tomar en un instante de tiempo determinado. Los valores van de 0 a $k - 1$, de modo que $S = \{0, 1, \dots, k - 1\}$ con $k \geq 2$.

- N_i es el conjunto finito de células que definen la vecindad que afecta el estado alrededor de la célula i , según la regla de transición local f . Las vecindades más comunes en los AC son de carácter *simétrico*, de modo que la célula i es la central, entonces:

$$N_i(r) = \{i - r, \dots, i - 1, i, i + 1, \dots, i + r\} \quad (1.1)$$

donde r es el *radio de la vecindad* y es el número de celdas hacia adelante y hacia atrás que afectan el estado de una celda cualquiera en L , como se muestra en la figura 1.1.

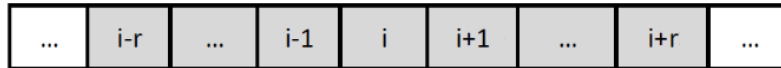


Figura 1.1: Vecindad simétrica alrededor de la célula i formada por las celdas sombreadas

Aunque las vecindades simétricas son las más comunes, en la figura 1.2 se muestra una vecindad asimétrica por completez, sin embargo a menos que se especifique lo contrario, asumiremos que las vecindades consideradas son simétricas.

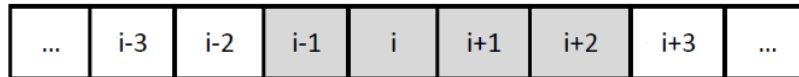


Figura 1.2: Ejemplo de un caso particular de vecindad asimétrica

Las vecindades presentan cardinalidad, definida como $|N| = 2r + 1 = n$; de este modo, el nuevo estado de cada celda $i \in L$ toma como entrada los estados de las n celdas que pertenecen al conjunto N_i .

- Finalmente, f es la regla de evolución local que se aplica a cada uno de los sitios de la red considerando su vecindad correspondiente, esto hace que sea un mapeo de la forma $f : S^n \rightarrow S$. Esta función de transición local es representada por un conjunto finito de reglas que debe incluir una regla de actualización, de modo que la configuración del espacio L cambie a cada paso de tiempo. La regla de evolución depende del tipo de red, el radio de la vecindad y los estados de las células vecinas, de modo que si consideramos un estado $\alpha_i^{(t)}$ de la célula i al tiempo t en un AC unidimensional tendremos que su valor está dado por (Wolfram, 1984a):

$$\alpha_i^{(t)} = f(\alpha_{i-r}^{(t-1)}, \alpha_{i-r+1}^{(t-1)}, \dots, \alpha_i^{(t-1)}, \dots, \alpha_{i+r-1}^{(t-1)}, \alpha_{i+r}^{(t-1)}) \quad (1.2)$$

En suma, podemos decir que los autómatas celulares más comunes presentan tres características fundamentales (Schiff, 2011):

- *homogeneidad*: todas las celdas se actualizan con el mismo conjunto de reglas;
- *paralelismo*: todas las celdas se actualizan simultáneamente;
- *localidad*: las reglas son locales por naturaleza.

Al considerar AC, se presenta un pequeño problema en lo que respecta a la vecindad de las celdas en los extremos de la red, que queda indefinida. Formalmente, para solucionar este predicamento se requiere que la red sea infinita, sin embargo en términos prácticos esto puede representar demasiados problemas, ya que simular una red que pueda considerarse efectivamente infinita puede involucrar un número demasiado grande de celdas. La alternativa es considerar redes finitas pero con condiciones especiales para las fronteras que sirvan para incluir las celdas en los extremos sin dejar su vecindad indeterminada.

1.2.1. Condiciones de frontera

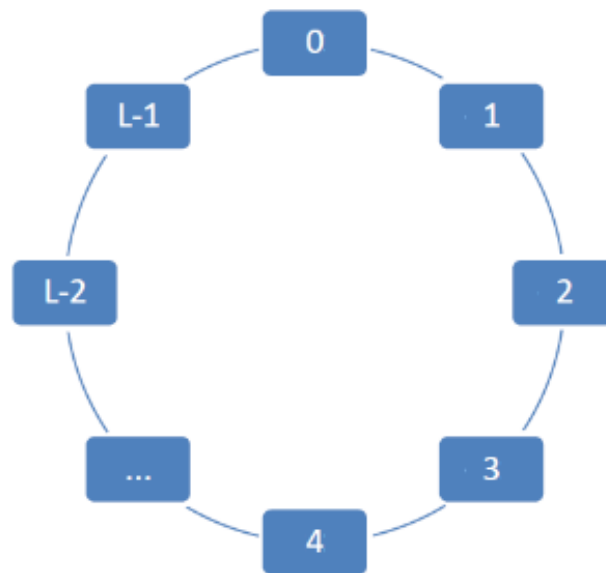


Figura 1.3: En AC con $d = 1$ con condiciones de frontera periódica tenemos que la primer celda es vecina de la última

En un AC finito, cuando la vecindad $N_i(r)$ de alguna célula i queda definida fuera de la red a partir de algún punto, i.e., si $i < r$ o $i > n - r$, su determinación queda restringida a las condiciones de frontera que se consideren y afectarán la evolución del sistema. Usualmente las condiciones que se consideran son de tres tipos (Hernández et al., 2002; Guzmán, 2012; Schiff, 2011):



Figura 1.4: Condiciones de bordes reflexivos para un AC unidimensional



Figura 1.5: Condiciones de frontera absorbentes

- **Bordes periódicos:** en este caso se supone que las L células del AC están conectadas y forman una circunferencia (figura 1.3), de tal forma que a la izquierda de la célula 0 están las células $L - 1$, $L - 2$, etc., y viceversa.
- **Bordes reflexivos:** este caso corresponde a la figura 1.4 y se considera que a la izquierda de la célula 0 se encuentran las células 1, 2, etc. Del mismo modo, a la derecha de la $L - 1$ están la $L - 2$, etc.
- **Bordes absorbentes:** en este caso las células de los bordes no tienen vecinos más allá de los límites de la red, como se muestra en la figura 1.5.

1.3. Aplicación de los autómatas celulares

El rango de aplicación de los AC cubre una gran variedad de disciplinas. En particular, cuando se estudian sistemas complejos cuyo comportamiento está regido por las interacciones locales de sus componentes, se pueden realizar simulaciones computacionales muy representativas, lo que permite modelar fenómenos como el crecimiento de cristales, la segregación racial en ciudades, incendios forestales, comportamiento de colonias de

microorganismos, mecánica de fluidos, tráfico vehicular, entre otros. Algunos ejemplos de estas aplicaciones se pueden encontrar en Gutowitz (1991); Wolfram et al. (1986); Lárraga y Alvarez-Icaza (2010); Itami (1994).

Por otro lado, se utilizan los AC para realizar estudios teóricos en áreas de complejidad, sistemas caóticos, termodinámica, entropía, teoría de lenguajes computacionales, seguridad informática, etc. (D'amico et al., 2003; Wolfram, 1983; Cattaneo et al., 1999; Albantakis y Tononi, 2015; Schiff, 2011).

Particularmente, cuando se utilizan AC para modelar el tráfico vehicular es posible tomar en cuenta factores individuales determinantes de la dinámica que de otra manera no son posibles de captar, y este nivel de detalle puede ser crucial para lograr un modelo fiel del fenómeno en cuestión. En los últimos años se han propuesto una gran cantidad de modelos basados en AC para modelar el tráfico vehicular y dado a que en éste trabajo de tesis se propone un modelo nuevo para estudiarlo, en el siguiente capítulo se describe de forma más detallada el problema del tráfico vehicular, algunos conceptos clave y antecedentes referentes a su modelación basada en AC.

Capítulo 2

El tráfico vehicular

El tráfico vehicular es un tipo de sistema de muchos cuerpos constituido por vehículos fuertemente interactuantes y siendo los congestionamientos la característica más representativa de su complejo comportamiento. El tráfico vehicular se ha convertido, en menos de un siglo desde la aparición de los primeros vehículos automotores producidos para su venta general, en un fenómeno de interés científico creciente, principalmente debido a que la gran demanda vehicular y el crecimiento de la infraestructura de transporte han afectado diversos ámbitos de la sociedad moderna, desde el social, con la congestión vial en las ciudades, hasta el ambiental, con el incremento excesivo en la generación de gases de efecto invernadero. En éste capítulo, se hace una descripción de los conceptos y consideraciones que se deben tener, así como la fenomenología que se presenta en el estudio del tráfico vehicular. También se hará una breve reseña de los modelos más importantes, con un enfoque particular en los que se basan en el uso de los AC, que son el punto de partida del modelo que se propone en el presente trabajo.

La problemática principal radica en que la capacidad para la que se diseñaron las vías de transporte ha sido excedida y la solución no puede incluir la reconstrucción de vías de mayor capacidad debido a las limitantes ecológicas, así como de espacio y dinero, sin embargo, una alternativa es buscar nuevas soluciones orientadas a un uso más eficiente de las infraestructuras existentes y una planeación bien razonada. Sin embargo, antes de hacer cualquier implementación en el mundo real, es necesario usar modelos basados en simulación computacional para tráfico de modo que se estime el impacto que estas soluciones tendrían al aplicarse. Esta perspectiva es de gran ayuda y ha tomado mucho auge en los últimos años debido al acceso creciente a computadoras cada vez más poderosas.

A lo largo del capítulo, se describen algunos conceptos básicos sobre el tráfico para facilitar el entendimiento sobre los modelos más populares descritos en las secciones posteriores.

2.1. Fundamentos y conceptos básicos

De acuerdo a Chowdhury et al. (2000), el objetivo de la investigación relacionada a *ciencia de tráfico* es descubrir las leyes fundamentales que gobiernan a los sistemas de tráfico, mientras que el objetivo central de la *ingeniería de tráfico* radica en planear, diseñar e implementar redes de tráfico y sistemas de control.

Los físicos han estado contribuyendo a la ciencia del tráfico desarrollando modelos para esbozar conclusiones generales acerca de los principios básicos que rigen su comportamiento, analizándolos usando como herramienta la física estadística, de este modo se han encontrado cantidades representativas que puedan devenir en aplicaciones prácticas para la ingeniería de tráfico.

Cuando se modela un sistema complejo como lo es el tráfico vehicular se pueden tomar en cuenta una gran cantidad de factores, que estarán correlacionados y determinarán el comportamiento de la dinámica. El reto radica en tomar la mínima cantidad de factores representativos para que el modelo sea tan realista como sea posible de acuerdo al fenómeno estudiado. De este modo, factores como los límites de velocidad, incorporaciones de vehículos a una vía rápida, el número de carriles, bloqueos, vehículos lentos, etc., pueden ser tomados en cuenta. Sin embargo, sean cuales fueren estas consideraciones al menos se deben incluir tres variables fundamentales que caracterizan la dinámica del tráfico: el flujo vehicular, la velocidad y la densidad (Guzmán, 2012). A continuación se enlistan algunos de los conceptos básicos involucrados en la descripción del tráfico vehicular:

- La **trayectoria** $x_\alpha(t)$ de un vehículo α es el conjunto de posiciones que toma a lo largo del tiempo.
- El **flujo** o **corriente vehicular**, denotada $J(x, t)$, se refiere al número de vehículos que pasan por un punto en un periodo de tiempo dado y usualmente se mide como veh/h.
- La **velocidad**, $v_\alpha(x, t)$, es la propiedad de un vehículo α que define su cambio de posición por unidad de tiempo y es referido como km/h.

- La **densidad** vehicular, $\rho(x, t)$, denota el número de vehículos por unidad de longitud de carretera en un tiempo dado, sus unidades usuales son veh/km.
- La **distancia de separación** o *headway*, denotada por Δx_α , es la distancia de un punto de referencia sobre el vehículo α , al punto de referencia correspondiente en su vehículo seguidor $\alpha - 1$.
- Se conoce como **tiempo de separación** o *headway temporal*, Δt_α al intervalo de tiempo entre salidas (o llegadas) de dos vehículos sucesivos, el α y el $\alpha - 1$, registrado por un detector colocado en una posición fija en alguna vía.

2.2. Una mirada al tráfico vehicular y su medición

Diferentes aspectos del tráfico vehicular pueden ser captados por diferentes métodos de medición (Kesting y Treiber, 2013). El tráfico puede ser observado directamente por fotografías satelitales o tomadas desde lo alto de un edificio o un avión para obtener los datos de las trayectorias de los vehículos. Otros métodos captan la posición, velocidad y dirección de viaje de los vehículos utilizando información obtenida de teléfonos celulares o de GPS para luego proyectarlo sobre un mapa de la vía y así obtener información de los datos, los cuales se conocen como *datos de vehículo flotante*. Actualmente el uso de éste tipo de datos es ampliamente utilizado por muchos proveedores de servicios como una fuente de información en tiempo real sobre el estado del tráfico, sin embargo está limitado por el número de vehículos que pueden implementar el equipo necesario para obtenerlos (Leduc, 2008).

Otro método de obtención de datos que permite obtener información general del tráfico consiste en realizar conteos de vehículos pasando por la sección transversal de alguna vía usando sensores dispuestos a través de la carretera en puntos fijos x . Los sensores más usados se conocen como bucles inductivos (en inglés *inductive loops*), o su versión más reciente, bucles inductivos dobles que detectan si un objeto metálico, como lo es un auto, está sobre ellos. Su funcionamiento básico se describe en la Figura 2.1.

Los bucles de inducción simples únicamente pueden medir el número $N(x, t)$ de vehículos α que cruzan durante un cierto intervalo de tiempo t , y los tiempos t_α^0 y t_α^1 donde el vehículo α llega y deja el detector (caída y aumento de potencial en la Figura 2.1, respectivamente). Con esta información se pueden obtener el tiempo de separación de los vehículos:

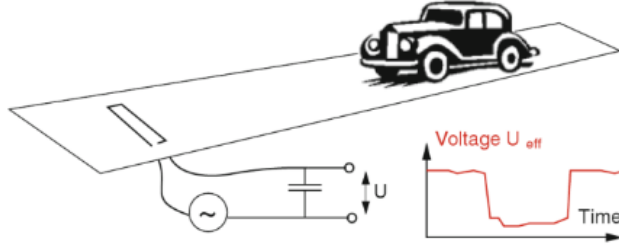


Figura 2.1: El bucle de inducción es parte de un circuito LC conectado a una fuente de voltaje AC sintonizado para que esté en resonancia mientras esté desocupado, produciendo un alto voltaje U_{eff} . Cuando un vehículo pase, el metal hará que se incremente la inductancia en el sensor y como consecuencia el voltaje U_{eff} disminuye (tomado de Kesting y Treiber (2013))

$$\Delta t_\alpha = (t_\alpha^0 - t_{\alpha-1}^0)$$

el *tiempo de separación neto* o *gap temporal*, $t_\alpha^0 - t_{\alpha-1}^0$; o la *ocupancia temporal*, que es la proporción de tiempo durante el cuál un detector está ocupado:

$$O(x, t) = \sum_{\alpha} \frac{(t_\alpha^1 - t_\alpha^0)}{t}$$

donde $\alpha_0 < \alpha \leq \alpha_0 + N(t)$ y α_0 representa al último vehículo antes de que el intervalo de muestreo empiece.

Además, se puede obtener el flujo J , definido como el número de vehículos que pasan el detector en un intervalo de tiempo Δt ,

$$J(x, t) = \frac{N(x, t)}{\Delta t} \quad (2.1)$$

La información obtenida de los detectores simples no es suficiente para caracterizar al tráfico real debido a que es imposible medir la velocidad de los vehículos sin caer en errores grandes. Sin embargo, los detectores de doble bucle (ver Figura 2.2), que constan de dos bucles separados por una distancia fija, por ejemplo 1m, pueden obtener una medición directa de la velocidad v_α de cada vehículo utilizando la diferencia de tiempo transcurrida en pasar el primero y segundo bucle. Con esta información, además, se puede obtener la longitud de cada vehículo, de la siguiente manera:

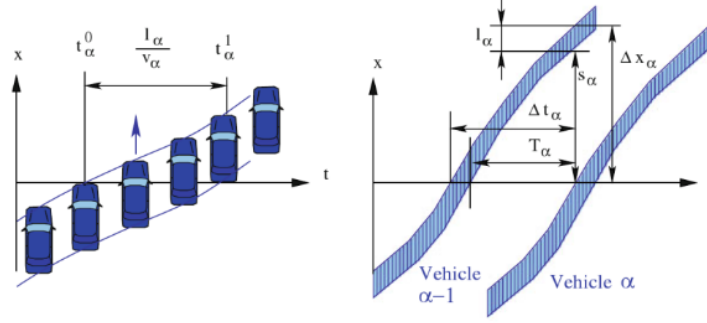


Figura 2.2: Datos obtenidos para un vehículo medidos por un bucle de inducción doble. El área sombreada indica la ocupancia del detector.^a distintos tiempos (Kesting y Treiber, 2013).

$$l_\alpha = v_\alpha \Delta t_\alpha \quad (2.2)$$

Al igual que la distancia de separación, definida como sigue:

$$\Delta x_\alpha = v_{\alpha-1} \Delta t_\alpha \quad (2.3)$$

y por lo tanto, el *gap* o *espaciamiento neto* entre los vehículos,

$$s_\alpha = \Delta x_\alpha - l_{\alpha-1} \quad (2.4)$$

Sin embargo, resta determinar una variable crucial, la densidad ρ , la cual presenta dos complicaciones, una fundamental y una técnica (Guzmán, 2012). Primero, la densidad es una cantidad espacial que es difícil medir localmente, especialmente si los objetos son extendidos y segundo muchos detectores se manejan con base en eventos y por lo tanto sólo los vehículos en movimiento pueden ser detectados, esto produce que la velocidad promedio usualmente sea sobrestimada. Entonces, para evitar el primer problema, se deriva la densidad a partir de la relación hidrodinámica:

$$J(x, t) = \rho(x, t)v(x, t) \quad (2.5)$$

que corresponde al flujo en un carril. De (2.5), es posible obtener la densidad ρ y encontrar su valor sabiendo el flujo J y la velocidad promedio v . Cómo ya se mencionó, el hecho de que se tienda a sobrestimar la velocidad promedio, produce que la densidad quede subestimada en la ecuación:

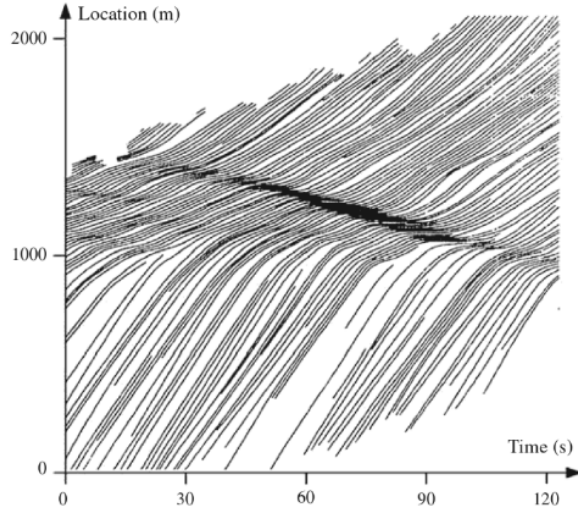


Figura 2.3: Trayectorias de vehículos que presentan ondas de paro (mejor conocidas como *stop-and-go waves*) en un segmento de carretera en Inglaterra. Imagen tomada de (Kesting y Treiber, 2013)

$$\rho(x, t) = \frac{J(x, t)}{v(x, t)} \quad (2.6)$$

Otra consideración que se debe tener es que por un lado la velocidad se mide en la posición del detector y se promedia en el intervalo de tiempo t , y por otro la densidad se define como la cantidad de vehículos en un sección de carretera de cierta longitud. Entonces la ecuación anterior mezcla un promedio temporal y uno espacial, lo que propicia que en ocasiones sea adecuado tomar el *promedio armónico de la velocidad*, denotado por H y definido como el recíproco de la media aritmética de los recíprocos de una cantidad finita de n números x_1, x_2, \dots, x_n :

$$H = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}} \quad (2.7)$$

La información obtenida de las trayectorias y los datos del vehículo flotante puede ser analizada usando diagramas espacio temporales, como el que se observa en la Figura 2.3, donde se muestran las trayectorias de los vehículos como función del tiempo. Por convención, generalmente se grafica el tiempo en el eje x y el espacio en el y. De este modo se puede obtener fácilmente información como la velocidad local para la posición x al tiempo t , dado por el gradiente de la trayectoria; el tiempo de separación que es la distancia horizontal entre dos trayectorias; el flujo, obtenido del número de trayectorias

atravesando una línea horizontal en algún punto de la vía; entre otras.

2.3. Fenomenología y hechos empíricos

La calidad de cualquier modelo se basa en su capacidad para reproducir los fenómenos observados a nivel cuantitativo y/o cualitativo. En el caso particular del tráfico vehicular, la experimentación es problemática debido a la cantidad de factores que se deben tomar en cuenta y a que los experimentos controlados pueden ser muy difíciles de realizar, de modo que la mayoría de los datos empíricos debe recolectarse por observaciones pasivas más que por experimentos activos. Además, debido a que los estados del tráfico dependen grandemente de influencias externas, la interpretación de los resultados debe llevarse a cabo de manera muy cuidadosa para evitar ambigüedades introducidas por sutilezas como las condiciones climáticas, entre otras.

Sin duda, el fenómeno más destacado y estudiado es el de formación de congestionamientos, los cuales pueden ser distinguidos en dos tipos. Los primeros son los *congestionamientos inducidos por un cuello de botella*, donde los vehículos reducen su velocidad al llegar a una locación donde la capacidad de la vía se ve reducida con respecto a la capacidad de entrada. Por otro lado, tenemos los *congestionamientos espontáneos* o *congestionamientos fantasma* los cuales aparentemente surgen de manera espontánea, pero que en realidad dependen de factores diversos y más complejos, como el comportamiento individual de los conductores.

Observaciones empíricas realizadas por Treiterer (1975) muestran que se pueden producir congestionamientos espontáneos incluso en la ausencia de cuellos de botella, fenómeno confirmado recientemente por (Sugiyama et al., 2008) mediante experimentos controlados en donde los conductores tenían la indicación de conducir alrededor de una circunferencia tan rápido como fuera posible (Figura 2.4). Dichos experimentos muestran que al aumentar la densidad y después de un periodo de tiempo de típicamente 10 minutos, el flujo libre se rompe debido a la pérdida de concentración de los conductores humanos, creándose un congestionamiento. Cuando un conductor distraído se aproxima demasiado rápido a otro se ve forzado a frenar para evitar un accidente, la maniobra muchas veces resulta ser más fuerte de lo que debería para sólo evitar la colisión; de modo que si se aumenta la densidad, el efecto se propaga forzando a otros conductores a frenar de manera similar hasta que finalmente se detienen, lo que genera el congestionamiento. De esta forma se pudo constatar que la concentración de los conductores es un



Figura 2.4: Experimento llevado a cabo para mostrar la formación de congestionamientos espontáneos.(Sugiyama et al., 2008)

factor clave para la formación de congestionamientos espontáneos, ya que transcurrido un cierto tiempo comienzan a ser más descuidados y los congestionamientos se producen. Ésto muestra la importancia de los efectos psicológicos en el tráfico, por lo que un modelo microscópico en este ámbito debe tomarlo en cuenta en los conductores.

Los efectos psicológicos son un factor tan representativo de la dinámica, que el primer modelo de AC para tráfico vehicular, el modelo NaSch propuesto por Nagel y Schreckenberg en 1992, lo incluye como un elemento necesario para que no sea determinista y además pueda reproducir los congestionamientos espontáneos.

2.3.1. Dinámica del tráfico vehicular

El diagrama fundamental

Una vez postulada la relación (2.5), es posible llegar a la caracterización cuantitativa más importante del tráfico vehicular: la dependencia del flujo con la densidad $J(\rho)$, la cual permite obtener el *diagrama fundamental* (Figuras 2.5 y 2.6) y conocer el comportamiento global del tráfico a partir de sus valores promedio de flujo y velocidad. Usualmente los datos a promediar son tomados por un periodo de entre 1 y 5 minutos, sin embargo en ocasiones se requiere entender la estructura microscópica con información que no esté promediada, por lo que también se toma en cuenta la información individual de los vehículos (mejor conocida por su nombre en inglés, *single-vehicle data*).

El diagrama fundamental describe la relación estadística entre las variables macroscópi-

cas flujo, densidad y velocidad; y su naturaleza puede ser interpretada con base en que *bajo condiciones similares de tráfico, los conductores se comportarán de un modo similar* (Hoogendoorn y Knoop, 2012). De esta manera, cuando el tráfico fluya a una cierta velocidad promedio v , es plausible que los conductores mantengan una misma distancia de separación promedio y sus características como conjunto se propaguen a través del sistema con consistencia.

Las tres fases del tráfico vehicular

De acuerdo al análisis de los patrones de espacio-tiempo para datos reales del tráfico vehicular realizado por Boris Kerner (1999a,b, 2004, 2009) hay tres estados espaciotemporales o fases posibles para el tráfico que se describen a continuación. Es importante mencionar que este punto de vista no está completamente avalado y aún genera controversia (Schönhof y Helbing, 2009; Treiber et al., 2010).

