



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
INGENIERÍA ELÉCTRICA-CONTROL

CONTROL SEMIACTIVO DE ESTRUCTURAS UTILIZANDO  
AMORTIGUADORES MAGNETOREOLÓGICOS

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
MAESTRO EN INGENIERÍA  
ELÉCTRICA-CONTROL

PRESENTA:  
FRANCISCO JOSÉ CAMPOS ARIZMENDI

TUTOR PRINCIPAL  
LUIS AGUSTÍN ÁLVAREZ-ICAZA LONGORIA  
INSTITUTO DE INGENIERÍA

MÉXICO, CIUDAD DE MÉXICO, DICIEMBRE 2017



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: Dr. Tang Xu Yu  
Secretario: Dr. Arteaga Pérez Marco Antonio  
1<sup>er</sup>. Vocal: Dr. Álvarez-Icaza Longoria Luis Agustín  
2<sup>do</sup>. Vocal: Dr. Benítez Pérez Héctor  
3<sup>er</sup>. Vocal: Dr. Escobar Sánchez José Alberto

Lugar o lugares donde se realizó la tesis: INSTITUTO DE INGENIERÍA

**TUTOR DE TESIS**

DR. LUIS AGUSTÍN ÁLVAREZ-ICAZA LONGORIA

---

**FIRMA**

# Agradecimientos

*A mis padres Javier Campos y Virginia Arizmendi por todo el incondicional apoyo que me han dado.*

*A mis hermanos Javier y Rodrigo por su compañía y amistad todos estos años*

*A mi amigo Gabriel cuya amistad ha sido de gran valor para mi durante todos estos años*

*A mi tutor el Dr. Luis Agustín Álvarez-Icaza cuya guía y paciencia fueron indispensables en la realización de este trabajo*

*A mis sinodales, gracias por todo su tiempo y apoyo*

*A los profesores del colegio de control de la Unidad de Posgrado de la UNAM, gracias por proporcionarme nuevos conocimientos y fronteras*

*A la Comisión Nacional de Ciencia y Tecnología por darme la oportunidad de poder expandir mi conocimiento*

*A la Universidad Nacional Autónoma de México por ser mi casa de estudio y brindarme tan excelentes años*

# Índice general

<b>Agradecimientos</b>	<b>II</b>
<b>Lista de figuras</b>	<b>IV</b>
<b>1 Introducción</b>	<b>1</b>
1.1 Elementos de control de vibraciones pasivos . . . . .	2
1.2 Elementos de control de vibraciones activos . . . . .	3
1.3 Elementos de control de vibraciones semiactivos . . . . .	3
1.4 Estado del arte . . . . .	4
1.5 Objetivos . . . . .	4
<b>2 Modelo matemático de edificios a cortante</b>	<b>6</b>
2.1 Modelo estructural . . . . .	6
2.2 Obtención del modelo del amortiguador magnetoreológico . . . . .	11
2.2.1 Definición . . . . .	11
2.2.2 Consideraciones del modelo . . . . .	11
2.3 Modelo inverso del AMR . . . . .	13
2.3.1 Modelo alternativo para el AMR . . . . .	14
2.4 Parametrización de los Modelos . . . . .	14
2.4.1 Parametrización del modelo estructural . . . . .	15
2.4.2 Parametrización del modelo del amortiguador magnetoreológico . . . . .	16
2.5 Modelado conjunto con propósito de observación y estimación simultánea . . . . .	17
2.6 Parametrización del modelo conjunto . . . . .	18
2.7 Filtros integrales . . . . .	20
2.8 Modos de vibración . . . . .	24
<b>3 Diseño del controlador</b>	<b>25</b>
3.1 Consideraciones para el diseño . . . . .	25
3.2 Desarrollo de la dinámica de control . . . . .	26

3.3	Variantes del algoritmo de control . . . . .	29
3.3.1	Ley de control para minimizar los desplazamientos relativos del primer piso respecto a la base . . . . .	29
3.3.2	Ley de control que utiliza la dinámica de los $n$ niveles de la estructura . . . . .	30
3.4	Ley de control basada en Lyapunov . . . . .	31
3.5	Ley de control basada en pasividad . . . . .	32
<b>4</b>	<b>Diseño de los observadores y estimadores</b>	<b>33</b>
4.1	Observador de la Estructura . . . . .	33
4.2	Observador del amortiguador . . . . .	34
4.3	Estimadores de parámetros . . . . .	35
4.3.1	Estimador de parámetros de la Estructura . . . . .	35
4.3.2	Estimador de parámetros del amortiguador . . . . .	35
<b>5</b>	<b>Simulación</b>	<b>37</b>
5.1	Señal sísmica de excitación . . . . .	37
5.1.1	Desplazamientos de la estructura ante el sismo de prueba . . . . .	38
5.2	Simulación del control con dinámica del error deslizante . . . . .	40
5.2.1	Desplazamientos de la estructura con control de dinámica de error deslizante . . . . .	41
5.3	Simulación de control basado en Lyapunov . . . . .	44
5.4	Simulación de control basado en Pasividad . . . . .	46
5.5	Estimación de los parámetros de la estructura . . . . .	49
5.6	Análisis y comparación de resultados . . . . .	51
<b>6</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>53</b>

# Índice de figuras

2.1	Conceptualización de la dinámica de un entrepiso . . . . .	7
2.2	Conceptualización de la dinámica de $n$ entrepisos interconectados . . . . .	8
2.3	Diagrama conceptual del amortiguador magnetoreológico . . . . .	11
5.1	Señal de aceleración del sismo de Chile en 1985 . . . . .	37
5.2	Desplazamientos respecto a la base del primer piso . . . . .	38
5.3	Desplazamientos respecto a la base del segundo piso . . . . .	38
5.4	Desplazamientos respecto a la base del tercer piso . . . . .	39
5.5	Desplazamientos respecto a la base del cuarto piso . . . . .	39
5.6	Desplazamientos respecto a la base del quinto piso . . . . .	40
5.7	Comparación de desplazamientos en el primer nivel con controlador deslizante	41
5.8	Comparación de desplazamientos en el segundo nivel con controlador des- lizante . . . . .	42
5.9	Comparación de desplazamientos en el tercer nivel con controlador deslizante	42
5.10	Comparación de desplazamientos en el cuarto nivel con controlador deslizante	43
5.11	Comparación de desplazamientos en el quinto nivel con controlador deslizante	43
5.12	Comparación de desplazamientos en el primer nivel con control basado en Lyapunov . . . . .	44
5.13	Comparación de desplazamientos en el segundo nivel con control basado en Lyapunov . . . . .	44
5.14	Comparación de desplazamientos en el tercer nivel con control basado en Lyapunov . . . . .	45
5.15	Comparación de desplazamientos en el cuarto nivel con control basado en Lyapunov . . . . .	45
5.16	Comparación de desplazamientos en el quinto nivel con control basado en Lyapunov . . . . .	46
5.17	Comparación de desplazamientos en el primer nivel con control basado en pasividad . . . . .	46

5.18	Comparación de desplazamientos en el segundo nivel con control basado en pasividad . . . . .	47
5.19	Comparación de desplazamientos en el tercer nivel con control basado en pasividad . . . . .	47
5.20	Comparación de desplazamientos en el cuarto nivel con control basado en pasividad . . . . .	48
5.21	Comparación de desplazamientos en el quinto nivel con control basado en pasividad . . . . .	48
5.22	Parámetros de amortiguamiento estimados ejecutando estimación y control simultáneos . . . . .	49
5.23	Parámetros de amortiguamiento estimados ejecutando estimación y control consecutivos . . . . .	49
5.24	Parámetros de rigidez estimados ejecutando estimación y control simultáneos	50
5.25	Parámetros de rigidez estimados ejecutando estimación y control consecutivos	50
5.26	Modos de vibración principales de la estructura . . . . .	51

# Capítulo 1

## Introducción

El diseño sísmo resistente de una estructura civil ha representado un reto a lo largo del desarrollo de la ingeniería de construcción. Esto es debido a la gran cantidad de factores y variables a considerar. Uno de ellos es el espectro de frecuencia sísmica, que actualmente rige el diseño sísmico de estructuras y dota a las construcciones con la resistencia estructural necesaria para tolerar los sismos de la máxima magnitud probable dentro de un periodo de retorno, relacionado claro está, a la vida útil del edificio.

En la ingeniería civil, los diseños y cálculo de resistencia de los materiales, son realizados teniendo la consideración de que los materiales no deben ser llevados a sufrir esfuerzos más allá de los límites elásticos propios, ya que los comportamientos inelásticos de los materiales son en la mayoría de los casos, una indicación de falla mecánica de los elementos estructurales. Una consideración común es suponer que los elementos estructurales que componen a una construcción, tal como un edificio, tienen propiedades homogéneas a través de las cuales puede modelarse el comportamiento mecánico de los elementos estructurales ante varios tipos de carga. Los materiales homogéneos poseen no solo propiedades de elasticidad, si no también de amortiguamiento y disipación de energía a través de las deformaciones. Debido a esto el comportamiento de una gran gama de materiales pueden ser modelados al caracterizar las cualidades, elásticas, de amortiguamiento e inerciales de un material. Una cualidad de gran relevancia asociada a las propiedades anteriormente mencionada son las frecuencias naturales de oscilación. El valor de dichas frecuencias permite a los materiales, atenuar o amplificar las oscilaciones mecánicas a las que puedan exponerse, dependiendo de la relación que guarden la frecuencia de las oscilaciones y las del material. Dado que son propiedades intrínsecas no pueden ser modificadas de forma mecánica dentro de los materiales. Sin embargo a través del dimensionamiento de los elementos estructurales el comportamiento de una estructura compleja puede ser modificado. Por otro lado dichas propiedades estructurales no son susceptibles a ser variadas en

tiempo real. Una alternativa a este enfoque es implementar elementos activos que puedan contrarrestar en cierta medida y en tiempo real, los efectos de un sismo, es ahí donde entran en acción los elementos conocidos como amortiguadores magnetoreológicos.

El comportamiento de los amortiguadores magnetoreológicos, se debe a que el fluido con el que trabajan posee micro partículas magnetizables en suspensión, en adición el fluido no es magnetizable de forma alguna. Al exponerse a campos magnéticos externos de una intensidad suficiente, estas características permiten variar la tasa de amortiguamiento del elemento de una forma casi reversible. De esta forma al ser añadidos a un elemento estructural complejo, como lo es el marco estructural del entrepiso de un edificio, es posible variar el comportamiento mecánico del mismo y modificar en cierta medida el valor de sus parámetros, más concretamente el amortiguamiento, con el objetivo de que las acciones dinámicas provocadas por un sismo, sean disipadas de mejor forma por la estructura, teniendo como consecuencia una reducción de las deformaciones y esfuerzos en los elementos estructurales. Esto mediante el control del campo magnético al cual se expone el fluido magnetoreológico.

El concepto anteriormente expuesto permite, en teoría, a una estructura civil adaptarse a las acciones dinámicas de un sismo en tiempo real, esto mediante un lazo de retroalimentación, el cual se implementará a través de la instrumentación de la estructura en cuestión.

## **1.1. Elementos de control de vibraciones pasivos**

Son aquellos que modifican los parámetros de la estructura mediante propiedades de disipación de energía, utilizando para este fin las propiedades de amortiguamiento del material que los compone o la capacidad inercial debida a la configuración geométrica y espacial del elemento dentro de la estructura.

Uno de los principales exponentes de este tipo de elementos es el amortiguador viscoso, el cuál es colocado en los marcos de la estructura cumpliendo la función de aumentar las propiedades de disipación de energía de los elementos estructurales. También pueden ser utilizados para modificar en cierta medida las excentricidades de las estructuras no simétricas.

Un segundo ejemplo de elemento pasivo utilizado sobretodo en estructuras de gran altura, son los amortiguadores de masa sintonizada, los cuales son calculados para reducir los desplazamientos de la planta más elevada, utilizando la frecuencia de la forma modal predominante en el edificio.

Un último ejemplo de los elementos pasivos consiste en los cojinetes de hule de alto amortiguamiento, los cuales están constituidos en capaz de anillos utilizando acero y

hule como material. Tienen como propósito el aislamiento sísmico por sobre la disipación de energía y son colocados en los apoyos de la base de la estructura. Los elementos anteriormente expuestos son aquellos que presentan el más bajo costo en cuanto a consumo energético, sin embargo varios de ellos conllevan desventajas ya sea en la instalación sobre la estructura o en su rápido desgaste.

## **1.2. Elementos de control de vibraciones activos**

Estos elementos de control tienen como característica principal la capacidad de introducir energía al sistema por medio de la actuación directa sobre algún parámetro del edificio.

Un ejemplo claro de elemento activo consiste en los amortiguadores sintonizados de masa activos, los cuales poseen actuadores conectados a la masa añadida con lo cual pueden ejercer fuerzas inerciales en adición a los efectos de amortiguamiento de su homólogo pasivo, sin embargo esta acción de control conlleva la desventaja de un gasto energético adicional.

## **1.3. Elementos de control de vibraciones semiactivos**

Los elementos semiactivos presentan una alternativa de control respecto a los dos anteriores, ya que conjuntan las ventajas de mejora de desempeño que pueden proporcionar los activos y las de facilidad de implementación y mantenimiento que presentan los elementos pasivos.

En esencia los elementos de control semiactivos se comportan de la misma forma que los elementos pasivos, con la diferencia de que poseen la capacidad de poder variar sus propiedades de amortiguamiento.

Los principales ejemplos de estos elementos consisten en los amortiguadores viscosos y en los amortiguadores de sintonización de masa. Ambos ejemplos utilizan las propiedades del fluido magnetoreológico para cambiar sus parámetros de disipación de energía con propósito de obtener una respuesta en consecuencia de excitaciones sísmicas variadas.

## 1.4. Estado del arte

Existen trabajos previos en cuanto a la identificación y control de la estructura en cuestiones de identificación los algoritmos poseen como requisito el conocimiento del estado completo para poder realizar la estimación [5], sin embargo en la aplicación sobre una estructura real no es posible la medición de velocidades y desplazamientos dada la falta de un sistema de referencia fijo, sobre todo si la estructura es grande. Para ellos surge el concepto de la estimación a través de mediciones únicamente realizando adquisición de las aceleraciones y utilizando filtros integrales [8].

El modelo del AMR ha cambiado desde el propuesto en [4] dado que no presentaba buenas propiedades en su modelo inverso, es por esto que se presento un nuevo modelo en [3] que pretende arreglar ese problema y ha mostrado mejores resultados en cuestiones de la estimación de los parámetros del amortiguador en adición que su modelo inverso presenta un mejor comportamiento [2].

