

35
29



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

CARACTERIZACION DE INHOMOGENEIDADES EN MATERIALES MEDIANTE EL CAMPO LEJANO DE CORRIENTES INDUCIDAS

T E S I S

Que para obtener el título de

F I S I C O

presenta:

JUAN ADRIAN REYES CERVANTES

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

México, D.F.

Abril, 1990



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Contenido

0.1	INTRODUCCION	3
1	Sistemas homogéneos	5
1.1	Fundamentos	5
1.1.1	Ecuaciones de campo	5
1.1.2	Condiciones en la frontera	7
1.2	Sistemas con simetría cilíndrica	7
1.2.1	tubo infinito	7
1.2.2	tubo Semi-infinito	12
1.3	Voltaje de inducción	14
1.4	Aplicación	15
1.5	resumen	18
2	Sistemas Inhomogéneos	20
2.1	Modelo de cavidades muy pequeñas	20
2.1.1	variaciones en el voltaje del sensor	20
2.1.2	matrices de dispersión	22
2.2	Modelo para fisuras	24
2.2.1	campos producidos por una fisura	24
2.2.2	Diádica de Green	26
2.3	Modelo para desgaste coaxial	29
2.4	resumen	31
3	Métodos numéricos y graficación	34
3.1	Cálculos numéricos	34

3.1.1	Definición de funciones	34
3.1.2	Cálculo del integrando	36
3.1.3	Integración	36
3.1.4	Acoplamiento	37
3.2	Gráficas	38
3.2.1	Lineas de campo	38
3.2.2	Gráficas de impedancia	41
3.3	resumen	45
4	Diseño de la sonda y análisis de señales	47
4.1	Modos de operación y función de transferencia	47
4.1.1	características de las bobinas	49
4.1.2	Características de la señal de excitación	51
4.2	Algunos mecanismos de análisis	53
4.3	resultados, conclusiones y perspectivas	55

1.1 INTRODUCCION

El conocimiento del estado en el cual se encuentra una pieza es de interés industrial puesto que dicho conocimiento permitirá, por un lado, prever la ocurrencia de fallas que pudieran conducir a un paro imprevisto de la línea de producción y, por otro, evaluar la calidad de los productos que se están elaborando. Para que esto sea de utilidad es necesario que las pruebas, a las que la pieza sea sometida, no la alteren de tal manera que pueda usarse si resulta estar en buen estado.

El conjunto de pruebas que existen para adquirir el conocimiento anterior se denominan pruebas no destructivas y actualmente pueden clasificarse en dos grupos principales, lo que serían las pruebas cualitativas como inspección visual, líquidos penetrante y partículas magnéticas, y aquellas que pueden llegar a ser cuantitativas, cuando se cuente con las herramientas adecuadas, como radiografía, ultrasonido y corrientes inducidas.

Brevemente, estas pruebas consisten en:

1. *inspección visual* solo busca y registra los defectos visibles que presenta la pieza;
2. *líquidos penetrantes* se cubre la superficie de la pieza con una tinta, se limpia el exceso, y se aplica un revelador que resaltará la presencia de defectos superficiales;
3. *partículas magnéticas* se coloca la pieza en un campo magnético constante, el cual se mapea esparciendo partículas ferromagnéticas sobre la superficie de manera que distorsiones en las líneas de flujo reflejarán la presencia de defectos subsuperficiales.

para las pruebas cualitativas. En tanto que para las pruebas cuantitativas se tiene:

4. *radiografía* en la cual se expone la pieza a una fuente radiactiva, la radiación que atraviesa dicha pieza es registrada en películas; para hacer cuantitativa esta prueba es necesario contar con herramientas que procesen la imagen.
5. *Ultrasonido* en la cual se expone la pieza a señales de ultrasonido, y a través del análisis de las señales emitida, transmitida y reflejada se infiere la presencia de defectos; para hacer cuantitativa esta prueba es necesario contar con herramientas que relacionen las características de las señales mencionadas con las propiedades elásticas de la pieza.
6. *Corrientes inducidas* en la cual se coloca la pieza en un campo magnético producido por bobinas portadoras de corriente alterna, y comparando las variables de alimentación con las de respuesta del sistema se infiere la presencia de defectos; para hacer cuantitativa esta prueba es necesario contar con herramientas que relacionen las variables mencionadas con las propiedades electromagnéticas de la pieza.

Conviene hacer notar que las pruebas no destructivas se basan en principios físicos bien establecidos; sin embargo, la interpretación de resultados es cualitativa lo cual disminuye su alcance y confiabilidad. En efecto, actualmente, para analizar los resultados se utilizan criterios empíricos cuya aplicación adecuada depende de la experiencia del inspector, por esta razón se han originado trabajos que consisten en probar una a una distintas variantes de una misma prueba; lo cual resulta costoso tanto en tiempo como en recursos económicos.

Aún cuando la radiografía ha sido la prueba no destructiva tradicional, ya que la visualización de defectos es directa; el ultrasonido y las corrientes inducidas son técnicas menos peligrosas cuyo

uso empieza a generalizarse. Tomando en cuenta que en metales la longitud de onda del sonido es mayor que la de una onda electromagnética, es de esperarse que la técnica de corrientes inducidas pueda detectar defectos más pequeños que aquellos detectados por el ultrasonido. Por otra parte, la velocidad de propagación de una onda electromagnética es muchísimo más alta que la de una de ultrasonido de tal manera que la técnica de corrientes inducidas puede ser adecuada para evaluar grandes cantidades de material puesto que la respuesta será casi instantánea. En consecuencia, este trabajo intenta proporcionar elementos para interpretar cuantitativamente los resultados de pruebas por corrientes inducidas y, al mismo tiempo, para el diseño de las sondas apropiadas para su aplicación.

La técnica de corrientes inducidas (Eddy Currents) se basa en el fenómeno físico de la inducción descubierto por Faraday. En efecto, esta técnica consiste en aplicar un flujo magnético variable con el tiempo a la pieza a evaluar de manera tal que se generarán corrientes eléctricas (corrientes inducidas) en la pieza. La profundidad a la cual penetra el flujo magnético, que será la misma a la cual se pueden detectar defectos, estará determinada por los propiedades conductoras del material así como por la frecuencia del flujo. Esta última también determinará el tamaño mínimo de defecto detectable, en tanto que las propiedades electromagnéticas influirán en las características (microestructura, composición química, posición relativa, etc.) de las inhomogeneidades que puedan ser sensadas. La presencia de defectos se infiere al comparar los valores de los parámetros (impedancia, corrientes y voltajes), los cuales pueden obtenerse usando equipo común como osciloscopio, multímetro, etc., asociados a la pieza a evaluar con los asociados a una pieza del mismo tipo en perfecto estado.

El propósito de este trabajo es analizar la respuesta de un sistema a un campo electromagnético, de tal forma que se pueda tener información que auxilie en la interpretación de señales provenientes de una prueba por corrientes inducidas, así como también se establezcan criterios para la construcción de bobinas de inspección. Para ello el contenido se ha organizado de la siguiente manera: en el capítulo I se estudia el comportamiento de sistemas homogéneos, los cuales pueden considerarse como piezas sin defecto, y se pone interés especial en el comportamiento espacial del campo magnético, ya que esto determina las zonas más adecuadas para localizar las bobinas sensoras. En el capítulo II se estudia un sistema homogéneo el cual incluye alguna inhomogeneidad pequeña, para representar un defecto, cuya geometría puede ser elipsoidal, para describir cavidades; en forma de canal, para desbastes; o amorfa para describir fisuras, grietas, ...etc. Ya que las expresiones resultantes de los análisis anteriores involucran funciones Bessel y Newmann modificadas, y éstas son evaluadas para valores de argumentos tales que se producen sobreflujos en la computadora, en el capítulo III se presenta una discusión de los procedimientos desarrollados para evitar esta dificultad. Para concluir, en el capítulo IV se determina la relación entre las variables involucradas en los capítulos anteriores y aquellas que se obtienen experimentalmente, lo cual permite auxiliar en la interpretación de los resultados de la prueba. También se anexan, en apéndices (A, B, C y D), expresiones explícitas y desarrollos necesarios que no se incluyeron en el texto para no perder su continuidad.

Capítulo 1

Sistemas homogéneos

Un sistema homogéneo es aquel cuyas propiedades son uniformes en la región que ocupa; en este trabajo se considerarán sistemas de este tipo con las características adicionales de linealidad e isotropía para las diferentes propiedades que los describan.

La técnica de inspección de materiales por corrientes inducidas consiste en excitar, por medio de bobinas, a la pieza que será probada. Se supondrá que si la pieza está en buenas condiciones, entonces la respuesta a la excitación será equivalente a la que presente un sistema homogéneo. En este capítulo, se considerará que las bobinas son alimentadas con corriente alterna monocromática para excitar piezas con simetría cilíndrica, puesto que ésta es la simetría de mayor interés en la industria eléctrica debido a que se presenta en tubería, barras, etc.

1.1 Fundamentos

1.1.1 Ecuaciones de campo

El fenómeno de inducción es de naturaleza electromagnética por lo que estará descrito por las ecuaciones de Maxwell; las cuales estarán dadas, en el sistema de unidades MKS, por

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho, \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0, \quad \nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \partial \vec{D} / \partial t, \quad \nabla \times \vec{E} = -\partial \vec{B} / \partial t. \quad (1.1)$$

Estas ecuaciones relacionan los vectores de campo.

\vec{E} : eléctrico \vec{D} : de desplazamiento
 \vec{H} : de intensidad y \vec{B} : de inducción magnética

con las fuentes que los producen

ρ : densidad volumétrica de carga y \vec{J} : densidad de corriente.

Para complementar las ecuaciones anteriores, se requiere de la información contenida en las ecuaciones constitutivas que representan las características particulares de un material. Para medios lineales, isotrópicos y homogéneos, que son de interés en este capítulo, las ecuaciones correspondientes son:

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}, \quad \vec{H} = \mu \vec{B}. \quad (1.2)$$

donde ϵ es la permitividad dieléctrica y μ la permeabilidad magnética del material. Además, se considerarán conductores del tipo ohmico de manera tal que

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (1.3)$$

con σ la conductividad eléctrica del material. Finalmente, se supone que la dependencia temporal en las fuentes es armónica, de frecuencia ω , de modo que si j denota la unidad imaginaria, entonces

$$\vec{J}(\vec{r}, t) = e^{i\omega t} \vec{J}(\vec{r}). \quad (1.4)$$

Al sustituir las ecuaciones 2, 3 y 4 en la ecuación de Ampere-Maxwell ($\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \partial \vec{D} / \partial t$) se llega a:

$$\nabla \times \vec{B} = (\sigma + j\omega\epsilon) \mu \vec{E} \quad (1.5)$$

Para encontrar la solución a la ecuación 1.5, se hará uso de los potenciales electromagnéticos, ya que estos permiten simplificar la expresión correspondiente. Específicamente, se hará uso del potencial vectorial magnético identificado por la norma de Lorentz, la cual se expresa como $\nabla \cdot \vec{A} + \mu(\sigma + j\omega\epsilon)\Phi = 0$ [31] con Φ el potencial escalar, de esta manera se tiene

$$\vec{E} = -j\omega \vec{A} - \nabla \Phi \quad ; \quad \vec{B} = \nabla \times \vec{A}.$$

y, por consiguiente, la ecuación a resolver es:

$$\nabla^2 \vec{A} + (\epsilon\omega - j\sigma)\mu\omega \vec{A} = 0 \quad (1.6)$$

Esta ecuación es conocida como la ecuación de Helmholtz amortiguada, y representa una ecuación de onda amortiguada, de manera tal que describe el comportamiento monocromático de \vec{A} . El potencial escalar Φ satisface una ecuación similar.

La ecuación 1.6 describe tanto fenómenos de inducción, ($\nabla^2 - j\mu\omega\sigma$) $\vec{A} = 0$, como fenómenos de propagación ($\nabla^2 + \mu\epsilon\omega^2$) $\vec{A} = 0$; de manera tal que dependiendo de las características, tanto de la pieza como de la bobina, sólo uno de los fenómenos es dominante. Así, por ejemplo,

1. los fenómenos de inducción serán dominantes en sistemas que involucren buenos conductores y/o excitados a bajas frecuencias, tales que $\omega \ll \sigma/\epsilon$; en tanto que
2. los fenómenos de propagación serán dominantes en sistemas que involucren malos conductores y/o excitados a altas frecuencias.

En este trabajo se considerará sólo fenómenos de inducción, de modo que la ecuación para el potencial vectorial se reduce a:

$$\nabla^2 \vec{A} - j\mu\omega\sigma \vec{A} = 0 \quad (1.7)$$

Por otra parte, ya que las bobinas son circuitos cerrados, la contribución de Φ al voltaje de inducción es nula; por esta razón sólo la determinación de \vec{A} es necesaria.

La ecuación anterior puede describir, para medios infinitos, el comportamiento de una onda plana penetrando en un buen conductor. La magnitud del vector de onda asociado será: $\kappa = (1+j)/\delta$, con $\delta = \sqrt{2/j\mu\omega\sigma}$ la profundidad de penetración. Esta profundidad representa la distancia que dicha onda se propagará antes de que se amortigüe en una proporción 1/e de su amplitud inicial. Asimismo, la longitud de onda se modificará al entrar al conductor donde tendrá un valor igual a δ .

1.1.2 Condiciones en la frontera

Las condiciones en la frontera, requeridas para resolver la ecuación de Helmholtz, pueden establecerse tomando en cuenta que el sistema de interés, junto con el medio que lo rodea, y las bobinas que lo excitan, definen una región no acotada con fuentes. Esta definición resulta de notar que los campos electromagnéticos, siendo de largo alcance, tienen influencia en regiones que no necesariamente estén ocupadas por el sistema a inspeccionar; además, de que la prueba por inducción sólo tiene a la corriente eléctrica, que circula por la bobina excitadora, como variable de control.

Para especificar las condiciones a la frontera, conviene notar que en la superficie, que separa al sistema del medio que lo rodea, la componente tangencial de \vec{E} y la normal de \vec{B} deben ser continuas. Si se denotan con subíndices 1 y 2 los dos medios involucrados, y \hat{n} el vector unitario normal a la superficie, entonces

$$\hat{n} \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = \vec{0}, \quad \hat{n} \cdot (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = 0. \quad (1.8)$$

Mientras que las componentes normales de \vec{D} y \vec{J} , así como la tangencial de \vec{H} serán discontinuas. Dichas discontinuidades estarán determinadas por las fuentes de la siguiente forma:

$$\hat{n} \cdot (\vec{D}_2 - \vec{D}_1) = \zeta_{\text{libre}}, \quad \hat{n} \cdot (\vec{J}_2 - \vec{J}_1) = -j\omega\zeta_{\text{alterna}} \hat{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \vec{\tau},$$

donde

- ζ : es la densidad superficial de carga,
- $\vec{\tau}$: es la densidad lineal de corriente.

Conviene señalar que la ecuación diferencial parcial de Helmholtz para una región no acotada con solución que se anule en infinito existe y es única. [32]

1.2 Sistemas con simetría cilíndrica

1.2.1 tubo infinito

Considérese un tubo de radio exterior b e interior a , al cual se le coloca coaxialmente en el interior una espira circular de radio r_0 . Dicha espira porta una corriente monocromática de frecuencia ω y amplitud I .

Este sistema se puede describir mediante la ec. 1.7; al expresar el operador Laplaciano en coordenadas cilíndricas, r , θ y z , dicha expresión toma la forma:

$$\left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \kappa^2 \right) \vec{A} = 0 \quad (1.9)$$

Expresando ahora el vector \vec{A} en la base cilíndrica, \hat{e}_θ , \hat{e}_r y \hat{e}_z , esto es:

$$\vec{A} = A_\theta \hat{e}_\theta + A_r \hat{e}_r + A_z \hat{e}_z;$$

y tomando en cuenta que la fuente de corriente, colocada en $z = z_0$.

$$\vec{J} = I \delta(z - z_0) \hat{e}_\theta / r$$

está a lo largo de ϵ_r , se tiene entonces que la ecuación diferencial, ec 1.9, se descompone en tres ecuaciones escalares desacopladas;

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{r^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \kappa^2 \right) A_r(r, z) &= 0 \\ \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{r^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \kappa^2 \right) A_\theta(r, z) &= \mu I \delta(z - z_0) / r \\ \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \kappa^2 \right) A_z(r, z) &= 0 \end{aligned} \quad (1.10)$$

una para cada componente.

Conviene señalar que únicamente la componente A_θ del potencial es diferente de cero, puesto que A_r y A_z satisfacen ecuaciones homogéneas con condiciones en la frontera nulas [32].

