



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

---

FACULTAD DE INGENIERÍA

MODULACIÓN DE RAYOS CÓSMICOS Y SU  
RELACIÓN CON EL ALBEDO SOLAR DE  
RAYOS-GAMMA.

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

**Ingeniero Geofísico**

PRESENTA:

**Dante Hernández Ruiz**

DIRECTORA DE TESIS:

Dra. Olivia Lizeth Enríquez Rivera

Ciudad de México, 2018





Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



*Dedicado a  
Matteo Gael  
cuya fe en mi me abrió las puertas del Infinito*



# Agradecimientos

En el poco tiempo que he vivido sobre este planeta como Dante Hernández Ruiz, el viento de mis decisiones y los vórtices del destino me han llevado a tratar con gente maravillosa, de quienes he aprendido mucho, pero no lo suficiente como para creer que no pueden aportar más a mi pequeña mente inmadura e inexperta. Entre todas las líneas de vida con las que se ha intersectado mi línea espacio-temporal, se encuentran algunas que se han enlazado (o a las que me he enlazado) de tal suerte que siempre formarán parte de mí. Se que a veces las palabras no alcanzan para expresar que el apoyo que se me ha brindado tiene un valor incalculable para mí.

En primer lugar, agradezco a Matteo Gael, quien ha sido la persona que más me ha apoyado y quien vio en mí una luz que valía la pena mantener viva. Sin sus sacrificios ni su comprensión, mi espíritu hubiera perecido en tiempos otrora ominosos.

A mi madre, Claudia Ruiz, le deseo que esas ganas de explorar el mundo y la mente humana no se apaguen, y le agradezco todo lo que hizo por mí aún cuando no podía.

A mi tía Mayra Ruiz y mi tío Miguel Huerta, que me trataron como a un hijo suyo y me tendieron la mano cuando otro me dio la espalda. Siempre estaré en deuda con ellos.

A mis amigas Leonarda Esquivel, María Mendoza, Yoali Cano, Jesica Pelcastre y a mi amigo Manuel Aguilar (Lou Fie's) con quienes pasé tiempos memorables, que han servido tanto para mi desarrollo académico como para mi desarrollo personal. Y aunque se que lo que fue ya no volverá a ser, atesoro en lo más profundo de mí ser todo lo que viví con ellos.

A mi asesora la Dra. Olivia Enríquez, que no solo me asesoró en el planteamiento y en la culminación de este trabajo escrito, sino que me dio valiosos consejos para mi desarrollo personal y con quien aprendí una valiosa lección que me permitirá desarrollar todo mi potencial: no basta con hacer el “mejor esfuerzo”, hay que hacer lo que se debe hacer.

A mis sinodales Rogelio Caballero y Alejandro Lara, quienes dieron su tiempo para corregirme y verificar mi avance, así como también para asesorarme una y otra vez sobre aquello que no entendía.

Hago una mención especial al ingeniero Juan Monter, pues el me brindó oportunidades únicas en los momentos en los que más necesité de ellas.

Por último, pero no menos importante, agradezco a todas aquellas almas que me han brindado su apoyo en algún momento de mi vida, a aquellas que de niño velaron por mi bienestar; a aquellas que buscaron mi supervivencia cuando la oscuridad me engullía y que hoy representan un nuevo amanecer; y a aquellas que actualmente me imponen retos que me permiten cumplir mis sueños.

# Índice general

Resumen . . . . .	VII
Abstract . . . . .	IX
Glosario . . . . .	XI
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2. Los rayos cósmicos en la heliósfera</b>	<b>3</b>
2.1. Los rayos cósmicos . . . . .	3
2.1.1. Espectro de energía y composición de los RC . . . . .	5
2.1.2. Posibles fuentes de RC y procesos de aceleración . . . . .	7
2.2. El Sol y la heliósfera . . . . .	7
2.2.1. Estructura del Sol . . . . .	8
2.2.2. La actividad del Sol . . . . .	10
2.2.3. El Viento Solar y el Campo Magnético Interplanetario . . . . .	11
<b>3. Modulación solar</b>	<b>15</b>
3.1. Procesos físicos de modulación . . . . .	15
3.2. Variaciones en la radiación cósmica . . . . .	19
3.3. Simulación de la modulación . . . . .	22
3.3.1. Función de distribución . . . . .	22
3.3.2. Espectro Interestelar Local . . . . .	24
3.3.3. Ecuación de Transporte . . . . .	25
3.3.4. La Ecuación de Difusión . . . . .	28
3.3.5. Solución Campo de Fuerza . . . . .	29
3.3.6. Solución Convección-Difusión . . . . .	30



3.3.7. Solución numérica en 1-D . . . . .	32
<b>4. Modelo actual del albedo solar de rayos-<math>\gamma</math></b>	<b>35</b>
4.1. Transporte y absorción de rayos cósmicos . . . . .	36
4.2. Producción de rayos- $\gamma$ . . . . .	39
4.3. Discrepancias entre el modelo actual y las observaciones . . . . .	42
<b>5. Espectro de RC a tres radios solares</b>	<b>45</b>
5.1. Solución de la Ecuación de Difusión . . . . .	47
5.2. Solución Campo de Fuerza . . . . .	51
5.3. Solución Convección-Difusión . . . . .	53
5.4. Solución numérica en 1-D . . . . .	53
<b>6. Discusión y conclusiones</b>	<b>57</b>
<b>Referencias</b>	<b>65</b>
<b>A. Código fuente para las soluciones a la ETRC</b>	<b>69</b>

# Resumen

El Sol es el ente astrofísico más cercano a la Tierra del cual se registran emisiones en rayos- $\gamma$ . En general se distinguen tres componentes de emisión de rayos- $\gamma$  solares: a) emisiones durante ráfagas solares; b) emisiones debido a interacciones hadrónicas, también llamadas albedo solar de rayos- $\gamma$ , que constituyen las emisiones del disco solar; y c) emisiones debido a interacciones leptónicas por efecto Compton inverso<sup>1</sup>, que constituyen las emisiones del halo solar. El albedo solar de rayos- $\gamma$  no se ha comprendido del todo. Si bien, con los instrumentos actuales es posible identificar entre cada una de las componentes de radiación  $\gamma$ , aún no se comprende por qué el albedo de rayos- $\gamma$  observado por el telescopio Fermi-LAT, es casi un orden de magnitud mayor al predicho por el único modelo teórico del albedo solar de rayos- $\gamma$  desarrollado hasta la fecha. Esta tesis explora la posibilidad de tener una mejora de dicho modelo correspondiente al transporte de rayos cósmicos desde la heliopausa hasta las proximidades del Sol, que resulta en un espectro de rayos cósmicos que producen el albedo. Para ello se han utilizado distintas soluciones aproximadas de la Ecuación de Transporte de Rayos Cósmicos (ETRC), un Espectro Interestelar Local desarrollado por Vos y Potgieter (2015); así como también se ha propuesto el uso de un nuevo coeficiente de difusión. Los resultados muestran que la subestimación del albedo solar de rayos- $\gamma$  puede explicarse por el uso de suposiciones inadecuadas en la solución de la ETRC, ya que el espectro de rayos cósmicos cerca del Sol obtenido en este trabajo es mucho mayor al obtenido con el modelo teórico actual.

---

<sup>1</sup>En el efecto Compton inverso un electrón libre interacciona con un fotón. El primero cede energía al segundo, por lo que el fotón disminuye su longitud de onda, transformándose en radiación  $\gamma$ .



# Abstract

The Sun is the closest astrophysical entity to the Earth, from which  $\gamma$ -ray emissions are recorded. In general, three solar  $\gamma$ -ray emission components are distinguished: a) emissions during solar flares; b) emissions due to hadronic interactions, which are also called solar albedo  $\gamma$ -ray, and it constitutes the solar disc emissions; and c) emissions due to leptonic interactions by inverse Compton effect<sup>2</sup>, which constitutes the solar halo emissions. The solar albedo  $\gamma$ -ray has not been well understood. While with the current instruments it is possible to identify each  $\gamma$  radiation component, it is not understood why the solar albedo  $\gamma$ -ray observed by the Fermi-LAT telescope, is an order of magnitude higher than the predicted by the only theoretical model about solar albedo  $\gamma$ -ray developed to date. This thesis explores the possibility to get a better model corresponding to the cosmic ray transport from the heliopause to the Sun's proximities, which results in a cosmic ray spectrum that produces the albedo. To do that, different approximated solutions to the Cosmic Ray Transport Equation (ETRC) and a Local Interstellar Spectrum developed by Vos and Potgieter (2015) haven been used, as well as a new diffusion coefficient has been proposed. The results shows that the solar albedo  $\gamma$ -ray underestimation can be due to inadequate assumptions in the ETRC solution, as the cosmic ray spectrum near the Sun obtained in this work is much greater than the obtained from the current model.

---

<sup>2</sup>In the inverse Compton effect a free electron interacts with a photon. The former gives energy to the latter, so that the photon decreases it's wavelength, becoming into  $\gamma$  radiation.



# Glosario

1. **Albedo.** Dada una superficie y una cantidad de radiación electromagnética incidente sobre ella, el albedo corresponde a la fracción de dicha radiación que es reflejada por la superficie.
2. **Albedo solar de rayos- $\gamma$ .** Se refiere a la cantidad de radiación  $\gamma$  que emite el Sol como resultado de chubascos atmosféricos en el disco solar. Aunque el concepto de albedo implica la existencia de una superficie reflectora, en este caso se hace referencia al campo magnético del Sol que refleja una porción de los rayos cósmicos incidentes para que estos, al interactuar con la atmósfera del Sol, produzcan rayos- $\gamma$  en la dirección de los rayos cósmicos reflejados.
3. **Chubasco atmosférico.** También conocidos como cascadas atmosféricas, se producen cuando los rayos cósmicos interactúan con las partículas de la atmósfera de algún cuerpo celeste, dando paso a la producción de partículas como piones, muones y electrones, así como también rayos- $\gamma$ .
4. **Coefficiente de difusión.** Variable en la cual se parametrizan los efectos de difusión y derivas por gradiente de un campo magnético para explicar el transporte de partículas por el CMI.
5. **Ecuación de Transporte de Rayos Cósmicos (ETRC).** Es la ecuación que explica el transporte de rayos cósmicos en la heliósfera, considerando los efectos de convección, difusión, derivas por gradiente y desaceleración adiabática, que experimentan las partículas en su viaje por el medio interplanetario.
6. **Electrón-Volt (eV).** Es una unidad de energía, definida como la energía que necesaria para mover un electrón entre dos puntos que se encuentran a una diferencia de potencial de 1 Volt. Expresado en Joules se tienen  $1eV = 1.602 \times 10^{-19} J$ .
7. **Fotón.** Partícula fundamental responsable de las interacciones electromagnéticas de la materia, por lo que se clasifica como un bosón según el Modelo Estándar de física de partículas. No tiene carga

eléctrica ni masa. Según la dualidad onda-partícula del fotón, la energía de este corresponderá a la frecuencia de una onda electromagnética.

8. **Heliósfera.** Región del universo que se encuentra bajo la influencia del Sol, que tiene un radio aproximado de 122 veces la distancia entre el Sol y la Tierra.
9. **Modulación solar de rayos cósmicos.** Superposición de procesos que sufren los rayos cósmicos, que implica la modulación en frecuencia y potencia del espectro de rayos cósmicos.
10. **Parámetro de Campo de Fuerza ( $\phi$ ).** Variable en la cual se parametrizan los procesos de convección y difusión de los rayos cósmicos, considerando el movimiento del marco de referencia en el coeficiente de Compton-Getting, y que puede verse como la pérdida de energía de los rayos cósmicos en su viaje por la heliósfera.
11. **Rayos cósmicos.** Partículas cargadas provenientes del espacio exterior.
12. **Rayos o radiación  $\gamma$ .** Ondas electromagnéticas con longitudes de onda de  $10^{-10}\text{m}$ , correspondiente a frecuencias del orden de  $10^{18}$  Hz. Los fotones de radiación  $\gamma$  tienen energía de al menos 10 keV. Los rayos- $\gamma$  pueden ser emitidos por interacciones entre núcleos atómicos con velocidades relativistas (cerca de la de la luz), por aniquilación de materia con antimateria, por decaimiento radiactivo o por la aceleración de partículas cargadas en donde se encuentran el efecto Compton inverso, la radiación de sincrotrón y el efecto bremsstrahlung (electrones relativistas son frenados, lo que causa que su energía cinética sea emitida en un fotón de alta energía).
13. **Rigidez (magnética).** Magnitud física que mide la facilidad con la cual el movimiento de una partícula cargada es afectado por el campo magnético en el que se mueve. Se mide en Volts y se define como  $P \equiv p/q$ , donde  $P$  es la rigidez magnética,  $p$  el momento de la partícula y  $q$  su carga eléctrica.
14. **Unidad Astronómica.** Distancia promedio entre la Tierra y el Sol, equivalente a  $10^{11}\text{m}$ .

# Capítulo 1

## Introducción

A lo largo del siglo XX se ha podido desarrollar la rama de la astrofísica correspondiente al estudio de rayos cósmicos, gracias a la creación de instrumentos cada vez más sensibles con los cuales se han podido verificar algunas teorías y dismantelar o modificar otras. Así, en este proceso de escalar una teoría tras otra para impulsar la ciencia, se han logrado develar grandes misterios sobre la física de partículas y la estructura del Sol (y del universo). Algo como lo descrito con anterioridad sucede con la teoría del *albedo solar de rayos- $\gamma$* . Este albedo es la radiación  $\gamma$  que proviene del Sol y que es producida en las interacciones nucleares entre los rayos cósmicos y la atmósfera solar.

En 1991, fue desarrollado un modelo teórico por Seckel et al., (1991, de aquí en adelante será S91) para predecir el flujo de esta radiación solar, pero en ese entonces se carecía de los instrumentos necesarios para poder medir tal flujo. En 2008 llegó el momento de la verdad: fue puesto en órbita el telescopio de rayos- $\gamma$  Fermi-LAT, instrumento con el cual se descubrieron discrepancias de las observaciones de casi un orden de magnitud por encima de las predicciones del modelo (Abdo et al., 2011).

En esta tesis propongo que el modelo S91 se puede aproximar más a las observaciones de Fermi-LAT, si se utiliza un espectro de protones con mayor flujo, lo cual físicamente es factible. Para ello, primero calculo el flujo de rayos cósmicos protónicos que llegan a la atmósfera solar según S91. Después comparo dicho flujo con el obtenido mediante 3 distintas aproximaciones a la solución de la Ecuación de Transporte de Rayos Cósmicos (ETRC).

Con tales aproximaciones he podido comprobar que el flujo de protones es mayor al que produce el albedo de rayos- $\gamma$  estimado por S91. Lo anterior es importante, pues si aumenta el flujo de protones, se incrementa la probabilidad de que haya chubascos atmosféricos en el Sol y por lo tanto, se incrementa



el albedo solar de rayos- $\gamma$  y se tiene la oportunidad de empatar las predicciones con las observaciones. Además, el flujo de protones calculado en esta tesis puede servir como datos de entrada para evaluar la producción de rayos- $\gamma$  utilizando la paquetería de simulaciones Montecarlo *CORSIKA* de Heck et al., (2011) y determinar si el modelo de S91 requiere de más modificaciones.

El entendimiento del albedo solar de rayos- $\gamma$  es de gran importancia para distintas áreas de la ciencia: si se comprende tal albedo, quiere decir que se entienden bien los procesos de modulación solar, así como la estructura del Sol, tanto de su atmósfera como de su campo magnético y su actividad. Además, en el campo de la física teórica, el estudio de rayos- $\gamma$  del espacio exterior es muy importante: un exceso de rayos- $\gamma$  podría indicar que se trata de *materia oscura* aniquilándose, evidenciando la existencia de ese tipo de materia. Los candidatos más probables para la materia oscura son partículas que complementan el *Modelo Estándar* de la física de partículas y que son predichas por el marco teórico de lo que se conoce como *Supersimetría*. Para terminar con los alcances del estudio del albedo de rayos- $\gamma$ , solo hace falta mencionar que la Supersimetría es necesaria en la existencia de la controvertida *Teoría de Cuerdas* que, de ser correcta, sería la Teoría del TODO.

En México, actualmente se encuentra operativo uno de los instrumentos más novedosos para la detección de rayos- $\gamma$ : el Observatorio Cherenkov de Agua a Gran Altura (HAWC, por sus siglas en inglés), que es el único de su tipo en el mundo. Una de las mayores ventajas de HAWC, es que es sensible a la radiación  $\gamma$  en rangos de energía que los telescopios espaciales no pueden detectar, lo que representa una gran oportunidad para probar modelos teóricos sobre el flujo de rayos- $\gamma$  de diferentes entes astrofísicos y en especial del albedo solar de rayos- $\gamma$ .

La tesis se encuentra dividida de la siguiente manera: en el Capítulo 2 expondré las características de los rayos cósmicos, las fuentes que los producen y su espectro de energía, así como las características más relevantes del Sol y su actividad. En el Capítulo 3 explico la modulación solar, que es la forma en que el Sol “defiende” sus dominios de los de rayos cósmicos, así como las aproximaciones que se tienen para simularla. Introduciré en el Capítulo 4 una breve explicación del modelo del albedo solar de rayos- $\gamma$  que fue la inspiración para esta tesis. Los últimos dos capítulos son el clímax de este trabajo, pues en el Capítulo 5 es donde pongo a prueba cada una de las aproximaciones de simulación, mientras que el Capítulo 6 se discute cual de ellas es recomendable utilizar como parte del modelo del albedo de rayos- $\gamma$ , además hago observaciones al respecto del modelo actual.

## Capítulo 2

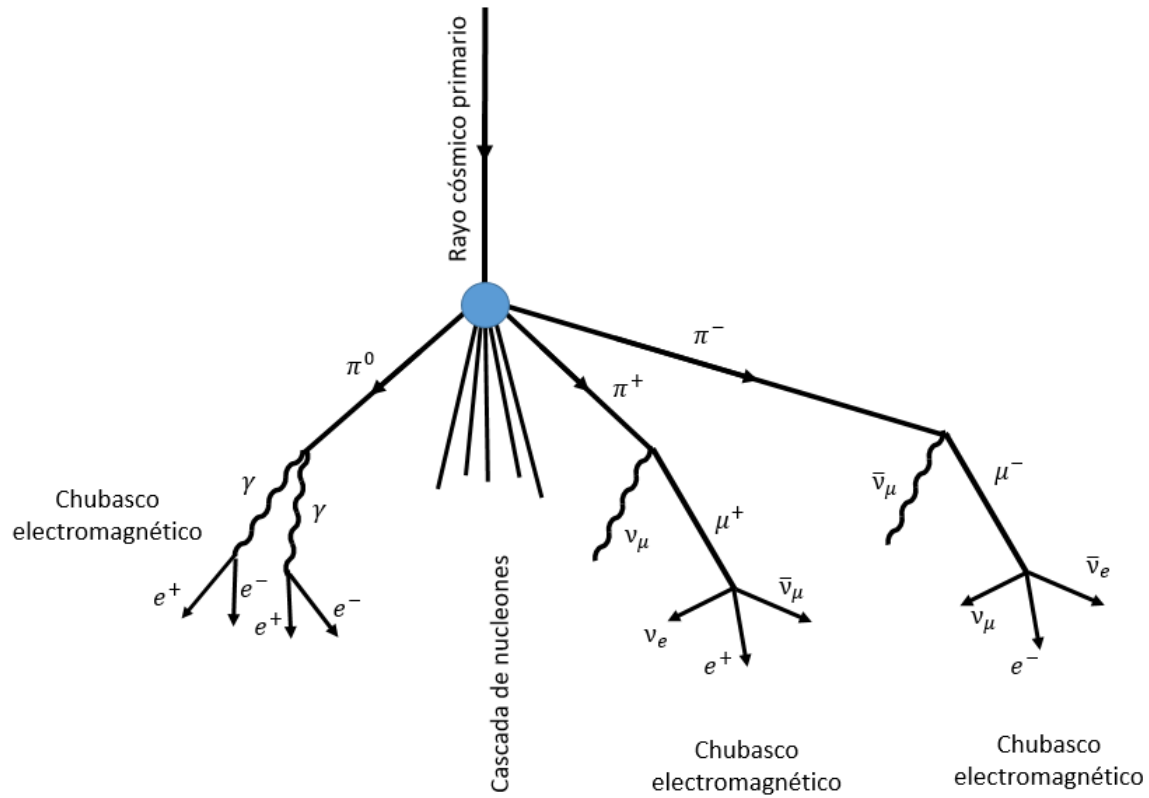
# Los rayos cósmicos en la heliósfera

### 2.1. Los rayos cósmicos

Anclados a la Tierra por acción de la gravedad, los seres humanos pocas veces han podido llegar a presenciar la bastedad del universo en carne propia, no obstante se conoce más de lo que existe fuera de la Tierra que de lo que existe (o puede suceder) en la mente humana. Sin ojos tan potentes para ver más allá de las nubes, ni alas para volar a los confines del universo, ¿cómo es que se sabe qué pasa tan lejos de nosotros? De todas direcciones los rayos cósmicos (RC) viajan por el universo desde la fuente que los ha generado hasta que algún obstáculo los detiene, o hasta que su vida cómo cualquier tipo de partícula termina por decaer y transformarse en otra partícula. En algunos casos, los RC se tropiezan con la pequeña burbuja en la que se encuentra el Sistema Solar, y así como las personas no olvidamos de dónde venimos, los RC traen información de sus orígenes.

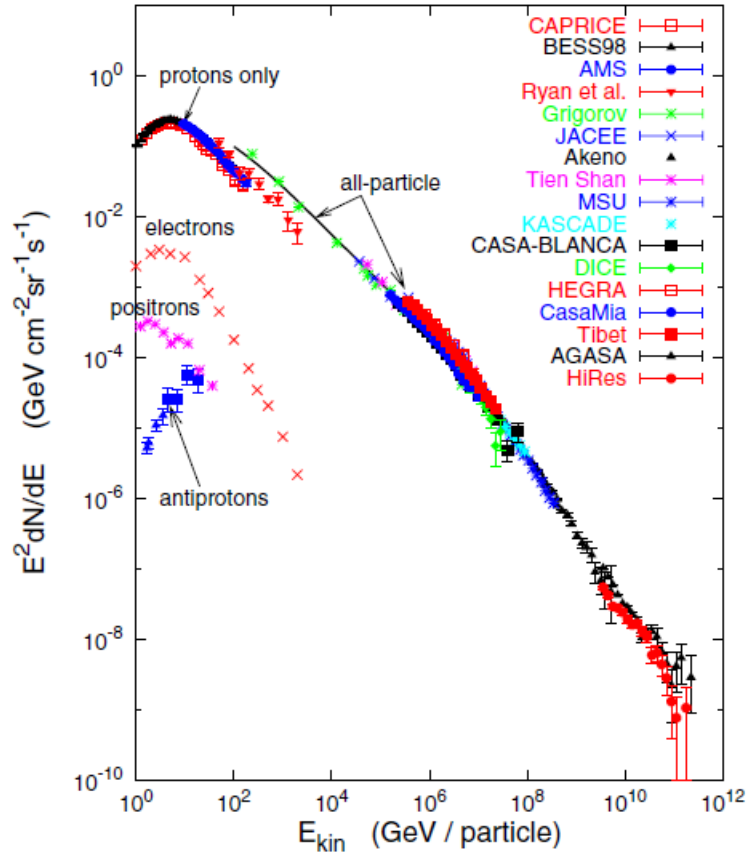
Fue el físico austriaco Victor Francis Hess quien entre 1911 y 1913 descubrió que la radiación ionizante en la atmósfera provenía del espacio exterior, es decir, había descubierto los RC. Pero fue el físico norteamericano Robert Andrews Millikan quien en los años 20 le puso nombre a dicha radiación ionizante, llamándola *rayos cósmicos*. Los RC son partículas subatómicas, con carga eléctrica y con velocidades muy cercanas a la de la luz, que provienen del espacio exterior, tanto del vecindario estelar al que pertenece el sistema solar, como de los lugares más lejanos de la Vía Láctea e incluso de otras galaxias.

El estudio de la radiación cósmica, comenzado desde los inicios del siglo XX, ha permitido a los científicos formular distintas hipótesis sobre los procesos que tienen la capacidad de generar RC con un espectro de energía característico y así conocer de manera indirecta los eventos que tienen lugar en el



**Figura 2.1:** Desarrollo de un chubasco atmosf3rico. Se observa que de las interacciones nucleares entre los RC y la materia, hay liberaci3n de energ3a electromagn3tica y producci3n de nuevas part3culas, entre las cuales se encuentran los piones ( $\pi$ ) y muones ( $\mu$ ), cuya vida media es de poco m3s de  $2 \mu s$  para el mu3n, y a3n m3s corta la del pi3n.

universo. Adem3s, fue gracias al estudio de las interacciones entre los RC y la atm3sfera que se dio inicio al estudio de la f3sica de part3culas de altas energ3as, pues estas interacciones dan lugar a lo que se conoce como chubascos atmosf3ricos que son una cascada de part3culas y radiaci3n electromagn3tica, an3logos a los chubascos producidos en los aceleradores de part3culas, pero mucho m3s energ3ticos. Del estudio de los chubascos atmosf3ricos se pueden distinguir RC primarios, cuyo origen son eventos astrof3sicos energ3ticos; y RC secundarios que son el producto de reacciones nucleares de los primarios, ya fuera al chocar contra la materia o al decaer. En la figura 2.1 se muestra el desarrollo de un chubasco atmosf3rico.



