



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

Diseño de rebajes para el método de explotación *Post-Pillar*; caso de estudio "Proyecto San Rafael", Sinaloa, México.

TESIS

Que para obtener el título de

Ingeniero de Minas y Metalurgista

P R E S E N T A

José Ángel García Maldonado

DIRECTOR DE TESIS

Ing. Javier Mancera Alejándrez



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2018



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

***A mis padres,
mi gran referente ético.***

Agradecimientos

Quiero agradecer enormemente a la familia Franco-Fernández; especialmente al señor Fernando Franco y a la señora Pilar Fernández, por su apoyo incondicional durante mis estudios universitarios.

Este trabajo no habría sido posible sin el apoyo del personal del proyecto “San Rafael”, a José Cruz, Ricardo Torales, Carlos Martínez y Fermín Rivera gracias por todo el conocimiento compartido.

Para el ingeniero Javier Mancera Alejándrez, director de esta Tesis, un agradecimiento por su orientación, dedicación y retroalimentación durante la realización de este trabajo.

Para mis sinodales: Gabriel Ramírez, José E. Santos, Rodrigo Gutiérrez y Moisés Dávila, gracias por sus siempre útiles observaciones.

A todos ellos, muchas gracias.

Resumen

El método de explotación *Post-Pillar* es una variación del método de Salones y Pilares. La explotación se lleva a cabo en cortes ascendentes confinando los pilares con relleno. A medida que los cortes avanzan ascendentemente los pilares aumentan su relación de esbeltez aumentando su probabilidad de falla. El método *Post-Pillar* ha sido ampliamente utilizado alrededor del mundo.

Los métodos de diseño utilizados en la estimación de las dimensiones de los rebajes por el método de *Post-Pillar* se limitan al cálculo del tamaño de pilares para un determinado tamaño de calle, sin considerar la estabilidad de los claros o el efecto de esbeltez de los pilares al avanzar la explotación. En este sentido, el presente trabajo propone una metodología de diseño tomando como punto de partida metodologías tradicionales e integrando el modelado numérico para llegar a un nivel de análisis mayor. Con la metodología propuesta es posible determinar el tamaño estable de pilares y calles; además de observar el efecto de la esbeltez y el relleno seleccionado en los pilares.

Los métodos analíticos considerados son el de Área Tributaria para calcular el esfuerzo sobre los pilares, el método NIOSH para estimar la resistencia del pilar y el método de Mathews modificado para Salones y Pilares propuesto por Esterhuizen *et al.* (2011) para verificar la estabilidad de los claros. El modelado numérico se realizó con el *software Phase2* desarrollado por *Rocscience* que permite realizar análisis esfuerzo-deformación en dos dimensiones. La modelación numérica mostró compatibilidad con los resultados de los métodos analíticos, pero con mayor nivel de detalle en los resultados.

La metodología propuesta fue aplicada en el proyecto minero San Rafael ubicado en Sinaloa, México, descartando el diseño original y proponiendo nuevas dimensiones para los rebajes. El nuevo diseño consistió en pilares cuadrados de ocho por ocho metros con calles de diez metros de ancho.

Abstract

The mining method Post-Pillar is a variation of Room and Pillar mining method. Mining is carried out in ascendant cuts confining the pillars with rockfill. As cuts advance ascendingly pillars increase their slenderness ratio, increasing their failure probability as well. The Post-Pillar method has been widely used around the world.

The design methods used in the stope dimension in Post-Pillar are limited in defining the pillar and crosscuts size, without taking into account the span stability and the effect of slenderness ratio in pillars. In this sense, the present work proposes a design methodology taking as starting point traditional designing methodologies and integrating numeric modeling to achieve a further analysis level. With the actual proposed methodology is possible to determine the stable size of pillars and crosscuts, highlighting the slenderness and rockfill effect in the pillars.

The analytical methods considered in this work are the Tributary Area Method to calculate the stress on pillars, the NIOSH method to estimate the strength of pillars and the Mathews method modified for room and pillar proposed by Esterhuizen *et al.* (2011) to verify the span stability. Numeric modeling was done with Phase2; this software allows working analysis stress-strain in two dimensions. Numeric modeling shows compatibility with traditional methods, but with higher detail.

The proposed methodology was applied in San Rafael mining project located in Sinaloa, Mexico. The original design was discarded and new stope dimensions were proposed. New design consisted in square pillars eight by eight meter with ten meter crosscuts.

Índice

Resumen.....	iii
Abstract.....	iv
Introducción.....	vii
Justificación del trabajo.....	viii
Objetivos.....	viii
Alcance.....	viii
Simbología y Abreviaturas.....	ix
1. Marco teórico.....	1
1.1. Importancia de la mecánica de rocas en el diseño de obras mineras subterráneas.....	1
1.1.1. Necesidad de estabilidad en las obras mineras subterráneas.....	2
1.1.2. Objetivos de la mecánica de rocas en la minería subterránea.....	2
1.2. Tipos de obras mineras subterráneas.....	3
1.3. Método de explotación Salones y Pilares.....	5
1.3.1. Variación <i>Post-Pillar</i>	5
1.4. Métodos de diseño.....	8
1.4.1. Método del área tributaria.....	8
1.4.2. Métodos para calcular la resistencia de los pilares.....	9
1.4.3. Determinación del factor de seguridad en pilares.....	11
1.4.4. Método para calcular máximos claros estables.....	13
1.4.5. Métodos numéricos: Método de elemento finito.....	18
1.4.6. Modelado numérico bidimensional con <i>software Phase2</i>	21
2. Metodología propuesta de diseño.....	23
3. Caso de estudio.....	26
3.1. Generalidades.....	26
3.1.1. Localización.....	26
3.1.2. Antecedentes.....	26
3.1.3. Método y plan de minado.....	28
3.2. Caracterización del sitio.....	30

3.2.1.	Geología	30
3.2.2.	Geología Estructural	32
3.2.3.	Extensión y Topografía de obras subterráneas	32
3.2.4.	Hidrogeología.....	34
4.	Aplicación de la metodología propuesta al caso de estudio.....	36
4.1.	Determinación de los parámetros geotécnicos.....	36
4.1.1.	Resistencia a la compresión simple (UCS) con esclerómetro.....	37
4.1.2.	UCS con prensa	37
4.1.3.	Pruebas triaxiales.....	39
4.1.4.	Modulo de Young.....	42
4.1.5.	Criterio de rotura de Mohr-Coulomb.....	43
4.1.6.	Criterio de rotura de Hoek y Brown	46
4.1.7.	Correlación entre criterios de rotura	47
4.1.8.	RQD	49
4.1.9.	GSI	51
4.2.	Evaluación geotécnica y propuesta de diseño.....	52
4.2.1.	Esfuerzo sobre pilares: Método del área tributaria	53
4.2.2.	Resistencia de pilares: Método NIOSH	54
4.2.3.	Factor de seguridad en pilares	55
4.2.4.	Método de Mathews aplicado a Salones y Pilares	55
4.2.5.	Aplicación del método de Elemento Finito.....	59
5.	Análisis de resultados	73
6.	Conclusiones	77
7.	Recomendaciones y futuros alcances	78
8.	Anexos.....	79
Anexo 1.	Resistencia a la Compresión Simple (UCS)	79
Anexo 2.	Resistencia a la compresión simple con esclerómetro	83
Anexo 3.	Pruebas Triaxiales y Criterio de rotura de Mohr-Coulomb.....	85
Anexo 4.	Criterio de rotura de Hoek y Brown	88
Anexo 5.	Clasificaciones geomecánicas: RQD, GSI y Q.....	92
	Bibliografía.....	97

Introducción

Por mucho tiempo el diseño de excavaciones subterráneas se ha basado en experiencia adquirida por siglos de explotación. Los nuevos retos en minería, que incluyen la explotación de yacimientos con características geotécnicas desfavorables, incitan a la implementación de nuevas técnicas de diseño. El avance en la investigación ha permitido desarrollar nuevas metodologías de diseño que no dejan de ser empíricas. Más recientemente, con el avance de las técnicas computacionales, ha sido posible implementar modelos numéricos para la simulación de excavaciones complejas.

Los métodos de diseño para el método de minado *Post-Pillar* son escasos, debido a que se prefiere la implementación de otros métodos de explotación más tradicionales. Una de las motivaciones de este trabajo es brindar una metodología que permita el diseño de rebajes para el método *Post-Pillar* con base en criterios de mecánica de rocas. Esta metodología parte de métodos analíticos tradicionales aplicados al diseño de rebajes para el método de Salones y Pilares. A partir de las geometrías obtenidas en los métodos tradicionales se generan modelos numéricos con las propiedades mecánicas del yacimiento. Los modelos numéricos tienen ventajas sobre los métodos tradicionales ya que permiten observar la estabilidad general del rebaje, el efecto de la esbeltez de pilares al avanzar la excavación y el efecto de confinamiento del relleno sobre los pilares.

Un aspecto importante es que las herramientas de modelado numérico de excavaciones han tenido gran avance en los últimos años. Específicamente, el método de elementos finitos ha encontrado aplicación en materiales rocosos isótropos. El modelado numérico, que permite realizar análisis esfuerzo-deformación, brinda resultados con mayor detalle que los métodos tradicionales. Asimismo, el modelado numérico, permite observar las diferentes etapas de explotación y la forma en la que se modifican los estados de esfuerzos en cada una de ellas. Es por todo esto que la modelación numérica ha sido incluida en la metodología propuesta.

Justificación del trabajo

La necesidad en la industria minera de explotar recursos minerales en terrenos desfavorables o incompetentes conlleva a tomar en cuenta aspectos geotécnicos en el diseño de la excavación. La búsqueda del equilibrio entre maximizar la recuperación dentro del yacimiento mineral y mantener condiciones seguras de las operaciones hace necesario conocer la respuesta del terreno ante cualquier tipo de obra minera.

Objetivos

Objetivo general:

Generar una metodología de diseño para método de minado *Post-Pillar* tomando como base criterios geotécnicos para su aplicación en el dimensionamiento de rebajes en un proyecto minero de México.

Objetivos particulares:

- a) Mostrar la importancia de los análisis geotécnicos de obras mineras subterráneas.
- b) Determinar los parámetros geotécnicos del terreno y verificar las dimensiones de las obras de explotación subterráneas de un proyecto minero de México.
- c) Evaluar los posibles modos de respuesta del macizo rocoso ante la excavación, así como el comportamiento del relleno prospectado en los rebajes dentro del Proyecto San Rafael ubicado en el estado de Sinaloa, México.

Alcance

El alcance se limita al uso de métodos analíticos tradicionales y modelado numérico bidimensional con *software* geotécnico comercial (*Phase 2* desarrollado por *Rocscience*).

Simbología y Abreviaturas

γ : peso específico (MN/m ³)	$F.S.$: Factor de seguridad (adim.)
ρ : densidad (kg/m ³)	a, b : constantes de ajuste geo estructural (adim.)
g : aceleración de la gravedad (m/s ²)	w_p : ancho del pilar (m)
E : módulo de Young (MPa)	$w_o, L_o \text{ y } L_p$: dimensiones geométricas de la excavación (m)
ν : coeficiente de Poisson (adimensional)	v : volumen del pilar (m ³)
UCS : Resistencia a la compresión simple (MPa)	h : altura del pilar (m)
σ_{ci} : UCS en criterio de rotura de Hoek & Brown (MPa)	H : altura de la columna de roca (m)
GSI : "Geological Strenght Index"	N : número de estabilidad (adim.)
RQD : "Rock Quality Designation"	A : factor de esfuerzos en la roca (adim.)
Q : "Sistema Q"	B : factor de orientación de las juntas (adim.)
Q' : "Q modificada"	C : factor de ajuste gravitacional (adim.)
MEF : Método de elemento finito	RH : radio hidráulico (m)
σ_1 : esfuerzo principal mayor (MPa)	a, s : constantes de macizo rocoso en criterio de rotura de Hoek & Brown (adim.)
σ_2 : esfuerzo principal medio (MPa)	$m_i \text{ y } m_b$: constantes de tipo de roca en criterio de rotura de Hoek & Brown (adim.)
σ_3 : esfuerzo principal menor (MPa)	D : factor de daño por voladura en criterio de rotura de Hoek & Brown
σ'_1 : esfuerzo efectivo principal mayor (MPa)	Φ : ángulo de fricción interna de la roca (°)
σ'_3 : esfuerzo efectivo principal menor (MPa)	c : cohesión (MPa)
σ_v : esfuerzo vertical (MPa)	Φ' : ángulo de fricción interna ajustado (°)
σ_{max} : esfuerzo máximo de compresión normal a la superficie (MPa)	c' : cohesión ajustada (MPa)
σ_p : esfuerzo aplicado sobre un pilar (MPa)	
S_o : parámetro representativo de resistencia del pilar (MPa)	
S : resistencia de un pilar (MPa)	

1. Marco teórico

1.1. Importancia de la mecánica de rocas en el diseño de obras mineras subterráneas

Durante siglos, la humanidad en su necesidad de minerales, ha excavado el subsuelo buscándolos. En la medida en que los yacimientos minerales fueron descubiertos cada vez a mayor profundidad, las técnicas mineras para explotarlos se hicieron más complejas. La gran mayoría de las técnicas de estabilización de obras se desarrollaban con base en la experiencia adquirida.

En su mayoría las excavaciones mineras eran, y de hecho son todavía, provisionales (Hoek & Brown, 1985). Esto quiere decir que las excavaciones se mantienen abiertas por el tiempo necesario para brindar acceso y extraer el mineral circundante, lo que representa un tiempo relativamente corto. Sin embargo, existen excavaciones subterráneas permanentes; obras de acceso (tiros, rampas y socavones), niveles principales, contrapozos entre otros, que tienen que permanecer abiertas y operables durante el tiempo de vida. Son estas últimas las que garantizan el acceso y la operación de la mina.

En este sentido, la Mecánica de Rocas es una rama de la geotecnia que está íntimamente ligada a brindar seguridad en una mina. La definición de mecánica de rocas varía ligeramente de un autor a otro. Así por ejemplo que Hudson y Harrison (1997) la definen como “la ciencia que estudia la respuesta de la roca ante una alteración aplicada la cual es considerada ingenierilmente, es decir, una alteración inducida por el hombre”. Por su parte Gonzales de Vallejo *et al.* (2002) la define como “el estudio teórico y práctico de las propiedades y comportamiento mecánico de los materiales rocosos, y de su respuesta ante la acción de fuerzas aplicadas en su entorno físico”. Sin embargo, la idea general es estudiar el macizo rocoso a fin de predecir su comportamiento; lo anterior para evaluar medidas que permitan mantener una excavación abierta por el tiempo necesario.

La ingeniería de minas va de la mano con otras disciplinas. Brady y Brown (2005) opinan que la mecánica de rocas, la mecánica de suelos, la hidrogeología y la geología estructural son las piedras angulares de la base científica de la ingeniería de minas. Juntas constituyen la base conceptual y práctica en la cual se deben basar los procedimientos para controlar y predecir los comportamientos de la roca durante las actividades mineras.

El diseño basado en la mecánica de rocas de las obras mineras subterráneas consiste en determinar la forma y dimensiones, así como el diseño de los sistemas subterráneos de fortificación (Hoek & Brown, 1985).

1.1.1. Necesidad de estabilidad en las obras mineras subterráneas

Antes de realizar una excavación el macizo rocoso se encuentra en equilibrio, teniendo un estado de esfuerzos *in situ* en equilibrio, sin embargo, cuando la excavación se ha creado, ésta rompe las condiciones pre existentes modificando el estado de esfuerzos original. Cuando esta modificación en el estado de esfuerzos es muy adversa puede resultar en inestabilidad de la roca que será necesario controlar.

El incremento en la escala de operaciones mineras, que ha implicado un aumento en las dimensiones de las obras mineras, tiene un efecto directo en la necesidad de un diseño estructural de la mina. La posibilidad de falla debe de ser considerada ya que, en muchos casos, ésta se encuentra relacionada con el tamaño de la excavación (Brady & Brown, 2005).

La necesidad de explotar reservas minerales bajo condiciones geotécnicas desfavorables aumenta la necesidad de fortificación. De la misma forma, el continuo incremento en la profundidad de las minas subterráneas ha hecho necesario conocer el comportamiento de los macizos rocosos bajo esfuerzos mayores.

Finalmente, el esfuerzo para maximizar la recuperación de reservas ha tomado en cuenta las prácticas y técnicas requeridas para mantener seguros los lugares de trabajo. Es importante reconocer que lo más importante dentro de una operación minera es el recurso humano, lo que prioriza la necesidad de mantener las obras mineras estables.

1.1.2. Objetivos de la mecánica de rocas en la minería subterránea

Una preocupación primordial en las operaciones mineras es el control de los desplazamientos de roca alrededor de las excavaciones generadas. En este sentido las excavaciones mineras subterráneas requieren la aplicación de los principios de la mecánica en su diseño. La mecánica de rocas tiene su utilidad en entender los modos fundamentales de deformación, falla y estabilidad de la roca bajo condiciones donde los esfuerzos sobre la roca son mayores en relación con la resistencia de la roca (Brady & Brown, 2005).

El objetivo principal de esta ciencia, en torno a la minería, es aplicar sus principios para el diseño de estructuras de roca. El término de estructuras de roca se refiere a la excavación generada y la fortificación o soporte necesario para mantenerla abierta. Además de diseñar las estructuras de roca el objetivo comprende controlar los desplazamientos de roca dentro y alrededor de la excavación. Como ya se mencionó crear excavaciones en roca cambia el estado original de esfuerzos, por lo que este objetivo es muy relevante para la minería.

Brady y Brown (2005) mencionan que, sin importar el método de explotación utilizado, es posible especificar cuatro objetivos comunes de la mecánica de rocas para el desarrollo de una mina.

1. Garantizar la estabilidad completa de toda la mina.
2. Proteger las principales obras de acceso y servicio durante la vida proyectada de la mina.
3. Proporcionar accesos seguros a los lugares de trabajo y alrededor de los rebajes.
4. Preservar condiciones minables para reservas en espera de ser explotadas.

Estos objetivos no son mutuamente independientes y se debe de tratar cumplirlos simultáneamente. En estos objetivos se puede observar que la escala es importante. Los dos primeros objetivos se pueden clasificar en una primera escala macro que involucra a todo el cuerpo mineralizado, la infraestructura de la mina y la roca circundante (cientos de metros o incluso kilómetros). Los últimos dos objetivos pueden considerarse en una segunda escala micro que está limitada a la masa rocosa circundante a las labores mineras subterráneas (algunas decenas de metros).

1.2. Tipos de obras mineras subterráneas

Hartman (2002) define una mina como “un conjunto de obras (o excavaciones) e instalaciones construidas para la extracción de mineral a partir de un yacimiento”. Estas obras pueden ser clasificadas dependiendo de la función que tengan. En el caso de la minería subterránea las obras mineras se clasifican de la siguiente manera:

- a) Obras de desarrollo.** Son permanentes, es decir, que su vida operativa es comparable o excede la vida de la mina. Su importancia radica en que se utilizan como accesos, para introducir servicios y materiales y como vías de transporte de mineral y pepetate. López (2003) afirma que gracias a las obras de desarrollo pueden ser determinados la configuración del depósito mineral y el trazado principal de la mina. Estas obras son desarrolladas generalmente en roca estéril. Las obras en este grupo son los Tiros, Rampas, Socavones, Niveles, Contrapozos, Contra frentes y Cruceros.
- b) Obras de preparación.** Normalmente son temporales y sirven para preparar un rebaje que se explotará con un método específico. Estas obras son desarrolladas en el cuerpo mineral o en la roca encajonante cercana a los límites del yacimiento. Su vida de servicio está limitada a la duración de la actividad minera en su inmediata vecindad. Muchas de estas excavaciones son eliminadas o pierden su utilidad durante la operación minera (Brady y Brown, 2005). Este tipo de obras varían dependiendo el método de explotación empleado. Dentro de este grupo podemos encontrar por ejemplo los cruceros pivote, rampas temporales, subniveles, contrapozos ranura, conos de captación entre otros.

c) **Obras de producción.** Se les conoce con el nombre de “rebajes” y son bloques de mineral que están siendo explotado. Hamrin (2001) los define como “la excavación generada por la remoción del mineral de la roca encajonante”. De los rebajes se extrae el mayor volumen de la producción mediante la aplicación de un método de minado específico. La vida de las obras en este tipo de excavación está definida por la duración activa de la extracción.

Hartman (2002) hace notar que generalmente las obras de desarrollo son las primeras en ser excavadas seguidas por las de preparación y producción; sin embargo, debido a las variaciones de algunos métodos de minado este orden no siempre se cumple. Por ejemplo, en la minería del carbón por el método de Frentes Largos, las obras de acceso y preparación son excavadas al mismo tiempo.

Es importante hacer notar que no todas las obras tienen el mismo tiempo de vida. Evidentemente, los recursos destinados al estudio de la estabilidad de una determinada obra, así como la calidad y cantidad del soporte requerido, tiene que estar en relación con el lapso durante el cual se pretende mantener la estabilidad (Hoek & Brown, 1985). La *figura 1* muestra algunos ejemplos mencionados de obras mineras subterráneas.

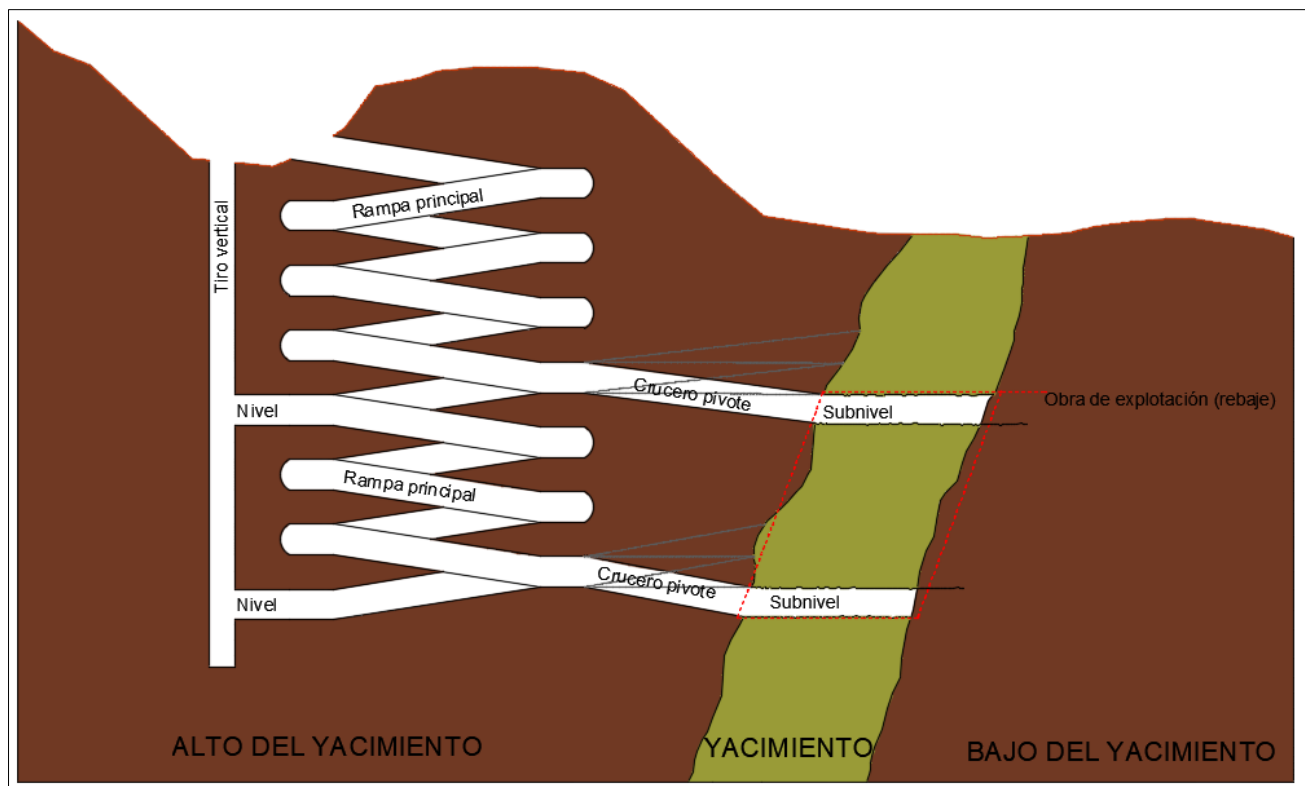


Figura 1.- Sección mostrando ejemplos de obras mineras.

1.3. Método de explotación Salones y Pilares

Diversos autores han clasificado los métodos de minado a partir de diferentes criterios, dando mayor o menor peso a distintos parámetros; la morfología del yacimiento, en ambiente geotécnico, aspectos económicos, aspectos ambientales etc. Para efectos de este texto se consideró la clasificación de Hartman (1987), en la que se clasifica al método de Salones y Pilares como un método naturalmente soportado.

El método de Salones y Pilares, también llamado Cuartos y Pilares, tiene aplicabilidad en mantos y cuerpos tabulares con echados bajos (de 10° a 15°) y con espesores moderados (2 a 6 metros) Farmer (1992). Se aplica en roca de calidad buena a moderada y comparativamente con leyes altas de mineral. Ha sido aplicado mayormente en la explotación de yacimientos de carbón, caliza, dolomita y potasa, aunque en la minería metálica también ha encontrado aplicación.

El minado por Salones y Pilares consiste en realizar excavaciones rectangulares, denominadas *Salones*, dentro del yacimiento y dejando parte del cuerpo mineral entre los salones formando pilares. Los pilares sirven como soporte de la roca encajonante en el techo del manto y son dejados en un patrón regular. El ciclo de minado incluye, barrenación, cargado, voladura, ventilación, rezagado, amacice y ademe. Comparado con otros métodos aplicados a mantos, como el método de Frentes Largas, tiene baja recuperación mineral. En este sentido, Farmer (1992) explica que el diseño de los rebajes debe ser tal que se maximice la recuperación manteniendo condiciones seguras de trabajo.

En función de la morfología del cuerpo, básicamente de su inclinación y espesor, se han generado variaciones del método de Salones y Pilares tradicional. Hamrin (2001) describe tres variaciones del método de Salones y Pilares. La primera denominada *Clasic Room and Pillar* es aplicada a mantos horizontales con potencia variable. La segunda variación llamada *Step Room and Pillar* se aplica a mantos de potencia media en la que el echado (15° a 30°) dificulta que los vehículos transiten en dirección al éste. La tercera variación la de *Post-Pillar* fue creada para mantos potentes con un echado alto de entre 30° y 55°.

1.3.1. Variación *Post-Pillar*

El método seleccionado para explotar el Proyecto San Rafael es el de "*Post-Pillar*". En este apartado se explica, *grosso modo*, la secuencia de minado considerando algunos aspectos geotécnicos del método.

El método de minado *Post-Pillar* o *Post room-and-pillar mining*, conocido en español como Salones y Pilares con relleno posterior o Salones y Pilares con relleno ahogado, es una variación del método de Corte y Relleno ascendente tradicional. Este método tiene aplicabilidad

en amplios cuerpos minerales con grandes potencias. Es aplicable a yacimientos en donde las características mecánicas del cuerpo mineral, junto con los esfuerzos inducidos son tales que las variaciones convencionales del Corte y Relleno, en donde el soporte local se genera solamente con anclaje, no brindan la suficiente estabilidad para el cielo de los rebajes.

Inicialmente los rebajes son preparados como en el método de Salones y Pilares convencional; con el cuele de frentes y cruceros en la parte inferior del cuerpo mineral para posteriormente desbordarlos formando los salones y dejando los pilares verticales en un patrón regular. La variación se encuentra en que posterior a realizar el primer corte el rebaje es rellenado, dando así piso de trabajo para realizar el segundo corte en la parte superior. Los pilares deben mantener la continuidad hasta llegar al alto del yacimiento, es decir, los pilares de los cortes superiores deben coincidir con los pilares inferiores. Mantener la verticalidad de los pilares permite que las cargas de esfuerzos se apliquen efectivamente en los pilares.

Los pilares deben ser lo suficientemente resistentes para soportar el cielo de los rebajes en su inmediata vecindad. A medida que los cortes avanzan los pilares aumentan su relación de esbeltez incrementando la probabilidad de falla. Para impedir lo anterior el relleno brinda soporte lateral a los pilares. El papel del relleno es confinar los pilares para prevenir cualquier futura desintegración de los pilares. El piso de trabajo dentro de los rebajes es también proporcionado por el relleno. La *figura 2* muestra el método de *Post-Pillar* con pilares confinados por varias etapas de relleno.

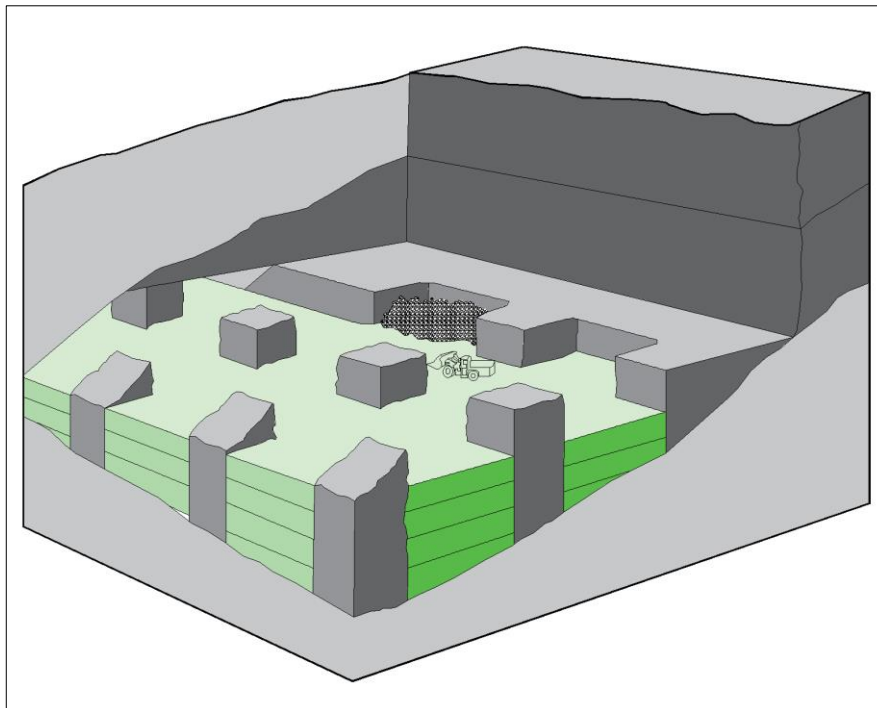


Figura 2.- Método de minado Post-Pillar (vista en perspectiva), en color verde se observan las etapas de relleno, modificada de Hamrin (2001).

Singh *et al.* (1995) sostiene que el aspecto de la mecánica de rocas en este método de minado es que los pilares ceden debajo del relleno y se encuentran en condiciones constantes de post-falla; esto quiere decir que los pilares pasan del estado elástico a condiciones de fluencia. Por su parte en las investigaciones de Singh y Headley (1981), realizada en una mina con pilares a profundidades entre 550 y 700 metros, la mayor parte de la carga litostática es transferida a las caras del pilar; encontrándose los menores esfuerzos trabajando en el centro del pilar. Los pilares, sin embargo, rodeados por el relleno deben ser lo suficientemente resistentes para soportar el techo del rebaje inmediato.

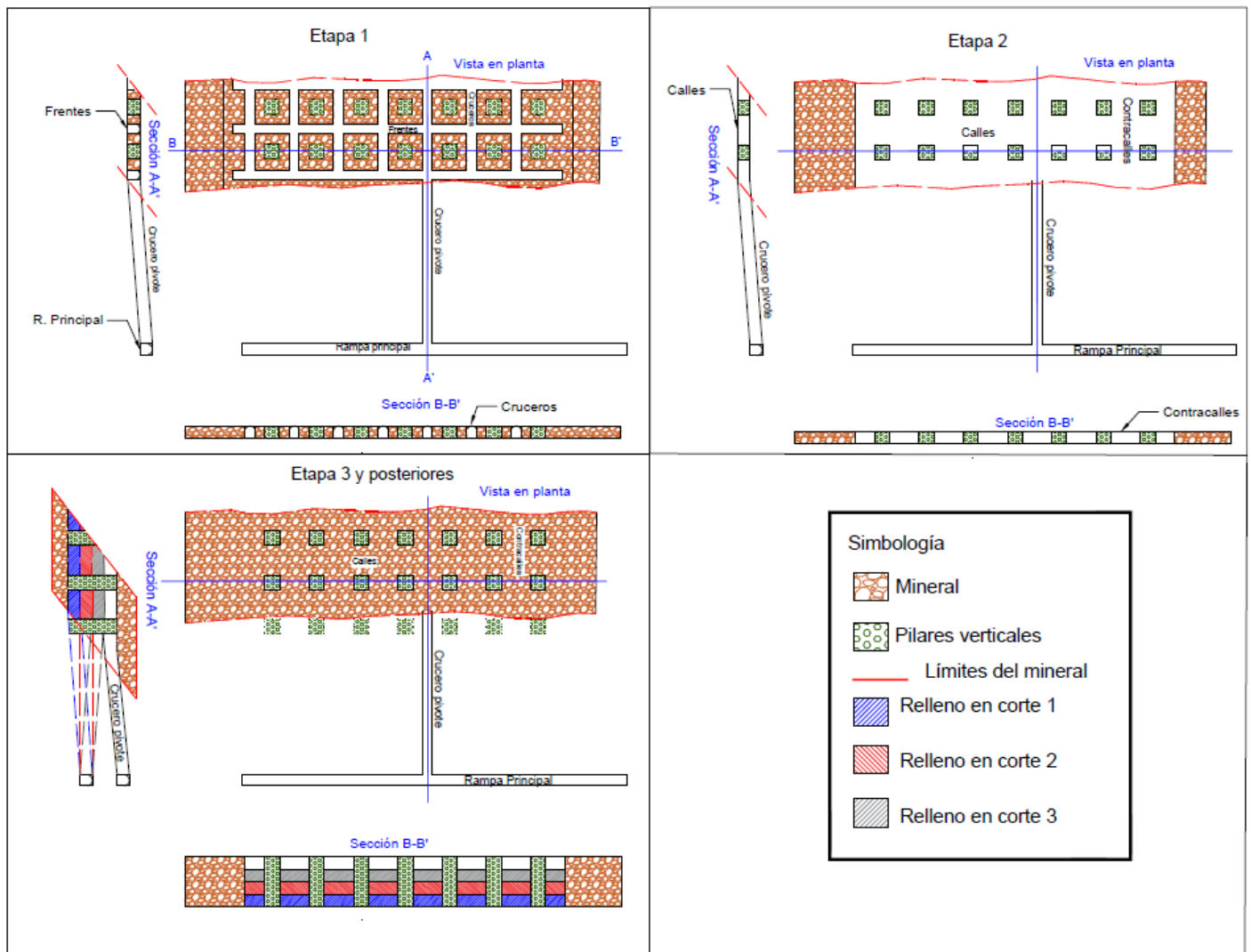


Figura 3.- Esquema de proceso de minado por Post-Pillar.

1.4. Métodos de diseño

El método de *Post-Pillar* comienza, en su primer corte, como una explotación tradicional por Salones y Pilares. Por esta razón se ha decidido considerar los métodos analíticos de Salones y Pilares en el diseño de los rebajes. Las metodologías analíticas de diseño para Salones y Pilares convencional implican tres pasos fundamentales:

1. Calcular el esfuerzo aplicado sobre uno de los pilares (σ_p).
2. Calcular la resistencia del pilar en cuestión (S).
3. Comparar el esfuerzo recibido con la resistencia del pilar por medio del factor de seguridad ($F.S.$).

1.4.1. Método del Área Tributaria

Este método es utilizado para calcular el esfuerzo vertical que está actuando sobre los pilares. El método se basa en la hipótesis de que el esfuerzo en un pilar está equitativamente distribuido y es igual al esfuerzo geostático vertical original dividido por la relación del área del pilar entre el área original. De este modo la falla ocurre cuando el esfuerzo geostático vertical excede la resistencia a la compresión del pillar. El método del área tributaria asume que dentro del área a explotar todos los pilares tienen la misma dimensión y son equidistantes, por lo tanto, están sometidos al mismo esfuerzo. Hustrulid (2001) explica que en general los pilares del centro del rebaje están sometidos a un mayor esfuerzo que los pilares en el borde. Esta situación trae una sobre estimación del esfuerzo actuando sobre el pilar. Este método es aplicado para pilares esbeltos y verticales, lo que excluye a otro tipo de pilares en obras mineras como por ejemplo pilares barrera o pilares corona. El método es explicado claramente en la *figura 4*.