El **flujo libre** ocurre cuando la densidad de tráfico es lo suficientemente pequeña como para que las interacciones entre vehículos sean despreciables, de modo que cada conductor puede moverse con su máxima velocidad de acuerdo a las restricciones de la vía, entonces un aumento en la densidad de vehículos produce que aumente el flujo proporcionalmente hasta alcanzar un máximo. Esta característica corresponde a la línea F en la Figura 2.5. Una vez alcanzado el flujo máximo en una vía se presentan los estados

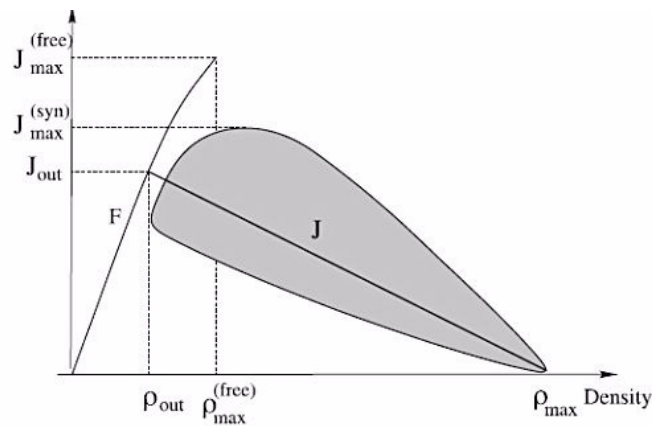


Figura 2.5: Forma esquemática del diagrama fundamental de $J(\rho)$. Los vehículos fluyen libremente en la rama F . La línea de congestión J es determinada por las propiedades de los congestionamientos en movimiento. La zona gris corresponde a la dispersión que presentan los valores empíricos. (Hoogendoorn y Knoop, 2012)

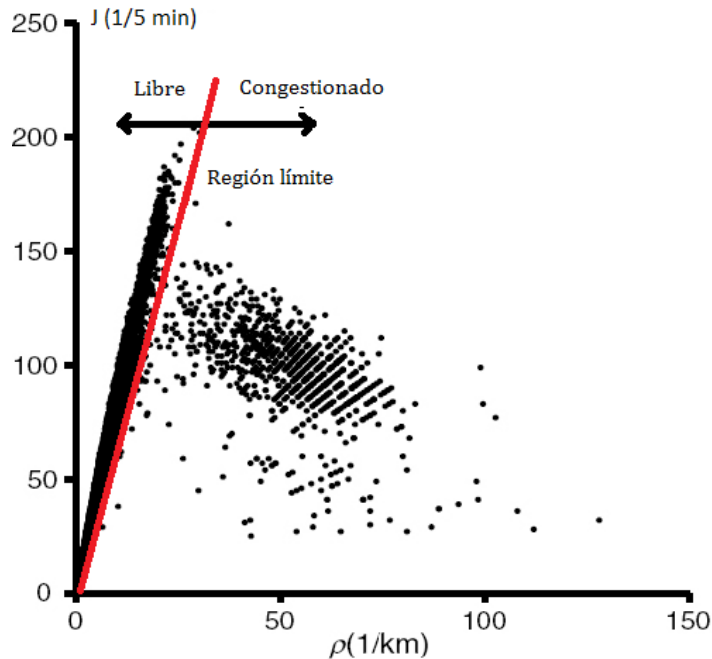


Figura 2.6: Datos empíricos promediados cada 5 minutos tomados en una carretera de acuerdo a Sugiyama et al. (2008). Éstos datos se utilizan para ajustar los parámetros de las ramas F y J (ver Figura 2.5).

congestionados, los cuales de acuerdo a Kerner se clasifican en dos; **flujo sincronizado** y **congestionamientos amplios en movimiento**.

En el flujo sincronizado, la velocidad de los vehículos disminuye significativamente, sin embargo la tasa a la que fluyen no presenta grandes cambios debido a que el incremento en la densidad equilibra la disminución en la velocidad de los vehículos. En este tipo de congestionamientos las velocidades de los vehículos ocupando los diferentes carriles de una carretera tienden a ser más o menos iguales; esta sincronización promueve que existan diferentes espaciamientos de equilibrio (densidades) para un mismo flujo, de modo que esta fase no puede ser descrita por una línea sino por un área en el diagrama fundamental (área sombreada de la Figura 2.5).

Los congestionamientos en movimiento ocurren espontáneamente dentro del flujo sincronizado. En esta fase tanto el flujo como la velocidad disminuyen significativamente y se vuelven relativamente más uniformes que en flujo sincronizado, donde los vehículos están prácticamente detenidos. El flujo tan pequeño propicia que la fila de vehículos crezca hacia atrás, mientras que los vehículos en la parte de enfrente del congestionamiento pueden acelerar. Esto significa que la fila se expanda hacia atrás, i.e. en dirección opuesta

al tráfico; la velocidad del frente del congestionamiento, v_{jam} , con la que se propaga la onda es de aproximadamente 15-18 km/h (Hoogendoorn y Knoop, 2012; Kerner y Rehborn, 1996). Los congestionamientos en movimiento tienen una densidad característica, y el flujo de salida J_{out} no depende del flujo de entrada al congestionamiento (Kerner, 2004). Otras propiedades características de este tipo de congestionamientos es que la velocidad v_{jam} y el flujo vehicular correspondiente sólo están determinados por su densidad y el tiempo de retraso entre los vehículos que dejan atrás el congestionamiento (Kerner y Rehborn, 1996).

La línea J en el plano flujo-densidad de la Figura 2.5 corresponde a los parámetros característicos de los congestionamientos en movimiento y su propagación. Su pendiente es el valor de la velocidad característica v_{jam} .

La Tabla 2.1 resume la información básica sobre las tres fases del tráfico vehicular, sin embargo si se requiere una descripción más detallada de este tema se puede encontrar en Kerner (2004, 2009).

La teoría de tres fases para el tráfico vehicular ha generado mucha controversia debido a que, de acuerdo a Schönhof y Helbing (2009), la hipótesis fundamental de que para distintas densidades se tenga el mismo flujo implica la existencia de una “multitud de estados estacionarios”, cubriendo una gran área del plano flujo-densidad (Kerner, 1999a). Sin embargo, debido a la gran dispersión del flujo sincronizado los hipotéticos estados estacionarios no pueden ser probados empíricamente.

	Velocidad	Flujo	densidad
Flujo libre	alta	alto	baja
Flujo congestionado	baja	cercano al de flujo libre	media
Congestionamientos en movimiento	despreciable	despreciable	la más alta

Tabla 2.1: Resumen de los tres parámetros en cada fase

Además, se sugiere que la dispersión amplia de datos no es una consecuencia de la sincronización, sino de los congestionamientos en general y depende ampliamente de los mecanismos de medición de datos (Treiber et al., 2010; Schönhof y Helbing, 2009). Por otro lado se afirma que la dispersión puede reproducirse por modelos con sólo dos fases (flujo libre y congestionado) considerando efectos de ruido y heterogeneidad en vehículos y conductores.

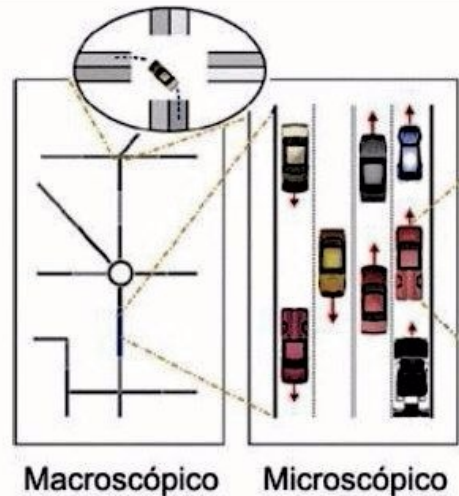


Figura 2.7: Clasificación de los modelos de tráfico vehicular de acuerdo a su nivel de detalle.

2.4. Clasificación de los modelos de tráfico vehicular

La clasificación de los modelos de tráfico vehicular que se considera se reduce a tomar en cuenta el nivel de detalle de las entidades que se estudian, con base en ello tenemos dos tipos de modelos: macroscópicos y microscópicos ¹. Los primeros analizan el sistema como si se viera desde un punto de vista muy lejano de por lo que estudian su comportamiento a gran escala (Figura 2.7, izquierda); se enfocan en captar las relaciones globales del flujo del tráfico vehicular y asumen que el comportamiento de los conductores depende de las condiciones del tráfico. Los segundos consideran un enfoque individual de los vehículos y sus interacciones (Figura 2.7, derecha).

Antes de describir los modelos dentro de cada una de estas categorías, es conveniente hacer una reseña de los criterios que un buen modelo debe cumplir (Helbing, 2001): contar con un conjunto de variables y parámetros pequeño que tengan sentido intuitivo, adicionalmente estos deben ser fáciles de medir, teniendo valores correspondientes realistas. Por otro lado, no es satisfactorio reproducir selectivamente un pequeño conjunto de fenómenos por diferentes modelos, por lo que un buen modelo al menos debe ser capaz de reproducir cualitativamente todas las características conocidas del flujo vehicular, incluyendo las formas extendidas y localizadas de congestión, la dinámica compleja y la

¹Ésta clasificación se hace por simplicidad, aunque muchos autores consideran clasificaciones más refinadas. Ver por ejemplo Hoogendoorn y Bovy (2001)

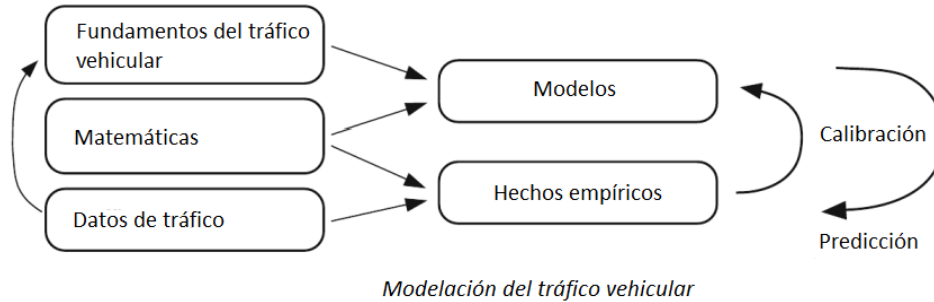


Figura 2.8: Los modelos de tráfico describen la dinámica de los vehículos y sus conductores en términos de ecuaciones matemáticas. Las predicciones se obtienen haciendo simulaciones del modelo y sus parámetros se eligen de tal modo que se pueda reproducir lo mejor posible los datos. Una vez calibrado, el modelo puede ser usado para la predicción del flujo del tráfico vehicular entre otras aplicaciones (Kesting y Treiber, 2013).

existencia de constantes de auto-organización como la velocidad de propagación de cierto tipo de congestionamientos o su flujo de salida correspondiente. Un buen modelo debe ser consistente con la teoría y debe permitir hacer predicciones a partir de él, además de que, en los modelos considerados en este trabajo, aunque no es un requisito general, la dinámica evite colisiones y no exceda la máxima densidad de vehículos. Finalmente, el modelo debe permitir una velocidad de simulación numérica rápida. La Figura 2.8 muestra la evolución que sigue el proceso de modelación del tráfico vehicular.

Es importante mencionar que, recientemente, el gran volumen de datos que se tiene gracias a las nuevas tecnologías de adquisición de datos, así como el uso extendido de algoritmos de aprendizaje de máquina, ha propiciado la aparición de un nuevo enfoque para modelar, clasificar y predecir el tráfico, centrado en el uso algoritmos de aprendizaje de máquina para obtener información predictiva del tráfico (ver por ejemplo Lippi et al. (2013); Lv et al. (2015)). Sin embargo, dicho enfoque va más allá de la descripción realizada en éste trabajo y su mención únicamente se incluye por completéz.

2.4.1. Modelos macroscópicos

Cuando se habla de modelos macroscópicos, se refiere a un enfoque que considera los procesos globales y colectivos, sin hacer énfasis en sus partes constitutivas, por lo que este tipo de modelos tienen un nivel de detalle bajo, en el sentido de que los vehículos no se toman en cuenta de manera individual.

En lo que se refiere a tráfico vehicular, los modelos macroscópicos consideran la dinámica colectiva de los vehículos como un flujo y buscan captar sus relaciones globales con la densidad y la velocidad en función de la posición y el tiempo (Hoogendoorn y Bovy, 2001; Helbing, 2001). Usualmente se derivan por analogía del flujo de medios continuos (p. ej. fluidos o gases), con lo que la dinámica está descrita por ecuaciones diferenciales parciales y los modelos de este tipo son continuos por naturaleza. Además pueden ser clasificados de acuerdo al número y orden de las ecuaciones que utiliza. El enfoque macroscópico no incluye una representación explícita de las maniobras individuales de los vehículos y asume que el flujo vehicular está localizado en los carriles haciendo uso de ciertas aproximaciones.

Los enfoques que toman estos modelos van desde los puramente empíricos, conocidos como modelos de capacidad y nivel de servicio, que renuncian al planteamiento preciso de ecuaciones diferenciales y se limitan a establecer relaciones empíricas entre las principales variables bajo control de un diseñador; hasta los modelos que tienen un enfoque de dinámica de fluidos (Lighthill y Whitham, 1955) y los que usan las teorías de gas cinético (Prigogine y Andrews, 1960), en los cuales las principales variables que se utilizan para describir matemáticamente el problema son la densidad de carros $\rho = \rho(x, t)$ y su velocidad promedio $u = u(x, t)$ para la posición x al tiempo t . De estas variables se puede obtener el flujo $J = J(x, t) = \rho u$ que resulta de gran interés para propósitos tanto teóricos como experimentales.

Modelo de dinámica de fluidos

Este tipo de modelos considera al tráfico vehicular como un fluido continuo y compresible de una dimensión (Nagatani, 2002; Hoogendoorn y Bovy, 2001). Además si consideramos una región donde no hay entradas ni salidas los vehículos deben conservarse y de esta manera podemos llegar a la ecuación de continuidad, la cual es parte natural de cualquier modelo macroscópico:

$$\frac{\partial \rho(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial J(x, t)}{\partial x} = 0 \quad (2.8)$$

De acuerdo a esta ecuación, la variación temporal del número de carros dentro de un tramo de carretera entre los puntos $x_1 < x_2$ se debe únicamente a la diferencia entre el flujo de entrada en x_1 y el de salida en x_2 .

Sin embargo, no podemos obtener dos incógnitas, a saber, la densidad ρ y la corri-

ente J , a partir de una sola ecuación por lo que es necesario considerar otra ecuación independiente. La alternativa propuesta por el modelo LWR (Lighthill y Whitham, 1955; Richards, 1956) es asumir que el flujo es determinado por el diagrama fundamental, de modo que se relaciona con la densidad por medio de una función de densidad local $j(\rho)$:

$$J(x, t) = j(\rho(x, t)) \quad (2.9)$$

Esta relación no puede ser calculada dentro del marco teórico de teoría de fluidos, por lo que tiene que estar dada como una relación fenomenológica extraída de datos empíricos o derivada de consideraciones microscópicas (Chowdhury et al., 2000).

La teoría LWR involucra un modelo de primer orden, ya que la dinámica está descrita por una ecuación diferencial parcial de primer orden, sin embargo las aproximaciones y suposiciones que involucra la llevan a varias deficiencias (Guzmán, 2012):

- Asume que el diagrama fundamental estacionario se adecua a situaciones no estacionarias (ec. 2.9), lo cual lleva a resultados insatisfactorios para las situaciones dinámicas.
- La dependencia del flujo con la densidad local implica que la velocidad de los vehículos se adapta instantáneamente a su densidad circundante sin ningún tiempo de relajación.
- Debido a que la densidad y el flujo deben estar siempre en equilibrio, la teoría no puede explicar ni reproducir los agrupamientos de tráfico vehicular, las ondas de parar-seguir ni los congestionamientos espontáneos.
- Cerca de los gradientes de densidad grandes, las aceleraciones y desaceleraciones divergen.

En teorías posteriores y más refinadas (Whitham, 2011; PAYNE, 1971), se incluyen ecuaciones parciales de segundo orden; además la adaptación inmediata de la velocidad es reemplazada por dependencias más realistas. La ecuación de continuidad se complementa con una ecuación del tipo Navier-Stokes para los cambios de velocidad que involucra términos de relajación de velocidad a una velocidad promedio máxima y segura (dependiente de la densidad) de modo que se puedan anticipar eventos de tráfico a futuro y ajustar la velocidad de cada vehículo a la de sus vecinos (Hämäläinen, 2006).

Modelo de teoría de gas cinético

En este caso cada vehículo es tratado como una partícula en un gas unidimensional de partículas interactuantes. Las diferentes versiones de la teoría cinética del tráfico vehicular se han desarrollado al modificar la teoría cinética de los gases, la cual usualmente se considera como una representación intermedia entre los enfoques macroscópico y microscópico conocida como enfoque *mesoscópico* (Piccoli y Tosin, 2012; Helbing, 2001; Chowdhury et al., 2000).

De acuerdo a la teoría cinética de los gases, se puede considerar una función de distribución, usualmente denotada por f , para el número de moléculas de gas dentro de un elemento de volumen en algún punto en el espacio, las cuales tendrán un momento asociado alrededor de algún valor a un cierto tiempo. La evolución temporal de dicha distribución está descrita por la ecuación de Boltzmann (Nagatani, 2002; Hämäläinen, 2006).

En el ámbito vehicular, la función de distribución f representa la probabilidad de que un auto esté en un cierto elemento de carretera con una velocidad alrededor de algún valor para un tiempo determinado. La teoría sugiere que, de no haber interacciones entre los vehículos, existiría una distribución ideal a la cual f tendería (Prigogine y Andrews, 1960). De este modo, el proceso está descrito por una ecuación cinética como la (2.10), donde f cambia con el tiempo, ya sea por relajación (si f difiere de f_{des} para el mismo x y v , existe un deseo de regresar a la distribución ideal) o debido a interacciones entre vehículos.

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{rel} + \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{coll} \quad (2.10)$$

El término $\left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{rel}$ se refiere a la relajación de f_{des} y el término $\left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{coll}$ representa la interacción entre vehículos

La teoría descrita tiene algunos inconvenientes, ya que presenta saltos de velocidad discontinuos y la distribución no toma en cuenta distintos perfiles de conductores. Esto fue corregido en la teoría propuesta por Paveri-Fontana (1975), donde cada conductor tiene una velocidad deseada a la cual siempre trata de llegar para relajarse al no tener interacciones con otros vehículos. De éste modo la distribución del espacio fase está en función de una variable extra, la velocidad deseada individual, y se consideran alteraciones específicamente para el término de relajación.

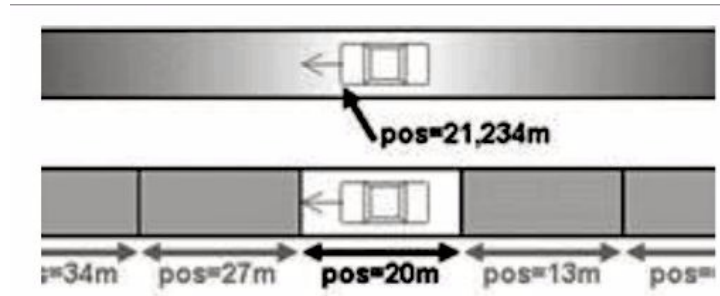


Figura 2.9: Esquema que muestra la diferencia de la modelación del espacio en una simulación continua con valores reales (arriba) y una discreta con valores enteros (abajo).

2.4.2. Modelos Microscópicos

Este enfoque describe el comportamiento espacio-temporal de las entidades constituyentes del sistema de forma individual, así como sus interacciones particulares con un gran nivel de detalle. Por estas razones, los modelos microscópicos de tráfico vehicular son capaces de distinguir sutilezas en la dinámica como diferentes tipos de agentes, es decir, distintos tipos vehículos como autos y camiones, o características internas de estos; así como los factores psicológicos en los conductores. Sin embargo, este nivel de profundidad hace que las simulaciones sean más costosas.

Los modelos microscópicos incluyen como máximos exponentes a los modelos de seguimiento de autos o de *car-following* y a los modelos basados en AC. La diferencia crucial entre ellos es que en estos últimos el espacio y tiempo son discretos y el movimiento se simula en saltos de una célula a otra. En contraste, las simulaciones de seguimiento de vehículos discretizan el tiempo pero usan el espacio continuo y cada vehículo tiene una posición descrita por un número real, como se muestra en la Figura 2.9.

Modelos de seguimiento de vehículos

Este enfoque comienza asumiendo que el comportamiento de cada conductor depende de sus vehículos vecinos, particularmente los de adelante. Los modelos de seguimiento de vehículos consideran que el comportamiento individual de los vehículos es descrito por una ecuación de movimiento análoga a la ecuación Newtoniana para una partícula en un sistema de partículas interactuantes (Chowdhury et al., 2000), además de que las reacciones de cada vehículo dependerán primordialmente de su velocidad, su distancia al vehículo líder o de la diferencia de velocidad entre ellos, entre otras (Schadschneider

et al., 2010; Hämmäläinen, 2006).

Uno de los primeros modelos de seguimiento de vehículos se conoce como de *sigue al líder* (Pipes, 1953) y describe las reacciones de cada vehículo a partir de su diferencia de velocidad con su vecino más próximo al frente, de modo que para el vehículo n su aceleración está dada por (Pipes, 1953; Chowdhury et al., 2000)

$$\ddot{x}_n(t) = \frac{1}{\tau} [\dot{x}_{n+1}(t) - \dot{x}_n(t)] \quad (2.11)$$

Donde $n + 1$ es el vehículo de enfrente o líder y τ es un parámetro cuyo inverso, S , representa un coeficiente de sensibilidad que indica que tan grande debe ser la reacción del conductor dado un estímulo. En este modelo se asume que cada vehículo intenta mantener la misma velocidad que su vecino de enfrente.

Posteriormente, para lograr una descripción más realista se consideró el tiempo de reacción que cada conductor tendrá ante el estímulo del vehículo frente a él (Chandler et al., 1958). Dicho tiempo dependerá de que tanto tarde el vehículo seguidor en percibir un cambio de aceleración en el vehículo líder, así como el tiempo que tomará en responder al estímulo:

$$\ddot{x}_n(t + T) = S [\dot{x}_{n+1}(t) - \dot{x}_n(t)] \quad (2.12)$$

Donde T es el tiempo de reacción del vehículo seguidor.

Otra clase dentro de este tipo de modelos son los de *velocidad óptima* (Bando et al., 1994). En estos modelos el conductor, en vez de igualar su velocidad a la del vehículo de enfrente, tiende a ajustar su velocidad a una que sea óptima y que depende de su distancia de separación con el vehículo de enfrente. Esta dependencia queda descrita como:

$$\ddot{x}_n(t) = \frac{1}{\tau} [V^{opt}(\Delta x_n(t)) - \dot{x}_n(t)] \quad (2.13)$$

donde $\Delta x_n(t) = x_{n+1}(t) - x_n(t)$, de tal modo que mientras mayor sea la distancia al frente de un vehículo, mayor será su término $V^{opt}(\Delta x_n(t))$ correspondiente, el cual tendrá un valor límite superior cuando la distancia de separación pase un cierto valor de tolerancia.

Debido a que la ecuación (2.13) involucra distancias, velocidades y aceleraciones su descripción está dada usando ecuaciones diferenciales de segundo orden, por lo que los cálculos analíticos son más complicados.

Dentro de los modelos de seguimiento de vehículos existe el modelo de *conductor*

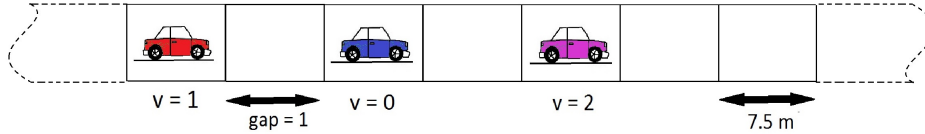


Figura 2.10: Ejemplo de una sección de calle representada mediante AC. Los vehículos se mueven de izquierda a derecha con velocidad v . En este caso cada celda corresponde a una distancia de 7.5 m y el espaciamiento entre vehículos (gap) es el número de celdas que los separan

inteligente (Treiber et al., 2000), que busca describir el comportamiento de los conductores de manera más detallada. El término *inteligente* se refiere a que la estrategia de frenado es más sofisticada: los conductores frenan de acuerdo a la situación que perciben, frenando de forma más pronunciada en situaciones críticas.

Modelos basados en Autómatas Celulares

En estos modelos el espacio, el tiempo y las variables de estado, a saber, posición y velocidad, así como la aceleración, son discretas (i.e. finitas y contables); a diferencia de los modelos hidrodinámicos donde al discretizar las ecuaciones diferenciales involucradas las variables de estado permanecen continuas. En general, este tipo de enfoque es una idealización de sistemas físicos, donde las unidades interactuantes tienen un número finito de estados.

En los modelos de AC para tráfico vehicular, un carril se representa por una red unidimensional. Cada sitio en la red corresponde a una ‘célula’, que comúnmente tiene una longitud del orden de lo que ocupa un vehículo en un congestionamiento considerando que debe incluir el largo del vehículo más un espacio al frente y detrás (Hämäläinen, 2006). De este modo cada celda puede estar vacía u ocupada por a lo más un vehículo en un instante de tiempo (Figura 2.10), el cual tendrá una velocidad discreta v asociada que tomará valores entre 0 y una velocidad límite. El estado del sistema es determinado por una regla de transición (actualización) local en pasos discretos de $t \rightarrow t + 1$, que usualmente es estocástica y de *actualización paralela*, es decir que se aplica a todos los vehículos para actualizar su estado en un paso de tiempo. Adicionalmente, los sitios entre las posiciones anteriores y las actualizadas deben estar vacías para evitar colisiones.

