



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
INGENIERÍA CIVIL – HIDRÁULICA

**CÁLCULO MATEMÁTICO DEL CAMBIO A LARGO PLAZO DE LA PENDIENTE DE UN  
RÍO AGUAS ABAJO DE UNA PRESA**

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
**MAESTRO EN INGENIERÍA**

PRESENTA:  
**GERMÁN ADRIÁN AGUILAR MARTÍNEZ**

TUTOR  
**DR. ÓSCAR ARTURO FUENTES MARILES, INSTITUTO DE INGENIERÍA**

CIUDAD UNIVERSITARIA, CD. MX., DICIEMBRE DE 2017



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: **Dr. Domínguez Mora Ramón**  
Secretario: **M. en I. Franco Víctor**  
Vocal: **Dr. Fuentes Mariles Óscar Arturo**  
1 er. Suplente: **Dr. Aragón Hernández José Luis**  
2 do. Suplente: **M. en I. De Luna Cruz Faustino**

Lugar o lugares donde se realizó la tesis: **INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM**

**TUTOR DE TESIS:**

**DR. ÓSCAR ARTURO FUENTES MARILES**

  
-----  
**FIRMA**



***A mis padres y hermanos***



## RESUMEN

Cuando en los ríos fluye la cantidad de agua habitual, el transporte de sedimentos no tiene variaciones importantes. Los ríos tienen cambios en su pendiente y ancho de manera natural o como consecuencia de obras que interfieren con los flujos de agua que conducen.

El transporte de sedimentos, sobre todo el grueso, es interrumpido cuando se construye una presa, ya que gran parte de las partículas, se deposita en su vaso. Ello ocasiona, que en un tramo inmediato aguas abajo del río, ocurra una erosión del fondo. La regulación de caudales modifica el gasto formativo del río aguas abajo, originando cambios morfológicos en el mismo. La erosión aguas abajo de presas se produce cuando las descargas de flujo están libres de sedimentos mayores de alrededor 0.06 mm de diámetro.

El material próximo al embalse aguas abajo, que está cerca del cierre o de la presa, es transportado y no es sustituido por el que proviene del embalse, con lo que se produce un desequilibrio del sedimento originando un descenso paulatino de su fondo. Este proceso se modifica o se ve obstaculizado cuando se encuentra con tamaños de grano que ya no pueden ser desplazados presentándose el proceso mejor conocido como acorazamiento del fondo.

Maza, 1988, señala que cuando la magnitud del transporte de sedimentos es pequeño aguas abajo de la descarga, éste aumenta progresivamente hasta alcanzar su valor más grande a cierta distancia de la cortina, para permanecer prácticamente constante después.

Con las ecuaciones de flujo a superficie libre y transporte de sedimentos se estima la evolución del fondo de una corriente a partir de ciertas variables de tipo hidráulico, algunas características geométricas y granulométricas del lecho. Para cuantificar el caudal sólido del transporte de fondo de una corriente existen numerosas fórmulas. En este trabajo, se seleccionaron dos métodos, uno muy utilizado en la práctica ingenieril desde los inicios de la hidráulica fluvial y otro relativamente actual, con aportaciones de numerosos experimentos y observaciones.



Se propuso un modelo numérico flujo-sedimento, para verificar su capacidad de representar la dinámica de la partícula se somete al test propuesto por Einstein en 1951 que representa de forma experimental la degradación del fondo en un canal rectangular: descontinuo la tasa de sedimento grueso, alimentado con un gasto de flujo constante y reportando mediciones de perfiles longitudinales del fondo en un lapso de tiempo de 27 horas.

Finalmente, se aplicó el modelo flujo-sedimento en el río San Pedro en el estado de Nayarit aguas abajo del P.H. Las Cruces, determinando su influencia en el río por 10 años de simulación asociado al hidrograma anual de la política de operación.

# ÍNDICE

1	TRANSPORTE DE SEDIMENTOS .....	1
1.1	CLASIFICACIÓN .....	2
1.2	MECANISMOS DE TRANSPORTE .....	3
1.3	INICIO DE MOVIMIENTO .....	4
1.4	MORFOLOGÍA DE RÍOS .....	7
1.5	GASTO FORMATIVO .....	8
2	CAMBIO DE PENDIENTE DE UN RÍO .....	11
2.1	EROSIÓN LOCAL AL PIE DE DESCARGAS .....	12
2.2	DESCENSO DEL FONDO DEL RÍO A LO LARGO DEL PRIMER TRAMO AGUAS ABAJO DE LA CORTINA.....	13
2.3	CAMBIOS MORFOLÓGICOS DEL CAUCE PRINCIPAL .....	15
3	MODELO MATEMÁTICO PARA CALCULAR EL CAMBIO DE PENDIENTE .....	17
3.1	CÁLCULO DEL FLUJO LÍQUIDO Y DEL CAMBIO DE PENDIENTE DEL RIO .....	17
3.2	ESTIMACIÓN DE SEDIMENTOS .....	22
3.3	VALIDACIÓN.....	24
3.3.1	METODOLOGÍA.....	25
3.3.2	RESULTADOS .....	27
3.3.3	OBSERVACIONES .....	32
4	APLICACIÓN AL RÍO SAN PEDRO, NAYARIT, MÉXICO.....	33
4.1	DESCRIPCIÓN DEL SITIO .....	33
4.2	POLÍTICA DE OPERACIÓN .....	35
4.3	GASTO FORMATIVO .....	36
4.4	ANÁLISIS GRANOLUMÉTRICO Y LEVANTAMIENTO TOPOGRÁFICO .....	41
4.5	MODELACIÓN NUMÉRICA FLUJO-SEDIMENTO.....	43
	CONCLUSIONES.....	51
	BIBLIOGRAFÍA .....	53
	ANEXO 1 .....	55
	ANEXO 2.....	70



## ILUSTRACIONES

Ilustración 1.1 Origen y destino del sedimento .....	1
Ilustración 1.2 Mecanismos de transporte de los sedimentos .....	3
Ilustración 1.3 Esfuerzo actuante .....	4
Ilustración 1.4 Diagrama de Shields-Parker .....	6
Ilustración 1.5 (i) Frecuencia de flujo, (ii) Transporte de fondo, (iii) producto de (i) y (ii) .....	10
Ilustración 2.1 Morfología de un río consecuencia de la construcción de una presa .....	11
Ilustración 2.2 Morfología de un río aguas abajo de una presa.....	12
Ilustración 3.1 Esquema de volumen de control .....	19
Ilustración 3.2 Gráfica del esquema Lax-Wendroff, diagrama espacio-tiempo. ....	20
Ilustración 3.3 Método de solución.....	21
Ilustración 3.4 Condición inicial y elevaciones de fondo medidos .....	25
Ilustración 3.5 Sedimentograma medido a la salida del canal.....	26
Ilustración 3.6 Evolución del fondo con la fórmula de Wu .....	27
Ilustración 3.7 Evolución del fondo con MPM .....	29
Ilustración 3.8 Sedimentograma medido vs calculado.....	31
Ilustración 3.9 Cambio de pendiente.....	32
Ilustración 4.1 Ubicación del sitio en estudio, río San Pedro, Nayarit, México.....	33
Ilustración 4.2 Perfil longitudinal del río San Pedro .....	34
Ilustración 4.3 Hidrograma de operación anual .....	35
Ilustración 4.4 Ubicación de la estación hidrométrica San Pedro.....	36
Ilustración 4.5 Registro Q vs Qs .....	39
Ilustración 4.6 Histograma de gasto líquido .....	39
Ilustración 4.7 Curva III (Material transportado).....	40
Ilustración 4.8 Primera sección (cercanía al embalse) y última sección (salida de Tuxpan) .....	41
Ilustración 4.9 Gastos sólidos medidos en la estación hidrométrica San Pedro .....	42
Ilustración 4.10 Sedimentogra medido vs calculado, K=0.8 (izquierda) y K=0.01 (derecha) .....	43
Ilustración 4.11 Perfiles longitudinales , K=0.8 (izquierda) y K=0.01 (derecha) .....	44
Ilustración 4.12 Erosión SEC01 – MPM Calibrado .....	44
Ilustración 4.13 Sedimentograma en la última sección, Tuxpan, MPM-calibrado .....	45
Ilustración 4.14 Profundidades y velocidades promedio – MPM Calibrado.....	45
Ilustración 4.15 Evolución del fondo-Wu.....	46
Ilustración 4.16 Cambio de pendiente del río San Pedro, Wu.....	47
Ilustración 4.17 Erosión SEC01 – Wu.....	47
Ilustración 4.18 Transporte de sedimentos medido vs calculado, Wu.....	48
Ilustración 4.19 Sedimentogra en la última sección, Tuxpan .....	48
Ilustración 4.20 Profundidades y velocidades promedio calculadas .....	49



## TABLAS

Tabla 3.1 Datos .....	24
Tabla 3.2 Caracterización del BSS .....	27
Tabla 3.3 Evolución del fondo con Wu, medido vs calculado.....	28
Tabla 3.4 Desempeño con la fórmula de Wu.....	28
Tabla 3.5 Evolución del fondo con MPM, medido vs calculado.....	29
Tabla 3.6 Desempeño con MPM.....	30
Tabla 3.7 Volúmenes de fondo erosionado .....	31
Tabla 3.8 Pendientes medidas y calculadas.....	31
Tabla 4.1 Gastos máximos anuales.....	37



---

## 1 TRANSPORTE DE SEDIMENTOS

Se entiende por sedimento a todas las partículas de suelo y roca de una cuenca que son desprendidas, arrastradas y transportadas por la energía que genera una corriente de agua.

La energía con la que desciende una gota de agua es capaz de desprender partículas del suelo o rocas muy pequeñas, mismas que son transportadas por corrientes de flujo que pueden llegar a un cuerpo de agua o una corriente de confluencia de mayor tamaño llamadas arroyos o ríos. Dichas partículas son arrastradas, en conjunto con las que se encuentran en el fondo, por las corrientes y transportadas por los efectos del caudal hacia un destino: lago u océano.

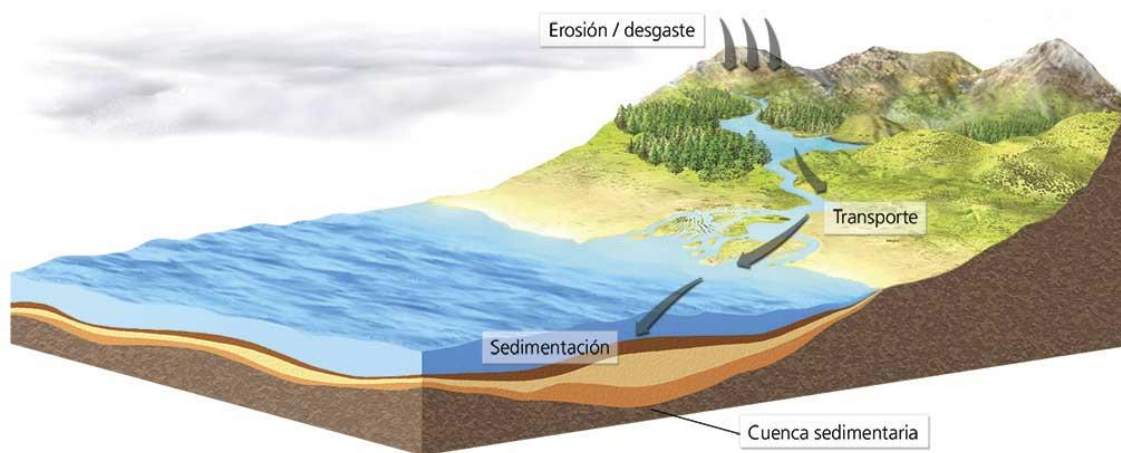


Ilustración 1.1 Origen y destino del sedimento

En el momento en que llega al mar comienza un proceso físico-químico; por compactación se crean capas sedimentarias, fenómeno llamado diagénesis, capas que son movidas por las placas tectónicas a una velocidad geológica de tal manera que a través del tiempo llegan a encontrarse en la superficie como rocas para ser meteorizadas por agentes de la intemperie para iniciar un nuevo el ciclo.



---

## 1.1 CLASIFICACIÓN

Según su comportamiento, al ser transportado por el flujo, el sedimento se puede diferenciar en dos grupos: de fondo y de lavado. Al estudiar un tramo de río, el primero es el material que forma el fondo o álveo y orillas del cauce, principalmente constituido por arenas y gravas; y el segundo es el que no se encuentra dentro de ese material. Este último está formado por partículas muy finas llamadas limos y arcillas que el flujo transporta en suspensión.

La diferencia principal en el comportamiento entre el material del fondo y el material de lavado consiste en que el transporte de fondo depende de las características hidráulicas de la corriente y de las características físicas del material; por lo tanto, si en dos ríos se tienen tramos semejantes y con idéntico material en el fondo, transportan las mismas cantidades de material del fondo bajo condiciones hidráulicas semejantes; por lo anterior no ocurre con el material de lavado.

En forma general, un río puede transportar tanto material de lavado como llegue a él, casi independientemente de las características hidráulicas de la corriente. Así, dos ríos semejantes con igual material en el fondo, pero uno con cuenca protegida o forestada y otro con una cuenca desprotegida con fuertes pendientes y material suelto sobre su superficie, arrastran cantidades completamente diferentes de material de lavado, llegando el primero al extremo de no transportar nada de ese material.

Como se ha indicado, se clasifica como material de lavado todo aquel material fino que no se encuentra representando en el material del fondo. Cuando los diámetros de este último no son conocidos, se establece como límite entre ambos de 0.062 mm, de tal manera que el transporte de lavado es el formado por todas las partículas menores que ese diámetro. El transporte de lavado siempre tiene lugar en suspensión, mientras que el transporte del material del fondo puede tener lugar dentro de la capa del fondo y en suspensión.

La capa del fondo, como su nombre lo indica, se encuentra justo arriba del lecho de un cauce. Einstein, 1951, quien introdujo este concepto, le asignó un espesor igual a dos veces el diámetro de la partícula considerada. Por tanto, en una condición real hay tantas capas de fondo como partículas de diferentes tamaños se tengan en el fondo.

---

## 1.2 MECANISMOS DE TRANSPORTE

El lecho de una corriente natural que transporta material, está compuesto por granos sueltos. Las corrientes transportan material en varias formas; siendo las más simples, aquellas en que las partículas se deslizan o ruedan.

El rodamiento ocurre cuando las partículas están en continuo contacto con el lecho; es por esto, que no tienen una gran importancia. Si el lecho es uniforme, las partículas generalmente no se mantienen en contacto continuo, sino que saltan; la intensidad de los saltos aumenta con los cambios de velocidad de la corriente y la partícula es atrapada por la corriente ascendente; esto puede ser de forma prolongada. Las partículas gruesas tienen un movimiento en forma individual, mientras que los finos tienen un movimiento en grupos, lo cual es ocasionado por las propiedades electroquímicas y desplazadas por los remolinos ascendentes que genera la turbulencia del flujo (Ilustración 1.2).

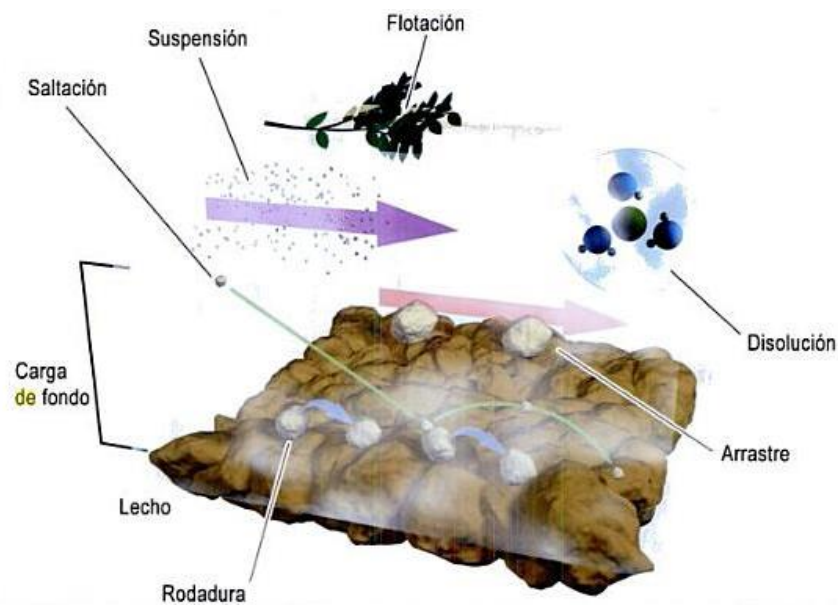


Ilustración 1.2 Mecanismos de transporte de los sedimentos

- Carga de fondo: movimiento de partículas en contacto con el lecho, las cuales ruedan, se deslizan o saltan.
- Carga en suspensión: movimiento de partículas en el agua por encima del lecho. La tendencia de asentamiento de la partícula es continuamente compensada por la acción difusiva del campo del flujo turbulento.

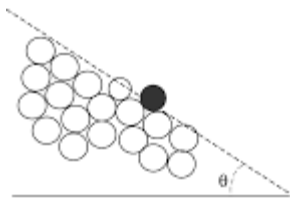
---

### 1.3 INICIO DE MOVIMIENTO

Todos los tipos de movimiento que tienen las partículas se inician cuando las fuerzas de arrastre son mayores que las fuerzas estabilizantes; la fuerza que tiende a mover o arrastrar los sedimentos son: la presión hidrodinámica, la sustentación y las fuerzas de viscosidad del flujo (Ilustración 1.3).

Las fuerzas que ofrecen resistencia a la acción de movimiento están relacionadas con: el tamaño del grano y la distribución de los granos que existen en el fondo. Las fuerzas que resisten el movimiento para los sedimentos de mayor tamaño, tales como gravas y arenas, es el peso de la partícula, mientras que para los finos son las fuerzas cohesivas.

En un río, en el instante donde el flujo mantiene una velocidad tan baja, los montículos en el lecho del río formados por los granos llegan a ser de forma triangular, el ángulo formado con respecto a la horizontal de estas formas es conocido como ángulo crítico en el cual una partícula comienza a moverse.



Para mantener este estado de reposo es necesario de dos fuerzas: el peso propio de la partícula y una fuerza horizontal; esta última llamada movimiento incipiente, se refiere a la condición donde una fuerza horizontal pondrá a una partícula en movimiento.

Movimiento incipiente en partículas sumergidas:

- El flujo alrededor de las partículas de sedimento ejerce fuerza sobre las mismas, fuerza que tiende a iniciar el movimiento (Ec. 1).

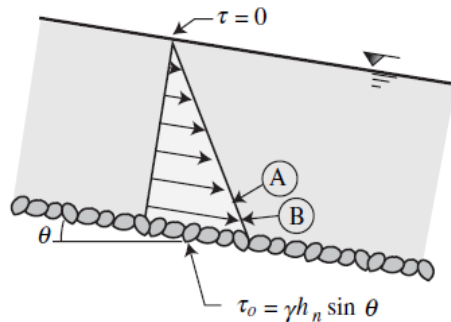


Ilustración 1.3 Esfuerzo actuante

$$\tau_0 = \gamma R h S_0 \text{ para flujo uniforme}$$

Ec. 1

---

$$u_* (\text{velocidad de corte}) = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \quad \text{Ec. 2}$$

- La resistencia al movimiento de las partículas de sedimento no cohesivas es su peso propio.
- Un parámetro adecuado para establecer las condiciones de inicio de movimiento debe medir la relación entre la fuerza de arrastre al que están sujetas los sedimentos, contra su peso.

El parámetro de Shields es el más utilizado para responder al inicio de movimiento, tiene como regla de escalamiento: balance entre esfuerzos de corte, y peso del sedimento, como:

$$\tau^* = \theta = \frac{\text{esfuerzo de corte}}{\text{peso sumergido}} = \frac{\tau_b}{(\rho_s - \rho_0)gD} \quad \text{Ec. 3}$$

Donde:

$\rho_s$ : densidad del sedimento

$\rho_0$ : densidad del agua

g: gravedad

D: diámetro característico de las partículas del sedimento

$\tau_b$ : esfuerzo cortante actuando en las partículas de fondo

Shields, 1936, llevó a cabo una serie de experimentos para determinar las condiciones en las cuales los sedimentos se encuentran en el umbral del movimiento. Utilizó el análisis dimensional, y determinó como parámetros el número de Reynolds ( $R_e$ ) y el que lleva su nombre ( $\tau^*$ ).

$$R_e = \frac{U * D}{\nu} \quad \text{Ec. 4}$$

Donde:

$R_e$ : número de Reynolds

D: diámetro característico de las partículas del sedimento

$\nu$ : viscosidad del agua

De forma analítica, se puede saber si existe movimiento o reposo de la partícula, con la Ec. 5, que fue propuesta por Brownlie, 1981; para sedimento fino, la Ec. 6 introducida por Mantz, 1977, en un rango de  $0.056 < R_{ep} < 3.16$ .

$$\tau_c^* = 0.22R_e^{-0.6} + 0.06e^{(-17.77R_e^{-0.6})} \quad \text{Ec. 5}$$

$$\tau_c^* = 0.135R_e^{-0.261} \quad \text{Ec. 6}$$

Posteriormente, una vez determinada la condición de movimiento se puede conocer en base a experimentos en laboratorio el umbral para determinar un transporte en suspensión o cerca del fondo, relacionado con la velocidad de caída de la partícula. Dietrich, 1982, analizó los datos de velocidad de caída de partículas naturales y utilizando análisis dimensional, obtuvo un ajuste útil para la determinación del umbral de sedimento en suspensión (Ec.7) en función del número de Reynolds.

$$\tau^* = e^{\left( \begin{array}{l} -2.891394 + 0.95296 \cdot \ln(R_e) - 0.056835 \cdot [\ln(R_e)]^2 \\ + 0.002892 \cdot [\ln(R_e)]^3 - 0.000245 \cdot [\ln(R_e)]^4 \end{array} \right)} \quad \text{Ec. 7}$$

Finalmente, se construye una gráfica donde se puede determinar estas tres condiciones: reposo, transporte en el fondo y transporte en suspensión a partir del denominado número de Reynolds. Llevando por nombre “Diagrama de Shields-Parker” (Ilustración 1.4).

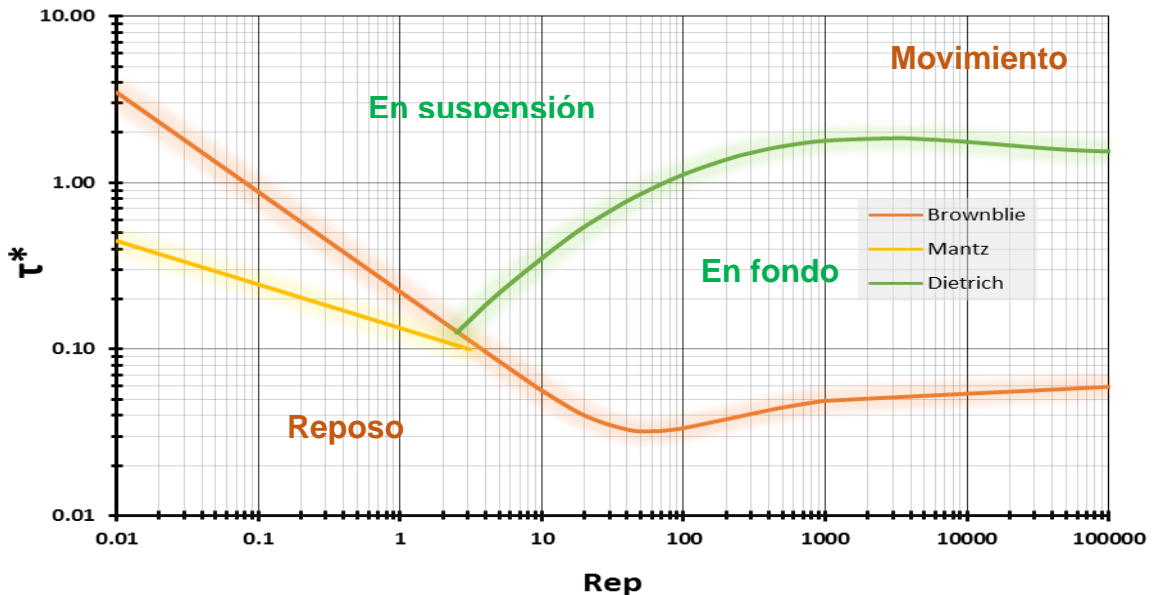


Ilustración 1.4 Diagrama de Shields-Parker

---

## 1.4 MORFOLOGÍA DE RÍOS

Desde el punto de vista de la hidráulica fluvial, todos los ríos están sujetos en mayor o menor grado a procesos físicos de erosión (degradación), equilibrio y sedimentación (agradación).

Un río se considera en estado de equilibrio dinámico cuando no varía el perfil del fondo y las márgenes del cauce y por lo tanto, existe compensación entre los sedimentos que son transportados hacia el sitio y desde el sitio. La degradación se manifiesta cuando el nivel del lecho baja o si las márgenes se desplazan hacia dentro, lo que se presenta cuando la carga de sedimentos es inferior a la capacidad de transporte del flujo de agua. La agradación ocurre si el nivel del lecho sube o si las márgenes se desplazan hacia afuera, lo que se presenta cuando la carga de sedimentos es superior a la capacidad de transporte del flujo de agua. Estos procesos se aceleran e intensifican durante crecientes, que además originan el problema de las inundaciones sobre todo en las zonas planas aluviales de los ríos.

Los cambios morfológicos en los ríos pueden deberse a causas naturales o antrópicas. Las intervenciones humanas sobre un sistema hidráulico pueden desencadenar procesos a altas velocidades que naturalmente tardarían mucho tiempo en producirse y en algunos casos pueden llegar a ser irreversibles.

- Causas naturales
  - Migración lateral y longitudinal del cauce
  - Corte de meandros
  - Erosión de orillas
  - Incisión de cauces
  - Formaciones de lecho como barras e islas
- Causas antrópicas
  - Construcción de obras hidráulicas como presas, diques, espolones, puentes, corte artificial de meandros, revestimientos del cauce.

- 
- Actividades de minería en la cuenca pueden generar la producción de sedimentos que al ser conducidos al cauce aumentan las posibilidades de agradación.
  - Cambios en la aptitud de uso del suelo; por ejemplo zonas agrícolas pasan a ser urbanas, cambios inapropiados de cultivos.
  - Aterramiento de lagunas, desecación de pantanos.