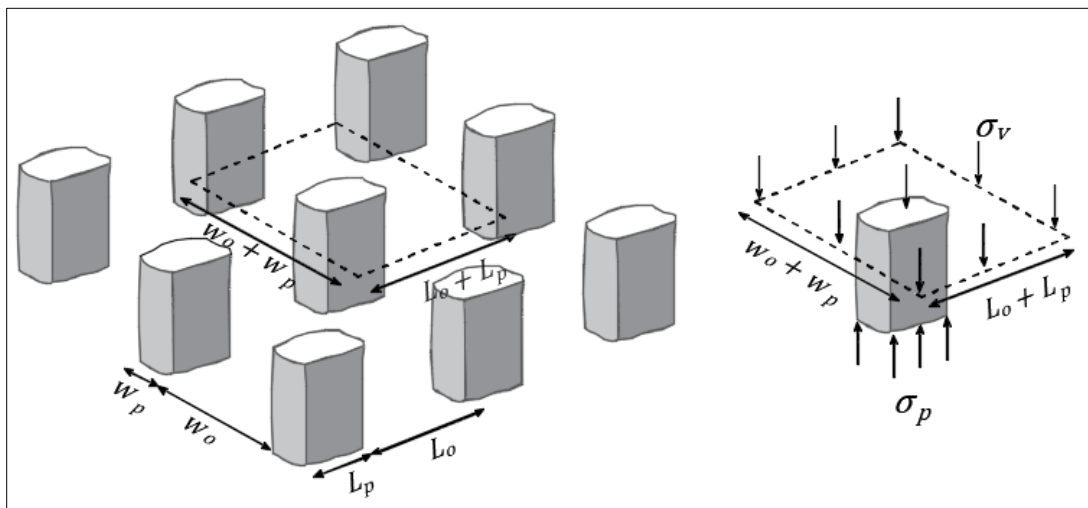


Figura 4.- Método del área tributaria, el recuadro punteado representa el área de carga correspondiente a cada pilar.

A partir de la *figura 4* se tiene la expresión de que el esfuerzo vertical (σ_v) aplicado por la columna de roca en el área tributaria es igual que el esfuerzo soportado por el pilar (σ_p) en condiciones de equilibrio (*ecuación 1*). Si se despeja el esfuerzo soportado por el pilar, tenemos el esfuerzo vertical total correspondiente a cada pilar (*ecuaciones 2 y 3*).

$$\sigma_v(w_o + w_p)(L_o + L_p) = \sigma_p(w_o L_p) \quad (1)$$

$$\sigma_p = \sigma_v \frac{(w_o + w_p)(L_o + L_p)}{(w_p L_p)}; \sigma_v = \gamma h = \rho g H \quad (2) \text{ y } (3)$$

Donde:

σ_v = Esfuerzo vertical (MPa); σ_p = Esfuerzo sobre el pilar (MPa); w_o, w_p, L_o y L_p = dimensiones geométricas de la excavación (m); γ =peso específico de la roca de techo (MN/m³); H = altura de la columna de roca (m); ρ = densidad de la roca (kg/m³); y g = aceleración de la gravedad (m/s²).

El método de área tributaria provee de una forma sencilla el esfuerzo vertical promedio en los pilares.

1.4.2. Métodos para calcular la resistencia de los pilares

La gran mayoría de los métodos utilizados para estimar la resistencia de pilares han sido desarrollados de manera empírica. La principal metodología utilizada para crear este tipo de métodos es el retroanálisis o análisis retrospectivo. El análisis retrospectivo genera un criterio de falla a partir de datos de campo en minas donde se haya presentado fallas de pilares. Brady y Brown (2005) nos dicen que para conocer el comportamiento *in situ* real se requiere evaluar la resistencia a la compresión pico de los pilares que ya se encuentran dentro de los rebajes. Al incrementar el volumen incrementa la cantidad de discontinuidades presentes lo cual se ve reflejado en una disminución de su resistencia en comparación con la resistencia de la roca intacta. Hardy y Agapito (1977) explican que los efectos de forma y volumen del pilar en su resistencia se expresan en una formula general empírica (*ecuación 4*).

$$S = S_o v^a \left(\frac{w_p}{h} \right)^b \quad (4)$$

Donde:

S = resistencia del pilar (MPa)

S_o = parámetro representativo de resistencia (MPa)

v = volumen del pilar (m^3)

w_p = ancho del pilar (m)

h =altura del pilar (m)

a , b = constantes de ajuste; reflejan condiciones geoestructurales y geomecánicas (adimensional)

Salomón y Munro (1967) resumieron algunos de los criterios generados a partir de diferentes condiciones de roca en distintas minas (*tabla 1*).

Tabla 1.- Diferentes criterios de resistencia de pilares verticales, tomados de Salomón y Munro (1967).

Autor (es)	a	b	Condiciones
Salmon & Munro (1967)	-0.067 ± 0.048	0.59 ± 0.14	Mina de carbón en Sudáfrica; fallas <i>in situ</i>
Greenwald <i>et al.</i> (1939)	-0.111	0.72	Mina de carbón en Pittsburgh; modelos de prueba
Stear (1954); Holland & Gaddy (1957)	-0.167	0.83	Mina de carbón en Virginia; pruebas de laboratorio
Skinner (1959)	-0.079	-	Mina de Anhidrita; pruebas de laboratorio

Dentro de las últimas investigaciones realizadas en este campo se encuentra la del Instituto Nacional para Seguridad y Salud Ocupacional de Estados Unidos (2011) (NIOSH por sus siglas en inglés). La ecuación desarrollada por el NIOSH no es totalmente empírica, puesto que combina datos de campo y resultados de modelos numéricos. La información sobre el comportamiento de los pilares contiene la falla de 18 pilares individuales en la mina de plomo “*Vitulum Trend*” al sureste de Misuri minada por Salones y Pilares con pilares cuadrados; además de datos históricos de 34 operaciones mineras similares.

El método toma en consideración la forma y el volumen del pilar para estimar su resistencia. Con la finalidad de expresar la resistencia en forma de ecuación, una serie de curvas fueron desarrolladas para distintos espesores de pilar usando interpolaciones y extrapolaciones

para generar la aproximación. Los parámetros para generar una ecuación fueron determinados por un ajuste de la curva por el método de mínimos cuadrados.

La ecuación obtenida fue la siguiente:

$$S = k \frac{w_p^{0.30}}{h^{0.59}} \quad (5)$$

Donde w_p es el ancho del pilar y h es la altura del pilar y k es el parámetro de resistencia. El valor de k puede ser expresado en términos de la resistencia a la compresión simple (UCS) como se muestra en la *ecuación 6*.

$$k = 0.65UCS \quad (6)$$

Por lo tanto, tenemos que la resistencia del pilar es de:

$$S = 0.65(UCS) \frac{w^{0.30}}{h^{0.59}} \quad (7)$$

En la *ecuación 7* la UCS se expresa en MPa por lo tanto la resistencia del pilar resulta igualmente en MPa.

El método incluye también factores de ajuste por discontinuidades que atraviesen algún pilar en particular. Estos factores de ajuste implican una disminución de la resistencia dependiendo de la orientación de la discontinuidad en el pilar. Debido a que dichos factores son utilizados para evaluar la estabilidad de pilares *in situ*, y no en la etapa de diseño, se decidió omitirlos en el presente trabajo.

1.4.3. Determinación del factor de seguridad en pilares

La falla de un pilar se presenta cuando las cargas bajo las que está sometido exceden su resistencia. Este tipo de fallas pueden ocurrir de manera catastrófica en cuestión de segundos o minutos, o ser gradual y tardar horas o días (Esterhuizen *et al.*, 2011). Una forma sencilla de adelantarse al comportamiento del pilar es mediante el cálculo del factor de seguridad. El factor de seguridad es la relación existente entre las fuerzas (o esfuerzos) actuantes y las fuerzas (o esfuerzos) resistentes en el pilar. El factor de seguridad (F.S.) para un pilar es obtenido a partir de la *ecuación 8*.

$$F.S. = \frac{S}{\sigma_p} \quad (8)$$

Donde:

S = resistencia del pilar (MPa)

σ_p = esfuerzo sobre el pilar (MPa)

$F.S.$ = Factor de seguridad (adimensional)

El factor de seguridad es adimensional y representa el número de veces que el esfuerzo resistente es mayor que el esfuerzo actuante. Así por ejemplo para un factor de seguridad de 1.5 se traduce a que el pilar es 1.5 veces más resistente que las fuerzas actuantes. Un factor de seguridad de 1.0 nos dice que los esfuerzos actuantes y los resistentes se encuentran en equilibrio.

Cuando se diseña un sistema de pilares el factor de seguridad debe ser seleccionado con cautela, porque éste debe compensar la incertidumbre y variabilidad inherente a las propiedades de la roca y a daños generados por la operación minera. La selección apropiada del $F.S.$ debe basarse en un criterio ingenieril o en estadísticas (Esterhuizen *et al.*, 2011). Tomando en cuenta el criterio ingenieril Gonzales de Vallejo *et al.* (2002) sugiere para excavaciones permanentes elegir un factor de seguridad de 1.5 e incluso de 2.0 dependiendo la seguridad exigida; en el caso de excavaciones temporales, como es el caso de los rebajes, tomar factores de seguridad de 1.3 e incluso menores. Esterhuizen *et al.* (2011) menciona que se han realizado estudios estadísticos en los que por ejemplo para un factor de seguridad de 1.63 la probabilidad de falla es de 1/1,000, mientras que para uno de 1.0 es de 1/2.

1.4.4. Método para calcular máximos claros estables

Mathews *et al.* (1981) introducen un método empírico para el dimensionamiento de rebajes abiertos. Originalmente se consideraron 50 casos de estudio históricos. El método está basado en una gráfica de estabilidad que relaciona dos factores: el número de estabilidad (N) que representa la capacidad de la roca de mantener su estabilidad bajo un estado de esfuerzos y el radio hidráulico (RH o S en textos en inglés) que toma en cuenta la geometría de las excavaciones. La gráfica de estabilidad trata con las superficies individuales (cielo, tablas, etc.) de una excavación en lugar de la excavación entera. La gráfica original de Mathews propone tres zonas de estabilidad; zona estable, zona potencialmente inestable y zona con potencial de hundimiento (Figura 5).

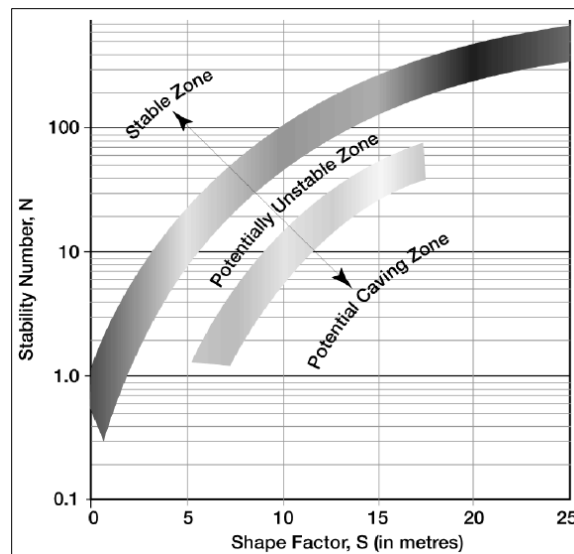


Figura 5.- Tres zonas de estabilidad en la gráfica original de Mathews (Mawdesley, Trueman y Whiten, 2001).

El número de estabilidad toma en cuenta la calidad del macizo rocoso, el sistema estructural presente y el estado de esfuerzos al que está sometida la roca. El número de estabilidad es calculado conforme a la ecuación 9.

$$N = Q' \times A \times B \times C \quad (9)$$

En la ecuación 9 Q' denominada “ Q modificada” representa el sistema para caracterizar la calidad de la roca propuesto Barton *et al.* (1974). Los valores de A , B C y representan el factor de esfuerzos en la roca, el factor de ajuste por orientación de las juntas y el factor de ajuste gravitacional.

Como se observa en la ecuación 10 el valor de Q' solamente toma en cuenta los dos primeros factores de la ecuación original, $\frac{RQD}{J_n}$ (factor de forma o tamaño de bloque) y $\frac{J_r}{J_a}$ (Factor de resistencia al corte), haciendo la suposición de que el tercer factor, $\frac{J_w}{SRF}$ (factor de reducción de esfuerzos), es igual a uno.

$$Q' = \frac{RQD}{J_n} \times \frac{J_r}{J_a} \quad (10)$$

Los valores de los factores A, B, C son determinados a partir de gráficas. Para obtener el valor de A es necesario obtener la relación entre la resistencia a compresión simple de la roca intacta (UCS) y el esfuerzo máximo de compresión inducido en el centro de la excavación (σ_{max}). El factor B depende de la orientación de las juntas respecto a la superficie, mientras que el factor C depende del modo de falla gravitacional. En las figuras 6, 7 y 8 se observa la manera de determinar cada uno de los factores.

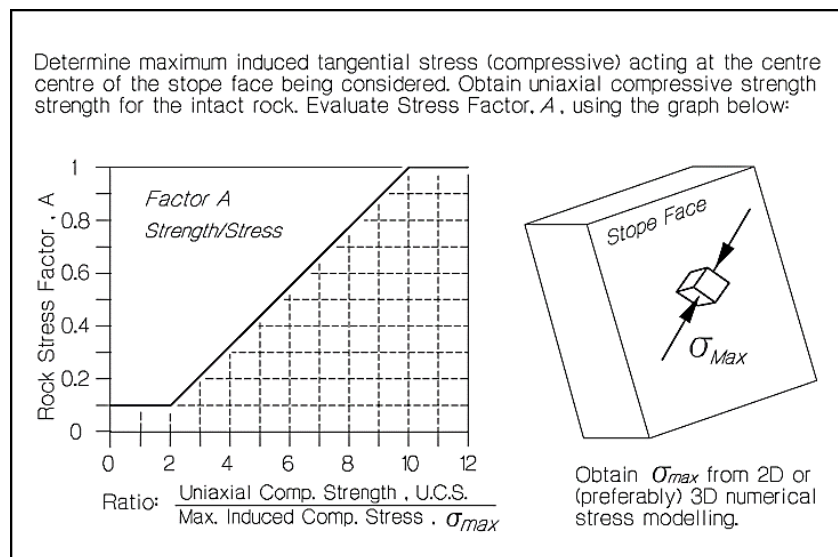


Figura 6.- Cálculo del factor de esfuerzos de la roca A (Potvin, 1988).

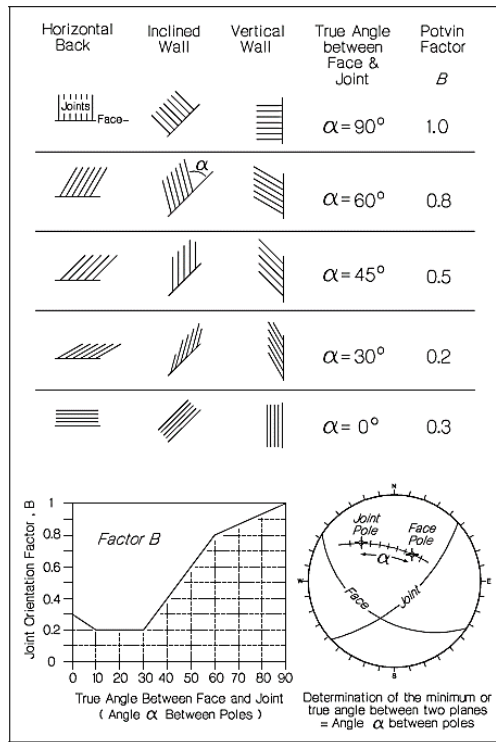


Figura 7.- Determinación del factor de orientación de las juntas (Potvin, 1988).

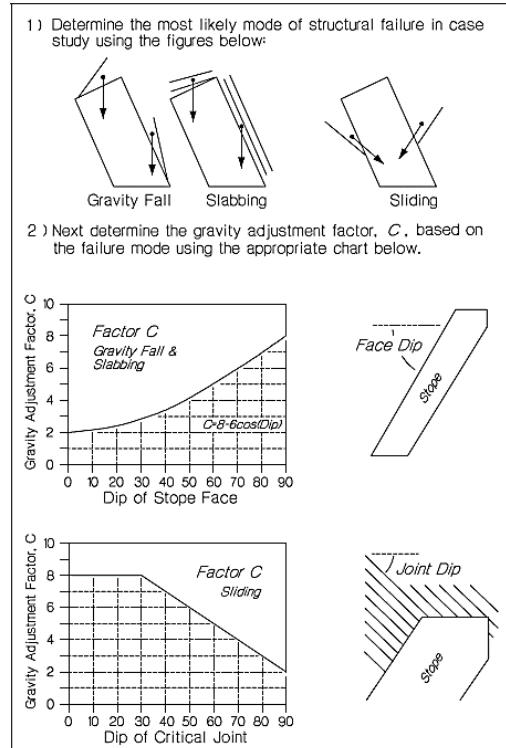


Figura 8.- Cálculo del factor de ajuste gravitacional C (Potvin, 1988).

Por otro lado, el radio hidráulico representa la geometría de la superficie analizada. Es la relación existente entre el área de la superficie y su perímetro (*ecuación 11*). Es utilizado a manera de normalizar el tamaño de las excavaciones sin importar la forma que tengan.

$$S = \frac{\text{Área de la superficie (m}^2\text{)}}{\text{Perímetro de la superficie (m)}} \quad (11)$$

A lo largo del tiempo diversos autores han realizado modificaciones a la gráfica de estabilidad de Mathews en la mayoría de los casos enriqueciendo el número de casos históricos incluidos. Debido a que la metodología original es aplicable propiamente al método de explotación de rebajes abiertos y tumba por subniveles la investigación bibliográfica llevó a encontrar una adaptación del método para salones y pilares. En el presente texto se utilizó la metodología propuesta por Esterhuizen, Dollinar y Ellenberguer (2011), la cual considera 34 operaciones mineras en operación explotadas por el método de salones y pilares. Este método es efectivamente la adaptación de la metodología de Mathews al método de salones y pilares convencionales.

El método considera el mismo número de estabilidad (N) que el método original, pero utiliza el claro máximo (*span*) entre pilares (*figura 9*) como parámetro geométrico en lugar del radio hidráulico.

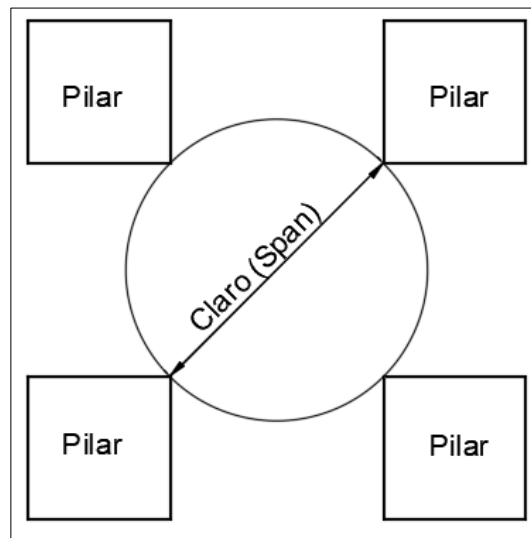


Figura 9.- Claro máximo entre pilares.

Los valores tanto de número de estabilidad como de claro máximo son graficados en la gráfica de estabilidad (*figura 10*). La gráfica de estabilidad se representa en escala logarítmica para el número de estabilidad y normal para el claro máximo (span); el claro debe ser ingresado en pies (ft). La coordenada formada puede incluirse en cualquiera de las cuatro regiones que considera la gráfica de estabilidad:

1. **Estable sin soporte:** ningún tipo de ademe es requerido.
2. **Estable con soporte:** considerando cables de acero como ademe.
3. **Zona de transición:** estabilidad no garantizada incluso con cables de acero.
4. **Inestable:** se presenta el hundimiento de rebajes.

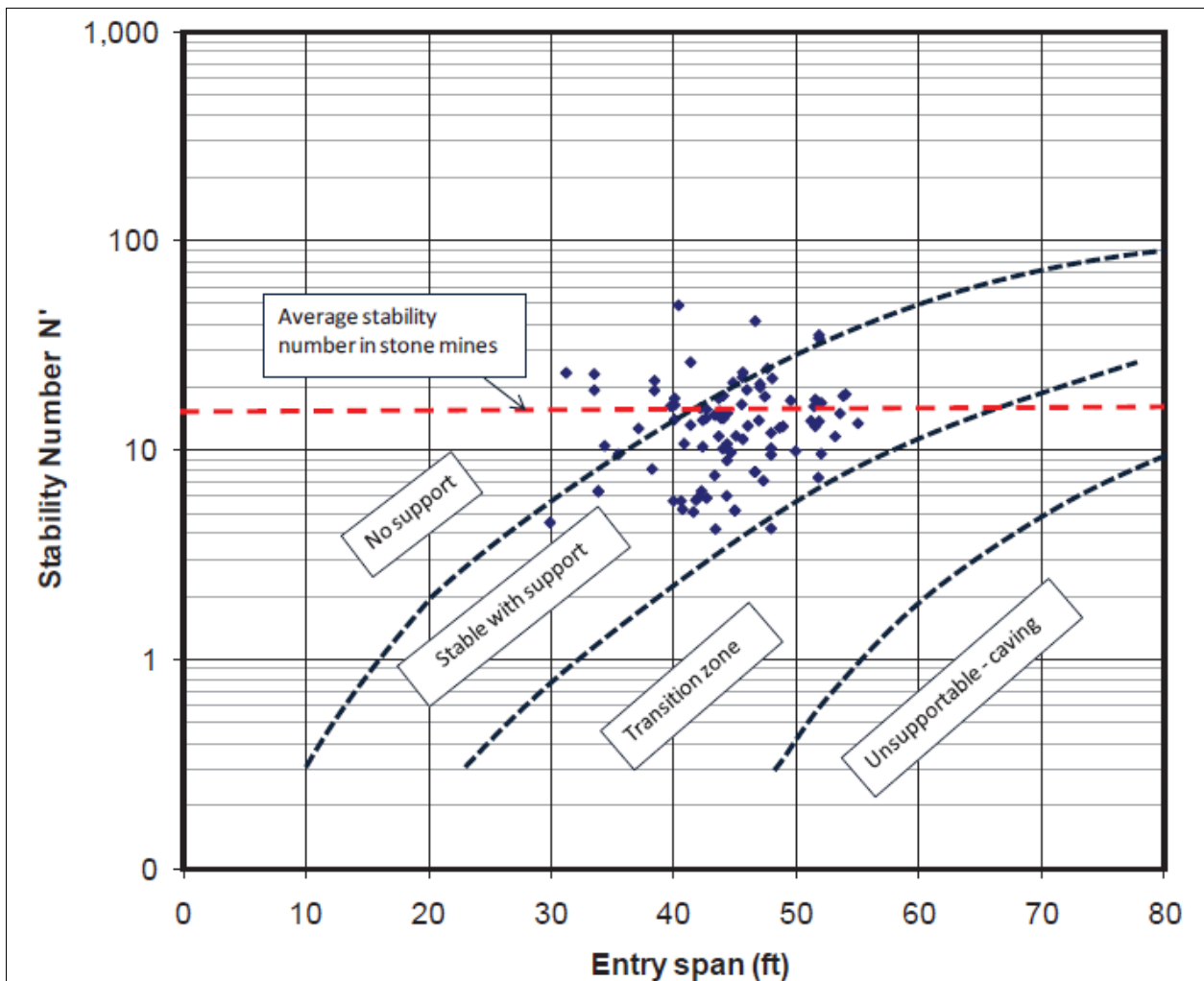


Figura 10.- Gráfica de estabilidad para salones y pilares (Ezterhuizen, Dolinar y Ellenberger, 2011).

1.4.5. Métodos numéricos: Método de elemento finito

Los métodos numéricos son la herramienta del análisis numérico encargada de aplicar algoritmos a través de números y reglas matemáticas simples para aproximarse a la solución de procesos matemáticos complejos. Las razones para la utilización de un método numérico incluyen la no existencia de una solución analítica o cuándo el volumen de datos es demasiado grande para ser procesado manualmente.

Debido a que las computadoras no pueden trabajar con variables continuas de manera eficiente, como es el caso de las ecuaciones diferenciales, se debe adaptar la información a una representación de manera discreta. Los métodos numéricos se encargan de adaptar procesos matemáticos en variable continua a un sistema información discreto.

Los métodos numéricos han encontrado aplicación en la geotecnia principalmente para el análisis de esfuerzos y deformaciones de materiales geológicos. Brady y Brown (2005) afirman que la aplicación de métodos numéricos a la mecánica de rocas en particular nace de la necesidad de analizar medios no-homogéneos con excavaciones con geometrías complicadas, los cuales presentan dificultades para ser solucionados con análisis convencionales.

La discretización es el mecanismo de dividir el dominio del problema en un número de subdominios o elementos denominados elementos discretos. Dentro de los métodos de discretización aplicados a la geotecnia resaltan los de elemento finito (MEF) y fronteras finitas (MFF); en el primero el dominio es el medio continuo y en el segundo el dominio son las fronteras de la excavación. Brady y Brown (2005) explican que el MEF es fácilmente adaptado a materiales no-lineales y heterogéneos (macizos rocosos), mientras que el MFF tiene mayor aplicabilidad en materiales lineales y homogéneos (suelos).

El MEF es una herramienta de análisis muy poderosa que permite obtener soluciones aproximadas a una amplia variedad de problemas de mecánica en el continuo. Los macizos rocosos son efectivamente continuos intersectados por discontinuidades o juntas que pueden ser desde el punto de vista geológico fallas, fracturas, estratificación, contacto entre dos unidades, etc.

El MEF trabaja bajo la premisa básica de que el dominio de una solución puede ser modelada analíticamente reemplazándola por un arreglo de elementos discretos. Esto permite reducir el número infinito de incógnitas del problema a uno con un número finito. Matemáticamente se trata de transformar un problema de cálculo diferencial en uno de algebra lineal. Esto último se logra planteando el problema en un espacio vectorial de dimensión no-finita, pero del que se puede obtener una solución aproximada encontrando una proyección sobre un subespacio de dimensión finita y con un número finito de ecuaciones (en general miles o centenares de miles).

La discretización en elemento finitos logra que la solución sea exacta en un conjunto finito de puntos; que coinciden con los vértices de los elementos finitos. Los vértices son conocidos como nodos. En el resto de puntos la solución será aproximada y generada a través de la interpolación de los valores en los nodos. El conjunto de nodos interconectados entre si genera una red denominada malla. Las geometrías generadas por la malla y contenidas dentro de los nodos son precisamente los elementos finitos (ver *figura 11*).

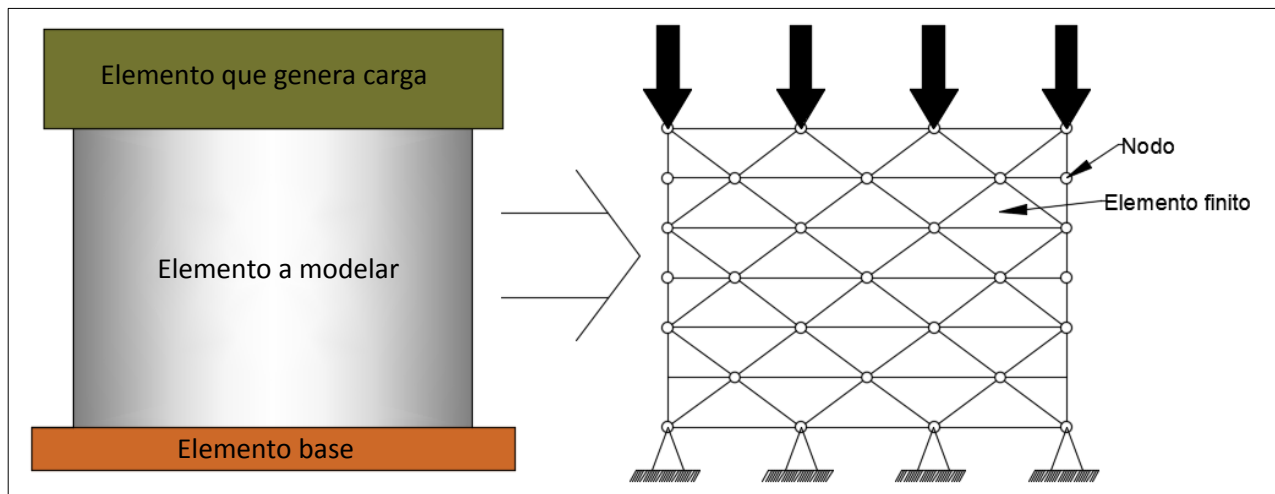


Figura 11.- Ejemplo de proceso de discretización en elementos finitos, los apoyos inferiores representan condiciones de frontera.

En el proceso de discretización se determina el número de nodos que formarán parte de un elemento finito y el número de elementos que conformarán la malla. Estas enumeraciones deben efectuarse con cuidado ya que afectan el tiempo de solución y la calidad de los resultados. Entre mayor sea el número de nodos y elementos en la malla el tiempo de solución aumentará, al tiempo que la calidad de los resultados también mejorará.

El primer paso para solucionar un problema físico por medio del MEF es generar un modelo matemático del problema y definir las ecuaciones constitutivas que lo gobiernen. Posteriormente se realiza el proceso de análisis y finalmente la interpretación de los resultados. El proceso es explicado esquemáticamente por Klaus-Jürgen (2014) como se observa en la *figura 12*.

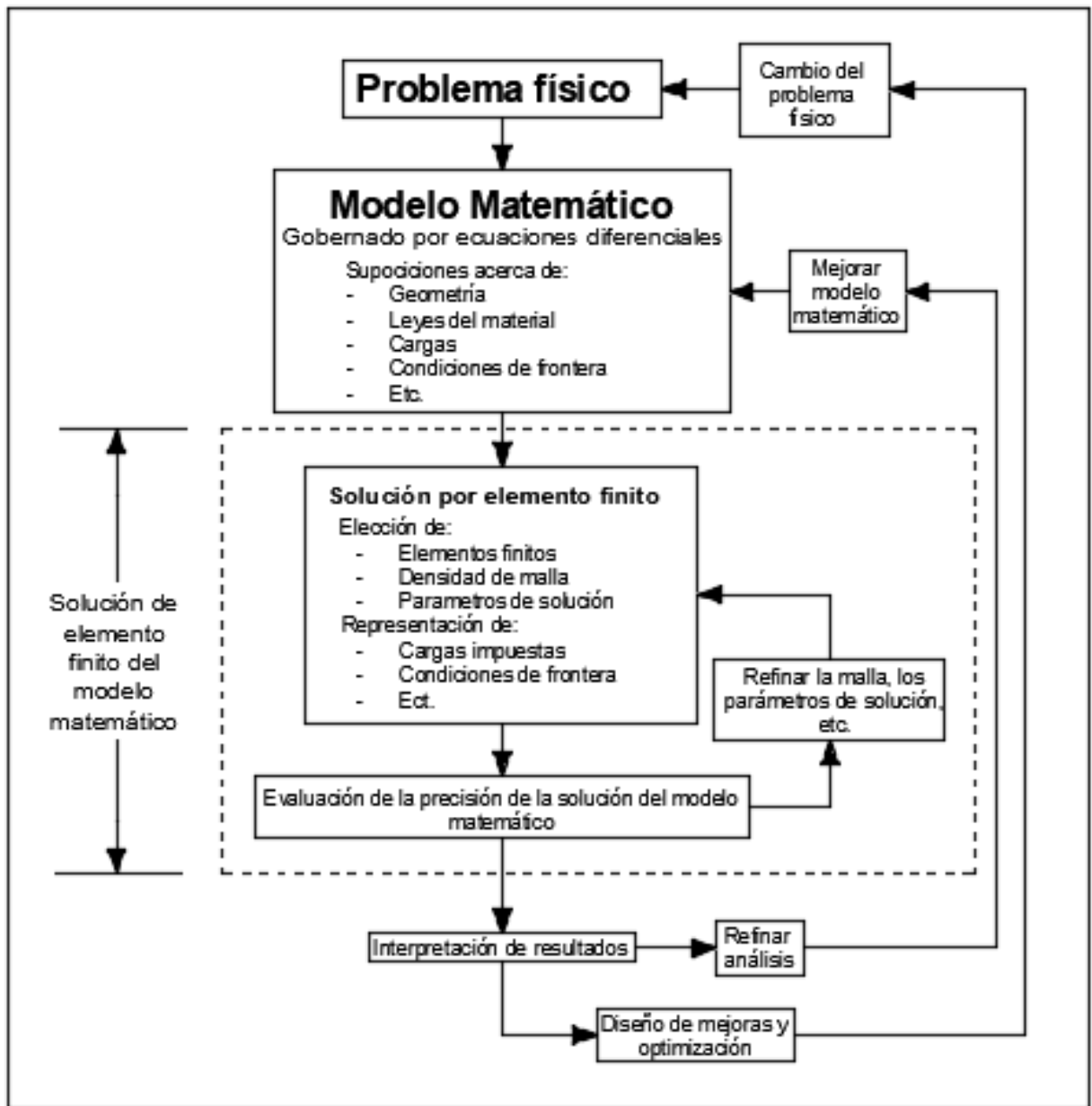


Figura 12.- Diagrama de solución de un problema físico a través del método de elemento finito (Klaus-Jürgen, 2014).

El requisito básico para que pueda ser aplicado es que las ecuaciones constitutivas sean conocidas de antemano. Se observa que diseñar con el MEF implica un proceso iterativo.

1.4.6. Modelado numérico bidimensional con *software Phase2*

Phase2 es un *software* desarrollado por Rocscience que trabaja por el método numérico de elemento finito. Este programa trabaja con secciones verticales realizando análisis en dos dimensiones. Tiene aplicación en materiales geológicos como suelos y rocas. Este *software* ha sido ampliamente usado en múltiples proyectos alrededor del mundo, incluyendo diseño de excavaciones y estabilidad de taludes.

Phase2 realiza análisis de esfuerzo-deformación tanto para materiales elásticos como plásticos. Los elementos finitos pueden ser representados con triángulos o cuadriláteros variando la cantidad de nodos de cada uno. Cada elemento se comportará conforme a la relación esfuerzo deformación ajustada con el criterio de rotura seleccionado y atendiendo a las condiciones de frontera asignadas. Este programa puede trabajar con los criterios de rotura de Mohr-Coulomb, Hoek y Brown generalizado y Cam-Clay. Los criterios de rotura son las ecuaciones constitutivas del programa *Phase2*. Cada uno de los modelos puede ser aplicado materiales con comportamientos isótropos, ortotrópicos y transversalmente isotrópicos.

La secuencia de modelado es similar a la de cualquier *software* de modelación numérica. El proceso de modelado con *Phase2* puede resumirse en 5 pasos fundamentales:

1. Dibujar una sección geológica con la geometría de las excavaciones proyectadas. Es posible generar varias etapas de la excavación.
2. Determinar los parámetros geotécnicos a cada uno de los materiales geológicos y asignarlos en la sección dibujada. En este punto se determinan los modelos de rotura con los que se trabajará.
3. Generar la malla y las condiciones de frontera.
4. Computar el modelo, verificando su convergencia.
5. Interpretar el modelo. La extensión “*interprete*” se encarga de tomar los datos computados y mostrarlos en una forma gráfica y fácilmente comprensible; generalmente con escalas de colores (ver *figura 13*).

Una parte importante en el modelamiento numérico es verificar que el programa converja, esto lo logra realizando una sumatoria de fuerzas que, en el equilibrio, debe igualarse con cero. Si la convergencia es distinta de cero significa que el modelo se encuentra en falla y en estado de fluencia. El programa permite seleccionar la tolerancia máxima de convergencia y el número de iteraciones máximo para llegar a ella. En general cuando la convergencia de un modelo se encuentra fuera de los límites normales existen problemas con las condiciones de frontera elegidas.