La estructura relativamente simple de los modelos basados en AC permite hacer simulaciones masivas, con miles de vehículos (Guzmán, 2012; Bham, 2003). A partir de los

resultados arrojados por estas simulaciones es posible observar fenómenos en tiempo real de difícil predicción por los modelos macroscópicos, como la formación de fases y patrones de flujo vehicular. Esto se debe a que el enfoque de AC permite capturar dinámicas a nivel micro y propagarlas a un desempeño a nivel macro; es decir, permite representar las interacciones entre vehículos individuales, incluyendo sutilezas tales como efectos psicológicos de forma relativamente sencilla, y relacionar estas interacciones con mediciones macroscópicas como el flujo vehicular, el tiempo de viaje o la velocidad promedio. Entonces, estos modelos preservan las ventajas de la compleja micro-simulación, mientras permanecen computacionalmente eficientes, lo que los hace adecuados para la simulación en tiempo real del tráfico vehicular, permitiendo analizar y predecir su comportamiento (Lárraga y Alvarez-Icaza, 2010; Chowdhury et al., 2000; Maerivoet y De Moor, 2005).

Una vez delineados los conceptos básicos del tráfico vehicular y debido a que este trabajo se basa en un modelo de AC, en el capítulo siguiente se realiza una descripción detallada de este tipo de modelos además de una reseña de los trabajos más representativos que forman parte de la justificación de esta tesis.

Capítulo 3

Modelación del tráfico vehicular con autómatas celulares. Estado del Arte

Los modelos de autómatas celulares (AC) para tráfico vehicular son una herramienta que se ha utilizado con éxito para analizar, entender e incluso predecir el desempeño del tránsito vehicular real (Chowdhury et al., 2000; Maerivoet y De Moor, 2005). Su naturaleza intuitiva basada en interacciones locales permite captar eficazmente factores individuales complejos que afectan a cada vehículo y conductor, de modo que permite simulaciones rápidas incluso en computadoras de escritorio comerciales. El presente capítulo describe los modelos fundamentales de AC para tráfico vehicular que han sido el punto de partida para este trabajo de tesis.

3.1. El modelo de Nagel-Schreckenberg y algunos derivados

El modelo pionero en la modelación del tráfico vehicular usando AC fue propuesto por Kai Nagel y Michael Schreckenberg en 1992. El *modelo NaSch* (Nagel y Schreckenberg, 1992) logra captar algunos aspectos básicos de la dinámica; sin embargo, para lograr un acercamiento más realista y reproducir aspectos más complejos se le han tenido que realizar modificaciones que han dado lugar a una gran cantidad de modelos derivados (Lárraga y Alvarez-Icaza, 2010; Krauss et al., 1997; Lee et al., 2004; Tian et al., 2016; Guzmán et al., 2015). Hasta el momento, el panorama de este tipo de modelos es prometedor y se ha probado que son adecuados para la planeación y análisis de de-

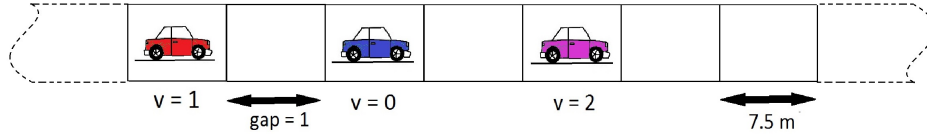


Figura 3.1: Ejemplo de una sección de calle representada por el modelo NaSch, basado en AC. Cada celda puede estar vacía u ocupada por un vehículo y los vehículos se mueven de izquierda a derecha con velocidad v . En este caso cada celda corresponde a una distancia real de 7.5 m y el espaciamiento entre vehículos (gap) es el número de celdas que los separan

sempañeo de distintos tipos de vías, para profundizar en el conocimiento de las causas de los congestionamientos y así proponer posibles modificaciones que permitan mejorar el flujo vehicular.

Se tomará como punto de partida el modelo NaSch para después mencionar algunas de sus modificaciones más representativas en lo relacionado a este trabajo de tesis.

3.1.1. Definición del modelo NaSch

El artículo de Nagel y Schreckenberg (1992) propone un AC probabilístico que consiste en un arreglo unidimensional de L celdas donde se distribuyen N vehículos moviéndose en una sola dirección con condiciones de frontera periódicas. En el modelo cada celda puede estar vacía u ocupada por exactamente un vehículo; su longitud (Δx) es de alrededor de 7.5m y corresponde al espacio que ocupa un vehículo en un embotellamiento más su distancia a su vecino próximo. Los vehículos pueden moverse en pasos discretos con velocidad v , tomando valores $v = 0, \dots, v_{max}$, donde v_{max} corresponde a la velocidad límite y en el caso más simple es la misma para todos los vehículos. Esto está representado esquemáticamente en la Figura 3.1.

La dinámica evoluciona en pasos discretos Δt correspondientes a 1 segundo, por lo que las transiciones de cambio del sistema son de $t \rightarrow t + 1$. De este modo, con los valores establecidos para Δx y Δt , $v = 1$ corresponde a mover un vehículo a la celda vecina en dirección al flujo vehicular a 27 km/h en unidades reales. La velocidad máxima usada es $v_{max} = 5$, equivalente a 135 km/h.

Cuando se trabaja con AC las unidades de propias de las magnitudes que se miden se omiten, por lo que es común utilizar comparaciones como $v < d$ en donde parece que las unidades no corresponden ya que d es igual al número de celdas de separación entre

dos vehículos vecinos y v corresponde al número de celdas recorridas por paso de tiempo. La razón por la que esto tiene sentido es que los valores de velocidad, aceleración, etc. se actualizan a cada paso de tiempo, entonces la expresión $v < d$ es en realidad $v < d/\Delta t$ con $\Delta t = 1$. Si se ocupara un paso de tiempo discreto diferente a 1 el modelo tendría que ajustarse en este sentido.

La evolución del sistema en cada paso de tiempo de $t \rightarrow t+1$ corresponde a un cambio de velocidad, v_i , y posición, x_i , en cada vehículo i , definido por un conjunto de reglas, las cuales parten de la noción fundamental de que los vehículos no deben chocar, de manera que la distancia del vehículo i , $d_i = x_p - x_i - i$, a su vecino más próximo al frente x_p , cumpla un criterio para que sea segura. El conjunto de reglas, descrito a continuación, se aplica a cada uno de los N vehículos en cada paso de tiempo de forma paralela:

R1: Aceleración

Si se cumple que $v_i < v_{max}$ y además la distancia al vehículo de adelante satisface $d_i > v + 1$, la velocidad del vehículo i se incrementa en uno, siempre que no halla alcanzado su velocidad máxima, es decir:

$$v_i \rightarrow \min(v_i + 1, v_{max})$$

Esta regla asume que cada conductor manejará tan rápido como le sea posible sin exceder la velocidad máxima.

R2: Desaceleración (debida a otros vehículos)

Si la distancia al vehículo de enfrente es tal que $d_i < v_i$, la velocidad del vehículo i se reduce a d_i , para evitar colisiones. Por lo tanto, la nueva velocidad del vehículo i es:

$$v_i \rightarrow \min(v_i, d_i)$$

de este modo se garantiza que no hay colisiones entre los vehículos.

R3: Desaceleración aleatoria

Si $v_i > 0$, la velocidad del vehículo i disminuye una unidad aleatoriamente con probabilidad R , entonces

$$v_i \rightarrow \max(v_i - 1, 0)$$

La aleatoriedad en el modelo es esencial para tener un comportamiento realista del tráfico vehicular, ya que de otro modo la dinámica sería completamente determinística. Esta regla toma en cuenta las fluctuaciones naturales de velocidad debido al comportamiento humano u otras condiciones externas. Sin esta aleatoriedad, toda configuración inicial de vehículos con sus correspondientes velocidades alcanza un patrón estacionario rápidamente (Nagel y Schreckenberg, 1992).

R4: Movimiento del vehículo

Cada vehículo se mueve hacia adelante de acuerdo a su nueva velocidad determinada en los pasos anteriores, de modo que

$$x_i \rightarrow x_i + v_i$$

El orden de aplicación de las reglas de transición anteriores debe ser estricto para cada celda, ya que un cambio en el orden de estas cambia también las propiedades del modelo; en otras palabras, las reglas no conmutan.

Los parámetros del modelo NaSch son: la velocidad máxima v_{\max} , el parámetro R y la densidad global ρ .

Desde sus primeras implementaciones, el modelo NaSch permitió realizar simulaciones de altos volúmenes de tráfico, logrando varios millones de actualizaciones en un segundo (Nagel, 1995). Sin embargo, este modelo presenta como desventaja que la dinámica vehicular no es realista. Los vehículos en las celdas tienen tasas de aceleración y desaceleración irreales; acelerando de la misma manera independientemente de sus aceleración y con saltos de velocidad de alrededor de 27 km/h. Además los vehículos pueden llegar a un alto total de su velocidad máxima de 135 km/h en sólo un segundo (Nagel, 1998), lo que produce comportamientos de desaceleración erráticos (Bham, 2003; Lárraga y Alvarez-Icaza, 2010). Por otro lado la discretización de 7.5 m para las celdas es una restricción demasiado burda y poco apropiada para problemas de tráfico real.

Lo anterior hace que, aunque el modelo logre reproducir algunos fenómenos importantes de la dinámica vehicular a nivel macroscópico, también la sobre-simplifica. Por esta razón se han llevado a cabo diversos esfuerzos para mejorarlo. Varias nuevas versiones del modelo se han propuesto Barlovic et al. (1997); Lárraga et al. (2004, 2005); Helbing y Schreckenberg (1999); Kerner et al. (2002); Zhu et al. (2007) que han tenido éxito

en captar características esenciales del tráfico vehicular que el modelo original no logra reproducir (por ejemplo metaestabilidad, efectos de histéresis, etc.). Las modificaciones que se muestran más importantes para el presente trabajo se describen brevemente a continuación.

El modelo de Krauss y Wagner (1997) fue uno de los primeros esfuerzos hacia la introducción de capacidades limitadas de desaceleración, sin embargo los resultados del modelo mostraban capacidades de desaceleración superiores a las reales. Posteriormente Lee et al. (2004) introdujeron en su modelo capacidades de aceleración y desaceleración limitadas. Las dos modificaciones mencionadas se basan en que el vehículo seguidor siempre conoce la velocidad del vehículo líder y debe mantener una distancia de seguridad para que no haya colisiones en caso de que el segundo frene hasta detenerse en el siguiente paso de tiempo. Sin embargo ambos modelos consideran distancias seguras que son demasiado conservadoras (Lárraga y Álvarez-Icaza, 2010). Además, con la idea de incorporar capacidades de desaceleración limitada dichos modelos utilizan un conjunto de reglas complejo y un número de parámetros que es muy grande en comparación al modelo NaSch original (Lan et al., 2009).

Otro esfuerzo importante en la mejora de los modelos de este tipo es el modelo CELLSIM (Bham y Benekohal, 2004; Bham, 2003) que fusiona conceptos de modelos de AC con propiedades de seguimiento de vehículos. Este modelo parte de la comparación entre las velocidades de los vehículos para determinar las acciones que los vehículos deben tomar e incluye un modelo de aceleración en dos pasos para los vehículos, lo que hace que tenga buen acuerdo con los valores reales. Adicionalmente involucra un movimiento más realista en términos de las capacidades de aceleración/desaceleración, pero tiene un desempeño más lento que los modelos de CA.

En el trabajo de Lárraga y Álvarez-Icaza (2010) se propuso un modelo probabilista de AC para el tráfico vehicular en carreteras de un carril que toma en cuenta valores realistas para la aceleración y desaceleración, evitando que los vehículos cambien de velocidad instantáneamente. El modelo, conocido como modelo LAI por las iniciales de sus autores fue extendido recientemente para carreteras multicarril por Guzmán et al. (2015). Este trabajo involucra un análisis sobre vehículos heterogéneos considerando carros y camiones con distintas longitudes y velocidades máximas.

Una característica fundamental del tráfico vehicular es que involucra distintos tipos de vehículos transitando en una misma carretera, de modo que para representar fielmente la dinámica del tráfico vehicular, un modelo de AC debe ser capaz de incluir a vehículos

de distintos tipos. Por tal razón, a continuación se describen algunos modelos de AC que involucran tráfico vehicular heterogéneo.

3.1.2. Modelos para tráfico vehicular heterogéneo

Uno de los primeros modelos basados en AC que involucra tráfico heterogéneo fue propuesto por Chowdhury et al. (1997), donde los vehículos se mueven en dos carriles. En este modelo, los vehículos rápidos tienden a moverse con la velocidad promedio en flujo libre de los vehículos lentos aún cuando la densidad de estos últimos sea pequeña. Otros modelos se han propuesto desde entonces involucrando tráfico heterogéneo.

En el trabajo de Mallikarjuna y Rao (2009), se propone un modelo de AC para dos carriles que involucra cinco tipos distintos de vehículos: carros, camiones, autobuses y vehículos de dos y tres llantas, los cuales se mueven de acuerdo a una distancia de sincronización (Kerner et al., 2002) que depende de la velocidad del vehículo. Las reglas de actualización para este modelo mantienen la lógica del modelo NaSch y por lo tanto varias de sus limitaciones. Sin embargo, la diferencia crucial radica en que los valores para la longitud, aceleración y velocidad máxima en las reglas de actualización son función del tipo de vehículo.

Otro avance importante fue la implementación en dos carriles del modelo LAI considerando vehículos heterogéneos por Guzmán et al. (2015). En este modelo se incluyen dos tipos de vehículos, autos y camiones, con distintas longitudes y velocidades máximas.

En el trabajo de Li et al. (2016) se estudia el efecto de las distintas capacidades de desaceleración en una carretera con carros y camiones. En este trabajo se parte del modelo LAI para hacer simulaciones variando las restricciones mecánicas que imponen diferentes cargas adicionales a los camiones. Entre otras cosas, se hace un análisis de las distancias seguras tomando en cuenta qué tipo de vehículo está detrás de otro. El trabajo toma en cuenta las mismas distancias seguras establecidas por el modelo LAI para las combinaciones de carro-carro, camión-carro y camión-camión, donde el primer vehículo es el seguidor. Sin embargo, establece una forma distinta para calcular la distancia segura en el caso de carro-camión, donde las reglas de distancias seguras del modelo LAI tienen limitaciones.

Por lo anterior, para que un modelo de tráfico vehicular basado en AC sea más realista, es importante que incluya reglas para describir la dinámica de vehículos heterogéneos que puedan tener distintas longitudes, velocidades máximas y capacidades de

aceleración/desaceleración.

3.2. El modelo LAI

En 2010, Lárraga y Álvarez-Icaza proponen un nuevo modelo de AC para tráfico vehicular, denotado con el nombre corto de modelo LAI, que toma en cuenta políticas reales de espaciamiento de los conductores e incluye criterios para garantizar que el comportamiento microscópico de los vehículos esté mejor representado de acuerdo a sus valores reales. De este modo, el comportamiento humano se modela como una respuesta del conductor a las condiciones locales de tráfico y está basado en un análisis de seguridad que determina la acción más apropiada que cada vehículo debe tomar, a saber: acelerar, desacelerar o mantener su velocidad. Además, se consideran capacidades limitadas de aceleración/desaceleración derivadas de principios de manejo seguro para conductores normales, que están más en línea con las prácticas de ingeniería de transporte y reacciones humanas.

Una de las características más atractivas del modelo LAI, a diferencia de otros modelos de AC que consideran desaceleración limitada, es que preserva la simplicidad propia de este tipo de modelos, mientras que representa más fielmente el comportamiento de los conductores; esto hace que las simulaciones se puedan llevar a cabo de manera eficaz. Además, el modelo utiliza parámetros de seguridad pre-calculados, lo cual mejora aún más el tiempo de procesamiento.

Las simulaciones llevadas a cabo en un sistema de condiciones periódicas muestran que el modelo puede suavizar la disminución de velocidad cuando los vehículos se acercan al frente de un congestionamiento. Además, el modelo es capaz de reproducir la mayoría de las observaciones empíricas incluyendo las tres fases del tráfico vehicular, la velocidad de salida de un frente de congestionamiento y diferentes patrones de tráfico vehicular congestionado inducido por un sistema con condiciones de frontera abiertas con una rampa de entrada. Si bien estos resultados también pueden encontrarse en trabajos previos, la consideración de una variación no instantánea ni abrupta de la velocidad es la contribución más importante del modelo LAI y permitiéndole representar mejor la dinámica real de los vehículos.

En el modelo, se asume que los vehículos se mueven de izquierda a derecha en una rejilla de celdas de longitud L . A diferencia del modelo NaSch, los vehículos pueden ocupar más de una celda. Además, las velocidades de los vehículos toman valores discretos entre

los $v_{\max} + 1$ valores permitidos dados por $v = 0, 1, \dots, v_{\max}$. En este caso se manejarán vehículos con una celda de longitud y de un mismo tipo de modo que tienen la misma velocidad máxima y capacidad de desaceleración.

Las dinámicas del modelo LAI están basadas en la respuesta del conductor a las condiciones locales del tráfico y las capacidades limitadas de aceleración/desaceleración, las cuales consideran los siguientes aspectos:

- A distancias grandes entre ellos, los conductores tienden a moverse con la máxima velocidad deseada v_{\max} .
- Para distancias intermedias, los conductores reaccionan a los cambios de velocidad del vehículo de enfrente, i.e. la determinación de las reglas para la nueva velocidad no sólo depende de la velocidad relativa entre ellos, sino que además toma en cuenta su distancia relativa positiva.
- A distancias pequeñas, los conductores ajustan su velocidad de modo que puedan conducir de forma segura.
- Para distancias muy pequeñas, los conductores perciben una situación peligrosa y reaccionan aplicando frenado de emergencia.

Aunque no se supone que el último caso ocurra frecuentemente en la conducción normal, este modelo considera importante tomarlo en cuenta en el ámbito de los AC.

Basado en las consideraciones anteriores, las reglas para actualizar la velocidad de los vehículos se definen con la inclusión de tres distancias de seguimiento requeridas por el vehículo seguidor para acelerar (d_{acc}), desacelerar (d_{dec}) o mantener su velocidad (d_{keep}) de forma segura en el siguiente paso de tiempo. La definición de estos parámetros de seguridad toma en cuenta el espaciamiento entre dos vehículos, el vehículo n y su vecino de enfrente, el vehículo $n + 1$, denotados también como vehículos seguidor y líder, respectivamente.

El modelo toma en cuenta un comportamiento estocástico en los vehículos, reflejando así la tendencia de los conductores individuales a distraerse. Ésto tiene como consecuencia una acción de aceleración o desaceleración aleatoria en los vehículos. Entonces, una actualización del sistema consiste en aplicar consecutivamente y en paralelo a todos los vehículos las siguientes reglas:

S1: Distancias seguras. Obtener el valor para:

$$d_{acc_n} = d_{acc}(t, v_n(t), v_{n+1}(t))$$

$$d_{dec_n} = d_{dec}(t, v_n(t), v_{n+1}(t))$$

$$d_{keep_n} = d_{keep}(t, v_n(t), v_{n+1}(t))$$

las cuales se describen más adelante.

S2: Aceleración retardada. Obtener el valor correspondiente al ruido estocástico R_a , basado en la velocidad del vehículo v_n .

$$R_a = \min\left(R_d, R_0 + \frac{v_n(t)(R_d - R_0)}{v_s}\right) \quad (3.1)$$

donde la velocidad v_s es una constante ligeramente mayor que 0.

El parámetro R_a denota la probabilidad de acelerar basado en la velocidad del vehículo.

S3: Sea Δv la máxima magnitud en celdas para acelerar/desacelerar un vehículo en una situación normal. La actualización de la velocidad de los vehículos a lo largo de la carretera se lleva a cabo al actualizar simultáneamente todos los sitios de la rejilla de acuerdo a las siguientes reglas:

S3a: Aceleración. Si $d_n(t) \geq d_{acc_n}$, la velocidad del vehículo n es incrementada aleatoriamente en Δv con probabilidad R_a , definida en la ecuación (3.1), i.e.,

$$v_n(t+1) = \begin{cases} \min(v_n(t) + \Delta v, v_{\max}), & \text{si } randf() \leq R_a \\ v_n(t), & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

donde $randf() \in [0, 1]$ denota un número uniformemente aleatorio específicamente establecido para el vehículo n al tiempo t .

S3b: Desaceleración aleatoria. Si $d_{acc_n} > d_n(t) \geq d_{keep_n}$, la velocidad del vehículo n se decrementa con probabilidad R_s , i.e.,

$$v_n(t+1) = \begin{cases} \min(v_n(t) - \Delta v, v_{\max}), & \text{si } randf() \leq R_s \\ v_n(t), & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

S3c: Desaceleración. Si $d_{\text{keep}_n} > d_n(t) \geq d_{\text{dec}_n}$ y $v_n(t) > 0$, la velocidad del vehículo n se reduce en Δv , esto es:

$$v_n(t+1) \rightarrow \max(v_n(t) - \Delta v, 0)$$

S3d: Desaceleración de emergencia. Si $v_n(t) > 0$ y $d_n(t) < d_{\text{dec}_n}(t)$, la velocidad del vehículo n se reduce en M , dado que no sea menor que 0:

$$v_n(t+1) \rightarrow \max(v_n(t) - M, 0)$$

donde M es el máximo decremento de velocidad en un paso de tiempo.

Estas reglas están diseñadas para actualizar la velocidad de los vehículos.

S4: Movimiento de los vehículos. Cada vehículo se mueve hacia adelante de acuerdo a su nueva velocidad determinada por las reglas **S3a** - **S3d**:

$$x_n(t+1) \rightarrow x_n(t) + v_n(t+1)$$

donde $x_n(t)$ y $v_n(t)$ denotan, respectivamente, la posición y la velocidad del vehículo n al tiempo t .

Con esta regla se actualiza la posición de los vehículos.

Aquí se asume que el vehículo $n+1$ precede al n , de modo que el espaciamiento del vehículo n , esto es, la distancia desde la defensa delantera del vehículo n a la defensa trasera del vehículo $n+1$, se define como $d_n(t) = x_{n+1}(t) - x_n(t) - l_s$; donde l_s es el tamaño del vehículo (en celdas). También se asume que la posición de un vehículo es la celda que contiene su defensa trasera. La máxima capacidad de desaceleración de un vehículo en un paso de tiempo está definida por M y los parámetros estocásticos R_0 , R_s y R_d controlan las fluctuaciones de velocidad en los vehículos, como se explicará más adelante. Por último, Δv denota la magnitud del aumento/decremento de la velocidad para un vehículo en un paso de tiempo para una situación normal, y se determina de la siguiente manera:

$$\Delta v = \lfloor 2.5m/\Delta x \rfloor$$

Donde Δx es la longitud de una celda (en metros) usado para la discretización del sistema. En este modelo se ocupa $\Delta x = 2.5m$.

La regla S1 es el punto inicial para este modelo. Aquí se obtiene el valor para las distancias de seguimiento seguro, cuya lógica se basa en asumir el peor escenario posible donde el vehículo líder comienza a aplicar frenado de emergencia, denotado por M ,

repentinamente. Bajo estas condiciones, el vehículo seguidor debe frenar también, sin embargo podría haber estado acelerando, desacelerando o manteniendo su velocidad antes de aplicar esta medida. Entonces, las distancias de seguimiento seguro estarán dadas por:

$$d_{\text{acc}} = \max \left(0, \sum_{i=0}^{(v_n(t)+\Delta v)_{divM}} [(v_n(t) + \Delta v) - i * M] - \sum_{i=0}^{(v_{n+1}(t)-M)_{divM}} [(v_{n+1}(t) - M) - i * M] \right) \quad (3.2)$$

$$d_{\text{keep}} = \max \left(0, \sum_{i=0}^{(v_n(t))_{divM}} [v_n(t) - i * M] - \sum_{i=0}^{(v_{n+1}(t)-M)_{divM}} [(v_{n+1}(t) - M) - i * M] \right) \quad (3.3)$$

$$d_{\text{dec}} = \max \left(0, \sum_{i=0}^{(v_n(t)-\Delta v)_{divM}} [(v_n(t) - \Delta v) - i * M] - \sum_{i=0}^{(v_{n+1}(t)-M)_{divM}} [(v_{n+1}(t) - M) - i * M] \right) \quad (3.4)$$

donde Δv es la capacidad de aceleración/desaceleración normal y $X_{divY} = \lfloor X/Y \rfloor$, con $'/'$ como la división normal y $\lfloor Z \rfloor$ como la función piso. Si el límite superior es menor que el inferior en las sumas entonces el resultado de esta se define como cero.

El primer término del lado derecho en las ecuaciones (3.2) - (3.4) determina la distancia que el vehículo seguidor viajaría si acelera ($v_n(t+1) = v_n(t) + \Delta v$), mantiene su velocidad ($v_n(t+1) = v_n(t)$) o desacelera ($v_n(t+1) = v_n(t) - \Delta v$), respectivamente, en el paso de tiempo $t+1$ y en el siguiente paso de tiempo comienza a frenar abruptamente (con su máxima capacidad de aceleración M) hasta detenerse.

El segundo término del lado derecho en las ecuaciones anteriores determina la distancia que viajaría el vehículo líder si en el paso de tiempo $t+1$ comienza a desacelerar abruptamente con su máxima capacidad de frenado.

De modo que la resta de ambos términos mencionados en las ecuaciones (3.2) - (3.4) nos da un parámetro de seguimiento seguro para los vehículos considerando que el líder comienza a frenar abruptamente mientras que el seguidor puede estar acelerando, desacelerando o manteniendo su velocidad en el primer paso de tiempo $t+1$, aplicando frenado de emergencia posteriormente. Nótese que las distancias de seguimiento seguro siempre son mayores o iguales a cero.