**Figura 2.2:** Espectro de rayos cósmicos a 1 UA. (Tomado de Gaisser 2006).

### 2.1.1. Espectro de energía y composición de los RC

Del total de los RC que pululan por el espacio, entre el 97 y 98 % son núcleos atómicos mientras que el resto son electrones y positrones. Además, la información proporcionada por diferentes sondas y satélites revela que la mayor parte de los núcleos son hidrógeno, con entre 86 y 87 % del total, las partículas alfa representan entre el 12 y 13 % y menos del 2 % corresponde a núcleos más pesados. Dicha composición en el espectro de RC se conserva desde unos cuantos cientos de MeV de energía por nucleón hasta más de  $10^{10}$  GeV, (Smart y Shea, 1985). En la figura 2.2 se presenta el espectro de RC detectado por diferentes observatorios en la Tierra, es decir, a 1 UA<sup>1</sup>. Es necesario decir que el espectro se comporta como una ley de potencias de la energía cinética  $dN(E)/dE\alpha E^{-\gamma}$ , donde  $\gamma \sim 2.7$  y presenta dos cambios de pendiente. En las bajas energías (por debajo de los 100 GeV) se aprecian los efectos de la modulación solar, fenómeno

<sup>1</sup>Una Unidad Astronómica (UA) es la distancia entre la Tierra y el Sol, equivalente a  $1.5 \times 10^{11}m$

que será explicado en el Capítulo 3. El primer cambio de pendiente se conoce como “rodilla” (en inglés knee), situada alrededor de  $3 \times 10^6$  GeV's con  $\gamma \sim 3.0$ , mientras que el segundo cambio se denomina “tobillo” (ankle) con  $\gamma \sim 3.1$  y aparece cerca de los  $2 \times 10^8$  GeV's. Se cree que dichos cambios de pendiente se deben a las fuentes de los RC. Mientras los RC antes de la rodilla tiene origen solar y galáctico, después de la rodilla son extragalácticos y después del tobillo encontramos RC de supernovas y de otros eventos ultra energéticos, probablemente desconocidos hasta ahora.

Debe mencionarse que los RC provienen de distintas fuentes, entre las cuales se encuentran el Sol, supernovas, pulsares y otros eventos energéticos del universo. De lo anterior se desprende la siguiente clasificación de RC:

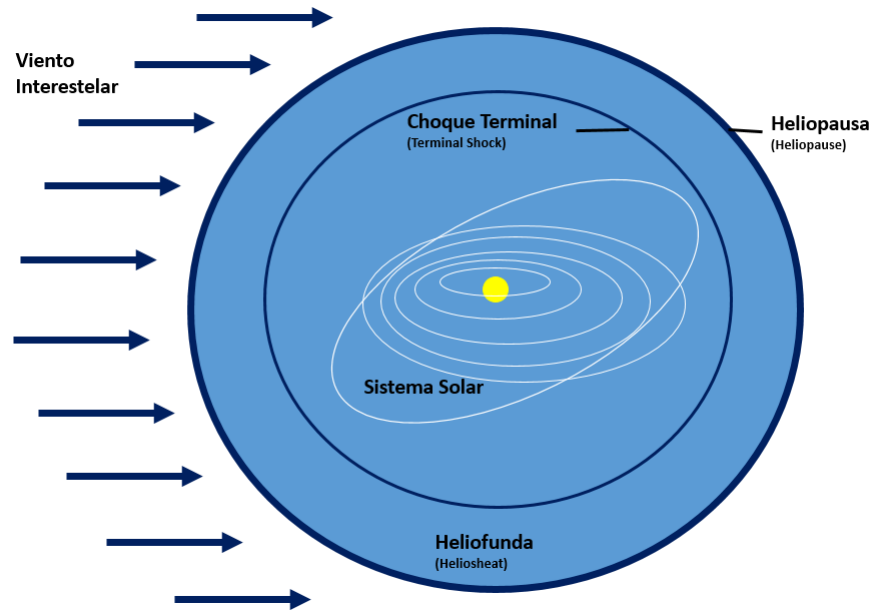
- Solares. Según Miroschnichenko (2015) los RC solares son partículas que han sido aceleradas en el Sol o cerca de él y se mueven sin interactuar entre ellos en los campos magnéticos de la corona ni en el Campo Magnético Interplanetario. Se cree que dichas aceleraciones ocurren durante eventos energéticos como llamaradas o ráfagas solares. La energía cinética de los RC solares tiene un rango de  $10^{-3}$  GeV hasta aproximadamente 10 GeV.
- Galácticos. Proviene de los confines de la galaxia (fuera del sistema solar), tienen energías que pueden llegar hasta  $10^6$  GeV's y cuyas fuentes probables son el núcleo galáctico o remanentes de supernovas. Para que los RC galácticos puedan penetrar la heliósfera, éstos deben tener una energía cinética superior a 0.1 GeV, de lo contrario serán deflectedados por el viento solar (Miroschnichenko, 2015).
- Extragalácticos. También conocidos como RC ultra energéticos, provienen de fuera de la galaxia y pueden llegar a tener energías hasta de  $10^{11}$  GeV's. No se posee mucha información sobre ellos, ya que se detectan a una tasa de 1 part./( $m^2$  año). Se considera que son protones provenientes de galaxias cercanas, puesto que por la alta energía que poseen, sus radios de giro son comparables al radio de la galaxia (Simpson, 1983).
- Anómalos. Son átomos neutros del medio interestelar que han sido ionizados por radiación ultravioleta en las proximidades del Sol. Dichos iones, son transportados hacia la frontera de la heliosfera (heliopausa) en donde son acelerados junto con algunas partículas del viento solar. Algunos son expulsados hacia el medio interestelar, mientras que otros reingresan a la heliósfera. Mewaldt y Mason (2005), hablan de una posible “fuente externa” de iones provenientes del cinturón de Kuiper. Los RC anómalos se encuentran en un rango de energía que va de  $10^{-3}$  a  $10^{-1}$  GeV. Smart y Shea exponen que se tiene conocimiento de la componente anómala desde 1972.

### 2.1.2. Posibles fuentes de RC y procesos de aceleración

El espectro de energía de los RC es tan amplio que es difícil explicarlo considerando solo un tipo de fuente. Es conocido que el Sol y estrellas similares producen RC de baja energía (decenas de GeV's) y que eventos estelares más violentos pueden cubrir energías mayores, pero no se tiene certeza sobre las fuentes de los RC más energéticos. Se cree que los RC de muy alta energía son partículas que han sido aceleradas por colisiones estocásticas entre ellas, al estar confinadas en un frente de onda de un plasma con turbulencia magnética. Tales ondas pueden ser producidas por eventos explosivos, tanto solares como estelares. Dicho mecanismo fue propuesto por Enrico Fermi y es conocido como modelo "Bottom-Up". Durante la década de los 90's se pudo inferir que tales procesos de aceleración son selectivos, por lo que no todas las partículas son aceleradas de la misma manera según exponen Mewaldt y Mason (2005). Se tiene un límite al máximo de energía que pueden ganar las partículas mediante este proceso: el campo magnético debe ser lo suficientemente poderoso para confinar a las partículas en la región de aceleración y se requiere que tenga gran extensión para que las partículas escapen del confinamiento con una energía muy elevada, de hasta  $10^{11}$  GeV. Dicho lo anterior, se descartan la mayoría de objetos astronómicos conocidos como candidatos de fuentes de RC energéticos, pues sus campos magnéticos son pequeños o muy débiles. Simpson explica que las observaciones implican que a escala galáctica se tiene un estado estacionario en el flujo de RC, el cual ha sido casi constante durante los últimos 4 mil millones de años. Tal condición requiere que se tenga una entrada de energía del orden de  $10^{40}$  erg/s, para compensar las colisiones de núcleos y electrones o el escape de éstos de la galaxia. Esta estimación concuerda con que las supernovas pueden proporcionar esa cantidad de energía para mantener el flujo de RC en la galaxia. Además, se cree que la nucleosíntesis de elementos pesados se da en las supernovas, por lo que la presencia de núcleos pesados en los RC se entiende al considerar a estos astros como fuentes. Cabe destacar la existencia de modelos "Top-Down", según los cuáles los RC con energía de  $10^{10}$  GeV, surgen de la desintegración o aniquilación de partículas supermasivas (Aguilar, 2011).

## 2.2. El Sol y la heliósfera

El Sol es una estrella clasificada como de tipo espectral G2, es decir, es una estrella enana amarilla con edad aproximada de 4600 millones de años, que se convertirá en una estrella gigante roja cuando se agote el hidrógeno que mantiene las reacciones termonucleares de su núcleo. Del total de su masa, 73% es hidrógeno, 25% helio y 2% otros elementos (Altrock, et al., 1985). Es prácticamente la única fuente de energía y luz del sistema solar y posee el 99.9% de la masa del mismo. El campo magnético



**Figura 2.3:** Estructura de la Heliósfera. Aunque no existe un consenso sobre que tan extensa es la heliósfera, se considera que la heliopausa se encuentra más de 90 UA.

del Sol permea todo el espacio del sistema solar y conforma lo que se conoce como el Campo Magnético Interplanetario (CMI). Este CMI se extiende desde la atmósfera solar y viaja congelado en el plasma de las capas externas del Sol en expansión, lo que se conoce como viento solar (VS), hasta más allá de 100 UA de distancia. A esta región del espacio, en la cual domina la influencia del Sol, se denomina heliósfera. La heliósfera tiene su límite en lo que se conoce como *heliopausa*. El VS es supersónico, pero existe un límite cerca de la heliopausa en la cual se vuelve subsónico. Tal límite se denomina *choque terminal* (TS por sus siglas en inglés), mientras que la región entre el TS y la heliopausa se llama *heliofunda*.

### 2.2.1. Estructura del Sol

La estructura del Sol se puede dividir en (a) interior del Sol; y (b) atmósfera solar. Según Kallenrode (2004), el interior del Sol, cuyo radio aproximado de  $R_{\odot} = 6.96 \times 10^8$  m, tiene una estructura interna dividida en cuatro regiones principales:

- Núcleo. Se extiende desde el centro del Sol hasta  $0.3R_{\odot}$ , se calcula que tiene una temperatura de 15 millones K y una densidad de 1.5 millones de  $\text{kg/m}^3$ . Es en esta región donde se llevan a cabo las reacciones termonucleares que mantienen “encendido” al Sol. La reacción más común es la cadena

protón-protón



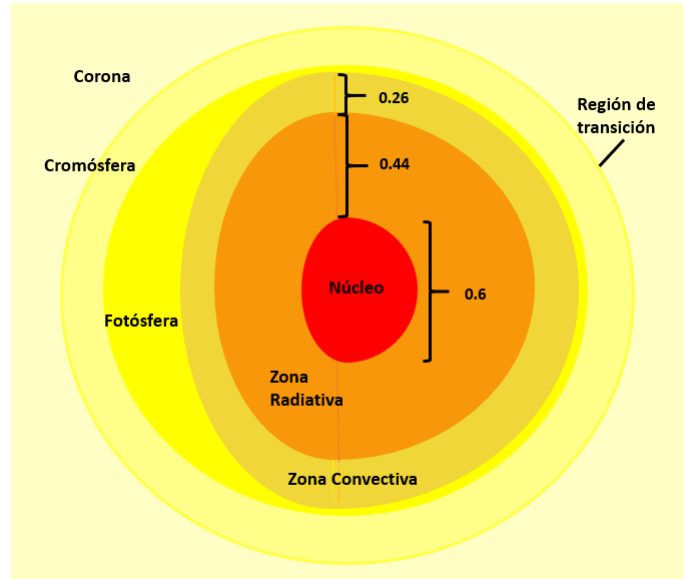
lo que quiere decir que cuatro protones se fusionan para formar un núcleo de helio (partícula  $\alpha$ ), neutrinos ( $\nu_e$ ) y radiación  $\gamma$ .

- Zona radiativa. Va desde el límite del núcleo hasta  $0.74R_{\odot}$ , su temperatura media estimada es de 5.9 millones K y su densidad de  $7500 \text{ kg/m}^3$ . Su nombre se debe a que en esta región la energía es transportada por la radiación electromagnética generada en el núcleo. Esta radiación, compuesta principalmente por rayos- $\gamma$ , pierde energía en su paso por la zona radiativa, al ser absorbida y emitida nuevamente, convirtiéndose en radiación de onda más larga.
- Zona convectiva. A partir del límite de la zona radiativa se encuentra la zona convectiva, cuya temperatura media se estima en 5800 K y su densidad es de  $0.03 \text{ g/m}^3$ . En esta zona, el mecanismo de transporte de energía más efectivo es la convección, pues los fotones se absorben, pero no vuelven a emitirse.
- Fotósfera. Esta capa es la parte superior de la zona convectiva, que es la “superficie” visible del Sol, cuyo espesor es de 500 km y su temperatura es de 5800 K. Es en esta capa que se observan estructuras granulares, que son causadas por las corrientes convectivas de la capa subyacente. También se observan en la fotósfera las llamadas *manchas solares*, que tienen un diámetro desde 700 hasta 4000 km. Estas estructuras son tubos de flujo magnético que se originan en la zona convectiva, cruzan la fotósfera y llegan hasta la atmósfera solar. Como el campo magnético es muy intenso en estas regiones, este impide el intercambio de calor entre las manchas y las demás regiones de la fotósfera, por lo cual su temperatura es entre 1000 K y 2000 K menor que las regiones circundantes.

La atmósfera solar en Altrrock, et al., (1985) presenta una estructura de tres capas:

- Cromósfera. Desde la fotósfera hasta una altura de aproximadamente 2500 km se extiende la cromósfera. Esta capa tiene una temperatura de 4300 K en su base y se incrementa hasta los 10000 K en su cima. En esta capa se pueden observar estructuras en forma de lengua, llamadas espículas, que son chorros de plasma lanzados hacia el espacio exterior. En esta zona, la energía se transporta en forma de ondas mecánicas.
- Región de transición. Es una región de la atmósfera de 200 km de espesor en la que se registra el incremento de temperatura de  $10^4 \text{ K}$  en la cromósfera a  $10^6 \text{ K}$  en la corona. Es una capa muy dinámica y con campos magnéticos muy intensos.





**Figura 2.4:** Estructura del Sol. Se muestran las regiones del interior del Sol con su espesor en  $R_{\odot}$ , así como las de su atmósfera.

- **Corona.** Se trata de la capa superior de la atmósfera solar, que se extiende hacia los confines del medio interplanetario en forma de VS, es decir, es la fuente del VS. Su temperatura es del orden de los  $10^6\text{K}$ . La dinámica de la corona es controlada por el campo magnético solar. En la corona existen dos zonas magnéticas diferentes: regiones con líneas de campo cerradas y regiones con líneas de campo abiertas (llamadas hoyos coronales). En la corona también se pueden encontrar: (a) prominencias, formadas por el campo magnético; (b) eyecciones de masa coronal (EMC), burbujas de plasma que son expulsadas a una velocidad de entre 100 y 2000 km/s; y (c) ráfagas, que son emisiones de ondas electromagnéticas en diferentes longitudes de onda y partículas energéticas, resultado de la conversión de energía magnética en energía cinética.

### 2.2.2. La actividad del Sol

El Sol es un astro que siempre se encuentra activo, aunque su actividad no siempre es igual. A veces las manifestaciones de la actividad solar son escasas, por lo que se denomina *Sol quieto*, mientras que si hay mucha actividad se trata del *Sol activo*. La alternancia entre el Sol quieto y el Sol activo se da de forma cíclica en el llamado *ciclo de actividad solar*. Dicho ciclo es evidente en el registro de manchas solares. En la figura 2.5 se muestra el número de manchas solares registradas entre los años 1951 y 1998,

y se puede observar un ciclo de 11 años en la actividad solar. Las manchas solares también han servido como trazadores para calcular la velocidad de rotación del Sol, que varía de 24 días en el ecuador a 34 en las regiones polares (Altrock, et al., 1985).

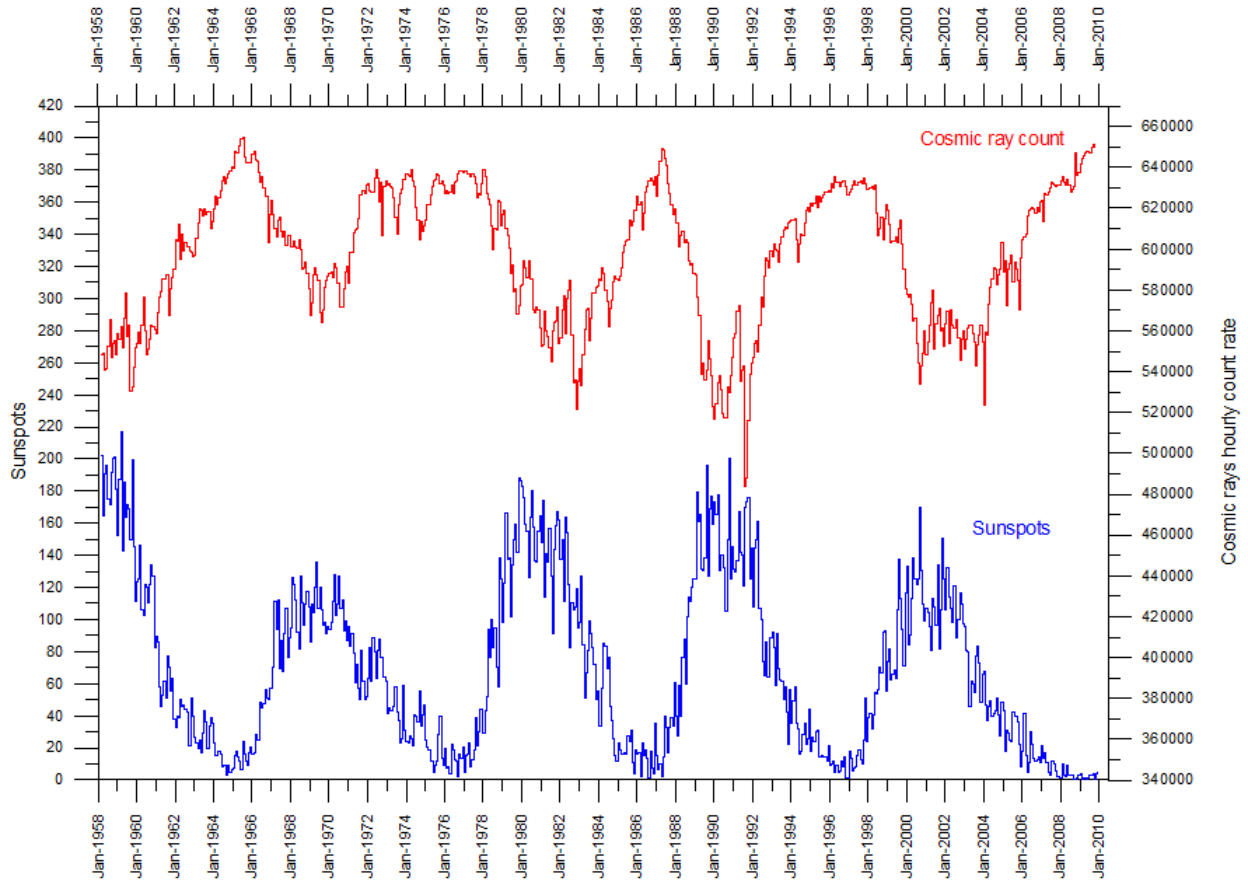
Otro indicador de los ciclos de actividad solar está dado por los hoyos coronales. Este ciclo presenta cuatro fases:

- *Ascendente.* Los hoyos coronales polares disminuyen su extensión.
- *Máximo.* No hay hoyos coronales en los polos, sino en latitudes medias y bajas.
- *Descendente.* Reaparecen los hoyos en los polos, pero con la polaridad invertida.
- *Mínimo.* Los hoyos coronales tienen su máxima extensión en los polos y no existen en el ecuador.

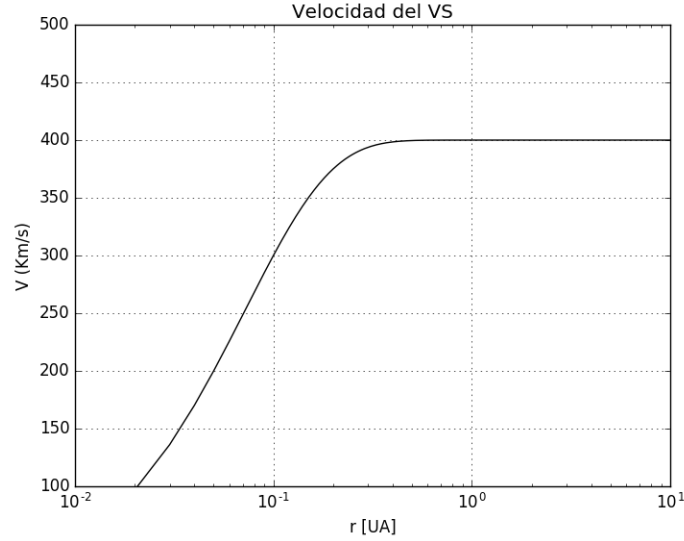
El ciclo de actividad solar es resultado de la formación y amplificación de regiones complejas de campo magnético en la zona de convección. Estas regiones suben desde la zona convectiva mientras la rotación del Sol retuerce las líneas de campo. El campo magnético solar original se restablece cada 11 años. Al estudiar la actividad solar, se ha descubierto que no solo existe una fuerte correlación entre la presencia de manchas solares y la intensidad del campo magnético solar, sino también ha sido observada una anticorrelación entre las variables anteriores y la intensidad de RC. De lo anterior se deduce que a mayor actividad solar, el VS es más efectivo en prevenir que los RC penetren en el medio interplanetario, lo que se conoce como modulación solar (este fenómeno se tratará con más detalle en el Capítulo 3).

### 2.2.3. El Viento Solar y el Campo Magnético Interplanetario

Hace más de 400 años se sugirió por primera vez la existencia de un campo magnético interplanetario, aunque en realidad primero se consideró que era el campo geomagnético dipolar el que llenaba todo el espacio. Durante el siglo XVIII se decía que las auroras eran debidas a la interacción entre las partículas de la corona solar y el campo geomagnético, entendido como que haces de estas partículas eran emitidas por eventos particulares del Sol. Fue hasta la década de 1950 que el astrónomo Ludwig Biermann quien se dió cuenta de la continuidad de tal flujo de partículas, inicialmente llamado *radiación solar corpuscular* (Parker, 1965). La corona solar se encuentra en una eterna expansión. El límite de la heliósfera se haya en donde la presión de la corona y la presión del medio interestelar se encuentran en equilibrio, pero a temperaturas de  $10^6$  K tal equilibrio se encuentra a una gran distancia del Sol, con lo que se concluye que la corona debe expandirse (Holzer, 1979). Esta capa del Sol en expansión es lo que se llama Viento Solar (VS). Con el paso de los años se realizaron estudios en torno a la naturaleza de dicha radiación,



**Figura 2.5:** Ciclo de actividad solar. Se presenta el número de manchas solares para los años de 1951 a noviembre de 2009 en la gráfica inferior, mientras que en la gráfica superior se tiene la intensidad de RC observada en la Tierra. Se observa correlación negativa entre el máximo solar (más manchas solares) con una disminución en la intensidad de RC y entre el mínimo solar con un incremento en la intensidad de RC. (Tomado del sitio web <http://www.climate4you.com/Sun.htm>).