## 1.5 GASTO FORMATIVO

Los primeros estudios de Kennedy, 1895, pueden considerarse como los orígenes del gasto formativo, aun cuando este término no se atribuya al autor ni que él mismo pretendió hacerlo. Los planteamientos de la relación que el escurrimiento guarda con el cauce, que ajusta sus dimensiones hasta alcanzar un estado de equilibrio, es esencia una simplificación de un principio morfológico fluvial general, que es la respuesta del canal natural a las condiciones hidrológicas de la cuenca que drena. La aportación histórica consistió en la consideración del gasto líquido y sólido casi constantes como agentes formadores de un cauce.

Los estudios posteriores de Lindley le permitieron establecer la teoría en que "...las dimensiones, el ancho, la profundidad y la pendiente de un canal que transporta una determinada cantidad de sedimentos se ajusta de manera natural..." (Lindley, 1919).

La importancia de reconocer umbrales geomorfológicos ("*geomorphic thresholds*"), en el concepto del gasto más efectivo en la formación del cauce fue propuesta por Carling, 1987, quién sugirió que existe una relación estrecha entre los escurrimientos que dan mantenimiento al mismo y aquellos que pueden producir cambios en él, los cuales llamó umbrales, ya que por encima o debajo de esos escurrimientos se manifestaban procesos de conservación o modificación.

Aunque Carling no lo menciona de manera explícita, su aportación constituye el primer planteamiento teórico del gasto formativo orientado al mantenimiento, la conservación y la predicción del cauce natural, así como la consideración de la importancia de tomar en cuenta el grado de estabilidad del mismo.

---

La primera definición del gasto formativo fue hecha por Inglis, 1947, y lo definió como el gasto hipotético que de escurrir en forma constante produce las mismas dimensiones promedio, de la sección transversal y la pendiente, que la variación de los gasto reales.

Maza, 1988, define al gasto formativo en término de su aplicación y menciona que “para estudiar la estabilidad de un río debe fijarse el valor de un gasto que represente el hidrograma anual. Este gasto, asociado con la estabilidad del cauce, se le llama formativo...”.

El cuerpo de Ingenieros del Ejército de los Estados Unidos llama al gasto formativo “gasto formador del cauce” y lo define como un gasto teórico que de mantenerse constante indefinidamente producirá la misma geometría del canal que el hidrograma durante el mismo periodo de tiempo (Copeland, 2000).

Para su estimación, se presentan tres métodos, lo cuales requieren de mediciones de gasto solido referidos a su gasto líquido que lo produce, en otros casos solo hacen referencia al líquido.

- a) Gasto del cauce principal: considera que el gasto formativo es equivalente a la capacidad del cauce principal, o cauce “madre”, y se define como la capacidad máxima del cauce principal (CMCP) que transporta el río sin desbordar hacia las planicies (Inglis, 1947). Teóricamente es aplicable a las corrientes que escurren a lo largo de valles como llanuras de inundación.
- b) Gasto asociado a un periodo de retorno: se basa en la hipótesis de que el gasto formativo del cauce tiene una recurrencia fija (Nixon, 1959).

El estudio de dicha magnitud ha sido abordado desde dos enfoques: con el análisis de curvas de duración de escurrimiento basadas en gastos promedio diarios, y el análisis de curvas de frecuencia basado en valores máximos instantáneos.

Un rango citado en la literatura, es el comprendido en un rango de recurrencia entre 1.07 y 4 años (Leopoldo y Maddock, 1953).

- c) Principio de Wolman y Miller: este principio fue presentado en 1960 como propuesta de análisis de la formación de las características del paisaje



físico, dictado por la magnitud y recurrencia de las fuerzas que conducen los procesos geomorfológicos (Wolman & Miller, 1930).

El modelo general se construye con tres curvas. La curva de frecuencia del escurrimiento (I) que representa la distribución de los escurrimientos que se presentan en el periodo de tiempo considerado (similar a un histograma de frecuencias). La curva de transporte de sedimentos (II) que muestra la cantidad de material que es transportado respecto a la categoría de gastos correspondientes (es decir una gráfica de gasto contra transporte de sedimentos, en la que existen gastos que no producen transporte). La curva de cantidad de sedimentos (III), la que es el producto de las curvas I y II y representan el volumen de material movido durante todos los días (o momentos) en que se presentó el escurrimiento que realizaba transporte. En la curva III se observa que existe un valor máximo el cual es el escurrimiento que transporta la mayor cantidad de sedimento en el periodo de tiempo considerado, al que llamaron gasto efectivo (Ilustración 1.5).

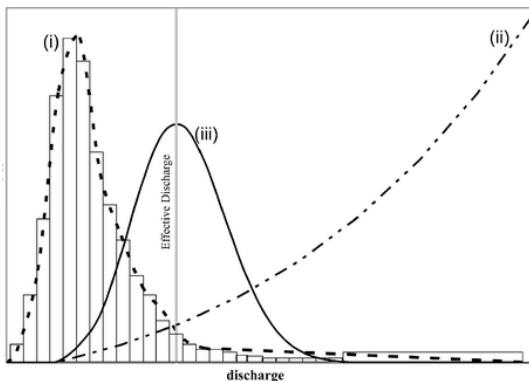


Ilustración 1.5 (i) Frecuencia de flujo, (ii) Transporte de fondo, (iii) producto de (i) y (ii)

- d) Criterio de Schaffernack: establece como gasto dominante a aquel que durante los días en que se presenta a lo largo del año transporta el mayor volumen de sedimentos.

Se construyen una de las siguientes curvas: de frecuencias contra gasto líquido, gastos líquidos contra gastos sólidos o curva de gastos líquidos contra volumen de sedimentos transportados. Aplicando la siguiente expresión.

$$Q_{DOM} = \frac{\sum_{i=1}^N Q_{BTi} Q_i n_i}{\sum_{i=1}^N Q_{BTi} n_i} \quad \text{Ec. 8}$$

---

## 2 CAMBIO DE PENDIENTE DE UN RÍO

Las presas, una de las obras de ingeniería de mayor provecho para el hombre, son causa de notables cambios y modificaciones en los ríos donde son construidas.

En general, puede decirse que en el embalse y en el tramo de río aguas arriba ocurren diferentes procesos de sedimentación, mientras que aguas abajo de una cortina tienen lugar procesos erosivos, además de cambios morfológicos a lo largo del cauce principal (Ilustración 2.1).

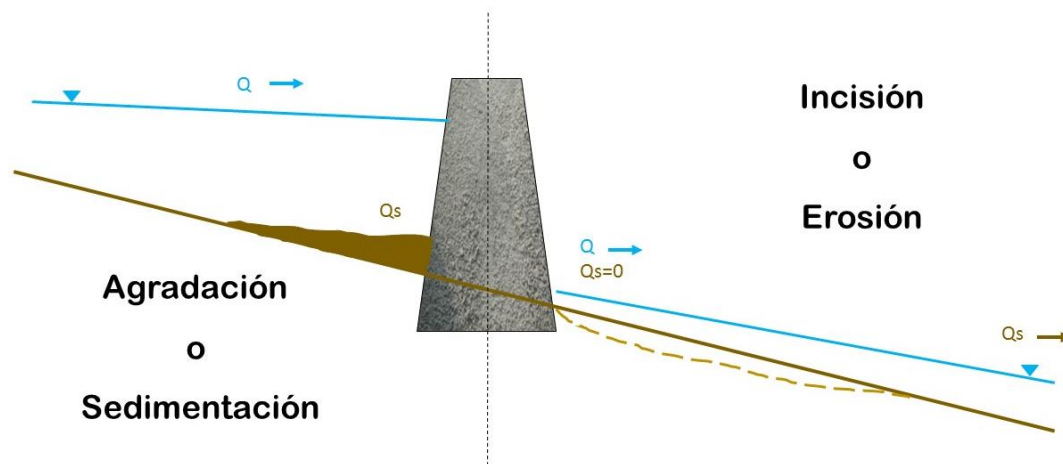


Ilustración 2.1 Morfología de un río consecuencia de la construcción de una presa

En este trabajo sólo se tratarán los fenómenos que ocurren en un río, aguas abajo de un embalse; entre ellos, los más importantes son (Ilustración 2.2):

1. Erosión local al pie de la descarga de la obra de toma y, principalmente, de la de excedencias.
2. Descenso del fondo del río a lo largo del tramo inmediato aguas debajo de la cortina.
3. Cambios morfológicos del cauce principal.

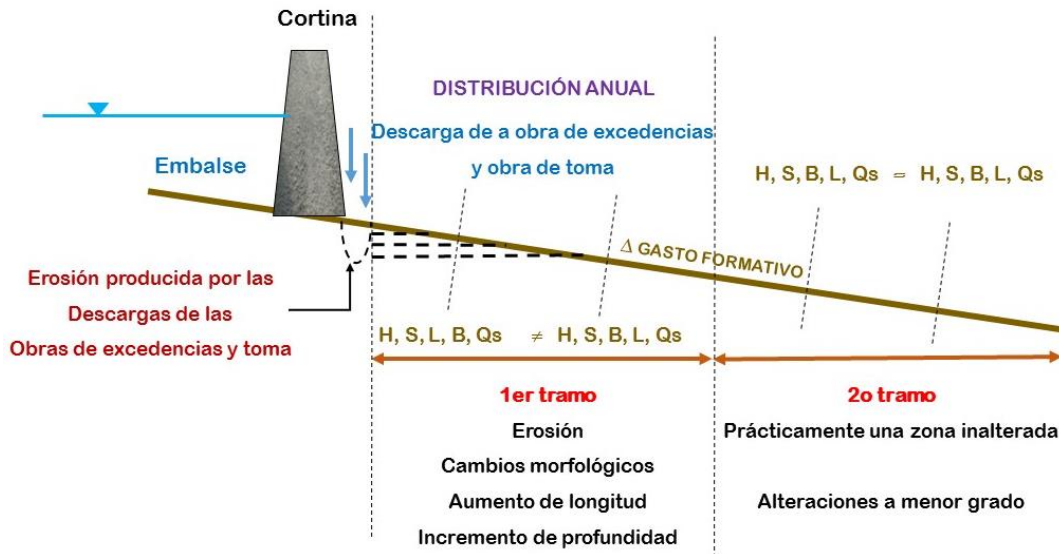


Ilustración 2.2 Morfología de un río aguas abajo de una presa

## 2.1 EROSIÓN LOCAL AL PIE DE DESCARGAS

Esta erosión es producida, tanto en el fondo como en las laderas del cauce, principalmente por las descargas de las obras de excedencias y, en menor grado, por las obras de la toma.

Las obras de excedencias pueden descargar directamente al río y a diferentes elevaciones, ya sea a través de deflectores, saltos de sky, caídas directas, tanques amortiguadores o descargas a nivel del río con o sin dientes deflectores, etc. Aunque se han propuesto algunas fórmulas para cuantificar la profundidad de la erosión producida por saltos de sky, caídas directas de chorros concentrados sobre material no cohesivo, o flujos con alta velocidad cuando estos abandonan una zona revestida de concreto y entran en contacto con material suelto, la práctica normal para evaluar las erosiones locales es por medio de un modelo hidráulico. Esto se debe a que nunca existen dos descargas idénticas y a la cantidad de variables que intervienen en el fenómeno: gasto descargado, geometría de la obra de excedencias, velocidad de agua en la descarga, forma del chorro o del flujo al entrar nuevamente al río, granulometría del material del fondo del río, fracturamiento del macizo rocoso que forma las laderas y subyace al sedimento del río, características hidráulicas y geométricas del río, topografía del sitio, etc.

---

En un modelo hidráulico se presentan con relativa facilidad y precisión la mayoría de las variables mencionadas y, además, su respuesta es también confiable. El modelo que se utiliza normalmente es del tipo Froude, no distorsionado o de fondo móvil.

## **2.2 DESCENSO DEL FONDO DEL RÍO A LO LARGO DEL PRIMER TRAMO AGUAS ABAJO DE LA CORTINA.**

Esto es lo comúnmente se conoce con el nombre genérico de “erosión aguas abajo de presas”; se produce cuando las descargas de la presa están libres de sedimentos mayores de 0.062 mm y, por tanto, las partículas del fondo del río transportadas aguas abajo no son reemplazadas por otras que vengan de aguas arriba. La erosión indicada ocurre en lo que se denominara “primer tramo” del río aguas abajo de la presa.

En otras palabras, al terminar la construcción de la cortina o, mejor dicho, al terminar el cierre de la obra de desvío, el tramo del río inmediato aguas abajo es el mismo que antes de la construcción y conserva su misma geometría y pendiente. Cuando posteriormente se descarga un cierto gasto, la corriente que se forma en el río tiene una determinada capacidad de transporte del material del fondo. Ese material transportado no se sustituye con el sedimento que provenga del embalse, sólo se tomado del fondo de las primeras secciones del río, con lo que se produce un descenso paulatino del mismo. Ese descenso o erosión es mayor en las secciones inmediatas aguas abajo de la descarga y disminuye hacia aguas abajo hasta una sección que permanece “inalterada”, en cuanto a ésta erosión se refiere.

Con el transporte de sedimentos ocurre lo contrario, ya que tiende a ser mínimo o casi no existe en la primera sección aguas abajo de la descarga, y aumenta progresivamente hasta alcanzar su mayor valor en la primera sección inalterada, para permanecer constante aguas abajo de ella.

Hacia aguas abajo de esa primera sección inalterada, se considera que el material del cauce y la pendiente no varían, por lo que, si el gasto es constante, también lo es el transporte de sedimentos; es decir, hay continuidad en el transporte líquido y sólido, al tramo donde no ocurre la erosión señalada se le denomina “segundo tramo” del río aguas abajo de la presa.

---

La erosión descrita se produce lenta y continuamente durante la vida de la presa, mientras la corriente que produce las descargas en el río tenga capacidad para transportar el material del fondo. Por tanto, el tramo afectado por este proceso erosivo, o primer tramo, aumenta en longitud también en forma continua y gradual, así como el descenso del fondo en cada una de las secciones del tramo afectado. Por lo antes indicado, se concluye que la erosión es máxima en la primera sección aguas debajo de la descarga y disminuye hacia aguas abajo hasta la primera sección inalterada o no erosionada, la cual se desplaza paulatinamente hacia aguas abajo, señalando el principio del segundo tramo.

La erosión aguas abajo de presas depende principalmente de los gastos descargados, de su "variación y permanencia", de las propiedades física del material del fondo y en consecuencia del transporte de sedimentos que tiene lugar en el tramo inalterado.

El cálculo del proceso erosivo, aunque complejo puede llevarse a cabo con facilidad, siempre y cuando el sedimento sea el mismo a lo largo del tramo y en las profundidades afectadas por la erosión, y además si ese material es no cohesivo y la desviación estándar geométrica de sus tamaños es menor que 3.

Ese proceso se complica notablemente y, por tanto, su determinación analítica, cuando la erosión descubre materiales con diferente granulometrías y cuando se acoraza el material del fondo o el de los estratos descubiertos por la erosión. Si en todo el tramo y en toda la profundidad el material es el mismo, pero la granulometría es extendida o bien graduada (por lo que puede acorazarse), se debe tomar en cuenta la condición crítica máxima, ya que sólo los gastos que la sobrepasen destruyen la coraza y producen transporte de sedimentos. En algunos ríos donde esto ocurre, sólo hay transporte de sedimentos, y en consecuencia erosión, cuando se descargan grandes gastos por el vertedor. Para las descargas pequeñas de la obra de excedencia o de la obra de toma, el fondo acorazado impide el transporte de sedimentos y la erosión del fondo.

El principal obstáculo al que hay que hacer frente al estudiar la erosión aguas abajo de embalses es la falta de observaciones sistemáticas y completas.

Existe otro fenómeno que afecta tanto al tramo mencionado como a todo el río y que se manifiesta claramente hasta donde confluye el primer afluente de importancia.

---

## 2.3 CAMBIOS MORFOLÓGICOS DEL CAUCE PRINCIPAL

Las características geométricas de la sección de un tramo de un río y su pendiente son función de los gastos que por ella escuren y de su distribución anual, de las propiedades físicas del material del fondo y las orillas, así como del transporte de los sedimentos que pasan por dicho tramo; al tener en mente lo expuesto se distinguen dos tramos del río aguas abajo de un embalse.

La formación del embalse por la construcción de la presa, la regulación que tiene sobre los escurrimientos (principalmente durante la época de lluvias y grandes avenidas), y las extracciones ya sea para riego o generación hidroeléctrica, modifican el hidrograma anual de los escurrimientos aguas abajo de la cortina, lo que cambia el gasto formativo aguas abajo de la cortina. Dicha modificación repercute en un cambio en la geometría de las secciones y de la pendiente a todo lo largo de río, pero principalmente en los dos tramos mencionados.

Por lo señalado, en el segundo tramo puede haber alteración notable de la geometría del cauce y, en menor grado, una modificación de la pendiente, ya que esta última requiere de mucho tiempo para producirse.

En el primer tramo, en cambio, la modificación es más compleja ya que, por un lado, hay un nuevo gasto formativo y, por otro, el gasto sólido varía de una sección a otra, desde un mínimo en la sección extrema de aguas arriba, hasta un máximo igual al del transporte de sedimentos que hay en el segundo tramo.

Puesto que el gasto sólido varía de una sección a otra, y a que, como consecuencia del proceso erosivo, la pendiente también es distinta de una sección a otra, las características geométricas, ancho y tirante, también varían en cada sección. A pesar de lo señalado, y debido a la complejidad del fenómeno, la cuantificación de la erosión aguas abajo de los grandes embalses se ha atacado en forma bidimensional, considerando un ancho constante para todo el tramo lo cual sólo se cumple cuando este se encuentra encañonado y las márgenes son resistentes al esfuerzo ocasionado por el flujo (Maza, 1988).

---

---

---

### 3 MODELO MATEMÁTICO PARA CALCULAR EL CAMBIO DE PENDIENTE

Para calcular el cambio de pendiente de un río se requiere el enfoque del tránsito hidráulico con el que se resuelven las ecuaciones de Saint-Venant en 1D, que se obtienen a partir de las ecuaciones de conservación de masa y cantidad de movimiento. Según la versión de las ecuaciones que se emplee es posible resolver distintos problemas.

El avance actual en capacidad de cómputo permite resolver problemas que antes parecían inabordables, como el del flujo transcrito (un flujo con tramos en régimen subcrítico y otros en supercrítico, con la presencia de saltos hidráulicos móviles). Si se incluyen ecuaciones adicionales es posible estudiar problemas de calidad de agua, de fondo móvil, etc.

Para cuantificar el caudal sólido del transporte de fondo de una corriente existen numerosos métodos planteados en términos de expresiones matemáticas y gráficas en función de determinadas variables de tipo hidráulico y algunas características relevantes de tipo geométrico y granulométrico del lecho de los ríos. Con el avance tecnológico en cuestión de instrumentación, se ha permitido medir con mayor detalle las variables que se consideran de mayor importancia, teniendo mejores resultados en la modelación de sedimento-flujo.

#### 3.1 CÁLCULO DEL FLUJO LÍQUIDO Y DEL CAMBIO DE PENDIENTE DEL RIO

Maza (1988) señala que una manera de predecir el comportamiento de los escurrimientos naturales es mediante el modelado del flujo, ya sea permanente o transitorio, incluyendo el transporte de sedimentos. Este aspecto ha recibido un importante impulso sobre todo a partir de la década de los setentas con el desarrollo de una gran cantidad de modelos matemáticos, muchos de los cuales son presentados y discutidos por Cunge, Holly y Verwey, 1980.

Las ecuaciones de Saint Venant para flujo superficial en el cauce para una dimensión son:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{1}{T} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad \text{Ec. 9}$$



---


$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{Q^2}{A} \right) + gA \frac{\partial (h + z)}{\partial x} + gAS_f = 0 \quad \text{Ec. 10}$$

Para poder establecer dichas ecuaciones se parte de las llamadas hipótesis de Saint-Venant, que son las siguientes:

1. La distribución de presiones es hidrostática, lo que implica que no hay fuerte curvatura de las líneas de corriente.
2. El flujo es unidimensional y es válido el concepto de velocidad media en la sección transversal.
3. La pendiente de fondo es pequeña, por lo que el tirante medido verticalmente y el medido perpendicular a la plantilla del canal son aproximadamente iguales
4. Son válidas las ecuaciones de resistencia al flujo para el cálculo de pérdidas por fricción.

Elas se complementan con la ecuación de conservación de masa de sedimentos (Exner) escrita como:

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{(1 - \varepsilon)B_s} \frac{\partial G}{\partial x} = 0 \quad \text{Ec. 11}$$

En estas ecuaciones Q es el gasto líquido [m<sup>3</sup>/s]; T el ancho de la superficie libre del agua [m]; B<sub>s</sub> el ancho efectivo promedio del fondo [m]; A, el área hidráulica de la sección transversal [m<sup>2</sup>]; g la aceleración de la gravedad [m/s<sup>2</sup>]; Z la elevación del fondo del cauce [m]; h, tirante o profundidad del agua [m]; S<sub>r</sub>, la pendiente de fricción o de energía [adimensional]; x, longitud [m]; t, tiempo [s]; ε porosidad del material sólido [adimensional]; G, gasto de sedimento grueso [m<sup>3</sup>/s].

En un cauce natural es común la presencia de flujo transcrito, refiriéndose a la existencia de ambos regímenes, subcrítico y supercrítico, durante la avenida de un cauce. Este flujo de régimen mixto suele presentarse en una gran variedad de situaciones de interés práctico en la ingeniería, como sucede durante el análisis del funcionamiento de canales con pendiente fuerte, donde los escurrimientos son controlados por estructuras hidráulicas y la operación de estos elementos provoca saltos hidráulicos fijos o móviles. También suele ocurrir cuando el flujo se desarrolla en contracciones bruscas, por la sobre-elevación del fondo del cauce, y oscilaciones generadas durante el rompimiento de presas (falla de cortinas).

La técnicas “shock capturing” o captura de choque tiene la característica de que el análisis no requiere de la separación de los flujos aguas arriba y abajo de la discontinuidad, y no existe un límite para el número o dirección de las discontinuidades dentro del dominio del cálculo. No obstante, requiere del uso de las ecuaciones de Saint-Venant en su forma conservativa, además del uso de término de disipación artificial para la eliminación de falsas oscilaciones en la vecindad de las discontinuidades.

En forma conservativa las ecuaciones gobernantes pueden ser escritas de forma matricial de la siguiente manera:

$$U_t + F_x + S = 0 \quad \text{Ec. 12}$$

Por lo cual

$$U = \begin{bmatrix} A \\ VA \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 13}$$

$$F = \begin{bmatrix} VA \\ V^2A + gI \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 14}$$

$$S = \begin{bmatrix} 0 \\ -gA(S_o - S_f) \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 15}$$

$$I = \int_0^{y(x)} [y(x) - \eta] \sigma(\eta) d\eta \quad \text{Ec. 16}$$

I: momento de area de flujo respecto a la superficie libre

$\sigma$  : ancho de la superficie libre

$\eta$ : profundidad

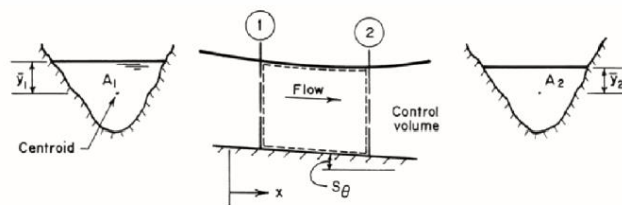


Ilustración 3.1 Esquema de volumen de control

Algunos de los esquemas de captura de choque son los propuestos por Lax, MacCormack, Preissman, Vasseliev, Abbot-Ionescu, Gudunov, Glaister, Mesh, entre otros.

En este trabajo se presenta la implementación del esquema explícito de Lax-Wendroff, 1960, con aproximaciones a diferencias finitas de primer orden, hacia adelante en el tiempo, y centrales en i (espacio).

$$U_i^{t+1} = \frac{1}{2}(U_{i+1}^t + U_{i-1}^t) - \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} (F_{i+1}^t - F_{i-1}^t) - S^* \Delta t \quad \text{Ec. 17}$$

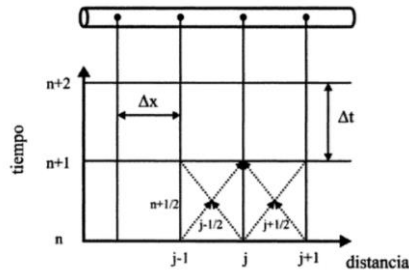


Ilustración 3.2 Gráfica del esquema Lax-Wendroff, diagrama espacio-tiempo.

El cálculo de la velocidad del flujo en un río requiere de varios factores que determinan la resistencia al flujo como son el material de lecho, la pendiente, el arrastre de superficie desarrollado por el contorno del curso y el arrastre de forma (efecto de las formas de lecho en el río), las irregularidades en la forma de la sección transversal del cauce, los cambios de dirección, la vegetación, obstrucciones, entre otros.

Para estimar el factor de fricción para flujo totalmente rugoso se utilizó la siguiente expresión (Keulegan law, 1938).

$$C_f = \left[ \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{11 * h}{K_s} \right) \right]^{-2} \quad \text{Ec. 18}$$

$K_s$ : altura de rugosidad ;  $K_s \approx (2 \text{ ó } 3) D_{90}$

$\kappa$ : constante de Von Karman;  $\kappa = 0.41$

$K_s$ , siendo la altura de rugosidad del fondo, se puede obtener en relación con  $n_\kappa D_{90}$ , donde  $n_\kappa$  ha sido estimada en un rango de 2 a 3.5 (Kamphuis, 1974).

En condiciones normales de flujo se cumple que:

$$\gamma R_h S_f = \rho C_f U |U| \quad \text{Ec. 19}$$

---

La pendiente de energía  $S_f$  se determina a partir de la resistencia al flujo en el río suponiendo flujo uniforme.

$$S_f = \frac{\rho C_f U |U|}{\gamma R_h} \quad \text{Ec. 20}$$

Para obtener a lo largo del tiempo el tirante, caudal líquido y la profundidad del fondo, y dado que los cambios en el fondo del cauce son más lentos que los del tirante y caudal, se encontró que era además adecuado resolver en forma numérica las ecuaciones diferenciales de Saint Venant por separado de la ecuación de Exner.