Por otro lado, es importante recalcar que las tres distancias de seguimiento seguro

pueden ser calculadas fuera de línea para un tamaño de celda particular. De modo que es posible generar tres tablas fijas que contienen las distancias seguras en términos de las velocidades de los vehículos líder y seguidor, que se requieren para acelerar, desacelerar o mantener la velocidad de manera segura. Una vez obtenidas las tablas, es posible realizar una búsqueda, en lugar del cálculo explícito, de las distancias seguras a cada paso de tiempo, lo cual aumenta drásticamente el rendimiento del modelo LAI.

El trasfondo para la determinación de las distancias seguras calculadas en el modelo LAI es que el líder tiene que estar frente al seguidor *una vez que* los vehículos frenan, considerando que la dinámica está descrita bajo un movimiento rectilíneo uniforme. Sin embargo, bajo estas condiciones el modelo ignora el proceso de frenado, en donde pueden ocurrir colisiones mientras los vehículos están en movimiento (Li et al., 2016).

En el paso S2, se obtiene el valor correspondiente para el parámetro estocástico R_a , el cual denota la probabilidad para acelerar basado en la velocidad del vehículo, de tal forma que los vehículos con velocidad más pequeña que v_s en el paso de tiempo previo tienen una probabilidad más baja de acelerar que el resto de los vehículos en movimiento ($v_n > v_s$), lo que significa que los vehículos lentos tienen que esperar más tiempo antes de que puedan continuar su viaje. Utilizando una idea similar a Lee et al. (2004), el parámetro estocástico R_a (< 1) en S2 interpola linealmente entre R_0 y R_d ($R_0 < R_d$) si v_n es más pequeño que una velocidad lenta v_s , como se muestra en la Figura 3.2. Dicho de otro modo, la regla S2 sugiere que los vehículos que salen del frente de un congestionamiento acelerarán suavemente y por lo tanto, es posible reproducir el comportamiento de los vehículos que salen de un congestionamiento, a saber, que un conductor necesita un tiempo para acelerar el vehículo. Nótese que dados los valores para R_0 , R_d y v_s , los cálculos involucrados en el paso S2 para obtener la probabilidad de aceleración R_a pueden realizarse fuera de línea y guardados en una tabla fija que relaciona el valor de R_a con la velocidad del vehículo v_n . Esto reduce el uso de tres parámetros R_0 , R_d y v_s , a uno solo R_a .

La regla S3a postula que todos los conductores se esfuerzan por alcanzar la máxima velocidad cuando les es posible, lo cual está de acuerdo con otras políticas de velocidad, como es el caso de *la política codiciosa* (Broucke y Varaiya, 1996). La regla S3a toma en cuenta la aceleración no uniforme de los vehículos al considerar que los conductores actúan de manera diferente. Por lo tanto, el proceso de aceleración introduce un elemento de comportamiento humano basado en el hecho de que el comportamiento de un conductor puede estar influido por la situación local del tráfico vehicular (distancias

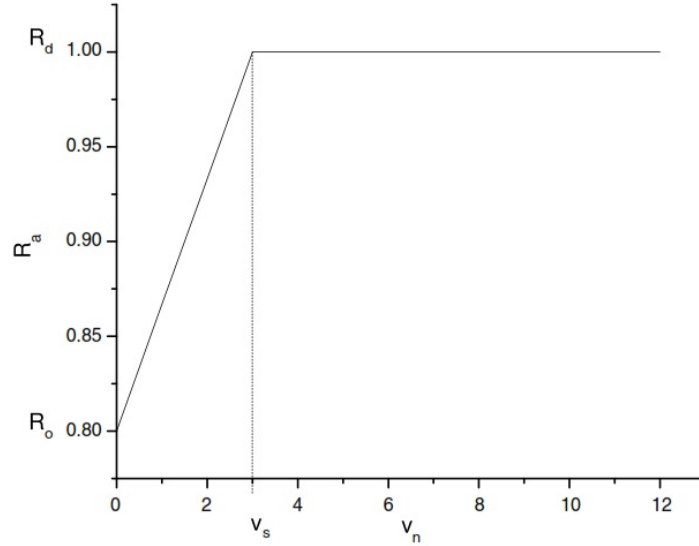


Figura 3.2: El parámetro estocástico R_a interpola linealmente entre R_0 y R_d si v_n es más pequeña que la velocidad lenta v_s ($R_0 < R_d$) (Lárraga y Álvarez-Icaza, 2010).

relativas entre vehículos y sus velocidades) y por fluctuaciones estocásticas de tráfico vehicular resultantes del factor humano. El término estocástico corresponde al parámetro R_a , definido en la ecuación (3.1), involucra una aceleración retardada como función de la velocidad de los vehículos, la cuál afecta no sólo el comportamiento de los vehículos detenidos (como la regla de *lento para comenzar* (*slow to start*)), sino también para los vehículos en movimiento. Entonces una velocidad más pequeña para un vehículo implica un mayor tiempo de espera para continuar su viaje. Alternativamente, la regla S3a sugiere que los vehículos que salen de un congestionamiento acelerarán suavemente, con lo que el comportamiento de los vehículos está más de acuerdo con el comportamiento del tráfico real: un conductor necesita un momento para acelerar su vehículo.

En S3b se refleja el hecho de que los conductores intentarán mantener su velocidad si perciben la distancia con el vehículo de enfrente como segura. Además, esta regla también introduce perturbaciones de tráfico vehicular que causan que los conductores reduzcan su velocidad sin razón aparente. Esto puede ocurrir, por ejemplo, debido a incidentes a lo largo de la carretera que distraen a los conductores. Esta desaceleración aleatoria, controlada por el parámetro R_s , contribuye a la creación de congestionamientos de tráfico espontáneos. Entonces, la aleatoriedad se aplica únicamente a los vehículos que se encuentran en condiciones de movimiento y no requieren desacelerar, evitando el doble

frenado.

La regla S3c requiere que el conductor aplique desaceleración moderada cuando el espacio entre su vehículo y el de enfrente se vuelve pequeño. Nótese que los vehículos no pueden cambiar su velocidad instantáneamente, esto es, la máxima desaceleración que un conductor individual está dispuesto a utilizar en situaciones donde no exista una emergencia, está limitada por Δv (en unidades de la malla). Entonces, las desaceleraciones extremas son evitadas.

Con la regla S3d se acentúa el enfoque de este modelo: las decisiones más importantes de los conductores están relacionadas con la seguridad. En el flujo de tráfico real, hay dos situaciones de desaceleración: frenado normal y frenado de emergencia. En situaciones normales, un vehículo desacelera para expandir el espacio con su vecino de enfrente, logrando alcanzar un espaciamiento deseado. La desaceleración de emergencia, por otro lado, se presenta en dos casos: el vehículo líder desacelera súbitamente o el seguidor se aproxima a un vehículo detenido; y en ambos se requiere una secuencia para evitar una colisión. Si las distribuciones iniciales de las distancias positivas relativas a la velocidad son seleccionadas para satisfacer al menos d_{dec} , entonces los vehículos nunca tendrán una distancia relativa tal que esta regla sea activada. Entonces, esta regla le permite a los conductores reaccionar a un frenado de emergencia del vehículo líder produciendo perturbaciones en las otras reglas. En este modelo, el frenado de emergencia tendrá un valor de $-5m/s$ (considerado un valor aceptable de acuerdo a Alvarez y Horowitz (1999); Carbaugh et al. (1997)) y será alcanzado en un paso de tiempo. Entonces, el parámetro M tomará valores de $M = 5.00/\Delta x$.

El modelo LAI intenta al mismo tiempo captar las capacidades de desaceleración finita de los vehículos y evitar accidentes. Debe notarse que las reglas para establecer la velocidad toman en cuenta las distancias relativas y las velocidades relativas de los vehículos vecinos. Además, las distancias seguras de las ecuaciones (3.2) - (3.4) crecen más rápido que de manera lineal con la velocidad relativa de los vehículos, lo que está en acuerdo con las políticas de espaciamiento de los conductores, por ejemplo las que se basan en el seguimiento de vehículos, tiempo constante al frente, etc. De este modo, el modelo no sólo se enfoca en reproducir características esenciales del flujo vehicular basado en su comportamiento macroscópico, que pueden encontrarse en algunos modelos de AC previos, sino también en un comportamiento microscópico aceptable para los conductores y las estructuras relacionadas.

Los parámetros del modelo son los siguientes: velocidad máxima v_{max} , velocidad lenta

Variables		Parámetros	
x_n	Posición del vehículo n	v_{\max}	Velocidad máxima
v_n	Velocidad del vehículo n	v_s	Velocidad lenta
Δx	Tamaño de la celda	l_s	Longitud del vehículo (en celdas)
Δv	Magnitud para incrementar/disminuir la velocidad en un paso de tiempo	M	Disminución máxima de velocidad en un paso de tiempo
d_{dec}	Distancia para frenar de manera segura en el siguiente paso de tiempo	R_s	Probabilidad de frenado aleatorio
d_{keep}	Distancia para mantener velocidad de manera segura en el siguiente paso de tiempo	R_0, R_d, R_a	Probabilidades de aceleración
d_{acc}	Distancia para acelerar de manera segura en el siguiente paso de tiempo		

Tabla 3.1: Resumen de variables y parámetros del modelo LAI

v_s , longitud del vehículo l_s (en celdas), máximo decremento de velocidad en un paso de tiempo M , probabilidad de desaceleración aleatoria R_s y las probabilidades R_0 y R_d . A modo de resumen, estos parámetros se presentan en la Tabla 3.1 junto con otras variables del modelo. Sin embargo, bajo las consideraciones hechas para el parámetro R_a en el paso S2, en la práctica, el número efectivo de parámetros necesarios en las simulaciones son cinco: v_{\max} , l_s , R_s , R_a y M . Los parámetros adicionales l_s y M son necesarios para permitir vehículos con diferentes longitudes y capacidades de frenado.

De acuerdo al artículo original, las simulaciones realizadas en una carretera circular (frontera periódica) de un carril con vehículos del mismo tipo muestran que los resultados del modelo LAI son independientes del tamaño de celda que se utilice, siempre que el resto de valores en el modelo sean consistentes con los valores reales. Por otro lado, suaviza el desempeño de desaceleración abrupto e irreal encontrado en la mayoría de los modelos para tráfico vehicular basados en AC, captando además el desempeño del conductor en el mundo real, donde los conductores disminuyen sus velocidades de una forma suave,

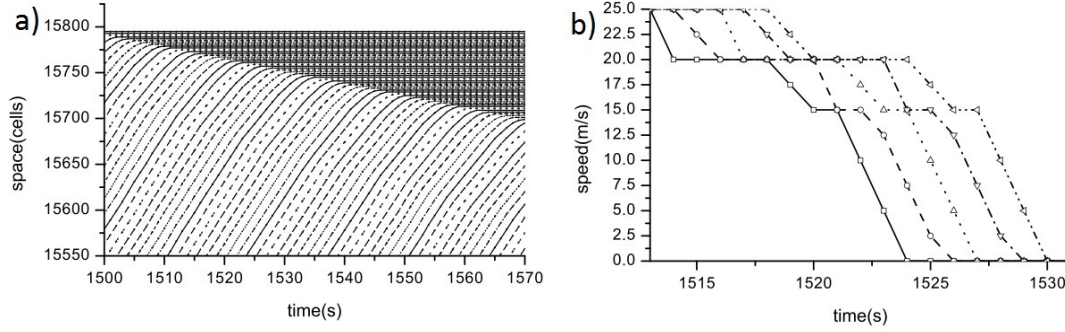


Figura 3.3: (a) Trayectorias de vehículos que se aproximan al frente aguas arriba de un estancamiento vehicular (b) Variaciones de velocidad cuando los vehículos alcanzan el estancamiento vehicular (Lárraga y Alvarez-Icaza, 2010).

bajo condiciones de conducción normales. Esto se puede observar en la Figura 3.3 (a) y (b), donde se muestran las trayectorias y las variaciones de velocidad, respectivamente, de unos cuantos vehículos moviéndose consecutivamente y aproximándose al frente aguas arriba de un estancamiento vehicular, bajo las reglas de cambio de velocidad del modelo LAI.

Además, el modelo LAI también es capaz de reproducir diversas observaciones empíricas, incluyendo las tres fases del tráfico vehicular y la velocidad de propagación hacia atrás (o río arriba) de un estancamiento. En la Figura 3.4 se muestra el flujo promedio en 1 min. con respecto a la densidad (conocido como diagrama fundamental) resultante del modelo LAI con condiciones de frontera periódicas. Como se puede observar, el modelo reproduce las tres fases de tráfico existentes. La línea recta con pendiente positiva corresponde a la fase de flujo libre, la fase sincronizada corresponde a la región bidimensional en medio del diagrama, mientras que la fase de estancamientos amplios produce puntos distribuidos en la parte baja del diagrama fundamental.

En la Figura 3.5 se muestran los diagramas de espacio tiempo de las diferentes fases del flujo vehicular resultantes del modelo LAI. Las Figuras 3.5 (a)-(c) muestran las características espacio-temporales para las fases correspondientes a flujo libre, flujo sincronizado y estancamientos amplios, respectivamente. Cada columna vertical de puntos representa las posiciones instantáneas de los moviéndose; mientras que las columnas sucesivas de puntos representan las posiciones de dichos vehículos en pasos de tiempo sucesivos. Los puntos negros representan vehículos con velocidad cero, mientras los que se mueven a velocidades mayores tienen un tono de gris proporcionalmente más claro. De

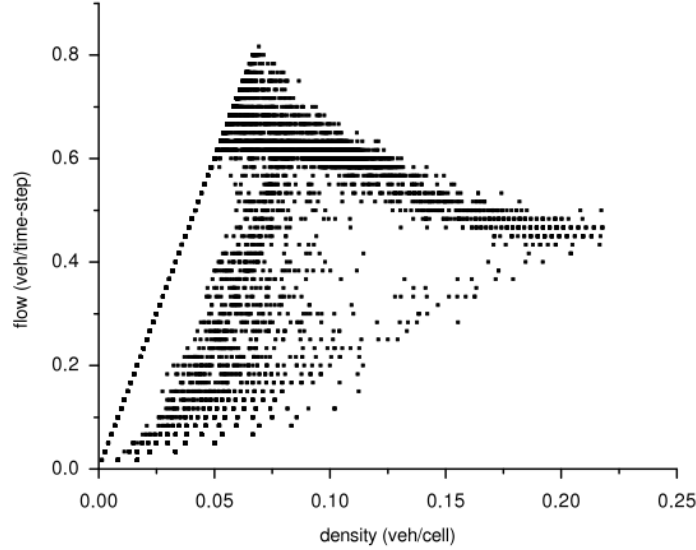


Figura 3.4: El flujo promedio de 1 min. en el modelo LAI con respecto a la densidad para $\Delta x = 2.5m$, $R_d = 1.0$, $R_0 = 0.8$, $R_s = 0.01$, $v_s = 3$, $M = 2$ y $l_s = 2$. (Lárraga y Alvarez-Icaza, 2010).

este modo, puede notarse en la Figura 3.5 (b) que los vehículos se mueven a una velocidad menor que la correspondiente a la fase de flujo libre, sin que haya vehículos detenidos. Por otro lado, en la Figura 3.5 (c), correspondiente a la fase de estancamientos amplios, se puede notar la presencia de ondas denominadas stop-and-go, así como vehículos con velocidad cero. Con la finalidad de verificar la existencia de la fase sincronizada, en la Figura 3.5 (d) se presenta una imagen instantánea de una parte de la carretera seleccionada de forma aleatoria, que es resultado de una densidad inicial de 36 veh/km. En dicha figura, los círculos sólidos representan vehículos moviéndose de izquierda a derecha.

Un análisis más detallado del modelo puede consultarse en Lárraga y Alvarez-Icaza (2010).

En resumen, el modelo LAI introduce en la definición de su dinámica reacciones humanas, capacidades de aceleración y desaceleración con un valor límite, cuya definición se deriva de principios de conducción segura y prácticas de ingeniería de transporte. El modelo logra reproducir diversos fenómenos que ocurren en el tráfico real, preservando la simplicidad característica de los modelos basados en AC y que los hace adecuados para su uso en tiempo real. Por otro lado y a pesar de haber mostrado resultados muy alentadores, la búsqueda de un modelo que permita estudiar fenómenos más complejos de las redes de transporte ha motivado que en años recientes se extienda el modelo LAI

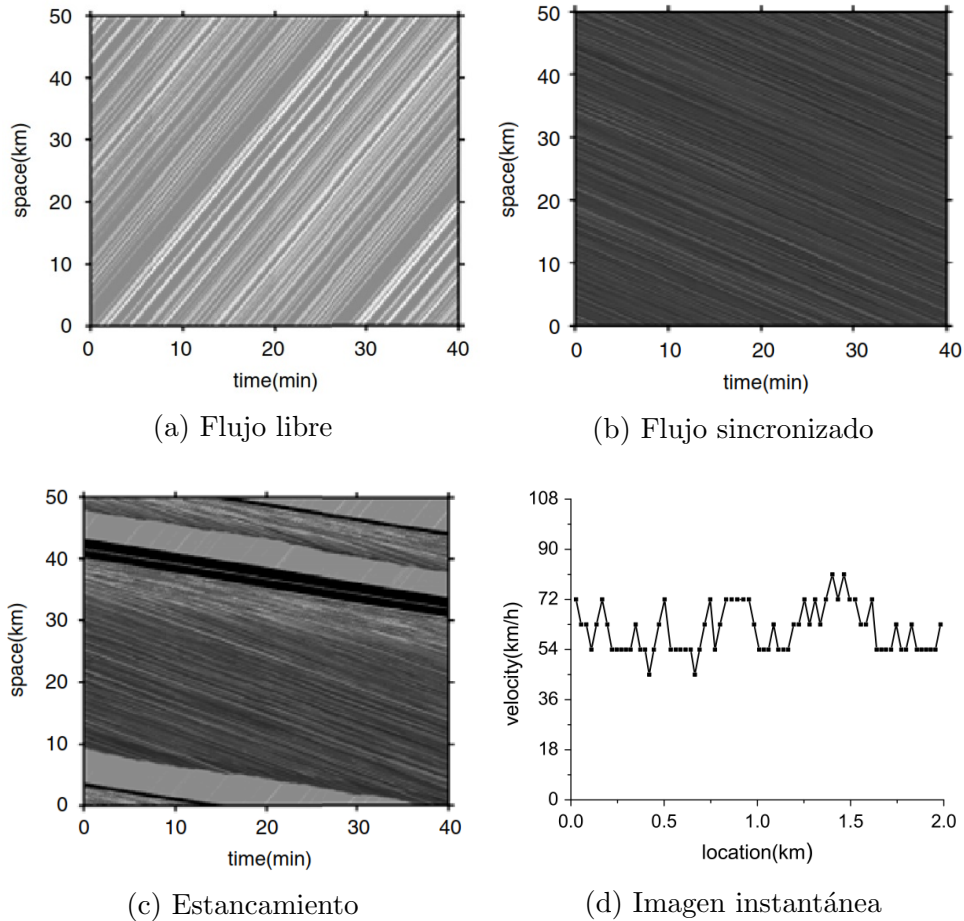


Figura 3.5: Forma espacio-temporal de las diferentes fases de tráfico, libre (a), sincronizada (b) y estancamientos (c) para valores de densidad de 14, 36 y 54 veh/km, respectivamente (0.035, 0.090 y 0.135 veh/celda, respectivamente). (d) Imagen instantánea del flujo sincronizado con una densidad inicial de 36 veh/km. (Lárraga y Alvarez-Icaza, 2010)

para considerar dinámica multicarril.

3.2.1. Modelo multicarril

Los modelos de un carril no son capaces de simular situaciones de tráfico más realistas y complejas. Esto debido a que una carretera usualmente consiste en al menos dos carriles, cada uno con diferente comportamiento y donde los cambios de carril deben considerarse (Gipps, 1986; Helbing y Huberman, 1998; Knospé et al., 1999). Otra consideración es que en las carreteras reales el tráfico es heterogéneo, por lo que se tienen vehículos con

diferentes tamaños, velocidades máximas y capacidades de aceleración/desaceleración. El comportamiento de cambio de carril realmente afecta al flujo vehicular, pero un modelo de un carril o bien de vehículos homogéneos no es suficiente reproducir este fenómeno (Li et al., 2006).

Tomando en cuenta las consideraciones anteriores se propuso una extensión del modelo LAI que trabaja sobre vías de dos carriles con vehículos heterogéneos de dos tipos, autos y camiones con diferentes longitud y velocidades máximas (Guzmán et al., 2015). El nuevo modelo hereda las cualidades del modelo LAI de un solo carril, para lo cual incluye en las reglas de cambio de carril distancias y velocidades relativas tanto para el vehículo precedente como para el sucesor, siendo éste un aporte importante ya que no existían otros modelos en la literatura que llevaran esto a cabo. Otra de sus innovaciones es que permite el paso de los camiones al carril de la izquierda para conducir, sin que el flujo vehicular quede dominado totalmente por los vehículos lentos y se formen taponamientos vehiculares que pueden permanecer mucho cuyo comportamiento puede no ser acorde con la realidad. Finalmente, el modelo reduce ampliamente la frecuencia de cambios de carril conocidos como *ping-pong*, que es una de los problemas más comunes en este tipo de modelos basados en AC.

El modelo extendido consiste en dos carriles individuales paralelos con condiciones de frontera periódicas y un conjunto adicional de reglas realistas para definir el intercambio de carril de los vehículos entre carriles. De este modo, la actualización del sistema a cada paso de tiempo se realiza en dos sub-pasos, ambos realizados en paralelo para todos los vehículos:

1. En el primer sub-paso se lleva a cabo el intercambio de vehículos entre los dos carriles de acuerdo a un nuevo conjunto de reglas de cambio de carril, haciendo que los vehículos únicamente se mueven hacia los lados sin avanzar. Y aunque este sub-paso en la realidad es irrealizable debido a que los vehículos no pueden viajar en forma completamente transversal, esta regla tiene sentido físico cuando se aplica el segundo sub-paso.
2. Luego, se lleva a cabo la actualización de manera independiente para cada carril aplicando a cada uno las reglas del modelo LAI. En este segundo sub-paso, la configuración resultante del primer sub-paso es utilizada.

Este modelo toma en cuenta reglas de seguridad para evitar colisiones, además considera que la decisión para realizar un cambio de carril es motivada por dos criterios,

uno incentivo y otro de seguridad. El primero determina la utilidad de algún cambio de carril, mientras que el segundo verifica la posibilidad de ejecutar el cambio considerando el efecto en el vehículo posterior que va transitando el carril objetivo. Con lo que un cambio de carril únicamente se lleva a cabo si ambos criterios se satisfacen.

La definición de las reglas de cambio de carril está en concordancia con dos mecanismos usados en autopistas mexicanas y europeas, donde la forma de manejo por carril está restringida por ciertas regulaciones. Una es la preferencia por el carril derecho que requiere que el conductor use dicho carril tanto como le sea posible. El otro es la prohibición de rebasar por el carril derecho, que en este modelo se toma en consideración de modo más laxo con la inclusión de reglas asimétricas que promueven rebasar por el carril izquierdo, sin prohibir por completo que un vehículo pueda rebasar por la derecha. Además, se induce la necesidad para cambiar del carril izquierdo al derecho, de modo que un vehículo circulando en el carril izquierdo se cambie al derecho si hay suficiente espacio para que mantenga su velocidad en ambos carriles. Entonces las diferentes regulaciones para el cambio de carril de izquierda a derecha y viceversa se cumplen.

Algún vehículo n cambiará de carril con probabilidad p_{change} de acuerdo a las siguientes reglas asimétricas de cambio de carril, que se aplican en paralelo a todos los vehículos.

• **Derecha \rightarrow izquierda**

Criterio incentivo

(ic1): Si $[d_{keep}(v_n, v_{n+1}) \leq d_n < d_{acc}(v_n, v_{n+1})]$ y $[d_{pred} \geq d_{acc}(v_n, v_{pred})]$ y $[v_n < v_{max}]$, ó

(ic2): Si $[d_n < d_{keep}(v_n, v_{n+1})]$ y $[d_{pred} \geq d_{keep}(v_n, v_{pred})]$.

Criterio de seguridad

(sc1): Si $[d_{succ} \geq d_{dec}(v_{succ}, v_n)]$.

• **Izquierda \rightarrow derecha**

Criterio incentivo

(ic1'): Si $[d_n \geq d_{keep}(v_n, v_{n+1})]$ y $[d_{pred} \geq d_{keep}(v_n, v_{pred})]$

Criterio de seguridad

(sc1): Si $[d_{succ} \geq d_{dec}(v_{succ}, v_n)]$.