Para resolver la ecuación diferencial parcial, 1.10, con dos variables independientes r y z , se utiliza el método de la transformada de Fourier sobre la variable espacial z ; ya que ésta contiene implícita la condición de frontera de extremos en el infinito. Si $w(r, \alpha)$ denota la transformada de A_θ , con α el parámetro de transformación, entonces el resultado de aplicar dicha transformada a la ecuación diferencial anterior será:

$$\left[r^2 \frac{d^2}{dr^2} + r \frac{d}{dr} - \{(\alpha^2 + \kappa^2)r^2 + 1\} \right] w(r, \alpha) = 0$$

Esta es la ecuación diferencial de Bessel modificada de orden uno, la solución es una combinación lineal de funciones Bessel y Neumann modificadas de orden 1. Para determinar A_θ será necesario encontrar la transformada inversa de Fourier de la combinación lineal anterior; con lo cual se obtiene.

$$A_\theta^i(r, z) = \int_0^\infty [C_i(\alpha) I_1(\alpha, r) + D_i(\alpha) K_1(\alpha, r)] \cos(\alpha(z - z_0)) d\alpha \quad (1.11)$$

donde i denota

$$\begin{array}{lll} i = 1 & 0 \leq r < r_0 & ; \alpha_1 = \alpha & ; \\ i = 2 & r_0 \leq r < a & ; \alpha_2 = \alpha & ; \\ i = 3 & a \leq r < b & ; \alpha_3^2 = \alpha^2 - \kappa^2 & ; \\ i = 4 & b \leq r & \alpha_4 = \alpha & ; \end{array}$$

las regiones en las que se ha dividido el espacio. Las funciones C_i y D_i , cuyas expresiones explícitas se proporcionan en el apéndice A, se deben de determinar mediante las condiciones frontera

$$\lim_{r \rightarrow \infty} A_\theta(r, z) = 0 \quad , \quad \lim_{r \rightarrow 0} A_\theta(r, z) < \infty \quad ,$$

junto con

$$\frac{\partial}{\partial z} (A_\theta^i - A_\theta^j) = 0 \quad ; \quad \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r (A_\theta^i - A_\theta^j) = \mu I \frac{\delta(z - z_0)}{r} \delta_{3,1} \delta_{4,3}$$

que son equivalentes a las condiciones para $\vec{B} \cdot \hat{n}$ y $\hat{n} \times \vec{H}$.

Cuando se requiere evaluar el estado de la superficie interior del tubo, lugar de difícil de acceso cuando se trata de cilindros de gran longitud con respecto a su radio, es necesario analizar

el comportamiento en las regiones 1 y 2. En estas regiones, la expresión para A_θ está dada por

$$A_\theta^{(1,2)}(r, z) = \int_0^\infty S(\alpha) I_1(\alpha r) \cos(\alpha(z - z_0)) d\alpha + \frac{\mu_0 I r_0}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\cos(\theta_0) d\theta_0}{\sqrt{r_0^2 + r^2 + z^2 + z_0^2 - 2r r_0 \cos(\theta_0)}}, \quad (1.12)$$

donde se ha tomado en cuenta la identidad [17]:

$$\int_0^\infty I_1(\alpha r_<) K_1(\alpha r_>) \cos(\alpha(z - z_0)) d\alpha = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{\cos(\theta - \theta_0) d\theta_0}{\sqrt{r_<^2 + r_>^2 + z^2 + z_0^2 - 2r_<r_> \cos(\theta - \theta_0)}}.$$

En la ecuación para A_θ , 1.12, se observan los dos tipos de contribución al potencial; uno, el campo dispersado por la pared del tubo a inspeccionar y, el otro, el que provee la espira de corriente. De hecho la función $S(\alpha)$ (apéndice A) guarda toda la información (geometría y propiedades físicas) acerca de la pared del tubo.

Por medio de la relación $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$ se obtiene el campo magnético correspondiente:

$$B_r = \int_0^\infty \alpha S(\alpha) I_1(\alpha r) \sin(\alpha(z - z_0)) d\alpha + \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 I r_0 z \cos(\alpha \theta_0) d\theta_0}{2\pi (r_0^2 + r^2 + z^2 + z_0^2 - 2r r_0 \cos(\theta_0))^{3/2}} \quad (1.13)$$

$$B_z = \int_0^\infty \alpha S(\alpha) I_0(\alpha r) \cos(\alpha(z - z_0)) d\alpha + \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 I r_0 [(r_0^2 + z^2 + z_0^2) \cos(\theta_0) - r r_0 \cos^2(\theta_0)] d\theta_0}{2\pi (r_0^2 + r^2 + z^2 + z_0^2 - 2r r_0 \cos(\theta_0))^{3/2}} \quad (1.14)$$

Conviene señalar la presencia de las funciones seno y coseno en la contribución de la pared del tubo al campo. Ya que dichas funciones son oscilatorias, la importancia de dicha contribución estará determinada por el valor de $z - z_0$. Por lo tanto, conviene considerar dos regiones, una cercana a la espira ($z \approx z_0$), y otra, lejos de ella ($z \gg z_0$).

Cerca de la espira, $\alpha(z - z_0) \approx \alpha r_0$ es pequeño para un intervalo amplio de α y, en consecuencia, $\sin(\alpha(z - z_0)) \approx \alpha(z - z_0)$ mientras que $\cos(\alpha(z - z_0)) \approx 1$, de modo tal que la contribución a B_r es lineal en $z - z_0$ en tanto que para B_z es constante.

Lejos de la espira, $z - z_0 \gg r_0$ es muy grande y, dependiendo del valor de α , las funciones $\sin(\alpha(z - z_0))$ y $\cos(\alpha(z - z_0))$ oscilarán rápidamente, de manera tal que la mayor contribución estará determinada por el comportamiento de $S I_i$ como función de α . Ya que $I_i < \infty$, $i = 0, 1$ para todo valor finito de su argumento, y S , cerca del origen se comporta como:

$$S(\alpha)_{\alpha \rightarrow 0} \rightarrow \frac{\mu_0 I r_0^2}{\pi} \frac{2}{a^2 \alpha}, \quad (1.15)$$

entonces la mayor contribución a las integrales provendrá de un pequeño intervalo cerca del origen.

La expresión anterior se obtiene desarrollando, alrededor del origen, las funciones de Bessel y Newmann modificadas[1] involucradas en las expresión de S (véase apéndice A).

Lo anterior indica que el intervalo de integración estará determinado por $0 \leq \alpha(z-z_0) < \pi/12$, intervalo en el que $0.99 \leq \cos(\alpha(z-z_0)) \leq 1$. En esta aproximación, $\sin(\alpha(z-z_0)) \approx \alpha(z-z_0)$ de modo que

$$B_r^{tubo} \approx \frac{\pi^2}{12^3} \frac{2\mu_0 I r_0^2 r}{3(a(z-z_0))^2}, \quad B_z^{tubo} \approx \frac{\mu_0 I r_0^2}{6a^2(z-z_0)} \quad (1.16)$$

la contribución del tubo a la componente radial varía como $1/(z-z_0)^2$, mientras que para la componente axial varía inversamente con $z-z_0$.

Ahora conviene señalar que la contribución de la espira a las componentes del campo varían como

$$B_r^{espira} \sim -\frac{3\mu_0 I r_0^2 r}{4z^4}, \quad B_z^{espira} \approx \frac{\mu_0 I r_0^2 r}{4z^3}$$

de modo que el término B_z^{tubo} es el dominante y, por lo tanto, el campo es axial. Este hecho hace que en dicha región sea fácil de distinguir las fluctuaciones del campo debidas a inhomogeneidades, por lo que esta zona es la más adecuada para colocar la bobina sensora del sistema de prueba. A esta región se le denomina el campo lejano, aquí el sistema se comporta como una guía de ondas a la que se le ha enviado una señal por un extremo.

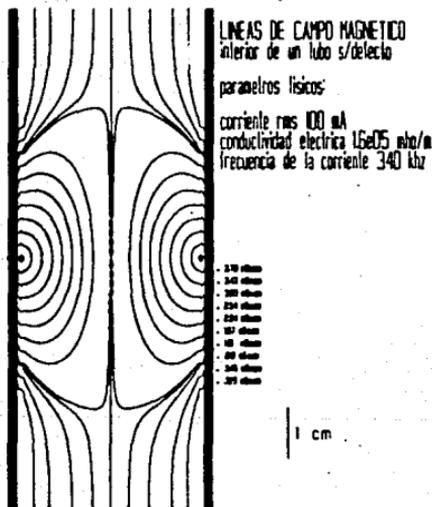


Figura 1.1: Campo Magnético en el interior del cilindro

Obsérvese que la expresión B_z^{tubo} varía con a , el radio interior del tubo, como $1/a^2$; lo cual permite calcular experimentalmente a , así como estimar pérdidas de pared en desbastes suaves. Para mostrar lo anterior, considérese una espira de radio r_0 colocada coaxialmente en la región del

campo lejano entonces el voltaje de inducción, V , junto con los parámetros del sistema, determinarán el radio interior del tubo mediante la siguiente expresión,

$$a = r_0^2 \sqrt{\frac{\omega \mu_0 I}{3(z - z_0) V}}, \quad \phi = \pi/2 \quad (1.17)$$

la cual se determinó mediante la ecuación 1.29. Aquí ϕ es el desfaseamiento entre I , V .

El tipo de fuente que se ha considerado hasta el momento es una espira cuyo dimensión axial se considera infinitesimal; sin embargo, experimentalmente esto es sólo una aproximación ya que en la práctica se tienen espiras o bobinas de dimensiones finitas. El campo de fuentes coaxiales con dimensiones finitas se puede determinar, a partir del campo de una espira, haciendo uso del principio de superposición.

A continuación se calculará \vec{A} para una bobina de n vueltas de devanado y sección transversal rectangular; de radios interior r_1 y exterior r_2 , cuya longitud axial es $z_1 - z_2$ y se encuentra colocada coaxialmente al tubo. Para estimar el potencial de la bobina se considera que está formada por una distribución continua de espiras, cada una conduciendo una corriente I . Tomando ésto en cuenta la magnitud del vector de corriente $J = dI/dA$ es:

$$dI/dA = nI/(z_2 - z_1)(r_2 - r_1),$$

la cual resulta ser constante puesto que todas las espiras conducen la misma corriente I .

El potencial de la bobina se encuentra "sumando" los potenciales de cada una de las espiras, $dA_{\text{bobina}} = (\frac{1}{r})_{\text{espira}} dI$, que conforman la bobina; esto es,

$$A_{\text{bobina}} = \frac{n}{(z_2 - z_1)(r_2 - r_1)} \int_{z_1}^{z_2} \int_{r_1}^{r_2} A_{\text{espira}} dr dz$$

Para calcular las integrales indicadas en la ecuación anterior se deben considerar separadamente cada una de las tres regiones señaladas en la figura 1.2; finalmente se obtiene

$$A^1 = \frac{n}{\pi(z_1 - z_2)(r_1 - r_2)} \int_0^\infty I_1(\alpha r) \frac{[I(r_1, r_2)S(\alpha) + K(r_1, r_2)]}{\alpha^3} \times (\text{sen}\alpha(z - z_1) - \text{sen}\alpha(z - z_2)) d\alpha \quad (1.18)$$

para $r < r_1$,

$$A^{1,2} = \frac{n}{\pi(z_1 - z_2)(r_1 - r_2)} \int_0^\infty \frac{I_1(r_2, r_1)I_1(\alpha r)S(\alpha) + I_1(r, r_1)K_1(\alpha r) + I_1(\alpha r)K_1(r_2, r)}{\alpha^3} \times (\text{sen}\alpha(z - z_1) - \text{sen}\alpha(z - z_2)) d\alpha \quad (1.19)$$

para $r_1 < r < r_2$,

$$A^2 = \frac{n}{(z_1 - z_2)(r_1 - r_2)} \int_0^\infty \frac{I(r_2, r_1)}{\alpha^3} [I_1(\alpha r)S(\alpha) - K_1(\alpha r)] \times (\text{sen}\alpha(z - z_1) - \text{sen}\alpha(z - z_2)) d\alpha \quad (1.20)$$

y $r_2 < r < a$, en donde

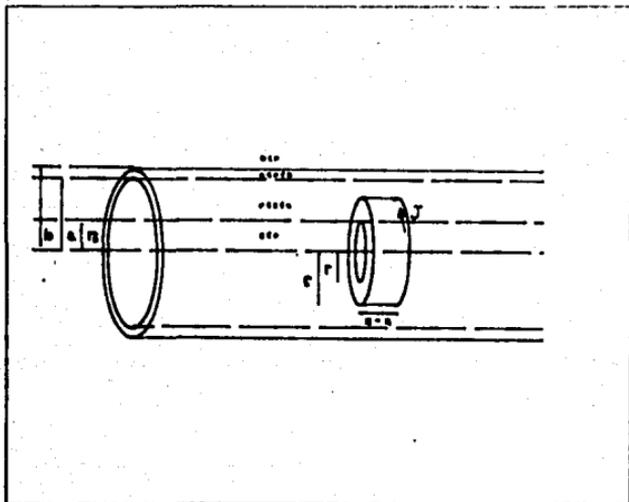


Figura 1.2: bobina circular de sección transversal rectangular

$$I(r_1, r_2) = \int_{\alpha r_1}^{\alpha r_2} x I_0(x) dx, \quad K(r_1, r_2) = \int_{\alpha r_1}^{\alpha r_2} x K_0(x) dx, \quad (1.21)$$

$$I_1(r_1, r_2) = \int_{\alpha r_1}^{\alpha r_2} x I_1(x) dx, \quad K_1(r_1, r_2) = \int_{\alpha r_1}^{\alpha r_2} x K_1(x) dx; \quad (1.22)$$

como antes los superíndices indican las diferentes regiones involucradas.

Los factores de forma están representados por las funciones 1.22 para la parte radial, entanto que $(\text{sen}\alpha(z - z_1) - \text{sen}\alpha(z - z_2))/(\alpha)$ para la parte axial.

1.2.2 tubo Semi-infinito

A continuación se estudiará el comportamiento de un tubo semi-infinito excitado por una espira coaxial, como un ejemplo de sistema con efecto de borde. Es importante estudiar la influencia del borde sobre el campo ya que para muchas veces es más importante evaluar el estado de los extremos del tubo que el de la zona central.

Para describir el potencial en el tubo infinito se dividió el espacio en la regiones indicadas en la sección anterior. Para describir el tubo semi-infinito se debe de considerar la zona adicional, $z > L$ (figura 1.3), en la cual no hay tubo; de esta forma el plano $z = L$ separa el espacio en las regiones con y sin tubo. Para la región $z < L$, donde se encuentra el tubo, la expresión 1.11 para el potencial se sigue satisfaciendo; sin embargo, a medida que $z \rightarrow L$ se empezará a percibir el efecto del borde, por lo cual es de esperarse, por el principio de superposición, que la expresión

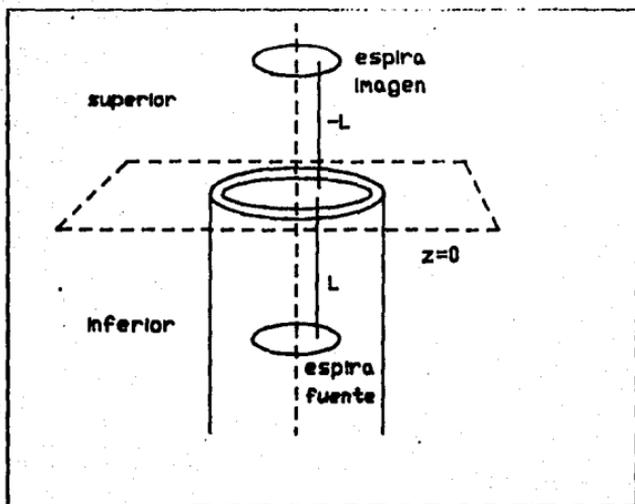


Figura 1.3: Cilindro semi-infinito

mencionada se verá modificada por un término adicional que indique la presencia del borde. Esto es

$$A_{\theta}^{inferior} = \int_0^{\infty} [C_1 I_1(\alpha_1 r) + D_1 K_1(\alpha_1 r)] (\cos \alpha z + T(\alpha) \cos(\alpha(z - 2L))) d\alpha. \quad (1.23)$$

El término adicional, conteniendo el término $T(\alpha) \cos(\alpha(z - 2L))$, satisface las mismas condiciones de frontera, que el sistema del tubo infinito y, además, las condiciones en la frontera $z = L$, que se proporcionan mas adelante, determinarán $T(\alpha)$. Para establecer estas condiciones, conviene notar que en la región $z > L$ se tiene un medio homogéneo semi-infinito, por lo que $A_{\theta}^{superior}$ debe tener una forma similar a la de una fuente coaxial en el vacío. Esto es:

$$A_{\theta}^{superior} = \int_0^{\infty} U(\alpha) J_1(\alpha r) e^{-\alpha z} d\alpha, \quad (1.24)$$

en donde $J_1(\alpha r)$ es la función Bessel de primer orden. Para hallar explícitamente el potencial resta determinar $U(\alpha)$ y $T(\alpha)$, lo cual se logra mediante las siguientes condiciones de frontera:

$$(B_z^{inferior} - B_z^{superior})(z = L) = 0 \quad (1.25)$$

$$(B_r^{inferior} / \mu_i - B_r^{superior} / \mu_0)(z = L) = 0, \quad (1.26)$$

las cuales resultan de la continuidad de $\hat{n} \cdot \vec{B}$ y $\hat{n} \times \vec{H}$ en el plano $z = L$. Estas condiciones establecen un sistema de ecuaciones integrales acopladas para $T(\alpha)$ y $U(\alpha)$. El apéndice B contiene la solución

al sistema mencionado, teniéndose para $T(\alpha)$ la siguiente expresión

$$T(\alpha) = \frac{W(\alpha) \operatorname{sen}(\alpha L) / \mu_0 - O(\alpha) \cos(\alpha L)}{O(\alpha) \cos(\alpha L) + W(\alpha) \operatorname{sen}(\alpha L) / \mu_0} \quad (1.27)$$

donde $O(\alpha)$ y $W(\alpha)$ son funciones que dependen de las propiedades geométricas y físicas del tubo (apéndice B).