Distintos factores afectan el tiempo de solución de un modelo: la cantidad de elementos finitos y nodos, el número de etapas de excavación, la tolerancia elegida, el número de iteraciones, y por supuesto la capacidad del equipo computacional utilizado.

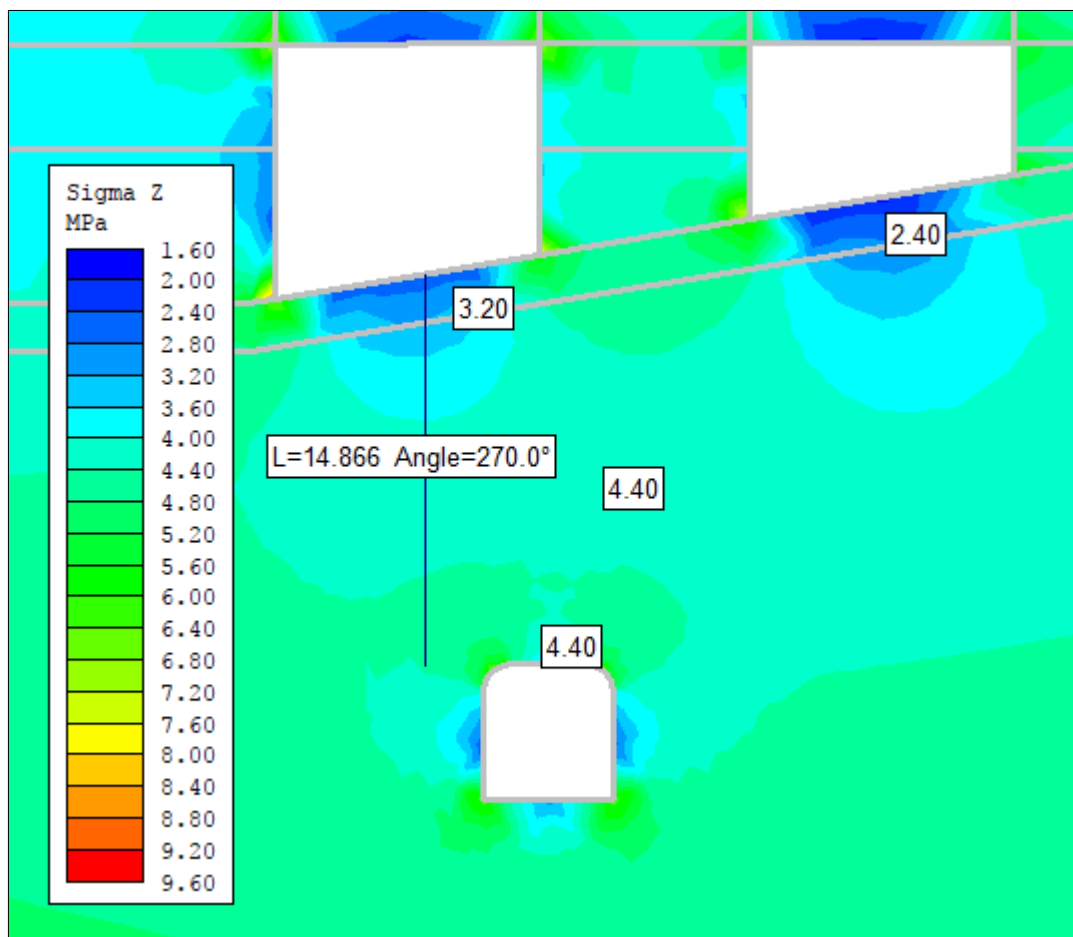


Figura 13.- Ejemplo del resultado de un modelo en la extensión "interprete" en software Phase2.

2. Metodología propuesta de diseño

En el presente capítulo se presenta la metodología propuesta para diseñar rebajes dentro del método de *Post-Pillar*. Los rebajes son generalmente las excavaciones más grandes en una mina subterránea por lo que requieren de métodos de diseño que garanticen su estabilidad; en este sentido la presente metodología pretende cumplir esta condición. Esta metodología se apoya en los métodos estudiados en el apartado 1.4.

Antes de comenzar con la aplicación de los métodos de diseño es necesario caracterizar geotécnicamente las rocas y los macizos rocosos en el yacimiento. Este proceso incluye determinar las propiedades mecánicas de la roca intacta y la caracterización del macizo rocoso. Para la aplicación de la metodología se requiere conocer de la roca intacta: la resistencia a la compresión simple (UCS), y los esfuerzos principales mayor y menor (σ_1 y σ_3); del macizo rocoso se necesitan las clasificaciones geomecánicas GSI y RQD. Las técnicas utilizadas para la caracterización se explican detalladamente en los anexos de este texto.

El método de minado *Post-Pillar* se comporta igual que el de Salones y Pilares convencional hasta el primer corte. Por esta razón los métodos de diseño desarrollados para Salones y Pilares son un buen punto de partida. Los métodos analíticos nos ayudan a tener una primera aproximación de diseño, pero no llegan a ser concluyentes hasta conocer la siguiente etapa que es el modelado numérico.

En primer lugar, deben de ser propuestas dimensiones para pilares y calles. La estabilidad de los pilares es lo primero en verificar. Comparando el esfuerzo sobre el pilar con la resistencia del mismo se obtiene un factor de seguridad (*F.S.*). El *F.S.* obtenido debe ser comparado el *F.S.* propuesto por el diseñador. El *F.S.* de diseño debe satisfacer las necesidades de estabilidad particulares, además de considerar la incertidumbre que pueda existir en los datos geotécnicos obtenidos. La forma de calcular el *F.S.* en pilares se explica en el apartado 1.4.3.

Una vez que el diseño propuesto satisface el factor de seguridad en los pilares se procede a evaluar la estabilidad de los claros. Para este fin, se utiliza la metodología propuesta por Esterhuizen, Dollinar y Ellenberguer (2011). Se consideran aceptables las zonas marcadas como estable sin soporte y estable con soporte; considerando para esta última que se cuente con los recursos para instalar el soporte. En caso de que los claros no resulten estables las dimensiones deben ser rediseñadas y nuevamente evaluadas.

Si el diseño propuesto es confiable tanto para en los pilares como en los claros se procede a aplicar modelos numéricos.

Al tiempo que el método se comienza a desarrollar de manera ascendente los pilares se vuelven cada vez más esbeltos y el relleno comienza a trabajar. La forma de verificar que el rebaje en general sea estable es mediante la generación de modelos numéricos. El modelo numérico nos permite observar al mismo tiempo el comportamiento de los pilares, los claros y el relleno trabajando en las diferentes etapas de minado. Si los resultados obtenidos con los modelos numéricos no muestran confiabilidad, se regresa a la primera etapa de diseño y se proponen nuevas dimensiones para pilares y calles.

La secuencia de la metodología propuesta se puede resumir en cuatro pasos fundamentales:

1. Caracterización geotécnica de las rocas y macizos rocosos en el yacimiento.
2. Diseño para el primer corte con métodos de salones y pilares y verificación del *F.S.*
3. Evaluación de la estabilidad de los claros.
4. Verificación de la estabilidad general del rebaje en las distintas etapas de minado por medio de modelos numéricos.

Una vez que el diseño ha superado los cuatro pasos se puede decir que se ha llegado a un diseño estable. El proceso se puede repetir tantas veces como sea necesario para obtener a un diseño que sea estable y además maximice la recuperación del yacimiento, siempre priorizando en tener seguridad en la mina sobre la recuperación.

Los procesos de diseño son iterativos y la metodología presente no es la excepción; cada paso debe ser verificado y en caso de no cumplir con los requerimientos se proponen nuevas dimensiones. Se realizan las iteraciones necesarias hasta llegar al diseño óptimo. Esta metodología se muestra en la *figura 14*; la cual a manera de diagrama de flujo explica el proceso a seguir para el diseño de rebajes para el método de *Post-Pillar*.

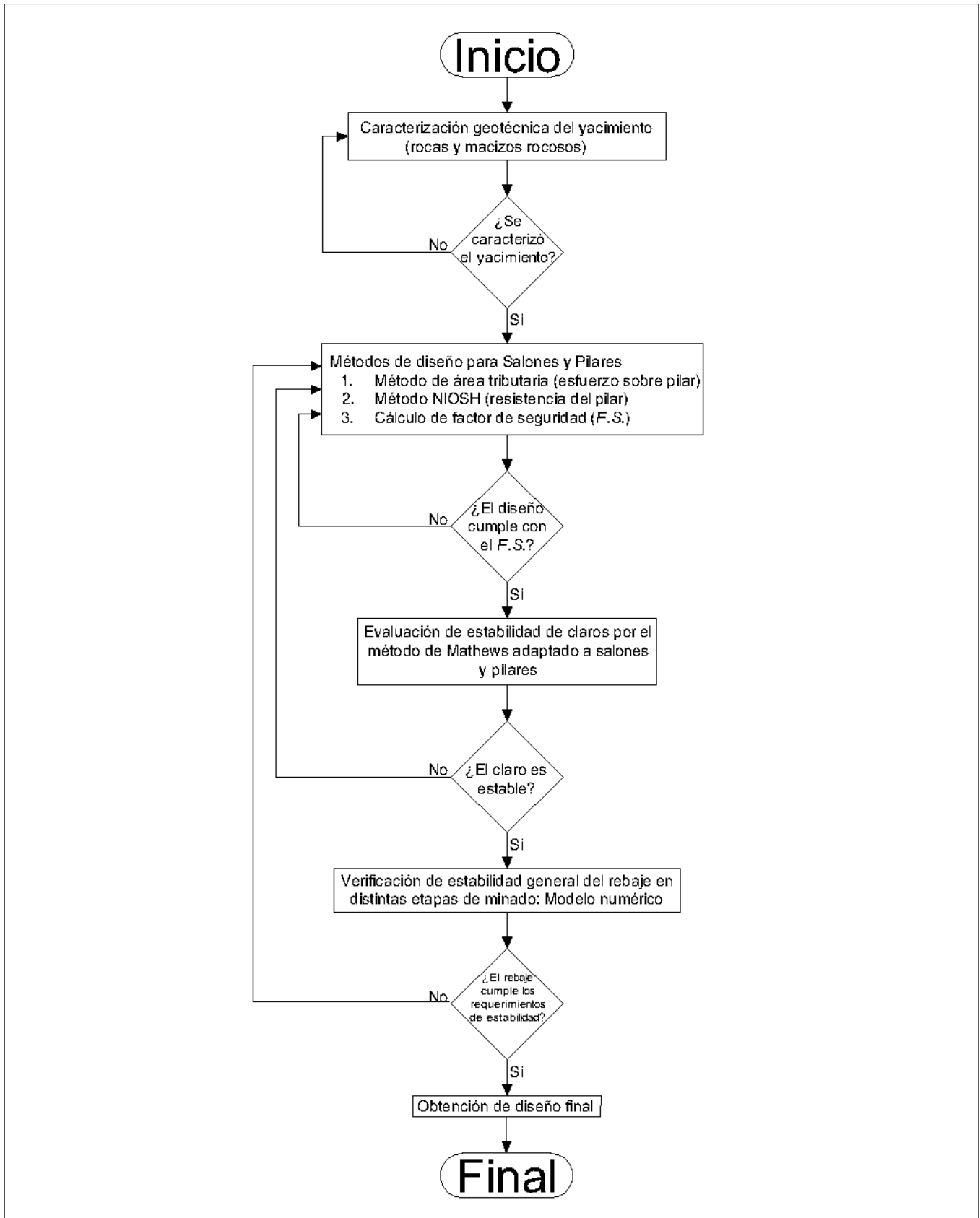


Figura 14.- Diagrama de flujo para metodología propuesta de diseño de rebajes en método de explotación Post-Pillar.

3. Caso de estudio

3.1. Generalidades

3.1.1. Localización

El proyecto San Rafael está localizado dentro del distrito minero Cosalá en la porción central-este del estado de Sinaloa, México. El proyecto se encuentra en el municipio de Cosalá a 9 kilómetros en línea recta al noreste del pueblo del mismo nombre. Las coordenadas geográficas del proyecto son 24°29'27" latitud Norte y 106°38'20" longitud Oeste. El acceso se realiza partiendo del pueblo de Cosalá por carretera y posteriormente por camino de terracería por un total de 15 km.

3.1.2. Antecedentes

Según datos de barrenación a diamante realizados entre 2011 y 2015, basados en 8,383 barrenos se tiene que la recuperación promedio por barreno fue de 92.2%. Aproximadamente 20% de los testigos tuvieron recuperaciones menores al 90% y solamente el 3% obtuvo una recuperación menor al 50%. Asimismo, los sondeos eran a menudo más cortos en zonas de roca poco competente.

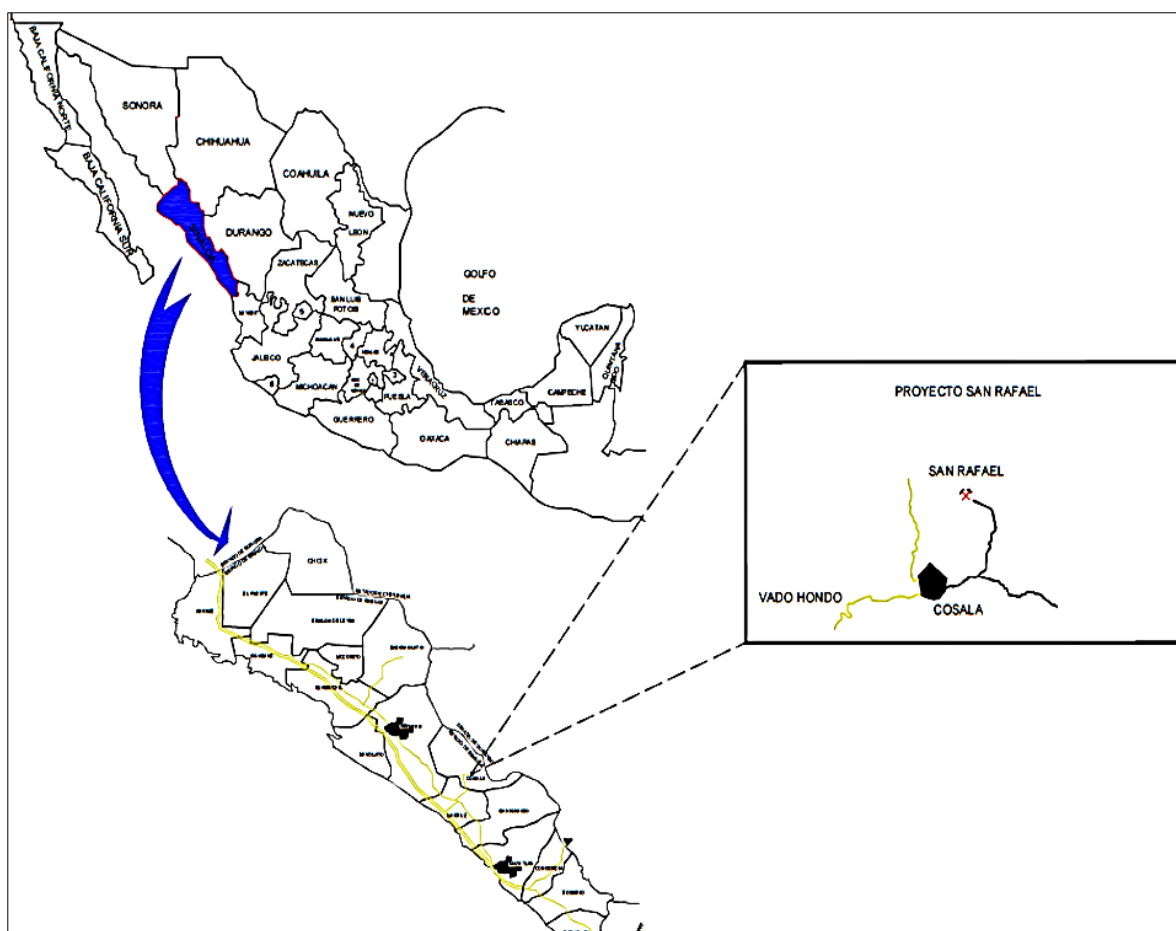


Figura 15.- Localización del Proyecto San Rafael, (Martínez et al., 2012).

El proyecto San Rafael comenzó a desarrollarse en junio de 2016, con la preparación de los taludes en donde se ubicaría la bocamina. La rampa principal llamada “Rampa San Rafael” comenzó a colarse en octubre de 2016. Con los primeros disparos de la rampa comenzaron los problemas estructurales al presentarse el fenómeno de sobre excavación en la bocamina (ver *figura 16*). Para mantener la seguridad del acceso se colocaron cables de acero ascendentes y marcos estructurales de acero en la parte inferior.



Figura 16.- Bocamina de proyecto San Rafael.

Dentro del proyecto aún no existen rebajes en operación. Sin embargo, existen obras de preparación que se encuentran coladas sobre mineral. Conociendo estas obras de preparación es posible caracterizar geomecánicamente la roca mineralizada.

Con los datos disponibles y de acuerdo con la experiencia de los ingenieros del área de mecánica de rocas del proyecto se realizó un primer diseño de rebajes. El cual consiste en:

- Pilares cuadrados de 6 x 6 metros
- Calles de 12 metros de ancho
- Cortes verticales cada 4 metros

Con la nueva información obtenida por obra directa es posible refinar los análisis de diseño. También es pertinente evaluar el diseño original con la nueva información y determinar su confiabilidad.

3.1.3. Método y plan de minado

El método de minado elegido para ser utilizado en el Proyecto San Rafael se denomina *Post-Pillar*. El método consiste en una combinación de los métodos Salones y Pilares y Corte y Relleno y es explicado a detalle en el apartado 1.3.

Originalmente en el Proyecto San Rafael se planeó utilizar un sistema de minado tradicional por *Post-Pillar*; colando cruceros pivotes a partir de la rampa principal contenidos al bajo del yacimiento. Sin embargo, por la poca competencia de roca al bajo se modificó el plan original y se propuso dar acceso a la zona mineral por medio de una rampa colada sobre mineral (*figura 17*). La rampa se desarrolla a rumbo del yacimiento con pendiente negativa. Una vez que la rampa llega al límite inferior del yacimiento se comienza con el cuele de frentes y cruceros. La ventaja de explorar de este modo es que se tiene disponibilidad de mineral más rápidamente que en el método original ya que la rampa de preparación se cuele sobre mineral. La desventaja de utilizar esta variación es que el mineral que da piso a la rampa no puede ser recuperado una vez que se rellena un corte.

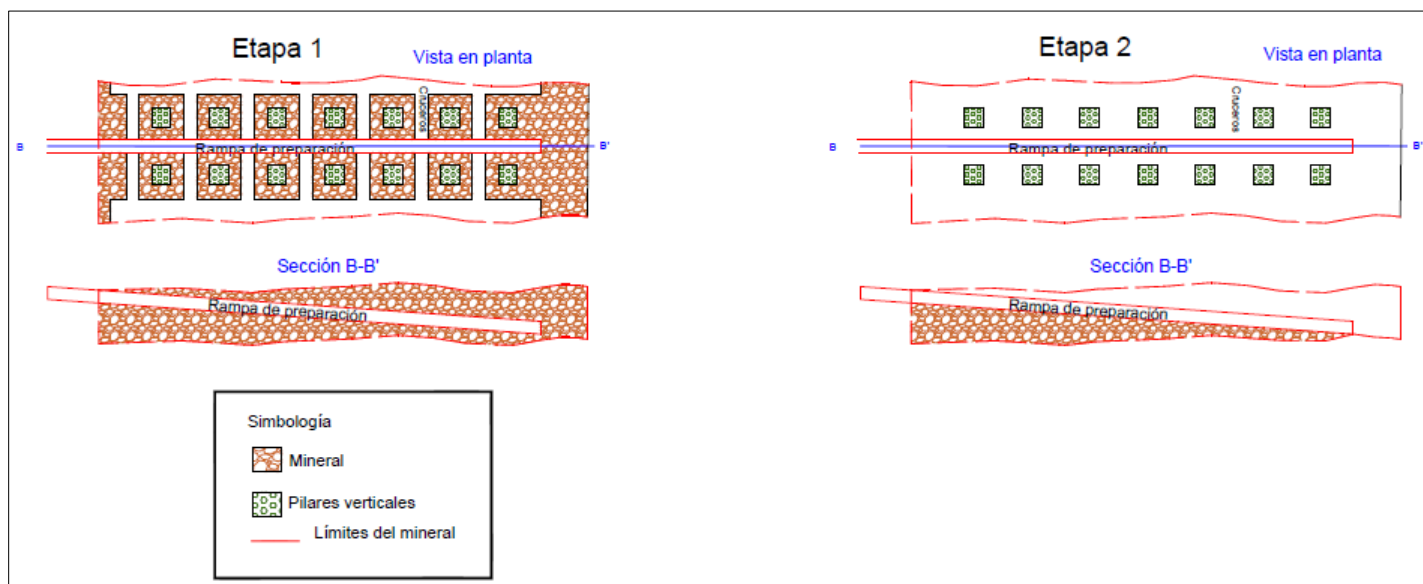


Figura 17.- Variante de minado por Post-Pillar en Proyecto San Rafael.

El método de minado incluye una serie de cortes horizontales que son rellenados conforme se avanza ascendentemente. El plan de minado generado por el área de planeación en el proyecto San Rafael contempla realizar cortes de cuatro metros de altura. Dicho plan también contempla abrir dos cortes consecutivos antes de comenzar la etapa de relleno. En la *figura 18* se puede observar un esquema en sección de la secuencia de minado.

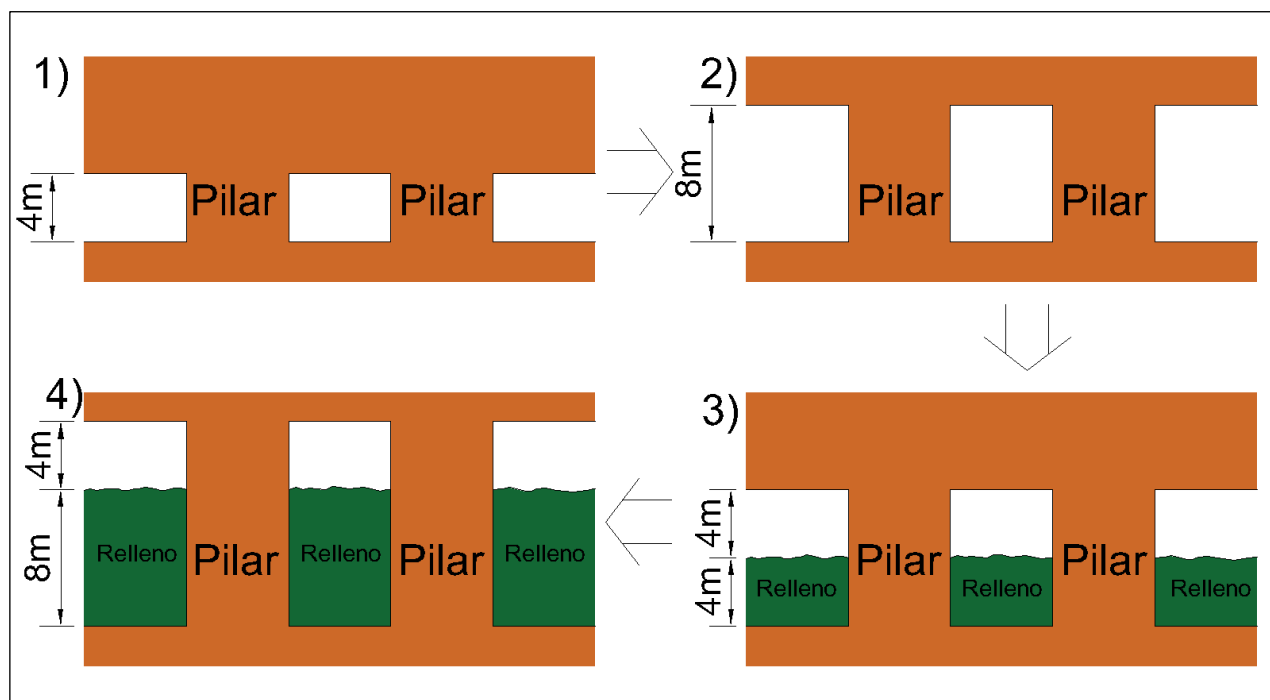


Figura 18.- Secuencia del plan de minado: 1) primer corte; 2) segundo corte; 3) primera etapa de relleno y 4) tercer corte y segunda etapa de relleno.

Es importante mencionar los dos cortes de cuatro metros antes de iniciar la etapa de relleno debido a que representa una **restricción de diseño** que es tomada en cuenta. El plan de minado contempla realizar dos cortes antes de iniciar la etapa de relleno como medida de disponibilidad mineral en la etapa inicial del proyecto. Los equipos utilizados en el Proyecto San Rafael permiten realizar cortes con 8 metros de altura.

3.2. Caracterización del sitio

3.2.1. Geología

a) Geología regional

El proyecto San Rafael, se encuentra dentro de las primeras unidades litológicas de la Sierra Madre Occidental, en la Subprovincia de Barraca; caracterizada por una topografía semiabrupta, drenada por diferentes arroyos que fluyen hacia el arroyo denominado San José de Bocas, afluente del río San Lorenzo. La mineralización dentro del distrito minero de Cosalá está relacionada con intrusiones granodioríticas o graníticas de entre 140 y 45 millones de años emplazadas en rocas sedimentarias cretácicas que yacen sobre el basamento (Dyer *et al.*, 2016).

b) Geología local

Las unidades de Roca dominante en el área son calizas de origen marino del Cretácico y rocas volcanosedimentarias. El contacto de la caliza con las rocas volanosedimentarias, sirvieron como receptores de la estructura tabular mineralizada, tipo Sulfuros Masivos de Zn-Pb-Ag. La caliza presenta generalmente una recristalización y marmolización, acompañada de una cantidad mínima a moderada de granate; alteraciones que sufren las rocas al ser penetradas por intrusivos (Martínez *et al*, 2012). La Diorita en la región, guarda una relación directa con las zonas mineralizadas.

c) Yacimiento Mineral

El yacimiento mineral se encuentra inmerso en el cerro denominado Cerro San Rafael. El yacimiento mineral está dividido en cuatro zonas mineralizadas considerando sus características geológicas. Las zonas fueron denominadas **Main Zone, 120 Zone, Upper Zone y Northern Zone** (figura 19). Las descripciones de cada una de las zonas son explicadas por Martínez *et al* (2012).

- **Main Zone.** Zona caracterizada por sulfuros masivos con espesores que varían entre 3 y 30 metros. Los sulfuros masivos ocurren bien definidos por 500 metros de largo y 400 metros extendidos al echado de la estructura. En general el rumbo de la estructura mineralizada guarda un rumbo **NW 60°-65° SE** y un echado de **30-35° al SW**. La mineralización se encuentra hospedada en roca tipo Toba Dacítica, la cual también se encuentra al alto de la estructura. Los minerales de sulfuro de fierro presentes son pirrotita, piritita y marcasita; otros sulfuros presentes son la esfalerita y la galena.
- **120 Zone.** Se localiza en la parte noreste del depósito de San Rafael. Los espesores de esta zona varían entre 25 a 100 metros. Su proyección en superficie es de aproximadamente 400 metros de longitud con rumbo NW 70° SE. La mineralización es de bajo sulfuro y se encuentra en horizontes de sulfuros y óxidos.

- **Upper Zone.** Esta zona caracterizada por sulfuros moderados, es la más complicada de entender por su complejidad litológica y estructural. Un conjunto de fallas semiparalelas con rumbo NW-SE largas y curvadas, se expresan cortas y casi rectas; indicando los esfuerzos originados por el empuje del Stock de Diorita sobre la unidad vulcanosedimentaria. Estas fallas sirvieron como conductos de la mineralización. Otras fallas post-minerales, han modificado las formas iniciales del yacimiento, delineando horizontes tabulares con mineral económico en forma de bloques dislocados según el movimiento de las fallas.
- **Northern Zone.** Esta zona se encuentra caracterizada por estructuras mineralizadas primarias y secundarias. Las estructuras primarias son las alojadas en el contacto de brechas andesíticas y/o toba dacítica con la caliza; tiene espesores con rangos de 1.36 a 8.22 metros, con 100 metros de largo y 100 metros de longitud siguiendo el echado de la estructura. Las estructuras secundarias son aquellas que se encuentran alojadas tanto en tobas andesíticas como dentro del paquete de calizas, son de forma lenticular con longitudes no mayores a los 25 metros, con espesores de 0.80 a 3.5 metros.

El presente texto se enfoca en la parte sur de la *Main Zone*, que es denominada **“Zona Main Sur”** que es en donde se iniciarán los trabajos de explotación. En la zona de estudio el mineral de sulfuro, hospedado en Toba Dacítica, se encuentra encajonado al alto por Toba Dacítica y al bajo por roca Caliza. La estructura mineralizada en la zona sur guarda la misma orientación que el resto de la zona Main (NW 60°-65° SE y un echado de 30-35° al SW).

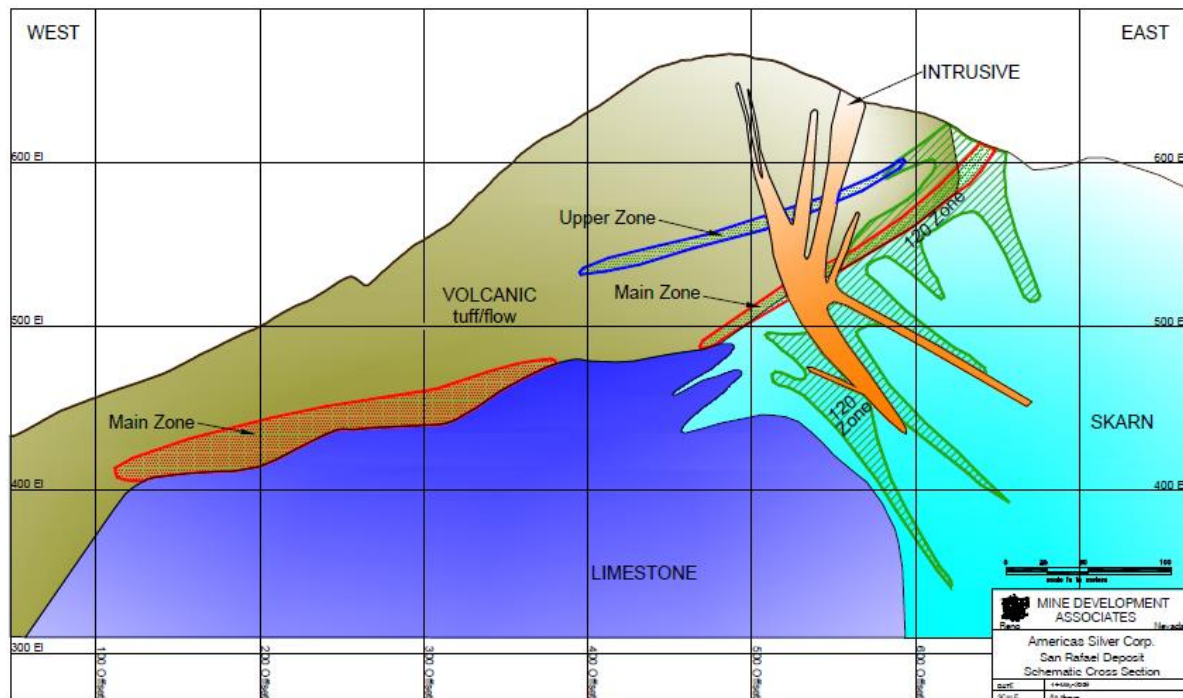


Figura 19.- Yacimiento mineral del cerro San Rafael y las distintas zonas minerales (Dyer et al., 2016).

3.2.2. Geología Estructural

Según datos de Martínez *et al.* (2012) existen tres rasgos estructurales bien definidos en el proyecto. Uno es la estructura “Los Manueles” de rumbo Norte-Sur y con echado de 55° al Oeste. El segundo rasgo se localiza en la falda norte del Cerro San Rafael con rumbo general NW40°SE inclinados de 80° a 85° al SW. El tercero y muy importante es el alto que marca el alto de la zona mineralizada 120 de rumbo NW70°SE con inclinación de 70° a 80° al NE.

3.2.3. Extensión y Topografía de obras subterráneas

El área de estudio abarca una extensión de 20,300 metros cuadrados y profundidades que van de los 35 a los 75 metros medidos desde la superficie. La extensión incluye la zona mineral de conocida como Main Sur en donde están prospectados los primeros rebajes. Actualmente no existen rebajes en explotación en el proyecto San Rafael. En la *figura 20* pueden observarse los límites de la zona Main Sur así como las obras mineras coladas y los pilares proyectados para el diseño original de rebajes.

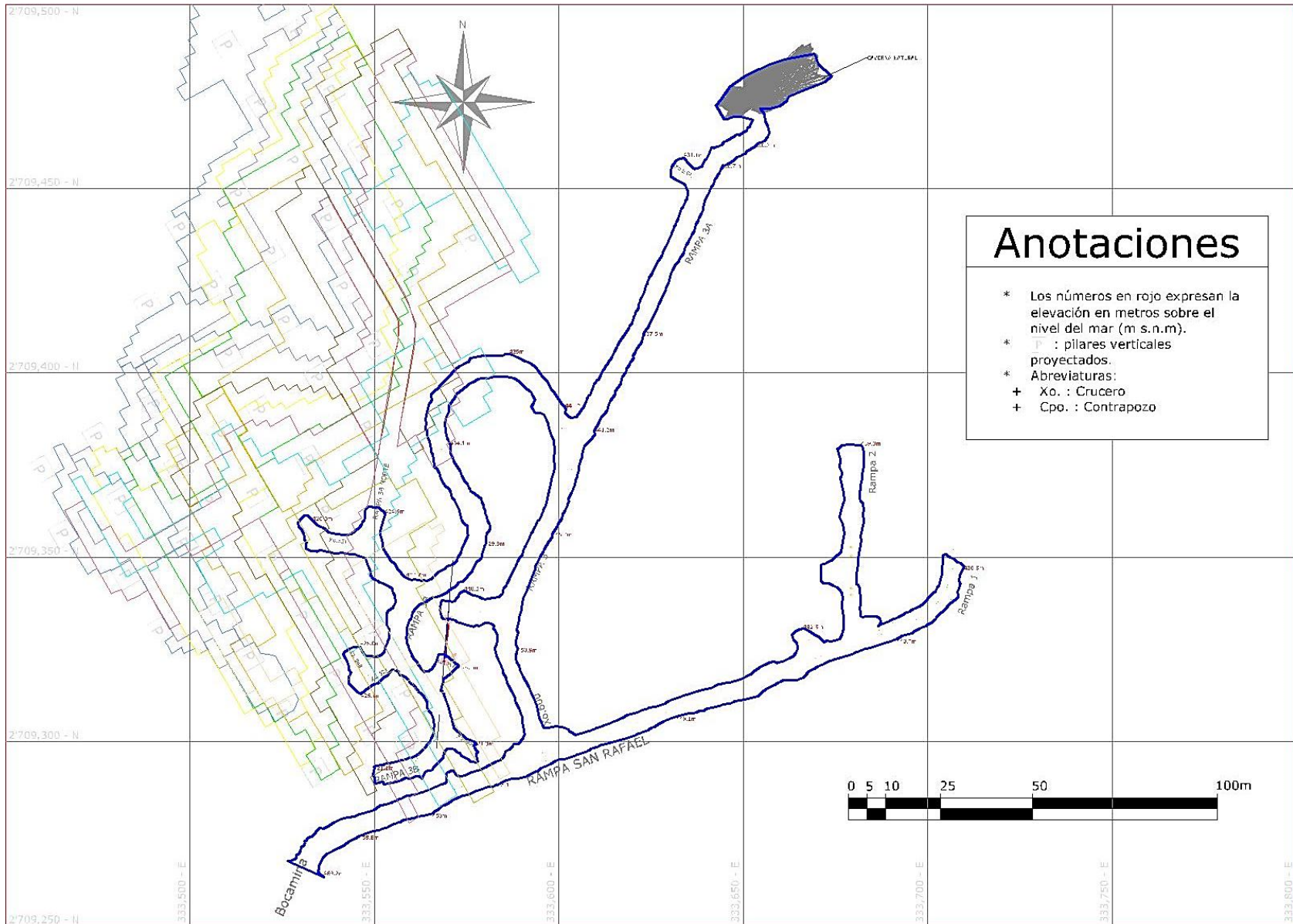


Figura 20.- Mapa del área de estudio, se muestran las obras mineras y el modelos de bloques de la Zona Main Sur.

