



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES ARAGÓN

PROGRAMACIÓN EN MATLAB
ENFOCADA AL DISEÑO DE
ELEMENTOS ESTRUCTURALES DE
ACERO

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

Ingeniero Civil

PRESENTA:

Elan Emmanuel Jose Bernal

Asesor:

M. en I. Mario Sosa Rodríguez

NEZAHUALCOYOTL, EDO. DE MÉX 2017





Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Índice general

Lista de figuras	VII
Agradecimientos	IX
Introducción	XI
1. Métodos de diseño DFCR y DRP	1
1.1. Acciones y Cargas	1
1.1.1. Cargas muertas	2
1.1.2. Cargas vivas	2
1.1.3. Cargas ambientales	3
1.2. Estado limite	4
1.2.1. Estado límite de resistencia	4
1.2.2. Estado límite de servicio	4
1.3. Filosofías de diseño	4
1.3.1. Diseño por factores de carga y resistencia DFCR	5
1.3.2. Combinaciones de carga DFCR	5
1.3.3. Diseño por esfuerzos permisibles DRP	6
1.3.4. Combinaciones de carga DRP	7
2. Diseño de elementos estructurales cargados axialmente a compresión método DFCR y DRP	9
2.1. Introducción	9
2.2. Pandeo en Columnas	10
2.3. Fórmula de Euler para columnas	10
2.3.1. Columna con apoyos articulados	10
2.4. Condiciones frontera en los apoyos y longitud efectiva de pandeo	13
2.4.1. Columna con apoyos articulado-empotrado	13
2.4.2. Columna con apoyos empotrado-empotrado	15
2.4.3. Columna con apoyos empotrado-libre	17
2.4.4. Longitud Efectiva de Pandeo	19
2.5. Consideraciones generales para el diseño de miembros a compresión	20
2.6. Pandeo por flexión de miembros sin elementos esbeltos	21
2.6.1. Ejemplo Uno Pandeo Elástico	22
2.6.2. Ejemplo Dos Pandeo Inelástico	25

2.7.	Código Compresión	28
2.7.1.	Ejemplo Uno Pandeo Elástico	31
2.7.2.	Ejemplo Dos Pandeo Inelástico	32
2.8.	Comparativa de Resultados	33
2.8.1.	Ejemplo Uno Pandeo Elástico	33
2.8.2.	Ejemplo Dos Pandeo Inelástico	34
3.	Diseño de elementos estructurales sujetos a flexión método DFCR y DRP	35
3.1.	Introducción	35
3.2.	Miembros compactos con perfiles I doblemente simétricos y perfiles C sujetos a flexión alrededor del eje principal	36
3.3.	Diseño de vigas, Zona 1 (Comportamiento plástico)	38
3.3.1.	Ejemplo capacidad por momento Zona 1	40
3.4.	Soporte lateral en vigas	43
3.5.	Factor de modificación por pandeo lateral torsional.	44
3.5.1.	Ejemplos Coeficiente C_b	46
3.6.	Resistencia a Flexión, Zona 2	49
3.6.1.	Ejemplo capacidad por momento Zona 2	51
3.7.	Resistencia a Flexión, Zona 3	54
3.7.1.	Ejemplo capacidad por momento Zona 3	58
3.8.	Código Flexión	61
3.8.1.	Ejemplo capacidad por momento Zona 1	64
3.8.2.	Ejemplo capacidad por momento Zona 2	66
3.8.3.	Ejemplo capacidad por momento Zona 3	70
3.9.	Comparativa de Resultados	72
3.9.1.	Ejemplo capacidad por momento Zona 1	72
3.9.2.	Ejemplo capacidad por momento Zona 2	73
3.9.3.	Ejemplo capacidad por momento Zona 3	75
4.	Diseño de elementos estructurales sujetos a fuerzas combinadas método DFCR y DRP	77
4.1.	Introducción	77
4.2.	Momento de primer orden y segundo orden	78
4.3.	Análisis aproximado de segundo orden	78
4.3.1.	Factor de amplificación B_1	79
4.3.2.	Factor de modificación de momento C_{mx} con y sin carga lateral	81
4.3.3.	Factor de modificación sin carga lateral	81
4.3.4.	Factor de amplificación B_2	84
4.4.	Miembros con uno y dos ejes de simetría en flexión y fuerza axial	85
4.4.1.	Ejemplo Uno Interacción Flexión Compresión sin cargas transversales entre apoyos $P_r/P_c \geq 0.2$	87
4.4.2.	Ejemplo Dos Interacción Flexión Compresión sin cargas transversales entre apoyos $P_r/P_c < 0.2$	93
4.5.	Código Flexo-Compresión	99

4.5.1. Ejemplo Uno Interacción Flexión Compresión sin cargas transversales entre apoyos $P_r/P_c \geq 0.2$	104
4.5.2. Ejemplo Dos Interacción Flexión Compresión sin cargas transversales entre apoyos $P_r/P_c < 0.2$	107
4.6. Comparativa de Resultados	110
4.6.1. Ejemplo Uno Interacción Flexión Compresión sin cargas transversales entre apoyos $P_r/P_c \geq 0.2$	110
4.6.2. Ejemplo Dos Interacción Flexión Compresión sin cargas transversales entre apoyos $P_r/P_c < 0.2$	113
Conclusiones	117

Índice de figuras

2.1. Tipos de pandeo en columnas.	9
2.2. Carga Crítica.	10
2.3. Deflexión lateral de una columna con extremos articulados, debido a una carga de compresión P	11
2.4. Corte AO de longitud x de una columna con deflexión lateral.	11
2.5. Columna Recta	11
2.6. Gráfica de función seno	12
2.7. Primeros tres modos de pandeo en columnas	12
2.8. Pandeo en columna con un extremo articulado y otro empotrado.	13
2.9. Corte AO de longitud x de una columna con apoyo fijo y otro empotrado.	13
2.10. Pandeo de una columna con dos extremos fijos.	15
2.11. Corte AO de longitud x de una columna con dos apoyos empotrados.	15
2.12. Pandeo de una columna con un extremo fijo y otro libre.	17
2.13. Corte AO de longitud x de una columna con un apoyo empotrado y otro libre.	17
3.1. Flexión de una viga simplemente apoya debido a una carga gravitacional.	35
3.2. Soporte lateral en la zona de compresión.	35
3.3. Momento nominal M_n , contra longitud no soportada lateralmente en la zona de compresión de la sección transversal	36
3.4. Patín de compresión embebido en una losa de concreto	43
3.5. Soporte lateral con largueros o vigas de piso en el patín de compresión	43
3.6. Refuerzo lateral en X para un sistema de piso	43
3.7. Diagramas de momento con carga uniforme y diferentes condiciones de apoyo	44
3.8. Contribución del Coeficiente C_b , en la resistencia nominal a flexión M_n	45
3.9. Efecto de los esfuerzos residuales en pandeo torsional elástico	49
3.10. Contribución del Coeficiente C_b , en la resistencia nominal a flexión M_n	50
3.11. Vista en planta pandeo lateral torsional-elástico	54
3.12. Vista transversal pandeo lateral torsional-elástico	54
3.13. Vista isométrica del pandeo lateral torsional-elástico	54
3.14. Vista isométrica torsion Saint-Venant	55
3.15. Vista isométrica torsion por alabeo	55
3.16. Esfuerzos tangenciales	55
3.17. Esfuerzos por Alabeo	55
4.1. Efecto $P\delta$ en una columna arriostrada	78

4.2. Efecto $P\Delta$ en una columna no arriostrada	78
4.3. Efecto $P\delta$ en marcos arriostrados y no arriostrados	79
4.4. Amplificación de momento en una columna con flexión en curvatura simple	82
4.5. Amplificación de momento en una columna con flexión en curvatura doble	82
4.6. Efecto $P\Delta$ en marcos no arriostrados	84

Agradecimientos

A Dios quien me permite seguir estando con vida, sano y con voluntad para seguir adelante.

A la Universidad Nacional Autónoma de México quien me ha dado la oportunidad de estudiar el bachillerato y la licenciatura.

A mi madre Angelica Bernal Bernardino y padre Cruz Jose Martínez quienes me han orientado y apoyado en mis estudios profesionales.

A mi asesor M. en I. Mario Sosa Rodríguez quien me ha apoyado y aconsejado en este proceso. Y la confianza que me ha brindado para crecer profesionalmente dentro de la Facultad de Estudios Superiores Aragón.

A los profesores Ing. Pascual García Cuevas, Ing. Miriam Yolanda Zúñiga Aldana y Ing. Maridel Zarate Morales por brindarme la oportunidad de crecer y estar en el ámbito de la docencia.

A mis profesores que me dieron las bases para iniciar y terminar la licenciatura, así como también crecer profesionalmente: Ing. Marcos Molina Elvira, Ing. Vicente Hernández Sánchez, M. en I. Mario Sosa Rodríguez, Ing. Ricardo Heras Cruz, Ing. García Cuevas Pascual, Ing. Alfonso González Sakaguchi, M. en I. Jose Antonio Dimas Chora, Ing. Gustavo Adolfo Jimenez Villegas y M. en I. Martín Ruben Jiménez Magaña.

A mis amigos que han formado parte de este proceso y vivido diferentes experiencias a lo largo de mi vida: David Almaguer Rentería, Mario Alberto Mendoza Ortega, Jaqueline Anely Segundo Villada, Yessica Guadalupe Mateos Herrera, Jose Luis Garduño Cruz, Daniel Almeida Vilchis, Mario Blanco Hernandez, Arturo Rodríguez Moreno, Oswaldo Rojas Pineda, Victor Fábila Carmona, Vicente Quiroga, Luis Stefano Jiménez, Victor Negrete, Carolina Reyes, Martín Enriquez, Eduardo Maya, Alberto Rodas Joo, Omar Rodríguez Alejandro, Sergio Berumen Perez y Andres Gúzman Campos.

Gracias por formar parte de este proceso y su amistad.

Introducción

El uso de un software matemático que utilice álgebra computacional es de gran importancia para el estudiante de ingeniería a lo largo de su carrera e ingeniero que se encuentra laborando profesionalmente, ya que el uso de estos software facilita de gran manera el entendimiento de las matemáticas utilizadas en ingeniería.

Hay diversos tipos software matemático que utilizan álgebra computacional que ayudan a entender mejor el lenguaje matemático utilizado en ingeniería, tales programas son: MATLAB, MATHCAD, MAXIMA, MAPLE, etc.

Para llegar a tener un mejor entendimiento de software comerciales como el SAP, ETABS, STAAD PRO, etc, los ingenieros civiles enfocados al área estructural necesitan comprender temas como análisis y diseño estructural principalmente y estos software ligan ambas áreas que son complejas y facilitan el trabajo para el estudiante e ingeniero que se esta especializando en esta área.

El principal propósito de la tesis es utilizar MATLAB como herramienta para diseñar elementos estructurales de acero y tener un mejor entendimiento de como funcionan estos software comerciales en cuanto al diseño en compresión, flexión y flexo-compresión, cabe resaltar que MATLAB se enfoca mas al manejo de matrices y en diferentes trabajos han explotado mas a este tipo de uso, como es el caso del análisis estructural. Sin embargo, también se puede orientar al diseño estructural y con una buena *programación de objetos* se puede ligar tanto el diseño y análisis estructural en un solo algoritmo, programa u hoja de cálculo, aunque como se menciono anteriormente este trabajo solo se enfoca al diseño estructural particularmente de elementos estructurales.

El algoritmo hecho en MATLAB y los ejemplos mostrados tienen su fundamento en el Manual IMCA 5° Edición, el cual esta basado en la interpretación y adaptación de los siguientes documentos del *American Institute of Steel Construction* (AISC).

- Specification for Structural Steel Design ANSI/AISC 360-10
- Code of Standard Practice AISC 303-10

El material expuesto en la tesis fue hecho como ayuda a un curso introductorio de diseño de elementos estructurales de acero, para que el docente tenga una herramienta adicional para este curso y el alumno tenga un mejor entendimiento del tema. Así que se entiende que el lector tiene conocimientos básicos de mecánica de materiales y análisis estructural ya que esos aspectos solo se tomaran en cuenta cuando se han necesarios.

Objetivo

Crear un programa que sirva como una hoja de calculo en el programa MATLAB para el diseño de elementos estructurales de acero sometidos a fuerzas de compresión, flexión y flexo-compresión, particularmente para miembros sin elementos esbeltos, con la intención de que el usuario entienda mejor el comportamiento de estos elementos bajo las condiciones de carga antes mencionadas utilizando las especificaciones del Manual IMCA 5° edición.

Capítulo uno

Para dar inicio a la tesis en este capítulo se da una breve explicación de las acciones y cargas que actúan sobre las estructuras y métodos de diseño de acuerdo a las disposiciones de *diseño por factores de carga y resistencia* (DFCR) y el *diseño por resistencia permisible* (DRP) estipuladas en el Manual IMCA 5° Edición. La razón de este capítulo mostrar los métodos de diseño existentes en el manual que son necesarios para elegir un elemento estructural óptimo bajo ciertas condiciones de carga, ya que este tema es fundamento para los tres capítulos posteriores.

Capítulo dos

Posteriormente en este capítulo se justifican los valores empíricos de longitud efectiva de pandeo ya que son de vital importancia en el diseño de miembros que no tienen elementos esbeltos. Se muestran las formulas tomadas del Manual IMCA 5° Edición para el diseño de miembros en compresión, específicamente sección EI, E2 y E3. Se desarrollan ejemplos de diseño en base a las formulas de pandeo lateral elástico y pandeo lateral inelástico con el fin de justificar el programa que viene al final de este capítulo, así como también, se despliegan los resultados obtenidos al ejecutar el programa de cada uno de los ejemplos expuestos con los datos de cada ejemplo.

Capítulo tres

En este capítulo se aborda el diseño de miembros compactos con perfiles I doblemente simétricos a flexión, se introducen las formulas para su diseño tomadas del Manual IMCA 5° Edición, específicamente de las secciones F1, F2. Se explican las fórmulas para diseño de vigas con comportamiento plástico, pandeo lateral torsional inelástico y el pandeo lateral torsional elástico, que están en función de la longitud no arriostrada de la viga. Se desarrollan ejemplos de diseño en base a las formulas antes mencionadas con el propósito de justificar el programa que viene al final del capítulo, así como también, se despliegan los resultados obtenidos al ejecutar el programa de cada uno de los ejemplos expuestos con los datos de cada ejemplo.

Capítulo cuatro

El este último capítulo se orienta al diseño de miembros con uno o dos ejes de simetría sujetos a flexión y fuerza axial sin la acción de fuerzas transversales entre apoyos. Además se incluye el tema de análisis aproximado de segundo orden y se explican las variables que influyen en su comportamiento. Las fórmulas empleadas en este apartado son tomadas del manual IMCA 5^o Edición específicamente de la sección H1 y apéndice 8. Se desarrollan ejemplos de diseño en base a las formulas antes mencionadas con el propósito de justificar el programa que viene al final del capítulo, así como también, se despliegan los resultados obtenidos al ejecutar el programa de cada uno de los ejemplos expuestos con los datos de cada ejemplo.

Capítulo 1

Métodos de diseño DFCR y DRP

1.1. Acciones y Cargas

Se le llama cargas a todas las fuerzas y acciones que actúan sobre una estructura. Las acciones se clasifican en permanentes variables y accidentales.

1. *Acciones permanentes* Son acciones cuya magnitud no cambia con el tiempo y actúan de forma constante sobre la estructura. Como ejemplo tenemos la carga muerta (sección 1.1.1), deformaciones y desplazamientos de la estructura.
2. *Acciones variables* Son acciones cuya magnitud cambia con el tiempo y su valor puede tener mucha importancia en intervalos de tiempo amplios. Como ejemplo tenemos la carga viva (sección 1.1.2) y aquellas que varían con el tiempo como los cambios volumétricos y de temperatura.
3. *Acciones accidentales* Son acciones cuya naturaleza es transitoria y son externas al funcionamiento de la estructura. Estas cargas se presentan en algunas ocasiones a casos particulares porque la mayoría de estos fenómenos son ocasionados por el medio ambiente. Como ejemplo tenemos los sismos, viento, oleaje, explosiones, lluvia, nieve, etc.

La determinación de las fuerzas actuantes de una estructura es la primer tarea que el diseñador tendrá que considerar. Una vez que se tiene el valor teórico de estas cargas es necesario estimar la condición mas desfavorable que la estructura adoptara bajo su vida útil. Estas se obtienen examinando la combinación de cargas existentes de acuerdo a su intensidad, variación y distribución de estas, debido a que no es lo mismo analizar una

carga permanente que una carga variable o accidental, porque la probabilidad de que ocurra cada una es diferente, así como también el valor teórico calculado puede ser mayor que el estimado.

1.1.1. Cargas muertas

Las cargas muertas son acciones que son permanentes, su posición se mantiene fija y su magnitud no varía con el tiempo, tales cargas son el peso de la estructura y componentes no estructurales como muros divisorios, techo, pisos, instalaciones y cargas que estén asociadas con la estructura de carácter permanente.

El cálculo de estas cargas es simple se hace una estimación aproximada de las cargas que intervendrán ya que las dimensiones de los elementos estructurales se desconocen una vez hecho el análisis estructural se eligen elementos que se han adecuados a las demandas de la obra. Al final se hará una comparación con las cargas diseño finales los cuales deben ser aproximadamente igual al análisis estimado.

1.1.2. Cargas vivas

Las cargas vivas son acciones que son provocadas por la actividad humana y por tanto su magnitud y su posición cambia de acuerdo al uso que tenga la estructura. Este tipo de carga no puede ser calculada con exactitud como la carga muerta por que no tiene una naturaleza permanente y para su calculo se han hecho algunas estimaciones en los reglamentos de diseño.

El análisis de estas cargas esta en función del efecto que tenga ya sea estático en términos prácticos, dinámico o de impacto. Las cargas que pueden cambiar de un sitio a otro sin necesidad de tener un efecto dinámico y que no tengan repeticiones de cambio continuo la carga se puede considerar de tipo estático, tal es el caso de la ocupación humana, equipamiento, mobiliario y utilería. En cambio, las cargas vivas de carácter dinámico son las que cambian de posición continuamente en la estructura en intervalos de tiempo moderadamente cortos se les considera dinámicas, este tipo de carga tiene aceleraciones que incrementan el valor inicial de la carga, como ejemplo tenemos el transito en puentes, maquinaria móvil y trenes sobre puentes. Finalmente las cargas de impacto son aquellas que su naturaleza es transitoria porque la aplicación sobre la estructura es repentina, gradual y de aceleraciones de gran importancia, por lo general estas cargas existen en edificios de uso industrial donde las cargas son de gran magnitud tal es el caso de elevadores, grúas y maquinaria de uso industrial.

1.1.3. Cargas ambientales

Las cargas ambientales son acciones que son provocadas por el medio ambiente, estas cargas se pueden considerar cargas vivas aunque no son causa de la actividad humana, sino del medio ambiente. Este tipo de cargas depende de la ubicación geográfica de la estructura, ya que se presentaran diferentes situaciones de carga de acuerdo al tipo de geografía donde se encuentre la obra.

1. *Cargas sísmicas* Son acciones provocadas por sismos, estas cargas se toman con mayor seriedad en aquellas zonas donde se verifique que en la región geográfica exista una probabilidad sensata de actividad sísmica, sin embargo, no se debe de ignorar la existencia de un sismo aquellas zonas donde se tiene poco registro de actividad sísmica. El análisis de estas cargas consiste en examinar la respuesta de la estructura respecto a las aceleraciones de la superficie del terreno.
2. *Cargas de viento* Son acciones causadas por el viento, estas cargas ejercen presiones importantes en edificios altos donde la velocidad del viento además ser de gran magnitud genera momentos grandes, también en estructuras ligeras como naves industriales los efectos de levantamiento pueden dañar a la estructura. Al igual que las cargas de sismo estas varían por la geografía donde se encuentra la estructura y su magnitud esta en función de la alturas sobre el nivel del terreno, estructuras cercanas y tipo de terreno.
3. *Cargas de lluvia* Son acciones debidas a la precipitación pluvial, estas cargas toman mayor consideración cuando los techos son de pendiente horizontal y donde el clima es predominantemente cálido. Cuando ocurre una situación de encharcamiento el agua acumulada provoca que la magnitud de la carga del techo aumente y por tanto las deflexiones de igual manera tengan un incremento. Para prevenir o reducir la magnitud de este tipo de cargas, es elemental contar con sistemas de desagüe y que el techo tenga una pendiente considerable.
4. *Cargas de nieve* Son acciones cuyo origen es una precipitación solida, en climas extremadamente fríos, las cargas de nieve toman importancia y ciertos factores influyen en su magnitud. Dependiendo del estado en que se encuentre después de recién caída esta aumentara su magnitud, esta situación se presenta cuando se compacta por su propio peso o se humedece y hay una combinación en su estado

solido y liquido. Ademas factores como el viento tienden a acumular ciertas cantidades en zonas cercanas a los extremos si hay pretilas en los techos, así como en las lima hoyas.

1.2. Estado limite

1.2.1. Estado límite de resistencia

El estado límite de resistencia esta vinculado con la resistencia ante las cargas externas de la vida útil de la estructura, este puede representar el colapso o falla global de la estructura y la de los miembros individuales que integran la estructura.

Las fuerzas internas como cortante, flexión, torsión, carga axial o la interacción de estos efectos, pertenecen a un estado límite de falla si una sección o estructura falla, de la misma manera que si la estructura tuviera una inestabilidad, o elementos que la conforman tuvieran un pandeo local o falla por fatiga.

1.2.2. Estado límite de servicio

El estado límite de servicio esta vinculado con la seguridad y buen desempeño de la edificación u obra en su uso diario.

Aunque la seguridad sea la adecuada en el estado limite de servicio, se tiene que verificar que este estado sea el optimo para el buen funcionamiento de la estructura, ya que pueden dañar elementos no estructurales y causar incomodidades en los usuarios de la estructura.

Entre las limitaciones que abarca el estado límite de servicio están las deflexiones en vigas, desplazamiento lateral en columnas, agrietamiento, rotaciones en articulaciones, vibraciones.

1.3. Filosofías de diseño

El Manual IMCA 5° Edición aporta dos métodos óptimos para el diseño de elementos de acero estructural y conectores. Ambos métodos tienen sus fundamentos en los estados limite. Estas dos filosofías de diseño son el **Diseño por factores de carga resistencia (DFCR)** o también llamado comúnmente en ingles **Load and Resistance Factor Design (LRFD)** y el **Diseño por esfuerzos permisibles(DRP)** o también llamado comúnmente en ingles **Allowable Strength Design (ASD)**, los cuales, serán se explicados en la sección 1.3.1 y 1.3.3.

1.3.1. Diseño por factores de carga y resistencia DFCR

Es un criterio de diseño, que nos permite seleccionar de una manera adecuada elementos estructurales, el cual basa en utilizar factores de carga en las cargas de servicio y de reducción en las cargas nominales. Y consiste en seguir los siguientes pasos:

1. Se asocian las cargas de servicio existentes y probables en grupos.
2. Cada carga, de cada grupo, se multiplica por un factor de carga el cual es mayor a uno, el valor de este factor de carga esta en función de la incertidumbre e incidencia de la carga.
3. Se suma cada combinación existente y al resultado final de cada grupo se le llama **carga factorizada**.
4. Se toma el valor mayor de todas las combinaciones o cargas factorizadas, la cual tiene que ser menor que la resistencia nominal del elemento a analizar multiplicada por un factor de reducción, este factor es menor a uno.

El Manual IMCA 5° edición indica lo siguiente al utilizar el Diseño por Factores de Carga y Resistencia, el diseño de acuerdo con las disposiciones DFCR satisface los siguientes requisitos de esta especificación cuando la resistencia de diseño de cada componente estructural es igual o mayor a la resistencia requerida determinada con base a las combinaciones de carga de este método de diseño (DFCR). Todo lo dispuesto en esta especificación es aplicable, con excepción de la sección B3-4 del mismo manual. El diseño se realizará conforme a la ecuación B3-1

$$R_u \leq \phi R_n$$

1.3.2. Combinaciones de carga DFCR

Las combinaciones de carga para el Diseño por Factores de Carga y Resistencia utilizadas en este texto son tomadas del ASCE 7 y se muestran a continuación:

1. $U = 1.4D$
2. $U = 1.2D + 1.6L + 0.5(L_r \text{ o } S \text{ o } R)$
3. $U = 1.2D + 1.6(L_r \text{ o } S \text{ o } R) + (L^* \text{ o } 0.5W)$

4. $U = 1.2D + 1.0W + L + 0.5(L_r \text{ o } S \text{ o } R)$

5. $U = 1.2D + 1.0E + L + 0.2S$

6. $U = 0.9D + 1.0W$

7. $U = 0.9D + 1.0E$

1.3.3. Diseño por esfuerzos permisibles DRP

Es un criterio de diseño, que nos permite seleccionar de una manera adecuada elementos estructurales, el cual basa en en sumar las cargas de servicio, donde generalmente no se utilizan factores de carga y las cargas nominales son afectadas por un factor de seguridad que es mayor a uno. Este enfoque de diseño consiste en seguir los siguientes pasos:

1. Se asocian las cargas de servicio existentes y probables en grupos.
2. Se suman las cargas de cada combinación existente, generalmente las cargas no requieren ser afectadas por un factor de carga.
3. Se toma el valor mayor de todas las combinaciones, la cual tiene que ser menor que la resistencia nominal del elemento a analizar dividida por un factor de seguridad.

El Manual IMCA 5° edición indica lo siguiente al utilizar el Diseño por Resistencia Permisible, el diseño de acuerdo con las disposiciones de DRP satisface los requisitos de esta especificación cuando la Resistencia Permisible de cada componente estructural es igual o mayor a la Resistencia Requerida determinada con las combinaciones de carga de este método de diseño DRP. Todo lo dispuesto en esta especificación es aplicable, excepto la sección B3-3 del mismo manual-

El diseño se desarrollara de acuerdo con la ecuación B3-2:

$$R_a \leq R_n/\Omega$$

1.3.4. Combinaciones de carga DRP

Las combinaciones de carga para el Diseño por Resistencia Admisible utilizadas en este texto son tomadas del ASCE 7 y se muestran a continuación:

1. $U = D$

2. $U = D + L$

3. $U = D + (L_r \text{ o } S \text{ o } R)$

4. $U = D + 0.75L + 0.75(L_r \text{ o } S \text{ o } R)$

5. $U = D + (0.6W \text{ o } 0.7E)$

6a. $U = D + 0.75L + 0.75(0.6W) + 0.75(L_r \text{ o } S \text{ o } R)$

6b. $U = D + 0.75L + 0.75(0.6E) + 0.75(S)$

7 $U = 0.6D + 0.6W$

7 $U = 0.6D + 0.6E$

Capítulo 2

Diseño de elementos estructurales cargados axialmente a compresión método DFCD y DRP

2.1. Introducción

Un miembro está sometido a un esfuerzo normal de compresión puro cuando la resultante de cargas se aplica a través del centroide de la sección transversal de dicho miembro. Entre los diversos tipos de elementos estructurales que trabajan con esfuerzos de compresión el más común es la columna, el cual es un elemento cuya sección transversal es considerablemente menor que su longitud.

Cabe señalar que existen más elementos que trabajan a compresión como: sistemas de arriostramiento, cuerdas superiores de armaduras, montantes etc. Sin embargo, para fines prácticos llamaremos *columna* a todo elemento sometido a un esfuerzo axial de compresión puro en este capítulo.

Hay que considerar tres estados límite de falla en una columna sujeta a un esfuerzo normal de compresión, los cuales dependen de su *relación esbeltez* tipo de conexión en sus extremos, excentricidad de la carga, imperfecciones iniciales, torceduras iniciales, esfuerzo residuales. Estos estados límite se representan en la Figura 2.1 y se describen a continuación:

1. *Pandeo por flexión* (pandeo de Euler) es en general el tipo de pandeo que rige en el diseño de miembros a compresión. Esto ocurre cuando repentinamente el miembro sufre un pandeo sin torcerse, lo que conduce a que se vuelva inestable.
2. *Pandeo Local* es un estado límite de deformación donde

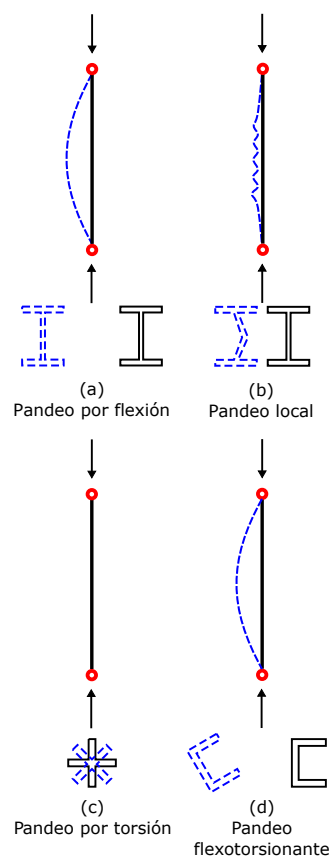


Figura 2.1: Tipos de pandeo en columnas.

uno o algunos componentes individuales de la sección transversal son muy delgados y como consecuencia estos componentes o placas fallan antes de que se flexione toda la sección.

3. *Pandeo por torsión o flexotorsión* En columnas de sección abierta con dos ejes de simetría y baja rigidez torsional puede ocurrir el pandeo por torsión. Y si la sección solo tiene un eje de simetría, la torsión puede venir acompañada de flexión.

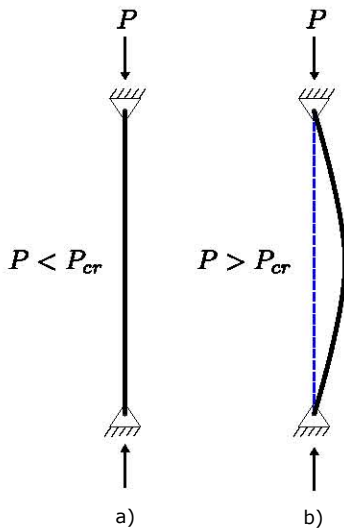


Figura 2.2: Carga Crítica.

2.2. Pandeo en Columnas

Como ya se definió anteriormente una columna es un elemento estructural sujeto a un esfuerzo axial de compresión cuya sección transversal es considerablemente menor que su longitud. Para que esta columna sea estable no debe experimentar un cambio súbito en su configuración. Para analizar el fenómeno de *pandeo* considere una columna con apoyos articulados que soporta una carga P céntrica Figura 2.2 a. Debido a la forma de la columna al aumentar la carga P esta sufrirá una deflexión lateral repentina lo cual se llama pandeo Figura 2.2 b, cuando se está en este margen la carga P se llama *carga crítica* P_{cr} . Muy a menudo el pandeo puede provocar una falla inesperada. Y como consecuencia en el diseño de una columna, se debe tener especial atención para que pueden soportar con seguridad estas cargas.

2.3. Fórmula de Euler para columnas

2.3.1. Columna con apoyos articulados

Como ejemplo se determinará la fórmula de Euler o carga crítica de pandeo de Euler P_{cr} . Para este fin, se debe considerar *una columna ideal* perfectamente recta antes de la carga, esbelta, elástica, homogénea, con carga céntrica y con extremos articulados. Se observa que esta columna tiene una deflexión lateral por una carga externa P como se muestran en la Figura 2.3, y que, al quitar esta carga, la columna regresa a su forma original.

Para este fin, usaremos la ecuación 2.1, que relaciona el momento interno y la deformación lateral ocasionada por la carga P en un rango elástico, también llamada *ecuación de la curva elástica*

$$EI \frac{d^2v}{dx^2} = M(x) \quad (2.1)$$

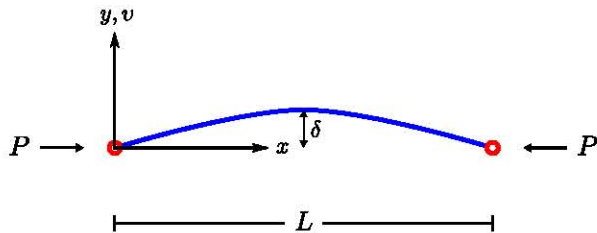


Figura 2.3: Deflexión lateral de una columna con extremos articulados, debido a una carga de compresión P .