Conviene notar que en el límite $L \rightarrow \infty$, la función $T(\alpha)$ oscilará entre -1 y 1 muy rápidamente; causando la cancelación de su contribución al potencial y desapareciendo así el efecto de borde, con lo cual se recupera el potencial para un tubo infinito.

Por otra parte, si la permeabilidad magnética del semi-espacio homogéneo ($z > L$) es nula, entonces

$$T(\alpha) = -1; \quad (1.28)$$

con lo cual se tiene que $B_z(z = L, r) = 0$, por lo que se concluye que las líneas de campo no atraviesan el plano $z = L$ (medio superconductor). Lo anterior implica que el plano $z = L$ sirve de plano de reflexión, sobre el cual se crea una imagen de la bobina, de manera tal que tanto la espira fuente como su imagen tienen forzosamente la misma dirección de corriente para que sus líneas de campo se rechazen y se logre anular el campo en el plano de reflexión.

Al considerar el caso contrario, $\mu_2 > L \rightarrow \infty$ también se produce una imagen, pero en $z = 2L$ y conductora de una corriente de igual magnitud y de sentido contrario a la de la espira fuente.

1.3 Voltaje de inducción

Hasta el momento se ha determinado el campo magnético a partir del conocimiento de las características de la fuente; en esta sección se tratará ahora el problema de estimar el efecto del campo magnético a través de la corriente/voltaje que éste pueda inducir. Para este propósito, se toma en cuenta la ley de inducción de Faraday, expresada en forma integral:

$$V_{ind} = - \frac{d}{dt} \int_{superficie} \vec{B} \cdot d\vec{S},$$

junto con el teorema de Stokes; con lo se obtiene

$$V_{ind} = -j\omega \int \vec{A} \cdot d\vec{l}, \quad (1.29)$$

la relación entre el potencial vectorial y el voltaje de inducción V_{ind} , donde \vec{S} denota el vector de superficie

$$V_{resp} = -2j\pi\omega r A_\phi. \quad (1.30)$$

si \vec{l} es un vector tangente a una circunferencia y paralelo a \vec{A} . Conviene hacer notar que estas condiciones describen una espira de radio r coaxial al tubo.

Si se desea estimar el efecto del mismo campo magnético 1.19, pero con \vec{l} representando un conjunto de m espiras (bobina) colocadas entre r_3 , r_4 y con radios que varían entre r_3 y r_4 ; entonces

será necesario usar la expresión anterior junto con el principio de superposición para obtener

$$V_{\text{bob}} = \frac{m}{(r_4 - r_3)(z_4 - z_3)} \int_{r_3}^{r_4} \int_{z_3}^{z_4} V_{1,r} dr dz. \quad (1.31)$$

Este voltaje puede interpretarse como el voltaje inducido en una bobina coaxial V con m vueltas de devanado de radio interior r_3 y exterior r_4 y longitud $z_4 - z_3$.

1.4 Aplicación

En las secciones anteriores se proporcionó algunas de las expresiones necesarias para analizar una prueba por corrientes inducidas en tubos, usando fuentes de geometría circular, colocadas coaxialmente. Aquí se aplicarán dichas expresiones para estudiar un sistema de prueba en la que la excitación y la recepción se realizan con la misma bobina, en este tipo de sistema la función de transferencia se reduce a la impedancia en la bobina; otras combinaciones se describen en la sección 4.3.

Utilizando las ecuaciones 1.19, 1.30 y 1.31, así como la identidad [17]:

$$\int_0^\infty I_1(r_1) K_1(r_2) \cos(\alpha(z_2 - z_1)) d\alpha = \int_0^\infty \alpha J_1(\alpha r_1) J_1(\alpha r_2) e^{\alpha(z_2 - z_1)} d\alpha,$$

se obtiene la siguiente expresión para la impedancia Z de la bobina:

$$Z = V \cdot I = Z_{\text{rib}} + Z_{\text{cit}} \quad (1.32)$$

$$\text{con } Z_{\text{rib}} = j\omega L_{\text{bob}} \quad (1.33)$$

$$Z_{\text{cit}} = \frac{2j\omega n^2 \mu}{(z_2 - z_1)^2 (r_2 - r_1)^2} \int_0^\infty 4 \frac{I^2(r_2, r_1)}{\alpha^6} S'(\alpha, \omega) \text{sen}^2 \left(\frac{\alpha(z_2 - z_1)}{2} \right) d\alpha \quad (1.34)$$

En esta expresión L_{bob} , la inductancia de la bobina en el vacío, está dada por:

$$L_{\text{bob}} = \frac{2\pi\mu_0 n^2}{(z_2 - z_1)^2 (r_2 - r_1)^2} \int_0^\infty J^2(r_2, r_1) [\alpha(z_2 - z_1) + e^{-\alpha(z_2 - z_1)}] d\alpha, \quad (1.35)$$

donde

$$J(r_1, r_2) = \int_{\alpha r_1}^{\alpha r_2} x J_1(x) dx,$$

y S' está dada en el apéndice A.

Conviene notar que la impedancia 1.34 consta de dos contribuciones, una debida a la reactancia inductiva de la bobina en el vacío Z_{rib} y, otra Z_{cit} , ocasionada por la presencia de las corrientes inducidas en el tubo. Ya que ésta última es de interés en este trabajo, se analizará su comportamiento para diferentes frecuencias.

Para analizar Z_{cit} obsérvese primero que S' depende de la frecuencia sólo a través de $\alpha^2 = \alpha^2 + j\omega\sigma\mu$ (apéndice A), por lo que conviene reescribir Z_{cit} como:

$$Z_{\text{cit}} = \frac{2j\omega n^2 \mu}{(z_2 - z_1)^2 (r_2 - r_1)^2} \{ Z_{\text{cit}}^< + Z_{\text{cit}}^> \}$$

$$\text{con } Z_{\text{cit}}^< = \int_0^{\sqrt{\mu\omega\sigma}} 4 \frac{I^2(r_2, r_1)}{\alpha^6} S'(\alpha) \text{sen}^2 \left(\frac{\alpha(z_2 - z_1)}{2} \right) d\alpha,$$

$$\text{y } Z_{\text{cit}}^> = \int_{\sqrt{\mu\omega\sigma}}^\infty 4 \frac{I^2(r_2, r_1)}{\alpha^6} S'(\alpha) \text{sen}^2 \left(\frac{\alpha(z_2 - z_1)}{2} \right) d\alpha;$$

de manera tal que $Z_{cit}^<$ y $Z_{cit}^>$ representan las contribuciones provenientes de los valores de α tales que

$$\alpha_3 = \kappa + \frac{\alpha^2}{2\kappa} + \dots, \quad \alpha_3 \approx \alpha;$$

respectivamente.

Conviene señalar que en el intervalo $\sqrt{\mu\omega\sigma} \leq \alpha \leq \infty$, S' se expresa como:

$$S' = (\mu_r^2 - 1) \frac{K_0(\alpha a) [I_1(\alpha b) K_1(\alpha a) - I_1(\alpha a) K_1(\alpha b)]}{I_0[(\mu_r^2 - 1)^2 K_1(\alpha b) I_1(\alpha a) + (\mu_r^2 + 1)^2 K_1(\alpha a) I_1(\alpha b)]}, \quad (1.36)$$

en donde $\mu_r = \mu/\mu_0$ es la permeabilidad relativa del tubo. Esta depende de la frecuencia pero dado que se limitará al estudio de materiales no ferromagnéticos su contribución a $Z_{cit}^>$ es despreciable debido a que $\mu_r^2 - 1 \leq 10^{-5}$ para estos materiales.

Por lo tanto, el análisis del comportamiento de Z_{cit} se reduce al de $Z_{cit}^<$. Para tal propósito, conviene definir las frecuencias ω_1 y ω_2 como

$$\omega_1 = \frac{1}{\mu\sigma(b-a)^2}, \quad \omega_2 = \frac{1}{\mu\sigma\bar{a}^2}$$

de manera tal que representen las frecuencias a las cuales el campo penetra una distancia igual al espesor, $b-a$, y al radio medio, \bar{a} , del tubo; respectivamente. Aquí se considerará $\bar{a} \approx a \approx b$, y por lo tanto $\bar{a} \gg b-a$, de modo que ω_1 y ω_2 delimiten tres regiones, en cada una de las cuales el tubo presentará un comportamiento diferente ante el campo.

En efecto,

1. para frecuencias bajas, $\omega < \omega_2$ implica $\alpha_3 a \approx a/\delta < 1$ y $\alpha_3 b \approx b/\delta < 1$; de modo que desarrollando las funciones Bessel y Neumann [1], que involucren α_3 , se obtiene:

$$\alpha S'(\alpha) = \frac{(b-a)/\bar{a}^3 Q(\alpha\bar{a}) [Q(\alpha\bar{a}) - Q(\alpha_3\bar{a})] - j \frac{\ln(b/a)}{\bar{a}}}{(1+Q(\alpha\bar{a}))(1+Q(\alpha_3\bar{a}))}, \quad (1.37)$$

en donde $Q(x) = x^2(\ln(2/x) - \gamma)$, con γ la constante de Euler. Al sustituir esta expresión en $Z_{cit}^<$ se obtiene

$$Z_{cit}^{bajas} = -j\omega(b-a) \frac{O_3 - Q((1+j)\mu\omega\sigma)O_2 - j\omega\ln(b/a)O_1}{1+Q((1+j)\mu\omega\sigma\bar{a})}, \quad (1.38)$$

ya que O_1 , O_2 y O_3 son independientes de ω , entonces para frecuencias muy pequeñas el término dominante será:

$$-j\omega(b-a)O_3(\bar{a}),$$

Así, para este intervalo de frecuencias, $Z_{cit}^<$ describe el comportamiento de una bobina (formada por la pared del tubo), de inductancia $(b-a)O_3$, que conduce una corriente de sentido opuesto al de la bobina excitadora; esto se debe a que el tiempo de relajación del sistema es menor que el período de la corriente que circula en la bobina, de modo tal que la respuesta del tubo es tan lenta que se tiene el tiempo suficiente para que las corrientes inducidas tengan sentido opuesto a las excitación.

2. Para frecuencias intermedias y altas, $\omega \geq \omega_a$ implica $\alpha_3 a \approx a' \delta \geq 1$ y $\alpha_3 b \approx b/\delta \geq 1$, de modo que desarrollando asintóticamente las funciones de Bessel y Neumann[1], para argumentos grandes, la función S' toma la forma:

$$S' = \frac{-e^{2\kappa(a-b)}G(\alpha b)F(\alpha a) + G(\alpha a)F(\alpha b)}{e^{2\kappa(a-b)}G(\alpha b)(I_0(\alpha a) - pI_1(\alpha a)) - (I_0(\alpha a) + pI_1(\alpha a))F(\alpha b)} \quad (1.39)$$

con

$$\begin{aligned} G(x) &= K_0(x) - pK_1(x), \\ F(x) &= K_0(x)e^{-2\kappa x} + pK_1(x), \\ \gamma p &= \kappa/(\alpha\mu_r). \end{aligned}$$

Esta expresión describe el comportamiento tanto de frecuencias intermedias como altas, las cuales están delimitadas por ω_p . Así,

- (a) para frecuencias intermedias, $\omega_a \leq \omega \leq \omega_p$ implica $(b-a)/\delta \geq 1$, de modo que S' es igual a:

$$S'_{intermedias} = S_0 \left(1 + \frac{q}{p} + \left(\frac{q}{p} \right)^2 + \dots \right) \quad (1.40)$$

con

$$S_0 = \frac{K_0(\alpha b)K_1(\alpha a) - K_1(\alpha b)K_0(\alpha a)}{(2I_0K_1 + K_0I_1)(\alpha a)} \quad (1.41)$$

$$\gamma q = \frac{K_0I_0}{2I_0K_1 + K_0I_1}(\alpha a). \quad (1.42)$$

Sustituyendo esta expresión en Z_{cit} se obtiene

$$Z_{cit}^{intermedias} = j\omega L_{int} + (1+j) \frac{(\omega - \omega_0)}{\sqrt{\omega}} P + R + \frac{1}{j\omega C} + \dots, \quad (1.43)$$

en donde L_{int} , ω_0 , P , R y C son funciones independientes de ω . De esta forma la impedancia se puede representar como la superposición de distintas contribuciones: Así:

- $j\omega L_{int}$ es la reactancia inductiva de la bobina imagen generada por el tubo
- R es la resistencia promedio que presenta el tubo en el intervalo de frecuencias
- $(1+j) \frac{\omega - \omega_0}{\sqrt{\omega}} P$ es una contribución debido a la dependencia de la profundidad de penetración con la frecuencia. En efecto, al cambiar la profundidad de penetración cambia el área transversal $A = \pi((a+\delta)^2 - a^2) \approx a\delta$ de conducción en el tubo, entonces varía tanto la resistencia $R_{pp} \approx \frac{1}{\delta}$ del tubo como la inductancia $L_{pp} \approx A$ de la bobina formada por las corrientes inducidas.
- $\frac{1}{j\omega C}$ es la reactancia capacitiva debida a la diferencia de potencial que hay entre el tubo y la bobina.

- (b) Para $(b-a)/\delta \gg 1$ (frecuencias altas), S' se expresa como:

$$S'_{altas} = - \frac{K_0(\alpha a) - pK_1(\alpha a)}{I_0(\alpha a) + pI_1(\alpha a)}$$

Al sustituir esta expresión en Z_{cit} se obtiene:

$$Z_{cit}^{altas} = j\omega L_a + (1 + j)\sqrt{\omega} P(\bar{a}) + \dots \quad (1.44)$$

en donde L_a y P son funciones independientes de la frecuencia.

El comportamiento de esta expresión es parecido al de la expresión 1.43 sólo que en ésta los coeficientes L_a y P dependen únicamente de a . El término dominante a frecuencias altas de Z_{cit}^{altas} es inductivo, esto significa que el tubo se comporta como una bobina de inductancia L_a . A estas frecuencias el tubo es un medio muy impermeable al campo, debido a que la profundidad de penetración del campo en es tubo $\delta \ll b - a$ es muy pequeña.

En esta discusión sólo se estudió la dependencia de Z_{cit} con la frecuencia para ciertos intervalos restringidos en donde la expresión puede ser manipulada analíticamente. Resta por estudiar tanto su comportamiento en la transición de un intervalo a otro, como la dependencia de Z_{cit} con otros parámetros, por ejemplo el grueso del tubo y la conductividad; esto se discutirá en el capítulo tres.

1.5 resumen

En este capítulo se calcularon por un lado,

1. los campos magnéticos dadas las corrientes en las bobinas excitadoras para los sistemas homogéneos : tubo infinito y tubo semi-infinito, obteniéndose los siguientes resultados relevantes:

- (a) En el tubo semi-infinito el efecto de borde se puede representar superponiendo al campo de un tubo infinito el campo de una distribución de espiras imágenes de la espira fuente (ec 1.27). Es importante poder considerar el efecto de borde ya que en muchas pruebas es más importante inspeccionar los extremos del tubo.
- (b) En el tubo infinito excitado por una espira, se delimitó la región del campo lejano en la cual el campo magnético es asintóticamente axial. Es importante esta región, ya que la dependencia espacial simple del campo facilita la detección de desviaciones debidas a inhomogeneidades.

