



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
ENERGÍA-SOLAR FOTOTÉRMICA

**“CONCENTRADORES DIELECTRICOS CON REFLEXIÓN INTERNA TOTAL (DTIRC<sub>s</sub>) PARA  
APLICACIONES SOLARES: DISEÑO Y ANÁLISIS DE TRANSFERENCIA RADIATIVA”**

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
DOCTOR EN INGENIERÍA

PRESENTA:  
**M. en C. OMAR HUMBERTO CRUZ SILVA**

TUTOR PRINCIPAL  
DR. OSCAR A. JARAMILLO SALGADO, INSTITUTO DE ENERGÍAS RENOVABLES, UNAM

COMITÉ TUTOR  
DR. JESÚS ANTONIO DEL RÍO PORTILLA, INSTITUTO DE ENERGÍAS RENOVABLES, UNAM  
DR. MIGUEL ROBLES PÉREZ, INSTITUTO DE ENERGÍAS RENOVABLES, UNAM  
DR. RAFAEL CASTREJÓN GARCÍA, INSTITUTO NACIONAL DE ÓPTICA Y ELECTRÓNICA  
DR. JORGE OVIDIO AGUILAR AGUILAR, UNIVERSIDAD DE QUINTANA ROO

TEMIXCO, MORELOS, MARZO, 2018



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



JURADO ASIGNADO:

Presidente: DR. JESÚS ANTONIO DEL RÍO PORTILLA

Secretario: DR. MIGUEL ROBLES PÉREZ

Vocal: DR. OSCAR A. JARAMILLO SALGADO

1<sup>er</sup>. Suplente: DR. RAFAEL CASTREJÓN GARCÍA

2<sup>do</sup>. Suplente: DR. JORGE OVIDIO AGUILAR AGUILAR

Lugar o lugares donde se realizó la tesis: INSTITUTO DE ENERGÍAS RENOVABLES, UNAM.  
TEMIXCO, MORELOS.

TUTOR DE TESIS:

DR. JARAMILLO SALGADO OSCAR A.

-----  
FIRMA



## Resumen

Un adecuado aprovechamiento la energía solar requiere concentradores ópticos eficientes. En Sistemas de Concentración Fotovoltaica (CPV), el diseño de un concentrador óptico que reduzca óptimamente el área de la celda solar y al mismo tiempo suministre un flujo solar homogéneo, mejorará el rendimiento de la celda y por lo tanto reducirá el costo por  $kWh$  producido. Por otra parte, en Sistemas Termosolares de Concentración (CSP), un concentrador que minimice el área del absorbedor reducirá las pérdidas por radiación térmica, mejorando la eficiencia en la conversión fototérmica. Además, si el diseño del concentrador considera geometrías adaptables a los requerimientos de la aplicación, el interés por el estudio de este tipo de dispositivos ópticos se vuelve potencialmente amplio.

En esta tesis se estudia el diseño de concentradores ópticos de no imagen denominados DTIRC (*Dielectric Totally Internally Reflecting Concentrators*), dispositivos que alcanzan una concentración geométrica cercana a la máxima concentración teórica (límite termodinámico). En este trabajo se reestructura la formulación original del diseño de tales dispositivos bajo la consideración de la Conservación del *Étendue* en el sistema óptico. Tal consideración permite superar los inconvenientes de un ajuste numérico del perfil para la obtención de un diseño factible. De esta manera, una completa formulación analítica que contempla no solo diseños con geometría esférica, sino también diseños con geometrías parabólicas y elípticas es obtenida. Expresiones para la concentración geométrica y la altura del concentrador en función de parámetros geométricos de diseño demuestran que la disminución de la curvatura de la superficie frontal y del campo de visión angular (ángulo de aceptación) aumenta el tamaño y la concentración geométrica del dispositivo. Con tales expresiones es posible reproducir diseños de concentradores DTIRC reportados en la literatura, lo cual valida el modelo propuesto.

Por su alta concentración y tamaños compactos los DTIRCs son implementados como concentradores secundarios en diseños de sistemas de concentración solar de dos etapas. Resultados de simulaciones muestran altas concentraciones, de  $40\times$  y  $230\times$ , y una distribución de flujo solar homogénea sobre el receptor de dos sistemas de concentración diferentes que tienen como concentrador principal un Reflector Linear Fresnel (LFR) y Concentrador de Canal Parabólico (PTC), respectivamente.

La transmisión de alto flujo radiativo a través del DTIRC requirió un estudio de transferencia de calor con la finalidad de conocer su respuesta térmica. Para este estudio se propone un esquema que permite resolver con simplicidad la Ecuación de Energía. Tal esquema asume una contribución despreciable del término de intensidad de cuerpo negro, un medio dieléctrico no dispersivo y un coeficiente de absorción promedio representativo del medio. La solución numérica de la Ecuación de Energía, considerada únicamente para el caso estacionario, está basada en la Técnica de Transformación de Coordenadas de Thompson con el propósito de garantizar la precisión de cómputo. El modelo propuesto permite la predicción tanto de la distribución de flujo radiativo como del comportamiento térmico del concentrador para algunos diseños de DTIRCs estudiados. Para diseños altamente transparentes, distribuciones suaves de temperaturas que van desde la parte central, donde se registra la mayor temperatura, hasta la frontera de los concentradores son observadas. De esta forma, de acuerdo con la eficiencia óptica, la distribución de flujo solar y la distribución de temperatura observadas en los DTIRCs, aplicaciones fotovoltaicas o aplicaciones fototérmicas de mediana concentración pueden ser recomendadas.



# Índice general

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Índice de figuras</b>  | <b>9</b>  |
| <b>Índice de tablas</b>   | <b>13</b> |
| <b>Nomenclatura</b>   | <b>15</b> |
| <b>1. Introducción</b>  | <b>19</b> |
| 1.1. Panorama energético global   | 19        |
| 1.1.1. Participación de las Energías Renovables                                       | 22        |
| 1.2. Perspectiva energética en México   | 22        |
| 1.3. Justificación y objetivos de la investigación                                    | 24        |
| 1.4. Estructura de la tesis   | 25        |
| <b>2. Antecedentes</b>  | <b>27</b> |
| 2.1. Sistemas ópticos de no-imagen  | 27        |
| 2.2. Estado del arte de los DTIRCs  | 29        |
| 2.3. Conceptos de óptica de no-imagen   | 37        |
| 2.3.1. Principio de Fermat  | 37        |
| 2.3.2. Algoritmo edge-ray   | 38        |
| 2.3.3. Etendue  | 39        |
| <b>3. Diseño de Concentradores Dieléctricos con Reflexión Interna Total</b>           | <b>43</b> |
| 3.1. Formulación analítica para el diseño de un DTIRC. Método de Conservación de Fase | 43        |
| 3.2. Conservación del etendue en DTIRCs   | 47        |
| 3.3. Validación del modelo  | 50        |
| 3.4. Diseños DTIRC con superficies frontales parabólicas y elípticas                  | 52        |
| 3.5. Aplicaciones solares   | 54        |
| 3.5.1. Sistema Reflector Linear Fresnel-DTIRC   | 54        |
| 3.5.2. Sistema Concentrador de Canal Parabólico-DTIRC                                 | 56        |
| <b>4. Estudio de transferencia de calor en un DTIRC</b>                               | <b>59</b> |
| 4.1. Generación de malla  | 59        |
| 4.1.1. Solución al problema de generación de malla                                    | 62        |
| 4.2. Problema de transferencia de calor en dispositivos DTIRC                         | 66        |
| 4.2.1. Sistema de concentración solar   | 66        |
| 4.2.2. Análisis térmico   | 67        |
| 4.2.3. Discretización del problema de transferencia de calor                          | 69        |
| 4.2.4. Resultados   | 71        |
| <b>5. Conclusiones</b>  | <b>79</b> |
| <b>A. Transformación de coordenadas</b>   | <b>83</b> |



|  |    |
|--|----|
| B. Aproximaciones por diferencias finitas                  | 85 |
| C. Método de Concentración Máxima                          | 87 |
| D. Código para la generación de malla                      | 89 |
| E. Código para resolver la Ecuación de Energía en un DTIRC | 93 |
| Bibliografía   | 97 |

# Índice de figuras

|   |    |
|---|----|
| 1.1. Mapa de la variación en la demanda de energéticos primarios para el periodo 2016-2040 <sup>1</sup> (tomado de IEA (2017)). . . . .   | 20 |
| 1.2. Comparativo de la variación en la demanda de energéticos por tipos de fuente <sup>2</sup> entre los periodos 1990-2016 y 2016-2040 (tomado de IEA (2017)). . . . .   | 21 |
| 1.3. Comparativo de la demanda de electricidad por región y por sector para el periodo 2016-2040 (tomado de IEA (2017)). . . . .  | 21 |
| 1.4. Comparativo del aumento en la capacidad generada por fuente de energía entre los periodos 2010-2016 y 2017-2040 (tomado de IEA (2017)). . . . .  | 22 |
| 1.5. Estructura de la producción de energía primaria en México, 2016 (tomado de SENER (2017)). . . . .  | 23 |
| 1.6. Panorama de los principales mercados mundiales del sector fotovoltaico para el periodo 2017-2021 en (a) nueva capacidad generada, (b) capacidad total generada ( <i>GW</i> ) para el mejor escenario (color amarillo) y para un escenario de mercado desfavorable (color naranja) (tomados de SolarPower Europe (2017)). . . . . | 23 |
|   |    |
| 2.1. Familia de DTIRCs con una misma concentración geométrica pero con diferentes curvaturas de las superficies frontales (tomado de Ning et al. (1987b)). . . . .  | 29 |
| 2.2. Sistema de concentración lente Fresnel-DTIRC. El plano del concentrador secundario coincide con el plano focal de la lente Fresnel (tomado de Ning et al. (1987a)). . . . .  | 30 |
| 2.3. (a) DTIRC con varilla extractora de flujo radiativo, ambos acoplados a un motor de propulsión (tomado de Piszczor Jr and Macosko (2000)), (b) comparativo DTIRC contra CPC reflectivo, ambos usados como concentradores secundarios de un sistema termosolar de alta temperatura (tomado de Wong and Macosko (1999)). . . . .    | 31 |
| 2.4. (a) Sección transversal de una antena óptica DTIRC, (b) arreglo de antenas DTIRC (tomados de Ramirez-Iniguez and Green (2005)). . . . .  | 32 |
| 2.5. (a) Interior del conservatorio del Centro de Investigación en Energía (ECN) en Petten, Países Bajos. En la foto se aprecian módulos BIVPs para la cogeneración de electricidad e iluminación (tomado de Prasad and Snow (2014)), (b) diseño de un DTIRC 2D lineal (tomado de Muhammad-Sukki et al. (2011)). . . . .              | 33 |
| 2.6. Sección trasnversal de un colimador DTIRC con una fuente de luz (tomado de Ramirez-Iniguez et al. (2011)). . . . .   | 34 |
| 2.7. (a) Sistema láser Nd:YAG por bombeo solar con una lente Fresnel y un cabezal láser ubicado en su zona focal, (b) cabezal láser integrado por un DTIRC acoplado a una cavidad de bombeo de forma cónica donde una varilla de Nd:YAG es colocada (tomados de Liang and Almeida (2011)). . . . .                                    | 35 |
| 2.8. Concentrador de canal parabólico con un arreglo de concentradores secundarios del tipo DTIRC con diferentes opciones de seguimiento solar (tomado de Cooper et al. (2013)). . . . .  | 36 |
| 2.9. (a) Generación de un MSDTIRC a partir de un diseño 2D, (b) diferentes vistas de un MSDTIRC (tomados de Muhammad-Sukki et al. (2014)). . . . .  | 36 |
| 2.10. (a) Geometría de un DTIRC modificado con un receptor vertical inmerso en el concentrador, (b) trazado de rayos sobre el DTIRC modificado (tomados de Thomsen et al. (2015)). . . . .  | 37 |

|  |    |
|--|----|
| 2.11. (a) Rayos a través de un sistema óptico emitidos desde una fuente $O$ y frentes de ondas generados (líneas segmentadas) (tomado de Ramirez-Iniguez et al. (2008)), (b) caminos ópticos entre dos puntos $A$ y $B$ . La línea continua es el único camino óptico físicamente posible (tomado de Winston et al. (2005)). . . . .   | 38 |
| 2.12. Construcción de un CPC 2D mediante el algoritmo edge-ray (tomado de Winston et al. (2005)).  | 39 |
| 2.13. (a) Fuente esférica $S_R$ iluminando las superficies $A_1$ y $A_2$ , (b) la superficie $A_2$ separando dos medios con índices de refracción $n_1$ y $n_2$ (tomados de Chaves (2015)). . . . .  | 40 |
| 2.14. (a) Definición de diferencial de etendue (tomado de Chaves (2015)), (b) geometría de un concentrador óptico con simetría axial (tomado de Leutz and Suzuki (2012)). . . . .  | 41 |
| 3.1. Sección transversal y geometría de un DTIRC. . . . .  | 44 |
| 3.2. Diseños 2D de concentradores DTIRC obtenidos mediante los métodos PCM y MCM, con parámetros de entrada (a) $\theta_a = 22^\circ$ , $d_0 = 1$ , $\varphi = 50^\circ$ , $n = 1.5$ , (b) $\theta_a = 28^\circ$ , $d_0 = 1$ , $\varphi = 30^\circ$ , $n = 1.5$ . . . . .  | 47 |
| 3.3. Coordenadas polares del perfil de un DTIRC como función del ángulo de incidencia $\theta$ , correspondiente a la familia de soluciones para un diseño con parámetros de entrada $\theta_a = 22^\circ$ , $d_0 = 2.63$ , $\varphi = 30^\circ$ , $n = 1.5$ . . . . .   | 48 |
| 3.4. Diseños 2D correspondientes a la familia de soluciones de un DTIRC con parámetros de entrada $\theta_a = 22^\circ$ , $d_0 = 2.63$ , $\varphi = 30^\circ$ , $n = 1.5$ , con diferentes valores para $d_1$ . . . . .  | 48 |
| 3.5. Procedimiento para la generación de un diseño DTIRC mediante a) la formulación original PCM, b) la formulación PCM que considera la conservación del etendue. . . . .   | 49 |
| 3.6. Concentración geométrica como función de (a) ángulo de aceptación (para $n = 1.5$ ), (b) arco de la superficie frontal (para $n = 1.5$ ), (c) índice de refracción (para $\phi = 30^\circ$ ); altura normalizada con la apertura de salida como función de (d) ángulo de aceptación (para $n = 1.5$ ), (e) arco de la superficie frontal (para $n = 1.5$ ), (f) índice de refracción (para $\phi = 30^\circ$ ). . . . . | 51 |
| 3.7. Diseños equivalentes DTIRC, PDTIRC y EDTIRC con parámetros de entrada $\theta_a = 22^\circ$ , $d_0 = 1$ , $\varphi = 50^\circ$ , $n = 1.5$ , y con razón de ejes $q = 0.8$ para el EDTIRC. . . . .  | 52 |
| 3.8. Altura normalizada con la apertura de salida como función del (a) ángulo de aceptación, (b) ángulo de la superficie frontal, para diseños DTIRC, PDTIRC y EDTIRC. . . . .   | 54 |
| 3.9. Trazado de rayos en sistema LFR-DTIRC con orientación del sol (a) en posición Zenital, (b) con ángulo de declinación $45^\circ$ ; (c) en sistema PTC-DTIRC con el sol en el Zenit, (d) en el interior de un DTIRC como concentrador secundario. . . . .   | 55 |
| 3.10. Distribución del flujo solar sobre el receptor del LFR-DTIRC (Figs. (a) y (b)) y sobre el receptor del PTC-DTIRC (Figs. (c) y (d)), usando concentradores equivalentes DTIRC, PDTIRC y EDTIRC. La distribuciones 3D (Figs. (b) y (d)) son generadas con DTIRCs con superficies frontales esféricas. En las simulaciones $2.5 \times 10^7$ rayos fueron utilizados. . . . .   | 57 |
| 4.1. Mapeo de una (a) región física irregular a una (b) región regular de dominio computacional (adaptados de Ozisik (1994)). . . . .  | 60 |
| 4.2. Las líneas $\xi = const.$ atraídas hacia (a) la línea $\xi = \xi_i$ , (b) el punto $(\xi_i, \eta_i)$ (adaptados de Ozisik (1994)). . . . .  | 62 |
| 4.3. Numeración de nodos de malla en el plano computacional $\xi, \eta$ . . . . .  | 63 |
| 4.4. Mallas sobre la regiones de DTIRCs sujetas a (a) ortogonalidad de las líneas que cruzan el eje del concentrador ( $x = 0$ ), (b) distribución equidistante de los nodos sobre la frontera y eje del concentrador. Las regiones corresponden a los concentradores NLASF45 y NSK2, respectivamente. Ambas mallas con $50 \times 100$ nodos, con tendencia a la uniformidad ( $P = Q = 0$ ) y error $< 0.00005$ . . . . .  | 65 |
| 4.5. Mallas sobre la región del DTIRC concentrador-SodaLime con (a) $30 \times 30$ nodos y coeficientes de amplitud $a_i = 20, b_i = 0$ , (b) $75 \times 75$ nodos y coeficientes de amplitud $a_i = 300, b_i = 0$ para $i = 1, 2, 3, 4$ , que corresponden a cada uno de los cuatro contornos. Ambas mallas con coeficiente decaimiento $c_i = 0.1$ y error $< 0.00005$ . . . . .   | 65 |
| 4.6. Diseño sin escala del sistema de concentración LFR-DTIRC (adaptado de Jaramillo et al. (2016)). . . . .   | 66 |
| 4.7. Intensidad radiativa local en un medio óptico (adaptado de Modest (2013)). . . . .  | 68 |

|   |    |
|---|----|
| 4.8. Geometría de un DTIRC y sus contornos $C_1, C_2, C_3$ y $C_4$ . Aquí $H$ es la altura del concentrador.  | 69 |
| 4.9. Distribuciones de flujo solar en algunos niveles de altura para el concentrador-NLASF45 usando $1 \times 10^6$ rayos en las simulaciones. El nivel $0.0 H$ está en la apertura de salida (contorno $C_2$ ) y el nivel $0.89 H$ está muy cerca de la superficie frontal del DTIRC (contorno $C_4$ ). Aquí el medio aún no es considerado participativo.         | 72 |
| 4.10. Distribución global del flujo solar después de la interpolación para (a) concentrador-NLASF45 y (b) concentrador-NSK2, con un arreglo de 45 planos virtuales uniformemente espaciados a lo largo del eje del concentrador.  | 72 |
| 4.11. Distribución de la trayectoria media de los rayos en algunos niveles de altura para (a) concentrador-NLASF45 y (b) concentrador-NSK2. Aquí el nivel $0.0 H$ está en el contorno de la apertura de salida ( $C_2$ ).   | 73 |
| 4.12. Transmitancia interna espectral para los vidrios N-LASF45 HT, N-SK2 HT y Soda lime, medida en placas de espesor $2.5 \text{ cm}$ (Sch). En el fondo, la AM1.5 irradiancia solar espectral directa $B_\lambda$ (NRE).  | 74 |
| 4.13. (a) Distribución de temperaturas en el concentrador-NLASF45, (b) temperaturas a lo largo de los contornos $C_j$ del concentrador.   | 75 |
| 4.14. (a) Distribución de temperaturas en el concentrador-NSK2, (b) temperaturas a lo largo de los contornos $C_j$ del concentrador.  | 76 |
| 4.15. (a) Distribución de temperaturas en el concentrador-Sodalime, (b) temperaturas a lo largo de los contornos $C_j$ del concentrador.  | 76 |
| 4.16. (a) Medición de las longitudes de contorno $L_{C_j}$ y (b) temperatura normalizada $\Theta_{C_j}$ a lo largo cada longitud de contorno normalizada $\Lambda_{C_j}$ . En la Fig. (b) las líneas continuas corresponden a las temperaturas del concentrador NLASF45, mientras que las líneas segmentadas corresponden a las temperaturas del concentrador NSK2. | 77 |
| 4.17. Precisión de la temperatura a lo largo del eje del concentrador NLASF45 ( $C_1$ ) al variar el número de subdivisiones de la malla.   | 77 |
| A.1. Vectores unitarios ortogonales a las líneas $\xi = \text{const.}$ y $\eta = \text{const.}$ en el dominio computacional.  | 84 |
| C.1. Geometría del perfil $P_2$ - $P_3$ de un DTIRC de acuerdo al método MCM.   | 87 |



# Índice de tablas

|  |    |
|--|----|
| 2.1. Comparativo de SolarBrane contra Panel Solar convencional (tomada de Muhammad-Sukki et al. (2010)) . . . . .          | 33 |
| 3.1. Expresiones para los parámetros (P) que definen la geometría de un diseño DTIRC. . . . .                              | 53 |
| 3.2. Parámetros geométricos del LFR-DTIRC . . . . .  | 56 |
| 3.3. Parámetros geométricos del PTC-DTIRC . . . . .  | 57 |
| 4.1. Parámetros de diseño para los DTIRCs y propiedades térmicas y ópticas para los materiales dieléctricos (Sch). . . . . | 74 |
| 4.2. Potencias radiativas de entrada, de salida y absorbida, y la eficiencia de los DTIRCs. . . . .                        | 78 |



# Nomenclatura

## Símbolos

|                         |   |   |
|-------------------------|---|---|
| $\bar{a}$               | Semieje mayor de la superficie frontal esférica           | [cm]  |
| $B_\lambda$             | Irradiancia solar espectral                               | [kWm <sup>-2</sup> nm <sup>-1</sup> ]                 |
| $c_p$                   | Calor específico  | [Jkg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> ]                  |
| $C$                     | Camino óptico   | [cm]  |
| $C_{3D}$                | Concentración geométrica 3D                               | [-]   |
| $C_{max}$               | Concentración máxima 3D (límite termodinámico)            | [-]   |
| $C_j$                   | j-ésimo Contorno ( $j = 1, 2, 3, 4$ )                     |   |
| $d_0$                   | Apertura de salida  | [cm]  |
| $d_1$                   | Apertura de entrada                                       | [cm]  |
| $dL_{C_j}$              | Diferencial de longitud del j-ésimo contorno              | [cm]  |
| $e$                     | Cuerda  | [cm]  |
| $F(x, y)$               | Flujo solar   | [kWm <sup>-2</sup> ]                                  |
| $F_{C_j}(x, y)$         | Distribución del flujo solar sobre el j-ésimo contorno    | [kWm <sup>-2</sup> ]                                  |
| $G_\lambda$             | Radiación incidente                                       | [Wm <sup>-2</sup> nm <sup>-1</sup> ]                  |
| $h$                     | Altura de la superficie frontal                           | [cm]  |
| $h$                     | Coefficiente de transferencia de calor convectivo         | [JK <sup>-1</sup> m <sup>-1</sup> ]                   |
| $H$                     | Altura del concentrador                                   | [cm]  |
| $I_\lambda$             | Intensidad radiativa                                      | [Wm <sup>-2</sup> sr <sup>-1</sup> nm <sup>-1</sup> ] |
| $I_\lambda^0$           | Intensidad radiativa en la frontera del medio             | [Wm <sup>-2</sup> sr <sup>-1</sup> nm <sup>-1</sup> ] |
| $I_{b\lambda}$          | Intensidad de cuerpo negro                                | [Wm <sup>-2</sup> nm <sup>-1</sup> ]                  |
| $J$                     | Jacobiano de la transformación                            |   |
| $k$                     | Conductividad térmica                                     | [WK <sup>-1</sup> m <sup>-1</sup> ]                   |
| $l_k$                   | k-ésimo elemento del camino del rayo ( $k = 1, 2, 3, 4$ ) | [cm]  |
| $L_{C_j}^{m\acute{a}x}$ | Tamaño del contorno                                       | [cm]  |
| $L_{C_j}$               | Longitud del contorno                                     | [cm]  |



|                              |   |                    |
|------------------------------|---|--------------------|
| $n$                          | Índice de refracción                                  | $[-]$              |
| $p$                          | Foco de la superficie frontal parabólica              | $[cm]$             |
| $P(\xi, \eta), Q(\xi, \eta)$ | Funciones de control de malla                         |                    |
| $q$                          | Razón de eje menor a eje mayor                        | $[-]$              |
| $\mathbf{q}_c$               | Flujo de calor por conducción                         | $[Wm^{-2}]$        |
| $\mathbf{q}_r$               | Flujo de calor radiativo                              | $[Wm^{-2}]$        |
| $Q_{in}$                     | Potencia radiativa en la entrada                      | $[kW]$             |
| $Q_{out}$                    | Potencia radiativa en la salida                       | $[kW]$             |
| $\mathbf{r}$                 | Vector de posición                                    | $[cm]$             |
| $R$                          | Radio de la superficie frontal                        | $[cm]$             |
| $s$                          | Longitud del camino geométrico                        | $[cm]$             |
| $\bar{s}$                    | Longitud del camino geométrico de todos los rayos     | $[cm]$             |
| $\mathbf{s}$                 | Vector en la dirección de propagación de la radiación | $[cm]$             |
| $S(\tau', \mathbf{s})$       | Función fuente  | $[Wm^{-2}nm^{-1}]$ |
| $T$                          | Temperatura absoluta                                  | $[K]$              |
| $T_{\min}$                   | Temperatura mínima                                    | $[^{\circ}C]$      |
| $T_{\max}$                   | Temperatura máxima                                    | $[^{\circ}C]$      |
| $T_{amb}$                    | Temperatura ambiente                                  | $[^{\circ}C]$      |
| $T_g$                        | Temperatura de transición vítrea                      | $[^{\circ}C]$      |

### Símbolos Griegos

|                         |  |                    |
|-------------------------|--|--------------------|
| $\alpha$                | Ángulo entre cuerda y frente de onda incidente | $[Deg]$            |
| $\alpha, \beta, \gamma$ | Coefficientes geométricos                      |                    |
| $\epsilon$              | Excentricidad                                  | $[-]$              |
| $\eta$                  | Eficiencia del concentrador secundario         | $[-]$              |
| $\theta$                | Ángulo de incidencia                           | $[Deg]$            |
| $\theta'$               | Ángulo de refracción                           | $[Deg]$            |
| $\theta_0$              | Ángulo de salida                               | $[Deg]$            |
| $\theta_a$              | Ángulo de aceptación                           | $[Deg]$            |
| $\theta_c$              | Ángulo crítico                                 | $[Deg]$            |
| $\Theta$                | Máximo ángulo de refracción                    | $[Deg]$            |
| $\Theta_{C_j}$          | Temperatura normalizada                        | $[-]$              |
| $\kappa_{\lambda}$      | Coefficiente de absorción lineal               | $[cm^{-1}nm^{-1}]$ |
| $\bar{\kappa}$          | Coefficiente de absorción lineal promedio      | $[cm^{-1}]$        |

|                       |   |                      |
|-----------------------|---|----------------------|
| $\Lambda_{C_j}$       | Longitud normalizada del j-ésimo contorno | [—]                  |
| $\rho$                | Densidad                                  | [ $Kgm^{-3}$ ]       |
| $\sigma_\lambda$      | Coefficiente de dispersión                | [ $cm^{-1}nm^{-1}$ ] |
| $\tau_\lambda$        | Espesor óptico                            | [—]                  |
| $\tau_{r\lambda}$     | Transmitancia interna espectral           | [ $nm^{-1}$ ]        |
| $\phi(\mathbf{r}, t)$ | Fuente volumétrica de energía             | [ $Wm^{-3}$ ]        |
| $\varphi$             | Ángulo de la superficie frontal           | [ $Deg$ ]            |
| $\omega_\lambda$      | Albedo de dispersión                      | [—]                  |

**Otros**

|               |  |          |
|---------------|--|----------|
| $(\xi, \eta)$ | Coordenadas del plano computacional                                  |          |
| $(r, \phi)$   | Coordenadas polares del punto de incidencia con referencia a un foco |          |
| $(x, y)$      | Coordenadas del perfil   |          |
| $(x, y)$      | Coordenadas del plano físico   |          |
| $(x_0, y_0)$  | Coordenadas del punto de incidencia                                  |          |
| $\lambda$     | Longitud de onda (subíndice)   | [ $nm$ ] |



# Capítulo 1

## Introducción

Este capítulo proporciona el contexto y la motivación para el trabajo que se presenta. Se revisa el escenario energético mundial, la participación de las energías renovables y su tendencia para las próximas décadas. La perspectiva energética nacional y su potencial participación en el escenario energético mundial recibe particular atención. Bajo el contexto presentado, al final del capítulo se expone la justificación y los objetivos del trabajo de investigación desarrollado.

### 1.1. Panorama energético global

La industrialización ha significado mucho para la humanidad en términos de desarrollo y bienestar. En general, se reconoce que el desarrollo del sector energético es uno de los pilares de una sociedad industrial. Sin embargo, la demanda creciente de energéticos a precios asequibles ha dado origen a problemas ambientales graves como el deterioro de los recursos naturales y el Calentamiento Global por emisiones de CO<sub>2</sub> (Cox et al., 2000; Pimentel et al., 1994; Held and Soden, 2006). Organizaciones internacionales analizan y promueven políticas orientadas a la producción responsable y uso eficiente de los energéticos como acciones para el mitigamiento de estos problemas ambientales. La Agencia Internacional de Energías Renovables (IRENA), la Alianza Internacional para la Cooperación en Eficiencia Energética (IPEEC) y la Agencia Internacional de Energía (IEA) proporcionan estadísticas, análisis autorizados e información relevante en general a través de una amplia gama de publicaciones.

El reporte *World Energy Outlook* (2017) destaca cuatro cambios a gran escala en el sistema energético mundial:

- El **rápido desarrollo tecnológico de las energías limpias y su reducción de costos**; en 2016, el crecimiento de la capacidad del sector fotovoltaico fue más grande que cualquier otro sector de generación de energía; desde 2010, los costos para la implementación de sistemas fotovoltaicos ha disminuido en un 70 %, de sistemas eólicos en un 25 % y los costos de baterías se ha reducido en un 40 %.
- El **crecimiento del consumo de electricidad**; en 2016, el gasto en electricidad por consumidores en todo el mundo se equiparó con el gasto que realizaron por productos derivados del petróleo.
- El **cambio hacia una economía orientada más a los servicios y hacia el uso de energías primaria limpias en China**, el mayor consumidor de energía del mundo.
- La **capacidad de recuperación de gas y de petróleo de esquisto (obtenidos por fractura hidráulica -fracking-) en los Estados Unidos**, consolidando su posición como el mayor productor de petróleo y de gas del mundo, incluso a precios más bajos (IEA, 2017).

Estos cambios se producen en un momento en que las distinciones tradicionales entre productores y consumidores de energía se difuminan y un nuevo grupo de las principales economías emergentes, encabezados por la India, pasa al centro del escenario.

En el marco de nuevas políticas, *las necesidades energéticas mundiales actuales aumentan a menor ritmo que en el pasado, pero se estima que se incrementen en un 30% para el año 2040*. Esto es el equivalente de agregar el consumo de China e India juntos a la demanda energética mundial actual. Una economía global que crece a una tasa promedio de 3.4% por año, una población que se expande de 7400 millones hoy a más de 9000 millones en 2040, y un proceso de urbanización que agrega una ciudad del tamaño de Shanghai a la población urbana mundial cada cuatro meses son factores clave que sustentan estas proyecciones (IEA, 2017).

La mayor contribución al crecimiento de la demanda proviene de India, cuya participación en el uso de la energía mundial se elevará al 11% para 2040. El sudeste de Asia es otro peso pesado en ascenso en el consumo de energía mundial, con una demanda que crece al doble del ritmo de China. En general, los países en desarrollo de Asia representan dos tercios del crecimiento de la energía mundial, y el resto proviene principalmente de Oriente Medio, África y América Latina (ver Fig. 1.1). Por el contrario, países altamente industrializados como Estados Unidos, los países de la Unión Europea y Japón, el cambio se estima en una amplia oferta energética, intercambiando su rol histórico de consumidores a principales exportadores de energéticos; como el caso de Estados Unidos que se convertirá en el mayor exportador de gas natural en el mundo (IEA, 2017).

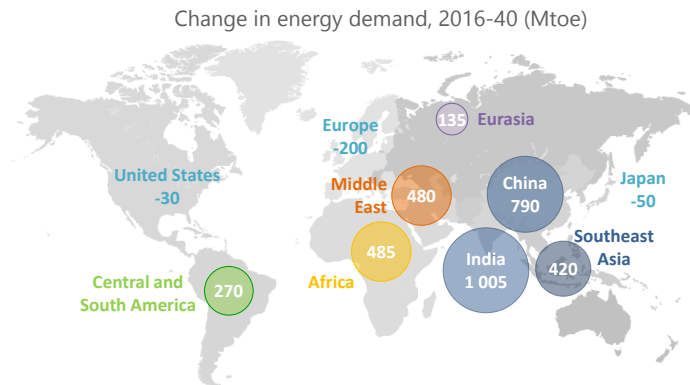


Figura 1.1: Mapa de la variación en la demanda de energéticos primarios para el periodo 2016-2040<sup>1</sup> (tomado de IEA (2017)).

Por otra parte, en comparación con los últimos veinticinco años, la forma en que el mundo satisface sus crecientes necesidades de energía cambia drásticamente en el escenario de nuevas políticas: liderazgo tomado por gas natural como principal combustible fósil, el rápido aumento de las energías renovables y las mejoras en la eficiencia energética.

El incremento en la eficiencia de los sistemas energéticos desempeñan un papel muy importante al relajar el impulso de la oferta tecnológica: *sin sistemas eficientes, el aumento proyectado en el uso final de la energía sería más del doble*. Por su parte, *las fuentes de energía renovables (fuentes de baja emisión de carbono) cubrirán el 40% del aumento en la demanda primaria y su acelerado crecimiento en el sector energético parece marcar el final de los años de auge del carbón*. De hecho, *las fuentes de baja emisión de carbono conjuntamente con el gas natural satisfarán el 85% del aumento de la demanda mundial para el 2040*.

Respecto a la capacidad de generación de energía a base de carbón, desde el año 2000 ha crecido en casi 900 gigawatts (GW); sin embargo, las contribuciones netas de hoy al 2040 serán de solo 400 GW. En la India, la participación del carbón en la combinación de fuentes de energía (*energy mix*) se reduce de tres cuartos en 2016 a menos de la mitad en 2040. En ausencia de captación y almacenamiento de carbono a gran escala, el consumo mundial de carbón está disminuyendo considerablemente (ver Fig. 1.2).

No obstante, la demanda de petróleo continuará creciendo hacia el 2040, aunque a un ritmo cada vez menor. El uso de gas natural aumentará en un 45% hasta 2040; con un espacio más limitado para expandirse en el sector eléctrico, la demanda industrial se convierte en el área más grande para su crecimiento. Por otra parte, las perspectivas para la energía nuclear se han atenuado, pero China continúa liderando un aumento

<sup>1</sup>En unidades de Millones de Toneladas de Petróleo Equivalente (Mtoe).

gradual en la producción superando a los Estados Unidos en 2030 para convertirse en el mayor productor de electricidad de base nuclear.

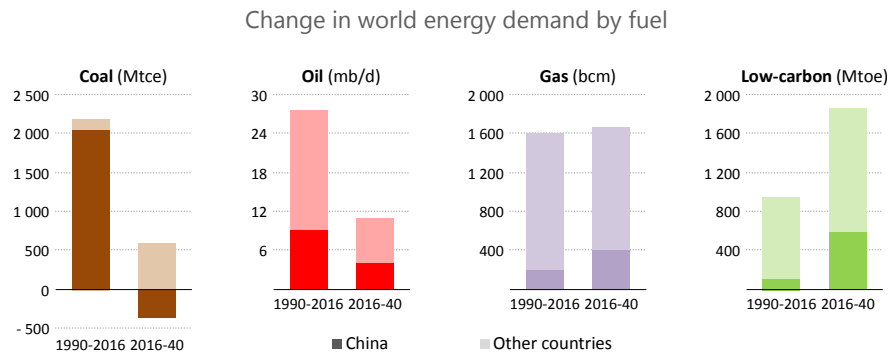


Figura 1.2: Comparativo de la variación en la demanda de energéticos por tipos de fuente<sup>2</sup>entre los periodos 1990-2016 y 2016-2040 (tomado de IEA (2017)).

Otro gran cambio será en el sector eléctrico. La electricidad se impondrá como el mayor energético de uso final en todo el mundo, aumentando su demanda en un 40 % hasta 2040 -misma proporción de crecimiento que tuvo el petróleo en los últimos veinticinco años.

Lo sistemas con motores eléctricos industriales representarán un tercio del aumento en la demanda de energía eléctrica (ver Fig. 1.3). En una economía creciente, el aumento de ingresos significará el aumento de electrodomésticos en millones de hogares (con una proporción cada vez mayor de dispositivos *smart* conectados), sistemas de refrigeración y aire acondicionado. La electricidad con incursiones en sistemas de suministro de calor y movilidad junto con el crecimiento en sus dominios tradicionales, permitirá que su participación en el consumo final aumente a casi una cuarta parte. Con este panorama, se espera que la India aumente el equivalente del consumo actual de la Unión Europea a su generación de electricidad, mientras que China incremente en su demanda el equivalente del consumo actual de Estados Unidos para el 2040 (ver Fig. 1.3).

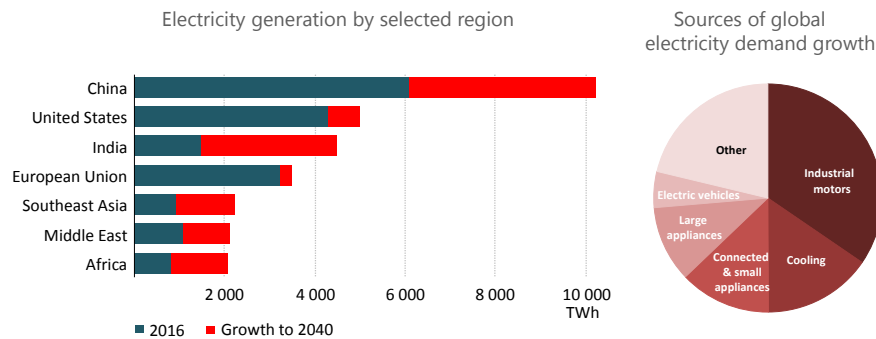


Figura 1.3: Comparativo de la demanda de electricidad por región y por sector para el periodo 2016-2040 (tomado de IEA (2017)).

El nivel de las futuras necesidades de electricidad y el desafío de descarbonizar el suministro de energía ayuda a explicar por qué la inversión global en electricidad superó a la del petróleo y al gas por primera vez en 2016, y por qué la seguridad eléctrica está avanzando firmemente en la agenda política.

<sup>2</sup>En unidades de Millones de Toneladas de Carbón Equivalente (Mcoe), Millones de Barriles por Día (mb/d) y Billones de Metros Cúbicos (bcm).

### 1.1.1. Participación de las Energías Renovables

De acuerdo con el *World Energy Outlook* (2017), las energías renovables captan dos tercios de la inversión global en plantas de energía a medida que se convierten, para muchos países, en la fuente de menor costo de nueva generación. *El rápido desarrollo de la energía solar fotovoltaica (PV), liderada por China e India, ayuda a que la energía solar se convierta en la mayor fuente de baja emisión de carbono para 2040, momento en el cual la contribución de todas las energías renovables en la generación total cubrirá el 40% del aumento de la demanda mundial.*

En la Unión Europea las energías renovables representan el 80% de la nueva capacidad, y la energía eólica se convierte en la principal fuente de electricidad poco después de 2030 debido a su fuerte expansión tanto en tierra como mar adentro. Las políticas continúan respaldando la electricidad renovable en todo el mundo, cada vez más a través de subastas competitivas en lugar de tarifas *feed-in*, donde la transformación del sector eléctrico se ve amplificada por millones de hogares, comunidades y empresas que invierten directamente en energía solar fotovoltaica.