Examinando detenidamente el corte AO Figura 2.4, la ecuación de momento en el punto O es $M(x) = -Pv$ y sustituyendo esta expresión en la ecuación 2.1 se convierte en:

$$EI \frac{d^2v}{dx^2} = -Pv \quad (2.2)$$

$$\frac{d^2v}{dx^2} + \left(\frac{P}{EI} \right) v = 0 \quad (2.3)$$

Esta es una ecuación diferencial lineal, homogénea, de segundo orden, con coeficientes constantes. Y haciendo un cambio de variable se escribe

$$\frac{d^2v}{dx^2} + p^2v = 0 \quad (2.4)$$

donde

$$p^2 = \frac{P}{EI} \quad (2.5)$$

La solución general de la ecuación 2.4 es de la siguiente forma:

$$v = C_1 \sin px + C_2 \cos px \quad (2.6)$$

Las constantes de integración son determinadas por las siguientes condiciones iniciales:

$$x = 0; v = 0 \quad (2.7a)$$

$$x = L; v = 0 \quad (2.7b)$$

La primer condición 2.7a da como resultado $C_2 = 0$ y de la segunda condición 2.7b obtenemos

$$C_1 \sin pL = 0 \quad (2.8)$$

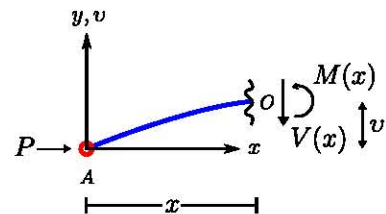


Figura 2.4: Corte AO de longitud x de una columna con deflexión lateral.



Figura 2.5: Columna Recta

$C_1 = 0$ es una solución trivial que reduce a la ecuación 2.6 a $v = 0$ pero exige que la columna se mantenga recta siempre Figura 2.5. Sin embargo, existe otra solución en donde $\sin px = 0$ esto es posible si $pL = n\pi$ ver gráfica de función seno Figura 2.6.

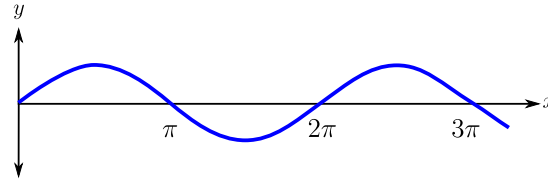


Figura 2.6: Gráfica de función seno

Si despejamos p y sustituimos en la ecuación 2.5:

$$\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 = \frac{P}{EI} \tag{2.9}$$

o bien

$$P = \frac{n^2\pi^2 EI}{L^2} \quad n = 1, 2, 3, \dots \tag{2.10}$$

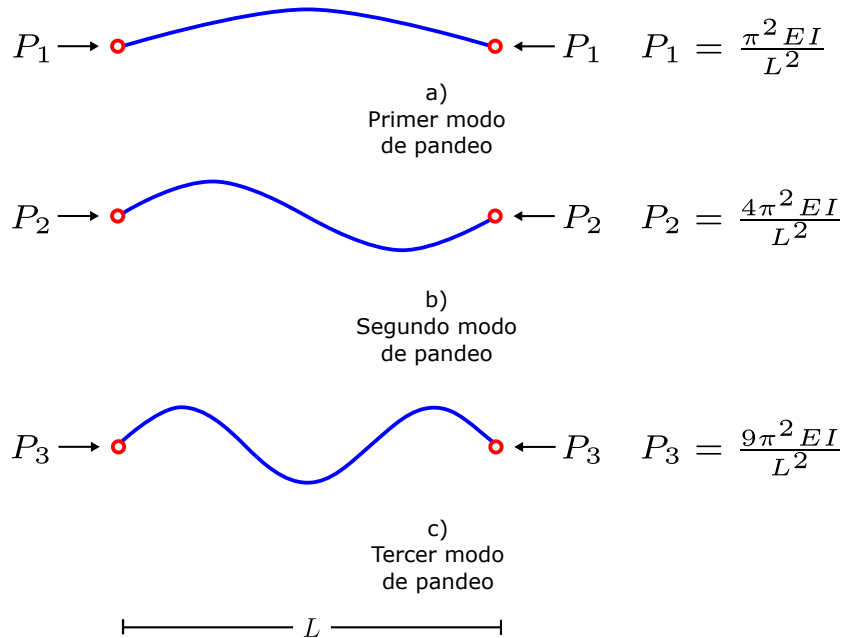


Figura 2.7: Primeros tres modos de pandeo en columnas

Los valores de n definen los modos de pandeo en la columna, Figura 2.7. A pesar de que n es cualquier número entero, el pandeo de interés es cuando $n = 1$, ya que, cuando $n > 1$, no es posible, a no ser que se coloque arriostramientos en los puntos donde $v = 0$. De este modo, la *carga crítica de pandeo de euler*

para una columna articulada es:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (2.11)$$

Asimismo, la ecuación anterior para fines de diseño se puede representar en función de la *relación de esbeltez*, sustituyendo $I = r^2 A$ donde, A es el área de la sección transversal y r es el *radio de giro*. Donde L/r es la *relación de esbeltez* de la columna

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E r^2 A}{L^2}$$

$$\left(\frac{P}{A}\right)_{cr} = \frac{\pi^2 E r^2 A}{AL^2}$$

$$F_e = \sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(L/r)^2} \quad (2.12)$$

2.4. Condiciones frontera en los apoyos y longitud efectiva de pandeo

2.4.1. Columna con apoyos articulado-empotrado

Como segundo ejemplo se tomara el caso de una columna con un apoyo articulado y otro empotrado y determinaremos su carga crítica, el diagrama de cuerpo libre se puede ver en la Figura 2.8. Con el fin de mantener el equilibrio en la columna, es necesario introducir una carga transversal V en los apoyos, ya que equilibran el momento en el apoyo empotrado.

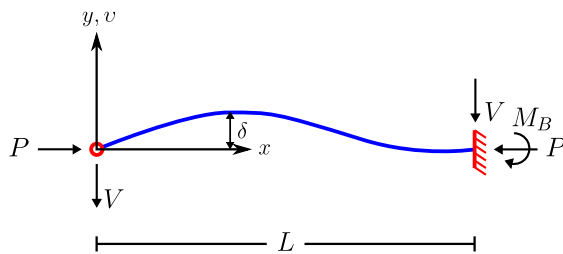


Figura 2.8: Pandeo en columna con un extremo articulado y otro empotrado.

Considerando el corte AO de la Figura 2.9, la ecuación de momento en el punto O es $M(x) = -Pv - Vx$ y sustituyendo

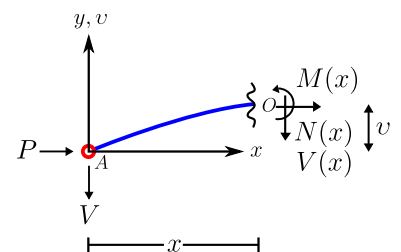


Figura 2.9: Corte AO de longitud x de una columna con apoyo fijo y otro empotrado.

esta expresión en la ecuación 2.1 se convierte en:

$$EI \frac{d^2v}{dx^2} = -Pv - Vx$$

$$\frac{d^2v}{dx^2} + \left(\frac{P}{EI} \right) v = -\frac{Vx}{EI} \quad (2.13)$$

Sustituyendo la ecuación 2.5, en la ecuación anterior, se escribe

$$\frac{d^2v}{dx^2} + p^2v = -\frac{Vx}{EI} \quad (2.14)$$

Esta es una ecuación diferencial lineal, no homogénea, de segundo orden, con coeficientes constantes. La cual tiene una solución general y particular, que agregando ambas soluciones tiene la siguiente forma:

$$v = C_1 \operatorname{sen} px + C_2 \operatorname{cos} px - \frac{V}{P}x \quad (2.15)$$

Las constantes de integración y la magnitud de la fuerza V son determinadas por las siguientes condiciones iniciales:

$$x = 0; v = 0 \quad (2.16a)$$

$$x = L; v = 0 \quad (2.16b)$$

$$x = L; dv/dx = 0 \quad (2.16c)$$

La primer condición 2.16a da como resultado $C_2 = 0$ y de la segunda condición 2.16b obtenemos

$$C_1 \operatorname{sen} pL = \frac{V}{P}L \quad (2.17)$$

Al derivar la ecuación 2.15 y sustituyendo $C_2 = 0$, se puede utilizar la tercer condición 2.16c y resulta:

$$\frac{dv}{dx} = C_1 p \operatorname{cos} px - \frac{V}{P}$$

$$C_1 p \operatorname{cos} pL = \frac{V}{P} \quad (2.18)$$

Despejando V de la ecuación 2.17

$$V = C_1 P p \operatorname{cos} pL \quad (2.19)$$

Y sustituyendo en la ecuación 2.17, se tiene la siguiente expresión

$$C_1 \operatorname{sen} pL = \frac{C_1 P p \cos pL}{P} L$$

$$\tan pL = pL \quad (2.20)$$

La raíz con el valor menor que satisface la ecuación 2.20 es

$$pL = 4.4934 \quad (2.21)$$

Si despejamos p y sustituimos en la ecuación 2.5:

$$\left(\frac{4.4934}{L}\right)^2 = \frac{P}{EI}$$

Al despejar P , se tiene que la *carga crítica de pandeo de euler* para una columna con un apoyo articulado y otro fijo es:

$$P_{cr} = \frac{20.1906 EI}{L^2} \quad (2.22)$$

Y en función en la relación de esbeltez

$$F_e = \sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(0.7L/r)^2} \quad (2.23)$$

2.4.2. Columna con apoyos empotrado-empotrado

Ahora se determinara la carga crítica de pandeo para una columna con extremos fijos. Al tener apoyos fijos en la columna, los momentos en los extremos dan soporte en la columna y las rotaciones no se permiten, ambos son de igual magnitud pero de signos opuestos ya que equilibran la columna Figura 2.10.

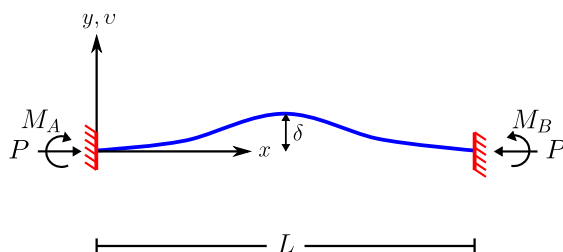


Figura 2.10: Pandeo de una columna con dos extremos fijos.

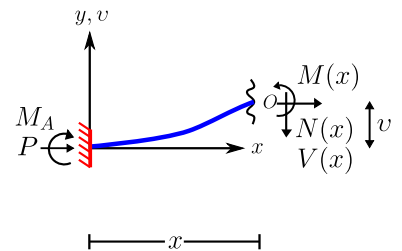


Figura 2.11: Corte AO de longitud x de una columna con dos apoyos empotrados.

La ecuación de momento del corte AO Figura 2.11, en el punto O es $M(x) = M_A - Pv$ y sustituyendo en la ecuación 2.1 se convierte en:

$$EI \frac{d^2v}{dx^2} = M_A - Pv$$

$$\frac{d^2v}{dx^2} + \left(\frac{P}{EI} \right) v = \frac{M_A}{EI} \quad (2.24)$$

Sustituyendo la ecuación 2.5, en la ecuación de arriba, se escribe

$$\frac{d^2v}{dx^2} + p^2v = M_A - Pv \quad (2.25)$$

Esta ecuación diferencial tiene una solución general y otra particular, que tiene la siguiente forma:

$$v = C_1 \sin px + C_2 \cos px + \frac{M}{P} \quad (2.26)$$

La carga crítica de pandeo de esta columna se puede obtener o deducir con las siguientes condiciones iniciales:

$$x = 0; v = 0 \quad (2.27a)$$

$$x = L; v = 0 \quad (2.27b)$$

$$x = 0; dv/dx = 0 \quad (2.27c)$$

$$x = L; dv/dx = 0 \quad (2.27d)$$

La primer condición 2.27a, da como resultado $C_2 = -M/P$, al derivar la ecuación y sustituir C_2 , se puede utilizar la condición 2.27c donde se obtiene que $C_1 = 0$ y por lo tanto la ecuación 2.26 se transforma en

$$v = -\frac{M}{P} \cos px + \frac{M}{P}$$

$$v = \frac{M}{P}(1 - \cos px) \quad (2.28)$$

Y por último si utilizamos la condición 2.27b

$$0 = \frac{M}{P}(1 - \cos pL)$$

$$0 = (1 - \cos pL) \quad (2.29)$$

Con esta ecuación podemos deducir la carga crítica de pandeo, donde el argumento de $\cos pL = 1$ tiene que ser $pL = 2\pi$.

Si despejamos p y sustituimos en la ecuación 2.5:

$$\left(\frac{2\pi}{L}\right)^2 = \frac{P}{EI} \quad (2.30)$$

Al despejar P , se tiene que la *carga crítica de pandeo de euler* para una columna con un apoyo articulado y otro fijo es:

$$P_{cr} = \frac{4\pi^2 EI}{L^2} \quad (2.31)$$

Y en función de la relación de esbeltez

$$F_e = \sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(0.5L/r)^2} \quad (2.32)$$

2.4.3. Columna con apoyos empotrado-libre

En este último ejemplo se definirá la carga de pandeo para una columna con un extremo empotrado y el otro libre Figura 2.12.

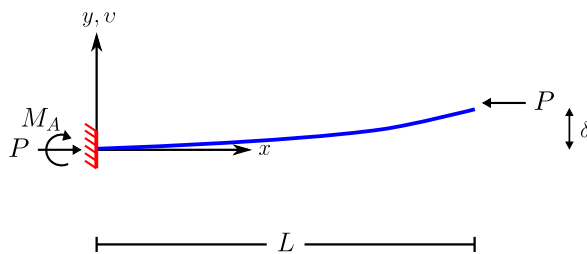


Figura 2.12: Pandeo de una columna con un extremo fijo y otro libre.

La ecuación de momento del corte AO 2.13, en el punto O es $M(x) = M_A - Pv$, y por equilibrio sabemos que $M_A = P\delta$, entonces la ecuación de momento en el punto O es:

$$M(x) = P\delta - Pv$$

Sustituyendo la ecuación 2.1

$$EI \frac{d^2 v}{dx^2} = P\delta - Pv$$

$$EI \frac{d^2 v}{dx^2} + \left(\frac{P}{EI}\right) v = \frac{P}{EI} \delta \quad (2.33)$$

Sustituyendo la ecuación 2.5, en la ecuación de arriba

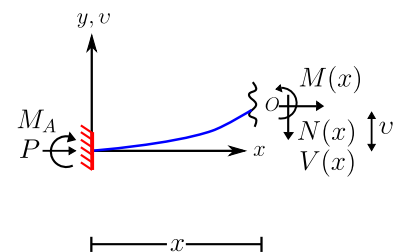


Figura 2.13: Corte AO de longitud x de una columna con un apoyo empotrado y otro libre.

$$\frac{d^2v}{dx^2} + p^2v = p^2\delta \quad (2.34)$$

Esta es una ecuación diferencial lineal, no homogénea, de segundo orden, con coeficientes constantes. La cual tiene una solución general y particular, que agregando ambas soluciones tiene la siguiente forma:

$$v = C_1 \operatorname{sen} px + C_2 \operatorname{cos} px + \delta \quad (2.35)$$

La carga crítica de pandeo de esta columna se puede obtener o deducir con las siguientes condiciones iniciales:

$$x = 0; v = 0 \quad (2.36a)$$

$$x = L; v = \delta \quad (2.36b)$$

$$x = 0; dv/dx = 0 \quad (2.36c)$$

La primer condición 2.36a, da como resultado $C_2 = -\delta$, al derivar la ecuación y sustituir C_2 , se puede utilizar la condición 2.36c, donde se obtiene que $C_1 = 0$ y por lo tanto la ecuación 2.35, se transforma en

$$v = \delta (1 - \operatorname{cos} px) \quad (2.37)$$

Y por último si utilizamos la condición 2.36b

$$\delta = \delta (1 - \operatorname{cos} pL)$$

$$\delta \operatorname{cos} pL = 0 \quad (2.38)$$

Con esta ecuación podemos deducir la carga crítica de pandeo, donde el argumento de $\delta \operatorname{cos} pL = 0$ tiene que ser $pL = \pi/2$. Si despejamos p y sustituimos en la ecuación 2.5:

$$\left(\frac{\pi}{2L}\right)^2 = \frac{P}{EI} \quad (2.39)$$

Al despejar P , se tiene que la *carga crítica de pandeo de euler* para una columna con un apoyo articulado y otro fijo es:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{4L^2} \quad (2.40)$$

Y en función de la relación de esbeltez

$$F_e = \sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(2L/r)^2} \quad (2.41)$$

2.4.4. Longitud Efectiva de Pandeo

La capacidad de carga de una columna depende en gran parte de las condiciones de apoyo en los extremos. Las columnas con importantes limitaciones de rotación y desplazamiento en los extremos pueden sostener cargas de mayor magnitud que aquellas que tienen escasa restricción de rotación y desplazamiento en los extremos y esto se puede observar en las ecuaciones 2.11, 2.22, 2.31 y 2.41. Sin embargo, se pueden expresar estas ecuaciones de una forma mas general:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2} \quad (2.42)$$











Y en función de la relación de esbeltez

$$F_e = \sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2} \quad (2.43)$$

Donde K es un factor que multiplica a la longitud real de la columna L , que depende de la condición de apoyo en los extremos y se denomina *longitud efectiva* de la columna L_e .

$$L_e = KL \quad (2.44)$$

Este factor K tiene como referencia una columna con extremos articulados y al analizar la ecuación 2.12 se observa que el valor de $K = 1$. Tomando en cuenta esta relación y analizando las ecuaciones 2.23, 2.32 y 2.41, se obtiene que para una columna con un extremo articulado y otro empotrado $K = 0.7$, para una columna con ambos extremos empotrados $K = 0.5$ y para una columna con un extremo empotrado y otro libre $K = 2$. Estos valores K son teóricos y depende mucho del criterio del ingeniero proyectista. La siguiente tabla del comentario de la Especificación del AISC presenta los factores de longitud efectiva recomendados cuando se tienen consideraciones ideales aproximadas.

<p>La línea punteada indica la forma de la columna pandeada</p>	(a) 	(b) 	(c) 	(d) 	(e) 	(f) 
<p>Valor K teórico</p>	0.5	0.7	1.0	1.0	2.0	2.0
<p>Valores de diseño recomendados cuando se tienen condiciones cercanas a las reales</p>	0.65	0.80	1.2	1.0	2.10	2.0
<p>Condiciones en los extremos</p>	<p> Rotación y traslación impedidas</p> <p> Rotación libre y traslación impedidas</p> <p> Rotación impedida y traslación libre</p> <p> Rotación y traslación libre</p>					

2.5. Consideraciones generales para el diseño de miembros a compresión

El manual IMCA 5° Edición aporta un factor de reducción y un factor de seguridad en la sección E.1, para determinar la capacidad de carga axial a compresión de una columna los cuales se describen a continuación. La *resistencia de diseño* a compresión, $\phi_c P_n$ y la *resistencia permisible* a compresión, P_c/Ω_c , se determina como sigue:

La *resistencia nominal* a compresión P_n debe ser la menor de las magnitudes de los estados límites de *pandeo por flexión*, *pandeo por torsión* y *pandeo por flexotorsión*.

$$\phi_c = 0.9(\text{DFCR})$$

$$\Omega_c = 1.67(\text{DRP})$$

2.6. Pandeo por flexión de miembros sin elementos esbeltos

El manual IMCA 5° edición proporciona ecuaciones para el diseño a compresión, específicamente para el pandeo por flexión de miembros sin elementos esbeltos en su sección E.3, estas ecuaciones se especifican a continuación:

La *resistencia nominal* a compresión P_n se determina del *estado límite de pandeo por flexión*.

$$P_n = F_{cr} A_g \quad (\text{E3} - 1)$$

El esfuerzo crítico F_{cr} se determina como sigue

$$(a) \quad \text{Cuando } \frac{KL}{r} \leq 4.71 \sqrt{\frac{E}{F_y}} \quad \left(\text{o } \frac{F_y}{F_e} \leq 2.25 \right)$$

$$F_{cr} = \left[0.658 \frac{F_y}{F_e} \right] F_y \quad (\text{E3} - 2)$$

$$(b) \quad \text{Cuando } \frac{KL}{r} > 4.71 \sqrt{\frac{E}{F_y}} \quad \left(\text{o } \frac{F_y}{F_e} > 2.25 \right)$$

$$F_{cr} = 0.877 F_e \quad (\text{E3} - 3)$$

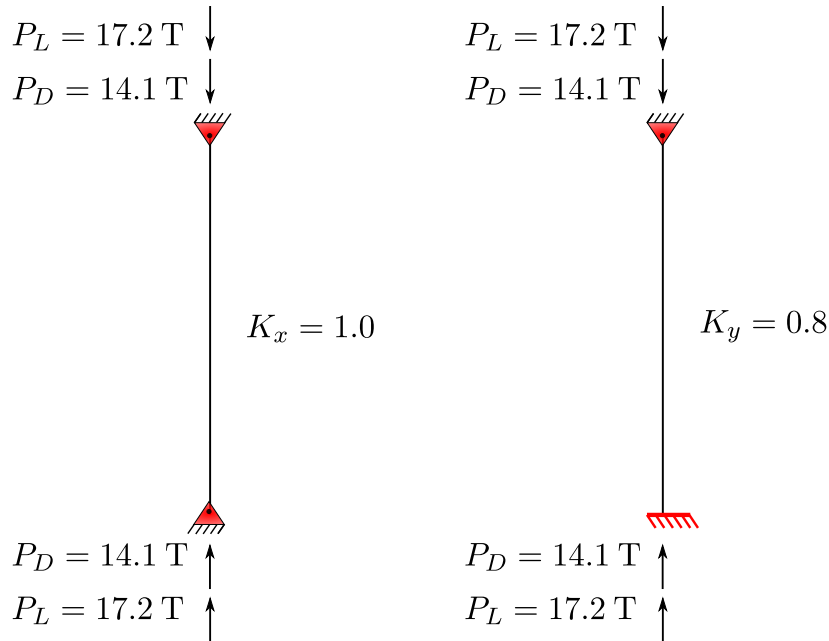
Donde:

F_e es el esfuerzo de pandeo elástico determinado con la ecuación E3 - 4, o a través de un análisis de pandeo elástico según sea aplicable, kg/cm^2 (MPa)

$$F_e = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{KL}{r} \right)^2} \quad (\text{E3} - 4)$$

2.6.1. Ejemplo Uno Pandeo Elástico

Determine la resistencia de diseño a compresión, $\phi_c P_n$ y la resistencia permisible a compresión P_n/Ω_c de un perfil W16 \times 26 o IR406 \times 38.8 son adecuadas para soportar las condiciones de carga mostradas en la figura. Para una columna de 4.5 m, si se usa un acero A-992. El valor de $K_x = 1.0$ y $K_y = 0.8$



Datos	
Propiedades Geométricas del Perfil (Manual IMCA 5° Edición)	Propiedades del Material
$A = 49.6 \text{ cm}^2$ $r_x = 15.9 \text{ cm}; r_y = 2.8 \text{ cm}$	$F_y = 3515 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}; E = 2.039 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$

► *Solucion:*

- *Resistencia requerida*

Resistencia requerida de segundo orden	
DFCR	DRP
$P_u = 1.2(14.1 \text{ T}) + 1.6(17.2 \text{ T})$	$P_u = 14.1 \text{ T} + 17.2 \text{ T}$
$P_u = 44.44 \text{ T}$	$P_u = 31.30 \text{ T}$

- Relación de esbeltez eje x y y :

Relación de esbeltez	
Eje x	Eje y
$\frac{K_x L}{r_x} = \frac{(1.0)(450 \text{ cm})}{15.9 \text{ cm}} = 28.30$	$\frac{K_y L}{r_y} = \frac{(0.8)(450 \text{ cm})}{2.8 \text{ cm}} = 128.57$
$28.30 < 128.57$	
$\frac{K_x L}{r_x} < \frac{K_y L}{r_y} \therefore$ El eje y tiene una relación esbeltez mas desfavorable	

- Cálculo de F_e (*esfuerzo de pandeo elástico*), usando la relación de esbeltez en el eje y

$$F_e = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{K_y L}{r_y}\right)^2} = \frac{\pi^2 \left(2.039 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}\right)}{\left(\frac{0.8 \times 450 \text{ cm}}{2.8 \text{ cm}}\right)^2} \rightarrow F_e = 1217.39 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

- Cálculo de F_{cr} (*esfuerzo crítico*)

$$4.71 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 4.71 \sqrt{\frac{2.039 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}{3515 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}} \rightarrow 4.71 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 113.44$$

$$128.57 > 113.44$$

$$\frac{KL}{r} > 4.71 \sqrt{\frac{E}{F_y}} \therefore \text{ el pandeo es elástico y } F_{cr} = 0.877 F_e$$

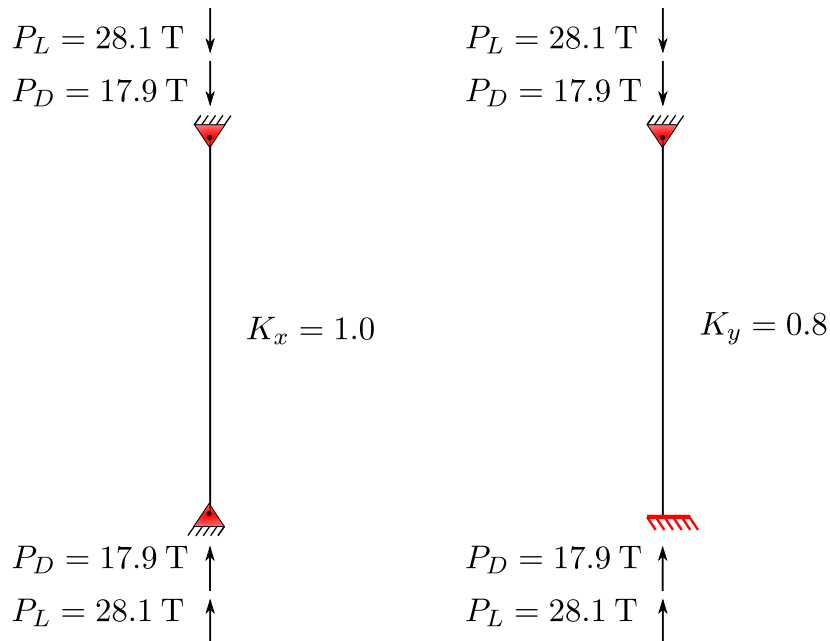
$$F_{cr} = 0.877 \left(1217.39 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}\right) \therefore F_{cr} = 1067.65 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

- Cálculo de la resistencia axial admisible P_c

Resistencia axial admisible	
Resistencia de diseño a compresión DFCD $\phi_c = 0.9$	Resistencia permisible a compresión DRP $\Omega_c = 1.67$
$P_n = F_{cr} A_g = \left(1067.65 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) (49.6 \text{ cm}^2)$ $P_n = 52955.44 \text{ kg} = 52.96 \text{ T}$	
$P_c = \phi_c P_n = (0.9)(52.96 \text{ T})$ $P_c = 47.66 \text{ T}$ $P_c > P_u$ $47.66 \text{ T} > 44.44 \text{ T} \therefore \text{Bien}$	$P_c = \frac{P_n}{\Omega_c} = \frac{52.96 \text{ T}}{1.67}$ $P_c = 31.71 \text{ T}$ $P_c > P_u$ $31.71 \text{ T} > 31.30 \text{ T} \therefore \text{Bien}$

2.6.2. Ejemplo Dos Pandeo Inelástico

Determine la resistencia de diseño a compresión, $\phi_c P_n$ y la resistencia permisible a compresión P_n/Ω_c de un perfil W12 \times 26 o IR305 \times 38.8 son adecuadas para soportar las condiciones de carga mostradas en la figura. Para una columna de 5.0 m, si se usa un acero A-992. El valor de $K_x = 1.0$ y $K_y = 0.8$



Datos	
Propiedades Geométricas del Perfil (Manual IMCA 5° Edición)	Propiedades del Material
$A = 49.4 \text{ cm}^2$ $r_x = 13.1 \text{ cm}; r_y = 3.8 \text{ cm}$	$F_y = 3515 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}; E = 2.039 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$

► *Solucion:*

- *Resistencia requerida*

Resistencia requerida de segundo orden	
DFCR	DRP
$P_u = 1.2(17.9 \text{ T}) + 1.6(28.1 \text{ T})$	$P_u = 17.9 \text{ T} + 28.1 \text{ T}$
$P_u = 66.44 \text{ T}$	$P_u = 46.00 \text{ T}$

- Relación de esbeltez eje x y y :

Relación de esbeltez	
Eje x	Eje y
$\frac{K_x L}{r_x} = \frac{(1.0)(500 \text{ cm})}{13.1 \text{ cm}} = 38.17$	$\frac{K_y L}{r_y} = \frac{(0.8)(500 \text{ cm})}{3.8 \text{ cm}} = 105.26$
$38.17 < 105.26$	
$\frac{K_x L}{r_x} < \frac{K_y L}{r_y} \therefore \text{El eje } y \text{ tiene una relación esbeltez mas desfavorable}$	

- Cálculo de F_e (*esfuerzo de pandeo elástico*), usando la relación de esbeltez en el eje y

$$F_e = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{K_y L}{r_y}\right)^2} = \frac{\pi^2 \left(2.039 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}\right)}{\left(\frac{0.8 \times 500 \text{ cm}}{3.8 \text{ cm}}\right)^2} \rightarrow F_e = 1816.20 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

- Cálculo de F_{cr} (*esfuerzo crítico*)

$$4.71 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 4.71 \sqrt{\frac{2.039 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}{3515 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}} \rightarrow 4.71 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 113.44$$

$$105.26 < 113.44$$

$$\frac{KL}{r} < 4.71 \sqrt{\frac{E}{F_y}} \therefore \text{el pandeo es inelástico y } F_{cr} = \left[\begin{array}{c} F_y \\ 0.658 F_e \end{array} \right] F_y$$

$$F_{cr} = \left[\begin{array}{c} 3515 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \\ 0.658 \cdot 1816.20 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \end{array} \right] 3515 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \therefore F_{cr} = 1563.61 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

- Cálculo de la resistencia axial admisible P_c

Resistencia axial admisible	
Resistencia de diseño a compresión DFCR $\phi_c = 0.9$	Resistencia permisible a compresión DRP $\Omega_c = 1.67$
$P_n = F_{cr} A_g = \left(1563.61 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) (49.4 \text{ cm}^2)$ $P_n = 77242.334 \text{ kg} = 77.24 \text{ T}$	
$P_c = \phi_c P_n = (0.9)(77.24 \text{ T})$ $P_c = 69.52 \text{ T}$ $P_c > P_u$ $69.52 \text{ T} > 66.44 \text{ T} \therefore \text{Bien}$	$P_c = \frac{P_n}{\Omega_c} = \frac{77.24 \text{ T}}{1.67}$ $P_c = 46.25 \text{ T}$ $P_c > P_u$ $46.25 \text{ T} > 46.00 \text{ T} \therefore \text{Bien}$

2.7. Código Compresión

```

clc;
clear;

%-----Universidad Nacional Autónoma de México-----
%-----Facultad de Estudios Superiores Aragón-----
%-----Carrera Ingeniería Civil-----
%-----Código Compresión-----
%-----Especificación Manual IMCA 5° Edición-----
%-----Secciones E1,E2,E3-----

disp('-----DATOS PARA EL ANALISIS-----')
disp(' ')

%Resistencia requerida

PD = input('¿Cuál es la carga axial por carga muerta (T)? ');
PL = input('¿Cuál es la carga axial por carga viva (T)? ');

%Propiedades Geométricas

disp('-----Propiedades geométricas del miembro-----')
disp(' ')

L = input('Cuál es la longitud de la viga(m)? ');
A = input('¿Cuál es el área de la sección(cm^2)? ');
rx = input('¿Cuál es el radio de giro en el eje x(cm)? ');
ry = input('¿Cuál es el radio de giro en el eje y(cm)? ');
Kx = input('¿Cuál es el factor de longitud efectiva en el eje x (m)? ');
Ky = input('¿Cuál es el factor de longitud efectiva en el eje y (m)? ');
disp(' ')

%Propiedades del material

disp('-----Propiedades del material-----')
disp(' ')

Fy = input('¿Cuál es el esfuerzo de fluencia mínimo especificado de acero(kg/cm^2)? ');
E = input('¿Cuál es el módulo elástico del acero(kg/cm^2)? ');
disp(' ')

%Resultados

disp('-----Resultados-----')

disp('*****Resistencia requerida*****')
disp(' ')
disp('-----DFCD o LRFD-----')

Pu_DFCD = 1.2*PD+1.6*PL;

Pr_DFCD = Pu_DFCD;
fprintf('\n Pr = %.2f T\n',Pr_DFCD)

