UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

MAESTRÍA EN DOCENCIA PARA LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR
FACULTAD DE CIENCIAS
MATEMÁTICAS

**USO DE UN GRAFICADOR
PARA LA ENSEÑANZA DE ECUACIONES
DE SEGUNDO GRADO CON UNA INCÓGNITA**

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN DOCENCIA
PARA LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR

PRESENTA:
JOSÉ ALBERTO URIBE MARTÍNEZ

TUTORA PRINCIPAL
DRA. RITA ESTHER ZUAZUA VEGA
FACULTAD DE CIENCIAS

MIEMBROS DEL COMITÉ TUTOR
DR. CARLOS HERNÁNDEZ GARCIADIEGO
MTRA. TANIA AZUCENA CHICALOTE JIMÉNEZ
FACULTAD DE CIENCIAS

CIUDAD DE MÉXICO, FEBRERO DE 2018

En el principio vienes a la vida cuando Dios te tiende
su mano. Permaneces, creces y te desenvuelves
en ella porque otros te tienden su mano.
Y al final, te retiras de ella
cuando Él te tiende
su mano.
Alberto Uribe

A mi amiga

Dra. Araceli Zamora Santillán

Agradecimientos:

A la Universidad Nacional Autónoma de México que me abrió sus puertas.

A mi directora de Tesis, Dra. Rita Esther Zuazua Vega por su apoyo y guía.

A mi comité de tutores de tesis, por su participación.

A mis profesores, por su dedicación y empeño en darme formación y hacerlo con el corazón.

A mis compañeros y equipo de trabajo en la maestría, por su compañía y cariño.

A los profesores de las diversas instituciones que visité y que con amabilidad me permitieron llevar a cabo mi práctica de campo a sus grupos.

A mi familia por su comprensión, cariño y apoyo.

ÍNDICE

RESUMEN

Esta tesis muestra los beneficios logrados con el uso de un graficador matemático y de la secuencia de uso del software, diseñada para la enseñanza de ecuaciones de segundo grado con una incógnita, cuya ecuación general se expuso en orden inverso. El trabajo se llevó a cabo dentro del contexto de la práctica del conocimiento implícito y la práctica del conocimiento explícito. La primera se refiere a la actividad donde el docente investiga la información vigente en el estudiante y relacionada con el tema a enseñar, interpreta ese conocimiento e imparte su clase en función de tal información. Al final del proceso, el profesor indaga si la nueva información quedó correctamente establecida. La segunda práctica consiste en la enseñanza tradicional donde el profesor llega, imparte su clase, resuelve algunos ejercicios y se retira, dejando al estudiante la responsabilidad de acomodar el nuevo conocimiento sobre su conocimiento previo, sea que tal conocimiento se encuentre incompleto, erróneo o correcto.

Para este trabajo de investigación se elaboraron distintos materiales que establecieron diferencia en los resultados obtenidos en ambos tipos de práctica educativa. Al final del mismo se muestran los resultados obtenidos, las conclusiones y recomendaciones generadas.

SUMMARY

This thesis exhibits the benefits achieved by using an equation grapher along with its work order sequence, designed to teach quadratic equations in one unknown, whose general form was exposed in reverse order. This work was done inside the context of implicit knowledge practice as in explicit knowledge practice. The former is the activity where the teacher finds out the current understanding of the student related to the new topic that will be taught, interprets it, and therefore teaches accordingly to that knowledge. At the end of such activity the teacher makes sure the new understanding is settled correctly. The second activity describes a traditional teaching where the teacher gives the new knowledge, resolves some exercises, and then leaves the student with the responsibility to accommodate the new information over his actual understanding, no matter if this is incomplete, wrong o right.

Material was designed for this investigation which established difference on the achievements obtained from both educational activities. Results, conclusions and recommendations are found at the end of the thesis.

No sólo la vida social es idéntica a la comunicación,
sino que toda comunicación (y por tanto
toda vida social auténtica)
es educativa.
J. Dewey

INTRODUCCIÓN

Los estudiantes que ingresan a los cursos de matemáticas de nivel medio superior en México, generalmente experimentan ansiedad. Esta angustia es debida en gran parte a ideas, creencias y prejuicios equívocos adquiridos en cursos anteriores en los cuales sus experiencias fueron frustrantes. A esta carga mental se suma la poca seguridad que de sí tienen, en función del bajo desempeño que usualmente experimentan en dicha disciplina. Además, estos mismos estudiantes arrastran un sentimiento de ser víctimas pues sienten que el sistema educativo los obliga a aprender un conocimiento que, según ellos, no tiene ningún uso práctico, o al menos, no en el momento. Cuando estos alumnos continúan con su preparación académica, poco a poco van comprendiendo que muchas carreras profesionales de su interés están ligadas a la matemática en mayor o menor medida. Así, paulatinamente y un tanto a la fuerza, solo les queda aceptar el hecho.

Quienes han concluido algún estudio profesional involucrado con la matemática, saben que esta disciplina no solo tiene injerencia en el ámbito educativo, profesional y laboral, sino también a nivel personal, esto es, para resolver situaciones de la vida cotidiana. Pero, ¿de qué manera interviene la matemática? La continua exposición al ambiente matemático, genera cambios en la estructura pensante del individuo, obteniéndose como resultado la habilidad de extractar información necesaria para resolver problemas de la cotidianidad. Claro está, que este beneficio del pensamiento no es inmediato, es obtenido a largo plazo, y por supuesto, para el joven estudiante esto no genera suficiente motivación para tratar de comprender la disciplina que tanto dolor de cabeza le produce.

Se sabe que son varios los factores que han dado origen al rechazo de la matemática por parte del adolescente y en esta tesis no se pretende hacer un estudio exhaustivo de esta problemática. Se desea aportar únicamente un grano de arena, que pueda ayudar a eliminar la aversión que experimenta el estudiante hacia esta disciplina, responsabilidad que como sociedad tenemos para con las nuevas generaciones. Como docentes, de muchas y muy diversas disciplinas, podemos y debemos transmitirles nuevos conocimientos en formas más adecuadas a su manera de aprender, a su madurez, a su entorno o realidad, a su interés profesional y con ayuda de las nuevas ciencias y tecnologías de la información, a fin de hacer el proceso educativo agradable para el estudiante.

Como docentes con un buen nivel de comprensión en la enseñanza, debemos conocer un poco de la historia de ella en las diferentes épocas de las sociedades humanas. Comenzaremos por recordar, que de acuerdo con los registros históricos con los que se cuenta, desde que el hombre existe, se ha visto en la necesidad de dejar sus conocimientos y experiencias a las generaciones jóvenes. Se sabe además que en sus inicios, estas antiguas sociedades humanas, practicaban la transmisión de conocimientos por la necesidad de protegerse, de modo que todo nuevo conocimiento dado al joven era llevado a la práctica casi de inmediato. En aquellas épocas, los conocimientos que le aportaban al joven una preparación a futuro eran escasos. Casi todo lo que sabemos al respecto de la actividad de enseñar en la antigüedad, tenía que ver con el descubrimiento o el entendimiento de la naturaleza o su entorno y la supervivencia de las comunidades.

Con el continuo desarrollo de las antiguas sociedades y en la medida en que éstas se volvieron más complejas, la enseñanza, también fue cambiando. La educación se vio más inmersa en ayudar al joven aprendiz a integrarse a la sociedad y al campo laboral. Se necesitó establecer centros de enseñanza más adecuados a sus características. El nuevo conocimiento a enseñar al estudiante, era únicamente para prepararlo; los conocimientos añadidos que se le daban, solo eran para lograr ingresar en alguna institución educativa en particular. Claramente la enseñanza empezó a retirarse de la realidad o de las vivencias inmediatas del hombre, y en específico, del joven adolescente.

Hoy son diferentes los tiempos que vivimos y otras las necesidades que nos apremian como sociedad, pues, el conocimiento del hombre se ha ampliado y han surgido nuevas ciencias. La vida es más cómoda y compleja, por tal motivo la educación del joven se torna más complicada. Ahora se prepara al estudiante para un futuro, y por cierto, un futuro muy azaroso. Los sistemas socio-económicos que nos rigen actualmente, tienen muy diferentes y elaboradas exigencias. Se puede decir que el campo laboral determina en su mayoría las pautas a seguir en la educación del joven, esta situación en esencia no es problema alguno, si consideramos que el hombre se prepara para dar un servicio a la sociedad, a través de su trabajo.

Sin embargo, entre toda la complejidad y problemática característica de nuestra sociedad actual, se ha creado un obstáculo grave en el ámbito educativo. Seguramente el origen de este mal radica en cómo, cuánto y qué se enseña, además, las instituciones educativas han dejado de tener al estudiante como centro de su atención. Esto es, la educación se ha vuelto propedéutica (es un requisito), es muy mecánica, es para el futuro y está muy retirada de las vivencias del joven, por citar solo algunas de las causas que motivan tal problema.

Ahora, si este mal que afecta a la educación, lo trasladamos a la enseñanza de la matemática, el problema se agudiza, dado el rechazo que los jóvenes experimentan hacia ella. Pero, hay que aclarar que la matemática en sí no tiene ningún problema, ella ha continuado en un camino de desarrollo y madurez, tal y como debe ser de una ciencia así. Entonces, lo tratado anteriormente como un problema entre esta disciplina y el joven estudiante, es de hecho, la consecuencia de la omisión por parte de las autoridades educativas, de las necesidades reales de aprendizaje en el joven. El estudiante actualmente busca soluciones rápidas, no entiende de qué manera la matemática le puede favorecer a futuro y tampoco logra darle acomodo en su vida diaria. Así que, se requiere reestructurar y cambiar la manera de transmitir o enseñar tal disciplina, no para hacer el proceso de aprendizaje más rápido, sino para lograr adecuarlo a ellos y a su entorno, en formas más dinámicas, dado que, finalmente deben ser ellos el punto central de nuestra atención como docentes.

En cuanto a posibles soluciones al problema mencionado en párrafos anteriores, el aprendizaje de la matemática puede adecuarse dependiendo de varios factores. En cuanto al estudiante, adecuar la disciplina conforme a su madurez y perfil. En lo referente a la matemática a cursar, reducir el número de temas en el contenido del programa de estudios, modificar la profundidad de la misma en función del perfil del estudiante y, graduar la formalidad de ella dependiendo del nivel de estudios. En relación a la carga de estudios, posibilitar que cada estudiante determine con asesoría docente, lo que puede y debe cursar. Respecto al enfoque de la carrera o licenciatura, dosificar la cantidad de matemáticas a estudiar y darle aplicación práctica a lo que se enseña. Por otro lado, en lo que toca al docente, debe adquirir un profundo conocimiento de su materia a impartir, así como adquirir preparación pedagógica y psicológica sobre cómo aprende el estudiante adolescente. En lo concerniente a los libros o textos, generar material que sea amigable al joven estudiante.

Entre otras alternativas de solución al problema que se viene comentando, está el uso que ya se hace de las tecnologías de la información y la comunicación en el ámbito educativo. Dados los avances tecnológicos y científicos, se han podido generar nuevas opciones para que los jóvenes aprendan de formas más atractivas, interesantes y prácticas. Entre otros beneficios del uso de estos nuevos recursos está el logro para captar el interés de un mayor número de estudiantes, por medio de hacerlos partícipes de la responsabilidad en su enseñanza. El uso de esta alternativa tecnológica, tiene la implicación de no valernos únicamente de la enseñanza donde el profesor expone y el estudiante escucha; lo cual denominaremos como “enseñanza tradicional”. La enseñanza tradicional queda ahora como una alternativa entre muchas otras a usar. Sin embargo, habrá que aclarar que, el recurso tecnológico por sí mismo no es la solución absoluta al problema que venimos tratando, pero si es una excelente alternativa para complementar el trabajo docente en el aula.

Así pues, esta tesis presenta una propuesta en el ámbito de las nuevas tecnologías, con el deseo de apoyar al docente, así como de llevar a todos los involucrados en la educación a una reflexión, que los induzca a generar apoyos al joven estudiante y al profesor.

Si en este punto de la tesis al lector le interesara ir directo al graficador matemático que se recomienda, busque en la bibliografía (p. 56) el link bajo el nombre de Phet Interactive Simulation, y éste le ubicará directamente en el escenario del programa. Posteriormente consulte en el capítulo tres la instrucción para su uso (p. 29-33).

Yo pregunto si es natural, si es incluso prudente, que
te hastíes tú mismo y aburras a los estudiantes.
J. W. Goethe

CAPÍTULO I
ANTECEDENTES

La historia muestra que la enseñanza tiene su origen en el inicio mismo de la existencia del hombre, cuando éste se hace consciente de que le es necesario transmitir su conocimiento a los inexpertos a fin de protegerlos e integrarlos a su comunidad. Estos registros históricos, así mismo nos muestran que a la par de esta actividad educativa, también desde entonces, el hombre buscaba formas de controlar a las masas y manifestar su poder a través de cualquier medio, esto desde luego también incluyó la educación.

En la Grecia clásica, Platón propone en su obra *República* un modelo de enseñanza y aprendizaje, en el que divide a la sociedad en tres niveles. El nivel más importante sería el de los filósofos gobernantes, después, el de los filósofos militares, de entre los cuales surgirían los filósofos gobernantes y por último el nivel de la clase trabajadora, la cual sería la que abastecería el sustento a los niveles superiores. El autor propone en su libro enseñar a los estudiantes mediante métodos muy cuidadosos y separados del mundo contaminado, el punto central de la obra era llevar a los individuos al conocimiento del bien absoluto. Era esta idea una propuesta novedosa y hasta cierto punto anticipada a su época, pero con tintes elitistas y que además ponía en tela de juicio la democracia vigente en su comunidad, fue por tanto, una forma de atacar al sistema educativo y socio-político de su época. Consecuentemente, el libro provocó rechazo entre sus contemporáneos, pues implicaba una educación en contra de los intereses del Estado y de otras instituciones de enseñanza de su época.