3.2.4. Hidrogeología

No se cuenta con un estudio hidrogeológico en forma, sin embargo, se conoce el nivel piezométrico en la zona de San Rafael. El nivel fue determinado a partir de barrenos de exploración realizados en la etapa de exploración, después de monitorearlos durante aproximadamente seis meses se logró medir el nivel estático del agua (*tabla 2*). Con base en la información de dichos barrenos, se estimó una superficie de agua correspondiente al nivel máximo de agua subterránea en la zona (*figura 21*). Algunas de las obras, por ejemplo, la Rampa 3B, ya se encuentran por debajo de ese nivel. El nivel de agua ha sido paulatinamente abatido con la profundización de las obras. No se tienen estudios sobre el tipo de acuífero presente. Aunque por la información geológica existente y lo que se ha podido observar en las obras subterráneas, el agua se emplaza y mueve a través de las fracturas por lo que se podría tratar de un acuífero fracturado y kárstico.

Tabla 2.- Barrenos de exploración utilizados en la determinación del nivel estático de agua.

Barreno	Tipo de barreno	Coordenada Este (m)	Coordenada Norte (m)	Elevación del brocal m s. n. m.	Azimut (°)	Inclinación (°)	Elevación del agua m s.n.m.
SR010	Circ. Inv.	333446.6	2709450.3	473.6	0	-90	435.9
SR011	Circ. Inv.	333563.3	2709298.6	493.7	0	-90	440.4
SR027	Circ. Inv.	333457.2	2709685.5	498.2	0	-90	440.7
SR028	Circ. Inv.	333453.5	2709745.3	504.3	0	-90	452.1
SR061	Circ. Inv.	333520.8	2709316.9	477.71	0	-90	440.4
SR073	Circ. Inv.	333559.9	2709599	550	60	-80	497.5
SR170	Diamante	333514.1	2709445.8	472.4	45	-60	455.1
SR246	Diamante	333397.3	2709515.5	504.6	60	-79	454.4
SR257	Diamante	333337	2709589.3	430.5	60	-60	430.5
<i>Coordenadas en UTM WGS 84, zona geográfica 13.</i>							

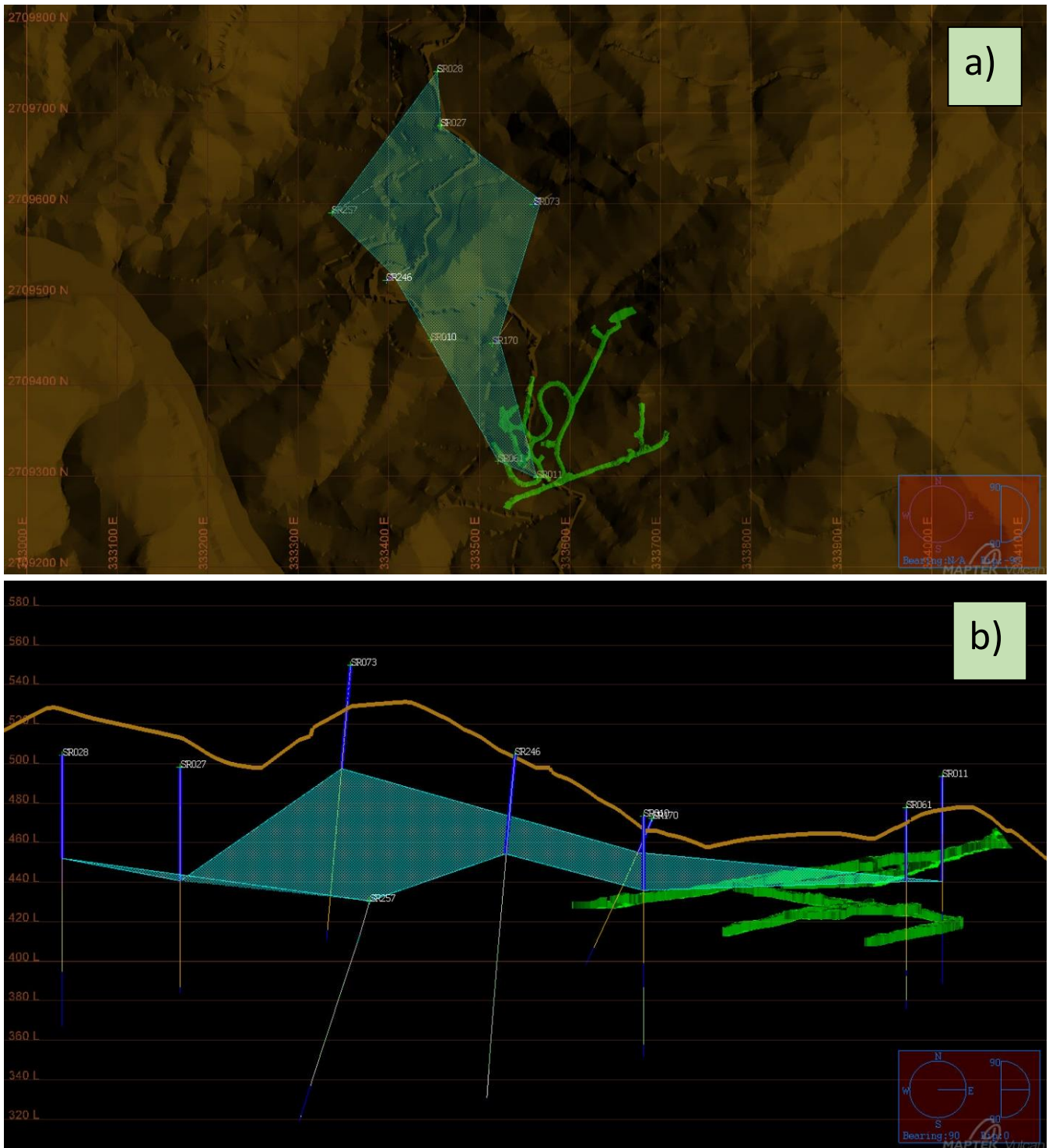


Figura 21.- Ubicación de los barrenos utilizados para medir el nivel estático del agua: a) vista en planta; b) vista en sección.

4. Aplicación de la metodología propuesta al caso de estudio

4.1. Determinación de los parámetros geotécnicos

A partir de los métodos de análisis descritos en el capítulo cinco sabemos que se requiere conocer distintas propiedades geotécnicas de la roca intacta y del macizo rocoso antes de comenzar la etapa de diseño. Las propiedades necesarias para los análisis y las pruebas por medio de las que se obtienen se resumen en la *tabla 3*. Adicionalmente se calculó el módulo de elasticidad de las tres rocas y se generaron modelos de rotura en cada caso.

Tabla 3.- Propiedades geotécnicas necesarias para análisis de estabilidad.

Propiedades geotécnicas			
De la roca intacta		Del macizo rocoso	
Propiedad	Prueba	Clasificación geomecánica	Forma de obtención
Resistencia a la compresión simple	Prueba directa con prensa o indirecta con esclerómetro (martillo Schmidt)	GSI (Geological Strength Index)	Inspección visual del macizo rocoso y comparación con tabla GSI.
Esfuerzos principales mayor y menor (σ_1 y σ_3)	Pruebas triaxiales	RQD (Rock Quality Designation)	Cálculo a partir de sondeos de barrenación a diamante.

Las rocas y los macizos rocosos de los cuales se realizó caracterización fue de la Toba Dacítica (al alto del mineral), de la roca Caliza (al bajo del mineral) y de Mineral de sulfuro emplazado en la Toba Dacítica pero con propiedades mecánicas diferentes. Adicionalmente se realizó una caracterización en campo de las propiedades del Contacto Toba-Mineral y del relleno utilizado, tomando datos de UCS y GSI. Estos dos materiales son considerados en la etapa de modelado numérico. Las metodologías de cómo se obtuvieron cada una de las propiedades se pueden ver a detalle en el apartado de anexos. En el presente capítulo se muestran simplemente los resultados obtenidos para cada tipo de roca.

4.1.1. Resistencia a la compresión simple (UCS) con esclerómetro

Las mediciones de UCS se realizaron con ayuda de un esclerómetro o Martillo Schmidt proporcionado por el personal del proyecto San Rafael. Se utilizó la metodología sugerida por la ISRM (2015). Debido al avance de las obras de desarrollo y preparación fue posible realizar estas mediciones en los tres tipos de roca de interés. Se consideraron diez puntos de medición en cada caso distribuidos dentro de la mina, siendo cada uno de los resultados el promedio de diez mediciones en ese punto. El resultado promedio mostrado en la *tabla 4* fue utilizado en los análisis, excepto para la caliza que se obtuvo con prensa.

Tabla 4.- Resistencia a la compresión simple con esclerómetro, Zona Main Sur.

Resultados de UCS										
Medición	Toba Dacítica		Caliza		Mineral		Cto. Toba-Mineral		Relleno	
	UCS (MPa)	Promedio (MPa)	UCS (MPa)	Promedio (MPa)	UCS (MPa)	Promedio (MPa)	UCS (MPa)	Promedio (MPa)	UCS (MPa)	Promedio (MPa)
1	16.5	20.05	55	42.7	38.5	36.1	16.5	14.6	19	15.1
2	27.5		45.5		34.5		13		12.5	
3	28		46		45		19.5		17.5	
4	13.5		60		40.5		16.5		12	
5	21.5		36		28.5		17.5		13.5	
6	14.5		35.5		27.5		10.5		17.5	
7	15.5		40.5		35.5		14.5		11.5	
8	26		37		36.5		12		14.5	
9	16		31.5		34.5		12.5		17	
10	21.5		40		40		13.5		16	

4.1.2. UCS con prensa

Se realizaron mediciones de UCS con ayuda de una prensa hidráulica propiedad de la empresa del proyecto San Rafael. Durante la experimentación con la prensa se presentaron problemas operativos:

- El principal problema fue que la prensa no tenía la capacidad de compresión necesaria para romper los núcleos de roca mineralizada.
- Otro de los problemas fue que la apertura de la prensa no era capaz de ensayar núcleos con altura mayor a 10.5 cm. Este último problema generó que no fuera posible generar muestras con relación longitud/diámetro mayor a 2.1:1.
- El tercer problema fue la dificultad de encontrar muestras aptas para ser ensayadas de Toba Dacítica, debido a su baja competencia no fue posible encontrar tramos de núcleo libre de discontinuidades y de longitud tal que pudieran ser preparadas.

Resumiendo todo lo anterior solamente fue posible realizar pruebas de compresión simple en la roca Caliza.

Todas las muestras fueron barrenadas con una broca NQ equivalente a 47mm de diámetro. Los resultados de estos ensayos se observan en la *tabla 5*. El resultado promedio obtenido de 48.78 (MPa) fue utilizado en los análisis.

Tabla 5.- UCS con prensa para Caliza, Zona Main Sur.

Muestra	Diámetro D (mm)	Longitud L (mm)	L/D	UCS (MPa)
1	47	92	1.96	54.4
2	47	90	1.91	45.6
3	47	97	2.1	43.8
4	47	91	1.94	57
5	47	98	2.1	43.1
Promedio	47	93.60	2.00	48.78



Figura 22.- Ejemplo de experimentación con prensa para muestra 1.

4.1.3. Pruebas triaxiales

Para las pruebas triaxiales se requirió que la Minera contratara un laboratorio externo. Tres muestras de cada tipo de roca, en total nueve, fueron enviadas a un laboratorio ubicado en Toronto, Canadá. En el trayecto por paquetería una de las muestras de Caliza fue quebrada, por lo que solo se contó con dos resultados para este tipo de roca.

Las muestras envidas fueron barrenadas con brocas NQ (47 mm) y en el laboratorio fueron preparadas con una relación largo: diámetro de 2:1. Las muestras fueron cortadas y pulidas por los extremos hasta obtener una superficie plana con ± 0.025 mm y un paralelismo dentro de 0.25° . Los testigos fueron ingresados en celdas tipo Hoek para no entrar en contacto con el fluido compresor. La fuerza axial y de compresión se incrementó paulatinamente hasta la falla una vez que la muestra alcanzó entre el 3 y 4% de deformación axial. Los ensayos fueron realizados utilizando una prensa de compresión con capacidad de 1.3 MN (*Figura 23*).



Figura 23.- Prensa utilizada en pruebas triaxiales.

Los resultados de las pruebas se resumen en la *tabla 6*.

Tabla 6.- Resultados de Pruebas triaxiales.

Tipo de Roca	Muestra	σ_1 (MPa)	σ_3 (MPa)
Toba Dacítica	T1	84.9	5.1
	T2	186.5	10
	T3	246.1	15
Caliza	L1	143.4	5
	L2	217.3	15.1
Mineral	S1	209.6	5
	S2	312.3	10.2
	S3*	183.9	14.9

**La presión de confinamiento se pierde antes de alcanzar 4% de deformación (los sellos de la membrana se rompen).*



Figura 24.- Fotografías de testigos antes y después de las pruebas, de izquierda a derecha; Mineral, Toba Dacítica y Caliza.

Una vez alcanzando el 4% de deformación se comenzó a registrar la deformación unitaria (ϵ) y el esfuerzo axial sufrido (σ_1). Las figuras 25, 26 y 27 muestran las gráficas obtenidas.

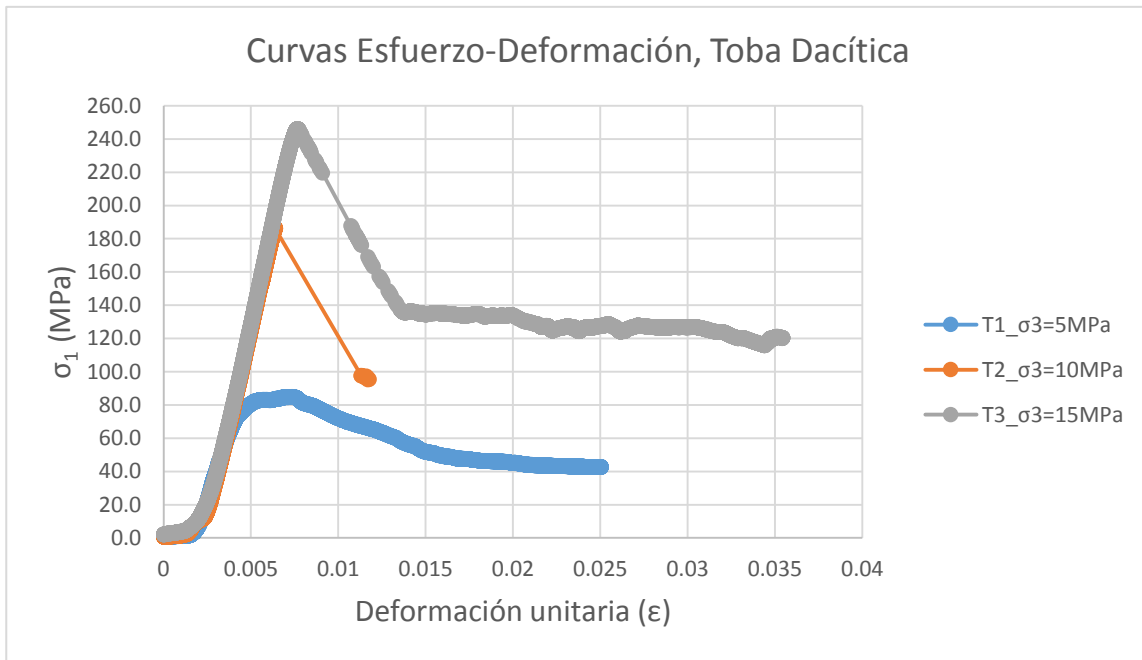


Figura 25.- Curvas esfuerzo-deformación para Toba Dacítica.

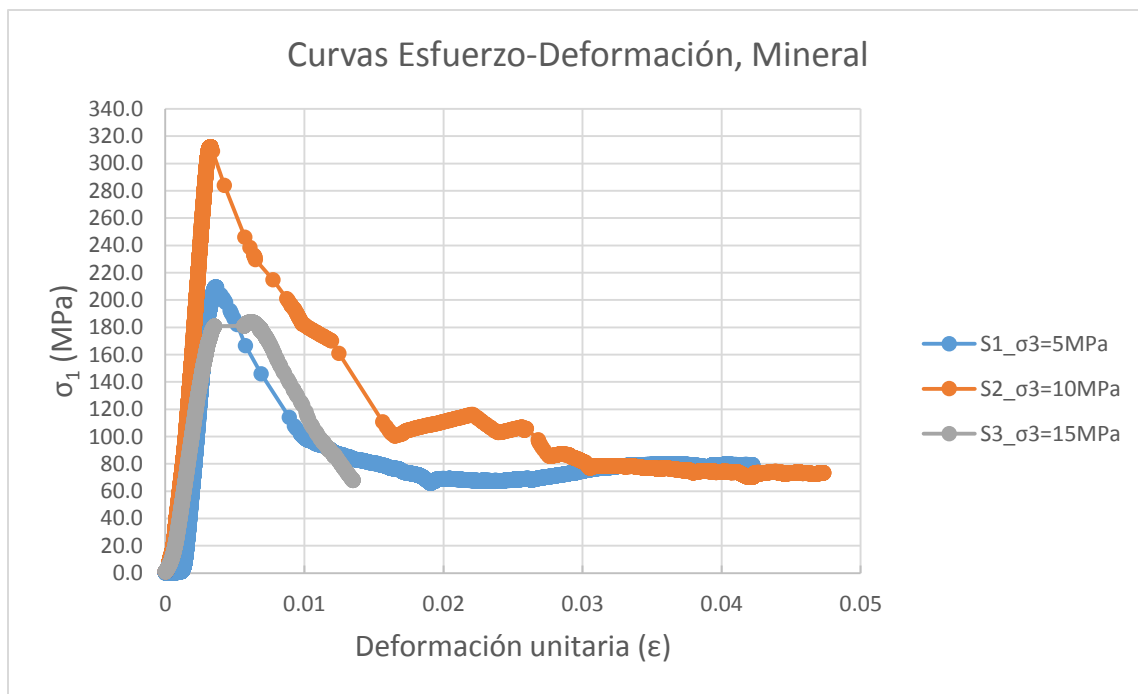


Figura 26.- Curvas esfuerzo-deformación para Mineral.

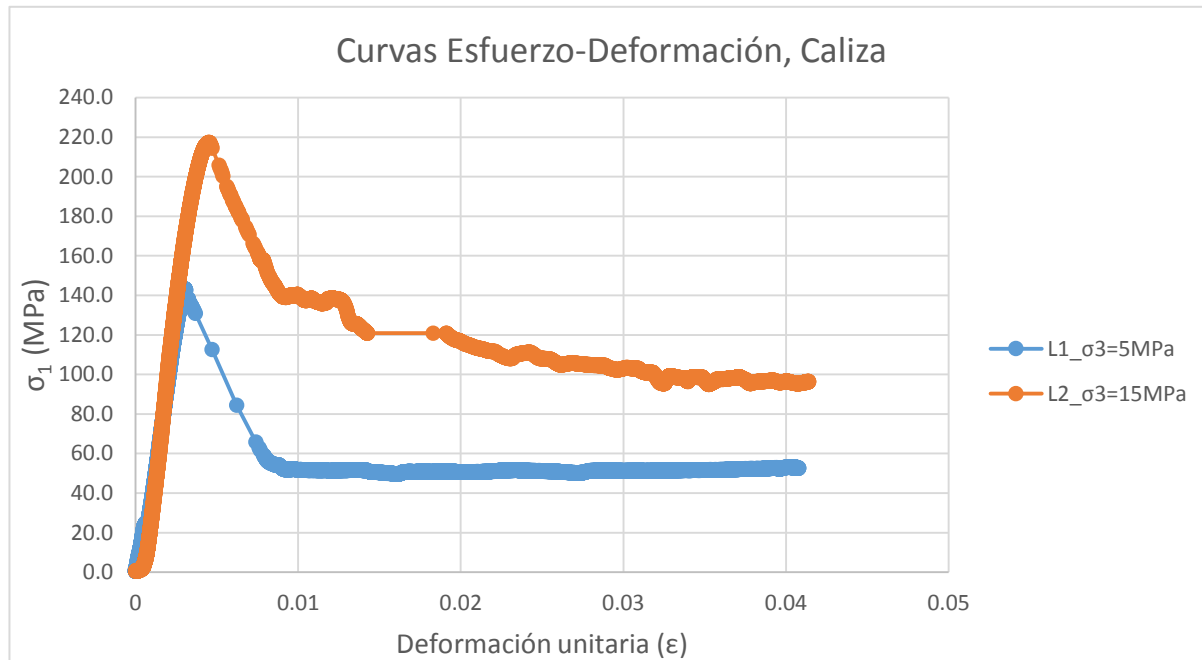


Figura 27.- Curvas esfuerzo-deformación para Caliza.

4.1.4. Módulo de Young

El módulo de Young generalmente es determinado a partir de curvas Esfuerzo-Deformación de pruebas de compresión simple. Se puede decir que las pruebas de compresión simple son una variación de las pruebas triaxiales en las que $\sigma_3 = 0$.

A partir de las curvas Esfuerzo-Deformación generadas en las pruebas triaxiales para las tres litologías se observa que, independientemente de la compresión lateral ($\sigma_3 = 5, 10$ ó 15 MPa), el comportamiento en la parte elástica del material es prácticamente idéntico. En otras palabras, antes de llegar a la rotura, el material muestra la misma relación lineal entre el esfuerzo axial y la deformación unitaria sin importar el valor del esfuerzo principal menor. De lo anterior se concluye que es posible obtener el Módulo de Young, representado por la pendiente de la curva en la parte elástica, de cualquier curva Esfuerzo-Deformación obtenida para cada una de las litologías analizadas. Se decidió calcular el Módulo de Young para cada caso utilizando la curva generada para $\sigma_3 = 5$ MPa, por ser la más cercana a la condición de $\sigma_3 = 0$.

Como cualquier pendiente de una recta el Módulo de Young puede ser calculado utilizando dos puntos contenidos en la recta. Los puntos tomados, así como el Modulo de Young obtenido se observan en la *tabla 7*.

Tabla 7.- Calculo del módulo de Young par Mineral, Toba Dacítica y Caliza, Zona Main Sur.

Módulo de Young, con $\sigma_3 = 5$ (MPa)				
Mineral				
Punto	σ	ϵ	Relación	Módulo de Young E (MPa)
1	20	0.001554	$E = \frac{180 - 20}{0.002999 - 0.001554}$	110,726.64
2	180	0.002999		
Toba Dacítica				
Punto	σ	ϵ	Relación	Módulo de Young E (MPa)
1	20	0.002447	$E = \frac{60 - 20}{0.003649 - 0.002447}$	33,277.87
2	60	0.003649		
Caliza				
Punto	σ	ϵ	Relación	Módulo de Young E (MPa)
1	40	0.001053	$E = \frac{120 - 40}{0.002415 - 0.001053}$	58,737.15
2	120	0.002415		

4.1.5. Criterio de rotura de Mohr-Coulomb

Un modelo de rotura ayuda a predecir el comportamiento de un macizo rocoso ante cargas impuestas. Los métodos numéricos utilizados en este texto trabajan a partir de modelos de rotura para determinar la estabilidad de una excavación; de ahí la necesidad de generarlos. Se decidió considerar en primer lugar el modelo de rotura de Mohr-Coulomb y posteriormente el de Hoek y Brown.

El criterio de rotura lineal de Mohr-Coulomb se define según la *ecuación 11*. Los datos utilizados para generar este modelo fueron efectivamente las pruebas triaxiales realizadas en las tres litologías estudiadas. Los valores de σ_1 y σ_3 fueron graficados en el espacio de Mohr generando los círculos y la envolvente de rotura en cada caso. Las *figuras 28, 29 y 30* muestran los modelos generados.

$$\tau = c + \sigma \tan(\Phi) \quad (11)$$

Donde c es la cohesión y Φ es el ángulo de fricción interna del material.

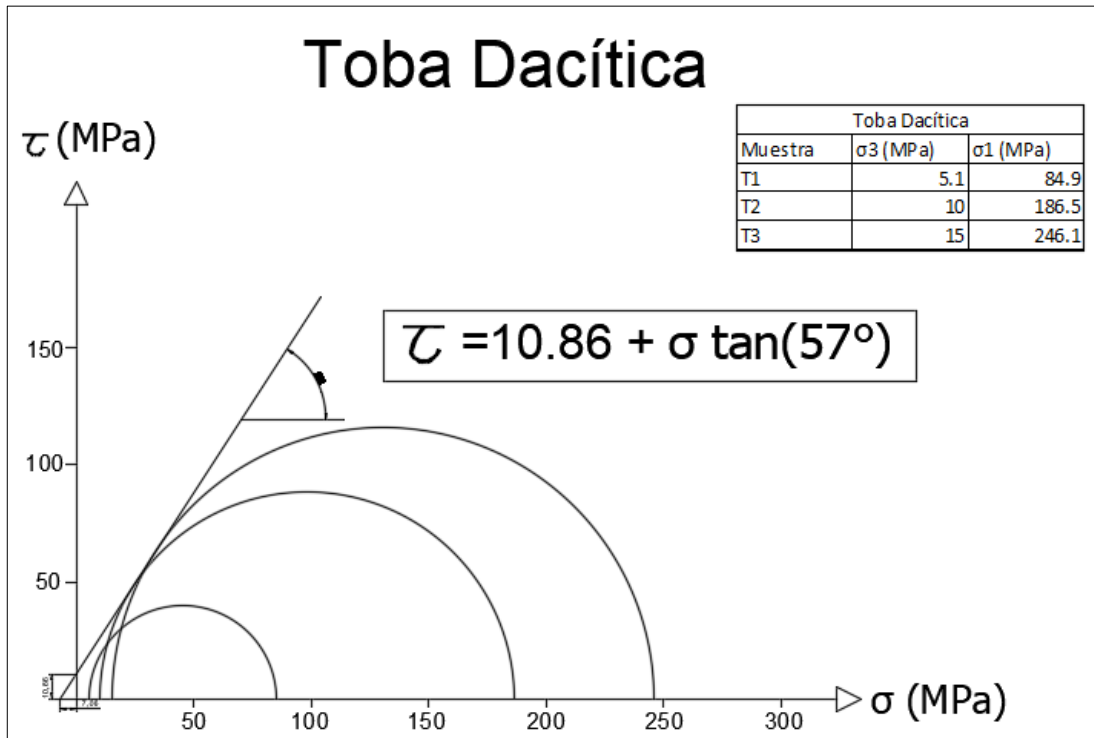


Figura 28.- Modelo de rotura de Mohr-Coulomb para Toba Dacítica.

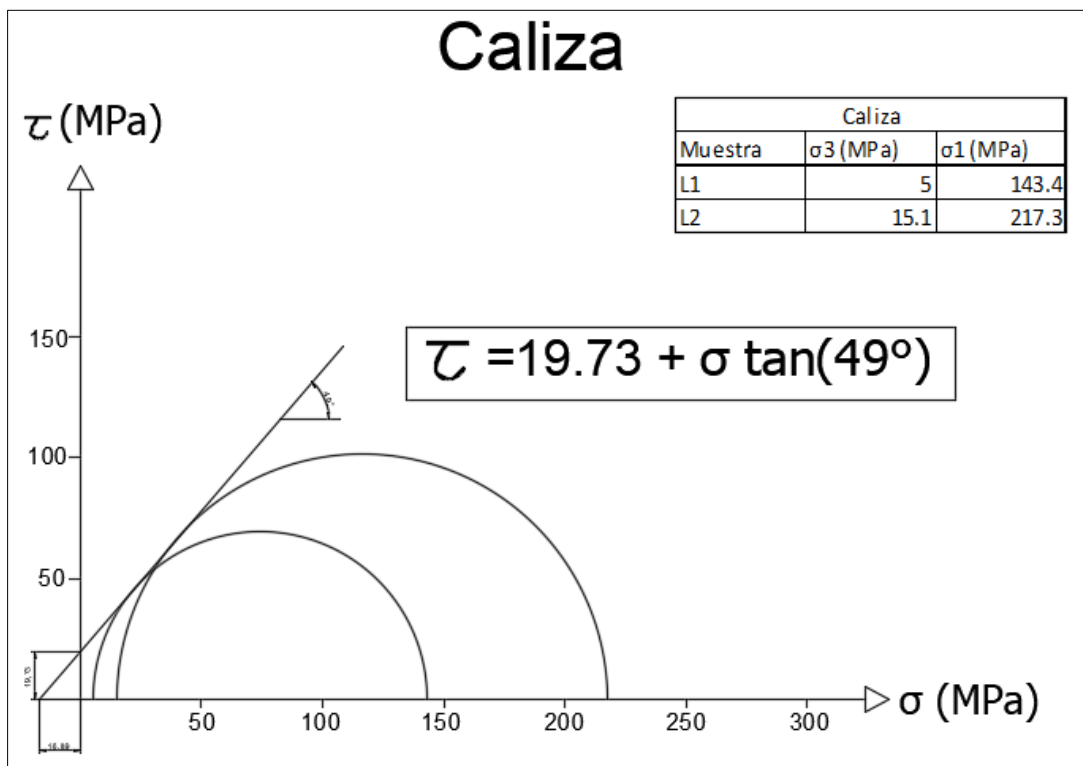


Figura 29.- Modelo de rotura Mohr-Coulomb para Caliza.

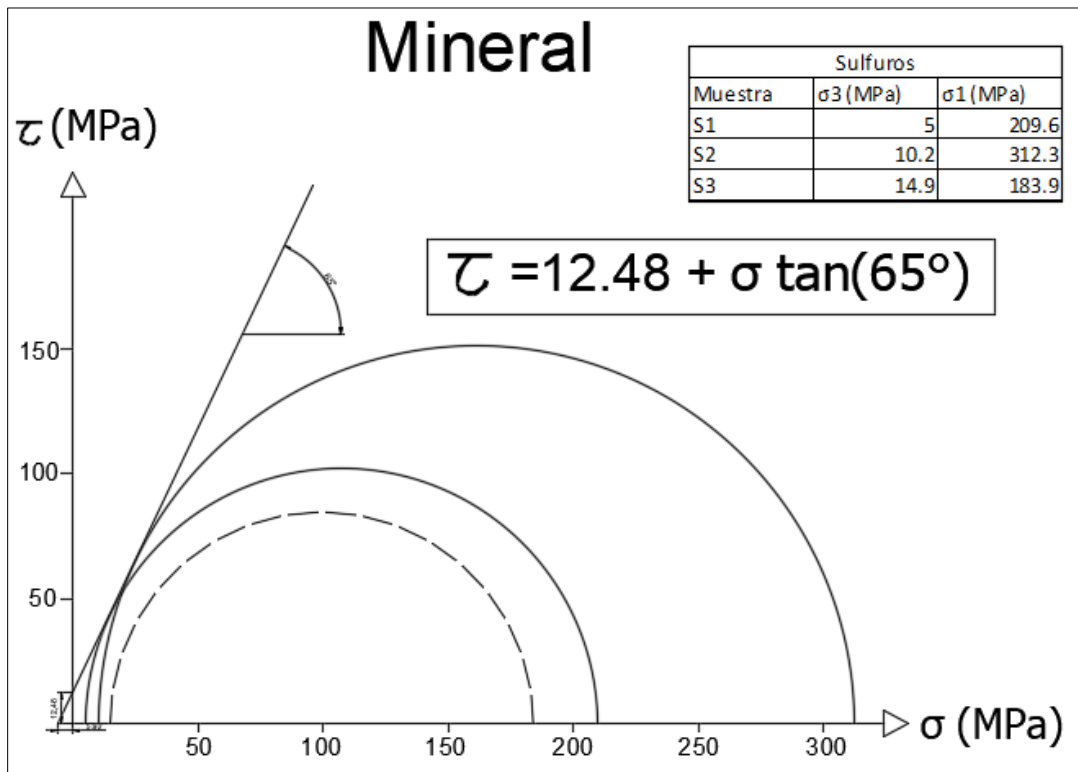


Figura 30.- Modelo de rotura Mohr-Coulomb para Mineral, el círculo punteado representa la prueba S3 en la que la membrana se rompe.

Como se puede observar las envolventes de Mohr obtenidas sugieren ángulos de fricción interna y cohesiones altas. En la construcción de la envolvente para Mineral no se tomó en cuenta el círculo de S3 considerándolo no representativo debido a las fallas técnicas en la realización de esa prueba.

4.1.6. Criterio de rotura de Hoek y Brown

Debido a los resultados obtenidos en los modelos de rotura de Mohr-Coulomb se decidió generar modelos de rotura con el criterio de Hoek y Brown para tener punto de comparación y tomar la decisión de qué criterio utilizar en los modelos numéricos. Es importante mencionar que el criterio de Mohr-Coulomb genera constantes representativas de la roca intacta mientras que el de Hoek y Brown se enfoca en representar el comportamiento del macizo rocoso.

El criterio de Hoek y Brown es empírico y maneja datos geotécnicos de campo y constantes que dependen del tipo de roca. Las ecuaciones de la 12 a la 15 definen la forma generalizada de este criterio, que fue el utilizado en este trabajo. Los datos de GSI y UCS utilizados en los modelos fueron tomados de los promedios de la experimentación realizada en los apartados 3.3.8 y 3.3.9. Los valores de m_i y D fueron tomados de las tablas de valores propuestos por Hoek *et al* (2002), las tablas pueden observarse en el anexo 4. La tabla 8 muestra los resultados obtenidos y las ecuaciones de rotura generadas. La figura 31 muestra las gráficas de las ecuaciones de rotura generadas.

$$\sigma'_1 = \sigma'_3 + \sigma_{ci} \left(m_b \frac{\sigma'_3}{\sigma_{ci}} + s \right)^a \quad (12)$$

Donde σ_{ci} corresponde al valor de UCS, m_b es un valor reducido de la constante m_i del material y se calcula mediante:

$$m_b = m_i * e^{\left(\frac{GSI-100}{28-14D}\right)}; e = \text{número de Euler} \quad (13)$$

s y a son las constantes del macizo rocoso dadas por las siguientes relaciones:

$$s = e^{\left(\frac{GSI-100}{9-3D}\right)} \quad (14)$$

$$a = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \left(e^{-\frac{GSI}{15}} - e^{-\frac{20}{3}} \right) \quad (15)$$

D es un factor que depende del grado de alteración al que ha sido sometido el macizo rocoso por efectos de voladura o por la relajación de esfuerzos. Varía desde 0 para macizos rocosos *in situ* inalterados hasta 1 para macizos rocosos muy alterados.

Tabla 8.- Modelos de rotura de Hoek y Brown, Zona Main Sur.