```

```

disp('-----Resistencia requerida-----')
disp(' ')
disp('-----DRP o ASD-----')

Pu_DRP = PD+PL;

Pr_DRP = Pu_DRP;
fprintf('\n Pr = %.2f T\n',Pr_DRP)

%Esfuerzo Crítico

disp('-----Esfuerzo Crítico-----')

if (Kx*L*10^2/rx>Ky*L*10^2/ry)
    Opcion=1;
else
    Opcion=2;
end

switch Opcion
    case 1
        if (Kx*L*10^2/rx<4.71*(E/Fy)^(1/2))
            disp('Pandeo Inelástico')
            Fe = (pi())^2*E/(Kx*L*10^2/rx)^2;
            Fcr = Fy*0.658^(Fy/Fe);
        else
            disp('Pandeo Elástico')
            Fe = (pi())^2*E/(K_x*L*10^2/r_x)^2;
            Fcr = 0.877*F_e;
        end
    case 2
        if (Ky*L*10^2/ry<4.71*(E/Fy)^(1/2))
            disp('Pandeo Inelástico')
            Fe = (pi())^2*E/(Ky*L*10^2/ry)^2;
            Fcr = Fy*0.658^(Fy/Fe);
        else
            disp('Pandeo Elástico')
            Fe = (pi())^2*E/(Ky*L*10^2/ry)^2;
            Fcr = 0.877*Fe;
        end
end

fprintf('\n Fe = %.2f kg/cm^2\n',Fe)
fprintf('\n Fcr = %.2f kg/cm^2\n',Fcr)

%Resistencia axial admisible

disp('-----Resistencia axial nominal-----')

Pn = Fcr*A*10^-3;
fprintf('\n Pn = %.2f T\n',Pn)

disp(' ')
disp('-----Resistencia axial admisible-----')
disp(' ')
disp('-----DFCR o LRFD-----')
disp(' ')

Pc_DFRCR = 0.9*Pn;
fprintf('\n Pc = %.2f T\n',Pc_DFRCR)

```

```

if (Pc_DFCD>Pu_DFCD)
    disp(' Pc > Pu  El perfil es adecuado')
    fprintf('\n  %.2f T >',Pc_DFCD)
    fprintf('  %.2f T\n',Pu_DFCD)
else
    disp(' Pc < Pu  El perfil no es adecuado, elegir otro')
    fprintf('\n  %.2f T <',Pc_DFCD)
    fprintf('  %.2f T\n',Pu_DFCD)
end

disp('-----Resistencia axial admisible-----')
disp(' ')
disp('-----ASD o DRP-----')
disp(' ')

Pc_DRP = Pn/1.67;
fprintf('\n Pc = %.2f T\n',Pc_DRP)

if (Pc_DRP>Pu_DRP)
    disp(' Pc > Pu  El perfil es adecuado')
    fprintf('\n  %.2f T >',Pc_DRP)
    fprintf('  %.2f T\n',Pu_DRP)
else
    disp(' Pc < Pu  El perfil no es adecuado, elegir otro')
    fprintf('\n  %.2f T <',Pc_DRP)
    fprintf('  %.2f T\n',Pu_DRP)
end

%Fin del programa

```

2.7.1. Ejemplo Uno Pandeo Elástico

Realizar con los datos del Ejemplo Uno sección 2.6.1, con el código Compresión sección 2.7

```

-----DATOS PARA EL ANALISIS-----
¿Cuál es la carga axial por carga muerta (T)? 14.1
¿Cuál es la carga axial por carga viva (T)? 17.2
-----Propiedades geométricas del miembro-----

¿Cuál es la longitud de la viga(m)? 4.5
¿Cuál es el área de la sección(cm^2)? 49.6
¿Cuál es el radio de giro en el eje x(cm)? 15.9
¿Cuál es el radio de giro en el eje y(cm)? 2.8
¿Cuál es el factor de longitud efectiva en el eje x (m)? 1.0
¿Cuál es el factor de longitud efectiva en el eje y (m)? 0.8

-----Propiedades del material-----

¿Cuál es el esfuerzo de fluencia mínimo especificado de acero(kg/cm^2)? 3515
¿Cuál es el módulo elástico del acero(kg/cm^2)? 2.039*10^6

-----Resultados-----
*****Resistencia requerida*****
-----DFCR o LRFD-----

Pr = 44.44 T

-----Resistencia requerida-----
-----DRP o ASD-----

Pr = 31.30 T

-----Esfuerzo Crítico-----
Pandeo Elástico

Fe = 1217.39 kg/cm^2

Fcr = 1067.65 kg/cm^2

-----Resistencia axial nominal-----

Pn = 52.96 T

-----Resistencia axial admisible-----
-----DFCR o LRFD-----

Pc = 47.66 T
Pc > Pu El perfil es adecuado

47.66 T > 44.44 T

-----Resistencia axial admisible-----
-----ASD o DRP-----

Pc = 31.71 T
Pc > Pu El perfil es adecuado
31.71 T > 31.30 T

```

2.7.2. Ejemplo Dos Pandeo Inelástico

Realizar con los datos del Ejemplo Uno sección 2.6.2, con el código Compresión sección 2.7

```

-----DATOS PARA EL ANALISIS-----
¿Cuál es la carga axial por carga muerta (T)? 17.9
¿Cuál es la carga axial por carga viva (T)? 28.1
-----Propiedades geométricas del miembro-----
¿Cuál es la longitud de la viga(m)? 5.0
¿Cuál es el área de la sección(cm^2)? 49.4
¿Cuál es el radio de giro en el eje x(cm)? 13.1
¿Cuál es el radio de giro en el eje y(cm)? 3.8
¿Cuál es el factor de longitud efectiva en el eje x (m)? 1.0
¿Cuál es el factor de longitud efectiva en el eje y (m)? 0.8
-----Propiedades del material-----
¿Cuál es el esfuerzo de fluencia mínimo especificado de acero(kg/cm^2)? 3515
¿Cuál es el módulo elástico del acero(kg/cm^2)? 2.039*10^6
-----Resultados-----
*****Resistencia requerida*****
-----DFCR o LRFD-----
Pr = 66.44 T
-----Resistencia requerida-----
-----DRP o ASD-----
Pr = 46.00 T
-----Esfuerzo Crítico-----
Pandeo Elástico
Fe = 1816.20 kg/cm^2
Fcr = 1563.61 kg/cm^2
-----Resistencia axial nominal-----
Pn = 77.24 T
-----Resistencia axial admisible-----
-----DFCR o LRFD-----
Pc = 69.52 T
Pc > Pu El perfil es adecuado
69.52 T > 66.44 T
-----Resistencia axial admisible-----
-----ASD o DRP-----
Pc = 46.25 T
Pc > Pu El perfil es adecuado
46.25 T > 46.00 T

```

2.8. Comparativa de Resultados

2.8.1. Ejemplo Uno Pandeo Elástico

A continuación se hace una comparativa de resultados del ejemplo uno Pandeo Elástico hecho por el autor 2.6.1 y el mismo ejemplo utilizando el código de MATLAB 2.7.1.

Resistencia axial requerida a compresión			
Cálculo autor redondeo a dos decimales		Cálculo MATLAB	
Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)	Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)
$P_u = 44.44 \text{ T}$	$P_u = 31.30 \text{ T}$	$P_u = 44.44 \text{ T}$	$P_u = 31.30 \text{ T}$

Esfuerzo de Pandeo Elástico F_e		Esfuerzo Crítico F_{cr}	
Cálculo autor redondeo a 2 decimales	Cálculo MATLAB	Cálculo autor redondeo a 2 decimales	Cálculo MATLAB
$F_e = 1217.39 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$	$F_e = 1217.39 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$	$F_{cr} = 1067.65 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$	$F_{cr} = 1067.65 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$

Resistencia Axial Nominal	
Cálculo redondeo a dos decimales	Cálculo MATLAB
$P_n = 52.96 \text{ T}$	$P_n = 52.96 \text{ T}$

Resistencia axial admisible			
Cálculo autor redondeo a dos decimales		Cálculo MATLAB	
Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)	Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)
$P_c = 47.66 \text{ T}$	$P_c = 31.71 \text{ T}$	$P_c = 47.66 \text{ T}$	$P_c = 31.71 \text{ T}$

Conclusiones del ejemplo

De los resultados obtenidos en el programa podemos concluir que un cálculo propio con redondeo a dos decimales es aceptable para un análisis riguroso hecho por MATLAB que usa un gran número de cifras significativas. No se han encontrado errores por redondeo y por lo tanto se puede tener una buena estimación de resultados con el programa.

2.8.2. Ejemplo Dos Pandeo Inelástico

A continuación se hace una comparativa de resultados del ejemplo dos pandeo inelástico hecho por el autor 2.6.2 y el mismo ejemplo utilizando el código de MATLAB 2.7.2.

Resistencia axial requerida a compresión			
Cálculo autor redondeo a dos decimales		Cálculo MATLAB	
Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)	Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)
$P_u = 66.44 \text{ T}$	$P_u = 46.00 \text{ T}$	$P_u = 66.44 \text{ T}$	$P_u = 46.00 \text{ T}$

Esfuerzo de Pandeo Elástico F_e		Esfuerzo Crítico F_{cr}	
Cálculo autor redondeo a 2 decimales	Cálculo MATLAB	Cálculo autor redondeo a 2 decimales	Cálculo MATLAB
$F_e = 1816.20 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$	$F_e = 1816.20 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$	$F_{cr} = 1563.61 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$	$F_{cr} = 1563.61 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$

Resistencia Axial Nominal	
Cálculo redondeo a dos decimales	Cálculo MATLAB
$P_n = 77.24 \text{ T}$	$P_n = 77.24 \text{ T}$

Resistencia axial admisible			
Cálculo autor redondeo a dos decimales		Cálculo MATLAB	
Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)	Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)
$P_c = 69.52 \text{ T}$	$P_c = 46.25 \text{ T}$	$P_c = 69.52 \text{ T}$	$P_c = 46.25 \text{ T}$

Conclusiones del ejemplo

De los resultados obtenidos en el programa podemos concluir que un cálculo propio con redondeo a dos decimales es aceptable para un análisis riguroso hecho por MATLAB que usa un gran número de cifras significativas. No se han encontrado errores por redondeo y por lo tanto se puede tener una buena estimación de resultados con el programa.

Capítulo 3

Diseño de elementos estructurales sujetos a flexión método DFCD y DRP

3.1. Introducción

Una viga es un elemento estructural que trabaja principalmente a flexión, esta flexión es provocada por cargas aplicadas transversalmente en el eje longitudinal. Si consideramos una fuerza de gravedad en una viga simplemente apoyada, la viga tendrá un esfuerzo de tensión en la parte inferior y una fuerza de compresión en la parte superior Figura 3.1.

Las vigas tendrán cierto pandeo que está en función de la longitud que hay entre apoyos y la longitud no soportada lateralmente en la zona de compresión Figura 3.2. Este comportamiento se clasifica en tres intervalos que se describen a continuación:

1. *Comportamiento plástico-momento plástico total (zona 1)*

Si una viga tiene soporte lateral continuo o la separación de este soporte es lo suficientemente estrecho para no sufrir un pandeo lateral, el momento en la viga plastifica totalmente la sección transversal antes de pandearse, este pandeo permanece en el plano donde se aplican las cargas siempre y cuando no supere una longitud llamada L_p . Lo cual genera que la viga alcance su momento plástico M_p .

2. *Pandeo lateral-torsional inelástico (zona 2)* Si el soporte lateral no es continuo y supera la longitud L_p , es probable que la viga experimente un pandeo lateral-torsional inelástico, debido a que la parte superior que se encuentra en compresión actúa como una columna y esta tenderá a pandearse en el eje de menor inercia. Y por consiguiente,

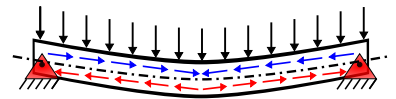


Figura 3.1: Flexión de una viga simplemente apoyada debido a una carga gravitacional.

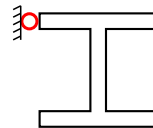


Figura 3.2: Soporte lateral en la zona de compresión.

no todas las fibras en compresión alcanzan el esfuerzo F_y y mientras mas se aleje de la longitud L_p , el momento que la viga puede soportar disminuirá.

La longitud máxima sin soporte lateral donde la última fibra de compresión alcanza el esfuerzo F_y se le llama L_r .

3. *Pandeo lateral-torsional elástico (zona 3)* Cuando se supera la longitud L_r , la viga experimentara un pandeo torsional elástico, lo que significa que las fibras de la sección de la viga no alcanzan su punto de fluencia y la viga tendrá un pandeo lateral respecto al eje de menor inercia, el momento crítico que provoca esta torcedura se le conoce como M_{cr} . Es importante tomar en cuenta esta deflexión ya que inicialmente cuando se colocan las vigas en construcción estas no tienen soporte lateral y pueden causar ciertos accidentes.

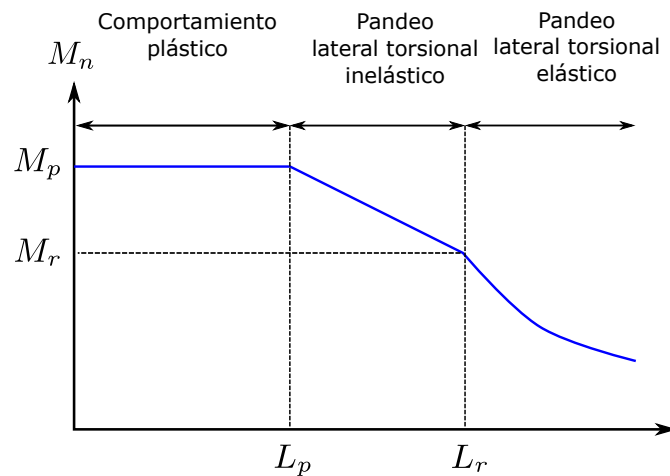


Figura 3.3: Momento nominal M_n , contra longitud no soportada lateralmente en la zona de compresión de la sección transversal

3.2. Miembros compactos con perfiles I doblemente simétricos y perfiles C sujetos a flexión alrededor del eje principal

El manual IMCA 5ª edición proporciona ecuaciones para el diseño a flexión, específicamente para perfiles I doblemente simétri-

cos y perfiles tipo C sujetos a flexión alrededor del eje principal, que tienen alma y patines compactos para flexión, en su sección F.2, estas ecuaciones se especifican a continuación:

La *resistencia nominal* a flexión M_n , es la menor de las magnitudes obtenidas al evaluar los *estados limite de fluencia* (momento plástico) y *pandeo lateral torsional*.

1. Fluencia

$$M_n = M_p = F_y Z_x \quad (\text{F2} - 1)$$

Donde:

F_y es el esfuerzo mínimo de fluencia especificado para el tipo de acero considerado, kg/cm², Mpa

Z_x es el módulo de sección plástico alrededor del eje "x", cm³, mm³

2. Pandeo Torsional

- (a) Cuando $L_b \leq L_p$, el estado límite de pandeo lateral torsional no se aplica.
- (b) Cuando $L_p < L_b < L_r$:

$$M_n = C_b \left[M_p - (M_p - 0.7F_y S_x) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq M_p \quad (\text{F2} - 2)$$

- (c) Cuando $L_b > L_r$:

$$M_n = F_{cr} S_x \leq M_p \quad (\text{F2} - 3)$$

Donde:

L_b es la distancia entre puntos de apoyo lateral que impiden el desplazamiento transversal del patín de compresión o que impiden la rotación del miembro alrededor de su eje axial, cm, mm

$$F_{cr} = \frac{C_b \pi^2 E}{\left(\frac{L_b}{r_{ts}} \right)^2} \sqrt{1 + 0.078 \frac{Jc}{S_x h_o} \left(\frac{L_b}{r_{ts}} \right)^2} \quad (\text{F2} - 4)$$

E es el módulo de elasticidad del acero=2,039,000kg/cm², 208.000MPa

J es la constante de torsión, cm⁴, mm⁴

S_x es el módulo de sección elástico alrededor del eje “x”, cm³, mm³

h_o es la distancia entre los centroides del patín superior e inferior, cm, mm

Las distancias limite entre apoyos laterales L_p y L_r se determinan con las siguientes fórmulas:

$$L_p = 1.76r_y \sqrt{\frac{E}{F_y}} \quad (\text{F2} - 5)$$

$$L_r = 1.95r_{ts} \frac{E}{0.7F_y} \sqrt{\frac{Jc}{S_x h_o} + \sqrt{\left(\frac{Jc}{S_x h_o}\right)^2 + 6.76 \left(\frac{E}{0.7F_y}\right)^2}} \quad (\text{F2} - 6)$$

Donde:

$$r_{ts}^2 = \frac{\sqrt{I_y C_w}}{S_x} \quad (\text{F2} - 7)$$

Y el coeficiente c se determina de la siguiente manera:

(a) En perfiles I con dos ejes de simetría: $c = 1.0$ (F2 – 8a)

(b) En perfil canal CE: $c = \frac{h_o}{2} \sqrt{\frac{I_y}{C_w}}$ (F2 – 8b)

3.3. Diseño de vigas, Zona 1 (Comportamiento plástico)

En la sección 3.2, se muestra fórmulas tomadas del Manual IMCA 5° Edición para el diseño de una viga que se ubica en la Zona 1 (comportamiento plástico):

$$M_n = M_p = F_y Z_x \quad (\text{Ecuación F2} - 1 \text{ del IMCA5}^\circ)$$

Esta fórmula se usara siempre y cuando el perfil sea compacto y la longitud sin soporte lateral no exceda el valor L_p o

el soporte lateral sea continuo. La longitud L_p se calcula con la siguiente expresión:

$$L_p = 1.76r_y \sqrt{\frac{E}{F_y}} \quad (\text{Ecuación F2 - 5 del IMCA5}^\circ)$$

Para que el diseño DFCR de una viga sometida a flexión sea el óptimo, se necesita que:

$$\phi_b M_n > M_u \quad (3.1)$$

Al sustituir la ecuación F2-1 del IMCA 5° Edición se tiene:

$$\phi_b F_y Z_x > M_u \quad (3.2)$$

Al despejar Z_x de la ecuación

$$Z_x > \frac{M_u}{\phi_b F_y} \quad (3.3)$$

Esta ecuación nos servirá para elegir un perfil adecuado en el diseño DFCR, en donde el cociente $\frac{M_u}{\phi_b F_y}$ tendrá que ser menor que el módulo de sección plástico alrededor del eje del eje de mayor inercia de dicho perfil, que generalmente es Z_x .

Para que el diseño DRP de una viga sometida a flexión sea el óptimo, se necesita que:

$$\frac{M_n}{\Omega_b} > M_u \quad (3.4)$$

Al sustituir la ecuación F2-1 del IMCA 5° Edición se tiene:

$$\frac{F_y Z_x}{\Omega_b} > M_u \quad (3.5)$$

Al despejar Z_x de la ecuación

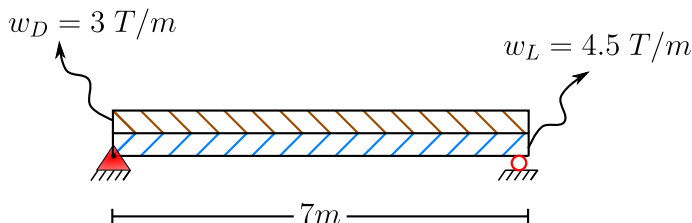
$$Z_x > \frac{M_u \Omega_b}{F_y} \quad (3.6)$$

Esta ecuación nos servirá para elegir un perfil adecuado en el diseño DRP, en donde el cociente $\frac{M_u \Omega_b}{F_y}$ tendrá que ser menor que el módulo de sección plástico alrededor del eje del eje de mayor inercia de dicho perfil, que generalmente es Z_x .

3.3.1. Ejemplo capacidad por momento Zona 1

Ejemplo 1

Usando los métodos DFCR y DRP seleccione un perfil IR para el claro y la viga que se muestran en la Figura. Considerando que la losa de piso proporciona soporte lateral sobre toda longitud del claro en el patín de compresión. El acero del perfil es A-992.



► *Solucion:*

- Cálculo del momento flexionante sin incluir peso de la viga:

Momento Flexionante	
DFCR	DRP
$w_u = 1.2D + 1.6L$ $w_u = 1.2(3 \text{ T/m}) + 1.6(4.5 \text{ T/m}) = 10.8 \text{ T/m}$ $M_u = \frac{\left(10.8 \frac{\text{T}}{\text{m}}\right) (7 \text{ m})^2}{8} = 66.15 \text{ Tm}$	$w_u = D + L$ $w_u = 3 \text{ T/m} + 4.5 \text{ T/m} = 7.5 \text{ T/m}$ $M_u = \frac{\left(7.5 \frac{\text{T}}{\text{m}}\right) (7 \text{ m})^2}{8} = 45.94 \text{ Tm}$

- Selección de un perfil:

Momento Flexionante	
DFCR	DRP
Al sustituir en la ecuación 3.3 $Z_x > \frac{66.15 \times 10^5 \text{ kg cm}}{(0.9)(3515 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2})}$ $Z_x > 2091.04 \text{ cm}^3$	Al sustituir en la ecuación 3.6 $Z_x > \frac{45.94 \times 10^5 \text{ kg cm}(1.67)}{3515 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}$ $Z_x > 2182.64 \text{ cm}^3$

El valor del módulo de sección plástico Z_x , que se obtenido en ambos métodos nos da una idea para seleccionar un perfil adecuado que soporte M_u y este valor de Z_x de ser mayor que el obtenido en ambos métodos. El perfil que se selecciono es W14 × 82 o IR356 × 122.1 y las propiedades geométricas necesarias se muestra a continuación.

Datos del perfil seleccionado	
Propiedades Geométricas del Perfil (Manual IMCA 5° Edición)	Propiedades del Material
$Z_x = 2,278 \text{ cm}^3$	$F_y = 3515 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$

- Cálculo del momento flexionante incluyendo peso de la viga:

Resistencia a flexión requerido	
Resistencia de diseño a flexión DFCR $\phi_b = 0.9$	Resistencia nominal a flexión DRP $\Omega_b = 1.67$
Incluyendo el peso de la viga $w_u = 1.2(3 \text{ T/m} + 0.1221 \text{ T/m})$ $+1.6(4.5 \text{ T/m}) = 10.95 \text{ T/m}$ $M_u = \frac{\left(10.95 \frac{\text{T}}{\text{m}}\right) (7\text{m})^2}{8} = 67.07 \text{ Tm}$	Incluyendo el peso de la viga $w_u = (3 \text{ T/m} + 0.1221 \text{ T/m})$ $+ (4.5 \text{ T/m}) = 7.62 \text{ T/m}$ $M_u = \frac{\left(7.62 \frac{\text{T}}{\text{m}}\right) (7\text{m})^2}{8} = 46.67 \text{ Tm}$

- Cálculo de la resistencia por flexión admisible M_{cx}

Resistencia por flexión admisible	
Resistencia de diseño a compresión DFCR $\phi_b = 0.9$	Resistencia nominal a compresión DRP $\Omega_b = 1.67$
$M_n = \left(3515 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}\right) (2,278 \text{ cm}^3) = 8,007,170 \text{ kg cm}$	
$M_n = 8,007,170 \text{ kg cm} = 80.07 \text{ Tm}$	

Resistencia de diseño para flexión DFCD $\phi_b = 0.9$	Resistencia admisible para flexión DRP $\Omega_b = 1.67$
$M_{cx} = \phi_b M_n = (0.9)(80.07 \text{ Tm})$ $M_{cx} = 72.06 \text{ Tm}$ $M_{cx} > M_u$ $72.06 \text{ Tm} > 67.07 \text{ Tm} \therefore \text{Bien}$	$M_{cx} = \frac{M_n}{\Omega_b} = \frac{80.07 \text{ Tm}}{1.67}$ $M_{cx} = 47.95 \text{ Tm}$ $M_{cx} > M_u$ $47.95 \text{ Tm} > 46.67 \text{ Tm} \therefore \text{Bien}$

3.4. Soporte lateral en vigas

Un tipo de soporte lateral continuo es cuando el patín de compresión esta embebido en una losa de concreto Figura 3.4, ya que restringe en esta zona el pandeo lateral de una viga sujeta a flexión y por lo tanto la viga tendrá un comportamiento plástico (Zona 1).

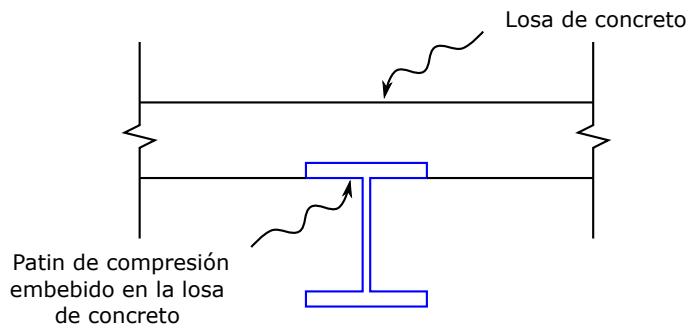


Figura 3.4: Patín de compresión embebido en una losa de concreto

Sin embargo, si el soporte lateral no es continuo y fuese discreto en el eje longitudinal mediante miembros como largueros, viguetas o elementos que proporcionen rigidez al patín que esta en compresión Figura 3.5. El espaciamiento que tiene este soporte lateral debe analizarse con cuidado por que el peligro de pandeo lateral aumenta.

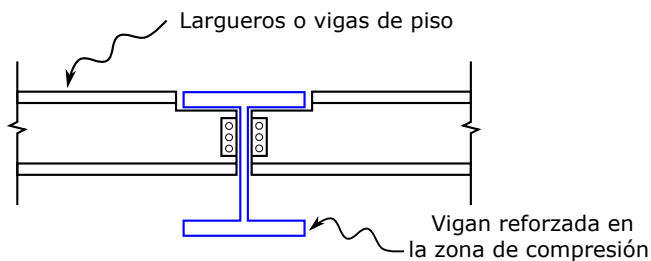


Figura 3.5: Soporte lateral con largueros o vigas de piso en el patín de compresión

El pandeo lateral en vigas sucede por que la compresión causada por la flexión en la viga hace que el elemento se comporte como una columna en compresión y por lo tanto esta tendrá un pandeo en el eje de menor inercia.

En ocasiones el patín superior no esta embebido o ahogado en la losa de concreto y solo descansa en este, el diseñador debe analizar bien que tanta fricción proporciona este soporte en la

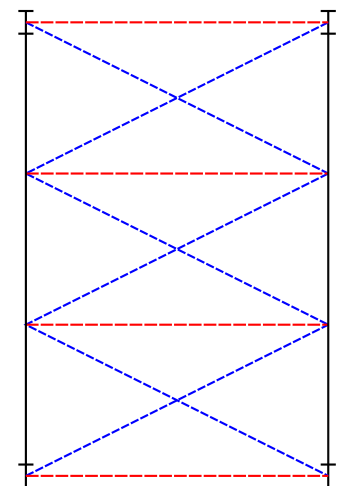
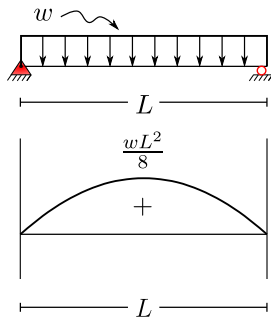
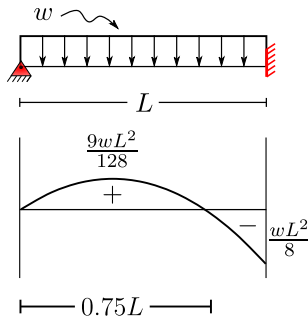


Figura 3.6: Refuerzo lateral en X para un sistema de piso



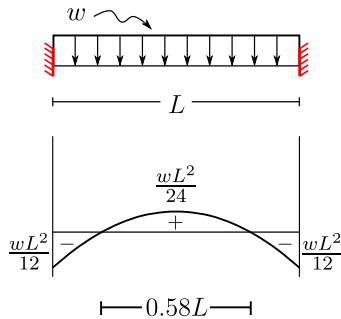
Longitud que actua como columna en el patín superior

(a) Viga simplemente apoyada



Longitud que actua como columna en el patín superior

(b) Viga articulada y empotrada



Longitud que actua como columna en el patín superior

(c) Viga doblemente empotrada

viga para que no tenga un pandeo lateral, que puede disminuir de acuerdo al movimiento que tenga la losa si es que tiene vibraciones.

3.5. Factor de modificación por pandeo lateral torsional.

En las ecuaciones F2-2 y F2-4 del Manual IMCA 5° edición aparece el termino C_b , llamado *factor de modificación por pandeo lateral torsional*, este termino esta en función de la variación del momento y las condiciones de arriostamiento lateral que hay entre los apoyos de una viga, el cual se determina con la siguiente expresión:

$$C_b = \frac{12.5M_{max}}{2.5M_{max} + 3M_A + 4M_B + 3M_C}$$

(Ecuación F1 – 1 del IMCA5°)

Donde:

$M_{máx}$ es el valor absoluto del momento máximo entre los apoyos laterales de un segmento de viga

M_A es el valor absoluto del momento a un cuarto de la distancia entre apoyos laterales de un segmento de viga

M_B es el valor absoluto del momento a la mitad de la distancia entre apoyos laterales de un segmento de viga

M_C es el valor absoluto del momento a tres cuartos de la distancia entre apoyos laterales de un segmento de viga

El momento a su vez depende de las condiciones en los extremos y condiciones de carga como se puede apreciar el las siguiente Figura 3.7. En donde podemos observar que la viga simplemente apoyada Figura 3.7a tiene curvatura simple y las otras dos vigas Figura 3.7b y c tienen curvatura doble. Esto es debido a que en la viga simplemente apoyada la zona que trabaja a compresión es la parte superior de la sección transversal y esto provoca que toda la longitud de la viga se comporte como columna y si lo comparamos las otras dos vigas solo una porción de la longitud de la viga trabaja a compresión en la parte superior de la sección

Figura 3.7: Diagramas de momento con carga uniforme y diferentes condiciones de apoyo

transversal para la viga que tiene los apoyos articulado y empotrado es $0.75L$ Figura 3.7b y $0.58L$ para la viga doblemente empotrada Figura 3.7c, lo que favorece a la viga ya que una menor longitud trabaja a compresión y se evita el pandeo lateral torsional.

Sin embargo, también hay que observar que sucede en la parte donde el patín superior no trabaja a compresión ya que donde el momento es negativo la zona que esta en compresión es la zona inferior de la sección transversal y esa porción aunque es menor trabaja como columna y el arriostramiento lateral debe ir en la parte inferior cuando se presente esa situación.

Al analizar los diagramas de momento en la vigas con curvatura doble, además de tener menor longitud que actúa como columna en la zona de compresión, también los momentos son menos críticos que cuando la viga tiene curvatura simple ya que los momentos se distribuyen de mejor manera y la resistencia a flexión aumenta.

El coeficiente C_b al ser mayor a 1.0 siempre incrementa el valor de M_n esto lo podemos observar en la siguiente gráfica Figura 3.8, pero nunca debe ser mayor a M_p que es el valor de diseño en la Zona 1.

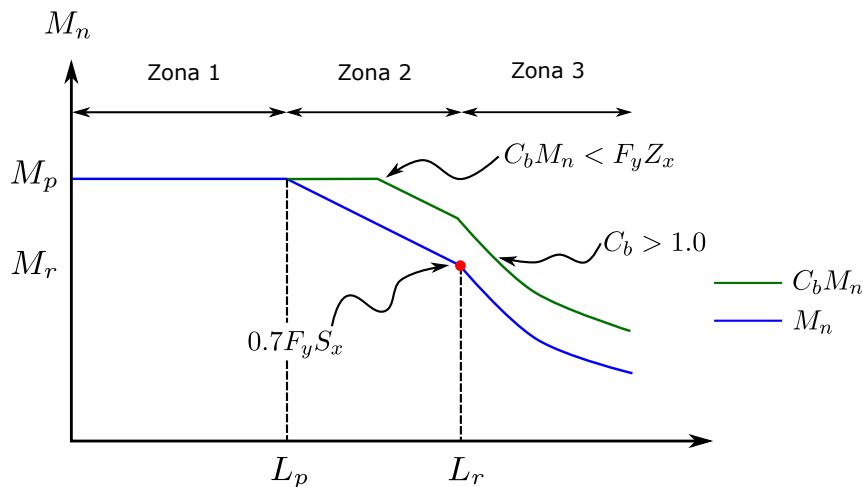
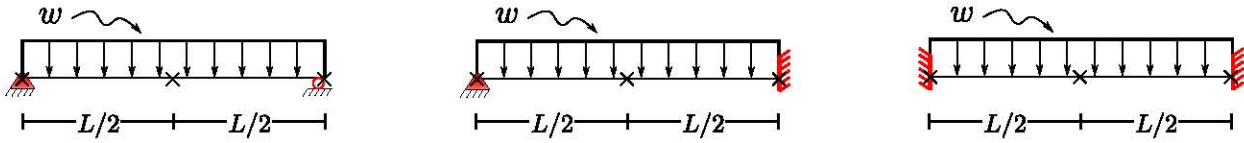


Figura 3.8: Contribución del Coeficiente C_b , en la resistencia nominal a flexión M_n

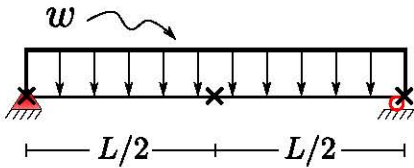
3.5.1. Ejemplos Coeficiente C_b

Ejemplo 1

Para las siguientes vigas mostradas determinar el coeficiente C_b .