Diversos tipos de controladores han sido propuestos un ejemplo de ellos es el controlador propuesto en [22] basado en la teoría de Lyapunov utilizando un control que se desactiva cuando los estados del sistema cumplen determinada condición y utiliza el voltaje de control máximo cuando los estados se desvían de dicha condición.

Posteriormente surgió un controlador basado en pasividad [21], el cual utiliza la teoría de interconexión y asignación del amortiguamiento, presentando resultados favorables en estructuras de tres pisos. Ha sido probado en adición que los amortiguadores inteligentes tienen un mejor comportamiento que sus análogos pasivos ya sea que la variación de sus parámetros sea exponiéndolos a campos magnéticos o eléctricos [23], además de no utilizar tanta energía como los elementos de control estructural activos [24].

## 1.5. Objetivos

El presente trabajo tiene como objetivo el desarrollo de un algoritmo de control que aplicado en conjunto al *AMR* pueda disminuir los efectos de un sismo en una estructura, además de compararlo con controladores basados en diversas teorías. En adición se pretende lograr una simulación conjunta de diversos algoritmos desarrollados para la observación y estimación de parámetros tanto de la estructura como del amortiguador, y apreciar su funcionamiento conjunto.

Para lograr los objetivos propuestos, se presenta el desarrollo de los elementos necesarios para la implementación del controlador de forma individual, considerando que uno de los objetivos del trabajo es ser capaces de realizar control sobre la estructura mientras los parámetros de la misma y los del *AMR* son estimados en tiempo real, así como crear un

compendio que facilite la investigación futura en trabajos de naturaleza similar. Solo queda hacer notar la gran versatilidad de diseño que presenta el este sistema de control de sismos, el cuál tiene afinidad a ser aplicado en estructuras existentes o ser tomado en cuenta desde el diseño, además de ser capaz de tener múltiples configuraciones.

# Capítulo 2

## Modelo matemático de edificios a cortante

En este capítulo se describe el modelo matemático del edificio sobre el que se realizarán las pruebas de los algoritmos de control. este es un edificio a escala de cinco niveles, donde se ensayará el efecto de dichos algoritmos.

### 2.1. Modelo estructural

Para la obtención del modelo de la estructura se realizó la consideración de que cada uno de los entrepisos puede ser modelado como un sistema de masa resorte y amortiguador. Lo anterior implica que la rigidez y amortiguamiento aportados por los elementos estructurales están contenidos en los parámetros siguientes:

- $c_n$  : Constante de amortiguamiento del n-ésimo entrepiso
- $m_n$  : Masa de los elementos estructurales del n-ésimo entrepiso
- $k_n$  : Constante de rigidez del n-ésimo entrepiso

La configuración básica de la dinámica de un entrepiso puede observarse en conjunción con sus parámetros en la figura 2.1, donde claramente se observa que para cualquier entrepiso el modelo de su dinámica consiste en una ecuación diferencial de segundo orden lineal.

$$m_n \ddot{x} + c_n \dot{x} + k_n x = F \tag{2.1}$$

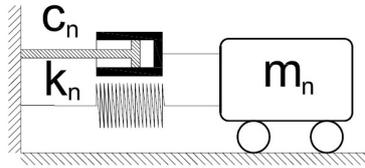


Figura 2.1: Conceptualización de la dinámica de un entrepiso

Se partirá del modelo mencionado en [5] y se presentará la obtención del mismo utilizando la misma estructura, sin embargo cabe mencionar que las fuentes consultadas no poseen un desarrollo completo de la obtención del modelo.

Sin embargo con el propósito de analizar el comportamiento dinámico de  $n$  entrepisos conjuntamente, es necesario definir una relación entre los estados de cada entrepiso. Los estados del modelo consisten en las variables cinemáticas, es decir desplazamientos, velocidades y aceleraciones de las masas. Considerando un sistema de referencia global en la base del edificio, es posible ligar las ecuaciones de cada entrepiso con la siguiente ecuación.

$$x_i = x_g + x_{i0} \quad (2.2)$$

donde

$x_i$ : Desplazamiento del  $i$ -ésimo entrepiso respecto a sistema global de referencia

$x_{i0}$ : Desplazamiento del  $i$ -ésimo entrepiso respecto a la base del edificio

$x_g$ : Desplazamiento de la base del edificio debidas al sismo

Haciendo uso de la ecuación 2.2 que establece la relación de los desplazamientos absolutos de los entrepisos con los relativos, es posible utilizar la segunda ley de Newton en cada entrepiso de manera que se obtendrá una ecuación diferencial lineal para cada uno. Esto se logra al realizar una suma vectorial de fuerzas respecto al sistema local de cada entrepiso, cabe mencionar que las fuerzas producidas por los elementos pasivos se oponen siempre a las fuerzas inerciales que actúan en el entrepiso, resultando así que los términos relacionados con dichos elementos adquieren un signo negativo en la ecuación.

$$\begin{aligned}
m_1(\ddot{x}_1) &= -k_1(x_1 - x_0) - c_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_0) - k_2(x_2 - x_1) - c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) \\
m_2(\ddot{x}_2) &= -k_2(x_2 - x_1) - c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - k_3(x_3 - x_2) - c_3(\dot{x}_3 - \dot{x}_2) \\
&\vdots \\
m_{n-1}(\ddot{x}_{n-1}) &= -k_{n-1}(x_{n-1} - x_{n-2}) - c_{n-1}(\dot{x}_{n-1} - \dot{x}_{n-2}) - k_n(x_n - x_{n-1}) - c_n(\dot{x}_n - \dot{x}_{n-1}) \\
m_n(\ddot{x}_n) &= -k_n(x_n - x_{n-1}) - c_n(\dot{x}_n - \dot{x}_{n-1})
\end{aligned}$$

Se reescriben las ecuaciones de forma, que dependan de los desplazamientos relativos de los  $n$  entrepisos con respecto a la base del mismo, es decir  $x_{n0}$ .

$$\begin{aligned}
m_1(\ddot{x}_{10} + \ddot{x}_g) &= -k_1(x_1 - x_0) - c_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_0) - k_2(x_2 - x_1) - c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) \\
m_2(\ddot{x}_{20} + \ddot{x}_g) &= -k_2(x_2 - x_1) - c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - k_3(x_3 - x_2) - c_3(\dot{x}_3 - \dot{x}_2) \\
&\vdots \\
m_{n-1}(\ddot{x}_{(n-1)0} + \ddot{x}_g) &= -k_{n-1}(x_{n-1} - x_{n-2}) - c_{n-1}(\dot{x}_{n-1} - \dot{x}_{n-2}) - k_n(x_n - x_{n-1}) - c_n(\dot{x}_n - \dot{x}_{n-1}) \\
m_n(\ddot{x}_{n0} + \ddot{x}_g) &= -k_n(x_n - x_{n-1}) - c_n(\dot{x}_n - \dot{x}_{n-1})
\end{aligned}$$

La interconexión establecida en el sistema de ecuaciones puede apreciarse de forma conceptual en la Figura 2.2.

El sistema puede ser representado de forma matricial para poder facilitar su análisis.

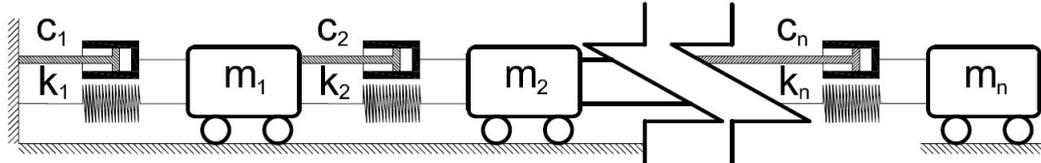


Figura 2.2: Conceptualización de la dinámica de  $n$  entrepisos interconectados

Al obtener el modelo en dicha forma resulta conveniente separar los diversos parámetros en matrices dependiendo de la naturaleza y efectos en el modelo que presentan, de esta

forma se pueden clasificar dichos parámetros de acuerdo a su naturaleza.

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & m_n \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & \dots & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & \dots & 0 \\ 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & c_n \end{bmatrix}$$

$$B = [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T; K = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & \dots & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & \dots & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & k_n \end{bmatrix}$$

$$L = [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$$

La configuración matricial puede ser apreciada en la ecuación 2.3.

$$M(\ddot{X} + L\ddot{x}_g) + C\dot{X} + KX = 0 \quad (2.3)$$

donde

$X$ : vector de desplazamientos absolutos de los niveles.

$C$ : matriz de amortiguamiento del sistema.

$K$ : matriz de rigidez del sistema

$M$ : matriz inercial del sistema

$n$ : número total de pisos

El vector "L" relaciona las aceleraciones sufridas por la acción del sismo con la dinámica de los niveles del edificio.

Sin embargo, aún falta ligar el modelo con la variable de control que corresponde a la acción "f" del amortiguador magnetoreológico. La acción de control que corresponde a una fuerza, puede ser añadida al modelo de forma aditiva, tomando en consideración de que solo puede afectar directamente los estados del primer nivel. Esto fue denotado con la matriz "B", la cual ha sido definida anteriormente, de manera que el modelo conjunto con el que se trabajará es la ecuación 2.4.

$$M(\ddot{X} + L\ddot{x}_g) + C\dot{X} + KX + Bf = 0 \quad (2.4)$$

Para poder trabajar con mayor facilidad con el modelo es necesario trasladarlo al espacio de estados, los cuales se definirán como las velocidades y desplazamientos de los diferentes

niveles del edificio. Definiendo las variables de estados con el siguiente cambio de variable:

$$[\zeta_1 \ \zeta_2] = [X \ \dot{X}] \quad (2.5)$$

Con lo anterior el modelo de la ecuación 2.4 puede adoptar la forma siguiente.

$$\dot{\zeta}_1 = \zeta_2 \quad (2.6)$$

$$\dot{\zeta}_2 = -M^{-1}K\zeta_1 - M^{-1}C\zeta_2 - M^{-1}Bf - L\ddot{x}_g \quad (2.7)$$

El sistema puede ser reescrito de forma matricial para facilitar su manipulación. Considerando que se realizará la identificación de parámetros de la estructura en línea, es necesario poder realizar mediciones directas de la salida, con lo cual la aceleración absoluta de los entresijos serán consideradas en los elementos del vector de salida del sistema. Se define la aceleración absoluta a partir de la ecuación  $\psi = \ddot{X} + L\ddot{x}_g$ , al trasladar al espacio de estados dicha ecuación se obtiene el sistema de las ecuaciones 2.8 y 2.9.

$$\dot{\zeta} = \mathbb{A}\zeta + \mathbb{B}f + \mathbb{C}\ddot{x}_g \quad (2.8)$$

$$\psi = \mathbb{D}\zeta + Ef \quad (2.9)$$

Donde las matrices son:

$$\mathbb{A} = \begin{bmatrix} 0_n & I_n \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix} \quad \mathbb{B} = \begin{bmatrix} 0_n \\ -M^{-1}B \end{bmatrix}$$

$$\mathbb{C} = \begin{bmatrix} 0_n \\ -L \end{bmatrix} \quad \mathbb{D} = [-M^{-1}K \quad -M^{-1}C] \quad E = [-M^{-1}B]$$

El siguiente paso es definir el modelo del amortiguador magnetoreológico, el cual ha permanecido sin definir hasta el momento. También se puede apreciar que el modelo de la estructura posee términos que son lineales en sus parámetros, por lo cual es posible separarlo en el producto de vectores regresores y de parámetros constantes.

## 2.2. Obtención del modelo del amortiguador magnetoreológico

### 2.2.1. Definición

Un amortiguador magnetoreológico o *AMR*, es un dispositivo de disipación de energía el cuál puede variar su constante de amortiguamiento. Esto es logrado mediante el fluido dentro del mismo, el cual tiene la propiedad de cambiar su viscosidad al ser expuesto a la acción de campos magnéticos. Para poder exponer al fluido magnetoreológico o *FMR* a dichos campos se ha colocado una bobina en el interior del vástago del amortiguador, de manera que pueda aplicarse la señal de voltaje pertinente para generar la viscosidad deseada en el fluido. El esquema de dicho amortiguador se presenta en la figura 2.3.

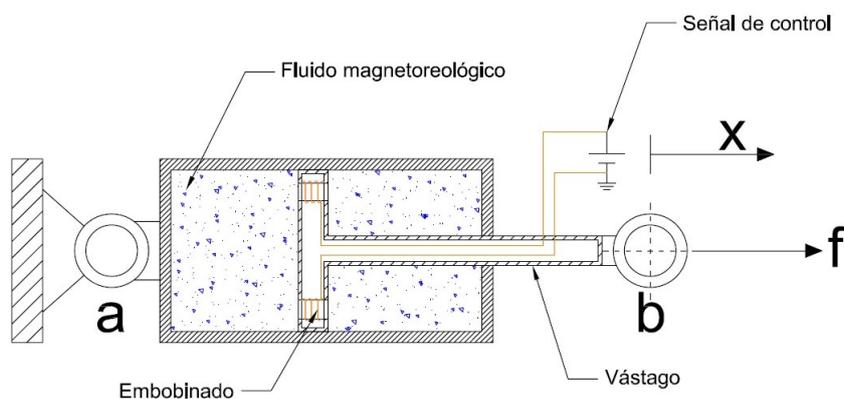


Figura 2.3: Diagrama conceptual del amortiguador magnetoreológico

### 2.2.2. Consideraciones del modelo

Existen diversos modelos propuestos para el AMR. El utilizado en el presente trabajo para poder representar el comportamiento del AMR está basado en el modelo de fricción de LuGre llamado así por la colaboración que se realizó entre la Universidad de Lund y la Escuela Nacional de Grenoble. El modelo de fricción propuesto en [4] considera las fuerzas de fricción entre dos superficies como la interacción de un número infinito de irregularidades entre ambas. Se toma en consideración la deflexión promedio de dichas irregularidades que se representa por la variable  $z$  como se muestra en la ecuación 2.10.

$$\dot{z} = v - \frac{|v|}{g(v)}z \quad (2.10)$$

Donde "v" representa la velocidad relativa entre las superficies sometidas a fricción mutua. La función  $g(v)$  depende de varios factores como son las propiedades del material, lubricación y temperatura, bajo condiciones típicas de fricción amortiguada la función  $g(v)$  decrece monóticamente desde una condición inicial  $g(0)$ . En este trabajo se ha considerado que  $g(v) = 1$ . El segundo término de la ecuación es el que rige aproxima las deflexiones de las irregularidades cuando la velocidad relativa permanece constante. La fricción generada por las irregularidades puede describirse con la ecuación 2.11.

$$F = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} \quad (2.11)$$

Donde  $\sigma_0$  representa el coeficiente de rigidez y  $\sigma_1$  el coeficiente de amortiguamiento. El modelo puede ser adicionado con un término que represente la fricción viscosa de manera que se obtiene la ecuación 2.12.

$$F = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 v \quad (2.12)$$

Sin embargo el modelo anterior presenta dificultades tanto en la obtención de su inverso como en la de su implementación en aplicaciones en línea. Es por esto que el modelo de LuGre fue modificado posteriormente en [1] y [3] siendo el último el más apto para obtener un modelo inverso, y por ello el que será utilizado en este trabajo. A continuación se presenta el mencionado modelo, correspondiente a las ecuaciones 2.13 y 2.14.

$$f = \sigma_a z + \sigma_0 z v + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 \dot{x} + \sigma_b \dot{x} v \quad (2.13)$$

$$\dot{z} = \dot{x} - \sigma_0 a_0 |\dot{x}| z \quad (2.14)$$

donde

$v[V]$ : es el voltaje de control del AMR

$\sigma_0 \left[ \frac{N}{m \cdot V} \right]$  : representa la rigidez de  $z(t)$  influenciada por  $v(t)$ .