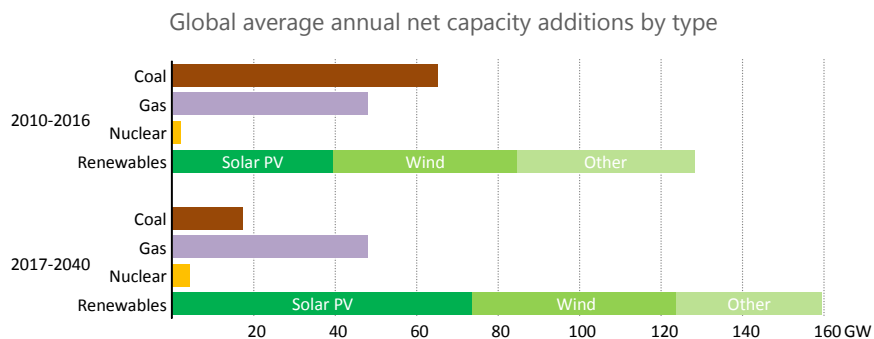


Figura 1.4: Comparativo del aumento en la capacidad generada por fuente de energía entre los periodos 2010-2016 y 2017-2040 (tomado de IEA (2017)).

El crecimiento de las energías renovables no se limita al sector eléctrico; el uso directo de fuentes renovables para proporcionar calor y movilidad en todo el mundo también se duplica. En Brasil, la participación del uso renovable directo e indirecto en el consumo final de energía aumenta del 39% actual al 45% en 2040, en comparación con una progresión global del 9% al 16% durante el mismo período.

## 1.2. Perspectiva energética en México

De acuerdo con el Balance Nacional de Energía (2016), el consumo de energía per cápita en México durante 2016 fue 6.1% mayor que en 2015. Cada habitante en el territorio nacional consumió, en promedio, 74.75 Gigajoules (*GJ*) durante todo el año. Este comportamiento fue similar al de la intensidad energética, puesto que el consumo de energía incrementó a una mayor velocidad que la población (SENER, 2017).

Durante el año 2016 la producción de energía primaria disminuyó 6.6% respecto al año 2015 y totalizó 7714.23 Petajoules (*PJ*). La reducción de la producción de petróleo es el principal elemento que define el comportamiento de la producción de energía a nivel nacional. Los hidrocarburos aportaron el 86.8% a la producción de energía primaria, 7.1% menor respecto a lo observado en 2015. *La producción de fuentes no fósiles de energía primaria<sup>3</sup> aumentó su participación, pasando de 9.3% a 9.9% de 2015 a 2016* (ver Fig. 1.4).

La generación de electricidad alcanzó 1153.24 *PJ*, aumentando 3.2% respecto al año 2015. Las centrales eléctricas públicas aportaron 54.5%, los productores independientes de energía 28.2%, los permisionarios de autoabastecimiento 17.0%, mientras los nuevos permisionarios de generación, representaron el 0.3% (SENER, 2017).

<sup>3</sup>Fuentes renovables mas energía de base nuclear

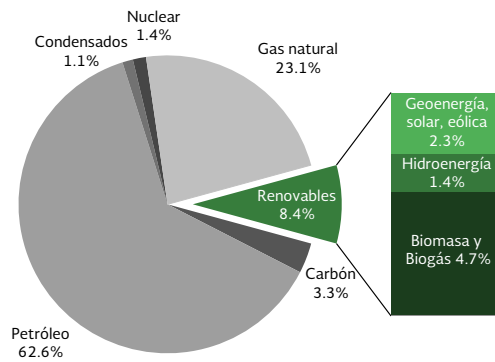
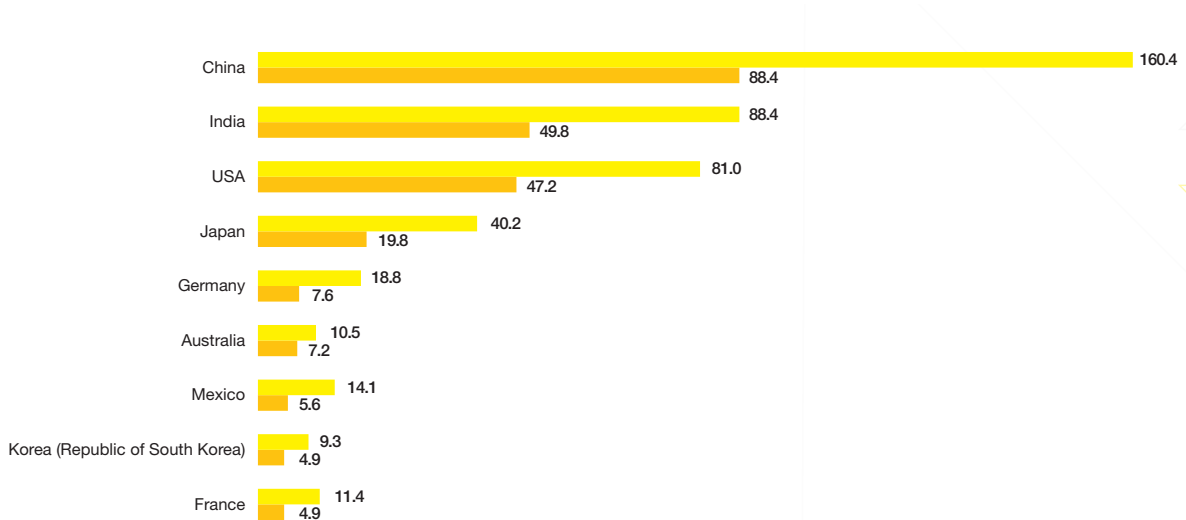


Figura 1.5: Estructura de la producción de energía primaria en México, 2016 (tomado de [SENER \(2017\)](#)).

|                                  | Total Capacity (MW) | Total Capacity Medium Scenario by 2021 (MW) | New Capacity (MW) | Compound Annual Growth Rate (%) | Political support prospects |
|----------------------------------|---------------------|---|-------------------|---------------------------------|-----------------------------|
| China                            | 77,921              | 197,921                                     | 120,000           | 20%                             | ☀️                          |
| United States                    | 42,362              | 112,262                                     | 69,900            | 22%                             | ☀️☁️                        |
| India                            | 9,548               | 75,898                                      | 66,350            | 51%                             | ☀️                          |
| Japan                            | 42,947              | 72,547                                      | 29,600            | 11%                             | ☁️🌧️                        |
| Mexico                           | 505                 | 10,505                                      | 10,000            | 84%                             | ☀️                          |
| Australia                        | 5,843               | 13,623                                      | 7,780             | 18%                             | ☀️                          |
| Korea, Republic of (South Korea) | 4,921               | 12,121                                      | 7,250             | 20%                             | ☀️                          |

(a)



(b)

Figura 1.6: Panorama de los principales mercados mundiales del sector fotovoltaico para el periodo 2017-2021 en (a) nueva capacidad generada, (b) capacidad total generada (*GW*) para el mejor escenario (color amarillo) y para un escenario de mercado desfavorable (color naranja) (tomados de [SolarPower Europe \(2017\)](#)).



*La Estrategia Nacional de Energía 2012-2026, establece que la generación eléctrica a partir de energías limpias debe alcanzar una participación de 35 % de la generación total en 2026. Con estas expectativas, se espera que México sea el séptimo mayor mercado en capacidad solar total instalada y el quinto mercado<sup>4</sup> por la nueva capacidad generada entre 2017 al 2021, lo que además de ser crucial en materia de sostenibilidad ambiental, lo dotará de mayor nivel de seguridad energética y económica (SolarPower Europe, 2017). México ha producido algunas de las ofertas más económicas de energía solar en todo el mundo y cuenta con el parque solar más grande de América Latina (Aura Solar 1, en Baja California Sur), que se espera esté en pleno funcionamiento a mediados de 2018.*

Aunque en la actualidad la energía solar representa sólo el 19 % (390 MW) de la capacidad renovable del país, la instalación masiva aumenta y la reducción de precios en el último año han demostrado que México tiene la capacidad de ser líder en la industria. Se estima que México podría llegar a tener hasta un 14.1 GW de energía solar instalada en 2021, sólo detrás de China, India, Estados Unidos, Japón, Alemania y Australia (Fig. 1.6b). Considerando la nueva capacidad que se desarrollará en el país entre 2017 al 2021, México se ubicaría en la quinta posición (Fig. 1.6a) (SolarPower Europe, 2017).

Como dato adicional, a partir de diciembre de 2017 México se convierte en el trigésimo miembro (y el primero en Latinoamérica) de la Agencia Internacional de Energías (IEA). Ahora México podrá participar activamente en foros sobre política energética, tendrá acceso a información, asesoría y colaboración con los demás miembros de la agencia.

### 1.3. Justificación y objetivos de la investigación

El panorama energético global para las próximas décadas establece directrices respecto a la demanda de fuentes de energía. Por un lado, el auge de las fuentes renovables cubrirá el 40 % del aumento de la demanda energética para el 2040; de estas fuentes de baja emisión de carbono la energía solar será la de mayor generación. En este escenario, un crecimiento importante en la instalación fotovoltaica se verá observada en el territorio nacional, previéndose que México sea considerado uno de los principales mercados para la tecnología fotovoltaica. Por otro lado, la inminente necesidad de incrementar la eficiencia de los sistemas energéticos; de acuerdo con el panorama energético global, sin sistemas eficientes el aumento en la demanda de uso final de los energéticos sería más del doble del pronosticado para el 2040. Con estas previsiones el enfoque hacia la investigación y desarrollo de sistemas óptimos para la captación y conversión solar merece agudizarse.

Bajo este contexto en este trabajo de investigación se lleva a cabo un estudio sobre el diseño y la capacidad de transferencia radiativa de concentradores ópticos altamente eficientes con aplicaciones en solar térmica y fotovoltaica.

#### Objetivo general de la investigación:

*Realizar un estudio teórico sobre el diseño de concentradores ópticos DTIRC. El resultado del estudio permitirá diseñar y modelar sistemas óptimos de concentración solar que integran un DTIRC como concentrador secundario. Adicionalmente, con la finalidad de conocer la respuesta térmica de los concentradores secundarios, se realizará un estudio de transferencia radiativa en DTIRCs considerando el medio óptico participativo.*

#### Objetivos específicos de la investigación:

- *Reestructurar la formulación original del diseño de concentradores DTIRC bajo la consideración de la conservación del etendue en el sistema óptico. Con este propósito se obtendrá una formulación analítica completa que permita extender el diseño a concentradores DTIRC con superficies frontales parabólicas y elípticas.*
- *Diseñar sistemas óptimos de concentración solar que incorporen un dispositivo DTIRC como concentrador secundario. Con este objetivo se podrá modelar mediante un software de trazado de*

---

<sup>4</sup>Países europeos no incluidos.

rayos el comportamiento del flujo radiativo en el sistema utilizando configuraciones diversas de los elementos ópticos que intervienen en la concentración solar.

- *Implementar la Técnica de Transformación de Coordenadas de Thompson para la generación numérica de mallas con geometrías diversas en la región de un DTIRC.* Con este propósito la técnica de Thompson permitirá resolver un problema de transferencia de calor en un DTIRC con precisión de cómputo.
- *Implementar un modelo que permita resolver con simplicidad la ecuación gobernante de la transferencia simultánea de calor por conducción y radiación en el medio dieléctrico de un DTIRC.* Este propósito permitirá predecir el comportamiento térmico y la distribución de flujo radiativo en diferentes diseños de DTIRCs modelados con materiales dieléctricos diversos.

### 1.4. Estructura de la tesis

El trabajo presentado en esta tesis se distribuye en cinco capítulos.

En el [Capítulo 1](#), se revisa el escenario energético mundial, la participación de las energías renovables y sus tendencias para las próximas décadas. La perspectiva energética en México también es revisada. Con base a este contexto se expone la justificación y los objetivos de la investigación. En el [Capítulo 2](#), se realiza la descripción de las propiedades ópticas y geométricas de los sistemas ópticos de no imagen; se pone particular énfasis en las ventajas de estos sistemas sobre los sistemas ópticos tradicionales en áreas de la ingeniería como Concentración Solar e Iluminación. Se hace una amplia revisión del estado del arte de los concentradores DTIRC. Al final del capítulo se exponen conceptos de no-imagen que son importantes para el diseño de concentradores solares óptimos.

El núcleo de esta tesis inicia en el [Capítulo 3](#), donde se aborda el diseño de concentradores DTIRC. Se revisa la formulación original de X. Ning ([Ning et al., 1987b](#)) para concentradores con superficie frontal esférica. Sobre esta base, se desarrolla una formulación analítica completa que se extiende al diseño de DTIRCs con otras geometrías. Se realiza un análisis de las propiedades geométricas de los DTIRCs y una validación del modelo propuesto. Al final del capítulo, se modelan diseños de sistemas de concentración solar que integran un DTIRC como elemento secundario de concentración; distribuciones de flujo sobre los receptores de los sistemas de concentración son contrastadas para diversas configuraciones. Otra parte medular de este trabajo se desarrolla en el [Capítulo 4](#), donde se realiza un estudio de transferencia de calor en un DTIRC. Se inicia con la revisión del método de Transformación de Coordenadas de Thompson para la generación de mallas en la región de un DTIRC. Mediante un esquema propuesto, el método de Transformación de Thompson es desarrollado para la solución de un problema de transferencia de calor en un DTIRC con condiciones de frontera impuestas. Al final del capítulo se analizan los resultados obtenidos para algunos diseños de DTIRCs propuestos. La tesis culmina en el [Capítulo 5](#), donde las principales conclusiones del estudio son expuestas y algunas recomendaciones son realizadas sobre las posibles aplicaciones de los diseños DTIRC estudiados.



# Capítulo 2

## Antecedentes

En este capítulo se presentan los concentradores de no-imagen resaltando sus propiedades ópticas y geométricas. A continuación se revisa el estado del arte de los DTIRC's en varios campos de aplicación. En la parte complementaria, conceptos de óptica de no-imagen fundamentales para el diseño de concentradores ópticos eficientes son revisados.

### 2.1. Sistemas ópticos de no-imagen

En el estudio de la óptica geométrica se consideran tres elementos principales: el objeto, el dispositivo óptico y la imagen del objeto. La luz proveniente de un punto del objeto es capturada por el dispositivo óptico y concentrada en un punto distante. El conjunto de puntos de luz concentrada determina la imagen. Por otra parte, en los *sistemas ópticos de no-imagen*, la luz proveniente de una *fente radiativa* es concentrada por un dispositivo óptico diseñado para producir un *patrón de radiación* sobre una superficie minimizada denominada *receptor*. El diseño de tales dispositivos tiene como meta una concentración óptima, la cual es lograda a expensas de una estructuración u orden de los rayos que arriban al receptor, es decir de la formación de una imagen (Chaves, 2015).

Los dispositivos ópticos de no-imagen son caracterizados por su *campo de visión angular* y por sus *aperturas de entrada y de salida*. La *concentración geométrica* definida como la razón entre áreas, de apertura de entrada a apertura de salida, es limitada por el campo de visión angular. En una geometría tridimensional (3D), la *concentración geométrica máxima* (límite termodinámico) permitida para un sistema óptico con un campo de visión angular específico, está dada por

$$C_{max} = \frac{n_1^2}{n_2^2 \sin^2 \theta_a} \quad (2.1)$$

donde el *ángulo de aceptación*  $\pm\theta_a$  delimita el campo de visión angular y  $n_1$  y  $n_2$  son los índices de refracción de los medios donde se encuentran inmersas las aperturas de salida y de entrada, respectivamente (Winston et al., 2005; Chaves, 2015). Es relevante hacer notar que los sistemas de enfoque tradicionales quedan muy por debajo de este límite. Por ejemplo, para una lente de Fresnel con un número  $f/N$ , el valor de su concentración geométrica (en el vacío) está por debajo de este límite por un factor de  $4f^2$  (O'Gallagher and Winston, 1983).

En el diseño de dispositivos ópticos de no-imagen una concentración geométrica muy cercana al límite termodinámico (Ec. 2.1) es uno de los propósitos principales. Para una concentración geométrica dada, las variables que comúnmente son optimizadas de acuerdo con los requerimientos de aplicación, son el *flujo radiativo total*, la *distribución angular* y la *distribución espacial* de la radiación en el receptor, al mismo tiempo que se logra una colección eficiente de la luz por el dispositivo óptico (Cassarly, 2004).

Entre las principales aplicaciones de los dispositivos ópticos de no-imagen destacan:

- *Concentración Solar*, al maximizar la cantidad de energía aplicada a un receptor (que puede ser una celda fotovoltaica o absorbedor térmico).
- *Iluminación*, al controlar la distribución de la luz de manera que un flujo uniformemente es logrado en algunas áreas receptoras mientras que en otras regiones la luz es completamente ausente.

Cuando los dispositivos ópticos de no-imagen son comparados con los dispositivos ópticos tradicionales, notables ventajas de sus aplicaciones son observadas. Para una concentración geométrica dada, los dispositivos ópticos de no-imagen presentan los ángulos de aceptación más amplios posibles que implican altas tolerancias y por lo tanto altas eficiencias. En Concentración Solar, un dispositivo óptico eficiente debe garantizar tolerancias a:

- imprecisión del seguimiento solar
- imperfecciones de manufactura
- imperfecciones de ensamblaje
- movimientos del sistema debido al viento
- rigidez finita de la estructura de soporte
- deformación debida al envejecimiento
- captura de radiación circumsolar

Además, debido a la alta concentración los sistemas ópticos de no-imagen son idóneos para:

- Aplicaciones fotovoltaicas, por reducir el área efectiva de celdas fotovoltaicas, y al mismo tiempo proveer una distribución de flujo solar uniforme.
- Aplicaciones termosolares, por generar altas temperaturas en el absorbedor y simultáneamente reducir pérdidas térmicas debido al tamaño reducido del receptor.
- Aplicaciones de alta potencia, posibilidad de bombeo de sistemas láseres con energía solar concentrada.

Es importante hacer notar que para aplicaciones de bajas concentraciones los sistemas ópticos de no-imagen pueden evitar los requerimientos de seguimiento solar o por lo menos limitarlos a determinadas posiciones estacionales durante el año. Esto generalmente conduce a sistemas de concentración más simples, menos caros y de mantenimiento de bajo costo. Esto es particularmente importante para desarrollo de colectores solares económicos y rentables.

En iluminación, los dispositivos ópticos de no-imagen muestran ventajas respecto a los dispositivos ópticos tradicionales, tales como:

- mejor manejo de fuentes de luz dispersas
- dispositivos compactos
- combinación de diversas fuentes de luz y distribución de luz a diferentes lugares
- muy adecuado para ser utilizado con fuentes de luz LED
- tolerancia a las variaciones en la posición relativa de la fuente de luz

Aplicaciones comunes de óptica de no-imagen incluyen muchas áreas de ingeniería en iluminación. Por ejemplo, el diseño de faros de automóviles, luces de fondo de pantallas LCD, iluminación pantallas de instrumentos, dispositivos de iluminación mediante fibra óptica, dispositivos LED, sistemas de proyección audiovisual y lámparas para iluminación de interiores. Otras aplicaciones, por ejemplo en altas energías, es en la colección de radiación emitida por colisiones entre partículas, usando un número reducido de tubos fotomultiplicadores.

Entre los dispositivos ópticos de no-imagen existe un tipo de concentrador cuyas propiedades ópticas y geométricas lo hacen atractivo para aplicaciones solares. Los Concentradores Dieléctricos con Reflexión Interna Total (DTIRC's) se caracterizan por un amplio campo de visión angular, un flujo uniforme en el receptor y por estar hechos de materiales altamente transmitentes, lo que hace a estos dispositivos unos concentradores ópticos altamente eficientes. Además, estos dispositivos son compactos y presentan flexibilidad en el diseño de tal manera que su geometría pueden ser adaptada a los requerimientos de la aplicación.

En la siguiente sección daremos una revisión de los DTIRC's en varios campos de aplicación desde la aparición de su diseño.

## 2.2. Estado del arte de los DTIRCs

El diseño de los Concentradores Dieléctricos con Reflexión Interna Total fue publicado por [Ning et al. \(1987b\)](#). Dos métodos para el diseño de estos concentradores fueron propuestos: el método de conservación de fase y el método de máxima concentración. A partir de un conjunto de parámetros de diseño, ambos métodos reproducen diseños casi idénticos, pero los diseñados mediante el método de máxima concentración presentan una concentración geométrica y una altura ligeramente mayores que los otros diseños. El estudio de Ning mostró que al comparar un diseño DTIRC contra un Concentrador Parabólico Compuesto (CPC) con un mismo ángulo de aceptación (campo de visión angular) el primero presenta una mayor concentración geométrica. Además se mostró que para una concentración geométrica dada, a mayores curvaturas de la superficie frontal menor es el tamaño del concentrador (ver [Fig. 2.1](#)).

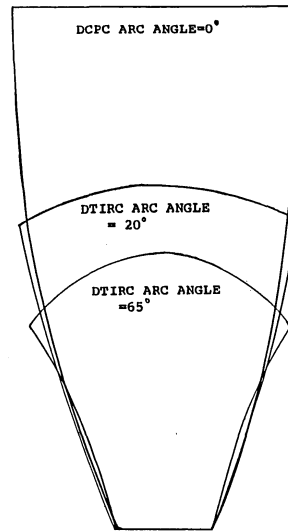


Figura 2.1: Familia de DTIRCs con una misma concentración geométrica pero con diferentes curvaturas de las superficies frontales (tomado de [Ning et al. \(1987b\)](#)).

En ese mismo año, [Ning et al. \(1987a\)](#) estudiaron un concentrador fotovoltaico de dos etapas con una lente Fresnel como concentrador primario y un DTIRC como concentradores secundario. Descubrieron que el concentrador de dos etapas ofrece no solo una alta concentración y un incremento en el campo de visión angular, sino también una distribución de flujo solar con mayor uniformidad sobre una celda fotovoltaica que aquella producida solamente por la lente de Fresnel (ver [Fig. 2.2](#)).

Posteriormente, [Ning \(1991\)](#) aplicó los DTIRCs a la detección de radiación Infrarroja (IR). Sus estudios mostraron que el uso de tales concentradores dieléctricos en sistemas de detección IR permite el incremento de la apertura efectiva a expensas de reducir el campo de visión angular en estos sistemas. De esta manera, los detectores piroeléctricos pueden mejorar su sensibilidad (y por lo tanto su eficiencia) al incrementarse la colección de radiación incidente.

Años más tarde, [Soules et al. \(1997\)](#) evaluaron la factibilidad de utilizar concentradores refractivos secundarios para receptores termosolares que operan a temperaturas de hasta  $2500\text{ K}$ . El estudio de factibilidad destacó una serie de ventajas significativas presentadas por dispositivos refractivos hechos de materiales monocristalinos (Zafiro ( $Al_2O_3$ ), Óxido de magnesio ( $MgO$ ) o Zirconia ( $ZrO_2$ )) sobre los Concentradores Parabólicos Compuestos reflectivos tradicionales. Además de las ventajas de alta concentración y eficiencia, el concentrador refractivo cuando es provisto de una varilla dieléctrica extractora de flujo radiativo, proporciona una distribución de flujo al interior de la cavidad receptora ajustable a los requerimientos de la conversión fototérmica (ver [Fig. 2.3](#)). Esta es una característica altamente deseable, casi obligatoria, para los diseños de motores de propulsión termosolares que actualmente se están considerando para aplicaciones espaciales.

El desarrollo de esta aplicación termosolar a altas temperaturas continuó con los trabajos de [Wong and Macosko \(1999\)](#); [Geng and Macosko \(1999\)](#); [Zhu et al. \(1999\)](#); [Piszczor Jr and Macosko \(2000\)](#). El análisis

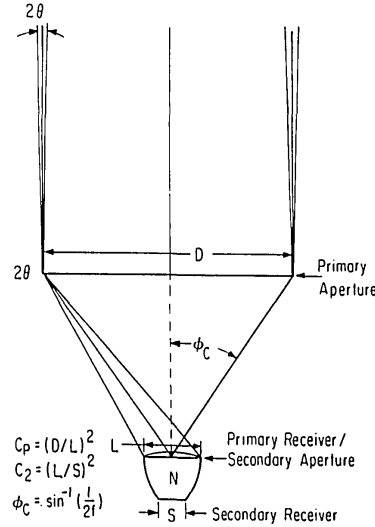


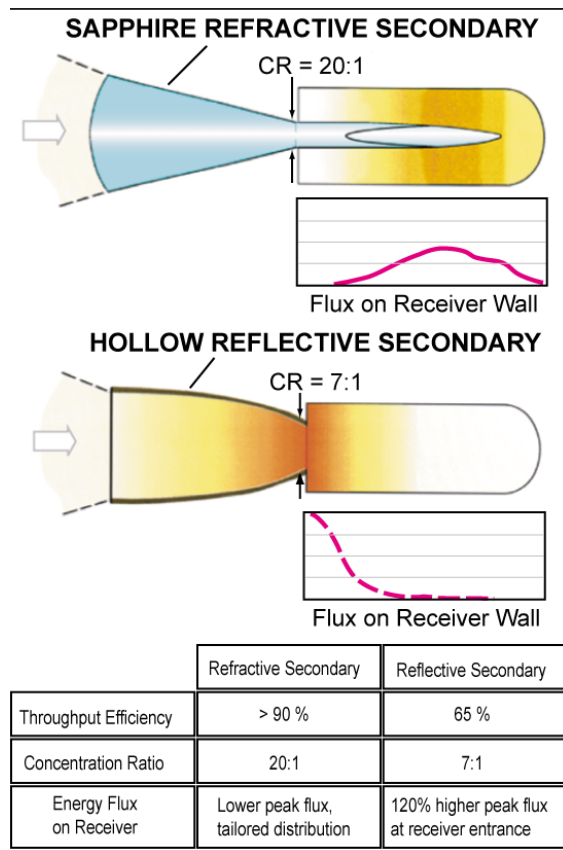
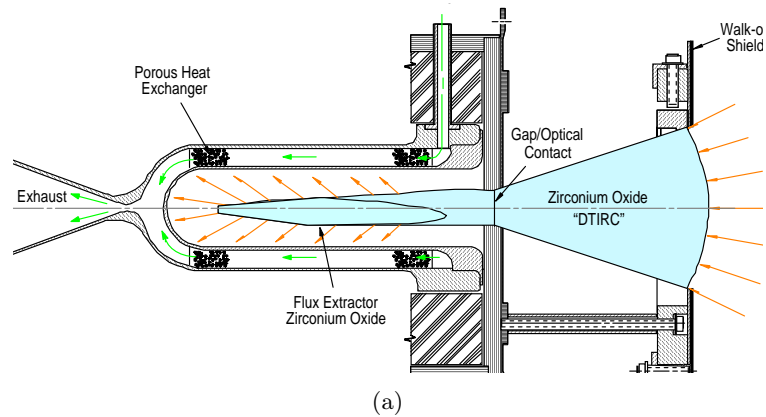
Figura 2.2: Sistema de concentración lente Fresnel-DTIRC. El plano del concentrador secundario coincide con el plano focal de la lente Fresnel (tomado de Ning et al. (1987a)).

óptico y el modelado térmico de estos concentradores dieléctricos secundarios, demostraron que un prototipo hecho de cristal de Zafiro tienen una eficiencia superior al 90 %. Además, se demostró que el dispositivo no requiere de un sistema de enfriamiento activo y que adicionalmente con un recubrimiento reflector de IR en la superficie frontal, se puede ahorrar hasta 80 % de la energía infrarroja normalmente perdida a través de la apertura de la cavidad. Finalmente se concluyó que las pruebas de choque térmico, debidas a los altos gradientes de temperatura entre el concentrador secundario y la cavidad receptora, el cristal de Zafiro muestra un excelente desempeño para esta aplicación.

Años más tarde los DTIRCS fueron reconsiderados en la óptica de los sistemas de detección de IR (Ramirez-Iniguez and Green, 2003, 2005). En estos trabajos el diseño de Antenas Ópticas (OAs) para sistemas de comunicación inalámbrica en espacios interiores es abordado. El uso de radiación Infrarrojo cercano (NIR) se propone como una alternativa para superar los inconvenientes de la comunicación por ondas de radio en aplicaciones de corto alcance, tales como congestión de las bandas de radio-frecuencia, interferencia con otros sistemas de comunicación similares, o los inconvenientes debido a su estricta regulación por agencias de comunicación en todo el mundo. En estos sistemas el uso de un concentrador óptico para el incremento del área efectiva de fotodetección (y por lo tanto para una colección eficiente de la radiación) es propuesto. Un concentrador óptico en conjunción con filtros ópticos de ancho de banda estrechos puede minimizar los problemas de *path loss* (atenuación de la energía radiada) y del ruido debido a la iluminación de fondo. De esta manera, un DTIRC como antena óptica resulta ser un candidato ideal debido a su alta concentración, tamaño reducido y por presentar una respuesta angular prescrita por el diseño (control sobre el ángulo máximo de salida de los rayos concentrados)(ver Fig. 2.4a). Esta última condición es relevante debido a que la longitud de onda central asociada a los filtros ópticos muestran una fuerte dependencia sobre el ángulo de incidencia (Ramirez-Iniguez and Green, 2003).

Los resultados del estudio concluyeron que las OAs pueden emplear filtros pasa-banda (*bandpass filter*) o filtros paso-largo (*longpass filter*). Si se utiliza un filtro de película delgada plana, el perfil del concentrador DTIRC debe diseñarse para producir un valor bajo de ángulos de salida máximos. Si se usa el filtro paso-largo, la combinación de filtro-concentración puede alcanzar un valor alto, pero la banda de paso global no será demasiado estrecha, por lo que debe establecerse un balance (*trade-off*) entre las capacidades de filtrado y la concentración óptica. Se propusieron diferentes tipos de OA para diferentes aplicaciones: se recomendó una sola OA con Campo de Visión (FOV) estrecho y alta concentración para enlaces dirigidos. Mientras que para sistemas difusos, se propuso un arreglo de OAs como la mejor opción, ya que tendrá una mayor concentración y un FOV total amplio (ver Fig. 2.4b).

Posteriormente, los DTIRCS fueron reconsiderados en la óptica de Sistemas Fotovoltaicos de



(b)

Figura 2.3: (a) DTIRC con varilla extractora de flujo radiativo, ambos acoplados a un motor de propulsión (tomado de [Piszczor Jr and Macosko \(2000\)](#)), (b) comparativo DTIRC contra CPC reflectivo, ambos usados como concentradores secundarios de un sistema termosolar de alta temperatura (tomado de [Wong and Macosko \(1999\)](#)).



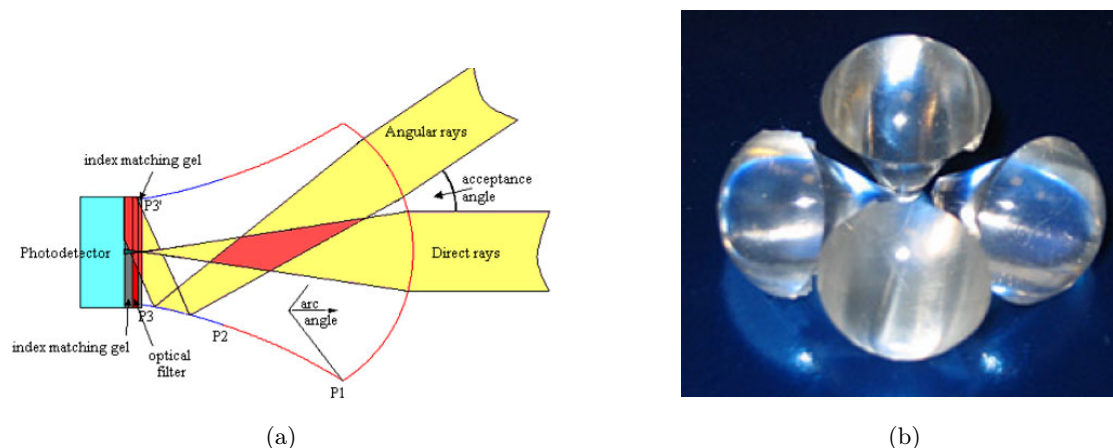


Figura 2.4: (a) Sección transversal de una antena óptica DTIRC, (b) arreglo de antenas DTIRC (tomados de [Ramírez-Iniguez and Green \(2005\)](#)).

Concentración (CPV). [Domínguez et al. \(2006\)](#), propusieron un método para la caracterización óptica de los DTIRCS mediante una celda solar III-V multiunión colocada en el receptor. A través de la medición de la eficiencia óptica de la celda (cantidad relacionada con la fotocorriente generada) pudo determinarse la transmitancia espectral de la radiación colectada. En este trabajo también se midió el desajuste de la corriente entre uniones de la celda, a fin de observar variaciones espectrales de la radiación transmitida. Se concluyó que la presencia del concentrador tiene efectos despreciables en la variación de la longitud de onda de la radiación que incide en el receptor.

Los sistemas Fotovoltaicos Integrados a Edificaciones (BIPV) es otra aplicación solar donde los DTIRCS se han implementado ([Muhammad-Sukki et al., 2010, 2011](#)). Los BIPVs están constituidos por módulos fotovoltaicos que recubren partes exteriores de edificaciones como fachadas o techos, permitiendo la colección eficiente de energía solar para su aprovechamiento. En la [Fig. 2.5a](#) se muestra en interior de un recinto provisto de un techo con módulos BIPVs transparentes para proveer de electricidad e iluminación de la edificación. Un ejemplo de tales aplicaciones es la *SolarBrane*, un sistema integrado que utiliza energía solar directa y difusa para la generación simultánea de: electricidad, agua caliente, calefacción, iluminación, ventilación y sombra. El suministro de tales recursos contribuiría al desarrollo autosustentable de las edificaciones. Las *SolarBranes* utilizan un DTIRC 2D lineal como elemento óptico para la concentración solar (ver [Fig. 2.5b](#)). Esto permite reducir el área del material fotovoltaico en un 60% aproximadamente. Además, por poseer un campo de visión amplio, estos elementos ópticos relajan los requerimientos de seguimiento solar. Algunas ventajas de la *SolarBrane* sobre el panel fotovoltaico convencional se enlistan en la [Tabla 2.1](#).

En este estudio también se efectuó un análisis de costos para la implementación de un sistema *SolarBrane* y un panel fotovoltaico. El análisis, basado en un programa del gobierno de UK para incentivar el uso de energías renovables para la generación de electricidad a pequeña escala, concluyó que el periodo de la recuperación de la inversión para un *SolarBrane* es de 6 años contra 10.11 años para un panel solar. Además, se estimó que el retorno promedio de la inversión<sup>1</sup>, para un periodo de 25 años, es de 5.89% para el panel solar contra 12.55% para el *SolarBrane* ([Muhammad-Sukki et al., 2011](#)).

Los DTIRC también han captado el interés de diseñadores de colimadores ópticos y conformadores de haces (*beam shapers*). Para esta aplicación el uso invertido del concentrador es requerido, es decir, la parte posterior actuando como apertura de entrada, mientras que la parte frontal funge como apertura de salida (ver [Fig. 2.6](#)). Esta reconfiguración del dispositivo óptico en combinación con una fuente radiativa en la apertura de entrada, habilita al DTIRC como elemento óptico capaz de transformar un haz de luz con una distribución angular dispersa, en un haz colimado o un haz con una distribución angular prescrita ([Ramírez-Iniguez et al., 2011; Babadi et al., 2015](#)).

Las características de estos conformadores de haces son adecuadas para su uso en sistemas de

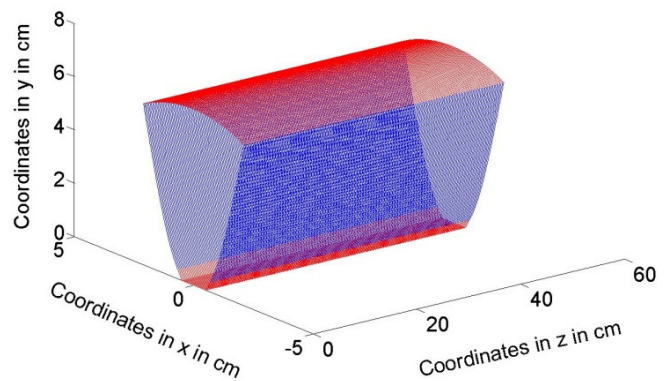
<sup>1</sup>El retorno de inversión es una razón financiera que compara el beneficio o la utilidad obtenida en relación a la inversión realizada.

| Cualidad  | Panel fotovoltaico                   | <i>SolarBrane</i>                    |
|---|--------------------------------------|--------------------------------------|
| Eficiencia para la generación de electricidad         | Depende de la eficiencia de la celda | Depende de la eficiencia de la celda |
| Conversión de la energía solar a energía aprovechable | 15 %                                 | 75 %                                 |
| Electricidad  | 100 %                                | 30 %                                 |
| Calefacción   | No                                   | 30 %                                 |
| Agua caliente   | No                                   | Si                                   |
| Sombra  | No                                   | Si                                   |
| Iluminación natural                                   | No                                   | Si                                   |
| Ventilación   | No                                   | Si                                   |
| Otros   | No                                   | Tecnología del agua                  |
| Despliegue  | Solo en un ángulo óptimo             | Cualquier orientación                |

Tabla 2.1: Comparativo de SolarBrane contra Panel Solar convencional (tomada de [Muhammad-Sukki et al. \(2010\)](#))



(a)



(b)

Figura 2.5: (a) Interior del conservatorio del Centro de Investigación en Energía (ECN) en Petten, Países Bajos. En la foto se aprecian módulos BIVPs para la cogeneración de electricidad e iluminación (tomado de [Prasad and Snow \(2014\)](#)), (b) diseño de un DTIRC 2D lineal (tomado de [Muhammad-Sukki et al. \(2011\)](#)).

comunicación ópticos e inalámbricos. Un conformador de haces pueden mejorar la eficiencia del emisor, debido a que en estos se presentan grandes pérdidas geométricas (atenuación de energía radiada) originadas por la divergencia del haz emitido. Reduciendo y controlando la distribución angular de la emisión es posible reducir la pérdidas geométricas, y por lo tanto, mejorar la relación señal de ruido (SNR) en el receptor, así como aumentar el alcance de la señal y optimizar el consumo de energía por sistema.

En estos trabajos se investigó la viabilidad de DTIRC como conformadores de haces al evaluar la densidad de potencia en un fotodetector colocado a cierta distancia del emisor, así como la respuesta angular del sistema, mostrada por el patrón de distribución de la emisión sobre el receptor. La primera parte del experimento se caracterizó la emisión de una fuente de luz LED sin colimador. La fuente de luz fue colocada en un tubo cilíndrico con una apertura de  $0.5\text{ mm}$  de diámetro. La parte complementaria del experimento se evaluó la emisión de la misma fuente de luz LED con un colimador DTIRC colocado en la apertura del tubo cilíndrico. El DTIRC usado en el experimento fue fabricado con Ticona Topas 5013 TTK-001 (polímero con índice de refracción de 1.53) con un FOV de  $\pm 1.67^\circ$ . Los resultados mostraron que el LED sin colimador genera un moderado rango angular en la emisión, con un *anchura a media altura* (FWHM) de  $\pm 13^\circ$  aproximadamente. Por otro lado, el sistema LED-DTIRC genera un haz con distribución angular muy estrecha de apenas  $\pm 0.5^\circ$  de FWHM. Además, se observó que la intensidad relativa a incidencia normal del sistema LED-DTIRC es  $115 \pm 5$  veces mayor que la intensidad de producida por fuente LED sin colimador (Ramirez-Iniguez et al., 2011).