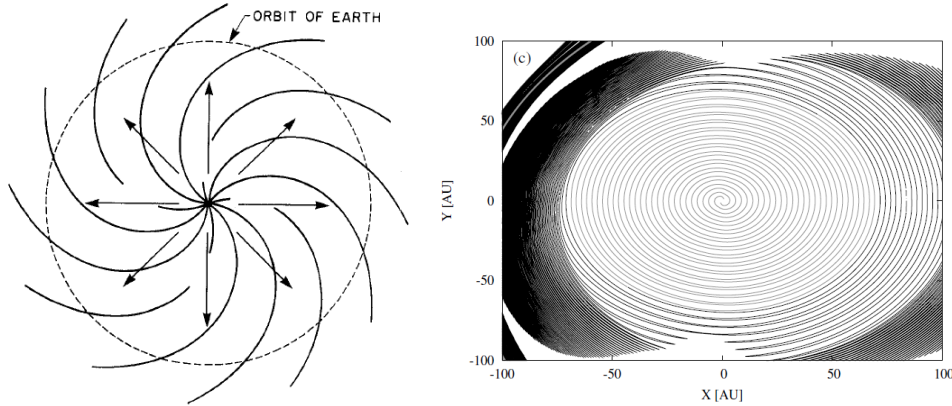
**Figura 2.6:** Se muestra el perfil de velocidades del VS)

pero no fue sino hasta 1958 que el astrofísico E. N. Parker escribió las ecuaciones correspondientes a la hidrodinámica de un plasma influenciado por el campo gravitatorio del Sol y demostró que existe un flujo supersónico de materia solar hacia el espacio exterior (Longair, 1981) y en 1959 un satélite soviético comprobó la existencia del VS. En 1962, la sonda espacial Mariner 2 midió las características del VS en el medio interplanetario entre Venus y la Tierra. Se encontró que la intensidad media del campo magnético del VS a una UA del Sol es de 5 nT, mientras que su densidad de energía es  $10^{-2}$  nJ/m<sup>3</sup>. El VS tiene una velocidad de entre 400 km/s y hasta 800 km/s, según la actividad del Sol, y una densidad promedio de 3 partículas/cm<sup>3</sup> a 1 UA, (Kallenrode, 2004). Además, el VS presenta la característica de acelerarse desde muy cerca del Sol, para llegar a una velocidad constante cerca de 1 UA, lo que se ve en la figura 2.6. Tal comportamiento puede expresarse con siguiente ecuación:

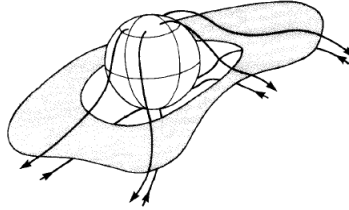
$$V = V_0 (1 - e^{-13.862r}) \quad (2.2)$$

donde  $V_0$  toma valores entre 400 km/s y 800 km/s y  $r$  se expresa en UA.

El campo magnético del Sol se encuentra congelado en el VS, razón por la cual es transportado radialmente lejos del Sol y forma el CMI. Este tiene una estructura espiral debido a que es expulsado de las capas externas del Sol mientras este rota (la velocidad angular del Sol es  $\Omega = 2\pi/27.26$  [rad/dias] =  $2.6677 \times 10^6$  [rad/s]). La estructura espiral del CMI fue estudiada por primera vez por Parker en 1958. El modelo de la espiral de Parker supone simetría azimutal y se ignora el campo de la corona baja. Con



**Figura 2.7:** Campo Espiral de Parker, vista en las proximidades del Sol (izquierda, tomado de Altrock et al., 1985) y vista global de la heliósfera (derecha, tomado de Czechowski, et al., 2009)



**Figura 2.8:** Hoja de Corriente Heliosférica. (Tomado de Smith, 1979).

las suposiciones anteriores el CMI adopta la forma de una espiral de Arquímedes, cuyo ángulo respecto a la dirección radial está dado por

$$\tan \psi = \Omega r \frac{\sin \theta}{V(r)} \quad (2.3)$$

donde  $r$  es la distancia heliocéntrica,  $\theta$  es la colatitud y  $V(r)$  es la velocidad del VS a la distancia  $r$ . De esta manera se determina que el ángulo de la espiral a 1 UA es de  $45^\circ$  y se vuelve casi de  $90^\circ$  para distancias de más de 5 UA, aproximadamente por la órbita de Júpiter.

Una de las características sobresalientes del CMI es la *Hoja de Corriente Heliosférica* (HCS por sus siglas en inglés). Esta es una capa de plasma que emerge desde las zonas ecuatoriales del Sol y divide la heliósfera en regiones con diferente polaridad magnética. Tiene un espesor de entre 1000 y 10000 km. Como la polaridad del campo solar cambia, es mejor decir que existen regiones unipolares en cada hemisferio, que se alternan y están separadas por regiones de polaridad mixta (Czechowski, et al., 2010). En la figura 2.8 se muestra un esquema de la HCS.

## Capítulo 3

# Modulación solar

En su viaje por el universo, los RC son susceptibles a los campos magnéticos que se extienden por el espacio. Su viaje no se ve perturbado al desplazarse por el medio interestelar, hasta que se encuentran con el campo magnético de algún cuerpo celeste. Así, al llegar a la heliosfera, los RC se encuentran con el campo magnético solar, el cual es arrastrado lejos de su fuente por el VS. Entonces los RC sufren una serie de procesos que se conocen en conjunto como *modulación solar de los rayos cósmicos*. De esta manera el espectro de energía de RC medido en los límites de la heliosfera (a más de 90 UA) será diferente al que se mide a 7 UA o a 1 UA, y estos serán diferentes al que se tiene en las proximidades del Sol, por decir a 0.2 UA. El grado en que la modulación afecta a los RC depende de la energía de los mismos, así para aquellos con energías mayores a unos cientos de GeV's la modulación solar será despreciable. Además, la modulación dependerá de la actividad solar, por lo que se presentan variaciones que se correlacionan con los ciclos solares. Según Parker (1965) las partículas pueden pasar varios días en el sistema solar antes de que sean observados por nuestros detectores y, para cuando esto sucede, los RC han perdido incluso hasta un 15% de su energía.

### 3.1. Procesos físicos de modulación

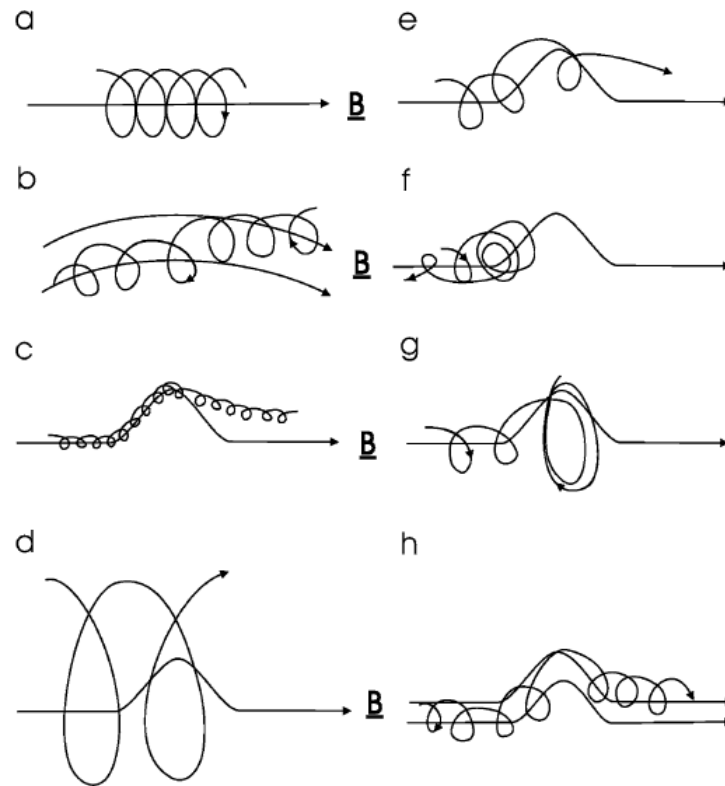
La modulación solar es la superposición de efectos de diferentes procesos físicos que modifican el espectro de energía de los RC. Estos procesos se denominan difusión, convección, deriva y desaceleración adiabática. A continuación, se describen brevemente los procesos de la modulación solar.

### *Convección*

Las partículas cargadas “sienten” la presencia del CMI al penetrar la heliósfera. Dependiendo de la energía de las partículas en cuestión, éstas viajarán por la heliósfera sin ser perturbadas hasta que, en las cercanías del Sol, donde la magnitud del CMI se intensifica, queden atrapadas por el campo magnético. Una vez que pasa esto, las partículas comienzan a girar en torno a las líneas de campo. Tal como se expone en el apartado 2.2.3, el campo magnético está congelado en el viento solar, por lo que las líneas de campo alrededor de las cuales giran los RC, son arrastradas hacia los límites de la heliósfera. Esto constituye un obstáculo para que las partículas cargadas se desplacen cada vez más adentro de la heliósfera. Entre mayor sea la velocidad del VS, menor será la intensidad del flujo de partículas. Este proceso puede compararse como nadar contra la corriente.

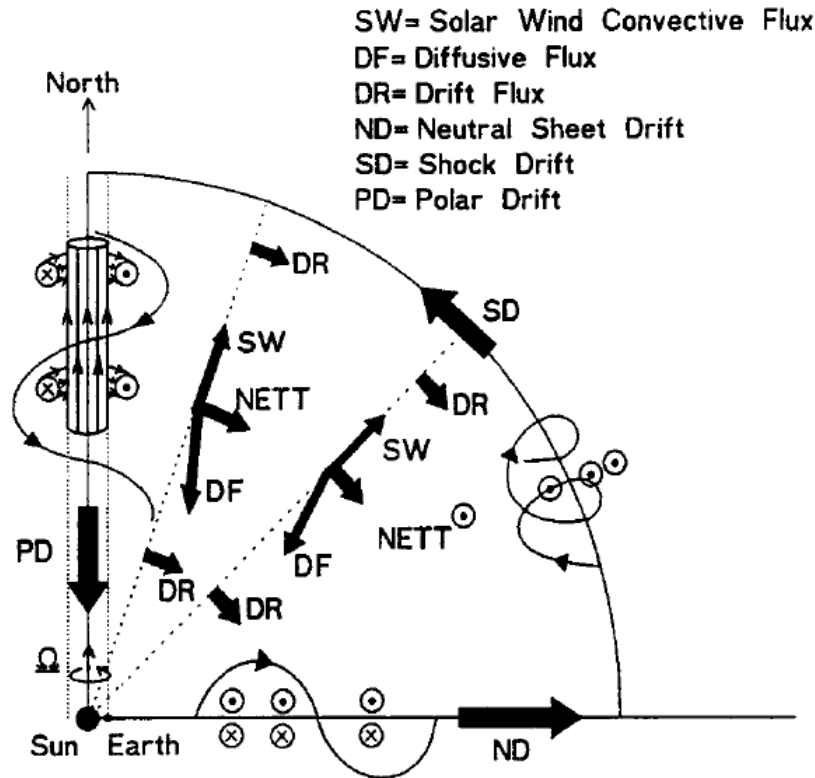
### *Difusión*

Sucede cuando una partícula cargada que gira en torno a las líneas de campo se encuentra con una variación en el campo magnético, y en consecuencia, es dispersada. El CMI presenta irregularidades, tanto en magnitud como en dirección, que perturban las trayectorias de las partículas que giran en torno a las líneas de campo del CMI. Pero para que una partícula “vea” tales irregularidades, debe cumplirse que estas tengan una extensión de tamaño  $L$ , comparable al del radio de giro  $r_g = p/B$  de las partículas, donde  $p$  es el momento y  $B$  la intensidad del campo. Lo anterior se explica de la siguiente manera: Una partícula con  $r_g \ll L$ , pasará por la irregularidad gradualmente sin ser perturbada. Esto es análogo a un automóvil que cruza suavemente por un puente con forma de arco. Las llantas del vehículo son muy pequeñas como para que el conductor piense que el puente es una irregularidad del camino. Si la partícula viaja con  $r_g \gg L$ , entonces esta pasará por la irregularidad dando un solo giro, sin siquiera notar que existe una variación en el campo, tal como el conductor del mismo automóvil no nota la enorme cantidad de pequeñas basurillas y grietas del camino sobre las que circula su auto. Él está consciente de que el camino es plano. En cambio, si se cumple  $r_g \sim L$ , entonces la partícula será testigo de la existencia de tal variación en el CMI y será dispersada de la misma manera que el conductor cambiará de dirección al encontrarse con un muro, una persona u otro vehículo. La dispersión de partículas ocurre en todas direcciones, por lo que este proceso recibe el nombre de *difusión*. A pesar de esto, la dirección preferencial es la del CMI promedio. Lo anterior se describe gráficamente en la figura ???. Debe mencionarse que este es un proceso opuesto a la convección. Las irregularidades en el CMI son de  $L \sim 10^5 - 10^7$  km, comparable al radio de giro de RC con energías alrededor de decenas de GeV (Parker, 1965).



**Figura 3.1:** Se ilustra el movimiento de una partícula cargada en un campo magnético. (a) Si el campo es uniforme, la partícula se moverá en una espiral con centro guía en una línea de campo. (b) Cuando el campo presenta un gradiente, la partícula sufrirá la deriva de su centro guía. (c) Cuando la partícula llega a una irregularidad del campo con  $L \gg r_g$ , ésta continuará sobre la irregularidad, pero podría derivar hacia otra línea de campo. (d) Si  $L \ll r_g$ , la partícula pasará por la irregularidad sin ser muy afectada. Si  $r_g \sim L$ , entonces la partícula podría viajar por la irregularidad (e), ser reflejado (f) o quedar atrapado en tal irregularidad (g). También existe cierta dispersión que sucede de una línea de campo a otra (h). (Tomado de Moraal, 2013).





**Figura 3.2:** Se observan los procesos de convección, difusión y deriva en un corte transversal desde el ecuador solar al norte de la heliosfera. Se muestra la fase del ciclo magnético en la cual el norte magnético se encuentre en el hemisferio norte. Se observa que durante dicha fase, el flujo de RC entra por los polos y sale por la HCS. (Tomada de Moraal, 1993)

### Deriva

Las partículas cargadas que giran al moverse en un campo magnético, tienen lo que se conoce como *centro guía*, que define la dirección de la espiral por la que se mueven las partículas. Este centro guía cambia su dirección cuando se hace evidente el gradiente y la curvatura del campo magnético en cuestión. El CMI presenta cierta curvatura y gradientes, por lo que los RC también experimentarán derivas. En la HCS y en la línea polar magnética también existe la deriva de partículas, ya que son regiones donde el CMI cambia de dirección. Entre más orden haya en el campo magnético como en el mínimo solar, este proceso tendrá mayor relevancia en el transporte de partículas. En la figura ?? se pueden observar los procesos de convección, difusión y deriva.

*Desaceleración adiabática*

El VS es un plasma que se expande conforme se aleja del Sol. Esta expansión requiere energía, misma que es entregada por los RC cuando se transportan en la heliósfera, con lo que las partículas se desaceleran. Este proceso tiene mayor importancia en la heliósfera interior que en la heliofunda. Es como si las partículas tuvieran que pagar una cuota para poder acercarse al Sol y esa cuota fuera donada a una beneficencia que permite la expansión del VS.

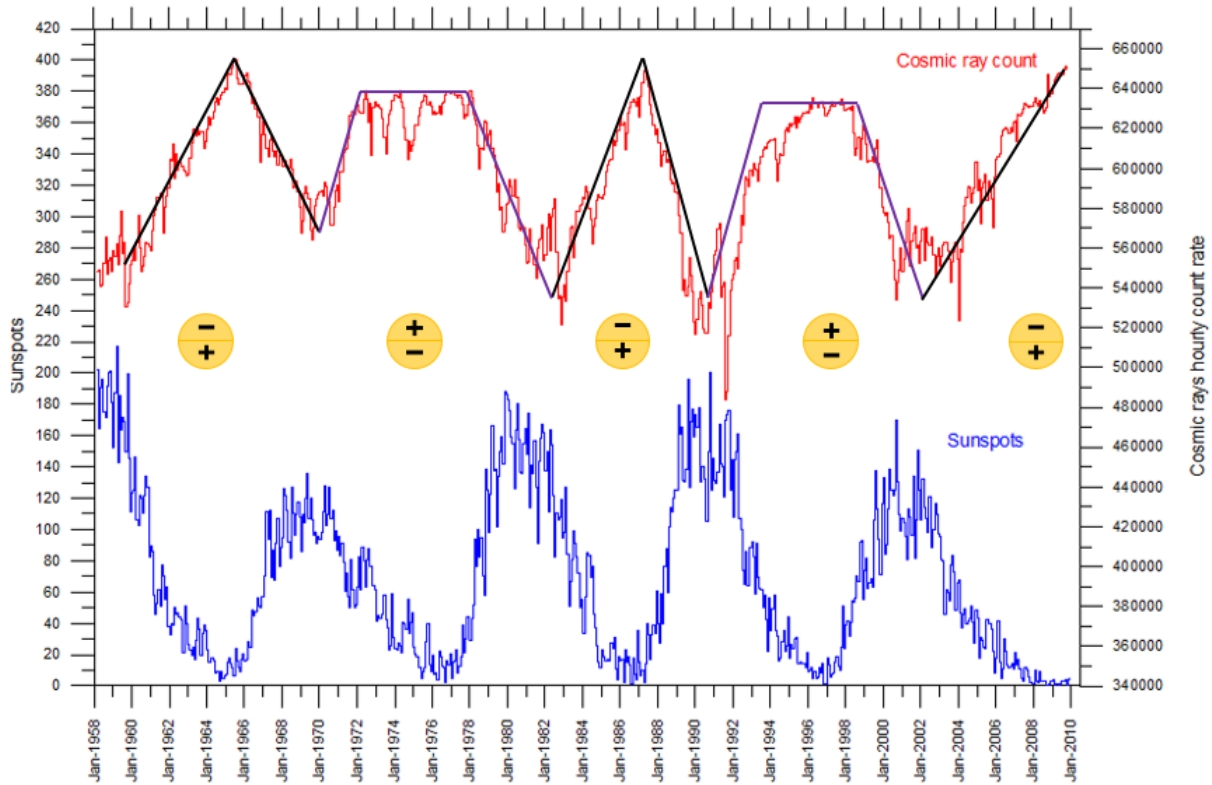
Como estos procesos dependen de la actividad solar, cuando el ciclo de 11 años de actividad solar se encuentra en el mínimo se espera observar una mayor intensidad en el flujo de RC, mientras que cuando se tiene un máximo solar, la intensidad de RC disminuirá.

### 3.2. Variaciones en la radiación cósmica

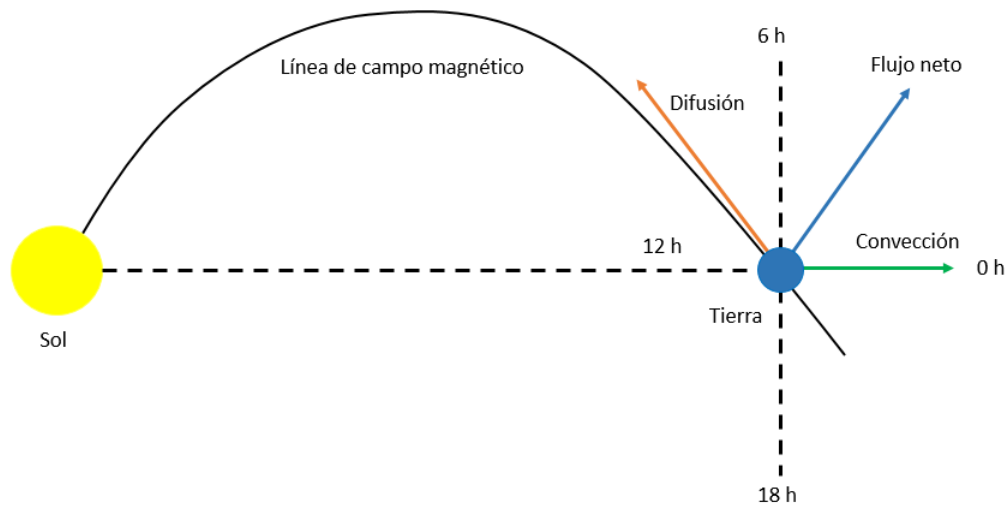
Los RC arriban a la atmósfera terrestre con ciertas variaciones en su intensidad. Estas variaciones son cíclicas y pueden tener origen solar o interestelar. En el primer caso, el tiempo solar determinará el ciclo de las variaciones, mientras que para el segundo caso, será el tiempo sideral quien determine los ciclos. Las variaciones siderales tienen amplitudes mucho menores que las solares.

*Variación de 11 y 22 años*

Como se explicó en la sección 2.2.2, la actividad solar se da en un ciclo de 11 años. Se dijo que existe una correlación entre la actividad solar y el número de manchas solares, pero no es la única que existe: la intensidad de RC es máxima durante un mínimo solar, mientras que se observará una intensidad mínima durante el máximo solar. Esta variación puede observarse en toda la heliósfera. Tal variación se conoce como variación secular, y es el resultado del equilibrio entre la convección por VS, la difusión de partículas hacia el Sol y la deriva de los RC que experimentan al moverse por el CMI. La variación secular se correlaciona con el ciclo solar de 11 años. El ciclo solar magnético, se corresponde con el ciclo de 22 años. En algunos mínimos solares la intensidad de RC llega a su máximo para disminuir de inmediato, como se observa en la figura ?? . Ahora bien, entre cada uno de estos “picos” de intensidad, se observa que hay un máximo de RC que se mantiene por más tiempo. Lo anterior se debe al cambio de polaridad del campo magnético del Sol: cuando las líneas de campo entran al Sol por el polo sur y salen por el polo norte, los



**Figura 3.3:** Ciclo solar magnético. Se presenta el número de manchas solares para los años de 1951 a noviembre de 2009 y la intensidad de RC observada en la Tierra. Se destaca que en la gráfica de RC, durante los mínimos solares, se tiene un patrón de un pico en intensidad con forma de “triángulo” (en negro) seguido por uno con forma de “trapecio”, que es testigo del ciclo magnético solar. Los iconos entre las dos gráficas muestran la polaridad del campo magnético del Sol, con el norte hacia arriba. (Modificada de <http://www.climate4you.com/Sun.htm>)



**Figura 3.4:** La variación diurna se debe a la superposición de los flujos convectivo y difusivo en el transporte de RC.

RC entran por los polos y salen por la HCS, con lo que el máximo de intensidad se alcanza rápidamente y se mantiene por más tiempo. En cambio, cuando se tiene invertida la polaridad, los RC ingresarán por la HCS y saldrán por los polos, lo que significa que deben recorrer una mayor distancia y, en consecuencia, se llega a la intensidad máxima en más tiempo y esta disminuye de inmediato.

#### *Variación de 27 días*

Se ha encontrado que existen variaciones que vienen en ciclos de 27 días, las cuales están asociadas a la rotación del Sol y además se correlacionan con la actividad solar, pues la amplitud de tales variaciones es mayor durante los máximos solares, y decrece durante los mínimos de actividad solar. En 1959, se dedujo que la existencia de la variación de 27 días está asociada a la aparición de zonas activas en el Sol. También se ha descubierto una variación de 13.5 días. Valdés-Galicia y Dorman (1997), encontraron que este ciclo 13.5 días se relaciona con la HCS y concluyeron que la variación de 27 se debe a distintos fenómenos de la actividad solar que se manifiestan por medio de la rotación del Sol.

#### *Variación diurna*

Como su nombre lo indica, esta variación implica una intensidad de RC diferente en diferentes horas locales del día. Tal variación tiene en promedio una amplitud 0.5%, aunque es muy irregular entre cada

día. La variación diurna se debe a la existencia de anisotropía en la intensidad de los RC. Luego, tal anisotropía es vista por los detectores en la superficie terrestre a una determinada hora local, que no es la misma para todas las estaciones debido al campo geomagnético. La variación diurna es un efecto únicamente debido a la rotación de la Tierra. Como se observa en la figura 3.4, el flujo convectivo del VS se superpone al flujo difusivo de RC sobre las líneas de campo, lo que resulta en un flujo neto que es registrado como la variación diurna a las 15:00 horas.

#### *Decrecimiento Forbush*

En 1937, el físico americano Scott E. Forbush reportó por primera vez una disminución abrupta en la intensidad de la radiación, simultánea en todas las estaciones terrestres, a la cual se le denominó *decrecimiento Forbush*. La característica principal de un decrecimiento Forbush es la caída de hasta un 20% en la intensidad en pocas horas, seguida por una lenta recuperación que puede tardar semanas. Aunque aún no se conoce con exactitud la causa de tal fenómeno, se cree que son el resultado de variaciones en el campo magnético asociadas a perturbaciones en el medio interplanetario. Barouch y Burlaga (1975), encontraron que los decrecimientos Forbush se asocian a regiones de la heliósfera con un campo magnético muy intenso.

### **3.3. Simulación de la modulación**

Actualmente, es imposible reproducir el transporte de partículas desde los límites de la heliósfera hasta la Tierra y más cerca del Sol, por lo que los científicos se han apoyado en la simulación de la modulación solar para probar diferentes teorías sobre los mecanismos de modulación y las características de entidades como el campo magnético solar, la Hoja de Corriente Heliosférica y el Choque Terminal. A continuación, se describen los diferentes enfoques con los cuales se ha podido simular el transporte de RC en la heliósfera, considerando la influencia del Sol.

#### **3.3.1. Función de distribución**

En el curso de Posgrado en Ciencias de la Tierra de Caballero-López (2017), se estudia la simulación de la modulación de de RC. De tal curso emanan las líneas de esta sección, que tratan sobre la función de distribución.