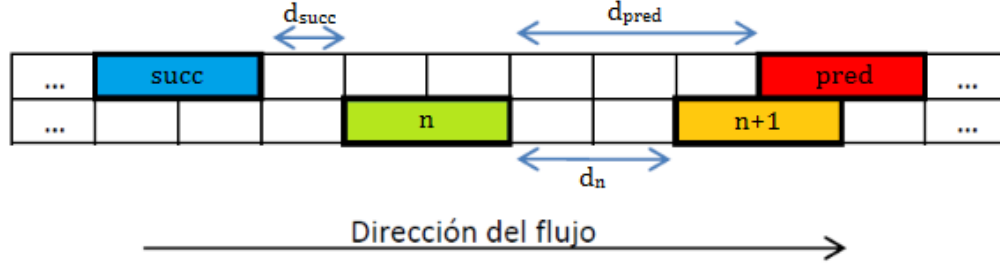


Figura 3.6: Vecinos de un vehículo n considerados en un cambio de carril. Un vehículo que va a cambiar a la izquierda debe considerar al vecino de enfrente en su carril $n + 1$, al vecino de enfrente en el carril objetivo $pred$ y al vecino de atrás en ese carril $succ$. La posición de los vehículos corresponde a la celda que contiene la defensa trasera

En donde v_n y d_n denotan la velocidad y el espaciamiento (*gap*) para un vehículo dado que considera realizar el cambio de carril, relativo a su líder en la misma línea, el vehículo $n + 1$. v_{succ} y d_{succ} representan la velocidad del vehículo sucesivo (seguidor) en el carril objetivo y su distancia de separación respectiva con el vehículo n . Bajo la misma lógica, v_{pred} y d_{pred} denotan la velocidad y la distancia de separación con el vehículo precedente (el posible nuevo líder) en el carril objetivo. El cálculo de las distancias seguras $d_{acc}(v_n, v_{pred})$, $d_{keep}(v_n, v_{pred})$ se basa en las ecuaciones (3.2) - (3.4) del modelo de un sólo carril, con la consideración adicional de un cambio de carril virtual del vehículo n a su carril objetivo con la misma posición y velocidad. La lógica detrás de la definición de las reglas de cambio de carril se describe a continuación.

Para ambas reglas, el criterio de seguridad (sc1) verifica la posibilidad de ejecutar un cambio de carril considerando el efecto que tendrá en el seguidor $succ$ de dicho carril, como se puede observar en la Figura 3.6. El criterio de seguridad está formulado en términos de las aceleraciones longitudinales para garantizar que después del cambio de carril, la desaceleración del vehículo en el nuevo carril no exceda un cierto valor de seguridad Δ_v ; esto es, $d_{succ} \geq d_{dec}(v_{succ}, v_n)$, y como estos criterios están formulados en términos de las desaceleraciones seguras del modelo LAI los choques automáticamente quedan excluidos. Entonces, la reacción de frenado del seguidor en el carril objetivo siempre está acotado por el valor limitado de la desaceleración en condiciones normales, que está debajo de la máxima capacidad de desaceleración M , así, si un vehículo seguidor en el carril objetivo va muy rápido se necesitará un espaciamiento mayor, mientras que si va más lento el espaciamiento puede estar más reducido.

Por otro lado, el criterio incentivo para el cambio de carril está basado en la aceleración de un vehículo tomando en cuenta su posición y velocidad, así como las correspondientes a su vehículo de enfrente, en ambos carriles, el actual y el objetivo. El razonamiento detrás un cambio de carril de izquierda a derecha, es que un vehículo conduciendo en el carril izquierdo intentará cambiarse de vuelta al carril derecho tan pronto como su distancia de seguimiento seguro con respecto a los vehículos de enfrente en ambos carriles sea lo suficientemente grande como para mantener su velocidad actual (de acuerdo a la ecuación (3.3)). Debido a que tanto la velocidad relativa como las distancias se toman en cuenta en la definición del criterio incentivo de izquierda a derecha, los vehículos lentos tienen la posibilidad de cambiar de carril incluso a distancias pequeñas. De modo que el criterio incentivo está en acuerdo con la preferencia del carril derecho.

Para un cambio de carril de derecha a izquierda, el criterio incentivo considera el deseo de un conductor de mejorar sus condiciones con respecto a las condiciones que tiene en el carril actual. Por esto, un vehículo conduciendo en el carril derecho intentará un cambio al carril izquierdo si cualquiera de las siguientes situaciones de manejo ocurre: (ic1) la distancia de seguimiento seguro al vehículo precedente en el carril actual es suficiente para mantener su velocidad, mientras que un cambio de carril implicaría la posibilidad de acelerar, o (ic2) un vehículo deseará cambiar de carril de derecha a izquierda si la distancia segura de seguimiento con respecto al vehículo precedente en el carril actual implica que deberá desacelerar en el siguiente paso de tiempo, mientras que en el otro carril podría al menos mantener su velocidad.

Incluso si los dos criterios, el incentivo y el de seguridad se cumplen, un cambio de carril se realizará únicamente con probabilidad p_{change} . Esto evita, al menos parcialmente, los llamados cambios de carril ping-pong, i.e. múltiples cambios de carril de los vehículos en pasos de tiempo consecutivos (Maerivoet y De Moor, 2005; Knospe et al., 1999).

La descripción detallada, así como los resultados de las simulaciones en el modelo multicarril pueden consultarse en Guzmán et al. (2015).

En la siguiente sección se tratan los puntos donde el modelo LAI presenta deficiencias que pretenden ser mejoradas por el nuevo modelo propuesto en el capítulo posterior.

3.3. Limitaciones del modelo LAI

Como ya se ha descrito, en el modelo LAI los vehículos no pueden cambiar sus velocidades de manera instantánea. Dicho modelo propone que la capacidad de aceleración

y desaceleración de los vehículos tiene un valor límite, además de que los conductores reaccionan a las condiciones de tráfico locales de manera semejante a la realidad. Si bien estas consideraciones acercan al modelo LAI a las condiciones reales del tráfico vehicular, aún presenta limitaciones en ciertos aspectos; por un lado, en la definición de las distancias seguras, únicamente toma en cuenta que la separación neta o *gap* entre los vehículos debe ser positiva una vez que ambos han frenado; esto presenta complicaciones cuando se toman en cuenta vehículos heterogéneos con capacidades de aceleración/desaceleración diferentes (Li et al., 2016). Por otro lado, y como en muchos otros modelos de CA, la forma de actualización de las posiciones de los vehículos involucra movimiento rectilíneo uniforme, lo cual hace que el movimiento de los vehículos en el modelo LAI sea abrupto en comparación con lo que se observa en la realidad, donde el movimiento tiene una mejor representación usando movimiento uniformemente acelerado.

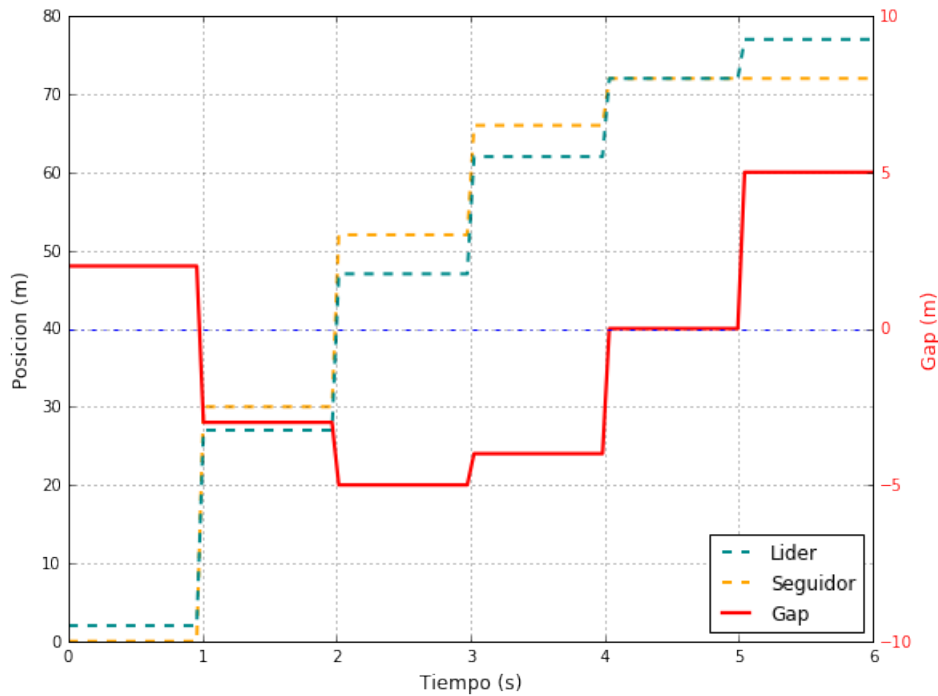


Figura 3.7: Trayectorias virtuales y gap o espaciamiento neto de dos vehículos con distintas capacidades de desaceleración en proceso de frenado para el modelo LAI. El gap se hace negativo en una región donde ambos autos aún se mueven.

La Figura 3.7 muestra las trayectorias virtuales de dos vehículos con distintas capacidades de desaceleración en proceso de frenado de emergencia bajo el modelo LAI. Se

observa que una vez que se han detenido por completo el gap es positivo, cumpliéndose el criterio de seguridad hasta ahora considerado por dicho modelo. Sin embargo, este hecho no impide que durante el proceso de frenado el gap sea negativo, lo que se traduce en una colisión entre el vehículo seguidor y el líder. Con esto queda constatado que la condición de que el gap sea positivo una vez que los dos vehículos paran habiendo recorrido su distancia respectiva de frenado no es una condición suficiente para evitar colisiones entre vehículos con diferentes capacidades de desaceleración y es necesario hacer un análisis detallado de la dinámica bajo esta consideración para tener un modelo más robusto.

El objetivo de este trabajo de tesis es proponer modificaciones al modelo LAI, para que incluya movimiento uniformemente acelerado (MUA) en la descripción del movimiento de vehículos heterogéneos con distintas capacidades de aceleración/desaceleración. El modelo propuesto, explicado en el capítulo siguiente, busca describir de manera más realista la dinámica vehicular manteniendo la simplicidad característica de los modelos de AC. Con esto se espera lograr un modelo más robusto que pueda simular situaciones de tráfico más complejas.

Capítulo 4

Un nuevo modelo para el tráfico vehicular heterogéneo

La modelación del tráfico vehicular heterogéneo es una tarea importante que se debe desarrollar con el fin de considerar situaciones de tráfico más realistas y complejas. La reciente extensión al modelo LAI propuesta por Guzmán et al. (2015), descrita en la sección anterior, es un avance importante en este tema; sin embargo, no considera diferentes capacidades de aceleración/desaceleración para los distintos tipos de vehículos. Por otro lado, el trabajo de Li et al. (2016) muestra que hay criterios de seguridad adicionales a los incluidos por el modelo LAI que se deben considerar para vehículos con distintas capacidades de frenado. Además, la actualización del movimiento de los vehículos incluye únicamente la posición y velocidad del vehículo en cada paso de tiempo, es decir, la dinámica involucra saltos usando movimiento rectilíneo uniforme, mientras que en la realidad los vehículos se mueven debido tanto a su velocidad como a su aceleración, o bien con movimiento uniformemente acelerado. La inclusión en el modelo de estas características hasta ahora no implementadas puede lograr una representación más rica y detallada de la dinámica del tráfico vehicular.

En este capítulo se presenta un modelo para tráfico vehicular basado en AC, que extiende el modelo LAI bajo la consideración de movimiento uniformemente acelerado (referido en lo posterior como MUA), tomando en cuenta vehículos heterogéneos de diferentes longitudes, velocidades máximas y distintas capacidades de aceleración y desaceleración. El modelo propuesto busca hacer una representación más refinada del fenómeno estudiado, logrando reproducir mejor la dinámica real de los vehículos y manteniendo en consideración las reacciones de los conductores a las diversas situaciones de tráfico que

enfrentan.

A continuación, se describirá la motivación para el modelo propuesto, así como las nuevas consideraciones que se toman en cuenta para representar la dinámica de vehículos heterogéneos. Posteriormente se explican las consideraciones para atacar la problemática que presentan las distancias seguras en el modelo LAI, para después explicar la lógica de las nuevas distancias seguras bajo MUA. Finalmente se lleva a cabo la descripción completa del modelo.

4.1. Consideraciones iniciales

Con base en las limitaciones presentes en el modelo LAI, mencionadas en el capítulo anterior, se propone un modelo que busca describir la dinámica a partir de la consideración de MUA, tanto para las definiciones de distancias seguras, como para la actualización de posiciones. Al mismo tiempo, se busca encontrar un criterio más refinado para la obtención de distancias de seguimiento seguro bajo condiciones de vehículos heterogéneos, i.e. vehículos con al menos distintas capacidades de desaceleración.

El modelo propuesto hereda las consideraciones más importantes del modelo LAI original. Se mantiene la dinámica entera característica de los modelos de AC y la evolución del sistema ocurre en pasos de tiempo de un segundo. También se considera un tiempo de reacción de un segundo, correspondiente a lo que tarda un conductor en ajustarse a cambios abruptos en las condiciones del tráfico. Del mismo modo que en el modelo original, se considera que un vehículo estará habilitado para acelerar (*acc*), desacelerar (*dec*) o mantener su velocidad (*keep*) en condiciones de tráfico normales, mientras que en casos extremos puede aplicar frenado de emergencia. Se mantiene el criterio para definir las distancias seguras considerando el peor escenario, donde el vehículo líder desacelera con máxima capacidad en el primer paso de tiempo, obligando al seguidor a frenar del mismo modo al siguiente paso de tiempo para evitar una colisión. Se considera aceleración y desaceleración aleatoria para los vehículos, de modo que se refleje la tendencia natural de los conductores a distraerse.

La lógica del modelo propuesto mantiene la misma estructura que el modelo original: primero se calculan las tres distancias seguras para que un vehículo pueda acelerar, desacelerar o mantener su velocidad. Estas distancias dependen de las velocidades, así como de las capacidades de aceleración de los vehículos. A partir de estas distancias se establece cuál de las tres acciones deben tomar los vehículos, de modo que se sostiene la

idea central de que los conductores reaccionan a criterios de seguridad que dependen de su velocidad, así como de su posición relativa al vehículo de enfrente.

Con la finalidad de tener una representación más realista de la dinámica vehicular y reducir el movimiento impulsivo que se tiene en la mayoría de los modelos de AC existentes, el modelo propuesto en este capítulo considera que el movimiento de los vehículos está descrito bajo la consideración de MUA, detallada más adelante. Además, preserva el valor límite que las capacidades de aceleración/desaceleración tienen de acuerdo a información operativa de vehículos reales (Magrath, 2013).

A partir de aquí, se considera tiempo continuo para la definición del modelo debido a que la dificultad del análisis se reduce considerablemente, en particular porque permite que las ecuaciones sean derivables, de modo que es posible encontrar máximos y mínimos de forma directa. Dicha razón se hace evidente más adelante. Por otro lado, en este caso la dinámica discreta puede obtenerse como un caso particular de la dinámica continua, por lo que los resultados encontrados pueden adaptarse al modelo sin dificultad.

Sea x_n la posición de un vehículo n . Su evolución temporal a cada paso de tiempo t bajo MUA estará descrita por:

$$x_n(t) = x_{n_0} + v_{n_0}t + \frac{1}{2}a_n t^2 \quad (4.1)$$

Donde x_{n_0} es su posición inicial, v_{n_0} su velocidad inicial y a_n su aceleración.

Sea v_n la velocidad del vehículo n . Su evolución temporal estará descrita como:

$$v_n(t) = v_{n_0} + a_n t \quad (4.2)$$

Bajo esta consideración, se espera tener una representación más realista de la dinámica individual de los vehículos, reduciendo el movimiento impulsivo considerado hasta el momento y acercando más el modelo a la realidad.

En el modelo propuesto, al igual que en el modelo LAI, los vehículos se enumeran en el orden del flujo y se mueven de izquierda a derecha, por lo que el movimiento hacia atrás no está permitido. Esto último hace que la ecuación (4.1) únicamente sea válida mientras un vehículo se mueve o hasta que frene por completo. Una vez detenido un vehículo, éste permanece en su misma posición en todo momento antes de seguir avanzando.

Sea t_{n_b} el tiempo de frenado del vehículo n . Por definición este es el tiempo para el cual la velocidad de un vehículo se anula en la ecuación (4.2), de modo que:

$$t_{n_b} = -\frac{v_{n_0}}{a_n} \quad (4.3)$$

A continuación, se describe la dinámica de frenado que se toma en cuenta para definir las nuevas distancias seguras.

4.1.1. La dinámica de frenado

En este apartado se considera la dinámica de frenado de emergencia que tendrán dos vehículos, un líder y un seguidor, bajo la consideración del peor escenario posible descrito anteriormente. La Tabla 4.1 presenta un resumen de las variables consideradas en el análisis de la dinámica.

Variable		Variable	
M_f	Máxima aceleración del vehículo seguidor.	M_l	Máxima aceleración del vehículo líder.
x_{f_t}	Posición inicial de la defensa delantera del vehículo seguidor en el tiempo t .	x_{l_t}	Posición inicial de la defensa delantera del vehículo conductor en el tiempo t .
v_{f_t}	Velocidad inicial del vehículo seguidor en el tiempo t .	v_{l_t}	Velocidad inicial del vehículo conductor en el tiempo t .
$v_{f_{t+1}}$	Velocidad del vehículo seguidor en el tiempo $t + 1$.	$v_{l_{t+1}}$	Velocidad del vehículo conductor en el tiempo $t + 1$.
a_f	Aceleración normal que puede ser positiva (aceleración), negativa (desaceleración) o cero (mantener velocidad) en tiempo t .	l_l	Longitud del vehículo líder

Tabla 4.1: Resumen de variables consideradas en el análisis de frenado

Sea l el vehículo líder que comienza a frenar con máxima capacidad de desaceleración, definida como M_l , en el primer paso de tiempo t . Su posición x_l , tomando como punto de referencia su defensa delantera, al tiempo $t + 1$ será:

$$x_{l_{t+1}} = x_{l_t} + v_{l_t} - \frac{M_l}{2}, \quad (4.4)$$

donde x_{l_t} es la posición del líder al tiempo t .

Por otro lado, su velocidad v_l al tiempo $t + 1$ estará dada por:

$$v_{l_{t+1}} = v_{l_t} - M_l, \quad (4.5)$$

donde v_{l_t} es la velocidad del líder al tiempo t . Las dos ecuaciones anteriores incluyen explícitamente el valor negativo de la desaceleración M_l .

Sea f el vehículo seguidor, que puede estar acelerando, desacelerando o manteniendo su velocidad al tiempo t . Su posición x_f , definida a partir de su defensa delantera, al tiempo $t + 1$ está descrita por:

$$x_{f_{t+1}} = x_{f_t} + v_{f_t} + \frac{a_f}{2}, \quad (4.6)$$

donde x_{f_t} es su posición al tiempo t y a_f es una variable que representa cualquiera de las tres acciones que el seguidor puede tomar en el primer paso de tiempo t , podrá tomar valores positivo, denotado a_{acc} , para acelerar, negativo, a_{dec} , para desacelerar y cero, a_{keep} , para mantener velocidad, o bien $a_f \in \{a_{acc}, a_{dec}, a_{keep}\}$.

La velocidad v_f del seguidor al tiempo $t + 1$ se define como:

$$v_{f_{t+1}} = v_{f_t} + a_f, \quad (4.7)$$

donde v_{f_t} es la velocidad del seguidor al tiempo t .

En el siguiente paso de tiempo, $t + 2$, ambos vehículos comienzan a frenar con su máxima capacidad de frenado respectiva. A partir de este momento se pueden calcular las posiciones y velocidades de ambos vehículos para cualquier instante de tiempo posterior, $\tau \geq t + 2$, asumiendo que frenan de forma sostenida hasta alcanzar el alto total.

Para el líder tendremos:

$$x_l(\tau) = x_{l_{t+1}} + v_{l_{t+1}}\tau - \frac{M_l}{2}\tau^2 \quad (4.8)$$

$$v_l(\tau) = v_{l_{t+1}} - M_l\tau \quad (4.9)$$

y para el seguidor:

$$x_f(\tau) = x_{f_{t+1}} + v_{f_{t+1}}\tau - \frac{M_f}{2}\tau^2 \quad (4.10)$$

$$v_f(\tau) = v_{f_{t+1}} - M_f\tau, \quad (4.11)$$

donde τ es el tiempo y M_f es la máxima capacidad de aceleración del vehículo seguidor. Nótese que, a partir de éste momento, la dinámica puede ser estudiada usando tiempo continuo por simplicidad.

Por definición el espaciamiento neto entre los vehículos líder y seguidor debe cumplir

$$x_l(t) - x_f(t) - l_l > 0$$

para todo tiempo t , de tal modo que se evitan colisiones. En éste caso l_l es la longitud del vehículo líder.

Sean t_{b_l} y t_{b_f} los tiempos de frenado del líder y el seguidor, respectivamente. Por definición estos tiempos pueden obtenerse igualando la velocidad a cero en las ecuaciones (4.9) y (4.11), obteniendo:

$$t_{b_l} = \frac{v_{l_{t+1}}}{M_l} \quad (4.12)$$

$$t_{b_f} = \frac{v_{f_{t+1}}}{M_f} \quad (4.13)$$

Estos valores están considerados desde $t = t + 1$, es decir, a partir del tiempo de reacción. Los tiempos de frenado se utilizan en las secciones siguientes para determinar las maneras en que dos vehículos pueden chocar cuando su movimiento se describe con MUA.

4.2. Nuevas definiciones para las distancias de seguimiento seguro

Con base en las consideraciones de la sección anterior y a partir de la situación observada en la figura 3.7, se presentan dos escenarios posibles para que ocurra un choque:

1. La colisión ocurre cuando al menos un vehículo está detenido (el líder) y el de atrás (el seguidor) le da alcance, ocurriendo una *colisión con vehículo detenido*. Este tipo de colisión es el que tiene más sentido intuitivo y es el que el modelo LAI considera.
2. El choque ocurre mientras ambos vehículos se mueven, es decir, se tiene una *colisión en movimiento*.

La consideración de dos tipos de colisión es una diferencia crucial con el modelo LAI original, que únicamente toma en cuenta la colisión con vehículo detenido, que es el tipo

de colisión único bajo condiciones de vehículos homogéneos; sin embargo, para vehículos con distintas capacidades de frenado y bajo ciertas condiciones se presentan colisiones en movimiento, como se verá más adelante.

En lo siguiente, se determinan las distancias de seguimiento seguro entre dos vehículos considerando los casos de colisión con vehículo detenido y colisión en movimiento.

4.2.1. Colisión con vehículo detenido

La primera observación que se hace es que al considerar a un vehículo frenando como en las ecuaciones (4.8) a (4.11), la posición presenta un máximo correspondiente a la distancia que recorrió hasta alcanzar el tiempo donde frena por completo (ver figura 4.1), esto es, en t_{b_l} o t_{b_f} de acuerdo a las ecuaciones (4.12) y (4.13). Entonces, si se requiere que el vehículo seguidor evite una colisión con el líder una vez que éste frena por completo es necesario comparar las distancias de frenado de ambos vehículos.

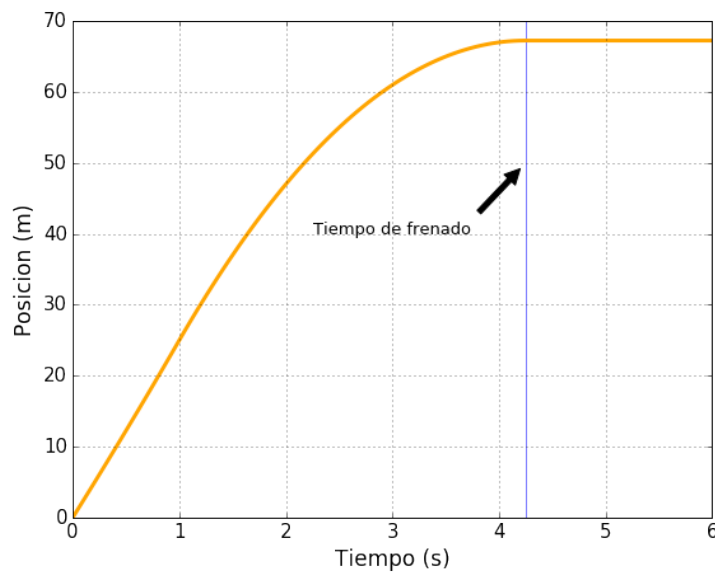


Figura 4.1: Trayectoria virtual de un vehículo en proceso de frenado. Se puede observar que el vehículo recorre cierta distancia antes de alcanzar el alto total poco después de los 4 segundos.