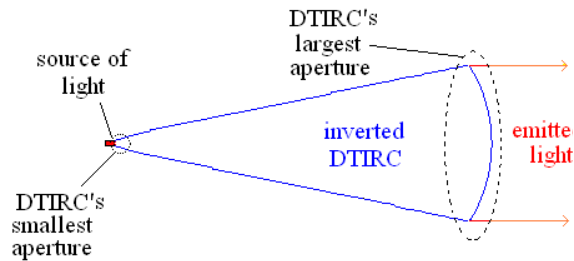


Figura 2.6: Sección trasversal de un colimador DTIRC con una fuente de luz (tomado de Ramirez-Iniguez et al. (2011)).

En años recientes se ha propuesto el uso del Magnesio como una alternativa renovable en respuesta a la crisis energética actual. Investigadores del Instituto de Tecnología de Tokio, Yabe et al. (2006), propusieron un método para la reducción del Óxido de Magnesio (MgO) mediante el uso de láseres bombeados con energía solar. El resultado de la reducción, Magnesio (M) en forma de polvo, puede utilizarse como combustible si se hace reaccionar con agua a temperatura ambiente. El producto de la reacción es vapor a alta temperatura e Hidrógeno (H). El hidrógeno a su vez puede hacer combustión para recalentar el vapor ya generado. De esta manera, el vapor de alta entalpía obtenido puede utilizarse para el funcionamiento de una central térmica. La reacción no produce dióxido de carbono u otras emisiones contaminantes, los únicos subproductos de esta reacción son agua y óxido de magnesio. El proceso reutiliza una y otra vez los subproductos para la generación de combustible estableciéndose el Ciclo de Inyección de Magnesio (MAGIC) (Yabe et al., 2006). Se propone que este esquema también permitiría la generación renovable de hidrógeno resolviendo los problemas de su almacenamiento y transporte. El magnesio tiene una densidad energética diez veces mayor que el hidrógeno, y un combustible en polvo sólido es más conveniente y seguro de almacenar y de transportar que un gas explosivo como el hidrógeno (Quarterman and Wilcox, 2015).

Motivados por las grandes expectativas del MAGIC, se han propuestos diversos diseños para el bombeo solar de láseres que utilizan Nd:YAG o Cr:Nd:YAG como medios activos. Liang and Almeida (2011), propusieron un sistema láser Nd:YAG compuesto por un sistema de concentración solar de dos etapas; una lente Fresnel de  $0.9\text{ m}$  de diámetro como concentrador primario y un DTIRC como concentrador secundario. El DTIRC fue propuesto por sus características de concentración óptima, tamaño reducido y para contrarrestar la aberración cromática de la lente Fresnel. El sistema de concentración y el cabezal láser están montados sobre un seguidor solar de dos ejes (Fig. 2.7a). El cabezal láser está integrado por el DTIRC acoplado a una cavidad de bombeo con forma cónica donde se introduce una varilla de Nd:YAG de  $3 - 4\text{ mm}$  de diámetro (ver Fig. 2.7b). Para un acoplamiento eficiente de la radiación transmitida por el

concentrador secundario y el extremo de la varilla de Nd:YAG, la cavidad cónica es llenada con agua. La absorción de la radiación por parte de la varilla ocurre de forma directa (rayos A y B) o mediante reflexiones múltiples (rayo C de la Fig. 2.7a) (Liang and Almeida, 2011).

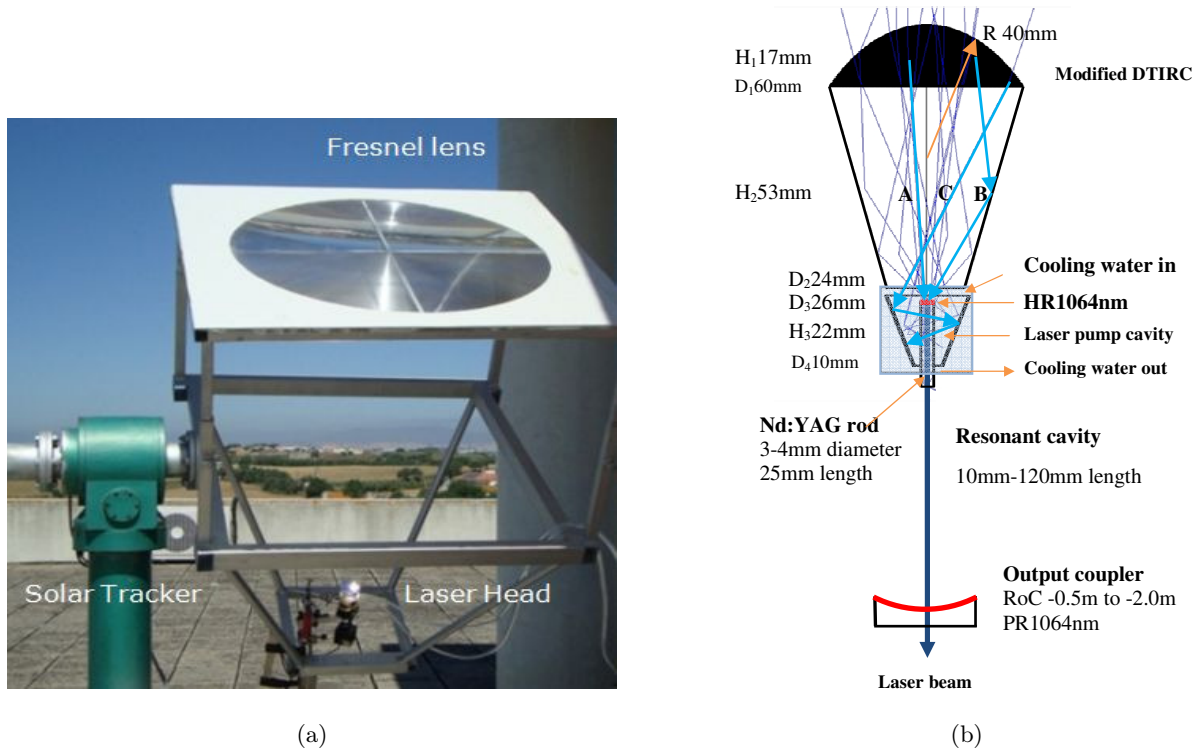


Figura 2.7: (a) Sistema láser Nd:YAG por bombeo solar con una lente Fresnel y un cabezal láser ubicado en su zona focal, (b) cabezal láser integrado por un DTIRC acoplado a una cavidad de bombeo de forma cónica donde una varilla de Nd:YAG es colocada (tomados de Liang and Almeida (2011)).

Concentradores del tipo DTIRC han sido propuestos como concentradores secundarios de un Concentrador de Canal Parabólico (PTC). Cooper et al. (2013), presentaron un sistema de concentración solar de dos etapas que incorpora un arreglo de concentradores dieléctricos como elementos secundarios de concentración (ver Fig. 2.8). Su diseño tiene como objetivo reducir el costo por  $m^2$  de área de captación de un sistema de concentración que dispone de seguimiento solar sobre un eje. Adicionalmente, se permite que el límite termodinámico de concentración en 2D ( $215\times$ ) sea significativamente superado con la implementación de un sistema de seguimiento en el arreglo de concentración secundaria. Los límites de la concentración geométrica total se encuentran por encima de  $4000\times$  cuando se usan concentradores secundarios reflectivos, y  $6000\times$  cuando son considerados los concentradores dieléctricos en la concentración secundaria.

Los DTIRCs ha inspirado a nuevos diseños de concentradores optimizados. Muhammad-Sukki et al. (2014), propusieron el Concentrador Dieléctrico con Reflexión Interna Total con Simetría Especular (MSDTIRC). Este concentrador puede lograr diferentes campos de visión en diferentes planos. Este nuevo diseño genera un prototipo de simetría especular en cuatro ejes paralelos a la base del concentrador que es de forma cuadrada (ver Fig. 2.9). Este concentrador ha sido diseñado para proporcionar una concentración óptima en dos planos diferentes, y por lo tanto, aumentar la producción eléctrica de un sistema solar fotovoltaico, además de reducir la cantidad de material fotovoltaico. De los resultados de la simulación se demostró que el MSDTIRC proporciona una concentración óptica significativa tan alta como  $13.54\times$  cuando se compara con una celda solar sin concentrador. Se concluyó que el MSDTIRC puede ser una opción para producir un sistema solar CPV de bajo costo, y que además puede ser un diseño alternativo para los sistemas BIPVs.

Otro diseño inspirado en los DTIRCs fueron propuestos por Thomsen et al. (2015). Este dispositivo muestra una configuración novedosa de un DTIRC que utiliza un receptor bifacial orientado verticalmente

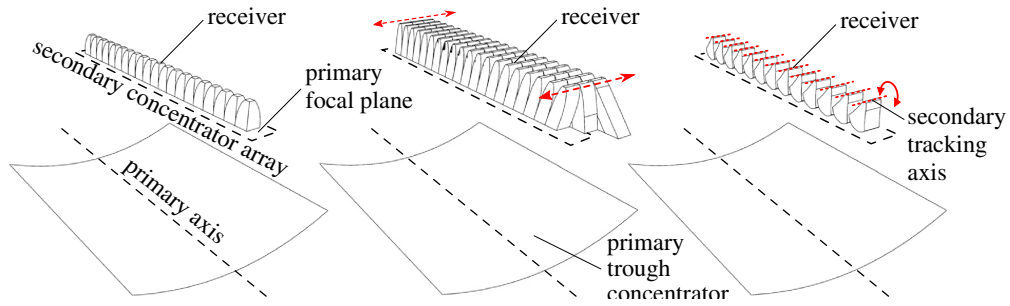


Figura 2.8: Concentrador de canal parabólico con un arreglo de concentradores secundarios del tipo DTIRC con diferentes opciones de seguimiento solar (tomado de Cooper et al. (2013)).

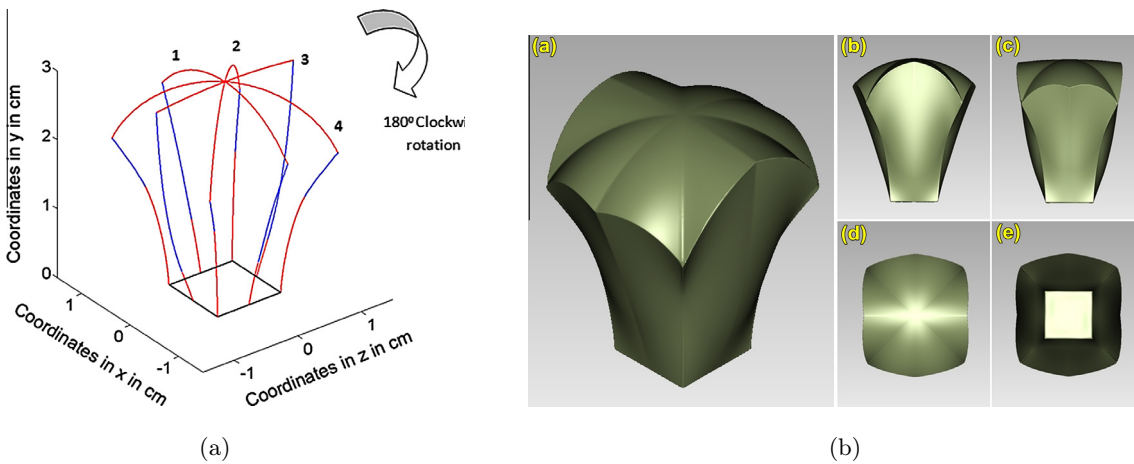


Figura 2.9: (a) Generación de un MSDTIRC a partir de un diseño 2D, (b) diferentes vistas de un MSDTIRC (tomados de Muhammad-Sukki et al. (2014)).

e inmerso dentro de la estructura del concentrador. Esta configuración ofrece tiene la ventaja de disponer las dos superficies del receptor para el uso de celdas fotovoltaicas. El diseño simulado con un trazador de rayos mostró una distribución de flujo uniforme para un concentrador que presentó una altura más baja que la mostrada por un dispositivo CPC equivalente. Sin embargo, se observó que la estructura de CPC puede lograr una concentración más alta en comparación con el diseño propuesto.

Recientemente Cruz-Silva et al. (2017) desarrollaron una formulación analítica completa basada en el método PCM para diseños DTIRC que tienen superficies frontales con diferentes geometrías. En este trabajo se analizó la distribución del flujo solar sobre el receptor de un DTIRC provisto como concentrador secundario de un sistema de concentración solar. El estudio mostró que la geometría de la superficie frontal es relevante para la forma de la distribución del flujo solar, y que para los casos de estudios, diseños con superficie frontal esférica presentan los flujos con mayor uniformidad sobre receptores planos.

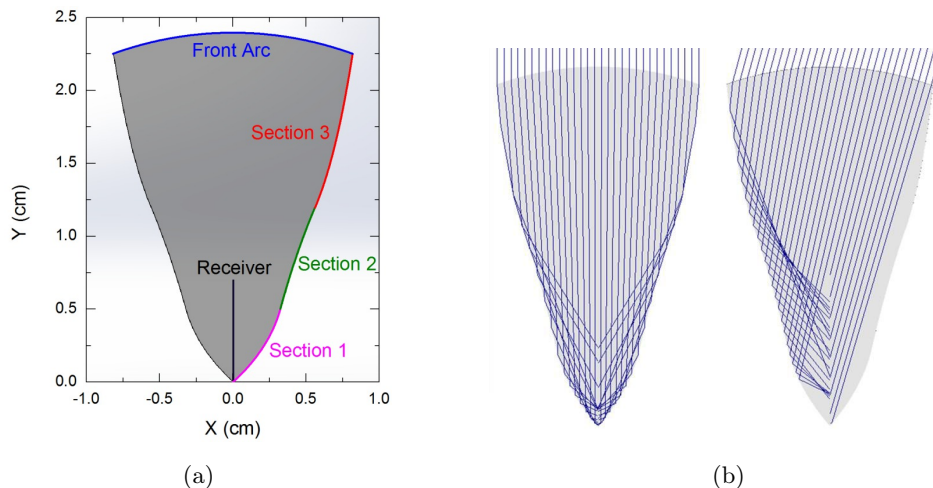


Figura 2.10: (a) Geometría de un DTIRC modificado con un receptor vertical inmerso en el concentrador, (b) trazado de rayos sobre el DTIRC modificado (tomados de [Thomsen et al. \(2015\)](#)).

## 2.3. Conceptos de óptica de no-imagen

Es esta sección se revisan algunos conceptos de óptica de no-imagen como el principio de Fermat, algoritmo edge-ray y el etendue de un sistema óptico. Estos conceptos son relevantes en el diseño de concentradores ópticos eficientes.

### 2.3.1. Principio de Fermat

La velocidad de la luz en un medio con índice de refracción  $n$  es  $c/n$ , donde  $c$  es la velocidad en el vacío. Por lo tanto, la luz viaja una distancia  $s$  en el medio en el tiempo  $s/v = ns/c$ ; es decir, el tiempo necesario para recorrer una distancia  $s$  en un medio de índice de refracción  $n$  es proporcional a  $ns$ . La cantidad  $ns$  se denomina *longitud del camino óptico* correspondiente a la longitud  $s$ . Supongamos que tenemos una fuente puntual  $O$  que emite luz en un sistema óptico, como en la [Fig. 2.11a](#)). Podemos trazar cualquier cantidad de rayos a través del sistema, de acuerdo las leyes de reflexión y refracción (ley de Snell), y luego podemos marcar puntos a lo largo de estos rayos que tiene la misma longitud del camino óptico respecto del la fuente  $O$  -es decir,  $P1, P2...$  Hacemos esto sumando las longitudes de camino óptico en cada medio con índice de refracción  $n_i$ , es decir,

$$\sum_i n_i s_i = constant., \quad (2.2)$$

en una notación obvia ([Winston et al., 2005](#)). Estos puntos se pueden unir para formar una superficie, que sería una superficie de fase constante de las ondas de luz denominada *frente de onda*.

Ahora presentamos un principio que no es tan intuitivo como las leyes de reflexión y refracción, pero que conduce a resultados que son indispensables para el desarrollo del siguiente capítulo. Se basa en el concepto de longitud de camino óptico, y es una forma de predecir la trayectoria de un rayo a través de un medio óptico. Supongamos que tenemos un medio óptico que puede tener lentes y espejos e incluso puede tener regiones de índice de refracción continuamente variable. Queremos predecir el camino de un rayo de luz entre dos puntos en este medio, digamos,  $A$  y  $B$  en la [Fig. 2.11b](#)). Podemos proponer un número infinito de caminos posibles, de los cuales tres están indicados. Pero a menos que  $A$  y  $B$  resulten ser objeto e imagen -y suponemos que no lo son- solo será posible una o quizás una pequeña cantidad finita de caminos, en otras palabras, caminos que los rayos de luz podrían tomar de acuerdo con las leyes de óptica geométrica. El *Principio de Fermat* en la forma más comúnmente utilizada establece que *una trayectoria de rayos físicamente posible es aquella para la cual la longitud de la trayectoria óptica a lo largo de ella desde  $A$  hasta  $B$  tiene un valor mínimo en comparación con las trayectorias vecinas*. Es posible derivar todas las ópticas geométricas, es decir, las leyes de refracción y reflexión del principio de Fermat. También conduce al resultado de que los frentes de ondas geométricas son ortogonales a los rayos (el teorema de Malus y Dupin); es decir, los rayos son normales a

los frentes de onda. Esto a su vez nos dice que si no hay aberración, si todos los rayos se encuentran en un punto, entonces los frentes de onda deben ser porciones de esferas. Entonces, si no hay aberración, la longitud del camino óptico desde el punto del objeto al punto de la imagen es la misma a lo largo de todos los rayos (Winston et al., 2005).

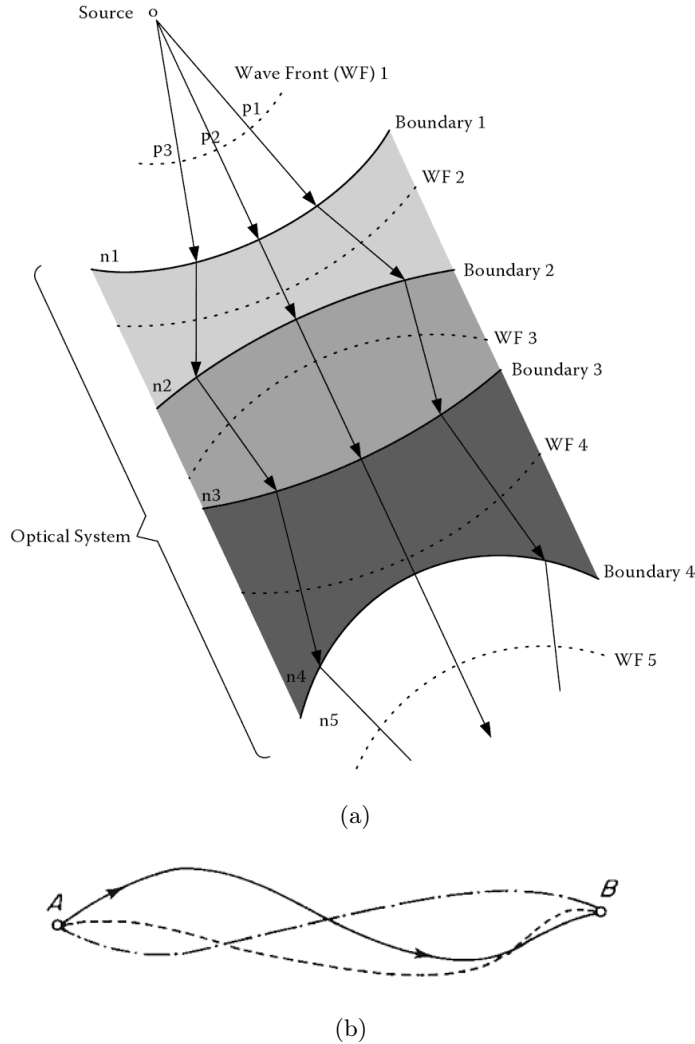


Figura 2.11: (a) Rayos a través de un sistema óptico emitidos desde una fuente  $O$  y frentes de ondas generados (líneas segmentadas) (tomado de Ramírez-Iniguez et al. (2008)), (b) caminos ópticos entre dos puntos  $A$  y  $B$ . La línea continua es el único camino óptico físicamente posible (tomado de Winston et al. (2005)).

### 2.3.2. Algoritmo edge-ray

En Dinámica de Fluidos, como en Óptica, una representación útil de los sistemas es el espacio de fase. El *espacio de fase* consta de posiciones  $(x, y, ..)$  y momentos  $(p, q, ...)$  de los elementos del sistema, este espacio tiene el doble de las dimensiones del espacio ordinario. En óptica, los momentos son los cosenos directores de los rayos de luz multiplicados por el índice de refracción del medio donde se propagan. Para un espacio de 4 dimensiones,  $dV = dx dy dp dq$  es un diferencial de volumen. En Óptica, como en Dinámica de Fluidos, *el volumen en el espacio de fase se conserva*, una especie de fluido incompresible que fluye en este espacio.

Teniendo en cuenta lo anterior, consideremos un conjunto de rayos que arriba a la apertura de entrada de un sistema óptico, el límite o borde de todos estos rayos son los *rayos extremos*. A continuación, buscamos

que los rayos extremos sean transportados desde la fuente hasta receptor a través del sistema óptico. Los rayos interiores del conjunto de rayos estarán contenidos dentro de los límites durante el proceso. Los rayos interiores no pueden filtrarse al exterior del borde porque si lo cruzaran éstos se convertirían en el límite, y es precisamente el límite lo que se desea transportar. Durante el proceso de transportar los límites, la predicción del comportamiento de los rayos extremos en el medio delimitará la frontera del sistema óptico, y por lo tanto definirá su geometría. Este proceso describe uno de los algoritmos más útiles de la óptica de no-imagen: el principio *edge-ray*. Veremos que el transporte solamente de los bordes, sin tener en cuenta el orden interior, permite lograr la concentración geométrica máxima (Ec. 2.1) en el diseño de concentradores ópticos.

Para motivar el método, comenzamos con la afirmación de que todo diseño óptico se deriva del principio de Fermat. Para el caso de la Óptica de imagen, la longitud del camino óptico entre los puntos del objeto y de la imagen es la misma para todos los rayos. Cuando este mismo principio se aplica a “cuerdas” en lugar de rayos, se obtiene el algoritmo edge-ray de la óptica de no-imagen. Primero debemos explicar qué son las cuerdas, lo cual se hace mejor con un ejemplo. Vamos a proceder a resolver el problema de alcanzar la concentración geométrica máxima para el caso más simple, el de un receptor plano. Con referencia a la Fig. 2.12), colocamos un extremo de una cuerda en una “varilla” inclinada en ángulo  $\theta$  respecto a la apertura  $AA'$  y unimos el otro extremo al borde de la apertura de salida  $BB'$ . Manteniendo la longitud fija, trazamos un perfil reflector a medida que la cuerda se mueve de  $C$  a  $A'$ . Por geometría simple, la relación  $BB' = AA' \sin \theta$  es obtenida inmediatamente (para el caso de  $n_1 = n_2 = 1$  esto corresponde a la máxima concentración geométrica 2D). Esta construcción genera el Concentrador Parabólico Compuesto 2D (CPC). Al girar el perfil sobre el eje de simetría se obtiene el CPC 3D. El CPC 2D es un concentrador ideal, es decir, transmite perfectamente todos los rayos dentro del ángulo de aceptación  $\theta$  desde la fuente hasta el receptor. Tenga en cuenta que hemos mantenido fija la longitud óptica de la cuerda. Para medios con índice de refracción  $n$ , la longitud de la cuerda debe ser multiplicada por  $n$ . La método de construcción por cuerdas es muy versátil y se puede aplicar a cualquier receptor convexo o al menos no cóncavo (Winston et al., 2005).

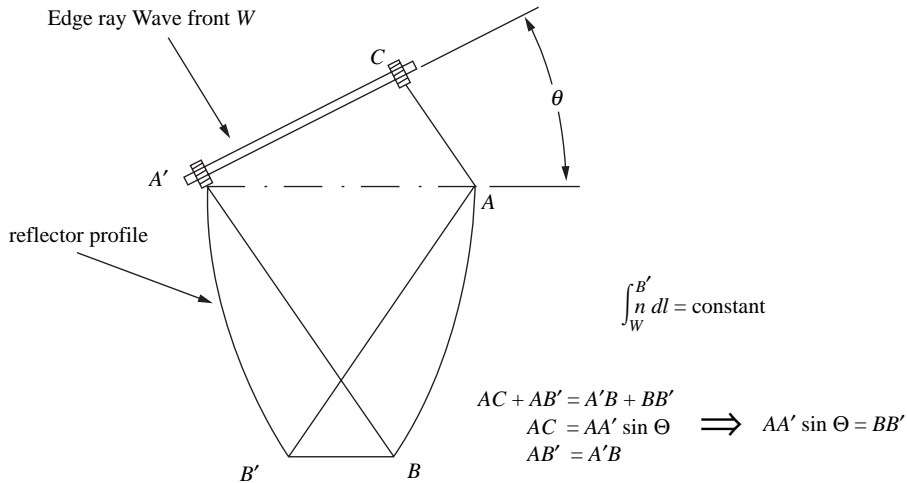


Figura 2.12: Construcción de un CPC 2D mediante el algoritmo edge-ray (tomado de Winston et al. (2005)).

### 2.3.3. Etendue

La propiedad de la luz en un sistema óptico que caracteriza su extensión en área y en campo de visión angular al propagarse en el medio se denomina *etendue*. La noción de esta propiedad y su relevancia son dados por el siguiente ejemplo. La Fig. 2.13a muestra una fuente de luz esférica  $S_R$  (por ejemplo, el sol) de radio  $r$  que emite luz. A medida que la luz emitida se expande, eventualmente iluminará la cara interna de la superficie esférica  $A_1$  de radio  $d_1$ . Cuando alcanza la superficie, la amplitud angular de la luz se confina al ángulo  $\theta_1$  definido por las tangentes a  $S_R$  que intersectan en  $A_1$ . Por geometría elemental se puede demostrar que la relación entre el área de la fuente y el área iluminada satisface  $A_1 \sin^2 \theta_1 = 4\pi r^2 = A_S$ , donde  $A_S$  es el área de



la fuente. A medida que continúa expandiéndose, la luz ilumina otra superficie esférica  $A_2$  de radio  $d_2$  como se muestra en la Fig. 2.13a. De manera análoga al caso anterior, se puede demostrar que  $A_2 \sin^2 \theta_2 = A_S$ , y por lo tanto de ambos casos puede deducirse que  $A_1 \sin^2 \theta_1 = A_2 \sin^2 \theta_2$ . Esto es, a medida que la luz viaja a través del espacio alejándose de la fuente  $S_R$ , el área que ilumina es aumentada mientras que el ángulo que subtende la fuente es disminuido. En la propagación de la luz la cantidad  $A \sin^2 \theta$  se observa constante.

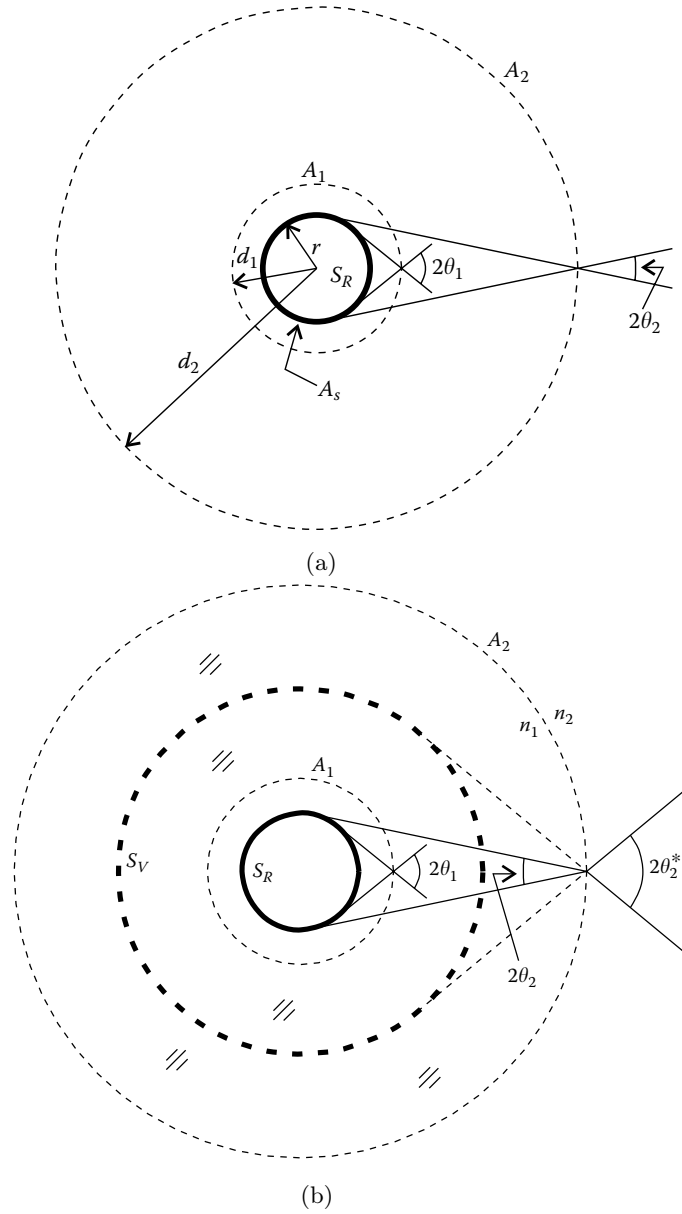


Figura 2.13: (a) Fuente esférica  $S_R$  iluminando las superficies  $A_1$  y  $A_2$ , (b) la superficie  $A_2$  separando dos medios con índices de refracción  $n_1$  y  $n_2$  (tomados de Chaves (2015)).

Ahora bien, si el área  $A_2$  separa dos medios de diferentes índices de refracción  $n_1$  y  $n_2$ , como se muestra en la Fig. 2.13b, la luz se refractará al cruzar  $A_2$ . Su apertura angular ahora cambiará de acuerdo a  $n_1 \sin \theta_2 = n_2 \sin \theta_2^*$  y la luz parecerá venir de una fuente virtual  $S_V$  mientras viaja en el nuevo medio de índice de refracción  $n_2$ . Por lo tanto, podemos deducir una relación más general entre áreas, a saber,  $A_1 \sin^2 \theta_1 =$

$A_2 \sin^2 \theta_2 = A_2 (n_2^2/n_1^2) \sin^2 \theta_2^*$ , o bien

$$n_1^2 A_1 \sin^2 \theta_1 = n_2^2 A_2 \sin^2 \theta_2^*, \quad (2.3)$$

donde la cantidad  $n^2 A \sin^2 \theta$  se conserva a medida que la luz viaja a través del medio. La cantidad  $\pi n^2 A \sin^2 \theta$  se denomina el *etendue* de radiación atravesando el área  $A$  dentro de un cono de luz con ángulo  $\pm\theta$ .

A medida que la luz viaja a través de un sistema óptico donde experimenta múltiples reflexiones o refracciones perfectas el *etendue* se conserva. Sin embargo, si la luz golpeará, por ejemplo, un difusor, su ángulo sólido aumentaría, lo que aumentaría su *etendue*. *El Etendue puede permanecer constante o puede aumentar a medida que la luz se propaga a través de un sistema óptico, pero nunca puede disminuir.*

Por otra parte, considere un elemento superficial infinitesimal  $dA$  con  $\mathbf{n}$  en dirección normal, inmersa en un medio de índice de refracción  $n$ . La superficie es cruzada por (o emite) luz confinada a un ángulo sólido  $d\Omega$  en dirección  $\theta$  respecto a la normal  $\mathbf{n}$  (Fig. 2.14a). El área proyectada en la dirección de la propagación de la luz es  $dA \cos \theta$ . El diferencial de *etendue*  $dG$  de la luz cruzando  $dA$  se define como

$$dG = n^2 dA \cos \theta d\Omega, \quad (2.4)$$

donde el diferencial de ángulo sólido es  $d\Omega = \sin \theta d\theta d\phi$  donde  $\phi$  es el ángulo azimutal.

Considere un sistema óptico (concentrador) con simetría axial con aperturas de áreas  $S_1$  y  $S_2$  inmersas en medios con índices de refracción  $n_1$  y  $n_2$ , respectivamente (Fig. 2.14b). La radiación entrante por  $S_1$  está confinada en cono de luz con ángulo  $\theta_1$  respecto al eje del concentrador, mientras que la radiación saliente por  $S_2$  tiene un ángulo máximo de salida de  $\theta_2$ . Para un haz de luz que se propaga en el sistema óptico la conservación del *etendue* puede expresarse de acuerdo Ec. (2.4) como

$$n_1^2 dS'_1 \cos \theta'_1 d\Omega = n_2^2 dS'_2 \cos \theta'_2 d\Omega \quad (2.5)$$

donde  $dS'_1$  y  $dS'_2$  son los diferenciales de área por donde se extiende el haz en las aperturas al entrar y salir del concentrador, y  $\theta'_1$  y  $\theta'_2$  son las direcciones del haz respecto al eje del concentrador. Para todas las contribuciones de los haces que se propagan en el concentrador tenemos

$$n_1^2 S_1 \sin^2 \theta_1 = n_2^2 S_2 \sin^2 \theta_2 \quad (2.6)$$

donde se ha removido el factor  $\pi$  de la integración del ángulo azimutal (Chaves, 2015).

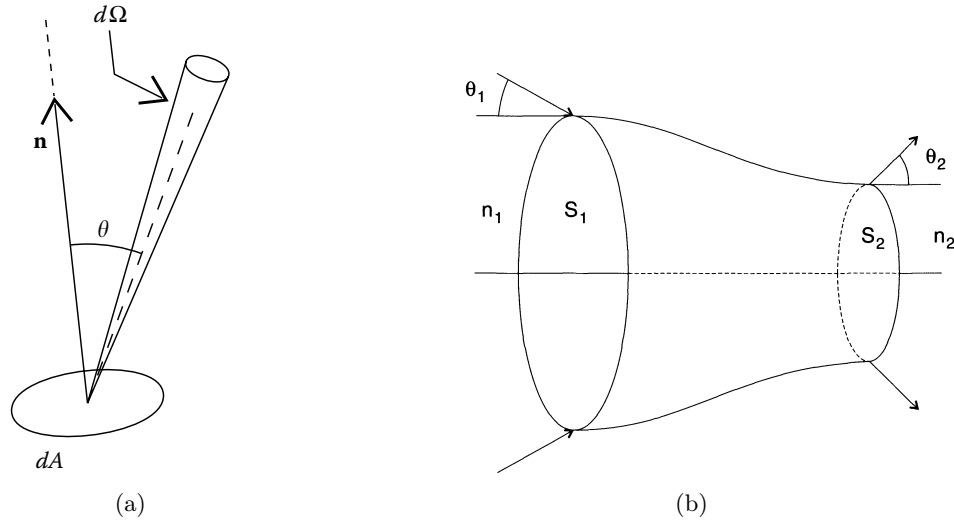


Figura 2.14: (a) Definición de diferencial de *etendue* (tomado de Chaves (2015)), (b) geometría de un concentrador óptico con simetría axial (tomado de Leutz and Suzuki (2012)).

El siguiente capítulo aborda una de las partes medulares del trabajo presentado en esta tesis: el diseño de los DTIRC's bajo la conservación del *etendue*. Se desarrollará una formulación para el diseño de dispositivos DTIRC con diferentes geometrías; posteriormente, aplicaciones de estos dispositivos en sistemas de concentración solar serán llevadas a cabo.



## Capítulo 3

# Diseño de Concentradores Dieléctricos con Reflexión Interna Total

El objetivo principal de este capítulo es reestructurar la formulación de Ning (Ning et al., 1987b) para el diseño de un DTIRC con superficie frontal esférica. La imposición de la conservación del *etendue* en el sistema óptico nos permitirá establecer una formulación analítica completa para la obtención del perfil del concentrador. Extenderemos la formulación a concentradores con superficies frontales parabólicas (PDTIRC) y elípticas (EDTIRC). Al final del capítulo, aplicaciones de estos dispositivos para la concentración de energía solar serán presentadas.

### 3.1. Formulación analítica para el diseño de un DTIRC. Método de Conservación de Fase

Un Concentrador Dieléctrico con Reflexión Interna Total (DTIRC) es un dispositivo óptico de no-imagen que aproxima la concentración de la radiación al límite máximo teórico (Winston et al., 2005). Ning et al. (1987b) diseñaron el concentrador DTIRC basado en el *algoritmo edge-ray* y en el *principio de Fermat*.

La Fig. 3.1 muestra la sección transversal de un DTIRC. La forma tridimensional de un DTIRC puede obtenerse extendiendo el contorno del diseño bidimensional (2D) a lo largo de un eje normal al plano de la figura, o girándolo alrededor del eje de simetría (eje  $y$ ) para obtener un sólido de revolución. Un DTIRC consta de tres partes: una sección superior denominada *superficie frontal*, que es un arco que va de  $P'_1$  a  $P_1$ , un *perfil lateral* que va de  $P_1$  a  $P_3$  donde los rayos incidentes se reflejan internamente, y una *apertura de salida* de  $P'_3$  a  $P_3$  por donde los rayos emergen del concentrador. En la Fig. 3.1,  $H$  es la *altura del concentrador*,  $\theta_a$  es el *ángulo de aceptación* determinado por los rayos extremos y la vertical,  $\varphi$  es el *ángulo de la superficie frontal*<sup>1</sup>, y  $d_1$  y  $d_0$ , las *aperturas de entrada y de salida*, respectivamente. El ángulo determinado por cualquier *punto de incidencia*  $(x_0, y_0)$  sobre la superficie frontal y el *eje del concentrador* (eje  $y$ ) es el *ángulo de incidencia*  $\theta$ , el cual barre todo el arco en un rango de  $-\varphi \leq \theta \leq \varphi$ . El índice de refracción del aire,  $n = 1$ , y del medio dieléctrico del DTIRC,  $n > 1$ , son mostrados también.

La Fig. 3.1 muestra en su parte superior un *frente de onda entrante* de rayos extremos, representado por la línea de segmentos y puntos. Los *rayos extremos* son aquellos que delimitan el cono de luz y provienen de los bordes de la fuente emisora de radiación (Sol). El comportamiento de estos rayos extremos dentro del sistema óptico determinará la geometría perfil del concentrador (en lo posterior, los rayos extremos serán referidos simplemente como *rayos*).

Los rayos que inciden en la superficie frontal son refractados hacia perfil lateral, donde posteriormente ocurre una *Reflexión Interna Total* (TIR) de la siguiente manera:

- los rayos que se reflejan entre  $P_1$  y  $P_2$  convergen al punto  $P'_3$

---

<sup>1</sup>El ángulo  $\varphi$  corresponde al ángulo de inclinación de la línea tangente al arco que pasa por  $P_1$ . Esta definición prevalecerá cuando la formulación sea extendida a diseños con superficies frontales parabólicas y elípticas.