Los RC llegan a la heliósfera desde todas direcciones, en diferentes cantidades y con energías diferentes, características que están completamente definidas si se conoce la función de distribución  $F(\vec{x}, \vec{p}, t)$ , es decir,

existen  $dn$  partículas en el volumen  $d^3x$  centrado en el punto  $\vec{x}$ , en el espacio de momento  $d^3p$  alrededor de  $\vec{p}$ , tal que:

$$dn = F(\vec{x}, \vec{p}, t) d^3x d^3p = F(\vec{x}, \vec{p}, t) d^3x p^2 d\Omega dp \quad (3.1)$$

Como no se tiene la capacidad de medir  $F(\vec{x}, \vec{p}, t)$ , se miden las siguientes cantidades con sentido físico: la *densidad diferencial de partículas* y la *densidad diferencial de corriente*, las cuales son los momentos de cero y primer orden de  $F$ , respectivamente. Para encontrar cada una de las cantidades mencionadas anteriormente, debe definirse primero que

$$f(\vec{x}, p, t) = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} F(\vec{x}, \vec{p}, t) d\Omega \quad (3.2)$$

es *función de distribución omnidireccional*, ya que mide el número de partículas  $dN$  en el volumen  $d^3x$  centrado en el punto  $\vec{x}$ , cuyo momento se encuentra en el intervalo  $(p, p + dp)$  sin importar su dirección, de tal suerte que

$$dN = f(\vec{x}, p, t) d^3x 4\pi p^2 dp \quad (3.3)$$

Ahora bien la *densidad diferencial de partículas* respecto del momento es  $U_p(\vec{x}, p, t)$  se define de tal manera que

$$dN = U_p(\vec{x}, p, t) d^3x dp \quad (3.4)$$

De las ecuaciones 3.3 y 3.4 obtenemos

$$U_p(\vec{x}, p, t) = 4\pi p^2 f(\vec{x}, p, t) \quad (3.5)$$

Sin embargo, la cantidad que se mide es la *intensidad diferencial de corriente*  $\hat{j}_p$ , que se define tal que el número de partículas  $ds$  que atraviesan el elemento de área  $dA$  normal a  $\vec{p}$  en el intervalo de momento  $(\vec{p}, \vec{p} + d\vec{p})$ , dentro del elemento de ángulo sólido  $d\Omega$  alrededor de  $\vec{p}$  en el tiempo  $dt$  es

$$ds = \hat{j}_p(\vec{x}, \vec{p}, t) dt dA dp d\Omega \quad (3.6)$$

Si tomamos en cuenta las partículas que atraviesan un cilindro de sección transversal  $dA$  y altura  $v dt$ , se puede relacionar la intensidad y la función de distribución como

$$ds = v F(\vec{x}, \vec{p}, t) dt dA p^2 dp d\Omega \quad (3.7)$$

Ahora bien, la densidad diferencial de corriente se relaciona con el momento de primer orden de  $F$  de la siguiente manera:

$$\vec{F}_1(\vec{x}, p, t) = \frac{1}{4\pi p} \int_{\Omega} \vec{p} F(\vec{x}, \vec{p}, t) d\Omega \quad (3.8)$$

De está manera, el número de partículas con momento en el intervalo  $(p, p + dp)$  que cruzan la superficie  $dA$  (cuya dirección es  $\vec{n}$ , respecto de  $\vec{p}$ ) es

$$dS(\vec{n}) = \int_{\Omega} \vec{n} \cdot \vec{v} F(\vec{x}, \vec{p}, t) dt dA p^2 dp d\Omega = \vec{n} \cdot \vec{S}_p dt dA dp \quad (3.9)$$

donde

$$S_p = \int_{\Omega} \vec{v} p^2 F(\vec{x}, \vec{p}, t) d\Omega \quad (3.10)$$

es el número de partículas por unidad de tiempo, área y momento, denominada *densidad diferencial del corriente*.

Entonces, de 3.6 y 3.7 llegamos a

$$\hat{j}_p(\vec{x}, \vec{p}, t) = v p^2 F(\vec{x}, \vec{p}, t) \quad (3.11)$$

con el valor medio de  $\hat{j}_p$  conocido como la *intensidad diferencial omnidireccional*  $j_p$

$$j_p(\vec{x}, p, t) = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} \hat{j}_p(\vec{x}, \vec{p}, t) d\Omega \quad (3.12)$$

Sustituyendo 3.2, 3.5 y 3.11 en 3.12 se tiene

$$j_p(\vec{x}, p, t) = \frac{v U_p}{4\pi} = v p^2 f \quad (3.13)$$

cuyas unidades de  $j_p$  expresadas como *partículas/(m<sup>2</sup> · s · sr · mom)*. Aunque tenemos una expresión donde la intensidad se mide con respecto al momento de las partículas, usualmente se mide con respecto de la energía cinética por nucleón  $T$ . Para tener una expresión de la intensidad respecto de la energía se usa  $dT/dp = v/A$ , con  $A$  el número de nucleones por partícula, para obtener

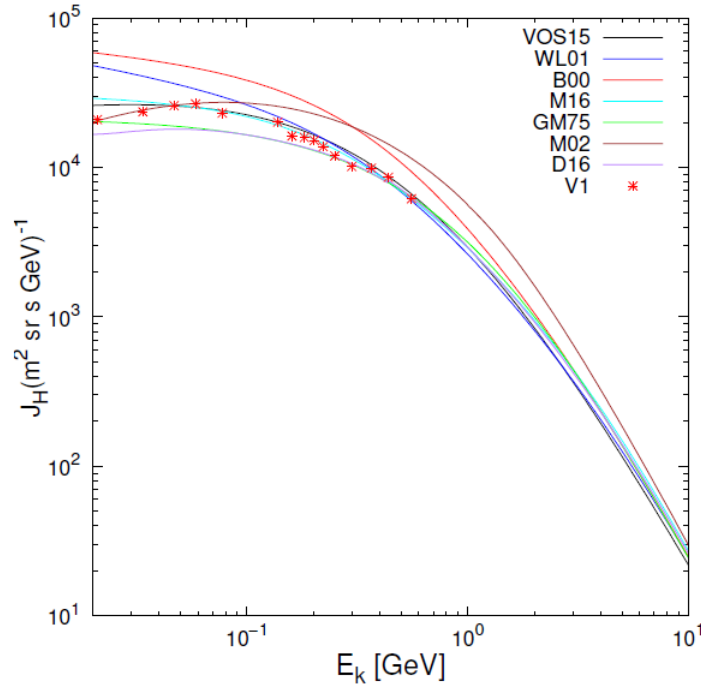
$$j_T = A p^2 f = P^2 f \quad (3.14)$$

donde  $j_T$  se expresa en *partículas/(m<sup>2</sup> · s · sr · eV/n)* y  $P$  es la rigidez.

### 3.3.2. Espectro Interestelar Local

El Espectro Interestelar Local (LIS, por sus siglas en inglés), es el espectro de RC correspondiente a la heliopausa. Con datos de la misión *Viajero 1* y utilizando el programa GALPROP, Vos y Potgieter (2015) obtuvieron una expresión para el cálculo del LIS en función de la energía cinética por nucleón de los RC:

$$j_{LISVP} = 2.7 \frac{T^{1.12}}{\beta^2} \left( \frac{T + 0.67}{1.67} \right)^{-3.93} \quad (3.15)$$



**Figura 3.5:** Espectro Local Interestelar de diferentes trabajos, comparados contra las observaciones de *Viajero 1*. (Tomado de Enriquez, 2018).

Este LIS está especificado a 122 UA, lo que concuerda con las observaciones del *Viajero 1* sobre los RC anómalos que son acelerados dentro de la heliósfera. *Viajero 1* observó que para distancias mayores a 121.5 UA, la cantidad de RC anómalos decrecía hasta aproximadamente 0.01 veces los que se detectaban a distancias menores.

En la figura 3.5, se muestra el espectro de Vos y Potgieter (2015) comparado contra el LIS de trabajos previos. Se observa que el LIS mencionado se ajusta a las observaciones hechas por *Viajero 1*.

### 3.3.3. Ecuación de Transporte

La Ecuación de Transporte de Rayos Cósmicos (ETRC) fue derivada por primera vez en Parker (1965). Parker consideró la existencia de irregularidades en el CMI con un tamaño de  $10^5 - 10^7$  km, que es comparable al radio de giro de RC's con energías de unos cuantos GeV's. Esto significa que las partículas son dispersadas y reflejadas sobre las líneas de campo, sin una dirección preferencial. Con lo anterior, el transporte de partículas en el CMI puede verse como un proceso de caminatas aleatorias, descrito por la



siguiente ecuación

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(fv_i) + \frac{\partial}{\partial T}\left(f\frac{dT}{dt}\right) - \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\kappa_{ij}\frac{\partial f}{\partial x_j}\right) = 0 \quad (3.16)$$

conocida como ecuación de Fokker-Plank o Ecuación de Difusión, donde  $f = f(x_i, T, t)$  es la función de distribución, con  $T$  la energía cinética, y el tensor de difusión  $\kappa_{ij}$  se define de tal suerte que el flujo de partículas en el marco de referencia que se mueve junto con las irregularidades que producen la dispersión es

$$\kappa_{ij}\partial f/\partial x_j \quad (3.17)$$

lo que a su vez introduce el término convectivo  $fv_i$ . En esta derivación de la ETRC debe introducirse el término de desaceleración adiabática producido por la divergencia del VS.

No obstante, en Gleeson y Axford (1967) se presenta la derivación de la ETRC a partir de considerar los RC como un gas y utilizar la ecuación de continuidad. En este procedimiento la desaceleración adiabática se introduce de manera “natural” en el propio desarrollo matemático de la ecuación, quedando como sigue

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{S} + \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p}(p^2 \langle \dot{p} \rangle f) = Q \quad (3.18)$$

con la densidad diferencial de corriente

$$\vec{S} = C\vec{V}f - \mathbf{K} \cdot \nabla f \quad (3.19)$$

donde

$$C = -\frac{1}{3} \frac{\partial \ln f}{\partial \ln p} \quad (3.20)$$

es el coeficiente de *Compton-Getting*,  $\vec{V}$  es la velocidad del VS y  $\mathbf{K}$  es el tensor de difusión de las partículas, que no solo contiene los elementos que explican la difusión en las direcciones paralela y perpendiculares al CMI, sino que también describe las derivas de curvatura y gradiente mediante los elementos asimétricos del tensor. En Parker (1965) se establece que dicho tensor  $\mathbf{K}$  debe ser proporcional a  $r^\alpha$ , con  $\alpha$  entre 0 y 0.5 si  $\mathbf{K}$  es isotrópico, pero sería de entre 2 y 2.5 si es anisotrópico con  $\kappa_{\parallel} \gg \kappa_{\perp}$ , aunque en Palmer (1982) se discute que  $\kappa_{\parallel}$  es aproximadamente constante para partículas con energías menores a 1 GeV. El coeficiente de Compton-Getting incorpora algo similar al efecto Doppler, pues indica que el espectro de RC medido en un marco de referencia fijo es diferente al que se mide en un marco de referencia que se mueve con el medio (Gleeson y Axford, 1968b). El término  $\langle \dot{p} \rangle = \frac{2}{3} \vec{V} \cdot \left(\frac{\nabla f}{f}\right)$  en la ecuación 3.18 se refiere a la pérdida adiabática de momento de los RC en el VS en expansión, mientras que  $Q$  representa las fuentes y sumideros de partículas en el medio, en este caso la heliósfera. Si sustituimos dicho término

y  $\vec{S}$  en la ETRC, se obtienen tres formas equivalentes, de las cuales se derivan las soluciones analíticas aproximadas de la ETRC:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{4\pi p^2} \nabla \cdot [4\pi p^2 (C\vec{V}f - \mathbf{K} \cdot \nabla f)] + \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} \left[ p^2 \left( \frac{p}{3} \vec{V} \cdot \frac{\nabla f}{f} \right) f \right] &= Q \\ \frac{\partial f}{\partial t} + \nabla \cdot (C\vec{V}f - \mathbf{K} \cdot \nabla f) + \frac{1}{3p^2} \frac{\partial}{\partial p} (p^3 \vec{V} \cdot \nabla f) &= Q \end{aligned} \quad (3.21)$$

Partiendo de 3.21, se utiliza la relación vectorial  $\nabla \cdot (f\vec{A}) = f(\nabla \cdot \vec{A}) + \vec{A} \cdot (\nabla f)$ , y se sustituye el valor de  $C$  anteriormente expuesto

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} + \nabla \cdot \left( -\frac{1}{3} \frac{\partial \ln f}{\partial \ln p} \vec{V}f - \mathbf{K} \cdot \nabla f \right) + \frac{1}{3p^2} \frac{\partial}{\partial p} [p^3 (\nabla \cdot f\vec{V} - f\nabla \cdot \vec{v})] &= Q \\ \frac{\partial f}{\partial t} + \nabla \cdot \left( -\frac{p}{3f} \left( \frac{\partial f}{\partial p} \right) \vec{V}f - \mathbf{K} \cdot \nabla f \right) + \frac{1}{3p^2} \frac{\partial}{\partial p} [p^3 (\nabla \cdot f\vec{V} - f\nabla \cdot \vec{v})] &= Q \\ \frac{\partial f}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{V}f - \mathbf{K} \cdot \nabla f) - \frac{1}{3p^2} (\nabla \cdot \vec{V}) \frac{\partial}{\partial p} (p^3 f) &= Q \end{aligned} \quad (3.22)$$

Desarrollando el segundo y tercer términos del miembro izquierdo se obtiene la tercer forma equivalente de la ETRC

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{V}f) - \nabla \cdot (\mathbf{K} \cdot \nabla f) - \frac{1}{3} (\nabla \cdot \vec{V}) \left[ 3f + p \frac{\partial f}{\partial p} \right] &= Q \\ \frac{\partial f}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla f + f(\nabla \cdot \vec{V}) - \nabla \cdot (\mathbf{K} \cdot \nabla f) - (\nabla \cdot \vec{V})f - \frac{1}{3} (\nabla \cdot \vec{V})p \frac{\partial f}{\partial p} &= Q \\ \frac{\partial f}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla f - \nabla \cdot (\mathbf{K} \cdot \nabla f) - \frac{1}{3} (\nabla \cdot \vec{V}) \frac{\partial f}{\partial \ln p} &= Q \end{aligned} \quad (3.23)$$

La ETRC es una ecuación de la cual existen soluciones analíticas aproximadas, que se obtienen al hacer las suposiciones siguientes, con sus respectivas pérdidas de información (Caballero-Lopez y Moraal, 2004):

- Simetría azimutal, que reduce la validez de la solución a escalas temporales menores a una rotación solar.
- Estado estacionario, reduciendo la variable temporal a un parámetro, pero se pierde la capacidad de calcular aceleraciones.

- Simetría esférica, en la cual se pierden los efectos de deriva, pues la estructura del CMI se pierde.

A continuación, se presentan diferentes soluciones analíticas a la ETRC, comenzando por la solución a la Ecuación de Difusión, seguida por las soluciones analíticas a la ecuación de Gleeson y Axford conocidas como *Campo de Fuerza (Force Field)* y *Convección-Difusión*, además de la solución numérica a la ETRC en 1-D.

### 3.3.4. La Ecuación de Difusión

La ecuación de Fokker-Plank o ecuación de difusión, es una ecuación cuyos métodos de solución dependen de la forma que ésta tenga, pero será más difícil si tiene muchas variables o si no es posible realizar una separación de variables (Risken 1989). En casos especiales pueden encontrarse soluciones analíticas. Para el caso del transporte de RC en una simetría esférica, al suponer que la velocidad del VS es radial y constante, con lo que la velocidad de difusión es  $2\kappa/r$  (Parker, 1965), la ecuación 3.16 queda como

$$\frac{\partial f}{\partial t} - \frac{\partial \kappa_r}{\partial r} \frac{\partial f}{\partial r} - \kappa_r \left( \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial f}{\partial r} \right) \quad (3.24)$$

si además se supone un estado estacionario la ETRC se reduce a

$$\kappa' f' + \kappa \left( f'' + \frac{2f'}{r} \right) = 0$$

donde se ha simplificado la notación con  $\kappa' = \frac{\partial \kappa_r}{\partial r}$ ,  $f' = \frac{\partial f}{\partial r}$  y  $f'' = \frac{\partial^2 f}{\partial r^2}$ . Desarrollando y reagrupando los términos obtenemos

$$\frac{1}{\kappa} \left( \kappa' f' + \kappa f'' + f' \kappa \frac{2}{r} \right) = 0$$

$$\frac{\kappa'}{\kappa} f' + f'' + f' \frac{2}{r} = 0$$

$$f'' + f' \left( \frac{2}{r} + \frac{\kappa'}{\kappa} \right) = 0 \quad (3.25)$$

En S91 se propone que  $y = f'$ ,  $y' = \frac{dy}{dx}$  y  $\kappa = \kappa(r)$  para integrar sucesivamente y resolver la ecuación. Sin embargo, S91 no resuelven explícitamente la ecuación de difusión, por lo que en la Sección 5.1 se presenta el desarrollo necesario para obtener una expresión de  $j_T$  a partir de la ecuación de Fokker-Plank con las suposiciones hechas por S91.

### 3.3.5. Solución Campo de Fuerza

La solución Campo de Fuerza fue formulada por Gleeson y Axford (1967), quienes hicieron suposiciones para resolver la ETRC que obtuvieron de su trabajo previo. A continuación se explica la derivación de la aproximación Campo de Fuerza, como se presenta en Caballero-Lopez y Moraal (2004). A partir de la ecuación 3.21, suponiendo que no existen fuentes, estado estacionario, que la pérdida adiabática de energía es despreciable y que se tiene simetría esférica, con lo que el tensor de difusión se reduce al parámetro  $\kappa$ , se tiene

$$CVf - \kappa \frac{\partial f}{\partial r} = \text{constante} = 0 \quad (3.26)$$

en la ecuación anterior se sustituye el coeficiente de Compton-Getting (ecuación 3.20) y se obtiene lo siguiente

$$\frac{VP}{3\kappa} \frac{\partial f}{\partial P} + \frac{\partial f}{\partial r} = 0 \quad (3.27)$$

En la ecuación anterior se ha intercambiado la variable de momento  $p$  por la de rigidez magnética  $P = pc/q = A/Z[T(T + 2E_0)]^{1/2}$ , donde  $c$  es la velocidad de la luz,  $q$  la carga de la partícula,  $A$  el número de nucleones en la partícula,  $Z$  el número atómico,  $T$  la energía cinética y  $E_0$  la energía de la partícula en reposo. El segundo término de 3.27 tiene unidades de potencial por unidad de longitud, o de un campo, hecho por lo cual se le otorgó el nombre de Campo de Fuerza. La ecuación 3.27 tiene como solución  $f(r, P) = \text{constante} = f_b(r_b, P_b)$  a lo largo de los contornos con ecuación característica  $\frac{dP}{dr} = \frac{VP}{3\kappa}$  en el espacio  $(r, P)$ . El subíndice  $b$  indica los valores en la frontera de la zona de modulación en la heliósfera. En Caballero-Lopez y Moraal, 2004, se utiliza el valor de  $r_b = 90$  UA.

Si el coeficiente de difusión se puede separar en dos funciones como

$$\kappa(r, P) = \beta \kappa_1(r) \kappa_2(P) \quad (3.28)$$

donde  $\beta$  es el cociente entre la velocidad de la partícula y la velocidad de la luz. Entonces, la solución es

$$\int_P^{P_b(r, P)} \frac{\beta(P') \kappa_2(P')}{P'} dP' = \int_r^{r_b} \frac{V(r')}{3\kappa_1(r')} dr' \equiv \phi(r) \quad (3.29)$$

donde  $\phi$  es el parámetro de campo de fuerza que, para el caso en el que  $\kappa_2 \propto P$  y  $\beta \sim 1$ , se reduce a la forma ampliamente utilizada  $P_b - P = \phi$ . Que  $\beta$  sea casi igual a uno implica que se trata de partículas relativistas con momento  $p = T/v$ . Esto último sucede cuando el primario tiene una energía cinética  $T > 6\text{GeV}$ , pues  $\beta > 0.99$ . Cuando las dos premisas anteriores se cumplen,  $\phi$  se interpreta como una pérdida de rigidez (o energía), aunque en un principio se hizo la suposición de cambios de energía despreciables. Debe mencionarse que Gleeson y Axford (1968a) consideran que la separación propuesta

de  $\kappa$  no está del todo justificada. La solución Campo de Fuerza es una aproximación que puede aplicarse con mejores resultados en la heliósfera interna y con partículas de energías superiores a 0.1 GeV. El valor del parámetro de Campo de Fuerza entre la heliopausa y 1 UA varía de entre 300 y hasta 1000 MV entre el mínimo y el máximo solar. Por último, haciendo uso de 3.14 y cambiando momento por rigidez, se obtiene la intensidad de radiación cósmica en términos de la solución Campo de Fuerza

$$j_T(r, P) = \left( \frac{P}{P_b} \right)^2 j_{T_b}(r_b, P_b) \quad (3.30)$$

### 3.3.6. Solución Convección-Difusión

La obtención de esta solución es similar a la de Campo de Fuerza. Partiendo de la ecuación 3.22, haciendo las mismas suposiciones que en Campo de Fuerza y despreciando el último término de la ecuación, se obtiene

$$Vf - \kappa \frac{\partial f}{\partial r} = 0 \quad (3.31)$$

cuya solución se obtiene con

$$Vf = \kappa \frac{\partial f}{\partial r}$$

$$\int_r^{r_b} \frac{V}{\kappa} dr = \int_f^{f_b} \frac{df}{f}$$

$$\ln \left( \frac{f_b}{f} \right) = \int_r^{r_b} \frac{V}{\kappa} dr$$

$$f = f_b e^{-M}$$

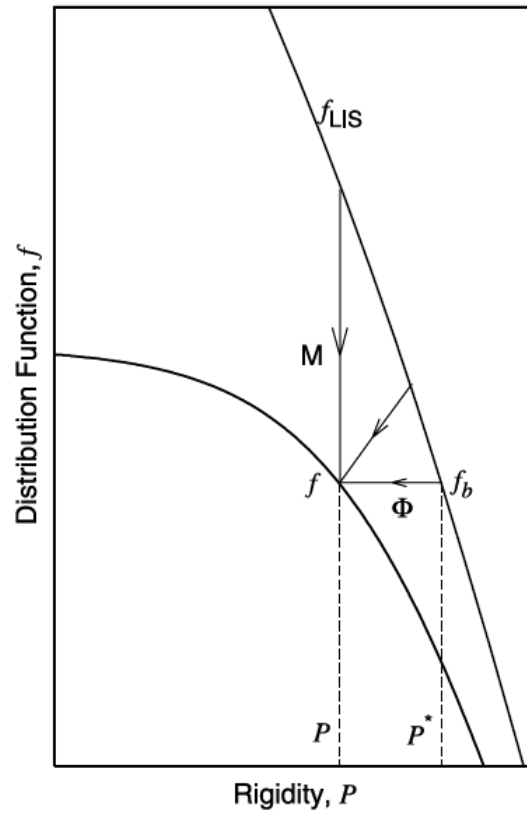
o bien

$$j_T = j_b e^{-M} \quad (3.32)$$

con  $M = \int_r^{r_b} \frac{V dr}{\kappa}$  la función de modulación, el cual está relacionado con el parámetro de campo de fuerza mediante

$$M = \frac{3\phi}{\beta\kappa_2} \quad (3.33)$$

La solución Convección-Difusión, al contrario que la solución Campo de Fuerza, tiene mejores resultados en regiones lejanas al Sol, mientras que empeora en la heliósfera interna. No obstante los buenos resultados



**Figura 3.6:** La solución Campo de Fuerza puede interpretarse como una pérdida de energía o rigidez (línea horizontal) que sufre el LIS, mientras que la solución Convección-Difusión se interpreta como una reducción en la intensidad (línea vertical). Sin embargo, la modulación es una combinación de ambos procesos (línea inclinada). (Tomado de Caballero-Lopez y Moraal 2004).

de esta solución en altas energías, Gleeson y Axford (1968a) dicen que no existen bases físicas para utilizar la teoría de Convección-Difusión, aunque funciona en ciertos rangos de energía.

En la figura ?? se presenta la interpretación de la modulación de RC mediante la solución Campo de Fuerza y la solución Convección-Difusión. Mientras la solución Campo de Fuerza se interpreta como una modulación en energía, la solución Convección-Difusión se interpreta como una modulación en la intensidad.

### 3.3.7. Solución numérica en 1-D

En 2004, Caballero-Lopez y Moraal compararon las soluciones Campo de Fuerza y Convección-Difusión contra la solución numérica de la ETRC en una dimensión (1-D), utilizando el método de Crank-Nicolson para la solución de Ecuaciones Diferenciales Parciales parabólicas. En tal solución también se consideró simetría esférica, estado estacionario y la inexistencia de fuentes, quedando los fenómenos de difusión radial, convección y desaceleración adiabática en la ecuación:

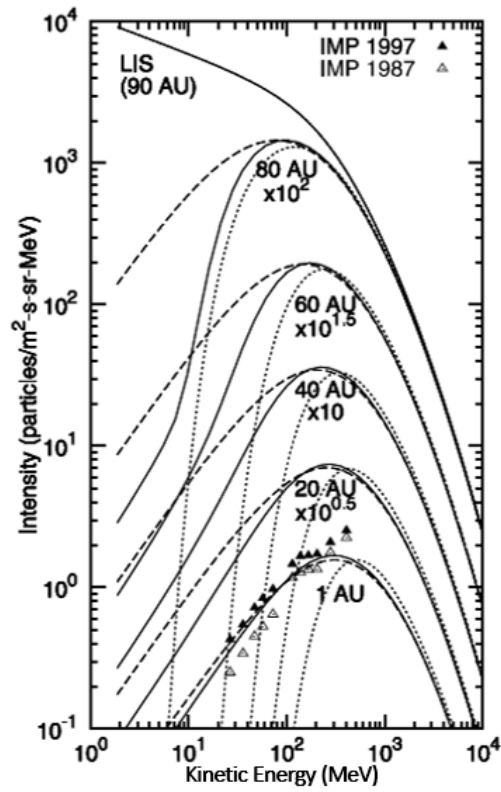
$$V \frac{\partial f}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \kappa \frac{\partial f}{\partial r} \right) - \frac{1}{3r^2} (r^2 V) \frac{\partial f}{\partial \ln p} = 0 \quad (3.34)$$

La solución 3.34 se toma como la mejor aproximación a lo que sucede en realidad, por lo cual al comparar las otras dos soluciones contra esta. Se determinó que en para primarios con energía menor a 1 GeV, la solución Campo de Fuerza es válida para distancias cercanas a 1 UA, mientras que la solución Convección-Difusión es adecuada en distancias superiores a 80 UA. Lo anterior se ilustra en la figura 3.7.