Como el cambio de la elevación del fondo durante un intervalo de cálculo es pequeño, su efecto sobre las del área hidráulica y el caudal, se desprecia; por tanto, las ecuaciones de flujo y de transporte de sedimentos se resolvieron de manera desacoplada.

Las variables de flujo obtenidas por la solución de las ecuaciones de flujo del líquido, se utiliza para predecir los cambios en el nivel del fondo a lo largo del río; posteriormente, el nuevo nivel del fondo se utiliza para obtener las variables de flujo para el siguiente tiempo (Ilustración 3.3).



Ilustración 3.3 Método de solución

---

### 3.2 ESTIMACIÓN DE SEDIMENTOS

En general, se puede esperar el transporte de carga de fondo unitario en función de no más de dos parámetros hidráulicos aquí denotados por  $X_1$  y  $X_2$ ; también por la densidad del agua, densidad del material del sedimento, viscosidad del agua, aceleración de la fuerza, tamaño de partícula; también se pueden incluir otros parámetros basados en los momentos de la superficie y de la distribución del tamaño de partícula (Ec. 21), Parker, 1977.

$$q_u = \text{fn}(X_1, X_2, \rho_s, \rho, \nu, g, D, m) \quad \text{Ec. 21}$$

Debido a que el cálculo del transporte del material de fondo se basa en mediciones experimentales en laboratorio y campo se han propuesto una importante cantidad de métodos para cuantificarlo, en este trabajo, se presentan dos, uno muy utilizado en la práctica de la ingeniería fluvial desde sus inicios y otro relativamente actual: Meyer-Peter-Müller (Ec. 22), 1958 y Wu (Ec. 27), 2000, respectivamente.

Meyer-Peter-Müller, propone la siguiente expresión para el arrastre de capa de fondo.

$$Q_B = \epsilon B(NhS - \tau_c^*)^{1.5} \quad \text{Ec. 22}$$

donde:

$$\epsilon = 6.4(g\Delta D_m^3)^{0.5} \quad \text{Ec. 23}$$

$$N = \left(\frac{n'}{n}\right)^{1.5} \frac{1}{\Delta D_m} \quad \text{Ec. 24}$$

$$n' = \frac{D_m^{\frac{1}{6}}}{26} \quad \text{Ec. 25}$$

$$n = \frac{h^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}}}{U} \quad \text{Ec. 26}$$

$$\Delta = \frac{\rho_s - \rho}{\rho} \quad \text{Ec. 27}$$

---

donde:

$Q_B \left[ \frac{m^3}{s} \right]$ : arrastre de la capa de fondo

$h$  [m]: profundidad

$B$ : ancho medio de la superficie libre

$S$  : pendiente

$D_m$  [m]: diametro medio del material de fondo

$n'$ : rugosidad asociada a la partícula

$n$ : rugosidad segun Manning

La formulación de Wu (2000) se ha extendido para calcular el transporte de sedimentos de varios tamaños bajo condiciones actuales y también para aplicaciones costeras. Puede calcular las cargas de transporte terrestre y marítimo.

El método de Wu, se ha probado utilizando una amplia gama de conjuntos de datos de transporte de sedimentos de un solo tamaño y varios conjuntos de datos de transporte de sedimentos uniforme y no uniforme recogidos en la literatura. La fórmula proporciona predicciones confiables tanto en el transporte fraccionado como en el total, como diferentes propuestas para transporte de fondo y suspensión.

$$q^* = 0.0053 \left( \frac{\tau_b'}{\tau_c^*} - 1 \right)^{2.2} \quad \text{Ec. 28}$$

$$\tau_b' = \frac{1}{2} \rho f_c' U^2 \quad \text{Ec. 29}$$

$$f_c' = 2 \left( \frac{n'}{n} \right)^{1.5} \frac{gn^2}{h^3} \quad \text{Ec. 30}$$

$$n = \frac{h^{\frac{1}{6}}}{18 \log \left( 12 \frac{h}{k_s} \right)} \quad \text{Ec. 31}$$

$$n' = \frac{D_m^{\frac{1}{6}}}{20}$$

Ec. 32

$\tau_b'$ : esfuerzo total de corte

h [m]: profundidad

### 3.3 VALIDACIÓN

Se presenta la confiabilidad del modelo matemático resolviendo las ecuaciones de Saint-Venant de flujo a superficie libre en conjunto con la evolución del fondo con los principios de conservación de masa, energía y momento, formulaciones de gasto de fondo e hipótesis. Con el interés de representar adecuadamente el comportamiento de degradación del fondo de un río aguas abajo de una presa.

El modelo se somete a datos experimentales del proceso de degradación de fondo en un canal abierto. La duración del experimento es de 27 horas con mediciones intermedias de la elevación del fondo de inicio a fin. Antes de iniciar las mediciones se introduce una tasa de sedimento constante para mantener el fondo fijo. Una vez que se logra establecer el flujo, se corta la alimentación de sedimento iniciando el proceso degradativo.

Condiciones de frontera: aguas arriba se mantiene un gasto constante durante toda la simulación; aguas abajo, la salida está controlada por un vertedor de cresta delgada manteniendo la superficie libre constante de inicio a fin. (Newton, 1951).

Tabla 3.1 Datos

<b>Geometría del canal</b>	
Longitud	9.14 [m]
Ancho	0.3048 [m]
Altura	0.61 [m]
<b>Características sedimento</b>	
Densidad	2650 [kg/m <sup>3</sup> ]
Porosidad	0.396
Diámetro	0.69 [mm]
<b>Condiciones iniciales</b>	
Gasto líquido	0.00566 [m <sup>3</sup> /s]
Profundidad	0.03805 [m]
Pendiente	0.0061

---

### 3.3.1 METODOLOGÍA

El espacio de dominio se realizó con 20 intervalos distribuidos en los 9.14 m, obteniendo secciones a cada 0.457 m. Para el tiempo se realizaron diferentes  $\Delta t$  para obtener la estabilidad del modelo teniendo un paso de tiempo constante durante toda la simulación.

Condiciones iniciales. Se calibró la variable “ $k_s$ ” para obtener la profundidad de 0.03805 m para el gasto líquido asociado de 0.00566 m<sup>3</sup>/s y pendiente de 0.0061; el valor de “ $k_s$ ” se mantiene de inicio a fin de la simulación.

Se registraran las elevaciones de fondo medidos para los instantes en los que se midieron en laboratorio: 1, 2.17, 4, 12, 27 horas (Ilustración 3.4).

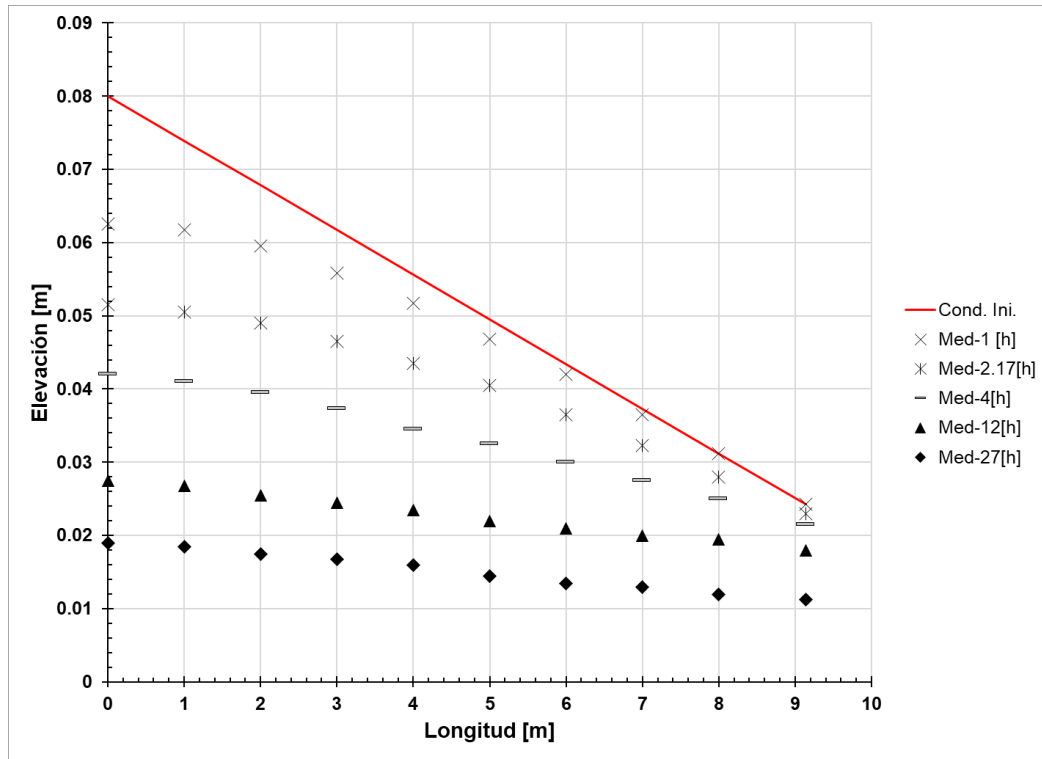


Ilustración 3.4 Condición inicial y elevaciones de fondo medidos

La estimación de sedimento implementada, de ser el caso, serán afectados por un factor “K” para calibrar y obtener las mejores estimaciones.



Se obtendrán los sedimentogramas de cada simulación a la salida del dominio, valores que serán representados cada hora para ser comparados con los valores observados (Ilustración 3.5), desde el inicio que se dejó de aportar la tasa de sedimento de  $Q_{sed}=0.0102$  kg/s.

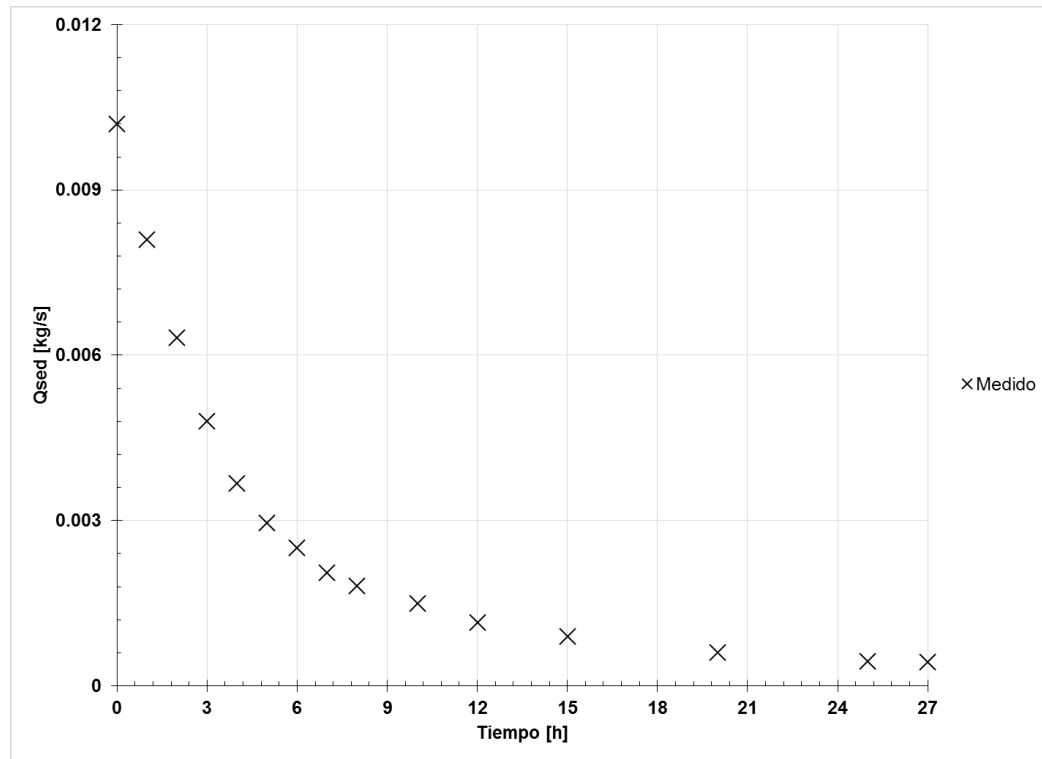


Ilustración 3.5 Sedimentograma medido a la salida del canal

Para medir la capacidad de estimar la evolución del fondo sobre la longitud total del canal, se emplea el error absoluto y el puntaje de habilidad de Brier (Brier Skill Score, BSS) expresada por la siguiente fórmula.

$$BSS = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (z_b(x_i, t)_{medido} - z_b(x_i, t)_{calculado})^2}{\sum_{i=1}^N (z_b(x_i, t)_{medido} - z_b(x_i, 0)_{calculado})^2} \quad \text{Ec. 33}$$

BSS, determina la habilidad de un modelo, entre lo medido y calculado en un instante determinado a medida que se aleja de la condición inicial.

El BSS ha sido Identificado como el criterio más apropiado para determinar el rendimiento de un modelo numérico morfodinámico (Davies et al., 2002). Van Rijn y Walstra, 2003, proporcionan una caracterización de calidad general.

Tabla 3.2 Caracterización del BSS

Calificación	BSS
Excelente	1.0-0.8
Bueno	0.8-0.6
Regular	0.6-0.3
Pobre	0.3-0.00
Malo	<0.00

### 3.3.2 RESULTADOS

En la Ilustración 3.6 y tabla 3.3 se presentan los resultados con la expresión de sedimentos de Wu, representados por una línea continua, en comparación con los datos medidos para diferentes instantes de tiempo.

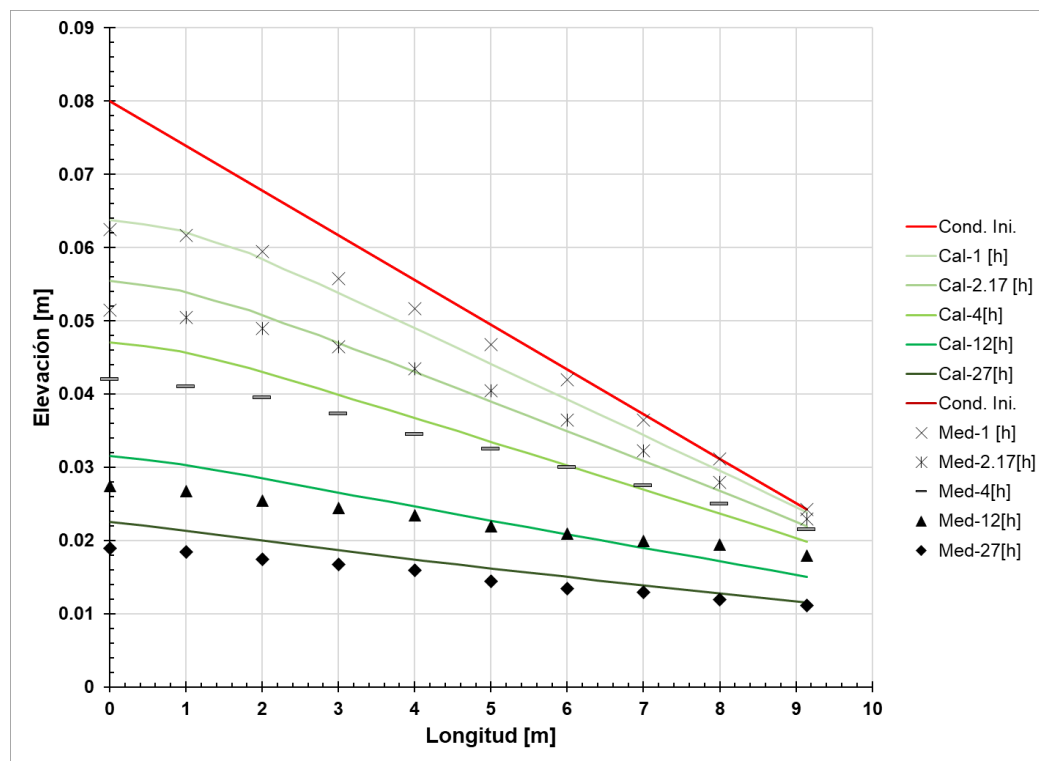


Ilustración 3.6 Evolución del fondo con la fórmula de Wu

Para la simulación presentada, se utilizó la expresión sin modificarla.

Tabla 3.3 Evolución del fondo con  $W_u$ , medido vs calculado

Longitud [m]	1 [h]		2.17 [h]		4 [h]		12 [h]		27 [h]	
	Calc.	Med.	Calc.	Med.	Calc.	Med.	Calc.	Med.	Calc.	Med.
0.00	0.064	0.063	0.055	0.052	0.047	0.042	0.032	0.028	0.023	0.019
0.46	0.063	0.062	0.055	0.051	0.047	0.042	0.031	0.027	0.022	0.019
0.91	0.062	0.062	0.054	0.051	0.046	0.041	0.030	0.027	0.021	0.019
1.37	0.061	0.061	0.053	0.050	0.045	0.040	0.030	0.026	0.021	0.019
1.83	0.059	0.060	0.051	0.049	0.044	0.039	0.029	0.026	0.020	0.018
2.29	0.057	0.058	0.050	0.048	0.042	0.038	0.028	0.025	0.020	0.018
2.74	0.055	0.057	0.048	0.047	0.041	0.038	0.027	0.025	0.019	0.018
3.20	0.053	0.055	0.046	0.046	0.039	0.037	0.026	0.024	0.018	0.018
3.66	0.051	0.053	0.044	0.045	0.038	0.036	0.025	0.024	0.018	0.017
4.11	0.048	0.051	0.043	0.043	0.036	0.035	0.024	0.023	0.017	0.017
4.57	0.046	0.049	0.041	0.042	0.035	0.034	0.024	0.023	0.017	0.017
5.03	0.044	0.047	0.039	0.040	0.033	0.033	0.023	0.022	0.016	0.017
5.48	0.042	0.045	0.037	0.039	0.032	0.031	0.022	0.022	0.016	0.017
5.94	0.040	0.042	0.035	0.037	0.030	0.030	0.021	0.021	0.015	0.016
6.40	0.037	0.040	0.033	0.035	0.029	0.029	0.020	0.021	0.015	0.016
6.86	0.035	0.037	0.031	0.033	0.027	0.028	0.019	0.020	0.014	0.016
7.31	0.033	0.035	0.030	0.031	0.026	0.027	0.018	0.020	0.014	0.016
7.77	0.031	0.032	0.028	0.029	0.024	0.025	0.018	0.019	0.013	0.015
8.23	0.028	0.030	0.026	0.027	0.023	0.024	0.017	0.019	0.013	0.015
8.68	0.026	0.027	0.024	0.025	0.021	0.023	0.016	0.018	0.012	0.015
9.14	0.024	0.025	0.022	0.023	0.020	0.021	0.015	0.018	0.012	0.015

Se obtuvieron los errores absolutos promedio y el BSS para cada instante medido-calculado.

Tabla 3.4 Desempeño con la fórmula de  $W_u$

Tiempo [h]	$\epsilon$ [m]	BSS
1	0.0018	0.9200
2.17	0.0017	0.9810
4	0.0022	0.9840
12	0.0020	0.9950
27	0.0017	0.9970

En la Ilustración 3.7 y tabla 3.5 se presentan los resultados con la expresión de sedimentos de MPM, representados por una línea continua, en comparación con los datos medidos para diferentes instantes de tiempo.

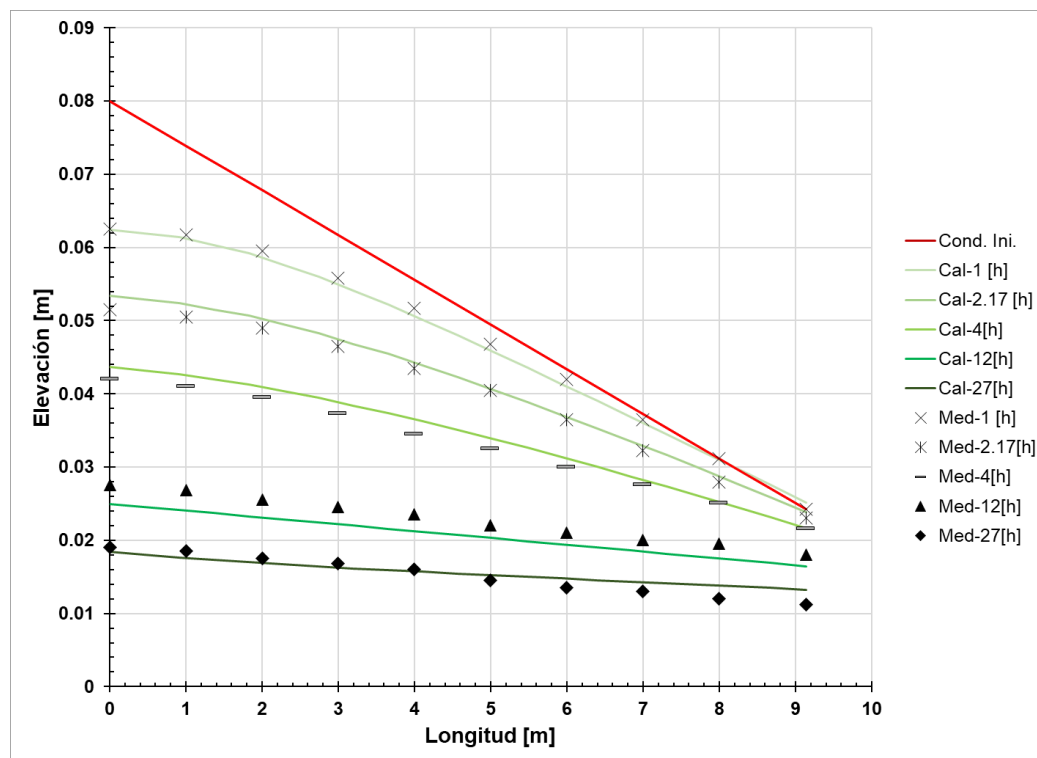


Ilustración 3.7 Evolución del fondo con MPM

Para la simulación presentada de efecto de degradación, se utilizó un coeficiente  $K=0.8$  para su calibración.

Tabla 3.5 Evolución del fondo con MPM, medido vs calculado

Longitud [m]	1 [h]		2.17 [h]		4 [h]		12 [h]		27 [h]	
	Calc.	Med.	Calc.	Med.	Calc.	Med.	Calc.	Med.	Calc.	Med.
0.000	0.062	0.063	0.053	0.052	0.044	0.042	0.025	0.028	0.018	0.019
0.457	0.062	0.062	0.053	0.051	0.043	0.042	0.025	0.027	0.018	0.019
0.914	0.061	0.062	0.052	0.051	0.043	0.041	0.024	0.027	0.018	0.019
1.371	0.060	0.061	0.052	0.050	0.042	0.040	0.024	0.026	0.017	0.019
1.828	0.059	0.060	0.051	0.049	0.041	0.039	0.023	0.026	0.017	0.018
2.285	0.058	0.058	0.049	0.048	0.040	0.038	0.023	0.025	0.017	0.018
2.742	0.056	0.057	0.048	0.047	0.039	0.038	0.022	0.025	0.016	0.018

<b>3.199</b>	0.054	0.055	0.047	0.046	0.038	0.037	0.022	0.024	0.016	0.018
<b>3.656</b>	0.052	0.053	0.045	0.045	0.037	0.036	0.022	0.024	0.016	0.017
<b>4.113</b>	0.050	0.051	0.044	0.043	0.036	0.035	0.021	0.023	0.016	0.017
<b>4.570</b>	0.048	0.049	0.042	0.042	0.035	0.034	0.021	0.023	0.015	0.017
<b>5.027</b>	0.046	0.047	0.041	0.040	0.034	0.033	0.020	0.022	0.015	0.017
<b>5.484</b>	0.044	0.045	0.039	0.039	0.033	0.031	0.020	0.022	0.015	0.017
<b>5.941</b>	0.041	0.042	0.037	0.037	0.031	0.030	0.019	0.021	0.015	0.016
<b>6.398</b>	0.039	0.040	0.035	0.035	0.030	0.029	0.019	0.021	0.015	0.016
<b>6.855</b>	0.037	0.037	0.033	0.033	0.029	0.028	0.019	0.020	0.014	0.016
<b>7.312</b>	0.034	0.035	0.032	0.031	0.027	0.027	0.018	0.020	0.014	0.016
<b>7.769</b>	0.032	0.032	0.030	0.029	0.026	0.025	0.018	0.019	0.014	0.015
<b>8.226</b>	0.030	0.030	0.028	0.027	0.025	0.024	0.017	0.019	0.014	0.015
<b>8.683</b>	0.028	0.027	0.026	0.025	0.023	0.023	0.017	0.018	0.013	0.015
<b>9.140</b>	0.025	0.025	0.024	0.023	0.022	0.021	0.016	0.018	0.013	0.015

Se obtuvieron los errores absolutos promedio y el BSS para cada instante medido-calculado.

Tabla 3.6 Desempeño con MPM

Tiempo [h]	$\epsilon$ [m]	BSS
<b>1</b>	0.0007	0.9880
<b>2.17</b>	0.0009	0.9950
<b>4</b>	0.0012	0.9960
<b>12</b>	0.0020	0.9960
<b>27</b>	0.0014	0.9990

La comparación numérica experimental de los dos modelos con los resultados medidos, se muestra a continuación los sedimentogramas (Ilustración 3.8).

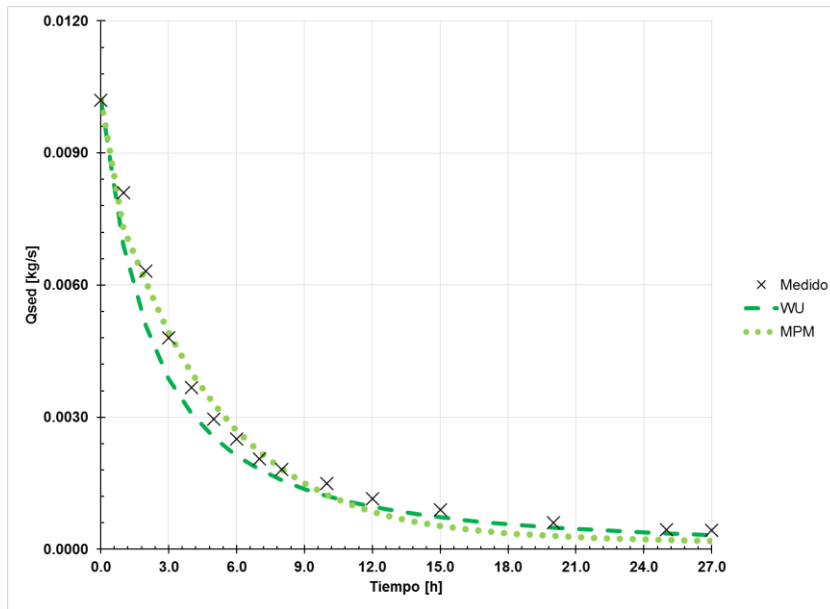


Ilustración 3.8 Sedimentograma medido vs calculado

Así mismo, se estiman los volúmenes medidos y calculados, obteniendo los respectivos errores (Tabla 3.7).