Varios siglos después, Rousseau (1763), apoyándose en su ideal de que la naturaleza es buena y que el niño debe aprender por sí mismo de ella, escribió su obra *Emilio*. La novela está dividida en cinco partes, las tres primeras se dedican a la niñez, la cuarta se consagra a la adolescencia y la última trata la educación de Sofía, mujer ideal, y a la vida paternal, política y moral de Emilio. El libro propone, que el niño aprenda a hacer las cosas, que tenga motivos para hacerlas por sí mismo, y sugiere que los niños deben ser educados a través de sus intereses y no por la estricta disciplina y mucho menos por los intereses y el beneficio de unos cuantos. Así como ocurrió con *República* de Platón, *Emilio* también atacó al sistema educativo de su tiempo, lo cual igualmente generó fuertes desacuerdos en su sociedad.

Posteriormente, ya en los siglos XIX y XX, surgieron otros pensadores que, preocupados por el tema de la educación y todo lo que le rodea, se avocaron a la tarea de desarrollar nuevas estrategias educativas. Estos también criticaron y procuraron corregir en la medida de lo posible la desigualdad, el elitismo y la ineficiencia tan marcada en ella, así como dar solución a problemas básicos que generalmente se han presentado en los sistemas educativos. Problemas tales como el mal intencionado uso que de la educación se hace por parte de los grandes intereses, el alejamiento de la enseñanza respecto de las verdaderas necesidades educativas de sus sociedades, la falta de conocimiento en dichos sistemas educativos respecto a la forma como aprende el estudiante y por último, la falta de participación democrática de las entidades implicadas en la educación.

En cuanto a cuáles entidades debieran participar en esta responsabilidad educativa de las nuevas generaciones y de qué manera, Amy Guttman (1987), hace referencia a tres entidades: El estado familia, El estado de las familias y El estado de los individuos. O sea, el estado familia o gobernantes, quienes rigen a la sociedad y ésta, sujeta a la constitución. Es decir, la entidad que tiene la autoridad de determinar el modelo educativo a seguir y aplicar. Seguido del estado de las familias o la familia del estudiante, específicamente los padres quienes inicialmente decidieron qué tipo de educación darían al individuo. Y por último, el estado de los individuos o las autoridades educativas, quienes aplican los programas educativos directamente en el estudiante. Esto habla de llevar a la práctica una democracia donde todos los directamente responsables participan en común acuerdo en la educación de las mentes jóvenes. El punto central, según la autora, es que un estado democrático está sostenido en una justa distribución de la autoridad educativa, entre autoridades, padres y educadores. Guttman conceptualiza esta acción como “la reproducción social consciente en su forma más inclusiva”. Cada una de estas entidades educativas, deben estar conscientes de las otras y ninguna asumirse como la única, a la vez que deben estar claras de la parte que les corresponde en el total de la responsabilidad, lo cual generaría una verdadera democracia en el plano educativo.

En cuanto a algunos de los factores del problema de los sistemas educativos, se menciona “El fracaso en tener en cuenta la diferencia en la materia de estudio desde los respectivos puntos de vista del maestro y el alumno es causa de la mayor parte de los errores cometidos en el uso de textos y otras expresiones del conocimiento preexistente” (Dewey 1995, 160). Analizando lo antes mencionado y en relación a la educación vista como una actividad que posibilita al estudiante el poder integrarse a su sociedad y contribuir al bienestar común, También “[…] resulta que la educación consiste en una socialización metódica de la joven generación. El formar ese ser en cada uno de nosotros, tal es el fin de la educación” (Durkheim 1999, 33). En un cierto punto del desarrollo del hombre, éste percibió a la educación como el componente necesario para que él mismo lograra relacionarse con su realidad, esto es, en primera instancia consigo mismo y posteriormente con los demás. Y de esta manera poder participar en la complejidad de su entorno, aportando y recibiendo en una simbiosis continua y benéfica para todos.

Si ahora enfocamos nuestra atención al sistema educativo en México, y en específico a la educación media superior (EMS):

> […] se considera que por razones históricas el sistema funciona con demasiada frecuencia en forma independiente de su contexto social. […] Esto nos habla de un sistema educativo que al contrario de responder a las necesidades de la sociedad, actúa alienado de ella y por ende no logra integrarse el conocimiento adquirido a la solución de las necesidades reales de ella. De aquí es que suele surgir una interrogante que a muchos nos es familiar oír en los jóvenes “y esto para que me va a servir (Zorrilla 2010, 163).

El conocimiento que se transmite en las escuelas es un conocimiento que no se ajusta a la experiencia de la vida del joven. Ciertamente este problema nos conduce a comprender el porqué a la matemática tradicionalmente se le ha considerado por nuestra sociedad de estudiantes como una disciplina a la que hay que tratar de evitar a toda costa. La implicación en el joven es que la matemática es tomada en cuenta solo en el aula y con fines futuros y lejanos, por lo que queda relegada para cuestiones de su contexto vivencial.

Freudenthal logró definir de manera breve uno de los factores que no se toma en cuenta, cuando pretendemos comprender las causas de que a la matemática se le tenga en tan mal concepto entre los estudiantes:

> Los problemas matemáticos son problemas dentro de una ciencia, que surgen en gran medida de esta ciencia misma o de otras ciencias. Los problemas de educación son problemas de la vida, que surgen de necesidades variables y modos y caprichos de una sociedad en transformación (Freudenthal 1980, citado en Trujillo et al., 2010, 134).

Reflexionando un poco en lo antes mencionado, probablemente tome tiempo llevar a nuestra sociedad a una democracia como la manifestada por A. Guttman y, por otro lado, resulte más viable conforme a lo dicho por Dewey, lograr hacer del joven un ser más consciente de su responsabilidad en el estudio. Esto, por supuesto dirige la mirada a la práctica docente, donde cada estudiante debe ser tratado individualmente, por medio de exponerlo en el aula a una enseñanza más apegada a su experiencia vivencial. Esto es, dar al estudiante una enseñanza pensada en la forma como cada uno aprende, evaluándolo de manera justa y equitativa y no únicamente por medio de un simple número como si éste verdaderamente pudiera definir al joven estudiante que no solo se educa y capacita, sino al ser que también lucha, se esfuerza para lograrlo y salir adelante.

Entonces vemos que entre algunos de los graves errores de nuestro sistema educativo, está el que ha dejado de lado la característica individual del estudiante, esto es, los programas de estudio institucionales no consideran que cada individuo aprende de forma diferente y en tiempos diferentes. Para dar marcha atrás a este problema las entidades involucradas en el acto educativo deben apoyar al joven, para posteriormente ingresarlo al campo laboral y así, en un futuro, pueda devolverle a su sociedad la inversión realizada en él. Se puede lograr que los estudiantes mexicanos empiecen a recibir una educación más democrática y equitativa y no tan homogenizada, a pesar de las dificultades y de lo mal enfocado de nuestro sistema socio-económico. Pero, ¿qué tanto se podría eliminar este problema? esto va a estar en función de las habilidades obtenidas por el docente con una profunda preparación. En este respecto Morris Kline (1976, 191) comenta en *El fracaso de la matemática moderna ¿porqué Juanito no sabe sumar* “[…], el profesor de matemáticas ideal no solo debería saber lo que enseña, sino también a quiénes se lo enseña”.

Se sabe que la educación mecanizada, o sea, todo lo que el estudiante memoriza automáticamente, no tiene un beneficio real en su vida. Ya en algunos estudios se ha comprobado cómo gente sin estudios ha encontrado útil el conocimiento de la matemática, a pesar de no haberla estudiado formalmente o de ser muy incipiente su conocimiento de ella. Y la pregunta es, ¿qué es lo que ha hecho aplicable al contexto de estas personas, tal conocimiento aritmético? Podemos suponer que la respuesta se encuentra en la necesidad de entender, no memorizar, para resolver problemas de su inmediata necesidad. Para el caso de nuestros estudiantes que hacen un mayor recorrido en el proceso educativo se requieren docentes con mayor preparación y experiencia en sus campos disciplinarios, como en lo pedagógico y lo psicológico:

> La formación de buenos profesores es mucho más importante que el plan de estudios. Tales profesores pueden hacer maravillas con cualquier plan. Recordemos cuantos buenos matemáticos se han formado con el plan tradicional, que es decididamente insatisfactorio. Un mal profesor y un buen plan darán una mala enseñanza, mientras que un buen profesor superará las deficiencias de cualquier plan (Kline 1976, 194).

Así mismo, pensando en el profesor como un individuo que se debe preparar ampliamente:

> Los propósitos de la formación deberían contribuir al desarrollo de una profesión muy especializada, donde el objetivo sea formar profesionales de alto nivel, no técnicos, no burócratas, no funcionarios, sino profesionales con capacidad de juicio crítico, con las competencias para educar, con una instrucción diferenciada que responda a las características de cada niño (Reimers 2003, citado en Vadillo et al., 2004).

Así pues, en esta tesis se pretende hacer una contribución que pueda llevar a la reflexión, además de dar una propuesta centrada en una sugerencia práctica que apela decididamente al cuestionamiento pedagógico *¿cómo aprende el estudiante, la matemática*?

Para comenzar a responder tal cuestionamiento, debemos tener presente que con el creciente desarrollo tecnológico y científico han aparecido nuevas alternativas que tanto la psicología como la pedagogía han sabido aprovechar, esto es, las tecnologías de la información y la comunicación (TIC). Introducir tales tecnologías en el aula ha resultado propicio a la educación, logrando que en la práctica docente se usen computadoras y equipos personalizados (laptops, mini laptops y equipos móviles), además de incluir software especializado en los distintos temas de las materias a impartir. En lo que toca al estudiante, actualmente se le considera nativo digital o nacido en la era de la cibernética y de los escenarios virtuales, así, se aprovecha que está inmerso en dicha tecnología. Este calificativo hacia el actual estudiante adolescente tiene su origen unas décadas atrás cuando se inició una extensa y rápida proliferación de software interactivo en los diferentes ámbitos del saber humano.

Entre estos programas o softwares interactivos están los denominados graficadores-simuladores, los cuales permiten que se puedan realizar muy diversas actividades educativas, y con estas herramientas tecnológicas se favorece la educación a distancia. Por este y otros motivos son ampliamente usadas no solo para la educación sino también para la capacitación laboral y militar.

En cuanto a los simuladores, la definición de dichos sistemas es la siguiente (Shannon R. E., 1975): “un simulador, es una máquina que reproduce el comportamiento de un sistema bajo ciertas condiciones, permitiendo a la persona ser entrenada para adquirir alguna habilidad.” El uso de simuladores-graficadores en el ámbito educativo permite el desarrollo de diferentes habilidades como las mencionadas a continuación:

*__Aprendizaje por descubrimiento__:

El propio alumno es el encargado de desarrollar su aprendizaje. A través de hipótesis y la búsqueda de sus causas y efectos, es capaz de hallar una solución al problema propuesto. El contexto debe permitir la interacción alumno-simulador.

*__El fomento de la creatividad__:

El entorno de simulación proporciona al alumno la disponibilidad de desenvolverse en contextos ajenos a su realidad. Por tanto, debe desarrollar habilidades a través de las herramientas proporcionadas para crear su propio modelo.

*__La enseñanza individualizada__:

Parte del nivel inicial del alumno, y siguiendo su propio ritmo de aprendizaje, el alumno se enfrenta al problema y plantea sus propias conclusiones. El docente actúa de guía durante este proceso. La simulación permite al alumno replantearse y repetir la simulación hasta asegurarse que ha asimilado los contenidos.

*__Aprender a aprender__:

La simulación contribuye al desarrollo de esta competencia, ya que busca sus propios recursos y crea su propio método de aprendizaje.

*__La autoevaluación__:

La simulación permite al alumno realizar su propia evaluación a través de cuestionarios. Además, puede evaluar tanto su propio proceso, como el desarrollo de la actividad.

* (Tomado de: https://es.wikipedia.org/wiki/Simulaci%C3%B3n?oldid=87292940)

A partir del momento en que por primera vez se logró llevar la matemática a un escenario virtual se ampliaron las posibilidades de enseñarla desde una perspectiva muy diferente. La diversidad actual en los recursos tecnológicos usados para la enseñanza, aunados a un hábil uso de los mismos por parte del docente hará mucho más accesible a los estudiantes el complejo mundo de las matemáticas. Con esto no se pretende sugerir que un graficador pueda resolver la extensa complejidad del proceso de enseñanza y aprendizaje, pero sí resulta ser un recurso que ayuda a disipar muchos de los problemas que se generan en la asimilación de esta disciplina. Cuando se llevan los conceptos matemáticos que son de naturaleza abstracta al escenario virtual, el estudiante puede visualizarlos, manipularlos y experimentar con ellos.

Por tanto, apoyado en lo anteriormente expuesto, se propone la inclusión de un software graficador de ecuaciones de segundo grado con una incógnita, así como la secuencia didáctica complementaria, como **estrategia auxiliar** tanto en las actividades de enseñanza-docente como en el aprendizaje-estudiante de nivel medio superior. Estas herramientas pueden ser descargadas y usadas en los equipos personales, creándose así un ambiente más próximo y amigable en el proceso educacional.

Solo resta hacer una aclaración, el graficador que se usó para la secuencia de prácticas de investigación es uno de una colección que se encuentra en la página Web bajo el nombre “Phet simulación interactiva”. Estos simuladores y graficadores son de uso público y exentos de pago alguno por parte del usuario. Además están diseñados para diferentes niveles del conocimiento escolar y proveen una interacción simple entre el usuario y el graficador. En la bibliografía se puede consultar el link que se incluye.

Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo,
involúcrame y lo aprendo.
Benjamín Franklin

CAPÍTULO II
LA EDUCACIÓN, ACTIVIDAD ESENCIAL DE NUESTRA SOCIEDAD

En este capítulo trataremos el fundamento sobre el cual descansa la habilidad desarrollada por un graficador matemático del tipo que se propone, así como de la secuencia didáctica que acompaña al uso de dicho software. Aclaro que tal secuencia se desarrolló con la intención de adentrarse en la percepción que el estudiante adquiere del tema de ecuaciones cuadráticas, e interpretar que tan correctamente se entendió. Así, lo que este capítulo busca es reflexionar en un aspecto de la enseñanza que usualmente se ha omitido, es decir, hablamos del proceso de indagar e interpretar "[…] el concepto matemático tal como es apropiado por las personas" (Trujillo et al., 2010, 74).

Partimos de dos cuestionamientos importantes: *¿cómo aprenden los alumnos?* Esto conlleva a un segundo planteamiento; el conocimiento vigente en el estudiante, ¿quedó en una correcta percepción? Para responder a tales cuestionamientos necesitamos partir del concepto de "epistemología", el cual se compone de dos raíces, e*pisteme* entendido como "ciencia o conocimiento" y por *logos* "como discurso y argumentación". Esto es, la epistemología se ocupa del origen del conocimiento, lo cual, lo va a validar o invalidar. En la antigua Grecia, filósofos como Parménides de Elea y Platón, hacían diferencia entre *Doxa* como simple opinión o conocimiento no fundamentado y *Episteme* como conocimiento bien fundamentado.

Veamos cómo este concepto se extiende hacia aspectos relacionados con el aprendizaje:

> *En sentido estricto* la epistemología es una rama de la filosofía que, solo en el siglo XX, se ha constituido como campo disciplinario específico. Su objeto de reflexión es la producción y validación del conocimiento científico. Las epistemologías clásicas tratan de responder a las preguntas: ¿cuáles son las fuentes del conocimiento científico?, ¿cómo se reconoce el conocimiento científico? y ¿cómo progresa el conocimiento?

> *En sentido amplio* la epistemología se ha entendido como el estudio del conocimiento humano […]. Esto quiere decir, pensar en el hombre no solo en su racionalidad científica, sino en sus actividades, en sus relaciones y en su vida total.
> Estas dos maneras de entender la epistemología dan origen a dos grandes corrientes que, en un excelente artículo sobre "epistemología de las matemáticas y de la educación de las matemáticas" Sierpinska y Lerman (1996) llaman epistemologías del *´contexto de justificación´* y del *´contexto de descubrimiento´*. (Trujillo et al., 2010, 21-22).

Conforme a Carnap y Reichenbach (citado en Trujillo et al., 2010) el *contexto de justificación* es referido al acto de los científicos cuando intentan comunicar y justificar sus descubrimientos. El *contexto de descubrimiento*, que es el que nos interesa, trata los eventos relacionados con el acto del descubrimiento científico y cómo estos son afectados por factores cognitivos o relacionados al conocimiento, factores sociales e histórico-culturales. Es en este mismo contexto que se argumenta:

> […] se presentan los fundamentos de una posición epistemológica que orienta un modelo de enseñanza que trata de responder a las preguntas: ¿cómo aprenden los alumnos las matemáticas? y ¿cómo se deberían enseñar las matemáticas? Que se vincula a la pregunta epistemológica: ¿existe relación entre el desarrollo del conocimiento matemático científico y el desarrollo de los conocimientos matemáticos de los alumnos en el aula? **Nuestra respuesta, sustentada en la epistemología genética, es que los mecanismos que permiten el desarrollo del conocimiento en la ciencia son los mismos en el niño y en el adulto no científico** [el sobresaltado en negritas es mío] (Trujillo et al., 2010, 11-12).

Pero, para poder orientar esta idea habrá que entender en primer plano que todo lo que percibimos de la realidad está en función del conocimiento previo que hemos acumulado. Por ello, para Popper "[…] el conocimiento no puede partir de la nada […] El avance del conocimiento consiste principalmente, en la modificación del conocimiento anterior" (citado en Trujillo et al., 26). Este conocimiento previo o anterior existente en el individuo, servirá por tanto como marco de referencia para adquirir uno nuevo. Sin embargo veremos, que, particularmente el conocimiento previo erróneo adquiere en todo este proceso de aprendizaje un papel importante. En relación a esto, Piaget y Bachelard comparten con Popper "[…] la visión respecto del papel positivo del error en la construcción del conocimiento" (Trujillo et al., 24). Bachelard comenta al respecto:

> Cuando se investigan las condiciones psicológicas del progreso de la ciencia, se llega muy pronto a la convicción de *que hay que plantear el problema del conocimiento científico en términos de obstáculos*. No se trata de considerar los obstáculos externos, como la complejidad o la fugacidad de los fenómenos, ni de incriminar a la debilidad de los sentidos o del espíritu humano: es en el acto mismo de conocer, íntimamente, donde aparecen, por una especie de necesidad funcional, los entorpecimientos y las confusiones. Es ahí donde mostramos causas de estancamiento y hasta de retroceso, es ahí donde discerniremos causas de inercia que llamaremos obstáculos epistemológicos. […] Al volver sobre un pasado de errores, se encuentra la verdad en un verdadero estado de arrepentimiento intelectual. En efecto, se conoce en contra de conocimiento anterior, destruyendo el conocimiento mal adquirido […] (citado en Delgado et al., 27).

Añade Trujillo et al. (2010, 28 y 30):

> […] y así el conocimiento en la medida que progresa se constituye "como un conjunto de errores rectificados" […]. Son evidentes las implicaciones didácticas de esta visión del error: como señal de un conocimiento obstáculo y de las condiciones necesarias para su rectificación. […] cabe señalar, que Bachelard fue el primero en introducir las nociones de "obstáculo epistemológico" entendido como un conocimiento dominante y de "ruptura epistemológica" entendida como la "catarsis" necesaria para el avance de la ciencia. Estas nociones son próximas a las ideas de "obstáculo cognitivo" y ruptura de "marco epistémico" de Piaget y, en Kuhn, a los "cambios de paradigma" […].

En cuanto a Kuhn (2013), en su *Teoría de las Revoluciones Científicas*, pone de manifiesto su particular punto de vista sobre la secuencia de eventos que ordinariamente forman parte del trabajo de un científico. Él también considera importante el error contenido en un conocimiento vigente. Esto es, un conocimiento dominante, al cual también llamaremos previo, ante la llegada de un nuevo "paradigma". Y dado que Kuhn apoya gran parte de su obra en este término se hace necesario incluir la aclaración que él mismo hace sobre él mismo:

> […] en una Posdata a la reedición de su The Structure of scientific revolutions (1969) […] precisa que este término tiene dos sentidos: el sociológico "[…] la completa constelación de creencias, valores, técnicas y así sucesivamente compartidos por los miembros de una comunidad dada". Y como ejemplares: "[…] denota una especie de elemento en tal constelación de soluciones-enigmas concretas, las que empleadas como modelos o ejemplos,

> pueden reemplazar a reglas explícitas como base para la solución de los enigmas restantes de la ciencia normal” (citado en Delgado et al. p. 31).

De modo que, en este sentido, se entiende como paradigma a la percepción que un individuo puede tener de la realidad y que está en función de un conocimiento previo. Pero que además se va modificando en la medida que surgen cuestionamientos que son inexplicables para tal percepción.

Pero ¿cómo se relaciona el valor del error en el conocimiento vigente, como parte de un proceso de aprendizaje en el *contexto de descubrimiento?* De esto Kuhn comenta:

> El surgimiento de teorías nuevas se ve usualmente precedido por un período de profunda inseguridad profesional debido a que exige una destrucción a gran escala del paradigma [vigente], así como grandes cambios en los problemas y técnicas de la ciencia normal. Como sería de esperar, dicha inseguridad está provocada por el persistente fracaso a la hora de resolver como se debería los rompecabezas de la ciencia normal. El fracaso de las reglas existentes es el preludio de la búsqueda de otras nuevas” (Kuhn, 2013, 196).

Para Kuhn también existen conocimientos vigentes que generan oposición a los nuevos conocimientos, que surgen en el transcurso de reafirmar el paradigma vigente. Cuando algo no esperado aparece y si el paradigma vigente no logra explicar tal anomalía, se genera lo que Kuhn llama “la crisis”. Es aquí donde radica la importancia del error en el conocimiento previo. Por tanto, para Kuhn todo individuo avanza hacia nuevos conocimientos mediante el proceso de confrontar lo nuevo con lo vigente:

> […] los científicos no rechazan los paradigmas cuando se enfrentan a anomalías o contraejemplos. No pueden hacer tal cosa si quieren seguir siendo científicos.
>
> Algunas personas sin duda se han visto obligadas a abandonar la ciencia por su incapacidad para tolerar una crisis (Kuhn 2013, 211).

Entonces, ¿cómo se relaciona lo mencionado por Kuhn con el proceso de aprendizaje en el estudiante? Pues, la razón de que Trujillo et al. lo hayan considerado dentro de este tema, es porque el estudiante pasa por un proceso idéntico al del científico. Esto es, partiendo del punto de que el estudiante ya posee un paradigma vigente, este pretende reconfirmarlo al confrontarlo con el nuevo conocimiento dado por el docente. En el momento cuando aparece alguna anomalía, esto es, cuando su paradigma vigente no puede explicar la nueva información que surge en el acto de aprender en el aula, entra en un estado de inseguridad o crisis. Ésta lleva a muchos estudiantes a la deserción mientras que aquellos que continúan sus estudios se ven en la necesidad de hacer los ajustes necesarios. O por decirlo de otra manera, desechan lo que creían que habían entendido. Aclarando que al igual que un científico, los estudiantes abandonan el paradigma anterior y aceptan el nuevo con mucha resistencia. En el fondo del asunto está la fuerte inestabilidad que se experimenta en la transición de un paradigma al otro. De acuerdo a Rodrigo y Arnay (1997, 145):

> […] el cambio conceptual es un proceso muy costoso y difícil que exige tiempo. Esto se debe a que los seres humanos poseemos una gran resistencia a modificar nuestras representaciones iniciales. Esto sucede incluso cuando se posee un nivel muy elevado de conocimientos previo sobre la materia en cuestión.

Hay que hacer aquí una reflexión respecto al error. No se asume que el error sea el impulsor del avance hacia nuevos conocimientos. Más bien, el hombre en su natural deseo por entender la naturaleza se cuestiona y procura explicarse lo que sus sentidos le muestran y también conforme a lo que sabe. En este acto, el hombre puede distinguir que es lo que no se ajusta a su percepción y entonces hace las adecuaciones necesarias:

> […] es importante hacer notar que con mucha frecuencia los autores constructivistas han considerado el conocimiento previo como si éste fuera siempre un impedimento para el conocimiento posterior, utilizando la idea de << obstáculo epistemológico >>, tal y como fue concebida por Bachelard. Es decir, resulta necesario distinguir entre un conocimiento que implica resistencia al cambio conceptual y el que simplemente supone un conocimiento incompleto que se mejora con el que se recibe posteriormente. Evidentemente en el caso del primero estamos hablando de una dinámica complicada que dificulta la instrucción, mientras que el segundo caso nos referimos a una situación que es relativamente similar a las consideradas por los autores de orientación empirista, ya que aunque exista el conocimiento previo éste no dificulta la adquisición de conocimiento nuevo sino que solamente se ve completada. En este caso el conocimiento previo es más bien *impedimenta* en el sentido latino del término, es decir, el equipaje pesado pero útil, con el que las legiones romanas iniciaban su andadura (Rodrigo y Arnay 1997, 142 y 143).

Kuhn involucró este aspecto del error inmerso en los procesos de aprendizaje en la conducta humana y en su concepción del avance de la ciencia, puesto que interviene en un alto porcentaje en el acto mismo del descubrimiento. Además, propone que los paradígmas cambian, pero no se puede hacer comparaciones entre ellos pues un nuevo paradígma hace a un lado al anterior o toma de él, pero no permanecen ambos. No existe además reconciliación entre ellos. El resultado es que el antiguo paradigma no se considera conocimiento acumulativo sino que se desecha y entonces se plantean nuevas teorías, reglas, leyes, etc. De no desecharse, éstas causarían un retraso en el avance de la ciencia. Para el estudiante, se diría que causaría un retraso para el avance en su aprendizaje.

Por otro lado, en lo referente al origen del conocimiento, Piaget propone la Epistemología Genética. “De acuerdo con ella, el conocimiento es una construcción: producto de “adaptaciones” a las condiciones siempre variables del medio. Para explicar tales adaptaciones Piaget invoca dos funciones […], la asimilación y la acomodación”. La primera incorpora elementos externos, necesarios para el funcionamiento de la estructura interna y la segunda modifica la estructura por las influencias del medio (Trujillo et al., 33 y 35). Esto tiene una marcada similitud con lo mencionado por Kuhn, desde que la *asimilación*, implica el continuo cuestionamiento en la realidad de un individuo, que lo lleva en algún punto a la crisis y ésta lo empuja hacia la *acomodación* o aceptación del nuevo paradigma.

En su teoría, Piaget también considera que existe un regulador entre la asimilación y la acomodación. “Al *mecanismo autorregulador* del sistema cognitivo Piaget lo denominó “equilibración dominante” para significar que la equilibración, no solo es un proceso que regula los intercambios en un estado determinado de organización, sino que es un proceso dinámico que conduce a mejoras en la organización total” (Trujillo et al., 53). Es decir, se refiere a un mecanismo que opera en el tiempo cuando el individuo está en una crisis, dando reacomodo al conocimiento nuevo.