Cabe destacar que para dicha comparación se utilizó como el *Local Interstellar Spectrum* (LIS, que es la intensidad de RC en el límite de la heliósfera) el sugerido por Webber y Lockwood en 2001, que se obtiene mediante

$$j_{Tb} = \frac{21.1T^{-2.8}}{1 + 5.85T^{-1.22} + 1.18T^{-2.54}} \quad (3.35)$$

Donde  $T$  está dada en GeV y  $j_T$  en *partículas/(m<sup>2</sup> · sr · s · MeV/n)*. Dicho espectro se puede observar en la figura 3.5 como WL01.



**Figura 3.7:** Se comparan las soluciones Campo de Fuerza (líneas de guiones), Convección-Difusión (líneas punteadas) y numérica 1-D (líneas sólidas) a diferentes distancias heliocéntricas (en UA). En dicho ejercicio se tomó el LIS a 90 UA, la velocidad del VS  $V = 400$  km/s y  $\phi(1UA) = 407$  MV. Para mejorar la visibilidad, las intensidades fueron multiplicadas por factores de  $\sqrt{10}$ .

(Tomado de Caballero-Lopez y Moraal 2004).





## Capítulo 4

# Modelo actual del albedo solar de rayos- $\gamma$

El estudio del Sol como fuente de rayos- $\gamma$  comenzó a finales de la década de 1950 (Abdo, et al., 2011). Fueron Dolan y Fazio (1965), quienes estimaron por primera vez que los rayos- $\gamma$  provenientes del Sol pueden ser producto de diferentes procesos físicos dentro de las ráfagas solares, aunque después se descubrió que existen tres componentes principales en el espectro de rayos- $\gamma$  solares: (a) radiación del disco solar; (b) radiación del halo; y (c) radiación de ráfagas solares. La primera de estas corresponde a la radiación  $\gamma$  producida por interacciones hadrónicas entre los RC que penetran la atmósfera solar y la materia de esta, es decir, hay chubascos atmosféricos en el Sol. A este flujo de rayos- $\gamma$  se le denomina *albedo*. La componente del halo, o componente leptónica, se debe a las interacciones de electrones y positrones de los RC con fotones de la atmósfera solar, en un fenómeno denominado *dispersión por efecto Compton inverso*<sup>1</sup> Las reacciones termonucleares del núcleo solar no producen ninguna radiación  $\gamma$  observable, pues la única radiación que puede escapar desde el núcleo del Sol hacia el espacio, son los neutrinos.

A la fecha existe un único modelo teórico del albedo solar de rayos- $\gamma$  restringido a la actividad del Sol quieto, formulado por D. Seckel, Todor Stanev y T. K. Gaisser (1991), el cual se compone de dos partes fundamentales: (1) Propagación de RC dentro de la heliósfera y absorción de éstos por el Sol; y (2) producción de rayos- $\gamma$  por chubascos atmosféricos solares.

---

<sup>1</sup>En el efecto Compton fotones de alta energía interactúan con electrones y les ceden parte de su energía. En el efecto Compton inverso sucede lo contrario.

## 4.1. Transporte y absorción de rayos cósmicos

Sabemos que los RC viajan desde el medio interplanetario hacia el Sol y sufren el proceso de modulación solar. Seckel et al, 1991 (S91 a partir aquí) proponen utilizar como LIS el espectro de Webber y Potgieter (1989, WP89 de aquí en adelante) y es el mismo espectro utilizado a 1 UA. Tal espectro se encuentra en el cuadro 4.1. Lo anterior podría estar justificado teniendo en cuenta que la región del espectro analizado corresponde a energías lo suficientemente altas como para despreciar la modulación solar. Sin embargo, la obtención de la tasa de absorción depende que tan apegada a la realidad sea la simulación de los procesos físicos de la modulación, del LIS utilizado, así como del conocimiento que se tenga sobre el coeficiente de difusión.

$j[\text{p}/\text{m}^2 \text{ s sr GeV}]$	8800	3300	950	410	140	31	5.2	1.9	0.53	0.087	0.012	0.0039	0.00092	0.00014
$T[\text{GeV}]$	0.5	1	2	3	5	10	20	30	50	100	200	300	500	1000

**Cuadro 4.1:** Espectro de RC de WP89.

Según S91, la tasa de absorción de rayos cósmicos  $\Gamma$  está dada por:

$$\Gamma = 4\pi r^2 j, \quad (4.1)$$

donde  $j$  es como en el Capítulo 3, el flujo neto de RC que llegan al límite absorbente (en este caso la fotosfera solar). Primero, se considera que no existen campos magnéticos por lo que en S91 se define que el flujo de primera aproximación (en inglés Naive) de RC es:

$$j_N = \frac{1}{4} \left( \frac{r_{\odot}}{r} \right)^2 f_{\oplus} \beta c, \quad (4.2)$$

con  $r$  como la distancia heliocéntrica,  $f$  es la densidad diferencial de RC protónicos como en el Capítulo 3 y la cantidad  $\beta c$  es la velocidad de las partículas. El subíndice  $\oplus$  se utiliza para las cantidades a 1 UA, mientras que el subíndice  $\odot$  para las cantidades en el Sol. Si se sustituye 4.2 en 4.1 se obtiene la tasa de absorción “Naive”,

$$\Gamma_N = \pi R_{\odot}^2 f_{\oplus} \beta c. \quad (4.3)$$

Al no tomar en cuenta los efectos de la modulación solar,  $\Gamma_N$  es el límite superior de lo que puede absorber el Sol. Ahora bien, para obtener una tasa de absorción más apegada a la realidad es necesario considerar

los efectos de la modulación solar, por lo que S91 propusieron obtener la tasa de absorción corregida por difusión utilizando el coeficiente de difusión  $C_D$  que se define como:

$$C_D \equiv \frac{\Gamma_A^0}{\Gamma_N}, \quad (4.4)$$

es decir, es el cociente entre la tasa de absorción para una frontera completamente absorbente (por eso el subíndice A, el superíndice 0 se explicará más adelante) y la tasa de absorción “Naive”. Utilizar  $C_D$  equivale a usar en la ecuación 4.1 el flujo

$$j = -Df' \quad (4.5)$$

con la función D como la *constante de difusión*, que no es más que la forma del tensor de difusión  $\kappa_{ij}$  en 1-D que se eligió en S91 y que es igual a

$$D(T, r) = D_{\oplus 1} \left( \frac{r}{1UA} \right)^a \left( \frac{T}{1GeV} \right)^b \quad (4.6)$$

donde  $T$  es la energía cinética del primario, las variables  $a$  y  $b$  son los parámetros de difusión (que no son bien conocidos, pero sus valores fueron elegidos por cuestiones “conservadoras” según el modelo de CMI, que puede ser de geometría esférica en espiral) con valor de 2 y 1, respectivamente, para el caso nominal  $D_{\oplus 1}$  es el valor de la constante de difusión a una 1 UA. También se supuso simetría esférica para el CMI, con lo que el cálculo de la tasa de absorción se vuelve un problema en 1-D.

Partiendo de la ecuación 3.24 que es la ecuación de difusión esférica presentada en el apartado 3.3.4, y siguiendo el procedimiento propuesto por S91, sin necesidad de resolver explícitamente la ecuación de difusión, S91 dedujeron que la forma del coeficiente  $C_D$  es

$$C_D = \frac{4}{R_{\odot}^2 I(R_{\odot}, r_{\oplus}) \beta c} \quad (4.7)$$

Sin embargo, en la derivación de  $C_D$  solo se consideró la dependencia con la distancia radial de la constante de difusión. En S91 se toma en cuenta que existen primarios con una energía lo suficientemente grande como para no sufrir los efectos de la difusión. Sabiendo lo anterior, la dependencia con la energía  $T$  del coeficiente de difusión se utilizó para dividir el rango de energía de los RC en tres regímenes energéticos

de los que se obtiene una forma del coeficiente de corrección por difusión para cada uno de ellos:

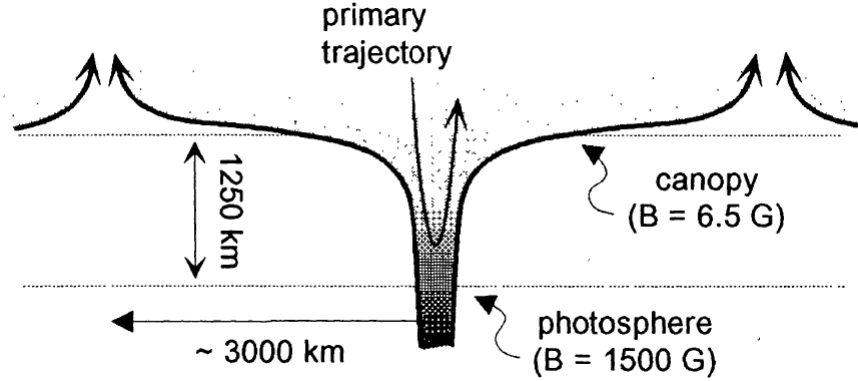
$$C_D = \begin{cases} \left( \frac{4}{\beta c} \right) (1+a) \left( \frac{D_{\oplus 1}}{r_{\oplus}} \right) \left( \frac{r_{\odot}}{r_{\oplus}} \right)^{a-1} \left[ 1 - \left( \frac{r_{\odot}}{r_{\oplus}} \right)^{(1+a)} \right]^{-1} & E < 4.167 \text{ GeV} \\ \left( \frac{4}{\beta c} \right) (1+a) \left( \frac{D_{\oplus 1}}{r_{\oplus}} \right) \left( \frac{r_{\odot}}{r_{\oplus}} \right)^{a-1} & \\ \left[ \left( \frac{r_0}{r_{\oplus}} \right)^2 \left( 1 - \left( \frac{r_{\odot}}{r_0} \right)^{(1+a)} \right) + \left( \frac{1+a}{2} \right) \left( \frac{r_{\odot}}{r_0} \right)^{1+a} \left( 1 - \left( \frac{r_0}{r_{\oplus}} \right)^2 \right) \right]^{-1} & 4.167 < E < 895.98 \text{ GeV} \\ \frac{1}{\beta c} & E > 895.98 \text{ GeV} \end{cases} \quad (4.8)$$

considerando el valor de  $r_0 = r_{\oplus 1}$  y  $r_0 = r_{\odot}$  para calcular los límites de los regímenes de energía con la ecuación

$$T = \left( \frac{r_0^{1-\alpha}}{8D_{\oplus 1}} \right)^{1/\beta}. \quad (4.9)$$

En el desarrollo anterior se consideró que el Sol tiene una “superficie” totalmente absorbente. Pero en realidad debe considerarse que en la atmósfera del Sol existe una multitud de campos magnéticos intensos capaces de guiar a las partículas cargadas en sus líneas de campo y estas últimas, al tener formas torcidas por la dinámica del Sol, envían de regreso al espacio exterior algunos de los primarios. Este fenómeno se puede considerar como una especie de *reflexión* de rayos cósmicos. Entonces, en S91 se supone un coeficiente de absorción  $A$ , tal que  $\epsilon + A = 1$  con  $\epsilon$  como el coeficiente de reflexión en la superficie solar. El coeficiente de absorción lo calculan en S91 a partir de las características de la atmósfera solar propuesta por Vernazza et al., (1973) teniendo en cuenta en número de colisiones posibles, así como también el el camino libre medio (mean free path), según la energía de las partículas, que permite el campo magnético de la fotosfera. En la figura 4.1 se muestra el modelo de los campos magnéticos utilizado en la obtención de  $A$ , en el cual se considera que existen tubos magnéticos que nacen en la zona convectiva y salen hasta la fotosfera, generando estructuras magnéticas en forma de *dosel*. Para dicha configuración,  $A$  toma el valor nominal de 0.0052 para protones.

También se considera la posibilidad de que algunos de los RC reflejados queden atrapados en las líneas de campo, ocasionando que eventualmente regresen a la atmósfera solar en una 2ª, 3ª, 4ª, ..., etc., oportunidad de ser absorbidos. De esta manera, la tasa de absorción de una fotosfera completamente absorbente para la incidencia 1 de los RC es  $\Gamma_A^0$ , mientras que la tasa de absorción de una fotosfera con reflexión de RC, para la primera incidencia de los primarios es  $\Gamma_A^1 = A\Gamma_A^0$ . Con lo anterior, S91



**Figura 4.1:** Modelo del campo magnético cerca de la fotosfera, en forma de dosel. Se observa que la magnitud del campo se incrementa de unos cuantos Gauss en la cima de la estructura a 1500 Gauss dentro de los tubos magnéticos. (Tomado de Seckel et al., 1992).

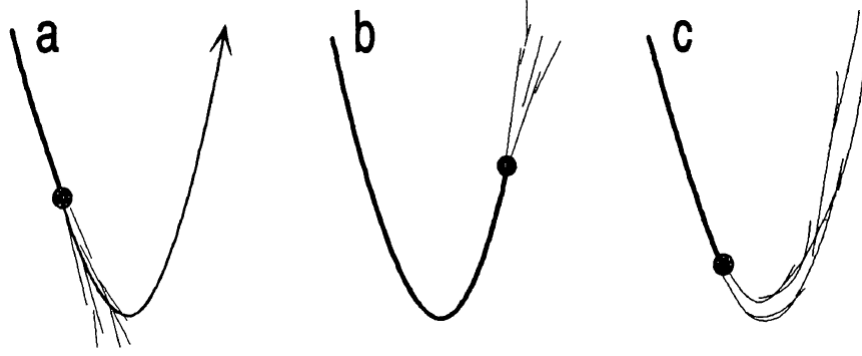
desarrollaron la tasa de absorción de RC, considerando tanto los efectos de modulación como el efecto de reflexión, que está dada por la ecuación siguiente:

$$\Gamma = \frac{AC_D\Gamma_N}{A + C_D - AC_D} \quad (4.10)$$

Como se puede observar, para la obtención de  $\Gamma$  no fue necesario el cálculo de la intensidad de flujo de protones  $j_T$  que llegan a la fotosfera, por lo cual la ecuación de difusión no fue resuelta explícitamente en S91. Sin embargo, la derivación de  $j_T$  a partir de la ecuación de difusión se verá en el Capítulo 5.

## 4.2. Producción de rayos- $\gamma$

Para la segunda parte del modelo es necesario considerar los rayos- $\gamma$  producidos por los chubascos atmosféricos (o cascadas) que tienen lugar debido a la interacción entre los RC incidentes y la atmósfera solar. En S91 se consideró que los campos magnéticos no afectan la trayectoria de los RC con energía cinética  $T > T_{Threshold}$  (donde  $T_{Threshold} = 3000$  GeV es la energía a la cual los primarios no son deflectados por el campo magnético del Sol), por lo que estos continuarán su trayectoria en línea recta hacia el interior del Sol y las cascadas que producen tampoco tendrán sus trayectorias modificadas. En caso de que esto último suceda, los RC secundarios penetran el Sol y deben atravesarlo por completo para salir de él y ser detectados, sin embargo, solo los neutrinos son capaces de esto, pues tienen poca interacción con la materia debido a su masa tan pequeña y a que no poseen carga eléctrica. Para el



**Figura 4.2:** Posible desarrollo de chubascos atmosféricos sobre las líneas de campo magnético. a) La cascada ocurre antes de que el primario sea reflejado y se desarrolla linealmente, por lo que los secundarios siguen su trayectoria hacia el interior del Sol; b) La cascada se desarrolla después de que el primario se refleja, lo que contribuye al flujo de rayos- $\gamma$ ; c) La interacción ocurre antes de que el primario se refleje, pero la cascada sigue las líneas de campo. (Tomado de Seckel et al., 1992).

caso de las partículas con  $T < T_{Threshold}$ , se tomó en consideración el que estas siguen las líneas de campo y pueden producir un chubasco antes o después de haber sido reflejadas. Según lo anterior, los RC secundarios seguirán las líneas de campo de regreso al espacio, fenómeno que se ilustra en la figura 4.2. Son las cascadas cuyos secundarios regresan al espacio las que producen el flujo de rayos- $\gamma$  del Sol.

El flujo de rayos- $\gamma$  observados en la Tierra (Seckel, et al., 1991) está dado por

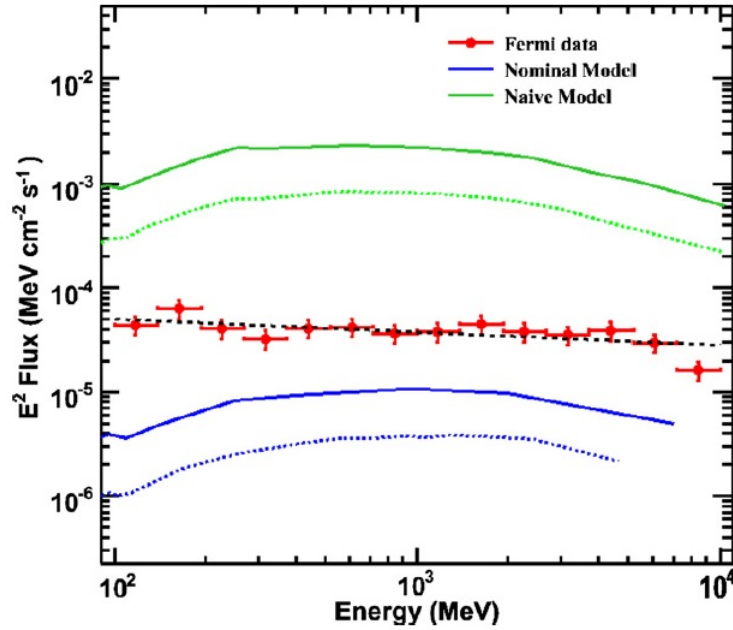
$$\frac{d\phi}{dT_\gamma}(T_\gamma) = \frac{1}{4\pi r_\oplus^2} \frac{dL_\gamma}{dT_\gamma} \quad (4.11)$$

donde  $T_\gamma$  es la energía de los rayos- $\gamma$  y la luminosidad del Sol en rayos- $\gamma$   $L_\gamma$  es

$$\frac{dL_\gamma}{dT_\gamma}(T_\gamma) = \sum_i \int_T^{T_{Threshold_i}} Y_i(T_\gamma, T_i) \Gamma_i(T_i) dT_i \quad (4.12)$$

con  $i$  representando las especies de RC tomadas para la generación de chubascos a saber, protones y núcleos  $^4\text{He}$ , y  $Y_i(T_\gamma, T_i)$  es la función de producción de rayos- $\gamma$  con energía  $T_\gamma$  por primario absorbido de energía  $T_i$  que depende del camino libre medio, es decir, de que tanto puede penetrar en promedio un RC sin ser perturbado, lo que viene dado por

$$Y_i(T_\gamma, T_i) = \int y_{\gamma i}(T_\gamma, T_i, x) \frac{d\mathcal{P}_i}{dx} dx \quad (4.13)$$



**Figura 4.3:** Comparación del espectro de energía de la emisión de rayos- $\gamma$  del disco solar. En rojo se muestran las observaciones de Fermi-LAT comparadas con predicciones de S91, en verde el caso Naive, mientras que en azul el caso nominal. Para las predicciones de S91, tanto en el caso Naive como en el nominal, se muestra un límite superior representado por una línea sólida y un límite inferior dado por la línea punteada. Tales límites corresponden a diferentes suposiciones sobre los chubascos atmosféricos en el Sol. La línea negra punteada, es el ajuste del espectro observado a una ley de potencias con exponente -2.11 (Tomado de Abdo et al., 2011).

con  $y_{\gamma i}$  los fotones de energía  $T_{\gamma}$  que se generan en chubascos de camino medio libre  $x$  producidos por primarios de energía  $T_i$ . La cantidad  $\frac{dP_i}{dx}$  solo es la probabilidad de que los chubascos tengan lugar. La función de producción de fotones solo incluye aquellos fotones que son producidos por las cascadas de los primarios, mientras que no se contabilizan las cascadas generadas por los secundarios. En este modelo, cerca del 0.5 % de la energía total disponible de los RC es transformada en rayos- $\gamma$  (Kenny, et al., 2015).



### 4.3. Discrepancias entre el modelo actual y las observaciones

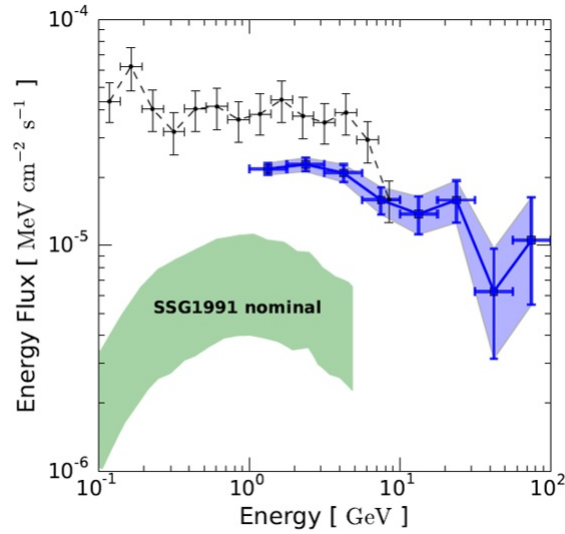
En junio de 2008 fue lanzado el Telescopio Espacial Fermi de Rayos Gamma que contaba con el Large Area Telescope (Fermi-LAT) para detectar rayos- $\gamma$  de energía entre 0.02 y 300 GeV. Esta misión fue la primera oportunidad que se tuvo para comparar el modelo de 1991 con observaciones. Aunque el Telescopio Experimento de Rayos Gamma Energéticos (EGRET, por sus siglas en inglés) fue el primero en observar los rayos- $\gamma$  del Sol, Fermi-LAT fue equipado con lo necesario para poder separar la señal de rayos- $\gamma$  de chubascos atmosféricos en la atmósfera del Sol de la emisión del halo, dada por la dispersión de electrones por efecto Compton inverso. Además, los datos recabados por Fermi-LAT son de gran interés científico, pues el telescopio operó durante el mínimo solar “inusual” de 2009 (Vos y Potgieter, 2015).

Según Abdo, et al., (2011), el flujo integral de rayos- $\gamma$  observado por Fermi-LAT durante los primeros 18 meses de operación, es aproximadamente 7 veces el flujo *nominal* estimado por S91, lo que puede observarse en la figura 4.3. Podría esperarse que dadas las condiciones de la baja actividad solar durante el primer año de operaciones de Fermi-LAT, el albedo de rayos- $\gamma$  fuera mayor al esperado. Sin embargo, Kenny et al., (2015) demuestran que aún contando con información de Fermi-LAT de 6 años, las predicciones de S91 siguen siendo menores a las observaciones, como se ve en la figura 4.4.

El modelo del albedo solar de rayos- $\gamma$  es sensible a las suposiciones hechas sobre el transporte de RC en la heliósfera interna y el modelo de atmósfera solar utilizado, ya que de este depende el desarrollo de los chubascos atmosféricos solares. Las discrepancias pueden deberse a alguna de las siguientes posibilidades:

- La inusualmente baja actividad durante el mínimo solar observado. Sin embargo, Abdo et al., (2011), descartan que este factor contribuya en gran medida.
- Los rayos secundarios que fueron descartados en el modelo de reacciones nucleares utilizado en S91, pudieran incrementar el albedo de rayos- $\gamma$  predicho por el modelo.
- El uso de un modelo simple de la atmósfera solar, en equilibrio hidrostático (Vernazza, et al., 1973) y sin campos magnéticos “turbulentos”.
- Un inadecuado tratamiento de la modulación solar sufrida por los RC en su transporte desde la heliopausa hasta el Sol, da como resultado un espectro de RC que dista de la realidad.