$\sigma_1 \left[ \frac{N \cdot s}{m} \right]$  : representa el coeficiente de amortiguamiento de  $z(t)$

$\sigma_2 \left[ \frac{N}{m} \right]$  :representa el coeficiente de amortiguamiento viscoso

$\sigma_a \left[ \frac{N}{m} \right]$  :representa el coeficiente de rigidez de  $z(t)$

$\sigma_b \left[ \frac{N \cdot s}{m \cdot V} \right]$  :representa el coeficiente de amortiguamiento viscoso influenciado por  $v(t), z(t)$

$a_0 \left[ \frac{V}{N} \right]$  :Es un parámetro constante

Cabe mencionar que el coeficiente de amortiguamiento  $\sigma_1$  puede ser supuesto dentro del modelo sin perder generalidad [3].

Un modelo alternativo para poder realizar pruebas es el propuesto a partir del modelo de LuGre por Jiménez y Alvarez-Icaza [5]. Dicho modelo puede parametrizado de igual manera que el de Canudas y será utilizado como herramienta alternativa ante la posible indeterminación del modelo modificado de Sakai.

### 2.3. Modelo inverso del AMR

Para poder realizar una correcta implementación de las leyes de control basadas en ecuaciones que proporcionan fuerza, es necesario poder contar con un modelo inverso que determine esta en función del voltaje de alimentación para el AMR. Como se ha mencionado en [3] el modelo planteado posee una mayor facilidad para invertirse de manera que solamente es necesario realizar un ajuste del modelo para evitar indeterminaciones. Recordando la ecuación 2.13 si se plantea un cambio de variable el modelo adopta la siguiente forma.

$$v(t) = \frac{f - [\sigma_a z - \sigma_0 \sigma_1 a_0 |\dot{x}| z + (\sigma_1 + \sigma_2) \dot{x}]}{\delta_\beta} \quad (2.15)$$

$$\beta = \sigma_0 v + \sigma_b \dot{x} \quad (2.16)$$

Para poder evitar indeterminaciones en el denominador del modelo, es necesario añadir una función que acote dicho término en valores muy cercanos a cero.

$$\delta_\beta = \begin{cases} \beta & \beta > |\delta| \\ \delta & \beta < |\delta| \end{cases}$$

De manera que el denominador del modelo sea acotado por el valor de la constante "  $\delta > 0$ ".

### 2.3.1. Modelo alternativo para el AMR

Un modelo adicional para la implementación y simulación de los controladores se presenta en [5]. El modelo presenta la siguiente estructura.

$$\begin{aligned} f &= \sigma_0 z v + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 \dot{x} \\ \dot{z} &= \dot{x} - \sigma_0 a_0 |\dot{x}| z (1 + a_1 v) \end{aligned}$$

El modelo también puede ser parametrizado de forma lineal, como se muestra a continuación.

$$\begin{aligned} f &= U\Theta \\ U &= [z v \quad -|\dot{x}|z \quad -|\dot{x}|z v \quad \dot{x}] \\ \Theta &= [\theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3 \quad \theta_4]^T \end{aligned}$$

Los parámetros del modelo original pueden ser calculados al tomar la consideración de que  $\sigma_2$  es conocido y haciendo uso de las siguientes expresiones.

$$\sigma_1 = \theta_4 - \sigma_2; \quad \sigma_0 a_0 = \frac{\theta_2}{\sigma_1}; \quad \sigma_0 a_0 a_1 = \frac{\theta_3}{\sigma_1}$$

## 2.4. Parametrización de los Modelos

Se puede observar que los modelos anteriormente propuestos son lineales con respecto a sus parámetros los cuales tienen un valor constante. Esto hace posible que ambos modelos puedan ser expresados como un producto de vectores.

### 2.4.1. Parametrización del modelo estructural

Los parámetros constantes del modelo estructural son en esencia productos conformados por las constantes de rigidez, amortiguamiento y masa del edificio con los estados del modelo. Si se considera el modelo de estados de las ecuaciones 2.8 y 2.9 se pueden expresar las submatrices del modelo de estados como se muestra en las ecuaciones 2.17 y 2.18.

$$-M^{-1}KX = U_k\theta_k \quad (2.17)$$

$$-M^{-1}C\dot{X} = U_c\theta_c \quad (2.18)$$

donde

$U_k$  : Vector regresor asociado a los parámetros de rigidez.

$\theta_k$  : Vector de parámetros de rigidez

$U_c$  : Vector regresor asociado a los parámetros de amortiguamiento.

$\theta_c$  : Vector de parámetros de amortiguamiento

Los vectores regresores tienen la estructura presentada a continuación.

$$U_k = - \begin{bmatrix} x_1 & (x_1 - x_2) & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & (x_2 - x_1) & (x_2 - x_3) & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (x_3 - x_2) & (x_3 - x_4) & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & (x_n - x_{n-1}) \end{bmatrix}$$

$$U_c = - \begin{bmatrix} \dot{x}_1 & (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) & (\dot{x}_2 - \dot{x}_3) & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (\dot{x}_3 - \dot{x}_2) & (\dot{x}_3 - \dot{x}_4) & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & (\dot{x}_n - \dot{x}_{n-1}) \end{bmatrix}$$

Mientras que los vectores de parámetros adoptan la estructura siguiente.

$$\theta_k = \left[ \frac{k_1}{m_1} \quad \frac{k_2}{m_1} \quad \frac{k_2}{m_2} \quad \frac{k_3}{m_2} \quad \frac{k_3}{m_3} \quad \frac{k_4}{m_3} \quad \cdots \quad \frac{k_n}{m_n} \right]^T$$

$$\theta_c = \left[ \frac{c_1}{m_1} \quad \frac{c_2}{m_1} \quad \frac{c_2}{m_2} \quad \frac{c_3}{m_2} \quad \frac{c_3}{m_3} \quad \frac{c_4}{m_3} \quad \cdots \quad \frac{c_n}{m_n} \right]^T$$

La dinámica de la variable de control  $f$  es también lineal en sus parámetros de manera que se puede expresar como un producto vectorial como se muestra a en las ecuación 2.19.

$$Ef = U_f \theta_m \quad (2.19)$$

donde  $U_f = [-f \ 0 \ 0 \ \dots \ 0]^T$  y  $\theta_m = \frac{1}{m_1}$  dado que la acción de control solo actúa directamente sobre el primer entepiso. Con las consideraciones presentadas es posible expresar la salida del sistema, la cual corresponde al vector de aceleraciones absolutas de los entepisos, con los siguientes vectores.

$$U = [U_k \ U_c \ U_f] \quad (2.20)$$

$$\theta = [\theta_k^T \ \theta_c^T \ \theta_m^T]^T \quad (2.21)$$

Siendo el objetivo de las anteriores parametrizaciones, el poder expresar las aceleraciones globales de los entepisos de la siguiente como en la ecuación.

$$\psi = U\theta \quad (2.22)$$

### 2.4.2. Parametrización del modelo del amortiguador magneto-reológico

Considerando como punto de partida el modelo del amortiguador descrito en las ecuaciones 2.13 y 2.14, al realizar una sustitución directa de dichas ecuaciones se puede llegar al modelo de la ecuación 2.23.

$$f = \sigma_a z + \sigma_0 z v - \sigma_0 \sigma_1 a_0 |\dot{x}| z + (\sigma_1 + \sigma_2) \dot{x} + \sigma_b \dot{x} v \quad (2.23)$$

Dado que el modelo anterior posee parámetros constantes puede ser expresado de la siguiente manera.

$$f = U_s \theta_s \quad (2.24)$$

donde los vectores están definidos de la siguiente manera.

$$U_s = [z \quad zv \quad -|\dot{x}|z \quad \dot{x} \quad \dot{x}v]$$

$$\theta_s = [\sigma_a \quad \sigma_0 \quad \sigma_0\sigma_1a_0 \quad \sigma_1 + \sigma_2 \quad \sigma_b]^T$$

Se asume que  $\sigma_1$  es conocido sin pérdida de generalidad [3], y con ello asegurar que el modelo no sufra de sobreparametrización.

## 2.5. Modelado conjunto con propósito de observación y estimación simultánea

Para la obtención del modelo conjunto se debe trabajar con los modelos obtenidos en el apartado anterior, sustituyendo la dinámica del AMR en el modelo de estados estructural. Al depender la dinámica del amortiguador del estado interno  $z$  es necesario conocer su valor. Sin embargo dicho estado depende de la fricción interna del fluido magnetoreológico, variable que no puede ser medida directamente, es por ello que se añadirá  $z$  al vector de estados para poder realizar su estimación posterior. El sistema en variables de estado es definido con las ecuaciones 2.25 y 2.26, las cuales conforman un sistema de orden  $2n+1$ . El vector de estados se define como los vectores de posición velocidad y fricción interna del amortiguador  $[\zeta_1 \quad \zeta_2 \quad \zeta_3] = [X \quad \dot{X} \quad z]$

$$\dot{\zeta} = \Delta\zeta + \mathcal{B}|\dot{x}_1|z + \Pi\ddot{x}_g \quad (2.25)$$

$$\psi = \Lambda\zeta + b|\dot{x}_1|z \quad (2.26)$$

Las matrices son definidas de la siguiente manera:

$$\Delta = \begin{bmatrix} 0_{[n \times n]} & I_{[n \times n]} & 0_{[n \times 1]} \\ -M^{-1}K_{[n \times n]} & -M^{-1}(C + B\sigma_{12}B^T + B\sigma_b v B^T)_{[n \times n]} & -M^{-1}B(\sigma_a + \sigma_0 v)_{[n \times 1]} \\ 0_{[1 \times n]} & B_{[1 \times n]}^T & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{B} = \begin{bmatrix} 0_{[n \times 1]} \\ \frac{\sigma_1 \sigma_2 a_0}{m_1} \\ 0_{[(n-1) \times 1]} \\ -\sigma_0 a_0 \end{bmatrix} \quad \Pi = \begin{bmatrix} 0_{[n \times 1]} \\ -L_{[n \times 1]} \\ 0 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} \frac{\sigma_1 \sigma_2 a_0}{m_1} \\ 0_{[(n-1) \times 1]} \end{bmatrix}$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} -M^{-1}K_{[n \times n]} & -M^{-1}(C + B\sigma_{12}B^T + B\sigma_b v B^T)_{[n \times n]} & -M^{-1}B(\sigma_a + \sigma_0 v)_{[n \times 1]} \end{bmatrix}$$

La salida del sistema puede ser representada con la expresión  $\psi = \dot{\zeta}_2 + L\ddot{x}_g$  y corresponde al vector de aceleraciones absolutas de los entrepisos, dicha expresión puede ser obtenida a través de la observación del modelo de estados. Es importante aclarar que el parámetro  $\sigma_{12} = \sigma_1 + \sigma_2$ .

## 2.6. Parametrización del modelo conjunto

En este apartado se realiza la definición de los parámetros del modelo conjunto, análogo al trabajo realizado en los apartados anteriores se realizará la parametrización lineal de la función de salida similar a la mostrada en la ecuación 2.22. Sin embargo ahora se incluirá la dinámica del amortiguador mostrada en la ecuación 2.13 y 2.14. Los términos serán separados en una matriz regresora y un vector de parámetros constantes como se muestra a continuación.

$$U_k = - \begin{bmatrix} x_1 & (x_1 - x_2) & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & (x_2 - x_1) & (x_2 - x_3) & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (x_3 - x_2) & (x_3 - x_4) & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & (x_n - x_{n-1}) \end{bmatrix}$$

$$\theta_k = \left[ \frac{k_1}{m_1} \quad \frac{k_2}{m_1} \quad \frac{k_2}{m_2} \quad \frac{k_3}{m_2} \quad \frac{k_3}{m_3} \quad \frac{k_4}{m_3} \quad \dots \quad \frac{k_n}{m_n} \right]^T$$

$$U_c = - \begin{bmatrix} \dot{x}_1 & (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & v\dot{x}_1 \\ 0 & 0 & (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) & (\dot{x}_2 - \dot{x}_3) & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (\dot{x}_3 - \dot{x}_2) & (\dot{x}_3 - \dot{x}_4) & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & (\dot{x}_n - \dot{x}_{n-1}) & 0 \end{bmatrix}$$

$$\theta_c = \left[ \frac{c_1}{m_1} \quad \frac{c_2}{m_1} \quad \frac{c_2}{m_2} \quad \frac{c_3}{m_2} \quad \frac{c_3}{m_3} \quad \frac{c_4}{m_3} \quad \dots \quad \frac{c_n}{m_n} \quad \frac{\sigma_b}{m_1} \right]^T$$

$$U_z = \begin{bmatrix} -z & -zv \\ 0_{[(n-1) \times 1]} & 0_{[(n-1) \times 1]} \end{bmatrix} \quad \theta_z = \begin{bmatrix} \frac{\sigma_a}{m_1} \\ \frac{\sigma_0}{m_1} \end{bmatrix} \quad U_f = \begin{bmatrix} |\dot{x}_1| z \\ 0_{[(n-1) \times 1]} \end{bmatrix} \quad \theta_f = \left[ \frac{\sigma_0 \sigma_1 a_0}{m_1} \right]$$