Se define la distancia de frenado, denotada \tilde{x} , como la distancia que recorre un vehículo hasta frenar por completo. Su valor para el líder y el seguidor puede ser obtenido sustituyendo los tiempos de frenado t_{b_l} y t_{b_f} en las ecuaciones (4.8) y (4.10), respectivamente, es decir:

$$\tilde{x}_l = x_{l_{t+1}} + \frac{v_{l_{t+1}}^2}{2M_l} \quad (4.14)$$

$$\tilde{x}_f = x_{f_{t+1}} + \frac{v_{f_{t+1}}^2}{2a_f} \quad (4.15)$$

Para evitar una colisión se debe cumplir que

$$\tilde{x}_l - l_l > \tilde{x}_f \quad (4.16)$$

Sustituyendo \tilde{x}_l y \tilde{x}_f en la ecuación anterior, tenemos:

$$x_{l_{t+1}} + \frac{v_{l_{t+1}}^2}{2M_l} - l_l > x_{f_{t+1}} + \frac{v_{f_{t+1}}^2}{2M_f}$$

Se desea obtener una condición que sea válida a partir del tiempo t por lo que es necesario sustituir los valores respectivos de $x_{l_{t+1}}$, $v_{l_{t+1}}$, $x_{f_{t+1}}$ y $v_{f_{t+1}}$ con los determinados por las ecuaciones (4.4) a (4.7), obteniendo

$$x_{l_t} + v_{l_t} - \frac{M_l}{2} + \frac{(v_{l_t} - M_l)^2}{2M_l} - l_l > x_{f_t} + v_{f_t} + \frac{a_f}{2} + \frac{(v_{f_t} + M_f)^2}{2M_f}.$$

Finalmente, se tiene una condición sobre la distancia relativa de los vehículos para que sea segura:

$$x_{l_t} - x_{f_t} > \left(\frac{(v_{f_t} + M_f)^2}{2M_f} - \frac{(v_{l_t} - M_l)^2}{2M_l} + \frac{(M_l + a_f)}{2} - (v_{l_t} - v_{f_t}) + l_l \right) = D_{det}. \quad (4.17)$$

Bajo esta condición es posible tener tres distancias seguras dependiendo de si el seguidor acelera, mantiene o disminuye su velocidad. Dichas distancias serán la cota mínima para establecer la acción que cada vehículo debe tomar y estarán dadas por:

$$\left(\frac{(v_{f_t} + M_f)^2}{2M_f} - \frac{(v_{l_t} - M_l)^2}{2M_l} + \frac{(M_l + a_{acc})}{2} - (v_{l_t} - v_{f_t}) + l_l \right) = D_{acc}^{det} \quad (4.18)$$

$$\left(\frac{(v_{f_t} + M_f)^2}{2M_f} - \frac{(v_{l_t} - M_l)^2}{2M_l} + \frac{(M_l + a_{keep})}{2} - (v_{l_t} - v_{f_t}) + l_l \right) = D_{keep}^{det} \quad (4.19)$$

$$\left(\frac{(v_{f_t} + M_f)^2}{2M_f} - \frac{(v_{l_t} - M_l)^2}{2M_l} + \frac{(M_l - a_{dec})}{2} - (v_{l_t} - v_{f_t}) + l_l \right) = D_{dec}^{det} \quad (4.20)$$

Estas condiciones funcionan invariablemente al considerar vehículos del mismo tipo. Sin embargo, cuando se toman vehículos heterogéneos, como lo son autos y camiones, es necesario verificar también qué ocurre mientras ambos vehículos se mueven, ya que bajo ciertas condiciones, la condición de seguridad en la ecuación (4.17) puede provocar una colisión, como se verá a continuación.

4.2.2. Colisión en movimiento

En un escenario que incluye vehículos heterogéneos, las condiciones descritas en la sección previa no son suficientes para garantizar que una colisión no ocurre. Esto se debe a que las capacidades de desaceleración de los vehículos líder y seguidor son diferentes. En la Figura 4.2, se despliegan las trayectorias virtuales, descritas bajo MUA, de la defensa trasera del vehículo líder y la defensa delantera del seguidor con la finalidad de mostrar las posiciones relativas de los dos vehículos en el proceso de frenado de emergencia. Como se puede observar, aunque el gap de los dos vehículos es positivo una vez que ambos se detienen, cumpliéndose la condición establecida en (4.17), el gap es negativo mientras los vehículos se mueven, lo que se traduce en una colisión del seguidor con el líder.

Por lo anterior, es necesario tomar en cuenta consideraciones adicionales a la hora de calcular distancias de seguimiento seguro.

Si los vehículos están en movimiento, las siguientes condiciones deben cumplirse para todo tiempo t :

$$\begin{aligned} 0 < t < t_{b_l} \\ 0 < t < t_{b_f} \end{aligned} \tag{4.21}$$

Por otro lado, el gap s al tiempo t está definido como

$$s(t) = x_l(t) - x_f(t) - l_l, \tag{4.22}$$

de modo que para evitar la colisión, se debe librar la mínima distancia de acercamiento entre los vehículos, por lo que se requiere que

$$s(t) > 0 \tag{4.23}$$

para todo t . Como consecuencia es necesario conocer la mínima distancia de acercamiento para encontrar una condición de seguimiento segura, lo cual se puede lograr usando los

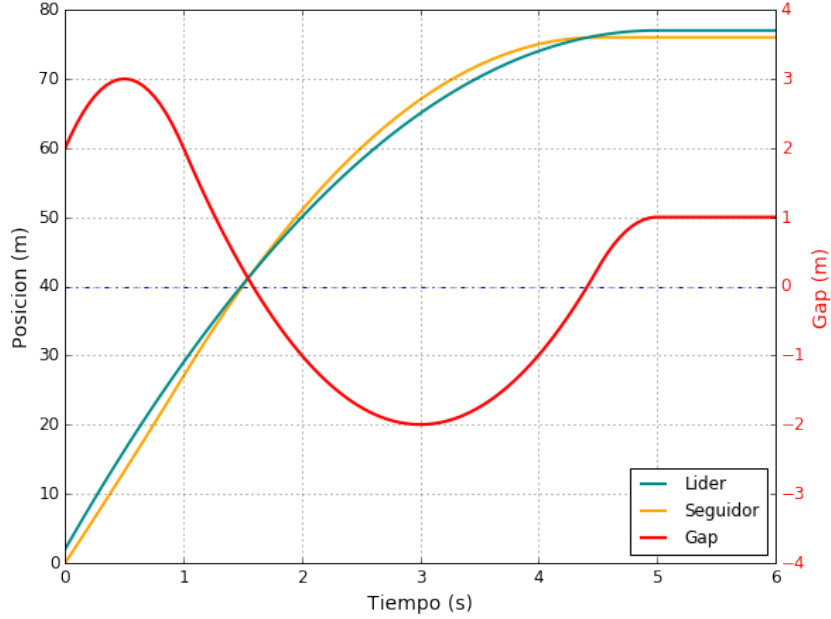


Figura 4.2: Un caso particular obtenido al realizar el análisis de la dinámica en el cual $M_l < M_f$ y el seguidor acelera durante el tiempo de reacción. Se observa que aunque la distancia final de los vehículos cumple con la condición de la ec. (4.17), ocurre lo que correspondería a un choque para tiempos anteriores a los de frenado, esto debido a que el *gap*, dado por $x_l(t) - x_f(t) - l_l$ es menor que cero en una región.

criterios de primera y segunda derivada aplicados a $s(t)$.

Sustituyendo los valores de x_l y x_f en (4.22) se tiene que:

$$s(t) = (x_{l_{t+1}} - x_{f_{t+1}} - l_l) + (v_{l_{t+1}} - v_{f_{t+1}})t - \frac{1}{2}(M_l - M_f)t^2, \quad (4.24)$$

de tal forma que para encontrar un punto extremo, es posible calcular la primera y segunda derivadas del gap, o bien

$$s'(t) = (v_{l_{t+1}} - v_{f_{t+1}}) - (M_l - M_f)t \quad (4.25)$$

$$s''(t) = -(M_l - M_f). \quad (4.26)$$

Igualando a cero la ecuación (4.25) se obtiene un valor crítico para $s(t)$, denotado \tilde{t} y dado por:

$$\tilde{t} = \frac{(v_{l_{t+1}} - v_{f_{t+1}})}{(M_l - M_f)}. \quad (4.27)$$

Por otro lado, la condición que se requiere de que éste valor sea un mínimo restringe

a la segunda derivada a ser positiva en este punto, de modo que $s''(\tilde{t}) > 0$. Obteniendo así una condición sobre las aceleraciones y las velocidades de los vehículos:

$$\begin{aligned} M_l - M_f &< 0 \\ v_l - v_f &< 0 \end{aligned} \quad (4.28)$$

La condición para las velocidades se debe al requerimiento de que los tiempos sean positivos.

Finalmente, la restricción de que este mínimo corresponda a una distancia segura requiere que $s(\tilde{t}) > 0$, esto es

$$s(\tilde{t}) = (x_{l_{t+1}} - x_{f_{t+1}} - l_l) + \frac{(v_{l_{t+1}} - v_{f_{t+1}})^2}{2(M_l - M_f)} > 0. \quad (4.29)$$

Una vez más es necesario expresar los términos a partir de los valores al tiempo t , con lo que se obtiene:

$$\left(x_{l_t} + v_{l_t} - \frac{M_l}{2} - \left(x_{f_t} + v_{f_t} + \frac{a_f}{2} \right) \right) + \frac{(v_{l_t} - M_l - (v_{f_t} + a_f))^2}{2(M_l - M_f)} - l_l > 0.$$

Reordenando los términos encontramos una condición de distancia segura para los vehículos mientras se están moviendo se tiene que:

$$x_{l_t} - x_{f_t} > \left(\frac{M_l + a_f}{2} - \frac{(v_{l_t} - M_l - (v_{f_t} + a_f))^2}{2(M_l - M_f)} - (v_{l_t} - v_{f_t}) + l_l \right) = D_{mov}. \quad (4.30)$$

En esta ecuación se hace clara la razón por la que las colisiones en movimiento no se presenten en condiciones de vehículos homogéneos: si las capacidades de frenado M_l y M_f son iguales, la ecuación (4.30) queda indeterminada (división entre cero). La distancia D_{mov} establece una cota mínima para la distancia de seguridad que debe existir entre dos vehículos heterogéneos para evitar una colisión en movimiento durante el proceso de frenado de emergencia y podrá tomar tres valores distintos, dependiendo de la acción del seguidor, obteniendo:

$$\left(\frac{M_l + a_{acc}}{2} - \frac{(v_{l_t} - M_l - (v_{f_t} + a_{acc}))^2}{2(M_l - M_f)} - (v_{l_t} - v_{f_t}) + l_l \right) = D_{mov}^{acc} \quad (4.31)$$

$$\left(\frac{M_l + a_{keep}}{2} - \frac{(v_{l_t} - M_l - (v_{f_t} + a_{keep}))^2}{2(M_l - M_f)} - (v_{l_t} - v_{f_t}) + l_l \right) = D_{mov}^{keep} \quad (4.32)$$

$$\left(\frac{M_l - a_{dec}}{2} - \frac{(v_{l_t} - M_l - (v_{f_t} - a_{dec}))^2}{2(M_l - M_f)} - (v_{l_t} - v_{f_t}) + l_l \right) = D_{mov}^{dec} \quad (4.33)$$

para acelerar, mantener o disminuir su velocidad, respectivamente.

Es importante recalcar que las condiciones para que ocurra una colisión en movimiento son muy particulares en comparación a las de vehículo detenido; además, cómo ya se vio, este caso únicamente ocurre cuando se tiene tráfico heterogéneo.

Una vez realizado este análisis, es claro que cada uno de los casos de estudio para que ocurra una colisión considerados por el modelo están dados bajo condiciones particulares y excluyentes, de modo que lo único que resta es encontrar un criterio de selección entre ambos casos.

4.2.3. Elección de las distancias de seguimiento seguro

Para establecer las distancias seguras se requiere un criterio para elegir entre D_{det} y D_{mov} , es decir, una forma de separar las condiciones para las cuales ocurre una colisión con vehículo detenido de las que involucran colisión en movimiento. Dicho criterio debe partir de comparar las velocidades y aceleraciones de ambos vehículos.

Se comienza por calcular las distancias seguras para el caso más general D_{det} , usando todas las combinaciones de velocidades en los vehículos líder y seguidor. Para el caso donde $M_l - M_f > 0$ las distancias seguras quedan establecidas directamente ya que no son candidatos a presentar colisión en movimiento de acuerdo al análisis de la sección anterior. Entonces, el caso de estudio se restringe a las velocidades para los casos donde $M_l - M_f < 0$ y $v_l - v_f < 0$, de acuerdo a lo establecido en (4.28), que son los posibles candidatos a que ocurra una colisión en movimiento. Sin embargo, es importante hacer la observación de que las restricciones anteriores no son suficientes para determinar qué caso se debe considerar, ya que no excluye de manera absoluta los casos de colisión con vehículo detenido a menos que se consideren también los tiempos de frenado de los

vehículos.

Una vez caracterizados ambos casos se establece el criterio para elegir entre D_{det} y D_{mov} partiendo del tiempo crítico de la primera derivada.

Sabemos, por el análisis de la sección anterior, que un caso de colisión en movimiento sólo puede ocurrir en un instante de tiempo si se produce un mínimo en el gap, \tilde{t} , y si además éste mínimo ocurre antes de que cualquiera de los vehículos frene, es decir

$$\begin{aligned}\tilde{t} &< t_{b_l} \\ \tilde{t} &< t_{b_f}\end{aligned}$$

donde \tilde{t} toma su valor de la ecuación (4.27) y los tiempos de frenado del líder y el seguidor están determinados por (4.12) y (4.13), respectivamente. En términos de las velocidades y aceleraciones la ecuación anterior puede expresarse como:

$$\begin{aligned}\frac{(v_{l_{t+1}} - v_{f_{t+1}})}{(M_l - M_f)} &< \frac{v_{l_{t+1}}}{M_l} \\ \frac{(v_{l_{t+1}} - v_{f_{t+1}})}{(M_l - M_f)} &< \frac{v_{f_{t+1}}}{M_f}\end{aligned}\tag{4.34}$$

Si se cumplen las condiciones establecidas en la expresión anterior, el riesgo de colisión está en el proceso de frenado y por lo tanto se debe utilizar la distancia segura D_{mov} , en caso contrario se utilizará D_{det} .

Una vez establecido el criterio de selección entre los casos de colisión considerados podemos saber de antemano bajo qué condiciones se produce un tipo de colisión particular. Éste es el primer paso que define al modelo.

4.3. Definición del modelo

En el modelo se toman en cuenta dos tipos de vehículos, carros (C) y camiones (T), los cuales tienen diferentes longitudes, velocidades máximas y capacidades de aceleración/desaceleración. En particular, los camiones son más largos que los carros; además, tienen una velocidad máxima y capacidades de aceleración/desaceleración menores, lo que concuerda con las condiciones reales. Usando estos tipos de vehículos tenemos cuatro combinaciones de seguimiento: carro-carro (CC), camión-carro (TC), camión-camión (TT) y carro-camión (CT), para el líder y seguidor, respectivamente.

La primera parte del modelo es la obtención de distancias seguras. Debido a que los camiones tienen menor capacidad de frenado que los carros, la diferencia de aceleraciones, $M_l - M_f$, para las combinaciones CC, CT y TT es mayor o igual a cero, por lo que estos casos no son candidatos a colisiones en movimiento y las distancias seguras están dadas por D_{det} de acuerdo a la ecuación (4.17). Por otro lado, en el caso TC la diferencia de aceleraciones entre líder y seguidor es negativa, entonces si además se cumple lo establecido en (4.34) existe el riesgo de una colisión en movimiento y el valor del headway mínimo debe determinarse por D_{mov} de la ecuación (4.30). En cualquier otro caso el headway mínimo se determina usando D_{det} .

Las reglas de actualización para los vehículos en un carril siguen la misma lógica que el modelo LAI y se calculan en pasos de tiempo de un segundo. En este caso el vehículo $n + 1$ tendrá el papel de líder y el n de seguidor.

R1: Distancias seguras. Obtener la distancia segura para el vehículo n :

$$\begin{aligned} d_{acc_n} &= d_{acc}(v_n(t), v_{n+1}(t), M_{n+1}, M_n) \\ d_{keep_n} &= d_{keep}(v_n(t), v_{n+1}(t), M_{n+1}, M_n) \\ d_{dec_n} &= d_{dec}(v_n(t), v_{n+1}(t), M_{n+1}, M_n) \end{aligned}$$

garantizando que no existen colisiones entre los vehículos.

R2: Aceleración retardada. Obtener el valor correspondiente al ruido estocástico R_a , basado en la velocidad del vehículo v_n .

$$R_a = \min \left(R_d, R_0 + \frac{v_n(t)(R_d - R_0)}{v_s} \right) \quad (4.35)$$

donde la velocidad v_s es una constante ligeramente mayor que 0.

Al igual que en el modelo original, el parámetro R_a denota la probabilidad de acelerar basado en la velocidad del vehículo.

R3: La actualización de la velocidad de los vehículos a lo largo de la carretera se lleva a cabo al actualizar simultáneamente los sitios de la rejilla de acuerdo a las siguientes reglas:

R3a: Aceleración. Si $d_n(t) \geq d_{acc_n}$, la velocidad del vehículo n es incrementada aleatoriamente en a_n con probabilidad R_a , definida en la ecuación (3.1), i.e.,

$$v_n(t+1) = \begin{cases} \min(v_n(t) + a_n, v_{n_{max}}), & \text{si } randf() \leq R_a \\ v_n(t), & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

donde $randf() \in [0, 1]$ denota un número uniformemente aleatorio específicamente establecido para el vehículo n al tiempo t .

R3b: Desaceleración aleatoria. Si $d_{acc_n} > d_n(t) \geq d_{keep_n}$, la velocidad del vehículo n se decrementa con probabilidad R_s , i.e.,

$$v_n(t+1) = \begin{cases} \min(v_n(t) - a_n, v_{n_{max}}), & \text{si } randf() \leq R_s \\ v_n(t), & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

R3c: Desaceleración. Si $d_{keep_n} > d_n(t) \geq d_{dec_n}$ y $v_n(t) > 0$, la velocidad del vehículo n se reduce en a_n , esto es:

$$v_n(t+1) \rightarrow \max(v_n(t) - a_n, 0)$$

R3d: Desaceleración de emergencia. Si $v_n(t) > 0$ y $d_n(t) < d_{dec_n}(t)$, la velocidad del vehículo n se reduce en M_n , dado que no sea menor que 0:

$$v_n(t+1) \rightarrow \max(v_n(t) - M_n, 0)$$

donde M_n es el máximo decremento de velocidad en un paso de tiempo.

Estas reglas están diseñadas para actualizar la velocidad de los vehículos.

R4: Obtención de la nueva aceleración. Se define el valor de la aceleración, Δv_n , que tomará el vehículo n al siguiente paso de tiempo:

$$\Delta v_n(t+1) = v_n(t+1) - v_n(t)$$

R5: Movimiento de los vehículos. Cada vehículo se mueve hacia adelante de acuerdo a su nueva velocidad y nueva aceleración determinada por las reglas **R3a** - **R3d** y **R4**:

$$x_n(t+1) \rightarrow x_n(t) + v_n(t) + \frac{1}{2}\Delta v_n(t+1)$$

donde $x_n(t)$ y $v_n(t)$ denotan, respectivamente, la posición y la velocidad del vehículo n al tiempo t .

Con esta regla se actualiza la posición de los vehículos.

Las únicas reglas que presentan diferencia con el modelo original son la **R1** y la **R5** que incluyen las nuevas consideraciones de la dinámica en términos de distancias seguras y MUA. La regla **R4** es la única adición al modelo original, y se incluye para actualizar la aceleración de los vehículos con base al MUA. Las nuevas reglas hacen más robusto al modelo al permitir considerar vehículos heterogéneos con diferentes capacidades de aceleración/desaceleración de manera más realista.

Las nuevas distancias de seguimiento seguro quedarán definidas por los valores en las tablas para cada combinación de vehículos en los casos de acelerar, mantener velocidad o desacelerar:

$$d_{acc} = \max(0, \Delta x_{s,acc}) \quad (4.36)$$

$$d_{keep} = \max(0, \Delta x_{s,keep}) \quad (4.37)$$

$$d_{dec} = \max(0, \Delta x_{s,dec}) \quad (4.38)$$

donde:

$$\Delta x_{s,acc} = \begin{cases} \Delta x_{mov,acc}, & \text{si se cumplen (4.28) y (4.34)} \\ \Delta x_{det,acc}, & \text{en caso contrario.} \end{cases}$$

$$\Delta x_{s,keep} = \begin{cases} \Delta x_{mov,keep}, & \text{si se cumplen (4.28) y (4.34)} \\ \Delta x_{det,keep}, & \text{en caso contrario.} \end{cases}$$

$$\Delta x_{s,dec} = \begin{cases} \Delta x_{mov,dec}, & \text{si se cumplen (4.28) y (4.34)} \\ \Delta x_{det,dec}, & \text{en caso contrario.} \end{cases}$$

Las reglas de actualización de cambio de carril permanecen invariantes en el nuevo modelo, de modo que las reglas de actualización para el caso multicarril son las mismas que las descritas en la sección **3.2**, con la única diferencia de aplicar las reglas de actualización de movimiento descritas en éste capítulo.

Una vez establecida la forma del modelo propuesto en el presente trabajo de tesis, se procede a analizarlo y discutir los resultados obtenidos en las simulaciones realizadas.

Capítulo 5

Resultados

En este capítulo se presentan resultados de simulación del modelo propuesto en este trabajo de tesis y expuesto en el capítulo previo, el cual llamaremos LAI-E o modelo propuesto de forma equivalente. Se incluyen dos conjuntos de resultados, el primero corresponde a un circuito cerrado de un carril con vehículos homogéneos, donde se busca evaluar el comportamiento de los vehículos al encontrar un congestionamiento y compararlo con el modelo original, así como explorar las características más importantes del modelo propuesto al variar la densidad de vehículos. El segundo conjunto de resultados explora la dinámica de frenado para vehículos heterogéneos, así como su comportamiento al considerar una vía con un semáforo donde se consideran dos tipos de vehículos, autos y camionetas, para mostrar que el modelo trabaja de manera adecuada cuando se consideran vehículos con capacidades de aceleración diferentes.

5.1. Vehículos homogéneos

En las simulaciones descritas a continuación se utiliza un circuito cerrado con condiciones de frontera periódica, con un tamaño de celda $\Delta x = 1.0$ m y se consideran vehículos de un sólo tipo. Los parámetros utilizados para el modelo se dividen en dos conjuntos y tendrán los valores descritos a continuación, a menos que se establezca de otro modo. El primer conjunto de parámetros corresponde a valores relacionados con los vehículos: longitud, $l = 5$ celdas (5 m), aceleración en condiciones normales, $a = 4$ celdas/ s^2 (4 m/ s^2), aceleración de emergencia, $M = 8$ celdas/ s^2 (8 m/ s^2) y velocidad máxima, $v_{max} = 32$ celdas/s (32 m/s). El segundo corresponde a los parámetros ajustados de acuerdo a observaciones empíricas (Lárraga y Alvarez-Icaza, 2010): veloci-

dad lenta, $v_s = 8$ celdas/s (8 m/s), probabilidad de desaceleración, $R_s = 0.01$ y probabilidades de aceleración, $R_d = 1.0$, $R_0 = 0.8$. Nótese que $R_d = 1.0$ significa que los vehículos con velocidad menor que v_s tendrán que esperar más tiempo antes de poder continuar su viaje (aceleración retardada). El paso de tiempo t siempre es igual a 1 s, de modo que las transiciones siempre son de $t \rightarrow t + 1$.

5.1.1. Distribución inicial uniforme

Una característica muy importante del modelo LAI-E es que fue diseñado para evitar comportamientos de desaceleración poco realistas a nivel microscópico. Por esta razón, el primer análisis se enfoca en explorar estas características y compararlas con el modelo LAI original.

Para el análisis se hicieron simulaciones en un carril tomando en cuenta tráfico homogéneo compuesto por carros en una carretera de 5000 celdas (5 km) con 150 vehículos distribuidos uniformemente al principio de la carretera sin dejar celdas entre ellos, es decir, uno detrás de otro, que conducen hasta el final de la carretera, donde se encuentran con un vehículo detenido. Los valores de los parámetros utilizados para el análisis descrito son iguales en ambos modelos y se utiliza la misma semilla de números aleatorios para generar los mismos números $randf()$ usados en el paso **R3** de ambos modelos, garantizando así la validez de la comparación.

Las gráficas en 5.1 muestran las posiciones y velocidades respectivas de los primeros 50 vehículos de la simulación aproximándose a un vehículo detenido en el km 5, mostrado en color negro. En ambos casos (gráficas a y b) se observa que el tiempo de frenado va aumentando mientras más vehículos se aproximan a la congestión, sin embargo, en las gráficas c y d, se puede observar que las velocidades de frenado para el modelo propuesto tienen la mitad del valor que las del modelo original, con valores de 4 m/s y 8 m/s para los modelos propuesto y original, respectivamente. Por otro lado, dichas gráficas muestran cómo los vehículos bajo el modelo propuesto frenan de manera más suave, donde los vehículos alcanzan a frenar cerca de los 240 segundos, mientras que en el modelo original alcanzan a frenar casi 20 segundos antes. Lo anterior se traduce en una dinámica de frenado más suave, de acuerdo a lo que se observa en la realidad, donde los vehículos cambian su trayectoria de manera suave y se detienen gradualmente al acercarse a un embotellamiento; esto es deseable para tener simulaciones más en línea con la realidad, como se puede ver en los estudios realizados por Bokare y Maurya (2014), Maurya y

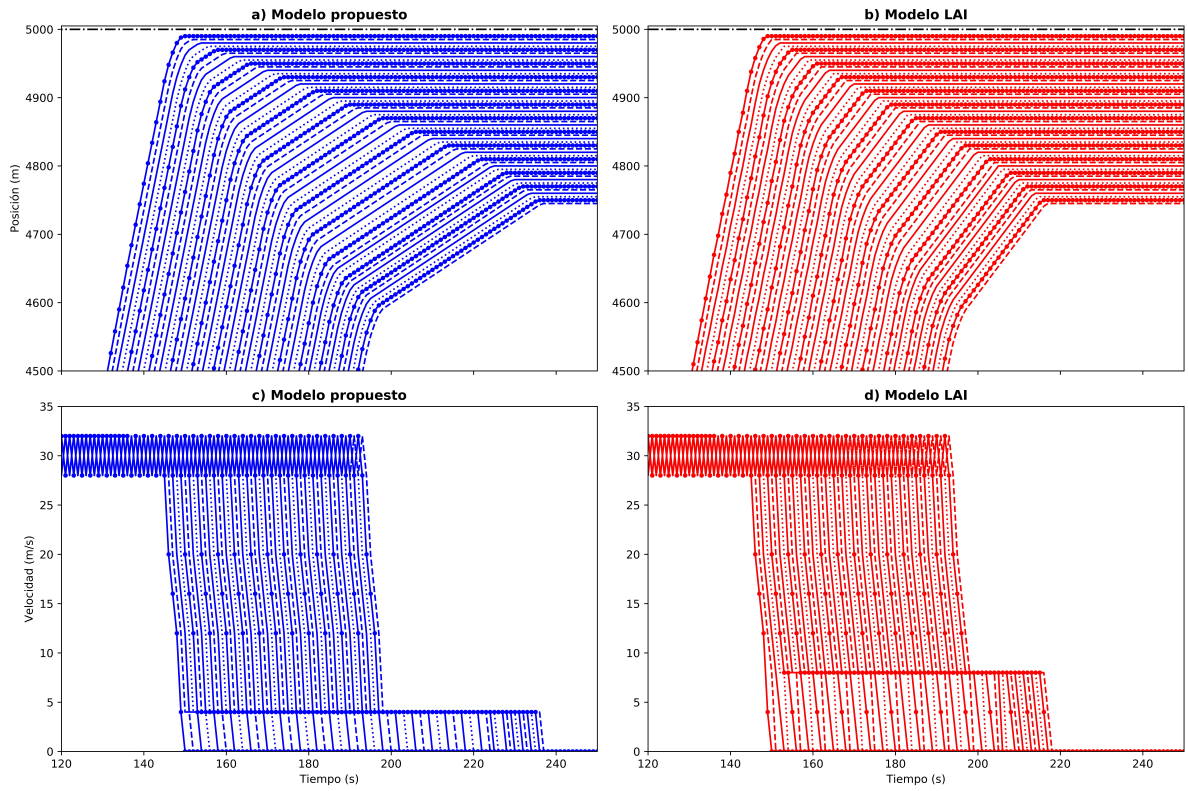


Figura 5.1: Comparación entre las trayectorias de frenado (a y b) y la evolución de velocidades (c y d) para 50 vehículos del modelo propuesto y el modelo LAI.