En este trabajo se explora la última posibilidad enunciada, pues la producción de rayos- $\gamma$  en el Sol depende de la cantidad de RC que llegan a su atmósfera, como se ve en la ecuación 4.12. Para ello se utiliza el espectro modelado por Vos y Potgieter (2015) del LIS, situado a 122 UA y se propone el uso de



**Figura 4.4:** Comparación del espectro de energía de la emisión de rayos- $\gamma$  del disco solar. En negro se muestran los datos para los primeros 18 meses de la misión de Fermi-LAT, mientras que en azul para 6 años de operación del mismo instrumento. El área en verde corresponde al rango de predicciones de S91. (Tomado de Kenny et al., 2015).

un nuevo coeficiente de difusión, basado en el coeficiente de difusión de Vos y Potgieter (2015). A partir del LIS y el coeficiente de difusión mencionado, calculo el espectro de RC en las proximidades del Sol (3 radios solares o 0.015 UA), utilizando las aproximaciones de Campo de Fuerza, Convección-Difusión y la solución numérica 1-D.

Como se mencionó anteriormente, el mínimo solar profundo de 2009 pudo contribuir a que se presentara un “exceso” de rayos- $\gamma$ , por lo cual se calcula el espectro a tres radios solares suponiendo la modulación de los RC en el mínimo solar de 2009, así como también para el mínimo de 1987 con lo cual se demuestra que sin importar la baja actividad solar en 2009, el flujo de rayos- $\gamma$  fue subestimado en S91 al no considerarse de forma adecuada la modulación solar.

### Importancia de un modelo adecuado del albedo solar de rayos- $\gamma$

Es claro que el estudio de la radiación  $\gamma$  representa nuevas oportunidades para el desarrollo de la astrofísica y de la física teórica. Por un lado, el Sol actúa como un detector de RC y como un laboratorio para probar diferentes teorías sobre la dinámica de los plasmas, y en general sobre la dinámica de las estrellas. Por otro lado, probar que el exceso de rayos- $\gamma$  no se debe a interacciones entre partículas de

materia “común”, indicaría que posiblemente se trate de interacciones de materia oscura. Este tipo de materia, al aniquilarse entre sí, produce fotones de muy alta energía, entre ellos rayos- $\gamma$ . La existencia de la materia oscura es algo de lo que la comunidad científica se vale para explicar por qué en las galaxias se observa más gravedad de la que puede sustentar la materia visible, y que podría verificar la existencia de la supersimetría, añadiendo nuevas partículas elementales al modelo estándar actual de la física de partículas y, a su vez, proporcionando nuevas herramientas para la verificación de la Teoría de Cuerdas.

Es por ello que se han creado diferentes instrumentos y experimentos para estudiar la radiación  $\gamma$  proveniente del espacio exterior. Uno de ellos es el observatorio Cherenkov de agua a Gran Altura (HAWC, por sus siglas en inglés) ubicado en el volcán Sierra Negra en Puebla, México, a 4100 m de altura y consta de 300 detectores que le permiten observar RC de entre 100 GeV y hasta 100 TeV de energía.

Zhou et al., (2017), quienes han desarrollado un modelo teórico análogo al de S91, pero para radiación- $\gamma$  con energía de TeV's (altas energías), sugieren que HAWC es capaz de observar el flujo de rayos- $\gamma$  del Sol en energías de GeV's y TeV's. Actualmente, la Colaboración HAWC se encuentra trabajando en esta dirección. Enríquez-Rivera y Lara (2015) han realizado mapas de la sombra del Sol en RC<sup>2</sup>, lo que ayudará a entender la absorción de RC de altas energías en el Sol y por consiguiente, el flujo de rayos- $\gamma$  de altas energías visto desde la Tierra. Con esto en mente es evidente que se requiere de un modelo teórico sobre el albedo solar de rayos- $\gamma$  de energía baja, para así conseguir un modelo completo que logre explicar la emisión de rayos- $\gamma$  de cualquier energía en el Sol.

---

<sup>2</sup>La sombra del Sol en RC es el déficit de RC que se tiene debido a que estos son absorbidos por el Sol. Los primarios con energías de GeV's son deflectados por el campo magnético del Sol, pero aquellos con energías de TeV's son absorbidos por la fotosfera del Sol y producen dicha sombra

## Capítulo 5

# Espectro de RC a tres radios solares

Como se vio en el Capítulo anterior, el modelo de S91 supone condiciones que resultan en discrepancias entre las predicciones y las observaciones. Además, en S91 no se proporciona en forma explícita un espectro de RC correspondiente a una distancia de pocos radios solares, ya que dicho trabajo solo se presenta la tasa de absorción de RC en la atmósfera del Sol. Por lo anterior, en este Capítulo se presenta el cálculo de dicho espectro (al que llamo  $j_{T\odot S91}$ ), utilizando la ecuación de difusión mostrada en S91. Asimismo, presento el espectro calculado a  $3 r_{\odot}$  con las soluciones aproximadas a la ETRC descritas en la sección 3.3, que después serán comparadas contra el espectro calculado  $j_{T\odot S91}$ . La elección de tal distancia viene dada por el hecho de que el campo magnético del Sol se vuelve demasiado complejo a distancias menores a  $3 r_{\odot}$ , lo que implica que se requiere tratar el problema de la modulación solar de otra manera.

Según lo expuesto en el Capítulo 3, para poder calcular el espectro de RC en la atmósfera solar, es necesario contar con el LIS y el coeficiente de difusión  $\kappa$ . Utilizaré el LIS de Vos y Potgieter (2015) (en adelante VP15), así como una versión modificada del coeficiente de difusión desarrollado por también por VP15:

$$\kappa_{\parallel} = \kappa_{\parallel 0} \beta G(P) F(r) \quad (5.1)$$

con

$$G(P) = \left( \frac{P}{1GV} \right)^{4/5} \left[ \frac{\left( \frac{P}{1GV} \right)^{11/5} + \left( \frac{P_k}{1GV} \right)^{11/5}}{1 + \left( \frac{P_k}{1GV} \right)^{11/5}} \right]^{13/22} \quad (5.2)$$

$$F(r) = \frac{B_0}{B(r)} \quad (5.3)$$

donde  $\kappa_{\parallel 0}$  es una constante de escalamiento,  $P_k = 4.3$  GV,  $B_0 = 1$  nT y  $B(r)$  es el CMI cuyo valor promedio a 1 UA durante el mínimo solar de 2009 fue de  $B_e = 3.91$  nT. El CMI tiene una estructura en forma de espiral, pero al reducir el coeficiente a su forma 1-D, se pierde la estructura del CMI, quedando solo su componente radial

$$B = B_e \frac{1}{r^2} \quad (5.4)$$

La ecuación anterior implica que el coeficiente de difusión sería proporcional a  $r^2$ . Sin embargo, esto da como resultado valores de  $\phi$  mayores a 1000 MV entre la Tierra y el Sol. El gradiente radial de los RC es menor a 10% por UA, y Lawrence et al., (2016) descubrieron que a distancias menores a 1 UA se mantiene dicho gradiente. Por lo anterior, tenemos que  $\kappa \propto r^2$  da como resultado una modulación que no está apegada a la realidad y es necesario utilizar un coeficiente de difusión que se ajuste a las observaciones, como el empleado por Caballero-Lopez y Moraal (2004). La obtención de valores tan altos de  $\phi$  se debe a que es incorrecto tratar de utilizar un coeficiente de difusión en 3-D para un problema 1-D. Además, en Parker (1965) se discute que el tensor de difusión es proporcional a  $r^s$ , con  $0 \leq s \leq 0.5$  si  $\kappa$  es isotrópico, lo que reduce dicho tensor a un coeficiente de difusión. Por lo anterior, se ha decidido utilizar el siguiente coeficiente de difusión

$$\kappa(P) = \kappa_0 \beta G(P) \quad (5.5)$$

Utilizando los valores de referencia  $\phi_{122-1}^{1987} = 516$  MV y  $\phi_{122-1}^{2009} = 390$  MV (entre 122 UA y 1 UA para los mínimos solares de 1987 y 2009, respectivamente) encontrados en Usoskin et al., (2017), se obtiene  $\kappa_{02009} = 6.21 \times 10^{22}$  cm<sup>2</sup>/s y  $\kappa_{01987} = 4.69 \times 10^{22}$  cm<sup>2</sup>/s utilizando la definición del parámetro de Campo de Fuerza vista en la Sección 3.3.5

$$\phi = \int_r^{r_b} \frac{V(r')}{3\kappa_0} dr' \quad (5.6)$$

Con tales valores de  $\kappa_0$  se obtiene un parámetro de modulación entre 1 UA y  $3r_{\odot}$ :  $\phi_{1-3R_{\odot}} = 4$  MV y  $\phi_{1-3R_{\odot}} = 3$  MV para los mínimos solares de 1987 y 2009, respectivamente. Además, para comprobar los valores de tales parámetros, se emplearon datos de la misión PAMELA de los años 2006-2008, cuya modulación es similar a la del año 1987 (Caballero-Lopez y Moraal, 2012).

## 5.1. Solución de la Ecuación de Difusión

En S91 se explica la obtención de la tasa de absorción  $\Gamma$ , pero nunca se especifica como calcular el espectro de RC, por lo que es necesario obtener una expresión de  $j_{T\odot S91}$ . Para lo anterior se tienen dos caminos:

1. Método 1. Despejar  $j$  de la definición del coeficiente de corrección por difusión, dada en por la ecuación 4.4, considerando que la ecuación 4.1 es la tasa de absorción de RC.

2. Método 2. Resolver la ecuación 3.24, como es propuesto en S91.

A continuación, se describe detalladamente el procedimiento de cada uno de los métodos para calcular  $j_{T\odot S91}$ .

### *Método 1*

La ecuación 4.10 indica la tasa de absorción corregida por difusión y considerando la “reflexión” de los primarios en los campos magnéticos del Sol. Sin embargo, para calcular  $j_{T\odot S91}$  debe eliminarse este último efecto, con lo cual obtendremos  $j_{\oplus}$  con los efectos de la difusión que sufre al transportarse hacia el Sol. Se tiene de 4.4 y de 4.1 que

$$\begin{aligned}\Gamma_A^0 &= C_D \Gamma_N \\ 4\pi r_{\odot}^2 j_{T\odot S91} &= C_D 4\pi r_{\odot}^2 j_{\oplus} \\ j_{T\odot S91} &= C_D j_{\oplus}\end{aligned}\tag{5.7}$$

Lo que resulta bastante intuitivo, ya que desde el inicio se busca corregir por difusión la cantidad de primarios que arriban al Sol.

### *Método 2*

Partimos de la ecuación 3.25 vista en el apartado 3.3.4, tomando en cuenta las recomendaciones hechas por S91 de  $y = f'$ ,  $y' = \frac{dy}{dr}$  y  $\kappa = \kappa(r)$ , obteniendo lo siguiente:

$$\frac{dy}{dr} = -y \left( \frac{2}{r} + \frac{\kappa'}{\kappa} \right)$$

$$\frac{dy}{y} = -\frac{2dr}{r} - \frac{\kappa' dr}{\kappa}$$

$$\int \frac{dy}{y} = -2 \int \frac{dr}{r} - \int \frac{\kappa' dr}{\kappa}$$

$$\ln y = -2 \ln r - \ln \kappa + C$$

$$\ln y + 2 \ln r + \ln \kappa = C$$

Usando las propiedades de los logaritmos y teniendo en cuenta que el logaritmo de una constante es una constante

$$\ln yr^2 \kappa = C$$

$$yr^2 \kappa = C_1$$

$$f' r^2 \kappa = C_1$$

$$\frac{df}{dr} r^2 \kappa = C_1$$

$$df = \frac{C_1 dr}{\kappa r^2}$$

Se integra tomando en cuenta las condiciones de frontera  $f(r_1) = f_{r_1}$ , y  $f(r_\infty) = f_{r_{LIS}}$ .

$$\int_{f_{r_1}}^{f_{r_\infty}} df' = C_1 \int_{r_1}^{r_\infty} \frac{dr'}{\kappa r'^2}$$

$$f_{r_{LIS}} - f_{r_1} = y_{r_1} \kappa_{r_1} r_1^2 \int_{r_1}^{r_{LIS}} \frac{dr'}{\kappa r'^2}$$

$$f_{r_{LIS}} - f_{r_1} = y_{r_1} \kappa_{r_1} r_1^2 I(r_1, r_{LIS})$$

Con

$$I(r_1, r_{LIS}) = \int_{r_1}^{r_{LIS}} \frac{dr'}{\kappa r'^2} \quad (5.8)$$

Como  $y_{r_1} = f'_{r_1}$ ,  $j_{Tr_1}$  será

$$f'_{r_1} = \frac{(f_{r_{LIS}} - f_{r_1})}{\kappa_{r_1} r_1^2 I(r_1, r_{LIS})}$$

$$j_{T r_1} = -\kappa_{r_1} f'_{r_1}$$

$$j_{T r_1} = -\frac{(f_{r_{LIS}} - f_{r_1})}{r_1^2 I(r_1, r_{LIS})} \quad (5.9)$$

La integral en 5.9 se resuelve tomando en cuenta las condiciones de frontera  $f(r_{\odot}) = f_{\odot} = 0$ , porque el Sol supone una frontera absorbente, y  $f(r_{\oplus}) = f_{\oplus}$  como el espectro medido a 1 UA, con  $r_1 = r_{\odot}$  y  $r_{LIS} = r_{\oplus}$ . Además, recordando  $\kappa = D(T, r) = D_{\oplus} r^a T^b$ , tenemos lo siguiente:

$$j_{T \odot} = -\frac{(f_{\oplus} - f_{\odot})}{r_{\odot}^2 I(r_{\odot}, r_{\oplus})} \quad (5.10)$$

se resuelve  $I(r_{\odot}, r_{\oplus})$

$$I(r_{\odot}, r_{\oplus}) = \int_{r_{\odot}}^{r_{\oplus}} \frac{dr'}{D(r') r'^2}$$

$$I(r_{\odot}, r_{\oplus}) = \int_{r_{\odot}}^{r_{\oplus}} \frac{dr'}{D_{\oplus} r'^{a+2} T^b}$$

$$I(r_{\odot}, r_{\oplus}) = \frac{-1}{(a+1) D_{\oplus} T^b} \left[ r^{-(a+1)} \right]_{r_{\odot}}^{r_{\oplus}} \quad (5.11)$$

Sustituyendo la ecuación 5.11 en 5.10

$$j_{T \odot} = -\frac{(f_{\oplus} - f_{\odot})}{r_{\odot}^2} \left( \frac{-1}{(a+1) D_{\oplus} T^b} \left[ r_{\oplus}^{-(a+1)} - r_{\odot}^{-(a+1)} \right] \right)^{-1}$$

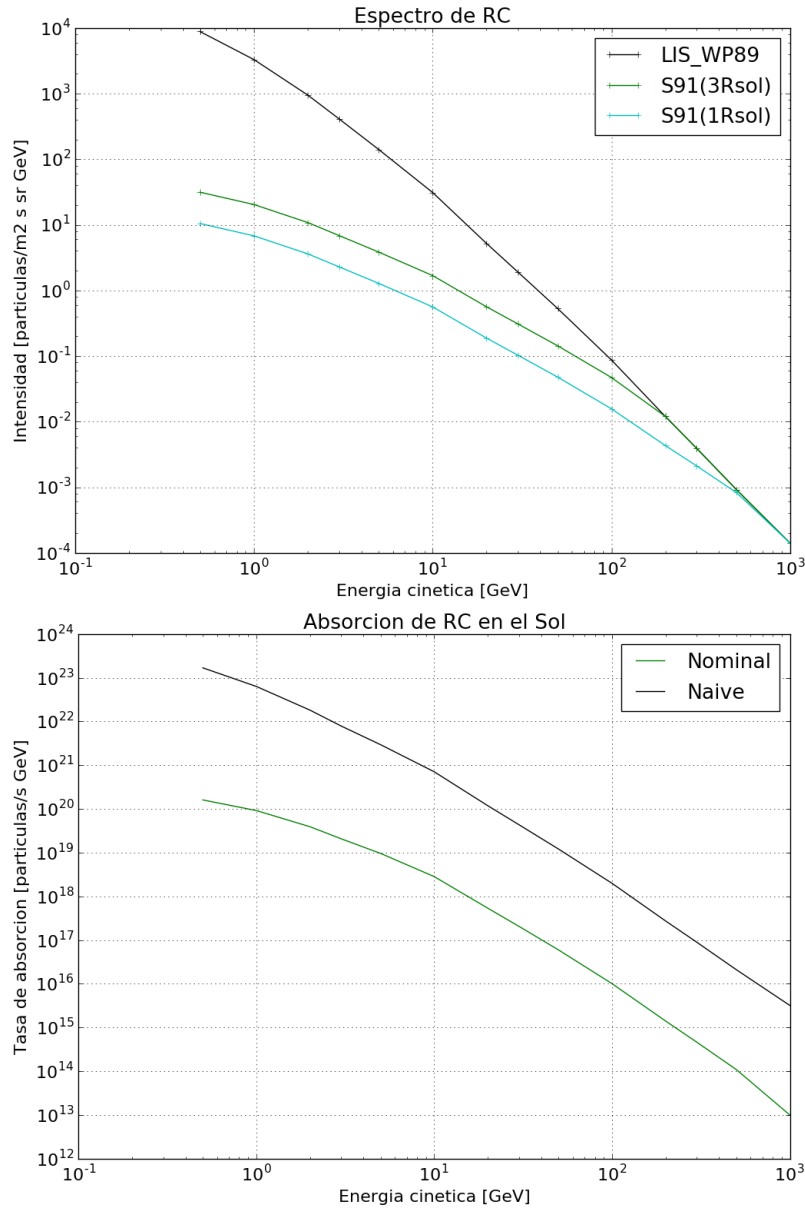
$$j_{T \odot} = \frac{f_{\oplus} (a+1) D_{\oplus} T^b}{r_{\odot}^2} \left[ r_{\oplus}^{-(a+1)} - r_{\odot}^{-(a+1)} \right]^{-1} \quad (5.12)$$

Sin embargo, en S91  $j_{\oplus} = \frac{1}{4} \left( \frac{r_{\odot}}{r} \right)^2 f_{\oplus} \beta c$ , entonces se despeja  $f_{\oplus}$  y se sustituye en 5.13

$$j_{T \odot S91} = \frac{4 j_{\oplus}}{\beta c r_{\odot}^2} (a+1) D_{\oplus} T^b \left[ r_{\oplus}^{-(a+1)} - r_{\odot}^{-(a+1)} \right]^{-1} \quad (5.13)$$

En la figura 5.1 se presenta el espectro de RC que se encuentra a una distancia de 1  $r_{\odot}$  y la tasa de absorción de RC que se obtiene a partir de dicho espectro, así como el espectro de RC a 3  $r_{\odot}$ . Si bien,





**Figura 5.1:** Espectro de energía y tasa de absorción de RC según S91. En el panel superior se presenta en negro el LIS de WP89 usado en S91, en cian el espectro a un radio solar y en verde el espectro a 3 radios solares, que servirá para las comparaciones; en el panel inferior se muestra la tasa de absorción para el caso naive y para el caso nominal. La curva para el caso nominal se puede encontrar en S91, y se obtuvo a partir del espectro a un radio solar mostrado en el panel superior.

había mencionado que calcularía los espectros de RC a  $3 r_{\odot}$ , es importante identificar que el espectro utilizado en S91 es el que se calculó a un radio solar.

## 5.2. Solución Campo de Fuerza

Para obtener el espectro modulado según la aproximación Campo de Fuerza a una distancia heliocéntrica en particular, se deben conocer: a) espectro en la frontera de la heliósfera (LIS); b) la rigidez a la cual se encuentran los primarios en la heliopausa; y c) la rigidez de la partícula después de sufrir los procesos de modulación en su viaje desde la heliopausa hasta el punto de interés, como se muestra en la siguiente ecuación

$$j_{T3r_{\odot}}(3r_{\odot}, P) = \left( \frac{P}{P_{LIS}} \right)^2 j_{T_{LIS}}(r_{LIS}, P_{LIS}) \quad (5.14)$$

Se conoce el espectro  $j_{T_{LIS}}(r_{LIS}, P_{LIS})$  y la rigidez  $P_{LIS}$ , por lo que resta encontrar el valor de  $P$  a partir de la definición del parámetro de Campo de Fuerza  $\phi$ .

El uso de la aproximación Campo de Fuerza es muy sencilla cuando la forma del coeficiente de difusión permite la integración analítica. En el caso del coeficiente de difusión dado por la ecuación 5.5, la integral con respecto a  $r$  da lo siguiente:

$$\phi = \int_r^{r_{LIS}} \frac{V_0(1 - e^{-13.862r'})}{3(\kappa_0/1UA)} dr'$$

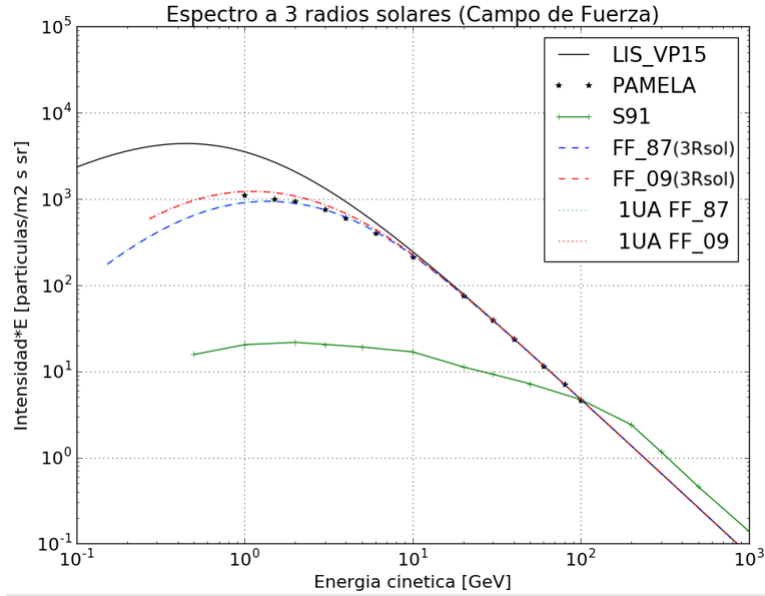
Hago la aclaración de que  $r$  debe estar en UA y que  $V_0 = 400$  km/s

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{1UAV_0}{3\kappa_0} \int_r^{r_{LIS}} (1 - e^{-13.862r'}) dr' \\ \phi &= \frac{1UAV_0}{3\kappa_0} \left[ r_{LIS} - r + \frac{1}{13.862} (e^{-13.862r_{LIS}} - e^{-13.862r}) \right] \end{aligned} \quad (5.15)$$

Dada la forma de la función  $G(P)$  en el coeficiente de difusión, es conveniente utilizar el método iterativo de Newton-Raphson dado por

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)} \quad (5.16)$$

para obtener el valor de la rigidez con el cual la integral en  $P$  es igual al parámetro  $\phi$ , atendiendo también al *Teorema Fundamental del Cálculo* que establece que la derivación y la integración de una función son procesos inversos.



**Figura 5.2:** Espectro de energía a 3 radios solares calculado con la solución Campo de Fuerza. Se muestra la curva obtenida para la modulación del mínimo solar de 1987 en azul, mientras en rojo se presenta la curva según la modulación para el mínimo solar de 2009. La curva negra sólida es el LIS de VP15, y la curva en verde es el espectro de S91. Las curvas discontinuas representan los espectros a 1 UA. Como la modulación entre 1 UA y 3 radios solares es mínima, las curvas correspondientes a estas distancias se empalman. Los asteriscos corresponden a datos obtenidos por la misión PAMELA.

En este caso,  $f(x_i)$  no representa la función de distribución vista en el apartado 3.3, sino una función cualquiera y  $f'(x_i)$  su derivada con respecto a  $x_i$ . Si  $x_i = P_i$  y usando (??) tenemos

$$f(P) = \int_P^{P_{LIS}} (P')^{4/5} \left[ \frac{(P')^{11/5} + (P_k)^{11/5}}{1 + (P_k)^{11/5}} \right]^{13/22} \frac{\beta(P')}{P'} dP' - \phi_{VP15}$$

$$f'(P) = (P)^{4/5} \left[ \frac{(P)^{11/5} + (P_k)^{11/5}}{1 + (P_k)^{11/5}} \right]^{13/22} \frac{\beta(P)}{P}$$

Con las últimas expresiones se obtiene el valor de  $P$  del límite inferior de la integral, para el cual se cumple

$$\int_P^{P_{LIS}} (P')^{4/5} \left[ \frac{(P')^{11/5} + (P_k)^{11/5}}{1 + (P_k)^{11/5}} \right]^{13/22} \frac{\beta(P')}{P'} dP' = \frac{1UAV_0}{3\kappa_0} \left[ r_{LIS} - r + \frac{1}{13.862} (e^{-13.862r_{LIS}} - e^{-13.862r}) \right]$$

En la figura 5.2 se presenta el espectro de RC a  $3r_{\odot}$  calculado con la solución Campo de Fuerza.