Hasta aquí, se espera haber contestado al cuestionamiento planteado al principio de este capítulo. Esto es, ¿*cómo aprenden los alumnos*? Pero, solo se ha planteado la dinámica que se da en el *contexto de* descubrimiento involucrado en el avance del conocimiento en el científico y en el estudiante. Ahora surge la segunda pregunta, planteada en el capítulo uno. El conocimiento nuevo vertido en el estudiante ¿está correctamente apropiado por él? En términos de Kuhn será indagar en el estudiante, si el nuevo paradigma puede explicar los cuestionamientos que el anterior no pudo. En términos de la enseñanza en el aula, verificaríamos si el conocimiento adquirido por el estudiante, realmente responde a los cuestionamientos de forma adecuada o conforme a lo que institucionalmente se acepta como correcto.

Trujillo et al. (2010, 73-74) añade:

> Algunos resultados de investigaciones (p.i. Tall y Vinner, 1981; Sierpinska, 1986; Artigue, 1998; Delgado, 1998) muestran que en el aprendizaje de los conceptos matemáticos los estudiantes construyen significados […] que no siempre coinciden con los conceptos, propiedades o procesos que *institucionalmente* se atribuyen a los objetos matemáticos. Estos significados se activan por demandas de una situación matemática particular que se enmarca en cierto contexto y, dependiendo de este, pueden ser contradictorios entre sí o con la versión personal que el estudiante verbaliza de su acción. También puede suceder que la versión personal no coincida con la definición institucional, y sin embargo la acción del estudiante produzca respuestas exitosas. Este fenómeno pone en evidencia la enorme diferencia que existe entre un concepto matemático tal como se expresa y concreta en el discurso matemático socialmente existente y el concepto matemático tal como es apropiado por las personas. El primero es un conocimiento explícito (CE) y el segundo un conocimiento implícito (CI). Las incomprensiones y los errores de los estudiantes surgen de malas adaptaciones de CI a las situaciones que demandan, específicamente, cierto CE.

Los autores hablan del problema que se genera cuando el docente llega al aula y hace su presentación para dar un conocimiento explícito (CE). Pero al final de la sesión o del tema en cuestión no hace nada para asegurarse que el conocimiento implícito (CI) en el estudiante quede apegado a la realidad. Añaden que el fracaso en la enseñanza está en no tomar en cuenta este aspecto, debido a que el éxito en el CE está en función del CI. Por ello el fracaso en tantos exámenes. Santos (2014, 73 y 74) comenta:

> Entre los resultados de estudios dedicados a investigar este tipo de conocimiento de los estudiantes, se ha encontrado que muchas de las ideas simplistas que los estudiantes poseen al llegar al salón de clases persisten a pesar de la instrucción formal que reciben en sus cursos. En matemáticas, por ejemplo, cuando los estudiantes se enfrentan a problemas donde solo tienen que aplicar reglas, algoritmos o fórmulas, generalmente se observa cierta fluidez y eficiencia al resolverlos. Sin embargo cuando se les pide explicar o interpretar cierta información, estos mismos estudiantes muestran serias dificultades.

Eggen y Kauchak en su obra *Estrategias Docentes, Enseñanza de contenidos curriculares y desarrollo de habilidades de pensamiento* (2009, 47), citan ejemplos en lo referente a las concepciones de los estudiantes cuando son cuestionados:

> Veamos las siguientes afirmaciones. Cada una fue hecha, en realidad, por un estudiante:
> Hace más calor en verano que en invierno porque en verano estamos más cerca del sol.
> Los abrigos nos mantienen calientes porque generan calor.
> Los pantalones son un término poco común, ya que es singular en lo alto y plural en lo bajo.
> A un triángulo que tiene 135 grados se le considera un triángulo obsceno.
> Casi todas las casas de Francia están hechas de yeso de París.
> La información que los estudiantes reciben de sus maestros, de lo que leen y de lo que encuentran en internet son experiencias. Sin embargo, no se comportan como simples grabadoras, registrando en sus memorias –en la forma presentada– lo que les dicen los maestros o lo que leen. En cambio, interpretan la información nueva de manera que tenga sentido para ellos […].

En este respecto, comentan Trujillo et al. (2010, 74-76):

> Existe una oposición falsa entre CE: verbal y algorítmico, de un lado; y CI: significativo y bien adaptado al objeto de conocimiento, del otro. En la enseñanza tradicional de la matemática solo lo primero es objeto de la preocupación didáctica y la acción del profesor. Lo segundo queda sujeto a que suceda por sí mismo, de manera natural, como una función de la ´inteligencia´ y práctica de los estudiantes, de acuerdo a una visión muy generalizada según la cual el aprendizaje se alcanza aplicando los procedimientos, definiciones y teoremas en la solución de ejercicios y problemas. Los dos tipos de conocimientos están opuestos […]: CE es enseñable, CI no lo es;
> […] la enseñanza institucionalizada de la matemática converge hacia la enseñanza tradicional de CE abandonando el trabajo del profesor sobre CI a los propios dispositivos de los estudiantes.
> Existen varias razones, de las cuales solo abordaremos dos muy destacadas, que explican esta convergencia fatal:
> El tiempo oficial asignado para la enseñanza no coincide con el tiempo de aprendizaje.
> La adaptación de las ideas al objeto de conocimiento toma un tiempo largo en ser alcanzado.
> Enseñar CI es más costoso, en tiempo y esfuerzo, que enseñar CE.

De esto, comentan Rodrigo y Arnay (1997, 141):

> […] el objetivo del profesor suele ser que los alumnos comprendan, en un espacio limitado de tiempo y con unos recursos también limitados, una serie de nociones que no son producto del desarrollo humano en contextos naturales sino más bien síntesis de los logros culturales de la humanidad.

Vemos que la omisión de este aspecto tan importante en la educación ha generado un gran problema en el contexto educativo. Esto es, se abandona al estudiante para que él intente acomodar en su percepción, lo que el docente le expuso en clase. Sin tener él mismo, algún marco de referencia que lo pueda apoyar, para determinar que tal entendimiento quedó adecuado con la realidad institucional y no con su realidad personal. Uno supone que los libros o textos y tal vez las asesorías pudieran rescatarle, pero todos estos elementos siguen quedando en el contexto del CE. Puesto que lograr el CI, implica una solida formación en el docente, no solo en su ámbito de conocimiento, pero también en el pedagógico y el psicológico. Y en cuanto a los libros o textos, estos usualmente resultan en materiales incomprensibles para el estudiante y no cuentan en su estructura con formas de comprobar que el estudiante logró un correcto CI. El resultado de esta omisión se ve reflejado en el deficiente desempeño del estudiante de nivel medio superior.

Aún, continúa existiendo un último aspecto también muy importante que debe participar fuertemente en la labor docente. Nos referimos al conocimiento de la hermenéutica, y su aplicación al CI. La hermenéutica es una rama de la filosofía que de acuerdo con la historia, inicialmente tiene su razón de ser al ayudar al hombre a interpretar los textos antiguos con la intención de poderlos comprender a fin de dar algún uso práctico a la información contenida en ellos. Con el transcurso del tiempo, esta disciplina, también se tornó en ayuda al estudioso para interpretar obras de arte, culturas, sociedades, así como a individuos. Sin embargo la tendencia de esta disciplina, por mucho tiempo, era ir hacia los extremos en la interpretación.

Actualmente la hermenéutica analógica propone, de acuerdo con M. Beuchot, que no son los extremos interpretativos los que pueden dar cuentas claras al hombre, sino un justo equilibrio entre ambas posiciones. Estos extremos denominados por un lado, la univocidad, refiriéndose al punto de vista que no da lugar a más interpretaciones, esto es, el signo apegado a su interpretación literal. Y por otro lado, el extremo equivocista o punto de vista que no pone límites interpretativos y que por tanto se pierde en el infinito de las interpretaciones, esto es, aceptar la polisemia de los términos o signos, sin poder llegar a un entendimiento. Si aplicamos el primer término al acto docente se refiere al profesor que no está abierto a nuevos paradigmas, el suyo es el correcto, mientras que si aplicamos el segundo implicaría aquel profesor que no define posiciones, permitiendo tantas interpretaciones a su exposición como alumnos tiene, y por tanto generando confusión.

La hermenéutica analógica da, por tanto, la pauta para encontrar una adecuada interpretación del objeto en cuestión, jerarquizando ordenadamente para llegar a un analogado central y a otros como los analogados secundarios. Y por analogado nos referimos a una percepción del hombre que interpreta, que se nutre de diferentes posiciones, pero que se posiciona en el equilibrio. El punto en cuestión es que si entendemos el CI en función de la hermenéutica analógica, el texto en su contexto, resulta en una herramienta altamente necesaria para saber entender, o aún mejor, saber interpretar las ideas y cuestionamientos o paradigmas del alumno, para posteriormente ayudarlo a lograr un correcto entendimiento del nuevo conocimiento al que se le pretende llevar.

¿Cómo aplicar tal conocimiento en el acto de aprendizaje en el aula? Una de las características del ser humano es el interpretar, desde sus inicios interpreta a sus semejantes y él mismo es interpretado e interpreta todo lo que le rodea. El individuo por naturaleza observa tratando de comprender el mensaje intrínseco en cada acto de la vida. Así, interpretar se vuelve en una actividad de uso común en su diario actuar.

Así mismo, muy probablemente en el acto de interpretar al estudiante está presente la metacognición, como aquella habilidad del ser humano de ser consciente de sí mismo y de su contexto y de entender al otro en su contexto. Esta interacción entre el alumno y el docente, demandan de este último una descontextualización de sí mismo, para ubicarse en el contexto de su alumno. Significa hacer a un lado sus creencias, prejuicios, ideas, temores, y cualquier otro factor que pueda tergiversar la percepción correcta de lo que el alumno nos deja ver de sí mismo y de su propia percepción. Está claro, que el docente no se despersonaliza, para proyectarse en el alumno, pero se libera de las ataduras de ideas preconcebidas de una educación centrada en el profesor, o centrada en el CE.

En este proceso hermenéutico entre alumno y profesor existen tres elementos, a saber, el texto, el lenguaje y el lector, y tanto el texto o alumno como el lector o docente, están inmersos cada uno en su propio paradigma. La única manera como el docente puede trasladarse de su paradigma al del estudiante para comprenderlo es mediante la interpretación. El nexo, es el lenguaje usado entre ambos.

Seguramente queda claro al lector que el CI conlleva una serie de esfuerzos en mayor escala. Comenzando por cuidar las palabras que se usan en la enseñanza, además de hacer uso de la metacognición para saber observarse uno mismo al momento y determinar si se está operando según lo planeado o se requiere hacer modificaciones. También, el contenido a presentar requiere de mayor detenimiento, lo cual es contrario al habitual avance apresurado para lograr cubrir el programa semestral o anual. Dado que un cambio conceptual tomará más tiempo de lo usual, también implica mayor ingenio por parte del docente para saber presentar el conocimiento en diferentes modelos de enseñanza y con variados materiales didácticos. Tomará más tiempo preparar una clase de esta índole y el avance conforme al programa de estudios será muy lento. No se cubrirá lo esperado por las autoridades educativas. Estos, son solo algunas pocas exigencias que surgirán al momento de llevar a cabo tal propuesta. Pero si queremos lograr cambios en el aprendizaje de nuestros alumnos, se hace visible un mayor esfuerzo por parte del docente y de las autoridades.

Cuando se planteó la posibilidad del uso del graficador seleccionado, así como de la secuencia didáctica que le acompaña, se tenía en mente esta problemática. Descubrir cómo interpretó el estudiante el tema de ecuaciones de segundo grado con una incógnita. Para ello, se aplicó un examen denominado “previo”, casi inmediatamente al finalizar el docente titular de la materia, su exposición. Posteriormente se presenta el mismo tema con apoyo del graficador y de la secuencia didáctica. Y al terminar dicha actividad se dio un espacio para preguntas y uno o dos ejercicios. Seguido de un segundo examen denominado “posterior” y al final una breve encuesta compuesta de tres reactivos.

La función de ambos exámenes fue la de tener instrumentos de comparación y poder elaborar gráficas que mostraran resultados entre ambas formas de exponer un mismo tema. Pero más que nada para comprobar si la propuesta realmente apoyaría a formar un adecuado *conocimiento implícito* (CI) en el estudiante, considerando la exposición del docente titular de la materia como un *conocimiento explícito* (CE).

La educación no crea al hombre,

le ayuda a crearse a sí mismo.

Maurice Debesse

CAPÍTULO III
ESTRATEGIAS APLICADAS PARA DETERMINAR CUANTITATIVAMENTE EL RESULTADO OBTENIDO CON LA APLICACIÓN DEL GRAFICADOR Y LA SECUENCIA COMPLEMENTARIA.

En este capítulo se pretende mostrar cuál fue la estrategia y el orden de la secuencia en la práctica de campo para esta investigación, así como una justificación de cada punto. En segundo lugar, mostrar los materiales empleados para tal efecto.

Cabe hacer dos aclaraciones; en la secuencia que se muestra a continuación, el primer punto trata exclusivamente el tiempo que el profesor titular de la materia tomó para hacer la presentación del tema en cuestión. Partiendo del punto dos hasta el seis se llevó a cabo por el maestrante, en un una sesión de aproximadamente dos horas y en la sesión que el titular de la materia pudo facilitarnos. Debido a esta circunstancia no siempre se realizó esta labor en cada institucion en la sesión posterior inmediata a la usada por el titular. Hechas las aclaraciones pertinentes se invita al lector a continuar con la lectura.