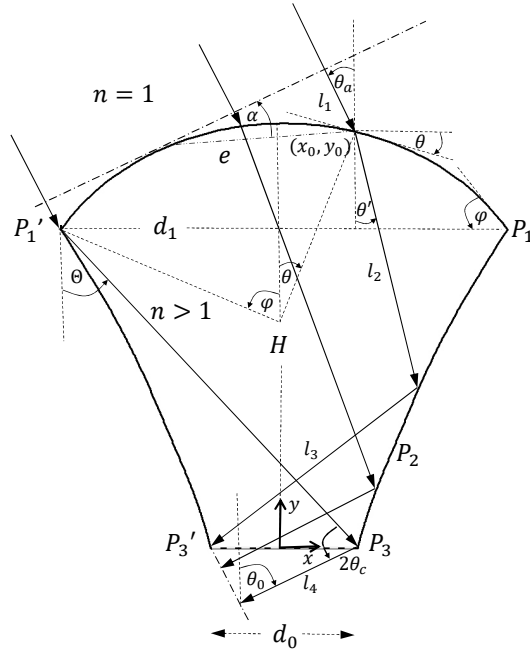


Figura 3.1: Sección transversal y geometría de un DTIRC.

- los rayos que se reflejan entre  $P_2$  y  $P_3$  emergen (i) en cualquier dirección a través de la apertura de salida lográndose una concentración máxima (*Método de Concentración Máxima (MCM)*), o (ii) salen en paralelo formando un *frente de onda emergente* bien definido (*Método de Conservación de Fase (PCM)*) (Ning et al., 1987b).

El algoritmo edge-ray asegura que los rayos extremos terminen en los bordes del receptor, esto es, en los vértices  $P_1'$  y  $P_1$ . La *Concentración Máxima Teórica*,  $C_{max}$ , se define en función del ángulo de aceptación  $\theta_a$  y de los índices de refracción  $n_1$  y  $n_2$  de los medios donde, respectivamente, las aperturas de salida y de entrada se encuentran inmersas, a saber

$$C_{max} = \frac{n_1^2}{n_2^2 \sin^2 \theta_a}. \quad (3.1)$$

El método MCM ofrece una concentración mayor que el método PCM, pero demanda un concentrador ligeramente más grande (Ning et al., 1987b). Ambos métodos pueden usarse para diseñar estructuras 2D con dimensiones y razones de concentraciones similares a partir de los siguientes *parámetros de entrada*: la apertura de salida  $d_0$ , el ángulo de aceptación  $\theta_a$ , el ángulo de la superficie frontal  $\phi$  y el índice de refracción  $n$ . Adicionalmente, un valor inicial de prueba para la apertura de salida  $d_1$  es requerido<sup>2</sup>. La Fig. 3.2 compara por pares concentradores DTIRC diseñados por los métodos PCM y MCM, para un mismo conjunto de parámetros entrada.

Ning et al. (1987b) propusieron la formulación para el diseño de un DTIRC con superficie frontal esférica mediante los métodos PCM y MCM. A continuación, presentamos una reestructurada y resumida formulación del método PCM. El método MCM es desarrollado y presentado en el Apéndice C con fines de consulta, pero no será tratado en el presente estudio.

Comencemos asumiendo una superficie frontal con geometría caracterizada por

$$y = \sqrt{R^2 - x^2} + H - R, \quad (3.2)$$

<sup>2</sup>El valor final de este último parámetro es resultado de un proceso de aproximaciones sucesivas, el método para su determinación analítica es uno de los propósitos principales de este trabajo

donde

$$R = \frac{d_1}{2 \sin \varphi}, \quad (3.3)$$

es el *radio de la superficie frontal*. Siguiendo la formulación de Ning, el comportamiento óptico de los rayos en la región delimitada por los frentes de onda entrante y saliente, y el perfil lateral, está determinado por la ley de reflexión, ley de Snell y el principio de Fermat. La *longitud del camino óptico*  $C$ , se define como el producto de la longitud de la trayectoria que sigue la luz y el índice de refracción del medio a través del cual se propaga. El camino que sigue la luz entre dos puntos cualesquiera es aquel con camino óptico mínimo, de acuerdo con el principio de Fermat. Como se ve en la Fig. 3.1, el camino óptico  $C$ , consta de cuatro segmentos: la *longitud del trayecto del rayo incidente*  $l_1$ , el *recorrido del rayo refractado*  $l_2$ , el *recorrido del rayo reflejado por TIR*  $l_3$  y el *recorrido del rayo emergente*  $l_4$ . Estos segmentos contribuyen al camino óptico total

$$C = l_1 + n(l_2 + l_3 + l_4). \quad (3.4)$$

Por otro lado, de acuerdo con ley de Snell un rayo que incide con ángulo  $\theta$  es refractado con un ángulo  $\theta'$  de acuerdo con

$$n = \frac{\sin(\theta_a + \theta)}{\sin(\theta' + \theta)}, \quad (3.5)$$

donde el *ángulo de refracción máximo*  $\Theta$  tiene un valor de

$$\Theta = \sin^{-1}(\sin(\theta_a - \varphi)/n) + \varphi, \quad (3.6)$$

que corresponde a la desviación del rayo que se introduce por  $P'_1$ . Por otro lado, si el rayo incidente en  $P'_1$  es TIR con ángulo crítico en  $P_3$ , se deduce fácilmente que el *ángulo de salida*  $\theta_0$  está dado por

$$\theta_0 = \pi - 2\theta_c - \Theta, \quad (3.7)$$

donde  $\theta_c = \sin^{-1}(1/n)$  es el *ángulo crítico*. Luego, la *altura total del concentrador*  $H$ , es definida por la altura del perfil más la *altura de la superficie frontal*,  $h = R(1 - \cos \varphi)$ , esto es

$$H = \frac{1}{2}(d_1 + d_0) \cot \Theta + h. \quad (3.8)$$

Hasta aquí hemos establecido las parámetros geométricos de la formulación. En lo siguiente, el cálculo del camino óptico será desarrollado. Consideremos rayos con un ángulo de incidencia  $\theta$  en el intervalo  $-\varphi \leq \theta \leq \varphi$ . El primer segmento del camino óptico  $l_1$  para todo rayo es una función de  $\theta$ , a saber

$$l_1(\theta) = e \sin \alpha, \quad (3.9)$$

donde  $e$  es la *cuerda* que va desde el punto tangente del frente de onda hasta punto de incidencia con coordenadas  $(x_0, y_0)$ , y es dada por

$$e = 2R \sin \left( \frac{\theta_a + \theta}{2} \right), \quad (3.10)$$

y donde  $\alpha$  es el *ángulo entre la cuerda y el frente de onda*, dado por

$$\alpha = \frac{\theta_a + \theta}{2}. \quad (3.11)$$

A fin de tomar en cuenta el principio de Fermat, calculamos el camino óptico determinado por el rayo incidente en  $P_1$ . Para este caso,  $\theta = \varphi$ ,  $l_1$  y  $l_2$  toman valores máximos, y  $l_3 = l_4 = 0$ , tal manera que

$$C = l_1(\theta = \varphi) + \frac{n(d_1 + d_0)}{2 \sin \Theta}, \quad (3.12)$$

es el valor del camino óptico entre los frentes de onda entrante y emergente.

Por otro lado, los rayos del frente de onda entrante Ning los dividió en dos partes: a) la parte que incide sobre la porción  $P_1$ - $P_2$  del perfil lateral y que posteriormente es reflejada hacia el punto  $P'_3$  (de acuerdo con el algoritmo edge-ray) y b) la parte que incide sobre el resto del perfil  $P_2$ - $P_3$ , es reflejada y posteriormente

### 3.1. FORMULACIÓN ANALÍTICA PARA EL DISEÑO DE UN DTIRC. MÉTODO DE CONSERVACIÓN DE FASE

atraviesa la apertura de salida formando el frente de onda emergente (conforme al principio de Fermat). Para la primera parte de los rayos del frente de onda, observamos que su trayectoria termina en  $P'_3$ , y por lo tanto  $l_4 = 0$ . De esta forma, los segmentos restantes del camino óptico satisfacen las siguientes relaciones

$$H = l_2 \cos \theta' + l_{3y} + y_0, \quad (3.13a)$$

$$-\frac{d_0}{2} = l_2 \sin \theta' - l_{3x} + x_0, \quad (3.13b)$$

donde  $x_0 = R \sin \theta$  y  $y_0 = R(1 - \cos \theta)$  son las coordenadas del punto de incidencia. Para el caso de superficies frontales parabólicas y elípticas, las relaciones para  $x_0$  y  $y_0$  son dadas en la [Tabla 3.1](#).

Para la parte complementaria del frente de onda, los rayos emergen con un mismo ángulo de salida  $\theta_0$ , dado por la Ec. (3.7). En este caso, los segmentos del camino óptico satisfacen las siguientes ecuaciones

$$H = l_2 \cos \theta' + l_3 \cos \theta_0 + y_0, \quad (3.14a)$$

$$-\frac{d_0}{2} = l_2 \sin \theta' - l_3 \sin \theta_0 - \frac{l_4}{\sin \theta_0} + x_0. \quad (3.14b)$$

Las Ecs. (3.4) y (3.9) junto con las Ecs. (3.13a) y (3.13b), para los rayos incidentes sobre el perfil superior, o Ecs. (3.14a) and (3.14b), para los rayos que impactan el perfil inferior, determinan las componentes  $l_k$  ( $k = 1, 2, 3, 4$ ) del camino óptico para los rayos concentrados por el DTIRC. Finalmente, las coordenadas Cartesianas ( $x, y$ ) que definen el perfil son escritas en términos del segmento  $l_2$  y del parámetro  $\theta'$ , mediante

$$x = l_2 \sin \theta' + x_0, \quad (3.15a)$$

$$y = H - l_2 \cos \theta' - y_0, \quad (3.15b)$$

donde  $l_2$  es dado al resolver las Ecs. (3.13a) y (3.13b), para los rayos incidentes sobre la parte superior del perfil ( $P_1$ - $P_2$ ), o Ecs. 3.14a y 3.14b, para los rayos que impactan la parte inferior del perfil ( $P_2$ - $P_3$ ), como sigue:

$$l_2 = \begin{cases} \frac{a^2 - b^2 - c^2}{2(a + b \sin \theta' - c \cos \theta')} & (P_1 - P_2) \\ \frac{a - b \sin \theta_0 - c \cos \theta_0}{2 \sin^2 \left( \frac{\theta_0 + \theta'}{2} \right)} & (P_2 - P_3) \end{cases}, \quad (3.16)$$

donde los coeficientes  $a, b, c$  están dados por

$$\begin{aligned} a &= \frac{C - l_1}{n}, \\ b &= x_0 + \frac{d_0}{2}, \\ c &= H - y_0. \end{aligned} \quad (3.17)$$

La [Fig. 3.2](#) muestra diseños 2D de concentradores DTIRC obtenidos mediante la formulación Ning, para diversos parámetros de entrada. En esta figura los perfiles superiores ( $P_1 - P_2$ ) e inferiores ( $P_2 - P_3$ ) corresponden a las líneas en color naranja y azul, respectivamente. Con líneas segmentadas en color negro son mostrados los diseños obtenidos por el método MCM usando los mismos parámetros de entrada para cada caso.

Hasta este punto, el procedimiento reportado por Ning para describir el perfil de un DTIRC quedaría determinado por las ecuaciones parametrizadas Ecs. (3.15a) y (3.15b) a partir de un conjunto dado de parámetros de entrada ( $\theta_a, d_0, \varphi$  y  $n$ ). Sin embargo, esta formulación no resulta completamente determinada ya que existe una incertidumbre asociada al valor de prueba inicial de la apertura de entrada  $d_1$ . Una primera aproximación de esta cantidad da lugar a soluciones inconsistentes del diseño, como una discontinuidad entre las partes de los perfiles o entre perfil inferior y apertura de salida. Esta inconsistencia es fácilmente comprensible en el método PCM debido a que corresponde a un grado de libertad no fijado: la formulación matemática desarrollada por Ning corresponde a un conjunto de  $n$  ecuaciones que relacionan  $n + 1$  variables. Habitualmente, esta dificultad se ha resuelto introduciendo un método iterativo para proporcionar un

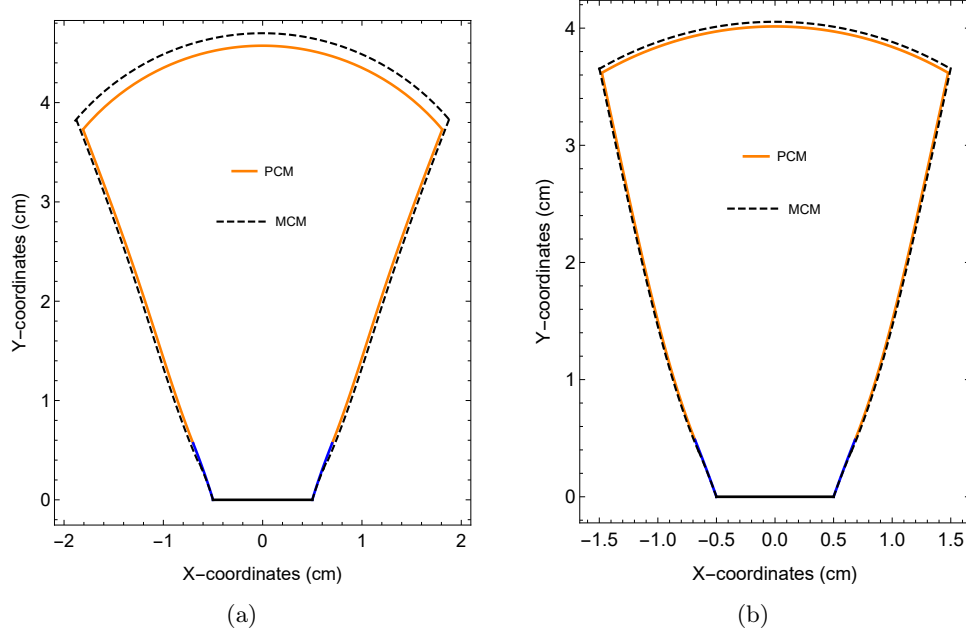


Figura 3.2: Diseños 2D de concentradores DTIRC obtenidos mediante los métodos PCM y MCM, con parámetros de entrada (a)  $\theta_a = 22^\circ$ ,  $d_0 = 1$ ,  $\varphi = 50^\circ$ ,  $n = 1.5$ , (b)  $\theta_a = 28^\circ$ ,  $d_0 = 1$ ,  $\varphi = 30^\circ$ ,  $n = 1.5$ .

valor óptimo al parámetro libre, calculado a partir del promedio de un valor inicial de prueba y el valor correspondiente al diseño resultante. Este procedimiento iterativo se repite hasta que la diferencia de los valores converge a un error previamente establecido y, por lo tanto, el valor del parámetro  $d_1$  para un diseño factible queda numéricamente determinado (Ning et al., 1987b).

En la siguiente sección, una restricción en el sistema óptico será considerada a fin de obtener una relación independiente al procedimiento de Ning. De esta forma, una formulación matemática completa para diseño de un DTIRC podrá ser obtenida.

### 3.2. Conservación del etendue en DTIRCs

Hasta este punto hemos seguido con precisión la formulación de Ning para el diseño de un DTIRC, donde el perfil del concentrador puede ser calculado analíticamente. Sin embargo, esta formulación posee un grado de libertad que puede generar soluciones inconsistentes. Resulta que para un conjunto dado de parámetros de entrada, es decir para  $\theta_a$ ,  $d_0$ ,  $\varphi$  y  $n$  fijados con valores determinados, existe una familia de soluciones posibles asociada a un conjunto de valores para la apertura de salida  $d_1$ . La formulación de Ning es satisfecha por cada uno de los miembros de la familia de soluciones pero solo una solución representa un diseño físico factible. Para poner en claro este problema, consideremos un sistema de coordenadas polares con origen en  $P3'$  y el eje polar coincidente con el eje  $y$ , de forma que  $0^\circ$  corresponde en una posición vertical y  $90^\circ$  corresponde a una posición horizontal sobre el eje  $x$ . De esta forma, el perfil del DTIRC puede ser precisado mediante una coordenadas radial y otra coordenada angular.

La Fig. 3.3 muestra el perfil de un DTIRC en coordenadas polares, considerando la distancia radial normalizada con respecto a la apertura de salida. El perfil se muestra como una función del ángulo de incidencia  $\theta$ , de modo que la parte más alta del perfil ( $P_1$ ) está en  $\theta = \varphi$ , mientras que la parte más baja ( $P_3$ ) está en  $\theta = -\varphi$ . Como se observa, para un diseño particular con parámetros de entrada:  $\theta_a = 22^\circ$ ,  $d_0 = 2.63$ ,  $\varphi = 30^\circ$ ,  $n = 1.5$ , existe una familia de soluciones correspondientes a las aperturas de entrada  $d_1 = 8, 10, 11, 15$ . En el lado izquierdo de la Fig. 3.3 (color negro) se grafica la razón “distancia radial/apertura de salida”, mientras que del lado derecho (color azul) el ángulo polar. Note que para todas soluciones el ángulo polar correspondiente al punto  $P_1$  es el valor del ángulo de refracción máximo  $\Theta = 24.68^\circ$ .

Por la forma en que está definido el sistema coordenado polar, la *unión física* entre la parte inferior



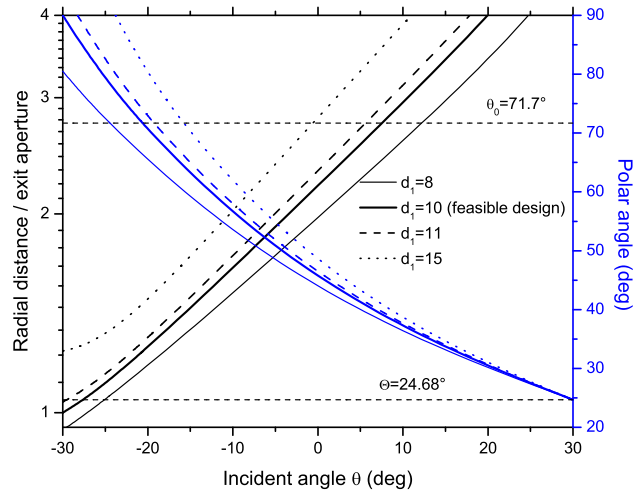


Figura 3.3: Coordenadas polares del perfil de un DTIRC como función del ángulo de incidencia  $\theta$ , correspondiente a la familia de soluciones para un diseño con parámetros de entrada  $\theta_a = 22^\circ$ ,  $d_0 = 2.63$ ,  $\varphi = 30^\circ$ ,  $n = 1.5$ .

de perfil y la apertura de salida corresponde a una razón “distancia radial/apertura de salida = 1” y a un ángulo polar recto ( $90^\circ$ ), justo en  $\theta = -\varphi = -30^\circ$ . Observamos, que la única solución que satisface esta condición es la correspondida por el valor de  $d_1 = 10$ . En la Fig. 3.4 son mostrados los diseños DTIRC (2D) que representan la familia de soluciones arriba mencionadas. Notamos que de todos los diseños, solo el que corresponde a una apertura de salida  $d_1 = 10$  reúne todas las restricciones de un diseño físicamente factible, esto es, no presenta desuniones entre los contornos que delimitan el diseño (2D) del DTIRC.

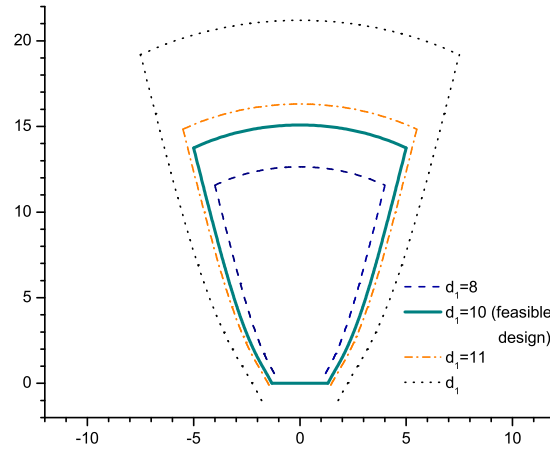


Figura 3.4: Diseños 2D correspondientes a la familia de soluciones de un DTIRC con parámetros de entrada  $\theta_a = 22^\circ$ ,  $d_0 = 2.63$ ,  $\varphi = 30^\circ$ ,  $n = 1.5$ , con diferentes valores para  $d_1$ .

A continuación, fijaremos el grado de libertad en la formulación de Ning para el diseño factible de un DTIRC mediante la imposición de la conservación del etendue en el sistema óptico.

El etendue, que caracteriza el desparramamiento de la luz en un área, nunca disminuye en un sistema óptico. De hecho, para un sistema óptico ideal, el etendue se conserva a medida que la luz viaja. Las pérdidas debidas a las propiedades de los materiales, tal como reflexión de Fresnel, absorción y dispersión son ignoradas. En particular, en la óptica de no-imagen, la conservación del etendue es ampliamente utilizada.

### CAPÍTULO 3. DISEÑO DE CONCENTRADORES DIELECTRICOS CON REFLEXIÓN INTERNA TOTAL

La conservación del etendue en dos medios de diferentes índices de refracción  $n_1$  y  $n_2$  con simetría axial está dada por

$$n_1^2 A_1 \sin^2 \Omega_1 = n_2^2 A_2 \sin^2 \Omega_2, \quad (3.18)$$

donde  $A_1, A_2$  corresponden a la superficies que cruzan los rayos de luz en los medios con índices de refracción  $n_1, n_2$  en un ángulo  $\Omega_1, \Omega_2$  con respecto a un vector normal a la superficies (Chaves, 2015).

Al imponer la conservación de la etendue, Ec. (3.18), en el DTIRC obtenemos la relación para el parámetro  $d_1$ , a saber

$$d_1 = \frac{nd_0 \sin \theta_0}{\sin \theta_a}. \quad (3.19)$$

Esta condición fija el grado de libertad y evita la indeterminación de la formulación de Ning.

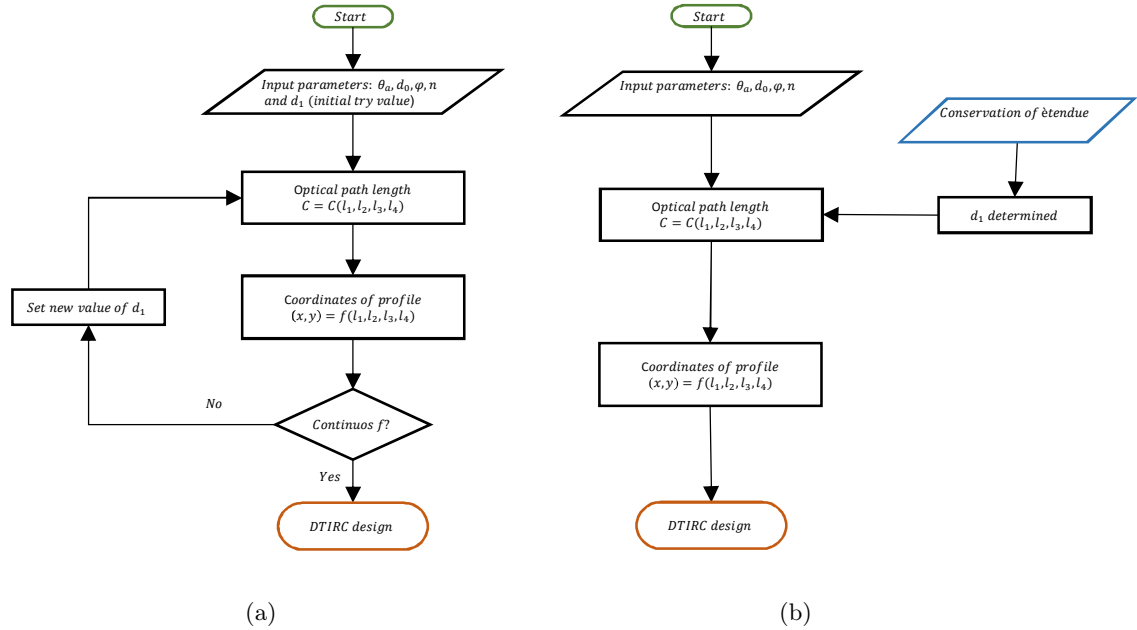


Figura 3.5: Procedimiento para la generación de un diseño DTIRC mediante a) la formulación original PCM, b) la formulación PCM que considera la conservación del etendue.

Observamos que la conservación del etendue en el DTIRC relaciona la apertura de entrada con los parámetros de inicio proporcionando la relación faltante necesaria para cerrar completamente el perfil y proporcionar un diseño DTIRC viable. Aplicando la conservación del etendue al rayo incidente en  $P'_1$  y estableciendo  $\theta = -\varphi$ , el camino óptico de este rayo resulta ser

$$l_1 = f(-\varphi), \quad (3.20a)$$

$$l_2 = (d_1 + d_0)/2 \sin \Theta, \quad (3.20b)$$

$$l_3 = 0, \quad (3.20c)$$

$$l_4 = d_0 \sin \theta_0, \quad (3.20d)$$

donde  $l_1$ , como se indica en Ec. (3.20a), depende de  $\varphi$ .

La Fig. 3.5 resume el procedimiento original desarrollado por Ning y su reformulación bajo la preservación del etendue. Como muestra la Fig. 3.5a, en este proceso se definen las cantidades geométricas que permitirán calcular el camino óptico de todo rayo en el concentrador. Por lo tanto, el perfil lateral  $(x, y)$  se determina en términos de estas variables y parámetros. Así, una familia de perfiles es generada con los valores dados al parámetro libre  $d_1$ . No obstante, solo hay un valor para  $d_1$  que corresponde a un diseño factible, y éste es obtenido mediante un proceso iterativo. Por otro lado, como la Fig. 3.5b muestra la descripción de una formulación completamente determinada. Esta formulación considera la conservación del etendue como una

restricción al sistema óptico, la cual permite introducir una expresión independiente a la formulación original para la obtención del valor óptimo para  $d_1$  que corresponde a un diseño factible del DTIRC.

En el siguiente apartado validaremos el procedimiento desarrollado en esta sección.

### 3.3. Validación del modelo

En esta sección, a fin de validar la formulación desarrollada previamente, compararemos nuestros resultados con algunos diseños específicos reportados por Ning et al. (1987b) y Muhammad-Sukki et al. (2011). Adicionalmente, presentaremos otros diseños obtenidos para diferentes parámetros geométricos. A continuación, analizaremos el comportamiento la concentración geométrica y la altura del concentrador en función de los parámetros de entrada.

Para un DTIRC tridimensional (sólido de evolución), la *concentración geométrica* definida como la razón entre áreas, de apertura de entrada a apertura de salida del concentrador, está dada por

$$C_{3D} \equiv \frac{d_1^2}{d_0^2} = \left( \frac{n \sin \theta_0}{\sin \theta_a} \right)^2, \quad (3.21)$$

donde se ha utilizado la expresión para la conservación del etendue (Ec. 3.19).

La Fig. 3.6a muestra la concentración geométrica como una función de los parámetros de entrada. La concentración en función del ángulo de aceptación  $\theta_a$ , y en función del ángulo la superficie frontal  $\varphi$ , son mostradas por Figs. 3.6a y Figs. 3.6b, respectivamente, para un medio con índice de refracción  $n = 1.5$ . Como se observa, los resultados reportados en por Ning et al. (1987b) y Muhammad-Sukki et al. (2011) (marcas cuadradas), son reproducidos exactamente por el comportamiento de la Ec. (3.21) (línea continua). Estos resultados muestran que la concentración aumenta a medida que el ángulo de aceptación y el ángulo del arco de la superficie frontal disminuyen. Sin embargo, cuando el ángulo del arco de la superficie frontal se aproxima a cero, la concentración alcanza un valor máximo. Por otro lado, la concentración como función del índice de refracción es mostrada por la figura Fig. 3.6c. En este caso, como era de esperarse al comparar diseños con diferentes densidades ópticas, a medida que el índice de refracción aumenta, la concentración también aumenta. La variación de la concentración geométrica con el índice de refracción se aprecia lineal en el rango mostrado. Adicionalmente, otros diseños distintos a los comparados son mostrados en este grupo de gráficas (líneas discontinuas y punteadas).

La altura del concentrador es una cantidad importante que debe tomarse en consideración para propósitos de diseño. En particular para las superficies esféricas frontales, la altura, normalizada a la apertura de entrada, viene dada por

$$\frac{H}{d_0} = \frac{1}{2} \left( \cot \Theta + \tan \frac{\varphi}{2} \right) \frac{n \sin \theta_0}{\sin \theta_a} + \frac{1}{2} \cot \Theta, \quad (3.22)$$

con base en las Ecs. (3.3), (3.8) y (3.19).

Análogamente al análisis para la concentración geométrica, la Fig. 3.7 también muestra la altura normalizada con la apertura de salida del concentrador, como una función de los parámetros de entrada. Para este caso, los los resultados reportados por Muhammad-Sukki et al. (2011) (marcas cuadradas), son predichos por la expresión analítica (3.22) derivada de la conservación del *étendue* (línea continua). Las figuras Figs. 3.6d y 3.6e muestran la altura normalizada como una función del ángulo de aceptación y el ángulo del arco de la superficie frontal, respectivamente. Como se aprecia, la altura aumenta a medida que disminuyen el ángulo de aceptación y el ángulo del arco de la superficie frontal. Por otro lado, la Fig. 3.6f muestra la altura como una función del índice de refracción. En este caso, a medida que el índice de refracción aumenta la altura también lo hace.

En la siguiente sección presentaremos una extensión de la formulación desarrollada en Sección 3.1, para diseños de DTIRCs con superficies frontales parabólicas y elípticas.

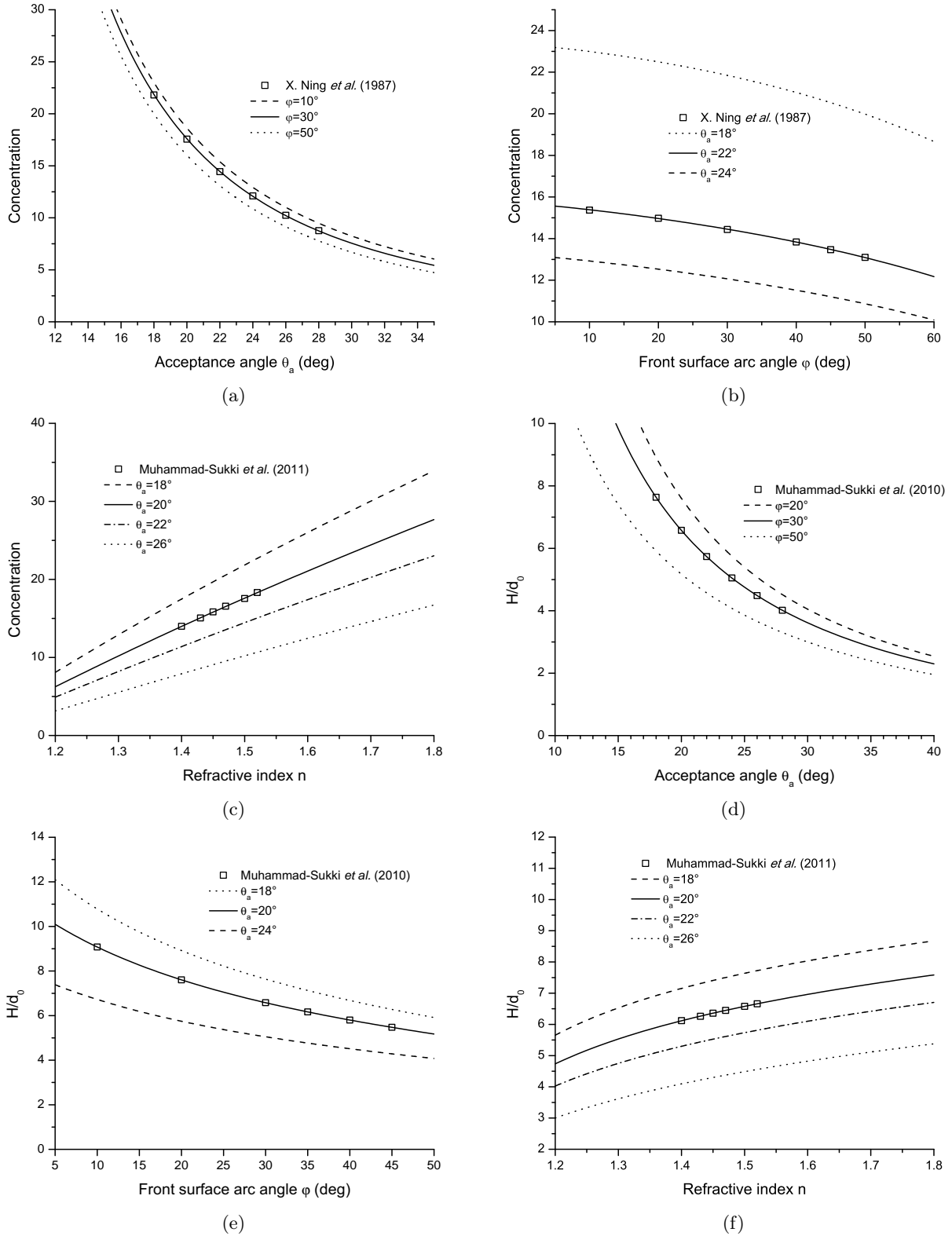


Figura 3.6: Concentración geométrica como función de (a) ángulo de aceptación (para  $n = 1.5$ ), (b) arco de la superficie frontal (para  $n = 1.5$ ), (c) índice de refracción (para  $\phi = 30^\circ$ ); altura normalizada con la apertura de salida como función de (d) ángulo de aceptación (para  $n = 1.5$ ), (e) arco de la superficie frontal (para  $n = 1.5$ ), (f) índice de refracción (para  $\phi = 30^\circ$ ).

### 3.4. Diseños DTIRC con superficies frontales parabólicas y elípticas

Hasta ahora hemos tratado con diseños DTIRC con superficies frontales esféricas, sin embargo es posible diseñar concentradores DTIRC con superficies frontales parabólicas y elípticas, denominados *PDTIRC* y *EDTIRC*, respectivamente.

Consideremos geometrías caracterizadas por

$$p = \frac{d_1}{4 \tan \varphi}, \quad (3.23)$$

$$\bar{a} = \frac{d_1}{2} \sqrt{\left(\frac{q}{\tan \varphi} + 1\right)^2}, \quad (3.24)$$

donde  $p$  es la *distancia focal* y  $\bar{a}$  el *semieje mayor*. Estos parámetros determinan un arco parabólico y otro elíptico, respectivamente, que corresponden a dos superficies frontales diferentes para un diseño DTIRC con parámetros de entrada establecidos.

Con base en el procedimiento descrito en [Sección 3.1](#), la formulación PCM-*étendue* puede extenderse a diseños con geometrías parabólicas y elípticas, al modificar algunos parámetros de la formulación. La [Tabla 3.1](#) muestra las expresiones correspondientes a los parámetros de la formulación que definen una geometría: esférica, parabólica o elíptica. Se hace notar que para diseños EDTIRC un valor para la *razón de eje mayor a eje menor*  $q$ , debe ser especificado dentro del rango  $0 < q < 1$ .

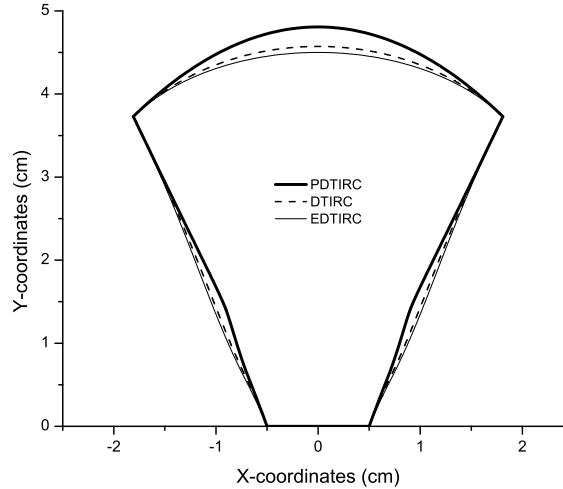


Figura 3.7: Diseños equivalentes DTIRC, PDTIRC y PDTIRC con parámetros de entrada  $\theta_a = 22^\circ$ ,  $d_0 = 1$ ,  $\varphi = 50^\circ$ ,  $n = 1.5$ , y con razón de ejes  $q = 0.8$  para el EDTIRC.

Análogamente a la descripción para el caso esférico, el parámetro geométrico  $y$  describe la superficie frontal, la cuerda  $e$  va desde el punto tangente del frente de onda hasta el punto incidente  $(x_0, y_0)$ , y  $\alpha$  es el ángulo entre la cuerda y el frente de onda,  $h$  es la altura de la superficie frontal. La *excentricidad*  $\epsilon$ , las *coordenadas polares del punto de incidencia*  $(r, \phi)$  que tienen su origen en el foco más lejano de la elipse, respecto al punto tangente al frente de onda, y el eje polar coincidente con el eje mayor de la elipse,

<sup>3</sup>Para el ángulo  $\alpha$ , usar signo '+' cuando  $\theta \geq -\theta_a$ , y signo '-' en caso contrario. El subíndice 'a' indica que la cantidad subindexada es evaluada en  $\theta = -\theta_a$ , por ejemplo  $\phi_a \equiv \phi(\theta = -\theta_a)$ .

| P        | Esférica  | Parabólica  | Elíptica <sup>3</sup>  |
|----------|---|---|--|
| $y$      | $\sqrt{R^2 - x^2} + H - R$                        | $H - \frac{x^2}{4p}$  | $q(\sqrt{\bar{a}^2 - x^2} - \bar{a}) + H$  |
| $e$      | $2R \sin\left(\frac{\theta_a + \theta}{2}\right)$ | $p\left(\tan\theta_a + \tan\theta\sqrt{(\tan\theta_a - \tan\theta)^2 + 4}\right)$ | $\sqrt{r^2 + r_a^2 - 2rr_a \cos(\theta - \phi_a)}$                               |
| $\alpha$ | $\frac{1}{2}(\theta_a + \theta)$                  | $\cos^{-1}(k \cos\theta_a) - \theta_a$  | $\pm(\theta_a + \phi_a) - \sin^{-1}\left(\frac{r \sin(\phi - \phi_a)}{e}\right)$ |
| $h$      | $R(1 - \cos\varphi)$                              | $\frac{1}{4}d_1 \tan\varphi$  | $\bar{a}q\left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{d_1}{2\bar{a}}\right)^2}\right)$        |
| $x_0$    | $R \sin\theta$                                    | $2p \tan\varphi$  | $\frac{\bar{a} \tan\theta}{\sqrt{q^2 + \tan^2\theta}}$                           |
| $y_0$    | $R(1 - \cos\theta)$                               | $p \tan^2\theta$  | $\bar{a}q\left(1 - \sqrt{\frac{q^2}{q^2 + \tan^2\theta}}\right)$                 |

Tabla 3.1: Expresiones para los parámetros (P) que definen la geometría de un diseño DTIRC.

y  $k$  están dados por

$$k = \frac{2(1 - \tan\theta_a \tan\theta) \cos\theta_a}{\sqrt{(\tan\theta_a - \tan\theta)^2 + 4}}, \quad (3.25)$$

$$\epsilon = \sqrt{1 - q^2}, \quad (3.26)$$

$$r = \frac{\bar{a}(1 - \epsilon^2)}{1 - \epsilon \cos\phi}, \quad (3.27)$$

$$\cos\phi = \epsilon \cos^2\theta \left(1 \pm \sqrt{\left(\frac{1}{\cos^2\theta} - 1\right) \left(\frac{1}{\epsilon^2 \cos^2\theta} - 1\right)}\right). \quad (3.28)$$

donde en (3.28) el signo ‘-’ corresponde a  $\theta \geq 0$  y el signo ‘+’ para el caso contrario.