En el capítulo siguiente se estudiarán algunos modelos para representar sistemas inhomogéneos, todos ellos consideran conocido el comportamiento del sistema homogéneo, correspondiente a una pieza en buen estado, por lo que los resultados de las secciones 2.1.1 y 2.3 estarán expresados en términos de las expresiones del potencial vectorial de los sistemas homogéneos 1.19 y 1.12 . En capítulo tres se discute sobre la elaboración de algoritmos para calcular las expresiones 1.12 y 1.34 con el objeto de complementar los análisis de este capítulo y el capítulo siguiente.

2. y por otro, se calcularon los voltajes inducidos en espiras y bobinas dado el campo magnéticos del sistema tubo infinito-bobina. Específicamente:

- (a) el voltaje inducido en una espira en la región del campo lejano 1.17 , y
- (b) el voltaje autoinducido en una bobina de dimensiones finitas 1.34 y sección transversal rectangular.

Éstas expresiones se utilizarán en las secciones 4.1. y 4.3. para estimar algunos parámetros para el diseño de las pruebas como: frecuencia de operación y tiempo de estabilización de la señal estacionaria.

Capítulo 2

Sistemas Inhomogéneos

En un sistema inhomogéneo las propiedades μ_{in} , σ_{in} y ϵ_{in} cambian de punto a punto, la dependencia de éstas con la posición está dada por las ecuaciones constitutivas. En este capítulo se estudiarán sistemas para los cuales μ_{in} y σ_{in} cambian abruptamente en una región pequeña, la cual se denominará falla o inhomogeneidad. La geometría de la región así como las características del campo excitador determinarán los modelos para representar la presencia de algunos tipos de fallas como cavidades pequeñas, desbastes, grietas y fisuras.

2.1 Modelo de cavidades muy pequeñas

El modelo que a continuación se analiza [8] considera a la inhomogeneidad como un dispersor muy pequeño de tal manera que el campo eléctrico se puede aproximar localmente por un campo uniforme. Asimismo supone frecuencias bajas tales que la inhomogeneidad se halle en la región estacionaria. Este modelo se desarrolla expresando la diferencia de potencia disipada entre los sistemas inhomogéneo y homogéneo registrada en la bobina en términos de los potenciales de ésta y la bobina excitadora, y de la matriz de dispersión de la inhomogeneidad.

2.1.1 variaciones en el voltaje del sensor

Considérese una prueba que consiste en colocar dos bobinas en la vecindad del sistema a evaluar; una de las bobinas es el elemento excitador y la otra, el sensor.

Supóngase que el sistema está descrito por las ecuaciones constitutivas siguientes:

$$\vec{H}_{in} = \mu(1 - \xi_{in}\Theta(S))\vec{H}_{in}, \quad \vec{J}_{in} = \sigma(1 - \Theta(S))\vec{E}_{in}, \quad (2.1)$$

con

$$\Theta = \begin{cases} 1 & \text{dentro de } S \\ 0 & \text{fuera de } S. \end{cases} \quad (2.2)$$

y S la superficie frontera de la falla. Como antes μ y σ son la permeabilidad magnética y la conductividad eléctrica del sistema homogéneo, y ξ es la susceptibilidad magnética de la inhomogeneidad, la cual se supone no conductora. Los subíndices in en las variables indican que éstas describen el sistema inhomogéneo.

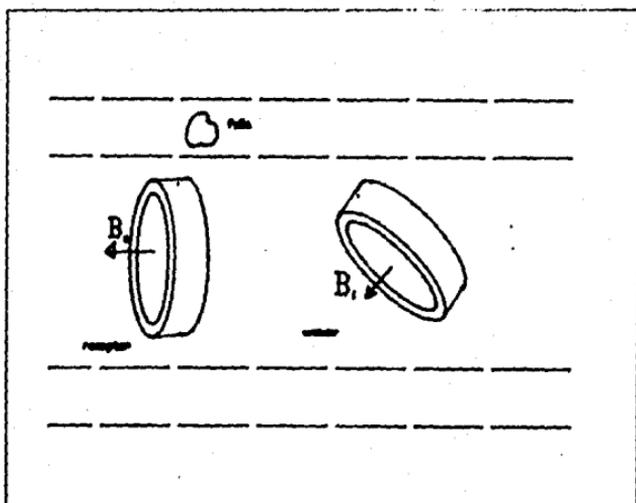


Figura 2.1: Sistema excitador-sensor

Así si se hace circular una corriente alterna por la bobina excitadora, generará campos electromagnéticos, \vec{B}_{in} y \vec{E}_{in} ; cuya conducta estará descrita por la ecuación:

$$\nabla \times \frac{\vec{B}_{in}}{\mu} - \sigma \vec{E}_{in} = \frac{\vec{B}_{in} \times \nabla \xi_m \Theta(S)}{\mu_{in}} - \sigma \Theta(S) \vec{E}_{in} = \vec{J}_f, \quad (2.3)$$

que se obtiene con la ayuda de las ecuaciones 1.5 y 2.1.

En esta expresión se han separado los términos, debidos a la falla, en el segundo miembro de la expresión; para resaltar que la falla actúa como fuente de campo representada por el vector de densidad de corriente \vec{J}_f . Nótese que dicho vector vale cero fuera de la falla, de manera tal que la ecuación:

$$\nabla \times \frac{\vec{B}}{\mu} - \sigma \vec{E} = 0 \quad (2.4)$$

describe el comportamiento del sistema sin falla, la cual no es sino la ecuación de Ampere (sec 1.1.1).

Ahora bien, el vector \vec{J}_f también generará campos, \vec{E}_f y \vec{H}_f , sobre la bobina sensora. Dichos campos ocasionarán una corriente eléctrica inducida \vec{J}_s que disipará una potencia P dada por:

$$P = - \int \vec{J}_s \cdot \vec{E}_f dV_s, \quad (2.5)$$

en donde V_s denota el volumen de la bobina sensora. Sin embargo, no se cuenta con expresiones para \vec{J}_s y \vec{E}_f , pero por el principio de reciprocidad[20] P puede reescribirse como:

$$P = - \int \vec{J}_f \cdot \vec{E}_s dV_f. \quad (2.6)$$

en donde \mathcal{V}_f y \vec{E}_s denotan el volumen de la falla y el campo de la bobina sensora, respectivamente.

La expresión anterior puede escribirse únicamente en términos de los campos de las bobinas inductora y sensora, para esto se sustituye el valor de \vec{J}_f (ec 2.3) de modo que

$$P = \int \left(-\sigma \vec{E}_{in} \cdot \vec{E}_s + \frac{\vec{E}_{in} \cdot \vec{E}_s}{\mu} \right) d\mathcal{V}_f \quad (2.7)$$

Por el principio de reciprocidad, los campos \vec{E}_s y \vec{E}_{in} son los campos que aparecerían en la falla, cuando la bobina sensora se usará para excitar al sistema con el mismo valor de corriente que está sensando.

Por otro lado, dada la linealidad de las ecuaciones de Maxwell debe existir operadores (matrices de dispersión) que relacionen a los campos de la bobina sensora, en ausencia y presencia de falla. Si $\vec{\vartheta}$ y $\vec{\varrho}$ denotan tales operadores se tiene :

$$\vec{E}_{in} = \vec{\vartheta} \vec{E} \quad , \quad \vec{B}_{in} = \vec{\varrho} \vec{B}.$$

Sustituyendo estas relaciones junto con la ecuación:

$$P = V_{f_s} I_s,$$

en donde I_s es la corriente que circula por la bobina sensora, en la expresión 2.7 se obtiene V_{f_s} el voltaje generado por la falla en la bobina sensora.

$$V_{f_s} = \int \left(j\omega\sigma \frac{\vec{E}_s}{I_s} \cdot \vec{\vartheta} \cdot \frac{\vec{E}}{I} - \frac{1}{\mu} \frac{\vec{B}_s}{I_s} \cdot \vec{\varrho} \cdot \frac{\vec{B}}{I} \right) I d\mathcal{V}_f. \quad (2.8)$$

Si se supone que el volumen de la falla es pequeño de manera que los campos de las bobinas en la inhomogeneidad son casi constantes, entonces V_{f_s} en términos de los potenciales vectoriales \vec{A}_s , \vec{A} de cada bobina se reduce a:

$$V_{f_s} = V\alpha \left(\omega^2 \sigma \frac{\vec{A}_s}{I_s} \cdot \vec{\vartheta} \cdot \frac{\vec{A}}{I} - \frac{j\omega}{\mu_{in}} \nabla \times \frac{\vec{A}_s}{I_s} \cdot \vec{\varrho} \cdot \nabla \times \frac{\vec{A}}{I} \right) I, \quad (2.9)$$

en donde $V\alpha$ es el volumen de la falla. Obsérvese que V_{f_s} consta de dos términos: uno debido a al cambio de conductividad en la inhomogeneidad y el otro debido al cambio en la permeabilidad magnética en la misma.

2.1.2 matrices de dispersión

Las matrices de dispersión, que contienen la información de la falla, se calculan por medio de los potenciales del sistema con y sin falla. Por lo cual es necesario encontrar dichos potenciales. Los potenciales para los sistemas homogéneos, fueron obtenidos en el primer capítulo. A continuación se muestran las condiciones bajo las cuales se calcula el potencial para el tubo infinito inhomogéneo.

1. Se considera que la falla es lo suficientemente pequeña para poder aproximar localmente el campo por un campo uniforme.

2. Se suponen frecuencias bajas tales que la longitud de onda del campo es mucho más grande que la distancia entre la inhomogeneidad y la bobina sensora, lo que significa que la falla se halla en la región de campo estacionario.

En estas condiciones el problema se reduce al de una inhomogeneidad inmersa en un campo estacionario y uniforme.

Considérese como ejemplo una falla en forma de elipsoide de revolución,¹ la cual tiene una permeabilidad magnética muy parecida a la del medio homogéneo. Este problema está resuelto en algunos textos de teoría electromagnética[31], su solución se expresa como:

$$\frac{E_{in}}{E} = \vartheta_{\theta\theta} = c_1 \cos^2 \chi + c_2 \sin^2 \chi \quad (2.10)$$

con

$$c_1 = \frac{1}{1 - (x^2 - 1) \left(\frac{2}{3} \ln \left(\frac{x+1}{x-1} \right) - 1 \right)} \quad (2.11)$$

$$c_2 = 2 \frac{1}{2 - x \left(x - \frac{1}{2} \frac{2}{3} \ln \left(\frac{x+1}{x-1} \right) \right)} \quad (2.12)$$

en donde $x = 1/\sqrt{1 - (b/a)^2}$, a y b son los semiejes mayor y menor de elipsoide respectivamente y χ el ángulo definido por el semieje mayor y la dirección del campo en ausencia del elipsoide.

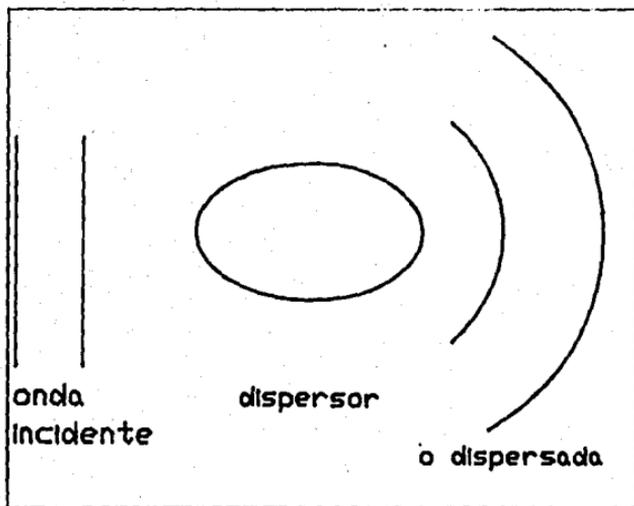
Luego, como V_{fs} (ecuación 2.9) para bobinas mutuamente coaxiales proporcional a $\vartheta_{\theta\theta}$, como se ve a continuación:

$$V_{fs} = Vol \omega^2 \sigma \frac{A_{\theta\theta}}{I_s} \vartheta_{\theta\theta} \frac{\bar{A}_\theta}{I} \quad (2.13)$$

entonces las características de la inhomogeneidad se expresan únicamente mediante factor $Vol \vartheta_{\theta\theta}$, el cual al tomar el límite $a/b \rightarrow 0$ se reduce a: $Vol = \frac{16b^3}{9} \cos^2 \chi$. De esta manera el modelo caracteriza a la falla únicamente mediante su longitud máxima b y su orientación relativa respecto a las corrientes en las bobinas.

Este modelo[8] sólo describe el comportamiento de fallas muy pequeñas, casi puntuales, las cuales interactúan sólo dipolarmente con el campo. No obstante que el modelo es simple puede modelar inhomogeneidades muy pequeñas como microcavidades y pequeñas burbujas de aire; Deed & Dodd[12] reportan un análisis comparativo entre resultados de este modelo y experimentales que muestran la confiabilidad del modelo para representar tales inhomogeneidades. En la siguiente sección se estudia un modelo menos limitado que este, en cuanto al intervalo de frecuencias de excitación y al tamaño y forma de la falla.

¹Esta es la geometría más representativa de microcavidades y burbujas de aire



elipsoide dispersor.

2.2 Modelo para fisuras

Este modelo [6] contempla fallas de geometría arbitraria bajo la influencia de campos de cualquier frecuencia (sección 1.1). Como se puede observar en el modelo anterior se plantearon las ecuaciones en términos de los campos \vec{E}_{in} y \vec{B}_{in} debido a que éstos están relacionados en forma directa con \vec{A} , en este modelo se empleará la pareja \vec{E}_{in} y \vec{H}_{in} ya que con éstos se establece un sistema de ecuaciones integrales simétrico en ambos campos como se verá a continuación. El sistema de ecuaciones integrales se expresa en términos de los campos del sistema homogéneo \vec{E} y \vec{H} y se resuelve con la teoría de las funciones de Green. Luego, mediante los campos $\vec{E}_{in}, \vec{H}_{in}, \vec{E}, \vec{H}$ y el principio de reciprocidad se encuentra la desviación en el voltaje sentido debido a la inhomogeneidad.

2.2.1 campos producidos por una fisura

Considérese el mismo sistema inhomogéneo de la sección anterior pero descrito en términos de los campos \vec{E}_{in} y \vec{H}_{in} . Dichos campos estarán gobernados por las ecuaciones:

$$\nabla \times \vec{E}_{in} - j\omega\mu\vec{H}_{in} = j\omega\vec{B}_F, \quad \nabla \times \vec{H}_{in} - \sigma\vec{E}_{in} = \vec{J}_F \quad (2.14)$$

con:

$$\vec{B}_F = \Theta_S(\mu - \mu_0)\vec{H}_{in}, \quad \vec{J}_F = \sigma\Theta_S\vec{E}_{in}$$

que se obtienen con las ecuaciones: de Faraday y Ampere-Maxwell en el caso cuasiestacionario ($\sigma/\omega \gg 1$) y las ecuaciones 2.1.

En esta descripción los vectores \vec{B}_F y \vec{J}_F son las fuentes que representan la inhomogeneidad del sistema.