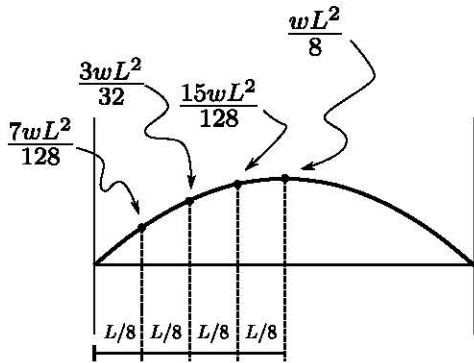
Viga 1



- Ecuación de Momento de la Viga 1

$$M(x) = \frac{wl}{2}x - \frac{w}{2}x^2$$

- Evaluación del momento a 1/4, 1/2, 3/4 de la longitud entre apoyos laterales



$$M\left(\frac{L}{8}\right) = \frac{wL}{2}\left(\frac{L}{8}\right) - \frac{w}{2}\left(\frac{L}{8}\right)^2 = \frac{7wL^2}{128}$$

$$M\left(\frac{L}{4}\right) = \frac{wL}{2}\left(\frac{L}{4}\right) - \frac{w}{2}\left(\frac{L}{4}\right)^2 = \frac{3wL^2}{32}$$

$$M\left(\frac{3L}{8}\right) = \frac{wL}{2}\left(\frac{3L}{8}\right) - \frac{w}{2}\left(\frac{3L}{8}\right)^2 = \frac{15wL^2}{128}$$

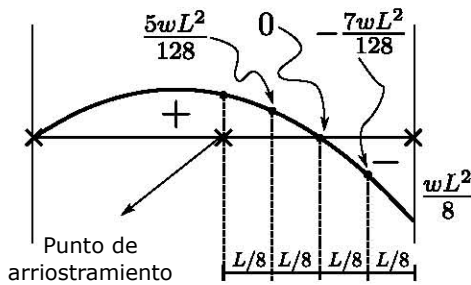
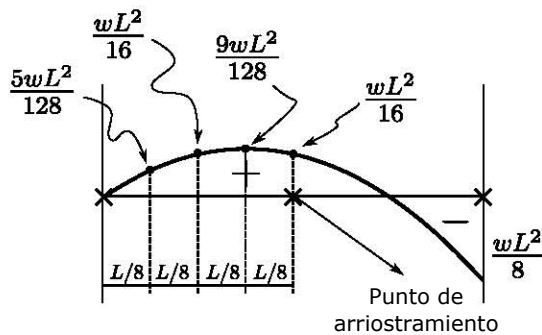
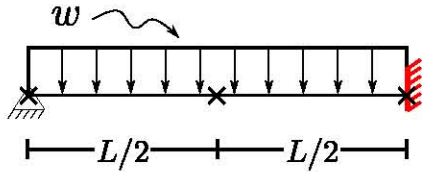
$$M_{max} = M\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{wL}{2}\left(\frac{L}{2}\right) - \frac{w}{2}\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{wL^2}{8}$$

- Cálculo de C_b

$$C_b = \frac{12.5\left(\frac{wL^2}{8}\right)}{2.5\left(\frac{wL^2}{8}\right) + 3\left(\frac{7wL^2}{128}\right) + 4\left(\frac{3wL^2}{32}\right) + 3\left(\frac{15wL^2}{128}\right)}$$

$$C_b = 1.30$$

Viga 2



- Ecuación de Momento de la Viga 2

$$M(x) = -\frac{w}{2}x^2 + \frac{3wl}{8}x$$

- Evaluación del momento a 1/4, 1/2, 3/4 de la longitud entre apoyos laterales

- $0 \leq x \leq L/2$

$$M\left(\frac{L}{8}\right) = -\frac{w}{2}\left(\frac{L}{8}\right)^2 + \frac{3wL}{8}\left(\frac{L}{8}\right) = \frac{5wL^2}{128}$$

$$M\left(\frac{L}{4}\right) = -\frac{w}{2}\left(\frac{L}{4}\right)^2 + \frac{3wL}{8}\left(\frac{L}{4}\right) = \frac{9wL^2}{128}$$

$$M_{max} = M\left(\frac{3L}{8}\right) = -\frac{w}{2}\left(\frac{3L}{8}\right)^2 + \frac{3wL}{8}\left(\frac{3L}{8}\right)$$

$$M_{max} = M\left(\frac{3L}{8}\right) = \frac{9wL^2}{128}$$

- $L/2 \leq x \leq L$

$$M\left(\frac{5L}{8}\right) = -\frac{w}{2}\left(\frac{5L}{8}\right)^2 + \frac{3wL}{8}\left(\frac{5L}{8}\right) = \frac{5wL^2}{128}$$

$$M\left(\frac{3L}{4}\right) = -\frac{w}{2}\left(\frac{3L}{4}\right)^2 + \frac{3wL}{8}\left(\frac{3L}{4}\right) = 0$$

$$M\left(\frac{7L}{8}\right) = -\frac{w}{2}\left(\frac{7L}{8}\right)^2 + \frac{3wL}{8}\left(\frac{7L}{8}\right) = -\frac{7wL^2}{128}$$

$$M_{max} = M(L) = \frac{3wL}{8}(L) - \frac{w}{2}(L)^2 = \frac{wL^2}{8}$$

- Calculo de C_b

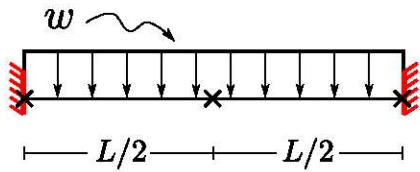
- $0 \leq x \leq L/2$

$$C_b = \frac{12.5\left(\frac{9wL^2}{128}\right)}{2.5\left(\frac{9wL^2}{128}\right) + 3\left(\frac{5wL^2}{128}\right) + 4\left(\frac{wL^2}{16}\right) + 3\left(\frac{9wL^2}{128}\right)} \rightarrow C_b = 1.17$$

- $L/2 \leq x \leq L$

$$C_b = \frac{12.5\left(\frac{wL^2}{8}\right)}{2.5\left(\frac{wL^2}{8}\right) + 3\left(\frac{5wL^2}{128}\right) + 4(0) + 3\left(\frac{7wL^2}{128}\right)} \rightarrow C_b = 2.63$$

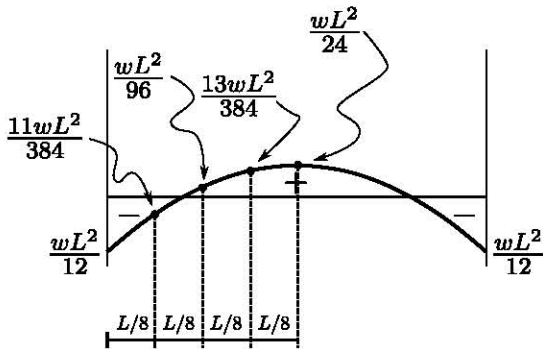
Viga 3



- Ecuación de Momento de la Viga 1

$$M(x) = -\frac{w}{2}x^2 + \frac{wl}{2}x - \frac{wL^2}{12}$$

- Evaluación del momento a 1/4, 1/2, 3/4 de la longitud entre apoyos laterales



$$M\left(\frac{L}{8}\right) = -\frac{w}{2}\left(\frac{L}{8}\right)^2 + \frac{wL}{2}\left(\frac{L}{8}\right) - \frac{wL^2}{12} = \frac{11wL^2}{384}$$

$$M\left(\frac{L}{4}\right) = -\frac{w}{2}\left(\frac{L}{4}\right)^2 + \frac{wL}{2}\left(\frac{L}{4}\right) - \frac{wL^2}{12} = \frac{wL^2}{96}$$

$$M\left(\frac{3L}{8}\right) = -\frac{w}{2}\left(\frac{3L}{8}\right)^2 + \frac{wL}{2}\left(\frac{3L}{8}\right) - \frac{wL^2}{12} = \frac{13wL^2}{384}$$

$$M_{max} = M(0) = -\frac{w}{2}(0)^2 + \frac{wL}{2}(0) - \frac{wL^2}{12} = -\frac{wL^2}{12}$$

- Calculo de C_b

$$C_b = \frac{12.5\left(\frac{wL^2}{12}\right)}{2.5\left(\frac{wL^2}{12}\right) + 3\left(\frac{11wL^2}{384}\right) + 4\left(\frac{wL^2}{96}\right) + 3\left(\frac{13wL^2}{384}\right)}$$

$$C_b = 2.38$$

3.6. Resistencia a Flexión, Zona 2

La resistencia a flexión de una viga disminuye a medida que la longitud sin soporte lateral aumenta a lo largo del eje longitudinal del patín que esta sujeto a compresión cuando L_b supera la longitud L_p , ya que la capacidad por rotación es disminuida ocurriendo un pandeo inelástico en el cual no se plastifica en su totalidad la viga antes de que falle.

El límite del pandeo torsional inelástico es la longitud L_r que es la distancia máxima sin soporte lateral entre apoyos en donde la sección puede alcanzar F_y . Las longitudes L_p y L_r dependen de las propiedades geométricas y mecánicas del material.

La longitud L_p y L_r se calculan con las ecuaciones F2-5 y F2-6 del manual IMCA 5° edición que se especifican en la sección 3.2 de este capítulo.

$$L_p = 1.76r_y \sqrt{\frac{E}{F_y}} \quad (\text{Ecuación F2 - 5 del IMCA5}^\circ)$$

$$L_r = 1.95r_{ts} \frac{E}{0.7F_y} \sqrt{\frac{Jc}{S_x h_o} + \sqrt{\left(\frac{Jc}{S_x h_o}\right)^2 + 6.76 \left(\frac{0.7F_y}{E}\right)^2}}$$

(Ecuación F2 - 6 del IMCA5°)

Donde:

$$r_{ts} = \frac{\sqrt{I_y C_w}}{S_x} \quad (\text{Ecuación F2 - 7 del IMCA5}^\circ)$$

Cuando la longitud sin soporte lateral L_b es igual a la longitud L_r ocurren dos cosas, la viga empezara a tener un comportamiento elástico el cual se vera afectado por los esfuerzos residuales que disminuyen la capacidad elástica un 30% y al no poderse plastificarse ninguna zona de la sección la capacidad por momento a esa longitud sera $0.7F_y S_x$.

La resistencia nominal por flexión en la Zona 2 se calcula con la ecuación F2-2 del Manual IMCA 5° edición:

$$M_n = C_b \left[M_p - (M_p - 0.7F_y S_x) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right]$$

(Ecuación F2 - 2 del IMCA5°)

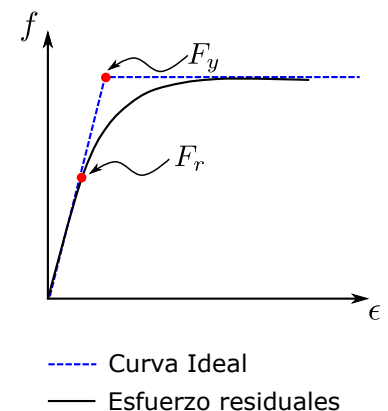


Figura 3.9: Efecto de los esfuerzos residuales en pandeo torsional elástico

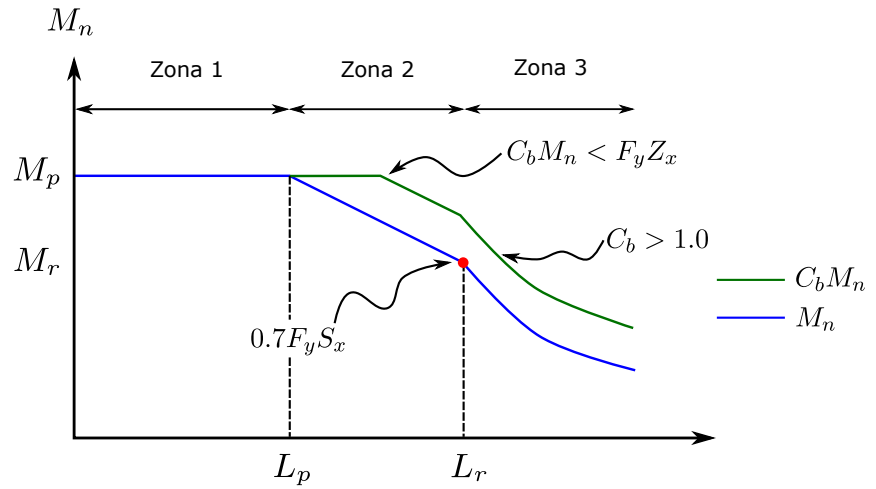


Figura 3.10: Contribución del Coeficiente C_b , en la resistencia nominal a flexión M_n

Esta ecuación se determina de la siguiente manera, al sustituir las coordenadas $P_1(L_p, M_p)$ y $P_2(L_r, M_r)$ en la ecuación de la recta tenemos:

$$(L_b - L_p)\left(\frac{M_r - M_p}{L_r - L_p}\right) = M_n - M_p \quad (3.7)$$

Donde:

$$\begin{aligned} x &= L_b \\ y &= M_n \\ x_1 &= L_p \\ x_2 &= M_r = M_y - 0.30F_yS_x \quad (\text{Esfuerzos residuales}) \\ y_1 &= M_p \\ y_2 &= L_r \\ m &= \frac{M_r - M_p}{L_r - L_p} \end{aligned}$$

Si despejamos M_n de la ecuación 3.7

$$M_n = M_p - (M_p - M_r)\left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p}\right) \quad (3.8)$$

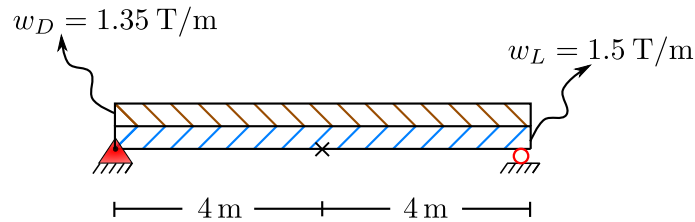
Al sustituir $M_r = 0.7F_yS_x$ e incluir el coeficiente C_b en la ecuación 3.8 tenemos la ecuación F2-2 del manual IMCA 5° Edición:

$$M_n = C_b \left[M_p - (M_p - 0.7F_yS_x) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right]$$

3.6.1. Ejemplo capacidad por momento Zona 2

Ejemplo 1

Determinar si la resistencia de diseño para flexión, $\phi_b M_n$ y la resistencia admisible para flexión, M_n/Ω_b de un perfil W 16 \times 40 o IR 406 \times 59.6 son adecuadas para soportar las condiciones de carga mostradas en la figura. Si se usa un acero A-992 y la longitud no arriostrada $L_b = 4.0$ m. Considerar el coeficiente $C_b = 1.0$ y el real. Anotar conclusiones.



Datos	
Propiedades Geométricas del Perfil (Manual IMCA 5° Edición)	Propiedades del Material
$d = 40.7$ cm ; $t_f = 1.29$ cm $Z_x = 1,197$ cm ³ ; $S_x = 1,061$ cm ³ $I_y = 1,203$ cm ⁴ ; $r_y = 4.0$ cm $J = 33$ cm ⁴ ; $C_w = 464,567$ cm ⁶	$F_y = 3515 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$; $E = 2.039 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$

► *Solucion:*

- Cálculo del momento flexionante incluyendo peso de la viga:

Resistencia a flexión requerida	
Resistencia requerida a flexión DFCR $\phi_b = 0.9$	Resistencia requerida a flexión DRP $\Omega_b = 1.67$
Incluyendo el peso de la viga	Incluyendo el peso de la viga
$w_u = 1.2(1.35 \text{ T/m} + 0.0596 \text{ T/m})$ $+1.6(1.5 \text{ T/m}) = 4.0915 \text{ T/m}$	$w_u = (1.35 \text{ T/m} + 0.0596 \text{ T/m})$ $+ (1.5 \text{ T/m}) = 2.9096 \text{ T/m}$
$M_u = \frac{\left(4.0915 \frac{\text{T}}{\text{m}}\right) (8.0\text{m})^2}{8} = 32.73 \text{ Tm}$	$M_u = \frac{\left(2.9096 \frac{\text{T}}{\text{m}}\right) (8.0\text{m})^2}{8} = 23.28 \text{ Tm}$

- Cálculo de la longitud L_p

$$L_p = 1.76r_y \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 1.76(4.0\text{cm}) \sqrt{\frac{2.039 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}{3515 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}} \rightarrow L_p = 169.56\text{cm}$$

- Cálculo de la longitud L_r

$$L_r = 1.95r_{ts} \frac{E}{0.7F_y} \sqrt{\frac{Jc}{S_x h_o} + \sqrt{\left(\frac{Jc}{S_x h_o}\right)^2 + 6.76 \left(\frac{0.7F_y}{E}\right)^2}}$$

En perfiles I con dos ejes de simetría: $c = 1.0$

$$r_{ts}^2 = \frac{\sqrt{I_y C_w}}{S_x} = \frac{\sqrt{(1,203\text{cm}^4)(464,567\text{cm}^6)}}{1,061\text{cm}^3} = 22.28\text{cm}^2 \therefore r_{ts} = \sqrt{22.28\text{cm}^2}$$

$$r_{ts} = 4.72\text{cm}$$

$$h_o = d - t_f = 40.7\text{ cm} - 1.29\text{ cm} = 39.41\text{cm}$$

$$L_r = 1.95(4.72\text{cm}) \left(\frac{2.039 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}{0.7 \times 3515 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} \right) \sqrt{\frac{33\text{ cm}^4 \times 1.0}{1,061\text{cm}^3 \times 39.41\text{cm}} + \sqrt{\left(\frac{33\text{ cm}^4 \times 1.0}{1,061\text{cm}^3 \times 39.41\text{cm}}\right)^2 + 6.76 \left(\frac{0.7 \times 3515 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}{2.039 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}\right)^2}}$$

$$L_r = 483.86\text{ cm}$$

- Cálculo de la resistencia por flexión admisible M_{cx} con $C_b = 1.0$

Resistencia por flexión admisible	
Resistencia de diseño a flexión DFCR $\phi_b = 0.9$	Resistencia permisible a flexión DRP $\Omega_b = 1.67$
$L_p = 169.55\text{cm}, L_b = 400\text{cm}$ y $L_r = 483.86\text{cm}$	
Como $L_p < L_b < L_r \therefore M_n = C_b \left[M_p - (M_p - 0.7F_y S_x) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right]$	
$M_p = F_y Z_x = 3515 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \times 1,197\text{cm}^3 \rightarrow M_p = 4,207,455\text{ kg cm}$	
$M_n = 1.0 \left[4,207,455\text{kg}\cdot\text{cm} - (4,207,455\text{kg}\cdot\text{cm} - 0.7 \times 3515 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \times 1,061\text{cm}^3) \left(\frac{400\text{ cm} - 169.56\text{ cm}}{483.86\text{ cm} - 169.56\text{ cm}} \right) \right]$	

Resistencia de diseño a compresión DFCR $\phi_b = 0.9$	Resistencia nominal a compresión DRP $\Omega_b = 1.67$
$M_n = 3,036,658 \text{ kg}\cdot\text{cm} = 30.37 \text{ Tm}$	
$M_{cx} = \phi_b M_{nx} = (0.9)(30.37 \text{ Tm})$ $M_{cx} = 27.33 \text{ Tm}$ $M_{cx} < M_u \rightarrow 27.33 \text{ Tm} < 32.73 \text{ Tm}$ \therefore Escoger otro perfil o considerar el coeficiente $C_b = 1.30$	$M_{cx} = \frac{M_{nx}}{\Omega_b} = \frac{30.37 \text{ Tm}}{1.67}$ $M_{cx} = 18.19 \text{ Tm}$ $M_{cx} < M_u \rightarrow 18.19 \text{ Tm} < 23.28 \text{ Tm}$ \therefore Escoger otro perfil o considerar el coeficiente $C_b = 1.30$

- Cálculo de la resistencia por flexión admisible M_{cx} , con $C_b = 1.30$ para una viga con carga uniforme y soporte lateral al centro del claro. Ver ejemplos de coeficiente C_b .

Resistencia por flexión admisible	
Resistencia de diseño a compresión DFCR $\phi_b = 0.9$	Resistencia permisible a compresión DRP $\Omega_b = 1.67$
$M_n = 1.30 \left[4,207,455 \text{ kg}\cdot\text{cm} - (4,207,455 \text{ kg}\cdot\text{cm} - 0.7 \times 3515 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \times 1,061 \text{ cm}^3) \left(\frac{400 \text{ cm} - 169.55 \text{ cm}}{483.86 \text{ cm} - 169.55 \text{ cm}} \right) \right]$ $M_n = 3,947,637 \text{ kg}\cdot\text{cm} = 39.47 \text{ Tm}$	
$M_{cx} = \phi_b M_{nx} = (0.9)(39.47 \text{ Tm})$ $M_{cx} = 35.52 \text{ Tm}$ $M_{cx} > M_u$ $35.52 \text{ Tm} > 32.73 \text{ Tm}$	$M_{cx} = \frac{M_{nx}}{\Omega_b} = \frac{39.47 \text{ Tm}}{1.67}$ $M_{cx} = 23.63 \text{ T}$ $M_{cx} > M_u$ $23.63 \text{ Tm} > 23.28 \text{ Tm}$

Conclusiones del ejemplo

En el ejemplo se observa que cuando $C_b = 1.0$; $M_n = 30.37 \text{ Tm}$ y el elemento en ambos diseños es desfavorable, pero al tener en cuenta el arriostamiento en la parte central aumenta la capacidad por momento con $C_b = 1.0$; $M_n = 39.47 \text{ Tm}$. Tener en cuenta este factor influye en gran manera en costos ya que se pueden elegir elementos mas esbeltos y de menor peso. También es muy importante ver que M_n al ser modificado por C_b no debe ser mayor a M_p ver Figura 3.10.

3.7. Resistencia a Flexión, Zona 3

La resistencia o capacidad por flexión en la zona 3 ocurre cuando la longitud no arriostrada lateralmente L_p , supera la longitud L_r , esta longitud es el límite entre el pandeo lateral torsional-inelástico y el pandeo lateral torsional-elástico. Si esta longitud es superada la viga tendrá una capacidad por momento elástica, lo que ocasiona que el pandeo este fuera del plano principal Figura 3.13.

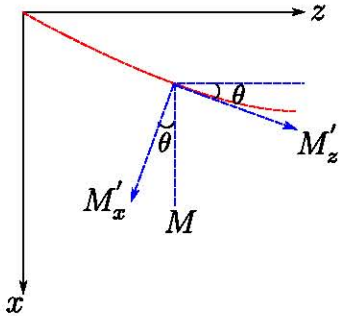


Figura 3.11: Vista en planta pandeo lateral torsional-elástico

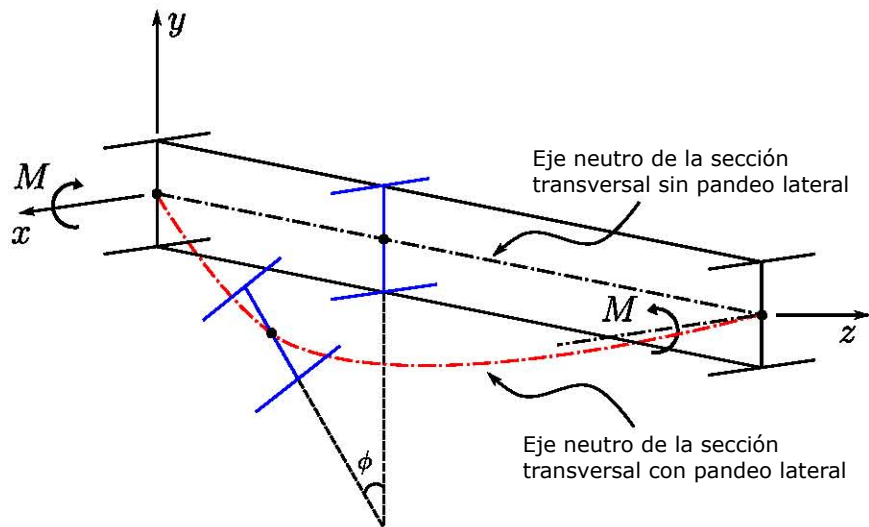


Figura 3.13: Vista isométrica del pandeo lateral torsional-elástico

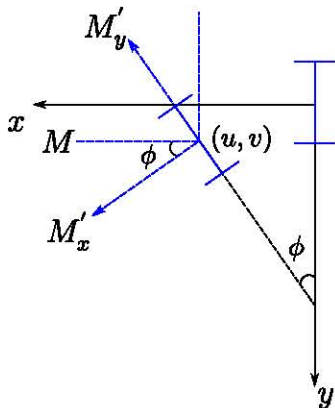


Figura 3.12: Vista transversal pandeo lateral torsional-elástico

Para definir la ecuación que gobierna el pandeo lateral torsional-elástico es importante conocer los siguientes conceptos:

Si se iguala momento interno y externo alrededor del eje y se obtiene la siguiente ecuación ver Figura 3.11 y 3.12

$$EI_y \frac{d^2 u}{dz^2} = -M \sin \phi \cos \theta \tag{3.9}$$

Esta ecuación diferencial representa la curva elástica alrededor del eje y de la sección, al descomponer M en dicho eje.

Torsión Saint-Venant Al aplicar dos momentos de torsión en los extremos de una barra de igual magnitud y sentido contrario Figura 3.14, la sección transversal presenta un esfuerzo interno tangencial Figura 3.16, que resiste el momento de torsión siempre y cuando los extremos estén libres de deformarse en su plano, este momento interno depende del módulo a cortante G , la constante de alabeo J y un ángulo ϕ , que es el ángulo de rotación que tiene la sección transversal debido a la torsión aplicada.

Tal comportamiento es generalmente denominado torsión Saint-Venant y en ocasiones *torsion pura* la cual se representa con la siguiente ecuación:

$$M_{Tsv} = GJ \frac{d\phi}{dz} \quad (3.10)$$

Al producto GJ de la ecuación 3.10, se le conoce como rigidez a la torsión Saint-Venant.

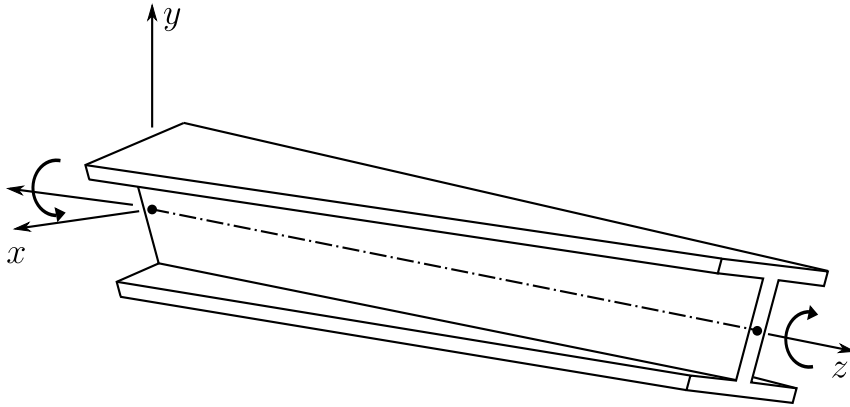


Figura 3.14: Vista isométrica torsion Saint-Venant

Torsión por alabeo Si restringimos los giros y desplazamientos en el extremo de una barra y aplicamos un momento de torsión en el otro extremo, el miembro experimenta una torsión no uniforme Figura 3.15. En la cual el extremo que esta fijo mantiene las mismas dimensiones y mientras nos acercamos al extremo libre las deformaciones van contrayendo o alargando a la sección transversal Figura 3.17a que ocasionan esfuerzos normales que vienen acompañados de un par de fuerzas que flexionan los patines en opuestas direcciones Figura 3.17b.

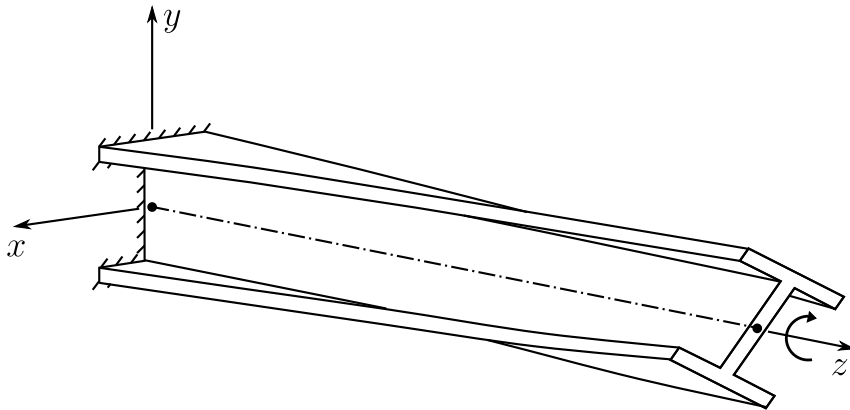


Figura 3.15: Vista isométrica torsion por alabeo

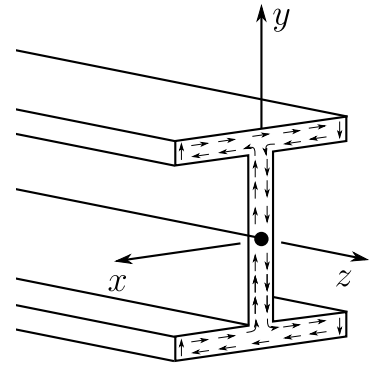


Figura 3.16: Esfuerzos tangenciales

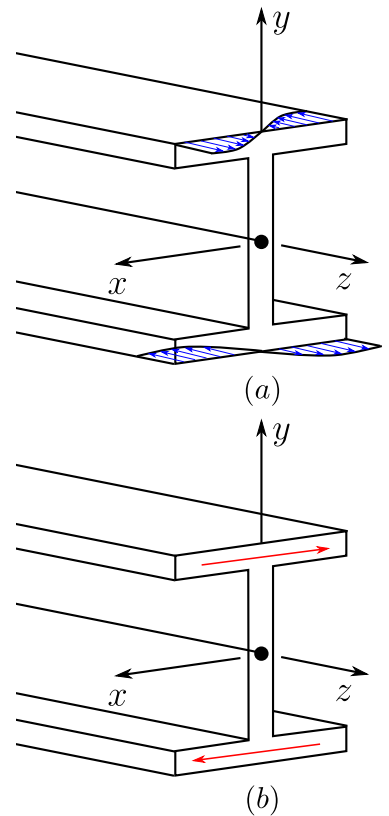


Figura 3.17: Esfuerzos por Alabeo

Este par de fuerzas que resisten la torsión externa, es llamada torsión por alabeo. La ecuación que representa a la torsión por alabeo es la siguiente:

$$M_{Tw} = -EC_w \frac{d^3\phi}{dz^3} \quad (3.11)$$

Al producto EC_w de la ecuación 3.11, se le conoce como rigidez al alabeo.