Tabla 3.7 Volúmenes de fondo erosionado

Autor	Vol [m <sup>3</sup> ]		ε [m <sup>3</sup> ]
	Medido	Calculado	
<b>Wu</b>	0.0716	0.0607	0.0109
<b>MPM</b>	0.0716	0.0645	0.0071

Las pendientes desarrolladas, observadas y calculadas. Se encuentran en la Tabla 3.8 e Ilustración 3.9.

Tabla 3.8 Pendientes medidas y calculadas

Tiempo [hr]	Medido	Wu	MPM
<b>0</b>	0.0061	0.0061	0.0061
<b>1</b>	0.0033	0.0040	0.0036
<b>2.17</b>	0.0026	0.0034	0.0029
<b>4</b>	0.0021	0.0028	0.0022
<b>12</b>	0.0010	0.0018	0.0009
<b>27</b>	0.0008	0.0012	0.0005

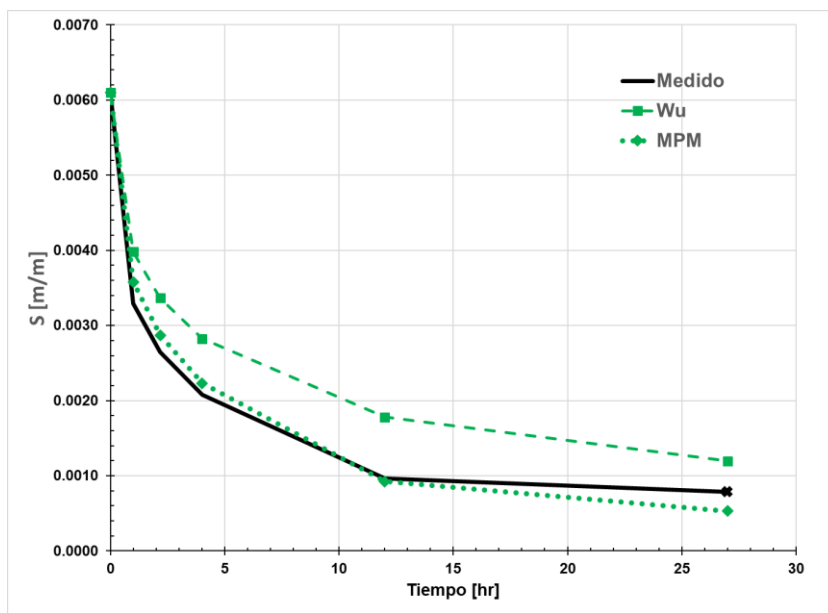


Ilustración 3.9 Cambio de pendiente

### 3.3.3 OBSERVACIONES

El modelo flujo-sedimento reportó resultados aceptables acorde al proceso de degradación de fondo. Además, el modelo logra representar la evolución de fondo hasta un estado de equilibrio dinámico, disminuyendo su pendiente.

La expresión de Wu, en su forma sin modificar, representa de manera satisfactoria la evolución de fondo con diferencias aceptables con respecto al error absoluto y el BSS. La expresión dada por MPM, requirió ser afectada por un coeficiente  $K=0.8$  para su calibración, desarrollando perfiles de fondo muy cercanos a los observados y teniendo menor error y puntaje respecto a la de Wu.

La estabilidad de los dos modelos propuestos se estableció con un paso de tiempo de 0.5 segundos, constante para todo el tiempo de simulación.

Se encontró que la expresión de Wu estima valores muy cercanos a los observados, mientras que MPM se debe calibrar la carga de fondo para representar la tasa de carga del fondo.

---

## 4 APLICACIÓN AL RÍO SAN PEDRO, NAYARIT, MÉXICO

En este capítulo se presenta la estimación del transporte sedimento grueso y la evolución del fondo que se desarrolla en un tramo de alrededor de 70 km del río San Pedro en el estado de Nayarit, México; aguas abajo del sitio del PH Las Cruces, una vez que se ha cerrado el cauce e inicia su operación.

### 4.1 DESCRIPCIÓN DEL SITIO

El río San Pedro está ubicado en el Estado de Nayarit, México; con una superficie de 29,098 km<sup>2</sup>, que drena al Océano Pacífico un volumen medio anual de 29,098 hm<sup>3</sup> que se traduce en alrededor de 87 m<sup>3</sup>/s de gasto medio anual. El 90 % del escurrimiento que drena el río San Pedro se genera en el 40 % de la cuenca, porción que atraviesa la Sierra Madre Occidental y donde le promedio anual de lluvias es de alrededor de 700 mm. El tramo de estudio inicia aguas abajo de la planta hidroeléctrica de proyecto Las Cruces hasta la cercanía de su desembocadura a la laguna de Mexcaltitán (Ilustración 4.1).

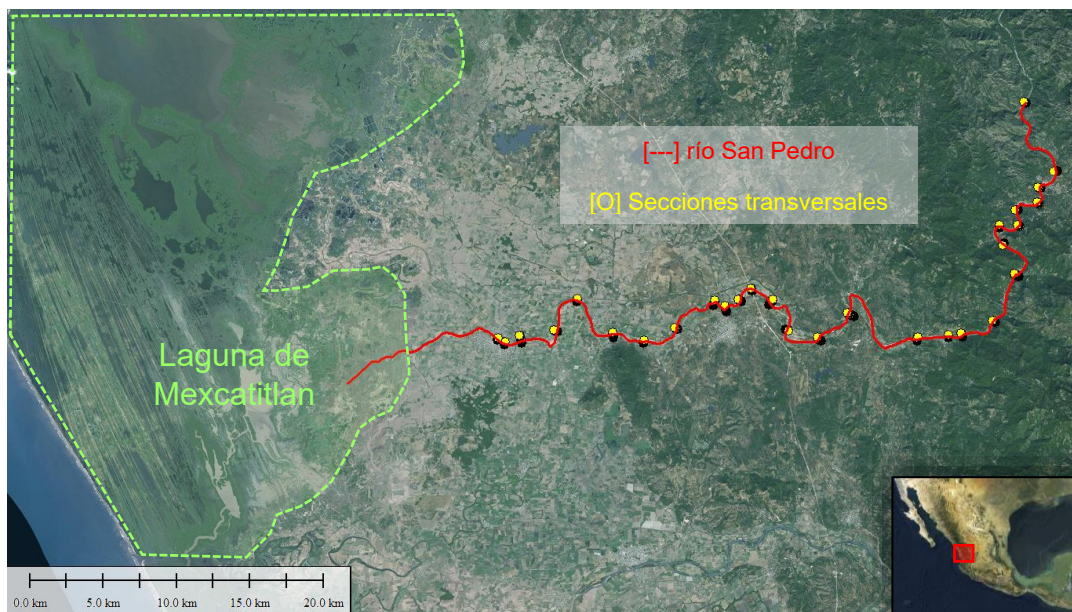


Ilustración 4.1 Ubicación del sitio en estudio, río San Pedro, Nayarit, México.



El análisis de la corriente del río San Pedro tiene una longitud de 71,547 m, teniendo una elevación máxima de 78.57 m.s.n.m. y mínima de 1.37 m.s.n.m., conformando una pendiente media de 0.0006 m/m (Ilustración 4.2).

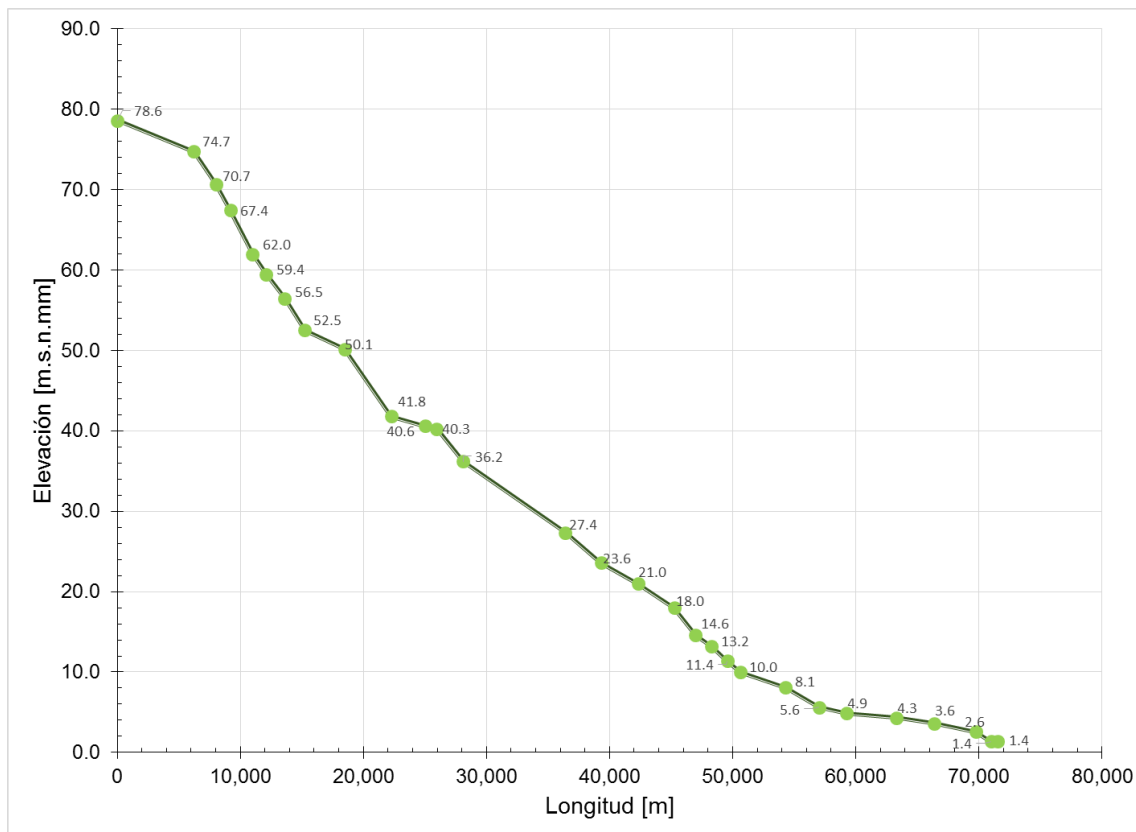


Ilustración 4.2 Perfil longitudinal del río San Pedro

El perfil longitudinal a utilizar cuenta con 29 secciones, desde la cercanía del vaso de la presa hidroeléctrica hasta la localidad de Tuxpan, colindando en la salida con la laguna de Mexcaltitán (Ilustración 4.1).

---

## 4.2 POLÍTICA DE OPERACIÓN

Derivado de cuestiones ambientales se analizaron alternativas de operación de demanda variable, en la primera opción analizada se ajustaron los volúmenes de demanda en la temporada de estiaje con base en un análisis ambiental determinándose que el caudal mínimo aceptable para la sobrevivencia de los organismos acuáticos del río es de 30 m<sup>3</sup>/s. Dicho gasto se consideró para la demanda en los meses de estiaje (octubre a diciembre).

En el análisis de transporte de sedimentos se realizaron modelaciones numéricas de 10 años de duración, para lo cual se utilizó el hidrograma correspondiente a la operación de un año tipo (Ilustración 4.3), según las políticas de operación del sistema hidráulico, el cual se repetía cíclicamente durante todo el proceso.

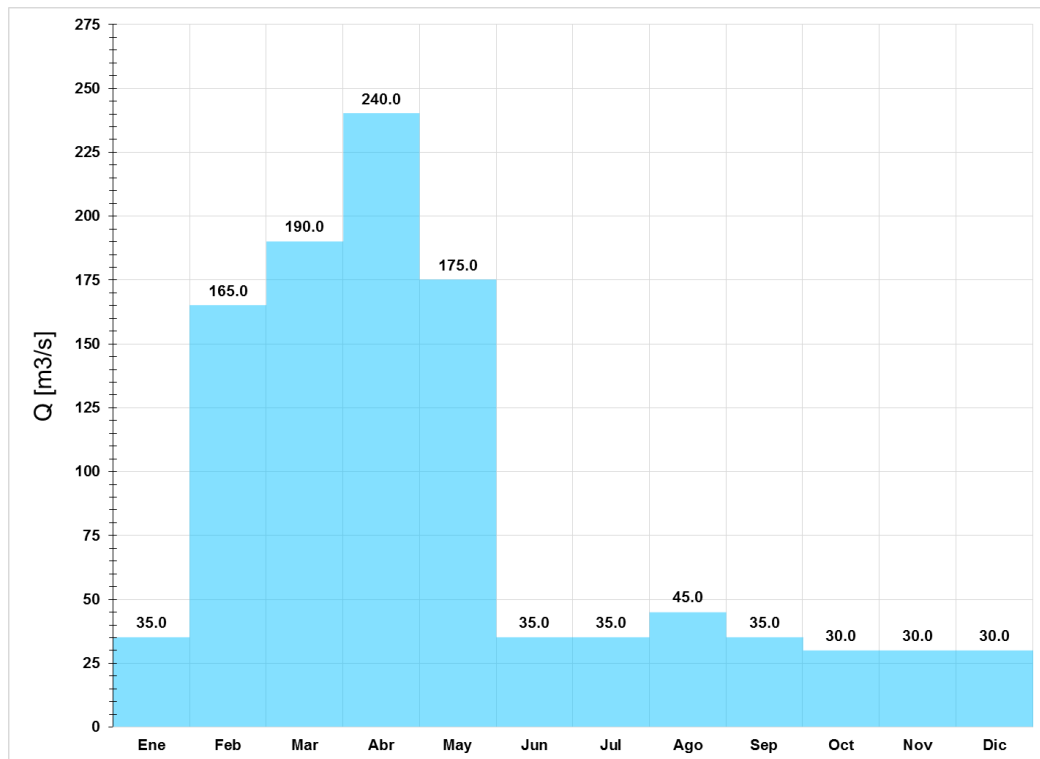


Ilustración 4.3 Hidrograma de operación anual

---

### 4.3 GASTO FORMATIVO

El análisis para obtener el gasto formativo del río en estudio, con los métodos citados además de datos observados de varios años de gasto líquido (recomendable mínimo 10 años), se requieren registros de gasto slido en sus variantes de volúmenes, peso o porcentaje como suelen ser registrados en campo.

A lo largo del río San Pedro se presenta únicamente la estación hidrométrica, San Pedro, ubicada en el cruce con el puente del ferrocarril del Pacífico, a la altura de la población de Ruíz (Ilustración 4.4).

El tramo donde está ubicada la estación hidrométrica es recto en una longitud de 600 m, aguas abajo a 200 m aproximadamente existe una rápida. En este tramo, el lecho y las márgenes del río están formadas por arena, grava y cantos rodados.

La sección de aforos está constituida por los claros de 22.10 m, formados por las 13 pilas del puente. La longitud total de la sección es de 340 m y su posición con respecto al eje del río tiene un esviajamiento de 2 grados.

Se tiene mediciones a partir del 2 de noviembre de 1944 hasta el 31 de diciembre del 2014.



Ilustración 4.4 Ubicación de la estación hidrométrica San Pedro

Con el método de Leopoldo y Maddock, del gasto asociado a un periodo de retorno: se obtienen los gastos máximos anuales a partir de promedios diarios, ordenar de forma descendente y asociados a un periodo de retorno hipotético utilizando el método de Weibull, se llega a los siguientes resultados.

Tabla 4.1 Gastos máximos anuales

<b>Año</b>	<b>Qmx [m<sup>3</sup>/s]</b>	<b>Qmx Ordenado [m<sup>3</sup>/s]</b>	<b>N</b>	<b>Tr [años]</b>
1944	1703.67	3878.98	1	72.00
1945	627.86	3366.03	2	36.00
1946	745.95	3314.36	3	24.00
1947	814.19	3279.52	4	18.00
1948	894.79	3197.87	5	14.40
1949	517.11	2925.98	6	12.00
1950	568.96	2918.63	7	10.29
1951	740.67	2548.43	8	9.00
1952	534.70	2397.92	9	8.00
1953	1002.16	1908.28	10	7.20
1954	562.98	1903.16	11	6.55
1955	1454.29	1879.01	12	6.00
1956	429.34	1740.64	13	5.54
1957	2918.63	1703.67	14	5.14
1958	1570.48	1682.47	15	4.80
1959	881.72	1625.80	16	4.50
1960	393.66	1570.48	17	4.24
1961	718.15	1477.38	18	4.00
1962	623.53	1454.71	19	3.79
1963	1477.38	1454.29	20	3.60
1964	1441.58	1441.58	21	3.43
1965	1879.01	1363.64	22	3.27
1966	1147.09	1340.74	23	3.13
1967	1308.71	1314.21	24	3.00
1968	3279.52	1308.71	25	2.88
1969	2925.98	1236.66	26	2.77
1970	1314.21	1225.34	27	2.67
1971	702.02	1210.25	28	2.57
1972	2548.43	1200.36	29	2.48
1973	1740.64	1154.63	30	2.40
1974	446.96	1147.09	31	2.32
1975	1012.40	1119.98	32	2.25
1976	3366.03	1061.31	33	2.18
1977	704.94	1032.16	34	2.12
1978	842.91	1022.07	35	2.06

---

<b>Año</b>	<b>Qmx [m<sup>3</sup>/s]</b>	<b>Qmx Ordenado [m<sup>3</sup>/s]</b>	<b>N</b>	<b>Tr [años]</b>
1979	721.50	1012.40	36	2.00
1980	896.20	1002.16	37	1.95
1981	1210.25	918.83	38	1.89
1982	1225.34	896.20	39	1.85
1983	1200.36	894.79	40	1.80
1984	1236.66	881.72	41	1.76
1985	1022.07	854.60	42	1.71
1986	1340.74	842.91	43	1.67
1987	682.84	814.19	44	1.64
1988	1903.16	771.16	45	1.60
1989	482.35	745.95	46	1.57
1990	1154.63	740.67	47	1.53
1991	771.16	726.32	48	1.50
1992	1032.16	721.50	49	1.47
1993	3878.98	718.15	50	1.44
1994	3197.87	713.34	51	1.41
1995	691.08	705.28	52	1.38
1996	1061.31	704.94	53	1.36
1997	683.43	702.02	54	1.33
1998	701.09	701.09	55	1.31
1999	1454.71	691.08	56	1.29
2000	705.28	683.43	57	1.26
2001	676.41	682.84	58	1.24
2002	713.34	676.41	59	1.22
2003	2397.92	627.86	60	1.20
2004	854.60	623.53	61	1.18
2005	162.89	568.96	62	1.16
2006	1682.47	562.98	63	1.14
2007	918.83	534.70	64	1.13
2008	3314.36	517.11	65	1.11
2009	726.32	482.35	66	1.09
2010	1908.28	446.96	67	1.07
2011	1625.80	429.34	68	1.06
2012	341.60	393.66	69	1.04
2013	1363.64	341.60	70	1.03
2014	1119.98	162.89	71	1.01

Promediando entre los valores con periodos de retorno de entre 1.07 y 4, se tiene un gasto formativo de 730 m<sup>3</sup>/s.

Con el método de Schaffernack, se requirió asociar los registros de gasto líquido con el respectivo gasto sólido, obteniendo la siguiente gráfica.

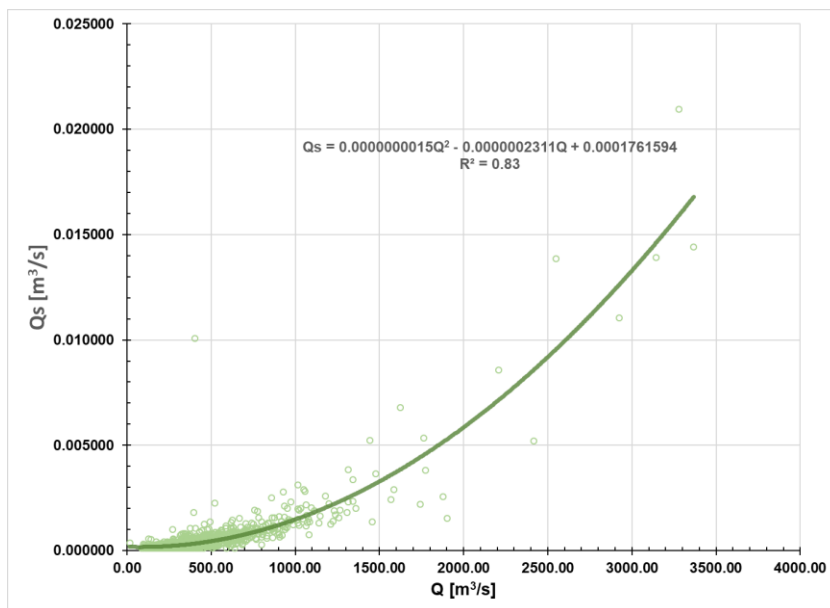


Ilustración 4.5 Registro Q vs Qs

Enseguida se construye un histograma de caudales con intervalos centrales, teniendo los siguientes resultados.

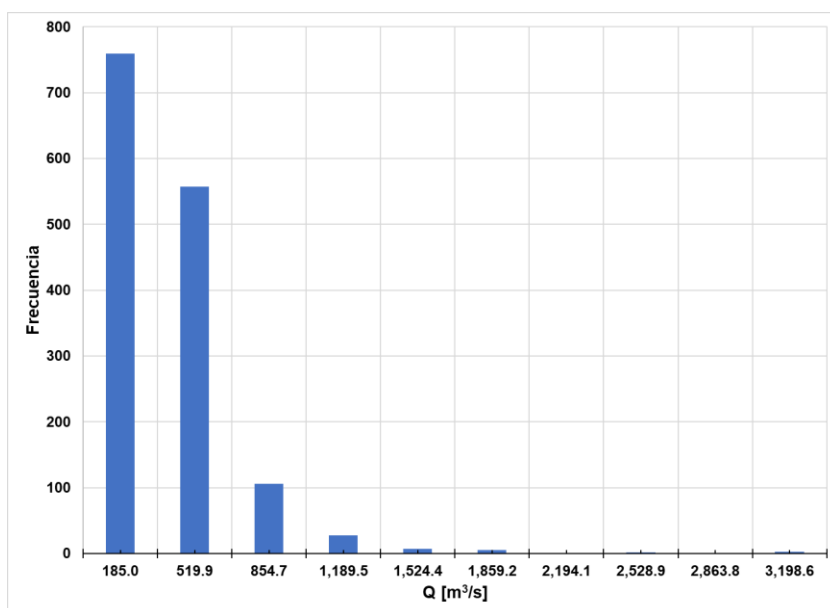


Ilustración 4.6 Histograma de gasto líquido

---

Finalmente, se aplica la siguiente fórmula que relaciona los gastos líquidos centrales con la función de ajuste de Q vs Qs y frecuencias.

$$Q_{DOM} = \frac{\sum_{i=1}^N Q_{BTi} Q_i n_i}{\sum_{i=1}^N Q_{BTi} n_i}$$

Obteniendo un gasto formativo de 925 m<sup>3</sup>/s.

El principio de Wolman y Miller, se basa en el método anterior con la curva de frecuencia de escurrimiento y de transporte de sedimentos, realizando el producto de ellas y obteniendo una tercera curva (cantidad de sedimentos) que representa el volumen de material movido durante todos los días (o momentos) en que se presentó el escurrimiento que realizaba transporte (Ilustración 4.7).

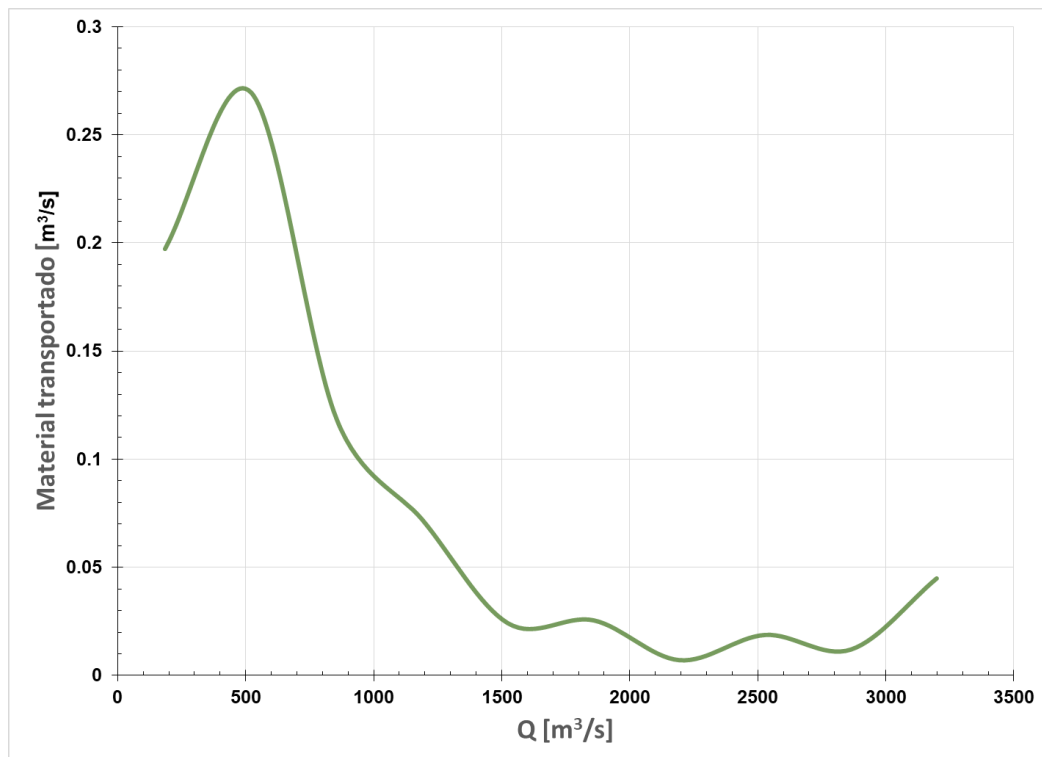


Ilustración 4.7 Curva III (Material transportado)

En la curva III (Ilustración 4.7), se observa que existe un valor máximo el cual es el escurrimiento que transporta la mayor cantidad de sedimento en el periodo de tiempo considerado, al que llamaron gasto efectivo con un valor de 508 m<sup>3</sup>/s.