Dada la formulación desarrollada para diseños DTIRC en la Sección 3.1, se extiende a los diseños PDTIRC y EDTIRC, y las Ecs. (3.13a)-(3.17) son válidas reemplazando los parámetros geométricos  $h$ ,  $x_0$  y  $y_0$ , para las expresiones apropiada dependiendo del caso considerado, como se muestra en la Tabla 3.1.

La Fig. 3.7 exhibe diseños DTIRC esférico, parabólico y elíptico para el mismo conjunto de parámetros de entrada y, por lo tanto, con una misma concentración geométrica ( $d_1/d_0 = 3.6177$ ). Como se muestra, el PDTIRC es el más alto, mientras que EDTIRC es el más pequeño. Esto se confirma analizando la altura normalizada  $H/d_0$  en función del ángulo de aceptación y el ángulo del arco de la superficie frontal para DTIRC, PDTIRC y EDTIRC, como se muestra en la Fig. 3.8a y Fig. 3.8b. Como se observa, la altura disminuye a medida que aumenta el ángulo de aceptación y el ángulo del arco frontal. Aunque la concentración geométrica es la misma en los tres casos, el flujo de distribución solar es diferente en cada dispositivo. Este último aspecto será analizado en la siguiente sección.

En la siguiente sección presentamos dos casos de estudio de la aplicación de estos dispositivos en energía solar concentrada. Consideramos los DTIRC como concentradores secundarios. En el primer caso, lo acoplaremos a un reflector lineal Fresnel y, en el segundo caso, lo acoplaremos a un concentrador de canal parabólico.

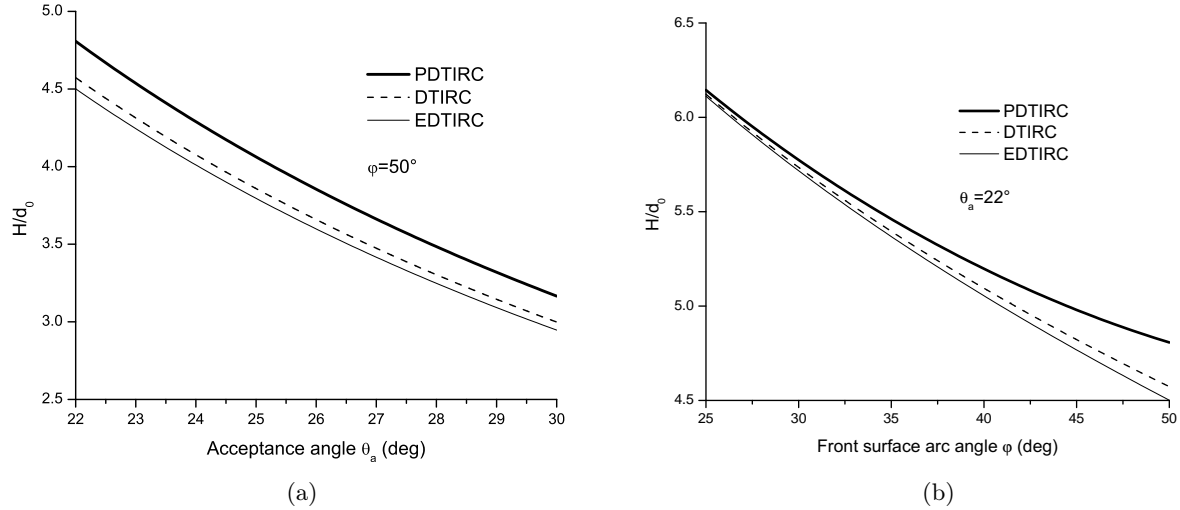


Figura 3.8: Altura normalizada con la apertura de salida como función del (a) ángulo de aceptación, (b) ángulo de la superficie frontal, para diseños DTIRC, PDTIRC y EDTIRC.

## 3.5. Aplicaciones solares

En esta sección presentamos aplicaciones de diseños DTIRC para la concentración de energía solar. Los diseños DTIRC son configurados como elementos secundarios de un sistema de concentración de dos etapas.

En el primer caso consideramos el diseño de un Reflector Lineal Fresnel (LFR) que dispone de DTIRC como concentrador secundario. En el segundo caso, estudiamos el diseño de un Concentrador de Canal Parabólico (PTC) con un DTIRC como elemento de concentración secundaria. En ambos casos desarrollamos un modelo numérico para estudiar la distribución del flujo solar en el receptor, ubicado en la apertura de salida del DTIRC.

### 3.5.1. Sistema Reflector Linear Fresnel-DTIRC

Se analiza un diseño de concentración solar que consiste de un prototipo LFR como concentrador principal y un DTIRC como concentrador secundario colocado sobre la línea focal del prototipo, como se muestra en la figura Fig. 4.6. El LFR consiste en 25 reflectores planos dispuestos a lo largo de 2 m cubriendo un área efectiva de  $3.66 \text{ m}^2$ . Con un ángulo de borde de  $45^\circ$ , este concentrador principal produce en su plano focal una imagen solar de 9.41 cm de ancho (Jaramillo et al., 2016). Por otro lado, a fin de capturar el máximo flujo solar por el sistema de concentración LFR-DTIRC, el diseño óptimo del DTIRC exige ambos requerimientos: que su ángulo de aceptación coincida con el ángulo de borde del LFR y que su apertura de entrada cubra completamente la imagen solar formada por el concentrador principal. El diseño específico del LFR-DTIRC es detallado en la Tabla 3.2.

La simulación se realiza en Tonatiuh 2.2.4 Ton y el análisis de datos se lleva a cabo utilizando Mathematica 11.1.1.0 Mat. Dado que los espejos del concentrador primario tienen un sistema de seguimiento solar, hay dos casos de los que debe tenerse en cuenta. El caso de distribución simétrica se establece cuando el Sol está en el Zenit y los espejos en el lado izquierdo tienen el mismo ángulo de inclinación que los espejos en el lado derecho, como se muestra en la Fig. 3.9a. Por otro lado, el caso de distribución asimétrica se produce cuando el Sol presenta un ángulo de declinación y cada espejo tiene su propio ángulo de inclinación, como se muestra en la Fig. 3.9b. Para nuestros estudios elegimos el caso asimétrico y consideramos los rayos del Sol a  $45^\circ$  con respecto al Zenit. En el modelado se omiten, reflexión de Fresnel, absorción, pérdidas por dispersión y errores ópticos. Las condiciones de radiación son tales que la forma del sol es uniforme, el ángulo del sol es de  $32'$  y la irradiancia es de  $1000 \text{ W/m}^2$ .

La Fig. 3.10a muestra la distribución del flujo solar sobre el receptor de un sistema LFR-DTIRC cuando diferentes elementos son acoplados en el plano focal, tales como un receptor plano, y dispositivos DTIRC, PDTIRC y EDTIRC. Como se observa, el flujo en el receptor plano presenta mayor uniformidad en su

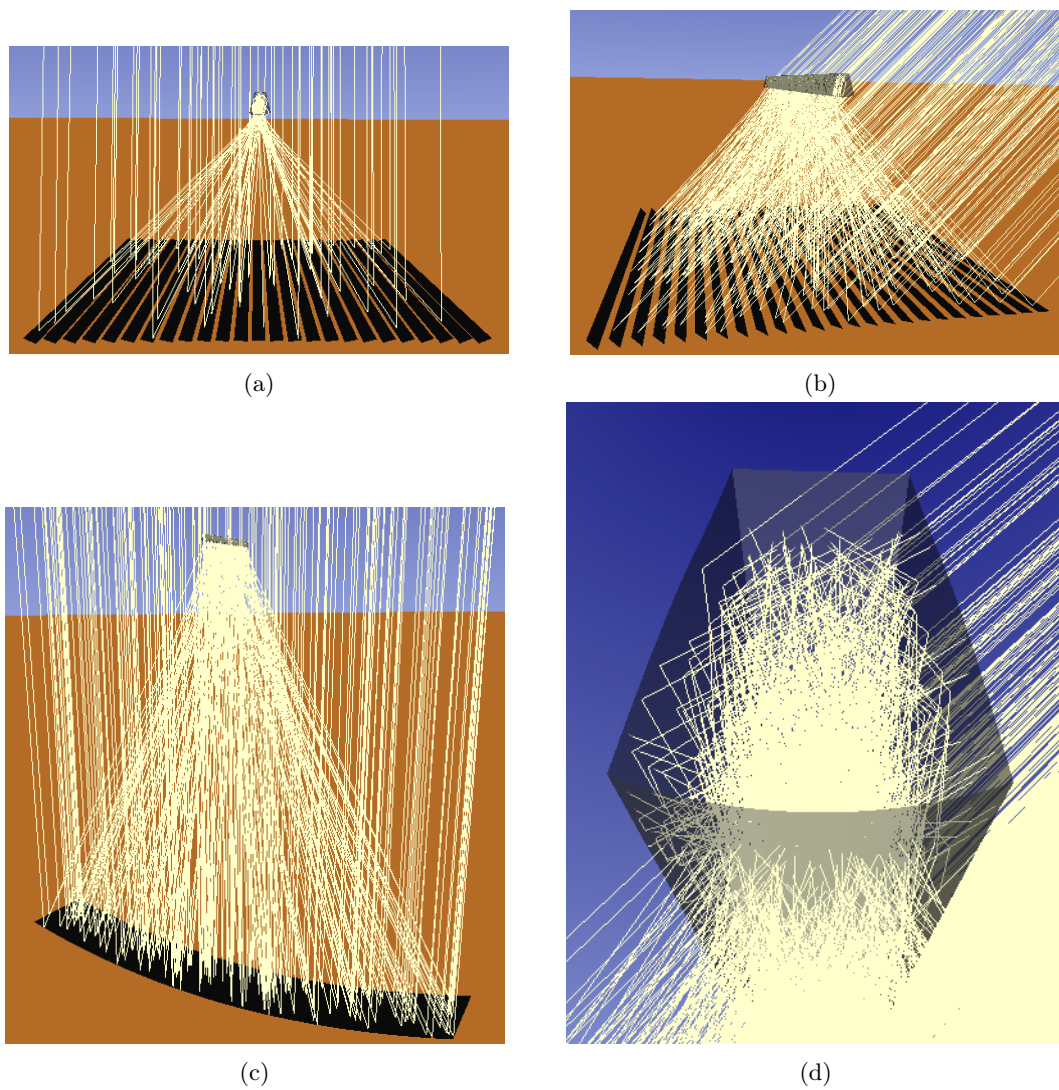


Figura 3.9: Trazado de rayos en sistema LFR-DTIRC con orientación del sol (a) en posición Zenital, (b) con ángulo de declinación  $45^\circ$ ; (c) en sistema PTC-DTIRC con el sol en el Zenit, (d) en el interior de un DTIRC como concentrador secundario.



| Reflector Linear Fresnel                  |                              |
|---|------------------------------|
| Número de reflectores                     | 25                           |
| Dimensiones de los reflectores            | $6 \times 244 \text{ cm}$    |
| Longitud focal                            | $99.96 \text{ cm}$           |
| Dimensiones del reflector plano           | $9.41 \times 244 \text{ cm}$ |
| Ángulo de borde                           | $45^\circ$                   |
| DTIRC                                     |                              |
| Ángulo de aceptación $\theta_a$           | $45^\circ$                   |
| Apertura de salida $d_0$                  | $3.39 \text{ cm}$            |
| Ángulo de la superficie frontal $\varphi$ | $30^\circ$                   |
| Índice de refracción $n$                  | 2.16                         |
| Apertura de entrada $d_1$                 | $10.35 \text{ cm}$           |
| Razón de ejes (EDTIRC) $q$                | 0.6                          |

Tabla 3.2: Parámetros geométricos del LFR-DTIRC

parte central que para el caso de los concentradores secundarios, sin embargo, con éstos logramos un notable incremento en la concentración. Asimismo, observamos que la superficie frontal esférica proporciona una distribución más suave en comparación con las superficies frontales elípticas y parabólicas. Notamos también que la radiación concentrada es uniformemente distribuida sobre el receptor, *i.e.* es bastante plana, excepto en un borde donde se presenta una pequeña brecha seguida de un pico en la intensidad del flujo. Esta irregularidad es producida por los rayos provenientes del borde del concentrador primario, que arriban a la superficie frontal con un ángulo muy cercano al ángulo de aceptación. En la simulación los rayos que apenas superen el ángulo de aceptación, no serán reflejados por el perfil (este déficit de rayos provoca la brecha) y abandonarán el concentrador por la parte baja del perfil (la acumulación de estos rayos causa el pico en el borde exterior del concentrador). Esta irregularidad no está presente en el lado opuesto debido a la sombra del DTIRC sobre el borde izquierdo del LFR (en Fig. 3.9b notar que en el reflector extremo no inciden rayos).

Por su parte, la Fig. 3.10b muestra la distribución del flujo solar sobre toda el área del receptor para un sistema LFR-DTIRC. La distribución de flujo muestra uniformidad, excepto en el borde del receptor debido a la razón explicada anteriormente. Para los casos con superficies no esféricas, fluctuaciones bien definidas en torno a un valor constante están presentes, y para el caso parabólico estas variaciones son más notables. Suponemos que las fluctuaciones son debidas a....(variar el receptor plano y observar si las fluctuaciones aparecen.)

### 3.5.2. Sistema Concentrador de Canal Parabólico-DTIRC

Para este estudio de caso, consideramos un Concentrador de Canal Parabólico (PTC), con capacidad de concentración mayor que el prototipo LFR. Las principales características del PTC se detallan en la Tabla 3.3.

Como en el caso anterior, se coloca un DTIRC en la línea focal del PTC, por lo tanto, el sistema es un concentrador PTC-DTIRC de dos etapas. Las características geométricas del DTIRC están detalladas en la Tabla 3.3. La configuración óptima del sistema para un flujo solar máximo exige los mismos requerimientos que para el caso LFR-DTIRC. En esta simulación, consideramos los rayos incidentes normales al plano de apertura del PTC.

Las Figs. 3.10c y 3.10d muestran la distribución del flujo solar en el receptor para un sistema PTC-DTIRC. Como en el caso anterior, consideramos la distribución en superficies frontales esféricas, parabólicas y elípticas en el DTIRC.

Para el sistema PTC-DTIRC se observan bajas fluctuaciones, todas las distribuciones de flujo presentan aplanamiento en el objetivo sin elevaciones pronunciadas en el borde. Por lo tanto, la distribución del flujo solar en el receptor del sistema PTC-DTIRC es simétrica, como se muestra en la figura. Para este caso las irregularidades del flujo solar en los bordes del concentrador (*i.e.*, brecha y pico de la intensidad del flujo) no están presentes.

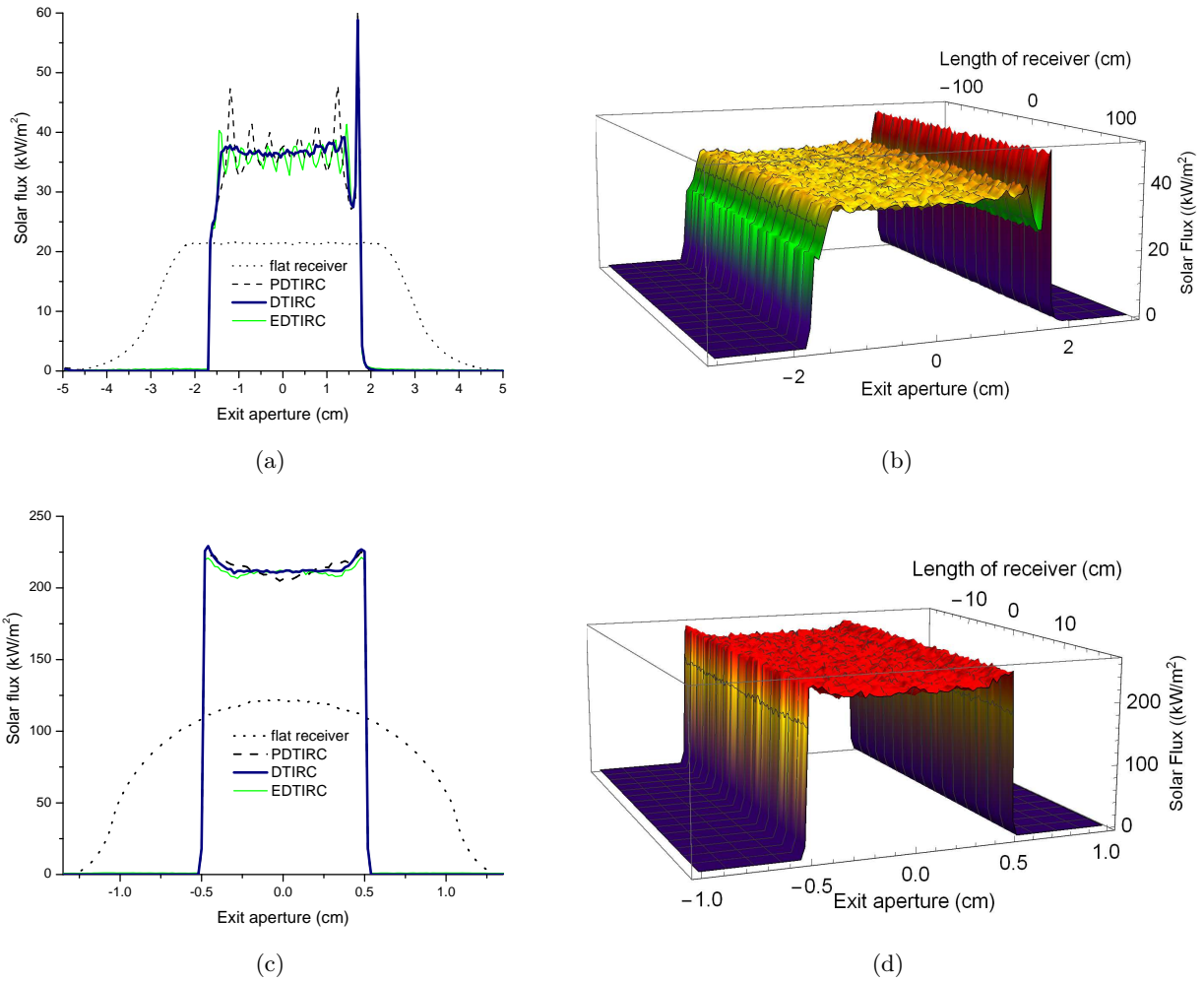


Figura 3.10: Distribución del flujo solar sobre el receptor del LFR-DTIRC (Figs. (a) y (b)) y sobre el receptor del PTC-DTIRC (Figs. (c) y (d)), usando concentradores equivalentes DTIRC, PDTIRC y EDTIRC. La distribuciones 3D (Figs. (b) y (d)) son generadas con DTIRC con superficies frontales esféricas. En las simulaciones  $2.5 \times 10^7$  rayos fueron utilizados.

| Concentrador de Canal Parabólico          |          |
|---|----------|
| Distancia focal                           | 2.28 m   |
| Ancho del receptor plano                  | 2.63 cm  |
| Apertura del canal                        | 2.44 m   |
| Longitud del canal                        | 40.98 cm |
| Ángulo de borde                           | 30°      |
| DTIRC                                     |          |
| Ángulo de aceptación $\theta_a$           | 30°      |
| Apertura de salida $d_0$                  | 1.0 cm   |
| Ángulo de la superficie frontal $\varphi$ | 45°      |
| Índice de refracción $n$                  | 1.5      |
| Apertura de entrada $d_1$                 | 2.63 cm  |
| Razón de ejes (EDTIRC) $q$                | 0.7      |

Tabla 3.3: Parámetros geométricos del PTC-DTIRC

En este punto el estudio sobre el diseño de DTIRCs termina. A continuación se resumen los aspectos que destacan en este estudio.

En este estudio se reestructuró la formulación de Ning para el diseño de DTIRCs. La conservación del etendue en este sistema óptico fue impuesta. La condición de exigir la conservación del etendue en el sistema determina un diseño factible y único. Sobre la base anterior, la formulación para DTIRCs se extendió a las superficies frontales no esféricas, como PDTIRC y EDTIRCs, mediante la generalización de algunos parámetros geométricos. También validamos nuestra aproximación reproduciendo los diseños reportados en la literatura.

Consideramos dos estudios de caso para sistemas de concentración solar en dos etapas. Uno de ellos es un LFR-DTIRC y el otro es un PTC-DTIRC. En ambos casos, se puede lograr una distribución de flujo uniforme en la apertura de salida del DTIRC, lo que indica una posible aplicación de estos dispositivos en la tecnología de concentración solar. En particular, debido al flujo solar concentrado uniforme presente en estos diseños se puede considerar aplicaciones en concentración para celdas solares tándem de alta eficiencia.

El modelo obtenido predice que los materiales dieléctricos con un alto índice de refracción son los más adecuados para alcanzar concentraciones más altas. Además, los dispositivos DTIRC alcanzan la mayor concentración para ángulos de aceptación y ángulos de la superficie frontal pequeños; sin embargo, para estos valores la altura del dispositivo incrementa.

Por último, ambos casos de estudio se pueden aplicar principalmente a Sistemas Fotovoltaicos de Concentración (CPV) ya que el flujo solar en el receptor se distribuye homogéneamente. Esto permite una mayor eficiencia en los sistemas fotovoltaicos ya que evita el estrés por gradientes de temperatura. Además, en los sistemas LFR o PTC-DTIRC es posible implementar un sistema de enfriamiento haciendo circular un fluido alrededor del receptor.

## Capítulo 4

# Estudio de transferencia de calor en un DTIRC

En este capítulo se desarrollará un análisis de la transferencia de calor radiativo en estado estacionario para un DTIRC que actúa como concentrador secundario de un Reflector Lineal Fresnel (LFR). La ecuación de transferencia radiativa (RTE) se simplificará al despreciar el término de intensidad de cuerpo negro debido al medio considerado participativo. De esta forma, la RTE y la ecuación de energía serán desacopladas. La solución numérica del problema de transferencia de calor será basada en la técnica de transformación de coordenadas de Thompson con el propósito de garantizar la precisión de cómputo cuando problemas con geometrías arbitrarias sean abordados. El modelo propuesto permitirá la predicción del comportamiento térmico y la distribución de flujo radiativo para diferentes diseños de DTIRCs. Dependiendo del material dieléctrico y de la geometría del DTIRC, aplicaciones fotovoltaicas o fototérmicas podrán ser recomendadas.

La primera parte de este capítulo concierne al problema de generación de malla, mientras que la parte complementaria se dedica al estudio térmico en concreto.

### 4.1. Generación de malla

Los *Métodos de Diferencias Finitas* (FDM) presentan simplicidad y precisión de cómputo cuando son aplicados a la solución de problemas que suponen geometrías regulares, esto es en regiones discretizadas con espaciado de malla uniforme. No obstante, cuando la geometría es irregular dificultades surgen a partir de las condiciones de frontera, debido a la interpolación requerida entre la frontera y los puntos interiores a fin de desarrollar expresiones de diferencias finitas para los nodos próximos a la frontera. Tales interpolaciones producen grandes errores en las inmediaciones de fuertes curvaturas y discontinuidades acentuadas (Ozisik, 1994).

La idea de una transformación de coordenadas para el mapeo de una región física irregular a otra región regular de dominio computacional donde las interpolaciones sobre la frontera y sus errores pueden evitarse, surge de manera natural. Al respecto, la *técnica avanzada de transformación de coordenadas de Thompson* (Thompson et al., 1977) se presenta como una metodología apropiada debido a que la transformación es obtenida automáticamente a partir de la solución numérica de un conjunto de ecuaciones diferenciales sobre el dominio computacional. Dicha transformación permite resolver con precisión las ecuaciones gobernantes del problema físico sobre una región regular implementando FDM.

En este enfoque una malla curvilínea es generada sobre el dominio físico de tal manera que curvas del dominio computacional son coincidentes con el contorno de la región física irregular (ver Fig. 4.1). Una forma inmediata de efectuar el mapeo de la frontera de una región irregular bidimensional a una región regular de dominio computacional es de la siguiente manera. Considerando  $(x, y)$  las coordenadas cartesianas en el plano físico y  $(\eta, \xi)$  las coordenadas cartesianas en el plano computacional, se fija  $\eta$  a un valor constante mientras se varía monótonamente  $\xi$  al recorrer los contornos  $FAB$  y  $EDC$  de la región física. Análogamente, al recorrer los contornos  $BC$  y  $FE$  se fija  $\xi$  a un valor constante a la vez que se varía  $\eta$  de manera monótona. El resultado del mapeo es una región rectangular en el plano computacional mostrada en la Fig. 4.1. En lo

siguiente, todo tratamiento será desarrollado convenientemente sobre regiones de dos dimensiones.

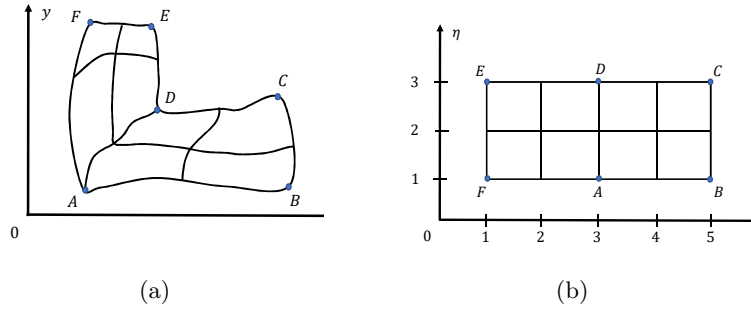


Figura 4.1: Mapeo de una (a) región física irregular a una (b) región regular de dominio computacional (adaptados de Ozisik (1994)).

Es importante notar que todo mapeo entre regiones deberá satisfacer los siguientes puntos: 1) la correspondencia entre coordenadas debe ser uno a uno; 2) curvas de una misma familia no deben cruzarse; 3) curvas de diferentes familias se intersectan en un solo punto a lo más. Además, debido a que no existe restricción en la admisión de valores para  $\xi$  y  $\eta$  del plano computacional, sin pérdida de generalidad y por conveniencia se considera el espacio  $\mathbb{N}^2$  como el conjunto de valores permitidos para el par  $(\xi, \eta)$ , donde  $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$  es el conjunto de los números naturales. De esta forma, el *espaciado de malla* resulta  $\Delta\xi = \Delta\eta = 1$ .

Previo al desarrollo matemático de la técnica Thompson puntualizamos los aspectos esenciales de esta metodología:

1. Las relaciones de transformación para el mapeo del plano físico  $x, y$  al plano computacional  $\xi, \eta$  (o *viceversa*) son determinadas automáticamente de la solución numérica de dos ecuaciones diferenciales elípticas del tipo de Laplace o Poisson.
2. Establecida la transformación, las ecuaciones diferenciales que gobiernan el fenómeno físico son transformadas de las variables  $x, y$  del plano físico a las variables  $\xi, \eta$  del plano computacional donde son resueltas implementando FDM.
3. Una vez resueltas las ecuaciones gobernantes en el plano computacional la solución es devuelta al plano físico mediante la transformación desarrollada previamente.

Para el desarrollo de la transformación de coordenadas permitamos que las coordenadas  $\xi, \eta$  satisfagan las siguientes ecuaciones de Poisson en el interior de la región física

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} = P(\xi, \eta), \quad (4.1a)$$

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} = Q(\xi, \eta), \quad (4.1b)$$

donde  $P$  y  $Q$  son denominadas *funciones de control de malla*. Estas funciones tienen la propiedad de concentrar las líneas  $\xi$  o  $\eta$  en regiones específicas de la malla (en torno a líneas o puntos específicos). Para el caso particular de  $P = Q = 0$ , la malla tenderá a ser igualmente espaciada en toda las regiones lejanas a la frontera. No obstante, las ecuaciones anteriores presentan un inconveniente por la forma en que están expresadas. Luego de resolver las ecuaciones gobernantes del problema físico en el plano computacional, las relaciones de transformación  $x(\xi, \eta)$  y  $y(\xi, \eta)$  son requeridas a fin de regresar la solución al plano físico. Por esta dificultad las Ecs. (4.1a) y (4.1b) deben ser reescritas intercambiando los roles de las variables

dependientes e independientes, a saber

$$\alpha \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} - 2\beta \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} + \gamma \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} + J^2 \left( P \frac{\partial x}{\partial \xi} + Q \frac{\partial x}{\partial \eta} \right) = 0, \quad (4.2a)$$

$$\alpha \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} - 2\beta \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} + \gamma \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} + J^2 \left( P \frac{\partial y}{\partial \xi} + Q \frac{\partial y}{\partial \eta} \right) = 0, \quad (4.2b)$$

donde los *coeficientes geométricos*  $\alpha, \beta, \gamma$  y el *Jacobiano de la transformación*  $J$  están dados por

$$\begin{aligned} \alpha &= \left( \frac{\partial x}{\partial \eta} \right)^2 + \left( \frac{\partial y}{\partial \eta} \right)^2, \\ \beta &= \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta}, \\ \gamma &= \left( \frac{\partial x}{\partial \xi} \right)^2 + \left( \frac{\partial y}{\partial \xi} \right)^2, \\ J &= J \left( \begin{matrix} x, y \\ \xi, \eta \end{matrix} \right) = \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \neq 0, \end{aligned} \quad (4.3)$$

La transformación anterior fue posible mediante el uso de las relaciones fundamentales de transformación (A.7) referidas en Apéndice A. De esta forma, el problema matemático definido por las ecuaciones (4.2a) y (4.2b) sujeto a determinadas condiciones de frontera constituye el *problema de valor en la frontera de la generación numérica de malla*. Al respecto de las condiciones de frontera, en este estudio consideramos de dos tipos:

1. *Condición de frontera de primer tipo (o de Dirichlet)*. En la mayoría de las aplicaciones los valores de las coordenadas  $x, y$  de la frontera física son conocidos. La correspondencia de tales valores con las coordenadas del contorno en el plano computacional  $\xi, \eta$  puede establecerse con libertad y a conveniencia para la generación de malla.
2. *Ortogonalidad en la malla*. Hay situaciones en las que se requiere que las líneas de malla intersecten ortogonalmente algún contorno de la región física. Este requerimiento exige que el producto interno entre los gradientes para  $\xi$  y  $\eta$  sea idénticamente a cero en la frontera, a saber

$$\nabla \xi \cdot \nabla \eta = \left( \frac{\partial \xi}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial \xi}{\partial y} \mathbf{j} \right) \cdot \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial \eta}{\partial y} \mathbf{j} \right) = \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial y} \frac{\partial \eta}{\partial y} = 0, \quad (4.4)$$

o bien, mediante las relaciones fundamentales de transformación (A.7) obtenemos la siguiente expresión

$$\frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} = 0, \quad (4.5)$$

que representa la condición de ortogonalidad sobre algún contorno de la región física.

Por otra parte, las funciones de control de malla  $P$  y  $Q$  son de utilidad para modificar la densidad local de malla, especialmente en zonas donde gradientes altos ocurren. Thompson (1982) especificó tales funciones como sigue

$$\begin{aligned} P(\xi, \eta) &= - \sum_{i=1}^n a_i \operatorname{sgn}(\xi - \xi_i) e^{-c_i |\xi - \xi_i|} \\ &\quad - \sum_{i=1}^m b_i \operatorname{sgn}(\xi - \xi_i) e^{-d_i \sqrt{(\xi - \xi_i)^2 + (\eta - \eta_i)^2}}, \end{aligned} \quad (4.6)$$

y

$$\begin{aligned} Q(\xi, \eta) &= - \sum_{i=1}^{n'} a'_i \operatorname{sgn}(\eta - \eta_i) e^{-c'_i |\eta - \eta_i|} \\ &\quad - \sum_{i=1}^{m'} b'_i \operatorname{sgn}(\eta - \eta_i) e^{-d'_i \sqrt{(\xi - \xi_i)^2 + (\eta - \eta_i)^2}}. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Como ambas funciones poseen la misma estructura matemática nos limitaremos a la descripción de la Ec. (4.6). El significado geométrico de los coeficientes es tal que el *coeficiente de amplitud*  $a_i$  de la primera suma controla la atracción de líneas  $\xi = const$  hacia la línea  $\xi = \xi_i$  (Fig. 4.2a), mientras que el *coeficiente de amplitud*  $b_i$  de la segunda suma controla la atracción de las líneas  $\xi = const$  hacia el punto  $(\xi_i, \eta_i)$  (Fig. 4.2b). Análogos significados tienen las amplitudes  $a'_i$  y  $b'_i$  sobre las líneas  $\eta = const$ .

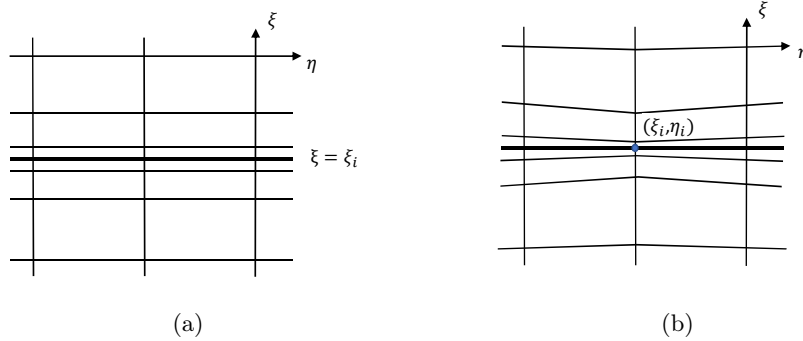


Figura 4.2: Las líneas  $\xi = const.$  atraídas hacia (a) la línea  $\xi = \xi_i$ , (b) el punto  $(\xi_i, \eta_i)$  (adaptados de Ozisik (1994)).

Por otra parte, los índices  $n$  y  $m$  de las sumas denotan las líneas y puntos, respectivamente, donde la concentración de líneas es efectiva. La función signo “ $\text{sgn}(\xi - \xi_i)$ ” asegura que la atracción de las líneas  $\xi$  ocurre a ambos lados de la línea  $\xi = \xi_i$  o del punto  $(\xi_i, \eta_i)$ . De igual forma, los *coeficientes de decaimiento*  $c_i$  y  $d_i$  controlan el decaimiento de la atracción con respecto a la distancia. Por último, se hace notar que si un efecto de desconcentración en la malla (*e.i.*, separación de líneas) es el deseado, los signos de los coeficientes de amplitud deben invertirse.

Para la solución al problema de valor en la frontera de la generación numérica de malla una discretización de las ecuaciones (4.2a)-(4.3) será considerada en lo siguiente. Mediante aproximaciones en diferencias finitas para las primeras y segundas derivadas, expresiones algebraicas acopladas serán desarrolladas a fin de ser resueltas para  $x_{i,j}$  y  $y_{i,j}$  en cada nodo  $(i, j)$  de la malla.

#### 4.1.1. Solución al problema de generación de malla

La discretización de las ecuaciones de transformación de coordenadas (Ecs. 4.2a-4.3) considera las aproximaciones en diferencias finitas para las derivadas de primer y segundo orden con espaciado de malla unitario,  $\Delta\xi = \Delta\eta = 1$ , previstas en Apéndice B. Explícitamente, sustituyendo (B.1) y (B.2) en (4.2a), agrupando términos y resolviendo para  $x_{i,j}$ , obtenemos la *fórmula de sustitución sucesiva*

$$x_{i,j} = \frac{1}{2(\alpha + \gamma)} \left( \alpha(x_{i+1,j} + x_{i-1,j}) - \frac{\beta}{2}(x_{i+1,j+1} - x_{i-1,j+1} - x_{i+1,j-1} + x_{i-1,j-1}) + \gamma(x_{i,j+1} + x_{i,j-1}) + \frac{J^2 P}{2}(x_{i+1,j} - x_{i-1,j}) + \frac{J^2 Q}{2}(x_{i,j+1} - x_{i,j-1}) \right), \quad (4.8)$$

donde los subíndices admiten valores en los intervalos  $2 \leq i \leq \xi_{\text{máx}} - 1$  y  $2 \leq j \leq \eta_{\text{máx}} - 1$ , para una malla con  $\xi_{\text{máx}} \times \eta_{\text{máx}}$  nodos. Tal expresión genera un conjunto de  $(\xi_{\text{máx}} - 2) \times (\eta_{\text{máx}} - 2)$  ecuaciones algebraicas acopladas, correspondientes a un número igual de nodos ubicados en el interior de la región computacional (rectángulo gris en la Figura 4.3) Las cantidades  $a, \beta, \gamma$  y  $J$  son tratadas como coeficientes y calculados a

partir de sus representaciones en diferencias finitas con rezago de un paso en la iteración, a saber

$$\begin{aligned}
 \alpha_{i,j} &= \frac{1}{4} \left( (x_{i,j+1} - x_{i,j-1})^2 + (y_{i,j+1} - y_{i,j-1})^2 \right)_{i,j}, \\
 \beta_{i,j} &= \frac{1}{4} \left( (x_{i+1,j} - x_{i-1,j})(x_{i,j+1} - x_{i,j-1}) + (y_{i+1,j} - y_{i-1,j})(y_{i,j+1} - y_{i,j-1}) \right)_{i,j}, \\
 \gamma_{i,j} &= \frac{1}{4} \left( (x_{i+1,j} - x_{i-1,j})^2 + (y_{i+1,j} - y_{i-1,j})^2 \right)_{i,j}, \\
 J_{i,j} &= \frac{1}{4} \left( (x_{i+1,j} - x_{i-1,j})(y_{i,j+1} - y_{i,j-1}) + (x_{i,j+1} - x_{i,j-1})(y_{i+1,j} - y_{i-1,j}) \right)_{i,j},
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

donde se han utilizado la expresión (B.1) en la discretización de (4.3). La solución al conjunto de ecuaciones (4.8) queda determinada al implementar el *método de sobrerelajación sucesiva* conjuntamente con una condición de frontera de primer tipo. De esta forma obtenemos la expresión recursiva

$$x_{ij}^{k+1} = \omega[SM \text{ Ec. (4.8)}] + (1 - \omega)x_{ij}^k, \tag{4.10}$$

donde  $\omega$  es el *parámetro de relajación* en el rango  $1 < \omega < 2$ ,  $k$  es el número de iteración y *SM* se refiere al segundo miembro de la expresión indicada. Notamos que la expresión para  $y_{ij}$  es obtenida por reemplazo directo en cada una de las formulaciones previas.

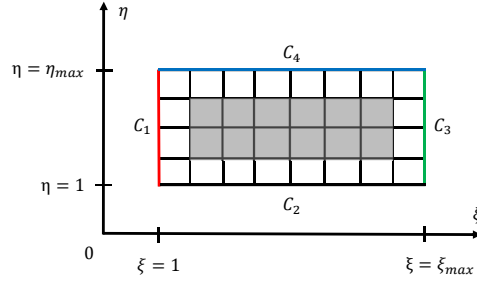


Figura 4.3: Numeración de nodos de malla en el plano computacional  $\xi, \eta$ .