De lo cual se puede deducir que el momento torsional total resistido por la sección transversal es igual a la suma de la torsión Saint-Venant M_{Tst} (ecuación 3.9) y la torsión por alabeo M_{Tw} (ecuación 3.10), y se puede denotar de la siguiente manera:

$$M_T = M_{Tst} + M_{Tw}$$

$$M_T = GJ \frac{d\phi}{dz} - EC_w \frac{d^3\phi}{dz^3} \quad (3.12)$$

La ecuación 3.12 es el momento interno alrededor del eje z y al igualarlo con el momento externo del mismo eje ver Figuras 3.11 y 3.12 se obtiene:

$$GJ \frac{d\phi}{dz} - EC_w \phi''' = M \sin \theta \quad (3.13)$$

Considerando en las ecuaciones 3.9 y 3.13 que los ángulos son pequeños se tiene:

$$EI_y \frac{d^2u}{dz^2} = -M \sin \phi \cos \theta \approx -M\phi$$

$$EI_y \frac{d^2u}{dz^2} = -M\phi \quad (3.14)$$

$$GJ \frac{d\phi}{dz} - EC_w \frac{d^3\phi}{dz^3} = M \sin \theta \approx M\theta \approx M \tan \theta \approx M \frac{du}{dz}$$

$$GJ \frac{d\phi}{dz} - EC_w \frac{d^3\phi}{dz^3} = M \frac{du}{dz} \quad (3.15)$$

Si despejamos $\frac{d^2u}{dz^2}$ de la ecuación 3.14

$$\frac{d^2u}{dz^2} = -\frac{M}{EI_y} \phi \quad (3.16)$$

Al derivar la ecuación con respecto a z e igualar con cero la ecuación 3.15

$$GJ \frac{d^2 \phi}{dz^2} - EC_w \frac{d^4 \phi}{dz^4} - M \frac{d^2 u}{dz^2} = 0 \quad (3.17)$$

Al sustituir la ecuación 3.16 en la ecuación 3.17 se tiene:

$$EC_w \frac{d^4 \phi}{dz^4} - GJ \frac{d^2 \phi}{dz^2} - \frac{M^2}{EI_y} \phi = 0 \quad (3.18)$$

Esta ecuación diferencial define el comportamiento de la viga cuando se presenta el pandeo lateral torsional elástico. Que al resolverla y multiplicarla por el coeficiente C_b se obtiene la siguiente expresión:

$$M_{cr} = C_b \frac{\pi}{L_b} \sqrt{EI_y GJ + \left(\frac{\pi E}{L_b}\right)^2 I_y C_w}$$

Sin embargo, el manual IMCA facilita dos ecuaciones que proporcionan los mismos resultados para miembros doblemente simétricos, estas ecuaciones se presentan en la sección 3.2 de este capítulo.

$$M_n = F_{cr} S_x \leq M_p \quad (\text{Ecuación F2 - 3 del IMCA5}^\circ)$$

$$F_{cr} = \frac{C_b \pi^2 E}{\left(\frac{L_b}{r_{ts}}\right)^2} \sqrt{1 + 0.078 \frac{Jc}{S_x h_o} \left(\frac{L_b}{r_{ts}}\right)^2} \quad (\text{F2 - 4 del IMCA5}^\circ)$$

Donde:

$$r_{ts}^2 = \frac{\sqrt{I_y C_w}}{S_x} \quad (\text{F2 - 7 del IMCA5}^\circ)$$

Y el coeficiente c se determina de la siguiente manera:

- (a) En perfiles I con dos ejes de simetría: $c = 1.0$

(F2 - 8a del IMCA5^o)

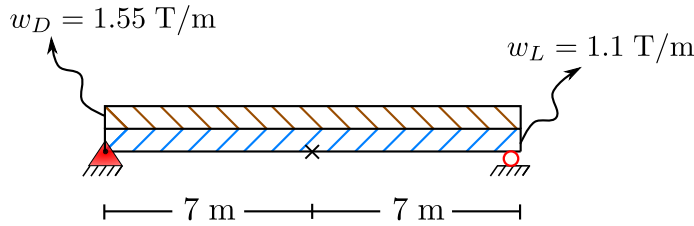
- (b) En perfil canal CE: $c = \frac{h_o}{2} \sqrt{\frac{I_y}{C_w}}$

(F2 - 8b del IMCA5^o)

3.7.1. Ejemplo capacidad por momento Zona 3

Ejemplo 1

Determinar si la resistencia de diseño para flexión, $\phi_b M_n$ y la resistencia admisible para flexión, M_n/Ω_b de un perfil W 27 x 94 o IR 686 x 140 es suficiente para soportar las condiciones de carga mostradas en la figura. Si se usa un acero A-992 y la longitud no arriostrada $L_b = 7.0$ m. Utilizar el coeficiente C_b real.



Datos	
Propiedades Geométricas del Perfil (Manual IMCA 5° Edición)	Propiedades del Material
$d = 68.4 \text{ cm} ; t_f = 1.9 \text{ cm}$ $Z_x = 4,556 \text{ cm}^3 ; S_x = 3,983 \text{ cm}^3$ $I_y = 5,161 \text{ cm}^4 ; r_y = 5.4 \text{ cm}$ $J = 168 \text{ cm}^4 ; C_w = 5,719,814 \text{ cm}^6$	$F_y = 3515 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} ; E = 2.039 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$

► *Solucion:*

- Cálculo del momento flexionante incluyendo peso de la viga:

Resistencia a flexión requerida	
Resistencia requerida a flexión DFCR $\phi_b = 0.9$	Resistencia requerida a flexión DRP $\Omega_b = 1.67$
Incluyendo el peso de la viga	Incluyendo el peso de la viga
$w_u = 1.2(1.55 \text{ T/m} + 0.140 \text{ T/m})$ $+1.6(1.1 \text{ T/m}) = 3.788 \text{ T/m}$	$w_u = (1.55 \text{ T/m} + 0.140 \text{ T/m})$ $+ (1.1 \text{ T/m}) = 2.79 \text{ T/m}$
$M_u = \frac{\left(3.788 \frac{\text{T}}{\text{m}}\right) (14.0\text{m})^2}{8} = 92.81 \text{ Tm}$	$M_u = \frac{\left(2.79 \frac{\text{T}}{\text{m}}\right) (14.0\text{m})^2}{8} = 68.36 \text{ Tm}$

- Cálculo de la longitud L_p

$$L_p = 1.76r_y \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 1.76(5.4\text{cm}) \sqrt{\frac{2.039 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}{3515 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}} \rightarrow L_p = 228.90\text{cm}$$

- Cálculo de la longitud L_r

$$L_r = 1.95r_{ts} \frac{E}{0.7F_y} \sqrt{\frac{Jc}{S_x h_o} + \sqrt{\left(\frac{Jc}{S_x h_o}\right)^2 + 6.76 \left(\frac{0.7F_y}{E}\right)^2}}$$

En perfiles I con dos ejes de simetría: $c = 1.0$

$$r_{ts}^2 = \frac{\sqrt{I_y C_w}}{S_x} = \frac{\sqrt{(5,161 \text{ cm}^4)(5,719,814 \text{ cm}^6)}}{3,983 \text{ cm}^3} = 43.14 \text{ cm}^2 \therefore r_{ts} = \sqrt{43.14 \text{ cm}^2}$$

$$r_{ts} = 6.568 \text{ cm}$$

$$h_o = d - t_f = 68.4 \text{ cm} - 1.9 \text{ cm} = 66.5 \text{ cm}$$

$$L_r = 1.95(6.568\text{cm}) \left(\frac{2.039 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}{0.7 \times 3515 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} \right) \sqrt{\frac{168 \text{ cm}^4 \times 1.0}{3,983 \text{ cm}^3 \times 66.5 \text{ cm}} + \sqrt{\left(\frac{168 \text{ cm}^4 \times 1.0}{3,983 \text{ cm}^3 \times 66.5 \text{ cm}}\right)^2 + 6.76 \left(\frac{0.7 \times 3515 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}{2.039 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}\right)^2}}$$

$$L_r = 657.29 \text{ cm}$$

- Cálculo de la resistencia por flexión admisible M_{cx} con $C_b = 1.30$

Resistencia por flexión admisible	
Resistencia de diseño a flexión DFCR $\phi_b = 0.9$	Resistencia permisible a flexión DRP $\Omega_b = 1.67$
$L_p = 228.90 \text{ cm}$, $L_b = 700 \text{ cm}$ y $L_r = 657.28 \text{ cm}$	
Como $L_p < L_r < L_b \therefore M_n = F_{cr} S_x \leq M_p$	
$F_{cr} = \frac{C_b \pi^2 E}{\left(\frac{L_b}{r_{ts}}\right)^2} \sqrt{1 + 0.078 \frac{Jc}{S_x h_o} \left(\frac{L_b}{r_{ts}}\right)^2}$	
$F_{cr} = \frac{1.30 \pi^2 \times 2.039 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}{\left(\frac{700 \text{ cm}}{6.568 \text{ cm}}\right)^2} \sqrt{1 + 0.078 \frac{(168 \text{ cm}^4)(1.0)}{(3,983 \text{ cm}^3)(66.5 \text{ cm})} \left(\frac{700 \text{ cm}}{6.568 \text{ cm}}\right)^2}$	

Resistencia de diseño a compresión DFCD $\phi_b = 0.9$	Resistencia nominal a compresión DRP $\Omega_b = 1.67$
$F_{cr} = 2,878.49 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ $M_p = \left(3,515 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}\right) (4,556\text{cm}^3) = 160.14 \text{ Tm}$ $M_n = \left(2878.49 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}\right) (3,983\text{cm}^3) \leq 160.14 \text{ Tm}$ $M_n = 114.65 \text{ Tm} \leq 160.14 \text{ Tm} \therefore M_n = 114.65 \text{ Tm}$	
$M_{cx} = \phi_b M_{nx} = (0.9)(114.65 \text{ Tm})$ $M_{cx} = 103.18 \text{ Tm}$ $M_{cx} > M_u$ $103.18 \text{ Tm} > 92.81 \text{ Tm}$ $\therefore \text{Bien el perfil es adecuado}$	$M_{cx} = \frac{M_{nx}}{\Omega_b} = \frac{114.65 \text{ Tm}}{1.67}$ $M_{cx} = 68.65 \text{ Tm}$ $M_{cx} > M_u$ $68.65 \text{ Tm} > 68.36 \text{ Tm}$ $\therefore \text{Bien el perfil es adecuado}$

3.8. Código Flexión

```

clc;
clear;

%-----Universidad Nacional Autónoma de México-----
%-----Facultad de Estudios Superiores Aragón-----
%-----Carrera Ingeniería Civil-----
%-----Código Flexión-----
%-----Especificación Manual IMCA 5° Edición-----
%-----Secciones F1, F2-----

disp('-----DATOS PARA EL ANALISIS-----')
disp(' ')

%Resistencia requerida

wD = input('¿Cual es la carga muerta (T/m)? ');
PP = input('¿Cual es el peso propio del perfil (T/m)? ');
wV = input('¿Cual es la carga viva (T/m)? ');

%Propiedades Geométricas

disp('-----Propiedades geométricas del miembro-----')
disp(' ')

d = input('¿Cual es el peralte de la sección(cm)? ');
tf = input('¿Cual es el espesor del patín(cm)? ');
Zx = input('¿Cual es el módulo de seccion plastico en el eje x (cm^3)? ');
Sx = input('¿Cual es el módulo de sección elástico en el eje x (cm^3)? ');
Iy = input('¿Cual es el momento de inercia en el eje y(cm^4)? ');
ry = input('¿Cuál es el radio de giro en el eje y(cm)? ');
J = input('¿Cual es la constante de torsión(cm^4)? ');
Cw = input('¿Cual es la constante de alabeo (cm^6)? ');
Cb = input('¿Cual es el factor de modificación torcional? ');
Lb = input('¿Cual es la mayor longitud no arriostrada(m)? ');
L = input('¿Cual es la longitud de la viga (m)? ');
ho = d-tf;
c = 1.0;
rts = sqrt(sqrt(Iy*Cw)/Sx);
fprintf('rts = %.2f cm\n',rts)
disp('c = 1.0 ---> para perfiles I con dos ejes de simetría');

%Propiedades del material

disp('-----Propiedades del material-----')
disp(' ')

Fy = input('¿Cuál es el esfuerzo de fluencia mínimo especificado de acero(kg/cm^2)? ');
E = input('¿Cuál es el módulo elástico del acero(kg/cm^2)? ');
disp(' ')

disp('-----Resultados-----')
disp('-----Resistencia requerida-----')
disp(' ')
disp('-----DFCR o LRFD-----')

```

```

wu_DFCD = 1.2*(wD+PP)+1.6*(wV);
Mu_DFCD = wu_DFCD*L^2/8;

fprintf('\n Mu = %.2f Tm\n',Mu_DFCD)

disp('-----Resistencia requerida-----')
disp('          ')
disp('-----DRP o ASD-----')

wu_DRP = 1.0*(wD+PP)+1.0*(wV);
Mu_DRP = wu_DRP*L^2/8;

fprintf('\n Mu = %.2f Tm\n',Mu_DRP)

%Resistencia Admisible a flexión eje x

disp('-----Resistencia nominal a Flexión-----')
disp('          ')

Lp = 1.76*ry*sqrt(E/Fy)*10^-2;
Lr = 1.95*rts*(E/(0.7*Fy))*sqrt((J*c)/(Sx*ho)+sqrt(((J*c)/(Sx*ho))^2+6.76*((0.7*Fy)/E)^2))*10^-2;
Lp = Lp*10^2;
Lb = Lb*10^2;
Lr = Lr*10^2;

if (Lb < Lp)

    disp('-----Comportamiento Plástico - Momento Plástico Total (Zona 1)-----')
    Mnx = Fy*Zx;

else
    if(Lb < Lr)

        disp('-----Pandeo lateral - torsional inelástico (Zona 2)-----')

        Mp = Fy*Zx;
        Mnx= Cb*(Mp-(Mp-0.7*Fy*Sx)*((Lb-Lp)/(Lr-Lp)));

    else

        disp('-----Pandeo lateral - torsional elástico (Zona 3)-----')

        Fcr = (Cb*pi^2*E/(Lb/rts)^2)*sqrt(1+0.078*((J*c)/(Sx*ho))*(Lb/rts)^2);
        Mnx = Fcr*Sx;
        fprintf('\n Fcr = %.2f kg/cm^2\n',Fcr)

    end
end

if Fy*Zx<Mnx
    Mnx = Fy*Zx*10^-5;
else
    Mnx = Mnx*10^-5;
end

fprintf('\n Lp = %.2f cm\n',Lp)
fprintf('\n Lr = %.2f cm\n',Lr)
fprintf('\n Lb = %.2f cm\n',Lb)
fprintf('\n Mn = %.2f Tm\n',Mnx)

```

```

disp('-----Resistencia admisible-----')
disp('          ')
disp('-----LRFD-DFCR-----')

Mcx_DFCR = 0.9*Mnx;
fprintf('\n Mcx = %.2f Tm\n',Mcx_DFCR)

if (Mcx_DFCR>Mu_DFCR)
    disp(' Mcx > Mu   El perfil es adecuado')
    fprintf('\n  %.2f Tm >',Mcx_DFCR)
    fprintf('  %.2f Tm\n',Mu_DFCR)
else
    disp(' Mcx < Mu   El perfil no es adecuado, elegir otro')
    fprintf('\n  %.2f Tm <',Mcx_DFCR)
    fprintf('  %.2f Tm\n',Mu_DFCR)
end

disp('-----Resistencia admisible-----')
disp('          ')
disp('-----DRP-ASD-----')

Mcx_DRP = Mnx/1.67;
fprintf('\n Mcx = %.2f Tm\n',Mcx_DRP)

if (Mcx_DRP>Mu_DRP)
    disp(' Mcx > Mu   El perfil es adecuado')
    fprintf('\n  %.2f Tm >',Mcx_DRP)
    fprintf('  %.2f Tm\n',Mu_DRP)
else
    disp(' Mcx < Mu   El perfil no es adecuado, elegir otro')
    fprintf('\n  %.2f Tm <',Mcx_DRP)
    fprintf('  %.2f Tm\n',Mu_DRP)
end

%Fin del Programa

```

3.8.1. Ejemplo capacidad por momento Zona 1

Realizar con los datos del Ejemplo capacidad por momento Zona 1 sección 3.3.1, con el código Flexión sección 3.8

```

-----DATOS PARA EL ANALISIS-----
¿Cuál es la carga muerta (T/m)? 3
¿Cuál es el peso propio del perfil (T/m)? 0.1221
¿Cuál es la carga viva (T/m)? 4.5

-----Propiedades geométricas del miembro-----
¿Cuál es el peralte de la sección(cm)? 36.4
¿Cuál es el espesor del patín(cm)? 2.18
¿Cuál es el módulo de sección plástico en el eje x (cm^3)? 2278
¿Cuál es el módulo de sección elástico en el eje x (cm^3)? 2016
¿Cuál es el momento de inercia en el eje y(cm^4)? 6160
¿Cuál es el radio de giro en el eje y(cm)? 6.3
¿Cuál es la constante de torsión(cm^4)? 211
¿Cuál es la constante de alabeo (cm^6)? 1801876
¿Cuál es el factor de modificación torsional? 1.0
¿Cuál es la mayor longitud no arriostrada(m)? 0.0
¿Cuál es la longitud de la viga (m)? 7.0
rts = 7.23 cm
c = 1.0 ---> para perfiles I con dos ejes de simetría

-----Propiedades del material-----
¿Cuál es el esfuerzo de fluencia mínimo especificado de acero(kg/cm^2)? 3515
¿Cuál es el módulo elástico del acero(kg/cm^2)? 2.039*10^6

-----Resultados-----
-----Resistencia requerida-----

-----DFCR o LRFD-----

Mu = 67.05 Tm

-----Resistencia requerida-----

-----DRP o ASD-----

Mu = 46.69 Tm

-----Resistencia nominal a Flexión-----

-----Comportamiento Plástico - Momento Plástico Total (Zona 1)-----

Lp = 267.05 cm
Lr = 1007.63 cm
Lb = 0.00 cm
Mnx = 80.07 Tm

-----Resistencia admisible-----

-----LRFD-DFCR-----

Mcx = 72.06 Tm
Mcx > Mu El perfil es adecuado
72.06 Tm > 67.05 Tm

```

-----Resistencia admisible-----

-----DRP-ASD-----

$M_{cx} = 47.95 T_m$

$M_{cx} > M_u$ El perfil es adecuado

$47.95 T_m > 46.69 T_m$

3.8.2. Ejemplo capacidad por momento Zona 2

Realizar con los datos del Ejemplo capacidad por momento Zona 2 sección 3.6.1, con el código Flexión sección 3.8, recordar que se utilizó coeficiente $C_b = 1.0$ y el real $C_b = 1.3$.

a) Utilizando el coeficiente $C_b = 1.0$

```

-----DATOS PARA EL ANALISIS-----
¿Cuál es la carga muerta (T/m)? 1.35
¿Cuál es el peso propio del perfil (T/m)? 0.0596
¿Cuál es la carga viva (T/m)? 1.5

-----Propiedades geométricas del miembro-----
¿Cuál es el peralte de la sección(cm)? 40.7
¿Cuál es el espesor del patín(cm)? 1.29
¿Cuál es el módulo de sección plástico en el eje x (cm^3)? 1197
¿Cuál es el módulo de sección elástico en el eje x (cm^3)? 1061
¿Cuál es el momento de inercia en el eje y(cm^4)? 1203
¿Cuál es el radio de giro en el eje y(cm)? 4.0
¿Cuál es la constante de torsión(cm^4)? 33
¿Cuál es la constante de alabeo (cm^6)? 464567
¿Cuál es el factor de modificación torsional? 1.0
¿Cuál es la mayor longitud no arriostrada(m)? 4
¿Cuál es la longitud de la viga (m)? 8
rts = 4.72 cm
c = 1.0 ---> para perfiles I con dos ejes de simetría

-----Propiedades del material-----
¿Cuál es el esfuerzo de fluencia mínimo especificado de acero(kg/cm^2)? 3515
¿Cuál es el módulo elástico del acero(kg/cm^2)? 2.039*10^6

-----Resultados-----
-----Resistencia requerida-----

-----DFCD o LRFD-----

Mu = 32.73 Tm

-----Resistencia requerida-----

-----DRP o ASD-----

Mu = 23.28 Tm

-----Resistencia nominal a Flexión-----

-----Pandeo lateral - torsional inelástico (Zona 2)-----

Lp = 169.56 cm
Lr = 483.89 cm
Lb = 400.00 cm
Mnx = 30.37 Tm

```

-----Resistencia admisible-----

-----LRFD-DFCR-----

$M_{cx} = 27.33 \text{ Tm}$

$M_{cx} < M_u$ El perfil no es adecuado, elegir otro

$27.33 \text{ Tm} < 32.73 \text{ Tm}$

-----Resistencia admisible-----

-----DRP-ASD-----

$M_{cx} = 18.18 \text{ Tm}$

$M_{cx} < M_u$ El perfil no es adecuado, elegir otro

$18.18 \text{ Tm} < 23.28 \text{ Tm}$

b) Utilizando el coeficiente $C_b = 1.30$

```

-----DATOS PARA EL ANALISIS-----
¿Cuál es la carga muerta (T/m)? 1.35
¿Cuál es el peso propio del perfil (T/m)? 0.0596
¿Cuál es la carga viva (T/m)? 1.5

-----Propiedades geométricas del miembro-----
¿Cuál es el peralte de la sección(cm)? 40.7
¿Cuál es el espesor del patín(cm)? 1.29
¿Cuál es el módulo de sección plástico en el eje x (cm^3)? 1197
¿Cuál es el módulo de sección elástico en el eje x (cm^3)? 1061
¿Cuál es el momento de inercia en el eje y(cm^4)? 1203
¿Cuál es el radio de giro en el eje y(cm)? 4.0
¿Cuál es la constante de torsión(cm^4)? 33
¿Cuál es la constante de alabeo (cm^6)? 464567
¿Cuál es el factor de modificación torsional? 1.30
¿Cuál es la mayor longitud no arriostrada(m)? 4
¿Cuál es la longitud de la viga (m)? 8
rts = 4.72 cm
c = 1.0 ---> para perfiles I con dos ejes de simetría

-----Propiedades del material-----
¿Cuál es el esfuerzo de fluencia mínimo especificado de acero(kg/cm^2)? 3515
¿Cuál es el módulo elástico del acero(kg/cm^2)? 2.039*10^6

-----Resultados-----
-----Resistencia requerida-----
-----DFCD o LRFD-----

Mu = 32.73 Tm

-----Resistencia requerida-----
-----DRP o ASD-----

Mu = 23.28 Tm

-----Resistencia nominal a Flexión-----
-----Pandeo lateral - torsional inelástico (Zona 2)-----

Lp = 169.56 cm
Lr = 483.89 cm
Lb = 400.00 cm
Mnx = 39.48 Tm

-----Resistencia admisible-----
-----LRFD-DFCD-----

Mcx = 35.53 Tm
Mcx > Mu El perfil es adecuado

35.53 Tm > 32.73 Tm

```

-----Resistencia admisible-----

-----DRP-ASD-----

$M_{cx} = 23.64 \text{ Tm}$

$M_{cx} > M_u$ El perfil es adecuado

$23.64 \text{ Tm} > 23.28 \text{ Tm}$

3.8.3. Ejemplo capacidad por momento Zona 3

Realizar con los datos del Ejemplo capacidad por momento Zona 2 sección 3.7.1, con el código Flexión sección 3.8, recordar que se utilizo coeficiente real $C_b = 1.30$

```

-----DATOS PARA EL ANALISIS-----
¿Cuál es la carga muerta (T/m)? 1.55
¿Cuál es el peso propio del perfil (T/m)? 0.140
¿Cuál es la carga viva (T/m)? 1.1

-----Propiedades geométricas del miembro-----
¿Cuál es el peralte de la sección(cm)? 68.4
¿Cuál es el espesor del patín(cm)? 1.9
¿Cuál es el módulo de sección plástico en el eje x (cm^3)? 4556
¿Cuál es el módulo de sección elástico en el eje x (cm^3)? 3983
¿Cuál es el momento de inercia en el eje y(cm^4)? 5161
¿Cuál es el radio de giro en el eje y(cm)? 5.4
¿Cuál es la constante de torsión(cm^4)? 168
¿Cuál es la constante de alabeo (cm^6)? 5719814
¿Cuál es el factor de modificación torsional? 1.3
¿Cuál es la mayor longitud no arriostrada(m)? 7
¿Cuál es la longitud de la viga (m)? 14
rts = 6.57 cm
c = 1.0 ---> para perfiles I con dos ejes de simetría

-----Propiedades del material-----
¿Cuál es el esfuerzo de fluencia mínimo especificado de acero(kg/cm^2)? 3515
¿Cuál es el módulo elástico del acero(kg/cm^2)? 2.039*10^6

-----Resultados-----
-----Resistencia requerida-----

-----DFCR o LRFD-----

Mu = 92.81 Tm

-----Resistencia requerida-----

-----DRP o ASD-----

Mu = 68.36 Tm

-----Resistencia nominal a Flexión-----

-----Pandeo lateral - torsional elástico (Zona 3)-----

Fcr = 2878.39 kg/cm^2

Lp = 228.90 cm

Lr = 657.27 cm

Lb = 700.00 cm

Mnx = 114.65 Tm

```

-----Resistencia admisible-----

-----LRFD-DFCR-----

$M_{cx} = 103.18 \text{ Tm}$

$M_{cx} > M_u$ El perfil es adecuado

$103.18 \text{ Tm} > 92.81 \text{ Tm}$

-----Resistencia admisible-----

-----DRP-ASD-----

$M_{cx} = 68.65 \text{ Tm}$

$M_{cx} > M_u$ El perfil es adecuado

$68.65 \text{ Tm} > 68.36 \text{ Tm}$

3.9. Comparativa de Resultados

3.9.1. Ejemplo capacidad por momento Zona 1

A continuación se hace una comparativa de resultados del ejemplo uno capacidad por momento Zona 1 hecho por el autor 3.3.1 y el mismo Ejemplo utilizando el código de MATLAB 3.8.1.

Resistencia requerida a flexión M_u			
Cálculo autor redondeo a dos decimales		Cálculo MATLAB	
Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)	Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)
$M_u = 67.07 \text{ Tm}$	$M_u = 46.67 \text{ Tm}$	$M_u = 67.05 \text{ Tm}$	$M_u = 46.69 \text{ Tm}$

Longitud lateral no arriostrada límite para análisis plástico L_p		Longitud lateral no arriostrada límite para el estado límite de pandeo lateral inelástico torsional L_r	
Cálculo autor redondeo a 2 decimales	Cálculo MATLAB	Cálculo autor redondeo a 2 decimales	Cálculo MATLAB
No es necesario para el análisis	$L_p = 267.05 \text{ cm}$	No es necesario para el análisis	$L_r = 1007.63 \text{ cm}$

Resistencia Nominal por flexión M_n	
Cálculo redondeo a dos decimales	Cálculo MATLAB
$M_n = 80.07 \text{ Tm}$	$M_n = 80.07 \text{ Tm}$

Resistencia por flexión admisible en el eje x M_{cx}			
Cálculo autor redondeo a dos decimales		Cálculo MATLAB	
Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)	Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)
$M_{cx} = 72.06 \text{ Tm}$	$M_{cx} = 47.95 \text{ Tm}$	$M_{cx} = 72.06 \text{ Tm}$	$M_{cx} = 47.95 \text{ Tm}$

Conclusiones del ejemplo

De los resultados obtenidos en el programa podemos concluir que un cálculo propio con redondeo a dos decimales es aceptable para un análisis riguroso hecho por MATLAB que usa un gran número de cifras significativas. Sin embargo se han encontrado errores por redondeo señalados en color rojo en las tablas de resultados en la resistencia a requerida a flexión M_u . Estos errores de redondeo se deben a que MATLAB usa un gran número de cifras significativas aunque si comparamos las magnitudes de los resultados podemos considerar que es un resultado óptimo ya que de manera rigurosa tiende a ser complicado usar mas cifras significativas en cálculos propios hechos a mano. Cabe señalar que los resultados que arroja MATLAB son mas exactos porque como se menciono antes usa mas cifras significativas.

3.9.2. Ejemplo capacidad por momento Zona 2

A continuación se hace una comparativa de resultados del ejemplo uno capacidad por momento Zona 2 hecho por el autor 3.6.1 y el mismo Ejemplo utilizando el código de MATLAB 3.8.2 recordar que se utilizó el coeficiente $C_b = 1.0$ y el real $C_b = 1.30$.

Utilizando coeficiente $C_b = 1.30$

Resistencia requerida a flexión M_u			
Cálculo autor redondeo a dos decimales		Cálculo MATLAB	
Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)	Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)
$M_u = 32.73 \text{ Tm}$	$M_u = 23.28 \text{ Tm}$	$M_u = 32.73 \text{ Tm}$	$M_u = 23.28 \text{ Tm}$

Longitud lateral no arriostrada límite para análisis plástico L_p		Longitud lateral no arriostrada límite para el estado límite de pandeo lateral inelástico torsional L_r	
Cálculo autor redondeo a 2 decimales	Cálculo MATLAB	Cálculo autor redondeo a 2 decimales	Cálculo MATLAB
$L_p = 169.56 \text{ cm}$	$L_p = 169.56 \text{ cm}$	$L_r = 483.86 \text{ cm}$	$L_r = 483.89 \text{ cm}$

Resistencia Nominal por flexión M_n	
Cálculo redondeo a dos decimales	Cálculo MATLAB
$M_n = 30.37 \text{ Tm}$	$M_n = 30.37 \text{ Tm}$

Resistencia por flexión admisible en el eje x M_{cx}			
Cálculo autor redondeo a dos decimales		Cálculo MATLAB	
Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)	Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)
$M_{cx} = 27.33 \text{ Tm}$	$M_{cx} = 18.19 \text{ Tm}$	$M_{cx} = 27.33 \text{ Tm}$	$M_{cx} = 18.18 \text{ Tm}$

Conclusiones del ejemplo

De los resultados obtenidos en el programa podemos concluir que un cálculo propio con redondeo a dos decimales es aceptable para un análisis riguroso hecho por MATLAB que usa un gran número de cifras significativas. Sin embargo se han encontrado errores por redondeo señalados en color rojo en las tablas de resultados que son la longitud L_r y la resistencia a flexión admisible DFCR M_{cx} . Estos errores de redondeo se deben a que MATLAB usa un gran número de cifras significativas aunque si comparamos las magnitudes de los resultados podemos considerar que es un resultado óptimo ya que de manera rigurosa tiende a ser complicado usar más cifras significativas en cálculos propios hechos a mano. Cabe señalar que los resultados que arroja MATLAB son más exactos porque como se mencionó antes usa más cifras significativas.

Utilizando coeficiente $C_b = 1.30$

Resistencia requerida a flexión M_u			
Cálculo autor redondeo a dos decimales		Cálculo MATLAB	
Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)	Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)
$M_u = 32.73 \text{ Tm}$	$M_u = 23.28 \text{ Tm}$	$M_u = 32.73 \text{ Tm}$	$M_u = 23.28 \text{ Tm}$

Longitud lateral no arriostrada límite para análisis plástico L_p		Longitud lateral no arriostrada límite para el estado límite de pandeo lateral inelástico torsional L_r	
Cálculo autor redondeo a 2 decimales	Cálculo MATLAB	Cálculo autor redondeo a 2 decimales	Cálculo MATLAB
$L_p = 169.56 \text{ cm}$	$L_p = 169.56 \text{ cm}$	$L_r = 483.86 \text{ cm}$	$L_r = 483.89 \text{ cm}$

Resistencia Nominal por flexión M_n	
Cálculo redondeo a dos decimales	Cálculo MATLAB
$M_n = 39.48 \text{ Tm}$	$M_n = 39.48 \text{ Tm}$

Resistencia por flexión admisible en el eje x M_{cx}			
Cálculo autor redondeo a dos decimales		Cálculo MATLAB	
Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)	Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)
$M_{cx} = 35.53 \text{ Tm}$	$M_{cx} = 23.64 \text{ Tm}$	$M_{cx} = 35.53 \text{ Tm}$	$M_{cx} = 23.64 \text{ Tm}$

Conclusiones del ejemplo

De los resultados obtenidos en el programa podemos concluir que un cálculo propio con redondeo a dos decimales es aceptable para un análisis riguroso hecho por MATLAB que usa un gran número de cifras significativas. Sin embargo se han encontrado errores por redondeo señalados en color rojo en las tablas de resultados que son la longitud L_r . Estos errores de redondeo se deben a que MATLAB usa un gran número de cifras significativas aunque si comparamos las magnitudes de los resultados podemos considerar que es un resultado optimo ya que de manera rigurosa tiende a ser complicado usar mas cifras significativas en cálculos propios hechos a mano. Cabe señalar que los resultados que arroja MATLAB son mas exactos porque como se menciono antes usa mas cifras significativas.

3.9.3. Ejemplo capacidad por momento Zona 3

A continuación se hace una comparativa de resultados del ejemplo uno capacidad por momento Zona 3 hecho por el autor 3.7.1 y el mismo Ejemplo utilizando el código de MATLAB 3.8.3, recordar que se utilizó el coeficiente $C_b = 1.30$.