Tipo de Roca	Datos		Parámetros		Modelo de rotura
Toba Dacítica	GSI	40	m_b	0.3655	$\sigma'_1 = \sigma'_3 + 20 \left(0.3655 \frac{\sigma'_3}{20} + 0.00011 \right)^{0.5114} [MPa]$
	σ_{ci} (UCS) (MPa)	20	s	0.00011	
	m_i	13	a	0.5114	
	D	0.8			
Caliza	GSI	50	m_b	0.6118	$\sigma'_1 = \sigma'_3 + 49 \left(0.6118 \frac{\sigma'_3}{49} + 0.00051 \right)^{0.5057} [MPa]$
	σ_{ci} (UCS) (MPa)	49	s	0.00051	
	m_i	12	a	0.5057	
	D	0.8			
Mineral	GSI	55	m_b	0.8239	$\sigma'_1 = \sigma'_3 + 36 \left(0.8239 \frac{\sigma'_3}{36} + 0.0011 \right)^{0.504} [MPa]$
	σ_{ci} (UCS) (MPa)	36	s	0.0011	
	m_i	12	a	0.504	
	D	0.8			
Cto. Toba-Mineral	GSI	30	m_b	0.2016	$\sigma'_1 = \sigma'_3 + 15 \left(0.2016 \frac{\sigma'_3}{15} + 0.00002 \right)^{0.5223} [MPa]$
	σ_{ci} (UCS) (MPa)	15	s	0.00002	
	m_i	13	a	0.5223	
	D	0.8			
Relleno	GSI	10	m_b	0.0990	$\sigma'_1 = \sigma'_3 + 15 \left(0.0990 \frac{\sigma'_3}{15} + 0.000001 \right)^{0.585} [MPa]$
	σ_{ci} (UCS)	15	s	0.000001	
	m_i	21	a	0.585	
	D	0.8			

4.1.7. Correlación entre criterios de rotura

Se decidió realizar la correlación entre los dos criterios generados a fin de tener un punto de comparación. Se utilizó para este fin la correlación propuesta por Hoek *et al.* (2002) mostrada en las ecuaciones 16, 17 y 18. Esta correlación permite tomar los datos arrojados por el criterio de

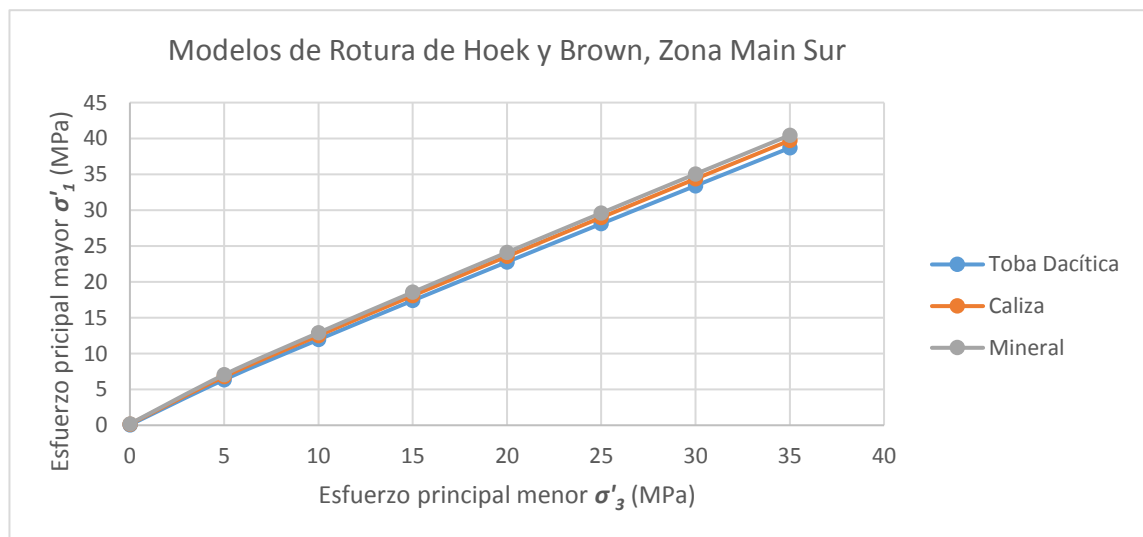


Figura 31.- Gráficas de modelos de rotura de Hoek y Brown, Zona Main Sur.

Hoek y Brown generalizado y obtener valores del ángulo de fricción interna y la cohesión de la roca.

$$\Phi' = \text{sen}^{-1} \left[\frac{6am_b(s+m_b\sigma'_{3n})^{a-1}}{2(1+a)(2+a)+6am_b(s+m_b\sigma'_{3n})^{a-1}} \right] \quad (16)$$

$$c' = \frac{\sigma_{ci}[(1+2a)s+(1-a)m_b\sigma'_{3n}](s+m_b\sigma'_{3n})^{a-1}}{(1+a)(2+a) \sqrt{1+\frac{6am_b(s+m_b\sigma'_{3n})^{a-1}}{(1+a)(2+a)}}}; \sigma'_{3n} = \sigma'_{3max}/\sigma_{ci} \quad (17) \text{ y } (18)$$

El valor de σ'_{3max} fue elegido con base en la profundidad de la excavación proyectada por medio de un modelo numérico, utilizando 75 m que corresponde a la máxima profundidad de la Zona Main Sur. La *tabla 9* muestra los resultados obtenidos.

Tabla 9.- Resultados de correlaciones entre criterio de Hoek y Brown y Mohr-Coulomb.

Tipo de Roca	Parámetros		Resultados	
Toba Dacítica	m_b	0.3655	Φ' (°)	24.03
	s	0.00011		
	a	0.5114		
	σ'_{3max}	2.35	c' (MPa)	0.3
	$\sigma_{ci}(UCS)$	20		
Caliza	m_b	0.6118	Φ' (°)	35.63
	s	0.00051		
	a	0.5057		
	σ'_{3max}	2.35	c' (MPa)	0.57
	$\sigma_{ci}(UCS)$	49		
Mineral	m_b	0.8239	Φ' (°)	35.62
	s	0.0011		
	a	0.504		
	σ'_{3max}	2.35	c' (MPa)	0.067
	$\sigma_{ci}(UCS)$	36		

Se observa con los resultados obtenidos que existe una discrepancia entre los resultados obtenidos con pruebas triaxiales y la correlación del criterio de Hoek y Brown a Mohr-Coulomb. En general los ángulos de fricción interna son mayores en el criterio de Mohr-Coulomb obtenido con pruebas triaxiales. A su vez la cohesión resulta menor en la correlación. Como ya se ha mencionado el criterio de Mohr-Coulomb es representativo de la roca intacta, mientras que el de

Hoek y Brown proporciona parámetros para el macizo rocoso. Los resultados, por lo tanto, tienen sentido al mostrar cohesiones y ángulos de fricción interna inferiores para el macizo rocoso.

El criterio de rotura de macizos rocosos de Hoek y Brown es ampliamente aceptado y ha sido aplicado en un gran número de proyectos a nivel mundial (Hoek *et al.* 2002). Debido a que los resultados e arrojados en el criterio de Hoek y Brown presentan una tendencia más realista del comportamiento del macizo rocoso, se decidió utilizarlo para realizar los modelos numéricos de los rebajes en la Zona Main Sur.

4.1.8. RQD

Para el caso de los datos de RQD recopilados se realizaron tanto en núcleos de barrenación como en campo. Para las rocas Caliza y la roca mineralizada el RQD se midió en sondeos de barrenación con la metodología original propuesta por Deere (1963) la cual se explica en el anexo 5. En el caso del RQD para la Toba Dacítica se obtuvo en campo mediante la expresión propuesta por Priest y Hudson (1976) en la que relaciona el número de discontinuidades por metro lineal (λ) con el RQD (*ecuación 19*). Se eligió esta metodología en el caso de la Toba Dacítica debido a que no fue posible por parte del autor conseguir núcleos de barrenación representativos de la zona estudiada; además de ser una metodología fácil de utilizar en campo.



Figura 32.- Ejemplo de barreno utilizado para la obtención del RQD, en la fotografía se aprecia el contacto entre el Mineral y la Caliza al bajo del yacimiento.

$$RQD = 100e^{-0.1\lambda}(0.1\lambda + 1); \quad \lambda = \frac{N^{\circ} \text{ de discontinuidades}}{m} \quad (19)$$

Se realizaron diez mediciones en diez barrenos diferentes para la Caliza y la roca mineralizada; así como diez puntos de medición en campo para la Toba Dacítica. Los resultados se resumen en la *tabla 10*.

Tabla 10.- Resultados de RQD en zona Main Sur.

RQD, Zona Main Sur						
Medición	Toba Dacítica		Caliza		Mineral	
	RQD% (campo)	Promedio	RQD% (sondeos)	Promedio	RQD% (sondeos)	Promedio
1	19.52	22.17	31.18	67.75	55.48	70.45
2	31.78		73.98		65.78	
3	25.5		73.38		89.14	
4	15.57		68.3		65.8	
5	26.84		63.5		72.5	
6	37.14		83.4		90.12	
7	21.56		87.2		91.14	
8	13.62		59.65		49.54	
9	15.96		65.74		59.85	
10	14.18		71.12		65.14	

4.1.9. GSI

El GSI fue determinado con base en la tabla GSI general propuesta por Hoek y Marinos (2001) la cual puede observarse en el anexo 5. Se realizaron diez mediciones para cada tipo de roca en distintos puntos de las obras mineras. La *tabla 11* muestra los resultados obtenidos.

Tabla 11.- Resultados de GSI en zona Main Sur.

GSI, Zona Main Sur									
Medición	Toba Dacítica		Caliza		Mineral		Cto. Toba-Mineral		Relleno
	GSI	Promedio	GSI	Promedio	GSI	Promedio	GSI	Promedio	GSI
1	35	40	60	49.5	55	55	35	29	10*
2	45		55		65		40		
3	35		40		45		20		
4	30		50		55		25		
5	35		45		45		30		
6	40		65		50		30		
7	40		40		55		40		
8	55		40		65		35		
9	40		50		60		20		
10	45		50		55		15		

**Valor asignado a criterio del autor para definir las condiciones del relleno.*

En general la tabla muestra calidades de roca regular para la Caliza y el Mineral, el caso de la Toba Dacítica varía de regular a mala.

4.2. Evaluación geotécnica y propuesta de diseño

Una vez obtenidas las propiedades geotécnicas de las rocas y macizos rocosos en la Zona Main Sur es posible comenzar con la etapa de evaluación y diseño. En este apartado se realiza la evaluación geotécnica del diseño original del proyecto al tiempo que se ponen en prueba dos diseños más. Un total de tres diseños son considerados en la evaluación:

1. Pilares cuadrados de 6x6 metros con calles de 12 metros.
2. Pilares cuadrados de 7x7 metros con calles de 11 metros.
3. Pilares cuadrados de 8x8 metros con calles de 10 metros.

Las dimensiones de los tres diseños caen dentro de dominio de las metodologías tradicionales que tienen un origen empírico. El motivo de que los dos diseños nuevos tengan dimensiones mayores para los pilares y menores para los claros es porque se tiene la sospecha, *a priori*, de que el diseño original no es estable. Lo anterior principalmente por la restricción de realizar dos cortes de cuatro metros antes de comenzar la etapa de relleno. Estos diseños serán nombrados como “6x6”, “7x7” y “8x8” a manera de abreviatura. En cada caso se determinó la estabilidad de los pilares para alturas de 4 y 8 metros. Esto último debido a que el plan de minado contempla realizar dos cortes consecutivos antes de realizar la primera etapa de relleno.

Para este fin se consideraron cinco secciones del modelo de bloques de la zona Main Sur. Cuatro de ellas son transversales al cuerpo mineral y se encuentran separadas cada 50 metros y una de ellas corre longitudinalmente al cuerpo mineral (*figura 33*). Las secciones de la uno a la cuatro tienen vista al NW mientras que la sección cinco tiene vista al NE.

Los bloques intersectados por las secciones corresponden solamente a los bloques minables. Los bloques minables a su vez corresponden a los límites de la zona mineralizada.

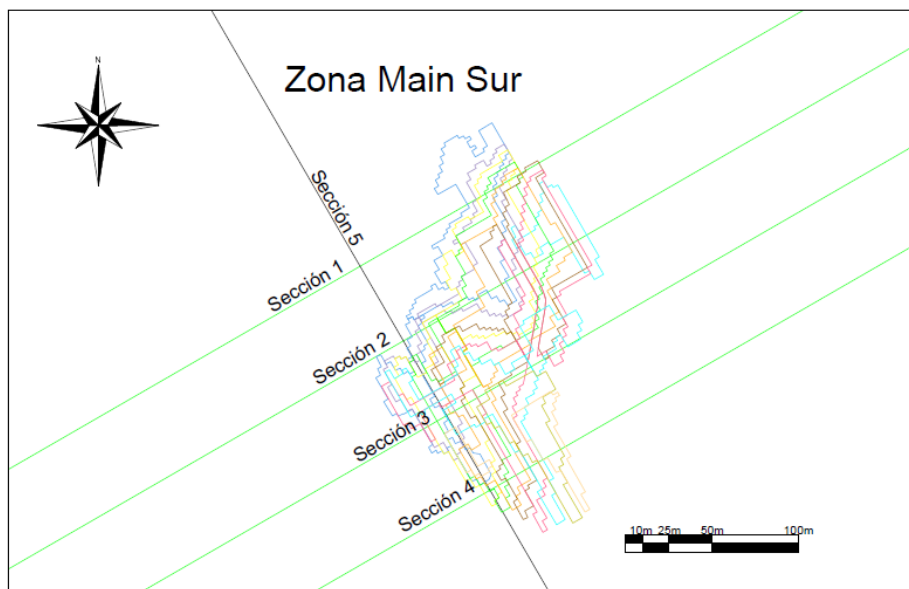


Figura 33.- Vista en planta de zona Main Sur y secciones analizadas.

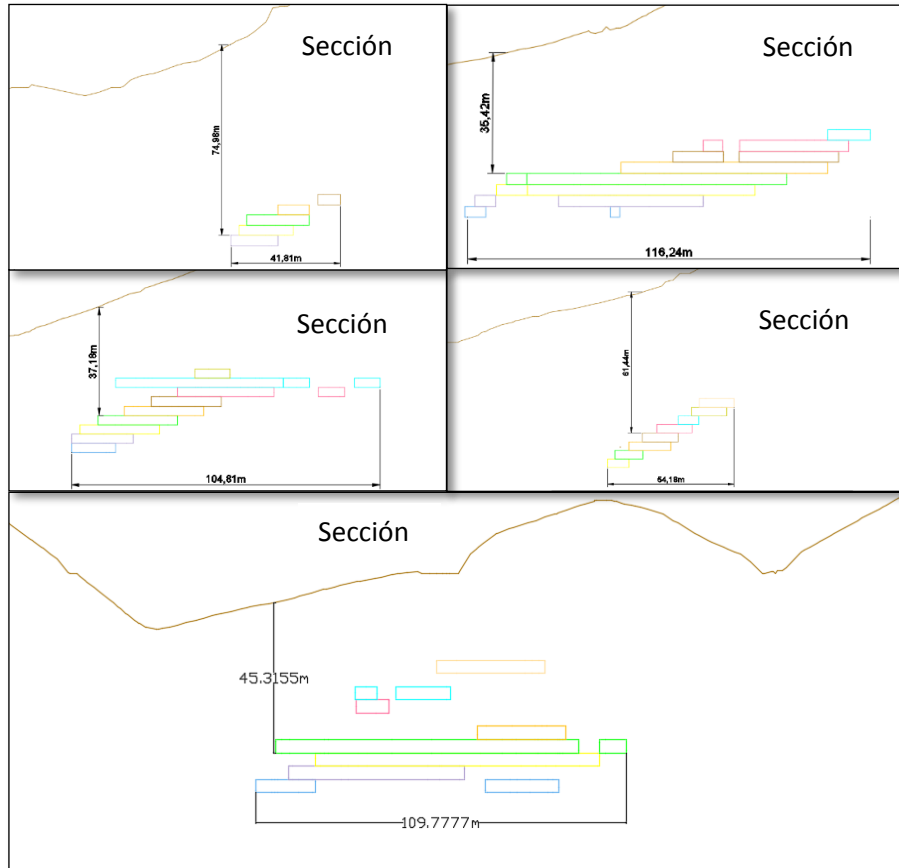


Figura 34.- Secciones analizadas, la línea marrón representa la topografía superficial y los rectángulos de colores los bloques minables.

4.2.1. Esfuerzo sobre pilares: Método del área tributaria

De cada una de las secciones analizadas se tomó la profundidad promedio para el análisis, resultando en la evaluación de las cinco secciones para los tres diseños evaluados. La profundidad se midió desde la superficie hasta el contacto del Mineral con la Caliza al bajo. La columna litostática, considerada en el método del área tributaria, toma en cuenta el espesor tanto de la Toba Dacítica como del Mineral. Las densidades de las rocas y la aceleración de la gravedad utilizados en este análisis se muestran en la *tabla 12*.

Tabla 12.- Densidades de roca y aceleración de la gravedad

Datos considerados para el esfuerzo sobre pilares	
ρ_{tob} (ton/m ³)	2.72
ρ_{min} (ton/m ³)	3.78
g (m/s ²)	9.8

El esfuerzo vertical (σ_v) se calculó sumando las dos columnas de roca como sigue:

$$\sigma_v = \rho_{tob} h_{tob} g + \rho_{min} h_{min} g \quad [MPa] \quad (20)$$

Donde h_{tob} y h_{min} representan las alturas de las columnas de roca de la Toba Dacítica y el Mineral respectivamente.

A partir del esfuerzo vertical pudo ser calculado el esfuerzo actuando sobre el pilar (σ_p) que depende del área tributaria correspondiente a cada pilar. Los resultados obtenidos para los diferentes diseños en las cinco secciones se resumen en la *tabla 13*.

Tabla 13.- Esfuerzo actuante sobre los pilares en diferentes secciones y diseños, Zona Main Sur.

Sección	h_{tob} (m)	h_{min} (m)	h_{total} (m)	σ_v (MPa)	σ_p "6x6" (MPa)	σ_p "7x7" (MPa)	σ_p "8x8" (MPa)
1	73.28	10.72	84	2.35	21.19	15.57	11.92
2	35.28	9.97	45.25	1.31	11.77	8.65	6.62
3	37.75	11.16	48.91	1.42	12.77	9.38	7.18
4	61.38	7.56	68.94	1.92	17.27	12.67	9.71
5	43.98	12.56	56.54	1.64	14.76	10.85	8.3

4.2.2. Resistencia de pilares: Método NIOSH

La aplicación del método NIOSH se realizó solamente en la roca mineralizada ya que es en donde se encontrarán contenidos los pilares. La UCS utilizada en estos análisis corresponde a la medida con esclerómetro y de 36 (MPa) de promedio. Debido a que en la resistencia de los pilares influye su esbeltez se calculó la resistencia de los pilares considerando alturas de 4 y 8 metros.

Tabla 14.- Resultados de resistencia de pilares para distintos diseños, Zona Main Sur.

Altura de pilar (m)	S "6x6" (MPa)	S "7x7" (MPa)	S "8x8" (MPa)
4	17.68	18.52	19.27
8	11.74	12.3	12.8

4.2.3. Factor de seguridad en pilares

Con los datos obtenidos de esfuerzo sobre los pilares y resistencia de los pilares es posible calcular el factor de seguridad en cada diseño para las distintas secciones. Debido a que los rebajes son excavaciones temporales se consideró como factor de seguridad aceptable o de diseño 1.3.

La *tabla 15* muestra los factores de seguridad obtenidos para las diferentes secciones. Los factores de seguridad mayores o iguales a 1.3 se muestran en color verde. Se puede observar que el diseño "6x6" solamente muestra factores mayores a 1.3 para el primer corte para las secciones 2 y 3; y ninguno en el segundo corte. El diseño "7x7" muestra en general muestra estabilidad para el primer corte, pero en el segundo corte se ve afectado. El diseño "8x8" muestra factores mayores a 1.3 para ambos cortes en todas las secciones, excepto en el segundo corte de la sección 2.

Tabla 15.- Resultados de factor de seguridad en distintas secciones y diseños, Zona Main Sur.

Sección	Altura de pilar (m)	F.S. "6x6"	F.S. "7x7"	F.S. "8x8"
1	4	0.83	1.19	1.62
	8	0.55	0.79	1.07
2	4	1.61	2.29	3.12
	8	1.07	1.52	2.07
3	4	1.38	1.97	2.68
	8	0.92	1.31	1.78
4	4	1.02	1.46	1.98
	8	0.68	0.97	1.32
5	4	1.2	1.71	2.32
	8	0.8	1.13	1.54

4.2.4. Método de Mathews aplicado a Salones y Pilares

Para la utilización de la gráfica de estabilidad es necesario calcular el número de estabilidad y conocer el claro máximo de cada diseño. En primer lugar, se calcularon los factores que forman parte del número de estabilidad (N). La *ecuación 21* muestra los factores que definen el número de estabilidad.

$$N = Q' \times A \times B \times C \quad (21)$$

El valor de Q modificada (Q') al ser un parámetro que depende solamente de las condiciones del macizo rocoso se tomó uniforme para las cinco secciones analizadas. Para este

cálculo se consideró un valor de RQD = 70.45% medido en núcleos de barrenación El resto de los valores incluidos en el cálculo de Q' se muestran en la *tabla 16*.

Tabla 16.- Cálculo de Q' para pilares, Zona Main Sur.

Datos		Valor de Q modificada	
RQD %	70.45	Q'	5.87
Jn	9		
Jr	1.5	$Q' = \frac{RQD}{J_n} \times \frac{J_r}{J_a}$	
Ja	2		

Para determinar el valor de A que depende de la UCS y del esfuerzo principal mayor (σ_1) fue necesario, además de tomar el valor de UCS = 36 (MPa), determinar la magnitud de σ_1 a la profundidad de diseño. El valor de σ_1 se determinó realizando modelos numéricos en las 5 secciones sin ningún tipo de excavación y midiéndolo en la profundidad deseada. Se tomó el valor de σ_1 en el contacto Mineral-Caliza (al bajo del yacimiento) en la parte más profunda de cada sección, por ser la parte en la que se experimenta el mayor esfuerzo. La *figura 35* ejemplifica la forma en la que se obtuvo este dato.

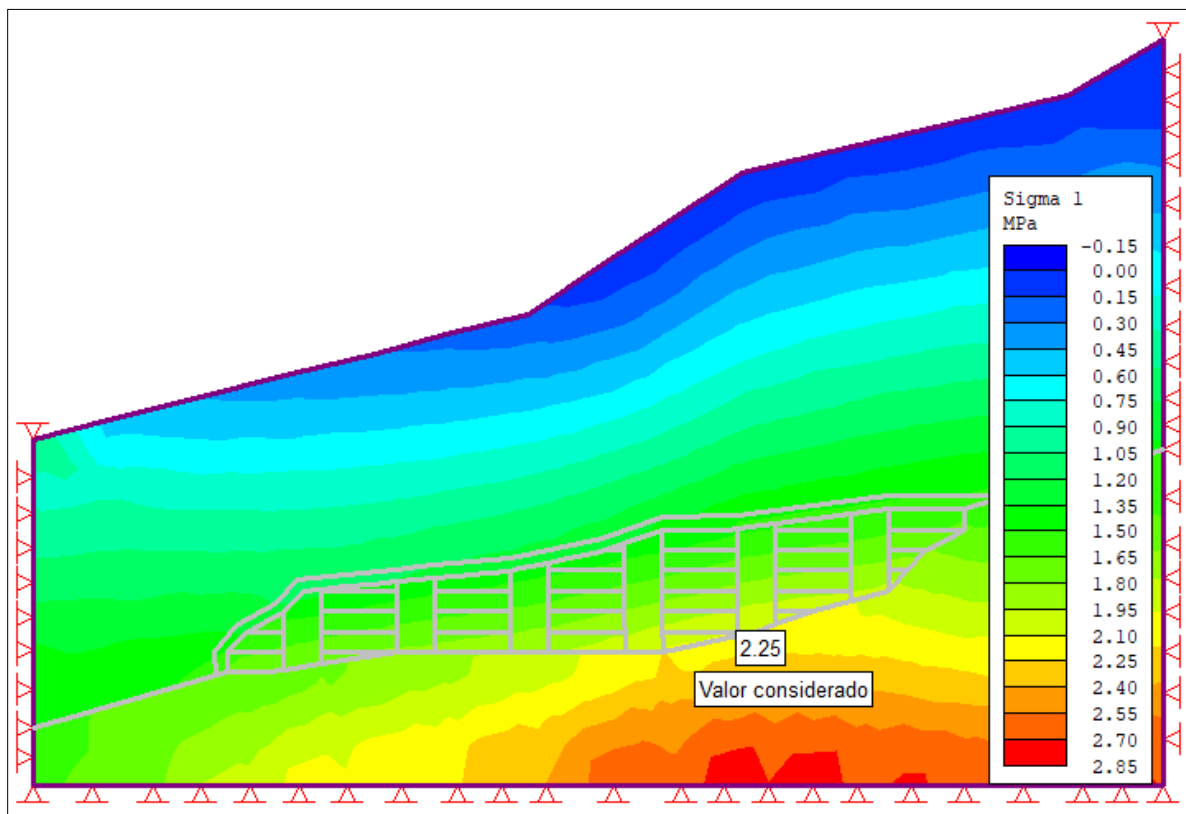


Figura 35.- Ejemplo de obtención del esfuerzo principal mayor para la obtención del factor A.

Después de obtener la relación σ_1/UCS se obtuvo el valor de A. La *tabla 17* resume los resultados para las 5 secciones. Se observa que en todos los casos la relación es mayor a 10 lo que implica que el valor del factor A es igual a 1.

Tabla 17.- Resultados de Factor A, Zona Main Sur.

Sección	σ_1 (MPa)	UCS (MPa)	UCS/σ_1	Factor A (Adim.)
1	2.4	36	15	1
2	2.25	36	16	1
3	1.6	36	22.5	1
4	2.2	36	16.4	1
5	1.85	36	19.5	1

La superficie analizada es el cielo de los rebajes considerándolo horizontal. Para el factor B, que depende de la orientación de las estructuras respecto a la superficie analizada, se tomó un valor de 0.5 que corresponde a un ángulo de 45° entre la superficie y las estructuras.

Para el factor C se consideró una falla estructural de tipo cuña con un ángulo de 45° entre la superficie y las estructuras. El valor del factor C es 4.85 y se calculó con la *ecuación 22*.

$$C = 8 - 6 \cos(\text{ángulo}) = 8 - 6 \cos(45^\circ) = 4.85 \text{ (Adim.)} \quad (22)$$

Como se puede observar todos los factores, incluso el factor A, son iguales para todas las secciones, por lo tanto, el valor de N será igual en todas las secciones. El número de estabilidad calculado fue de 11.12 (*ecuación 23*).

$$N = 5.87 \times 1 \times 0.5 \times 4.85 = 14.23 \text{ (Adim.)} \quad (23)$$

Aquello que determinará, para este caso particular, una variación en los resultados será el claro máximo de cada diseño. La *figura 36* muestra la magnitud del claro máximo en cada diseño. En la *tabla* se muestra el resumen de los resultados obtenidos, mientras que la *figura 37* muestra los puntos en la gráfica de estabilidad.

Tabla 18.- Resultados de evaluación de claros máximos estables con método de Mathews modificado para Salones y Pilares.

Diseño	Q'	A	B	C	N	Claro (m)	Claro (ft)	Resultado
"6x6"	5.87	1	0.4	4.85	14.23	16.97	55.68	Estable con soporte
"7x7"	5.87	1	0.4	4.85	14.23	15.56	51.05	Estable con soporte
"8x8"	5.87	1	0.4	4.85	14.23	14.14	46.39	Estable con soporte

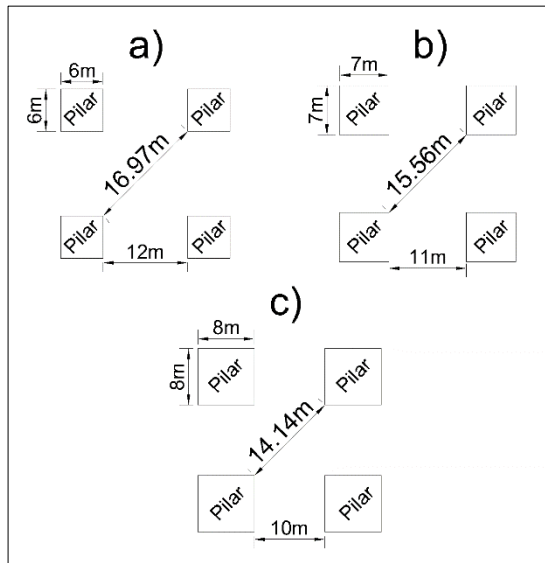


Figura 36. - Claros máximos: a) diseño "6x6"; b) diseño "7x7"; c) diseño "8x8".

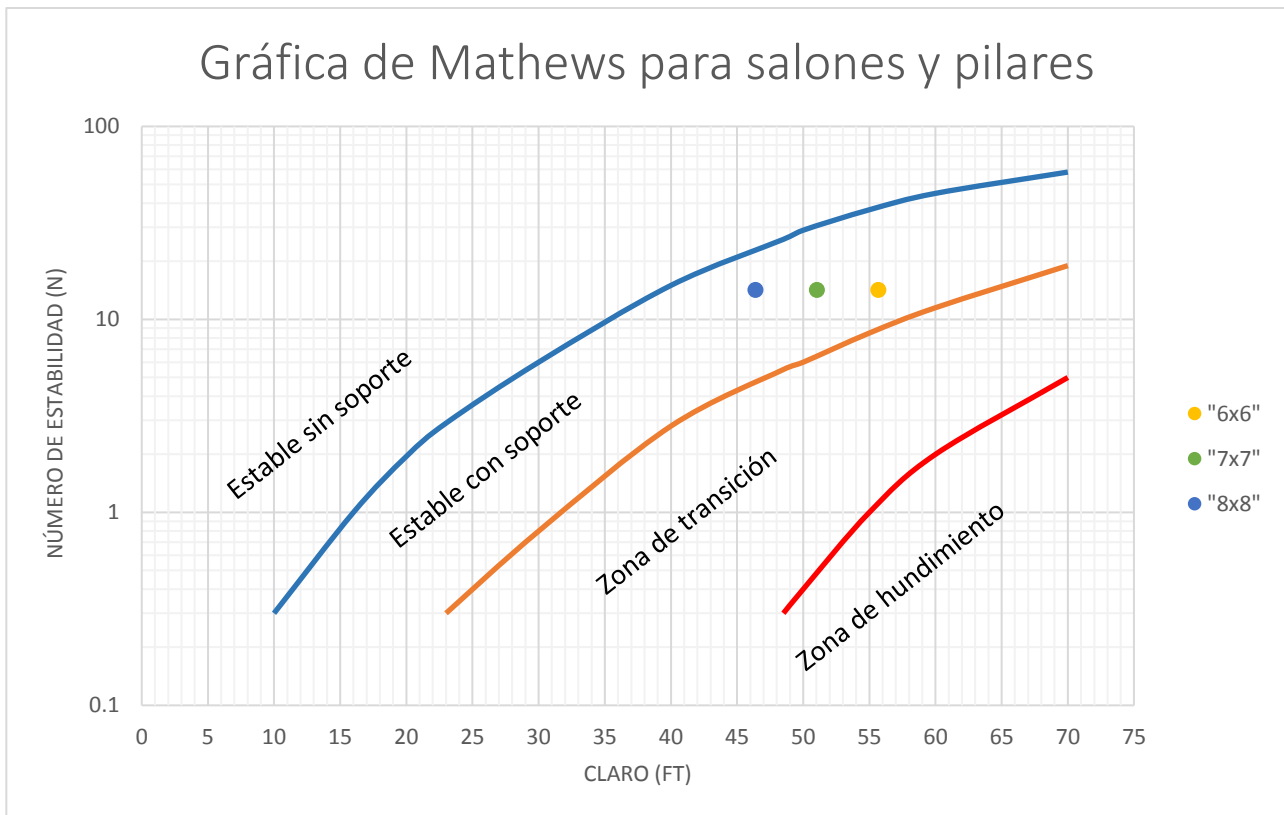


Figura 37. - Resultados de evaluación de claros por el método Mathews modificado para salones y pilares.

Se observa en la gráfica que los tres diseños se encuentran en la zona de estabilidad con soporte, siendo el de "6x6" el más cercano a la zona de transición. El soporte considerado por los autores de esta gráfica corresponde a cables de acero. Se puede concluir que, si bien los diseños no presentan claros auto-soportables, sí pueden ser soportados artificialmente con cables de acero.

4.2.5. Aplicación del método de Elemento Finito

En total se realizaron 15 modelos numéricos; tres para cada una de las cinco secciones. En cada una de las secciones se probaron los tres diseños evaluados. Cada modelo incluye las diferentes etapas de tumba y relleno, desde el bajo hasta el alto del yacimiento, en cortes de cuatro metros de alto.

El *software* utilizado para la realización de los modelos fue *Phase2* de la suite Rocscience que trabaja por elementos finitos. Este *software* permite trabajar tanto con el modelo de rotura de Mohr-Coulomb como con el de Hoek y Brown. Para los modelos presentes se decidió utilizar el modelo de Hoek y Brown por razones que se explican en el apartado 3.3.7. Los modelos se realizaron con *software* propiedad de la Minera y utilizando sus licencias.

Para la realización de los modelos se consideraron cinco materiales con propiedades diferentes, tres de ellos corresponden a las rocas presentes (Toba Dacítica, Caliza y Mineral), los otros dos corresponden al contacto Toba-Mineral y al relleno utilizado. El contacto Toba-Mineral presentó propiedades similares a la Toba Dacítica pero con mayor fracturamiento y por esta razón se decidió considerarlo como un material independiente. El relleno utilizado corresponde a tepetate de las obras de desarrollo coladas. Todos los materiales fueron considerados elásticos, excepto el relleno al que se le asignaron constantes residuales correspondientes al estado de fluencia del material. Las propiedades de la roca utilizadas, así como las constantes de los modelos de rotura considerados se muestran en la *tabla 19*.

La malla de los modelos consistió entre 950 y 2000 elementos finitos dependiendo el tamaño de la sección. Los elementos finitos correspondieron a triángulos con 6 nodos cada uno (ver *figura 38*). La densidad de elementos se intensificó dentro de los pilares y claros a manera de afinar el cálculo en esta zona. Se colocaron apoyos fijos alrededor de los modelos simulando el encajonamiento del macizo rocoso e impidiendo deformaciones en las fronteras. En la frontera superior, que representa la superficie, no fueron colocados apoyos de ningún tipo.

Tabla 19.- Propiedades geotécnicas utilizadas en modelos numéricos.

Parámetro	Material				
	Toba Dacítica	Caliza	Mineral	Cto. Tob-Caliza	Relleno
γ (MN/m ³)	0.02667	0.0247	0.037	0.026	0.0186
UCS (MPa)	20	49	36	15	15
E (MPa)	33250	58700	110700	20000	20000
Tipo de Material	Elástico	Elástico	Elástico	Elástico	Plástico
Constantes del Criterio de Hoek y Brown					
GSI	40	50	55	30	10/13*
mi	13	12	12	13	21/24*
D	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8/1*

*constante elástica/constante residual.

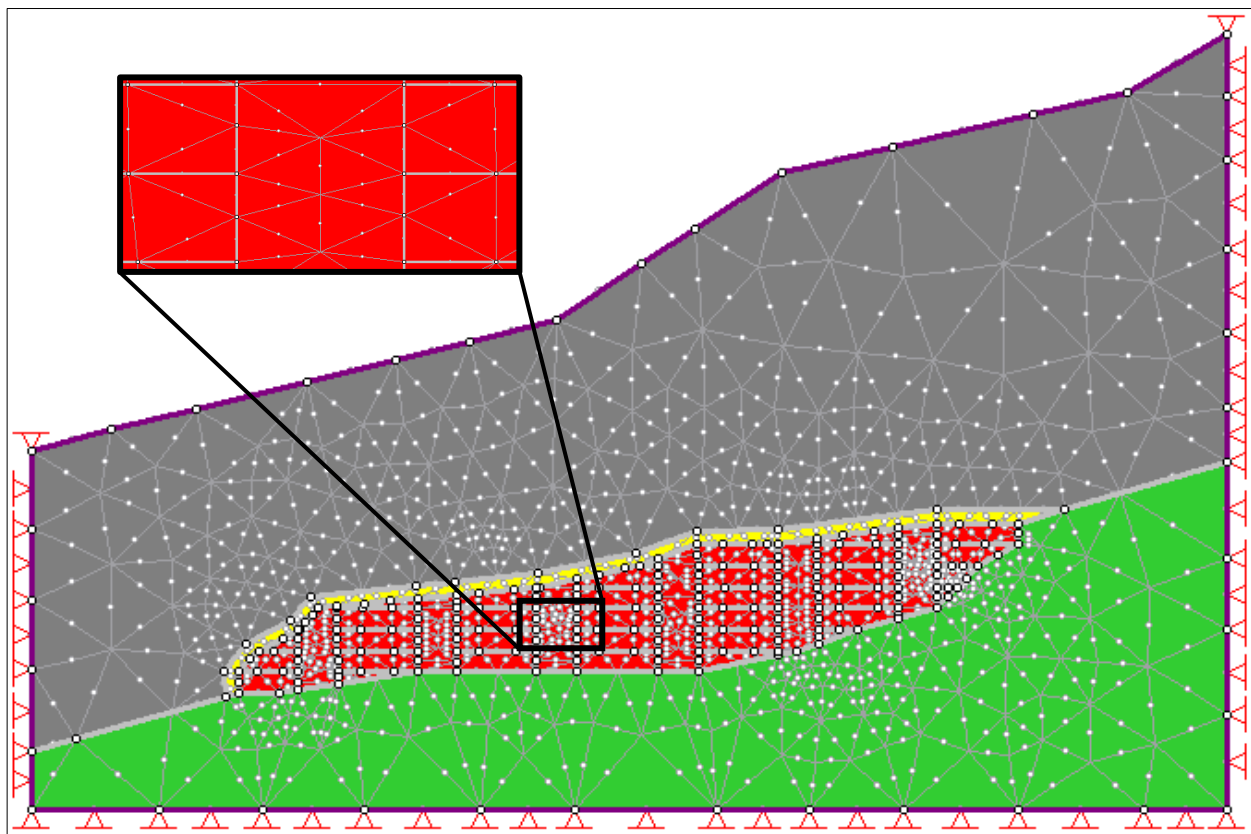


Figura 38.- Malla utilizada en los modelos, se muestra como ejemplo la malla de la sección 2.