La anterior parametrización permite expresar la salida con la expresión

$$\psi = \begin{bmatrix} U_k & U_c & U_z & U_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_k \\ \theta_c \\ \theta_z \\ \theta_f \end{bmatrix} = U\Theta \quad (2.27)$$

## 2.7. Filtros integrales

La implementación de un algoritmo que además de realizar la estimación de los parámetros, pueda estimar los estados no medibles del sistema, llevan a la necesidad de realizar un filtrado a las señales sensadas. Dentro de la instrumentación del edificio se realizarán mediciones de las aceleraciones de cada nivel. Esto es debido a que en una estructura real no es posible medir adecuadamente desplazamientos o velocidades. Las mediciones de aceleración conllevan errores constantes en las mediciones de tipo offset, sin embargo los filtros integrales permiten eliminar de las mediciones, dichos errores. Utilizando la parametrización de la salida del modelo estructural expuesta en apartados anteriores es posible expresar el vector de aceleraciones absolutas de la siguiente manera.

$$\psi = \ddot{x} + l\ddot{x}_g = \dot{U}\theta_c + U\theta_k = \begin{bmatrix} \dot{U} & U \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_c \\ \theta_k \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

La expresión 2.28 muestra que el vector regresor depende exclusivamente de los elementos de  $U$  y de su primera derivada. Tomando como consideración inicial que la estructura se encuentra en reposo, se puede obtener la transformada hacia el dominio de Laplace de la expresión anteriormente mencionada, tal como se hace en [8].

$$\mathcal{L}\{\ddot{x} + l\ddot{x}_g\} = \mathcal{L}\{\dot{U}\theta_c + U\theta_k\} \quad (2.29)$$

Al realizar la asignación de variable  $y(t) = \ddot{x} + l\ddot{x}_g$  la transformada de Laplace de la ecuación 2.29 puede expresarse como a continuación.

$$Y(s) = sU(s)\theta_c + U(s)\theta_k \quad (2.30)$$

Al derivar tres veces la expresión 2.30 y realizando una agrupación de términos adecuada se obtienen las expresiones 2.31 y 2.32.

$$s^3Y(s) = s^4U(s)\theta_c + s^3U(s)\theta_k \quad (2.31)$$

$$s^3Y(s) = s^2\ddot{U}(s)\theta_c + s\ddot{U}(s)\theta_k \quad (2.32)$$

Otra suposición que se utiliza en este método consiste en la presencia de ruido de tipo offset en las mediciones, de manera que las lecturas de los sensores realmente están captando las aceleraciones absolutas de los entresijos más un error constante desconocido. La variable medible se define como  $\ddot{x}_m = \ddot{x} - d$  y al vector regresor obtenido a partir de dicha variable como  $\ddot{U}_m = \ddot{U} + D$ .

donde

$d$ : offset en la medición de aceleración

$D$ : matriz de offset

La consideración anterior permite replantear la ecuación 2.30 para poder incluir en ella los efectos del ruido y los errores de medición a través de la transformada de Laplace de las variables medibles.

$$\mathcal{L}\{\ddot{x}\} = \mathcal{L}\{\ddot{x}_m\} - \frac{d}{s} \quad \mathcal{L}\{\ddot{U}\} = \mathcal{L}\{\ddot{U}_m\} - \frac{D}{s} \quad \mathcal{L}\{\ddot{x}_g\} = \mathcal{L}\{\ddot{x}_{gm}\} - \frac{d_g}{s}$$

Al sustituir las consideraciones anteriores dentro de la expresión 2.30 se obtiene una ecuación que depende en adición, de los errores de medición y de las variables medibles.

$$s^3 Y(s) = s^2 \ddot{U}_m(s) \theta_c + s \ddot{U}_m(s) \theta_k - D(s \theta_c) + s^2(d + l d_g) \quad (2.33)$$

Para simplificar la notación se define  $R(s) = -D(s \theta_c) + s^2(d + l d_g)$  de forma que se obtiene la ecuación 2.34.

$$s^3 Y(s) = s^2 \ddot{U}_m(s) \theta_c + s \ddot{U}_m(s) \theta_k + R(s) \quad (2.34)$$

Al utilizar la transformada inversa de Laplace con la expresión 2.34 se obtiene una función dependiente del vector de parámetros y de las derivadas de la matriz de desplazamientos relativos  $U$ .

$$y_m^{III}(t) = U_m^{IV}(t) \theta_c + U_m^{III} \theta_k + r(t) \quad (2.35)$$

Ahora se procederá a integrar la expresión 2.35 cinco veces con motivos de recuperar una señal que dependa de las variables medida "y<sub>m</sub>" y "U<sub>m</sub>" y no sus derivadas, además de realizar un filtrado de ruido. Para ello será utilizado el filtro integral lineal propuesto en [9]. Dicho operador consiste en una integración realizada a través de ventanas fijas de tiempo diferenciales asociadas al tiempo de muestreo. El operador mencionado se presenta a continuación.

$$I_n(\rho(t)) = \int_{t-\delta}^t \int_{\tau_1-\delta}^{\tau_1} \dots \int_{\tau_{n-1}-\delta}^{\tau_{n-1}} \rho(\tau_n) d\tau_n \dots d\tau_1 \quad (2.36)$$

Al aplicar el operador de la expresión 2.36 a la ecuación 2.35 se obtiene lo siguiente.

$$I_5[y(t)_m'''] = \int_{t-\delta}^t \int_{\tau_1-\delta}^{\tau_1} \int_{\tau_2-\delta}^{\tau_2} \int_{\tau_3-\delta}^{\tau_3} \int_{\tau_4-\delta}^{\tau_4} (U_m^{IV}(t)\theta_c + U_m'''(t)\theta_k) d\tau_5 d\tau_4 d\tau_3 d\tau_2 d\tau_1 \quad (2.37)$$

Al desarrollar la expresión y realizar las operaciones, es necesario operar ambos lados de la desigualdad, esto debido a que permiten obtener tres expresiones necesarias para la implementación. Primero se procederá a desarrollar el primer miembro de la igualdad integrándolo tres veces, con propósito de recuperar el vector de aceleraciones absolutas, posteriormente se realizarán las dos integraciones adicionales con propósitos de filtrado.

$$\begin{aligned} \int_{\tau_4-\delta}^{\tau_4} y(t)''' d\tau_4 &= y(t)'' - y(t-\delta)'' \\ \int_{\tau_3-\delta}^{\tau_3} [y(t)'' - y(t-\delta)'] d\tau_3 &= y(t)' - 2y(t-2\delta)' + y(t-3\delta)' \\ \int_{\tau_2}^{\tau_2} [y(t)' - 2y(t-2\delta) + y(t-3\delta)] d\tau_2 &= y(t) - 3y(t-\delta) + 3y(t-2\delta) - y(t-3\delta) \end{aligned}$$

Con el desarrollo anteriormente obtenido se define una ecuación en función del vector de aceleraciones absolutas medidas  $y(t)_m$ , al considerar las integraciones del filtrado se define de la siguiente manera.

$$\chi(t) = I_2[y(t) - 3y(t-\delta) + 3y(t-2\delta) - y(t-3\delta)] \quad (2.38)$$

después de esto se realizará el mismo procedimiento con el segundo miembro de la ecuación 2.37 donde se realizarán dos integraciones al término relacionado con el amortiguamiento y solo una integración al término relacionado con las rigideces, esto con motivo de recuperar regresores que tengan dependencia únicamente hacia las aceleraciones relativas medidas.

Es importante mencionar que como los vectores de parámetros  $\theta_c$  y  $\theta_k$  son constantes es posible obviarlos de la integración y agregarlos como términos en un producto posteriormente.

$$\int_{\tau_4-\delta}^{\tau_4} U_m(t)^{IV} d\tau_4 = U_m(t)''' - U_m(t-\delta)'''$$

$$\int_{\tau_3-\delta}^{\tau_3} [U_m(t)''' - U_m(t-\delta)'''] d\tau_3 = U_m(t)'' - 2U_m(t-2\delta)'' + U_m(t-3\delta)''$$

Con el último desarrollo se puede definir la primera matriz regresora de la siguiente forma.

$$\Phi_c = I_3[U_m(t)'' - 2U_m(t-2\delta)'' + U_m(t-3\delta)''] \quad (2.39)$$

Para obtener la segunda matriz regresora se realizará solo una integración en el segundo término, dejando las integrales restantes si operar aún.

$$\int_{\tau_4-\delta}^{\tau_4} U_m(t)''' d\tau_4 = U_m(t)'' - U_m(t-\delta)'' \quad (2.40)$$

Al aplicar las cuatro integrales restantes del operador, se define la matriz de la siguiente forma.

$$\Phi_k = I_4[U_m(t)'' - U_m(t-\delta)''] \quad (2.41)$$

Juntando nuevamente los dos miembros de la ecuación ?? habiendo aplicado el operador se puede obtener lo siguiente.

$$\chi(t) = \Phi_c \theta_c + \Phi_k \theta_k = [\Phi_c \quad \Phi_k] \begin{bmatrix} \theta_c \\ \theta_k \end{bmatrix} = \Phi \Theta \quad (2.42)$$

El último término al cual falta aplicar el operador es al dependiente de las señales de offset en las mediciones, es decir el término " $r(t)$ ". Sin embargo ha sido demostrado en [8] que dicho término converge a valores nulos en un tiempo equivalente a " $5\delta$ ", es decir cinco veces el periodo de la frecuencia de corte de los filtros.

## 2.8. Modos de vibración

Los modos de vibración del edificio, son las soluciones a la ecuación diferencial que lo describe en un estado de vibración libre no amortiguada, es decir, debida a la acción de condiciones iniciales.

$$M\ddot{X} + KX = 0$$

Para la obtención de los modos de vibración se hace uso de la ecuación característica del modelo anterior cuyos eigenvalores corresponden al cuadrado de las frecuencias de los modos y los eigenvectores a los modos de vibración.

$$\begin{aligned}(K - \lambda M)\phi &= 0 \\ \lambda &= \omega^2 \\ \omega &= 2\pi f\end{aligned}$$

donde

$\omega$ : Frecuencia circular de los modos de vibración.

$f$ : Frecuencia lineal de los modos

$\lambda$ : Valores propios del modelo no amortiguado

Se normalizan los vectores propios  $\phi$  con términos relacionados al inverso del cuadrado de la masa.

$$\phi_N = \sqrt{M^{-1}} * \phi$$

# Capítulo 3

## Diseño del controlador

### 3.1. Consideraciones para el diseño

Primero al tomar la consideración de que la dinámica del *AMR* y de sus estados internos es significativamente más rápida que la del edificio es posible realizar el diseño de una ley de control para obtener directamente la fuerza de control  $f$ , la cual está presente en la ecuación 2.4.

Como objetivo de control se buscará la reducción de los desplazamientos relativos de los entresijos, es decir los desplazamientos del  $i$ -ésimo piso respecto al  $(i-1)$ -ésimo piso. Esto es debido a que lo que se busca es una menor deformación de los elementos estructurales. El modelo utilizado para obtener la ley de control corresponde a una dinámica propuesta de los desplazamientos, para ellos se propone el siguiente vector.

$$V = \begin{bmatrix} x_1 - x_0 \\ x_2 - x_1 \\ \vdots \\ x_n - x_{n-1} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

donde el objetivo es que los elementos del vector  $V$  tiendan a cero. Sin embargo, debido a que la acción de control solamente puede tener influencia directa en la primera planta, la relación de la fuerza de control y los elementos que no involucren a la misma planta se vuelve difícil de lograr. Es por ello que realizando la suma de los elementos del vector puede llegarse a un modelo escalar.

$$Y = \sum_{i=0}^n \beta_n V_n \quad (3.2)$$

donde  $\beta_n$  son ganancias constantes. Con la expresión anterior se puede observar que para minimizar los elementos de todo el vector, el camino correcto es minimizar los desplazamientos relativos entre la última planta del edificio y la base del mismo. Quedando de forma final la expresión 3.3.

$$Y = x_n - x_0 = \delta_{n0} \quad (3.3)$$

donde

$\delta_{n0}$ : Desplazamientos relativos de la  $i$ -ésima planta respecto a la base.

## 3.2. Desarrollo de la dinámica de control

Lo primero es establecer una nueva forma para el modelo a controlar, con propósito de que la fuerza de control  $f$  aparezca en el modelo se separan los desplazamientos relativos de la ecuación 3.3 de manera que sea expresado en dos términos.

$$Y = \delta_{i1} + \delta_{10} \quad (3.4)$$

Sin embargo, bajo la suposición de que la acción de control del AMR reduce los desplazamientos entre la primera planta y la base, el modelo que se utilizará relaciona los desplazamientos relativos entre la  $n$ -ésima y la primera planta. Esto con motivo de evitar la cancelación del término que involucra la acción de control dentro del modelo.

$$Y = \delta_{i1} = x_i - x_1 \quad (3.5)$$

Utilizando las ecuaciones de estado propuestas en el modelo 2.4 se puede reescribir la ecuación 3.5 de forma que involucre a la acción de control.

$$\ddot{x}_1 = \Omega - \frac{f}{m_1} - \ddot{x}_g \quad (3.6)$$

$$\Omega = -\frac{k_1}{m_1}(x_1 - x_0) - \frac{c_1}{m_1}(\dot{x}_1 - \dot{x}_0) - \frac{k_1}{m_1}(x_2 - x_1) - \frac{c_1}{m_1}(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) \quad (3.7)$$

Al reescribir la ecuación 3.5 utilizando las expresiones 3.6 y 3.7 se obtiene un modelo que relaciona la acción de control, con los estados de la base y la  $i$ -ésima planta, para fines de este controlador se utilizará la  $n$ -ésima planta.

$$\ddot{Y} = \ddot{x}_i - \Omega + \frac{f}{m_1} + \ddot{x}_g \quad (3.8)$$

Se define el error de seguimiento entre los desplazamientos deseados y los reales utilizando la variable  $e$ .

$$e = Y - Y_d \quad (3.9)$$

Utilizando el error de seguimiento se propone una variedad deslizante  $s$  definida en la ecuación 3.10.

$$s = \dot{e} + \lambda e \quad (3.10)$$

Se puede observar que si  $\mathbf{s} \rightarrow \mathbf{0}$  entonces el error de estimación tenderá de forma exponencial a cero siempre que la constante  $\lambda$  sea positiva. Es por este motivo que la fuerza de control será diseñada con este objetivo en mente. Lo primero será ligar la dinámica del modelo con la de la variedad deslizante, esto se logra derivando la ecuación 3.9 y sustituyéndola en la expresión 3.10.