Utilizando coeficiente $C_b = 1.0$

Resistencia requerida a flexión M_u			
Cálculo autor redondeo a dos decimales		Cálculo MATLAB	
Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)	Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)
$M_u = 91.81 \text{ Tm}$	$M_u = 68.36 \text{ Tm}$	$M_u = 92.81 \text{ Tm}$	$M_u = 68.36 \text{ Tm}$

Longitud lateral no arriostrada límite para análisis plástico L_p		Longitud lateral no arriostrada límite para el estado límite de pandeo lateral inelástico torsional L_r	
Cálculo autor redondeo a 2 decimales	Cálculo MATLAB	Cálculo autor redondeo a 2 decimales	Cálculo MATLAB
$L_p = 228.90 \text{ cm}$	$L_p = 228.90 \text{ cm}$	$L_r = 457.29 \text{ cm}$	$L_r = 457.27 \text{ cm}$

Esfuerzo Crítico F_{cr}	
Cálculo redondeo a dos decimales	Cálculo MATLAB
$F_{cr} = 2,878.49 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$	$F_{cr} = 2,878.39 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$

Resistencia Nominal por flexión M_n	
Cálculo redondeo a dos decimales	Cálculo MATLAB
$M_n = 114.65 \text{ Tm}$	$M_n = 114.65 \text{ Tm}$

Resistencia por flexión admisible en el eje x M_{cx}			
Cálculo autor redondeo a dos decimales		Cálculo MATLAB	
Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)	Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)
$M_{cx} = 103.19 \text{ Tm}$	$M_{cx} = 68.65 \text{ Tm}$	$M_{cx} = 103.18 \text{ Tm}$	$M_{cx} = 68.65 \text{ Tm}$

Conclusiones del ejemplo

De los resultados obtenidos en el programa podemos concluir que un cálculo propio con redondeo a dos decimales es aceptable para un análisis riguroso hecho por MATLAB que usa un gran número de cifras significativas. Sin embargo se han encontrado errores por redondeo señalados en color rojo en las tablas de resultados que son la longitud L_r , en el esfuerzo crítico F_{cr} y en la resistencia a flexión admisible DFCD M_{cx} . Estos errores de redondeo se deben a que MATLAB usa un gran número de cifras significativas aunque si comparamos las magnitudes de los resultados podemos considerar que es un resultado óptimo ya que de manera rigurosa tiende a ser complicado usar más cifras significativas en cálculos propios hechos a mano. Cabe señalar que los resultados que arroja MATLAB son más exactos porque como se menciona antes usa más cifras significativas.

Capítulo 4

Diseño de elementos estructurales sujetos a fuerzas combinadas método DFCD y DRP

4.1. Introducción

En esta sección se analizará el comportamiento de un elemento estructural que está sometido a carga axial de compresión y momento flexionante el cual llamaremos *viga-columna*. La flexión en este tipo de elementos es ocasionada por las siguientes circunstancias:

1. Fuerzas laterales: Cargas sísmicas, viento, largueros entre los nodos de una armadura, pesos propio en cuerdas y diagonales, etc.
2. Cargas excéntricas: Son cargas que no pasan por el eje centroidal de la sección transversal un ejemplo de ellos son: ménsulas, vigas en voladizo con alguna carga puntual, conexiones, defectos iniciales en las columnas, etc.
3. Flexión en los extremos: elementos mecánicos o momentos originados por las cargas que actúan en la estructura.

Es importante considerar las condiciones de arriostramiento a lo largo del eje longitudinal y cargas excéntricas en el eje de la sección transversal, así como las cargas entre apoyos por que influyen en gran manera en el comportamiento de los elementos viga-columna.

A lo largo de este capítulo se definirán los parámetros que influyen en el diseño y comportamiento de elementos tipo viga

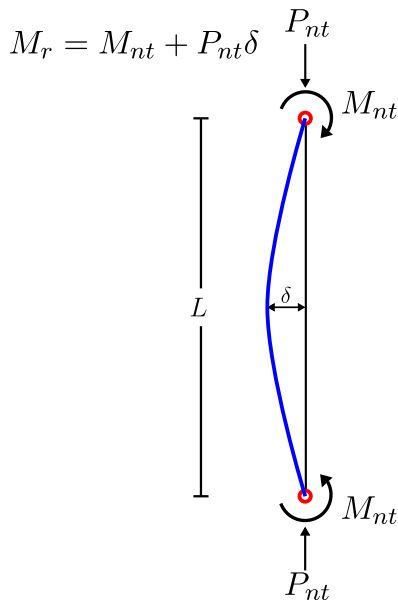


Figura 4.1: Efecto $P\delta$ en una columna arriostrada

4.2. Momento de primer orden y segundo orden

Al hacer un análisis de primer orden en columna arriostrada lateralmente se tiene una carga axial P_{nt} y momentos requeridos en los extremos M_{nt} considerando que no hay desplazamiento lateral Figura 4.1, si la carga axial es de compresión tendrá un momento adicional generado por la deformación δ , la cual incrementa el momento requerido M_r , cierta cantidad $P\delta$, el cual se denomina como momento de segundo orden en una viga-columna con soporte lateral.

Sin embargo no todas las viga-columna están arriostradas lateralmente si se hace el habitual análisis de primer orden se tiene una carga axial P_{nt} y un momento requerido debido al desplazamiento lateral de la viga-columna M_{lt} Figura 4.2, este momento crece por la deflexión lateral Δ una cantidad $P\Delta$.

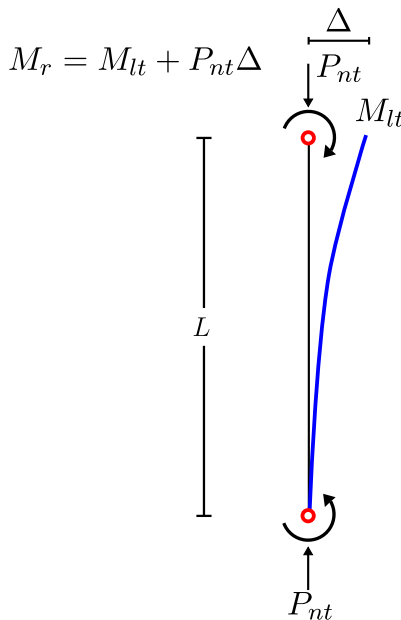


Figura 4.2: Efecto $P\Delta$ en una columna no arriostrada

4.3. Análisis aproximado de segundo orden

El manual IMCA 5° Edición proporciona un método aproximado para determinar el momento requerido M_r y la carga axial requerida P_r , en un análisis de segundo orden que se determinan con las siguientes expresiones:

$$M_r = B_1 M_{nt} + B_2 M_{lt} \quad (\text{Ecuación A - 8 - 1 del IMCA5}^\circ)$$

$$P_r = P_{nt} + B_2 P_{lt} \quad (\text{Ecuación A - 8 - 2 del IMCA5}^\circ)$$

Donde:

B_1 es el factor para calcular los efectos $P-\delta$, determinados para cada miembro sujeto a compresión y flexión y en cada dirección de flexión del miembro de acuerdo con la sección 8.2.1 del IMCA 5° Edición.

B_2 es el factor para calcular los efectos $P - \Delta$ determinado para cada entrepiso de la estructura y en la dirección de la traslación lateral del piso de acuerdo con la sección 8.2.2 del IMCA 5° Edición.

M_{lt} es el momento de primer orden usando las combinaciones DFCR o DRP debidas únicamente a la traslación de la estructura, (kg-cm)

M_{nt} es el momento de primer orden usando las combinaciones DFCR o DRP con la estructura restringida contra traslación lateral, (kg-cm)

P_{lt} es la fuerza axial de primer orden usando las combinaciones DFCR o DRP debidas únicamente a la traslación de la estructura, (kg)

P_{nt} es la fuerza axial de primer orden usando las combinaciones DFCR o DRP con la estructura restringida contra traslación lateral, (kg)

P_r es la resistencia a carga axial requerida de segundo orden usando las combinaciones DFCR o DRP

4.3.1. Factor de amplificación B_1

El factor B_1 se encarga de amplificar el valor derivado del efecto $P\delta$ y como ya se menciono esta ligado con la curvatura de la viga-columna.

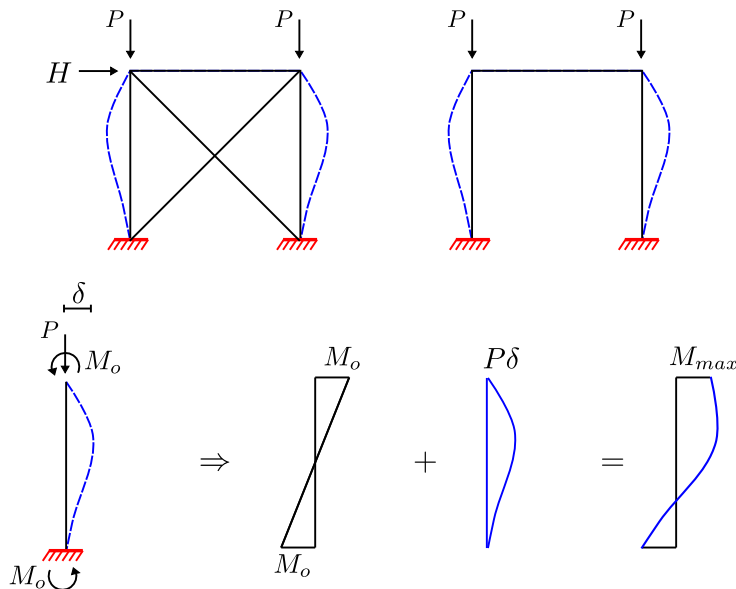


Figura 4.3: Efecto $P\delta$ en marcos arriostrados y no arriostrados

Este fenómeno se puede observar en marcos contraventeados y no contraventeados lo que significa que aplica en ambos casos y no toma en cuenta el desplazamiento lateral, dicho de otra manera, los apoyos uniones o extremos no se desplazan uno respecto al otro.

Las expresiones que determina el valor de B_1 en su apéndice 8 de el Manual IMCA 5° Edición son:

$$B_1 = \frac{C_m}{1 - \alpha \frac{P_r}{P_{e1}}} \geq 1 \quad (\text{Ecuación A - 8 - 3 del IMCA5}^\circ)$$

Donde:

$$\alpha = 1.00 \text{ (DFCD)} \quad \alpha = 1.60 \text{ (DRP)}$$

C_m es el coeficiente que supone que no hay traslación lateral y que se determina como sigue:

- (a) En columnas que no están sujetas en el plano de flexión a cargas transversales en sus apoyos:

$$C_m = 0.6 - 0.4 \left(\frac{M_1}{M_2} \right)$$

(Ecuación A - 8 - 3 del IMCA5°)

donde M_1 y M_2 calculados de un análisis de primer orden, son respectivamente el menor y el mayor de los momentos en los extremos de la porción no arriostrada en el plano de flexión que se esta considerando. M_1/M_2 es positivo cuando el miembro se flexiona en curvatura doble y negativo cuando se flexiona en curvatura simple.

- (b) En culumnas sujetas a cargas transversales cargadas entre sus apoyos, valor de C_m debe determinarse ya sea por un análisis o conservadoramente considerando como 1.0 en todos los casos.

P_{e1} es la resistencia al pandeo crítico elástico del miembro en el plano de flexión, calculado con base en la suposición de que el miembro esta restringido a traslación lateral de sus extremos, (kg):

$$P_{e1} = \frac{\pi EI^*}{(K_1 L)^2} \quad (\text{Ecuación A - 8 - 3 del IMCA5}^\circ)$$

Donde:

EI^* es la rigidez requerida a flexión para usarse para el método de longitud efectiva y el método de análisis de primer orden

E es el módulo de elasticidad del acero; 2,039,000 kg/cm²

I es el momento de inercia en el plano de flexión cm⁴

L es la longitud del miembro cm

K_1 es el factor de longitud efectiva en el plano de flexión, calculo con base a la suposición de que no hay traslación lateral de los extremos del miembro e igual a 1.0 a menos que un análisis detallado justifique su magnitud menor

Se permite usar un estimado de primer orden de P_r (Por ejemplo: $P_r = P_{nt} + P_{lt}$) en la ecuación 8.3.

4.3.2. Factor de modificación de momento C_{mx} con y sin carga lateral

La ecuación A-8-3 del IMCA 5° Edición contiene una variable C_{mx} llamada *factor de modificación de momento*, este valor modifica el valor B_1 o factor de amplificación para el efecto $P\delta$, ya que en ciertas ocasiones se sobre estima la amplificación de momento y como resultado el momento se tiene que disminuir o modificar por el factor C_{mx}

Existen dos alternativas para el uso de C_{mx} para aquellos miembros que poseen cargas transversales entre sus apoyos y las que no poseen cargas entre sus apoyos y se explican a continuación.

4.3.3. Factor de modificación sin carga lateral

El factor de modificación sin carga lateral disminuye el valor de B_1 ya que como se menciono anteriormente el valor obtenido es sobre estimado y dependiendo de la curvatura que tenga la viga-columna este valor se vera afectado.

Los momentos en los extremos de la columna definen la curvatura que esta tiene ya se una curvatura simple o una curvatura doble este tipo de comportamiento se describe a continuación:

Curvatura simple

Cuando una en una viga-columna sin carga lateral en sus extremos tiene dos momentos de signo contrario, se observara que se flexionara en curvatura simple y la condición mas desfavorable ocasionado por el efecto $P\delta$ es cuando estos son de la misma magnitud Figura 4.4, y por lo tanto el valor de C_m sera igual a 1.0 hasta un valor de C_m igual a 0.6 si alguno de los dos momentos fuera igual a cero.

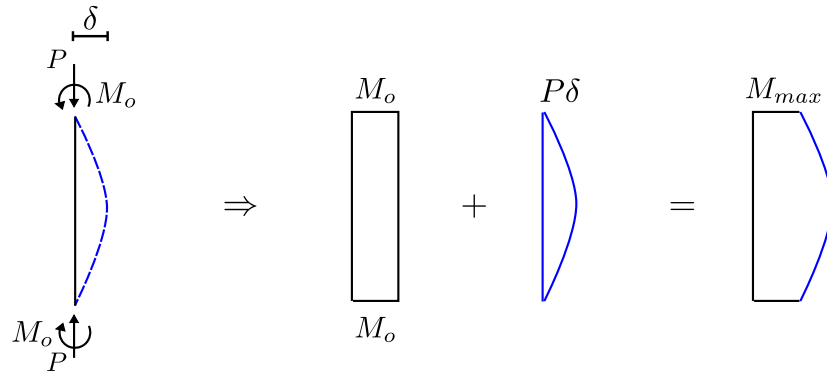


Figura 4.4: Amplificación de momento en una columna con flexión en curvatura simple

Curvatura doble

Sin embargo se puede tener el caso en donde la viga-columna en sus extremos tenga dos momentos de igual signo, los cuales provocaran que la columna se flexione en curvatura doble para esta condición puede que el momento máximo sea afectado o no por el efecto $P\delta$ Figura 4.5, los valores que puede tomar C_m

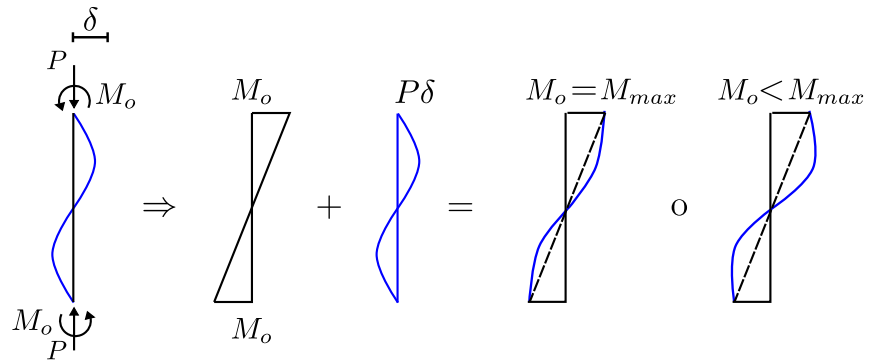
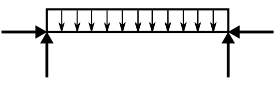
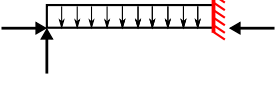
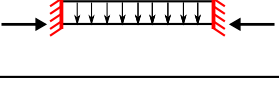
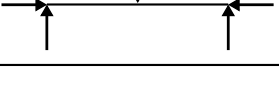
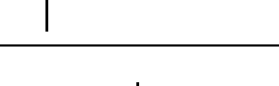
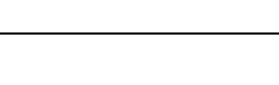


Figura 4.5: Amplificación de momento en una columna con flexión en curvatura doble

varían de 0.6 hasta 0.2 dependiendo del valor del momento que tenga a menor magnitud.

Carga lateral

El segundo caso cuando se tiene cargas transversales entre apoyos el coeficiente C_m se puede calcular con la siguiente tabla de la especificación AISC 2010 en su apéndice 8 Tabla C-A-8.1. Se puede utilizar esta tabla ya que el manual IMCA 5° Edición es símil de esta especificación.

Caso	Ψ	C_m
	0	1.0
	-0.4	$1 - 0.4 \frac{\alpha P_r}{P_{e1}}$
	-0.4	$1 - 0.4 \frac{\alpha P_r}{P_{e1}}$
	-0.2	$1 - 0.2 \frac{\alpha P_r}{P_{e1}}$
	-0.3	$1 - 0.3 \frac{\alpha P_r}{P_{e1}}$
	-0.2	$1 - 0.2 \frac{\alpha P_r}{P_{e1}}$

4.3.4. Factor de amplificación B_2

Este valor se encarga de amplificar el valor derivado del efecto $P\Delta$ y esta relacionado con el desplazamiento lateral de una viga-columna.

El factor de amplificación B_2 esta ligado con el desplazamiento lateral en marcos no arriostrados así como el desplazamiento lateral de entrepiso y amplifica el momento en los extremos de la viga-columna.

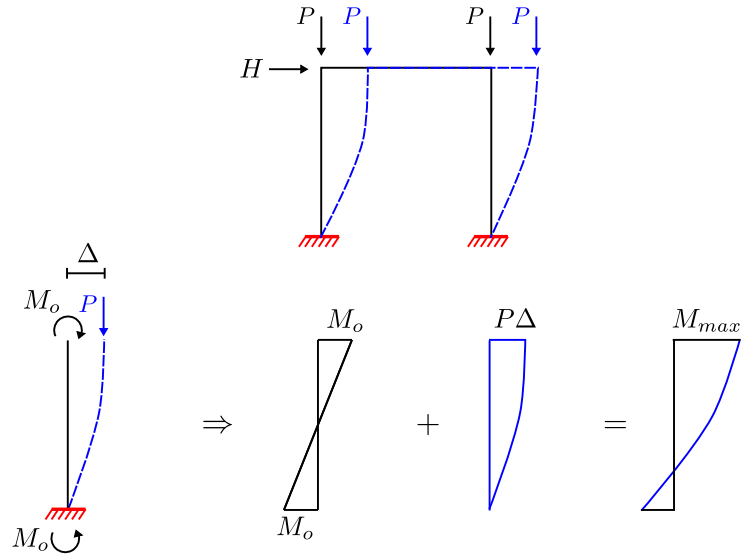


Figura 4.6: Efecto $P\Delta$ en marcos no arriostrados

Las expresiones que determina el valor de B_2 en el Manual IMCA 5° Edición son:

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{\alpha P_{\text{piso}}}{P_{e-\text{piso}}}}$$

Donde:

$$\alpha = 1.00 \text{ (DFCR)} \qquad \alpha = 1.60 \text{ (DRP)}$$

P_{piso} es la carga vertical total soportada por el entrepiso usando las combinaciones DFCR y DRP según se aplique, incluyendo las cargas de las columnas que no forman parte del sistema resistente a carga lateral, (kg)

$P_{e-\text{piso}}$ es la carga crítica de pandeo elástica para el entrepiso en la dirección de la traslación que se esta considerando, (kg), determinado por un análisis de pandeo lateral o

mediante la siguiente ecuación:

$$P_{e-\text{piso}} = R_H \frac{HL}{\Delta_H}$$

Donde:

$$R_M = 1 - 0.15(P_{mf})/P_{\text{piso}}$$

L es la altura del entrepiso, cm

P_{mf} es la carga vertical total de todas las columnas del entrepiso que forman parte de los marcos a momento y en la dirección de la traslación que está siendo considerada; es igual a 0 para sistemas de marcos contraventeados, (kg)

Δ_H es el desplazamiento lateral de primer orden del entrepiso en la dirección en la que se está considerando la traslación lateral, debido a fuerzas laterales, (cm), calculado utilizando la rigidez requerida según el método de análisis (rigidez reducida si el método es análisis directo). Cuando Δ_H varía sobre el área del plano de la estructura, se tomará el promedio de los desplazamientos tomados en proporción a las cargas verticales o como alternativa se puede tomar el desplazamiento mayor

H es el cortante de entrepiso en la dirección de la traslación que se está considerando y producido por las fuerzas laterales usadas para calcular Δ_H , (kg)

4.4. Miembros con uno y dos ejes de simetría en flexión y fuerza axial

Miembros con uno o dos ejes de simetría en flexión y compresión

El Manual IMCA 5° Edición proporciona expresiones para la interacción de la flexión y compresión en miembros doblemente simétricos y miembros con simetría simple, deben estar limitadas por la ecuación H1-1a y H1-1b.

(a) Cuando $\frac{P_r}{P_c} \geq 0.2$

$$\frac{P_r}{P_c} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{rx}}{M_{cx}} + \frac{M_{ry}}{M_{cy}} \right) \leq 1.0$$

(b) Cuando $\frac{P_r}{P_c} < 0.2$

$$\frac{P_r}{2P_c} + \left(\frac{M_{rx}}{M_{cx}} + \frac{M_{ry}}{M_{cy}} \right) \leq 1.0$$

Donde

P_r es la resistencia requerida a compresión axial usando las combinaciones de carga DFCDR y DRP, T

P_c es la resistencia disponible a compresión axial usando las combinaciones de carga DFCDR y DRP, T

M_r es la resistencia requerida a flexión, Tm

M_c es la resistencia disponible a flexión, Tm

x es el subíndice relacionado con el eje mayor de resistencia de la sección

y es el subíndice relacionado con el eje menor de resistencia de la sección

En diseños de acuerdo a la sección B3.3 del Manual IMCA 5° Edición (DFCDR)

P_r es la resistencia requerida a compresión usando las combinaciones de carga DFCDR, T

$P_c \phi_c P_n$ es la resistencia de diseño a compresión determinada con el capítulo E del Manual IMCA 5° Edición, T

M_r es la resistencia requerida a flexión usando las combinaciones de carga DFCDR, Tm

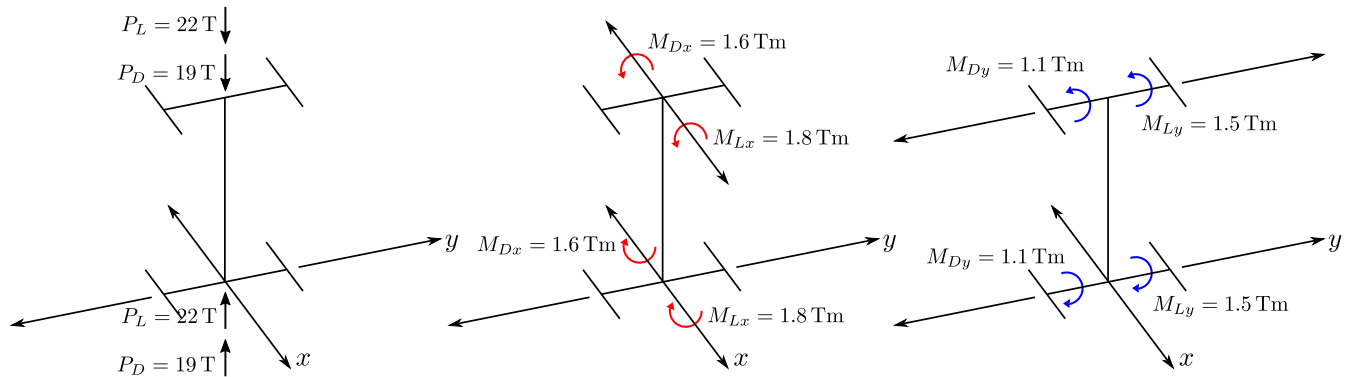
$M_c \phi_b M_n$ es la resistencia de diseño a flexión determinada con el capítulo F del Manual IMCA 5°, Tm

ϕ_c es el factor de resistencia a compresión = 0.9

ϕ_b es el factor de resistencia a flexión = 0.9

4.4.1. Ejemplo Uno Interacción Flexión Compresión sin cargas transversales entre apoyos $P_r/P_c \geq 0.2$

Una viga-columna de 3 m con sección W12 × 40 o IR305 × 59.6 se usa en una marco arriostrado ($K_x = 1.0$ y $K_y = 1.0$). Se flexiona en curvatura simple con momentos iguales y opuestos y no esta sometida a cargas transversales intermedias. ¿Es adecuada la sección si debe soportar las siguientes cargas de servicio $P_D = 19$ T y $P_L = 22$ T y momentos de primer orden $M_{Dx} = 1.6$ Tm, $M_{Lx} = 1.8$ Tm, $M_{Dy} = 1.1$ Tm y $M_{Ly} = 1.5$ Tm ? El acero del perfil es A-992.



Datos	
Propiedades Geométricas del Perfil (Manual IMCA 5° Edición)	Propiedades del Material
$d = 30.3$ cm ; $t_f = 1.31$ cm $A = 75.5$ cm ² ; $I_x = 12,779$ cm ⁴ $Z_x = 935$ cm ³ ; $S_x = 844$ cm ³ $r_x = 13.0$ cm ; $I_y = 1,836$ cm ⁴ $Z_y = 275$ cm ³ ; $r_y = 4.9$ cm $J = 38$ cm ⁴ ; $C_w = 386,692$ cm ⁶	$F_y = 3515 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$; $E = 2.039 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$

Resistencia requerida de segundo orden	
DFCR	DRP
$P_{nt} = P_u = 1.2(19 \text{ T}) + 1.6(22 \text{ T})$ $P_{nt} = P_u = 58 \text{ T}$	$P_{nt} = P_u = 19 \text{ T} + 22 \text{ T}$ $P_{nt} = P_u = 41 \text{ T}$
$P_r = P_{nt} + B_2 P_{lt} = 58 \text{ T} + 0 = 58 \text{ T}$	$P_r = P_{nt} + B_2 P_{lt} = 41 \text{ T} + 0 = 41 \text{ T}$
$M_{ntx} = M_{ux} = 1.2(1.6 \text{ Tm}) + 1.6(1.8 \text{ Tm})$ $M_{ntx} = M_{ux} = 4.8 \text{ Tm}$	$M_{ntx} = M_{ux} = 1.6 \text{ Tm} + 1.8 \text{ Tm}$ $M_{ntx} = M_{ux} = 3.4 \text{ Tm}$

DFCR	DRP
$M_{rx} = B_{1x}M_{ntx} + B_{2x}P_{ltx}$	$M_{rx} = B_{1x}M_{ntx} + B_{2x}P_{ltx}$
$B_{1x} = \frac{C_{mx}}{1 - \alpha \frac{P_r}{P_{e1x}}}$	$B_{1x} = \frac{C_{mx}}{1 - \alpha \frac{P_r}{P_{e1x}}}$
$C_{mx} = 0.6 - 0.4 \left(\frac{M_{1x}}{M_{2x}} \right)$	$C_{mx} = 0.6 - 0.4 \left(\frac{M_{1x}}{M_{2x}} \right)$
$C_{mx} = 0.6 - 0.4 \left(-\frac{4.8 \text{ Tm}}{4.8 \text{ Tm}} \right) = 1.0$	$C_{mx} = 0.6 - 0.4 \left(-\frac{3.4 \text{ Tm}}{3.4 \text{ Tm}} \right) = 1.0$
$P_{e1x} = \frac{\pi^2 EI_x}{(K_x L)^2}$	$P_{e1x} = \frac{\pi^2 EI_x}{(K_x L)^2}$
$P_{e1x} = \frac{(\pi^2)(2.039 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2})(12,779 \text{ cm}^4)}{(1.0 \times 300\text{cm})^2}$	$P_{e1x} = \frac{(\pi^2)(2.039 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2})(12,779 \text{ cm}^4)}{(1.0 \times 300\text{cm})^2}$
$P_{e1x} = 2,857,401 \text{ kg} = 2,857.40 \text{ T}$	$P_{e1x} = 2,857,401 \text{ kg} = 2,857.40 \text{ T}$
$B_{1x} = \frac{1.0}{1 - \frac{(1.0)(58 \text{ T})}{2,857.40 \text{ T}}} = 1.021$	$B_{1x} = \frac{1.0}{1 - \frac{(1.6)(41 \text{ T})}{2,857.40 \text{ T}}} = 1.023$
$M_{rx} = 1.021(4.8 \text{ Tm}) + 0 = 4.90 \text{ Tm}$	$M_{rx} = 1.023(3.4 \text{ Tm}) + 0 = 3.48 \text{ Tm}$
$M_{nty} = M_{uy} = 1.2(1.1 \text{ Tm}) + 1.6(1.5 \text{ Tm})$	$M_{nty} = M_{uy} = 1.1 \text{ Tm} + 1.5 \text{ Tm}$
$M_{nty} = M_{uy} = 3.72 \text{ Tm}$	$M_{nty} = M_{uy} = 2.6 \text{ Tm}$
$M_{ry} = B_{1y}M_{nty} + B_{2y}P_{lty}$	$M_{ry} = B_{1y}M_{nty} + B_{2y}P_{lty}$
$B_{1y} = \frac{C_{my}}{1 - \alpha \frac{P_r}{P_{e1y}}}$	$B_{1y} = \frac{C_{my}}{1 - \alpha \frac{P_r}{P_{e1y}}}$
$C_{my} = 0.6 - 0.4 \left(\frac{M_{1y}}{M_{2y}} \right)$	$C_{my} = 0.6 - 0.4 \left(\frac{M_{1y}}{M_{2y}} \right)$
$C_{my} = 0.6 - 0.4 \left(-\frac{3.72 \text{ Tm}}{3.72 \text{ Tm}} \right) = 1.0$	$C_{my} = 0.6 - 0.4 \left(-\frac{2.6 \text{ Tm}}{2.6 \text{ Tm}} \right) = 1.0$

DFCR	DRP
$P_{e1y} = \frac{\pi^2 EI_y}{(K_y L)^2}$	$P_{e1y} = \frac{\pi^2 EI_y}{(K_y L)^2}$
$P_{e1y} = \frac{(\pi^2)(2.039 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2})(1,836 \text{ cm}^4)}{(1.0 \times 300\text{cm})^2}$	$P_{e1y} = \frac{(\pi^2)(2.039 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2})(1,836 \text{ cm}^4)}{(1.0 \times 300\text{cm})^2}$
$P_{e1y} = 410,532 \text{ kg} = 410.53 \text{ T}$	$P_{e1y} = 410,532 \text{ kg} = 410.53 \text{ T}$
$B_{1y} = \frac{1.0}{1 - \frac{(1.0)(58 \text{ T})}{410.53 \text{ T}}} = 1.165$	$B_{1y} = \frac{1.0}{1 - \frac{(1.6)(41 \text{ T})}{410.53 \text{ T}}} = 1.190$
$M_{ry} = 1.165(3.72 \text{ Tm}) + 0 = 4.33 \text{ Tm}$	$M_{ry} = 1.190(2.6 \text{ Tm}) + 0 = 3.09 \text{ Tm}$

Resistencia axial admisible

- Relación de esbeltez eje x y y :

Relación de esbeltez	
Eje x	Eje y
$\frac{K_x L}{r_x} = \frac{(1.0)(300 \text{ cm})}{13.0 \text{ cm}} = 23.08$	$\frac{K_y L}{r_y} = \frac{(1.0)(300 \text{ cm})}{4.9 \text{ cm}} = 61.22$
$23.08 < 61.22$ $\frac{K_x L}{r_x} < \frac{K_y L}{r_y}$ <p>∴ El eje y tiene una relación esbeltez mas desfavorable</p>	

- Cálculo de F_e (*esfuerzo de pandeo elástico*), usando la relación de esbeltez en el eje y

$$F_e = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{K_y L}{r_y}\right)^2} = \frac{\pi^2 \left(2.039 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}\right)}{\left(\frac{1.0 \times 300 \text{ cm}}{4.9 \text{ cm}}\right)^2} \rightarrow F_e = 5,368.67 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

- Cálculo de F_{cr} (*esfuerzo crítico*)

$$4.71\sqrt{\frac{E}{F_y}} = 4.71\sqrt{\frac{2.039 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}{3515 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}} \rightarrow 4.71\sqrt{\frac{E}{F_y}} = 113.44$$

$$61.22 < 113.44$$

$$\frac{KL}{r} < 4.71\sqrt{\frac{E}{F_y}} \quad \therefore \quad \text{el pandeo es inelástico y } F_{cr} = \left[0.658 \frac{F_y}{F_e} \right] F_y$$

$$F_{cr} = \left[0.658 \frac{3515 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}{5,368.67 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} \right] 3515 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \therefore \quad F_{cr} = 2,672.47 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

- Cálculo de la resistencia axial admisible P_c

Resistencia axial admisible	
Resistencia de diseño a compresión DFCR $\phi_c = 0.9$	Resistencia permisible a compresión DRP $\Omega_c = 1.67$
$P_n = F_{cr} A_g = \left(2,672.47 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) (75.5 \text{ cm}^2)$ $P_n = 201771.49 \text{ kg} = 201.77 \text{ T}$	
$P_c = \phi_c P_n = (0.9)(201.77 \text{ T})$ $P_c = 181.59 \text{ T}$	$P_c = \frac{P_n}{\Omega_c} = \frac{201.77 \text{ T}}{1.67}$ $P_c = 120.82 \text{ T}$

Resistencia admisible a flexión eje x

- Calculo de la longitud L_p

$$L_p = 1.76r_y\sqrt{\frac{E}{F_y}} = 1.76(4.9 \text{ cm})\sqrt{\frac{2.039 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}{3515 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}} \rightarrow L_p = 207.71 \text{ cm}$$

- Cálculo de la longitud L_r

$$L_r = 1.95 r_{ts} \frac{E}{0.7 F_y} \sqrt{\frac{J_c}{S_x h_o} + \sqrt{\left(\frac{J_c}{S_x h_o}\right)^2 + 6.76 \left(\frac{0.7 F_y}{E}\right)^2}}$$

En perfiles I con dos ejes de simetría: $c = 1.0$

$$r_{ts}^2 = \frac{\sqrt{I_y C_w}}{S_x} = \frac{\sqrt{(1,836 \text{ cm}^4)(386,692 \text{ cm}^6)}}{844 \text{ cm}^3} = 31.57 \text{ cm}^2 \quad \therefore r_{ts} = \sqrt{31.57 \text{ cm}^2}$$

$$r_{ts} = 5.619 \text{ cm}$$

$$h_o = d - t_f = 30.3 \text{ cm} - 1.31 \text{ cm} = 28.99 \text{ cm}$$

$$L_r = 1.95(5.619 \text{ cm}) \left(\frac{2.039 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}{0.7 \times 3515 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} \right) \sqrt{\frac{38 \text{ cm}^4 \times 1.0}{844 \text{ cm} \times 28.99 \text{ cm}} + \sqrt{\left(\frac{38 \text{ cm}^4 \times 1.0}{844 \text{ cm} \times 28.99 \text{ cm}}\right)^2 + 6.76 \left(\frac{0.7 \times 3515 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}{2.039 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}\right)^2}}$$

$$L_r = 645.50 \text{ cm}$$

- Cálculo de la resistencia por flexión admisible M_{cx} . usando los momentos en los extremos son iguales y de sentido contrario $C_b = 1.0$ C.