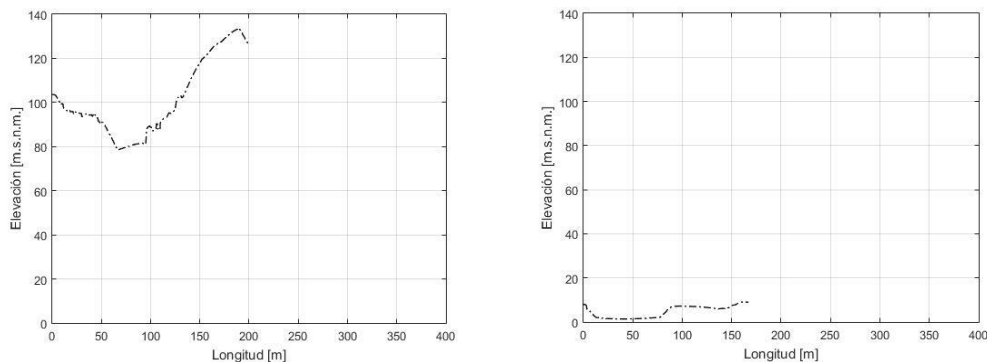
Promediando los métodos se obtiene un gasto formativo de 721 m<sup>3</sup>/s.

---

## 4.4 ANÁLISIS GRANULOMÉTRICO Y LEVANTAMIENTO TOPOGRÁFICO

A partir del análisis granulométrico realizado por la Comisión Federal de Electricidad en el año del 2014 en diferentes zonas aguas abajo de la presa hidroeléctrica, se establece como características del sedimento: densidad relativa media de 2.6 y un D50 promedio de 13 mm. En la laguna de Mexcaltitán se encuentran arcillas de alta plasticidad con diámetros menores de 0.01 mm.

Las secciones utilizadas para la modelación, son aquellas generadas en campo por CFE en el año 2012 (Ilustración 4.8).



**Ilustración 4.8 Primera sección (cerca del embalse) y última sección (salida de Tuxpan)**

Las secciones utilizadas para la modelación numérica flujo-sedimento, se analizaron de manera hidráulica, teniendo conducción de flujo dentro de la sección levantada con los límites del hidrograma anual de la política de operación.

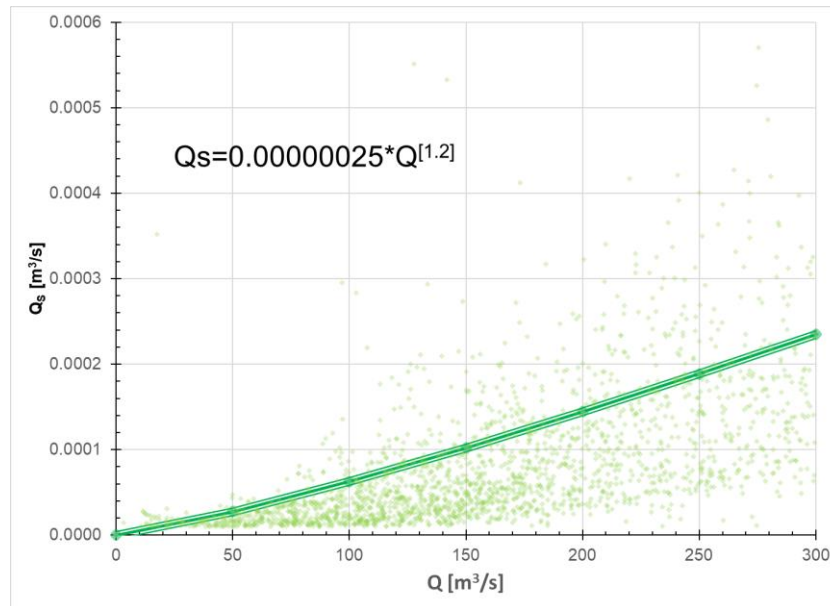
Se tuvo la iniciativa de interpolar las secciones entre ellas, haciendo una transición de forma y área, con un espaciado uniforme en promedio de 800 metros entre ellas, pasando de 29 secciones a 88 secciones en su totalidad.

En la sección transversal, se interpolaron a cada medio metro, teniendo un grado mayor de precisión para calcular variables hidráulicas. Con la escala obtenida, se permitió calcular la conducción de un gasto mínimo de 30 m<sup>3</sup>/s y con un gasto máximo de 800 m<sup>3</sup>/s delimitando la sección, con el objetivo de construir funciones con las variables de A (área), B (ancho respecto a la superficie libre), I (momento de área) y h (profundidad) para agilizar el proceso de cálculo geométrico de tipo hidráulico teniendo en cuenta que los resultados se presentaran para un tiempo de simulación de 10 años.



---

El hidrograma a transitar, se transformó de periodos constantes mensuales a transiciones de gastos al punto medio de cada mes, evitando el truncamiento de ellos, proporcionando una variación de caudales.



**Ilustración 4.9 Gastos sólidos medidos en la estación hidrométrica San Pedro**

Para tener el rango de aproximación que el modelo propuesto puede representar el transporte de sedimentos, se compararon los datos medidos por la única estación hidrométrica ubicada sobre el río San Pedro. Se obtuvieron los gastos de sedimentos medios diarios asociados a su gasto líquido, se graficó para obtener una función que nos permita visualizar si los gastos sólidos calculados están en el orden de los medidos.

El cálculo se presenta entre dos secciones por lo que se comparó con el promedio de sus gastos sólidos estimados.

---

## 4.5 MODELACIÓN NUMÉRICA FLUJO-SEDIMENTO

En este apartado se presentan los resultados de las modelaciones con duración de 10 años, con las fórmulas de MPM y Wu. Obteniendo resultados como: perfil inicial y al final de modelación, velocidades y profundidades promedio diario de todo el perfil y sedimentogramas.

### Método de MPM

La fórmula propuesta por MPM, requirió calibración para poder mantener el transporte de sedimentos calculado en el orden del observado en la estación hidrométrica (Ilustración 4.10). Se requirió afectar la expresión por un coeficiente de  $K=0.8$  por uno de  $K=0.01$ , ya que la expresión empleada sobreestimaba los valores en un orden del 400%.

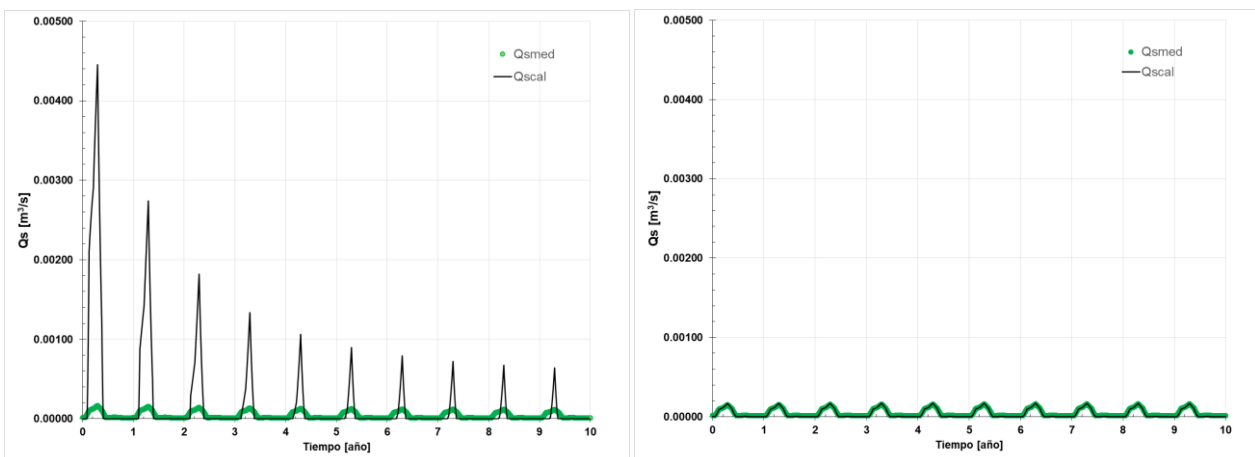


Ilustración 4.10 Sedimentogra medido vs calculado,  $K=0.8$  (izquierda) y  $K=0.01$  (derecha)

De la misma manera en comparación se muestran los perfiles desarrollados antes y después de la calibración (Ilustración 4.11). Antes de la calibración en la primera sección se estimó un descenso del fondo de aproximadamente 5 metros de la cota 78.6 a la 73.9 m.s.n.m; con procesos de erosión y sedimentación en los primeros 40 kilómetros, en el tramo inmediato se tiene un fondo prácticamente sin procesos físicos. Después de la calibración, el perfil se comporta sin cambios prácticamente, manteniendo una pendiente de 0.0006.

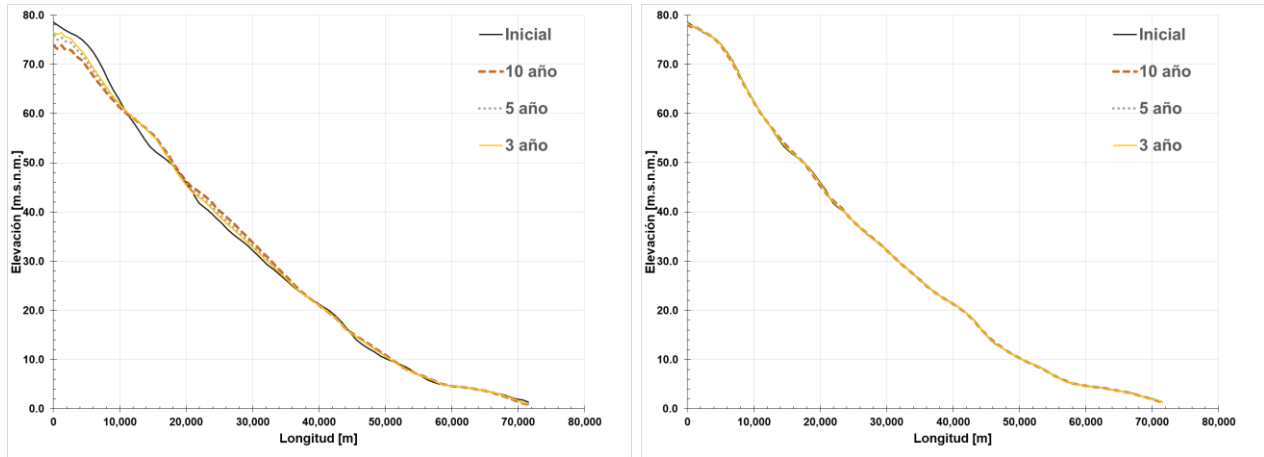


Ilustración 4.11 Perfiles longitudinales , K=0.8 (izquierda) y K=0.01 (derecha)

Calibrado el modelo con la expresión de MPM, se tienen los siguientes resultados. Para la primera sección se tiene un descenso paulatino del fondo de medio metro en 10 años, teniendo una velocidad de erosión vertical de aproximadamente 0.05 metros por año (Ilustración 4.12).

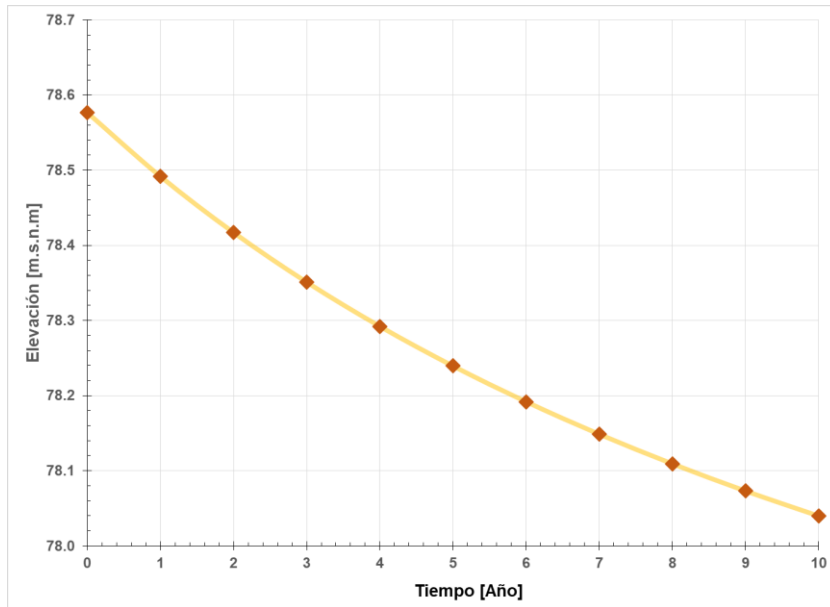


Ilustración 4.12 Erosión SEC01 – MPM Calibrado

Se calculó el transporte de sedimentos en la última sección, teniendo como valor máximo de 0.00008 m<sup>3</sup>/s para un gasto líquido de 240 m<sup>3</sup>/s, el gasto de 30 m<sup>3</sup>/s el transporte de sedimentos es cercano a cero (Ilustración 4.13).

Así mismo para el caudal máximo de 240 m<sup>3</sup>/s se presentan profundidades promedio de 2.3 m y velocidades de 1.4 m/s, y para el caudal mínimo de 30 m<sup>3</sup>/s profundidades promedio de 0.8 m y velocidades de 0.7 m/s (Ilustración 4.14).

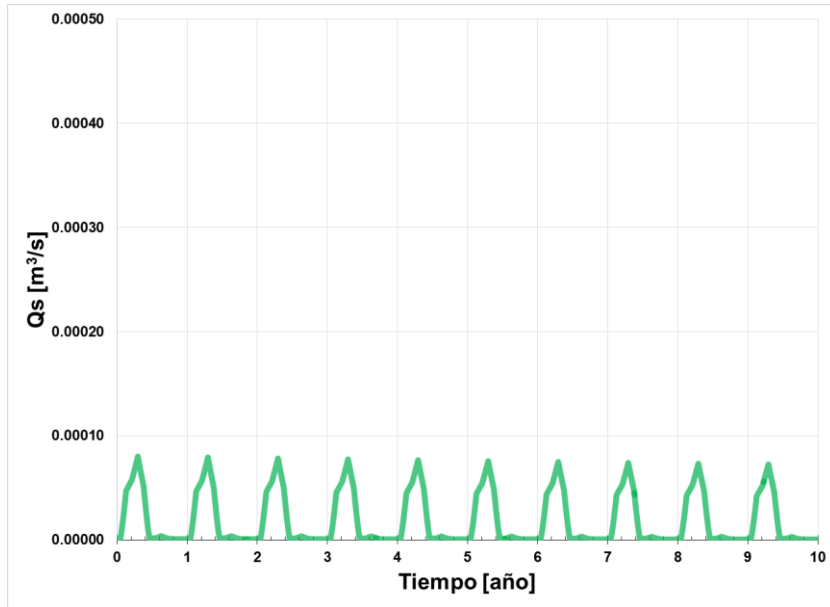


Ilustración 4.13 Sedimentograma en la última sección, Tuxpan, MPM-calibrado

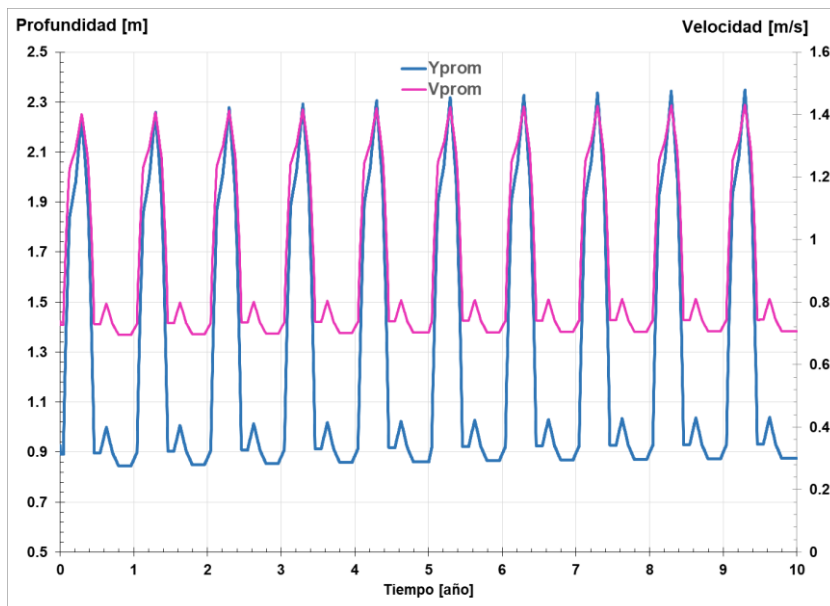


Ilustración 4.14 Profundidades y velocidades promedio – MPM Calibrado

---

## Método de WU

Se presenta la evolución del fondo desarrollada por la expresión propuesta por Wu con un tiempo de simulación numérica en 10 años (Ilustración 4.15). Procesos físicos de erosión y sedimentación en los primeros 30 kilómetros enseguida se presenta sin cambios prácticamente.

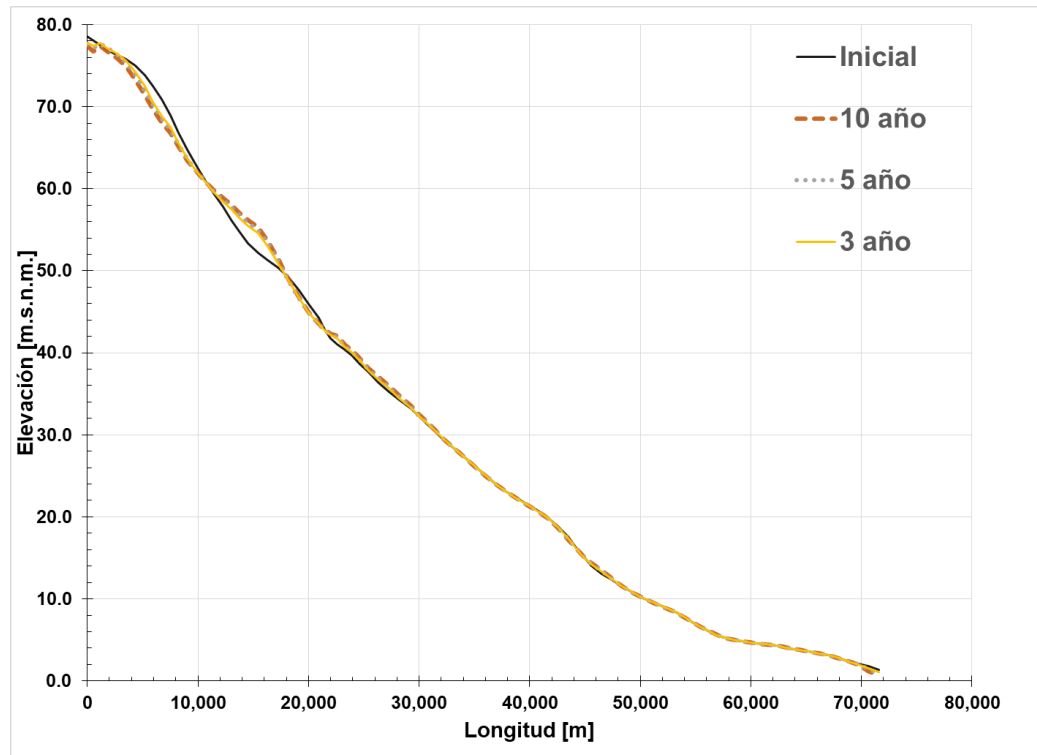


Ilustración 4.15 Evolución del fondo-Wu

El mayor desequilibrio se presentó en los primeros 3 años de simulación donde ocurre un cambio de pendiente de 0.00075 a 0.00077 para después permanecer constante para los siguientes años (Ilustración 4.16).

En la primera sección, se estima una velocidad de erosión máxima de 0.5 m/año siendo las más notable en el primer año, en los próximos años se mantiene constante con un valor de 0.06 m/año (Ilustración 4.17).

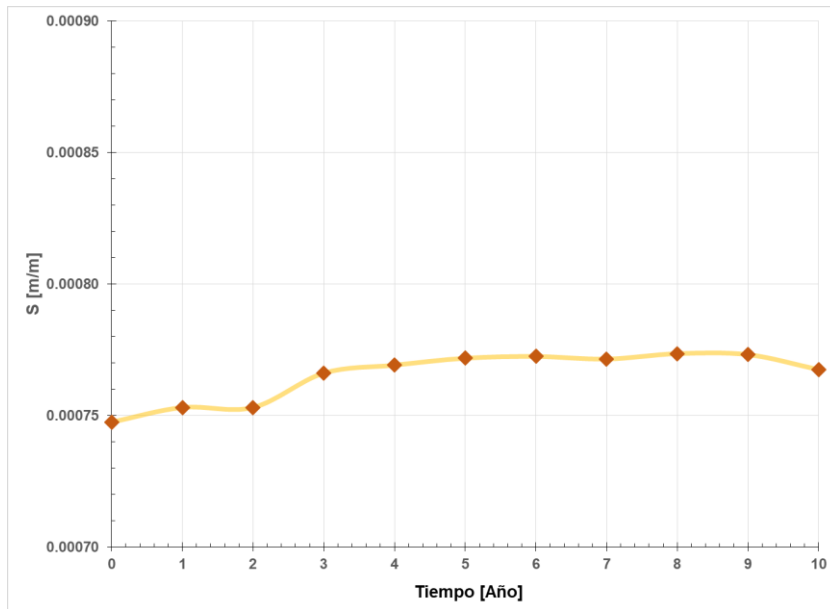


Ilustración 4.16 Cambio de pendiente del río San Pedro, Wu

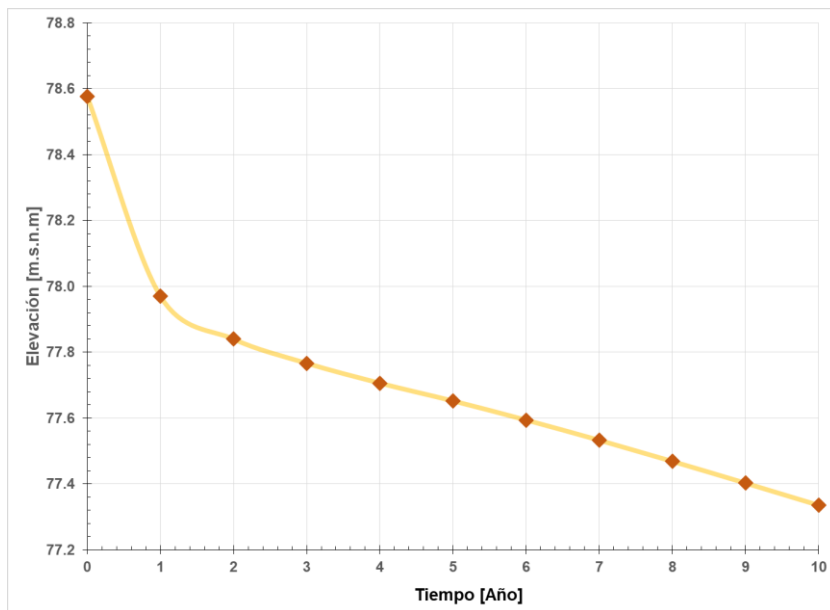


Ilustración 4.17 Erosión SEC01 – Wu

El transporte de sedimentos calculado se encuentra en el orden de magnitud en comparación con los valores observados de la estación hidrométrica (Ilustración 4.18). El valor máximo de transporte de fondo calculado se tiene en el transcurso del segundo año con un valor de  $0.00045 \text{ m}^3/\text{s}$  al ser analizado en la gráfica de gastos sólidos históricos (Ilustración 4.9), se presenta un promedio máximo observado de  $0.0005 \text{ m}^3/\text{s}$ , por lo tanto es posible tener el valor de transporte calculado.

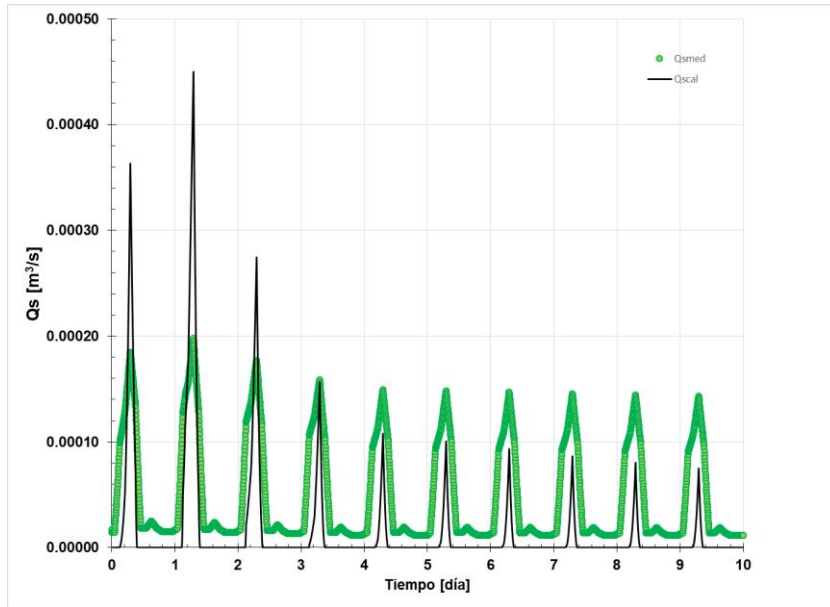


Ilustración 4.18 Transporte de sedimentos medido vs calculado, Wu

Se presenta en la Ilustración 4.19 el sedimentograma calculado a la salida del modelo numérico que corresponde a la sección ubica a la cercanía de la localidad de Tuxpan para enseguida tener conexión con la laguna de Mexcaltitán. Se estiman valores de transporte de sólidos de 0.00035 a 0.0007 m³/s (Ilustración 4.19).