Por otro lado, si una condición de ortogonalidad sobre algún contorno es requerida, una expresión independiente para las coordenadas de los nodos sobre el contorno debe considerarse. A modo de ejemplo consideremos la región de dominio computacional mostrada en la Fig. 4.3 donde la condición de ortogonalidad se exige sobre el contorno  $C_1$ , esto es, justo sobre la línea  $\xi = 1$ . Las aproximaciones para las derivadas involucradas se establecen como

$$\begin{aligned}
 \left( \frac{\partial x}{\partial \xi} \right)_{1,j} &= \frac{1}{2} (-3x_{1,j} + 4x_{2,j} - x_{3,j}), \\
 \left( \frac{\partial y}{\partial \xi} \right)_{1,j} &= \frac{1}{2} (-3y_{1,j} + 4y_{2,j} - y_{3,j}), \\
 \left( \frac{\partial x}{\partial \eta} \right)_{1,j} &= \frac{1}{2} (x_{1,j+1} - x_{1,j-1}), \\
 \left( \frac{\partial y}{\partial \eta} \right)_{1,j} &= \frac{1}{2} (y_{1,j+1} - y_{1,j-1}),
 \end{aligned} \tag{4.11}$$

donde las dos primeras expresiones recurren a la fórmula de tres puntos usando diferencias progresivas (B.3) mientras las dos restantes lo hacen de acuerdo al esquema de diferencia centrada (ver Apéndice B). De este modo, sustituyendo las expresiones anteriores en la condición de ortogonalidad (4.5) y resolviendo para  $y_{1,j}$  resulta

$$y_{1,j} = \frac{(-3x_{1,j} - 4x_{2,j} + x_{3,j})(x_{1,j+1} - x_{1,j-1})}{3(y_{1,j+1} - y_{1,j-1})} - \frac{4}{3}y_{2,j} + \frac{1}{3}y_{3,j}, \tag{4.12}$$

una expresión para las ordenadas de los nodos sobre el contorno  $C_1$ , donde el correspondiente valor  $x_{1,j}$  es inmediatamente obtenido a partir de la relación entre las coordenadas  $x, y$  que define el contorno físico.



Tres ejemplos de generación numérica de malla en regiones bidimensionales DTIRC son mostrados. El primero (Fig. 4.4a) considera una malla sujeta a condición de ortogonalidad sobre el eje del concentrador. En el segundo ejemplo (Fig. 4.4b), la malla presenta una distribución equidistante de los nodos localizados sobre la frontera y sobre el eje del concentrador (condición de frontera de tipo 1). Para estos dos ejemplos la malla tiende a ser igualmente espaciada por considerar las funciones de control de malla nulas. Debe notarse que debido a la simetría del problema solo una mitad de la región del concentrador es considerada en la generación de la malla, es decir la región delimitada por el eje del concentrador (rojo), apertura de salida (negro), perfil (verde) y la curva que describe la superficie frontal del concentrador (azul) (ver Fig. 4.4).

En el último ejemplo se observa que líneas de malla cercanas a los vértices de la región física son suavizadas, además de notarse un aumento en la densidad de malla (líneas conglomeradas) en toda la frontera del concentrador (Fig. 4.5a y Fig. 4.5b). Para este ejemplo los vértices de la región física dividen en dos partes iguales los contornos del plano computacional. La enumeración de los nodos de malla es mostrada en la Fig. 4.3 y la correspondencia de los contornos del plano físico con los contornos del plano computacional es de acuerdo a los colores rojo, negro, verde y azul (comparar Fig. 4.4 y Fig. 4.5 con Fig. 4.3). El *error* del proceso iterativo queda definido por la diferencia máxima entre entradas correspondientes al comparar dos configuraciones sucesivas. El proceso iterativo termina justo cuando el error es menor a un valor previamente fijado. Para estos resultados el código del Apéndice D ha sido ejecutado.

Una vez establecida la transformación de coordenadas y efectuada la generación de malla correspondiente, el problema de transferencia de calor en la región del concentrador debe abordarse. La siguiente sección concierne al desarrollo de tal problema.

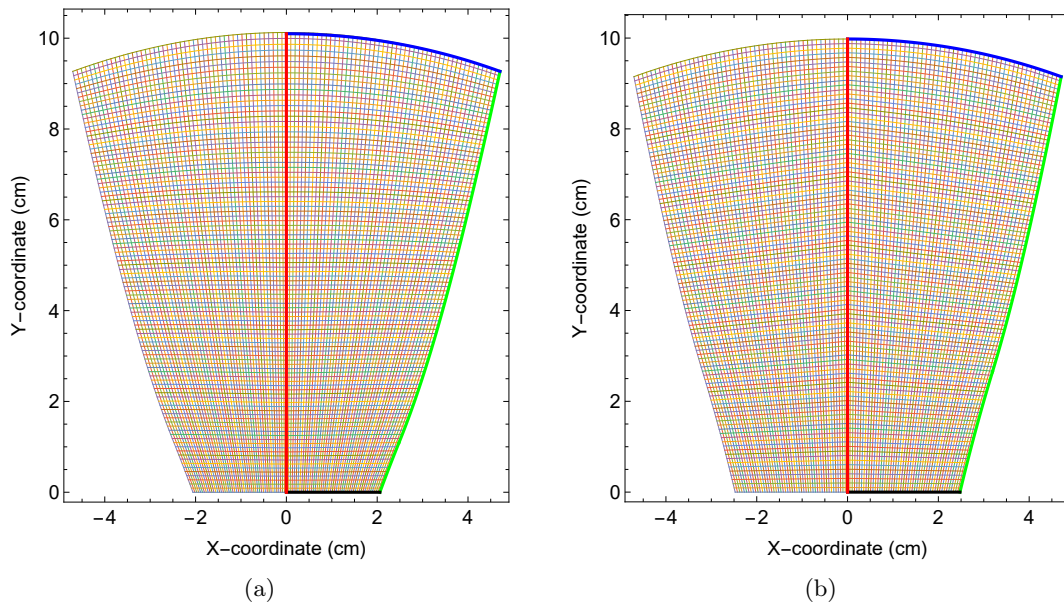


Figura 4.4: Mallas sobre la regiones de DTIRC's sujetas a (a) ortogonalidad de las líneas que cruzan el eje del concentrador ( $x = 0$ ), (b) distribución equidistante de los nodos sobre la frontera y eje del concentrador. Las regiones corresponden a los concentradores NLASF45 y NSK2, respectivamente. Ambas mallas con  $50 \times 100$  nodos, con tendencia a la uniformidad ( $P = Q = 0$ ) y error  $< 0.00005$ .

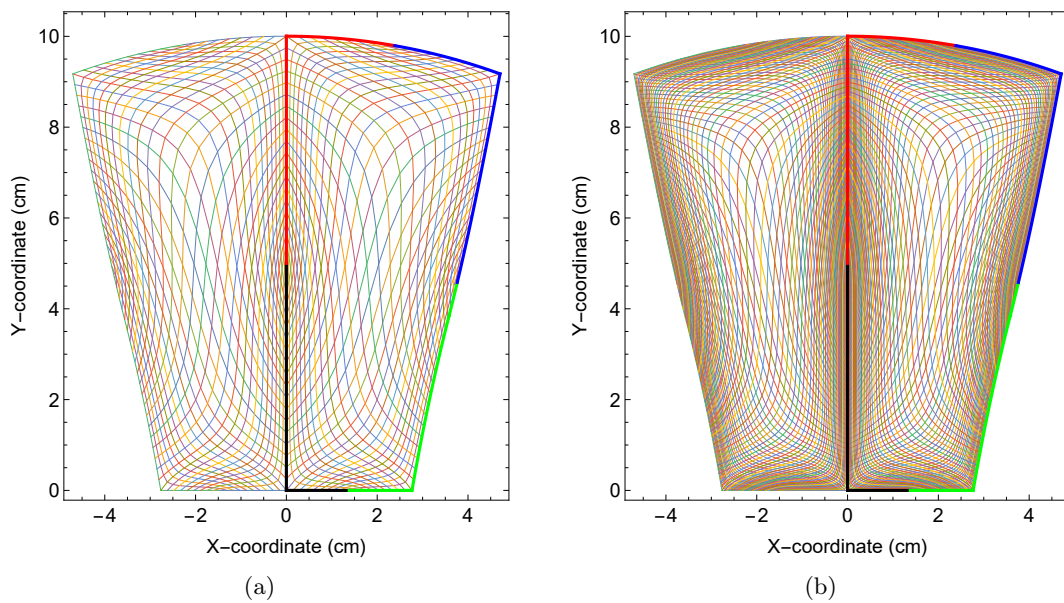


Figura 4.5: Mallas sobre la región del DTIRC concentrador-SodaLime con (a)  $30 \times 30$  nodos y coeficientes de amplitud  $a_i = 20, b_i = 0$ , (b)  $75 \times 75$  nodos y coeficientes de amplitud  $a_i = 300, b_i = 0$  para  $i = 1, 2, 3, 4$ , que corresponden a cada uno de los cuatro contornos. Ambas mallas con coeficiente decaimiento  $c_i = 0.1$  y error  $< 0.00005$ .

## 4.2. Problema de transferencia de calor en dispositivos DTIRC

En esta sección proponemos un esquema simple para resolver la ecuación gobernante de la transferencia simultánea de calor por conducción y radiación en el medio dieléctrico de un DTIRC. Particularmente, nuestro enfoque propone el cómputo de la Divergencia del flujo radiativo para obtener la distribución de energía radiativa absorbida por material del DTIRC. Esto es efectuado considerando las propiedades de flujo radiativo y la absorción del medio, ambas estimadas tanto por un trazado de rayos como por la transmitancia del material, todo bajo un esquema de promediación propuesto. Con esto se modela fácilmente un problema de transferencia de calor con valor en la frontera que prescinde del acoplamiento de la ecuación de conservación de energía con la Ecuación de Transferencia Radiativa (RTE). En consecuencia, un estudio térmico se lleva a cabo teniendo en cuenta una condición estacionaria que corresponde a un equilibrio térmico, con el fin de conocer la distribución de máxima temperatura dentro del concentrador.

De esta manera, en esta sección se abordan dos principales objetivos: i) el desarrollo de un enfoque numérico simple para el estudio térmico de un DTIRC transmitiendo energía solar concentrada y ii) conocer la respuesta térmica de tales dispositivos ópticos cuando materiales dieléctricos adecuados son considerados.

Previo al análisis térmico, la siguiente sección da detalles del diseño de un sistema de concentración solar de dos etapas utilizado en las simulaciones del trazado de rayos.

### 4.2.1. Sistema de concentración solar

Se propone un sistema de concentración solar que consiste de un prototipo Reflector Lineal Fresnel (LFR) y un DTIRC como concentrador secundario colocado sobre la línea focal del prototipo, como se muestra en la figura Fig. 4.6. El LFR consiste en 25 reflectores planos de  $0.06 \times 2.44 \text{ m}$  dispuestos a lo largo de  $2 \text{ m}$  cubriendo un área efectiva de  $3.66 \text{ m}^2$ . Con un ángulo de borde de  $45^\circ$ , este concentrador principal produce en su plano focal una imagen solar de  $0.0941 \text{ m}$  de ancho (Jaramillo et al., 2016). Por otro lado, a fin de capturar el máximo flujo solar por el sistema de concentración LFR-DTIRC, el diseño óptimo del DTIRC exige ambos requerimientos: que su ángulo de aceptación coincida con el ángulo de borde del LFR y que su abertura de entrada cubra completamente la imagen solar formada por el concentrador principal. Diseños específicos del DTIRC como concentrador secundario serán detallados en la Subsección 4.2.4.

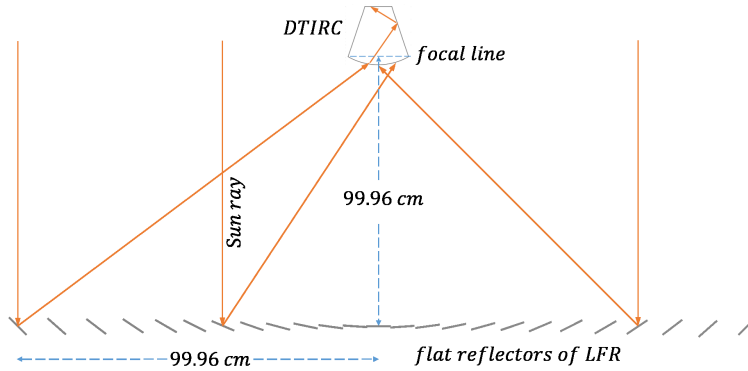


Figura 4.6: Diseño sin escala del sistema de concentración LFR-DTIRC (adaptado de Jaramillo et al. (2016)).

Definimos la eficiencia del concentrador secundario  $\eta$  como la razón de la potencia radiativa en la salida  $Q_{out}$  a la potencia radiativa en la entrada  $Q_{in}$  del concentrador secundario, a saber

$$\eta = \frac{Q_{out}}{Q_{in}}, \quad (4.13)$$

Adicionalmente, la potencia absorbida por el medio dieléctrico es dada por

$$Q_{abs} = Q_{in} - Q_{out}, \quad (4.14)$$

En la siguiente sección consideramos una ecuación de transferencia simultánea de calor conducción y radiación en el medio dieléctrico considerado participativo a fin de describir el comportamiento térmico en estado estacionario de un DTIRC durante la transmisión de energía radiativa.

#### 4.2.2. Análisis térmico

Consideremos la ecuación de conservación de energía que incorpora la transferencia simultánea de calor por conducción y radiación en un medio participativo

$$-\nabla \cdot (\mathbf{q}_c + \mathbf{q}_r) + \phi(\mathbf{r}, t) = \rho c_p \frac{\partial T(\mathbf{r}, t)}{\partial t}, \quad (4.15)$$

donde  $\rho$  es la *densidad del medio*,  $c_p$  el *calor específico*,  $\phi(\mathbf{r}, t)$  la *fuerza volumétrica de energía*,  $T$  la *temperatura absoluta* y  $\mathbf{r}$  el *vector de posición* (Ozisik, 1994). La primera contribución a la transferencia de energía, *i.e.*, el *vector de flujo de calor por conducción*  $\mathbf{q}_c$ , está dada de acuerdo a la *ley de Fourier*

$$\mathbf{q}_c = -k\nabla T, \quad (4.16)$$

donde  $k$  es la *conductividad térmica*.

Por otro lado, al considerar el medio óptico *homogéneo, isotrópico, no polarizador y en equilibrio termodinámico local*, el *flujo de calor radiativo*  $\mathbf{q}_r$  viene dado por el balance de energía radiativa por emisión y absorción

$$\nabla \cdot \mathbf{q}_r = \int_0^\infty \kappa_\lambda (4\pi I_{b\lambda} - G_\lambda) d\lambda, \quad (4.17)$$

donde  $\kappa_\lambda$  es el *coeficiente de absorción lineal*,  $I_{b\lambda}$  es la *intensidad de cuerpo negro* y  $G_\lambda$  la *radiación incidente* (Modest, 2013). La Ec. (4.17) es una forma integrada de la RTE y representa la *Divergencia del flujo de calor radiativo*. La radiación incidente es dada por la integración de la *intensidad radiativa*  $I_\lambda$  sobre todas las direcciones, esto es

$$G_\lambda = \int_{4\pi} I_\lambda d\Omega, \quad (4.18)$$

aquí el subíndice  $\lambda$  denota dependencia de longitud de onda para todas las expresiones indicadas.

Ahora, la intensidad radiativa, definida como radiación local propagándose a lo largo de una dirección específica por elemento de ángulo sólido y por longitud de onda, atravesando un área unitaria normal a la dirección de propagación, es dada por la solución a la RTE en su forma cuasi-estacionaria (Modest, 2013) como sigue

$$I_\lambda(\tau_\lambda) = I_\lambda^0 e^{-\tau_\lambda} + \int_0^{\tau_\lambda} S(\tau'_\lambda, \mathbf{s}) e^{-(\tau_\lambda - \tau'_\lambda)} d\tau'_\lambda, \quad (4.19)$$

donde  $I_\lambda^0$  es la *intensidad radiativa en la frontera del medio en la dirección de propagación*  $\mathbf{s}$ . La *función fuente*,  $S(\tau', \mathbf{s})$ , es definida como

$$S(\tau'_\lambda, \mathbf{s}) = (1 - \omega_\lambda) I_{b\lambda} + \frac{\omega_\lambda}{4\pi} \int_{4\pi} I_\lambda(s_i) d\Omega_i, \quad (4.20)$$

donde  $\omega_\lambda = \sigma_\lambda / (\kappa_\lambda + \sigma_\lambda)$  es el *albedo de dispersión*. El primer término del lado derecho de la Ec. (4.20) es el término de emisión y el último término es la dispersión entrante. En realidad, el último término de esta expresión corresponde a la radiación incidente media local dispersada en la dirección de propagación  $\mathbf{s}$ , dada por la ecuación (4.18). Note también, que las Ecs. (4.19) y (4.20) se han escrito en términos de la coordenada óptica sin dimensiones  $\tau$  (el *espesor óptico*) definida como

$$\tau_\lambda = \int_0^s (\kappa_\lambda + \sigma_\lambda) ds, \quad (4.21)$$

donde  $\sigma_\lambda$  es el *coeficiente de dispersión* y  $s$  es la *longitud del camino geométrico* para cada punto en el medio (véase Fig. 4.7). Ahora la Ec. (4.21) puede ser entendida como la intensidad en coordenada óptica  $\tau_\lambda$  compuesta por dos términos. El primero es la intensidad inicial atenuada que llega a  $\tau_\lambda$  proveniente de la frontera y la segunda es la intensidad en  $\tau_\lambda$  resultante de la emisión y de la dispersión entrante por todos

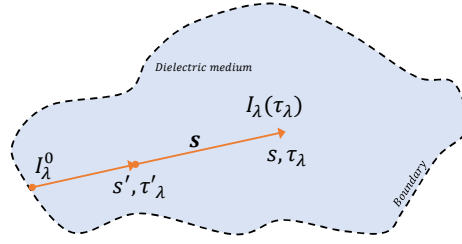


Figura 4.7: Intensidad radiativa local en un medio óptico (adaptado de Modest (2013)).

los elementos de espesor  $d\tau'_\lambda$  a lo largo de la trayectoria. Estos términos son exponencialmente atenuados en cada punto entre  $\tau'_\lambda$  y  $\tau_\lambda$ . La Fig. 4.7 ayuda a comprender mejor la noción de intensidad radiativa local.

Es importante notar que un cómputo riguroso de la Divergencia del flujo de calor radiativo (Ec. 4.17) deberá satisfacer los siguientes requerimientos: cálculo exhaustivo de la intensidad radiativa para cada ubicación y dirección dentro del medio, como la Ec. (4.19) lo demanda, y además resolver la ecuación de energía (Ec. 4.15) a través del término de intensidad de cuerpo negro, que es dependiente de la temperatura del medio. Bajo estas condiciones, la solución general del problema de transferencia de calor es extremadamente difícil y solo es factible para las situaciones más simples. Por esta razón, en nuestro estudio asumimos las condiciones de *no dispersión y bajas temperaturas dentro del medio dieléctrico* con propósitos de simplificación. Por lo anterior, notamos que debido a la primera restricción (no dispersión), el segundo término de la función fuente (Ec. 4.20) desaparece, mientras que el primer término puede ser despreciado en la medida que la emisión de la radiación térmica sea pequeña respecto al flujo radiativo en el medio. De la Ec. (4.17), esta última restricción puede expresarse como

$$4\pi I_{b\lambda} \ll G_\lambda, \quad (4.22)$$

o bien, integrando sobre todo el espectro ( $\int_0^\infty I_{b\lambda} d\lambda = E_b/\pi$ ) y empleando la *ley de Stefan-Boltzmann* ( $E_b = n^2 \sigma T^4$ ) para un medio con índice de refracción  $n$ , reescribimos

$$4\epsilon n^2 \sigma T^4 \ll G, \quad (4.23)$$

donde  $E_b$  es la *potencia emisiva*,  $\epsilon$  es la *emisividad de cuerpo gris* del material y  $\sigma$  la *constante de Stefan-Boltzmann*. La expresión 4.23 establece como primera aproximación cuándo es posible despreciar la contribución de la radiación térmica al flujo radiativo en el medio. De esta forma, para temperaturas suficientemente bajas la función fuente puede desvanecer por completo; y por lo tanto, la Divergencia del flujo de calor radiativo se reduce a

$$\nabla \cdot \mathbf{q}_r = -\bar{\kappa}G = -\bar{\kappa}e^{-\bar{\kappa}\bar{s}}F(x, y), \quad (4.24)$$

en base a las Ecs. (4.17), (4.18), (4.19) and (4.21), donde

$$F(x, y) = \int_0^\infty \int_{4\pi} I_\lambda^0 d\Omega d\lambda, \quad (4.25)$$

es el *flujo solar local* obtenido por la integración de la intensidad de radiación entrante proveniente de la frontera en todas las direcciones y longitudes de onda del espectro solar. Este flujo puede calcularse a partir de las simulaciones de un trazado de rayos. Aquí se asume la aproximación de cuerpo gris en el modelado de un *coeficiente de absorción promedio*  $\bar{\kappa}$  representativo del material. Además, la radiación incidente total  $G$  está dada por el flujo  $F(x, y)$  multiplicado por el factor exponencial de atenuación  $e^{-\bar{\kappa}\bar{s}}$  según la ley de Bouguer, donde  $\bar{s}$  es la longitud del camino geométrico de todos los rayos solares en cada punto dentro del medio. El cálculo del factor de atenuación se describirá en la siguiente sección.

Ahora, para el caso bidimensional (2D) en coordenadas cartesianas, la ecuación de conservación de energía (Ec. 4.15) puede ser reescrita como

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\bar{\kappa}}{k} e^{-\bar{\kappa}\bar{s}} F(x, y) = 0, \quad (4.26)$$

para una fuente volumétrica de energía nula ( $\phi(\mathbf{r}, t) = 0$ ) y la temperatura independiente del tiempo (caso estacionario). Notamos que el último término de la Ec. (4.26) puede ser considerado como una fuente de calor interna debido a la absorción de radiación por el medio.

Asumimos también las siguientes condiciones de frontera (BCs) al problema de transferencia de calor

$$\frac{\partial T}{\partial n_1} = 0, \quad (4.27a)$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial n_j} = h(T - T_{amb}) \quad j = 2, 3, 4, \quad (4.27b)$$

donde  $h$  es el coeficiente convectivo de transferencia de calor y  $T_{amb}$  es la temperatura del aire circundante. La Ec. (4.27a) es una condición adiabática sobre el contorno  $C_1$  al suponer una distribución de temperatura axisimétrica. La Ec. (4.27b) denota tres BCs con transferencia de calor convectiva. Note que  $\partial T / \partial n_j$  es la derivada normal de la temperatura sobre el contorno  $C_j$ , dado que  $n_j$  es normal al contorno  $C_j$ .

En la Fig. 4.8 el contorno  $C_2$  corresponde a la mitad de la apertura de salida,  $C_3$  es el contorno que describe el perfil lateral, y  $C_4$  es el contorno que corresponde a la mitad de la superficie frontal. El problema del valor en la frontera se resuelve asumiendo una condición simétrica respecto al eje del concentrador  $C_1$ ; por lo tanto, la solución final se obtendrá considerando un campo de temperatura simétrico.

Por lo tanto, el conjunto de Ecs. (4.26), (4.27a) y (4.27b) definen un *problema de valor en la frontera 2D para el transporte de energía radiativa concentrada través de un DTIRC en condición estacionaria*. De esta manera, de acuerdo al enfoque de Thompson, este conjunto de ecuaciones deberá ser transformado a un dominio computacional regular a fin de ser resuelto. La siguiente sección aborda la transformación de coordenadas y su representación en diferencias finitas de tales ecuaciones.

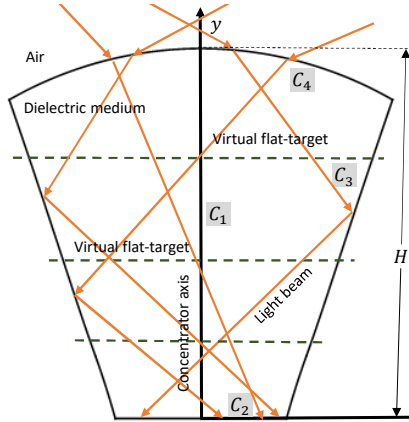


Figura 4.8: Geometría de un DTIRC y sus contornos  $C_1, C_2, C_3$  y  $C_4$ . Aquí  $H$  es la altura del concentrador.

### 4.2.3. Discretización del problema de transferencia de calor

A partir de la transformación de coordenadas para el laplaciano  $\nabla^2 T$  mediante la Ec. (A.8), la ecuación de conservación de energía (Ec. 4.15) resulta

$$\alpha \frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} - 2\beta \frac{\partial^2 T}{\partial \xi \partial \eta} + \gamma \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} + J^2 \left( P \frac{\partial T}{\partial \xi} + Q \frac{\partial T}{\partial \eta} \right) + \frac{J^2}{k} \bar{\kappa} e^{-\bar{\kappa} \bar{s}} F(\xi, \eta) = 0, \quad (4.28)$$

donde los coeficientes  $\alpha, \beta, \gamma$  y  $J$  son dados por Ec. (4.3), y donde  $P$  y  $Q$  están dados por Ecs. (4.6) y (4.7). Análogamente, a través de las fórmulas de transformación para las derivadas normales (Ecs. A.11), las BCs

(Ecs. 4.27a y 4.27b) resultan transformadas como

$$\begin{aligned} \alpha \frac{\partial T}{\partial \xi} - \beta \frac{\partial T}{\partial \eta} &= 0, & (C_1) \\ \frac{k}{J\sqrt{\gamma}} \left( \gamma \frac{\partial T}{\partial \eta} - \beta \frac{\partial T}{\partial \xi} \right) &= h(T - T_{amb}), & (C_2) \\ -\frac{k}{J\sqrt{\alpha}} \left( \alpha \frac{\partial T}{\partial \xi} - \beta \frac{\partial T}{\partial \eta} \right) &= h(T - T_{amb}), & (C_3) \\ -\frac{k}{J\sqrt{\gamma}} \left( \gamma \frac{\partial T}{\partial \eta} - \beta \frac{\partial T}{\partial \xi} \right) &= h(T - T_{amb}), & (C_4) \end{aligned} \quad (4.29)$$

correspondiendo cada relación al contorno  $C_j$  indicado en cada caso. Una vez establecida la transformación del conjunto de ecuaciones que describen el problema se procede a su discretización por diferencias finitas. De esta forma, observando la similitud entre ecuación diferencial (4.28) y la ecuación (4.2a) del problema de generación de malla, se recurre a un procedimiento análogo para la obtención de la expresión recursiva

$$\begin{aligned} T_{i,j} = \frac{1}{2(\alpha + \gamma)} & \left( \alpha(T_{i+1,j} + T_{i-1,j}) - \frac{\beta}{2}(T_{i+1,j+1} - T_{i-1,j+1} - T_{i+1,j-1} + T_{i-1,j-1}) \right. \\ & \left. + \gamma(T_{i,j+1} + T_{i,j-1}) + \frac{J^2 P}{2}(T_{i+1,j} - T_{i-1,j}) + \frac{J^2 Q}{2}(T_{i,j+1} - T_{i,j-1}) + \frac{J^2}{k} \bar{\kappa} e^{-\bar{\kappa} s} F_{i,j} \right), \end{aligned} \quad (4.30)$$

que genera un conjunto de ecuaciones acopladas para el cálculo de la temperatura en cada nodo interior de la región computacional. Adicionalmente, la representación en diferencias finitas de las BCs (Ec. 4.29) resulta

$$\begin{aligned} \alpha(-3T_{1,j} + 4T_{2,j} - T_{3,j}) - \beta(T_{1,j+1} - T_{1,j-1}) &= 0, & (C_1) \\ \gamma(-3T_{i,1} + 4T_{i,2} - T_{i,3}) - \beta(T_{i+1,1} - T_{i-1,1}) &= a(T_{i,1} - T_{amb}), & (C_2) \\ -\alpha(3T_{\xi_{max},j} - 4T_{\xi_{max}-1,j} + T_{\xi_{max}-2,j}) + \beta(T_{\xi_{max},j+1} - T_{\xi_{max},j-1}) &= b(T_{\xi_{max},j} - T_{amb}), & (C_3) \\ -\gamma(3T_{i,\eta_{max}} - 4T_{i,\eta_{max}-1} + T_{i,\eta_{max}-2}) + \beta(T_{i+1,\eta_{max}} - T_{i-1,\eta_{max}}) &= a(T_{i,\eta_{max}} - T_{amb}), & (C_4) \end{aligned} \quad (4.31)$$

donde

$$\begin{aligned} a &= \frac{2hJ\sqrt{\gamma}}{k}, \\ b &= \frac{2hJ\sqrt{\alpha}}{k}, \end{aligned} \quad (4.32)$$

son coeficientes. Aquí se ha empleado convenientemente la fórmula de tres puntos (Ec. B.3) para la determinación de las temperaturas de los nodos ubicados sobre la frontera de la región computacional, a saber

$$\begin{aligned} T_{1,j} &= -\frac{\beta}{3\alpha}(T_{1,j+1} - T_{1,j-1}) + \frac{4}{3}T_{2,j} - \frac{1}{3}T_{3,j}, & (C_1) \\ T_{i,1} &= \frac{1}{3\gamma + a}(\beta(T_{i-1,1} - T_{i+1,1}) + \gamma(4T_{i,2} - T_{i,3}) + aT_{amb}), & (C_2) \\ T_{\xi_{max},j} &= \frac{1}{3\alpha + b}(\beta(T_{\xi_{max},j+1} - T_{\xi_{max},j-1}) + \alpha(4T_{\xi_{max}-1,j} - T_{\xi_{max}-2,j}) + bT_{amb}), & (C_3) \\ T_{i,\eta_{max}} &= \frac{1}{3\gamma + a}(\beta(T_{i+1,\eta_{max}} - T_{i-1,\eta_{max}}) + \gamma(4T_{i,\eta_{max}-1} - T_{i,\eta_{max}-2}) + aT_{amb}), & (C_4) \end{aligned} \quad (4.33)$$

donde los valores de los coeficientes  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $J$ ,  $P$  y  $Q$  son previamente conocidos del problema de generación de la malla. Los rangos válidos para los subíndices de las Ecs. (4.30), (4.31) y (4.33) son  $2 \leq i \leq \xi_{\max} - 1$  y  $2 \leq j \leq \eta_{\max} - 1$ .

Por otro lado, para las expresiones para la temperatura en los nodos de las esquinas de la región computacional nuevamente recurrimos a la fórmula de tres puntos. Para las esquinas  $(1,1)$  y  $(1,\eta_{max})$  obtenemos, respectivamente,

$$\begin{aligned} \alpha(-3T_{1,1} + 4T_{2,1} - T_{3,1}) - \beta(-3T_{1,1} + 4T_{1,2} - T_{1,3}) &= 0, \\ \alpha(-3T_{1,\eta_{max}} + 4T_{2,\eta_{max}} - T_{3,\eta_{max}}) - \beta(3T_{1,\eta_{max}} - 4T_{1,\eta_{max}-1} + T_{1,\eta_{max}-2}) &= 0, \end{aligned} \quad (4.34)$$

a partir de Ec. (4.31) sobre el contorno  $C_1$ , o bien

$$\begin{aligned} T_{1,1} &= \frac{1}{3(\alpha - \beta)} (\alpha(4T_{2,1} - T_{3,1}) - \beta(4T_{1,2} - T_{1,3})), \\ T_{1,\eta_{max}} &= \frac{1}{3(\alpha + \beta)} (\alpha(4T_{2,\eta_{max}} - T_{3,\eta_{max}}) + \beta(4T_{1,\eta_{max}-1} - T_{1,\eta_{max}-tc-2})), \end{aligned} \quad (4.35)$$

análogamente, para las esquinas  $(\xi_{max}, 1)$  y  $(\xi_{max}, \eta_{max})$  obtenemos, respectivamente,

$$\begin{aligned} b(T_{\xi_{max},1} - T_{amb}) &= -\alpha(3T_{\xi_{max},1} - 4T_{\xi_{max}-1,1} + T_{\xi_{max}-2,1}), \\ &\quad + \beta(-3T_{\xi_{max},1} + 4T_{\xi_{max},2} - T_{\xi_{max},3}), \\ b(T_{\xi_{max},\eta_{max}} - T_{amb}) &= -\alpha(3T_{\xi_{max},\eta_{max}} - 4T_{\xi_{max}-1,\eta_{max}} + T_{\xi_{max}-2,\eta_{max}}), \\ &\quad + \beta(3T_{\xi_{max},\eta_{max}} - 4T_{\xi_{max},\eta_{max}-1} + T_{\xi_{max},\eta_{max}-2}), \end{aligned} \quad (4.36)$$

a partir de Ec. (4.31) para el contorno  $C_3$ , o bien

$$\begin{aligned} T_{\xi_{max},1} &= \frac{1}{3(\alpha + \beta) + b} (\alpha(4T_{\xi_{max}-1,1} - T_{\xi_{max}-2,1}) + \beta(4T_{\xi_{max},2} - T_{\xi_{max},3}) + bT_{amb}), \\ T_{\xi_{max},\eta_{max}} &= \frac{1}{3(\alpha - \beta) + b} (\alpha(4T_{\xi_{max}-1,\eta_{max}} - T_{\xi_{max}-2,\eta_{max}}) - \beta(4T_{\xi_{max},\eta_{max}-1} \\ &\quad - T_{\xi_{max},\eta_{max}-2}) + bT_{amb}) \end{aligned} \quad (4.37)$$

De esta manera, las Ecs. (4.30), (4.33), (4.35) y (4.37) determinan el campo de temperaturas en toda la región computacional. Para conocer la solución en el plano físico las temperaturas  $T(\xi, \eta)$  son transformadas mediante las relaciones  $x(\eta, \xi)$  y  $y(\eta, \xi)$  dadas por Ecs. (4.2a y 4.2b). En el Apéndice E se presenta un código en Mathematica (Mat) que emplea las anteriores ecuaciones para el cómputo de la distribución de temperaturas para algunos diseños de DTIRCs con propiedades ópticas y térmicas específicas.

#### 4.2.4. Resultados

En el estudio térmico buscamos el peor escenario de calentamiento para el DTIRC como concentrador secundario. Consideramos el LFR como un concentrador primario con radiación solar perpendicular a su área de apertura (ver Fig. 4.6), donde los errores ópticos y las pérdidas por reflexión han sido omitidos. Por lo tanto, en el peor escenario de calentamiento, el DTIRC colecta el flujo solar máximo. Adicionalmente, una distribución simétrica del flujo solar en la entrada de la superficie frontal del DTIRC fue asumida, donde las pérdidas por reflexión de Fresnel son descartadas.

Para modelar la distribución del flujo solar dentro del medio dieléctrico, consideramos un medio continuo y no participativo como una primera aproximación. Las simulaciones de trazado de rayos se llevaron a cabo de tal forma que los rayos del sol impactan una serie de planos virtuales paralelos al contorno  $C_2$  (ver líneas discontinuas horizontales en la Fig. 4.8). En la simulación, la propagación de la radiación neta es asumida a lo largo del eje del concentrador, donde reflexiones en retroceso de los rayos de luz que impactan la apertura de salida del DTIRC no son consideradas (*i.e.*, una completa transmisión de la radiación hacia el receptor/absorbedor es asumida).

La distribución del flujo solar sobre varios planos virtuales a lo largo del eje del concentrador fue obtenida por simulación mediante el software Tonatiuh 2.0.1 (Ton). Las condiciones de radiación para las simulaciones son tales que la forma solar se consideró uniforme, el Sol subtiendiendo un ángulo de  $32'$  y una irradiancia de  $1000 \text{ W/m}^2$ . Los resultados de las simulaciones se muestran en la Fig. 4.9.

La *distribución global de flujo solar* dentro del medio dieléctrico se calcula con base a una interpolación polinomial entre planos virtuales adyacentes. Los resultados de la distribución global del flujo solar se muestran en la Fig. 4.10.

El modelo de interpolación muestra regiones bien definidas de la distribución de flujo solar (ver Fig. 4.10). Una de ellas está ubicada en la parte inferior del DTIRC con el valor más alto de la concentración de flujo; la otra está ubicada en el centro con una concentración media; y los valores más bajos de concentración se encuentran en los vértices superiores. Por presentar un comportamiento similar a los mostrados, los resultados para el concentrador-SodaLime son omitidos.



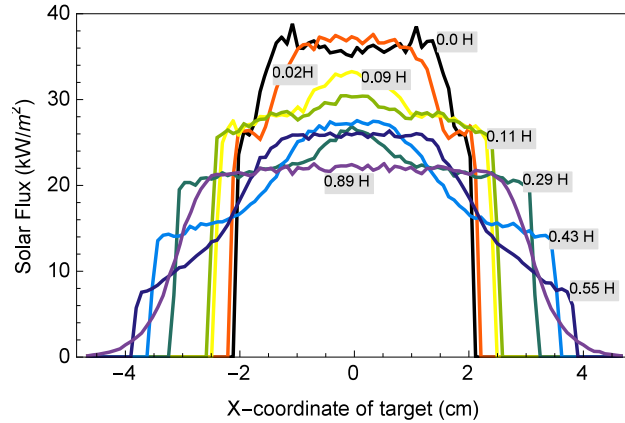


Figura 4.9: Distribuciones de flujo solar en algunos niveles de altura para el concentrador-NLASF45 usando  $1 \times 10^6$  rayos en las simulaciones. El nivel  $0.0 H$  está en la apertura de salida (contorno  $C_2$ ) y el nivel  $0.89 H$  está muy cerca de la superficie frontal del DTIRC (contorno  $C_4$ ). Aquí el medio aún no es considerado participativo.

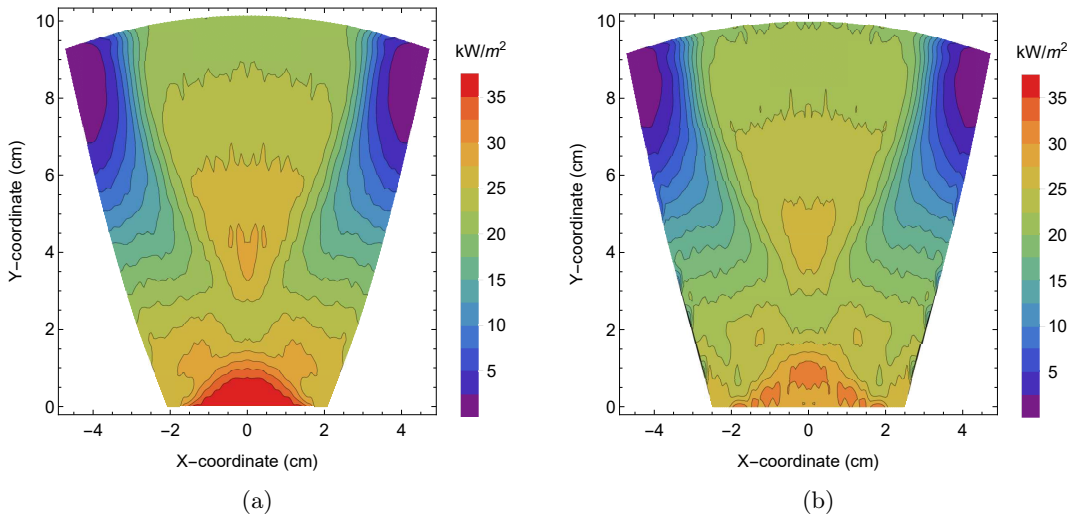


Figura 4.10: Distribución global del flujo solar después de la interpolación para (a) concentrador-NLASF45 y (b) concentrador-NSK2, con un arreglo de 45 planos virtuales uniformemente espaciados a lo largo del eje del concentrador.