El *software* utilizado genera interpretaciones sobre los esfuerzos principales y los desplazamientos presentes en las excavaciones. Los esfuerzos sufridos son comparados con los modelos de rotura generados permitiendo establecer zonas de inestabilidad; si el esfuerzo presentado se encuentra por fuera de la envolvente de rotura se presenta la falla del material. Esta comparación de esfuerzos se puede interpretar con factores de seguridad y precisamente el *software* genera un “*mapa*” de factores de seguridad a lo largo de la excavación. El objetivo de los modelos numéricos es observar la distribución de esfuerzos en los rebajes para las diferentes etapas de minado y observar su estabilidad en función de los factores de seguridad presentes.

Cada una de las secciones presenta las etapas de minado desde el bajo hasta el alto de la excavación considerando las etapas de relleno. Se observó que después de la primera etapa de relleno el comportamiento general de los pilares, claros y relleno es semejante hasta llegar al alto de la excavación en todas las secciones, por esta razón se ejemplifica el comportamiento general de los rebajes (para los tres diseños) con la sección 2 que resulta ser la más representativa de la Zona Main Sur (ver *figuras de la 39 a la 44*). Se analizó en cada una de las secciones el esfuerzo principal mayor y los factores de seguridad presentes.

Esfuerzo principal mayor en primer corte, Sección 2

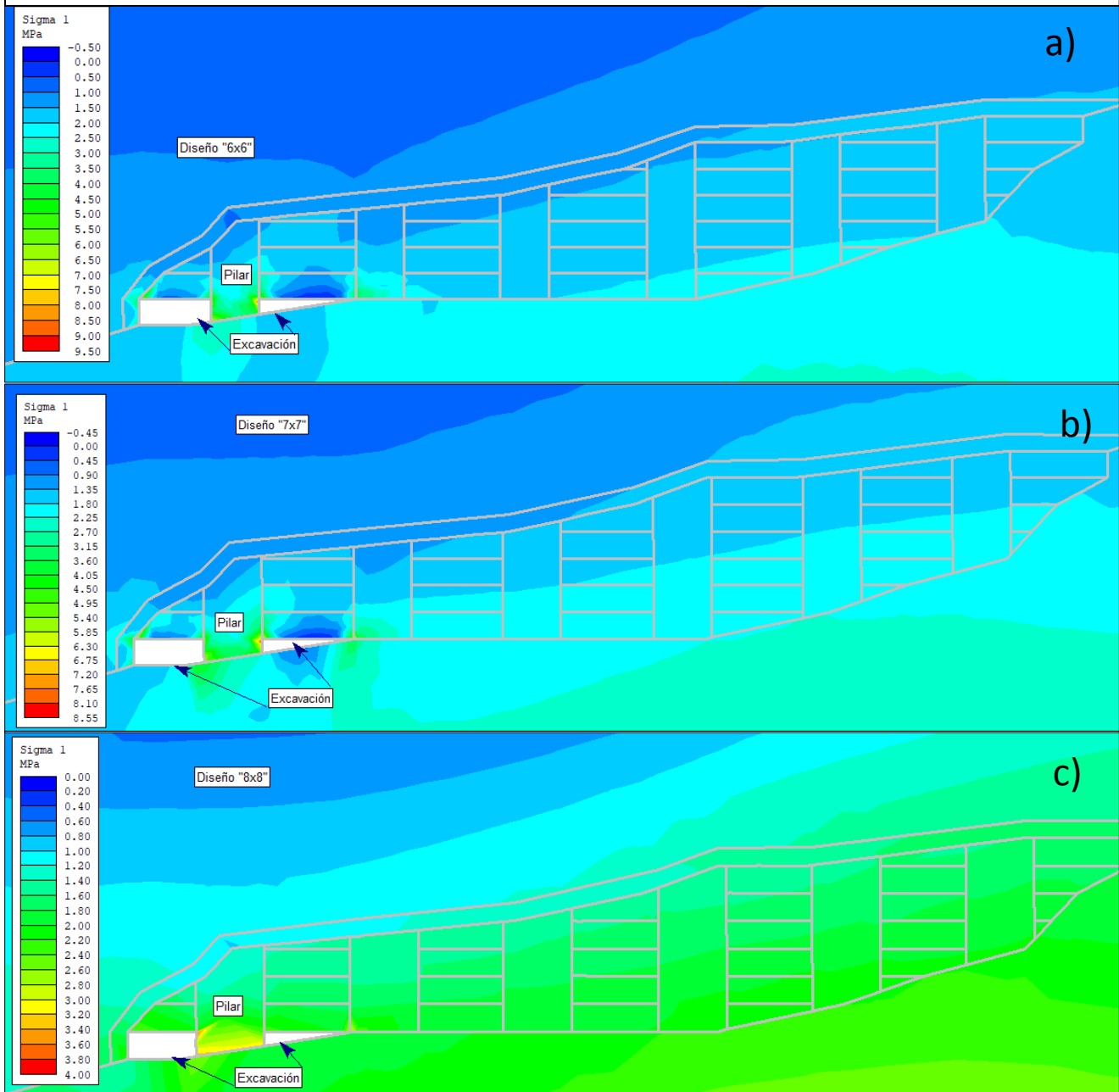


Figura 39.- Esfuerzo principal mayor para primer corte: a) diseño "6x6"; b) diseño "7x7"; c) diseño "8x8".

Esfuerzo principal mayor en segundo corte, Sección 2

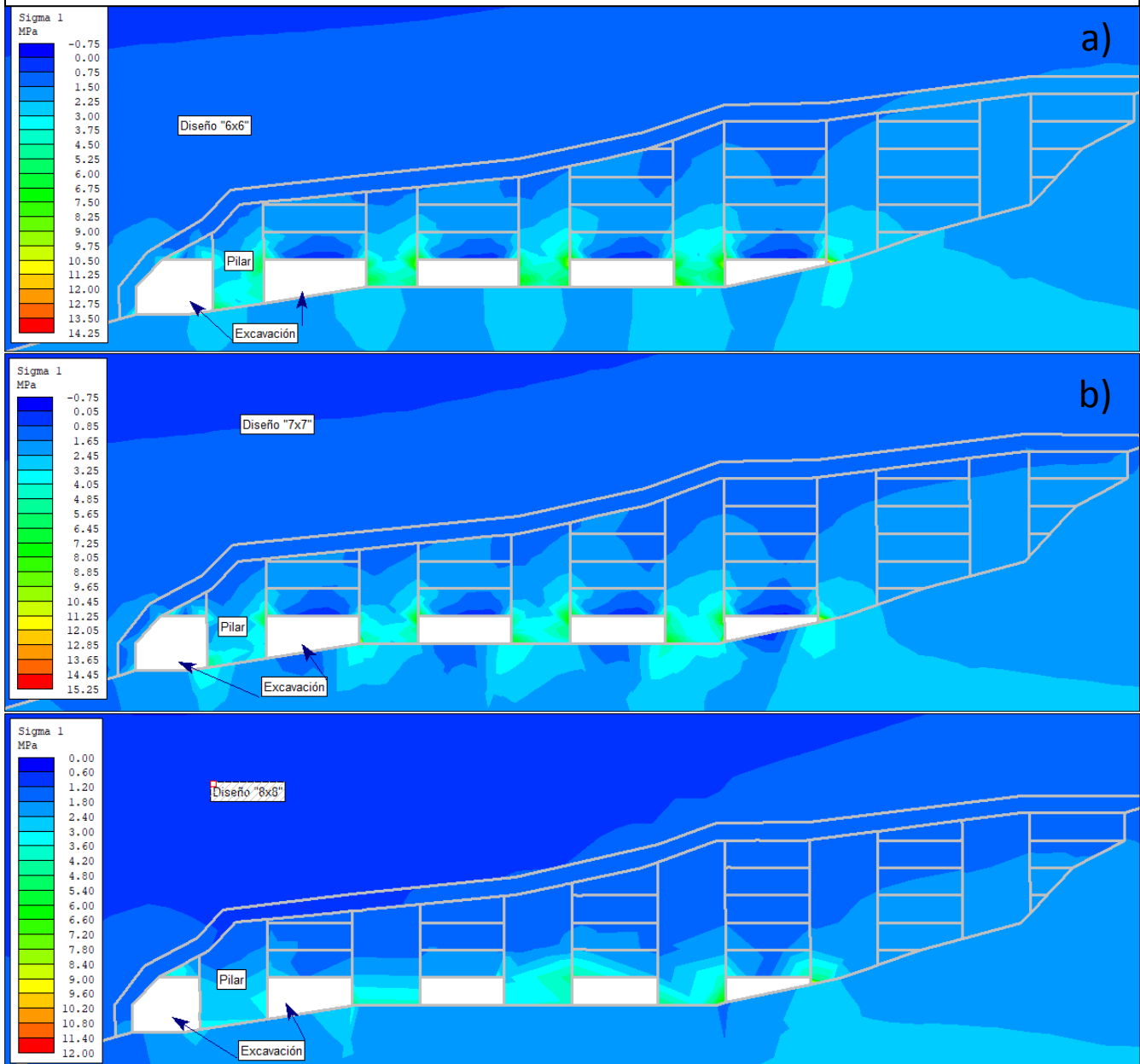


Figura 40.- Esfuerzo principal mayor para segundo corte: a) diseño "6x6"; b) diseño "7x7"; c) diseño "8x8".

Esfuerzo principal mayor en último corte, Sección 2

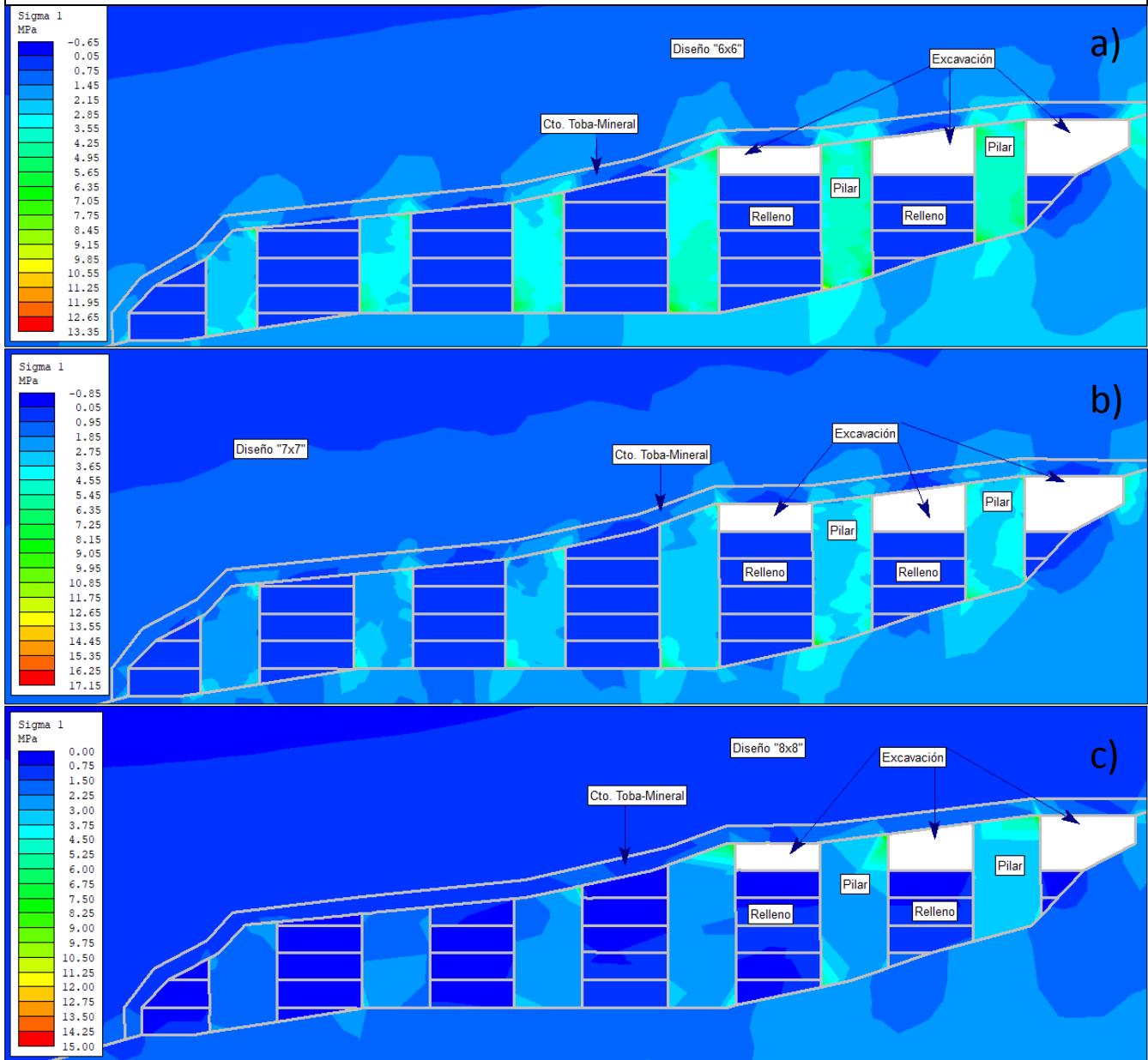


Figura 41.- Esfuerzo principal mayor para último corte: a) diseño "6x6"; b) diseño "7x7"; c) diseño "8x8".

Factor de seguridad en primer corte, Sección 2

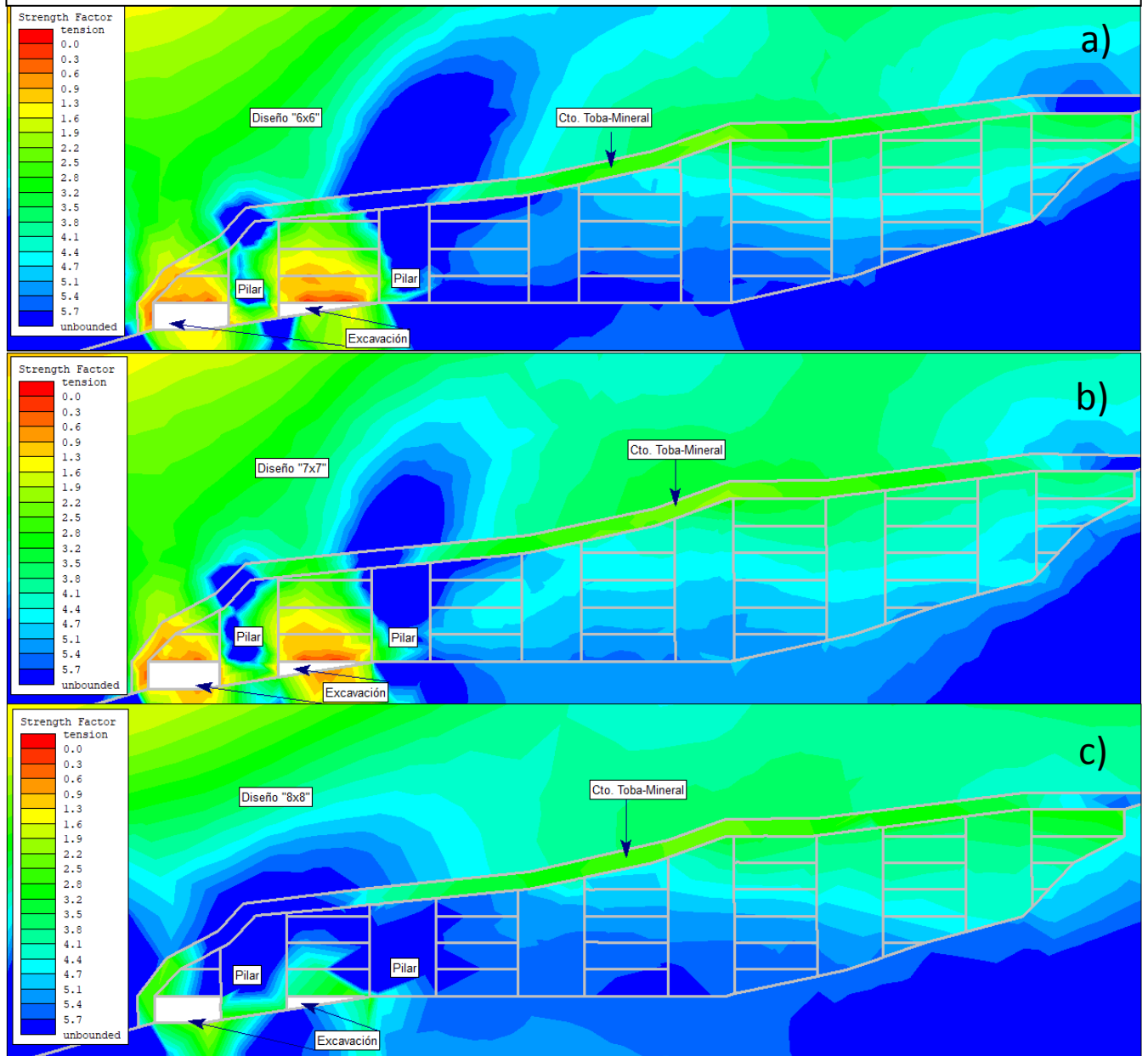


Figura 42.- Distribuciones de factores de seguridad para primer corte: a) diseño "6x6"; b) diseño "7x7"; c) diseño "8x8".

Factor de seguridad en segundo corte, Sección 2

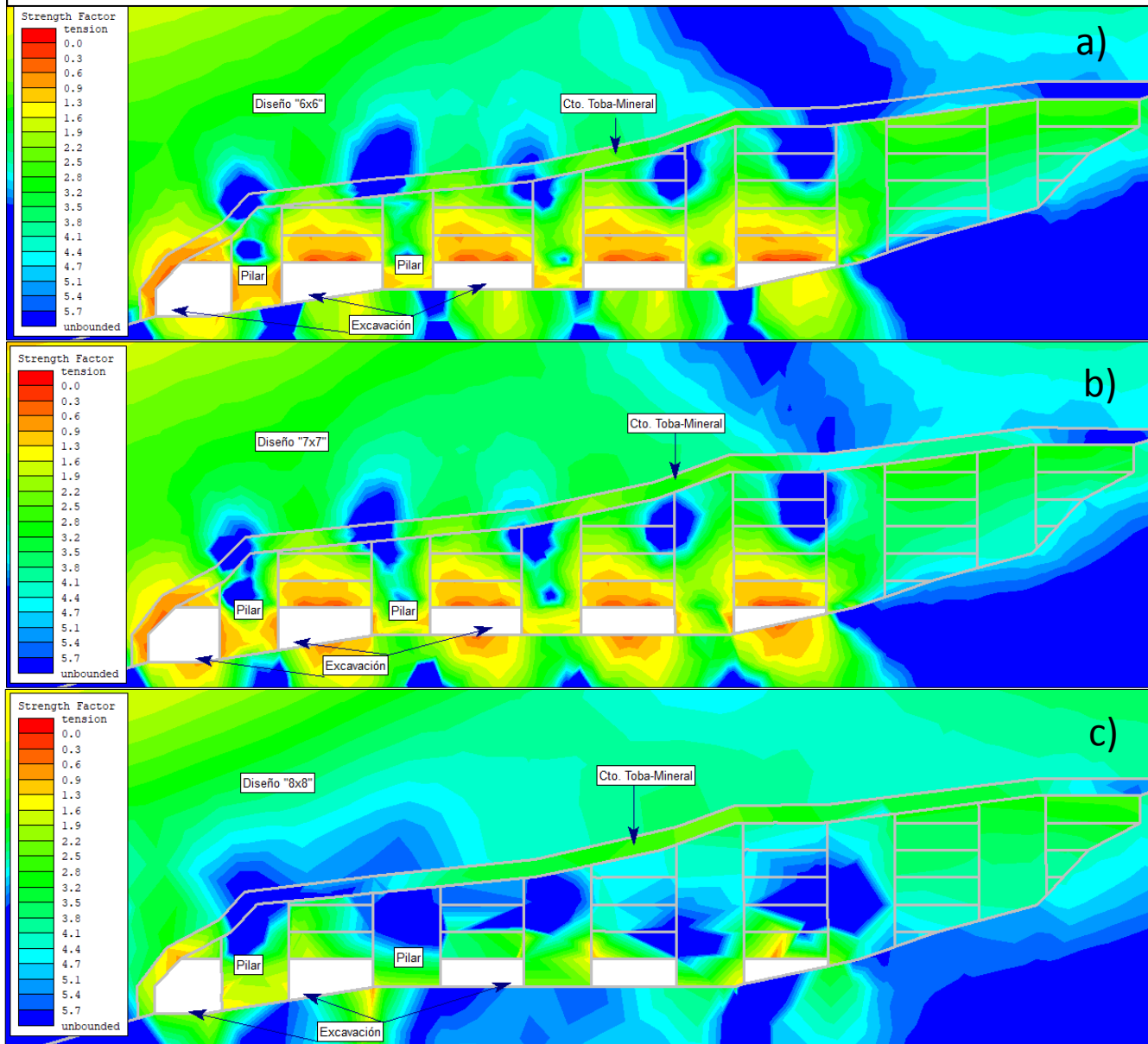


Figura 43.- Distribuciones de factores de seguridad para segundo corte: a) diseño "6x6"; b) diseño "7x7"; c) diseño "8x8".

Factor de seguridad en último corte, Sección 2

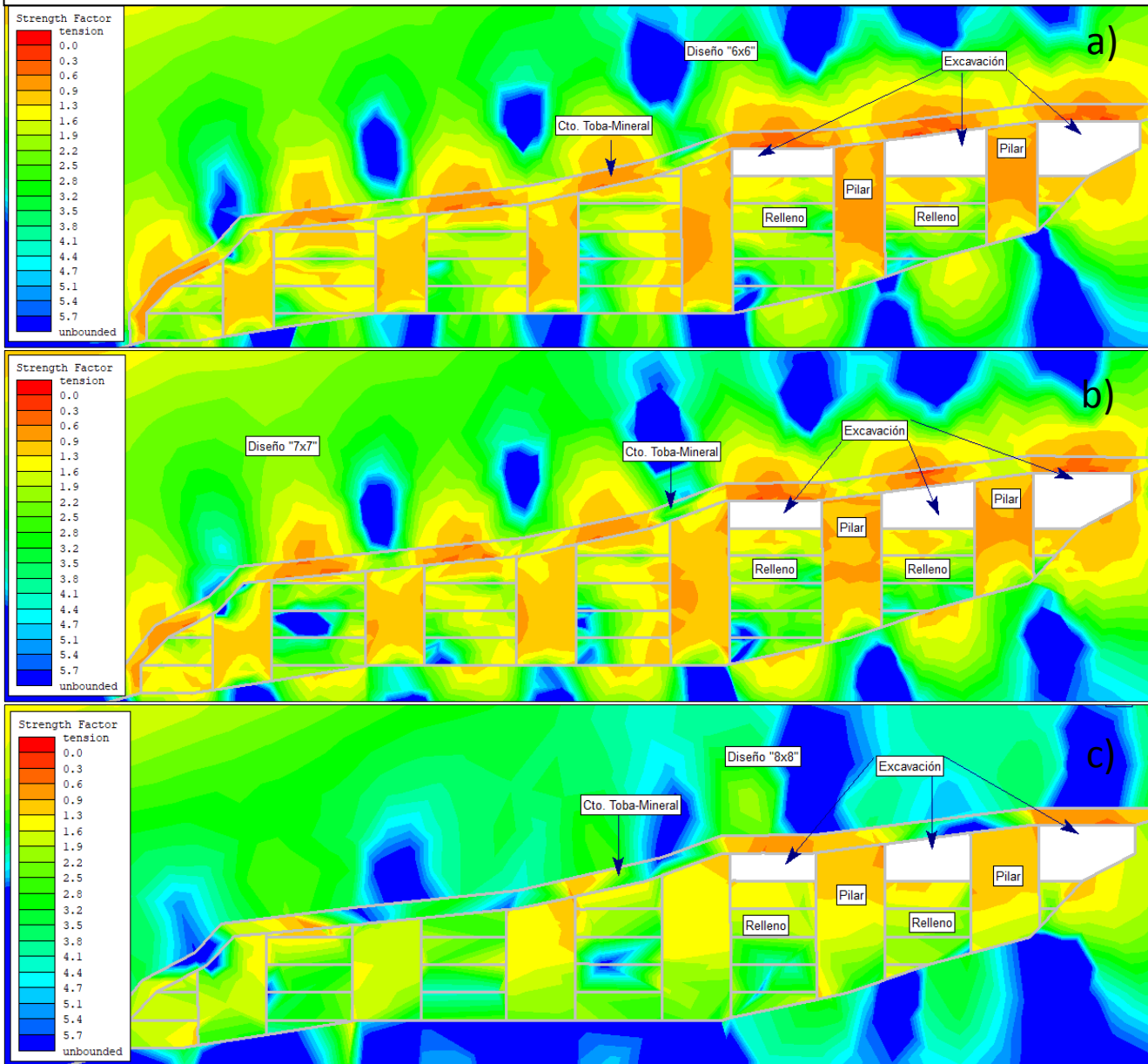


Figura 44.- Distribuciones de factores de seguridad para segundo corte: a) diseño "6x6"; b) diseño "7x7"; c) diseño "8x8".

Para tener una mejor visualización de pilares y los claros las figuras de la 45 a la 49 muestran para cada sección el esfuerzo principal mayor y el factor de seguridad en los tres diseños. Al observar los pilares y claros en acercamiento es posible observar de manera detallada la distribución de esfuerzos y la estabilidad en la cercanía a los pilares.

Sección 1

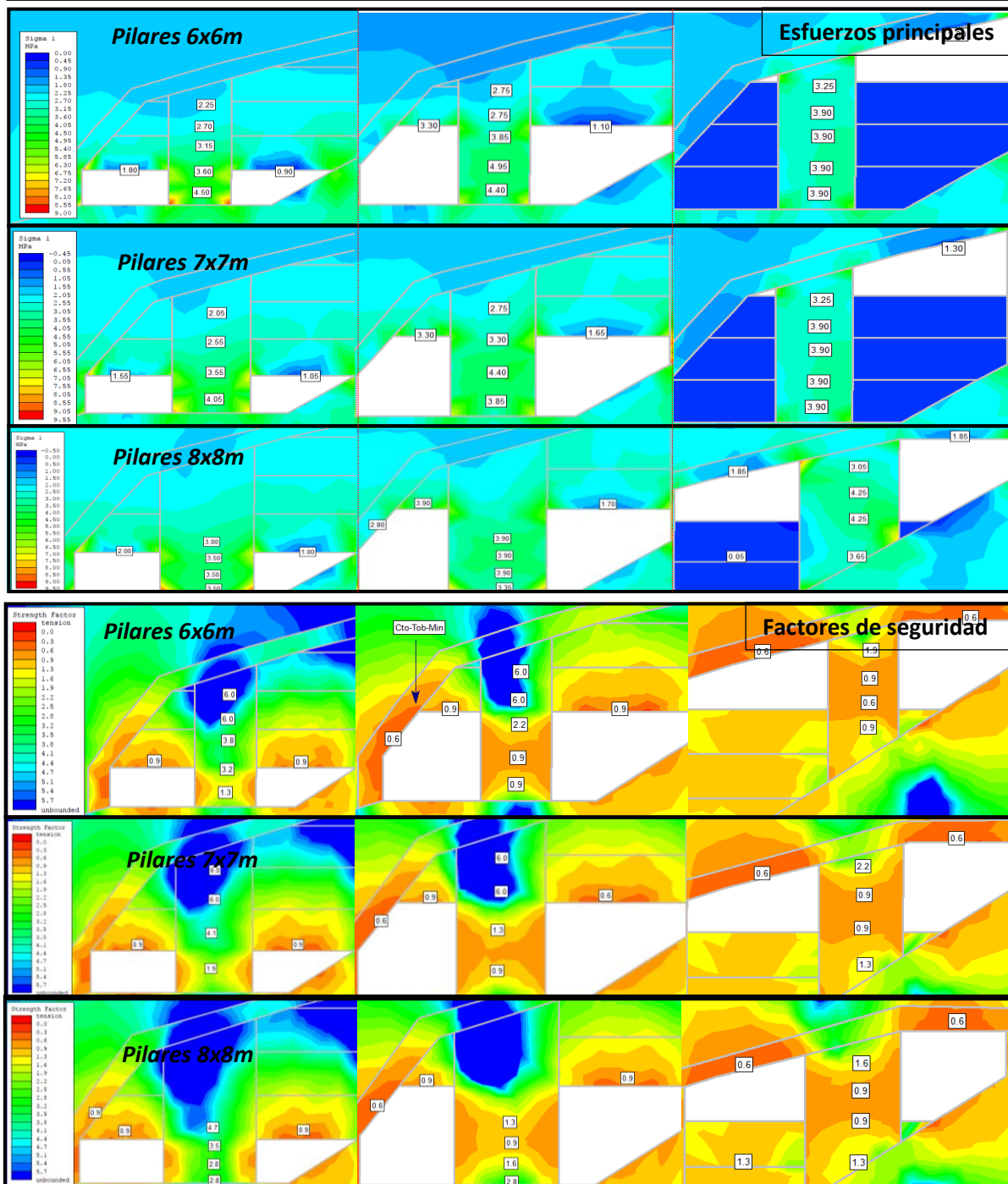


Figura 45.- Resultados de análisis numéricos en sección 1, columna izquierda: primer corte, columna central: segundo corte, columna derecha: corte cercano a contacto Toba-Mineral.

Sección 2

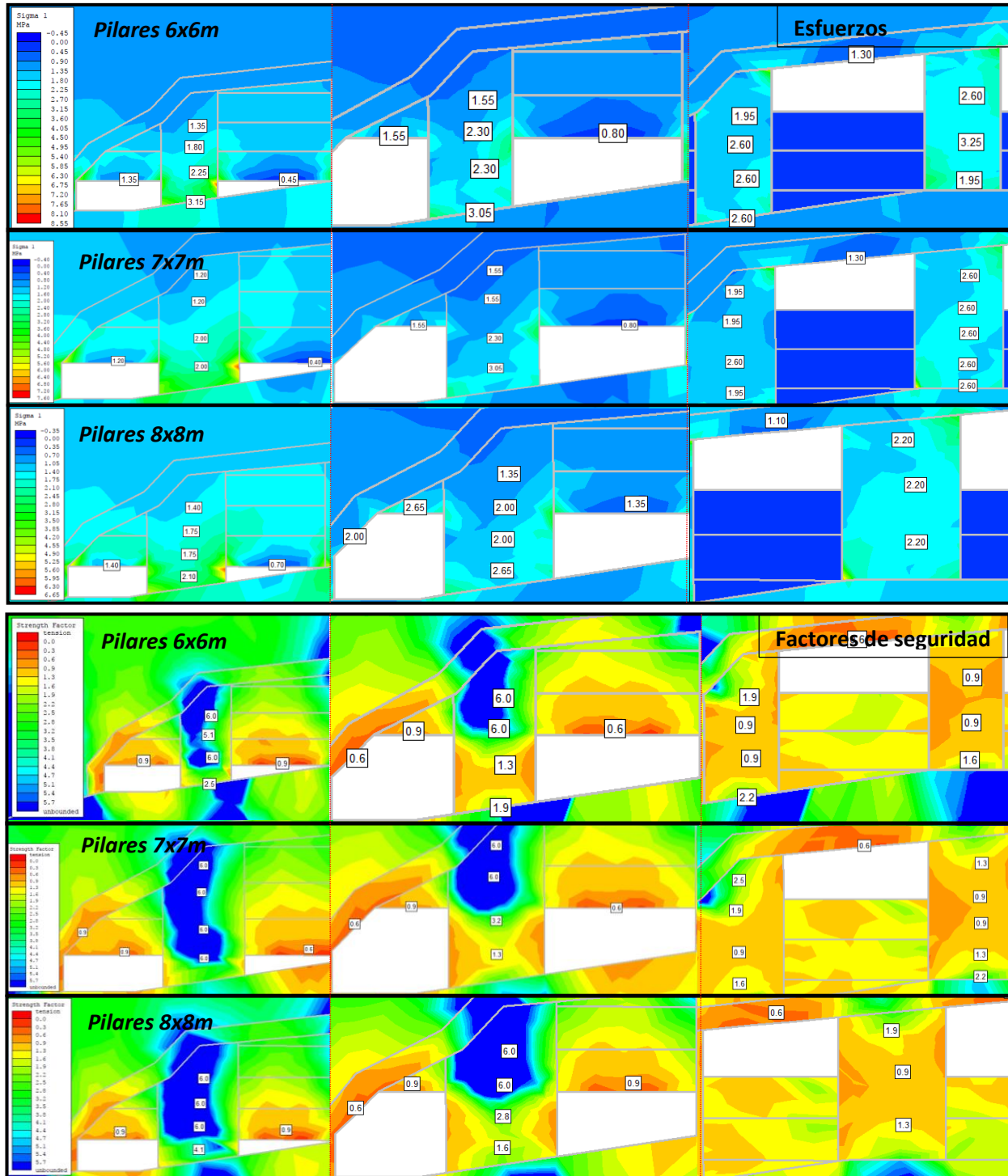


Figura 46.- Resultados de análisis numéricos en sección 2, columna izquierda: primer corte, columna central: segundo corte, columna derecha: corte cercano a contacto Toba-Mineral

Sección 3

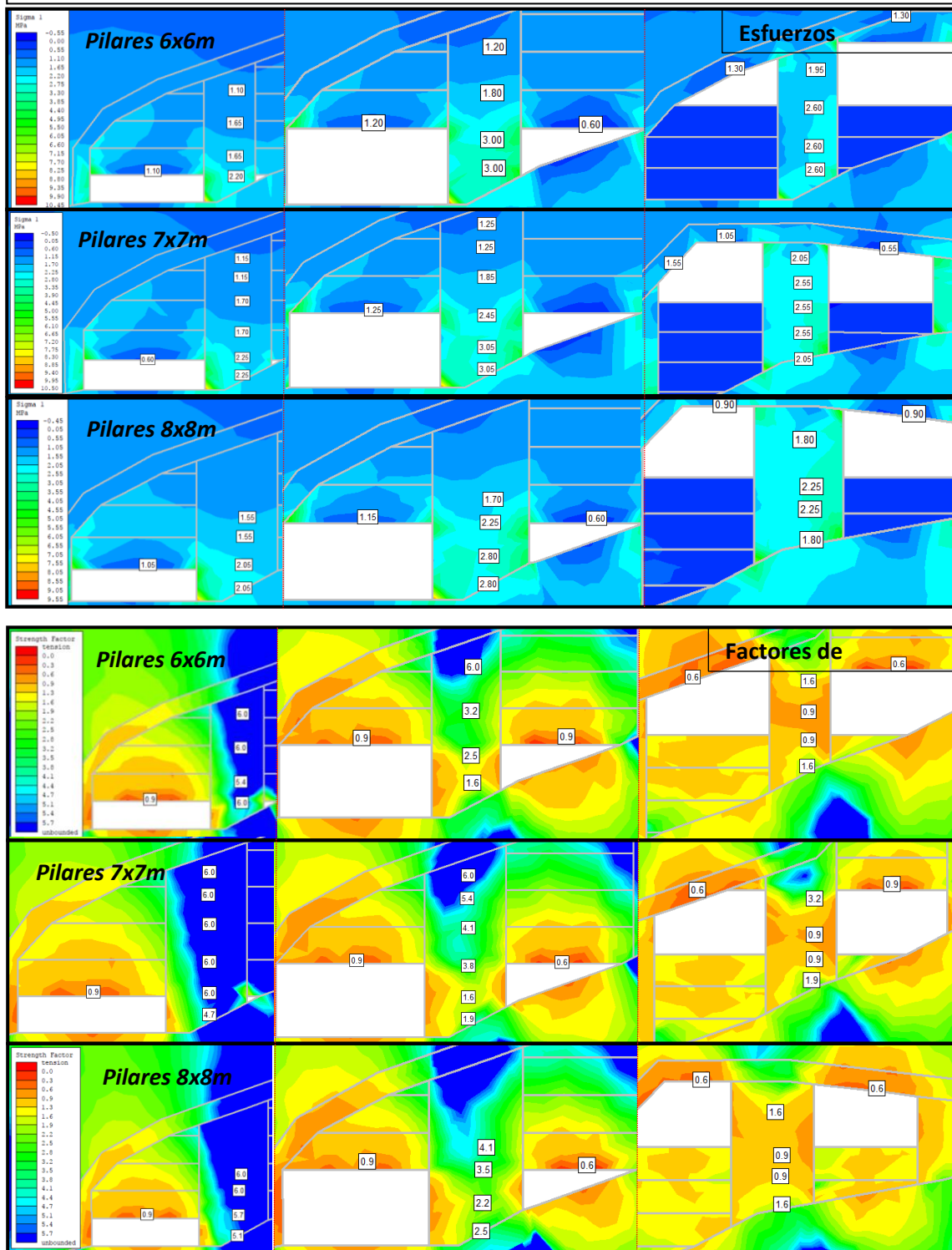


Figura 47.- Resultados de análisis numéricos en sección 3, columna izquierda: primer corte, columna central: segundo corte, columna derecha: corte cercano a contacto Toba-Mineral