### 5.3. Solución Convección-Difusión

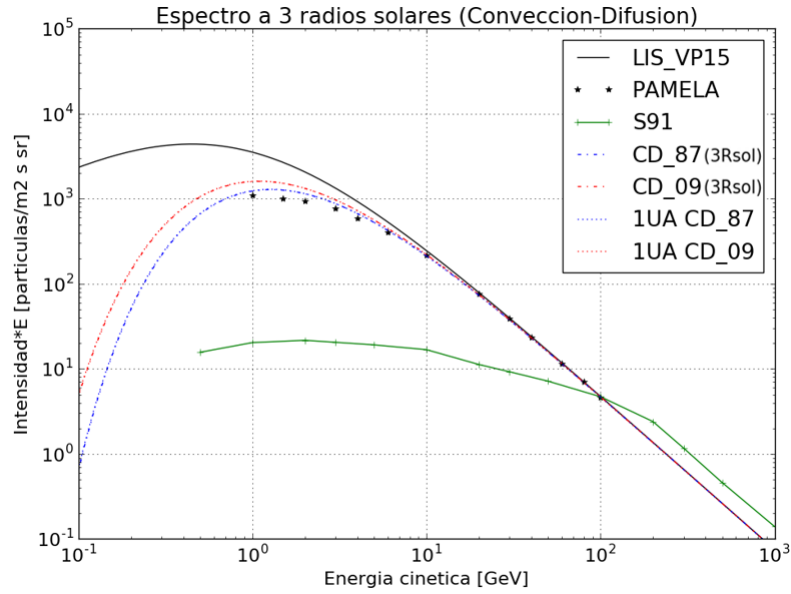
La solución Convección-Difusión es sencilla de obtener una vez que se ha calculado  $\phi$ , teniendo en cuenta las relaciones  $j_{T3r_{\odot}} = j_{LIS} e^{-M}$  y  $M = 3\phi/\beta G(P)$ , vistas en el apartado 3.3.6. Es oportuno decir que el denominador de  $M$  toma esa forma porque se hizo la suposición de que  $\kappa$  podía expresarse como  $\beta\kappa_1(r)\kappa_2(P)$ , pero debe entenderse que en realidad el denominador corresponde a la parte del coeficiente de difusión que evalúa la dependencia en  $T$  o  $P$ . Para el coeficiente de difusión propuesto se tiene

$$M = \frac{3\phi}{\beta(P)^{4/5} \left[ \frac{(P)^{11/5} + (P_k)^{11/5}}{1 + (P_k)^{11/5}} \right]^{13/22}} \quad (5.17)$$

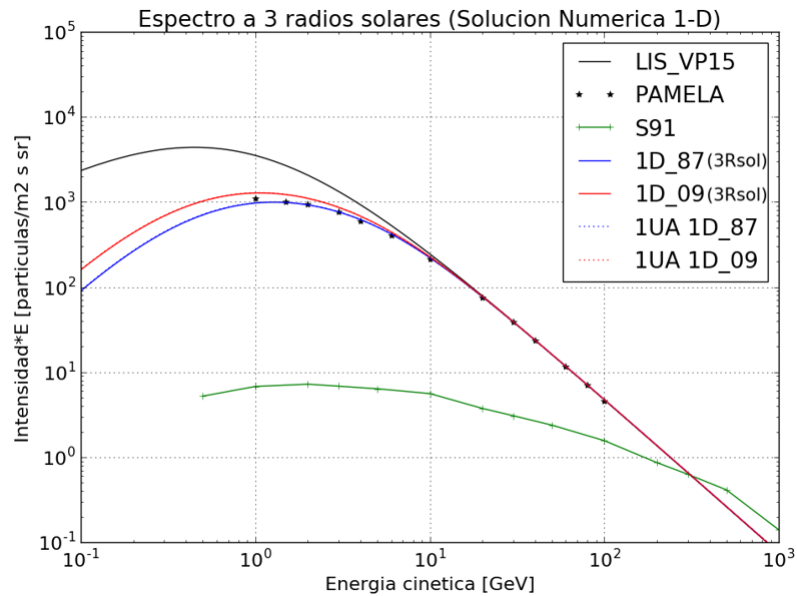
En la figura 5.3 se presenta el espectro de RC a  $3r_{\odot}$  calculado con la solución Convección-Difusión.

### 5.4. Solución numérica en 1-D

Para la solución numérica a la ETRC en 1-D, utilicé el código fuente en lenguaje de programación *Fortran 77*, proporcionado por el Dr. Caballero-Lopez. Dicho programa lo traduje al lenguaje de programación *Python 2.7* y lo modifiqué de tal suerte que pudiera resolver la ETRC con el coeficiente de difusión propuesto, así como también con el LIS de VP15. La solución numérica 1-D y cada una de las soluciones, se encuentran como *funciones* de Python en el código fuente del Apéndice A.



**Figura 5.3:** Espectro de energía a 3 radios solares calculado con la solución Convección-Difusión. Se muestra la curva obtenida para la modulación del mínimo solar de 1987 en azul, mientras en rojo se presenta la curva según la modulación para el mínimo solar de 2009. La curva negra sólida es el LIS de VP15, y la curva en verde es el espectro de S91. Las curvas discontinuas representan los espectros a 1 UA. Como la modulación entre 1 UA y 3 radios solares es mínima, las curvas correspondientes a estas distancias se empalman. Los asteriscos corresponden a datos obtenidos por la misión PAMELA.



**Figura 5.4:** Espectro de energía a 3 radios solares calculado con la solución numérica en 1-D. Se muestra la curva obtenida para la modulación del mínimo solar de 1987 en azul, mientras en rojo se presenta la curva según la modulación para el mínimo solar de 2009. La curva negra sólida es el LIS de VP15, y la curva en verde es el espectro de S91. Las curvas discontinuas representan los espectros a 1 UA. Como la modulación entre 1 UA y 3 radios solares es mínima, las curvas correspondientes a estas distancias se empalman. Los asteriscos corresponden a datos obtenidos por la misión PAMELA.

En la figura 5.4 se presenta el espectro de RC a  $3r_{\odot}$  calculado con la solución numérica a la ETRC en 1-D.

## Capítulo 6

# Discusión y conclusiones

Como se observó en el Capítulo 5, existen diferentes formas de calcular  $j_{T\odot}$  por las diferentes aproximaciones que existen a la solución de la ETRC. Además, según el coeficiente de difusión y el LIS utilizados, se podrían obtener diferencias en dicho espectro  $j_{T\odot}$ .

Como podemos ver en la figura 6.1, el espectro calculado a  $3 r_{\odot}$  mediante las aproximaciones Campo de Fuerza, Convección-Difusión, así como con la solución numérica, es superior al que se obtiene mediante el método de S91 para resolver la ecuación de difusión. Además observamos que, aún considerando un mínimo solar menos profundo al de 2009, que corresponde al de 1987, el espectro de RC en el Sol es mayor al que se obtiene para S91. Sin embargo, lo anterior puede deberse a que se utilizó un coeficiente de difusión radialmente constante, lo que es válido para distancias mayores a 1 UA. Dada la cercanía al Sol y la complejidad del campo magnético en regiones cercanas a tal estrella, es necesario plantearse la posibilidad de que el coeficiente de difusión  $\kappa$  no sea constante en  $r$  para distancias menores a 1 UA. Para tomar en cuenta tal posibilidad, se propone el uso del siguiente coeficiente de difusión

$$\kappa(P, r) = \kappa_0 \beta G(P) H(r) \quad (6.1)$$

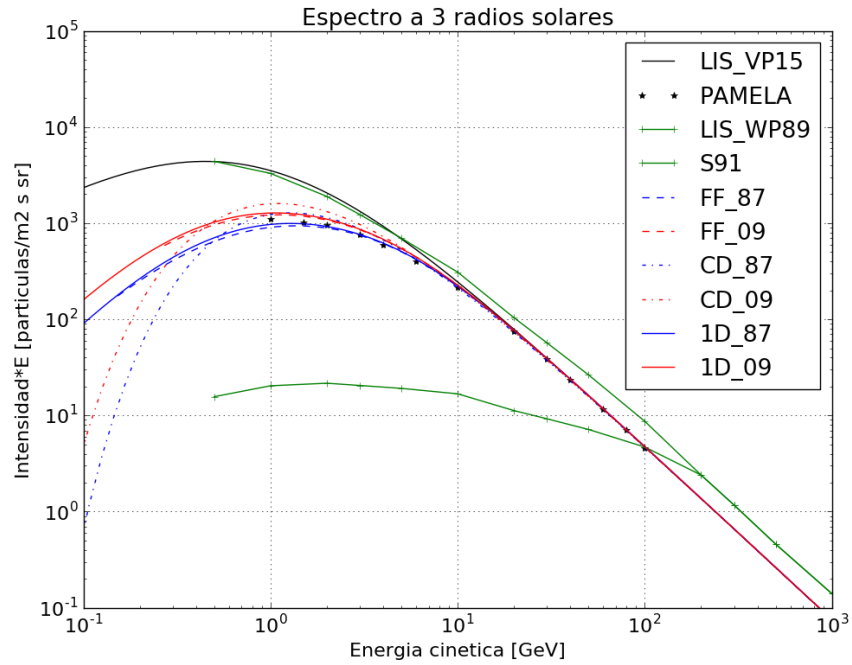
con  $\beta$  y  $G(P)$  como se mencionó en el capítulo anterior, y

$$H(r) = \left( \frac{r}{1+r} \right)^s \quad (6.2)$$

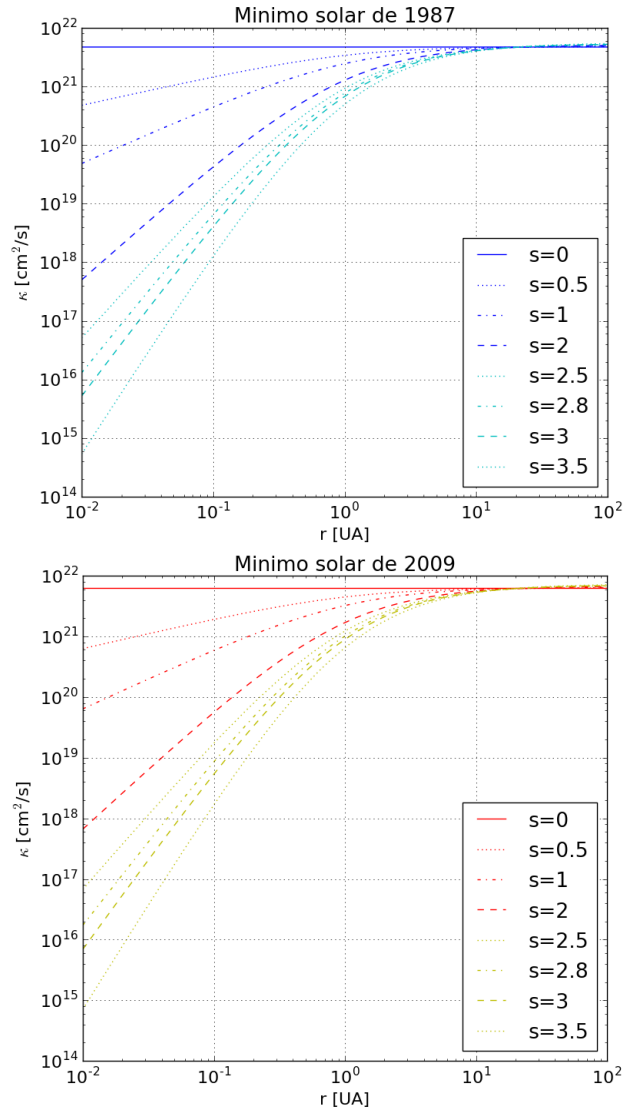
De esta manera, cuando  $r \gg 1$  UA,  $H(r) \rightarrow 1$ . Si  $r \ll 1$  UA,  $H(r) \rightarrow r^s$

Probando para  $s = 0$ ,  $s = 0.5$ ,  $s = 1$ ,  $s = 2$ ,  $s = 2.5$ ,  $s = 2.8$ ,  $s = 3$  y  $s = 3.5$ , se consiguen los valores para  $\kappa_0$  y para  $\phi$  que se muestran en el cuadro 6.1. Los valores de  $\kappa_0$  los calculé utilizando la definición





**Figura 6.1:** Espectro de energía a tres radios solares calculado con diferentes soluciones a la ETRC en 1D. Las curvas en azul corresponden al mínimo solar de 1987, las curvas en rojo al mínimo solar de 2009. En verde se presentan el espectro interestelar usado en S91 (LIS-WP89) y el espectro a en las cercanías del Sol (curva S91). En negro se presenta el LIS de VP15. Las letras FF corresponden a las curvas generadas con el modelo de Campo de Fuerza, CD para las correspondientes a Convección-Difusión y 1D para las correspondientes a la solución numérica en 1D. Los asteriscos corresponden a datos obtenidos por la misión PAMELA.



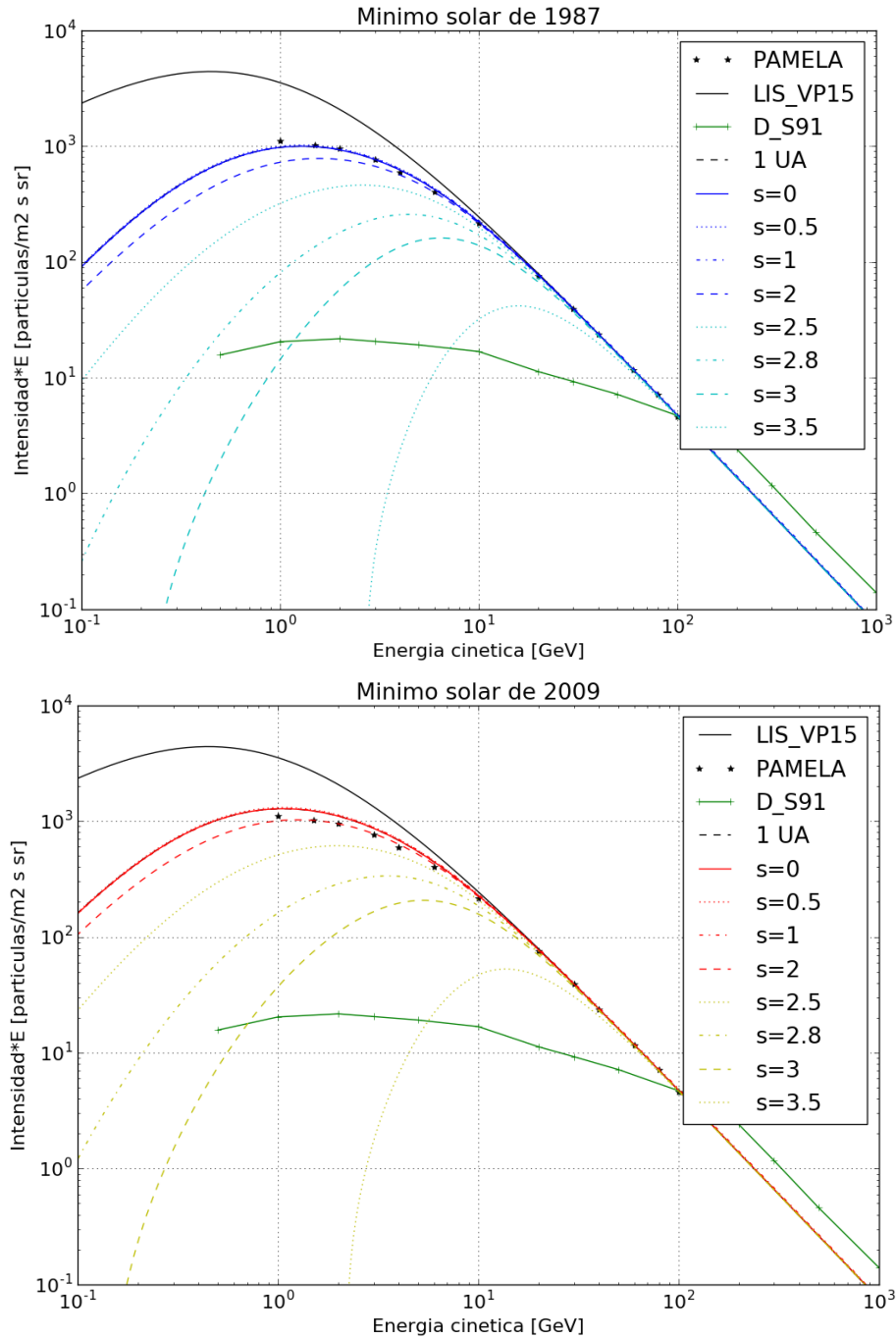
**Figura 6.2:** Comportamiento del coeficiente de difusión para diferentes valores de  $s$ . En el panel superior se observa el valor de  $\kappa_0$  para el mínimo de 1987, mientras que en el panel inferior para el mínimo de 2009.

del parámetro de Campo de Fuerza, visto en la sección 3.3.5 con  $\kappa_1 = \kappa_0 H(r)$  y  $\kappa_2 = G(P)$ , y utilizando los valores de modulación de referencia en Usoskin et al., (2017). Después, con el coeficiente  $\kappa_0$  obtenido, se calculó el parámetro  $\phi$  correspondiente a la modulación entre 1 UA y  $3r_\odot$  usando la ecuación ?? con  $r_b = 1UA$  y  $r = 3r_\odot$ . En la figura 6.2 se muestra el comportamiento de  $\kappa(T, r)$ , para cada valor de  $s$  y con el valor de  $\kappa_0$  correspondiente. Observamos que si se incrementa  $s$ , disminuye  $\kappa(T, r)$  en mayor medida (para  $r < 10 UA$ ), lo que significa que se tiene un menor flujo difusivo y por lo tanto, se esperaría un espectro de RC cada vez menor al incrementar  $s$ .

s	Mínimo de 1987		Mínimo de 2009	
	$\kappa_0 [cm^2/s]$	$\phi_{1UA-3r_\odot} [MV]$	$\kappa_0 [cm^2/s]$	$\phi_{1UA-3r_\odot} [MV]$
0	$4.69 \times 10^{22}$	4	$6.21 \times 10^{22}$	3
0.5	$4.78 \times 10^{22}$	8	$6.32 \times 10^{22}$	6
1	$4.88 \times 10^{22}$	16	$6.45 \times 10^{22}$	12
2	$5.1 \times 10^{22}$	137	$6.75 \times 10^{22}$	104
2.5	$5.23 \times 10^{22}$	572	$6.92 \times 10^{22}$	432
2.8	$5.32 \times 10^{22}$	1478	$7.04 \times 10^{22}$	1116
3	$5.38 \times 10^{22}$	2 868	$7.12 \times 10^{22}$	2 167
3.5	$5.56 \times 10^{22}$	16 230	$7.35 \times 10^{22}$	12 278

**Cuadro 6.1:** Se muestran los valores de modulación para distintos valores de  $s$ .

En la figura 6.3 se muestran las soluciones generadas por el método de solución numérica de la ecuación en 1-D para diferentes valores de  $s$ . Observamos que para  $s < 3$ , el espectro de RC a  $3r_\odot$  es muy superior al predicho por S91. Al incrementar el valor de  $s$ , el espectro de RC obtenido mediante la solución numérica disminuye en las bajas energías, hasta que para  $s > 3$  el espectro de la solución 1-D es menor al de S91. Sin embargo, se sigue observando un flujo superior al de S91 para primarios con energía mayor a aproximadamente 5 GeV en todas las curvas calculadas, lo que indica que, a menos que  $s > 3.5$ , se tendrá un mayor flujo de protones y por lo tanto, un mayor albedo solar de rayos- $\gamma$  que el predicho por S91. Según Zhou et al., (2017) la energía de los rayos- $\gamma$  producidos por interacciones hadrónicas es 0.1 veces la energía del rayo cósmico protónico involucrado en la interacción. Además, según Abdo et al., (2011) y Kenny et al., (2015), el albedo solar de rayos- $\gamma$  observado por el telescopio Fermi-LAT es casi un orden de magnitud mayor al predicho por S91. Por lo anterior, se puede suponer que entre 1 UA y el Sol, el coeficiente de difusión es proporcional a  $r^{2.8}$ , pues el espectro de RC calculado a 3 radios solares con



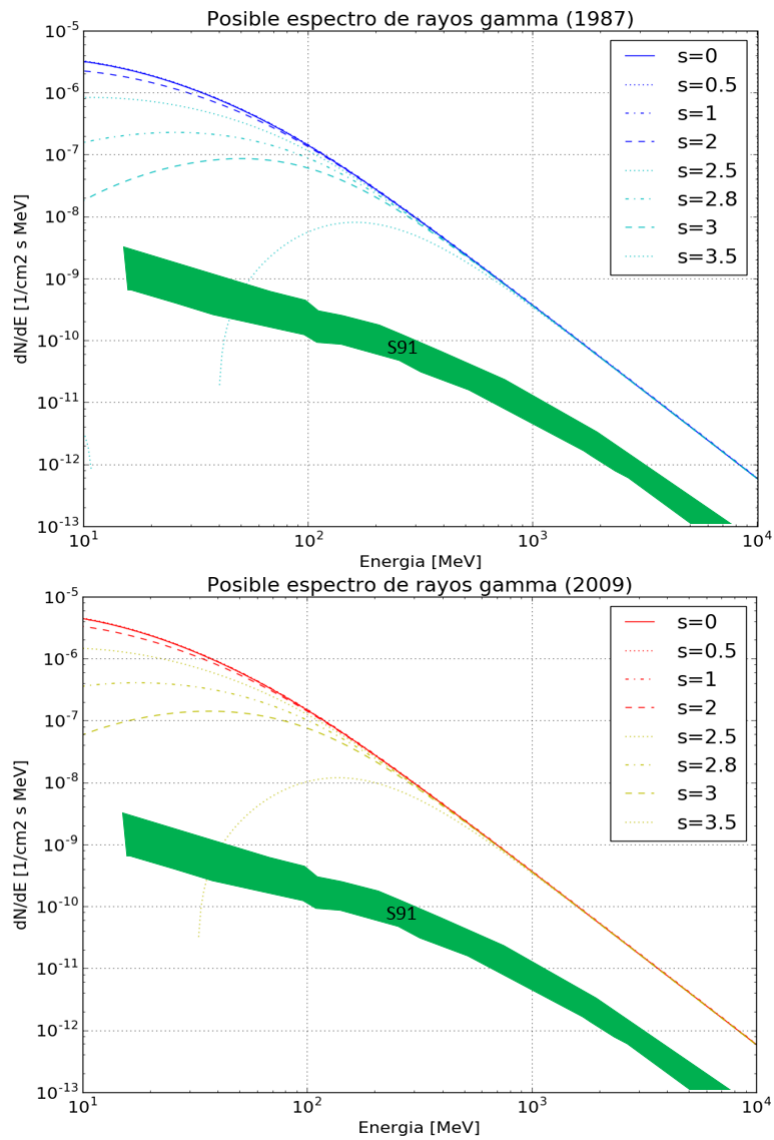
**Figura 6.3:** Espectro de RC a 3 radios solares, utilizando diferentes valores de  $s$  para el coeficiente de difusión. En el panel superior se observa la modulación para el mínimo de 1987. En el panel inferior se observa la modulación para el mínimo de 2009. En negro se presentan las curvas obtenidas para 1 UA, sin embargo, todas las curvas correspondientes a dicha distancia para diferentes valores de  $s$ , se empalman con la curva a 3 radios solares y  $s=0$ . Las curvas se obtuvieron utilizando la solución numérica en 1-D. Los asteriscos corresponden a datos obtenidos por la misión PAMELA.

$s = 2.8$  es aproximadamente un orden de magnitud mayor que el correspondiente a S91. Esto contrasta con el coeficiente de difusión de S91, que es proporcional a  $r^2$ .

En un intento por calcular el espectro de rayos- $\gamma$  siguiendo a Zhou et al., (2017), se obtuvieron las curvas presentadas en la figura 6.4, que muestran el flujo diferencial de rayos- $\gamma$ , más no el flujo integral de rayos- $\gamma$  que es con respecto al cual se han hecho las comparaciones cuantitativas. A partir de tales gráficas se podría concluir que el valor de  $s$  se encuentra entre 2.8 y 3.0 si se tiene en cuenta que el flujo de rayos- $\gamma$  se incrementa con el mismo factor con el que se incrementa el espectro de RC en las proximidades del Sol. Sin embargo, debo insistir en que este es un cálculo sencillo y no debe tomarse como la mejor aproximación posible. Los espectros de RC obtenidos en esta tesis pueden utilizarse como entrada para alimentar la simulación Montecarlo de códigos numéricos como CORSIKA. Dicho código es empleado para simular cascadas atmosféricas según el primario incidente, y cuantifica los productos de ella. El cálculo del albedo solar de rayos- $\gamma$  utilizando ese tipo de herramientas computacionales se deja para trabajos posteriores.