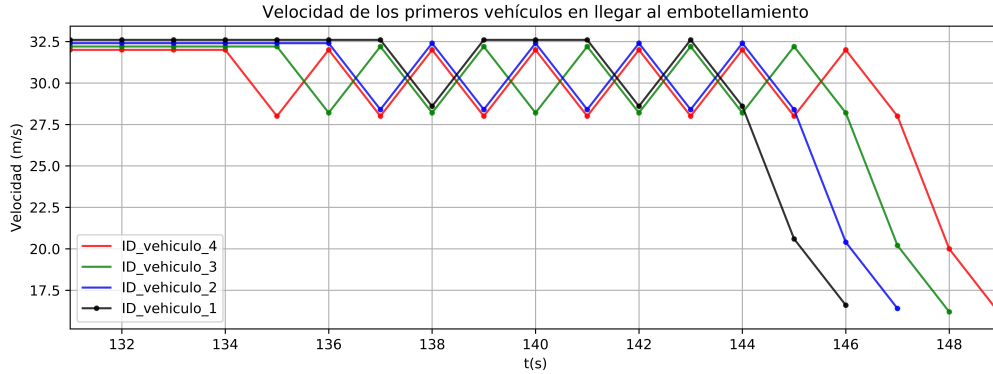


Figura 5.2: Velocidades de los primeros cuatro vehículos en llegar al congestionamiento en el modelo propuesto. Las velocidades mostradas están modificadas ligeramente, por motivos de claridad, para que las líneas no se empalmen.

Bokare (2012).

Por otro lado, en las gráficas a y b de la Figura 5.1 se puede observar que el tiempo de frenado antes de alcanzar el alto total es mayor mientras más tiempo tarda en llegar un vehículo a la congestión, este fenómeno puede estar asociado a una perturbación producida por la condición de desaceleración aleatoria en el paso **R3** del modelo. Dicha perturbación se muestra en la Figura 5.2, donde el primer vehículo en llegar al embotellamiento tiene una desaceleración aleatoria a los segundos 138 y 142 antes de empezar a frenar, esto se propaga al segundo vehículo en llegar que también tiene desaceleraciones aleatorias, y así sucesivamente, lo cual, en términos generales, produce que los vehículos tengan que frenar un poco antes mientras más tardan en llegar al embotellamiento.

5.1.2. Distribución inicial aleatoria

Un segundo análisis se realizó utilizando una carretera con un carril de 50,000 celdas (50 km) en forma de anillo, es decir, cerrada y con bordes periódicos, para evaluar el comportamiento espacio-temporal del modelo bajo distintas condiciones de densidad. El uso de éste sistema simple es muy distinto a una red de carreteras real, sin embargo, su uso está justificado porque se ha demostrado que para una gran variedad de modelos, condiciones de frontera diferentes inducen distintos tipos de estados estacionarios sin cambiar su estructura microscópica (Knope et al., 2004). Por lo tanto, si se intenta reproducir la estructura espacio-temporal a nivel macroscópico, evitar el impacto de las

condiciones de frontera puede ser importante. Si se comparan mediciones a nivel local, un modelo de tráfico apropiado debe ser capaz de reproducir los resultados empíricos usando esta topología de anillo.

Se utilizaron los mismos parámetros descritos al inicio de esta sección para llevar a cabo simulaciones variando la densidad de vehículos desde un valor inicial de 1 hasta un valor final de 200 veh/km en pasos de 2 veh/km, donde el segundo valor está en línea con los datos empíricos para un embotellamiento dada la longitud de un vehículo de $l = 5\text{m}$.

Inicialmente, de acuerdo a la densidad correspondiente, los carros se distribuyen aleatoriamente a lo largo del carril con velocidades iniciales tomando un valor aleatorio discreto entre 0 y v_{max} . Posteriormente, las velocidades de cada vehículo deben ajustarse en los casos donde no se respeten las distancias seguras del modelo. De modo, el modelo esté libre de accidentes desde el primer paso de tiempo. Es claro que bajo las condiciones de frontera consideradas la ocupancia total en la carretera es constante.

Todas las simulaciones realizadas tomaron un tiempo total $T = 67500$ pasos de tiempo. Para analizar los resultados, los primeros 65000 pasos de la simulación se descartan para suavizar los estados transitorios y que el sistema alcance su estado estable. Luego los datos de la simulación se promedian a lo largo de los últimos 2500 pasos de tiempo. Para cada valor de la densidad se realizan 20 simulaciones y los resultados obtenidos se promedian. Adicionalmente a las mediciones locales, los datos de tráfico se registran promediando a lo largo de toda la carretera.

Lo primero que se obtuvo con estas simulaciones fue la relación flujo-densidad (diagrama fundamental) mostrado en la Figura 5.3, para analizarlo y compararlo con el modelo LAI, cuyos resultados ya han sido estudiados comparados con observaciones empíricas (Lárraga y Alvarez-Icaza, 2010). El modelo LAI-E preserva las características empíricas clave aún cuando las distancias seguras y el movimiento se describen bajo MUA. Como puede verse en la Figura 5.3, el flujo máximo promedio obtenido del modelo propuesto, 2236.5 veh/hr, es casi igual al de su similar en LAI, 2266.3 veh/hr, aún cuando existe una diferencia en la forma de calcular las distancias seguras. Además, se puede notar de la Figura 5.3, que la densidad crítica donde se alcanza el flujo máximo (24 veh/km) está movida ligeramente a la izquierda en comparación a la forma que presenta el modelo LAI (25 veh/km). Por otro lado, se observa que el flujo decae más rápidamente en el modelo propuesto, y cerca de los 140 veh/km, la diferencia entre los flujos alcanza un máximo debido a las diferencias en los cálculos de las distancias seguras entre los dos modelos. Estas diferencias son esperadas ya que la implementación de MUA en el modelo LAI-E

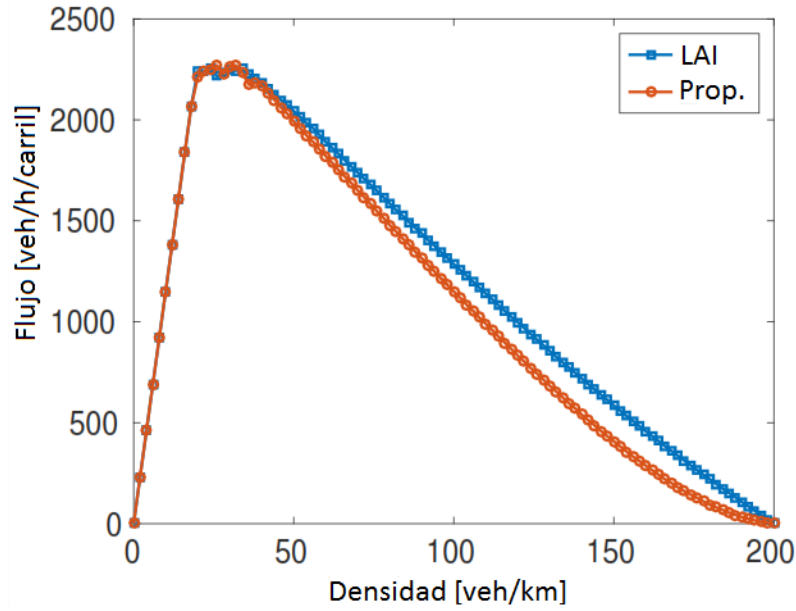


Figura 5.3: Relación flujo-densidad (diagrama fundamental) obtenido del modelo propuesto (rojo) comparado con el diagrama correspondiente al modelo LAI (azul) de un carril

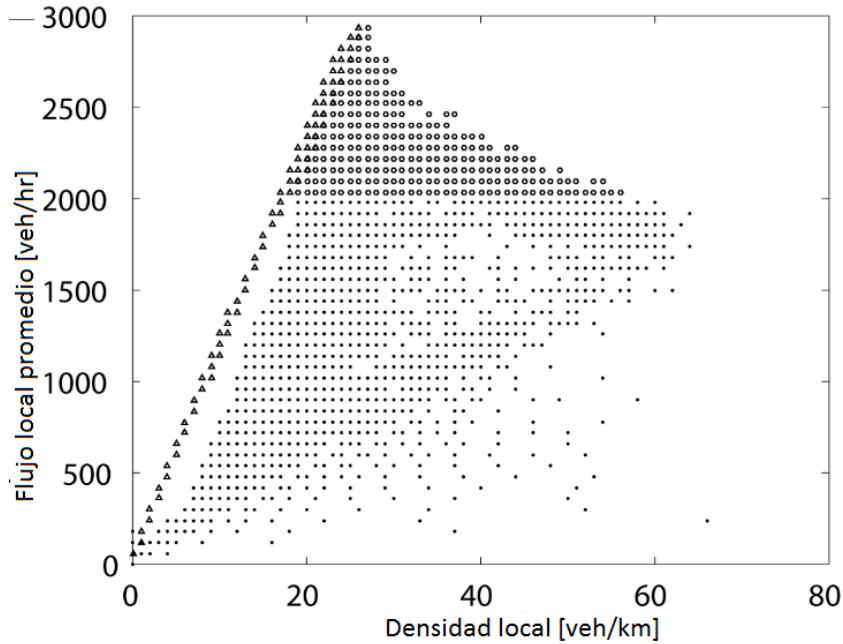


Figura 5.4: Promedio para 1 min. del flujo contra la densidad para el modelo propuesto. Tres estados microscópicos de tráfico pueden observarse de acuerdo a observaciones empíricas: flujo libre (triángulos), tráfico sincronizado (círculos) y embotellamientos (puntos).

requiere mayores distancias de frenado que al considerar MRU, como se considera en el modelo LAI.

La Figura 5.4 muestra el promedio del flujo durante un minuto contra la densidad para el modelo propuesto. Los valores del flujo local, J_{loc} , y la velocidad promedio local, v_{loc} se obtienen colocando un detector virtual en una posición específica de la carretera. J_{loc} es el número de vehículos cruzando dicho detector por paso de tiempo durante 1 min. mientras que v_{loc} es la velocidad promedio de los vehículos atravesando el detector durante dicho periodo. Usando estos valores se puede obtener la densidad local por medio de la relación hidrodinámica $J_{loc} = \rho_{loc} \cdot v_{loc}$, de tal modo que una densidad dada está relacionada a muchos puntos en el diagrama fundamental obtenido. Es importante mencionar que debido a que el detector únicamente mide vehículos en movimiento, la velocidad promedio local en los embotellamientos tiende a estar sobreestimada y por lo tanto la densidad queda subestimada. En particular, las simulaciones del modelo propuesto exhiben tres estados microscópicos de tráfico cualitativamente distintos y que están de acuerdo con resultados empíricos (Kerner, 1999b,a): flujo libre, tráfico sincronizado y congestionamientos. La pendiente positiva de la Figura 5.4 corresponde al flujo libre. Los vehículos en congestionamiento producen los puntos dispersos en la parte de abajo, mientras que los estados sincronizados forman la región 2-dimensional en las densidades locales intermedias del diagrama. En la fase sincronizada, la velocidad promedio de los vehículos se reduce, comparada a la del flujo libre, pero el flujo puede estar en un rango cercano al valor máximo. Además, la región sincronizada presenta gran dispersión, mientras que la rama de congestionamientos amplios se extiende a densidades de hasta 65 veh/km, lo cuál está en sintonía con mediciones reales (~ 70 veh/km (Kerner, 1999b)).

Para identificar más claramente los diferentes tipos de estados de tráfico en el modelo propuesto, se realizaron diagramas espacio-temporales para cada fase, flujo libre, sincronizado y congestionamientos, mostrados en la Figura 5.5(a)-(c), respectivamente. Cada renglón de puntos representa la posición de los mismos vehículos a pasos sucesivos de tiempo (los puntos negros representan vehículos con velocidad $v = 0$). En la Figura 5.5c, correspondiente a la fase de congestionamientos, se pueden observar ondas de paro (*stop and go waves*). De acuerdo a las simulaciones, la velocidad en contraflujo del frente del congestionamiento, una de las llamadas constantes universales del flujo de tráfico vehicular, es 15.9 km/h, muy cercana a observaciones de campo que están alrededor de los 15 km/h (Kerner y Rehborn, 1996). Además, en la Figura 5.5b puede observarse la tendencia de periodicidad en el flujo sincronizado. La Figura 5.6(a)-(c) muestra la dis-

tribución de velocidades para cada una de las ocupancias consideradas correspondientes a la Figura 5.5. Algunas velocidades no están presentes en la distribución debido a la forma discreta de la aceleración; sin embargo, se logra apreciar que para densidades intermedias, la velocidad de los vehículos se ve reducida considerablemente comparada con las velocidades a densidades bajas, aunque todos los vehículos están en movimiento. Este comportamiento muestra claramente la estructura de una fase sincronizada y marca una clara distinción entre el flujo libre y el estado congestionado. Por lo tanto, los puntos correspondientes al área sincronizada en el diagrama fundamental de la Figura 5.4 no se atribuyen a fluctuaciones grandes en los promedios, sino que son consecuencia de la forma de la distribución de espaciamientos y velocidades encontrada en el tráfico y reproducida por el modelo.

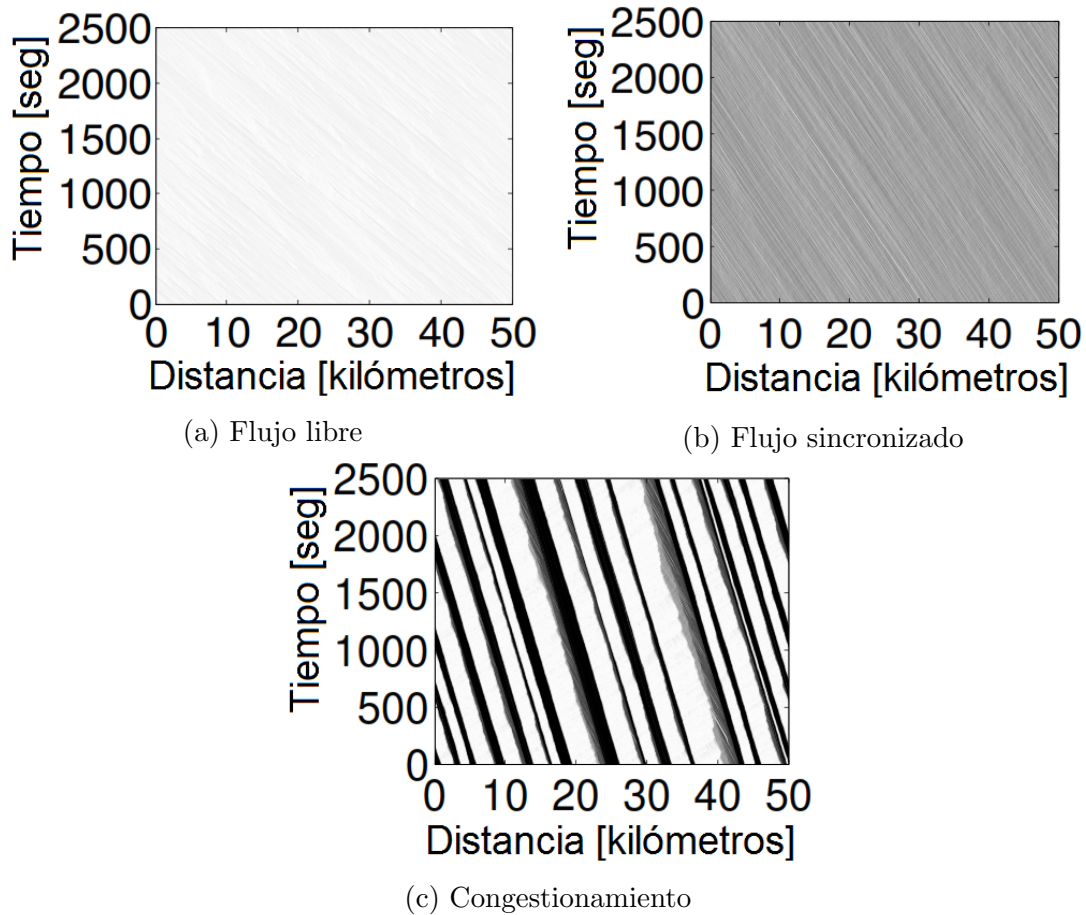


Figura 5.5: Forma espaciotemporal de las diferentes fases de tráfico, (a) libre, (b) sincronizado y (c) congestionado para densidades de 10, 18 y 30 veh/km, respectivamente.

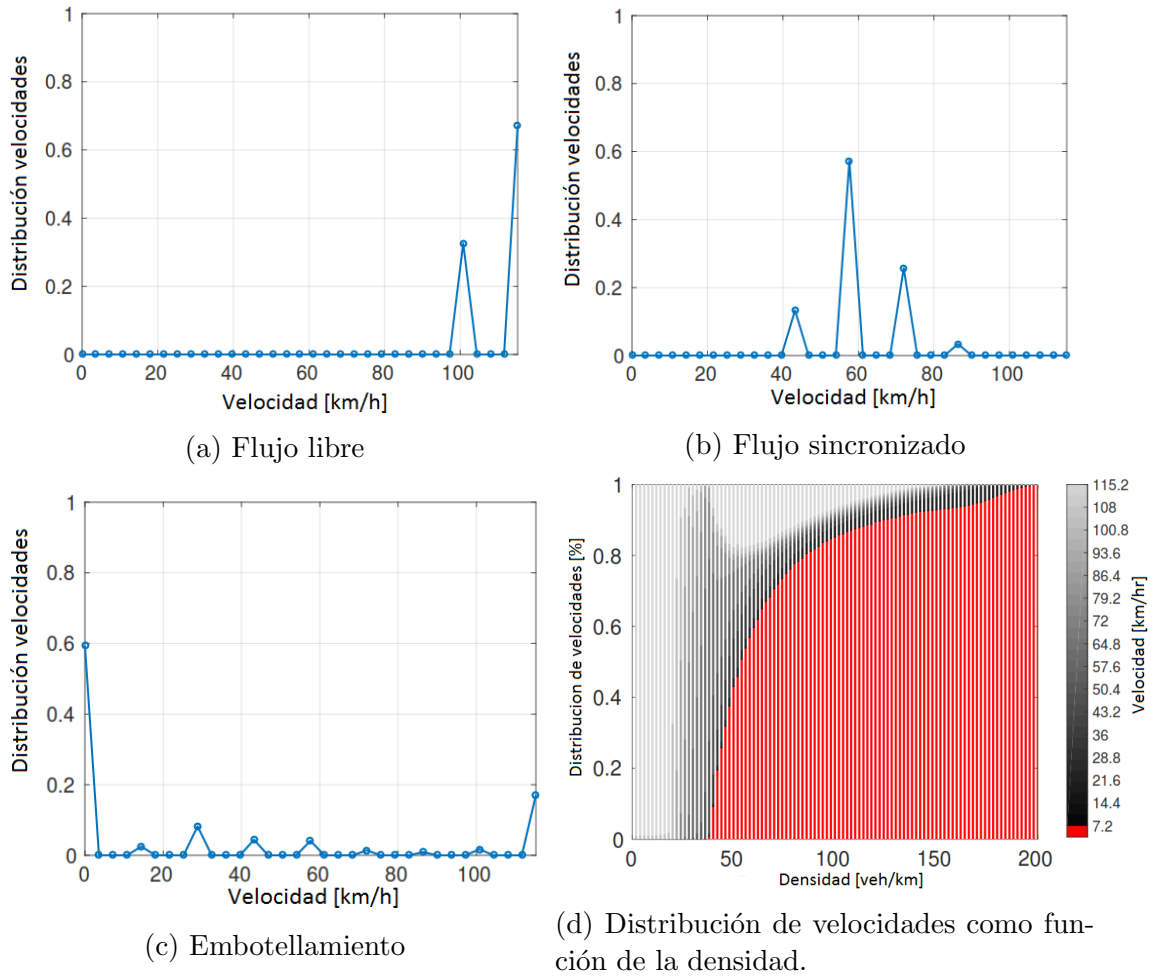


Figura 5.6: Distribución de velocidades para las distintas fases de tráfico, (a) libre, (b) sincronizado y (c) congestionado, con densidades respectivas de 10, 18 y 30 veh/km

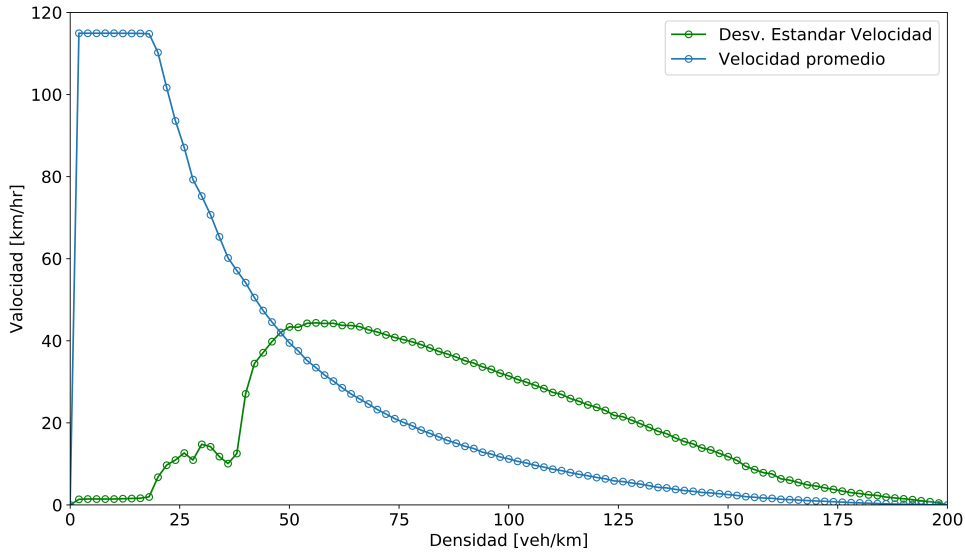


Figura 5.7: Velocidades promedio y desviación estándar de los vehículos en función de la densidad total de vehículos.

Además, para profundizar en el comportamiento del modelo propuesto, en la Figura 5.7 se muestran los promedios de velocidad como función de la densidad para las simulaciones. Se puede observar que por encima de una ocupancia crítica de alrededor de 20 veh/km la velocidad promedio de los vehículos disminuye significativamente. Antes de dicha densidad, el espaciamiento existente entre los vehículos es suficiente para que mantengan sus velocidades cercanas al valor máximo, de modo que el incremento en la ocupancia no afecta su comportamiento. Ésto se hace evidente al visualizar la desviación estándar, que tiene valores muy cercanos a cero dentro de ese rango. Cuando la ocupancia crítica es alcanzada, el espacio libre de la carretera comienza a tender al espacio requerido por las distancias de seguimiento seguro. Como consecuencia, se produce una transición al flujo sincronizado, donde la velocidad promedio de los vehículos se reduce, en comparación al flujo libre, pero el flujo puede tomar valores cercanos al máximo, esto está asociado con que la desviación estándar de los vehículos será mayor. Cuando toda la carretera se satura por los espaciamientos vehiculares de seguridad requeridos, la velocidad de los vehículos disminuye significativamente para evitar colisiones, de modo que la fase de flujo sincronizado se rompe y da paso a las ondas de paro, donde la variabilidad de las velocidades en los vehículos va disminuyendo, lo que se traduce en una disminución de la desviación en las velocidades.

Hasta aquí se ha mostrado que los resultados obtenidos por el modelo propuesto

concuerdan con las observaciones empíricas. En la sección siguiente se comparan las distancias seguras desde un punto de vista microscópico.