Sección 4

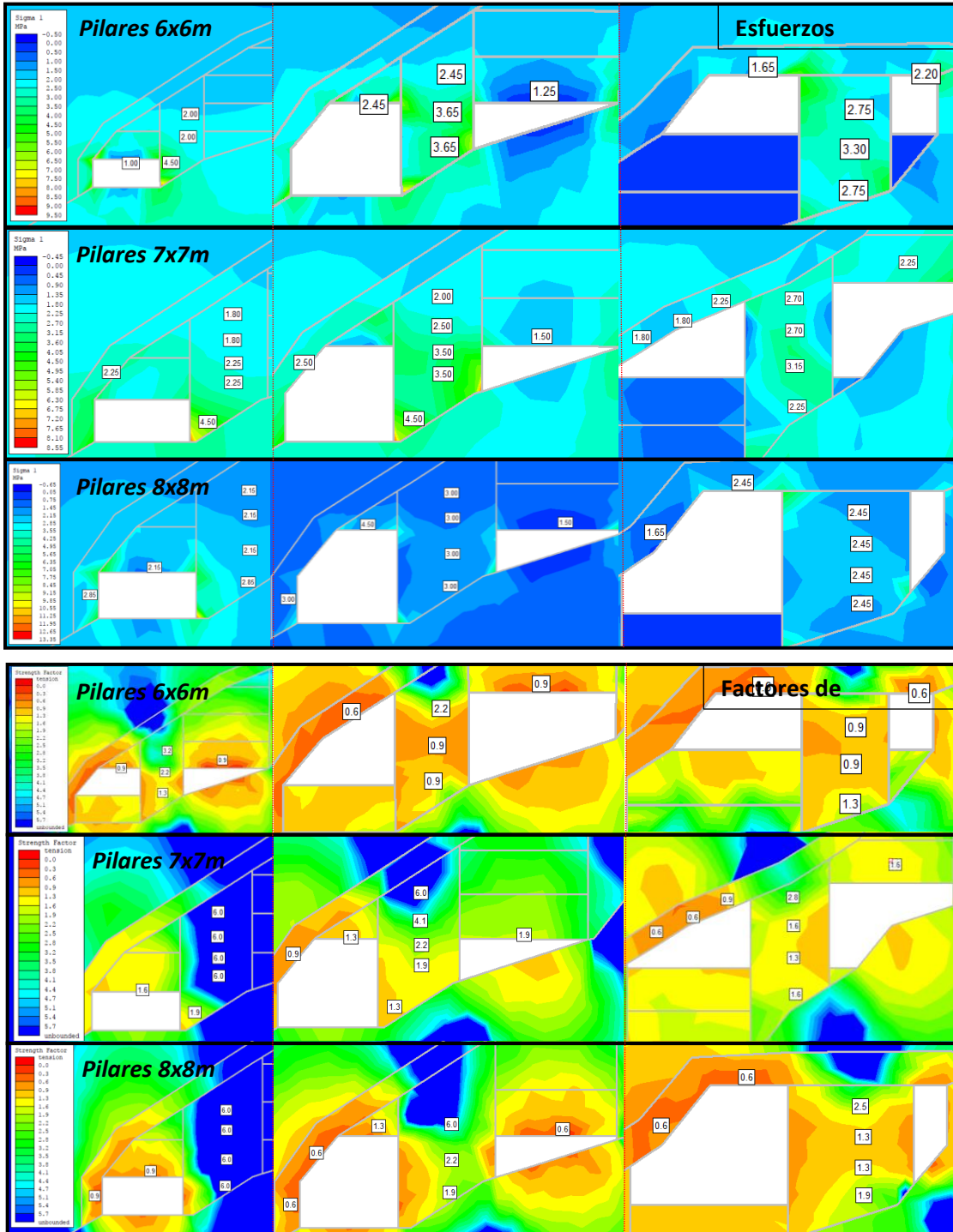


Figura 48.- Resultados de análisis numéricos en sección 4, columna izquierda: primer corte, columna central: segundo corte, columna derecha: corte cercano a contacto Toba-Mineral

Sección 5

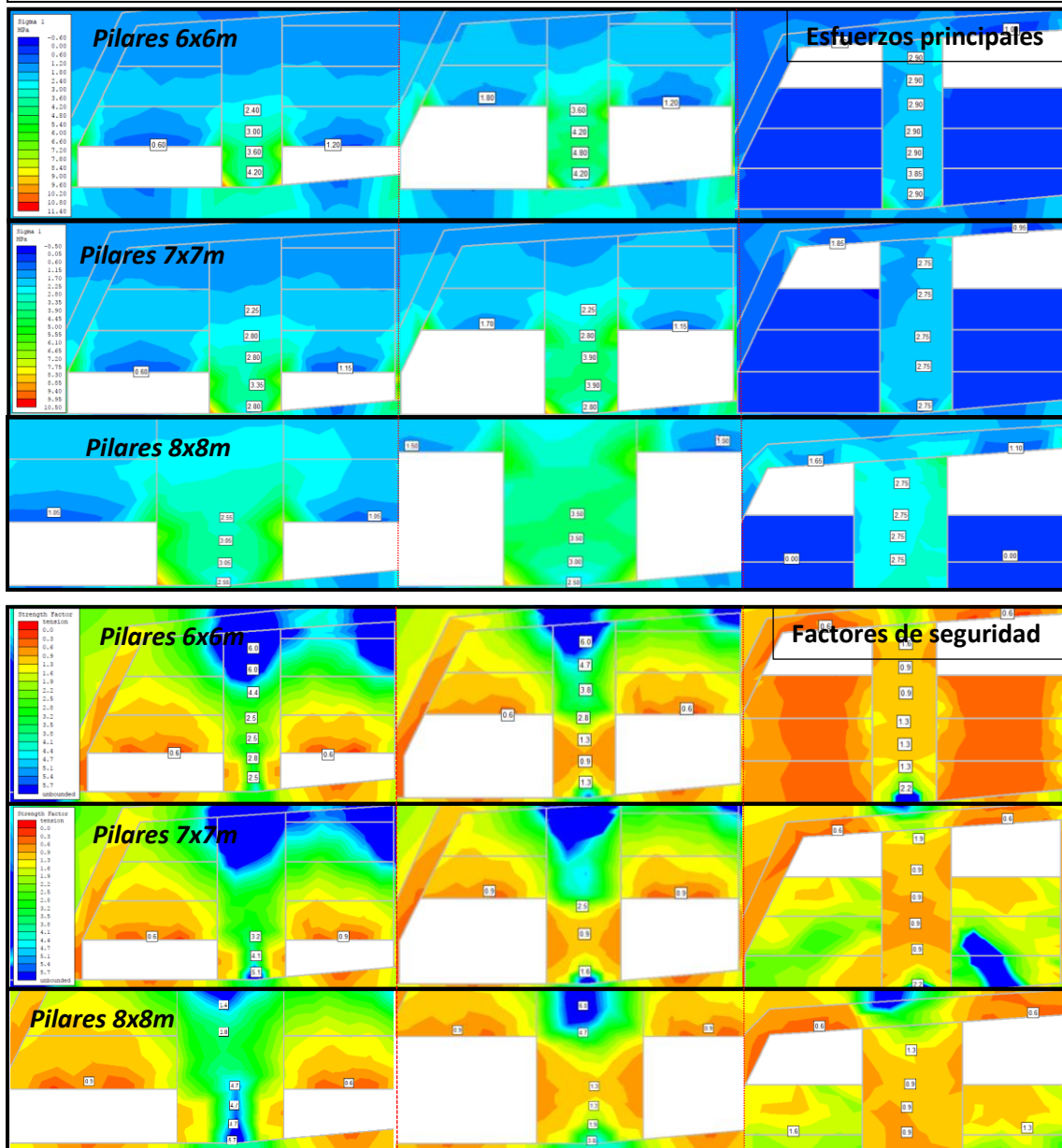


Figura 49.- Resultados de análisis numéricos en sección 5, columna izquierda: primer corte, columna central: segundo corte, columna derecha: corte cercano a contacto Toba-Mineral

5. Análisis de resultados

Los resultados de UCS obtenidos con el esclerómetro sugieren ser menores a los obtenidos con prensa hidráulica. En el caso de la caliza el UCS de la prensa fue mayor al estimado con esclerómetro; y en el caso del mineral la prensa no fue capaz de destruir los núcleos. Lo anterior hace pensar que el esclerómetro arroja valores más conservadores en comparación a la prensa. Sin embargo, considerando que la roca dentro de las obras mineras ha sufrido daño por voladura disminuyendo su resistencia, hace sentido que los valores de UCS *in situ* sean menores.

Las curvas esfuerzo-deformación obtenidas con las pruebas triaxiales muestran una tendencia parecida en los tres materiales. En la parte elástica de la curva se observa una relación lineal entre el esfuerzo aplicado y la deformación axial sufrida por la probeta de roca. En general los tres tipos de roca tienen altos módulos de Young, siendo el más alto el de la roca mineralizada. Estos módulos altos se traducen en que la matriz rocosa puede soportar altos niveles de esfuerzos normales experimentando poca deformación antes de la rotura.

Las curvas también nos muestran después de la rotura, en la fase *post-pico*, dos etapas diferentes: la primera, la etapa de fluencia, en la que el esfuerzo se reduce significativamente al tiempo que la deformación aumenta y la segunda, de esfuerzos residuales, en la que el esfuerzo normal se estabiliza en un valor mientras que la deformación sigue aumentando.

Por su parte la envolvente de Mohr construida a partir de los resultados de las pruebas triaxiales muestran cohesiones relativamente altas; esto nos indica una alta resistencia a esfuerzos cortantes en la roca intacta antes de la rotura. Las cohesiones estimadas a partir del criterio de Hoek y Brown, muestran valores muy inferiores y más realistas a las condiciones observadas en la mina (*tabla 20*). Por su parte los valores de Φ son menores para el criterio de Hoek y Brown lo que se traduce en que para el mismo valor de esfuerzo normal el macizo rocoso falla con un menor esfuerzo cortante.

Tabla 20.- Valores de cohesión y ángulo de fricción interna para Mohr-Coulomb y Hoek y Brown.

Tipo de roca	c: cohesión Mohr-Coulomb (MPa)	c': cohesión Hoek y Brown (MPa)	Φ : áng. fric. Int. Mohr-Coulomb (°)	Φ' : áng. fric. Int. Hoek y Brown (°)
Toba Dacítica	10.86	0.3	57	24.03
Mineral	12.48	0.57	65	35.63
Caliza	19.73	0.067	49	35.62

Los factores de seguridad calculados de manera analítica muestran que los pilares del diseño “6x6” no son estables en general para el segundo corte y para el primer corte no cumplen con el criterio de un factor de seguridad mayor a 1.3. El diseño de “7x7” muestra buenos resultados para el primer corte, pero para el segundo corte no son favorables; cumpliendo con el criterio de estabilidad solamente en dos secciones. Por su parte el diseño “8x8” resulta estable en los dos cortes para todas las secciones; aunque no cumple con el criterio de estabilidad en la sección uno para el corte dos.

Los factores de seguridad calculados con los modelos numéricos, a diferencia de los analíticos, no se limitan a asignar un solo valor por diseño. Por el contrario, los modelos numéricos, muestran una distribución de factores de seguridad dentro del pilar, lo que permite observar las zonas de inestabilidad dentro del pilar. En general y para todos los diseños los modelos muestran una concentración de esfuerzos mayor en las paredes de los pilares, que disminuye hacia el centro; esta concentración hace sentido con los factores de seguridad que muestran inestabilidad en la periferia del pilar, el cual aumenta al acercarse al centro (*figura 50*).

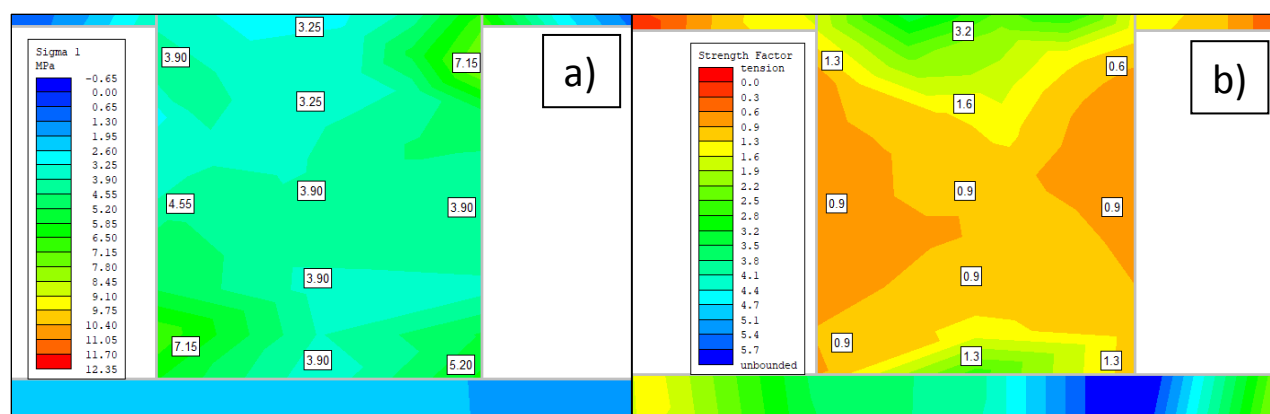


Figura 50.- a) distribución de esfuerzos en un pilar; b) distribución de factores de seguridad para el mismo pilar.

Los resultados de los modelos numéricos en los pilares confirman que el diseño “8x8” es el más estable de los tres. Por su parte el diseño “6x6” muestra pilares en falla a partir del segundo corte y hasta llegar al alto. Los resultados en el diseño “7x7” se encuentran entre los dos anteriores, muestran buena estabilidad en algunas secciones (por ejemplo, la sección 4) pero mala en otras (sección 5). En general para los tres diseños el efecto de la esbeltez afecta la estabilidad del pilar.

Siguiendo con la metodología propuesta el único diseño que debería pasar a la siguiente etapa de diseño, que es la evaluación de la estabilidad de los claros máximos, es el de “8x8”, sin

embargo, para tener un punto de comparación en esta discusión todos los diseños fueron evaluados en todas las etapas.

El número de estabilidad, que no depende de la geometría del rebaje, fue el mismo para los tres diseños. Los tres diseños caen dentro de la gráfica de estabilidad en la zona de estable con soporte, siendo el de “8x8” el más cercano a la zona de estable sin soporte. Los modelos numéricos muestran que la parte central de los claros resulta con inestabilidad para todos los diseños, siendo mayor en el diseño de “6x6”. Esta inestabilidad se atribuye a una relajación de esfuerzos en el centro de los claros mostrada en los modelos; al no existir confinamiento en la excavación permite el desplazamiento de bloques o cuñas (ver *figura 51*). El “arco” de inestabilidad mostrado en los claros puede ser medido para determinar la longitud del ademe utilizado para su fortificación. El arco de inestabilidad se ve aumentado en los claros que se encuentran en el contacto al alto.

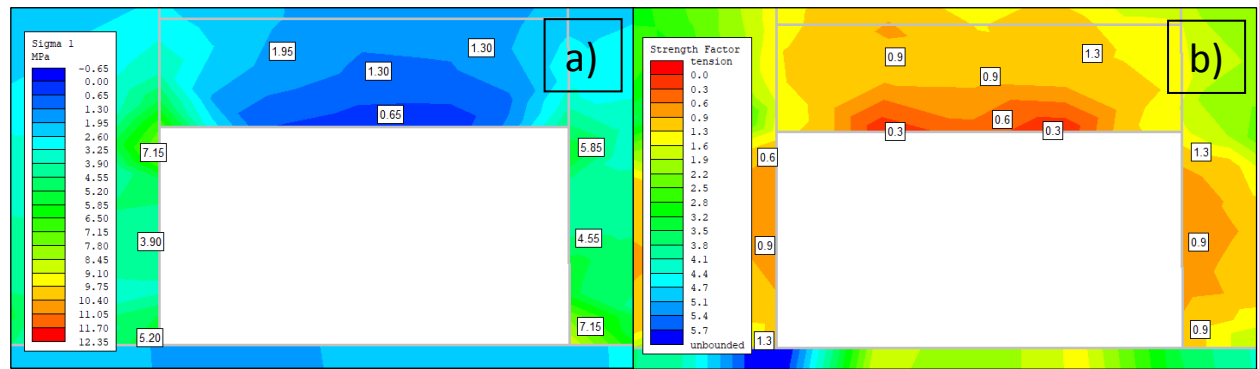


Figura 51.- a) distribución de esfuerzos en un claro; b) distribución de factores de seguridad en el mismo claro.

El relleno además de dar piso de trabajo sirve como medida de confinamiento a los pilares. Su objetivo es mantener su integridad a medida que se avanza en la explotación. Los modelos numéricos muestran que conforme se avanza ascendentemente en la explotación los

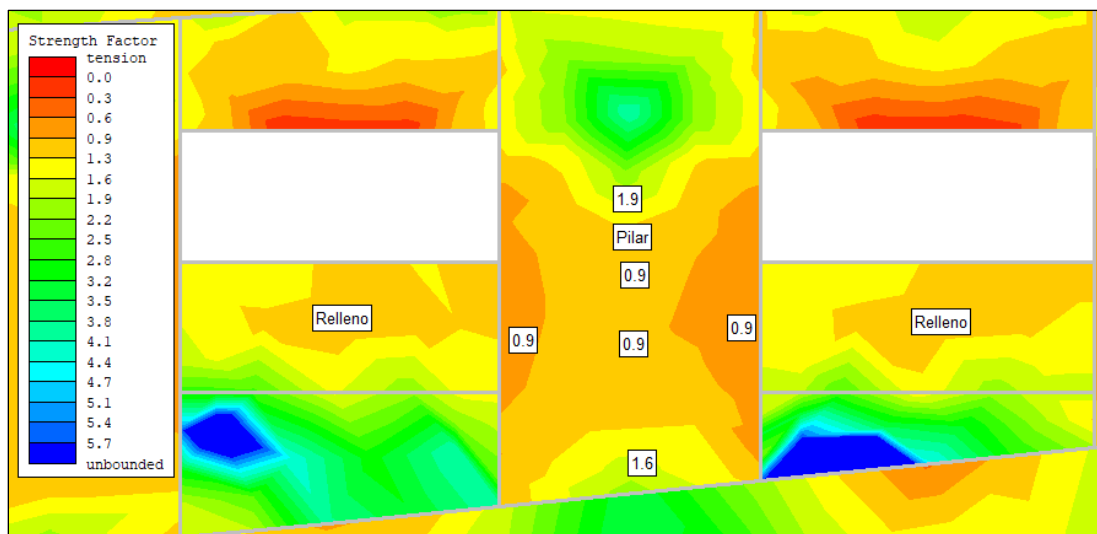


Figura 52.- Distribución de factores de seguridad en pilar confinado por relleno.

pilares fallan debajo del relleno (figura 52). Esto se interpreta en que, a pesar del confinamiento en la base del pilar, la esbeltez no deja de afectarlo en alguna medida. Sin embargo, la falla en la base de los pilares no afecta la estabilidad del resto del pilar.

Los métodos analíticos brindaron un buen punto de partida para el diseño de los rebajes de la Zona Main Sur. Los modelos numéricos mostraron compatibilidad con los resultados analíticos para los dos primeros cortes de minado y la estabilidad de los claros; además de mostrar una visión general del comportamiento de los pilares confinados por el relleno.

Es importante mencionar que teniendo claros más pequeños su estabilidad aumenta, sin embargo, la recuperación mineral se ve afectada. Otra opción sería tener pilares más esbeltos con claros más esbeltos, esta opción se ve anulada a partir de la restricción de realizar dos cortes de cuatro metros antes de iniciar la etapa de relleno. Al tener alturas de ocho metros en los pilares, con las condiciones geotécnicas presentes, resulta inestable tener pilares más angostos a los ocho metros.

Tomando en cuenta que tanto en el primer corte como en el segundo el diseño “8x8” cumple con el factor de seguridad de diseño en pilares; y considerando que los claros del diseño “8x8” resultan los menos problemáticos de los tres diseños evaluados, se concluye que el diseño que brinda mayor estabilidad, tomando en cuenta la recuperación mineral, es el de:

Pilares cuadrados de 8x8 m con calles de 10 m.

6. Conclusiones

El presente trabajo toma como base métodos analíticos de diseño de rebajes y junto con el modelamiento numérico genera una metodología de diseño para rebajes del método de *Post-Pillar*.

La correcta caracterización geotécnica de las rocas y macizos rocosos de un yacimiento forma los cimientos de un diseño confiable. En general la caracterización geotécnica para el proyecto San Rafael se llevó de manera acertada con algunas particularidades. En las recomendaciones se discute sobre futuros alcances en la etapa de caracterización.

Se observó compatibilidad entre los métodos analíticos y numéricos, sin embargo, se hace énfasis en utilizar los primeros solamente como punto de partida. El modelamiento numérico va más allá de los métodos tradicionales, ya que trabaja a partir de criterios de rotura, brindando una visión más amplia y con mayor detalle del comportamiento en la excavación.

Para el Proyecto San Rafael y la Zona Main Sur el diseño original resulta inestable; los claros son demasiado grandes para los pilares lo que provoca que el esfuerzo soportado supere su resistencia. Por el contrario, el nuevo diseño propuesto llamado "8x8" brinda pilares confiables y claros que pueden ser estabilizados con el ademe adecuado. La restricción de generar pilares de ocho metros de altura antes de comenzar la etapa de relleno resultó importante a la hora de decidir las dimensiones de los pilares; los pilares más esbeltos resultan inestables. La necesidad de maximizar la recuperación aunada con esta restricción imposibilita tener claros más pequeños.

7. Recomendaciones y futuros alcances

El factor de seguridad seleccionado por el diseñador debe tomar en cuenta el tiempo que la obra permanecerá abierta y la incertidumbre geológica que se presente. Para obras permanentes se recomienda tomar un F.S. mayor a 2 y para obras temporales como es el caso de los rebajes tomar uno de 1.3 o mayor.

Como medida de fortificación en los claros se recomienda colocar cables de acero con longitud mayor al arco de inestabilidad, principalmente en el contacto al alto. Los últimos cortes son los más problemáticos en cuestión de estabilidad, se recomienda realizar el último corte en retirada.

Es importante mantener la integridad de los pilares durante la etapa de minado. Para evitar el daño por voladura se recomienda utilizar explosivo de baja densidad y sin acoplar en los barrenos de costilla de las voladuras adyacentes a un pilar. De igual forma se recomienda realizar voladuras de prueba para determinar una distancia mínima entre la pared del pilar y los barrenos de costilla de manera que los pilares no sufran daño alguno. Las paredes del pilar son las que reciben la mayor carga de esfuerzos y es importante evitar su adelgazamiento.

En cuestión de pruebas de laboratorio se recomienda realizar pruebas de compresión simple en un laboratorio externo de las tres litologías en el yacimiento, de esta manera se tendrá punto de comparación con los resultados arrojados por el esclerómetro y se podrán realizar calibraciones, de esta manera se obtendrían valores más reales de UCS con la estimación de esclerómetro.

Los modelos de rotura de Mohr-Coulomb no resultaron aptos para diseño debido a que representan parámetros de rotura para roca intacta. Se recomienda realizar nuevamente pruebas triaxiales, principalmente en la roca mineralizada, utilizando presiones de confinamiento más distanciadas entre sí y comparar con las pruebas aquí mostradas. Es importante tener en cuenta que es la presión de confinamiento es la que determina el valor del esfuerzo principal mayor.

8. Anexos

Anexo 1. Resistencia a la Compresión Simple (UCS)

El comportamiento mecánico de las rocas está definido por su resistencia y su deformabilidad. La resistencia es el esfuerzo que soporta una roca para determinadas deformaciones. Cuando la resistencia se mide en probetas de roca sin confinar se denomina resistencia a la compresión simple de la roca o resistencia uniaxial no confinada de la roca (UCS por sus siglas en inglés, Unconfined Compressive Strength). Esta resistencia es un parámetro medido para la roca intacta, es decir, tomando una muestra de roca que no contenga discontinuidades.

La UCS, algunas veces denotada como σ_c , es medida mediante ensayos en laboratorio a probetas de núcleos de barrenación, utilizando para ello prensas hidráulicas; se trata de una prueba destructiva. El ensayo consiste en la aplicación gradual de una fuerza axial a un cilindro de roca (probeta), hasta que se produce su rotura. El procedimiento para medir la UCS ha sido estandarizado por dos organizaciones, la Sociedad Americana para el Ensayo de Materiales y la Sociedad Internacional de Mecánica de Rocas (ASTM e ISRM respectivamente por sus siglas en inglés). La relación entre los esfuerzos aplicados en el ensayo es:

$$\sigma_1 \neq 0, \sigma_2 = \sigma_3 = 0$$

Donde: σ_1, σ_2 y σ_3 representan los esfuerzos principales

La resistencia a la compresión simple es un esfuerzo y se calcula a partir de:

$$UCS = \frac{P}{A} [MPa]$$

Donde:

P es la fuerza máxima aplicada a la probeta en (N);

A es el área original de una de las caras de la probeta (m²).

Según el estándar de la ISRM (1978) el ensayo debe cumplir con las siguientes condiciones:

- La relación Largo/Diámetro de la probeta debe ser de 2.5 a 3.0:1.
- El diámetro de la probeta debe ser mayor de 54mm (brocas de barreadón NX).
- El diámetro de la muestra debe ser mayor a 10 veces el tamaño medio del grano.

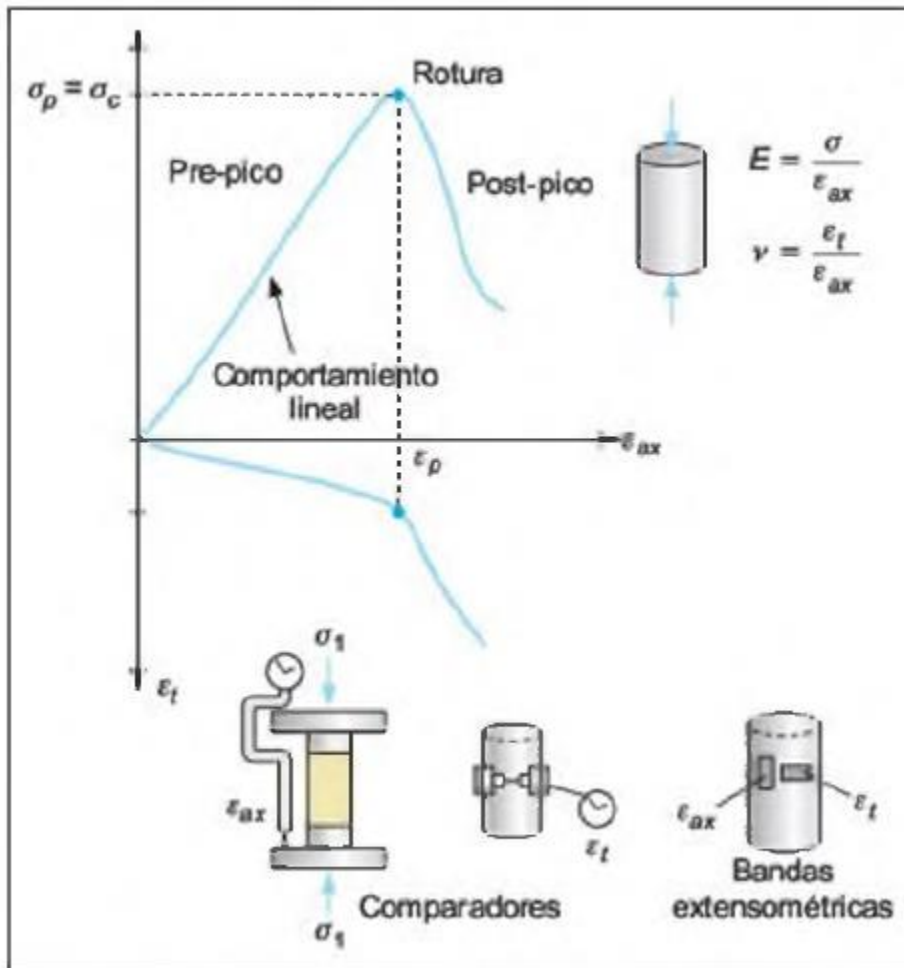
- Las bases de la probeta deben ser planas, paralelas entre ellas; además de perpendiculares al eje del cilindro, sin más de 0.001 radian de error.
- La velocidad de carga debe encontrarse entre los límites de 0.5 y 1.0 MPa/s.
- El número de muestras deberá ser determinado por consideraciones prácticas, pero se recomienda no menos de cinco.
- Las muestras no deben tener más de 30 días almacenadas para no perder su humedad natural.

El procedimiento descrito por Gonzales de Vallejo *et al.* (2002) es el siguiente:

1. Concebir una idea general de la roca en cuanto a su litología y estructuras.
2. Identificar las muestras.
3. Medir las dimensiones de la muestra para validar si satisface las condiciones del ensayo.
4. Se sitúa el testigo de tal forma que el pistón de la máquina quede paralelo a las caras transversales de la muestra
5. Se aumenta paulatinamente la carga impuesta registrándola en cada instante.
6. Una vez que falle el testigo se retira y se analizan las condiciones y modo de ruptura.

El ensayo además de medir la UCS pico de la roca permite obtener sus constantes elásticas: El módulo de Young (E) y el coeficiente de Poisson (ν). Es, por lo tanto, un ensayo para la clasificación de la roca por su resistencia y en función de su deformabilidad.

A partir del ensayo a compresión simple es posible obtener una curva esfuerzo-deformación. La curva esfuerzo-deformación representa una relación entre el esfuerzo aplicado a una probeta de roca y la deformación presentada. En la gráfica las ordenadas representan el esfuerzo al que está siendo sometida el testigo y las abscisas la deformación unitaria sufrida en el eje axial. La deformación unitaria es la relación entre el cambio en la longitud axial respecto a la longitud original. A partir de los valores del esfuerzo y de las deformaciones de la probeta en su campo elástico, se obtienen las constantes elásticas de la roca (E y ν).



Curva esfuerzo-deformación para un material lineal y constantes elásticas, (Gonzales de Vallejo et al., 2002).

La ley de Hooke define que para un material elástico la deformación es directamente proporcional al esfuerzo inducido y que además esta proporción es lineal. En otras palabras, explica que existe una constante de proporcionalidad lineal que relaciona la deformación con el esfuerzo aplicado al material, la siguiente expresión expresa dicha relación:

$$\sigma = E * \varepsilon$$

En esta ecuación ε representa la deformación unitaria y E , que es la constante de proporcionalidad, es precisamente el módulo de Young también conocido como módulo de elasticidad. El módulo de Young es la constante en materiales elásticamente lineales, donde las deformaciones son recuperables. Se puede observar que E representa la pendiente de una recta, que es efectivamente la curva esfuerzo-deformación. El módulo de Young puede entonces ser calculado de la siguiente forma:

$$E = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} [MPa]$$

Donde: $\Delta\sigma$ y $\Delta\varepsilon$ representan los cambios en los esfuerzos y las deformaciones unitarias respectivamente.

El coeficiente de Poisson (ν) es una constante elástica que proporciona una medida del estrechamiento de sección de un prisma de material elástico lineal e isotrópico cuando se estira longitudinalmente y se adelgaza en las direcciones perpendiculares a la de estiramiento.

$$\nu = \frac{\varepsilon_{axial}}{\varepsilon_{transversal}} [adimensional]$$

Anexo 2. Resistencia a la compresión simple con esclerómetro

Dentro de los métodos para estimar la resistencia a la compresión simple de la roca intacta de manera indirecta se encuentra la utilización del esclerómetro o martillo Schmidt. El esclerómetro es un dispositivo que permite la estimación aproximada del valor de resistencia a la compresión simple de la roca intacta en campo. Su uso está muy extendido dada la facilidad y rapidez de utilización.

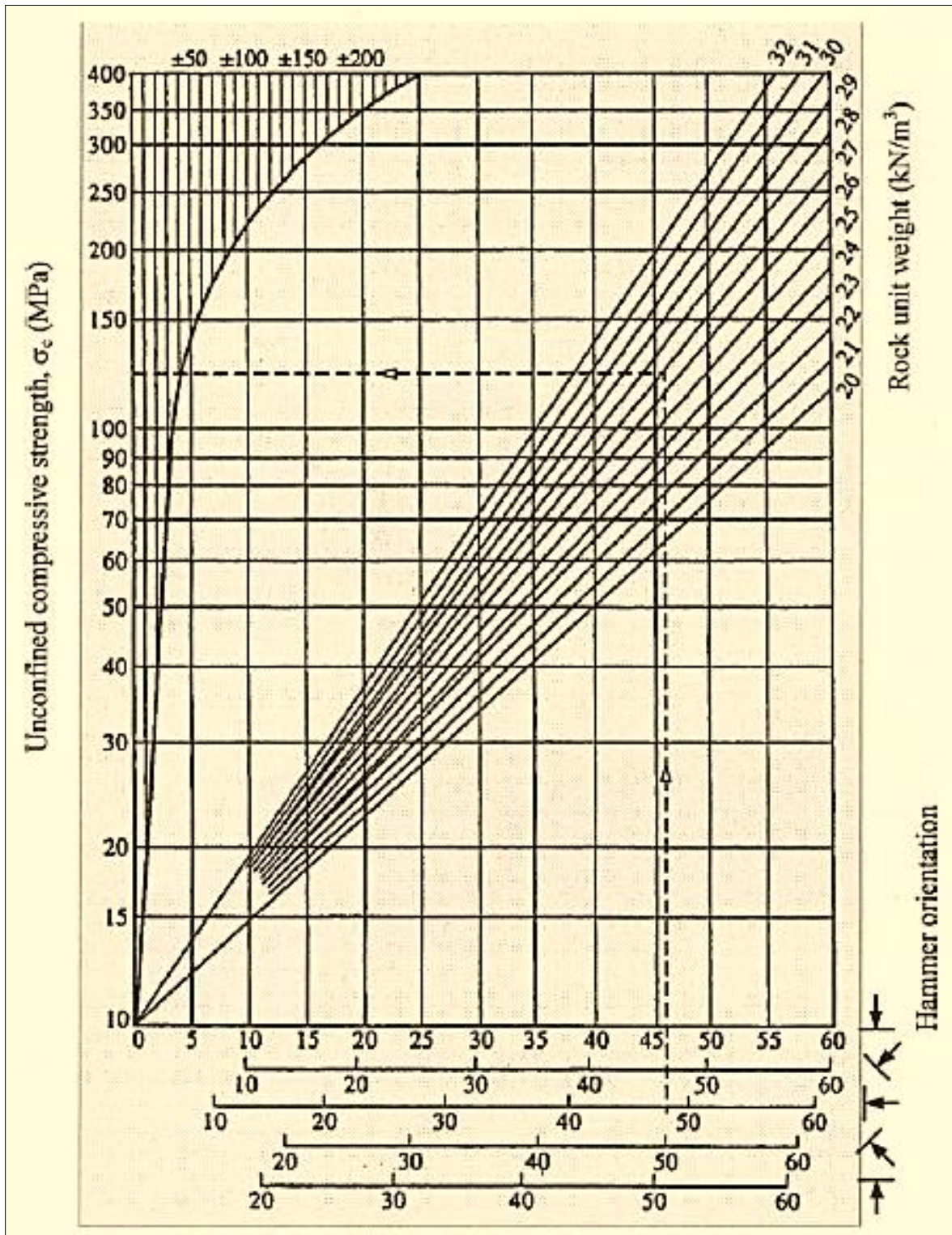
El esclerómetro consiste en un aparato de geometría cilíndrica que dispone de un muelle en su interior y de una punta y de una punta retráctil, la cual, al ser presionada contra la pared rocosa hace que el muelle se dispare.