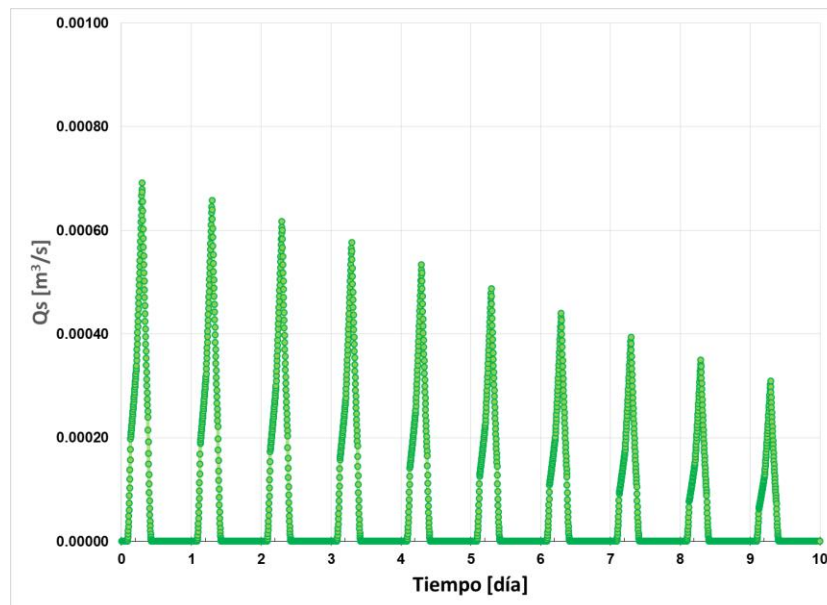


Ilustración 4.19 Sedimentogra en la última sección, Tuxpan

Por último se consigue presentar en promedio diario las profundidades y velocidades a lo largo del perfil del río San Pedro. Profundidades que van de 0.9 a 2.5 m de y velocidades en un rango de 0.3 a 1.4 m/s (Ilustración 4.20). Se observa la variedad de las condiciones hidráulicas debido al cambio de pendiente en los primeros tres años para después permanecer constantes los valores de profundidad y velocidad.

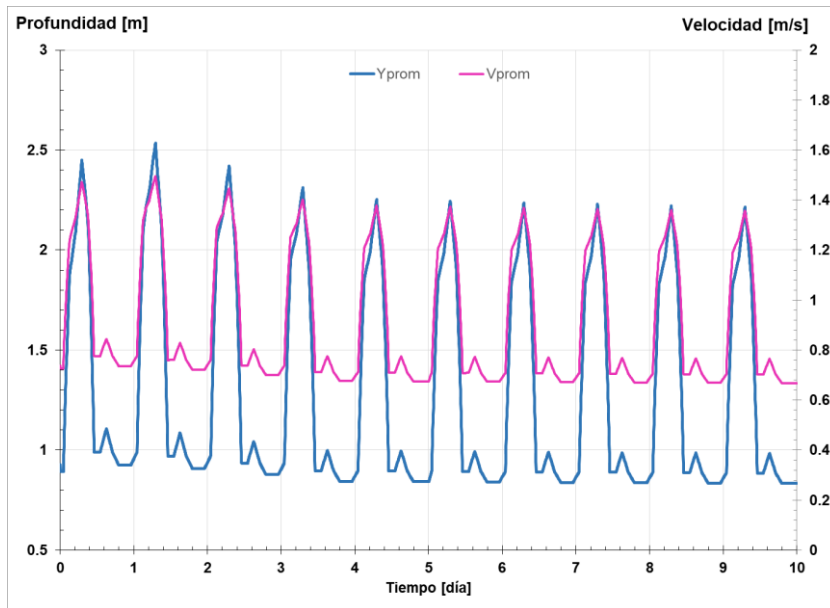


Ilustración 4.20 Profundidades y velocidades promedio calculadas



---

---

---

## CONCLUSIONES

Se desarrolló un modelo flujo-sedimento en 1D que tiene la capacidad de representar la evolución del fondo, validado con el test de Newton, con el caso particular del proceso de degradación del fondo caracterizado por la interrupción del sedimento en la entrada del sitio de estudio.

Se estudiaron dos fórmulas Wu y MPM distinguiéndose entre ellas: la primera, con la capacidad de estimar el transporte de sedimentos en el orden de valores observados; y la segunda, requiere de calibración ya que tiende a mayorizar los valores.

Se estima del río San Pedro, la primera sección, tenga un descenso paulatino del fondo presentando una diferencia de elevación del fondo de 2 m en 10 años; un cambio de pendiente en su perfil de 0.00075 a 0.00077 m/m. Durante los 10 años de simulación, se presenta erosión en sus primeros 10 Km, con un máximo de degradación de aproximadamente de 3 [m], material que es depositado en los siguientes 8 Km con un máximo de agradación de prácticamente la misma magnitud. En los próximos 12 Km se presenta el mismo comportamiento erosión-sedimentación en un grado menor. Entre el 30-70 Km el fondo se mantiene prácticamente sin modificaciones.

Las observaciones de Maza, en el estudio de morfología de un río aguas abajo de una presa, se presentan en el estudio del río San Pedro, teniendo un primer tramo con cambio en la pendiente con un valor del 40% referido al total de su longitud, mientras que el 60% restante se mantiene inalterado, al menos hasta el tiempo modelado de 10 años.

El presente estudio del río San Pedro está elaborado con la ausencia del proceso de acorazamiento. El modelo no representa el transporte en la sección transversal, únicamente en la dirección del flujo, tomando en cuenta que la sección es degradada o agradada matemáticamente con sección completa.

El gasto formativo obtenido para el río San Pedro, se estudió de manera individual con el modelo propuesto, mostrando que el gasto líquido de 721 m<sup>3</sup>/s deforma el fondo de manera que no representa el concepto de Maza, donde se menciona un gasto que mantiene la “estabilidad del cauce” en el grado de libertad del fondo.

---

---

---

## BIBLIOGRAFÍA

**Beresowsky V. M., C. J., A. A.** (2012) “Modelación matemática de procesos de erosión y sedimentación en lechos arenosos”, Series del Instituto de Ingeniería. UNAM.

**Brownlie, W. R.** (1981). “Prediction of flow depth and sediment discharge in open channels.” Report KH-R-43A, W. M. Keck.

**Chaudry M. H.** (1993), Open-Channel Flow, Prentice-Hall, USA.

**Davies, A. G., L. C. van Rijn, J. S. Damgaard, J. van de Graaff, and J. S. Ribberink** (2002), Intercomparison of research and practical sand transport models, Coastal Eng., 46, 1 – 23.

**Dietrich, W. E., and Whiting, P. J.** (1989). “Boundary shear stress and sediment transport in river meanders of sand and gravel.” Water Resources Monograph 12, River Meandering, American Geophysical Union, Washington, D.C., 1–50.

**Fuentes M. O. A., Aguilar M. G. A., Franco. V.** (2017) “Comparación de tres métodos para calcular el cambio de pendiente de un río a largo plazo bajo la construcción de una presa”, XXIV Congreso Nacional de Hidráulica, AMH, Acapulco, Guerrero.

**Fuentes M. O. A., Aguilar M. G. A., De Luna C. F.** (2016) “Transporte de sedimento fino a lo largo del río San Pedro, en el estado de Nayarit, México”, XXVII Congreso Latinoamericano de Hidráulica, IAHR, Lima, Perú.

**Gracia S. J., Maza A. J. A.** (1997), Morfología de ríos. CFE. México.

**Ikeda, S.** (1982). “Incipient Motion of Sand Particles on Side Slopes,” Journal of the Hydraulics Division, ASCE, 108 (1), 95–114.

**Kamal El kadi Abderrezzak, A.P** (2009) One-dimensional numerical modeling of sediment transport and bed deformation in open channels, 2009, Water Resources Research.

**K. Mahmood, V.Y.** (1975), Unsteady Flow In Open Chanel, Water Resources Publications, USA.

---

**Mantz, P. A.** (1977). "Incipient transport of fine grains and flakes by fluids-xtended Shields diagram." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 103(6), 601–616.

**Maza A. J. A., García. F. M.** (1998), Transporte de Sedimentos. Capitulo 10 del Manual de Ingeniería de Ríos, Series del Instituto de Ingeniería 584, UNAM, Mexico.

**Maza A. J. A.** (1988), Cambios que sufre un río aguas debajo de grandes presas. CFE. México.

**Maza A. J. A.** (1988), Erosión aguas debajo de presas mediante ecuaciones de estabilidad. CFE. México.

**Meyer-Peter, E., and R. Muller** (1948), Formules for bed-load transport, paper presented at 2<sup>nd</sup> IAHR congress, IAHR, Stockholm.

**Newton, C.T** (1951) An experimental investigation of bed degradation in an open channel, *Trans. Boston Soc. Civ. Eng.*, 195, 28-60.

**Park, I., and Jain, S. C.** (1987). "Numerical simulation of degradation of alluvial channel beds." *Journal of Hydraulic Engineering*, 113(7), 845–859.

**Shiyan Zhang, J.G.D, T-S.S.** (2015), Grain-Scale nonequilibrium sediment-transport model for unsteady flow, *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE.

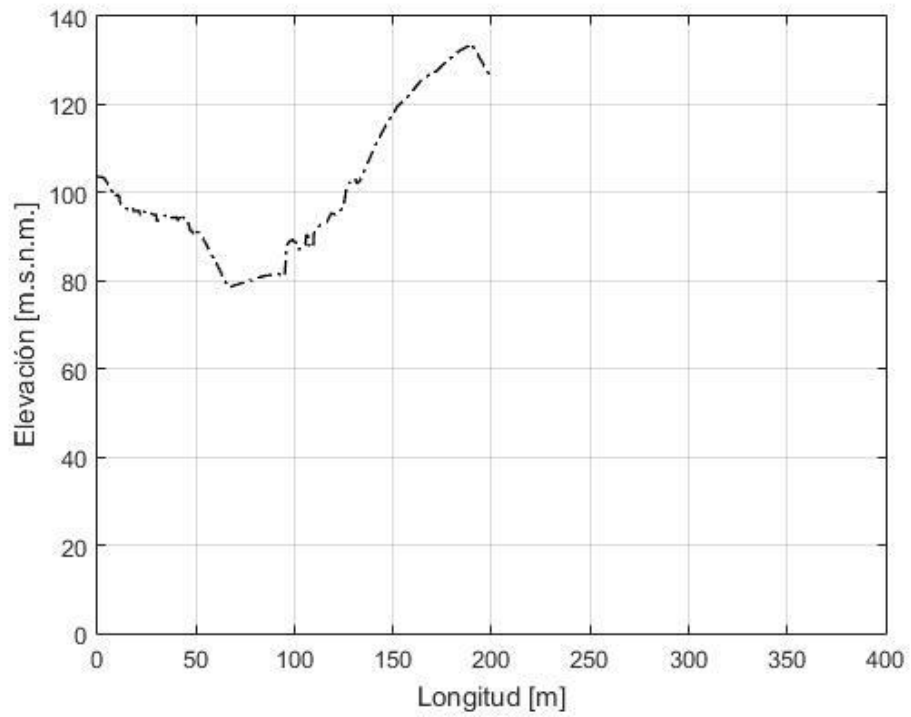
**Wu, W., S.S.Y. Wang, and Y. Jia.** (2000), Nonuniform sediment transport in alluvial rivers. *J. Hydr. Res., IAHR*, 38(6), 427–434.

**Wu, W., D. A. Vieira, and S. S. Y. Wang** (2000), New capabilities of the CCHE1D channel network model, ASCE's 2000 Joint Conference on Water Resources Engineering and Water Resources Planning and Management, Minneapolis, Minn.