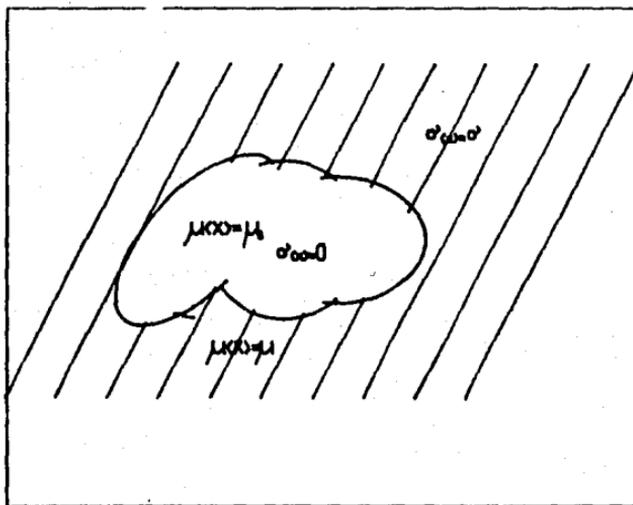


Figura 2.2: falla en el interior de un sistema

Desacoplando el sistema de ecuaciones 2.14 para \vec{E}_{in} , se llega a la ecuación:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E}_{in} - \kappa^2 \vec{E}_{in} = j\omega(\nabla \times \vec{B}_F - \mu \vec{J}_F) \quad (2.15)$$

Puesto que \vec{E} satisface la ecuación homogénea asociada a 2.15 entonces el campo asociado a la falla $\vec{E}_F = \vec{E}_{in} - \vec{E}$, satisface también la ecuación 2.15. Sea ahora, $\vec{G}_E(\vec{x}, \vec{x}')$ la función de Green tensorial asociada a esta ecuación, en consecuencia \vec{E}_F se puede expresar como:

$$\vec{E}_F = j\omega \int_{V_f} \vec{G}_E(\vec{x}, \vec{x}') \cdot (\nabla' \times \vec{B}_F + \mu \vec{J}_F) d^3x' \quad (2.16)$$

en donde la integral se realiza sobre el volumen V_f de la falla, y ∇' es un operador que actúa sobre las coordenadas X' ; de manera tal que haciendo uso de la definición para \vec{B}_F (ec 2.2.1), el rotacional puede reescribirse como:

$$\nabla \times \vec{B}_F = (\mu - \mu_0) \delta(\vec{x} - \vec{x}_S(x')) \vec{H}_{in} \times \hat{n} \quad (2.17)$$

Sustituyendo esto, y la definición para \vec{J}_F en la ecuación 2.16, ésta se transforma en:

$$\vec{E}_F = -\kappa^2 \int_{V_f} \vec{G}_E(\vec{x}, \vec{x}') \cdot \vec{E}_{in}(\vec{x}') d^3x' + j\omega(\mu - \mu_0) \oint_{S_f} \vec{G}_E(\vec{x}, \vec{x}') \cdot \hat{n} \times \vec{H}_{in} d^2x' \quad (2.18)$$

Por último, las identidades del triple producto escalar; así como las propiedades de la función de Green permiten escribir la anterior ecuación como:

$$\vec{E}_{in}(\vec{x}) = \vec{E}(\vec{x}) + \int_S [\hat{n}' \times \vec{E}_{in}(\vec{x}') \cdot \nabla' \times \vec{G}_E(\vec{x}, \vec{x}') + \kappa^2 \hat{n}' \times \vec{H}_{in} \cdot \vec{G}_E(\vec{x}, \vec{x}')] d^2 x' \quad (2.19)$$

Si \vec{H}_{in} toma el lugar de \vec{E}_{in} y $\nabla \times \vec{J}_F + j\omega \vec{B}_F$ el de $j\omega(\nabla \times \vec{B}_F + \mu \vec{J}_F)$, entonces se puede seguir el procedimiento anterior para llegar a la ecuación siguiente

$$\vec{H}_{in}(\vec{x}) = \vec{H}(\vec{x}) + \int_S [\hat{n}' \times \vec{H}_{in}(\vec{x}') \cdot \nabla' \times \vec{G}_H(\vec{x}, \vec{x}') + \hat{n}' \times \vec{E}_{in} \cdot \vec{G}_H(\vec{x}, \vec{x}')] d^2 x', \quad (2.20)$$

en donde $\vec{G}_H(\vec{x}, \vec{x}')$ es la función de Green asociada al campo magnético producido de la falla.

Obsérvese que las integrales involucradas son integrales de superficie, y que sus integrandos sólo requieren de la componente tangencial a la superficie, de los campos; por lo tanto es conveniente expresar estas ecuaciones en términos de las variables $\vec{q} = \sigma \hat{n} \times \vec{E}_{in}$ y $\vec{h} = \hat{n} \times \vec{H}_{in}$.

El sistema de ecuaciones obtenido muestra que el efecto de la falla sobre el sistema físico, es superponer a los campos, en ausencia de falla, nuevos campos originados por las corrientes y magnetizaciones superficiales que se producen en la frontera de la falla. Tales corrientes y magnetizaciones son consecuencia de los cambios en las propiedades físicas del medio.

Para encontrar \vec{E}_{in} y \vec{H}_{in} , se requiere resolver el sistema de ecuaciones 2.19 y 2.20, para lo cual se necesita conocer G_E y G_H para el sistema homogéneo. En la siguiente sección se discute el procedimiento a seguir para calcular la diádica G_H para el caso en el que el sistema homogéneo es un semiespacio. Se escogió la geometría del semi-espacio por que ofrece las ventajas de ser la más simple y la más utilizada para aproximar otras geometrías.

2.2.2 Diádica de Green

Considérese un semi-espacio conductor definido por la desigualdad $x_3 > 0$ en el cual está colocada una fuente puntual en $\vec{R}_0 = (x_1^0, x_2^0, x_3^0)$ de magnetización $\vec{m} = \nabla \times \vec{J}_F + j\omega \vec{B}_F$. Supóngase también que la región $x_3 < 0$ está ocupada por un medio no conductor de permitividad ϵ .

Por el principio de superposición es posible expresar \vec{H}_1 , el campo en la región $x_3 > 0$ como la suma del campo de la fuente y un término linealmente independiente $\vec{N}(\vec{x})$ que manifieste la presencia de la frontera $x_3 = 0$. Esto es:

$$\vec{H}_1(\vec{x}) = \vec{G} \cdot \vec{m} + \vec{N}(\vec{x}) \quad (2.21)$$

en donde \vec{G} es la función de Green asociada al campo de una fuente en un medio conductor homogéneo infinito, la cual es igual a: (apéndice B)

$$\vec{G} = [\vec{I} + \frac{\nabla \nabla}{\kappa^2}] G^0 \quad (2.22)$$

aquí \vec{I} es el tensor identidad y G^0 es la función de Green escalar de la ecuación de Hemholtz:

$$G^0 = \frac{e^{-\kappa R_0}}{R_0}$$

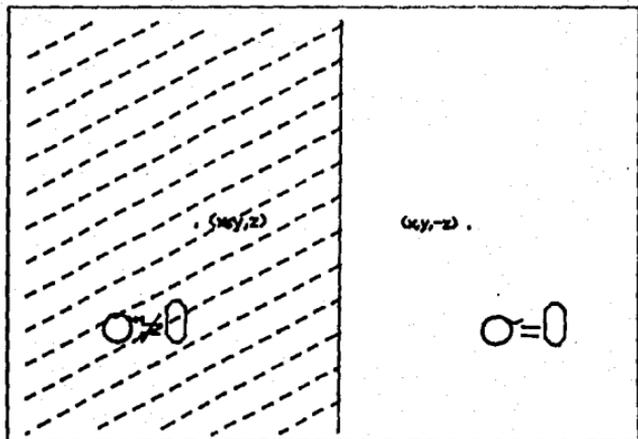


Figura 2.3: semi-espacio

Dado que G^0 se puede expresar [1] como:

$$G_0 = \frac{1}{4\pi} \int \frac{e^{j\vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0) - \lambda |x_3 - z_3^0|}}{\lambda} dk^2 \quad (2.23)$$

con:

$$\vec{r} = (x_1, x_2, 0) \quad \vec{r}_0 = (x_1^0, x_2^0, 0) \quad (2.24)$$

$$\vec{k} = (k_{x_1}, k_{x_2}) \quad \lambda = \sqrt{\kappa^2 - k^2}, \quad (2.25)$$

entonces \tilde{G} es igual a:

$$\tilde{G} = \frac{1}{2\pi} \int e^{j\vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0)} (\tilde{\alpha} e^{-\lambda |x_3 - z_3^0|}) d^2k,$$

en donde

$$\tilde{\alpha} = \frac{1}{4\pi\lambda} (j\vec{m} + \frac{1}{q^2} (i\vec{k} - r\lambda\hat{x}_3)(j\vec{k} \cdot \vec{m} - r\lambda m_3)), \quad (2.26)$$

con:

$$r = \begin{cases} 1 & x_3 > 0 \\ -1 & x_3 < 0 \end{cases} \quad (2.27)$$

Entonces puesto que \vec{H}_1 y \vec{H}_2 , los campos en las regiones $x_3 > 0$ y $x_3 < 0$ deben pertenecer a la misma base de funciones que \tilde{G}^H , éstos son de la forma:

$$\vec{H}_1 = \frac{1}{2\pi} \int e^{j\vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0)} (\tilde{\alpha} e^{-\lambda |x_3 - z_3^0|} + \tilde{\beta} e^{\lambda (x_3 - z_3^0)}) d^2k, \quad (2.28)$$

$$\vec{H}_2 = \frac{1}{2\pi} \int e^{j\vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0) - \kappa (x_3 - z_3^0)} \tilde{\gamma} d^2k \quad (2.29)$$

en donde $\vec{\beta}$ y $\vec{\gamma}$ son vectores que se deben determinar mediante las condiciones en la frontera,

$$\frac{1}{\sigma}(\hat{x}_3 \times \nabla \times \vec{H}_1)_{x_3=0} = \frac{-1}{j\omega\epsilon}(\hat{z} \times \nabla \times \vec{H}_2)_{x_3=0}, \quad \vec{H}_1 = \vec{H}_2, \quad (2.30)$$

en donde \hat{x}_3 representa el vector normal al plano $x_3 = x_3^0$. Estas condiciones expresan la conservación de las componentes tangenciales al plano $x_3 = 0$ de \vec{E} y de todas las componentes del vector \vec{H} ; lo cual indica que se ha supuesto $\mu/m\mu_0 \approx 1$ (materiales no ferromagnéticos). Así $\vec{\beta}$ y $\vec{\gamma}$ se expresan como:

$$\vec{\beta} = \vec{\gamma}e^{(\lambda-\kappa)z_3^0} - \vec{\alpha}(r=1)$$

y

$$\vec{\gamma} = 2e^{(\lambda-\kappa)z_3^0} \frac{\vec{k} \cdot \vec{\alpha}(r=1)}{k(k+\lambda)} (\vec{k} + jk\hat{x}_3)$$

Después de recomodar las expresiones, utilizar la identidad 2.23 y aplicar la hipótesis de bajas frecuencias ($\sigma/j\omega\epsilon \approx 0$) se obtiene la siguiente expresión para la función de Green \vec{G}^H , asociada a \vec{H}_1 ,

$$\vec{G}_{ij}^H = G^0 \delta_{ij} - G^s \delta_{ij}^s + \frac{1}{\kappa^2} [G_{,ij}^0 - G_{,ik}^s \delta_{kj}^s] \frac{j_2}{\kappa^4} G^s - \frac{1}{2\pi} \mathcal{V}_{,33ik} \delta_{kj}^s + \frac{1}{2\pi\kappa^2} \mathcal{V}_{,3i} \delta_{3j} - \mathcal{V}_{,ki} \delta_{i3} \delta_{j3}, \quad (2.31)$$

en donde los subíndices i, j, \dots que están después de la coma indica derivadas parciales respecto a las variables $x_i, x_j, \dots, \delta_{kj}$ es la delta de Kronecker,

$$\delta_{kj}^s = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix},$$

$G^s = G(R_s)$ con $\vec{R}_s = (x_1^0, x_2^0, -x_3^0)$ y

$$\mathcal{V} = \int_0^\infty \frac{e^{-\lambda|x_3-x_3^0|}}{\lambda} J_0(kr) dk.$$

Ahora para continuar con la determinación de \vec{H}_{in} y \vec{E}_{in} se requiere suponer la forma geométrica de la falla para completar el sistema de ecuaciones que se obtiene al sustituir la expresión 2.31 en las ecuaciones 2.19 y 2.20. La solución del sistema Su solución se obtiene utilizando el método de elemento frontera[?], con el cual se transforma el problema al de invertir una matriz. Por último, dado que en la prueba no se miden campos sino voltajes es necesario utilizar una expresión que relacione a éstos. La integral de superficie:[15]

$$V_{fs} = \oint (\vec{E}_{in} \times \vec{H} - \vec{E} \times \vec{H}_{in}) \cdot \hat{n} dS_f \quad (2.32)$$

establece la relación entre el voltaje asociado a la falla V_{fs} y los campos en ausencia y presencia de la falla. En la referencia[15] se hace una comparación de resultados teóricos y experimentales para una falla en forma de paralelepipedo, practicada sobre la superficie de un tubo, para la cual

se utilizó este modelo. Los resultados muestran que la principal causa de las diferencias teórico-experimentales son la aproximación del tubo homogéneo por un semi-espacio homogéneo.

Se estudió este modelo porque puede representar la presencia de una falla de tipo localizada de geometría arbitraria, de donde es una herramienta muy útil para hacer simulaciones de las pruebas dada la geometría de la falla. Su desventaja de requerir mucho algoritmo para resolver el modelo, lo cual origina ocupar más tiempo en su procesamiento que el modelo anterior. En efecto, dado que \bar{G}^H 2.31 y \bar{G}_E tienen al menos seis entradas linealmente independientes las cuales deben sustituirse en la pareja de ecuaciones 2.19 y 2.20, junto con sus rotacionales respectivos para resolverlas; se tienen entonces que calcular 24 expresiones distintas. Al tiempo para calcular éstas hay que sumarle el tiempo necesario para invertir la matriz resultante de aplicar el método de elemento frontera y el tiempo ocupado en calcular la integral de superficie anterior. Por esta razón el algoritmo de este modelo resulta ser largo.

2.3 Modelo para desbaste coaxial

La principal diferencia de este modelo con los anteriores es que aquellos se pueden emplear para representar la presencia de fallas en sistemas con distintas geometrías mientras que éste sólo puede representar un desbaste coaxial en un tubo excitado y sentido por bobinas coaxiales. Esto hace que éste modelo sea más específico que los anteriores, su desventaja en cuanto a la forma de la falla que puede representar es relativa porque en realidad con bobinas coaxiales no se pueden distinguir la distribución angular de la falla. Este modelo consiste en plantear el sistema tubo homogéneo como un problema de valores propios para \bar{A} , y de esta manera poder considerar la presencia del desbaste coaxial como una perturbación al sistema homogéneo. Así utilizando método de perturbaciones para valores propios no degenerados se obtiene la expresión de una fuente de corriente que representa la presencia del desbaste y mediante el potencial A_f asociado a dicha fuente se obtiene el voltaje inducido en la bobina sensora asociado a la falla.

Con el objeto de plantear un problema de valores propios considérese el sistema homogéneo auxiliar que resulta de discretizar el parámetro α en la ec 1.11, de manera tal que A_f se expresa como:

$$A_f = \sum_{k=0}^{\infty} W(\alpha_{i,k} r) \phi_k(\alpha_k z), \quad (2.33)$$

en donde $\alpha_i, k^2 = \alpha_k^2 + j\kappa_k^2$, $W(\gamma)$ es una combinación lineal de las funciones de Bessel y Neumann de orden 1, α_k y ϕ_k son los eigenvalores y las eigenfunciones. Si A_f satisface las condiciones de frontera:

$$A_f(z=0, r) = 0, \quad A_f(z=L, r) = 0$$

entonces los eigenvalores y las eigenfunciones están dados por:

$$\beta_k = \frac{2\pi k}{L}, \quad \phi_k = \frac{e^{j\beta_k(z-z_0)}}{\sqrt{L}}. \quad (2.34)$$

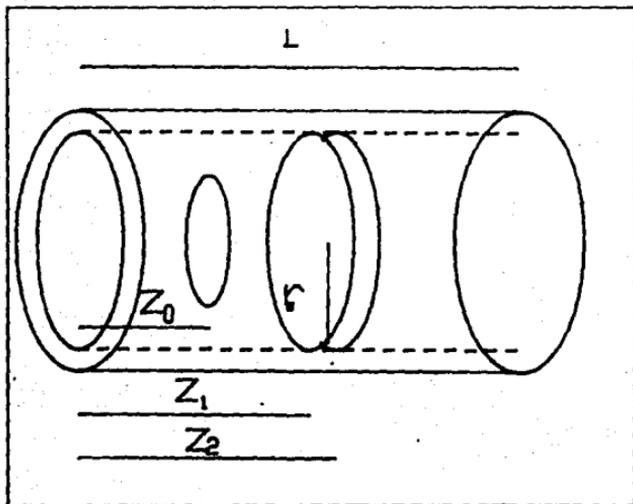


Figura 2.4: tubo acotado y excitado por una espira

Este potencial le corresponde a un sistema similar al de la sección 1.2.1 pero acotado por los planos $z = 0$ y $z + L$.

Considerando que el desbaste coaxial tiene las mismas características físicas que las fallas en los modelos anteriores se tiene entonces que \bar{A}_{in} estará regido por la ecuación:

$$\nabla^2 \bar{A}_{in} + j\omega\mu_0\sigma \bar{A}_{in} = \frac{\xi_m \bar{A}_{in} \times \nabla \Theta(S)}{1 + \xi_m} + j\omega\mu_0\sigma \Theta(S) \bar{A}_{in}. \quad (2.35)$$

Esta ecuación se deduce de la pareja de ecuaciones 2.14.