$$s = \dot{Y} - (\dot{Y}_d - \lambda e) \quad (3.11)$$

Se deriva para obtener una ecuación que represente la dinámica de la variedad deslizante.

$$\dot{s} = \ddot{Y} - (\ddot{Y}_d - \lambda \dot{e}) \quad (3.12)$$

Ahora se utilizará la ecuación 3.12 de forma conjunta con la expresión 3.8 obtenida anteriormente de manera que se pueda relacionar la dinámica de la variedad deslizante con la acción de control.

$$\dot{s} + (\ddot{Y} - \lambda \ddot{e}) = \ddot{x}_n - \Omega + \frac{f}{m_1} + \ddot{x}_g$$

Es así como se obtiene la ecuación que liga la dinámica de la variable  $s$  con la fuerza de control  $f$ .

$$\dot{s} = \ddot{x}_n - \Omega + \frac{f}{m_1} + \ddot{x}_g - (\ddot{Y} - \lambda \ddot{e}) \quad (3.13)$$

Se propone una función candidato de Lyapunov que dependa de la variable  $s$  con motivo de obtener la ley de control.

$$V = \frac{1}{2}s^2$$

$$V = s\dot{s}$$

Al sustituir la ecuación 3.13 en la derivada de la función candidato se obtiene lo siguiente.

$$\dot{V} = s \left( \ddot{x}_n - \Omega + \frac{f}{m_1} + \ddot{x}_g - (\ddot{Y} - \lambda \ddot{e}) \right)$$

Si el término dentro del paréntesis de la expresión anterior resulta igual que  $-ks$  es decir

$$\left( \ddot{x}_n - \Omega + \frac{f}{m_1} + \ddot{x}_g - (\ddot{Y} - \lambda \ddot{e}) \right) = -ks \quad (3.14)$$

Siendo  $k$  una constante positiva definida se puede lograr la condición que demuestra estabilidad en el sistema.

$$\dot{V} = -ks^2 \leq 0$$

La ley de control es despejada de la expresión 3.14 de manera que se obtiene una expresión dependiente de la  $i$ -ésima planta del edificio, retroalimentación de estados y el error de seguimiento. Al agregar una ganancia  $\alpha$  se puede mejorar la sintonización del controlador.

$$f = \left[ -ks - \ddot{x}_n + \Omega - \ddot{x}_g + (\ddot{Y}_d - \lambda \dot{e}) \right] \alpha \quad (3.15)$$

### 3.3. Variantes del algoritmo de control

Bajo la suposición de que el sistema a minimizar corresponde a una combinación lineal de los desplazamientos relativos de cada planta con el piso anterior. Es posible producir variaciones del algoritmo 3.15 al no utilizar necesariamente el último piso como  $i$ -ésimo estado, dando lugar así a múltiples leyes de control.

#### 3.3.1. Ley de control para minimizar los desplazamientos relativos del primer piso respecto a la base

Con el propósito de minimizar los desplazamientos, se debe proponer una nueva expresión para la aplicación del control, esto es debido a la cancelación de términos producida en la ecuación 3.5 si se utilizase como  $i$ -ésima planta el primer nivel. El control es propuesto bajo la suposición de que al minimizar los desplazamientos del primer entrepiso, los restantes sufrirán los mismo efectos. Para ello se propone la ecuación

$$Y = \delta_{10} = x_1 - x_0 \quad (3.16)$$

Siguiendo un procedimiento similar al de la sección anterior, se hace uso de la ecuación 3.16 de forma que se obtiene la expresión que relaciona la dinámica del sistema con la fuerza de control.

$$\ddot{Y} = \Omega - 2\ddot{x}_g - \frac{f}{m_1} \quad (3.17)$$

Una vez más se utiliza la dinámica deslizante propuesta en el apartado anterior en conjunto al error de seguimiento, las cuales corresponden a las expresiones 3.9 y 3.10. Al sustituir la expresión 3.17 en conjunto con la expresión 3.12 se obtiene la expresión de la dinámica de la variedad deslizante.

$$\dot{s} = \Omega - 2\ddot{x}_g - (\ddot{Y}_d - \lambda\dot{e}) - \frac{f}{m_1} \quad (3.18)$$

Se procede de forma similar que en el apartado utilizando una ecuación candidato de Lyapunov idéntica a la del apartado anterior. De esta forma se alcanza la misma condición de estabilidad propuesta anteriormente y se puede plantear la siguiente ley de control.

$$f = \left[ ks + \Omega - 2\ddot{x}_g - (\ddot{Y}_d - \lambda\dot{e}) \right] \alpha \quad (3.19)$$

### 3.3.2. Ley de control que utiliza la dinámica de los $n$ niveles de la estructura

Inspirándose en las leyes de control anteriores surge la pregunta de si es posible utilizar de forma completa la dinámica del edificio. De forma que se propone una ley de control utilizando los métodos de apartados anteriores. Reescribiendo la ecuación 3.2 se puede llegar a una ecuación que se exprese en función de los desplazamientos relativos de los  $n$  niveles.

$$Y = \sum_{i=2}^n [\alpha_i (\ddot{x}_i - \ddot{x}_{i-1})] + \alpha_1 (\ddot{x}_1 - \ddot{x}_0) \quad (3.20)$$

Al sustituir la ecuación de estado 3.6 y renombrar una variable puede reescribirse la derivada de la ecuación 3.20 de la siguiente forma.

$$\ddot{Y} = \Xi + \alpha_1 \left( \Omega - \frac{f}{m_1} - \ddot{x}_g \right) \quad (3.21)$$

$$\Xi = \sum_{i=2}^n [\alpha_i (\ddot{x}_i - \ddot{x}_{i-1})] \quad (3.22)$$

Con lo anterior se obtiene la ecuación que relaciona la fuerza de control  $f$  con la dinámica de los desplazamientos relativos. Una vez más al seguir el procedimiento análogo a las leyes de control anteriormente expuestas, es posible llegar a la ley de control 3.23.

$$f = \left[ \frac{1}{\alpha_1} (Ks + \Xi) + \Omega - 2\ddot{x}_g - (\ddot{Y}_d - \lambda\dot{e}) \right] \beta m_1 \quad (3.23)$$

### 3.4. Ley de control basada en Lyapunov

El desarrollo de esta ley de control se detalla en [10], de manera que en el presente trabajo solo se hará mención de la misma. El modelo utiliza el modelo del AMR propuesta en [5], sin embargo reorganiza los parámetros con propósito de facilitar el análisis necesario en el desarrollo del controlador. La ventaja de este controlador consiste en que su ley de control ya incluye la dinámica del amortiguador de manera que su implementación resulta más fácil, sin embargo esto también conlleva la desventaja de perder versatilidad al momento de querer implementarla con otro tipo de actuadores. El voltaje de control se aprecia a continuación.

$$v = \text{sat} (\alpha_1 \xi^T P B_2 \theta_y | \dot{x}_1 | z)$$

Donde la función de saturación es definida de la siguiente forma

$$\text{sat}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 0 \\ x & \text{si } 0 < x < v_{max} \\ v_{max} & \text{si } v_{max} \leq x \end{cases}$$

Donde  $P$  es una matriz de orden  $n$  que cumple con la ecuación  $PA + A^T P = -Q_1$ . El vector  $\xi$  representa los estados conjuntos de la estructura y del amortiguador.

$$\xi = [x \quad \dot{x} \quad z]^T$$

Las matrices  $B_2$  y  $\theta_y$  son las que poseen la dinámica de interacción del amortiguador con la estructura.

$$B_2 = \begin{bmatrix} 0_{[nx1]} & 0_{[nx1]} \\ -\frac{1}{|x_1|} & v_1 \\ 0_{[(n-1)x1]} & 0_{[(n-1)x1]} \\ 0 & -1 \end{bmatrix}; \theta_y = \begin{bmatrix} \frac{\sigma_0}{m_1} \\ \frac{\sigma_1}{m_1} \end{bmatrix}$$

Donde los parámetros que aparecen en  $\theta_y$  son los utilizados en el modelo del AMR de Jiménez utilizado en [5].

### 3.5. Ley de control basada en pasividad

El desarrollo del control basado en pasividad se encuentra documentado en [12], el controlador se desarrollo basándose en un modelo Hamiltoniano y haciendo uso de matrices de inyección de amortiguamiento y rigidez. A continuación se presenta la ecuación que proporciona la fuerza de control. Cabe mencionar que igual que con el controlador de dinámica deslizante es necesario hacer uso del modelo inverso del *AMR* para poder proporcionar un voltaje de control.

$$\beta(x) = \frac{\sigma_0 a_1 \left\| \frac{1}{m_1} p_1 \right\| - \sigma_2}{(\sigma_0 a_1 \left\| \frac{1}{m_1} p_1 \right\| - \sigma_2)^2 + \left( \frac{\sigma_0}{\sigma_1} a_1 \left\| \frac{1}{m_1} p_1 \right\| \right)^2} \left[ - \sum_{i=1}^n (k_{id} - k_i) q_i - \sum_{i=1}^n (c_{id} - c_i) \frac{1}{m_i} p_i - m_1 \ddot{x}_g \right]$$

$$q_i = x_i$$

$$p_i = m_i \dot{q}_i$$

donde

$m_i$ : masa del  $i$ -ésimo nivel

$q_i$ : Desplazamiento del  $i$ -ésimo nivel

$p_i$ : Momento generalizado del  $i$ -ésimo nivel

Cabe mencionar que  $k_i$  y  $c_i$  son los parámetros de rigidez y amortiguamiento de los  $n$  entresijos de la estructura. Mientras de los correspondientes  $k_{id}$  y  $c_{id}$  son parámetros de comportamiento deseado.

# Capítulo 4

## Diseño de los observadores y estimadores

### 4.1. Observador de la Estructura

Es necesaria la implementación de un observador de estados, debido a que en el sistema real, no se cuenta con mediciones del estado completo. El observador utilizado será el observador identidad, el cual utiliza una inyección de la salida para asegurar la convergencia de los estados estimados al valor de los reales. Utilizando la estructura de las ecuaciones 2.6 y 2.7.

$$\dot{\hat{\zeta}}_1 = \hat{\zeta}_2 \quad (4.1)$$

$$\dot{\hat{\zeta}}_2 = -M^{-1}K\hat{\zeta}_1 - M^{-1}C\hat{\zeta}_2 - M^{-1}Bf - L\ddot{x}_g + L_o(\psi - \hat{\psi}) \quad (4.2)$$

$$\psi = -M^{-1}K\zeta_1 - M^{-1}C\zeta_2 - M^{-1}Bf = \ddot{X} + L\ddot{x}_g \quad (4.3)$$

$$\hat{\psi} = -M^{-1}K\hat{\zeta}_1 - M^{-1}C\hat{\zeta}_2 - M^{-1}Bf \quad (4.4)$$

Sin embargo se debe tomar en cuenta el efecto de definir a la variable real, como una suma de la variable medible y de constantes de offset. Las constantes de offset que componen el error de medición  $\hat{\delta}$  son obtenidas de una etapa de calibración previa del sistema, de manera que las ecuaciones se reescriben de la siguiente forma.

$$\dot{\hat{\zeta}}_1 = \hat{\zeta}_2 \quad (4.5)$$

$$\dot{\hat{\zeta}}_2 = -M^{-1}K\hat{\zeta}_1 - M^{-1}C\hat{\zeta}_2 - M^{-1}Bf - L(X_{gm} - \hat{\delta}_g) + L_o(\psi - \hat{\psi}) \quad (4.6)$$

$$\psi = -M^{-1}K\hat{\zeta}_1 - M^{-1}C\hat{\zeta}_2 - M^{-1}Bf + \delta \quad (4.7)$$

$$\hat{\psi} = -M^{-1}K\hat{\zeta}_1 - M^{-1}C\hat{\zeta}_2 - M^{-1}Bf + \hat{\delta} \quad (4.8)$$

donde  $\delta$  es el vector de las constantes de offset de los sensores implementados en la estructura. Para poder asegurar la convergencia del error de observación es necesario que la matriz de ganancias del observador cumpla la restricción  $L_o = -\gamma I_n$  considerando que  $\gamma$  es una constante positiva [8].

## 4.2. Observador del amortiguador

Para poder implementar el algoritmo de control es necesario conocer el estado interno del AMR sin embargo no existe un sensor que pueda proporcionarlo, razón por la cual se hace necesario el uso de un observador. Una vez más se recurre al observador identidad para el estado  $z$ .

$$\hat{f} = [\sigma_a \quad \sigma_0 \quad \sigma_0\sigma_1a_0 \quad (\sigma_1 + \sigma_2) \quad \sigma_b] \begin{bmatrix} \hat{z} \\ \hat{z}v \\ -|\dot{x}|\hat{z} \\ \dot{x} \\ \dot{x}v \end{bmatrix} = \theta_a^T \hat{\xi} \quad (4.9)$$

$$\dot{\hat{z}} = \dot{x} - \sigma_0a_0|x|\hat{z} - L_a(f - \hat{f}) \quad (4.10)$$

$$0 < L < \frac{1}{\sigma_{1max}}$$

Donde la ganancia del observador  $L_a$  se decide bajo la suposición de que se conoce el valor máximo del parámetro  $\sigma_1$  como es expuesto en [3].

### 4.3. Estimadores de parámetros

Cuando una estructura sufre los efectos de un sismo, es posible que los parámetros que la caracterizan, varíen a consecuencia de fatiga o de fallas en los elementos estructurales, además de las cargas vivas dentro de la estructura. Es por ello que para que el controlador de la misma pueda tener una respuesta más apropiada que se plantea la estimación de parámetros del sistema en tiempo real.

#### 4.3.1. Estimador de parámetros de la Estructura

El algoritmo de estimación se basa en la teoría de mínimos cuadrados. El vector de parámetros que se menciona a continuación y las variables nombradas en el error de estimación son las mismas que aparecen en la ecuación 2.42.

$$\dot{\hat{\Theta}} = P(t)\Phi^T\epsilon(t) \quad (4.11)$$

$$\dot{P} = \begin{cases} \beta P(t) - P(t)\Phi^T\Phi P(t) & \text{si } \|P(t)\| \leq R_0 \\ 0 & \text{si } \|P(t)\| > R_0 \end{cases} \quad (4.12)$$

$$\epsilon = \chi(t) - \Phi(t)\hat{\Theta}(t) \quad (4.13)$$

La matriz de covarianza debe ser planteada de manera que  $P(t) = P^T(t)$ . Es necesario mencionar que  $R_0$  es una constante que sirve como cota superior para la matriz de covarianza. Con lo anterior es apropiado mencionar que cambios significativos en los parámetros pueden llegar a indicar daño en los elementos de la estructura.