SECUENCIA DE LA PRÁCTICA DE CAMPO

1. **Exposición del profesor titular de la materia.** Consiste de la labor docente del titular de la materia. Esta actividad es la que ofrece un marco de referencia para poder establecer diferencia entre ella y la estrategia propuesta por el maestrante.

2. **Examen exploratorio o previo**. Para evidenciar cuál es el beneficio real del software propuesto en esta tesis se aplicó el examen diagnóstico denominado “previo”. Este instrumento se realizó en la siguiente sesión después de haber finalizado la exposición del tema en cuestión por parte del titular de la materia y sin que los estudiantes del grupo fueran avisados. Consistió de tres ecuaciones y la instrucción contenida en dicho material es resolver cada ecuación solo observándolas e identificando sus características y sin ejecutar cálculo alguno. El resultado de este examen previo fue contrastado con el resultado del examen

posterior y mostró la diferencia que se puede lograr en la habilidad gráfica para la solución de ecuaciones del tipo que aquí se trata (p. 26).

3. **Características y uso del graficador para ecuaciones de segundo grado con una incógnita**. En este espacio se le explica al estudiante qué es un graficador y la diferencia existente entre éste y un simulador. A continuación se le presentan las características del escenario del graficador y como se puede interactuar con este y los puntos o aspectos importantes de su aplicación (pp. 27-31).

4. **Secuencia propuesta en la exposición de ecuaciones de segundo grado con una incógnita, con apoyo del graficador**. Este punto consiste del orden del seguimiento propuesto, así como de la adecuación de las características de operación que tiene el escenario del graficador empleado en la exposición del tema. Esta labor se desarrolló considerando que existe un conocimiento previo en el estudiante. En el transcurso de esta actividad se indaga el estado de tal conocimiento y se hacen las correcciones necesarias pretendiendo instalar un adecuado conocimiento implícito (CI) (p. 32-34).

5. **Examen posterior**. Este material junto con el previo, tienen la intención de aportar evidencias que sustenten el impacto real de la estrategia propuesta en esta tesis, conforme a lo explicado en el punto dos (p. 35).

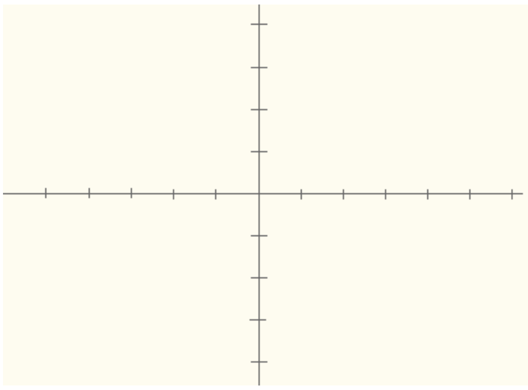
6. **Encuesta**. Se realizó con la mira en indagar si el graficador representa un apoyo complementario real, en la exposición del tema, según el punto de vista del estudiante. La encuesta consiste de dos preguntas. En cada pregunta se le dan al estudiante varias opciones de respuesta, además de un espacio donde el alumno pueda dar su parecer en formato libre, a fin de evitar información ambigua en la medida de lo posible (p. 36).

En seguida se muestra el material empleado en esta labor. El lector debe tener presente que se inicia con el punto **2. Examen exploratorio o previo al uso del graficador**, puesto que es el material con el que el maestrante inicia la secuencia de la práctica de campo.

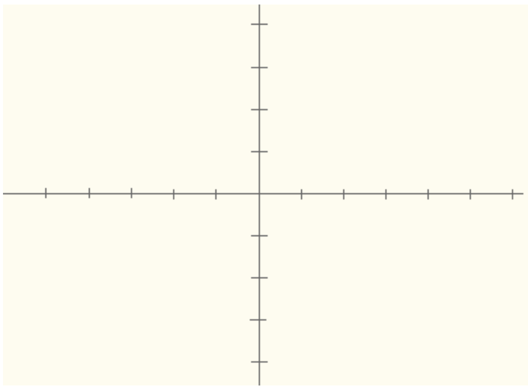
2. Examen exploratorio o previo al uso del graficador.

Instrucción. Elabora la gráfica de cada una de las ecuaciones y encuentra sus soluciones o raíces si existen. Cuentas con 2 minutos para cada ejercicio. En total 6 minutos.

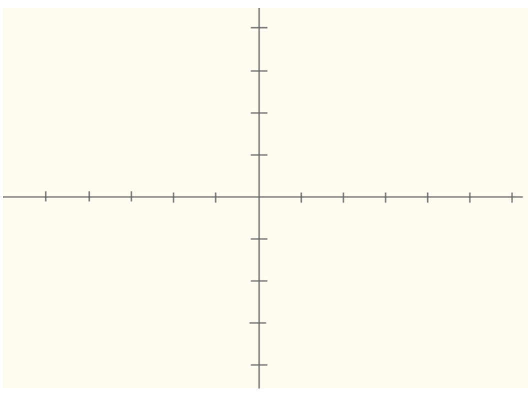
1.- $y = 4x - 2$



2.- $y = - x^2 - 3$



3.- $y = - 2x^2 + 5x - 1$



3. Características y uso del graficador para ecuaciones de segundo grado con una incógnita.

Escenario del graficador.

El escenario se encuentra dividido por los ejes cartesianos x e y en cuatro cuadrantes (Fig. 1).

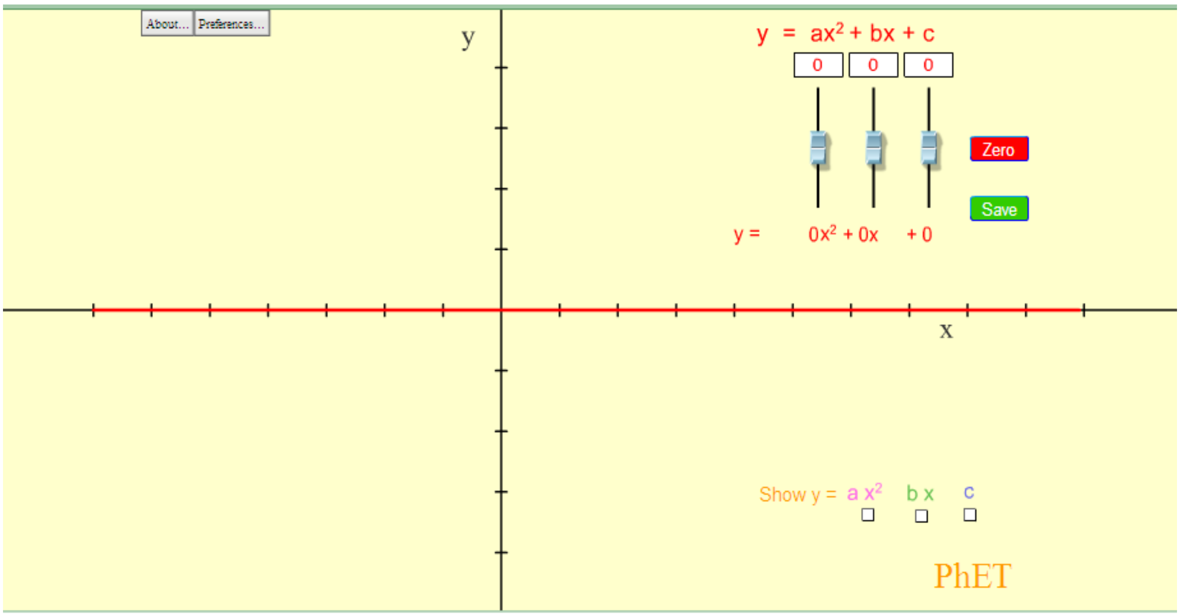


Fig. 1

En el cuadrante superior derecho se ubica, en primer lugar y en color rojo, la ecuación de segundo grado en su forma general:

$$y = ax^2 + bx + c$$

Inmediatamente abajo de ella se encuentran tres pequeños recuadros o ventanas, las cuales se ubican una abajo de cada término de la ecuación, como se muestra a continuación:

$$y \;=\; ax^2 \;+\; bx \;+\; c$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{0} \quad \boxed{0} \quad \boxed{0}$$

En cada ventana se puede observar que por default aparece un cero, y es en ellas donde se escriben o aparecen los valores generados para cada coeficiente que conforma la ecuación. Estos valores se obtienen mediante dos formas:

La primera opción se da al posicionar el puntero en una ventana y anotar mediante el teclado algún número, el cual corresponderá al coeficiente designado para **a**, **b** o **c**.

Para la segunda opción, se debe observar que debajo de cada una de las tres ventanas se ubica una perilla, la cual tiene movimiento deslizante vertical. Cuando los controles deslizantes se encuentran en posición central, en las ventanas aparecen por dafault ceros. Si dichas perillas son movidas hacia arriba o hacia abajo generarán un número positivo o negativo, correspondientemente. Este número representará el coeficiente asignado al término de la ecuación bajo el cual se encuentra (Fig. 2).

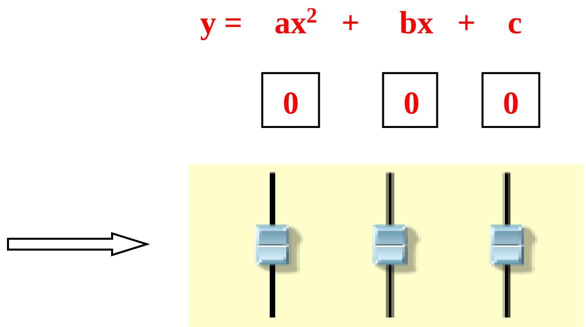


Fig. 2

Nota. En el momento que se escriba mediante el teclado algun valor para alguno de los coeficientes, se observará que los deslizadores se posicionan automáticamente según el valor establecido, hacia arriba o hacia abajo, según corresponda.

Continuando en este orden descendente, se encuentra ahora la función de segundo grado, pero con sus coeficientes en cero, por default. Es en esta función donde se verán reflejados los coeficientes para **a, b** y **c** que se determinen. Mostrando la función en su forma particular, (Fig. 3).

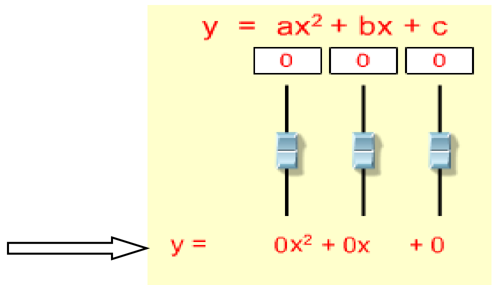


Fig. 3

En este mismo cuadrante y a la derecha de los deslizadores se encuentran dos botones, (Fig. 4);

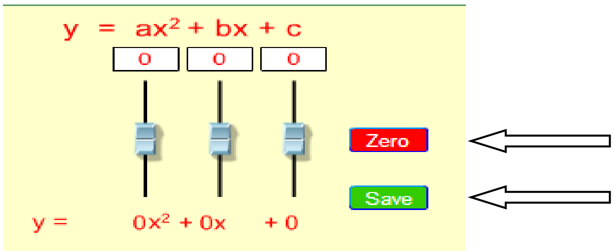


Fig. 4

El primero aparece como:

y su función es llevar a ceros en cualquier momento todos los valores de los coeficientes anotados en los recuadros y deshacer la gráfica que en consecuencia estaba generada gráficamente.

Debajo del anterior botón se encuentra un segundo botón el cual aparece como:

Tiene la función de memorizar los datos que al momento se anotaron como coeficientes, así como la gráfica generada. Esta característica sirve para comparar una primera función y su gráfica con una segunda función y su gráfica. La segunda ecuación particular y su gráfica aparece en color azul abajo de la ecuación inicial, la cual está en color rojo. Solo se permiten dos funciones particulares como máximo con sus respectivas gráficas. Ver ejemplo (Fig. 5).

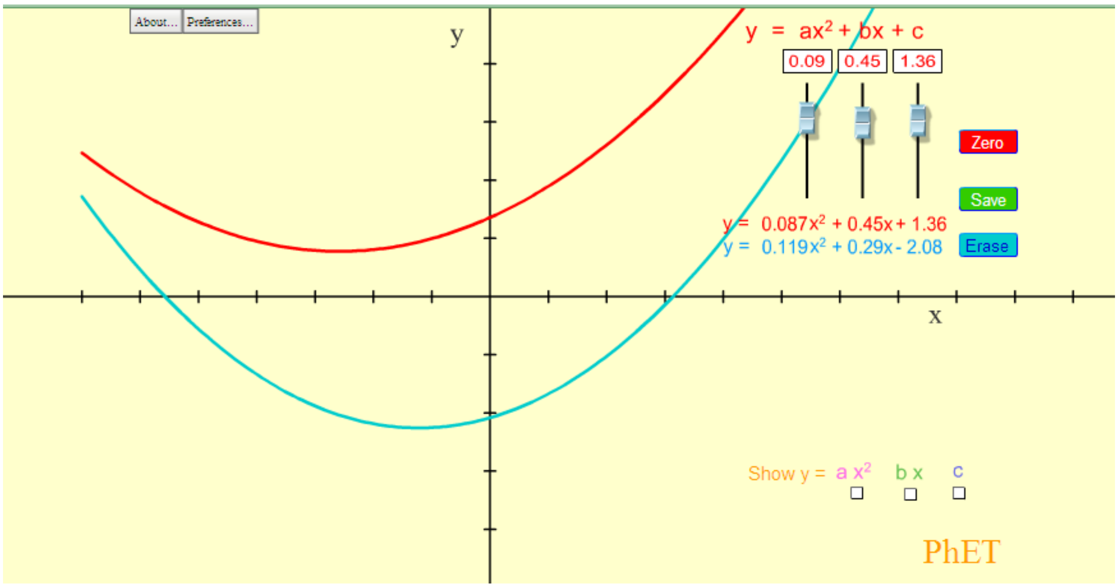


Fig. 5

El proceso para generar dos gráficas es el siguiente:

1.- se generan los tres coeficientes de la 1ª ecuación, mediante los deslizadores o escribiéndolos directamente en las ventanas.