Considérese que el tubo no es ferromagnético ($\xi_m \approx 0$), de donde la ecuación anterior se reduce a la ec 1.7 más el término $j\omega\mu_0\sigma \Theta(S) \bar{A}_f$. Expresando esta ecuación en coordenadas cilíndricas r, θ y z se obtiene la ec 1.10 más el mismo término. Dicho término es μ por el vector de corriente originado por la falla. Considérese primero el caso en el que el desbaste es sólo un cinta de radio $a < r_s < b$ y grueso $z_1 - z_2$, de esta forma:

$$\Theta(S) |_{r_s} = [\theta(z - z_2) - \theta(z - z_1)], \quad (2.36)$$

en donde Θ es la función escalón. En consecuencia la ecuación diferencial 2.35 se separa, $A_\theta(r, z) = Z(z)R(r)$, en la ecuación diferencial de Bessel modificada de orden 1 para $R(r)$ y la siguiente ecuación para $Z(z)$.

$$\frac{d^2 Z}{dz^2} + \beta^2 Z = [\theta(z - z_2) - \theta(z - z_1)] j\omega\mu_0\sigma Z \quad (2.37)$$

que es la ecuación del oscilador armónico más una perturbación. Aquí α^2 es la constante de separación de la ecuación diferencial parcial para $A_1(r, z)$.

Así las funciones propias perturbadas ϕ_k a primer orden en $\mu\sigma\omega(z_1 - z_2)z_1$ resultan ser:

$$p\tilde{h}_k = \frac{e^{j\alpha_k(z-z_0)}}{\sqrt{L}} + j\omega\sigma\mu \sum_{\beta_k \neq \alpha_k} \frac{e^{-j\alpha_k(z-z_0)}(e^{j(\beta_k-\alpha_k)z_1} - e^{j(\beta_k-\alpha_k)z_2})}{(\beta_k - \alpha_k)^2(\beta_k + \alpha_k)L^{3/2}} \quad (2.38)$$

con valores propios asociados:

$$\alpha_l = \alpha + \frac{\beta(z_1 - z_2)}{L}. \quad (2.39)$$

Luego, para recuperar el sistema tubo infinito se toma el límite ($L \rightarrow \infty$) para el cual la sumatoria tiende a cierta integral (apéndice D) que al ser calculada y expresada en variable real toma la forma:

$$\phi = \cos\alpha(z - z_0) - \frac{2j}{\delta^2} \left[\frac{\cos\alpha(2z_1 - (z - z_0)) - \cos\alpha(2z_2 - (z - z_0))}{(2\alpha)^2} + (z_1 - z_2) \frac{\sin\alpha(z - z_0)}{\alpha} \right]. \quad (2.40)$$

La condición bajo la cual es válida esta expresión ($1 \gg (z_1 - z_2)z_1/\delta^2$) limita el modelo a ranuras cuyo producto de su distancia a la espira excitadora por su ancho sea mucho menor que la profundidad de penetración del medio δ .

Este resultado muestra que el desbaste se representa, a primer orden, aproximadamente como un par de espiras a las distancias $2z_1$ y $2z_2$ de la espira fuente, que están defasadas $-2j/\delta^2$ de la espira fuente.

Luego, para encontrar el potencial en el sistema inhomogéneo se plantea y resuelve un problema con condiciones a la frontera análogo al de la sección 1.2.1. (tubo homogéneo) sólo que ahora, junto con la espira fuente, se tiene la fuente que representa al desbaste (apéndice F). Finalmente por integración sobre r_s se reconstruye un desbaste tridimensional y utilizando la expresión 1.29 se obtiene el voltaje registrado en la bobina sensora.

Este método sólo se puede emplear para representar fallas con simetría de revolución respecto al eje del tubo, lo cual representa una desventaja para modelar cualquier geometría. Sin embargo, dado que expresa sus resultados de manera similar al sistema homogéneo su cálculo se facilita.

2.4 resumen

En este capítulo se analizaron los alcances y las limitaciones de modelos [8] y [6] para representar fallas localizadas en el interior de materiales conductores. Asimismo hizo un seguimiento del desarrollo teórico de cada modelo, mostrando con ello las hipótesis que éstos requieren. En la siguiente tabla se muestran comparativamente las cualidades de cada modelo:

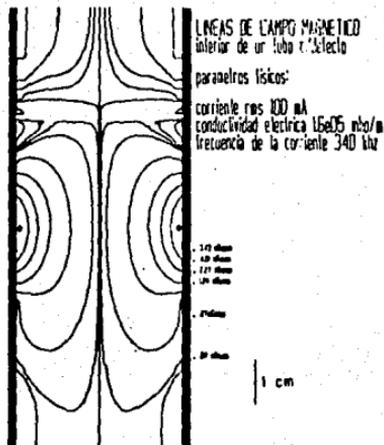


Figura 2.5: cilindro con incisión coaxial

modelo	cavidades pequeñas	fisuras y grietas	desbastes
tamaño de la falla	casi puntual $lon \ll a$ $a \delta$	pequeña	menor o igual
frecuencias	"bajas" $\delta > dia$	"altas" $\delta < b - a$	"bajas" $\delta > \sqrt{z_1(z_2 - z_1)}$
Región	cercana	lejana	cercana
Parámetros de caracterización	longitud máxima y orientación de la falla	descripción geométrica transversal	dimensiones de su sección
tipo	analítico	numérico	analítico
geometría del sistema	cualquiera plana	aproximadamente	cilíndrica
a probar			

En el siguiente capítulo se presenta una simulación de las desviaciones en la impedancia que se registrarían en una bobina sensora, basada en el modelo de pequeñas cavidades. El modelo para desbaste se empleará para construir las líneas de campo presentes en un tubo con desbaste coaxial.

Capítulo 3

Métodos numéricos y graficación

En los capítulos anteriores se analizaron las expresiones ec 1.11 y ec 1.34 en ciertas condiciones límite, para las cuales las expresiones se pueden manipular analíticamente. Para completar dicho análisis se requiere elaborar algoritmos numéricos que calculen estas expresiones bajo cualquier condición. Dado que dichas expresiones involucran funciones Bessel y Neumann modificadas que son evaluadas para valores de argumentos tales que se producen sobreflujos en la computadora, se presenta una discusión de los procedimientos desarrollados para evitar esta dificultad.

Asimismo se discute el desarrollo de un algoritmo para construir gráficamente líneas de campo elaborado con la finalidad de completar el estudio del comportamiento espacial del campo magnético en el tubo infinito.

3.1 Cálculos numéricos

Las ecuaciones 1.11 y 1.34 contienen expresiones comunes entre sí, por lo que esta sección se discutirá únicamente el algoritmo para calcular la expresión 1.11 dejando para la sección 3.2.2 las particularidades de la ecuación 1.34.

La expresión 1.11 contiene funciones modificadas de Bessel y Neumann e involucra el cálculo de una integral. A continuación se muestra el diagrama a bloques del programa desarrollado para el cálculo de dicha expresión.

A continuación se explicará la función y el diseño de cada uno de los tres bloques, para posteriormente tratar el problema del acoplamiento de los mismos.

3.1.1 Definición de funciones

Este bloque provee de las funciones de Bessel y Neumann modificadas necesarias para evaluar el integrando de la expresión 1.11. El siguiente dibujo es un diagrama de flujo global de este bloque.

Para elaborar las rutinas de proceso a saber: Desarrollo de Taylor y asintótico; existen dos modalidades.

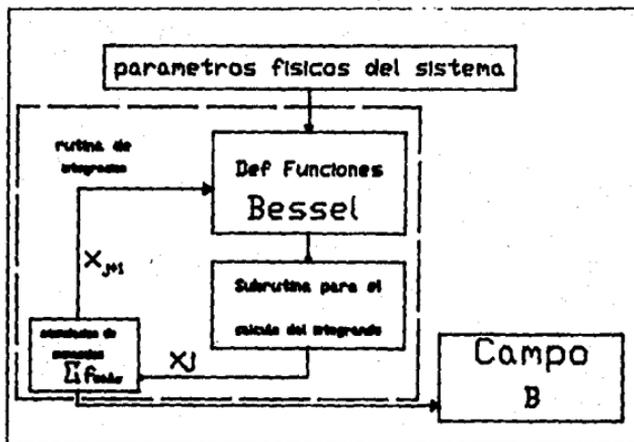


Figura 3.1: diagrama del programa para calcular la ec

- La primera consiste en almacenar en una matriz de datos los coeficientes a_n y b_n de las desarrollos (hasta cierto valor N del subíndice) [1], de tal forma que tales coeficientes juegan el papel de constantes para este cálculo. Esta modalidad tiene la ventaja de ser la más rápida en procesar, sin embargo limita la precisión máxima de la función hasta cierto orden de magnitud, y proporciona una precisión diferente para cada valor del argumento de la función.¹ En efecto, dadas las sumas parciales con 10 términos de los desarrollos de Taylor y asintótico para aproximar la función de Bessel con siete cifras significativas, los valores más precisos serán los más próximos a cero y los mucho mayores que 4, quedando entre los menos precisos aquellos puntos en la vecindad de 4.[1]
- En la segunda los coeficientes a_n y b_n se calculan en el mismo programa esto es, se introduce en código las expresiones analíticas de éstos para que sean calculados como subrutinas de este bloque. Esto permite seleccionar fácilmente la precisión de la función y mantiene uniforme la precisión para todo argumento de la función. Sin embargo tiene la gran desventaja de utilizar más tiempo de proceso que la opción anterior.

Para la elaboración de este bloque se optó por una combinación de estas alternativas. Esto es, se almacena en una matriz los valores numéricos a_n y b_n hasta el valor 10 del índice; y se evalúa la expansión de la función deteniendo la suma mediante banderas de precisión, de 4 órdenes de magnitud, en las instrucciones condicionales; de esta forma se evita que los valores de la función cercanos a cero o mucho mayores que 4 tengan más precisión que los valores restantes.

¹rutinas de este tipo pueden hallarse en [24]

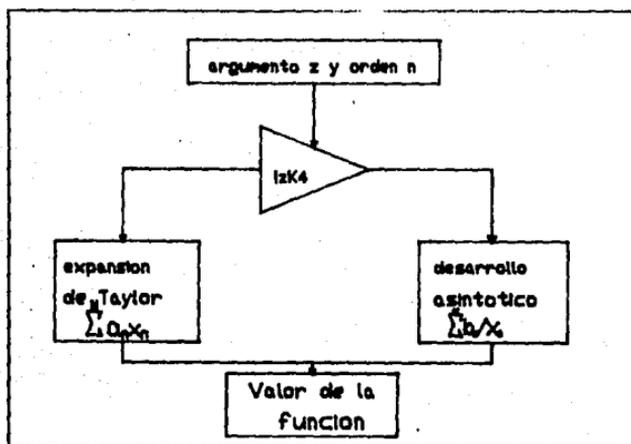


Figura 3.2: diagrama bloque: Def función

3.1.2 Cálculo del integrando

En este bloque se introduce el integrando de la ecuación 1.11 junto con las expresiones explícitas de sus coeficientes C_i y D_i para las cuatro regiones de descripción (sec 1.2.1), dadas en el apéndice A.

La organización y el orden en el que se realizan cada uno de los cálculos está guiado por criterios de mínimo tiempo de proceso (apéndice A).

3.1.3 Integración

En este último bloque se efectúa la integración numérica que indica la expresión 1.11. Existen varios métodos de integración numérica a escoger; los más conocidos son: Newton-Cotes y Gauss [1]. De entre estos métodos se muestra [28] que el de mayor exactitud son los métodos tipo Gauss, sin embargo se demuestra [10] que cuando el integrando oscila periódicamente, el algoritmo de integración que converge más rápido es el más simple del tipo Newton-Cotes: la regla del trapecio. Luego como la función 1.11 a integrar es una función senoidal modulada por otra función, se elige este método. Este hecho, se puede interpretar, si se observa que la integral que se intenta calcular no es más que la parte real de una transformada de Fourier, y que al tomar el método de integración más simple; únicamente se está cambiando ésta por una serie de Fourier. Lo cual significa que se está aproximando el potencial en el tubo infinito por el de un tubo acotado por dos planos perpendiculares a su eje en los cuales se tiene la condición de potencial nulo. Aquí se aproximó el tubo infinito por un tubo acotado tal que el cociente entre el radio del tubo y la longitud del tubo

es igual a 10^{-2} .

3.1.4 Acoplamiento

Al acoplar de los bloques: 'Def funciones' y 'Cálculo del integrando' aparece el problema de los sobreflujos (overflows). En efecto, dado que las funciones modificadas de Bessel tienen un comportamiento asintótico exponencial, y que su argumento se tiene que evaluar en argumentos entre 10 y 100, entonces sus valores de sobrepasan la capacidad de las computadoras disponibles.² Para dar solución a esta dificultad se consideraron dos opciones:

1. Asociar a los valores numéricos dos números: la base y el exponente de este, manejándolos separadamente; y operando de esta forma con ellos. Si estos números se necesitan operar en expresiones que sólo incluyan multiplicaciones y divisiones, entonces el uso de este método se puede incorporar al programa principal, pero si se requiere hacer sumas, se tendrán que redefinir las operaciones aritméticas, en subrutinas.

- $SMC : S, T \rightarrow S + T$, $S, T \in \mathbb{C}^2$ suma de complejos
- $PDC : S, T \rightarrow S \times T$, $S, T \in \mathbb{C}^2$ producto de complejos
- $DVC : S, T \rightarrow S/T$, $S, T \in \mathbb{C}^2$ división de complejos
- $PIC : C, K \rightarrow C^k$ Potenciación de complejos
- $RENOR : R, k \rightarrow R^k, k \in \mathbb{R}$

El objeto de la subrutina RENOR es reacomodar el punto flotante de las cifras significativas, el cual cambia de lugar como consecuencia de haber realizado operaciones aritméticas. Obsérvese que las entidades S y T están definidas por un conjunto de cuatro números, ello se debe a que se está trabajando con números complejos. Por esta misma causa, las subrutinas anteriores se deben apoyar en subrutinas de operaciones aritméticas reales.

- $SMR : A, B \rightarrow A + B$, $A, B \in \mathbb{R}^2$ suma de reales
- $PDR : A, B \rightarrow A \times B$, $A, B \in \mathbb{R}^2$ producto de reales

Dado que aparte de operaciones aritméticas, también se necesitan del cálculo de algunas otras funciones; éstas deben ser adaptadas a este tipo de expresiones. Como se puede observar, usar este método significaría trabajar en forma análoga a como lo hace una calculadora común; ofreciendo la ventaja de poder manejar más órdenes de magnitud en los números, que lo que la capacidad de la computadora posee. Sin embargo, si se usa esta alternativa, programando las subrutinas en un lenguaje de alto nivel, se incrementa mucho el tiempo de proceso.

2. Definir y utilizar funciones intermedias, que no rebasen la capacidad de la computadora, para posteriormente reconstruir por medio de éstas, las funciones de Bessel modificadas; en los cálculos finales, donde el overflow no aparezca. Sean $I'_n(z)$ y $K'_n(z)$ definidas de la siguiente manera:

² en Vax, capacidad máxima en precisión doble 10^{66}

$$I'_n(z) = \begin{cases} I_n(z) & |z| < 4 \\ e^{-z} I_n(z) & |z| > 4 \end{cases} \quad (3.1)$$

$$K'_n(z) = \begin{cases} K_n(z) & |z| < 4 \\ e^{-z} K_n(z) & |z| > 4 \end{cases} \quad (3.2)$$

Estas funciones ocuparan ahora el bloque Def FUNCIONES, resta adaptar el bloque Cálculo del INTEGRANDO a este cambio. Para ello nótese (apéndice A) que las funciones I_n y K_n tienen que evaluarse en ocho valores de su argumento, para un solo valor de la variable de integración α . Esto significa que el cambio del dominio $|z| < 4$ a $|z| > 4$, en general, no ocurrirá simultaneamente, en una tabulación del integrando donde α es la variable independiente. Por lo que para reconstruir las funciones Bessel modificadas, se deben colocar ocho banderas que indiquen cuando ha ocurrido el cambio de dominio para cada uno de los valores del argumento en que se tienen que evaluar estas funciones.

La mayor ventaja de este procedimiento es que utiliza mucho menos tiempo de computo que el primer procedimiento. Entre sus desventajas está el hecho de que las funciones de Bessel no se están manejando como un módulo independiente de los restantes módulos.

3.2 Gráficas

En esta sección se discutirá la elaboración de gráficas de líneas de campo y gráficas de impedancia. Las primeras se elaboran con el objeto de estudiar la transición entre campo cercano y lejano y las segundas para completar el estudio de la impedancia sección 1.3.1. Asimismo se presenta una simulación basada en el modelo para cavidades muy pequeñas.