Utilización de esclerómetro (González de Vallejo, et al., 2002).

El procedimiento consiste en limpiar la superficie a ensayar que debe estar lo más sana posible y libre de discontinuidades. A continuación, se posiciona el esclerómetro de manera perpendicular a la superficie, presionando hasta que salta el muelle. En función de la resistencia del material, que es la medición que se obtiene con el esclerómetro, el muelle sufre mayor o menor rebote que es reflejado en la escala del aparato. Los valores de rebote obtenidos se correlacionan mediante un ábaco con la resistencia a la compresión simple en función de la densidad de la roca y de la inclinación del martillo respecto de la superficie.

González de Vallejo, *et al.* (2002) recomienda dar por lo menos 10 mediciones en cada punto, eliminar los cinco valores más bajos y tomar el valor promedio de los restantes. En la misma línea aconseja disponer de algún valor de laboratorio de UCS que permita calibrar las medidas y establecer correlaciones. Zhang (2005) recomienda que la superficie a examinar debe ser lisa con menos de 0.002 mm de irregularidad, y preferiblemente el volumen estudiado debe ser de al menos 40 cm³ con 50 mm de espesor.



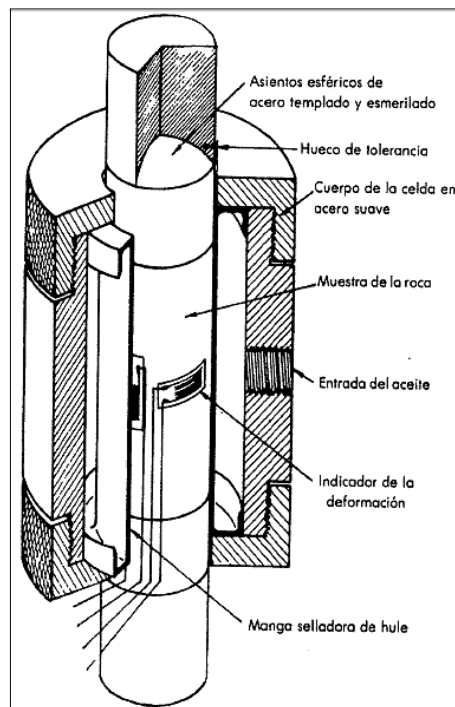
Ábaco de estimación de resistencia a la compresión simple en función del número de rebotes y la densidad de la roca (Zhang, 2005)

Anexo 3. Pruebas Triaxiales y Criterio de rotura de Mohr-Coulomb

Pruebas Triaxiales

Para cualquier punto del macizo rocoso el tensor de esfuerzos, en un sistema cartesiano, se define por seis componentes, tres normales σ_x , σ_y y σ_z y tres tangenciales τ_{xy} , τ_{yz} y τ_{xz} . Estas seis componentes pueden ser expresadas en función de tres componentes normales principales σ_1 , σ_2 y σ_3 , denominadas esfuerzos principales, las cuales pueden estar orientadas en cualquier sentido dentro del macizo rocoso. Para el caso de los materiales isótropos cualquier dirección es dirección principal.

Las pruebas triaxiales representan las condiciones de la roca *in situ* sometidas a esfuerzos confinantes. Lo anterior se logra con pruebas de laboratorio, aplicando presión hidráulica uniforme alrededor de una probeta de roca. En esta prueba se simulan los esfuerzos principales actuando sobre las muestras de roca. La muestra se somete a un esfuerzo σ_1 , que representa el esfuerzo principal mayor, actuando de manera axial en el sentido del eje de la muestra. Se realiza la suposición de que el esfuerzo principal medio (σ_2) y el esfuerzo principal menor (σ_3) son equivalentes ($\sigma_2 = \sigma_3$) y de valor igual a la presión de confinamiento en la cámara del aparato. Adicionalmente la muestra es preparada con extensómetros que registran las deformaciones sufridas en dirección de los esfuerzos principales.



Esquema de prensa utilizada en pruebas triaxiales (Hoek, 1985).

El procedimiento consiste en introducir probetas semejantes a las del ensayo uniaxial en cilindros de acero en los cuales se aplicará la presión hidráulica sobre las paredes de la probeta, la cual previamente se rodea de una membrana impermeable y flexible para aislarla del líquido a presión. Al inicio del ensayo se aplica simultáneamente la presión confinante y la presión axial en rangos iguales. Una vez que se ha alcanzado la presión confinante deseada, se incrementa la carga axial hasta conseguir la rotura de la probeta, siempre manteniendo la presión de confinamiento constante.

Los datos que se registran durante el ensayo son el esfuerzo axial máximo σ_1 , el esfuerzo de presión de confinamiento σ_3 , las respectivas deformaciones en las distintas direcciones y el ángulo del plano de fractura. Los resultados obtenidos dependen fundamentalmente, además de las características de la roca, de la presión confinante aplicada. La resistencia pico σ_1 aumentará según lo hace σ_3 , por lo que para poder generar un modelo de rotura deben tomarse distintas pruebas variando la magnitud de σ_3 .

Criterio de rotura de Mohr-Coulomb

Una de las formas para definir el comportamiento de rotura de una roca es mediante el estado de esfuerzos (González de Vallejo, 2002), tomando como resistencia de la roca el máximo esfuerzo que puede soportar. Tomando como punto de partida que σ_1, σ_2 y σ_3 son los esfuerzos principales, se define como criterio de rotura a la superficie f , que delimita un cierto dominio al que llamamos dominio elástico, expresado por la ecuación:

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0$$

Debido que los equipos utilizados para obtener los esfuerzos suelen tomar la convención de que $\sigma_2 = \sigma_3$, el criterio de rotura se define bidimensionalmente como:

$$f(\sigma_1, \sigma_3) = 0$$

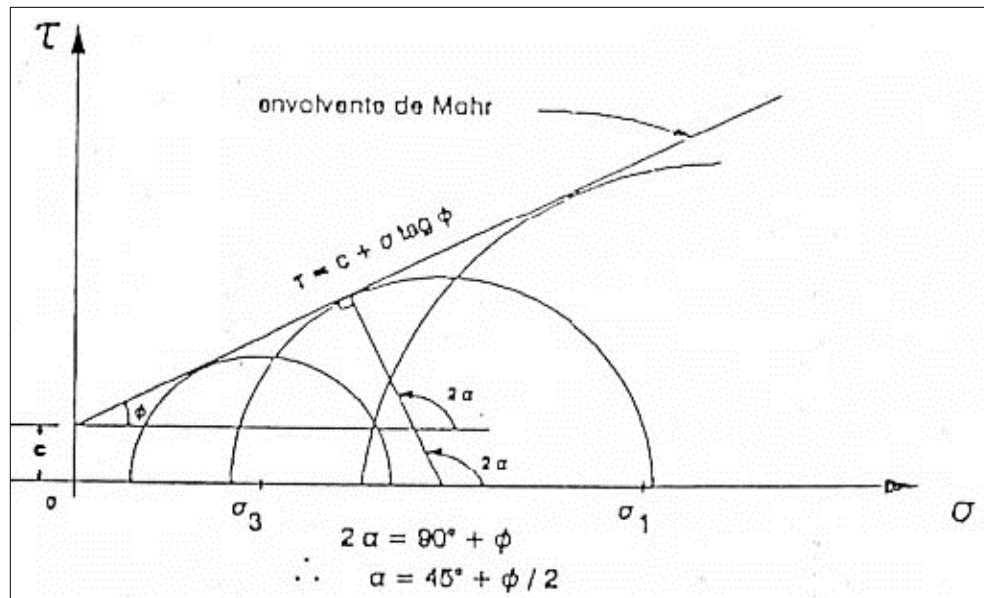
Los puntos representados encima del dominio elástico están en situación de rotura, mientras que los que se encuentran en la parte inferior están en estado elástico. Dependiendo de cómo se defina la superficie f se generan distintos criterios de rotura. Aquí se explica el criterio de rotura de Mohr-Coulomb.

Este criterio surge en el año de 1773 originalmente para el estudio de suelos. Es un criterio en el cual la ecuación que define la superficie de fluencia (f) es lineal. En este caso se define el criterio de rotura en función de los esfuerzos tangencial y normal en un plano. La expresión matemática de dicha ecuación es:

$$\tau = c + \sigma \tan(\Phi)$$

En donde c es la cohesión que representa el esfuerzo cortante que puede ser resistido sin que exista ningún esfuerzo normal aplicado, Φ es el ángulo formado por la recta definido como ángulo de fricción interna, σ y τ son los esfuerzos normal y tangencial respectivamente actuando en el plano de rotura.

Las pruebas triaxiales permiten determinar la envolvente lineal de resistencia del material rocoso ensayado, a partir de los cuales se pueden obtener sus parámetros resistentes que son la cohesión c y el ángulo de fricción interna ϕ . La envolvente se construye graficando los valores de σ_1 y σ_3 en un sistema cartesiano (σ, τ) y formando semicírculos, los cuales se unen con una recta tangente a todos ellos. La recta tangente define la envolvente de Mohr en donde el ángulo formado respecto a la horizontal es el ángulo de fricción interna y la ordenada al origen la cohesión.



Envolvente de Mohr en el espacio normal, tangencial.

Zhang (2005) explica que gran parte de los modelos numéricos y análisis de equilibrio límite están expresados en términos del criterio de rotura de Mohr-Coulomb. Por esta última razón es importante contar con un modelo de rotura definido a las condiciones de las rocas presentes en un yacimiento antes de comenzar a realizar modelación numérica.

Anexo 4. Criterio de rotura de Hoek y Brown

El criterio de rotura de Hoek y Brown es un criterio no lineal (a diferencia del criterio de Mohr-Coulomb) y puramente empírico. Se basa en la introducción de las principales características geológicas y geotécnicas del macizo rocoso para valorar la rotura del medio rocoso. El criterio de rotura de Hoek y Brown ha sido aceptado y aplicado en un gran número de proyectos a nivel mundial.

El criterio de rotura de Hoek y Brown fue introducido originalmente en 1980 (Hoek y Brown, 1980) en un intento de proporcionar datos de partida para el análisis de excavaciones subterráneas en roca competente. Fruto de la necesidad de analizar también macizos rocosos incompetentes surge el criterio de Hoek y Brown generalizado (Hoek *et al.*, 2002), en el cual se enfoca el presente anexo.

El criterio de rotura de Hoek y Brown, a diferencia del de Mohr-Coulomb, trabaja con los esfuerzos principales mayor y menor, sin tomar en cuenta los esfuerzos cortantes; además se enfoca en esfuerzos efectivos.

El criterio original se define con la expresión:

$$\sigma'_1 = \sigma'_3 + \sigma_{ci} \left(m \frac{\sigma'_3}{\sigma_{ci}} + s \right)^{0.5}$$

Donde σ'_1 y σ'_3 son los esfuerzos principales efectivos mayor y menor en el momento de rotura, σ_{ci} es la resistencia a la compresión simple de la roca intacta, m y s son las constantes de la roca ($s=1$ para roca intacta).

El criterio generalizado se expresa como:

$$\sigma'_1 = \sigma'_3 + \sigma_{ci} \left(m_b \frac{\sigma'_3}{\sigma_{ci}} + s \right)^a$$

Donde m_b es un valor reducido de la constante m_i del material y se calcula mediante:

$$m_b = m_i * e^{\left(\frac{GSI-100}{28-14D}\right)}; e = \text{número de Euler}$$

s y a son las constantes del macizo rocoso dadas por las siguientes relaciones:

$$s = e^{\left(\frac{GSI-100}{9-3D}\right)}$$

$$a = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \left(e^{-\frac{GSI}{15}} - e^{-\frac{20}{3}} \right)$$

D es un factor que depende del grado de alteración al que ha sido sometido el macizo rocoso per efectos de voladura o por la relajación de esfuerzos. Varía desde 0 para macizos rocosos *in situ* inalterados hasta 1 para macizos rocosos muy alterados. Tanto las tablas de m_i como de D se agregan al final de este anexo.

De lo anterior se deducir haciendo $\sigma'_3 = 0$ que la resistencia a la compresión del macizo rocoso es:

$$\sigma_c = \sigma_{ci} s^a$$

y la resistencia a la tracción haciendo $\sigma'_1 = \sigma'_3 = \sigma'_t$, que representa un estado de tensión biaxial:

$$\sigma_t = - \frac{s \sigma_{ci}}{m_b}$$

Debido a que gran parte del *software* geotécnico trabaja aún en términos del criterio de rotura de Mohr-Coulomb, se generaron ecuaciones de ajuste del criterio de Hoek y Brown en términos del ángulo de fricción y la resistencia cohesiva.

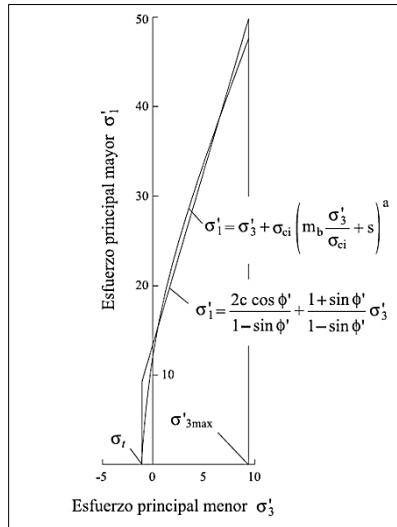
$$\Phi' = \text{sen}^{-1} \left[\frac{6am_b(s + m_b\sigma'_{3n})^{a-1}}{2(1+a)(2+a) + 6am_b(s + m_b\sigma'_{3n})^{a-1}} \right]$$

$$c' = \frac{\sigma_{ci}[(1+2a)s + (1-a)m_b\sigma'_{3n}](s + m_b\sigma'_{3n})^{a-1}}{(1+a)(2+a) \sqrt{1 + \frac{6am_b(s + m_b\sigma'_{3n})^{a-1}}{(1+a)(2+a)}}}$$

Siendo $\sigma'_{3n} = \sigma'_{3max}/\sigma_{ci}$, Hoek *et al.*, (2002) mencionan que el valor apropiado de σ'_{3max} depende de cada situación específica, considerando para túneles y taludes lo siguiente:

1. Túneles, donde el valor de σ'_{3max} es aquel valor que da curvas características similares para ambos criterios de rotura en caso de túneles profundos; o que da perfiles de subsidencia equivalentes para túneles superficiales.
2. Taludes, donde el factor de seguridad calculado, la forma y la ubicación de la superficie de rotura son equivalentes.

El criterio de Mohr-Coulomb también puede ser puesto en términos de los esfuerzos principales efectivos del criterio de Hoek y Brown.



Relaciones entre esfuerzos principales mayores y menores para el criterio de Hoek y Brown y el equivalente de Moh-Coulomb (Hoek et al., 2002).

Hoek et al (2002) proporcionan los valores para m_i dependiendo el tipo de roca y para D en función de inspecciones visuales.

Rocas sedimentarias		Rocas ígneas		Rocas metamórficas	
Tipo de roca	m_i	Tipo de roca	m_i	Tipo de roca	m_i
Anhidrita	12±2	Aglomerado	19±3	Anfibolita	26±6
Brecha	20±2	Andesita	25±5	Gneiss	28±5
Creta	7±2	Basalto	25±5	Hornfels	19±4
Lutita	4±2	Brecha	19±5	Mármol	9±3
Conglomerado	21±3	Dacita	25±3	Meta-arenisca	19±3
Caliza cristalina	12±3	Diabasa	15±5	Migmatita	29±3
Dolomita	9±3	Diorita	25±5	Filita	7±3
Grauvaca	18±3	Dolerita	16±5	Cuarcita	20±3
Talco	10±2	Gabro	27±3	Esquisto	10±3
Marga	7±2	Granito	32±3	Pizarra	7±4
Caliza micrítica	8±3	Granodiorita	29±3		
Arenisca	17±4	Norita	20±5		
Shale	6±2	Obsidiana	19±3		
Limolita	7±2	Peridotita	25±5		
Caliza esparítica	10±5	Pórfidos	20±5		
		Riolita	25±5		
		Toba	13±5		

Valores propuestos para m_i dependiendo el tipo de roca.




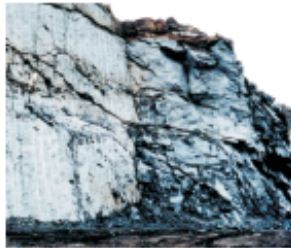

Apariencia del macizo rocoso	Descripción del macizo rocoso	Valor D sugerido
	<p>Excelente calidad de voladura controlada o excavación con tuneladora, TBM, con resultados de alteración mínima del macizo rocoso confinado circundante al túnel</p>	<p>$D = 0$</p>
	<p>Excavación mecánica o manual en macizos rocosos de mala calidad (sin voladuras) con una alteración mínima en el macizo rocoso circundante.</p> <p>Cuando aparezcan problemas de deformación en el piso durante el avance, la alteración puede ser severa a menos que se coloque una contrabóveda temporal, tal como se muestra en la fotografía.</p>	<p>$D = 0$</p> <p>$D = 0.5$ No invert</p>
	<p>Voladura de muy mala calidad en un túnel en roca competente con daños locales severos, extendiéndose 2 o 3 m en el macizo rocoso circundante.</p>	<p>$D = 0.8$</p>
	<p>Pequeñas voladuras en taludes de ingeniería civil dan lugar a pequeños daños al macizo rocoso, particularmente si se usan voladuras de contorno como se muestra en el lado izquierdo de la fotografía. Sin embargo la liberación de tensiones resulta en alguna alteración.</p>	<p>$D = 0.7$ Good blasting</p> <p>$D = 1.0$ Poor blasting</p>
	<p>Los taludes en las grandes minas a cielo abierto sufren alteraciones significativas debido a las grandes voladuras de producción y también debido a la relajación de tensiones al retirar el estéril de recubrimiento.</p> <p>En algunas rocas blandas la excavación puede llevarse a cabo mediante el ripado y empuje con tractores de orugas y el grado de afección a los taludes será menor.</p>	<p>$D = 1.0$ Production blasting</p> <p>$D = 0.7$ Mechanical excavation</p>

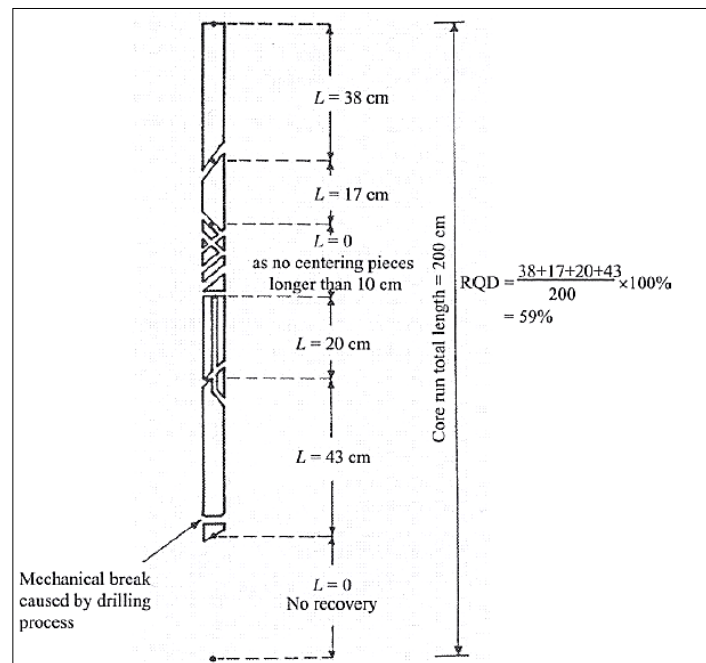
Tabla de valores para factor D (Hoek et al., 2002).

Anexo 5. Clasificaciones geomecánicas: RQD, GSI y Q

Las clasificaciones geomecánicas surgen a partir de la necesidad de categorizar los macizos rocosos para poder generar diseños y proyección de obras. Las clasificaciones geomecánicas tienen como objetivo el de proporcionar una evaluación de la calidad del macizo rocoso a partir de ensayos simples y observaciones de campo. Numerosos sistemas de clasificación de la roca han sido desarrollados incluyendo el “Rock Quality Designation” (RQD) implementada por primera vez por Deere (1963), el “Geological Strength Index” (GSI) propuesto por Hoek y Brown (1997) y el “Sistema Q” de Barton *et al.*, (1974) en los cuales se enfoca el presente anexo.

RQD

El RQD fue introducido por Deere en 1963 como un índice para asignar calidad de roca cuantitativamente. El RQD fue diseñado originalmente para ser medido en núcleos de barrenación a diamante, aunque numerosas correlaciones de campo han sido desarrolladas. El RQD es definido como la relación en porcentaje del total de la sumatoria de los tramos iguales o mayores a 10cm de un sondeo entre la longitud total del sondeo, la siguiente ecuación expresa esta definición:



Procedimiento para medir el RQD en un sondeo de barrenación (Zhang, 2005).

$$RQD = \frac{\sum \text{tramos} \geq 10 \text{ cm}}{\text{Longitud total barrenada}} \times 100 [\%]$$

En función del valor de RQD se puede dar una clasificación de calidad de roca de manera cualitativa, la cual se expresa en la siguiente tabla.

RQD (%)	Calidad de roca cualitativamente
< 25	Muy pobre
25 – 50	Pobre
50 – 75	Regular
75 – 90	Buena
90 - 100	Excelente

Correlación entre RQD y calidad de roca cualitativamente.

Zhang (2005) apunta que el RQD considerado, de manera aislada, como índice de clasificación de la roca no es suficiente para proveer una adecuada descripción de un macizo rocoso debido a que no toma en cuenta la orientación de las discontinuidades, su condición, relleno y algunas otras características. Sin embargo, se elige habitualmente para expresar el grado de fracturamiento de la roca de un macizo rocoso.

GSI

Hoek y Brown introdujeron el “Geological Strength Index (GSI) en 1997 con sistema de clasificación de macizos rocosos. El GSI es un sistema para la estimación de las propiedades geomecánicas del macizo rocoso a partir de observaciones de campo. Las observaciones se basan en la apariencia del macizo a nivel de estructura y a nivel de condición de superficie. A nivel de estructura se toma en cuenta el grado de fracturamiento y a nivel de superficie se consideran las condiciones de las juntas y el grado de alteración.

Hoek, *et al* (2005) explican que el GSI ha sido desarrollado para hacer frente a la necesidad de obtener datos confiables, particularmente aquellos relacionados con las propiedades del macizo rocoso necesarias para realizar análisis numéricos particularmente en túneles, taludes y cimentaciones.

El rango de valores que toma el GSI es de 1 a 100, siendo los valores cercanos a uno los de peor calidad del macizo rocoso y los cercanos a 100 de gran calidad.







<p>GEOLOGICAL STRENGTH INDEX FOR JOINTED ROCKS (Hoek and Marinos, 2000)</p> <p>From the lithology, structure and surface conditions of the discontinuities, estimate the average value of GSI. Do not try to be too precise. Quoting a range from 33 to 37 is more realistic than stating that GSI = 35. Note that the table does not apply to structurally controlled failures. Where weak planar structural planes are present in an unfavourable orientation with respect to the excavation face, these will dominate the rock mass behaviour. The shear strength of surfaces in rocks that are prone to deterioration as a result of changes in moisture content will be reduced if water is present. When working with rocks in the fair to very poor categories, a shift to the right may be made for wet conditions. Water pressure is dealt with by effective stress analysis.</p>		<p>SURFACE CONDITIONS</p> <p>VERY GOOD Very rough, fresh unweathered surfaces</p> <p>GOOD Rough, slightly weathered, iron stained surfaces</p> <p>FAIR Smooth, moderately weathered and altered surfaces</p> <p>POOR Slackensided, highly weathered surfaces with compact coatings or fillings or angular fragments</p> <p>VERY POOR Slackensided, highly weathered surfaces with soft clay coatings or fillings</p>				
<p>STRUCTURE</p>		<p>DECREASING SURFACE QUALITY →</p>				
 <p>INTACT OR MASSIVE - intact rock specimens or massive in situ rock with few widely spaced discontinuities</p>	90			N/A	N/A	
 <p>BLOCKY - well interlocked undisturbed rock mass consisting of cubical blocks formed by three intersecting discontinuity sets</p>	80	70				
 <p>VERY BLOCKY- interlocked, partially disturbed mass with multi-faceted angular blocks formed by 4 or more joint sets</p>		60	50			
 <p>BLOCKY/DISTURBED/SEAMY - folded with angular blocks formed by many intersecting discontinuity sets. Persistence of bedding planes or schistosity</p>			40	30		
 <p>DISINTEGRATED - poorly interlocked, heavily broken rock mass with mixture of angular and rounded rock pieces</p>				20		
 <p>LAMINATED/SHEARED - Lack of blockiness due to close spacing of weak schistosity or shear planes</p>	N/A	N/A			10	

Tabla general para calcular GSI (Hoek & Marinos, 2001).

Sistema Q

El sistema Q fue propuesto por Barton *et al* (1974). Este sistema de clasificación se desarrolló específicamente para diseño de soporte en túneles. El sistema Q se define por la ecuación:

$$Q = \frac{RQD}{J_n} \times \frac{J_r}{J_a} \times \frac{J_w}{SRF}$$

Donde RQD = Rock Quality Designation; J_n = número de familias de discontinuidades; J_r = número de rugosidad de las juntas, J_a = número de alteración de las juntas, J_w = número reductor por agua; y SRF = número reductor por esfuerzos.

El primer factor ($\frac{RQD}{J_n}$) representa la estructura del macizo rocoso, es la medida del tamaño de bloque. El segundo factor ($\frac{J_r}{J_a}$) representa la rugosidad y las características friccionantes de las paredes de las juntas o el relleno entre ellas. El tercer factor ($\frac{J_w}{SRF}$) consiste en dos parámetros de esfuerzos. El SRF es una medida de: 1) pérdida de carga en una excavación que atraviesa una zona de falla, 2) esfuerzos en roca competente, y 3) *squeezing* en rocas plásticas e incompetentes. El parámetro J_w es una medida de la presión de agua.

El valor de Q tiene un rango de valores desde 0.01 hasta 1000. La siguiente tabla describe los valores para los factores y la interpretación cualitativa del valor de Q.

J_n	Valor	J_w	Valor
Roca masiva	0.5 - 1	Excavaciones secas o con < 5 l/min localmente	1
Una familia de juntas	2	Afluencia media con lavado de algunas juntas	0.66
Id. Con otras juntas ocasionales	3	Afluencia importante por juntas limpias	0.5
Dos familias de juntas	4	Id. Con lavado de juntas	0.33
Id. Con otras juntas ocasionales	6	Afluencia excepcional inicial, decreciente con el tiempo	0.2 - 0.1
Tres familias de juntas	9	Id. Mantenido	0.1 - 0.05
Id. Con otras juntas ocasionales	12	SRF	Valor
Cuatro o más familias, roca muy fracturada	15	Zonas débiles intersectadas a la excavación	
Roca triturada	20	Multitud de zonas débiles	10
J_r	Valor	Zonas débiles aisladas, profundidad < 50m	5
Discontinuas	4	Id. Con profundidad > 50 m	2.5
Onduladas, rugosas	3	Abundantes zonas débiles de roca competente	7.5

Onduladas, lisas	2	Id. Con profundidad < 50 m	5
Onduladas, perfectamente lisas	1.5	Id. Con profundidad >50 m	2.5
Planas, rugosas o irregulares	1.5	Roca competente problemas tensionales en las rocas	
Planas, lisas	1	Pequeña cobertura	2.5
Planas y perfectamente lisas	0.5	Cobertura media	1
Juntas rellenas (relleno impide contacto de las caras)		Gran cobertura	0.5 - 2
Material arcilloso	1	En función de la relación de esfuerzos	
Material arenoso, de grava o triturado	1	UCS/ σ_1 > 200	2.5
Ja	Valor	UCS/ σ_1 : 10-200	1
Juntas sin minerales de relleno intermedio		UCS/ σ_1 : 10-5	0.5-2
Juntas de paredes sanas	0.75 - 1	Rocas expansivas	
Ligera alteración	2	Con presión de hinchamiento moderado	5 - 10
Alteraciones arcillosas	4	Con presión de hinchamiento alta	10 - 15
Juntas minerales de relleno con pequeño espesor		Calidad cualitativa	
Con partículas arenosas	4	Q	Calidad
Con minerales arcillosos no blandos	6	1000-400	Excepcionalmente buena
Con minerales arcillosos blandos	8	400-100	Extremadamente buena
Con minerales arcillosos expansivos	8 - 12	100-40	Muy buena
Juntas minerales de relleno con gran espesor		40-10	Buena
Con roca triturada/desintegrada y arcilla	6 - 12	10-4.1	Regular
Con zonas de arcilla limosa o arenosa	5	4-1.1	Pobre
Con zonas arcillosos (espesor grueso)	10 - 20	1-0.1	Muy pobre
		0.1-0.01	Extremadamente pobre
		0.01-0.001	Excepcionalmente pobre

Tabla de constantes del sistema Q, modificado de Barton et al. (1974).

Bibliografía

- Barton, N., Lien, R. & Lunde, J. (1974). Engineering classification of rock masses for the design of tunnel support. *Rock Mech.*, (6), pp. 189-236.
- Brady, B.H.G. & Brown, E.T. (2005). *Rock Mechanics for underground mining*. New York: Springer.
- Deree, D.U. (1963). Technical Description of Rock Cores for Engineering Purposes. *Ingenieurgeologie (Rock Mechanics and Engineering Geology)*, 1(1), pp. 16-22.
- Dyer, T.L., Peralta, E.R.P., Tietz, P. & Powell, R. (2016). *Technical Report and Preliminary Feasibility Study for the San Rafael Property, Sinaloa, Mexico*. Recuperado de: <http://bit.ly/2xBKW1Y>
- Esterhuizen, G.S., Dolinar, D. R. & Ellenberger, J. L. (2008). Pillar Strength and Design Methodology for Stone Mines. *En memorias de la XXVII Conferencia Internacional de control de Terreno en Minería: Morganton*, pp. 241–253.
- Esterhuizen, G.S., Dolinar, D.R., Ellenberger, J.L. & Proser, L.J. (2011). *Pillar and Roof Span Design Guidelines for Underground Stone Mines*. Pitsburg: NIOSH.
- Farmer, I. (1992). Room and Pillar Mining. En Hartman H.L. (Ed.). *SME Mining Engineering Handbook 2nd edition Vol. 2* (pp. 1681-1701). Colorado:SME.
- González de Vallejo, L.I., Ferrer, M., Ortuño, L. & Oteo, C. (2002). *Ingeniería Geológica*. Madrid: Pearson.
- Hamrin, H. (2001). Underground mining methods and applications. En Hustrulid, A. y Bullock, R. (Eds.). *Underground mining methods* (pp. 3-14). Colorado: SME.
- Hardy, M.P. & Agapito, J.F.T., (1977). Pillar desing in underground oil shale mines. *Desing Methods in Rock Mechanics, Proc. 16th U.S. Symp. Rock Mech:* Mineapolis, pp. 257-266.
- Hartman, H.L. (1987). *Introductory Mining Engineering*. New York: Jhon Wiley and sons INC.
- Hartman, H.L. (2002). *Introductory Mining Engineering second ed.* New York: John Wiley and sons INC.
- Hoek, E., Carranza-Torres, C. & Corkum, B. (2002). *Hoek-Brown failiture criterion-2002 Edition*. En Hammah, R., Bawden, W., Curran, J. & Telesnicki, M. (Eds.), *Memorias de NARMSTAC 2002, Mining Innovation and Technology*, Toronto: Universidad de Toronto, pp. 267-273.

- Hoek, E. & Brown, E.T. (1980). Empirical strength criterion for rock masses. *J. Geotech. Engng Div., ASCE 106(GT9)*, pp. 1013-1035.
- Hoek, E. & Brown, E.T. (1985). *Excavaciones Subterráneas en Roca*. México: McGraw-Hill.
- Hoek E. & Brown E.T. (1997). Practical estimates of rock mass strength. *Int. Journal of Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstracts 34*, pp. 1165-1186.
- Hoek E., Marinos V. & Marinos P. (2005). The geological strength index: applications and limitations. *Bull Eng. Geol. Env.*, 64, pp. 55-65.
- Hoek E. & Marinos P. (2001). Estimating the geotechnical properties of heterogeneous rock masses such as flysch. *Bull. Eng. Geol. Env.*, 60, pp. 85-92.
- Hudson, J.A. & Harrison, J.P. (1997). *Engineering rock mechanics an introduction to the principles*. Amsterdam: Pergamon.
- Hustrulid, W. (1982). *Underground Mining Methods Handbook*. New York: SME.
- ISRM (1978). Suggested methods for determining tensile strength of rock materials. *Int. Journal of Rock Mechanics Sciences & Geomechanics Abstracts 15*, pp. 99-103.
- ISRM (2015). Suggested method for determination of the Schmidt hammer rebound hardness: revised version. *Suggested Methods for Rock Characterization, Testing and Monitoring: 2007-2014 XIII*, 293, pp, 25-33.
- Klaus-Jürgen, B. (2014). *Finite Element Procedures*. Watertown: Pearson Education INC.
- López, A. (2003). *Fundamentos para la explotación de minas*. México: UNAM, Facultad de Ingeniería.
- Martínez, C., Alejos, L. & Rivera, J. (2012). *Reporte técnico del proyecto "San Rafael"*. Scorpio Mining Corporation, Cosalá, Sinaloa: Trabajo interno no publicado.
- Mathews, K.E., Hoek, E., Wyllie, D.C. & Stewart, S.B.V. (1981). Prediction of stable excavations for mining at depth below 1000 metres in hard rock. *CANMET Report DSS Serial No. OSQ80-00081, DSS File No. 17SQ.23440-0-9020*, Ottawa: Dept. Energy, Mines and Resources.
- Mawdesley, C., Trueman, R. & Whiten, W. J. (2001). Extending the Mathews Stability Graph for Open-Stope Design, *Mining technology*, 110(1), pp. 27-39.
- Potvin, Y. (1988). *Empirical open stope design in Canada*. Ph.D. Thesis, Dept. Mining and Mineral Processing, University of British Columbia.

- Priest, S.D. & Hudson, J. (1976). Discontinuity spacing in rock. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts* 13, pp. 135-138.
- Salamon, M.D.G. & Munro, A.H. (1967). A study of the strength of coal pillars. *J. S. Afr. Inst. Min. etall.*, 68(2), pp. 55-67.
- Singh K. H. and Hedley D. G. F. (1981). Review of fill mining technology in Canada. En Stephansson, O. & Jones, M.J.(Eds.). *Application of Rock Mechanics to Cut-&-Fill Mining* (pp. 11-24). London: Institution of Mining and Metallurgy.
- Singh, U.K., Jain, P.N., & Prasad, M. (1995). Post-Pillar Behaviour at Deep Levels in a Copper Mine. *International Journal of Rock Mechanichs and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts*, 32 (6), pp. 585-593.
- Zhang, L. (2005). *Engineering Properties of Rocks*. Londres: Elsevier.