2.- se guardan mediante la tecla “Save”.

3.- se da click a la tecla “Zero”, para llevar a ceros los coeficientes anteriores.

4.- se generan tres nuevos coeficientes y al instante se observará que se crea una segunda función (color azul), con los nuevos coeficientes y con su gráfica (color azul).

5.- al mismo tiempo de haberse generado esta nueva segunda función se genera un botón “Erase”. Éste tiene la función de borrar dicha ecuación con su gráfica, en cualquier momento que se quiera, (Fig. 6).

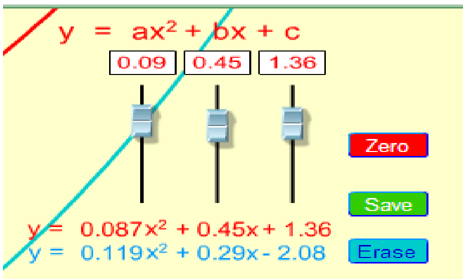


Fig. 6

En el cuadrante inferior derecho se ubican en forma **independiente** los tres términos que componen la ecuación general de segundo grado. Esto es, **no** están ligados por ningún signo de operación, como se puede apreciar a continuación:

$$y = ax^2 \quad bx \quad c$$

Y como se observa, debajo de cada término hay una ventanita. El objetivo es que al seleccionar una ventana al dar dar click en ella, aparecerá graficado en la pantalla, **únicamente** lo que representa el coeficiente anotado en la ecuación que se está trabajando al momento. Y por tanto aparecerá con el mismo color del término seleccionado. Por ejemplo, al seleccionar el término “**bx**” y dar click en la ventana debajo de él, se mostrará la gráfica de este término con el color de dicho término y respetando el valor del coeficiente. Ver el ejemplo siguiente. El término seleccionado es:

$$y = bx$$

Ahora, observar en (Fig. 7) de que manera aparece la gráfica:

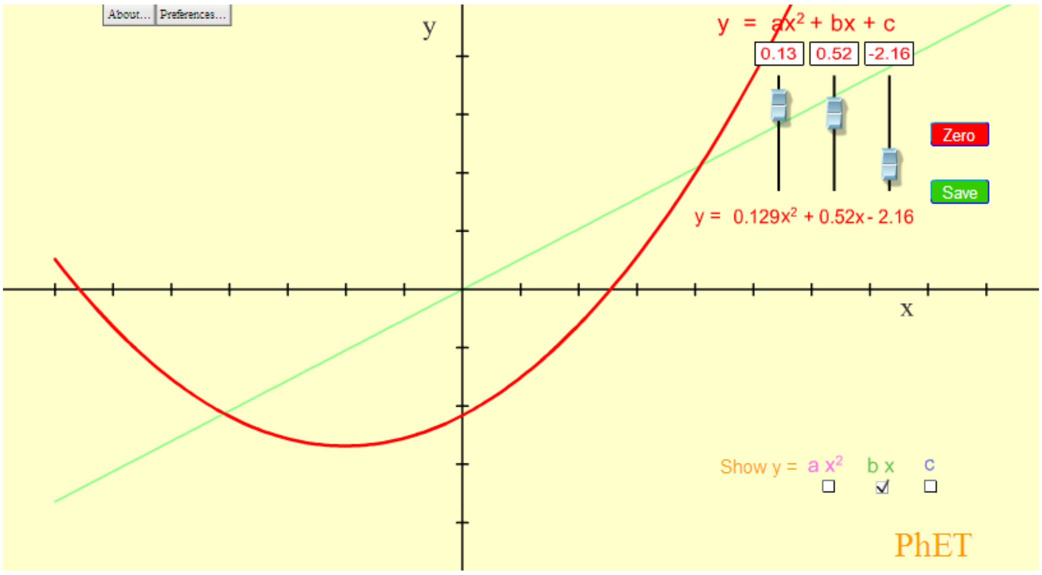


Fig. 7

En esta imagen se observa en el cuadrante inferior derecho seleccionado únicamente el término “**bx**”. Y con el mismo color verde se nota su representación gráfica (la línea recta con una pendiente cuyo valor está dado por el coeficiente 0.52 positivo). Esta gráfica se ubica en el origen debido a que representa la función:

$$y = 0.52x$$

La cual no contiene al termino cuadrático “ax^2” que le da curvatura, ni al término independiente “**c**“, el cual le da altura sobre el eje “y”.

4. **Secuencia propuesta en la exposición de ecuaciones de segundo grado con una incógnita, con apoyo del graficador.**

Con el uso del graficador y como reforzamiento del tema de funciones lineales de primer grado, se propone como secuencia coherente, el siguiente orden:

El álgebra usa literales en lugar de números y esta característica es lo que la hace general y una poderosa herramienta. Por ello en esta secuencia expondremos el significado de cada término de la ecuación cuadrática con una incógnita en su forma general.

Funciones lineales de primer grado. Solo pueden tener una raíz o solución.

1.- Exponer qué representa: **y = c**

a) representa una recta horizontal en cualquier punto del eje "Y".

b) cuando "c" adquiere algún valor significa que la recta horizontal se posiciona en ese punto particular del eje "Y".

c) cuando "c" toma el valor de cero la recta horizontal se encuentra sobre el eje "X".

d) el signo positivo indica que la línea horizontal se ubica arriba del eje "X" y el signo negativo, abajo del mismo.

Con el Graficador. Haciendo uso del deslizador debajo del término independiente "**c**", se verá como la recta horizontal se desplaza a lo largo del eje "Y" dependiendo de los valores que toma dicho coeficiente y del signo.

2.- Exponer qué representa: **y = bx**

a) representa una recta con una inclinación o pendiente cualquiera.

b) el signo del coeficiente indica si la recta tiene inclinación hacia la izquierda (signo positivo) o a la derecha (signo negativo).

Con el Graficador. Haciendo uso del deslizador debajo del término "**bx**", se verá como una recta horizontal se inclina a uno u otro lado del eje "Y", dependiendo del valor que toma "**b**" y del signo que le precede.

3.- Exponer qué representa: **$y = bx + c$**

a) al modificar el valor del coeficiente “**b**” la recta toma diferentes ángulos de inclinación.

b) el signo en “**b**” determina si la inclinación es a la izquierda o la derecha del eje “Y”.

c) al dar diferentes valores a “**c**” esta misma recta se desplaza a lo largo del eje “Y”.

d) el signo en “**c**” muestra si la recta se sitúa en el lado positivo o negativo del eje “Y”.

Con el Graficador. Haciendo uso de los deslizadores que corresponden, se verá cómo la recta se posiciona en algún punto sobre el eje “Y”, y la misma está afectada de una determinada inclinación.

Esta función que liga al término en “**x**” con el término independiente “**c**” por medio de un signo más o menos, hace referencia **ahora** a una sola expresión matemática con una representación gráfica específica.

Funciones de segundo grado. Solo pueden tener como máximo dos raíces o soluciones.

4.- Exponer qué representa: **$y = ax^2$**

a) esta función representa una curva (parábola), con vértice en el origen.

c) el valor del coeficiente “**a**” determina la amplitud de apertura de la curva o concavidad.

d) el signo que antecede a este coeficiente, determina si la concavidad es hacia arriba o hacia abajo.

e) el signo positivo indica concavidad hacia arriba. El signo negativo concavidad hacia abajo.

b) **solo se obtienen dos raíces o soluciones** de la ecuación, iguales y reales.

Con el Graficador. Haciendo uso del deslizador ubicado abajo del término cuadrático, se verá que al manipularlo cambia el coeficiente de la ecuación así como su signo, y la curva (parábola) se abre o se cierra.

5.- Exponer qué representa en su forma mixta: **$y = ax^2 + c$**

a) dependiendo del valor del coeficiente “**a**”, la concavidad se abre o se cierra.

b) el signo del coeficiente cuadrático determina si la concavidad es hacia arriba o hacia abajo.

c) el coeficiente de “**c**” y su signo indican el punto más alto y más bajo de la parábola.

d) el eje de simetría de la parábola se encuentra **siempre sobre el eje** “Y”, nunca fuera de él.

e) **las raíces solo pueden ser** reales e iguales o imaginarias.

f) cuando los signos de ambos coeficientes son iguales las raíces son imaginarias.

g) cuando los signos de ambos coeficientes son diferentes las raíces son reales e iguales.

Con el Graficador. Haciendo uso de los deslizadores debajo de cada término que exponemos, se verá como la curva se abre o cierra y con una determinada altura en "X".

6.- Exponer qué representa en su forma pura: $y = ax^2 + bx$

a) para esta función los incisos a y b del punto tres son lo mismo.

b) el término "**bx**" en este caso genera un deslizamiento del eje de simetría de la curva con respecto al eje "Y", al modificar el signo y coeficiente de "**b**".

c) esto muestra un aparente deslizamiento de la curva **siempre con respecto al origen**.

d) el eje de simetría de la parábola se encuentra **siempre paralelo al eje** "Y" a la izquierda o derecha.

e) **siempre existen** raíces reales y diferentes, nunca iguales.

Con el Graficador. Haciendo uso de los deslizadores debajo de cada término que exponemos, se verá como la curva aparenta tener un deslizamiento de su vértice con respecto al origen.

7.- Exponer qué representa en su forma general: $y = ax^2 + bx + c$

a) si **a** y **c** tienen diferente signo, las raíces siempre serán reales y diferentes.

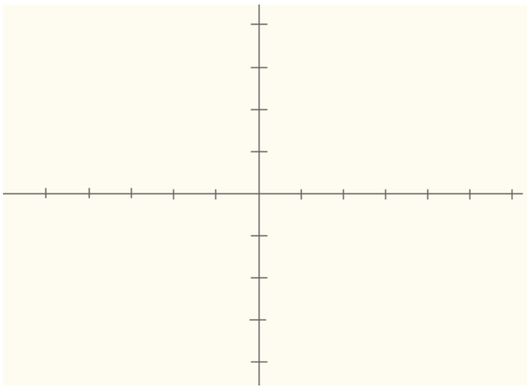
b) si **a** y **c** tienen igual signo, las raíces siempre serán reales y diferentes o imaginarias.

Con el Graficador. Haciendo uso de los tres deslizadores debajo de cada término de la ecuación general, se verá como la función genera su concavidad y con aparente deslizamiento de su vértice ahora con respecto a un punto cualquiera sobre el eje "Y".

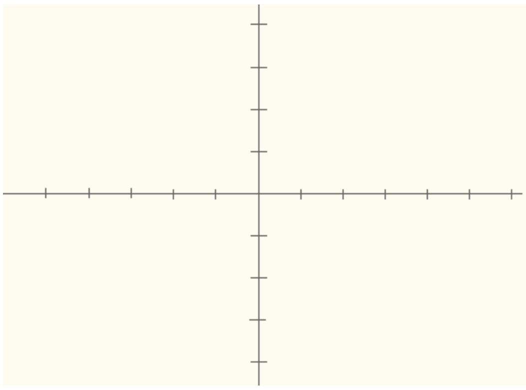
5. **Examen posterior al uso del graficador.**

Instrucción. Elabora la gráfica de cada una de las ecuaciones y encuentra sus soluciones o raíces si existen. Cuentas con 2 minutos para cada ejercicio. En total 6 minutos.

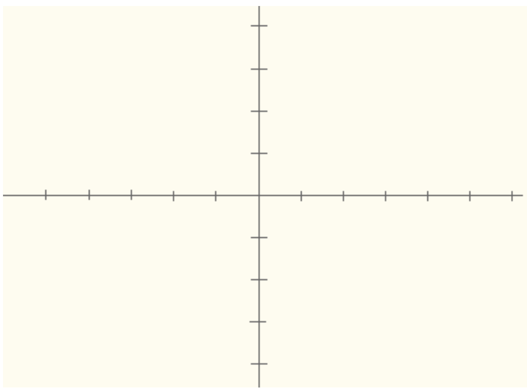
1.- $y = -2x^2 + 2x - 1$



2.- $y = 3x^2 + 2x$



3.- $y = -7x + 3$



6. **Encuesta para indagar si el graficador representa un apoyo complementario real, en la exposición del tema**.

Objetivo. Conocer cuál fue la experiencia real del estudiante con el graficador matemático.

Instrucción. Responde al siguiente cuestionario marcando el círculo de tu elección.

1. ¿Qué opinión tienes del graficador usado?
   Es fácil de usar ◯
   Es complicado ◯
   Me ayudó a entender el tema ◯
   No me ayudó a entender el tema ◯
   Si lo considero necesario para entender mejor el tema ◯
   No lo considero necesario para entender mejor el tema ◯

2. Selecciona el comentario que más se ajusta a tu opinión
   Si lo recomiendo para ser incluido dentro del programa de estudio de la materia ◯
   No lo recomiendo para ser incluido dentro del programa de estudio de la materia ◯

Si tienes algún comentario adicional que deseas hacer, siéntete en libertad de usar el espacio restante de la hoja.

Tan solo por la educación puede el hombre llegar a ser hombre.
El hombre no es más que lo que la educación hace de él.
Emmanuel Kant

CAPÍTULO IV.
CRITERIOS DE EVALUACIÓN, PRÁCTICA DE CAMPO, RESULTADOS OBTENIDOS Y CONCLUSIONES.