#### 4.3.2. Estimador de parámetros del amortiguador

El estimador utilizado para esta basado una vez más en la teoría de mínimos cuadrados. El propósito es estimar en tiempo real los parámetros de los estados internos para un mejor desempeño de la acción de control.

$$\dot{\hat{\theta}}_a = \Gamma\hat{\xi}\epsilon \quad (4.14)$$

$$\dot{\Gamma} = \lambda_1\Gamma - \lambda_2\Gamma\hat{\xi}\hat{\xi}^T\Gamma \quad (4.15)$$

La diferencia con el algoritmo de estimación consiste en el uso de un término para normalizar las expresiones que se define como  $N = (\rho + \hat{\xi}^T\hat{\xi})^{\frac{1}{2}}$ . De manera que las expresiones del estimador se reescriben como se indica en las ecuaciones 4.16 y 4.17.

$$\dot{\theta}_a = \Gamma \hat{\xi}_N \epsilon_N \quad (4.16)$$

$$\dot{\Gamma} = \lambda_1 \Gamma - \lambda_2 \Gamma \hat{\xi}_N \hat{\xi}_N^T \Gamma \quad (4.17)$$

Las variables normalizadas son obtenidas al dividir las regulares por la constante de normalización "N" definida anteriormente.

$$\begin{aligned} \epsilon_N &= f_N - \hat{f}_N \\ f_N &= \theta_a^T \xi_N \\ \hat{f}_N &= \theta_a^T \hat{\xi}_N \\ \xi_N &= \frac{\xi}{N} \\ \hat{\xi}_N &= \frac{\hat{\xi}}{N} \end{aligned}$$

# Capítulo 5

## Simulación

En este capítulo se presentarán las consideraciones para la implementación en simulación de las leyes de control expuestas en el capítulo anterior.

### 5.1. Señal sísmica de excitación

Las pruebas de simulación serán realizadas con el sismo ocurrido en Chile en 1985. La señal ha sido ajustada acorde al tiempo de muestreo utilizado en las simulaciones que corresponde a un milisegundo. Debido al escalamiento el tiempo de simulación se ha fijado en veinte segundos.

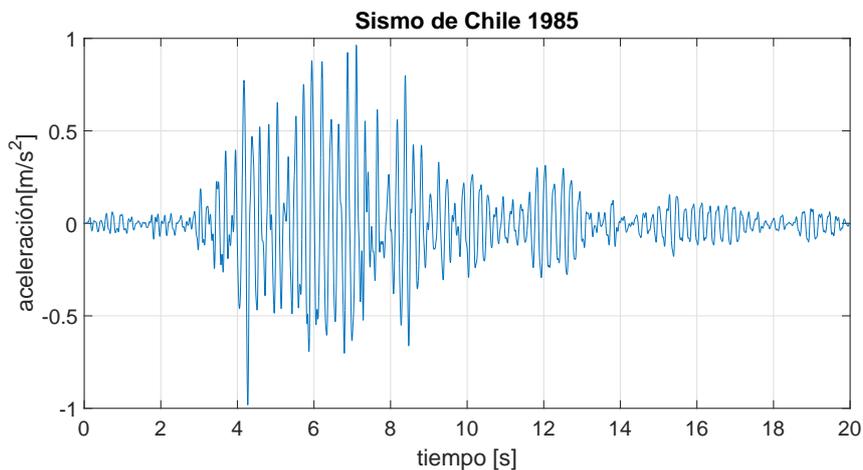


Figura 5.1: Señal de aceleración del sismo de Chile en 1985

### 5.1.1. Desplazamientos de la estructura ante el sismo de prueba

En esta sección se apreciarán los efectos simulados del sismo sobre el modelo de prueba, libre de toda acción de control. Los registros se utilizarán posteriormente con propósitos de comparación.

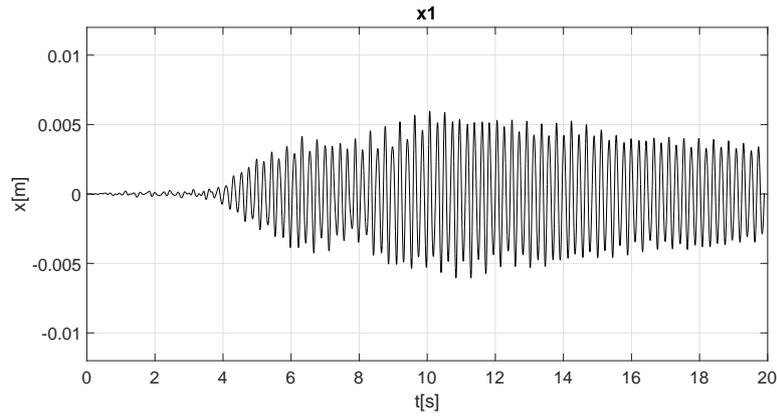


Figura 5.2: Desplazamientos respecto a la base del primer piso

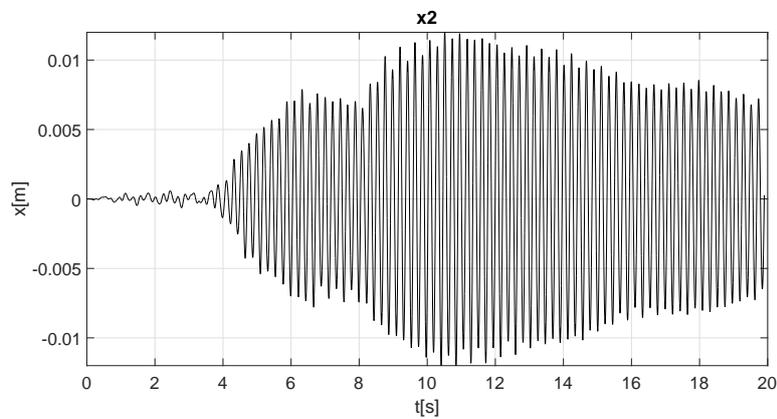


Figura 5.3: Desplazamientos respecto a la base del segundo piso

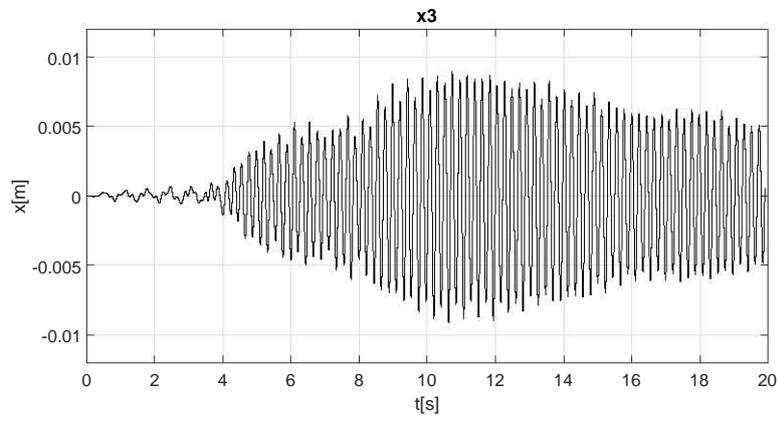


Figura 5.4: Desplazamientos respecto a la base del tercer piso

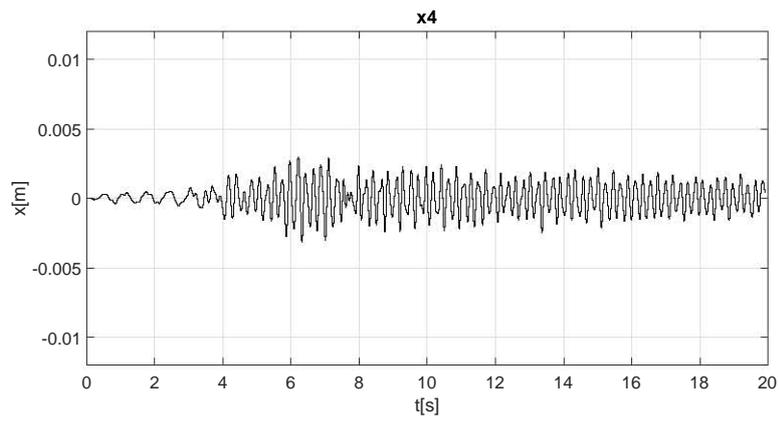


Figura 5.5: Desplazamientos respecto a la base del cuarto piso

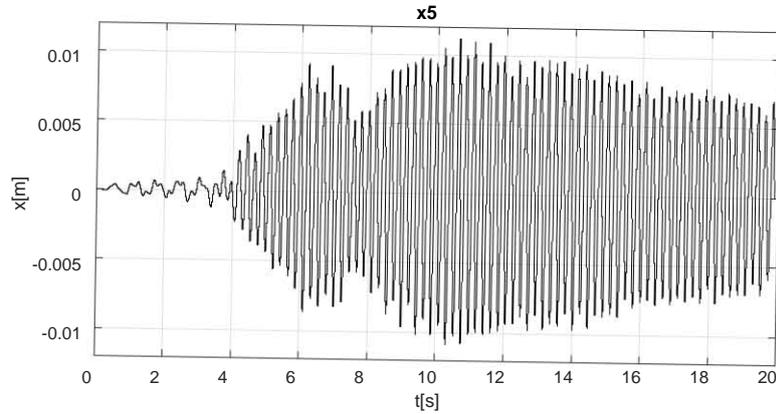


Figura 5.6: Desplazamientos respecto a la base del quinto piso

## 5.2. Simulación del control con dinámica del error deslizante

Para poder realizar la simulación se realizó la estimación de los parámetros de la estructura con el propósito de que las simulaciones correspondan en la medida de lo posible con el comportamiento del modelo de laboratorio. A continuación se presentan las masas y parámetros tanto de rigidez como de amortiguamiento de los marcos de la estructura.

$$\begin{aligned}
 m &= [11.5670 \quad 9.17 \quad 9.15 \quad 9.11 \quad 9.08] [kg] \\
 k &= [20426 \quad 9301 \quad 8861 \quad 8995 \quad 8967] \left[ \frac{N}{m} \right] \\
 c &= [0.0893 \quad 3.8583 \quad 1.7610 \quad 0.3655 \quad 0.9268] \left[ \frac{N * s}{m} \right]
 \end{aligned}$$

En adición a esto se necesitan los parámetros del AMR para la simulación, en este caso se prefiere el uso de los parámetros proporcionados en [11], es por esto que se utilizará el modelo de Jiménez para realizar la simulación. Los resultados serán comparados con el comportamiento sin control expuesto en las figuras 5.2 a 5.6. De manera que los parámetros del amortiguador son considerados conocidos y con los valores siguientes.

$\sigma_0$	$1059000 \frac{kg}{N}$
$\sigma_1$	5700
$\sigma_2$	2300
$a_0$	.003
$a_1$	-0.1444

### 5.2.1. Desplazamientos de la estructura con control de dinámica de error deslizante

Los resultados de la simulación son presentados en este apartado y comparados con los desplazamientos presentados en la estructura libre de control.

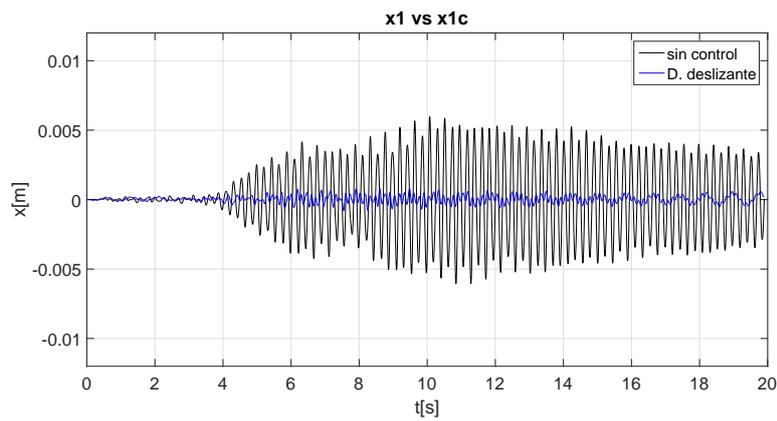


Figura 5.7: Comparación de desplazamientos en el primer nivel con controlador deslizante

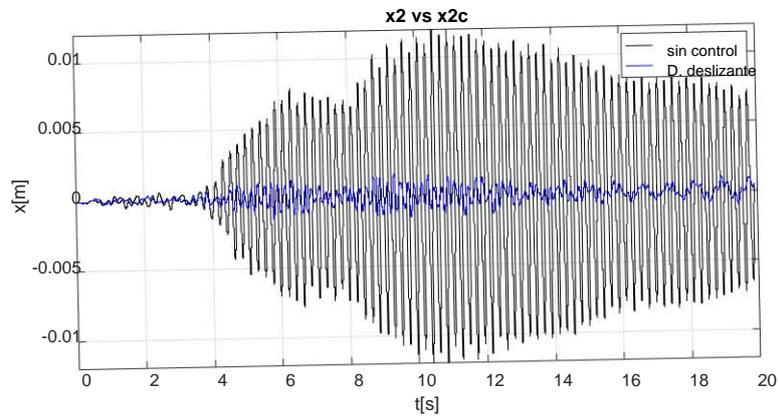


Figura 5.8: Comparación de desplazamientos en el segundo nivel con controlador deslizante

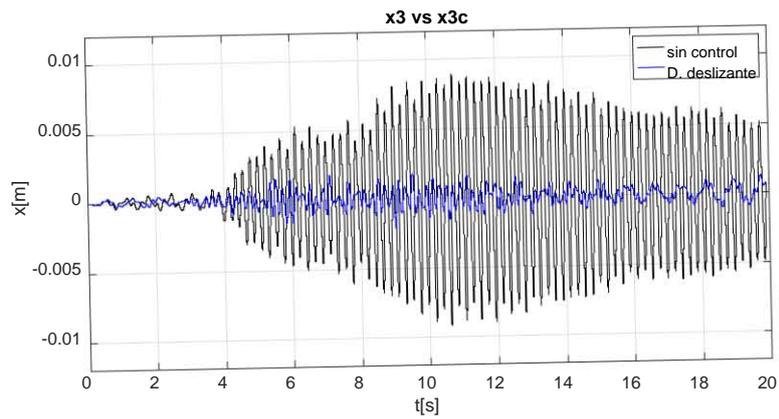


Figura 5.9: Comparación de desplazamientos en el tercer nivel con controlador deslizante