3.2.1 Líneas de campo

En esta sección se discute la elaboración de un algoritmo para construir líneas de campo. Dicho algoritmo se aplicó para trazar las líneas de campo magnético de los sistemas: tubo infinito homogéneo y tubo infinito con desbaste coaxial. Esto se hizo tanto para estudiar la transición entre las regiones de campo lejano y cercano estudiadas en el capítulo uno, como para visualizar como afecta la presencia de la falla al campo magnético.

Se considerarán sólo campos bidimensionales. Dado un campo vectorial bidimensional $\vec{B} = (b_1, b_2)$, las líneas de campo asociadas están dadas por la expresión:

$$\frac{dx_1}{dx_2} = \frac{b_1(x_1, x_2)}{b_2(x_1, x_2)}, \quad (3.3)$$

donde variando las condiciones iniciales, se genera la familia de líneas de campo. De esta manera se ha planteado una ecuación diferencial ordinaria de primer orden para describir las líneas de campo. Para su resolverla se utilizó un algoritmo numérico rutinario (aquí, el algoritmo Runge Kutta de cuatro pasos). Sin embargo se tienen las siguientes complicaciones:

para reconocer tales puntos y corregir las curvas disminuyendo la longitud del paso en los entornos de estos puntos.

Otra forma de construir líneas de campo, que evita la presencia de las singularidades, es en forma paramétrica, ésto es.

$$\frac{d}{d\lambda} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{Bmatrix} (x_1, x_2)(\lambda),$$

en donde λ es parámetro arbitrario. De esta forma se cambia el problema de resolver una ecuación diferencial de primer orden por el de resolver un sistema de ecuaciones que resultan estar acopladas y ser no lineales. Existen dos formas de resolver este tipo de ecuaciones,

- una es tratar de desacoplar el sistema de ecuación en forma exacta o aproximada.
- la otra es aproximar el campo \vec{B} por un desarrollo de Taylor hasta cierto orden;

La primera opción no es posible llevarla a cabo bajo cualquier condición, sin perder información. En efecto dado que el acoplamiento se da mediante transformadas integrales es imposible desacoplarlas sin hacer aproximaciones. La segunda alternativa siempre se puede utilizar, su desventaja es utilizar más tiempo de computo. En efecto, para desarrollar \vec{B} en serie de Taylor se deben calcular su derivadas en los puntos de desarrollo, las cuales son tensores cuyo rango es igual al orden de la derivada; por lo que para utilizar dicho método es necesario calcular entrada por entrada de tales tensores. Así, dado que cada entrada requería casi el mismo tiempo para ser calculada que el que se ocupa para calcular cada componente de \vec{B} entonces éste algoritmo utilizaría mucho más tiempo que el algoritmo discutido al inicio de esta sección.

A continuación se presentan una gráfica de líneas de campo para el sistemas tubo infinito homogéneo elaborada mediante el primer procedimiento discutido. las curvas de la gráfica cuenta con una longitud de paso aproximada de $5e - 05m$, éstas fueron distribuidas en la pared del tubo a distancias iguales, excepto aquellas que están punteadas. En los dibujos se han anotado los valores del campo magnético sobre la pared del tubo, de donde parten las curvas, para mostrar la variación de la intensidad de éste. Las no diferenciabilidades que están en las líneas paralelas a la pared del tubo y que cruzan por la espira se deben al corte numérico en la expansión de la fuente (espira).

En ésta gráfica se observan las regiones de campo cercano y lejano (sección 1.2.1). En efecto, en la región cercana a la espira se observa que las líneas de campo se asemejan a las de una espira en el vacío, mientras que en la región lejana las líneas tienden a ser rectas paralelas al eje del tubo lo cual significa que la dirección del campo magnético es axial.

Obsérvese que la región del campo lejano en la gráfica comienza cuando la magnitud del campo ha disminuido aproximadamente un orden de magnitud respecto a la magnitud de éste cerca del espira. Esto conduce a esperar que la razón entre la corriente de la espira excitadora y la corriente de la espira sensora sea mayor que 10.

La transición entre estas regiones ocurre en líneas que cruzan el tubo a una distancia de la espira de alrededor de $2cm$, hecho por el cual se incluyeron un par de líneas extras (líneas punteadas) cercanas a dicha posición. Como se puede observar en la gráfica de arriba esta transición es muy repentina puesto que la distancia en el tubo entre la curva correspondiente a la región lejana y la correspondiente a la región cercana es menos que $1mm$. Esto implica que al hacer cruzar la espira sensora por la transición se detectará un cambio abrupto en la conducta del voltaje inducido en la

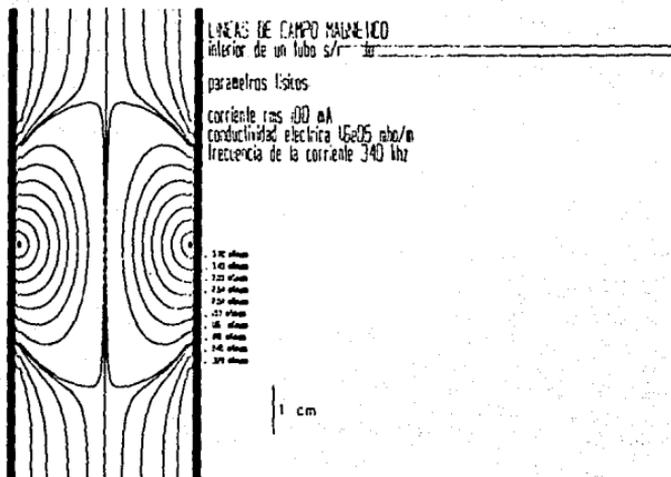


Figura 3.4: líneas de campo en un tubo homogéneo.

espira sensora. Otro punto importante es la variación radial de la magnitud del campo magnético. En la gráfica se observa que la densidad de líneas de campo es mayor cerca del tubo, tanto en la región de campo cercano como en la región de campo lejano.³

La gráfica siguiente es del sistema tubo infinito con desbaste coaxial (el cual está dibujado en la pared del tubo) esta gráfica tiene las mismas características de graficado que la anterior excepto que la distribución de líneas sobre las pared del tubo no está completa. En la gráfica se observa que la presencia del desbaste desplaza las líneas de campo hacia la falla, asimismo las líneas se deforman en la vecindad del desbaste causando que estas se curven y dirigan hacia éste. Esto causa que la densidad de líneas de campo aumente en la vecindad de la falla y por lo tanto sea ahí mayor la intensidad de campo magnético.

3.2.2 Gráficas de impedancia

En esta sección se discuten las particularidades que se tienen al elaborar el algoritmo de la expresión 1.34 respecto al de la expresión ec 1.11, asimismo se presenta una gráfica obtenida con dicho algoritmo. Se incluye también un par de gráficas generadas con el modelo para cavidades pequeñas discutido en la sección 2.1.1.

³Para ésto ignórese la presencia de las líneas punteadas, las cuales no pertenecen a la distribución

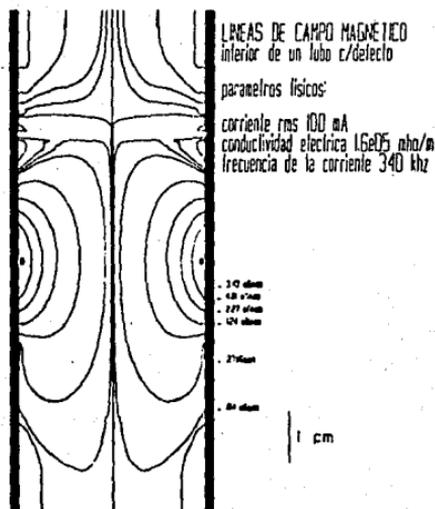


Figura 3.5: líneas de campo en un tubo con un desbaste coaxial.

Impedancia

La diferencia entre ambas expresiones es la función $I(r_1, r_2)$, que es la integral de la función $I_0(x)z$ de Bessel (vease ec 1.22).

Se contemplaron las siguientes métodos para calcular esta función:

1. Calcular numéricamente dicha integral con los valores numéricos de I_0 ;
2. aproximar la función $I(r_1, r_2)$ mediante desarrollos de Taylor para valores pequeños y desarrollos asintóticos para valores grandes, en forma análoga a los desarrollos discutidos en la sección 3.2. Esto es, si $I_0(x)$ se aproxima por la expresiones:

$$I_0(x) = \left\{ \begin{array}{l} \sum_n a_n x^n \\ \frac{1}{\sqrt{x}} \sum_n b_n x^n \end{array} \right.$$

entonces $I(r_1, r_2)$ se expresará de la misma forma sólo que ahora en lugar de a_n y b_n se tienen los coeficientes a'_n y b'_n dados por:

$$a'_n = \frac{a_{n-2}}{n} \text{ para } n > 2 \quad b'_n = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{(-1)^i b_{n-1-i} (n-1/2)!}{(n-i-1/2)!}$$

lo cual se obtiene integrando término a término los desarrollos anteriores.

Dado que la primera opción requiere más tiempo de computo se escogió la segunda opción.

La siguiente gráfica se obtuvo utilizando éste algoritmo. En ella, cada curva muestra el comportamiento de la impedancia como función del grueso del tubo desde $b \rightarrow a$ a 0. Cada curva corresponde a distintas conductividades. Los espesores de estas curvas se deben a que la función $I(r_1, r_2)$, de la que se discutió arriba, se desarrolló sólo con poca precisión (cuatro términos).

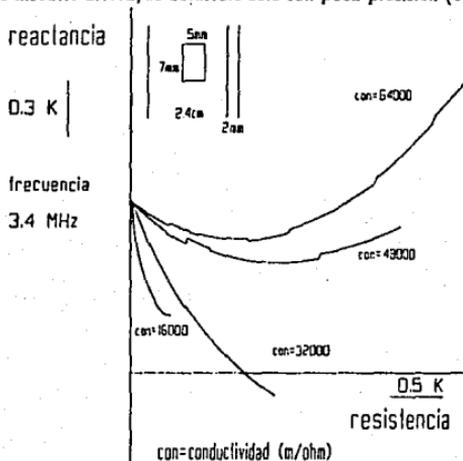


Figura 3.6: plano de impedancia

Nótese que todas las curvas parten de un mismo punto del eje imaginario debido a que cuando el grueso del tubo es nulo la impedancia (ec 1.34) se reduce a la reactancia inductiva de la bobina que es un número imaginario puro. Las gráficas muestran que la resistencia $\Re Z$ aumenta con el grueso $b - a$ y la conductividad de tubo, mientras que la reactancia $\Im Z$ disminuye para gruesos $b - a < \delta$ y aumenta para gruesos mayores. Este comportamiento se debe a que para $\delta > a$ se tiene desfases negativos (sección 1.2.1)

simulación de cavidades muy pequeñas

A continuación se presenta la simulación de la prueba de un tubo que contiene una inhomogeneidad que se puede representar por el modelo para cavidades pequeñas. La prueba consiste en hacer un muestreo axial (figura 4.4) en donde se registren la magnitud impedancias correspondientes a cada posición de la bobina sobre el eje del tubo. Para esto considérese la ecuación 2.13, cuando las bobinas excitadora y sensora coinciden:

$$V_{fs} = \frac{16b^3}{9} \chi \omega^2 \sigma \left(\frac{A_\theta(r_f, z_f)}{l} \right)^2,$$

en donde se tomó $x = 0$, z_f y r_f son las coordenadas de la falla respecto al centro de bobina de muestreo. Esta expresión proporciona el voltaje inducido asociado a la inhomogeneidad, el cual sumado al voltaje que se registraría en ausencia de la falla es igual al voltaje registrado en el muestreo mencionado.

$$V_{in} = V_{f_0} + ZI$$

Finalmente, Z_{in} se obtiene mediante

$$Z_{in} = V_{f_0}/I.$$

En las siguientes gráficas se presentan esta simulación para dos valores de ω y cuatro profundidades de la inhomogeneidad respecto de la superficie interior del tubo.

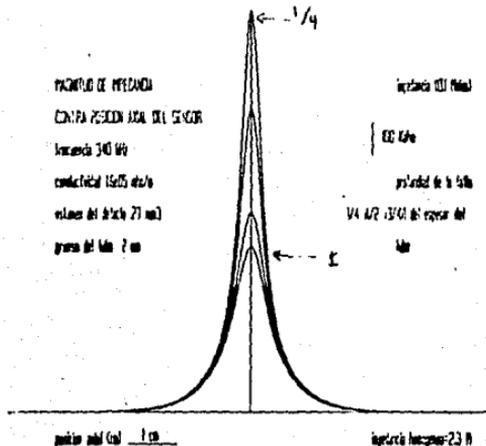


Figura 3.7: Z contra z l

Obsérvese las diferencias entre ambas gráficas.

1. En cada curva de la primera gráfica sólo aparece el pico correspondiente a la posición de la falla, mientras que en cada curva de la segunda, no sólo aparece éste sino también aparecen otros picos de menor tamaño que lo rodean. Dado que la primera gráfica corresponde a una ω en la que $\delta \approx b - a$ y la segunda corresponde a una ω tal que $\delta \approx 10(b - a)$, estas gráficas muestran que la posición de la falla es difícil de determinar cuando la longitud de onda del campo es un orden de magnitud mayor que el tamaño de la falla.
2. Otra diferencia entre las gráficas es el orden de magnitud de la impedancia, en la primera las impedancias son del .1M Ω mientras que la segunda son del orden de K Ω ; esto se debe a la tendencia asintótica inductiva, a frecuencias altas, que presenta el sistema (sección 1.3.1). En efecto, cuando el comportamiento de un elemento es inductivo su impedancia aumenta linealmente con la frecuencia.

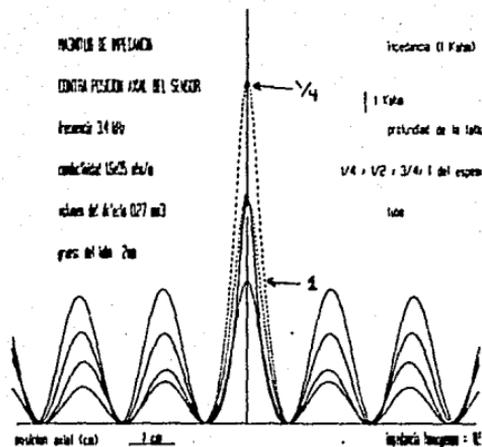


Figura 3.8: Z contra z 2

La diferencia entre cada una de las curvas de cada gráfica es el tamaño de sus picos, el cual aumenta conforme la profundidad de la falla disminuye. Esto se debe a que, como se discutió en la sección 1.1.2, la intensidad del campo disminuye cuando penetra en el interior de un conductor y por lo tanto conforme la falla esté a más profundidad de la superficie de conductor su influencia sobre el campo disminuirá.

3.3 resumen

En este capítulo se discutió la elaboración de algoritmos numéricos

1. para calcular las expresiones 1.11 y 1.34 en donde se presentó el problema de los sobreflujo al utilizar funciones de Bessel y Neumann modificadas. Este problema se solucionó utilizando funciones intermedias las cuales no muestran el comportamiento exponencial de las funciones de Bessel Neumann modificadas;
2. para construir líneas campos a partir de los valores numéricos de los campos mediante su definición escalar. Debido a que esta definición presenta singularidades se tuvieron que generar las líneas por intervalos utilizando para esto algunos criterios de selección.

Asimismo se analizaron las gráficas resultantes de éstos algoritmos de las cuales se obtuvieron los siguientes resultados relevantes:

En el sistema homogéneo del tubo infinito, a frecuencias altas

1. la transición entre campo cercano y lejano ocurre en una región muy estrecha lo que hace esperar un cambio abrupto en el voltaje inducido en la bobina sensora;
2. el campo magnético aumenta su magnitud en la vecindad de un desbaste por lo que el voltaje inducido aumenta.

La reactancia del sistema en donde la bobina excitadora y sensora coinciden operando a frecuencias bajas (sec 1.3 y 3.2.3) decrece con el grueso del tubo, lo que es un comportamiento contrario al comportamiento a altas frecuencias.

En la simulación para cavidades se observó

1. que la señal asociada a esta disminuye con la profundidad a la que se encuentra la falla respecto a la superficie interior del tubo, entonces se detectarán más fácilmente las fallas cercanas a dicha superficie;
2. la posición de la falla es difícil de determinar cuando la longitud de onda del campo es mayor que la longitud máxima de la falla.