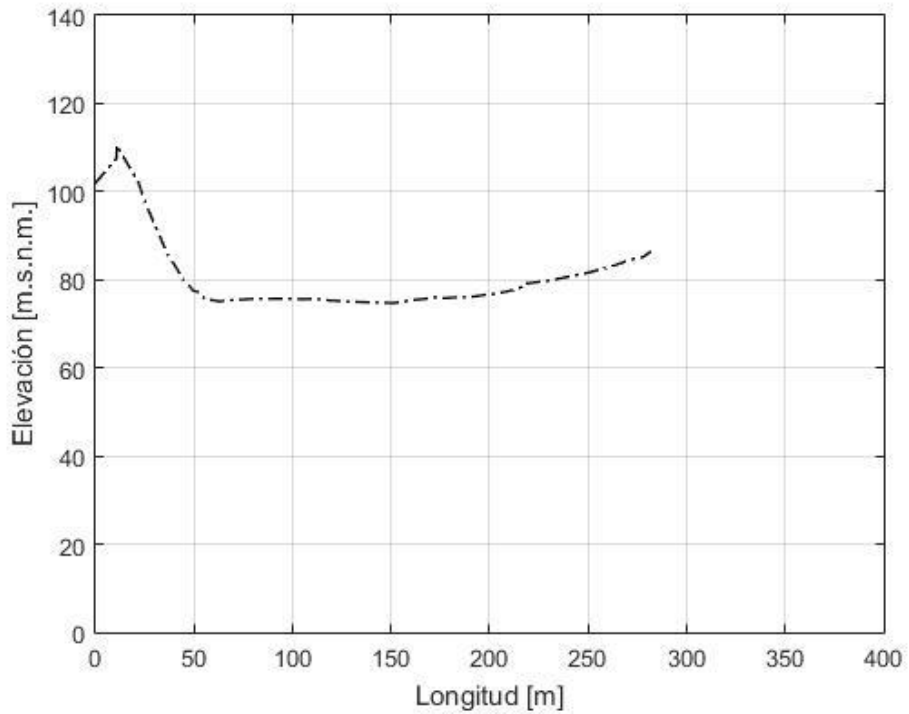
---

**ANEXO 1**

**SECCIÓN 1**

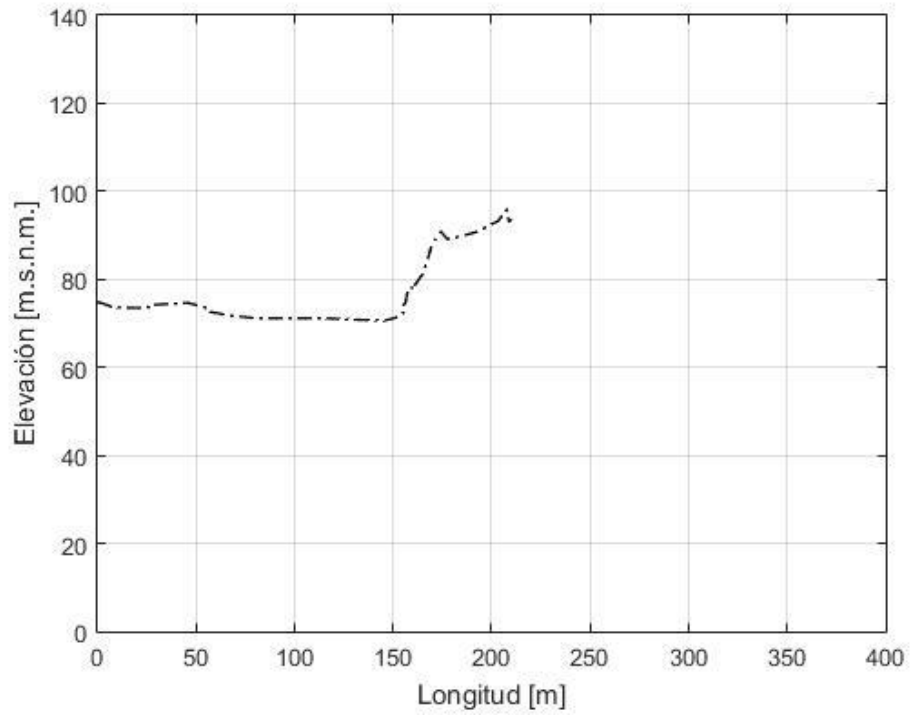


**SECCIÓN 2**

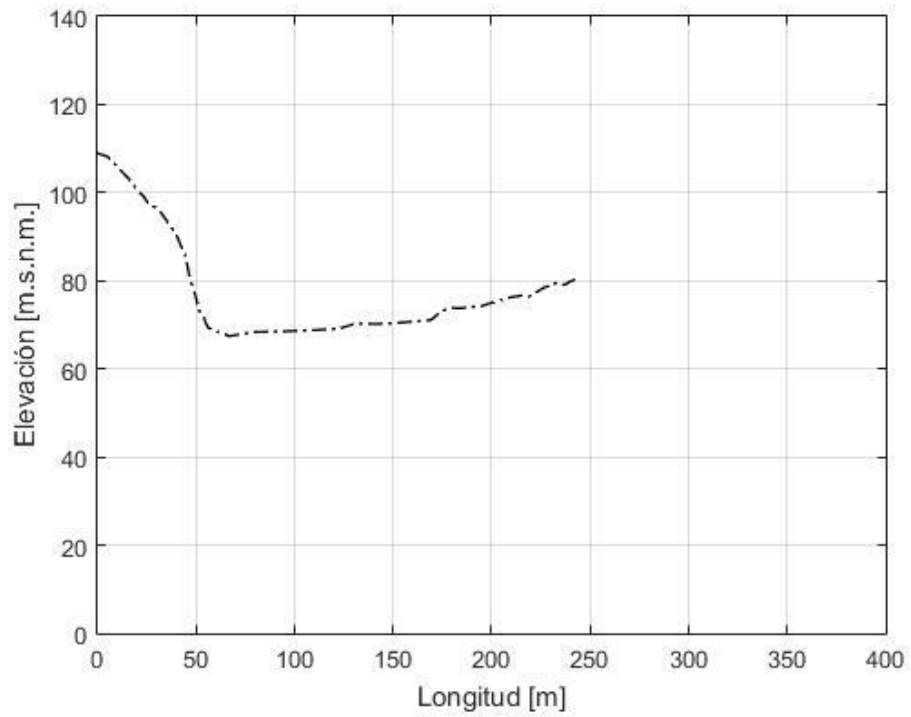


---

### SECCIÓN 3

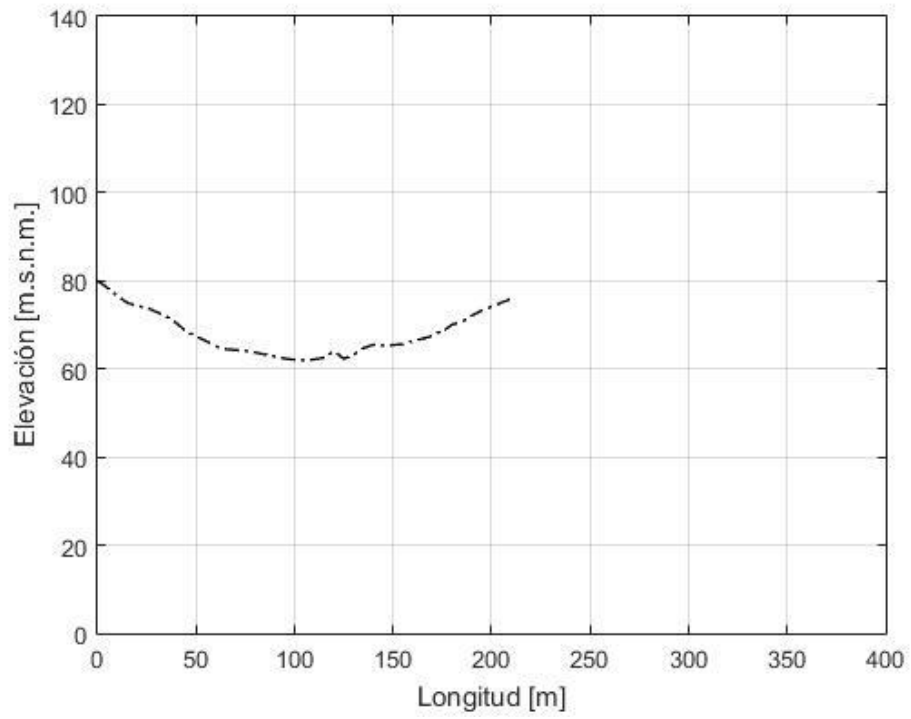


### SECCIÓN 4

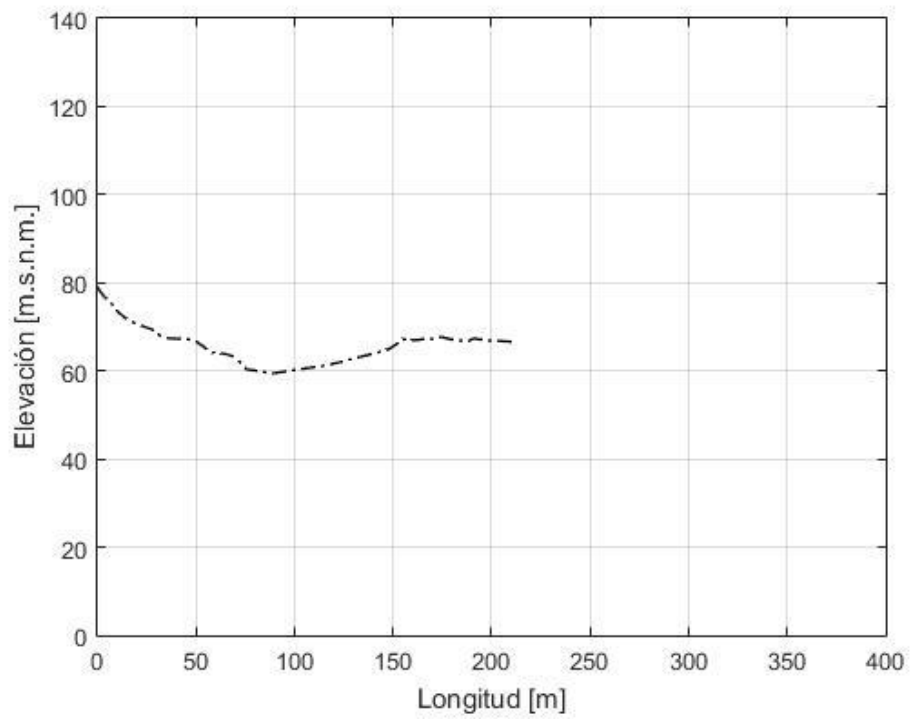


---

## SECCIÓN 5



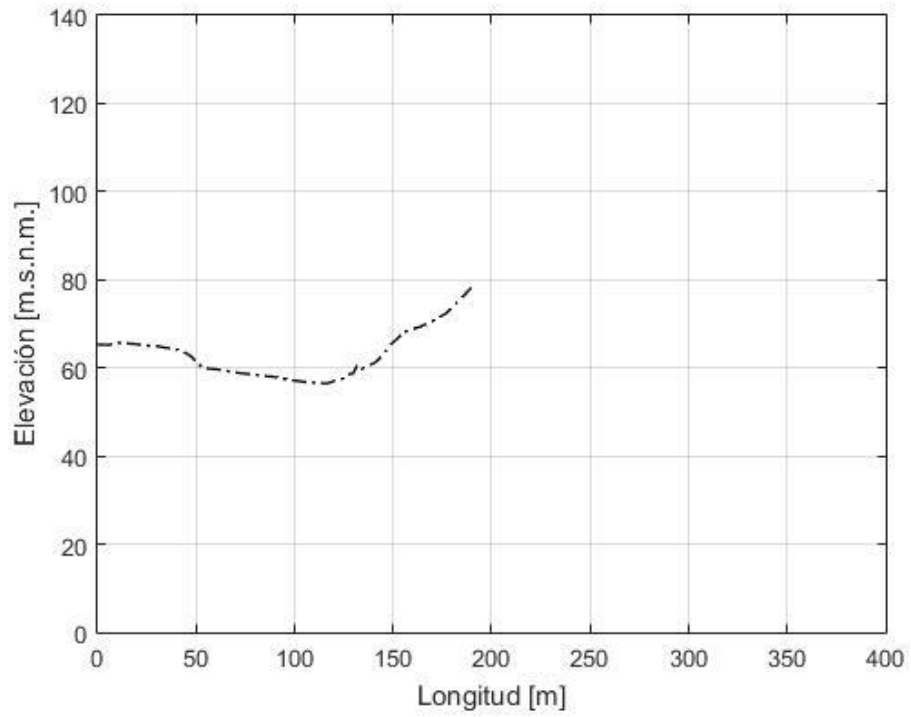
## SECCIÓN 6



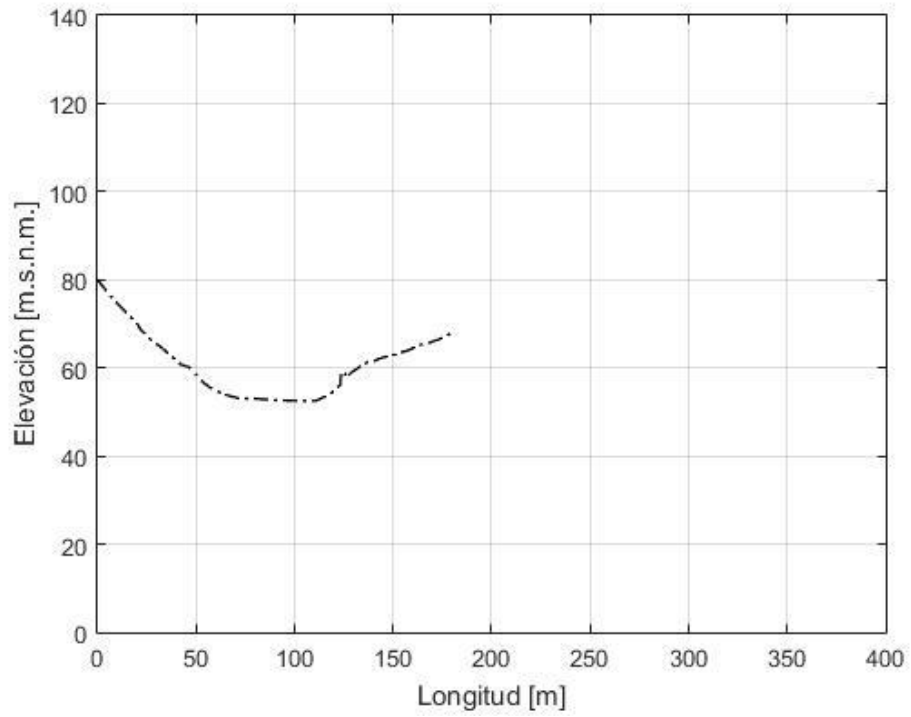


---

## SECCIÓN 7

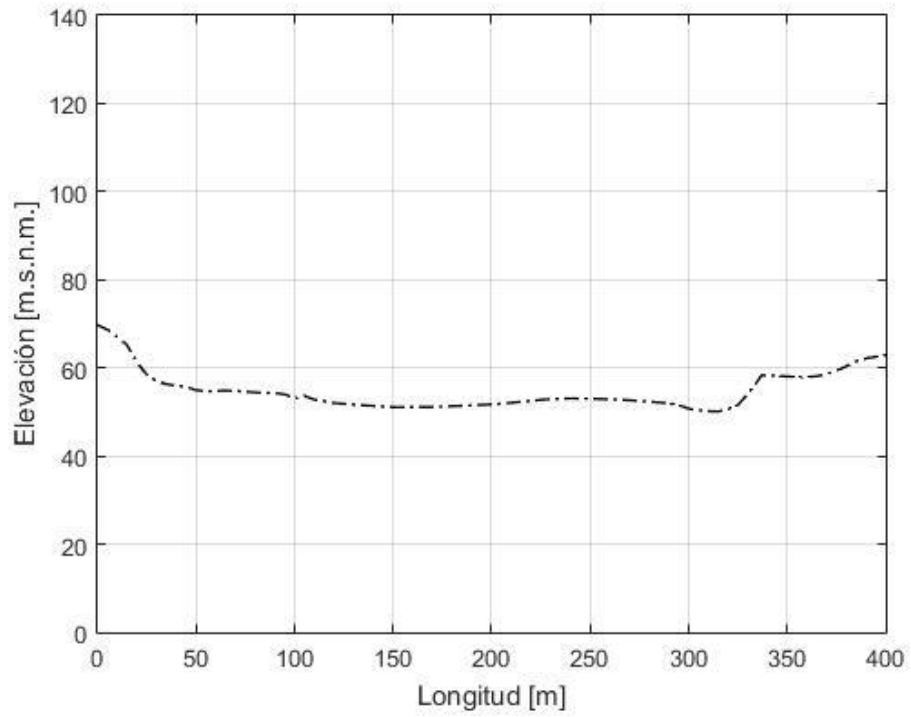


## SECCIÓN 8

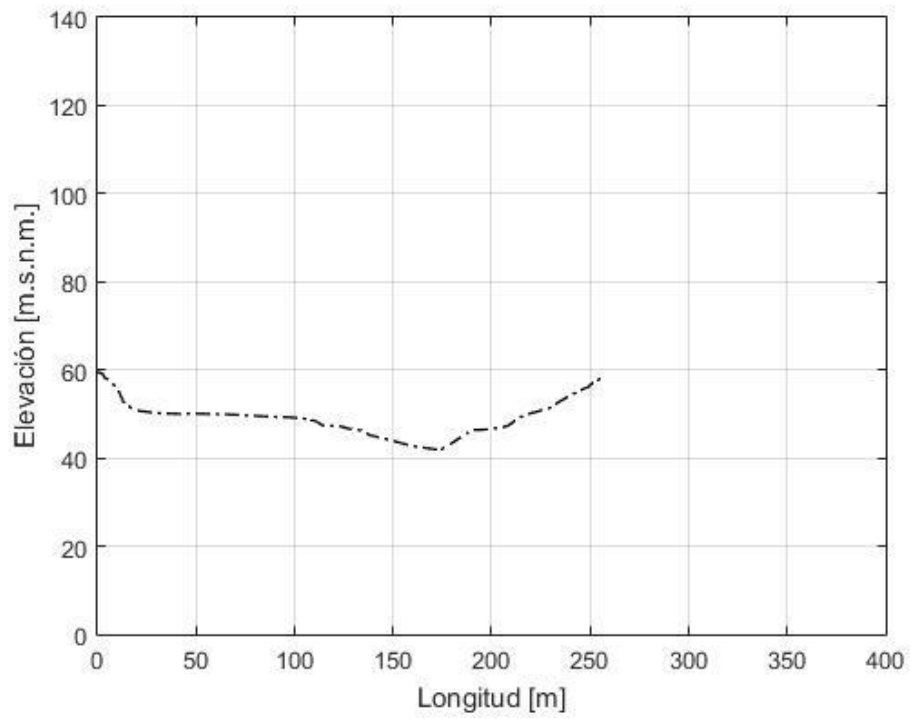


---

## SECCIÓN 9

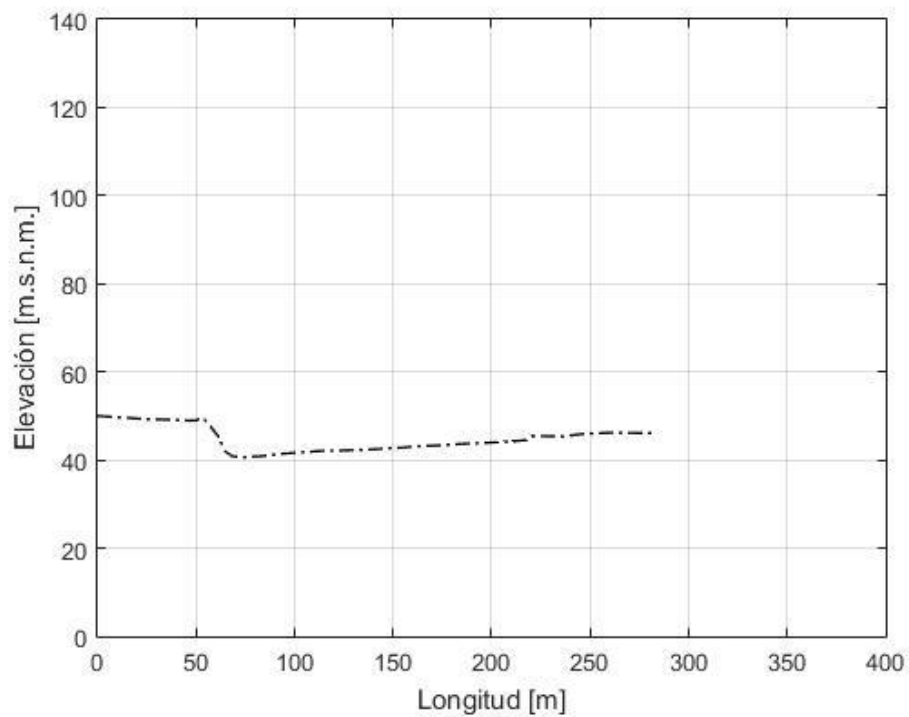


## SECCIÓN 10

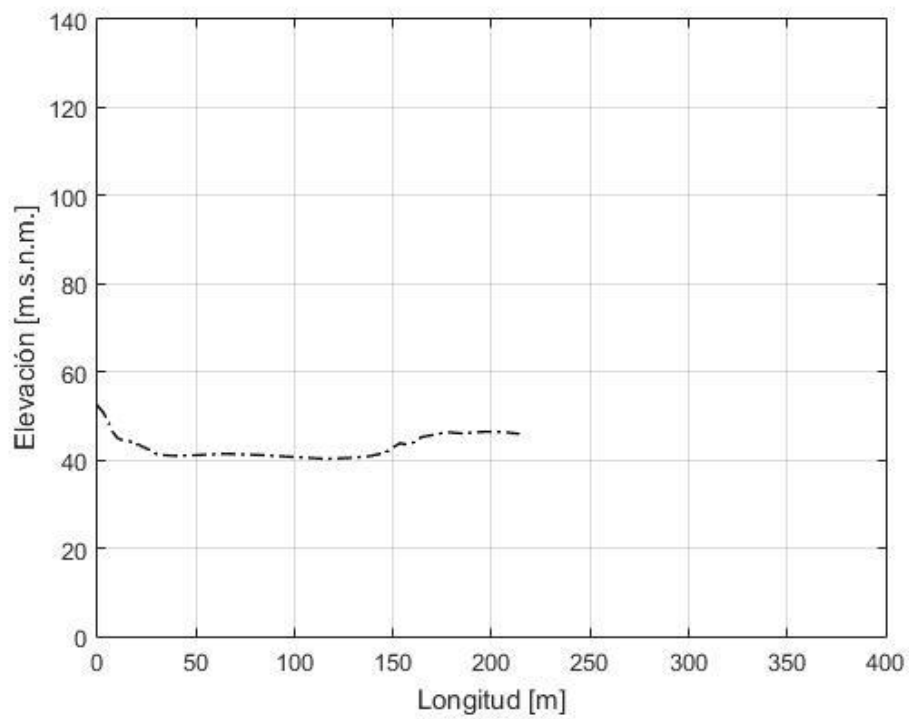


---

## SECCIÓN 11

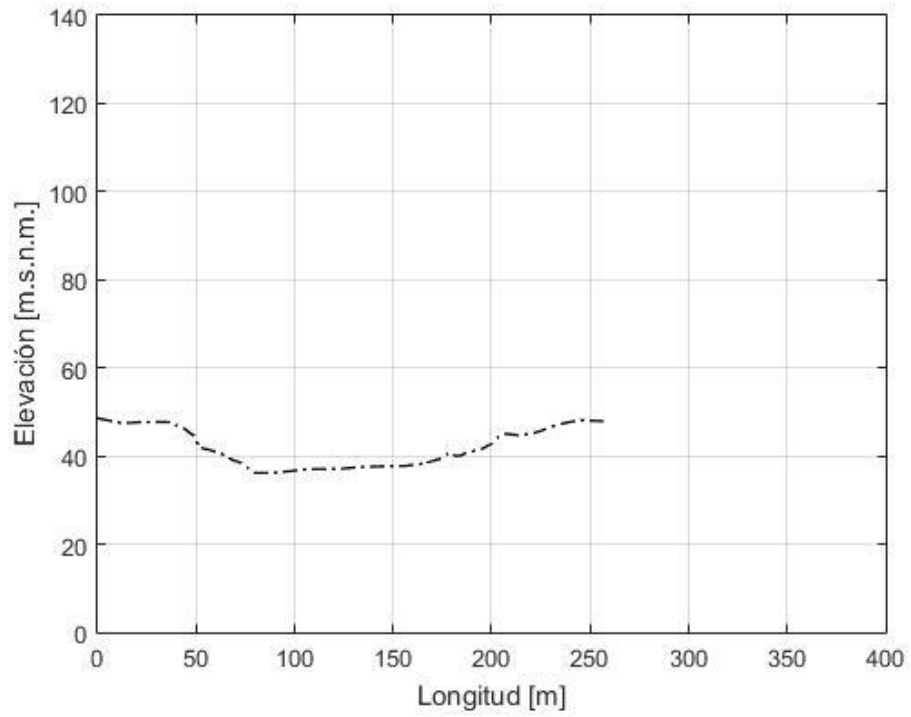


## SECCIÓN 12

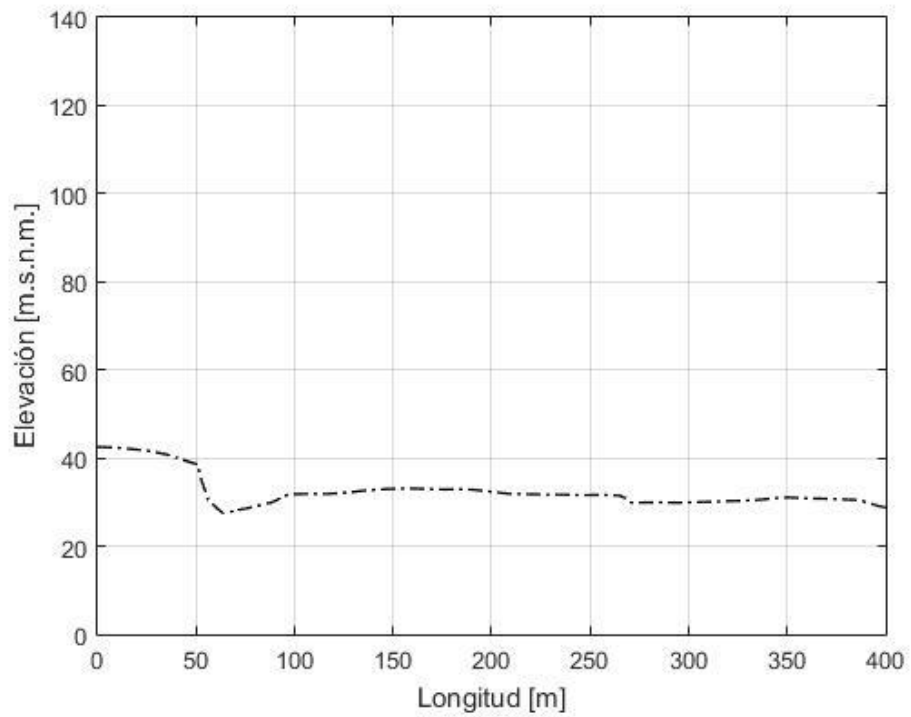


---

### SECCIÓN 13

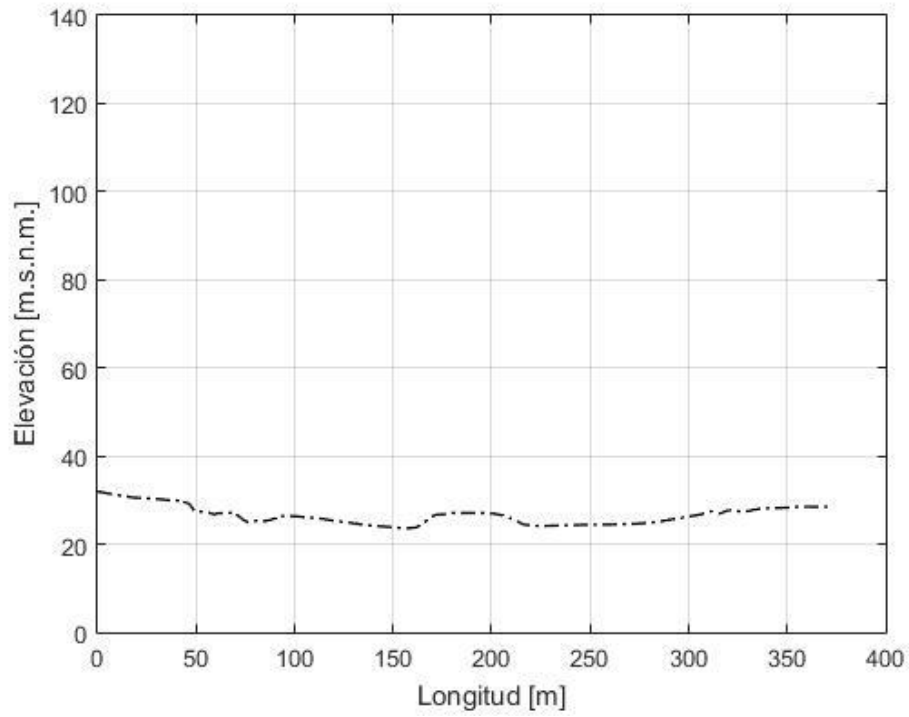


### SECCIÓN 14

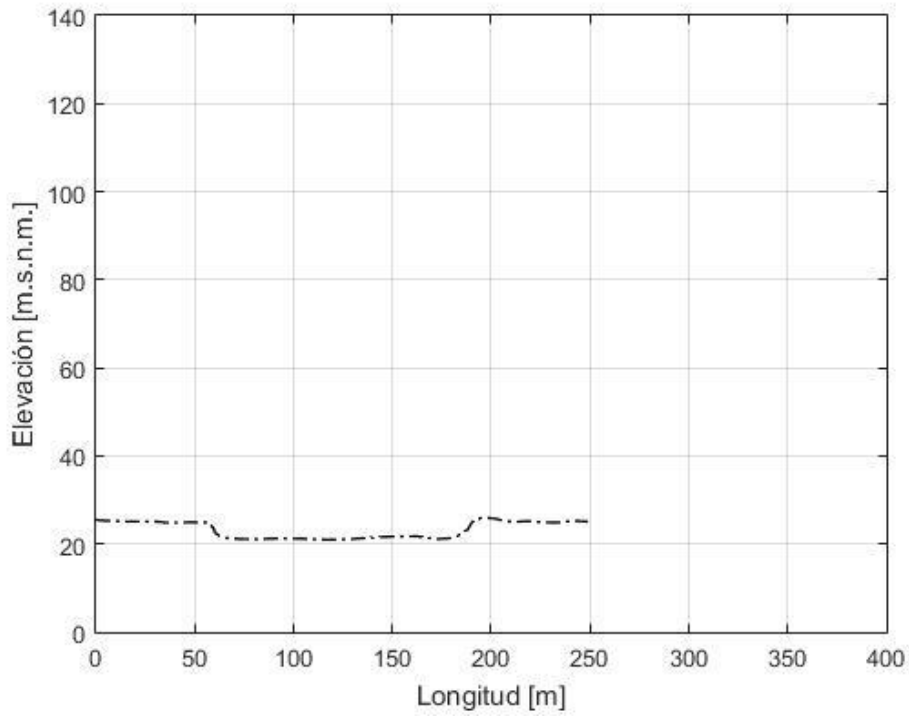


---

## SECCIÓN 15

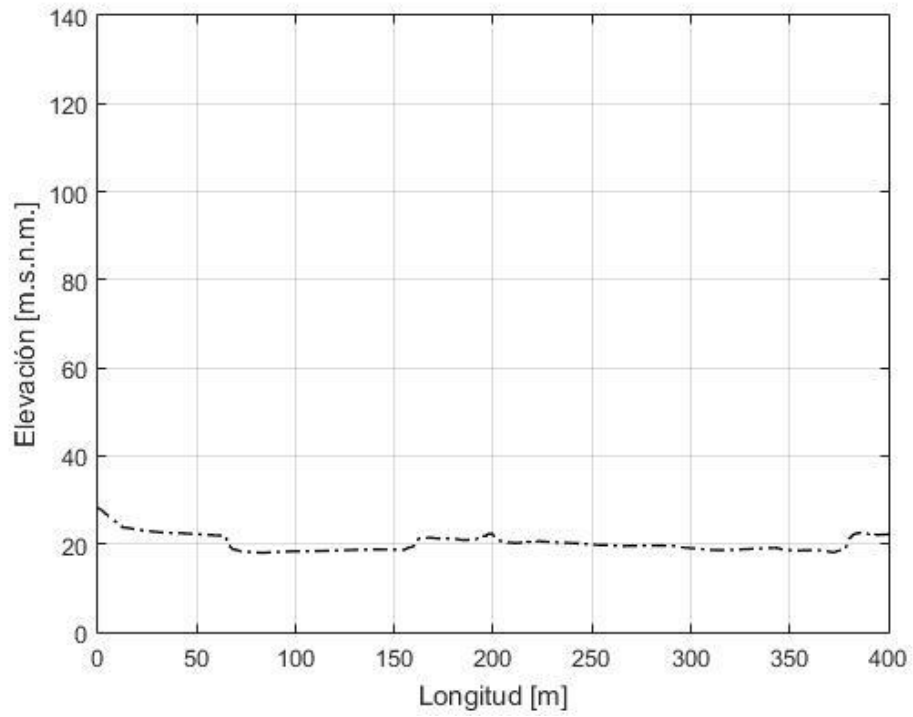


## SECCIÓN 16

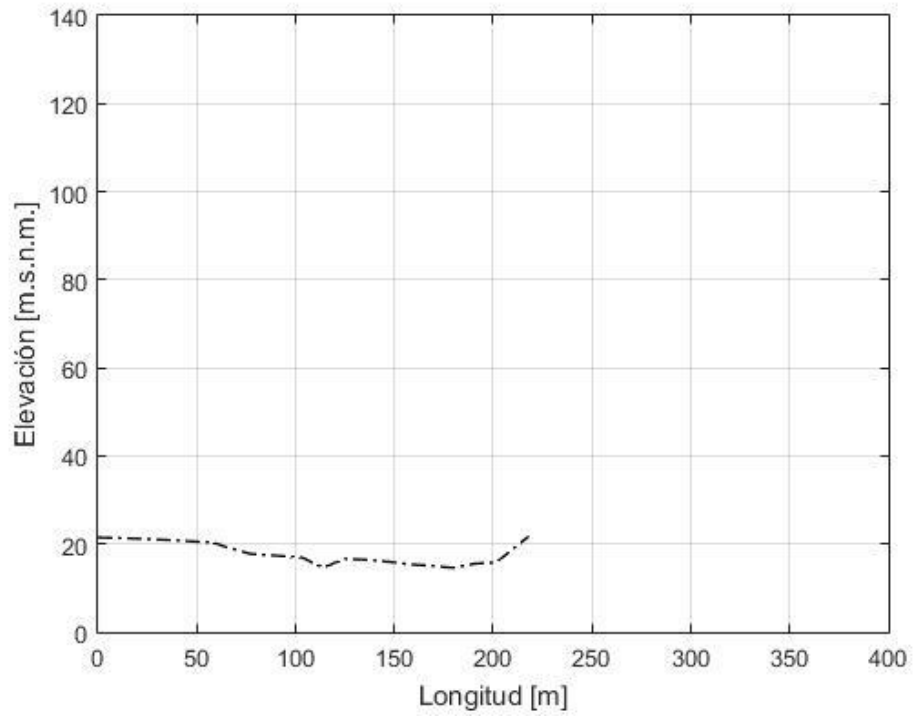


---

## SECCIÓN 17

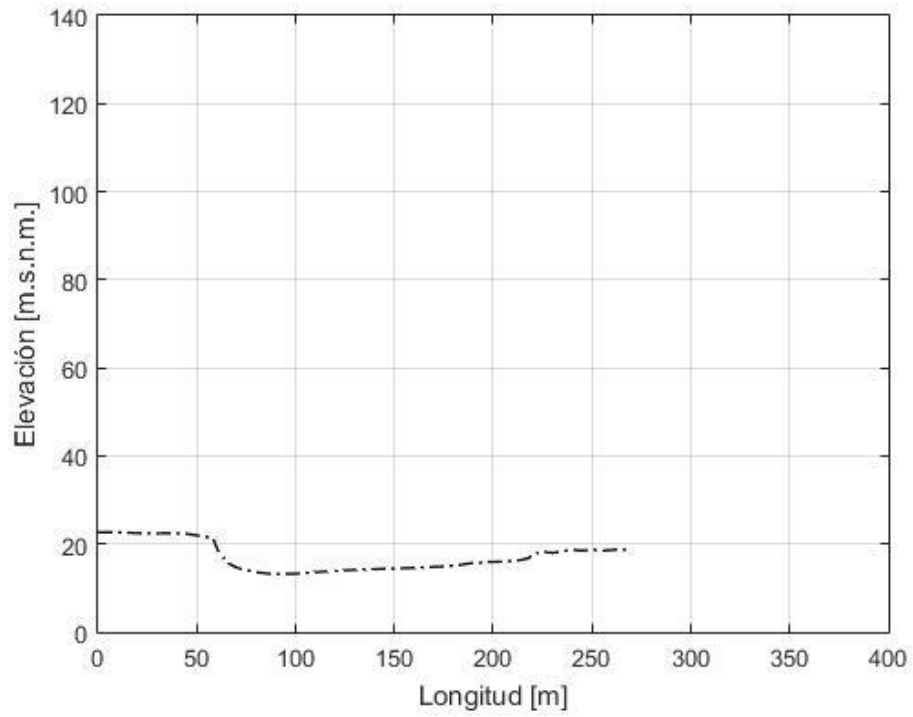


## SECCIÓN 18

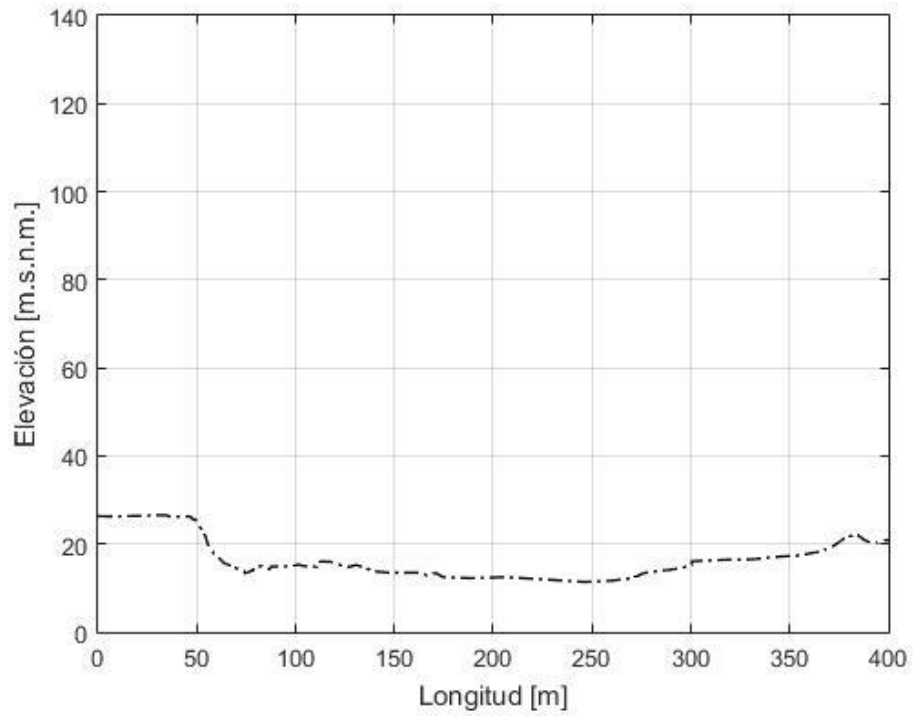


---

## SECCIÓN 19

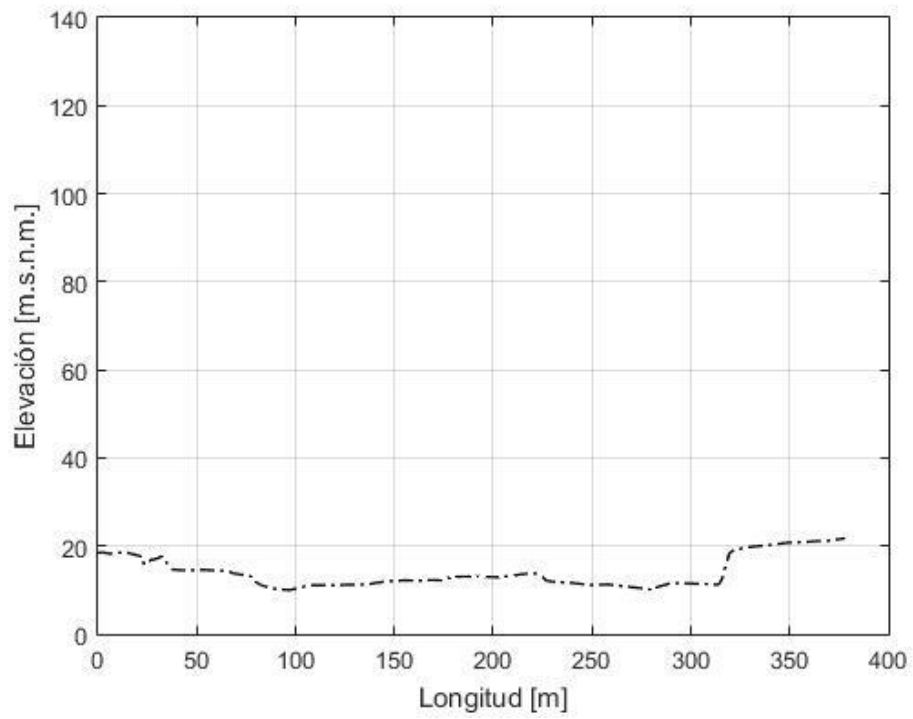


## SECCIÓN 20

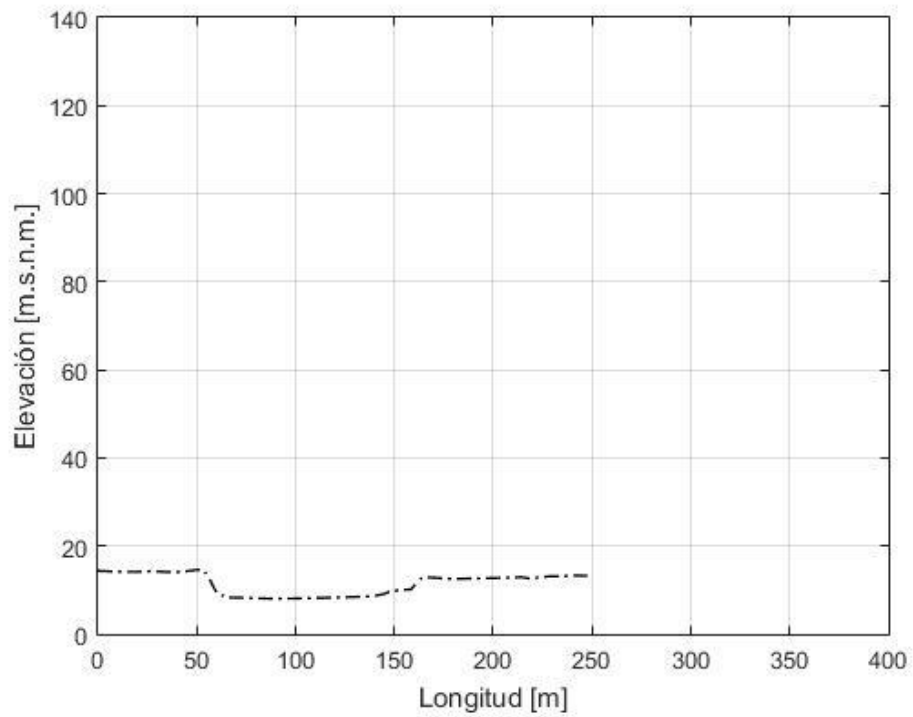


---

## SECCIÓN 21



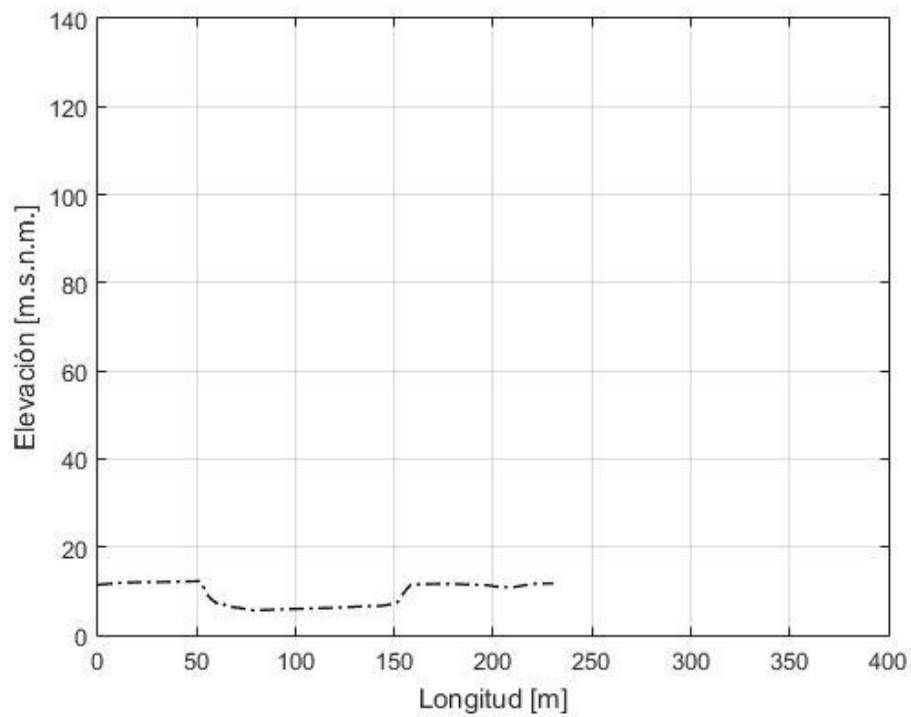
## SECCIÓN 22



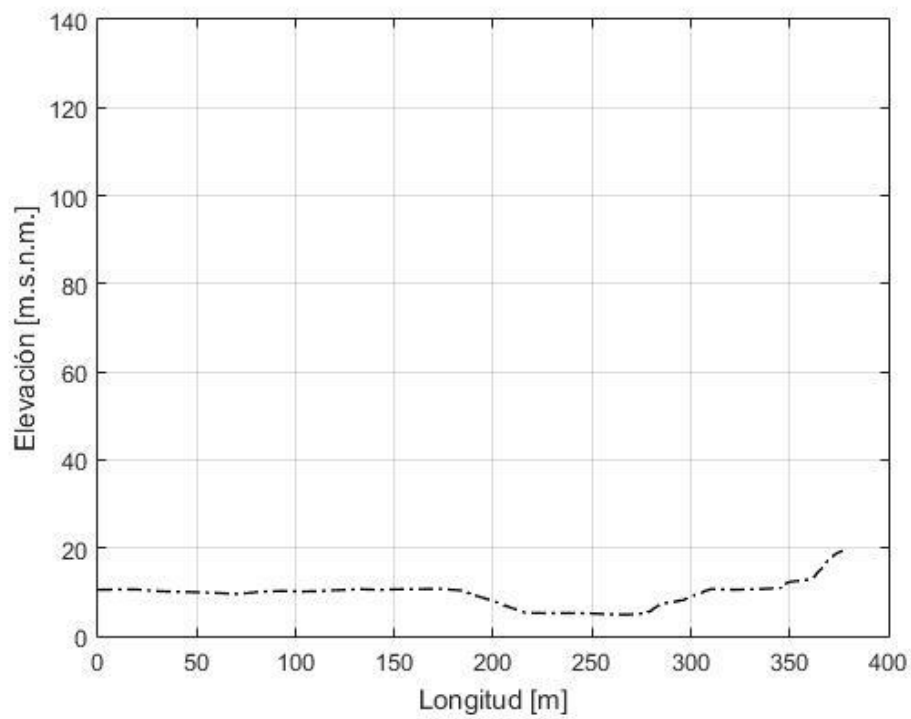


---

### SECCIÓN 23

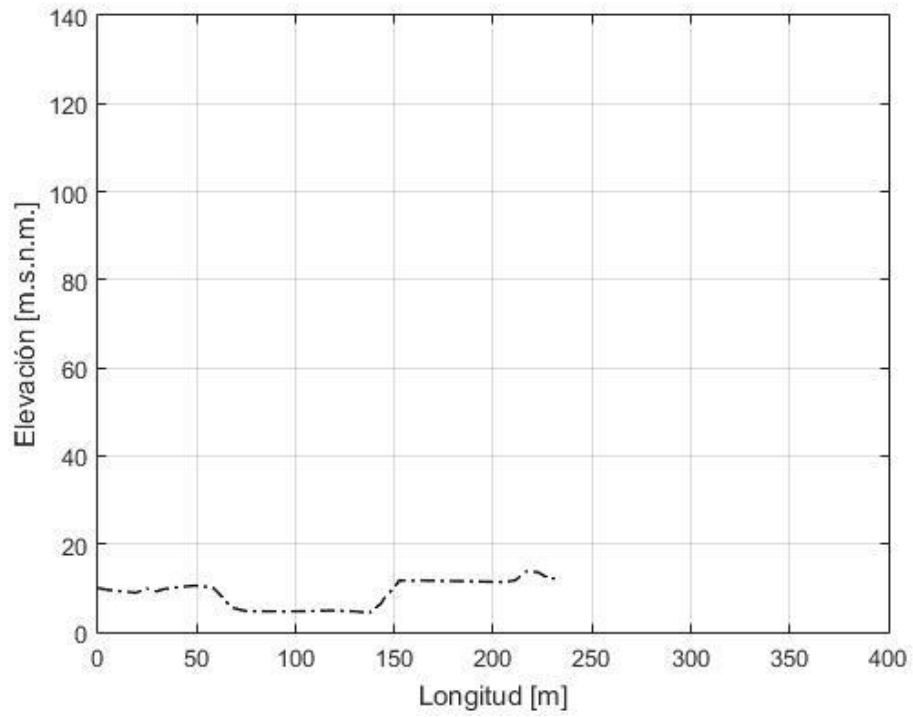


### SECCIÓN 24

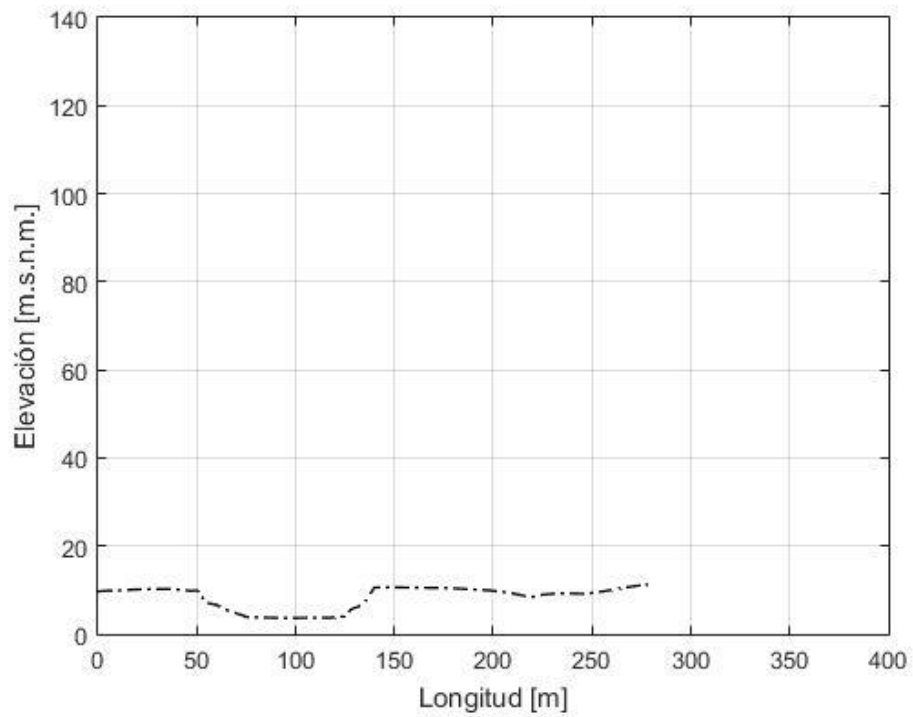


---

## SECCIÓN 25

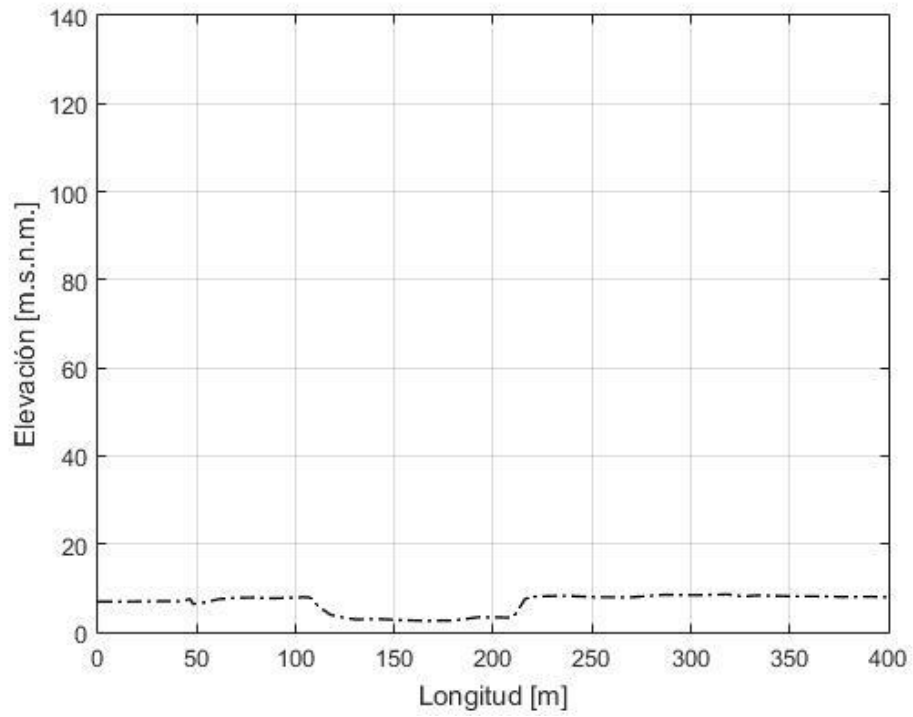


## SECCIÓN 26

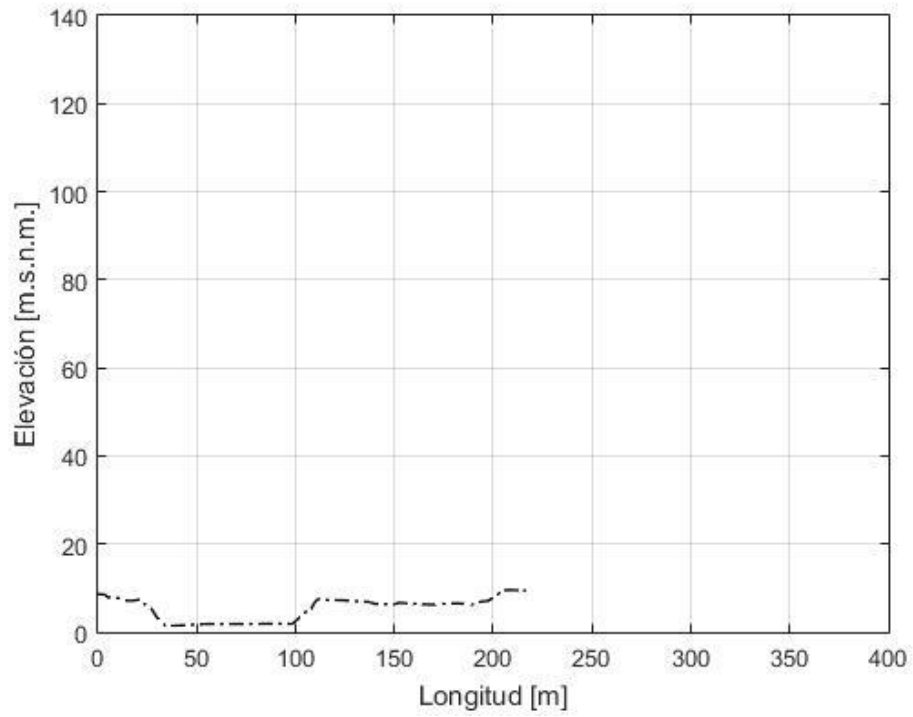


---

## SECCIÓN 27

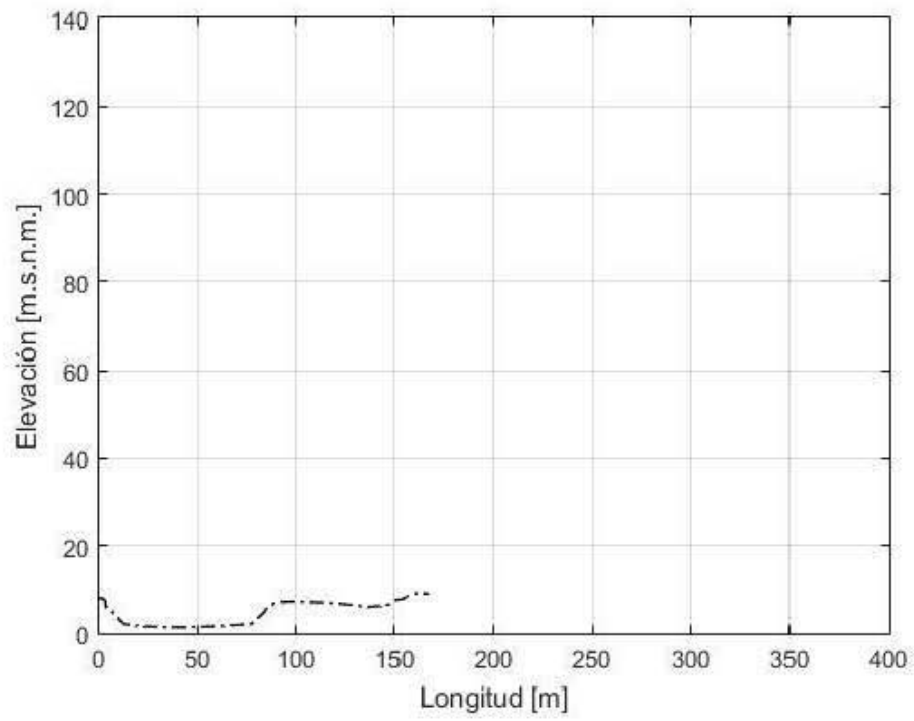


## SECCIÓN 28



---

## SECCIÓN 29



---

## ANEXO 2

### CÓDIGO DE PROGRAMACIÓN

```
clc;clear;
%.....Datos iniciales.....
B=0.3048;DP=0.690/1000;DP90=0.93/1000; RhoS=2650;
ro=1000;gamma=ro*9.81;nu=0.000001;DD=(RhoS-ro)/ro;
g=9.81;nm=0.0156; %Equivalencia para manning
%-----Perfil-----
XY=load('XY20.dat');
%puntos de interpolación del plano inicial S=0.0061 L=9.14
L=XY(:,1);Elevacion=XY(:,2);n=length(L);
INI=Elevacion;dx=L(2,1)-L(1,1);
MZ=ones(n,1);MZ(:,1)=Elevacion;
tm=1; %Indice para guardar datos
PerfH(:,tm)=INI;
tg=1;
%-----Tiempo-----
Dtt=0.05;DtF=97200/86400;m=((DtF*86400)/Dtt);%paso de cálculo
%-----Parametros sedimentos-----
Ks=5.6*DP; %Aprox 3.0*D90, se calibra para un D50 para la condición inicial
%-----Condiciones iniciales hidráulicas-----
Q(1:n,1)=0.00566;Y(1:n,1)=0.03805;
V(1:n,1)=Q(1:n,1)/(Y(1:n,1)*B);
%.....VIDEO.....
Tmov=60; %guardara cada lmin
Tcap=Tmov;%tiempo de captura
MV=DtF*86400/Tmov+1;
Tv=1;
%-----
%-INICIO DE SIMULACIÓN NÚMÉRICA DE FLUJO A SUPERFICIE LIBRE DE FONDO MÓVOL-
%-----
for tt=2:m
    Time=tt*Dtt;
    HTT=tt*Dtt/3600;
%-----Obteniendo pendientes-----
    for d=1:n
        if d==1
            S(d,1)=(MZ(d,1)-MZ(d+1,1))./(dx); %Hacia adelante
        else if d>=2 && d<n
            S(d,1)=(MZ(d-1,1)-MZ(d+1,1))./(2*dx); %Centrales
        else
            S(d,1)=(MZ(d-1,1)-MZ(d,1))./(dx); %Hacia atras
        end
    end
end
%-----PERFIL HIDRÁULICO-----
%.....Condicion aguas arriba (Tirante normal)
ST=(mean(S(1:5,1)));
Q(1,1)=0.00566;
Y(1,1)=0.00683*(ST^-0.33649); %Función Y(S(sec1))
V(1,1)=Q(1,1)/(B*Y(1,1));