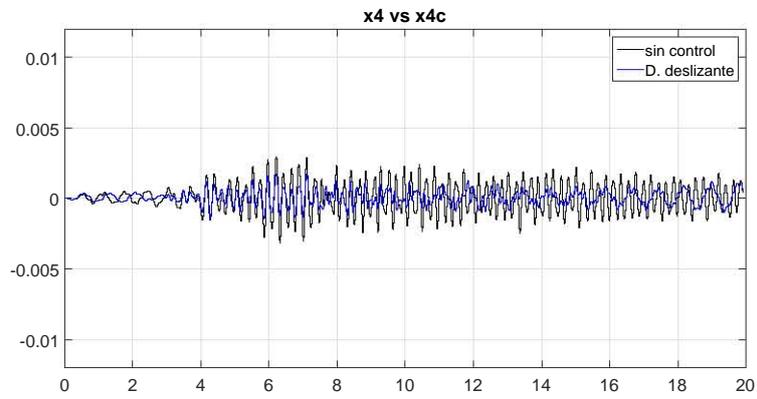


Figura 5.10: Comparación de desplazamientos en el cuarto nivel con controlador deslizante

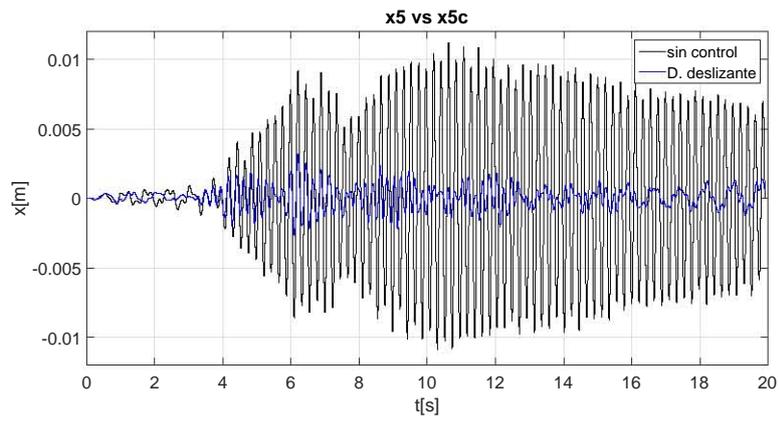


Figura 5.11: Comparación de desplazamientos en el quinto nivel con controlador deslizante

### 5.3. Simulación de control basado en Lyapunov

El desarrollo del controlador se encuentra documentado en [10] tanto la prueba de estabilidad como la ley de control. A continuación se presentan los resultados simulados.

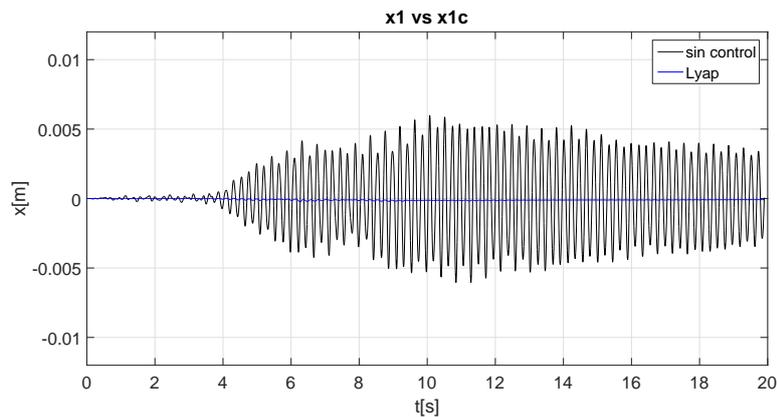


Figura 5.12: Comparación de desplazamientos en el primer nivel con control basado en Lyapunov

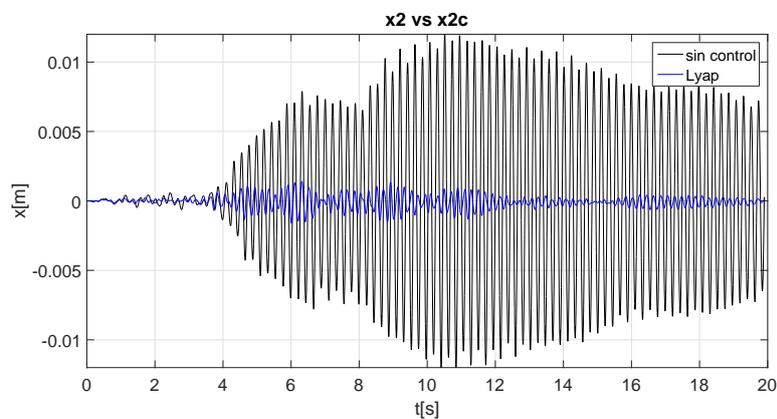


Figura 5.13: Comparación de desplazamientos en el segundo nivel con control basado en Lyapunov

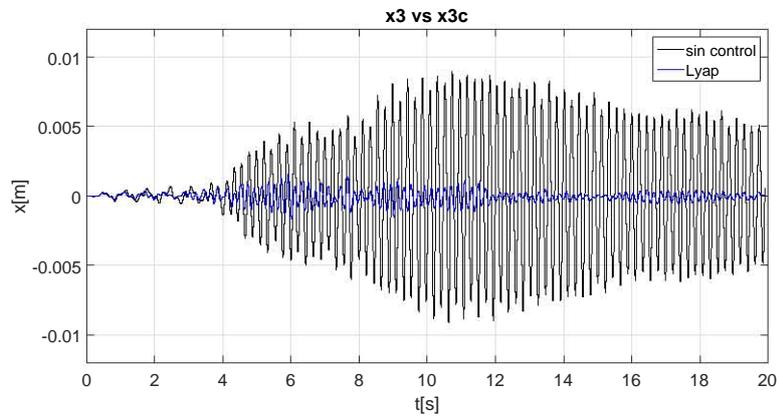


Figura 5.14: Comparación de desplazamientos en el tercer nivel con control basado en Lyapunov

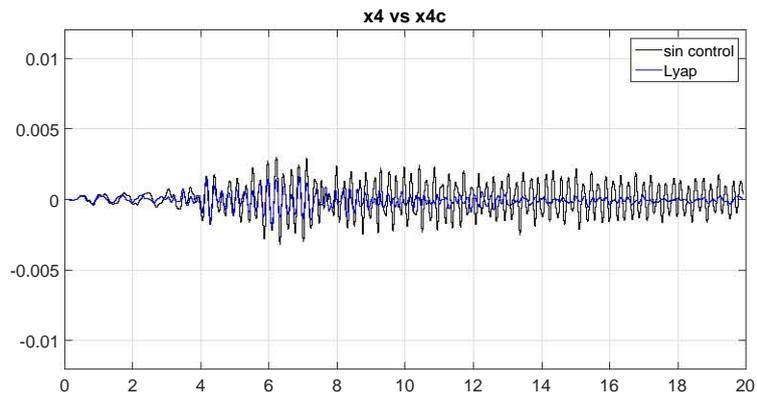


Figura 5.15: Comparación de desplazamientos en el cuarto nivel con control basado en Lyapunov

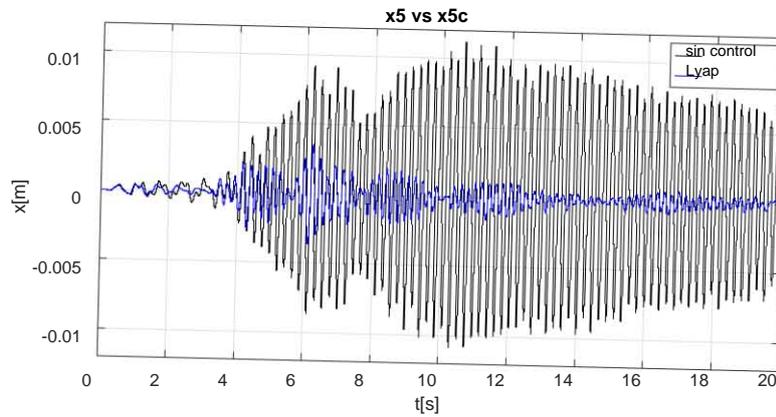


Figura 5.16: Comparación de desplazamientos en el quinto nivel con control basado en Lyapunov

## 5.4. Simulación de control basado en Pasividad

El desarrollo del controlador se encuentra documentado en [12], tanto la prueba de estabilidad como la ley de control. A continuación se presentan los resultados de la simulación.

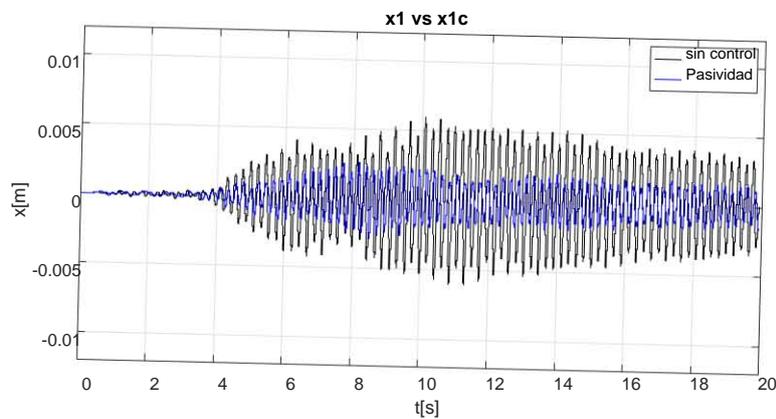


Figura 5.17: Comparación de desplazamientos en el primer nivel con control basado en pasividad

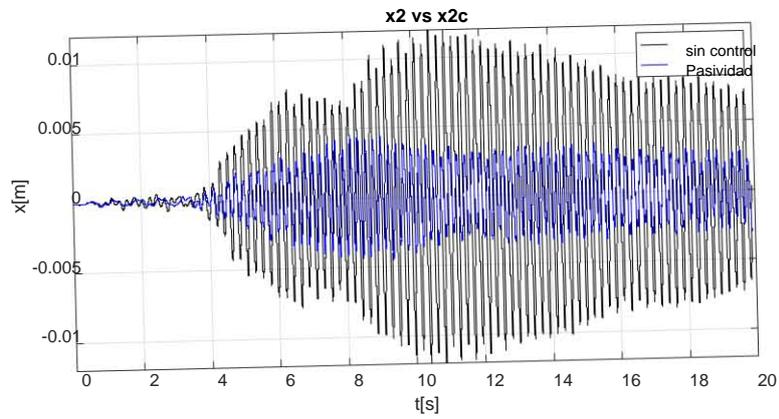


Figura 5.18: Comparación de desplazamientos en el segundo nivel con control basado en pasividad

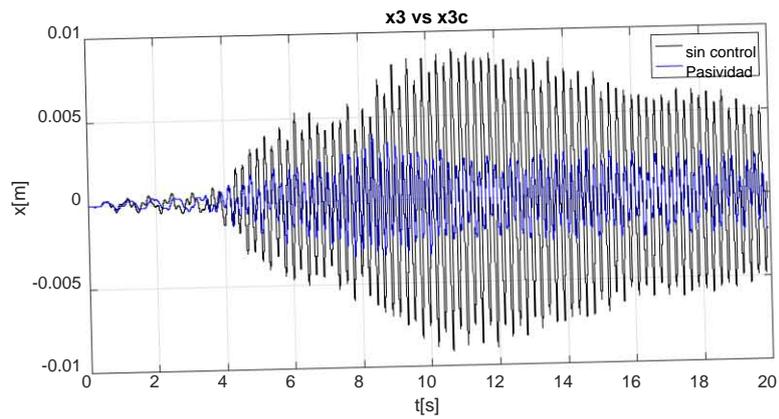


Figura 5.19: Comparación de desplazamientos en el tercer nivel con control basado en pasividad

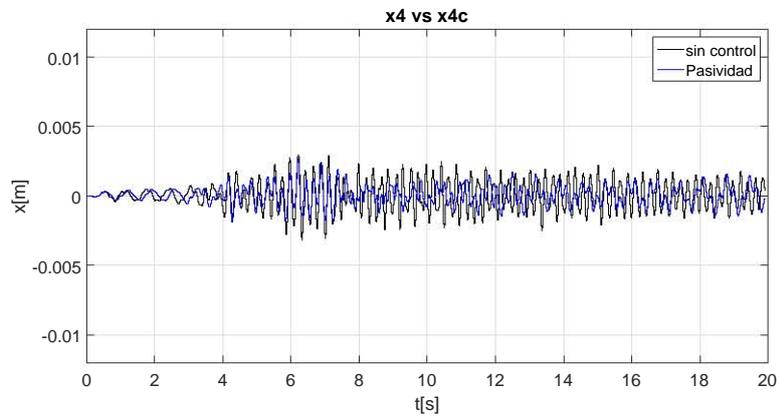


Figura 5.20: Comparación de desplazamientos en el cuarto nivel con control basado en pasividad

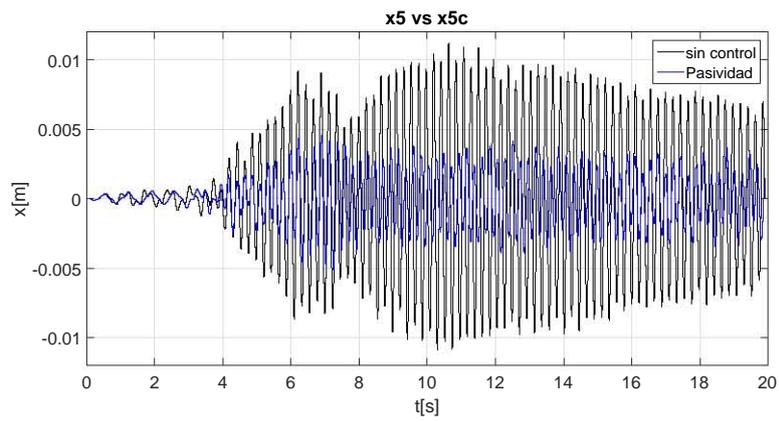


Figura 5.21: Comparación de desplazamientos en el quinto nivel con control basado en pasividad

## 5.5. Estimación de los parámetros de la estructura

El algoritmo de estimación utilizado para la estructura utiliza los filtros integrales para poder realizar estimación de los parámetros únicamente a partir de la medición de las aceleraciones de los niveles. Los resultados de la estimación se presentan a continuación.