Para obtener las distribuciones de la trayectoria promedio de los rayos dentro del DTIRC debido a la propagación de la radiación en el medio, se implementó un modelo de trazado de rayos. La *trayectoria del rayos* se define como la distancia que un rayo de luz viaja dentro del DTIRC antes de impactar un plano virtual. La *trayectoria media de los rayos* se define entonces como el promedio de todas las trayectorias de rayos que lleguen a un punto único de cualquier plano virtual. La distribución de la trayectoria media de los rayos se establece considerando un arreglo de todas las trayectorias medias de los rayos sobre un plano virtual. La Fig. 4.11 muestra las distribuciones de las trayectorias medias de los rayos para algunos niveles de altura dentro del DTIRC. Por ejemplo, en la parte inferior de los DTIRC ( $0.0 H$ ) la trayectoria media de los rayos tiene un valor de alrededor de  $11.0 \text{ cm}$ , que muestra que los rayos han recorrido una distancia promedio de  $11.0 \text{ cm}$  desde la superficie frontal hasta la apertura de salida del DTIRC. Por presentar un comportamiento similar a los mostrados, los resultados para el concentrador-SodaLime son omitidos.

Es importante notar que la interpolación de los puntos entre distribuciones adyacentes nos permite estimar el valor de la longitud del camino geométrico  $\bar{s}$  (cantidad involucrada en el factor de atenuación de la Ec.

4.24) en cada posición  $(x, y)$  dentro del medio.

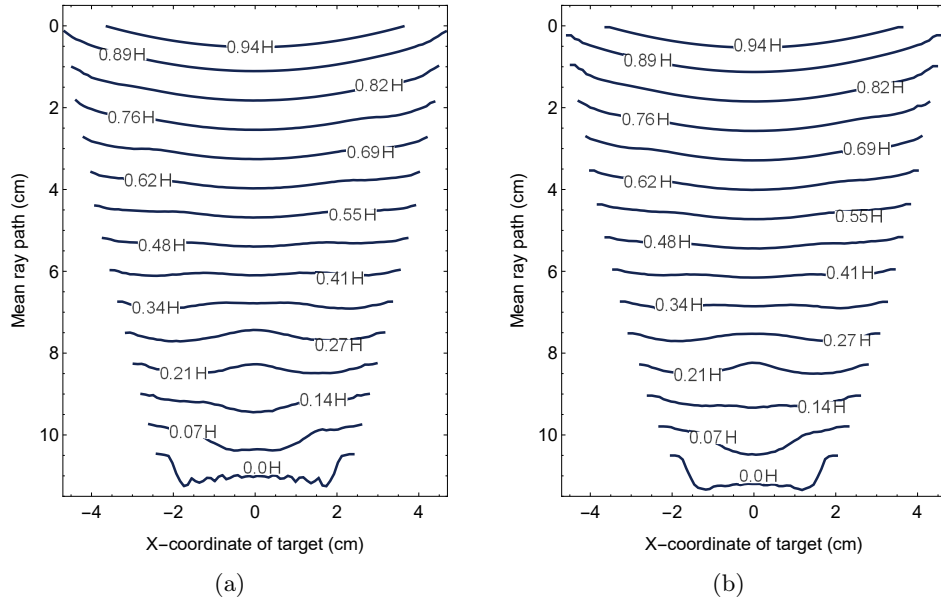


Figura 4.11: Distribución de la trayectoria media de los rayos en algunos niveles de altura para (a) concentrador-NLASF45 y (b) concentrador-NSK2. Aquí el nivel  $0.0 H$  está en el contorno de la apertura de salida ( $C_2$ ).

Como casos de estudio para el problema de transferencia de calor, obtuvimos los campos de temperatura para tres DTIRCs diseñados con diferentes materiales pero con geometrías similares. En el primer caso, un PDTIRC es modelado con las propiedades del vidrio N-LASF45HT (sílice, óxido de calcio, óxido de lantano y otros componentes), teniendo una superficie frontal parabólica. En el segundo caso, un DTIRC es modelado con vidrio N-SK2HT (sílice, óxido de bario y otros componentes), con una superficie frontal esférica. Para el último caso, consideramos igualmente un DTIRC diseñado con vidrio Soda lime (Sch). Además, en las simulaciones se asumió un valor de  $h = 10 W/mK$  para el coeficiente de transferencia de calor, que corresponde a un valor típico en la convección natural. La temperatura del aire circundante se consideró con valor constante de  $T_{amb} = 20^\circ C$ .

Los tres DTIRCs (*concentradores NLASF45*, *NSK2* y *SodaLime*) fueron diseñados para utilizarse como concentradores secundarios del LFR descrito en la [Subsección 4.2.1](#). Es importante señalar que los diseños de los DTIRCs se desarrollaron teniendo en cuenta los parámetros de: ángulo de aceptación  $\theta_a$ , índice de refracción  $n$ , apertura de entrada  $d_0$  y ángulo de la superficie frontal  $\varphi$ ; donde el valor del último parámetro es establecido a fin de lograr una distribución plana del flujo solar en la apertura de salida para cada concentrador (Cruz-Silva et al., 2017). Debido a estos parámetros, la forma de los DTIRCs es ligeramente diferente entre sí. Los parámetros de diseño y las propiedades térmicas y ópticas se resumen en la [Tabla 4.1](#).

Por otro lado, la *transmitancia interna espectral* para los materiales de los DTIRCs se muestra en la [Fig. 4.12](#). Se observa un comportamiento de alta transmitancia en la mayor parte del espectro solar para los primeros dos materiales, siendo más alta para el material N-SK2HT en la región del ultravioleta cercano (near-UV). Para el caso del Soda lime, la mayor transmitancia se observa en la región del visible, mientras que en la región del infrarrojo cercano (near-IR) es altamente absorbente.

Para calcular el coeficiente de absorción lineal espectral  $\kappa_\lambda$ , consideramos la ley de atenuación de Bouguer (Ec. 4.38) para muestras de placas dieléctricas con un espesor de  $d = 2.5 cm$ :

$$\kappa_\lambda = \frac{1}{d} \ln \frac{1}{\tau_{r_\lambda}}, \quad (4.38)$$

donde cada valor de la transmitancia interna espectral  $\tau_{r_\lambda}$  (mostrado en la [Fig. 4.12](#)) es correspondido con un valor de coeficiente de absorción espectral. De esta forma, el coeficiente de absorción promedio  $\bar{\kappa}$

| Parámetros del DTIRC  | NLASF45  | NSK2     | SodaLime |
|---|----------|----------|----------|
| Ángulo de aceptación $\theta_a$ (Deg)                           | 50°      | 50°      | 50°      |
| Apertura de salida $d_0$ (cm)                                   | 4.1172   | 4.9509   | 5.5330   |
| Ángulo de la superficie frontal $\varphi$ (Deg)                 | 20°      | 20°      | 20°      |
| Índice de refracción $n$  | 1.80107  | 1.60738  | 1.5234   |
| Apertura de entrada $d_1$ (cm)                                  | 9.41     | 9.41     | 9.41     |
| Altura del concentrador $H$ (cm)                                | 10.1255  | 9.9795   | 10.0035  |
| Propiedades térmicas y ópticas                                  |          |          |          |
| Coefficiente de absorción promedio $\bar{\kappa}$ ( $cm^{-1}$ ) | 0.017636 | 0.006142 | 0.294311 |
| Conductividad térmica $k$ (W/mK)                                | 1.020    | 0.776    | 1.100    |
| Temperatura de transición vítrea $T_g$ (°C)                     | 647      | 659      | 564      |

Tabla 4.1: Parámetros de diseño para los DTIRCs y propiedades térmicas y ópticas para los materiales dieléctricos (Sch).

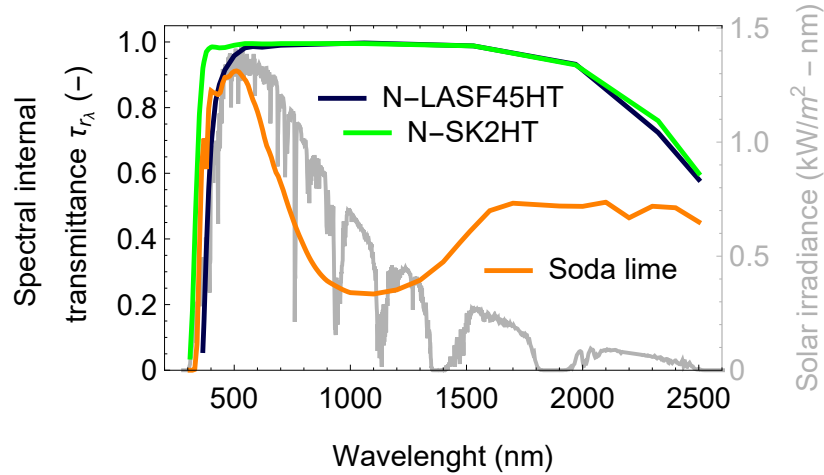


Figura 4.12: Transmitancia interna espectral para los vidrios N-LASF45 HT, N-SK2 HT y Soda lime, medida en placas de espesor 2.5 cm (Sch). En el fondo, la AM1.5 irradiancia solar espectral directa  $B_\lambda$  (NRE).

representativo del medio dieléctrico del DTIRC es modelado mediante la expresión de Planck para opacidad:

$$\bar{\kappa} = \frac{\int_0^\infty \kappa_\lambda B_\lambda d\lambda}{\int_0^\infty B_\lambda d\lambda}, \quad (4.39)$$

que utiliza la AM1.5 irradiancia solar espectral directa  $B_\lambda$  como función de ponderación (Modest, 2013).

Después de establecer los parámetros ópticos y térmicos, el problema de transferencia de calor se resuelve numéricamente a través de las Ecs. (4.30), (4.33), (4.35) y (4.37), implementadas en el código del Apéndice E.

Para evaluar el tiempo de cómputo requerido en los procesos de simulación, se probaron los diferentes tipos de mallas presentadas en Figs. 4.4 y 4.5, y un análisis de independencia de malla fue llevado a cabo para cada malla. De esta manera, para obtener el tamaño de malla final, el número de subdivisión de la malla se incrementó hasta que la variación de la distribución de la temperatura obtenida fuera despreciable. Como se apreciará más adelante, en la Fig. 4.17, una malla con  $75 \times 150$  es adecuada para un resultado confiable. La evaluación y el análisis mostraron un comportamiento similar para todas las mallas, por lo que ninguna diferencia significativa en el uso de cualquiera de las mallas fue observado.

Las distribuciones de temperaturas obtenidas de las simulaciones para los concentradores NLASF45, NSK2 y Sodalime, se muestran en las Figs. 4.13, 4.14 y 4.15, respectivamente. Para los dos primeros casos (Figs. 4.13 y 4.14), observamos que el campo de temperaturas tiene una región bien definida de

alta temperatura en el centro de los concentradores, mientras que las zonas más frías están ubicadas muy cerca de los vértices superiores. Los campos de temperatura muestran líneas isotérmicas concéntricas suavemente distribuidas desde el centro hasta los bordes de los DTIRCs. La distribución de temperatura para el concentrador-NLASF45 está en el rango de 75 a 108.2 °C mientras que para el concentrador-NSK2 está en el rango de 39 a 54.1 °C. Para el caso del concentrador-Sodalime, una distribución de altas temperaturas cerca de la superficie frontal es observada. La forma de la distribución de las isotermas en torno al spot de alta temperatura es análogo a los casos anteriores, pero con isolíneas de forma circular. El rango de temperaturas observado para este caso es de 283.9 a 55.8° °C. No obstante, este resultado de altas temperaturas no es está en conformidad con modelo propuesto en este estudio. Debido al campo de altas temperaturas en el concentrador, la emisión radiativa es competitiva (o mayor) con el calor por conducción en el medio. De acuerdo con la Ecs. (4.23) este resultado está fuera la suposición de bajas temperaturas asumido en esta aproximación.

Para comparar las distribuciones de temperatura correspondientes a los concentradores NLASF45 y NSK2, consideramos la temperaturas normalizadas  $\Theta_{C_j}$  a lo largo de la longitud normalizada de los contornos  $\Lambda_{C_j}$

$$\Theta_{C_j} = (T_{C_j} - T_{\min}) / (T_{\max} - T_{\min}) \quad \text{en } C_j, \text{ para } j = 1, 2, 3, 4, \quad (4.40)$$

donde  $T_{\max}$  y  $T_{\min}$  son las temperaturas máxima y mínima, respectivamente, para cada distribución. La longitud normalizada del contorno está definida como

$$\Lambda_{C_j} = L_{C_j} / L_{C_j}^{\max} \quad \text{for } j = 1, 2, 3, 4, \quad (4.41)$$

donde  $L_{C_j}$  es la distancia medida desde  $L_{C_j} = 0$  a cualquier punto sobre contorno, y  $L_{C_j}^{\max}$  es el tamaño contorno, como lo muestra la Fig. 4.16a.

Las temperaturas normalizadas (dadas por Ec. 4.40) se muestran en la figura Fig. 4.16b. Observamos que las distribuciones de temperatura a lo largo de los contornos  $C_1$  y  $C_4$  se superponen para ambos DTIRC, mostrando un comportamiento térmico común. El contorno  $C_1$  tiene un máximo de temperatura muy cerca del centro de la línea, y el contorno  $C_4$  tiene un máximo en el centro de la superficie frontal. Por otro lado, la distribución de temperatura a lo largo de las líneas de contorno  $C_2$  y  $C_3$  tienen un comportamiento térmico similar, pero el concentrador-NLASF45 tiene una temperatura ligeramente más alta que el concentrador-NSK2. La temperatura máxima para  $C_2$  se encuentra en la mitad de la apertura de salida de DTIRC, mientras que  $C_3$  tiene un máximo ubicado en un tercio del contorno.

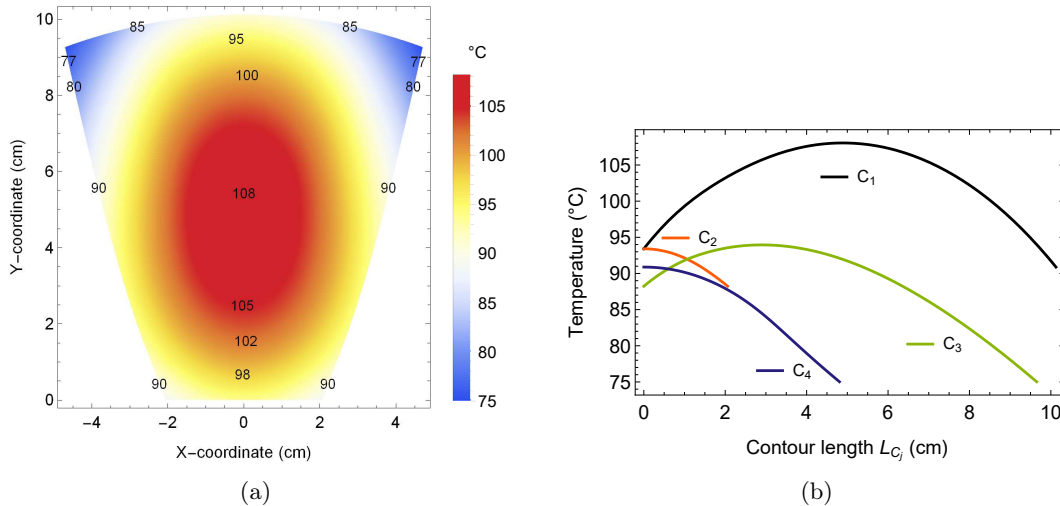


Figura 4.13: (a) Distribución de temperaturas en el concentrador-NLASF45, (b) temperaturas a lo largo de los contornos  $C_j$  del concentrador.

Al variar el número de subdivisiones de la malla, aproximaciones a la distribución de temperaturas a lo largo del contorno  $C_1$  para el concentrador NLASF45 fueron contrastadas unas con otras (ver Fig. 4.17).

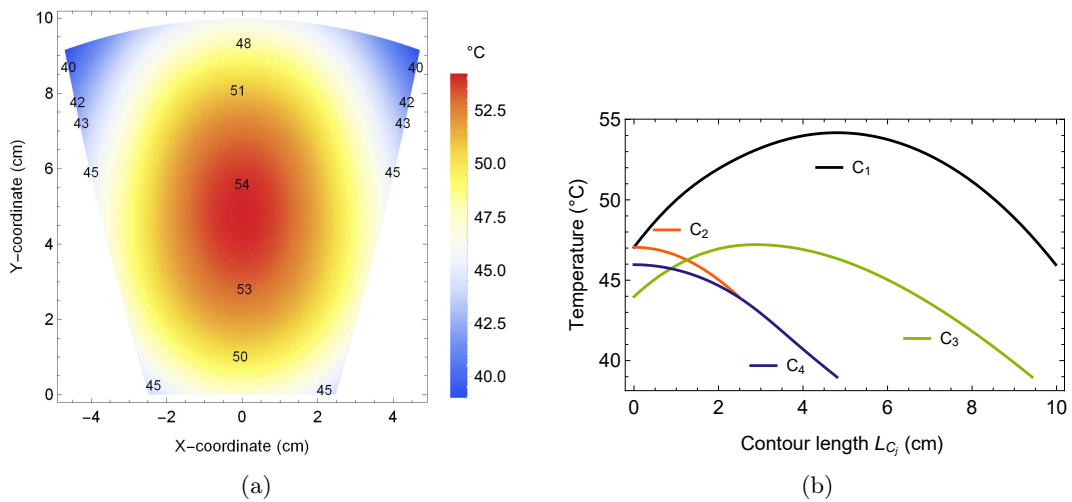


Figura 4.14: (a) Distribución de temperaturas en el concentrador-NSK2, (b) temperaturas a lo largo de los contornos  $C_j$  del concentrador.

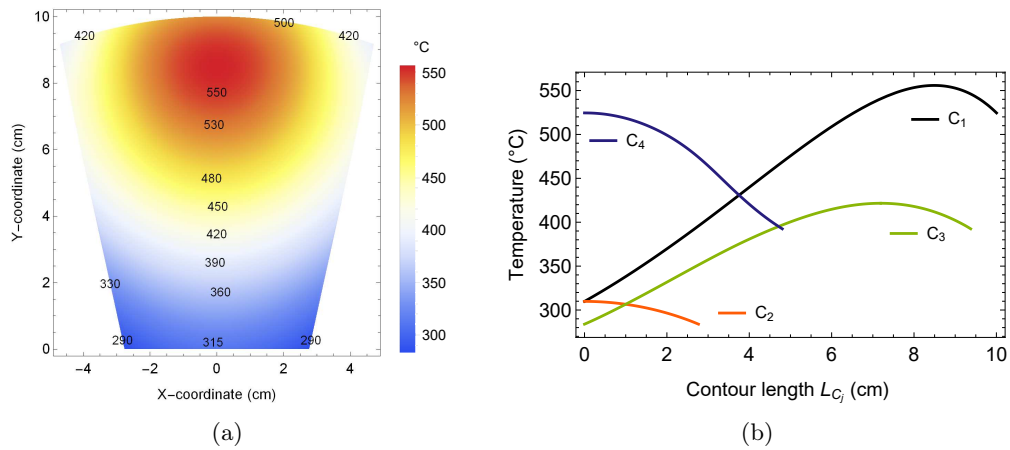


Figura 4.15: (a) Distribución de temperaturas en el concentrador-Sodalime, (b) temperaturas a lo largo de los contornos  $C_j$  del concentrador.

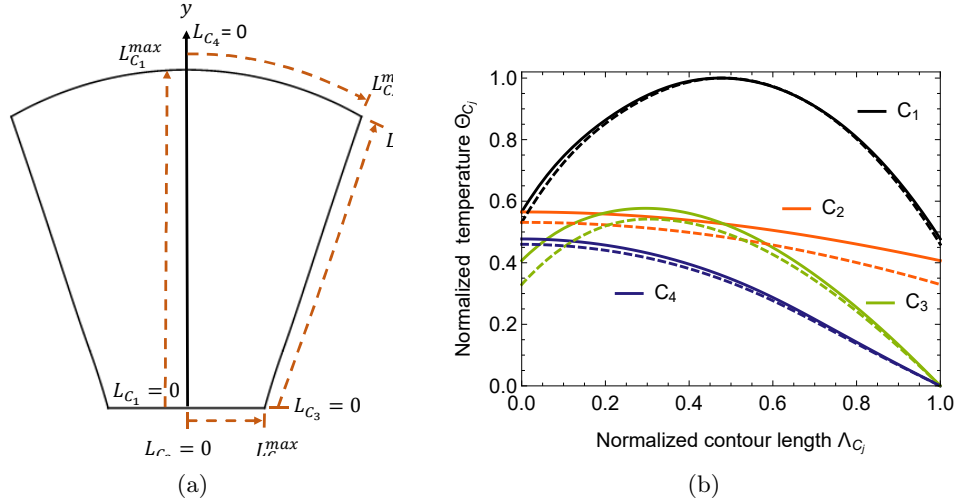


Figura 4.16: (a) Medición de las longitudes de contorno  $L_{C_j}$  y (b) temperatura normalizada  $\Theta_{C_j}$  a lo largo cada longitud de contorno normalizada  $\Lambda_{C_j}$ . En la Fig. (b) las líneas continuas corresponden a las temperaturas del concentrador NLSF45, mientras que las líneas segmentadas corresponden a las temperaturas del concentrador NSK2.

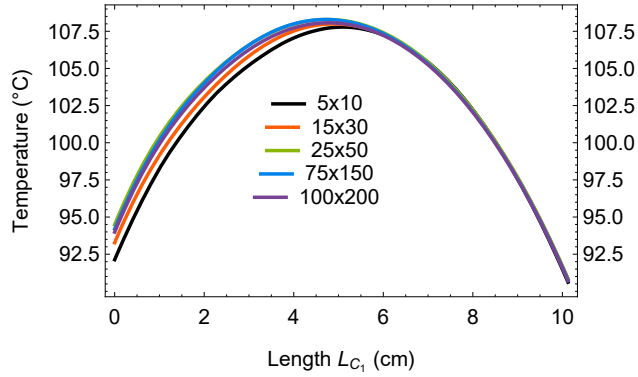


Figura 4.17: Precisión de la temperatura a lo largo del eje del concentrador NLSF45 ( $C_1$ ) al variar el número de subdivisiones de la malla.

Para evaluar la eficiencia de los DTIRCs (Ec. 4.13), es necesario calcular la razón de  $Q_{out}$  a  $Q_{in}$ , a saber

$$\eta = \frac{\int_0^{L_{C_2}^{max}} e^{-\bar{\kappa}s} F_{C_2}(x, y) dL_{C_2}}{\int_0^{L_{C_4}^{max}} F_{C_4}(x, y) dL_{C_4}}, \quad (4.42)$$

donde  $F_{C_2}(x, y)$  y  $F_{C_4}(x, y)$  son las distribuciones de flujo sobre la apertura de salida y la superficie frontal, respectivamente;  $dL_{C_2}$  y  $dL_{C_4}$  son los diferenciales de la longitud de contorno a lo largo de  $C_2$  y  $C_4$ , respectivamente. La potencia radiativa absorbida por el medio dieléctrico es dada por Ec. (4.14). Estos resultados son resumidos en la Tabla 4.2

En este punto el estudio de transferencia de calor termina. En los siguientes párrafos destacaremos los aspectos relevantes de este estudio.

Se consideró una condición de estado estacionario para el análisis térmico de los DTIRC, donde la Divergencia del flujo radiativo se determinó considerando las siguientes suposiciones: temperatura bajas cercanas de la temperatura ambiente, aproximación del cuerpo gris y medio dieléctrico no dispersivo. En el modelo propuesto, la ecuación de transferencia radiativa (RTE) se simplificó sobre la base de desvanecer el término de la intensidad del cuerpo negro dentro del medio. De esta manera, la Ecuación

|                | <b>NLASF45</b> | <b>NSK2</b> | <b>Sodalime</b> |
|----------------|----------------|-------------|-----------------|
| $Q_{in}$ (kW)  | 3.42           | 3.43        | 3.43            |
| $Q_{out}$ (kW) | 2.81           | 3.21        | 0.14            |
| $Q_{abs}$ (kW) | 0.61           | 0.22        | 3.29            |
| $\eta$         | 82.2%          | 93.5%       | 4.0%            |

Tabla 4.2: Potencias radiativas de entrada, de salida y absorbida, y la eficiencia de los DTIRCs.

de Transferencia Radiativa y la Ecuación de Energía se desacoplaron. La solución de la ecuación de energía para obtener el campo de temperatura se llevó a cabo mediante un método numérico de transformación de coordenadas basado en la técnica de Thompson, que facilita los cálculos. Las simulaciones mostraron puntos de temperatura más altos en el centro de los concentradores para ambos estudios de casos. Para el concentrador NLASF45 se obtuvo un rango de temperatura de 75 a 108.2 °C mientras que para el concentrador NSK2 se observó un rango de 39 a 54.1 °C. Además, al considerar tipos de malla diferentes, se llevó a cabo una prueba de independencia de malla. Las aproximaciones a la distribución de temperatura mostraron resultados confiables para una malla con al menos 75 × 150 subdivisiones. En este análisis, se observó un comportamiento similar para todos tipos de mallas.

Para los estudios de casos, se consideraron DTIRC modelados con diferentes materiales: NLASF5HT, NSK2HT y Sodalime. Las distribuciones de flujo mostraron que la región cercana a la abertura de salida del concentrador NLASF5 tiene un flujo más uniformemente "desparramado" que el concentrador NSK2. Además, el estudio mostró que la eficiencia del concentrador NSK2 (93.5%) es más alta que el concentrador NLASF45 (82.2%). Debido a esto, el concentrador NLASF5 puede ser más adecuado para aplicaciones en celdas fotovoltaicas de alta eficiencia, mientras que el concentrador NSK2 puede ser más adecuado para aplicaciones fototérmicas. Los resultados de un tercer caso de estudio, concentrador Sodalime, quedan descartados por estar fuera de la restricción inicial de bajas temperaturas.

Finalmente, los resultados muestran que ambos DTIRC, NLASF5HT y NSK2HT, exhiben comportamientos térmicos globales similares. Sin embargo, el concentrador NLASF45 tiene temperaturas más altas que el concentrador NSK2, como se muestra al comparar sus respectivos rangos de temperatura. Particularmente, en el caso del concentrador NSK2, la distribución de temperatura en la apertura de salida es menor que para el caso del concentrador NLASF45.

## Capítulo 5

# Conclusiones

Las principales conclusiones de esta tesis son expuestas a continuación.

Los concentradores de no-imagen son dispositivos ópticos que logran concentraciones cercanas a la concentración máxima teórica, en contraste con los dispositivos ópticos de enfoque que quedan muy por debajo de este límite. En Concentración Solar, los dispositivos de no-imagen con un amplio campo de visión (ángulo de aceptación grande) pueden garantizar tolerancias a las imperfecciones de manufactura y ensamblaje, imprecisiones de seguimiento solar, además de capturar la radiación circumsolar. Entre los dispositivos ópticos de no-imagen destacan los Concentradores Dieléctricos con Reflexión Interna Total (DTIRCs) los cuales son caracterizados por un amplio campo de visión angular, por proporcionar un flujo radiativo homogéneo en el receptor, por estar hechos de materiales altamente transmitentes; además son dispositivos compactos con flexibilidad en el diseño tal que su geometría puede ser adaptada a los requerimientos de la aplicación. Estas características hacen de los DTIRCs candidatos idóneos a concentradores secundarios de sistemas de concentración solar.

El análisis del estado del arte de los DTIRCs permite señalar áreas importantes de aplicación de estos dispositivos ópticos. En fotovoltaica, los DTIRCs han sido propuestos como concentradores secundarios de un sistema de concentración solar provisto de una lente Fresnel como concentrador principal. En sistemas de detección de radiación infrarroja, los DTIRCs han sido utilizados como antenas ópticas que incrementan la apertura efectiva mejorando la sensibilidad (y por lo tanto la eficiencia) del sistema de detección. En años recientes esta aplicación ha sido retomada considerando la respuesta angular de la radiación concentrada (prescrita por el diseño del DTIRC), característica significativa en el uso de filtros ópticos los cuales presentan una fuerte dependencia del ángulo de incidencia de la radiación captada. En aplicaciones de termosolares de alta temperatura ( $2500K$ ), los DTIRCs se han utilizados como concentradores secundarios de un sistema de concentración que provee calor radiativo a un motor de propulsión para aplicaciones espaciales. Tales concentradores son provistos de una varilla dieléctrica extractora de flujo para una distribución adecuada de la radiación en el interior de la cavidad receptora. Otra uso importante de los DTIRCs ha tenido lugar en los Sistemas Fotovoltaicos Integrados a Edificaciones (BIPVs), constituidos por celdas fotovoltaicas que utilizan las ventajas de un concentrador con amplio campo de visión angular para captar energía solar prescindiendo del seguimiento solar. Los BIPVs son paneles que recubren fachadas y exteriores de edificios, cuyo propósito es proveer de electricidad, calefacción e iluminación natural a los interiores de las edificaciones. Otra campo de aplicación de los DTIRCs ha surgido al invertir la dirección del flujo radiativo en el concentrador. Los DTIRCS han sido utilizados como conformadores de haces (*beam shapers*) y colimadores ópticos, dispositivos que reducen y controlan la distribución angular de la radiación que diverge de una fuente emisora. Esta aplicación puede implementarse tanto en los emisores de sistemas de comunicación inalámbrica, al reducir las pérdidas de la señal emitida, así como en los sistemas de iluminación controlada. Recientemente los DTIRCs han sido propuestos como concentradores secundarios de un sistema de concentración solar para el bombeo de sistemas láseres. En esta aplicación los DTIRCs han destacado por sus cualidades de concentración óptima, geometría adecuada para acoplarse a la cavidad de bombeo y por contrarrestar la aberración cromática producida por el concentrador principal.

Del análisis del estudio sobre el diseño de DTIRCs destacamos los siguientes puntos. En el diseño de los DTIRCs se han considerado el Método de Conservación de Fase (PCM) y el Método de Máxima



---

Concentración (MCM). El primero es un método analítico que incorpora el principio de Fermat y el algoritmo *Edge-ray*; el segundo método considera el método PCM para el diseño de una porción del perfil y la parte complementaria del perfil es generada de forma numérica. Ambos métodos reproducen diseños casi idénticos, pero los diseños obtenidos por el método MCM muestran una altura y una concentración geométrica ligeramente mayores que los otros diseños. En esta tesis el método PCM fue objeto de estudio. La implementación del método PCM se hace a partir de cuatro parámetros de entrada  $(\theta_a, d_0, n, \varphi)$  bajo una formulación prescrita para la generación del perfil del concentrador. No obstante la formulación resulta indeterminada, asociada a un valor no fijado para la apertura de entrada  $d_1$  del concentrador. Este problema ha sido resuelto anteriormente mediante un proceso iterativo para aproximar el valor de  $d_1$  y lograr un diseño físicamente factible (un diseño sin desuniones entre las partes de su perfil).

En este estudio la conservación del etendue en el diseño de los DTIRC's fue considerada. A partir de la expresión de la conservación del etendue para sistemas ópticos con simetría axial, se derivó una expresión para la apertura de entrada de un DTIRC en función de sus parámetros de entrada. La incorporación de esta expresión al método original PCM permite obtener una formulación completa sin grados de libertad para el diseño de DTIRC's con superficies frontales esféricas. A partir de este resultado expresiones para la concentración geométrica y la altura del concentrador fueron derivadas, y diseños reportados en la literatura fueron reproducidos validando el modelo propuesto. Del análisis de estos resultados se mostró que al reducir el ángulo de aceptación y la curvatura de la superficie frontal en un diseño, la concentración y la altura del concentrador son incrementadas; además un aumento de estas cantidades es observada al aumento del índice de refracción. En este estudio la formulación PCM fue extendida a diseños DTIRC con superficies frontales parabólicas y elípticas. La comparación de diseños DTIRC's con mismos parámetros de entrada, pero diferente geometría de la superficie frontal (denominados DTIRC's equivalentes) mostró que diseños con superficies frontales parabólicas son los más altos, mientras que los diseños con superficies frontales elípticas presentan achatamiento y por lo tanto menos altura. En esta parte del estudio sistemas de concentración solar que incorporan un DTIRC como concentrador secundario fueron diseñados. Los sistemas de concentración estudiados presentan un Reflector Lineal Fresnel y un Concentrador de Canal Parabólico, respectivamente. Simulaciones para observar la distribución de flujo radiativo en el receptor plano del concentrador secundario fueron llevadas a cabo, donde DTIRC's equivalentes fueron puestos a prueba.

El análisis de las simulaciones muestra las bondades del concentrador secundario: una concentración geométrica notablemente aumentada ( $40x$  y  $240x$  aproximadamente) y distribuciones de flujo con tendencia a la uniformidad en ambos casos. No obstante, las distribuciones de flujos generadas por los concentradores con superficie frontal esférica presentaron menos fluctuaciones. De este análisis podemos concluir que la geometría de la superficie frontal del concentrador es relevante en la forma de la distribución de flujo en un receptor plano. Además que un frente esférico es el adecuado para producir una distribución homogénea sobre un receptor plano, pero no necesariamente cuando se consideren otras geometrías del receptor o cuando se considere un elemento óptico acoplado a la apertura de salida del concentrador, por ejemplo una varilla dieléctrica extractora de flujo.

Del análisis de la segunda parte de esta tesis, correspondiente a un estudio de transferencia de calor en DTIRC's, se exponen los siguientes aspectos importantes. Para este estudio se implementó la Técnica de Transformación de Coordenadas de Thompson en la solución de la Ecuación de Energía que gobierna la transferencia de calor por conducción y radiación en la región de un DTIRC 2D. El propósito de esta metodología fue asegurar la precisión de cómputo en la solución numérica del problema. Inicialmente esta metodología fue implementada para la generación de mallas sobre la región del problema, obteniéndose diversos tipos de mallas con distintas restricciones geométricas. En el siguiente paso de este estudio se propuso un esquema para resolver de manera simplificada la Ecuación de Energía. Este esquema asume la contribución del término intensidad de cuerpo negro despreciable, considera el medio dieléctrico no dispersivo, y además modela la absorción radiativa del medio a través de un coeficiente de absorción promedio. Bajo este esquema la Ecuación Transferencia Radiativa y la Ecuación de energía fueron desacopladas, permitiendo resolver un problema de transferencia de calor con condiciones de frontera para el caso estacionario, donde una configuración de máximo flujo radiativo en el sistema de concentración fue considerada. En el estudio fueron propuestos diferentes diseños de DTIRC's modelados con materiales (vidrios) con diferentes propiedades térmicas y ópticas. Los DTIRC's fueron considerados como concentradores secundarios de un sistema de concentración que presenta un Reflector Lineal Fresnel como concentrador principal. Para obtener una primera aproximación del flujo radiativo dentro del concentrador diseños no participativos (totalmente

transparentes) fueron simulados por un trazador de rayos. De esta forma, distribuciones de flujo solar fueron obtenidas, observándose de manera precisa el comportamiento de la radiación dentro del concentrador: un spot de mediana concentración en el centro del concentrador, otra zona con la más alta concentración en la apertura de salida, y en la región de los vértices superiores se observó la más baja concentración.

Con estos resultados el problema de transferencia de calor fue resuelto para tres estudios de caso: NLSF5, NSK2 y Sodalime. Para dos primeros estudios, diseños altamente transmitentes, fue observada una distribución suave de temperaturas desde la parte central, donde se registra la mayor temperatura, hasta la frontera del concentrador donde se ubican las zonas más frías. Los campos de temperatura para ambos casos mostraron isoterms concéntricas en toda la región del DTIRC, y en general un comportamiento térmico común fue notado cuando temperaturas normalizadas sobre los contornos del concentrador fueron contrastadas. Para estos casos los rangos de temperaturas observados fueron de 75 a 108.2 °C para NLSF5 y de 39 a 54.1 °C para NSK2. El modelo propuesto pudo predecir altas eficiencias ópticas de 82.2 % y 93.5 % para los dos casos, respectivamente. Por otra parte, para el tercer caso de estudio (el caso que muestra la mayor absorptancia -Sodalime-) una distribución de altas temperaturas con un máximo cerca de la superficie frontal es observada. Este resultado presentan una distribución con forma muy parecida a los otros casos, aunque con isoterms circulares. No obstante, debido a las altas temperaturas observadas (rango de 283.9 a 558 °C) estos resultados no son considerados están en conformidad al esquema propuesto en para estudio. Al incremento de la temperatura la emisión térmica del material es comparable (o mayor) al calor por conducción dentro del dieléctrico. Por lo tanto la validez de este último resultado no puede ser confirmada dentro de este estudio. Finalmente, para validar el procedimiento numérico un análisis de independencia de mallas fue llevado a cabo, donde diferentes mallas con diferentes densidades de mallado (subdivisiones de la red) fueron probadas. El estudio mostró que para mallas con subdivisiones mayores a  $75 \times 50$  no hay variación apreciable de los resultados para todos los casos.

Las distribuciones de flujo mostraron que la región cercana a la apertura de salida del concentrador NLSF5 tiene un flujo más uniformemente extendido que el concentrador NSK2. Además, el estudio mostró que la eficiencia del concentrador NSK2 es mayor que el concentrador NLSF45. Debido a esto, el concentrador NLSF5 puede ser más adecuado para aplicaciones fotovoltaicas de alta eficiencia, mientras que el concentrador NSK2 puede ser más adecuado para aplicaciones fototérmicas.