%.....Condicion aguas abajo (se mantiene la superficie libre constante)
Y(n,1)=0.03805+(Elevacion(n,1)-MZ(n,1));
V(n,1)=Q(n,1)/(Y(n,1)*B);
Un(:,n)=[Y(n,1)*B;V(n,1)*Y(n,1)*B];

%-----Exquema de Lax, diferencias finitas de primer orden-----
%-----hacia adelante en el tiempo y centrales en el espacio-----
%-----sección rectangular-----
for r=2:1:n-1
```

---

```

Ua(:,r)=[Y(r-1,1)*B;V(r-1,1)*Y(r-1,1)*B];
Ud(:,r)=[Y(r+1,1)*B;V(r+1,1)*Y(r+1,1)*B];

Fa(:,r)=[V(r-1,1)*Y(r-1,1)*B;(V(r-1,1)^2)*Y(r-1,1)*B+g*(B*((Y(r-1,1)^2)/2))];
Fd(:,r)=[V(r+1,1)*Y(r+1,1)*B;(V(r+1,1)^2)*Y(r+1,1)*B+g*(B*((Y(r+1,1)^2)/2))];

%evaluando el termino de resistencia al flujo
Yi=Y(r,1);
S0=S(r,1); A=Yi*B; P=(2*Yi)+B; Rh=A/P;
Cf=(1/0.41)*log(11.*(Yi/(Ks))).^(-2);
Tb=ro*Cf.*(V(r,1)*abs(V(r,1))); Sf=Tb./(gamma.*Rh);

Si(:,r)=[0;-g*Yi*B*(S0-Sf)];
Un(:,r)=0.5*(Ud(:,r)+Ua(:,r))-0.5*(Dtt/dx)*(Fd(:,r)-Fa(:,r))-Dtt*Si(:,r);

end
Y(2:n-1,1)=Un(1,2:n-1)./B;
Q(2:n-1,1)=Un(2,2:n-1);
V(2:n-1,1)=Un(2,2:n-1)./Un(1,2:n-1);

%-----TRANSPORTE DE SEDIMENTOS-----

%-----Shields-Parker-----
Rh=(Y*B)/(2*Y+B);
TZ=gamma*Rh.*S;
UA=sqrt(TZ/ro);
Rep=UA*DP/nu;
TAC=0.5*(0.22*(Rep.^(-0.6))+0.06*exp(-17.77*(Rep.^(-0.6))));
ETAC=TAC*(RhoS-ro)*9.81*DP;
%-----Wu et al. (2000)-----
NA=(Y.^0.166)/(18*log(12*Y/Ks));
NP=(DP^(1/6))/20;
Cfp=2*((NP./NA).^1.5)*(9.81*(NA.^2))./(Y.^0.333);
TAB=0.5*ro*Cfp.*(V.*V);

qa=0.0053*((TAB./ETAC)-1).^(2.2);
qb=qa*sqrt(9.81*DD*(DP^3));
%-----EVOLUCIÓN DEL FONDO EXNER-----
%Condición aguas arriba
qb(1,1)=0;

for e=1:n
    if e==1
        MZ(e,1)=MZ(e,1)-(Dtt/dx).*(1/(1-.396)).*(qb(e+1,1)-qb(e,1));
    else if e>1 && e<n
        MZ(e,1)=MZ(e,1)-(Dtt/(2*dx)).*(1/(1-.396)).*(qb(e+1,1)-qb(e-1,1));
    else
        MZ(e,1)=MZ(e,1)-(Dtt/dx).*(1/(1-.396)).*(qb(e,1)-qb(e-1,1));
    end
end

end

%-----Guardando perfiles-----
HRR=[3600;7810;14400;43200;97200]; %Tiempo de perfiles observados
if Time==HRR(tm,1)
    tm=tm+1;
    PerfH(:,tm)=MZ
end

%-----Guardando QS (Sedimentograma)-----

```

---

---

```

TT=(0:3600:3600*27)';TT(1,1)=1;
if Time==TT(tg,1)
    QSS(tg,1)=qb(n,1)*B*RhoS;
    tg=tg+1;
end
%-----Visualizacion de resultados-----
%Valores Obervados Netwon 1951 Experiment Degradation Bed
LO=[0;1;2;3;4;5;6;7;8;9.14];
DO=[0.0625 0.0515 0.042 0.0275 0.019
0.0617 0.0505 0.041 0.0268 0.0185
0.0595 0.049 0.0395 0.0255 0.0175
0.0558 0.0465 0.0373 0.0245 0.0168
0.0517 0.0435 0.0345 0.0235 0.016
0.0468 0.0405 0.0325 0.022 0.0145
0.042 0.0365 0.03 0.021 0.0135
0.0365 0.0323 0.0275 0.02 0.013
0.0312 0.028 0.025 0.0195 0.012
0.024246 0.023 0.0215 0.018 0.0112];

if Time==Tmov
    plot(L,MZ,'-.g',L,MZ+Y,'-
b',LO,DO(:,1),'Xk',LO,DO(:,2),'Xm',LO,DO(:,3),'Xk',LO,DO(:,4),'Xm',LO,DO(:,5),'
Xk',L,PerfH(:,tm),'-.k')
    ylim([0.005 0.12]);xlim([0.0 9.5]);
    title(['Flujo Unidimensional y Exner (Degradación del fondo, Newton,1951)
Tiempo de simulacion: ',num2str(HTT,'%1.1f'),' [hr]']);
    xlabel('Longitud [m]');ylabel('Z [m]');
    legend('Fondo','Superficie libre del agua','1[hr] Medido','2.17[hr]
Medido','4[hr] Medido','12[hr] Medido','27[hr] Medido','Calculado');
    grid on;
    M(:,Tv)=getframe(gcf); %guardando imagenes
    Tmov=Tmov+Tcap; Tv=Tv+1;
end

end
%-----Exportando Resultados-----
%save('RES_WU_n20.dat','PerfH','-ascii')
%movie2avi(M,'Wu_.avi','quality',100);

```

---