Con lo anterior se concluye que:

- a) El coeficiente de difusión es una pieza clave para conocer la modulación solar. Sin embargo, este no es bien conocido cerca del Sol debido a la escasa información que se tiene a distancias menores a 1 UA.
- b) En S91 se subestimó la cantidad de RC que llegan al Sol, pues para llegar a la solución de la ecuación de difusión se supuso que la velocidad del viento solar era constante en toda la heliósfera y que el coeficiente de difusión debía ser parecido a lo que se consideraba en Palmer (1982). El problema con ello es que Palmer habla acerca de un coeficiente de difusión para energías menores a 1 GeV, mientras que en S91 se tratan con primarios de energía superior a 1 GeV.
- c) Dado que las observaciones del Telescopio Fermi-LAT son casi un orden de magnitud mayor a las predicciones de S91, se puede concluir que el valor de  $s$  se encuentra entre 2.8 y 3.0, ya que con esos valores se obtiene un espectro de RC y un flujo diferencial de rayos- $\gamma$ , mostrado en la figura 6.4, aproximadamente un orden de magnitud mayor al de S91.
- d) El CMI a distancias cercanas al Sol es mucho más complejo que en el resto de la heliósfera, por lo que modelarlo a tales distancias requiere un tratamiento riguroso de la dinámica del campo magnético solar (y de la corona).
- e) Es necesario recurrir a un modelo 3-D del CMI, para que se puedan reproducir correctamente las irregularidades del campo magnético y se consiga un coeficiente de difusión que represente correctamente



**Figura 6.4:** Posible flujo diferencial de rayos gamma producido por el flujo de RC calculado a 3 radios solares y con diferentes valores de  $s$  para el coeficiente de difusión. En el panel superior se observa la modulación para el mínimo de 1987. En el panel inferior se observa la modulación para el mínimo de 2009. Las curvas se obtuvieron utilizando la solución numérica en 1-D. La zona sombreada en verde representa la predicción de S91 para el caso nominal.

los efectos del campo magnético.

- f) Aunque en este trabajo no se explora la forma en que  $\kappa$  varía respecto de  $P$ , también es posible que a distancias menores a 1 UA esta dependencia tenga una forma diferente a la que usan S91, por lo que en este trabajo se utiliza la versión de VP15.
- g) Por todo lo anterior, se concluye que el espectro de RC calculado mediante los métodos de Campo de Fuerza, Convección-Difusión y solución numérica a la ETRC en 1-D, representa una aproximación más apegada a la realidad que el que se obtiene mediante el modelo de S91, ya que en este trabajo no solo se utilizó un coeficiente de difusión más sofisticado, sino también se obtuvo un espectro de RC mayor al de S91 al utilizar cualquiera de los 3 métodos presentados en esta tesis, lo que significa a su vez, un mayor albedo de rayos- $\gamma$ .

Por último, es preciso mencionar que los espectros calculados a 3 radios solares que se presentan en esta tesis, podrán compararse con información en los próximos años: la Administración Nacional de la Aeronáutica y del Espacio (NASA, por sus siglas en inglés) ha planeado el lanzamiento de la nave *Parker Solar Probe* para mediados de 2018. Esta nave viajará hasta aproximadamente 0.043 UA, lo que equivale a poco más de  $9r_{\odot}$  y podrá medir el espectro de RC a tales distancias, con lo que podrá comprobarse la validez de cada uno de los métodos presentados en este trabajo, así como también la validez del coeficiente de difusión propuesto y por consiguiente, dar un paso más en la elaboración de un modelo completo y actualizado del albedo solar de rayos- $\gamma$ .

# Bibliografía

- [1] Abdo, A., Ackermann, M., Ajello, M., Baldini, L., Ballet, J., Barbiellini, G.,...Ziegler, M. , (2011), Fermi Large Area Telescope observations of two gamma-ray emission components from the quiescent sun, *The Astrophysical Journal*, 736(116), pp. 1-10, doi:10.1088/0004-637X/734/2/116.
- [2] Aguilar, M, (2011), 100 años de rayos cósmicos, *Revista de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*, 105(1), pp. 107-128.
- [3] Altrock, R., Neiding, D., DeMastus, H., Radick, R., Evans, J., Simon, G., Keil, A., The Sun, en *Handbook of Geophysics and the Space Enviroment*, Springfield: Adolph S. Jursa, pp. 1-24.
- [4] Barouch, E., y Burlaga, L.F., (1975), Causes of Forbush Decreases and Other Cosmic Ray Variations, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 4, pp. 449-455, 1997ICRC....2..121V
- [5] Caballero-Lopez, R. A., (2017), La heliósfera, *Posgrado en Ciencias de la Tierra*, pp. 1-75,
- [6] Caballero-Lopez, R. A., y Moraal, H., (2004), Limitations of the force field equation to describe cosmic ray modulation, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 109, pp. 1-7, doi: 10.1029/2003JA010098.
- [7] Caballero-Lopez, R. A., y Moraal, H., (2012), Cosmic-ray yield and response functions in the atmosphere, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 117, pp. 1-11, doi:10.1029/2012JA017794.
- [8] Czechowski, A., Strumik, M., Grygorczuk, J., Grzedzielski, S., Ratkiewicz, R. y Scherer, K., (2010), Structure of the heliospheric current sheet from plasma convection in time-dependent heliospheric models, *Astronomy and Astrophysics*, 516, A17, pp. 1-10, doi:10.1051/0004-6361/200913542.
- [9] Dolan, F. y Fazio, G., (1965), The Gamma-Ray Spectrum of the Sun, *Reviews of Geophysics*, Vol. 3, No. 2, pp. 319-343.



- [10] Enríquez-Rivera, O., Lara, A., (2015), The Galactic cosmic- Sun Shadow observed by HAWC, *Proceedings of Science*, pp. 1-8.
- [11] Enríquez-Vargas, M., (2018), *Estudio de las variaciones temporales a gra escala de la intensidad de los rayos cósmicos galácticos*, (Tesis de maestría). Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad Universitaria, México.
- [12] Feynman, J., Solar Wind, en *Handbook of Geophysics and the Space Environment*, Springfield: Adolph S. Jursa, pp. 1-34.
- [13] Gaisser, T., (2006), The Cosmic-ray Spectrum: from the knee to the ankle, *Journal of Physics: Conference Series* 47, pp. 15-20, doi:10.1088/1742-6596/47/1/002.
- [14] Gaisser, T., Stanev, T. (2005), High-energy cosmic rays *Nuclear physics*, A 777 (2016), pp. 98-110 doi:10.1016/j.nuclphysa.2005.01.024.
- [15] Gleeson, J., and Axford, W, (1967), Cosmic Rays in the Interplanetary Medium *The Astrophysical Journal*, Vol. 149, pp. L115-L118.
- [16] Gleeson, L., and Axford, W., (1968a), Solar Modulation of Galactic Cosmic Rays, *The Astrophysical Journal*, Vol 154 pp. 1011-1026.
- [17] Gleeson, L., and Axford, W. (1968b), The Compton-Getting Effect, *Kluwer Academic Publishers*, pp. 431-437.
- [18] Holzer, T., (1979), The Solar Wind and Related astrophysical Phenomena, en *Space Plasma Physics: The Study of Solar-System Plasmas*, Vol 2 Washington, D.C. pp. 10-12.
- [19] Kallenrode, M. (1968), Sun and Solar Wind: Plasmas in the Heliosphere, en *Space Physics. An Introduction to Plasmas and Particles in the Heliosphere*, Nueva York, Springer pp. 135-210.
- [20] Kenny, C., Beacom, J., Annika, H., y Carsten, R., (2015), First observation of time variation in the solar-disk gamma-ray flux with Fermi, *Physical Review*, D 94 pp. 1-14.
- [21] Longair, M. (1981), The Solar Wind and its influence upon the local flux of cosmic rays, en *High energy astrophysics*, Vol 1, Cambridge, Cambridge University Press, pp. 297-327.
- [22] Mewaldt, R.A., Mason, G. M., (2005), Cosmic Rays in the Galaxy and in the Heliosphere, en *The Solar System and Beyond. Ten Years of ISSI*, Switzerland, The International Space Science Institute, pp. 69-81, ISBN: 1608-28X

- [23] Miroshnichenko, L., (2015), Solar Cosmic Rays: Object and Tool for Space Research, en *Solar Cosmic Rays. Fundamentals and Applications*, Nueva York, Springer, pp. 1-11, DOI 10.1007/978-3-319-09429-8.
- [24] Moraal, H., (2013), Cosmic Ray Modulation Equations, *Space Sci Rev*, pp. 300-319 doi:10.1007/s11214-011-9819-3
- [25] Palmer, I., (1982), Transport Coefficients of Low-Energy Cosmic Rays in Interplanetary Space, *Reviews of Geophysics and Space Physics*, Vol. 20, No.2, pp. 335-355,
- [26] Parker, E., (1965), The Passage of Energetic Charged Particles Through Interplanetary Space, *Planet, Space Sci*, Vol. 13, pp. 9, 49.
- [27] Parker, E., (2001), A history of early work on the heliospheric magnetic field, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 106, No. A8, pp. 15,797-15,801.
- [28] Risken, H., (1989), Introduction en *The Fokker-Plank Equation. Methods of Solution and Applications*, New York, Springer, pp. 1-11.
- [29] Seckel, D., Stanev, T., Gaisser, T., (1991), Signatures of cosmic-ray interactions on the solar surface, *The Astrophysical Journal*, 382, pp. 652-666, 1991ApJ...382..652S.
- [30] Seckel, D., Stanev, T., Gaisser, T., (1992), Cosmic ray albedo gamma-rays from the quiet sun *The Astrophysical Journal*, pp 542-549, 1992NASCP3137..542S.
- [31] Simpson, J., (1954), Cosmic-Radiation Intensity-Time Variations and Their Origin. III. The Origin of 27-Day Variations *Physical Review*, Vol. 94, No. 2, pp. 426-440.
- [32] Simpson, J., (1983), Elemental and Isotropic Composition of the Galactic Cosmic Rays *Annual Reviews Inc.*, 33, pp. 323-352, 0163-8998/83/1201-0323502.00.
- [33] Smart, D., Shea, M., (1985), Galactic Cosmic Radiation and Solar Energetic Particles, en *Handbook of Geophysics and the Space Environment*, Springfield, pp. 1-29.
- [34] Smith, E., (1979), Interplanetary Magnetic Fields *Reviews of geophysics and space physics*, Vol. 17, No. 4, pp. 610-623, 0034-6853/79/009R-0377506.00.
- [35] Thomas, S., Owens, M. y Lockwood M., (2014), Galactic cosmic rays in the heliosphere *Astronomy and Geophysics*, Vol. 55, pp. 23-26.

- [36] Usoskin, I., Agnieszka, G., Gennady, A., Kovaltsov, Mishev, A. y Mikhailov, V., (2017), Heliospheric modulation of cosmic rays during the neutron monitor era: Calibration using PAMELA data for 2006-2010, pp. 1-33.
- [37] Valdés-Galicia, J.F. y Dorman, L.I., (1997), 27-Day Cosmic Ray Variation and its Relation to the Interplanetary Neutral Current Sheet Tilt, *Astrophysical Data System*, pp. 1-4, 1997ICRC....2..121V.
- [38] Vernazza, J., Avrett, E. y Loeser, R., (1973), Structure of the Solar Chromosphere. I. Basic Computations and Summary of the Results *The Astrophysical Journal*, 184, pp. 605-631, 1973ApJ...184..605V.
- [39] Vos, E. y Potgieter M., (2015), New Modeling of Galactic Proton Modulation During the Minimum of Solar Cycle 23/24 *The Astrophysical Journal*, 815, pp. 119-127, doi:10.1088/0004-637X/815/2/119.
- [40] Webber, W. y Potgieter M., (1989), A new calculation of the cosmic-ray antiproton spectrum in the galaxy and heliospheric modulation effects on this spectrum using a drift plus wavy current sheet model, *The Astrophysical Journal*, 344, pp. 779-785, 1989ApJ...344..779W.
- [41] Zhou, B., Kenny C., Beacom, J. y Annika H., (2017), *TeV solar gamma rays from cosmic-ray interactions* 110, pp. 1-12.

## Apéndice A

# Código fuente para las soluciones a la ETRC

```
#!/matplotlib inline
# -*- coding: utf-8 -*-
import scipy as sp
import numpy as np
import math as mt
import matplotlib.pyplot as plt

#Se definen los parámetros y vectores genéricos
k = 5000          #Iteraciones
d = 0.001        #cambio en P en GV
Rsol = 0.005     #radio solar en UA
UA = 1.5*10**11  #Unidad astronómica en m
E0 = 0.938      #Energía del Protón en reposo
A = 1.0         #Número de nucleones en la partícula
Z = 1.0        #Número atómico del primario
AZ = A/Z
s = 0.0        #potencia de r en k
k87 = 4.69*10**18 #k para el mínimo de 1987
```

```

k09 = 6.21*10**18      #k para el mínimo de 2009

jTbVP15 = np.zeros((k)) #LIS en part/(m2·s·sr·MeV/n) ubicado a 122 UA
P = np.zeros((k))      #Rigidez magnética en GV
Beta = np.zeros((k))   #Cociente v/c
Pb = np.zeros((k))     #Rigidez en la frontera
Betab = np.zeros((k))  #beta en la frontera
Tb = np.zeros((k))     #Energía cinética en la frontera en GeV
M = np.zeros((k))      #Función de modulación

#Parámetros y vectores de S91
a = 2                  #Exponente en r
b = 1                  #Exponente en E
DT1 = 0.03            #coeficiente de difusión a 1 UA en S91 con c=1
#Espectro de Webber y Potgieter (1989) a 1 UA, dado en part/(m2·s·sr·GeV/n)
jTWP89 = np.array([8800.0,3300.0,950.0,410.0,140.0,31.0,5.2,1.9,0.53,0.087,0.012,
0.0039,0.00092,0.00014])
E = np.array([0.5,1,2,3,5,10,20,30,50,100,200,300,500,1000])
kS = 14                #Número de datos del espectro de WP89
jTS91 = np.zeros((kS)) #j a partir de la ecuación de difusión
#Datos Pamela JT en part/(m2·s·sr·GeV/n)
Tp = np.array([1.0, 1.5, 2.0,3.0,4.0,6.0,10.0,20.0,30.0,40.0,60.0,80.0,100.0])
jTp = np.array([1105.0,674.3,474.6,255.5,149.4,67.18,21.51,3.789,1.3,0.5919,0.1932,
0.08884,0.04626])
    #mínimo de 1987
jTFF87 = np.zeros((k)) #j de Campo de Fuerza
jTCD87 = np.zeros((k)) #j de Convección-Difusión
jTNum87 = np.zeros((k)) #j de la solución Numérica 1-D
T87 = np.zeros((k))    #Energía cinética referida a P modulada (Campo de Fuerza)
TNum87 = np.zeros((k)) #Energía cinética referida a P modulada (1-D)
jT187 = np.zeros((k)) #j de 1-D a 1 UA
    #mínimo de 2009

```

```

jTFF09 = np.zeros((k)) #j de Campo de Fuerza
jTCD09 = np.zeros((k)) #j de Convección-Difusión
jTNum09 = np.zeros((k)) #j de la solución Numérica 1-D
T09 = np.zeros((k)) #Energía cinética referida a P modulada (Campo de Fuerza)
TNum09 = np.zeros((k)) #Energía cinética referida a P modulada (1-D)
jT109 = np.zeros((k)) #j de 1-D a 1 UA

#=====
# se define la integración numérica (Simpson 1/3)
#=====
def Integral(kappa,ri,rf,n,s):
#ri=inicio del intervalo, rf=fin del intervalo, n=numero de subintervalos
    x = np.zeros((n+1))
    y = np.zeros((n+1))
    tan = np.zeros((n+1))
    h = (rf-ri)/n #h=longitud del subintervalo
#El ciclo for define la función a integrar según el coeficiente de difusión utilizado
    for i in range(0,n+1):
        x[i] = ri+h*i
        if(kappa==87):
            y[i] = 400000*(1-mt.exp(-13.862*x[i]))/(3*(k87*((x[i]/(1+x[i]))**s)/UA))
        elif(kappa==9):
            y[i] = 400000*(1-mt.exp(-13.862*x[i]))/(3*(k09*((x[i]/(1+x[i]))**s)/UA))
        elif(kappa==16):
            y[i] = (BETA(x[i],E0,AZ)*(x[i]**0.8)*((x[i]**2.2+4.3**2.2)/(1+4.3**2.2))
            *(13/22.0))/x[i]

#-----
# se calcula el valor de Impar y Par
#-----

m = (n-2)/2 + 1
Impar = 0.0
for i in range(0,m):

```

```

    l = 2*i + 1
    Impar = Impar + y[l]
Par = 0.0
for i in range(1,m):
    l = 2*i
    Par = Par + y[l]
Int = h*(y[0]+y[n]+4*Impar+2*Par)/3
return Int
#=====
#           LIS
#=====
#Cociente v/c en función de P
def BETA(P,E0,AZ):
    Beta = P/mt.sqrt(P**2+(AZ*E0)**2)
    return Beta
#Equivalencia entre P y E
def Ep(P,Beta,E0,AZ):
    Tp = P/(Beta/AZ)-E0
    return Tp
#Equivalencia entre E y P
def Pe(E,AZ,E0):
    P = AZ*mt.sqrt((E+E0)**2-E0**2)
    return P
#LIS de Vos y Potgieter (2015) (VP15)
def LISVP15(T,beta):
    SPECTRUM = 2.7*((T**1.12)/(beta**2))*((T+0.67)/1.67)**(-3.93)
    return SPECTRUM
#-----
#           Soluciones
#-----
#Difusión
def JS91(E,jT1S,DT1,a,b,R):

```

```

rT = 1
c = 1
P = Pe(E,AZ,E0)
j = jT1S*((4*(a+1)*(DT1*E**b))/((c*R**2)*(R**(-a-1)-rT**(-a-1))))/(BETA(P,AZ,E0))
if(j > jT1S):
    j = jT1S
return j

#Campo de Fuerza
def FF(kappa,Pb,AZ,E0,PHI,jTb):
    P = Pb-PHI
    err = 1
    k=kappa
    #método Newton-Raphson para encontrar P
    while err>0.01:
        F1 = Integral(16,P,Pb,10000,s)-PHI
        F2 = BETA(P,E0,AZ)*((P**0.8)*((P**2.2+4.3**2.2)/(1+4.3**2.2))**(13/22.0))/P
        P0 = P-F1/(-F2)
        err = abs((P-P0)/P)
        P = P0
    Beta = BETA(P,E0,AZ)
    TFF = Ep(P,Beta,E0,AZ)
    jTFF = ((P/Pb)**2)*jTb
    return TFF, jTFF

#Convección-Difusión
def CD(Pb,E0,AZ,PHI,jTb):
    Betab = BETA(Pb,E0,AZ)
    Pb = (Pb**0.8)*((Pb**2.2+4.3**2.2)/(1+4.3**2.2))**(13/22.0)
    M = 3*PHI/(Betab*Pb)
    jTCD = jTb*mt.exp(-M)
    return jTCD

```



```

#Solución numérica 1-D
def Num(k,a):
    N = 24402
    DK = np.zeros((N))
    DKDR = np.zeros((N))
    V = np.zeros((N))
    DV = np.zeros((N))
    R = np.zeros((N))
    F = np.zeros((N))
    X = np.zeros((N*2-1))
    Y = np.zeros((N))
    M = 5000
    E = np.zeros((M))
    jb = np.zeros((M))
    j1UA = np.zeros((M))
    jinter = np.zeros((M))
    jSol = np.zeros((M))
    jdif = np.zeros((M))

    def momen(P,E0,AZ):
        BETA = P/mt.sqrt(P**2+(E0*AZ)**2)
        T = (P/BETA)/AZ-E0
        LIS = LISVP15(T,BETA)
        FNP = BETA*((P**0.8)*((P**2.2+4.3**2.2)/(1+4.3**2.2))**(13/22.0))
        return LIS, FNP, T

    j=0
    V0 = 1
    PMIN = 0.1
    P = 1100
    DLNP = 0.02
    D=0.005

```

```

KO = k/(400000*1.5*10**11)
alpha = a
SPECTRUM, FNP, T= momen(P,E0,AZ)
R[0]=-D+0.0000000001
for i in range(1,N):
    F[i] = (SPECTRUM/P**2)/AZ
    R[i] = R[i-1]+D
    V[i] = V0*(1-mt.exp(-13.862*R[i]))
    DV[i] = 2.0*(V[i]/R[i])+(V0-V[i])*13.862
    DK[i] = K0*(R[i]/(1+R[i]))**alpha
    DKDR[i] = alpha*DK[i]*(1/R[i]-1/(1+R[i]))
while P >= PMIN:
    F[0] = F[2]
    X[N-2] = -1.0
    SPECTRUM, FNP, T = momen(P/mt.exp(DLNP/2),E0,AZ)
    for i in range(1,N-1):
        A=FNP*(DK[i]/D/D/2-(2*DK[i]/R[i]+DKDR[i])/D/4)+V[i]/D/4
        B=FNP*DK[i]/D/D-A
        C=-A-B-A*X[i+N-2]-DV[i]/DLNP/3
        X[i+N-1]=(B-A*X[N-1-i])/C
        Y[i]=(-A*X[i-1]-(DV[i]/DLNP/3-A-B)*F[i]-B*X[i+1]-A*Y[i-1])/C
    F[N-2] = Y[N-2]-X[2*N-3]*SPECTRUM/((P/mt.exp(DLNP/2))**2)/AZ
    SPECTRUMN, FNPN, TN = momen((P/mt.exp(DLNP)),E0,AZ)
    F[N-1] = SPECTRUMN/((P/mt.exp(DLNP))**2)/AZ
    for i in range(N-3,1,-1):
        F[i] = Y[i]-X[N-1+i]*F[i+1]
    DP2 = (P/mt.exp(DLNP))**2.
    E[j] = T
    jSol[j] = F[4]*AZ*DP2
    j1UA[j] = F[202]*AZ*DP2
    jb[j] = AZ*DP2*F[N-1]
    j = j+1

```

```

    P = P/mt.exp(DLNP)
    print P, j
    return jSol, E, j1UA
#=====
#                               PROGRAMA
#=====
#Se calcula phi según el coeficiente de difusión en 1987
PHI1122 = Integral(87,1.0,122.0,10000,s)    #Cálculo de PHI entre 1-122
PHISol1 = Integral(87,3*Rsol,1.0,10000,s)  #Cálculo de PHI entre Rsol y 1 UA
PHISol122 = PHISol1 + PHI1122
print PHISol1, PHI1122, PHISol122

#Se calcula phi según el coeficiente de difusión en 2009
phi1221 = Integral(9,1.0,122.0,10000,s)    #Cálculo de PHI entre 1-122 UA
phi1sol = Integral(9,3*Rsol,1.0,10000,s)   #Cálculo de PHI entre Rsol y 1 UA
phiSol122 = phi1221 + phi1sol
print (phi1221, phi1sol, phiSol122)
#-----
#                               Cálculo de j a 1 RSol
#-----
#Difusión
for i in range(0,kS):
    jTS91[i] = JS91(E[i],jTWP89[i],DT1,a,b,3*Rsol)

#Campo de Fuerza
for i in range(0,k):
    Pb[i] = 1.3+ d*i**2
    Betab[i] = BETA(Pb[i],E0,AZ)
    Tb[i] = Ep(Pb[i],Betab[i],E0,AZ)
    #Obtención del LIS (para Campo de Fuerza)
    jTbVP15[i] = LISVP15(Tb[i],Betab[i])
    T09[i],jTFF09[i] = FF(9,Pb[i],AZ,E0,phiSol122,jTbVP15[i])

```

```

T87[i],jTFF87[i] = FF(87,Pb[i],AZ,E0,PHISol122,jTbVP15[i])

#Convección-Difusión
Pb[i] = 0.1 + d*i**2
Betab[i] = BETA(Pb[i],E0,AZ)
Tb[i] = Ep(Pb[i],Betab[i],E0,AZ)
#Obtención del LIS
jTbVP15[i] = LISVP15(Tb[i],Betab[i])
jTCD09[i] = CD(Pb[i],E0,AZ,phiSol122,jTbVP15[i])
jTCD87[i] = CD(Pb[i],E0,AZ,PHISol122,jTbVP15[i])

#Numérica 1-D
jTNum09, TNum09, jT109 = Num(k09,alpha)
jTNum87, TNum87, jT187 = Num(k87,alpha)

#=====
#                               G R Á F I C A S
#=====

plt.subplots_adjust(hspace=0.4)
plt.subplot(111)
plt.title('Espectro a 3 radios solares')
plt.loglog(Tb,1000*jTbVP15*Tb,color='k',linestyle='-',label="LIS_VP15")
plt.loglog(E,jTWP89*E,marker='+',color='g',linestyle='-',label="LIS_WP89")
plt.loglog(E,jTS91*E,marker='+',color='g',linestyle='-',label="D_S91")
plt.loglog(T87,1000*jTFF87*T87,color='b',linestyle='--',label="FF_87")
plt.loglog(T09,1000*jTFF09*T09,color='r',linestyle='--',label="FF_09")
plt.loglog(Tb,1000*jTCD87*Tb,color='b',linestyle='-.',label="CD_87")
plt.loglog(Tb,1000*jTCD09*Tb,color='r',linestyle='-.',label="CD_09")
plt.loglog(TNum87,(1000)*jTNum87*TNum87,color='b',linestyle='-',label="1D_87")
plt.loglog(TNum09,(1000)*jTNum09*TNum09,color='r',linestyle='-',label="1D_09")
plt.xlabel('Energia cinetica [GeV]')
plt.ylabel('Intensidad*E [particulas/m2 s sr GeV]')

```

```
plt.xlim(0.1,1000)
plt.ylim(0.1,100000)
plt.grid(True)
plt.legend(loc="upper right")
plt.show()
```