En este capítulo se incluyen los criterios que se consideraron para calificar tanto el examen “Previo” como el “Posterior”. En segundo lugar se pretende interpretar la información contenida en los datos. A continuación se muestran las tablas y gráficas que muestran los resultados obtenidos. Y por último se muestran los exámenes clave (exámenes con las respuestas correctas).

1. Criterios de calificación

Dado que en ambos exámenes se consideró incluir tanto ecuaciones lineales como cuadráticas, los criterios para calificar los exámenes fueron como se describe a continuación:

1. Pudo localizar las raíces o soluciones de la ecuación de 2º grado si las había.
2. Respetó el signo del coeficiente cuadrático.
3. Respetó el coeficiente del término cuadrático.
4. Pudo localizar la raíz o solución de la ecuación de 1er grado.
5. Respetó el signo del término en “X”.
6. Respetó el coeficiente del término en “X”.
7. Respetó el signo del término independiente.
8. Respetó el coeficiente del término independiente.

2. Práctica de campo

El total de alumnos que se logró integrar a la muestra para llevar a cabo el actual trabajo de investigación, fue de 246 jóvenes. Este grupo de estudiantes se tomó de 7 diferentes instituciones de nivel medio superior, tanto públicas como privadas.

En la tabla 1 se muestra:

- **Primera columna.** Las calificaciones del 0 al 10.

- **Segunda columna.** Se muestra el resultado global obtenido en el examen previo, esto es, después de que el titular de la materia ha terminado la exposición del tema en cuestión.

  Observaciones:

  a) El 78.86% de alumnos del total de la muestra obtuvieron cero de calificación.

  b) El porcentaje restante se concentra mayormente en las calificaciones de 1, 2 y 3.

- **Tercera columna.** Se muestra el resultado global obtenido en el examen posterior. Esto es, después de que se presentó el tema en cuestión con el apoyo del graficador matemático.

  Observaciones:

  a) El 39.43% de alumnos obtuvieron cero de calificación, lo cual representa un 39.43% menos que en el examen previo

  b) El 21.54% de alumnos que no sacaron cero se concentró en la calificación de 3.

  c) El porcentaje restante se nota repartido en las otras calificaciones.

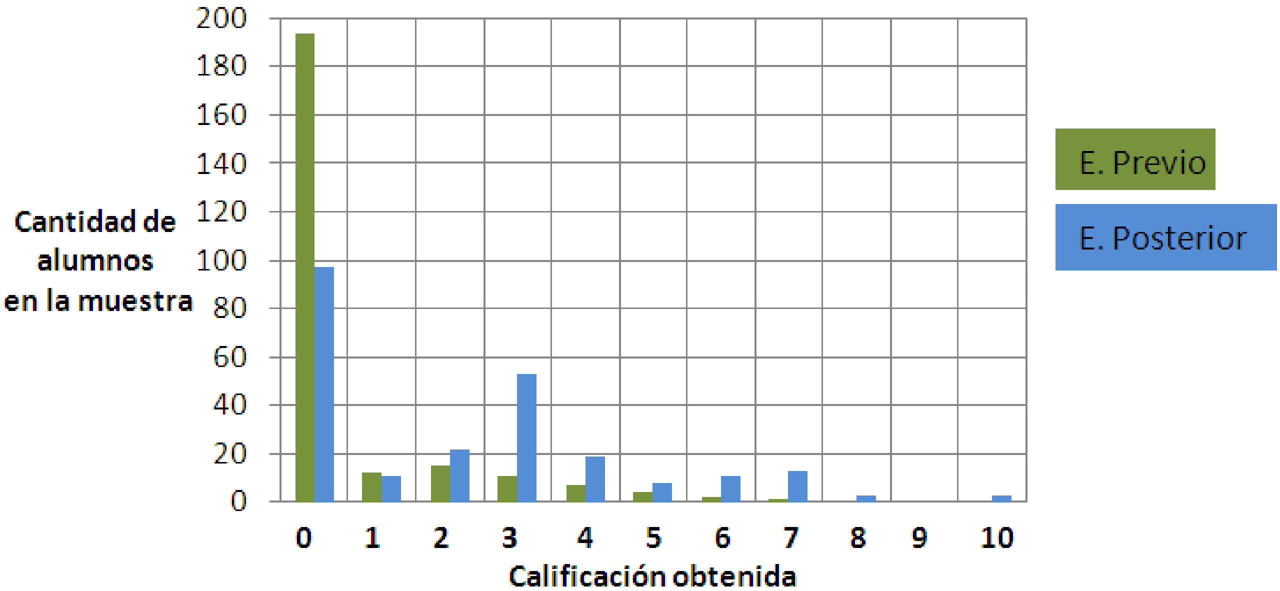
- **Cuarta columna.** Se muestra la diferencia lograda entre ambos exámenes y para cada calificación.

Lo comentado anteriormente de la Tabla 1, se puede observar vertida en la Grafica 1 y 2, en las páginas 41 y 42.

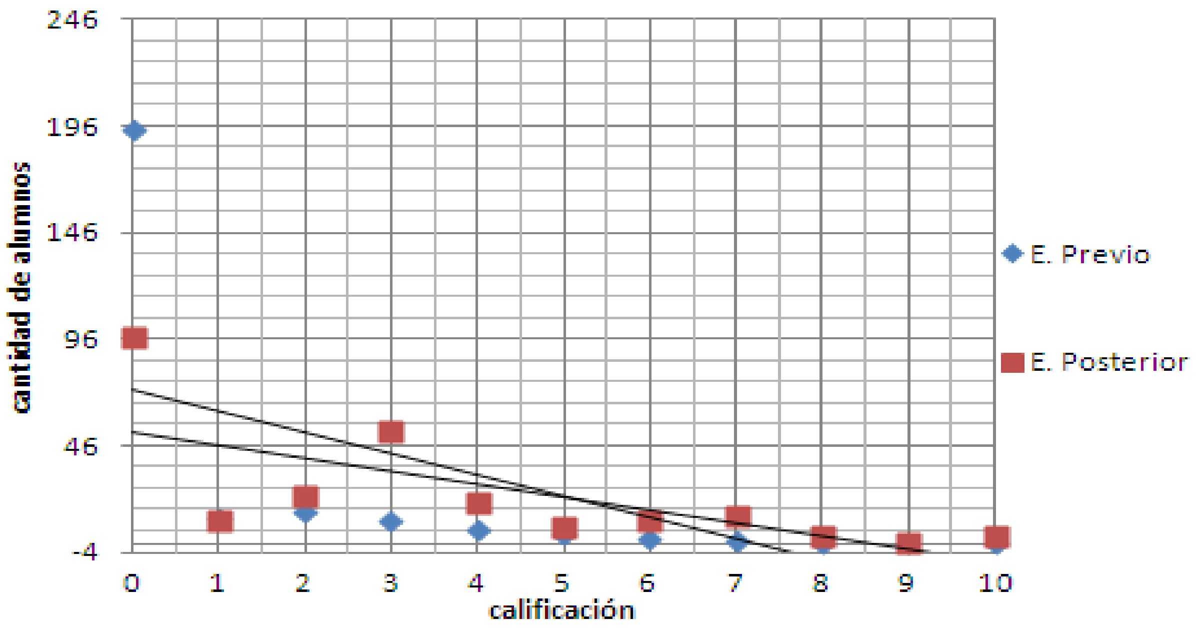
3. Gráficas y tablas de datos obtenidos

Cantidad de alumnos 246			
Calificación	E. Previo	E. Posterior	Diferencia
0	194	97	97
1	12	11	1
2	15	22	7
3	11	53	42
4	7	19	12
5	4	8	4
6	2	11	9
7	1	13	12
8	0	3	3
9	0	0	0
10	0	3	3

Tabla 1



Grafica 1



Gráfica 2

En la página siguiente, la tabla 2 muestra los resultados obtenidos por institución y en cada examen. El total de instituciones visitadas fue de 7. Para entender cómo se muestran los resultados, debemos ubicarnos en un ejemplo: Tomemos la institución Privada 1 (en color gris claro). Se observa una columna con el nombre PREVIO, en ella se anotaron el número de estudiantes que obtuvieron cada calificación mostrada. Para este ejemplo, 7 estudiantes obtuvieron cero de calificación en el examen PREVIO. Bajando a la columna que dice POSTERIOR, en ella 4 estudiantes obtuvieron 4 de calificación en el examen posterior. Y en la línea inferior se anota el total de alumnos que participaron por institución. Para el caso de este ejemplo, se puede observar que el número de participantes fue de 19 estudiantes.

Así consecutivamente se puede ver lo que se obtuvo en cada institución. Se usó un color diferente para hacer diferencia entre ellas.

Calificación	Cantidad de alumno	Privada 1 Previo	CCH oriente Previo	Preparatoria 4 Previo	Privada 2 Previo	Voca 13-1 Previo	Voca 13-2 Previo	Conalep Xochimilco Previo
0	194	7	11	53	46	16	31	30
1	12	0	0	5	1	2	3	1
2	15	4	0	0	1	4	4	2
3	11	2	3	4	1	1	0	0
4	7	2	0	1	3	0	1	0
5	4	4	0	0	0	0	0	0
6	2	0	0	0	2	0	0	0
7	1	0	1	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0

Calificación	Cantidad de alumnos	Privada 1 Posterior	CCH oriente Posterior	Preparatoria 4 Posterior	Privada 2 Posterior	Voca 13-1 Posterior	Voca 13-2 Posterior	Conalep Xochimilco Posterior
0	97	1	6	30	19	10	14	17
1	11	1	1	2	6	0	0	1
2	22	3	0	1	5	2	4	7
3	53	2	3	16	8	7	12	5
4	19	4	2	3	5	1	3	1
5	8	1	0	1	4	0	1	1
6	11	0	0	1	3	4	3	0
7	13	1	2	7	3	0	0	0
8	3	1	1	1	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0
10	3	0	0	2	1	0	0	0

	Privada 1	CCH oriente	Preparatoria 4	Privada 2	Voca 13-1	Voca 13-2	Conalep Xochimilco
Cantidad de alumnos por plantel	19	15	63	54	23	39	33

RESULTADOS OBTENIDOS EN CADA EXÁMEN Y POR INSTITUCIÓN

Tabla 2

RESULTADOS OBTENIDOS EN LA ENCUESTA

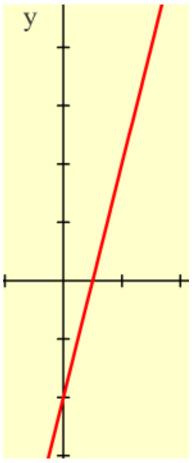
	246 alumnos
Es facil de usar	108
Es complicado	20
Ayudó a entender el tema	70
No ayudó a entender el tema	8
Si lo considero necesario para entender mejor el tema	86
No lo considero necesario para entender mejor el tema	6
Lo recomiendo para ser incluido en el programa de estudio de la materia	146
No lo recomiendo para ser incluido en el programa de estudio de la materia	9
Comentarios positivos al graficador	54
Comentarios negativos al graficador	9
Comentarios **positivos** al Prof.	22
Comentarios **negativos** al prof.	11

Tabla 3

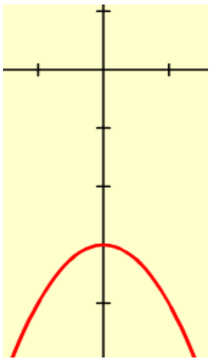
En esta encuesta es muy visible la aceptación que tuvo el graficador. Del total de alumnos, 108 lo consideraron fácil de usar y 146 lo consideran adecuado para ser parte del programa de estudios en matemáticas, se puede decir que esta encuesta habla por sí sola. También muestra la fuerte necesidad que existe respecto al cambio en la dinámica de clases, esto es, el que haya tan buena aceptación, implica una urgente necesidad de reestructurar los planes de estudio y conforme a lo que hemos comentado en capítulos anteriores, todo ello conlleva un mayor esfuerzo por parte del docente, ¿qué tanto esfuerzo pudiera requerirse? muy probablemente cada docente tenga que experimentar y comprobar por sí mismo que mientras más preparado se está, mejor es el desempeño que se logra y muchas veces no requiere en realidad de tanto tiempo como se pudiera creer. Prepararse, si lo requiere, pero al final la gratificación resulta en saber hacer las cosas de mejor manera, en tiempos más cortos y con mejores resultados.

RESPUESTAS AL EXAMEN PREVIO

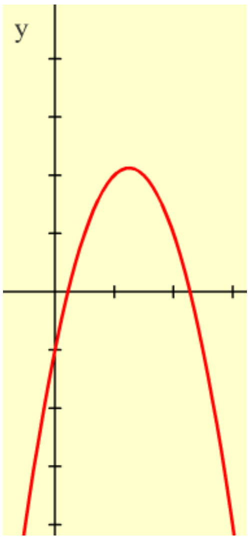
1) $y = 4x - 2$



2) $y = -x^2 - 3$

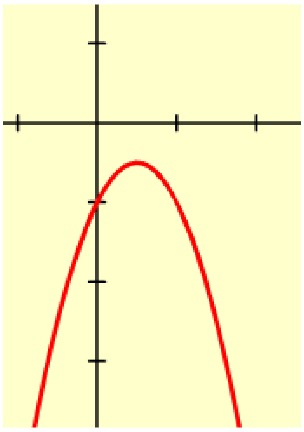


3) $y = -2x^2 + 5x - 1$

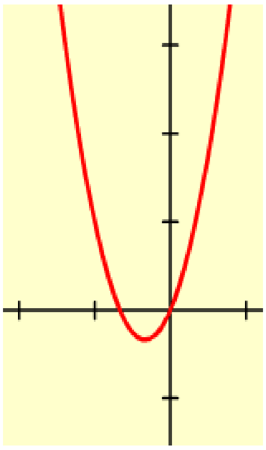


RESPUESTAS AL EXAMEN POSTERIOR

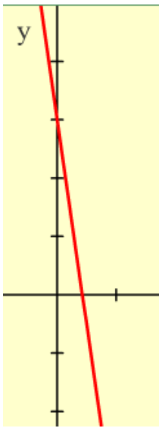
1) $y = -2x^2 + 2x - 1$



2) $y = 3x^2 + 2x$



3) $y = -7x + 3$



El aprendizaje es cualquier cambio que haga un sistema para adaptarse a su medio

Herbert Simon

CAPÍTULO V
CONCLUSIÓNES GENERALES

CONCLUSIONES EN FUNCIÓN DE LO OBSERVADO EN LA TABLA 1 Y SUS GRÁFICAS

1. Conforme a la Tabla 1, el hecho de que 194 alumnos obtuvieron cero de calificación en el examen "Previo", pudiera implicar que con la exposición tradicional los alumnos no logran desarrollar la habilidad de interpretar gráficamente lo que resuelven mediante cálculos.