5.2. Vehículos heterogéneos

5.2.1. Dinámica de frenado

A lo largo de esta sección se preservan varios parámetros establecidos anteriormente, $\Delta x = 1 \text{ m}$ y $v_{max} = 32 \text{ m/s}$. Sin embargo, se consideran dos tipos de vehículos diferentes, autos y camiones, con capacidades de aceleración y desaceleración máximas diferentes. Como consecuencia, se utilizan dos valores distintos para el frenado de emergencia M , de modo que para un carro se usará $M_C = 8$ y para un camión $M_T = 4$. En el experimento únicamente se toman en cuenta dos vehículos en proceso de frenado durante diez segundos. Se considera que el vehículo seguidor es un carro con velocidad inicial de 30 m/s y el líder es un camión con velocidad inicial de 25 m/s.

Los parámetros estocásticos y la aceleración en condiciones normales no se toman en cuenta para este análisis ya que únicamente se busca analizar el proceso de frenado dadas las condiciones iniciales de posición y velocidad.

Como se mostró en el capítulo anterior, el caso que presenta complicaciones para el modelo LAI es cuando el líder es un camión y el seguidor un carro, por lo que es justo este el caso que se analiza, comparando la forma del gap entre los vehículos para el caso LAI original y el modelo propuesto. La Figura 5.8 muestra las trayectorias de frenado para los dos vehículos considerados tomando como distancia inicial la distancia segura establecida por el modelo LAI. En este caso la distancia segura neta es de 18 m y se puede observar que el espaciamiento se vuelve negativo para una región que corresponde a un choque entre los vehículos. Por otro lado, en la Figura 5.9 se observa que el criterio de distancias seguras del modelo propuesto desplaza la distancia segura hasta 24 m de modo que el espaciamiento nunca es menor que cero, lo que se traduce en que los vehículos viajan sin chocar.

5.2.2. Dinámica de vehículos ante un semáforo

La última simulación consistió en grupos de cuatro vehículos aproximándose a un semáforo en rojo. Los vehículos son autos y camiones intercalados en dos casos: el primero, donde el líder es un camión (T); el segundo con un auto (C) como líder.

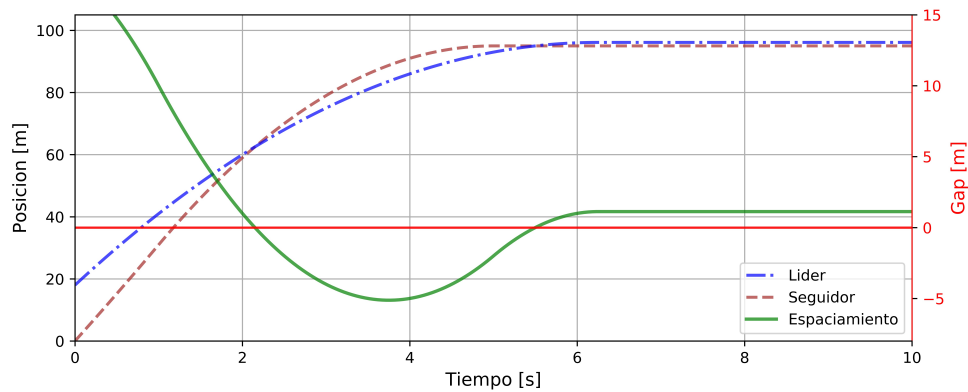


Figura 5.8: Trayectorias simuladas de un camión (líder) y un carro (seguidor) en proceso de frenado para el modelo LAI. En verde se muestra el espaciamento entre los vehículos con respecto al eje derecho, en rojo.

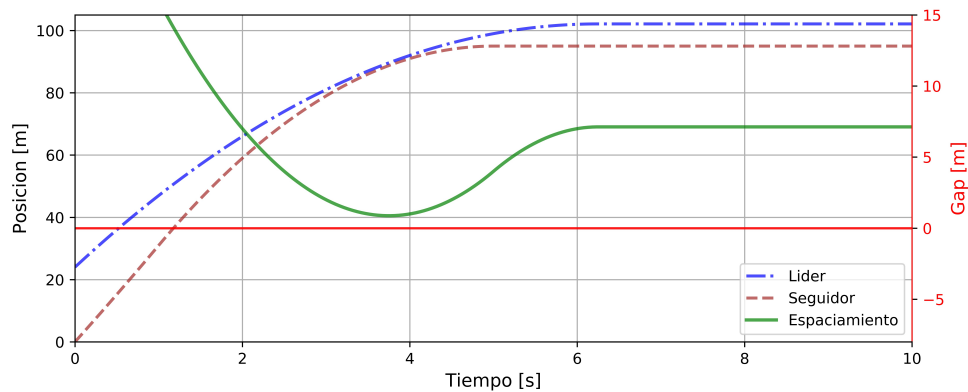


Figura 5.9: Trayectorias simuladas de un camión (líder) y un carro (seguidor) en proceso de frenado para el modelo propuesto. En verde se muestra el espaciamento de los vehículos con respecto al eje derecho, en rojo.

Los resultados se muestran en la Figura 5.10. Cuando el líder es un camión se puede observar que el auto inmediatamente después de él mantiene una distancia segura muy pequeña en comparación al caso contrario, donde el camión debe mantener un margen mayor para poder frenar sin riesgo de colisión. Ésto debido a la mejor capacidad de frenado que presentan los autos. Por otro lado, cuando un camión está delante de una auto domina la dinámica en el sentido de que restringe el movimiento del auto que podría ir más rápido; esto se puede observar en el contraste de la dinámica de aceleración alrededor de $t=0$, así como cuando el semáforo se pone en verde y los vehículos comienzan

a avanzar de nuevo, donde el auto rápidamente se separa de sus seguidores, restringidos por el camión.

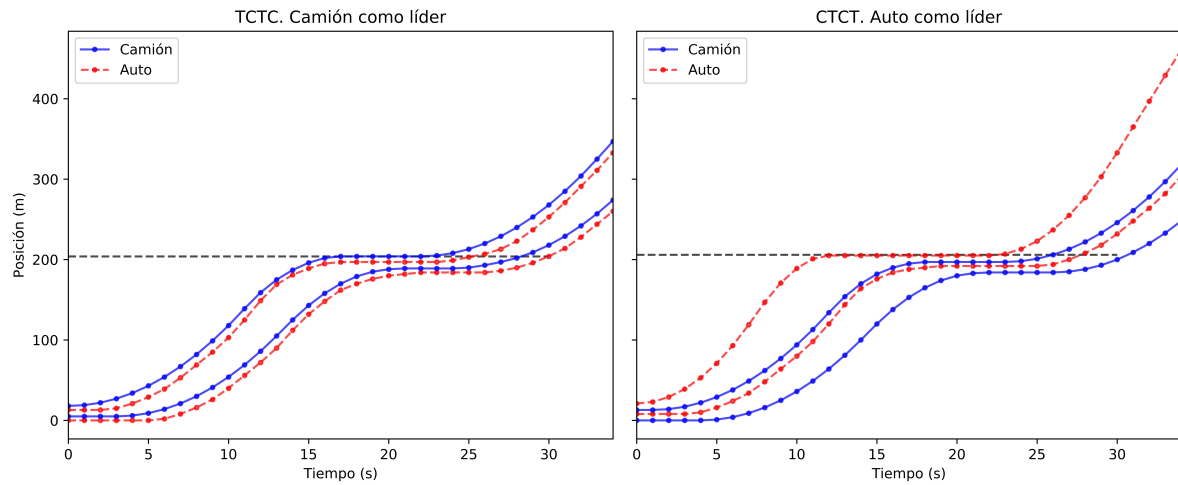


Figura 5.10: Grupos de cuatro vehículos acercándose a un semáforo. Se llevaron a cabo dos experimentos mostrados, el de la izquierda, con un camión como líder; y el de la derecha, con un auto como líder.

Los resultados de las simulaciones mostradas arriba indican que el modelo propuesto evita colisiones, incluso en casos donde el original puede fallar. Además, el modelo propuesto tiene un movimiento vehicular más realista al incluir movimiento uniformemente acelerado. Finalmente, y como una característica muy importante, el modelo propuesto se mantiene sencillo, preservando así una de las características más atractivas de los autómatas celulares.

Conclusiones y trabajo futuro

En este trabajo de tesis se propuso un modelo de AC que modifica el modelo LAI existente para capturar las reacciones de los conductores al tráfico en un modo más realista y manteniendo criterios de seguridad para evitar colisiones. El modelo propuesto implementa el movimiento uniformemente acelerado para describir la dinámica de los vehículos, lo cual impacta directamente los cálculos de las distancias seguras, donde cada vehículo tomará la mejor acción para evitar una colisión dado el comportamiento de sus vecinos. Dicha implementación logra captar de forma más realista el movimiento de los vehículos, suavizando su evolución impulsiva considerada hasta el momento por el modelo LAI original. Además, el modelo propuesto logra lidiar satisfactoriamente con escenarios de colisión entre vehículos heterogéneos, lo que hace que sea adecuado para modelar éste tipo de tráfico.

Los resultados de simulaciones para un camino circular con vehículos homogéneos presentados indican que el modelo propuesto logra reproducir una gran cantidad de observaciones empíricas a nivel macrosópico, así como el proceso de aceleración/desaceleración de un modo apropiado. La reducción del movimiento impulsivo involucra una dinámica más realista en el proceso de frenado. Además, el modelo es capaz de reproducir los tres estados de tráfico de acuerdo al análisis de flujo, densidad y velocidad.

En el caso de vehículos heterogéneos, el modelo propuesto evita colisiones en un escenario donde el vehículo líder tiene una capacidad de desaceleración menor que el seguidor (un camión seguido de un auto), donde el modelo original falla.

Además de esto, el modelo LAI-E incluye parámetros que pueden adaptarse de acuerdo al tipo de vehículo (auto, camión, autobús, etc.), por ejemplo, la máxima capacidad de frenado puede ajustarse sin la necesidad de cambiar el modelo. Otros parámetros que pueden ser ajustados son las magnitudes de aceleración y desaceleración. Finalmente, comparado con otros posibles mecanismos de flujo sincronizado, el modelo propuesto es más sencillo. Con la posibilidad de incluir tablas de búsqueda de valores precalculados,

el costo computacional no aumenta y el conjunto de reglas hace posible que el proceso se pueda paralelizar en un modo directo. Preservando esta característica importante de los modelos de AC.

Como trabajo posterior será necesario extender este modelo a n -carriles para observar fenómenos empíricos sobre uso de carril, tasa de cambio de carril y efectos de cambio de carril, como los cambios *ping-pong*. Otro trabajo interesante será agregar una rampa de incorporación usando el nuevo modelo para observar transiciones de fase desde tráfico congestionado a sincronizado o a flujo libre. También es necesario evaluar el impacto en la dinámica del flujo de tráfico usando diferentes capacidades de desaceleración con distintos vehículos.

Finalmente, el modelo LAI-E preserva la simplicidad computacional manteniendo aritmética entera y haciendo un uso eficiente de los algoritmos. Además, el conjunto de reglas del modelo hace posible hacer cálculos en paralelo de modo sencillo. Por lo tanto, el modelo propuesto es buen candidato para la simulación de tráfico en tiempo real.

Bibliografía

- Albantakis, L. y Tononi, G. (2015). The intrinsic cause-effect power of discrete dynamical systems—from elementary cellular automata to adapting animats. *Entropy*, 17(8):5472–5502.
- Alvarez, L. y Horowitz, R. (1999). Safe platooning in automated highway systems part i: Safety regions design. *Vehicle System Dynamics*, 32(1):23–55.
- Bandini, S., Mauri, G., y Serra, R. (2001). Cellular automata: From a theoretical parallel computational model to its application to complex systems. *Parallel Computing*, 27(5):539–553.
- Bando, M., Hasebe, K., Nakayama, A., Shibata, A., y Sugiyama, Y. (1994). Structure stability of congestion in traffic dynamics. *Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics*, 11(2):203–223.
- Barlovic, R., Santen, L., Schadschneider, A., y Schreckenberg, M. (1997). Metastable states in ca models for traffic flow. *European Physical Journal B*.
- Bham, G. H. (2003). Comparison of characteristics and computational performance: Car-following versus cellular automata models. *Urbana*, 51:61801.
- Bham, G. H. y Benekohal, R. F. (2004). A high fidelity traffic simulation model based on cellular automata and car-following concepts. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 12(1):1–32.
- Bokare, P. S. y Maurya, A. K. (2014). *Acceleration-Deceleration Behaviour of Various Vehicle Types*. PhD thesis, RSR Rungta College of Engineering and Technology.
- Broucke, M. y Varaiya, P. (1996). A theory of traffic flow in automated highway systems. *Transportation research Part C: emerging technologies*, 4(4):181–210.

- Carbaugh, J., Godbole, D., y Sengupta, R. (1997). Tools for safety analysis of vehicle automation systems. *Proceedings of the 1997 American Control Conference.*, 3:2041–2045.
- Cattaneo, G., Formenti, E., Margara, L., y Mauri, G. (1999). On the dynamical behavior of chaotic cellular automata. *Theoretical Computer Science*, 217(1):31–51.
- Chandler, R. E., Herman, R., y Montroll, E. W. (1958). Traffic dynamics: studies in car following. *Operations research*, 6(2):165–184.
- Chowdhury, D., Santen, L., y Schadschneider, A. (2000). Statistical physics of vehicular traffic and some related systems. *Physics Reports*, 329(4):199–329.
- Chowdhury, D., Wolf, D. E., y Schreckenberg, M. (1997). Particle hopping models for two-lane traffic with two kinds of vehicles: Effects of lane-changing rules. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 235(3):417–439.
- D’amico, M., Manzini, G., y Margara, L. (2003). On computing the entropy of cellular automata. *Theoretical Computer Science*, 290(3):1629–1646.
- Gipps, P. G. (1986). A model for the structure of lane-changing decisions. *Transportation Research Part B: Methodological*, 20(5):403–414.
- Gupta, A. K. y Redhu, P. (2014). Analyses of the driver’s anticipation effect in a new lattice hydrodynamic traffic flow model with passing. *Nonlinear Dynamics*, 76(2):1001–1011.
- Gutowitz, H. (1991). *Cellular automata: theory and experiment*. MIT press.
- Guzmán, H., Larraga, M. E., y Alvarez-Icaza, L. (2015). A two lanes cellular automata model for traffic flow considering realistic driving decisions. *Journal of Cellular Automata*, 10:65–93.
- Guzmán, H. A. (2012). Un modelo realista para el tráfico vehicular heterogéneo basado en el paradigma de autómatas celulares. Tesis para obtener el grado de maestro en ciencia e ingeniería de la computación, Posgrado de Ingeniería, UNAM.
- Hämäläinen, A. (2006). *Studies of traffic situations using cellular automata*. Helsinki University of Technology.

- Helbing, D. (2001). Traffic and related self-driven many-particle systems. *Reviews of modern physics*, 73(4):1067–1141.
- Helbing, D. y Huberman, B. A. (1998). Coherent moving states in highway traffic. *Nature*, 396(6713):738–740.
- Helbing, D. y Schreckenberg, M. (1999). Cellular automata simulating experimental properties of traffic flow. *Physical review E*, 59(3):R2505–R2508.
- Helbing, D. y Treiber, M. (1998). Gas-kinetic-based traffic model explaining observed hysteretic phase transition. *Physical Review Letters*, 81(14):3042–3045.
- Hernández, L., Martín, A., y Rodríguez, G. (2002). Aplicaciones de los autómatas celulares a la generación de bits. *SeMA Journal: Boletín de la Sociedad Española de Matemática Aplicada*, (21):65–88.
- Hoekstra, A., Kroc, J., y Sloot, P. (2010). *Simulating Complex Systems by Cellular Automata*. Springer, Berlin, Heidelberg.
- Hoogendoorn, S. y Knoop, V. (2012). *Traffic flow theory and modelling*. Edward Elgar Publishing Limited.
- Hoogendoorn, S. P. y Bovy, P. H. (2001). State-of-the-art of vehicular traffic flow modelling. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, 215(4):283–303.
- Hu, Y., Li, M., Liu, H., Guo, X., Wang, X., y Li, T. (2016). City traffic forecasting using taxi gps data: A coarse-grained cellular automata model. *arXiv preprint arXiv:1612.02540*.
- INRIX (2016). Global traffic scorecard. <http://inrix.com/scorecard/>. Revisado: 2017-09-12.
- Itami, R. M. (1994). Simulating spatial dynamics: cellular automata theory. *Landscape and urban planning*, 30(1-2):27–47.
- Kerner, B. S. (1999a). Congested traffic flow: Observations and theory. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, (1678):160–167.
- Kerner, B. S. (1999b). The physics of traffic. *Physics World*, 12(8):25–30.

- Kerner, B. S. (2004). *The Physics of Traffic*. Springer, New York, Berlin.
- Kerner, B. S. (2009). *Introduction to modern traffic flow theory and control: the long road to three-phase traffic theory*. Springer Science & Business Media.
- Kerner, B. S., Klenov, S. L., y Wolf, D. E. (2002). Cellular automata approach to three-phase traffic theory. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 35(47):9971–10026.
- Kerner, B. S. y Rehborn, H. (1996). Experimental properties of complexity in traffic flow. *Physical Review E*, 53(5):R4275–R4278.
- Kesting, A. y Treiber, M. (2013). *Traffic flow dynamics: data, models and simulation*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Knospe, W., Santen, L., Schadschneider, A., y Schreckenberg, M. (1999). Disorder effects in cellular automata for two-lane traffic. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 265(3):614–633.
- Knospe, W., Santen, L., Schadschneider, A., y Schreckenberg, M. (2004). Empirical test for cellular automaton models of traffic flow. *Physical Review E*, 70(1):016115.
- Krauss, S., Wagner, P., y Gawron, C. (1997). Metastable states in a microscopic model of traffic flow. *Physical Review E*, 55(5):5597–5602.
- Lan, L. W., Chiou, Y.-C., Lin, Z.-S., y Hsu, C.-C. (2009). A refined cellular automaton model to rectify impractical vehicular movement behavior. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 388(18):3917–3930.
- Lárraga, M. y Alvarez-Icaza, L. (2010). Cellular automaton model for traffic flow based on safe driving policies and human reactions. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 389(23):5425–5438.
- Lárraga, M., Del Rio, J., y Alvarez-Lcaza, L. (2005). Cellular automata for one-lane traffic flow modeling. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 13(1):63–74.
- Lárraga, M. E., del Río, J. A., y Schadschneider, A. (2004). New kind of phase separation in a ca traffic model with anticipation. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 37(12):3769–3781.

- Leduc, G. (2008). Road Traffic Data: Collection Methods and Applications. Technical report, Joint Research Centre, Institute for Prospective Technological Studies.
- Lee, H. K., Barlovic, R., Schreckenberg, M., y Kim, D. (2004). Mechanical restriction versus human overreaction triggering congested traffic states. *Physical Review Letters*, 92(23):238702.
- Li, X., Li, X., Xiao, Y., y Jia, B. (2016). Modeling mechanical restriction differences between car and heavy truck in two-lane cellular automata traffic flow model. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 451:49–62.
- Li, X.-G., Jia, B., Gao, Z.-Y., y Jiang, R. (2006). A realistic two-lane cellular automata traffic model considering aggressive lane-changing behavior of fast vehicle. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 367:479–486.
- Lighthill, M. J. y Whitham, G. B. (1955). On kinematic waves. ii. a theory of traffic flow on long crowded roads. 229(1178):317–345.
- Lippi, M., Bertini, M., y Frasconi, P. (2013). Short-term traffic flow forecasting: An experimental comparison of time-series analysis and supervised learning. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 14(2):871–882.
- Lv, Y., Duan, Y., Kang, W., Li, Z., y Wang, F.-Y. (2015). Traffic flow prediction with big data: a deep learning approach. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 16(2):865–873.
- Maerivoet, S. y De Moor, B. (2005). Cellular automata models of road traffic. *Physics Reports*, 419(1):1–64.
- Magrath, M. (2013). 2013 volkswagen jetta gli: Track tested. <https://www.edmunds.com/car-reviews/track-tests/2013-volkswagen-jetta-gli-track-tested.html>. Revisado: 2017-10-07.
- Mallikarjuna, C. y Rao, K. R. (2009). Cellular automata model for heterogeneous traffic. *Journal of Advanced Transportation*, 43(3):321–345.
- Maurya, A. K. y Bokare, P. S. (2012). Study of deceleration behaviour of different vehicle types. *International Journal for Traffic and Transport Engineering*, 2(3):253–270.

- Nagatani, T. (2002). The physics of traffic jams. *Reports on progress in physics*, 65(9):1331–1386.
- Nagel, K. (1995). *High-speed microsimulations of traffic flow*. PhD thesis, Ph. D. thesis, University of Cologne.
- Nagel, K. (1998). From particle hopping models to traffic flow theory. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, (1644):1–9.
- Nagel, K. y Schreckenberg, M. (1992). A cellular automaton model for freeway traffic. *Journal de physique I*, 2(12):2221–2229.
- Park, J., Li, D., Murphey, Y. L., Kristinsson, J., McGee, R., Kuang, M., y Phillips, T. (2011). Real time vehicle speed prediction using a neural network traffic model. In *Neural Networks (IJCNN), The 2011 International Joint Conference on*, pages 2991–2996. IEEE.
- Paaveri-Fontana, S. (1975). On boltzmann-like treatments for traffic flow: a critical review of the basic model and an alternative proposal for dilute traffic analysis. *Transportation Research*, 9(4):225–235.
- PAYNE, H. (1971). Models of freeway traffic and control. *Mathematical Models of Public Systems, Simulation Council*, 1:51–61.
- Piccoli, B. y Tosin, A. (2012). Vehicular traffic: A review of continuum mathematical models. In *Mathematics of Complexity and Dynamical Systems*, pages 1748–1770. Springer.
- Pipes, L. A. (1953). An operational analysis of traffic dynamics. *Journal of applied physics*, 24(3):274–281.
- Prigogine, I. y Andrews, F. C. (1960). A boltzmann-like approach for traffic flow. *Operations Research*, 8(6):789–797.
- Richards, P. I. (1956). Shock waves on the highway. *Operations research*, 4(1):42–51.
- Schadschneider, A., Chowdhury, D., y Nishinari, K. (2010). *Stochastic transport in complex systems: from molecules to vehicles*. Elsevier.

- Schiff, J. L. (2011). *Cellular automata: a discrete view of the world*, volume 45. John Wiley & Sons.
- Schönfisch, B. y de Roos, A. (1999). Synchronous and asynchronous updating in cellular automata. *BioSystems*, 51(3):123–143.
- Schönhof, M. y Helbing, D. (2009). Criticism of three-phase traffic theory. *Transportation Research Part B: Methodological*, 43(7):784–797.
- Shang, H.-Y. y Peng, Y. (2012). A new three-step cellular automaton model considering a realistic driving decision. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, 2012(10):P10001.
- Street, N. (2006). Timecontours: Using isochrone visualisation to describe transport network travel cost. *Final Report, Jun*, 14.
- Sugiyama, Y., Fukui, M., Kikuchi, M., Hasebe, K., Nakayama, A., Nishinari, K., Tadaki, S.-i., y Yukawa, S. (2008). Traffic jams without bottlenecks—experimental evidence for the physical mechanism of the formation of a jam. *New Journal of Physics*, 10(3):033001.
- Tian, J., Li, G., Treiber, M., Jiang, R., Jia, N., y Ma, S. (2016). Cellular automaton model simulating spatiotemporal patterns, phase transitions and concave growth pattern of oscillations in traffic flow. *Transportation Research Part B: Methodological*, 93:560–575.
- Toffoli, T. y Margolus, N. (1987). *Cellular automata machines: a new environment for modeling*. MIT press.
- Treiber, M., Hennecke, A., y Helbing, D. (2000). Congested traffic states in empirical observations and microscopic simulations. *Physical Review E*, 62(2):1805.
- Treiber, M. y Kesting, A. (2013). *Traffic flow dynamics: data, models and simulation*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Treiber, M., Kesting, A., y Helbing, D. (2010). Three-phase traffic theory and two-phase models with a fundamental diagram in the light of empirical stylized facts. *Transportation Research Part B: Methodological*, 44(8):983–1000.
- Treiterer, J. (1975). Ohio state technical report no. *PB*, 246:094.

- Ulam, S. (1962). On some mathematical problems connected with patterns of growth of figures. *American Mathematical Society, Providence*, 14:215–224.
- Von Neumann, J. (1966). *Theory of Self-Reproducing Automata*. University of Illinois Press.
- Whitham, G. B. (2011). *Linear and nonlinear waves*, volume 42. John Wiley & Sons.
- Wolfram, S. (1983). Statistical mechanics of cellular automata. *Reviews of Modern Physics*, 55(3):601–644.
- Wolfram, S. (1984a). Cellular automata as models of complexity. *Nature*, 311(5985):419–424.
- Wolfram, S. (1984b). Universality and complexity in cellular automata. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 10(1):1–35.
- Wolfram, S. et al. (1986). *Theory and applications of cellular automata*, volume 1. World scientific Singapore.
- Yukawa, S. y Kikuchi, M. (1995). Coupled-map modeling of one-dimensional traffic flow. *Journal of the Physical Society of Japan*, 64(1):35–38.
- Zhu, H., Ge, H., Dong, L., y Dai, S. (2007). A modified nasch model with density-dependent randomization for traffic flow. *The European Physical Journal B*, 57(1):103–108.