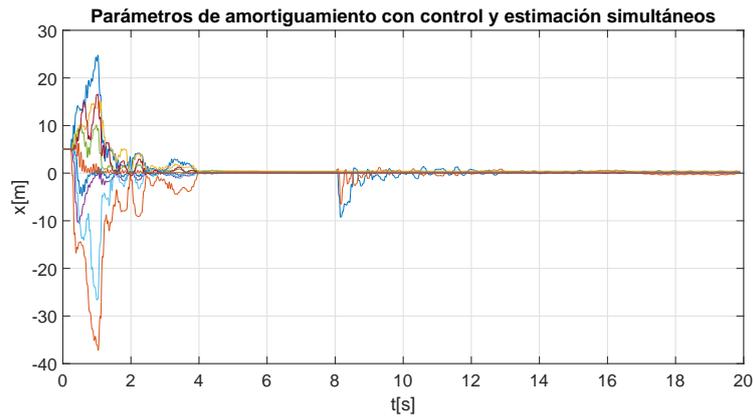


Figura 5.22: Parámetros de amortiguamiento estimados ejecutando estimación y control simultáneos

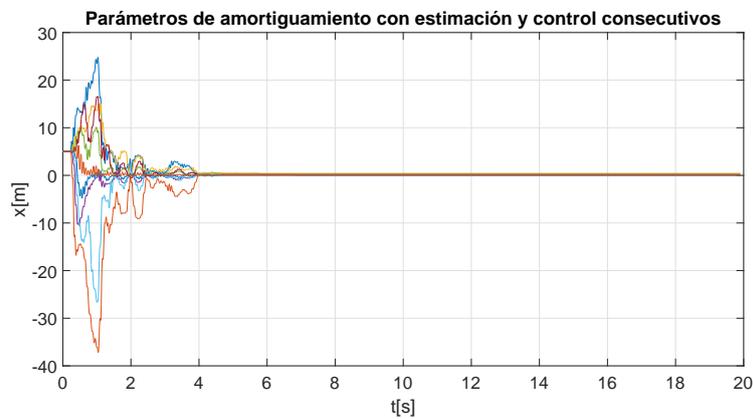


Figura 5.23: Parámetros de amortiguamiento estimados ejecutando estimación y control consecutivos

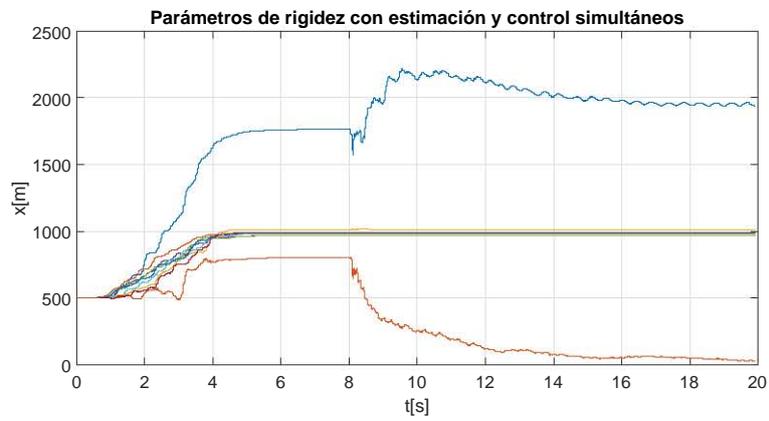


Figura 5.24: Parámetros de rigidez estimados ejecutando estimación y control simultáneos

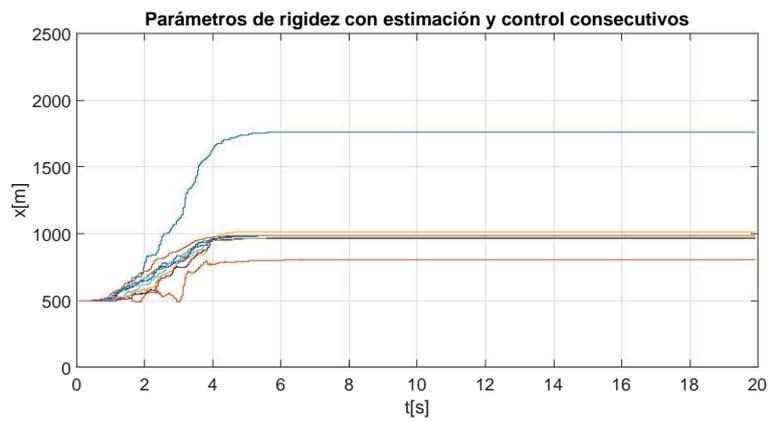


Figura 5.25: Parámetros de rigidez estimados ejecutando estimación y control consecutivos

Los modos de vibración obtenidos, presentan el siguiente comportamiento.

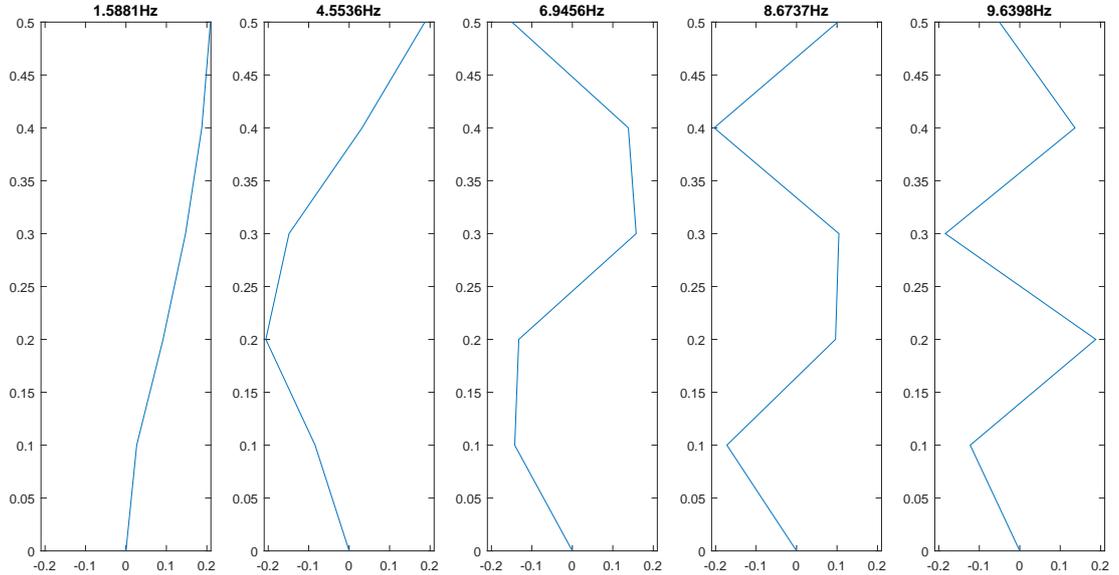


Figura 5.26: Modos de vibración principales de la estructura

## 5.6. Análisis y comparación de resultados

Se pudo observar en los resultados de los apartados anteriores, que los tres tipos de controladores presentan resultados favorables en cuanto a la reducción de desplazamientos relativos de la estructura. Es posible observar similitudes en el comportamiento de la estructura, un ejemplo de ello es los desplazamientos comparativamente bajos que se observan en la cuarta planta, el motivo recae en el hecho de que las frecuencias predominantes de los sismos corresponden al segundo y tercer modo de vibración, el cual posee los desplazamientos más bajos de dicho nivel si es comparado con los demás modos. En adición a las observaciones anteriores, es posible notar, pese a que los controladores poseen resultados favorables en cada caso, una diferencia en el desempeño de los mismos, siendo el controlador basado en la teoría de Lyapunov el que muestra una mejor reducción de los desplazamientos. Esto puede deberse al que el desarrollo de dicho controlador incluyó en su desarrollo el modelo del AMR y el modelo de la estructura en un solo modelo de estados, mientras que en controlador con la dinámica deslizante del error se desarrolló uti-

lizando el modelo inverso del AMR, lo cual lo hace más versátil en cuestiones de selección de un actuador para la etapa de implementación.

# Capítulo 6

## Conclusiones

En el presente trabajo se centró en el desarrollo de leyes de control que tuviesen como propósito la reducción de los efectos de acciones sísmicas en edificios expuestos a cortante, esto mediante la reducción de los desplazamientos de los entrepisos y de los niveles respecto a la base. Se buscó demostrar la efectividad de controladores adaptables que puedan ajustarse a la variación de los parámetros que es probable se den durante un evento sísmico en una estructura real. En adición se realizó la comparación con otras dos leyes de control basadas en teorías diferentes con propósito de obtener resultados y complementarios que puedan servir como base para trabajo futuro.

Es importante mencionar que todos los controladores expuestos en este trabajo presentaron resultados favorables respecto a la reducción de los desplazamientos pudiendo reducirlos de forma notable en todos los casos. Sin embargo cabe mencionar que las leyes de control presentaron cierto grado de interferencia hacia los estimadores de parámetros, esto debido a que las acciones de control al realizar una reducción de los desplazamientos provocaron la pérdida de la condición de excitación persistente necesaria para su correcto funcionamiento, este problema puede ser solucionado al retrasar las acciones de control y establecer un tiempo determinado de estimación, almacenando los valores de parámetros obtenidos y ajustando el controlador a partir de dichos valores. Aunque las leyes de control expuestas en el trabajo fueron implementadas utilizando como actuador un *AMR* es posible realizar pruebas que utilicen actuadores activos, al tener las leyes de control una estructura versátil y bajo suposiciones utilizadas en el trabajo, encontrarse desacopladas de la dinámica del *AMR*. En adición a esto el algoritmo desarrollado presenta flexibilidad de implementación, esto debido a la estructura de la ley de control cuyo planteamiento se basó en la minimización de los desplazamientos entre la primera y una *n*-ésima planta que puede ser elegida al criterio del diseñador y comparar desempeños entre dichos criterios. Los objetivos del trabajo se han visto cumplidos al presentar resultados favorables

en cuanto a la reducción de desplazamientos sísmicos en la estructura haciendo uso de técnicas de estimación en conjunto con leyes de control varias.

# Bibliografía

- [1] Jiménez René, Alvarez-Icaza Luis. *LuGre friction model for a magnetorheological damper*, Structural Control and Health Monitoring, **12** (2005),91–116.
- [2] Carrera Rolando, Alvarez-Icaza Luis. *Aspectos prácticos en la identificación adaptable de los parámetros de un amortiguador magnetoreológico*, Congreso Nacional de Control Automático AMCA,Cuernavaca Morelos México (2015).
- [3] Sakai Chiharu, Ohmori Hiromitsu, Sano Akira. *Modeling of MR with Hysteresis for Adaptive Vibration Control*, 42nd IEEE Conference on Decision an Control Maui, Hawaii USA, December(2003), 3840-3845.
- [4] Canudas Carlos,. *A New Model for Control of Systems with Friction*, IEEE Transactions on Automatic Control, **40** March(1995),419–425.
- [5] Jiménez René, Alvarez-Icaza Luis. *Real time identification of structures with magnetorheological dampers*, Conference on Decision an Control, Las Vegas, Nevada, USA, December (2002).
- [6] Jiménez René, Alvarez-Icaza Luis. *Real time estimation scheme for buildings with intelligent dissipation devices*, Mechanical Systems and Signal Processing, **21** (2007),2427–2440.
- [7] Jiménez René, Alvarez-Icaza Luis. *Simultaneous state estimation and parameter tuning in a shear building with a magneto-rheological damper*, Structural Control and Health Monitoring, **16** July(2008),483–502.
- [8] Concha Antonio, Alvarez-Icaza Luis, Garrido Rubén. *Simultaneous parameter and state estimation of shear buildings*, Mechanical Systems and Signal Processing, **23** July(2015),788–810.

- [9] H. Garnier, M. Mensler, A. Richard. *Continuous time model identification from sampled data: implementation issues and performance evaluation*, Journal of Control, **76** (2003),1337–1357.
- [10] García Illescas Miguel Ángel. *Control de Vibraciones en estructuras con base en estimadores*, Tesis de maestría, Universidad Nacional Autónoma de México, **4** (2011),35–36.
- [11] Jiménez René, Álvarez-Icaza Luis. *Identificación en tiempo real de amortiguadores magneto-reológicos*. Ingeniería, Investigación y tecnología IV(2), 109–118.
- [12] Cornejo Romero Cecilia. *Sistemas dinámicos con fricción expresados en ecuaciones hamiltonianas controladas por puerto*, Tesis doctoral, Universidad Nacional Autónoma de México,**4** (2010),46–52.
- [13] T.Pinkaew, Y. Fujino *Effectiveness of semi-active tuned mass dampers under harmonic excitation*, Engineering Structures, **23** (2001),850–856.
- [14] N. Maureira, J. de la Llera, C. Oyarzo, S. Miranda *A nonlinear model for multilayered rubber isolators based on a co-rotational formulation*, Engineering Structures, **131** (2017),1–13.
- [15] Athanasios A. Markou, George D. Manolis, *Mechanical models for shear behavior in high damping rubber bearings*, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, **90** (2016), 221–226.
- [16] Cenk Alhan,Hatice Gazi, Hakan Kurtulus *Significance of stiffening of high damping rubber bearings on the response of base-isolated buildings under near-fault earthquakes*, Mechanical Systems and Signal Processing, **79** (2016), 297–313.
- [17] Isao Nishimura, Takuji Kobori, Mitsuo Sakamoto, Norihide Koshika, Katsuyasu Sasaki, Satoshi Ohru *Active tuned mass damper* Smart Mater. Struct, **1**, 306–311.
- [18] Tharwat A. Sakr. *Vibration control of buildings by using partial floor loads as multiple tuned mass dampers*, HBRC Journal, **13** (2017), 133–144.
- [19] S. J. Dyke *Modeling and control of magnetorheological dampers for seismic response reduction*, Smart materials and structures, **5** (1996), 565–575.
- [20] B. F. Spencer *Phenomenological model for magnetorheological dampers*, Journal of Engineering Mechanics, **123** (1997), 230–238.

- [21] Cornejo Cecilia, Álvarez-Icaza *Vibration control of a building with magneto-rheological dampers based on interconnection and damping assignment*, Proceedings of the 2006 IEEE Decision and Control 45th Conference,(2006), 6549–6554.
- [22] Álvarez-Icaza L., Jiménez René *Semi-active control of civil structures using magnetorheological dampers*, Proceedings of the 2003 American Control Conference, **2** (2003), 1428–1433.
- [23] Y. L. Xu, W. L. Qu, J. M. Ko *Seismic response control of frame structures using magnetorheological/electrorheological dampers*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, **29** (2000), 557–575.
- [24] Symans Michael D., Constantinou Michael C. *Semi-active control systems for seismic protection of structures: a state of the art review*, Engineering Structures, **21** (1999), 469–487.