Resistencia por flexión admisible	
Resistencia de diseño a flexión DFCR $\phi_b = 0.9$	Resistencia permisible a flexión DRP $\Omega_b = 1.67$
$L_p = 207.71 \text{ cm}$, $L_b = 300 \text{ cm}$ y $L_r = 645.50 \text{ cm}$	
Como $L_p < L_b < L_r \therefore M_n = C_b \left[M_p - (M_p - 0.7 F_y S_x) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right]$	
$M_{px} = F_y Z_x = 3515 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \times 935 \text{ cm}^3 \rightarrow M_{px} = 3,286,525 \text{ kg cm}$	
$M_{nx} = 1.0 \left[3,286,525 \text{ kg} \cdot \text{cm} - (3,286,525 \text{ kg} \cdot \text{cm} - 0.7 \times 3515 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \times 844 \text{ cm}^3) \left(\frac{300 \text{ cm} - 207.71 \text{ cm}}{645.50 \text{ cm} - 207.71 \text{ cm}} \right) \right]$	
$M_n = 3,031,475 \text{ kg} \cdot \text{cm} = 30.31 \text{ Tm}$	
$M_{cx} = \phi_b M_{nx} = (0.9)(30.31 \text{ Tm})$ $M_{cx} = 27.28 \text{ Tm}$	$M_{cx} = \frac{M_{nx}}{\Omega_b} = \frac{30.31 \text{ Tm}}{1.67}$ $M_{cx} = 18.15 \text{ Tm}$

Resistencia admisible a flexión eje y

- Cálculo de la resistencia por flexión admisible M_{cy}

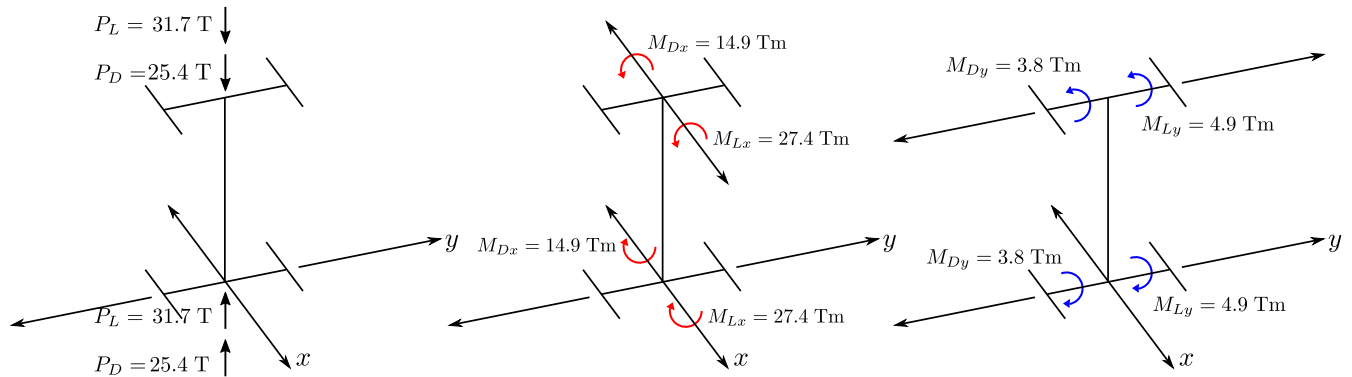
Resistencia por flexión admisible	
Resistencia de diseño a compresión DFCR $\phi_b = 0.9$	Resistencia nominal a compresión DRP $\Omega_b = 1.67$
$M_{ny} = F_y Z_y$ $M_{ny} = \left(3515 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) (275 \text{ cm}^3) = 966,625 \text{ kg cm}$ $M_{ny} = 966,625 \text{ kg cm} = 9.67 \text{ Tm}$	
$M_{cy} = \phi_b M_n = (0.9)(9.67 \text{ Tm})$ $M_{cy} = 8.70 \text{ Tm}$	$M_{cy} = \frac{M_n}{\Omega_b} = \frac{9.67 \text{ Tm}}{1.67}$ $M_{cy} = 5.79 \text{ Tm}$

Interacción Flexión Compresión

Interacción flexión compresión	
DFCR	DRP
$P_r = 58 \text{ T} ; P_c = 181.59 \text{ T}$ $M_{rx} = 4.90 \text{ Tm} ; M_{cx} = 27.28 \text{ Tm}$ $M_{ry} = 4.33 \text{ Tm} ; M_{cy} = 8.70 \text{ Tm}$	$P_r = 41 \text{ T} ; P_c = 120.28 \text{ T}$ $M_{rx} = 3.48 \text{ Tm} ; M_{cx} = 18.15 \text{ Tm}$ $M_{ry} = 3.09 \text{ Tm} ; M_{cy} = 5.79 \text{ Tm}$
$\frac{P_r}{P_c} = \frac{58 \text{ T}}{181.59 \text{ T}} = 0.3194$	$\frac{P_r}{P_c} = \frac{41 \text{ T}}{120.28 \text{ T}} = 0.3409$
$\therefore \frac{P_r}{P_c} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{rx}}{M_{cx}} + \frac{M_{ry}}{M_{cy}} \right) \leq 1.0$	$\therefore \frac{P_r}{P_c} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{rx}}{M_{cx}} + \frac{M_{ry}}{M_{cy}} \right) \leq 1.0$
$\frac{58 \text{ T}}{181.59 \text{ T}} + \frac{8}{9} \left(\frac{4.9 \text{ Tm}}{27.28 \text{ Tm}} + \frac{4.33 \text{ Tm}}{8.70 \text{ Tm}} \right) \leq 1.0$	$\frac{41 \text{ T}}{120.28 \text{ T}} + \frac{8}{9} \left(\frac{3.48 \text{ Tm}}{18.15 \text{ Tm}} + \frac{3.09 \text{ Tm}}{5.79 \text{ Tm}} \right) \leq 1.0$
$0.921 \leq 1.0 \quad \therefore \text{ El perfil es adecuado}$	$0.986 \leq 1.0 \quad \therefore \text{ El perfil es adecuado}$

4.4.2. Ejemplo Dos Interacción Flexión Compresión sin cargas transversales entre apoyos $P_r/P_c < 0.2$

Una viga-columna de 4.5 m con sección W21 × 111 o IR533 × 165.3 se usa en una marco arriostrado ($K_x = 1.0$ y $K_y = 1.0$). Se flexiona en curvatura simple con momentos iguales y opuestos y no esta sometida a cargas transversales intermedias. ¿Es adecuada la sección si debe soportar las siguientes cargas de servicio $P_D = 25.4$ T y $P_L = 31.7$ T y momentos de primer orden $M_{Dx} = 14.9$ Tm, $M_{Lx} = 27.4$ Tm, $M_{Dy} = 3.8$ Tm y $M_{Ly} = 4.9$ Tm ? El acero del perfil es A-992.



Datos	
Propiedades Geométricas del Perfil (Manual IMCA 5° Edición)	Propiedades del Material
$d = 54.7$ cm ; $t_f = 2.23$ cm $A = 211.0$ cm ² ; $I_x = 111,134$ cm ⁴ $Z_x = 4,572$ cm ³ ; $S_x = 4,081$ cm ³ $r_x = 23.0$ cm ; $I_y = 11,405$ cm ⁴ $Z_y = 1,118$ cm ³ ; $r_y = 7.4$ cm $J = 284$ cm ⁴ ; $C_w = 7,841,247$ cm ⁶	$F_y = 3515 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$; $E = 2.039 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$

Resistencia requerida de segundo orden	
DFCR	DRP
$P_{nt} = P_u = 1.2(25.4 \text{ T}) + 1.6(31.7 \text{ T})$ $P_{nt} = P_u = 81.2 \text{ T}$	$P_{nt} = P_u = 25.4 \text{ T} + 31.7 \text{ T}$ $P_{nt} = P_u = 57.1 \text{ T}$
$P_r = P_{nt} + B_2 P_{lt} = 81.2 \text{ T} + 0 = 81.2 \text{ T}$	$P_r = P_{nt} + B_2 P_{lt} = 57.1 \text{ T} + 0 = 57.1 \text{ T}$
$M_{ntx} = M_{ux} = 1.2(14.9 \text{ Tm}) + 1.6(27.4 \text{ Tm})$ $M_{ntx} = M_{ux} = 61.72 \text{ Tm}$	$M_{ntx} = M_{ux} = 14.9 \text{ Tm} + 27.4 \text{ Tm}$ $M_{ntx} = M_{ux} = 42.3 \text{ Tm}$

DFCR	DRP
$M_{rx} = B_{1x}M_{ntx} + B_{2x}P_{ltx}$	$M_{rx} = B_{1x}M_{ntx} + B_{2x}P_{ltx}$
$B_{1x} = \frac{C_{mx}}{1 - \alpha \frac{P_r}{P_{e1x}}}$	$B_{1x} = \frac{C_{mx}}{1 - \alpha \frac{P_r}{P_{e1x}}}$
$C_{mx} = 0.6 - 0.4 \left(\frac{M_{1x}}{M_{2x}} \right)$	$C_{mx} = 0.6 - 0.4 \left(\frac{M_{1x}}{M_{2x}} \right)$
$C_{mx} = 0.6 - 0.4 \left(-\frac{61.72 \text{ Tm}}{61.72 \text{ Tm}} \right) = 1.0$	$C_{mx} = 0.6 - 0.4 \left(-\frac{42.3 \text{ Tm}}{42.3 \text{ Tm}} \right) = 1.0$
$P_{e1x} = \frac{\pi^2 EI_x}{(K_x L)^2}$	$P_{e1x} = \frac{\pi^2 EI_x}{(K_x L)^2}$
$P_{e1x} = \frac{(\pi^2)(2.039 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2})(111, 134 \text{ cm}^4)}{(1.0 \times 450\text{cm})^2}$	$P_{e1x} = \frac{(\pi^2)(2.039 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2})(111, 134 \text{ cm}^4)}{(1.0 \times 450\text{cm})^2}$
$P_{e1x} = 11, 044, 318 \text{ kg} = 11, 044.32 \text{ T}$	$P_{e1x} = 11, 044, 318 \text{ kg} = 11, 044.32\text{T}$
$B_{1x} = \frac{1.0}{1 - \frac{(1.0)(81.2 \text{ T})}{11, 044.32 \text{ T}}} = 1.0074 \approx 1.01$	$B_{1x} = \frac{1.0}{1 - \frac{(1.6)(57.1 \text{ T})}{11, 044.32 \text{ T}}} = 1.0083 \approx 1.01$
$M_{rx} = 1.0074(61.72 \text{ Tm}) + 0 = 62.18 \text{ Tm}$	$M_{rx} = 1.0083(42.3 \text{ Tm}) + 0 = 42.65 \text{ Tm}$
$M_{nty} = M_{uy} = 1.2(3.8 \text{ Tm}) + 1.6(4.9 \text{ Tm})$	$M_{nty} = M_{uy} = 3.8 \text{ Tm} + 4.9 \text{ Tm}$
$M_{nty} = M_{uy} = 12.4 \text{ Tm}$	$M_{nty} = M_{uy} = 8.7 \text{ Tm}$
$M_{ry} = B_{1y}M_{nty} + B_{2y}P_{lty}$	$M_{ry} = B_{1y}M_{nty} + B_{2y}P_{lty}$
$B_{1y} = \frac{C_{my}}{1 - \alpha \frac{P_r}{P_{e1y}}}$	$B_{1y} = \frac{C_{my}}{1 - \alpha \frac{P_r}{P_{e1y}}}$
$C_{my} = 0.6 - 0.4 \left(\frac{M_{1y}}{M_{2y}} \right)$	$C_{my} = 0.6 - 0.4 \left(\frac{M_{1y}}{M_{2y}} \right)$
$C_{my} = 0.6 - 0.4 \left(-\frac{12.4 \text{ Tm}}{12.4 \text{ Tm}} \right) = 1.0$	$C_{my} = 0.6 - 0.4 \left(-\frac{8.7 \text{ Tm}}{8.7 \text{ Tm}} \right) = 1.0$

DFCR	DRP
$P_{e1y} = \frac{\pi^2 EI_y}{(K_y L)^2}$	$P_{e1y} = \frac{\pi^2 EI_y}{(K_y L)^2}$
$P_{e1y} = \frac{(\pi^2)(2.039 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2})(11,405 \text{ cm}^4)}{(1.0 \times 450 \text{ cm})^2}$	$P_{e1y} = \frac{(\pi^2)(2.039 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2})(11,405 \text{ cm}^4)}{(1.0 \times 300 \text{ cm})^2}$
$P_{e1y} = 1,133,411 \text{ kg} = 1,133.41 \text{ T}$	$P_{e1y} = 1,133,411 \text{ kg} = 1,133.41 \text{ T}$
$B_{1y} = \frac{1.0}{1 - \frac{(1.0)(81.2 \text{ T})}{1,133.41 \text{ T}}} = 1.0771 \approx 1.08$	$B_{1y} = \frac{1.0}{1 - \frac{(1.6)(57.1 \text{ T})}{1,133.41 \text{ T}}} = 1.0877 \approx 1.09$
$M_{ry} = 1.0771(12.4 \text{ Tm}) + 0 = 13.36 \text{ Tm}$	$M_{ry} = 1.0877(8.7 \text{ Tm}) + 0 = 9.46 \text{ Tm}$

Resistencia axial admisible

- Relación de esbeltez eje x y y :

Relación de esbeltez	
Eje x	Eje y
$\frac{K_x L}{r_x} = \frac{(1.0)(450 \text{ cm})}{23.0 \text{ cm}} = 19.57$	$\frac{K_y L}{r_y} = \frac{(1.0)(450 \text{ cm})}{7.4 \text{ cm}} = 60.81$
$19.57 < 60.81$ $\frac{K_x L}{r_x} < \frac{K_y L}{r_y}$ <p>∴ El eje y tiene una relación esbeltez mas desfavorable</p>	

- Cálculo de F_e (*esfuerzo de pandeo elástico*), usando la relación de esbeltez en el eje y

$$F_e = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{K_y L}{r_y}\right)^2} = \frac{\pi^2 \left(2.039 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}\right)}{\left(\frac{1.0 \times 450 \text{ cm}}{7.4 \text{ cm}}\right)^2} \rightarrow F_e = 5,441.96 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

- Cálculo de F_{cr} (*esfuerzo crítico*)

$$4.71\sqrt{\frac{E}{F_y}} = 4.71\sqrt{\frac{2.039 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}{3515 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}} \rightarrow 4.71\sqrt{\frac{E}{F_y}} = 113.44$$

$$60.81 < 113.44$$

$$\frac{KL}{r} < 4.71\sqrt{\frac{E}{F_y}} \quad \therefore \quad \text{el pandeo es inelástico y } F_{cr} = \left[0.658 \frac{F_y}{F_e} \right] F_y$$

$$F_{cr} = \left[0.658 \frac{3515 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}{5,441.96 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} \right] 3515 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \therefore \quad F_{cr} = 2,682.35 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

- Cálculo de la resistencia axial admisible P_c

Resistencia axial admisible	
Resistencia de diseño a compresión DFCR $\phi_c = 0.9$	Resistencia permisible a compresión DRP $\Omega_c = 1.67$
$P_n = F_{cr} A_g = \left(2,682.35 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) (211.0 \text{ cm}^2)$ $P_n = 565975.85 \text{ kg} = 565.98 \text{ T}$	
$P_c = \phi_c P_n = (0.9)(565.98 \text{ T})$ $P_c = 509.38 \text{ T}$	$P_c = \frac{P_n}{\Omega_c} = \frac{565.98 \text{ T}}{1.67}$ $P_c = 338.91 \text{ T}$

Resistencia admisible a flexión eje x

- Calculo de la longitud L_p

$$L_p = 1.76r_y\sqrt{\frac{E}{F_y}} = 1.76(7.4 \text{ cm})\sqrt{\frac{2.039 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}{3515 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}} \rightarrow L_p = 313.68 \text{ cm}$$

- Cálculo de la longitud L_r

$$L_r = 1.95r_{ts} \frac{E}{0.7F_y} \sqrt{\frac{Jc}{S_x h_o} + \sqrt{\left(\frac{Jc}{S_x h_o}\right)^2 + 6.76 \left(\frac{0.7F_y}{E}\right)^2}}$$

En perfiles I con dos ejes de simetría: $c = 1.0$

$$r_{ts}^2 = \frac{\sqrt{I_y C_w}}{S_x} = \frac{\sqrt{(11,405 \text{ cm}^4)(7,841,247 \text{ cm}^6)}}{4081 \text{ cm}^3} = 73.278 \text{ cm}^2 \quad \therefore r_{ts} = \sqrt{73.278 \text{ cm}^2}$$

$$r_{ts} = 8.56 \text{ cm}$$

$$h_o = d - t_f = 54.7 \text{ cm} - 2.23 \text{ cm} = 52.47 \text{ cm}$$

$$L_r = 1.95(8.56 \text{ cm}) \left(\frac{2.039 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}{0.7 \times 3515 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} \right) \sqrt{\frac{284 \text{ cm}^4 \times 1.0}{4,081 \text{ cm}^3 \times 52.47 \text{ cm}} + \sqrt{\left(\frac{284 \text{ cm}^4 \times 1.0}{4,081 \text{ cm}^3 \times 52.47 \text{ cm}}\right)^2 + 6.76 \left(\frac{0.7 \times 3515 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}{2.039 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}\right)^2}}$$

$$L_r = 951.59 \text{ cm}$$

- Cálculo de la resistencia por flexión admisible M_{cx} . Cuando los momentos en los extremos son iguales y de sentido contrario $C_b = 1.0$ C.

Resistencia por flexión admisible	
Resistencia de diseño a flexión DFCR $\phi_b = 0.9$	Resistencia permisible a flexión DRP $\Omega_b = 1.67$
$L_p = 313.68 \text{ cm}$, $L_b = 450 \text{ cm}$ y $L_r = 951.59 \text{ cm}$	
Como $L_p < L_b < L_r \therefore M_n = C_b \left[M_p - (M_p - 0.7F_y S_x) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right]$	
$M_{px} = F_y Z_x = 3515 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \times 4572 \text{ cm}^3 \rightarrow M_{px} = 16,070,580 \text{ kg cm}$	
$M_{nx} = 1.0 \left[16,070,580 \text{ kg cm} - (16,070,580 \text{ kg cm} - 0.7 \times 3515 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \times 4081 \text{ cm}^3) \left(\frac{450 \text{ cm} - 313.68 \text{ cm}}{951.59 \text{ cm} - 313.68 \text{ cm}} \right) \right]$	
$M_n = 14,782,136 \text{ kg cm} = 147.82 \text{ Tm}$	
$M_{cx} = \phi_b M_{nx} = (0.9)(147.82 \text{ Tm})$ $M_{cx} = 133.04 \text{ Tm}$	$M_{cx} = \frac{M_{nx}}{\Omega_b} = \frac{147.82 \text{ Tm}}{1.67}$ $M_{cx} = 88.51 \text{ Tm}$

Resistencia admisible a flexión eje y

- Cálculo de la resistencia por flexión admisible M_{cy}

Resistencia por flexión admisible	
Resistencia de diseño a compresión DFCD $\phi_b = 0.9$	Resistencia nominal a compresión DRP $\Omega_b = 1.67$
$M_{ny} = F_y Z_y$ $M_{ny} = \left(3515 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) (1118 \text{ cm}^3) = 3,929,770 \text{ kg cm}$ $M_{ny} = 3,929,770 \text{ kg cm} = 39.30 \text{ Tm}$	
$M_{cy} = \phi_b M_n = (0.9)(39.30 \text{ Tm})$ $M_{cy} = 35.37 \text{ Tm}$	$M_{cy} = \frac{M_n}{\Omega_b} = \frac{39.30 \text{ Tm}}{1.67}$ $M_{cy} = 23.53 \text{ Tm}$

Interacción Flexión Compresión

Interacción flexión compresión	
DFCD	DRP
$P_r = 81.2 \text{ T} ; P_c = 509.38 \text{ T}$ $M_{rx} = 62.18 \text{ Tm} ; M_{cx} = 133.04 \text{ Tm}$ $M_{ry} = 13.36 \text{ Tm} ; M_{cy} = 35.37 \text{ Tm}$ $\frac{P_r}{P_c} = \frac{81.2 \text{ T}}{509.38 \text{ T}} = 0.1594$ $\therefore \frac{P_r}{2P_c} + \left(\frac{M_{rx}}{M_{cx}} + \frac{M_{ry}}{M_{cy}} \right) \leq 1.0$ $\frac{81.2 \text{ T}}{2(509.38 \text{ T})} + \left(\frac{62.18 \text{ Tm}}{133.04 \text{ Tm}} + \frac{13.36 \text{ Tm}}{35.37 \text{ Tm}} \right) \leq 1.0$ $0.925 \leq 1.0 \quad \therefore \text{El perfil es adecuado}$	$P_r = 57.1 \text{ T} ; P_c = 338.9 \text{ T}$ $M_{rx} = 42.65 \text{ Tm} ; M_{cx} = 88.5 \text{ Tm}$ $M_{ry} = 9.46 \text{ Tm} ; M_{cy} = 23.53 \text{ Tm}$ $\frac{P_r}{P_c} = \frac{57.1 \text{ T}}{338.9 \text{ T}} = 0.1685$ $\therefore \frac{P_r}{2P_c} + \left(\frac{M_{rx}}{M_{cx}} + \frac{M_{ry}}{M_{cy}} \right) \leq 1.0$ $\frac{57.1 \text{ T}}{2(338.9 \text{ T})} + \left(\frac{42.65 \text{ Tm}}{88.5 \text{ Tm}} + \frac{9.46 \text{ Tm}}{23.53 \text{ Tm}} \right) \leq 1.0$ $0.968 \leq 1.0 \quad \therefore \text{El perfil es adecuado}$

4.5. Código Flexo-Compresión

```

clc;
clear;

%-----Universidad Nacional Autónoma de México-----
%-----Facultad de Estudios Superiores Aragón-----
%-----Carrera Ingeniería Civil-----
%-----Código Flexo-Compresión-----
%-----Especificación Manual IMCA 5° Edición-----
%-----Secciones H1 y Apéndice 8-----

disp('-----DATOS PARA EL ANALISIS-----')
disp(' ')

%Resistencia requerida

PD = input('¿Cuál es la carga axial por carga muerta (T)? ');
PL = input('¿Cuál es la carga axial por carga viva (T)? ');
MDx = input('¿Cuál es el momento por carga muerta en el eje x (Tm)? ');
MLx = input('¿Cuál es el momento por carga viva en el eje x (Tm)? ');
MDy = input('¿Cuál es el momento por carga muerta en el eje y (Tm)? ');
MLy = input('¿Cuál es el momento por carga viva en el eje y (Tm)? ');

%Propiedades Geométricas

disp('-----Propiedades geométricas del miembro-----')
disp(' ')

A = input('¿Cuál es el área de la sección(cm^2)? ');
d = input('¿Cuál es el peralte de la sección(cm)? ');
tf = input('¿Cuál es el espesor del patín(cm)? ');
J = input('¿Cuál es la constante de torsión(cm^4)? ');
Ix = input('¿Cuál es el momento de inercia en el eje x(cm^4)? ');
Iy = input('¿Cuál es el momento de inercia en el eje y(cm^4)? ');
Sx = input('¿Cuál es el módulo de sección elástico en el eje x (cm^3)? ');
Zx = input('¿Cuál es el módulo de sección plástico en el eje x (cm^3)? ');
Zy = input('¿Cuál es el módulo de sección plástico en el eje y (cm^3)? ');
rx = input('¿Cuál es el radio de giro en el eje x(cm)? ');
ry = input('¿Cuál es el radio de giro en el eje y(cm)? ');
Cw = input('¿Cuál es la constante de alabeo (cm^6)? ');
Cb = input('¿Cuál es el factor de modificación torsional? ');
Lb = input('¿Cuál es la mayor longitud no arriostrada(m)? ');
L = input('¿Cuál es la longitud de la viga (m)? ');
Kx = input('¿Cuál es el factor de longitud efectiva en el eje x (m)? ');
Ky = input('¿Cuál es el factor de longitud efectiva en el eje y (m)? ');
ho = d-tf;
c = 1.0;
rts = sqrt(sqrt(Iy*Cw)/Sx);
fprintf('r_ts = %.2f cm\n',rts)
disp('c = 1.0 ----> para perfiles I con dos ejes de simetría');

%Propiedades del material

disp('-----Propiedades del material-----')
disp(' ')

```

```

Fy = input('¿Cuál es el esfuerzo de fluencia mínimo especificado de acero(kg/cm^2)? ');
E = input('¿Cuál es el módulo elástico del acero(kg/cm^2)? ');
disp(' ')

disp('-----Resultados-----')

disp('-----Resistencia Crítica de Pandeo Elástico-----')

Pelx= pi^2*E*Ix*10^-3/(Kx*L*100)^2;
fprintf('\n Pelx = %.2f T\n',Pelx)

Pely= pi^2*E*Iy*10^-3/(Ky*L*100)^2;
fprintf('\n Pely = %.2f T\n',Pely)

disp('*****Resistencia requerida*****')
disp(' ')
disp('-----DFCR o LRFD-----')

Pu_DFCR = 1.2*PD+1.6*PL;

Pr_DFCR = Pu_DFCR;
fprintf('\n Pr = %.2f T\n',Pr_DFCR)

Mux_DFCR = 1.2*MDx+1.6*MLx;
fprintf('\n Mux = %.2f Tm\n',Mux_DFCR)

B1x_DFCR = 1.0/(1-1.0*(Pr_DFCR/Pelx));
fprintf('\n B1x = %.2f \n',B1x_DFCR)

Mrx_DFCR= B1x_DFCR*Mux_DFCR;
fprintf('\n Mrx = %.2f Tm\n',Mrx_DFCR)

Muy_DFCR = 1.2*MDy+1.6*MLy;
fprintf('\n Muy = %.2f Tm\n',Muy_DFCR)

B1y_DFCR = 1.0/(1-1.0*(Pr_DFCR/Pely));
fprintf('\n B1y = %.2f \n',B1y_DFCR)

Mry_DFCR= B1y_DFCR*Muy_DFCR;
fprintf('\n Mry = %.2f Tm\n',Mry_DFCR)

disp('-----Resistencia requerida-----')
disp(' ')
disp('-----DRP o ASD-----')

Pu_DRP = PD+PL;

Pr_DRP = Pu_DRP;
fprintf('\n Pr = %.2f T\n',Pr_DRP)

Mux_DRP = MDx+MLx;
fprintf('\n Mux = %.2f Tm\n',Mux_DRP)

B1x_DRP = 1.0/(1-1.6*(Pr_DRP/Pelx));
fprintf('\n B1x = %.2f \n',B1x_DRP)

Mrx_DRP = B1x_DRP*Mux_DRP;
fprintf('\n Mrx = %.2f Tm\n',Mrx_DRP)

Muy_DRP = MDy+MLy;
fprintf('\n Muy = %.2f Tm\n',Muy_DRP)

```

```

Bly_DRP = 1.0/(1-1.6*(Pr_DRP/PeLy));
fprintf('\n Bly = %.2f \n',Bly_DRP)

Mry_DRP= Bly_DRP*Muy_DRP;
fprintf('\n Mry = %.2f Tm\n',Mry_DRP)

%Resistencia axial admisible

disp('*****Resistencia axial admisible*****')
disp(' ')

%Esfuerzo Crítico

disp('-----Esfuerzo Crítico-----')

if (Kx*L/rx>Ky*L/ry)
    Opcion=1;
else
    Opcion=2;
end

switch Opcion
    case 1
        if (Kx*L/rx<4.71*(E/Fy)^(1/2))
            disp('Pandeo Inelástico')
            Fe = (pi())^2*E/(Kx*L*10^2/rx)^2;
            Fcr = Fy*0.658^(Fy/Fe);
        else
            disp('Pandeo Elástico')
            Fe = (pi())^2*E/(Kx*L*10^2/rx)^2;
            Fcr = 0.877*Fe;
        end
    case 2
        if (Ky*L/ry<4.71*(E/Fy)^(1/2))
            disp('Pandeo Inelástico')
            Fe = (pi())^2*E/(Ky*L*10^2/ry)^2;
            Fcr = Fy*0.658^(Fy/Fe);
        else
            disp('Pandeo Elástico')
            Fe = (pi())^2*E/(Ky*L*10^2/ry)^2;
            Fcr = 0.877*Fe;
        end
end

fprintf('\n Fe = %.2f kg/cm^2\n',Fe)
fprintf('\n Fcr = %.2f kg/cm^2\n',Fcr)

disp('-----Resistencia axial nominal-----')

Pn = Fcr*A*10^-3;
fprintf('\n Pn = %.2f T\n',Pn)
disp('-----Resistencia axial admisible-----')
disp(' ')
disp('-----DFCR o LRFD-----')
disp(' ')
Pc_DFCR = 0.9*Pn;
fprintf('\n Pc = %.2f T\n',Pc_DFCR)
disp('-----Resistencia axial admisible-----')
disp(' ')
disp('-----DFCR o LRFD-----')
disp(' ')
Pc_DRP = Pn/1.67;
fprintf('\n Pc = %.2f T\n',Pc_DRP)

```

```

%Resistencia por flexión admisible en el eje x

disp('*****Resistencia por flexión admisible*****')
disp(' ')

Lp = 1.76*ry*sqrt(E/Fy)*10^-2;
Lr = 1.95*rts*(E/(0.7*Fy))*sqrt((J*c)/(Sx*ho)+sqrt(((J*c)/(Sx*ho))^2+6.76*((0.7*Fy)/E)^2))*10^-2;
Lp = Lp*10^2;
Lb = Lb*10^2;
Lr = Lr*10^2;

fprintf('\n Lp = %.2f cm\n',Lp)
fprintf('\n Lr = %.2f cm\n',Lr)
fprintf('\n Lb = %.2f cm\n',Lb)

disp('-----Resistencia por flexión admisible en el eje x-----')
disp(' ')

if (Lb < Lp)
    disp('-----Comportamiento Plástico - Momento Plástico Total (Zona 1)-----')

    Mnx = Fy*Zx;
else
    if(Lb < Lr)
        disp('-----Pandeo lateral - torsional inelástico (Zona 2)-----')

        Mp = Fy*Zx;
        Mnx= Cb*(Mp-(Mp-0.7*Fy*Sx)*((Lb-Lp)/(Lr-Lp)));

    else
        disp('-----Pandeo lateral - torsional elástico (Zona 3)-----')

        Fcr = (Cb*pi^2*E/(Lb/rts)^2)*sqrt(1+0.078*((J*c)/(Sx*ho))*(Lb/rts)^2);
        Mnx = Fcr*Sx;
        fprintf('\n Fcr = %.2f kg/cm^2\n',Fcr)
    end
end

if Fy*Zx<Mnx
    Mnx = Fy*Zx*10^-5;
else
    Mnx = Mnx*10^-5;
end

fprintf('\n Mnx = %.2f Tm\n',Mnx)

disp('-----Resistencia por flexión admisible en el eje x-----')
disp(' ')
disp('-----LRFD-DFCR-----')

Mcx_DFCR = 0.9*Mnx;
fprintf('\n Mcx = %.2f Tm\n',Mcx_DFCR)

disp('-----Resistencia por flexión admisible en el eje x-----')
disp(' ')
disp('-----DRP-ASD-----')

Mcx_DRP = Mnx/1.67;
fprintf('\n Mcx = %.2f Tm\n',Mcx_DRP)

%Resistencia por flexión admisible en el eje y

disp('*****Resistencia por flexión admisible en el eje y*****')
disp(' ')