---

## Apéndice A

# Transformación de coordenadas

Fundamental a la transformación de coordenadas de ecuaciones diferenciales son las relaciones de transformación para operadores diferenciales. Al respecto, las fórmulas de transformación para los operadores utilizados en el desarrollo del problema de transferencia de calor (Cap. 4) son descritas en el presente apartado. De inicio consideremos la transformación de las coordenadas  $x, y$  a las coordenadas  $\xi, \eta$  definida por

$$\xi \equiv \xi(x, y), \quad \eta \equiv \eta(x, y) \quad (\text{A.1})$$

y la transformación inversa dada por

$$x \equiv x(\xi, \eta), \quad y \equiv y(\xi, \eta) \quad (\text{A.2})$$

luego, las relaciones que determinan la transformación pueden ser desarrolladas mediante la aplicación de la regla de la cadena. Explícitamente, las derivadas parciales respecto de las variables  $x, y$  para una función  $T = T(x, y)$  cualquiera resultan

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial x} &= \xi_x \frac{\partial T}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial T}{\partial \eta} \\ \frac{\partial T}{\partial y} &= \xi_y \frac{\partial T}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial T}{\partial \eta} \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

y, por otro lado, las derivadas parciales para la misma función  $T$  respecto de las coordenadas  $\xi$  y  $\eta$  están dadas por

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \xi} &= x_\xi \frac{\partial T}{\partial x} + y_\xi \frac{\partial T}{\partial y} \\ \frac{\partial T}{\partial \eta} &= x_\eta \frac{\partial T}{\partial x} + y_\eta \frac{\partial T}{\partial y} \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

donde los subíndices denotan diferenciación con respecto a la variable considerada, esto es,  $x_\xi \equiv \partial x / \partial \xi$ ,  $y_\eta \equiv \partial y / \partial \eta$ , etcétera. Ahora, resolviendo (A.4) para  $\partial T / \partial x$  y  $\partial T / \partial y$  se obtiene

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial x} &= \frac{1}{J} \left( y_\eta \frac{\partial T}{\partial \xi} - y_\xi \frac{\partial T}{\partial \eta} \right) \\ \frac{\partial T}{\partial y} &= \frac{1}{J} \left( -x_\eta \frac{\partial T}{\partial \xi} + x_\xi \frac{\partial T}{\partial \eta} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

donde

$$J = J \left( \begin{matrix} x, y \\ \xi, \eta \end{matrix} \right) = \begin{vmatrix} x_\xi & y_\xi \\ x_\eta & y_\eta \end{vmatrix} = x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi \neq 0 \quad (\text{A.6})$$

es el *jacobiano de la transformación*. Por último, al comparar las ecuaciones (A.3) y (A.5) obtenemos

$$\begin{aligned} \xi_x &= \frac{1}{J} y_\eta, & \xi_y &= -\frac{1}{J} x_\eta \\ \eta_x &= -\frac{1}{J} y_\xi, & \eta_y &= \frac{1}{J} x_\xi \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

el conjunto de *relaciones fundamentales* que determina la transformación de coordenadas. A las derivadas  $\xi_x$ ,  $\xi_y$ ,  $\eta_x$  y  $\eta_y$  se les denomina *métricas*, mientras que a las expresiones  $x_\xi$ ,  $x_\eta$ ,  $y_\xi$  y  $y_\eta$ , simplemente *derivadas computacionales*.

Por otra parte, la transformación para las segundas derivadas pueden ser desarrolladas empleando simultáneamente las relaciones de transformación para las primeras derivadas y la regla de la cadena. De acuerdo a lo anterior, Thompson, Warsi y Mastin (Thompson et al., 1985) presentaron relaciones de transformación de operadores diferenciales, de coordenadas cartesianas a coordenadas curvilíneas generales. Algunas de tales relaciones en su *forma conservativa* son mostradas a continuación.

*Gradiente*

$$\begin{aligned} T_x &= \frac{1}{J} (y_\eta T_\xi - y_\xi T_\eta) \\ T_y &= \frac{1}{J} (-x_\eta T_\xi + x_\xi T_\eta) \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

donde las expresiones anteriores son componentes cartesianas del operador  $\nabla T$ .

*Divergencia*

$$\nabla \cdot \mathbf{T} = \frac{1}{J} (y_\eta (T_1)_\xi - x_\eta (T_2)_\xi - y_\xi (T_1)_\eta + x_\xi (T_2)_\eta) \quad (\text{A.9})$$

donde  $\mathbf{T} = \mathbf{i}T_1 + \mathbf{j}T_2$  es un campo vectorial.

*Laplaciano*

$$\nabla^2 T = \frac{1}{J^2} (\alpha T_{\xi\xi} - 2\beta T_{\xi\eta} + \gamma T_{\eta\eta}) + ((\nabla^2 \xi)T_\xi + (\nabla^2 \eta)T_\eta) \quad (\text{A.10})$$

donde  $\nabla^2 \equiv \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$ .

*Derivada normal*

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_3 \cdot \nabla T &= \frac{1}{J\alpha^{1/2}} (-\alpha T_\xi - \beta T_\eta) && \text{(normal a } \xi = \text{const.)} \\ \mathbf{n}_4 \cdot \nabla T &= \frac{1}{J\gamma^{1/2}} (-\beta T_\xi + \gamma T_\eta) && \text{(normal a } \eta = \text{const.)} \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

donde los vectores unitarios  $\mathbf{n}_3$  y  $\mathbf{n}_4$  son ortogonales a las curvilíneas  $\xi = \text{const.}$  y  $\eta = \text{const.}$ , respectivamente (ver Fig. A.1)

Los coeficientes  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  en las anteriores relaciones están dados por

$$\begin{aligned} \alpha &= x_{\eta\eta} + y_{\eta\eta} \\ \beta &= x_\xi x_\eta + y_\xi y_\eta \\ \gamma &= x_{\xi\xi} + y_{\xi\xi} \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

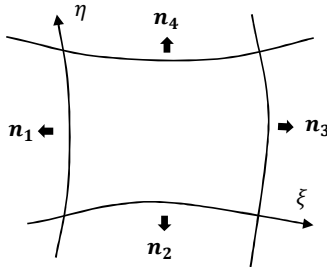


Figura A.1: Vectores unitarios ortogonales a las líneas  $\xi = \text{const.}$  y  $\eta = \text{const.}$  en el dominio computacional.

## Apéndice B

# Aproximaciones por diferencias finitas

En este apartado las aproximaciones por diferencias finitas de las derivadas parciales que aparecen en el [Capítulo 4](#) son presentadas. Consideremos un dominio computacional regular con espaciado de malla unitario  $\Delta\xi = \Delta\eta = 1$  (ver [Fig. 4.3](#)). Las aproximaciones por diferencias finitas para las *derivadas de primer orden*

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial f}{\partial \xi}\right)_{i,j} &= \frac{1}{2}(f_{i+1,j} - f_{i-1,j}) \\ \left(\frac{\partial f}{\partial \eta}\right)_{i,j} &= \frac{1}{2}(f_{i,j+1} - f_{i,j-1})\end{aligned}\tag{B.1}$$

para las *derivadas de segundo orden*

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial^2 f}{\partial \xi^2}\right)_{i,j} &= f_{i+1,j} - 2f_{i,j} + f_{i-1,j} \\ \left(\frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2}\right)_{i,j} &= f_{i,j+1} - 2f_{i,j} + f_{i,j-1} \\ \left(\frac{\partial^2 f}{\partial \xi \partial \eta}\right)_{i,j} &= \frac{1}{4}(f_{i+1,j+1} - f_{i-1,j+1} - f_{i+1,j-1} + f_{i-1,j-1})\end{aligned}\tag{B.2}$$

usando *diferencias centradas*, con *error de truncamiento de segundo orden*, donde  $f = x$  o  $y$ , donde los subíndices  $i, j$  corresponden a  $\xi, \eta$ , respectivamente. Adicionalmen se considera la *fórmula de tres puntos*, útil para la aproximación de la primera derivada sobre la frontera de la región computacional, a saber

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial f}{\partial \xi}\right)_{i,j} &= \frac{1}{2}(-3f_{i,j} + 4f_{i+1,j} - f_{i+2,j}) \\ \left(\frac{\partial f}{\partial \xi}\right)_{i,j} &= \frac{1}{2}(3f_{i,j} - 4f_{i-1,j} - f_{i-2,j})\end{aligned}\tag{B.3}$$

usando *diferencias progresivas* y *diferencias regresivas*, respectivamente. El error de truncamiento para esta aproximación es de segundo orden.

---

## Apéndice C

# Método de Concentración Máxima

En contraste con el Método de Conservación de Fase (PCM), el Método de Concentración Máxima (MCM) no exige que los rayos extremos reflejados en la parte inferior del perfil lateral ( $P_2$ - $P_3$ ) emerjan con un mismo ángulo de salida  $\theta_0$ . En su lugar, el método MCM impone una reflexión interna total a ángulo crítico ( $\theta_c = \sin^{-1}(1/n)$ ) para los rayos que impactan entre  $P_2$  y  $P_3$ . De esta manera, una distribución de ángulos de salida de los rayos extremos y una concentración geométrica maximizada son esperados. Para los rayos que impactan la parte superior del perfil ( $P_1$ - $P_2$ ) la metodología tanto por PCM y MCM es la misma, es decir, la formulación presentada en el [Cap. 3](#) (Eqs. 3.2-3.13b) es aplicable en ambos métodos. A continuación se presenta el procedimiento numérico para el diseño de la parte inferior del perfil ( $P_2$ - $P_3$ ) mediante el método MCM.

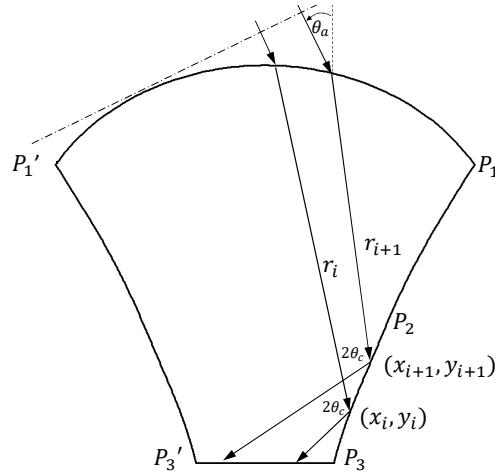


Figura C.1: Geometría del perfil  $P_2$ - $P_3$  de un DTIRC de acuerdo al método MCM.

Supongamos que las coordenadas  $(x_i, y_i)$  de un punto de la parte  $P_2$ - $P_3$  han sido determinadas por la reflexión del rayo extremo  $r_i$ . El siguiente punto  $(x_{i+1}, y_{i+1})$  es determinado por la intersección de un rayo extremo próximo  $r_{i+1}$  con el segmento de recta que se extiende desde  $(x_i, y_i)$ , de tal forma que la pendiente de este segmento force al rayo  $r_{i+1}$  a una TIR con ángulo crítico (ver [Fig. C.1](#)). Se puede demostrar que las coordenadas  $(x_{i+1}, y_{i+1})$  están determinadas por las siguientes relaciones de recursivas:

$$x_{i+1} = \frac{H + R(\cos \theta_i - \cos \varphi + \sin \theta_i \cot \theta'_i) + \tan(\theta'_i + \theta_c)x_i - y_i}{\tan(\theta'_i + \theta_c) + \cot \theta'_i}, \quad (\text{C.1a})$$

$$y_{i+1} = (x_{i+1} - x_i) \tan(\theta'_i + \theta_c) + y_i. \quad (\text{C.1b})$$

Considerando  $N$  rayos extremos totales en la precisión de la solución, en el código de programación se comienza por el punto  $P_3$  que tiene coordenadas  $(0, d_0/2)$ . El siguiente punto se determina considerando el



---

siguiente rayo extremo que impacta la superficie frontal en  $\theta = -(N - 1)\varphi/N$ . Entonces el siguiente rayo extremo se traza sucesivamente de la misma manera hasta que un rayo extremo alcance el punto  $P'_3$ . A partir de este punto, la formulación del método PCM comienza a implementarse para el diseño de la parte superior  $P_2$ - $P_3$  y el perfil del concentrador queda completamente determinado ([Ning et al., 1987b](#)).

# Apéndice D

## Código para la generación de malla

```
(*Código en Mathematica para la generación numérica de malla en la región de un DTIRC*)

SetDirectory[NotebookDirectory[]]

factor = Pi / 180; (*Parámetros de entrada del DTIRC*)
thetaA = 50 factor;
d0 = 4.950935;
phi = 20 factor;
n = 1.60738;

thetaPrimax = ArcSin[Sin[thetaA - phi] / n] + phi; (*Otros parámetros geométricos*)
theta0 = Pi - 2 ArcSin[1 / n] - thetaPrimax;
d1 = n d0 Sin[theta0] / Sin[thetaA];
r = d1 / (2 Sin[phi]);
c = 2 r (Sin[(thetaA + phi) / 2])^2 + n (d1 + d0) / (2 Sin[thetaPrimax]);
h = r (1 - Cos[phi]);
H = 0.5 (d1 + d0) Cot[thetaPrimax] + h;

(*Inicia generación del perfil del DTIRC*)
thetaPrima = ArcSin[Sin[thetaA + t] / n] - t;
l1 = 2 r (Sin[(thetaA + t) / 2])^2;
x0 = r Sin[t]; (*Coordenadas del punto de incidencia (x0,y0) sobre la superficie frontal*)
y0 = r (1 - Cos[t]);
a1 = (c - l1) / n;
b1 = x0 + d0 / 2;
c1 = H - y0;
l2up = 0.5 (a1^2 - b1^2 - c1^2) / (a1 + b1 Sin[thetaPrima] - c1 Cos[thetaPrima]);
l2down = 0.5 (a1 - b1 Sin[theta0] - c1 Cos[theta0]) / (Sin[(theta0 + thetaPrima) / 2])^2;
xup = x0 + l2up Sin[thetaPrima]; (*Coordenadas (x,y) del perfil*)
yup = H - l2up Cos[thetaPrima] - y0;
xdown = x0 + l2down Sin[thetaPrima];
ydown = H - l2down Cos[thetaPrima] - y0;
rup = Sqrt[(xup + d0 / 2)^2 + yup^2]; (*Distancia entre punto (x,y) del perfil y el vertice P1'*)
rdown = Sqrt[(xdown + d0 / 2)^2 + ydown^2];
thetaSwitch = t /. FindRoot[rup == rdown, {t, -0.05}]; (*Intersección entre las partes superior e inferior del perfil*)

(*Inicia generación de malla*)
emax = 15; (*Número de subdivisiones de la malla*)
nmax = 30;
xProfile = Piecewise[{{xdown, t < thetaSwitch}, {xup, t >= thetaSwitch}}]; (*Partición del perfil en*)
yProfile = Piecewise[{{ydown, t < thetaSwitch}, {yup, t >= thetaSwitch}}]; (* (nmax-1)segmentos de igual longitud*)
```

---

```

dxProfile = D[xProfile, t];
dyProfile = D[yProfile, t];
rateProfile = Sqrt [dxProfile^2 + dyProfile^2];
irateProfile = FunctionInterpolation [rateProfile, {t, -phi, phi}, AccuracyGoal → 3,
  InterpolationPrecision → MachinePrecision];
arcLengthProfile = Derivative[-1] [irateProfile];
invarcLengthProfile = InverseFunction [arcLengthProfile];
discreTheta = Table [invarcLengthProfile [x], {x, 0, arcLengthProfile [phi], arcLengthProfile [phi] / (nmax - 1)}];
For [j = 1, j ≤ nmax, j++,
  x[emax, j] = xProfile /. t → Take [discreTheta, {j}] [[1]];
  y[emax, j] = yProfile /. t → Take [discreTheta, {j}] [[1]];]
profilePoints = Table [{x[emax, j], y[emax, j]}, {j, 1, nmax}];

yFront = Sqrt [r^2 - t^2] + H - r; (*Partición de la semi-superficie frontal en (emax-1) segmentos de igual longitud*)
dyFront = D [yFront, t];
rateFront = Sqrt [1 + dyFront^2];
irateFront = FunctionInterpolation [rateFront, {t, 0, d1/2}, AccuracyGoal → 3,
  InterpolationPrecision → MachinePrecision];
arcLengthFront = Derivative[-1] [irateFront];
invarcLengthFront = InverseFunction [arcLengthFront];
discrex = Table [invarcLengthFront [x], {x, 0, arcLengthFront [d1/2], arcLengthFront [d1/2] / (emax - 1)}];
For [i = 1, i ≤ emax, i++,
  x[i, nmax] = Take [discrex, {i}] [[1]];
  y[i, nmax] = yFront /. t → Take [discrex, {i}] [[1]];]
frontPoints = Table [{x[i, nmax], y[i, nmax]}, {i, 1, emax}];

DeltayH = H / (nmax - 1); (*Partición del eje del concentrador en (nmax-1) segmentos de igual longitud*)
For [j = 1, j ≤ nmax, j++,
  x[1, j] = 0;
  y[1, j] = (j - 1) DeltayH;]
hPoints = Table [{x[1, j], y[1, j]}, {j, 1, nmax}];

Deltaxd0 = d0 / 2 / (emax - 1); (*Partición de la semi-apertura se salida del concentrador en*)
For [i = 1, i ≤ emax, i++, (*(emax-1) segmentos de igual longitud*)
  x[i, 1] = (i - 1) Deltaxd0;
  y[i, 1] = 0;]
d0Points = Table [{x[i, 1], y[i, 1]}, {i, 1, emax}];

For [i = 2, i ≤ emax - 1, i++, (*Inicializa las coordenadas de los nodos interiores*)
  For [j = 2, j ≤ nmax - 1, j++,
    x[i, j] = Random [];
    y[i, j] = Random [];]]

boundaryPoints = Join [profilePoints, frontPoints, hPoints, d0Points]; (*Condición de frontera tipo 1*)

aS1 = 10; (*Coeficientes de amplitud y decaimiento para las funciones de control de malla*)
aS2 = 10;
aS3 = 10;
aS4 = 5;
be2 = 0;
bn2 = 0;

cS1 = 0.15;
cS2 = 0.15;
cS3 = 0.15;
cS4 = 0.15;
de2 = 0.15;
dn2 = 0.15;

```

```

e2 = Round[emax / 2];
n2 = Round[emax / 2];

(*Inicia método de sobrerelajación sucesiva*)
omega = 1.4; (*parámetro de relajación*)
error = 0.00005; (*El proceso iterativo termina justo cuando el error es menor a este valor*)
k = 1;
keepRunning = True;

While[keepRunning, (*Inicio de proceso iterativo*)
old = Table[x[i, j], {i, 1, emax}, {j, 1, nmax}];
For[i = 2, i ≤ emax - 1, i++,
For[j = 2, j ≤ nmax - 1, j++,

(*y[1,j]=(4y[2,j]-y[3,j])/3; Condición de ortogonalidad sobre el eje del concentrador. Incluir si es el caso*)

xn = 0.5 (x[i, j + 1] - x[i, j - 1]); (*Aproximaciones en diferencias finitas para las derivadas de orden 1*)
yn = 0.5 (y[i, j + 1] - y[i, j - 1]);
xe = 0.5 (x[i + 1, j] - x[i - 1, j]);
ye = 0.5 (y[i + 1, j] - y[i - 1, j]);
alpha = xn xn + yn yn; (*Coeficientes geométricos y el jacobiano*)
beta = xe xn + ye yn;
gamma = xe xe + ye ye;
jacobian = xe yn - xn ye;

p = -aS1 Sign[i - 1] Exp[-cS1 Abs[i - 1]] - aS3 Sign[i - emax] Exp[-cS3 Abs[i - emax]] (*Funciones de ctrl de malla*)
+ be2 Sign[i - e2] Exp[-de2 Sqrt[(i - e2)^2 + (j - n2)^2]];
q = -aS2 Sign[j - 1] Exp[-cS2 Abs[j - 1]] - aS4 Sign[j - nmax] Exp[-cS4 Abs[j - nmax]]
- bn2 Sign[j - n2] Exp[-dn2 Sqrt[(i - e2)^2 + (j - n2)^2]];

(*Fórmulas recursivas de las coordenadas de los nodos interiores*)
x[i, j] = omega (0.5 / (alpha + gamma)) (alpha (x[i + 1, j] + x[i - 1, j]) - 0.5 beta (x[i + 1, j + 1] - x[i - 1, j + 1]
- x[i + 1, j - 1] + x[i - 1, j - 1]) + gamma (x[i, j + 1] + x[i, j - 1]) + 0.5 jacobian^2 p (x[i + 1, j] - x[i - 1, j])
+ 0.5 jacobian^2 q (x[i, j + 1] - x[i, j - 1])) + (1 - omega) x[i, j];
y[i, j] = omega (0.5 / (alpha + gamma)) (alpha (y[i + 1, j] + y[i - 1, j]) - 0.5 beta (y[i + 1, j + 1] - y[i - 1, j + 1]
- y[i + 1, j - 1] + y[i - 1, j - 1]) + gamma (y[i, j + 1] + y[i, j - 1]) + 0.5 jacobian^2 p (y[i + 1, j] - y[i - 1, j])
+ 0.5 jacobian^2 q (y[i, j + 1] - y[i, j - 1])) + (1 - omega) y[i, j];
]];
(*Condición para terminar el proceso iterativo*)
If[Max[Abs[Table[x[i, j], {i, 1, emax}, {j, 1, nmax}] - old]] < error || k > 20000, keepRunning = False];

(*Imprime número de iteración k, error, coeficientes y jacobiano de transformación para la última coordenada*)
Print[" " k, " " Max[Abs[Table[x[i, j], {i, 1, emax}, {j, 1, nmax}] - old]], " " alpha, " " beta, " " gamma,
" " jacobian];
k++;] (*Termina proceso iterativo*)

(*Coordenadas obtenidas de la transformación*)
xPoints = Table[x[i, j], {i, 1, emax}, {j, 1, nmax}];
yPoints = Table[y[i, j], {i, 1, emax}, {j, 1, nmax}];
Export["xpoints_" <> ToString[emax] <> "x" <> ToString[nmax] <> "_northo_nsk2ht.xls", xPoints]; (*Exporta archivos*)
Export["ypoints_" <> ToString[emax] <> "x" <> ToString[nmax] <> "_northo_nsk2ht.xls", yPoints];
(*Fin del código*)

```

---

## Apéndice E

# Código para resolver la Ecuación de Energía en un DTIRC

```
(*Código en Mathematica para la solución del problema de transferencia de calor en un DTIRC*)

SetDirectory[NotebookDirectory[]]

(*Propiedades del material y parámetros de la simulación*)
k = 1.020*^-2; (*Conductividad térmica (W/cm°C)*)
kappa = 0.0176362; (*Coeficiente de absorción lineal (cm^-1)*)
h = 1*^-3; (*Coeficiente de transferencia de calor por convección (W/cm^2°C)*)
Tinfinity = 20; (*Temperatura ambiente (°C)*)
emax = 5; (*Subdivisiones de la malla*)
nmax = 10;
maxIterations = 50000;
condOrtho = "_northo";
material = "_nlasf45ht";

fileFlux = Sort[FileNames["*flux_extrapol.dat"]; (*Flujo solar (W/cm^2)*)
levels = Flatten[Import["levels_45_nlasf45ht.xlsx", {"Data", 1}]];
numberOfLevels = Length[levels];
nFluxElements = 100;
conversionFunction = (#/10) &;
totalFlux = {};
For[i = 1, i <= numberOfLevels, i = i + 3,
  level = ConstantArray[levels[[i]], nFluxElements];
  list = ReadList[fileFlux[[i]], {Number, Number}];
  listFlux = Map[MapAt[conversionFunction, #, 2] &, list]; (*W/cm^2*)
  nListFlux = Transpose[Insert[Transpose[listFlux], level, 2]];
  flux = Partition[#, UpTo[2]] & /@ nListFlux;
  totalFlux = Join[totalFlux, flux]]
interpolFlux = Interpolation[totalFlux, Method -> "Spline", "ExtrapolationHandler" -> {"WarningMessage" -> False}];

filePathRay = Sort[FileNames["*raypath_extrapol.dat"]; (*Trayectoria media de los rayos (cm)*)
nPathRayElements = 100;
totalPathRay = {};
For[i = 1, i <= numberOfLevels, i = i + 3,
  level = ConstantArray[levels[[i]], nPathRayElements];
  listPathRay = ReadList[filePathRay[[i]], {Number, Number}];
  nListPathRay = Transpose[Insert[Transpose[listPathRay], level, 2]];
  pathRay = Partition[#, UpTo[2]] & /@ nListPathRay;
  totalPathRay = Join[totalPathRay, pathRay]]
```

```

interpolPathRay = Interpolation[totalPathRay, Method -> "Spline", "ExtrapolationHandler"
  -> {"WarningMessage" -> False}];

xPoints = Import["xpoints_" <> ToString[emax] <> ".x" <> ToString[nmax] <> "condOrtho" <> "material"
  <> ".xls", {"Data", 1}]; (*Importación de la malla*)
yPoints = Import["ypoints_" <> ToString[emax] <> ".x" <> ToString[nmax] <> "condOrtho" <> "material"
  <> ".xls", {"Data", 1}];

For[i = 1, i <= emax, i++, (*Coordenadas de los nodos de la malla*)
  For[j = 1, j <= nmax, j++,
    x[i, j] = xPoints[[i, j]];
    y[i, j] = yPoints[[i, j]]
  ]];

For[i = 1, i <= emax, i++, (*Inicializar distribución de temperatura*)
  For[j = 1, j <= nmax, j++,
    T[i, j] = 90 + 10 Random[];
  ]];

aS1 = 300; (*Coeficientes de amplitud y decaimiento para las funciones de control de malla*)
aS2 = 300;
aS3 = 300;
aS4 = 300;
be2 = 0;
bn2 = 0;

cS1 = 0.10;
cS2 = 0.10;
cS3 = 0.10;
cS4 = 0.10;
de2 = 0.0;
dn2 = 0.0;

e2 = Round[emax / 2];
n2 = Round[nmax / 2];

(*Inicia método de sobrerelajación sucesiva*)
omega = 1.7; (*Parámetro de relajación*)
error = 0.00005; (*El proceso iterativo termina justo cuando el error es menor a este valor*)
n = 1;
keepRunning = True;

While[keepRunning, (*Inicia proceso iterativo*)
  old = Table[T[i, j], {i, 1, emax}, {j, 1, nmax}];

  For[i = 1, i <= emax, i++,
    For[j = 1, j <= nmax, j++,
      (*Aproximaciones en diferencias finitas para la derivada de orden 1*)
      Which[i == 1,
        xe = 0.5 (-3 x[i, j] + 4 x[i + 1, j] - x[i + 2, j]);
        ye = 0.5 (-3 y[i, j] + 4 y[i + 1, j] - y[i + 2, j]),
        1 < i < emax,
        xe = 0.5 (x[i + 1, j] - x[i - 1, j]);
        ye = 0.5 (y[i + 1, j] - y[i - 1, j]),
        i == emax,
        xe = 0.5 (3 x[i, j] - 4 x[i - 1, j] + x[i - 2, j]);
        ye = 0.5 (3 y[i, j] - 4 y[i - 1, j] + y[i - 2, j])];

      Which[j == 1,
        xn = 0.5 (-3 x[i, j] + 4 x[i, j + 1] - x[i, j + 2]);

```

```

    yn = 0.5 (-3 y[i, j] + 4 y[i, j + 1] - y[i, j + 2]),
    1 < j < nmax,
    xn = 0.5 (x[i, j + 1] - x[i, j - 1]);
    yn = 0.5 (y[i, j + 1] - y[i, j - 1]),
    j = nmax,
    xn = 0.5 (3 x[i, j] - 4 x[i, j - 1] + x[i, j - 2]);
    yn = 0.5 (3 y[i, j] - 4 y[i, j - 1] + y[i, j - 2]);

    alpha = xn xn + yn yn; (*Coeficientes geométricos y el jacobiano*)
    beta = xe xn + ye yn;
    gamma = xe xe + ye ye;
    jacobian = xe yn - xn ye;

    a = h jacobian Sqrt [gamma] / k;
    b = h jacobian Sqrt [alpha] / k;

    Which [1 < i < emax && 1 < j < nmax,

    yGrid = y[i, j];
    xGrid = x[i, j];
    g = -kappa Exp[-kappa interpolPathRay[xGrid, yGrid][[1]]] ×
        interpolFlux[xGrid, yGrid][[1]]; (*Divergencia del flujo radiativo (-)*)

    p = -aS1 Sign[i - 1] Exp[-cS1 Abs[i - 1]] - aS3 Sign[i - emax] Exp[-cS3 Abs[i - emax]] + be2 Sign[i - e2] ×
        Exp[-de2 Sqrt[(i - e2)^2 + (j - n2)^2]]; (*Funciones de control de malla*)
    q = -aS2 Sign[j - 1] Exp[-cS2 Abs[j - 1]] - aS4 Sign[j - nmax] Exp[-cS4 Abs[j - nmax]] - bn2 Sign[j - n2] ×
        Exp[-dn2 Sqrt[(i - e2)^2 + (j - n2)^2]];

    (*Fórmulas recursivas de las coordenadas de los nodos interiores*)
    T[i, j] = omega (0.5 / (alpha + gamma)) (alpha (T[i + 1, j] + T[i - 1, j]) - 0.5 beta (T[i + 1, j + 1] - T[i - 1, j + 1]
        - T[i + 1, j - 1] + T[i - 1, j - 1]) + gamma (T[i, j + 1] + T[i, j - 1]) + 0.5 jacobian^2 p (T[i + 1, j]
        - T[i - 1, j]) + 0.5 jacobian^2 q (T[i, j + 1] - T[i, j - 1]) - jacobian^2 g / k) + (1 - omega) T[i, j],

    (*Aplicación de las condiciones de frontera*)
    (*Temperatura de los nodos en la frontera*)
    i == 1 && 1 < j < nmax,
    T[1, j] = -beta / (3 alpha) (T[1, j + 1] - T[1, j - 1]) + (4 / 3) T[2, j] - (1 / 3) T[3, j],

    1 < i < emax && j == 1,
    T[i, 1] = (-beta (T[i + 1, 1] - T[i - 1, 1]) + gamma (4 T[i, 2] - T[i, 3]) + 2 a Tinfinity) / (3 gamma + 2 a),

    i == emax && 1 < j < nmax,
    T[emax, j] = (beta (T[emax, j + 1] - T[emax, j - 1]) + alpha (4 T[emax - 1, j] - T[emax - 2, j]) + 2 b Tinfinity)
        / (3 alpha + 2 b),

    1 < i < emax && j == nmax,
    T[i, nmax] = (beta (T[i + 1, nmax] - T[i - 1, nmax]) + gamma (4 T[i, nmax - 1] - T[i, nmax - 2]) + 2 a Tinfinity)
        / (3 gamma + 2 a),

    (*Temperatura en los nodos de los vértices*)
    i == 1 && j == 1,
    T[1, 1] = (beta (4 T[1, 2] - T[1, 3]) - alpha (4 T[2, 1] - T[3, 1])) / (3 (beta - alpha)),

    i == 1 && j == nmax,
    T[1, nmax] = (-beta (-4 T[1, nmax - 1] + T[1, nmax - 2]) + alpha (4 T[2, nmax] - T[3, nmax])) / (3 (alpha + beta)),

    i == emax && j == 1,
    T[emax, 1] = (beta (4 T[emax, 2] - T[emax, 3]) - alpha (-4 T[emax - 1, 1] + T[emax - 2, 1]) + 2 b Tinfinity)
        / (3 (alpha + beta) + 2 b),
    
```



---

```

i == emax && j == nmax,
T[emax, nmax] = (-beta (-4 T[emax, nmax - 1] + T[emax, nmax - 2]) + alpha (-4 T[emax - 1, nmax] + T[emax - 2, nmax])
- 2 a Tinfinity) / (3 (beta - alpha) - 2 a)

]];

If[Max[Abs[Table[T[i, j], {i, 1, emax}, {j, 1, nmax}] - old]] < error || n > maxIterations,
keepRunning = False]; (*Condición para terminar el proceso iterativo*)

(*Imprime num. de iteración n, error, coef. y jacobiano de transformación y temperatura de tres nodos*)
Print[" " n, " " Max[Abs[Table[T[i, j], {i, 1, emax}, {j, 1, nmax}] - old]], " " T[1, 1], " " T[Round[emax / 2],
Round[nmax / 2]], " " T[emax, nmax]];
n++;
] (*Termina proceso iterativo*)

temperature = Table[T[i, j], {i, 1, emax}, {j, 1, nmax}];
temperatureDistribution = Table[{x[i, j], y[i, j], T[i, j]}, {i, 1, emax}, {j, 1, nmax}]; (*Distribución de temp.*)
Export[ToString[emax] <> ".x" <> ToString[nmax] <> "_temp_distribution" <> condOrtho <> material <> ".xlsx",
temperatureDistribution]; (*Exporta archivos*)
(*Fin del código*)

```

# Bibliografía

Mathematica Wolfram. <https://www.wolfram.com/mathematica/>.

National Renewable Energy Laboratory (NREL). <https://www.nrel.gov/>.

Schott. <http://www.us.schott.com/english/index.html?us-origin=en-US>.

Tonatiuh. <https://github.com/iat-cener/tonatiuh>.

S. Babadi, R. Ramirez-Iniguez, T. Boutaleb, and T. Mallick. Performance analysis of a dtirc-led illumination structure. In *Optics and Measurement Conference 2014*, volume 9442, page 944205. International Society for Optics and Photonics, 2015.

W. J. Cassarly. Taming light using nonimaging optics. In *Nonimaging Optics: Maximum Efficiency Light Transfer VII*, volume 5185, pages 1–6. International Society for Optics and Photonics, 2004.

J. Chaves. *Introduction to nonimaging optics*. CRC press, 2015.

T. Cooper, G. Ambrosetti, A. Pedretti, and A. Steinfeld. Theory and design of line-to-point focus solar concentrators with tracking secondary optics. *Applied optics*, 52(35):8586–8616, 2013.

P. M. Cox, R. A. Betts, C. D. Jones, S. A. Spall, and I. J. Totterdell. Acceleration of global warming due to carbon-cycle feedbacks in a coupled climate model. *Nature*, 408(6809):184, 2000.

O. Cruz-Silva, O. Jaramillo, and M. Borunda. Full analytical formulation for dielectric totally internally reflecting concentrators designs and solar applications. *Renewable Energy*, 101:804–815, 2017.

C. Domínguez, I. Antón, G. Sala, J. Alvarez, and V. Díaz. Spectral characterization of mini concentrator optics for its use with mj cells. In *Photovoltaic Energy Conversion, Conference Record of the 2006 IEEE 4th World Conference on*, volume 1, pages 675–678. IEEE, 2006.

S. M. Geng and R. P. Macosko. Transient thermal analysis of a refractive secondary solar concentrator. 1999.

I. M. Held and B. J. Soden. Robust responses of the hydrological cycle to global warming. *Journal of climate*, 19(21):5686–5699, 2006.

IEA. *World Energy Outlook*. 2017.

O. Jaramillo, J. Aguilar, R. Castrejón-García, and N. Velázquez. A modular linear fresnel reflecting solar concentrator for low-enthalpy processes. In *Renewable Energy in the Service of Mankind Vol II*, pages 949–960. Springer, 2016.

R. Leutz and A. Suzuki. *Nonimaging Fresnel lenses: design and performance of solar concentrators*, volume 83. Springer, 2012.

D. Liang and J. Almeida. Highly efficient solar-pumped nd: Yag laser. *Optics express*, 19(27):26399–26405, 2011.

M. F. Modest. *Radiative heat transfer*. Academic press, 2013.

- F. Muhammad-Sukki, R. Ramirez-Iniguez, S. G. McMeekin, B. G. Stewart, and B. Clive. Optimised dielectric totally internally reflecting concentrator for the solar photonic optoelectronic transformer system: Maximum concentration method. In *International Conference on Knowledge-Based and Intelligent Information and Engineering Systems*, pages 633–641. Springer, 2010.
- F. Muhammad-Sukki, R. Ramirez-Iniguez, S. McMeekin, B. Stewart, and B. Clive. Optimisation of concentrator in the solar photonic optoelectronic transformer: Comparison of geometrical performance and cost of implementation. 2011.
- F. Muhammad-Sukki, S. H. Abu-Bakar, R. Ramirez-Iniguez, S. G. McMeekin, B. G. Stewart, N. Sarmah, T. K. Mallick, A. B. Mumir, S. H. M. Yasin, and R. A. Rahim. Mirror symmetrical dielectric totally internally reflecting concentrator for building integrated photovoltaic systems. *Applied Energy*, 113:32–40, 2014.
- X. Ning. Application of nonimaging optical concentrators to infrared energy detection. *Nonimaging Optics: Maximum Efficiency Light Transfer*, 1528:88–92, 1991.
- X. Ning, J. O’Gallagher, and R. Winston. Optics of two-stage photovoltaic concentrators with dielectric second stages. *Applied optics*, 26(7):1207–1212, 1987a.
- X. Ning, R. Winston, and J. O’Gallagher. Dielectric totally internally reflecting concentrators. *Applied optics*, 26(2):300–305, 1987b.
- J. O’Gallagher and R. Winston. Nonimaging dielectric elements in second-stage concentrators for photovoltaic systems. *Proc. Annu. Meet.-Am. Sect. Int. Sol. Energy Soc.;(United States)*, 6 (CONF-830622-), 1983.
- N. Ozisik. *Finite difference methods in heat transfer*. CRC press, 1994.
- D. Pimentel, R. Harman, M. Pacenza, J. Pecarsky, and M. Pimentel. Natural resources and an optimum human population. *Population and environment*, 15(5):347–369, 1994.
- M. F. Piszczor Jr and R. P. Macosko. A high-efficiency refractive secondary solar concentrator for high temperature solar thermal applications. 2000.
- D. Prasad and M. Snow. *Designing with solar power: a source book for building integrated photovoltaics (BiPV)*. Routledge, 2014.
- A. Quarterman and K. Wilcox. Design of a solar-pumped semiconductor laser. *Optica*, 2(1):56–61, 2015.
- R. Ramirez-Iniguez and R. Green. Elliptical and parabolic totally internally reflecting optical antennas for wireless infrared communications. In *Proceedings of the IrDA/IEE/IEEE Conference on Optical Wireless, Warwick*, pages 1–5, 2003.
- R. Ramirez-Iniguez and R. Green. Optical antenna design for indoor optical wireless communication systems. *International Journal of Communication Systems*, 18(3):229–245, 2005.
- R. Ramirez-Iniguez, S. M. Idrus, and Z. Sun. *Optical wireless communications: IR for wireless connectivity*. CRC press, 2008.
- R. Ramirez-Iniguez, A. Ahmadinia, and H. Fernandez-Canque. Dtic based optical collimators. *Knowledge-Based and Intelligent Information and Engineering Systems*, pages 462–471, 2011.
- SENER. *Balance Nacional de Energía, 2016*. 2017.
- SolarPower Europe. *Global Market Outlook*. 2017.
- J. A. Soules, D. R. Buchele, C. H. Castle, and R. P. Macosko. Design and fabrication of a dielectric total internal reflecting concentrator and associated flux extractor for extremely high-temperature (2500 k) applications. In *Nonimaging Optics: Maximum Efficiency Light Transfer IV*, volume 3139, pages 237–250. International Society for Optics and Photonics, 1997.

- J. F. Thompson. Elliptic grid generation. *Applied Mathematics and Computation*, 10:79–105, 1982.
- J. F. Thompson, F. C. Thames, and C. W. Mastin. A code for numerical generation of boundary-fitted curvilinear coordinate systems on fields containing any number of arbitrary two-dimensional bodies. *Journal of Computational Physics*, 24(3):274–302, 1977.
- J. F. Thompson, Z. U. Warsi, and C. W. Mastin. *Numerical grid generation: foundations and applications*, volume 45. North-holland Amsterdam, 1985.
- E. Thomsen, T. Ratcliff, M. Stocks, and A. W. Blakers. Dielectric totally internally reflecting concentrator structure for vertical bifacial photovoltaic receivers. In *Nonimaging Optics: Efficient Design for Illumination and Solar Concentration XII*, volume 9572, page 957206. International Society for Optics and Photonics, 2015.
- R. Winston, J. C. Miñano, P. G. Benitez, et al. *Nonimaging optics*. Academic Press, 2005.
- W. A. Wong and R. P. Macosko. Refractive secondary concentrators for solar thermal applications. Technical report, SAE Technical Paper, 1999.
- T. Yabe, S. Uchida, K. Ikuta, K. Yoshida, C. Baasandash, M. Mohamed, Y. Sakurai, Y. Ogata, M. Tuji, Y. Mori, et al. Demonstrated fossil-fuel-free energy cycle using magnesium and laser. *Applied physics letters*, 89(26):261107, 2006.
- D. Zhu, N. S. Jacobson, and R. A. Miller. Thermal-mechanical stability of single crystal oxide refractive concentrators for high-temperature solar thermal propulsion. 1999.