2. Dado que se generó una diferencia de 97 alumnos que no obtuvieron cero de calificación en el examen "Previo", pudiera implicar que el graficador logró desarrollar un determinado nivel de habilidad gráfica en el alumno.

3. De manera global, se puede observar una mejoría en la calificación alcanzada por los diferentes grupos participantes.

CONCLUSIONES EN FUNCIÓN DEL GRAFICADOR

1. Se observó que los alumnos prestaban buena atención, dada la sencillez y rapidez del software para poder representar gráficamente simbología matemática cuyo concepto es abstracto, lo cual, según lo mostrado por el examen exploratorio o previo, no la habían logrado comprender cabalmente.

2. Debido a lo simple y puntual o específico del graficador se podía establecer con mucha rapidez una dinámica interactiva de clase profesor-estudiante, lo cual agilizó la presentación del material.

3. Cuando se realizaron ejercicios con los alumnos, se observó que el graficador se prestaba para arrojar resultados al instante. De acuerdo a lo comentado anteriormente, los jóvenes hoy día buscan resultados inmediatos y es importante resaltarlo dado que el alumno encontró en esta herramienta una forma de autocalificarse al momento, desarrollando con esto una mayor seguridad en si mismo.

4. En estos datos se puede comprobar que esta herramienta resulta ser un muy buen complemento didáctico.

5. También se observó que se puede lograr mejorar el impacto que esta herramienta proporciona. Para lograrlo, se recomienda procurar que cada estudiante haga uso del graficador, a fin de que puedan experimentar de manera personal sus propias dudas y errores, así como generar sus propios aciertos.

Es en este punto donde se puede ahondar más, porque, es del conocimiento general, que la matemática es difícil de entender. También es sabido que el estudiante mejora su autoestima cuando observa logros en las diferentes materias que le ocupan sus estudios, pero principalmente en materias como la matemática. Por lo tanto, ofrecerle al estudiante más herramientas que le ayuden en la comprensión de esta disciplina, logrará que se forme un mejor concepto de sí mismo, lo cual redundará en una justa percepción de ella.

CONCLUSIÓN EN FUNCIÓN DE LOS EXÁMENES

1. El graficador usado para esta investigación le proporcionó al alumno de manera general en la comprensión del tema, un promedio de tres a cuatro puntos a su favor, y en otros casos, hasta 6 o 7 puntos adicionales. Esto es, el alumno que por la sola exposición del profesor en la forma tradicional obtuviera un 6 en su evaluación, con apoyo del graficador lograría elevar su calificación a 8 o 9, y en algunos casos hasta 10.

3. La secuencia empleada en la exposición del tema con apoyo del graficador, ayudó para que los estudiantes pudieran “asimilar y acomodar” en su entendimiento los conceptos previamente adquiridos en la clase tradicional. La ayuda complementaria de este graficador se

logró al contrastar el conocimiento previo en ellos, con los ejercicios gráficos presentados en el escenario del programa.

4. Por otro lado, también es importante hacer ver que los resultados en los exámenes muestran que el graficador no es la solución al problema en el entendimiento de la matemática, éste solo ha mostrado ser una muy buena herramienta de apoyo, además de necesaria para una mejor comprensión del tema que se expone.

CONCLUSIÓN EN FUNCIÓN DE LA ENCUESTA

En relación a las observaciones manifestadas por los estudiantes en las encuestas y los resultados obtenidos, queda claro que es de primordial importancia:

Respecto al profesor su preparación en los siguientes aspectos,

1. El nivel de preparación pedagógico del docente.
2. El nivel de conocimiento de la materia.
3. El nivel de conocimiento del graficador o graficadores que se usa.
4. La habilidad con la que cuenta el docente para saber extraer información no evidente u obvia del graficador, que facilite el entendimiento del tema al estudiante.
5. La actitud que muestra para con los estudiantes.
6. La habilidad para lograr relacionar el tema con la realidad del alumno.

Respecto del estudiante,

1. Manifestó un claro interés por recibir el apoyo de graficadores.
2. Le interesa la posibilidad de que estos sean parte del programa de estudios.
3. Recomienda el uso de graficadores de fácil uso sin excluir otros más extensos y completos.

Nota al lector.

En relación a lo antes mencionado, se debe considerar que todo el proceso se hizo en una sola sesión y dentro de un tiempo de alrededor de hora y media. Esto es, el alumno resolvió dos exámenes y fue expuesto al uso de un software en este espacio de tiempo. Esto pudiera tener a la vez un impacto negativo en el alumno, dado lo breve o precipitado del tiempo empleado para dicha actividad. Por otro lado, en ocasiones se redujo el tiempo de la exposición debido a problemas en los equipos de las instituciones participantes en esta práctica de campo.

El maestro que intenta enseñar sin inspirar en el alumno el deseo de aprender, está tratando de forjar un hierro frío.
Horace Mann

CAPÍTULO VI
ANEXO HISTÓRICO

Posterior al proceso de investigación de la presente tesis, observé en relación al orden que se da a las ecuaciones cuadráticas, al momento de escribirlas, que éste, puede ser invertido. Lo cual genera una secuencia de exposición mucho más apegada a la manera como aprende nuestro cerebro, esto es, de lo fácil a lo complejo. Y me parece pertinente exponerlo brevemente en este capítulo, puesto que es parte de las reflexiones y conclusiones a las que llegué al final de esta secuencia de actividades de la práctica de campo.

Pero, para iniciar, será bueno hacer un poco de historia y aclarar cuando fue que la ecuación cuadrática tomó la forma y el orden de sus términos, que actualmente tiene:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

De acuerdo con la historia de la matemática:

> Una contribución importante de las matemáticas hindúes al álgebra tuvo lugar con Brahmagupta (598-670). Su obra más significativa, el Brahmasphuta Siddhānta es un texto sobre trigonometría, geometría y álgebra, […].
>
> Con respecto a ecuaciones cuadráticas, Brahmagupta da una regla satisfactoria para resolverlas y usa un simbolismo que nos hace pensar en un álgebra abreviada. Por ejemplo, la ecuación x2 – 10x = – 9 aparece en su texto como
>
> $$\textit{ya v 1 ya } \dot{1}\dot{0}$$
> $$\text{ru } \dot{9},$$
>
> donde el punto sobre los numerales indica una cantidad negativa. Así, *ya v 1* significa $1x^2$,

. .

ya 10 es – 10x y ru 9 corresponde a = – 9 (Dávila R. 2003, 31).

Como ya sabemos, el álgebra en ese tiempo era verbal por tal razón se necesita presentar un ejemplo tomado del al-jabr para darnos una idea de esto. El problema propuesto por al-Juarismi es el siguiente: "He dividido diez en dos porciones. He multiplicado una de las porciones por la otra. Después de esto, he multiplicado la una de las dos por sí misma, y el producto de la multiplicación por sí misma es tanto como cuatro veces el de una de las porciones por la otra" [7, p. 35].

Al-Juarismi procede a resolver este problema de la manera siguiente: Llama cosa a una de las porciones; la otra es diez menos la cosa. Al multiplicar las dos obtiene diez cosas menos un cuadrado (mal), y siguiendo con el problema, le resulta la "ecuación": "Un cuadrado, el cual es igual a cuarenta cosas menos cuatro cuadrados". Notemos que si x es la cosa, entonces 10-x es diez menos la cosa. Multiplicamos x consigo misma y obtenemos x2 que debe ser igual a cuatro veces el producto de x por 10-x. Es decir, nos resulta la ecuación

$$x2 = 4x\ (10 - x),$$

por lo que

$$x2 = 40x - 4x2 .$$

Al-Juarismi usa al-jabr para restaurar el balance:

$$x\ 2 + 4\ x\ 2 = 40x - 4\ x\ 2 + 4\ x\ 2 ,$$

luego aplica al-muqãbalah para cancelar los opuestos:

$$5x\ 2 = 40x,$$

de donde

$$x\ 2 = 8x,$$

y se obtiene x = 8 (Dávila R. 2003, 35 y 36).

Posteriormente durante el Renacimiento, Francisco Vieta (1540 - 1603), Quien está considerado entre los precursores en usar símbolos (letras), en la matemática y representar los parámetros de una ecuación mediante letras.

[…] introdujo el concepto de variable algebraica, lo cual representó usando vocales mayúsculas (A, E, I, O, U), Así como el concepto de parámetro (una cantidad no especificada), representada por una consonantes mayúscula (B, C, D,…). En su sistema de escritura la ecuación $5BA^2 - 2CA + A^3 = D$ se verá como $B5$ in A quad $- C$ plano 2 in $A + A$ cub aequatur D sólido (Gray, John J., et all. 2017).

Este trabajo de investigación me permitió comprender la ventaja didáctica que se logra al exponer las cuadráticas en la siguiente forma:

$$c + bx + ax^2 = 0$$

La propuesta se apoya en el hecho de iniciar la exposición con el término que menos carga de información contiene y llevar la secuencia de lo más sencillo a lo más complejo.

Finalmente, la posibilidad de ampliar o profundizar en todo lo tratado en el presente trabajo queda para futuras investigaciones. Solo me resta esperar que alguno de mis amables lectores retome tal compromiso.

BIBLIOGRAFÍA

Amy Guttman, A. (1987). *La educación democrática: una teoría política de la educación*. España: Editorial Paídos.

Alcalá D. y López H. Fernando (2015). *Contemplación y hermenéutica*. México: Universidad Nacional Autónoma de México.

Ramírez G., Ana (2002). *Sistema de ecuaciones y de desigualdades.* México: Universidad Nacional Autónoma de México.

Barojas W. Compilador. (2006). *Interpretación y conocimiento*. México: Universidad Nacional Autónoma de México.

Dávila, R. Guillermo (2003). *Apuntes de historia de las matemáticas. El Desarrollo del Álgebra Moderna, Parte II: El álgebra de las ecuaciones.* Vol. 2 Nº 1. México: Universidad de Sonora.

Dewey, J. (1995). *Democracia y educación, una introducción a la filosofía de la educación*. Madrid: Ediciones Morata.

Depman, I. Iá. (2008). *Del álgebra clásica al álgebra moderna. Una breve introducción histórica.* Moscú: URSS.

Durkheim, E. (1999). *Educación y sociología*. Barcelona: Ediciones Altaya, S.A.

Eggen, P. (2009). *Estrategias docentes. Enseñanza de contenidos curriculares y desarrollo de habilidades de pensamiento.* México: Fondo de Cultura Económica.

Eugenio F. Coordinador. (2003). *Matemática educativa. Aspectos de la investigación actual*. México: Fondo de Cultura Económica.

Garciadiego, A. (2014). *Infinito, paradojas y principios. Escritos históricos en torno a los fundamentos de las matemáticas.* México: P y V Editores.

Gray, John J., et all. (2017). Mathematics, *Mathematics in the 7th and 8th centuries. Analityc Geometry*. Enciclopedia Británica. Chicago, Ill.

Kuhn, T. S. (2013). *La estructura de las revoluciones científicas*. (4ª ed.). México: Fondo de Cultura Económica.

Kline, M. (1976). *El fracaso de la matemática moderna, porqué Juanito no sabe sumar.* México: Siglo Veintiuno.

Paradís, J., Miralles de I, J., Malet, A. (1989). *El álgebra en el período renacentista. La recuperación de los clásicos griegos*. Barcelona: PPU.

Rodrigo, M. J. y Arnay, J. Compiladores. (1997). *La construcción del conocimiento escolar*. España: Editorial Paidós.

Sánchez, M. A. (1998). *La divulgación de la ciencia como literatura.* México: Universidad Nacional Autónoma de México.

Santos, T. (2014). *La resolución de problemas matemáticos. Fundamentos cognitivos*. México: Trillas.

Shannon, R. E. (1975). *Systems simulation: The art and science*. Englewood Cliffs, N. J.: Prentice HALL.

Trujillo, C., Marina, C., Delgado, G. (2010). *El concepto de función y la teoría de situaciones.* Bogota: Universidad de la Salle.

Vadillo, G., Klinger, C. (2004). *Didáctica, Teoría y práctica de éxito en Latinoamérica y España.* México: Mc Graw Hill/Interamericana.

Zorrilla A. J. (2010). *El bachillerato mexicano: un sistema académicamente precario. Causas y consecuencias*. México: Universidad Nacional Autónoma de México.

En Wikipedia. Recuperado el 14 de Mayo de 2016, de:
http://phet.colorado.edu/en/about

En Wikipedia. Recuperado el 14 de Mayo de 2016, de:
https://es.wikipedia.org/wiki/Simulaci%C3%B3n

Phet, Interactive Simulation
https://phet.colorado.edu/sims/equation-grapher/equation-grapher_es.html