```

```

Mny = Fy*Zy*10^-5;

fprintf('\n Mny = %.2f Tm\n',Mny)

disp('-----Resistencia por flexión admisible en el eje y-----')
disp(' ')
disp('-----LRFD-DFCR-----')

Mcy_DFCR = 0.9*Mny;
fprintf('\n Mcy = %.2f Tm\n',Mcy_DFCR)

disp('-----Resistencia por flexión admisible en el eje y-----')
disp(' ')
disp('-----DRP-ASD-----')

Mcy_DRP = Mny/1.67;
fprintf('\n Mcy = %.2f Tm\n',Mcy_DRP)

%Interacción flexión-compresión

disp('*****Interacción flexión-compresión*****')
disp(' ')
disp('-----LRFD-DFCR-----')

if Pr_DFCR/Pc_DFCR>=0.2
    disp('Pr/Pc > 0.2 ')
    InteraccionDFCR = Pr_DFCR/Pc_DFCR + 8/9*(Mrx_DFCR/Mcx_DFCR+Mry_DFCR/Mcy_DFCR);
else
    disp('Pr/Pc < 0.2 ')
    InteraccionDFCR = Pr_DFCR/(2*Pc_DFCR) + (Mrx_DFCR/Mcx_DFCR+Mry_DFCR/Mcy_DFCR);
end

if InteraccionDFCR < 1.0
    disp('El perfil es adecuado')
    fprintf('\n %.3f < 1.0 \n',InteraccionDFCR)
else
    disp('El perfil no es adecuado')
    fprintf('\n %.3f > 1.0 \n',InteraccionDFCR)
end

disp('*****Interacción flexión-compresión*****')
disp(' ')
disp('-----ASD-DRP-----')

if Pr_DRP/Pc_DRP>=0.2
    disp('Pr/Pc > 0.2 ')
    InteraccionDRP = Pr_DRP/Pc_DRP + 8/9*(Mrx_DRP/Mcx_DRP+Mry_DRP/Mcy_DRP);
else
    disp('Pr/Pc < 0.2 ')
    InteraccionDRP = Pr_DRP/(2*Pc_DRP) + (Mrx_DRP/Mcx_DRP+Mry_DRP/Mcy_DRP);
end

if InteraccionDRP < 1.0
    disp('El perfil es adecuado')
    fprintf('\n %.3f < 1.0 \n ',InteraccionDRP)
else
    disp('El perfil no es adecuado')
    fprintf('\n %.3f > 1.0 \n',InteraccionDRP)
end

%El valor B1x y B1y nunca será menor a uno para este código ya fue hecho para momentos en
los extremos de misma magnitud y signos opuestos

%FIN DEL PROGRAMA

```

4.5.1. Ejemplo Uno Interacción Flexión Compresión sin cargas transversales entre apoyos $P_r/P_c \geq 0.2$

Realizar con los datos del Ejemplo Uno sección 4.4.1, con el código Flexo-Compresión sección 4.5

```

-----DATOS PARA EL ANALISIS-----
¿Cuál es la carga axial por carga muerta (T)? 19
¿Cuál es la carga axial por carga viva (T)? 22
¿Cuál es el momento por carga muerta en el eje x (Tm)? 1.6
¿Cuál es el momento por carga viva en el eje x (Tm)? 1.8
¿Cuál es el momento por carga muerta en el eje y (Tm)? 1.1
¿Cuál es el momento por carga viva en el eje y (Tm)? 1.5

-----Propiedades geométricas del miembro-----
¿Cuál es el área de la sección(cm^2)? 75.5
¿Cuál es el peralte de la sección(cm)? 30.3
¿Cuál es el espesor del patín(cm)? 1.31
¿Cuál es la constante de torsión(cm^4)? 38
¿Cuál es el momento de inercia en el eje x(cm^4)? 12779
¿Cuál es el momento de inercia en el eje y(cm^4)? 1836
¿Cuál es el módulo de sección elástico en el eje x (cm^3)? 844
¿Cuál es el módulo de sección plástico en el eje x (cm^3)? 935
¿Cuál es el módulo de sección plástico en el eje y (cm^3)? 275
¿Cuál es el radio de giro en el eje x(cm)? 13.0
¿Cuál es el radio de giro en el eje y(cm)? 4.9
¿Cuál es la constante de alabeo (cm^6)? 386692
¿Cuál es el factor de modificación torsional? 1.0
¿Cuál es la mayor longitud no arriostrada(m)? 3.0
¿Cuál es la longitud de la viga (m)? 3.0
¿Cuál es el factor de longitud efectiva en el eje x (m)? 1.0
¿Cuál es el factor de longitud efectiva en el eje y (m)? 1.0
rts = 5.62 cm
c = 1.0 ---> para perfiles I con dos ejes de simetría

-----Propiedades del material-----
¿Cuál es el esfuerzo de fluencia mínimo especificado de acero(kg/cm^2)? 3515
¿Cuál es el módulo elástico del acero(kg/cm^2)? 2.039*10^6

-----Resultados-----
-----Resistencia Crítica de Pandeo Elástico-----

Pelx = 2857.40 T

Pely = 410.53 T

*****Resistencia requerida*****

-----DFCR o LRFD-----

Pr = 58.00 T

Mux = 4.80 Tm

Blx = 1.02

Mrx = 4.90 Tm

Muy = 3.72 Tm

```

$$B_{ly} = 1.16$$

$$M_{ry} = 4.33 \text{ Tm}$$

-----Resistencia requerida-----

-----DRP o ASD-----

$$P_r = 41.00 \text{ T}$$

$$M_{ux} = 3.40 \text{ Tm}$$

$$B_{lx} = 1.02$$

$$M_{rx} = 3.48 \text{ Tm}$$

$$M_{uy} = 2.60 \text{ Tm}$$

$$B_{ly} = 1.19$$

$$M_{ry} = 3.09 \text{ Tm}$$

*****Resistencia axial admisible*****

-----Esfuerzo Critico-----

Pandeo Inelástico

$$F_e = 5368.67 \text{ kg/cm}^2$$

$$F_{cr} = 2672.47 \text{ kg/cm}^2$$

-----Resistencia axial nominal-----

$$P_n = 201.77 \text{ T}$$

-----Resistencia axial admisible-----

-----DFCR o LRFD-----

$$P_c = 181.59 \text{ T}$$

-----Resistencia axial admisible-----

-----DFCR o LRFD-----

$$P_c = 120.82 \text{ T}$$

*****Resistencia por flexión admisible*****

$$L_p = 207.71 \text{ cm}$$

$$L_r = 645.48 \text{ cm}$$

$$L_b = 300.00 \text{ cm}$$

-----Resistencia por flexión admisible en el eje x-----

-----Pandeo lateral - torsional inelástico (Zona 2)-----

$$M_{nx} = 30.31 \text{ Tm}$$

-----Resistencia por flexión admisible en el eje x-----

-----LRFD-DFCR-----

Mcx = 27.28 Tm

-----Resistencia por flexión admisible en el eje x-----

-----DRP-ASD-----

Mcx = 18.15 Tm

*****Resistencia por flexión admisible en el eje y*****

Mny = 9.67 Tm

-----Resistencia por flexión admisible en el eje y-----

-----LRFD-DFCR-----

Mcy = 8.70 Tm

-----Resistencia por flexión admisible en el eje y-----

-----DRP-ASD-----

Mcy = 5.79 Tm

*****Interacción flexión-compresión*****

-----LRFD-DFCR-----

Pr/Pc > 0.2
El perfil es adecuado

0.922 < 1.0

*****Interacción flexión-compresión*****

-----ASD-DRP-----

Pr/Pc > 0.2
El perfil es adecuado

0.985 < 1.0

4.5.2. Ejemplo Dos Interacción Flexión Compresión sin cargas transversales entre apoyos $P_r/P_c < 0.2$

Realizar con los datos del Ejemplo Dos sección 4.4.2, con el código Flexo-Compresión sección 4.5

```

-----DATOS PARA EL ANALISIS-----
¿Cuál es la carga axial por carga muerta (T)? 25.4
¿Cuál es la carga axial por carga viva (T)? 31.7
¿Cuál es el momento por carga muerta en el eje x (Tm)? 14.9
¿Cuál es el momento por carga viva en el eje x (Tm)? 27.4
¿Cuál es el momento por carga muerta en el eje y (Tm)? 3.8
¿Cuál es el momento por carga viva en el eje y (Tm)? 4.9

-----Propiedades geométricas del miembro-----
¿Cuál es el área de la sección(cm^2)? 211.0
¿Cuál es el peralte de la sección(cm)? 54.7
¿Cuál es el espesor del patín(cm)? 2.23
¿Cuál es la constante de torsión(cm^4)? 284
¿Cuál es el momento de inercia en el eje x(cm^4)? 111134
¿Cuál es el momento de inercia en el eje y(cm^4)? 11405
¿Cuál es el módulo de sección elástico en el eje x (cm^3)? 4081
¿Cuál es el módulo de sección plástico en el eje x (cm^3)? 4572
¿Cuál es el módulo de sección plástico en el eje y (cm^3)? 1118
¿Cuál es el radio de giro en el eje x(cm)? 23.0
¿Cuál es el radio de giro en el eje y(cm)? 7.4
¿Cuál es la constante de alabeo (cm^6)? 7841247
¿Cuál es el factor de modificación torsional? 1.0
¿Cuál es la mayor longitud no arriostrada(m)? 4.5
¿Cuál es la longitud de la viga (m)? 4.5
¿Cuál es el factor de longitud efectiva en el eje x (m)? 1.0
¿Cuál es el factor de longitud efectiva en el eje y (m)? 1.0
rts = 8.56 cm
c = 1.0 ---> para perfiles I con dos ejes de simetría

-----Propiedades del material-----
¿Cuál es el esfuerzo de fluencia mínimo especificado de acero(kg/cm^2)? 3515
¿Cuál es el módulo elástico del acero(kg/cm^2)? 2.039*10^6

-----Resultados-----
-----Resistencia Crítica de Pandeo Elástico-----

Pelx = 11044.32 T

Pely = 1133.41 T

*****Resistencia requerida*****

-----DFCR o LRFD-----

Pr = 81.20 T

Mux = 61.72 Tm

Blx = 1.01

Mrx = 62.18 Tm

Muy = 12.40 Tm

```

$B_{ly} = 1.08$

$M_{ry} = 13.36 \text{ Tm}$

-----Resistencia requerida-----

-----DRP o ASD-----

$P_r = 57.10 \text{ T}$

$M_{ux} = 42.30 \text{ Tm}$

$B_{lx} = 1.01$

$M_{rx} = 42.65 \text{ Tm}$

$M_{uy} = 8.70 \text{ Tm}$

$B_{ly} = 1.09$

$M_{ry} = 9.46 \text{ Tm}$

*****Resistencia axial admisible*****

-----Esfuerzo Crítico-----

Pandeo Inelástico

$F_e = 5441.96 \text{ kg/cm}^2$

$F_{cr} = 2682.35 \text{ kg/cm}^2$

-----Resistencia axial nominal-----

$P_n = 565.98 \text{ T}$

-----Resistencia axial admisible-----

-----DFCD o LRFD-----

$P_c = 509.38 \text{ T}$

-----Resistencia axial admisible-----

-----DFCD o LRFD-----

$P_c = 338.91 \text{ T}$

*****Resistencia por flexión admisible*****

$L_p = 313.68 \text{ cm}$

$L_r = 951.62 \text{ cm}$

$L_b = 450.00 \text{ cm}$

-----Resistencia por flexión admisible en el eje x-----

-----Pandeo lateral - torsional inelástico (Zona 2)- -----

$M_{nx} = 147.82 \text{ Tm}$

-----Resistencia por flexión admisible en el eje x-----

-----LRFD-DFCR-----

Mcx = 133.04 Tm

-----Resistencia por flexión admisible en el eje x-----

-----DRP-ASD-----

Mcx = 88.52 Tm

*****Resistencia por flexión admisible en el eje y*****

Mny = 39.30 Tm

-----Resistencia por flexión admisible en el eje y-----

-----LRFD-DFCR-----

Mcy = 35.37 Tm

-----Resistencia por flexión admisible en el eje y-----

-----DRP-ASD-----

Mcy = 23.53 Tm

*****Interacción flexión-compresión*****

-----LRFD-DFCR-----

Pr/Pc < 0.2

El perfil es adecuado

0.925 < 1.0

*****Interacción flexión-compresión*****

-----ASD-DRP-----

Pr/Pc < 0.2

El perfil es adecuado

0.968 < 1.0

4.6. Comparativa de Resultados

4.6.1. Ejemplo Uno Interacción Flexión Compresión sin cargas transversales entre apoyos $P_r/P_c \geq 0.2$

A continuación se hace una comparativa de resultados del ejemplo Uno Interacción Flexión Compresión sin cargas transversales entre apoyos $P_r/P_c \geq 0.2$ hecho por el autor 4.4.1 y el mismo ejemplo utilizando el código de MATLAB 4.5.1.

Resistencia Crítica de pandeo elástico eje x P_{e1x}		Resistencia Crítica de pandeo elástico eje y P_{e1y}	
Cálculo autor redondeo a 2 decimales	Cálculo MATLAB	Cálculo autor redondeo a 2 decimales	Cálculo MATLAB
$P_{e1x} = 2857.40$ T	$P_{e1x} = 2857.40$ T	$P_{e1y} = 410.53$ T	$P_{e1y} = 410.53$ T

Resistencia axial requerida a compresión de segundo orden P_r			
Cálculo autor redondeo a dos decimales		Cálculo MATLAB	
Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)	Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)
$P_r = 58$ T	$P_r = 41$ T	$P_r = 58$ T	$P_r = 41$ T

Resistencia requerida a flexión en el eje x M_{ux}			
Cálculo autor redondeo a dos decimales		Cálculo MATLAB	
Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)	Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)
$M_{ux} = 4.80$ Tm	$M_{ux} = 3.40$ Tm	$M_{ux} = 4.80$ Tm	$M_{ux} = 3.40$ Tm

Resistencia requerida a flexión en el eje y M_{uy}			
Cálculo autor redondeo a dos decimales		Cálculo MATLAB	
Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)	Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)
$M_{uy} = 3.72$ Tm	$M_{uy} = 2.60$ Tm	$M_{uy} = 3.72$ Tm	$M_{uy} = 2.60$ Tm

Factor de amplificación eje x DFCR β_x		Factor de amplificación eje y DFCR β_y	
Cálculo autor redondeo a 2 decimales	Cálculo MATLAB	Cálculo autor redondeo a 2 decimales	Cálculo MATLAB
$\beta_x = 1.02$ T	$\beta_x = 1.02$ T	$\beta_y = 1.16$ T	$\beta_y = 1.16$ T

Factor de amplificación eje x ASD β_x		Factor de amplificación eje y ASD β_y	
Cálculo autor redondeo a 2 decimales	Cálculo MATLAB	Cálculo autor redondeo a 2 decimales	Cálculo MATLAB
$\beta_x = 1.02$ T	$\beta_x = 1.02$ T	$\beta_y = 1.19$ T	$\beta_y = 1.19$ T

Resistencia requerida a flexión de segundo orden en el eje x M_{rx}			
Cálculo autor redondeo a dos decimales		Cálculo MATLAB	
Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)	Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)
$M_{rx} = 4.90 \text{ Tm}$	$M_{rx} = 3.48 \text{ Tm}$	$M_{rx} = 4.90 \text{ Tm}$	$M_{rx} = 3.48 \text{ Tm}$

Resistencia requerida a flexión de segundo orden en el eje y M_{ry}			
Cálculo autor redondeo a dos decimales		Cálculo MATLAB	
Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)	Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)
$M_{ry} = 4.33 \text{ Tm}$	$M_{ry} = 3.09 \text{ Tm}$	$M_{ry} = 4.33 \text{ Tm}$	$M_{ry} = 3.09 \text{ Tm}$

Esfuerzo de Pandeo Elástico F_e		Esfuerzo Crítico F_{cr}	
Cálculo autor redondeo a 2 decimales	Cálculo MATLAB	Cálculo autor redondeo a 2 decimales	Cálculo MATLAB
$F_e = 5368.67 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$	$F_e = 5368.67 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$	$F_{cr} = 2672.47 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$	$F_{cr} = 2672.47 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$

Resistencia Axial Nominal	
Cálculo redondeo a dos decimales	Cálculo MATLAB
$P_n = 201.77 \text{ T}$	$P_n = 201.77 \text{ T}$

Resistencia axial admisible			
Cálculo autor redondeo a dos decimales		Cálculo MATLAB	
Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)	Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)
$P_c = 181.59 \text{ T}$	$P_c = 120.82 \text{ T}$	$P_c = 181.59 \text{ T}$	$P_c = 120.82 \text{ T}$

Longitud lateral no arriostrada límite para análisis plástico L_p		Longitud lateral no arriostrada límite para el estado límite de pandeo lateral inelástico torsional L_r	
Cálculo autor redondeo a 2 decimales	Cálculo MATLAB	Cálculo autor redondeo a 2 decimales	Cálculo MATLAB
$L_p = 228.90 \text{ cm}$	$L_p = 228.90 \text{ cm}$	$L_r = 645.50 \text{ cm}$	$L_r = 645.48 \text{ cm}$

Resistencia Nominal por flexión en el eje x M_{nx}	
Cálculo redondeo a dos decimales	Cálculo MATLAB
$M_{nx} = 30.31 \text{ Tm}$	$M_{nx} = 30.31 \text{ Tm}$

Resistencia por flexión admisible en el eje x M_{cx}			
Cálculo autor redondeo a dos decimales		Cálculo MATLAB	
Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)	Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)
$M_{cx} = 27.28 \text{ Tm}$	$M_{cx} = 18.15 \text{ Tm}$	$M_{cx} = 27.28 \text{ Tm}$	$M_{cx} = 18.15 \text{ Tm}$

Resistencia Nominal por flexión en el eje y M_{ny}	
Cálculo redondeo a dos decimales	Cálculo MATLAB
$M_{ny} = 9.67 \text{ Tm}$	$M_{ny} = 9.67 \text{ Tm}$

Resistencia por flexión admisible en el eje y M_{cy}			
Cálculo autor redondeo a dos decimales		Cálculo MATLAB	
Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)	Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)
$M_{cy} = 8.70 \text{ Tm}$	$M_{cy} = 5.79 \text{ Tm}$	$M_{cy} = 8.70 \text{ Tm}$	$M_{cy} = 5.79 \text{ Tm}$

Interacción Flexión Compresión			
Cálculo autor redondeo a tres decimales		Cálculo MATLAB	
Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)	Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)
$0.921 < 1.0$	$0.986 < 1.0$	$0.922 < 1.0$	$0.985 < 1.0$

Conclusiones del ejemplo

De los resultados obtenidos en el programa podemos concluir que un cálculo propio con redondeo a dos decimales es aceptable para un análisis riguroso hecho por MATLAB que usa un gran número de cifras significativas. Sin embargo se han encontrado errores por redondeo señalados en color rojo en las tablas de resultados que son la longitud L_r . Estos errores de redondeo se deben a que MATLAB usa un gran número de cifras significativas aunque si comparamos las magnitudes de los resultados podemos considerar que es un resultado optimo ya que de manera rigurosa tiende a ser complicado usar mas cifras significativas en cálculos propios hechos a mano. Cabe señalar que los resultados que arroja MATLAB son mas exactos porque como se menciono antes usa mas cifras significativas.

Por último se redondeo a tres cifras en el resultado final de la interacción flexión compresión para tener un mejor panorama de los resultados. Al igual que los ejercicios anteriores se se tuvo un error por redondeo el cual esta en la tercer cifra significativa. Que por criterio se puede tomar como un buen resultado.

4.6.2. Ejemplo Dos Interacción Flexión Compresión sin cargas transversales entre apoyos $P_r/P_c < 0.2$

A continuación se hace una comparativa de resultados del ejemplo Uno Interacción Flexión Compresión sin cargas transversales entre apoyos $P_r/P_c < 0.2$ hecho por el autor 4.4.2 y el mismo ejemplo utilizando el código de MATLAB 4.5.2.

Resistencia Crítica de pandeo elástico eje x P_{e1x}		Resistencia Crítica de pandeo elástico eje y P_{e1y}	
Cálculo autor redondeo a 2 decimales	Cálculo MATLAB	Cálculo autor redondeo a 2 decimales	Cálculo MATLAB
$P_{e1x} = 11,044.32 \text{ T}$	$P_{e1x} = 11,044.32 \text{ T}$	$P_{e1y} = 1,133.41 \text{ T}$	$P_{e1y} = 1,133.41 \text{ T}$

Resistencia axial requerida a compresión de segundo orden P_r			
Cálculo autor redondeo a dos decimales		Cálculo MATLAB	
Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)	Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)
$P_r = 81.20 \text{ T}$	$P_r = 57.10 \text{ T}$	$P_r = 81.20 \text{ T}$	$P_r = 57.10 \text{ T}$

Resistencia requerida a flexión en el eje x M_{ux}			
Cálculo autor redondeo a dos decimales		Cálculo MATLAB	
Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)	Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)
$M_{ux} = 61.72 \text{ Tm}$	$M_{ux} = 42.30 \text{ Tm}$	$M_{ux} = 61.72 \text{ Tm}$	$M_{ux} = 42.30 \text{ Tm}$

Resistencia requerida a flexión en el eje y M_{uy}			
Cálculo autor redondeo a dos decimales		Cálculo MATLAB	
Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)	Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)
$M_{uy} = 12.40 \text{ Tm}$	$M_{uy} = 8.70 \text{ Tm}$	$M_{uy} = 12.40 \text{ Tm}$	$M_{uy} = 8.70 \text{ Tm}$

Factor de amplificación eje x DFCR β_x		Factor de amplificación eje y DFCR β_y	
Cálculo autor redondeo a 2 decimales	Cálculo MATLAB	Cálculo autor redondeo a 2 decimales	Cálculo MATLAB
$\beta_x = 1.01 \text{ T}$	$\beta_x = 1.01 \text{ T}$	$\beta_y = 1.08 \text{ T}$	$\beta_y = 1.08 \text{ T}$

Factor de amplificación eje x ASD β_x		Factor de amplificación eje y ASD β_y	
Cálculo autor redondeo a 2 decimales	Cálculo MATLAB	Cálculo autor redondeo a 2 decimales	Cálculo MATLAB
$\beta_x = 1.01 \text{ T}$	$\beta_x = 1.01 \text{ T}$	$\beta_y = 1.09 \text{ T}$	$\beta_y = 1.09 \text{ T}$

Resistencia requerida a flexión de segundo orden en el eje x M_{rx}			
Cálculo autor redondeo a dos decimales		Cálculo MATLAB	
Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)	Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)
$M_{rx} = 62.18 \text{ Tm}$	$M_{rx} = 42.65 \text{ Tm}$	$M_{rx} = 62.18 \text{ Tm}$	$M_{rx} = 42.65 \text{ Tm}$

Resistencia requerida a flexión de segundo orden en el eje y M_{ry}			
Cálculo autor redondeo a dos decimales		Cálculo MATLAB	
Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)	Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)
$M_{ry} = 13.36 \text{ Tm}$	$M_{ry} = 9.46 \text{ Tm}$	$M_{ry} = 13.36 \text{ Tm}$	$M_{ry} = 9.46 \text{ Tm}$

Esfuerzo de Pandeo Elástico F_e		Esfuerzo Crítico F_{cr}	
Cálculo autor redondeo a 2 decimales	Cálculo MATLAB	Cálculo autor redondeo a 2 decimales	Cálculo MATLAB
$F_e = 5441.96 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$	$F_e = 5441.96 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$	$F_{cr} = 2682.35 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$	$F_{cr} = 2682.35 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$

Resistencia Axial Nominal	
Cálculo redondeo a dos decimales	Cálculo MATLAB
$P_n = 565.98 \text{ T}$	$P_n = 565.98 \text{ T}$

Resistencia axial admisible			
Cálculo autor redondeo a dos decimales		Cálculo MATLAB	
Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)	Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)
$P_c = 509.38 \text{ T}$	$P_c = 338.91 \text{ T}$	$P_c = 509.38 \text{ T}$	$P_c = 338.91 \text{ T}$

Longitud lateral no arriostrada límite para análisis plástico L_p		Longitud lateral no arriostrada límite para el estado límite de pandeo lateral inelástico torsional L_r	
Cálculo autor redondeo a 2 decimales	Cálculo MATLAB	Cálculo autor redondeo a 2 decimales	Cálculo MATLAB
$L_p = 313.68 \text{ cm}$	$L_p = 313.68 \text{ cm}$	$L_r = 951.59 \text{ cm}$	$L_r = 951.62 \text{ cm}$

Resistencia Nominal por flexión en el eje x M_{nx}	
Cálculo redondeo a dos decimales	Cálculo MATLAB
$M_{nx} = 147.82 \text{ Tm}$	$M_{nx} = 147.82 \text{ Tm}$

Resistencia por flexión admisible en el eje x M_{cx}			
Cálculo autor redondeo a dos decimales		Cálculo MATLAB	
Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)	Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)
$M_{cx} = 133.04 \text{ Tm}$	$M_{cx} = 88.51 \text{ Tm}$	$M_{cx} = 133.04 \text{ Tm}$	$M_{cx} = 88.51 \text{ Tm}$

Resistencia Nominal por flexión en el eje y M_{ny}	
Cálculo redondeo a dos decimales	Cálculo MATLAB
$M_{ny} = 39.30 \text{ Tm}$	$M_{ny} = 39.30 \text{ Tm}$

Resistencia por flexión admisible en el eje y M_{cy}			
Cálculo autor redondeo a dos decimales		Cálculo MATLAB	
Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)	Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)
$M_{cy} = 35.37 \text{ Tm}$	$M_{cy} = 23.53 \text{ Tm}$	$M_{cy} = 35.37 \text{ Tm}$	$M_{cy} = 23.53 \text{ Tm}$

Interacción Flexión Compresión			
Cálculo autor redondeo a tres decimales		Cálculo MATLAB	
Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)	Diseño por factores de carga y resistencia (Load Resistance Factor Design)	Diseño por esfuerzos permisibles (Allowable Strength Design)
$0.925 < 1.0$	$0.968 < 1.0$	$0.925 < 1.0$	$0.968 < 1.0$

Conclusiones del ejemplo

De los resultados obtenidos en el programa podemos concluir que un cálculo propio con redondeo a dos decimales es aceptable para un análisis riguroso hecho por MATLAB que usa un gran número de cifras significativas. Sin embargo se han encontrado errores por redondeo señalados en color rojo en las tablas de resultados que son la longitud L_r . Estos errores de redondeo se deben a que MATLAB usa un gran número de cifras significativas aunque si comparamos las magnitudes de los resultados podemos considerar que es un resultado óptimo ya que de manera rigurosa tiende a ser complicado usar más cifras significativas en cálculos propios hechos a mano. Cabe señalar que los resultados que arroja MATLAB son más exactos porque como se mencionó antes usa más cifras significativas.

En este ejemplo no se observó un error por redondeo en la interacción flexión compresión, lo cual nos lleva a pensar que solo en algunos casos se da ese error por redondeo.

Conclusiones

Primera

El propósito de los programas expuestos en la tesis es minimizar el tiempo tiempo de calculo para el diseño de elementos estructurales sujetos a fuerzas de compresión, flexión y la interacción de las dos cargas. Se cumple con el propósito porque los programas hacen todo el proceso.

Segunda

Los programas tienen una limitación, porque no contemplan un análisis para carga muerta, carga viva o cargas accidentales, sin embargo toman en cuenta que se hizo este cálculo previamente.

Tercera

El código empleado para diseño a compresión (sección 2.7), es solo una revisión para elementos estructurales sin elementos esbeltos, lo que significa que se tiene que verificar para otro tipo de condiciones como fallas locales, pandeo por flexotorsión, etc. El diseño para dichas condiciones se pueden encontrar en el Manual IMCA 5° edición y en en la Specification for Structural Steel Building Manual de 2010 del American Institute of Steel Construction.

Cuarta

El código empleado para diseño a flexión (sección 3.8), es solo una revisión para elementos estructurales compactos con perfiles I doblemente simétricos, lo que significa que se tiene que verificar para otro tipo de condiciones como fallas locales, secciones asimétricas, diferentes configuraciones de seccion transversal que se han diferentes a la ya especificada, etc. El diseño para dichas condiciones se pueden encontrar en el Manual IMCA 5° edición y en en la Specification for Structural Steel Building Manual de 2010 del American Institute of Steel Construction.

Quinta

El código empleado para diseño a flexo-compresión (sección 4.5), es solo una revisión para elementos estructurales compactos con uno o dos ejes de simetría sujetos a flexión y fuerza axial sin cargas transversales entre apoyos, además se tiene que verificar que se el diseño se ha similar al de código compresión y flexión. El diseño para otro tipo de condiciones se puede encontrar en el Manual IMCA 5° edición y en en la Specification for Structural Steel Building Manual de 2010 del American Institute of Steel Construction.

Sexta

Los códigos empleados se pueden mejorar con una buena programación a objetos con lo cual se puede incluir algún código de análisis estructural y diseñar la demanda de elementos mecánicos que se obtienen, así como también incluir una base de datos de perfiles estructurales de acero y por último incluir diseños no contemplados en la tesis.

Séptima

Aunque ya se menciona al final de los capítulos 2, 3 y 4. Se hace la observación de que los resultados en MATLAB son mas exactos que los cálculos hechos por uno mismo redondeando a cierta cantidad cifras decimales. Ya que MATLAB guarda en su memoria mas cifras significativas. Por lo tanto es mas útil hacer cálculos por un sistema de computo, aunque no hay que dejar a un lado el criterio personal que es mas importante.

Bibliografía

- [1] McCORMAC, Jack C. y Csernak, Stephen F. *Diseño de estructuras de acero*, Quinta Edición, Alfaomega Grupo Editor, 2013.
- [2] Sriramulu Vinnakota *Estructuras de Acero: comportamiento y LRFD*, Primera Edición, McGraw-Hill, 2006.
- [3] William T. Segui *Diseño de estructuras de acero con LRFD*, Segunda Edición, International Thomsom Editores, 1999.
- [4] Instituto Mexicano de la Construcción en Acero *Manual de construcción en acero*, Quinta Edición, Limusa, 2015.
- [5] American Institute of Steel Construction *Specification for Structural Steel Buildings*, fourteenth Edition, American Institute of Steel Construction, 2010.
- [6] American Society of Civil Engineers *Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures*, fourteenth Edition, American Society of Civil Engineers, 2013.
- [7] Oscar de Buen López de Heredia *Estructuras de Acero Comportamiento y Diseño*, Primera Edición, Limusa.
- [8] Oscar de Buen López de Heredia *Estructuras de Acero para Edificaciones Tomo I*, Primera Edición, Fundación ICA, 2016.
- [9] Oscar de Buen López de Heredia *Estructuras de Acero para Edificaciones Tomo II*, Primera Edición, Fundación ICA, 2016.
- [10] Oscar de Buen López de Heredia *Estructuras de Acero para Edificaciones Tomo III*, Primera Edición, Fundación ICA, 2017.
- [11] David Báez López *MATLAB con Aplicaciones a la Ingeniería*, Segunda Edición, Alfaomega Grupo Editor, 2012.
- [12] Roberto Meli Piralla *Diseño Estructural*, Segunda Edición, Limusa, 2015.
- [13] Hibbeler Russell C. *Mecánica de Materiales*, Octava Edición, Pearson Educación, 2011.
- [14] Ferdinand P. Beer, E. Russell Johnston Jr, Jhon T. DeWolf, David F. Mazurek *Mecánica de Materiales*, Sexta Edición, McGraw-Hill Education, 2013.
- [15] Hibbeler Russell C. *Análisis Estructural*, Octava Edición, Pearson Educación, 2012.