Capítulo 4

Diseño de la sonda y análisis de señales

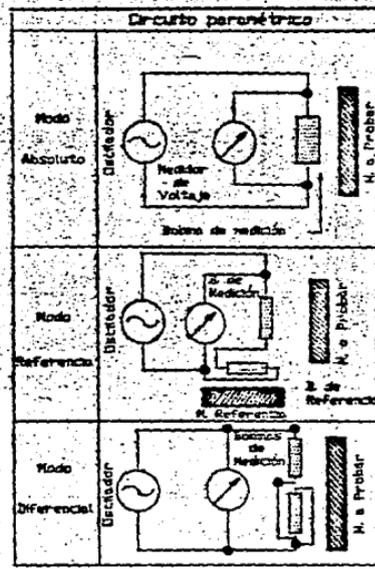
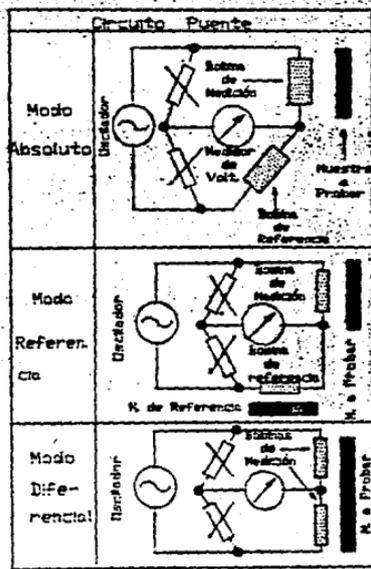
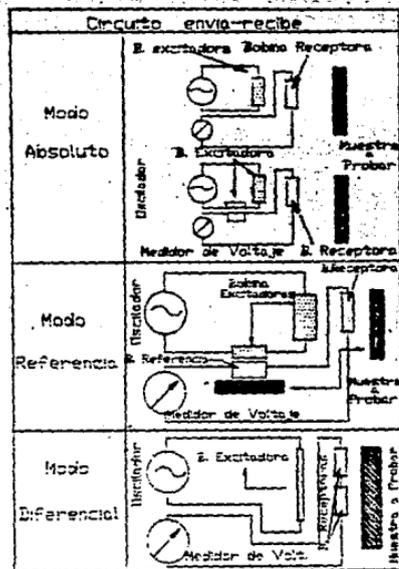
En este capítulo se describen los distintos modos de operación utilizados para la prueba por corrientes inducidas con el objeto de mostrar que algunas de las expresiones obtenidas son útiles para estudiar estos sistemas. Asimismo se establecen criterios para el diseño de sondas para inspeccionar tuberías con bobinas coaxiales, en base a la función de transferencia. Finalmente se discuten algunos procedimientos que se han utilizado para interpretar las señales provenientes de la prueba de inspección, para de esta manera discutir los resultados de este trabajo.

4.1 Modos de operación y función de transferencia

Las distintas maneras de emplear bobinas en la prueba por corrientes inducidas, se pueden resumir en el siguiente diagrama.

Sus características son las siguientes:

1. Cada uno de los circuitos de la tabla son variantes de los dos procedimientos más comunes para medir impedancias:
 - (a) vía un circuito puente
 - (b) por medio del defasamiento y la caída de potencial entre señal de entrada y salida de un circuito.[30]
2. En los circuitos tipo envía-recibe, el sistema de excitación está separado del sistema de detección, mientras que los tipo paramétrico y puente el sistema excitador-sensor es uno solo; de donde las sondas pueden ser de una o dos bobinas de inspección.
3. Los circuitos "absolutos" miden impedancias absolutas, los circuitos "referencia" miden impedancias relativas a la impedancia de una pieza en buen estado o simplemente a la reactancia inductiva de una bobina en el vacío, y los circuitos "diferenciales" registran la impedancia transferida entre un par de bobinas.



Para establecer los parámetros (corriente máxima y mínima, frecuencia de trabajo impedancia media de entrada y salida, tiempo de estabilización) en los cuales operará la sonda de la prueba por corrientes inducidas es necesario calcular la función de transferencia de la misma. En las secciones 1.3.1 y 3.2.2 se estudió el comportamiento de la función de transferencia de una sonda operando en modo paramétrico y absoluto, en la sección 4.2.2 se emplearán los resultados de dichas secciones para mostrar con un ejemplo como establecer los parámetros de operación. Es importante señalar que en el capítulo 1 se proporcionó todas las expresiones necesarias para calcular la función de transferencia de cualquier modo de operación de la tabla 4.1 que involucre tubos excitados por bobinas coaxiales. Para enfatizar esto a continuación se obtiene la función de transferencia de voltajes del modo de operación envía-recibe absoluto .

Sean Z y Z_s las impedancias de las bobinas excitadora y sensora respectivamente y Z_{12} la impedancia transferida entre éstas. Entonces por la ley de Kirchof para voltajes y la ley de Ohm se obtiene la siguiente pareja de ecuaciones para los voltajes del generador V y del voltímetro V_s :

$$V = ZI + Z_{12}I_s, \quad (4.1)$$

$$V_s = Z_s I_s + Z_{12}I, \quad (4.2)$$

como antes los subíndices s se refieren a la bobina sensora. Si R es la resistencia interna del voltímetro, la función de transferencia de voltajes toma la forma:

$$T = \frac{V_s}{V} = \frac{Z_{21}}{Z_{21}^2 - Z_1(Z_2 + R)}, \quad (4.3)$$

la cual se obtuvo con la ayuda de las ecuaciones 4.1 y 4.2. De esta manera, T se expresa únicamente en términos de las impedancias Z_1 , Z_2 y Z_{12} . En la sección 1.3 fueron calculadas Z_1 y Z_2 y en la sección 1.2.3 se mostró el procedimiento para calcular Z_{12} . considérese los siguiente casos límite

1. si R es órdenes de magnitud mayor que Z_s , entonces

$$T = \frac{Z_{12}}{Z_s},$$

de esta manera T se hace independiente de R como era de esperarse. En efecto $R \gg Z_s$ significa que el voltímetro casi no perturba al sistema.

2. si Z_s es órdenes de magnitud menor que Z_{12} entonces

$$T = \frac{R}{Z_{12}},$$

así T sólo depende de la Z_{12} y R , lo que significa que la que la presencia de la bobina sensora casi no afecta al campo generado por la bobina excitadora.

Las dos características de una sonda para la prueba por corrientes inducidas son: el tipo de bobinas y de señal que excitación. Estas características se escogerán de acuerdo tan con los objetivos de la prueba como las propiedades de la pieza. En el primer punto suele exigir rapidez, versatilidad, alcance y resolución, y el segundo indica la posibilidades de realizar la inspección.

4.1.1 características de las bobinas

La posición y la forma de las bobinas son cualidades que fueron determinadas desde un principio, aquí sólo se discutirá la fidelidad del modelo empleado para representarlas y algunas características que deben reunir cuando sean empleadas como sensoras y excitadoras.

modelo de bobina

Como se recordará \vec{J} en el interior de las bobinas fue representada como una distribución uniforme en el cuerpo de la bobina excitadora; sin embargo las bobinas se construyen devanando cable esmaltado en espiras para conformar el cuerpo de la bobina. Esta diferencia se refleja como efectos capacitivos. En efecto, considerese un corte sagital del cuerpo una bobina en el que se puedan observar las secciones transversales de cada espira del cable.

Dado que existe una diferencia de potencial entre cada capa de espiras, que puede ser notable experimentalmente, entonces se tendrá un capacitor por cada par de éstas. Este efecto es mayor a frecuencias altas ya que la densidad de corriente es mayor en la superficie del cable de la bobina. (efecto epidérmico)[32]

El comportamiento puede ser más complicado si este efecto se da entre cada espira;¹ sin embargo para los voltajes y frecuencias que se manejan en estas pruebas se puede despreciar el efecto capacitivo entre espiras pero no así entre placas; por lo cual se recomienda no acumular muchas capas.

bobina excitadora

Dos características debe tener la bobina excitadora:

1. Generar la máxima intensidad de campo magnético dado un número de espiras.
2. Las líneas de flujo del campo generado deben apearse lo mejor posible a la geometría de la pieza a inspeccionar.

Ambos aspectos son de cierta forma complementarios porque al apegar el flujo del campo a la geometría de la pieza se tiene una mejor del mismo. Para satisfacer el primer señalamiento basta con realizar el devanado en forma tal que cada capa tenga la misma dirección de corriente. Cabe señalar que las bobinas comerciales cuyo devanado alterna su dirección en cada capa no son muy eficientes para la inspección. Porque, aunque disminuyen los efectos capacitivos de las capas de devanado³⁰ crea capas dipolares de corriente, y el campo de un elemento dipolar disminuye más rápido con la distancia que uno monopolar.

En los sistemas estudiados en este trabajo hay una región en donde las líneas de campo satisfacen el segundo punto, llamada región de campo lejano. En efecto observese en la figura 3.4 que en dicha región las líneas de campo tiende a ser paralelas a la pared del tubo, ésta es una región donde las líneas de campo se apegan a la geometría de la pieza a inspeccionar.

¹un examen exhaustivo de estos fenómenos en las bobinas, mediante un modelo continuo, se hace en [16]

El motivo de buscar que las líneas de campo tengan estas cualidades es para que en el muestreo la percepción de las inhomogeneidades sea más simple.

bobina sensora

La principal característica que la bobina sensora debe tener es ser lo más sensible a las variaciones espaciales del campo magnético. La forma de lograr ésto en bobinas coaxiales es disminuyendo lo más posible el área transversal de las bobinas, el problema es que se debilita la señal sensada. Hecho por el cual se debe escoger el valor mínimo de área transversal para el cual se pueda procesar la señal sensada. Un problema intrínseco de las bobinas coaxiales sensoras es que no distinguen las variaciones angulares que pueda presentar el campo magnético como consecuencia de alguna inhomogeneidad. La forma de resolver este problema es utilizar bobinas sensoras de otras formas y posiciones, por ejemplo la bobina de la figura 4.5. Para calcular el voltaje que se induce sobre bobinas de cualquier otra forma se emplea el procedimiento de la sección 1.3.

4.1.2 Características de la señal de excitación

La señal de excitación es el otro parámetro importante del diseño, esta puede clasificarse ser de dos tipos: armónica y no armónica; sólo se contemplará señales armónicas por las siguientes razones:

Al utilizar señales armónicas se cuenta con las siguientes ventajas:

1. Son fáciles de generar experimentalmente en el rango de 10Hz a MHz
2. Es más fácil describir el comportamiento de un sistema excitado por éstas señales que cuando se tienen señales no armónicas; y por ende los algoritmos que simulan las pruebas se ejecutan en menor tiempo.

A continuación se discutirán algunos criterios para escoger los parámetros de diseño: frecuencias de operación y tiempo de estabilización de la señal para la prueba analizada en la sección 3.1

frecuencia de operación

Como se discutió en las secciones 1.1.1 y 1.1.2 los campos electromagnéticos se amortiguan al penetrar en el interior de medios conductores en una distancia igual a, δ , la profundidad de penetración. Entonces, dado que δ depende de ω entonces el alcance de las señales dependerá de la frecuencia de operación ω . En efecto, a partir de los cálculos de la sección 1.3 se obtiene la siguiente tabla:

- A frecuencias intermedias y bajas $\omega_1 < \omega < \omega_g$ la impedancia medida en la bobina, depende tanto del radio interior como del exterior del tubo; lo que significa que la presencia de una inhomogeneidad en cualquier radio del interior del tubo influirá sobre la señal registrada en la prueba.
- A frecuencias altas $\omega_g < \omega$ la impedancia sólo depende del radio interior del tubo y del estado de la capa delgada delimitada por la profundidad de penetración del campo.

tiempo de estabilización

En los sistemas excitados por corrientes monocromáticas aparecen dos señales una transitoria y otra estacionaria. La señal transitoria junto con la estacionaria aparecen inicialmente superpuestas y eventualmente la señal transitoria se amortigua dejando sola a la estacionaria. [7] El tiempo necesario para que la señal transitoria desaparezca se conoce como tiempo de estabilización y será el tiempo mínimo que se necesitará esperar entre cada medición de la prueba. A continuación se estimará el tiempo de estabilización para la sonda de la sec 1.3.1 considerando una frecuencia de operación alta. Entonces la función de transferencia de dicho sistema está dada por la expresión 1.44:

$$Z = j\omega L_0 + (1 + j)\sqrt{\omega}P$$

Supóngase que la impedancia sólo fluctúa poco en torno a su valor de operación Z_0 , el cual toma a la frecuencia de operación ω_0 , como consecuencia del cambio en la posición de muestreo de la bobina. Si por ΔZ se representa las variaciones de la impedancia y ω_0 representa la frecuencia de operación se tiene que

$$\Delta Z \approx j\omega(L_0 + P/2\sqrt{\omega_0}) + \sqrt{\omega_0}P, \quad (4.4)$$

de donde ΔZ se comporta como un circuito $R - L$ paralelo con valores de inductancia.

$$L_e = L_0 + P/2\sqrt{\omega_0},$$

y de resistencia

$$R_e = \sqrt{\omega_0}P.$$

Esto significa que el tiempo τ que tomará la señal en estabilizarse entre cada muestreo será el mismo que ocupará un circuito $R - L$ paralelo; es decir: [7]

$$\tau = R_e/L_e$$

4.2 Algunos mecanismos de análisis

Un muestreo detallado de un tubo cilíndrico que se realice siguiendo cada una de las dos siguientes etapas

proporcionará una matriz de datos de impedancia correspondiente a la malla de puntos de muestreo. El procesamiento y la interpretación de la información obtenida en un muestreo dependerá de los objetivos de la prueba y de los requisitos que ésta debe cumplir; pudiendo clasificarse como:

1. Pruebas que requieren mucha rapidez, en las cuales sólo se necesita saber si existe falla o no.
2. Pruebas que necesitan localizar la posición de cada uno de los defectos detectados.
3. Pruebas que además de localizar defectos, los caracterizan cualitativamente proporcionando parámetros estimativos.
4. Pruebas que caracterizan cuantitativamente la geometría y las propiedades físicas del defecto.

Para realizar una prueba del tipo 1, será suficiente hacer un muestreo axial y comparar, en cada punto, el valor experimental de la impedancia con aquel calculado con la ecuación 1.29; concluyéndose la presencia de un defecto a partir de la diferencia de valores; Van Den Ber [34] reporta una prueba de este tipo aplicada a tubos de intercambiadores de calor. La prueba se realiza muestreando a una velocidad alta y únicamente permite estimar los efectos globales que la corrosión hace sobre la pared del tubo, como lo es el grueso promedio de la pared del tubo. Una prueba del tipo 2, requiere de un barrido bidimensional para poder determinar la posición de defecto, y la interpretación de los resultados se hará análogamente al tipo 1.

Una prueba del tipo 3 requiere de algún tipo de barrido como el de las anteriores pruebas, sin embargo el análisis de los datos es más profundo. En efecto, para analizar las impedancias muestreadas será necesario con un conjunto de hipótesis adicionales acerca de las fallas que se desean detectar, de manera tal que se pueda construir un algoritmo que proporcione los parámetros estimativos a partir de los valores de impedancia. Así por ejemplo Deeds & Dood[12] utilizan el modelo de Burrows[8] que representa fallas en forma de pequeñas cavidades aisladas e inmersas totalmente en el conductor para elaborar un algoritmo que proporciona los parámetros: volumen de la falla y profundidad de la misma. Eagle[19] utiliza en su equipo para RFEC (Corrientes inducidas en el campo lejano) un algoritmo que estima el porcentaje de pérdidas de pared de la tubería a través de los datos de impedancia de un muestreo axial. Este algoritmo parte de un modelo que representa fallas en forma de cavidades anulares y coaxiales. Es conveniente hacer notar en este punto, que los modelos estudiados en este trabajo para representar fallas (Cap 2) encuentran los efectos causados por las inhomogeneidades en las variables de inspección; ésto representa el problema directo. Determinar las inhomogeneidades presentes en el sistema a partir de los resultados del muestreo constituye el problema inverso. El par de ejemplos que se acaban de discutir son versiones de problemas inversos simplificados, ya que ellos extraen cierta información interpretando los resultados experimentales.

Una prueba del tipo 4, la cual intenta caracterizar totalmente al defecto, es la más difícil. Su solución requiere de resolver el problema inverso. Pero la solución exacta de problemas inversos asociados a estos sistemas no se ha estudiado.

Sabbage[26], mediante aproximaciones iterativas invierte un modelo para defecto localizado, caracterizado sólo por su conductividad inmerso en un conductor de superficie plana, y lo aplica para la inspección de piezas hechas de aceros austeníticos inoxidables.

Otra forma de caracterizar las fallas es resolver los problemas directos de las fallas que más comúnmente aparecen en los materiales que se quiere inspeccionar. Esto es, obtener la simulación que dichos defectos mostrarían y analizar los datos experimentales estadística y comparativamente con respecto a los defectos modelados, y determinar de esta forma el defecto del que se trata, proporcionando su intervalo de confianza. El análisis estadístico podría ser complementado, para incrementar su confiabilidad, mediante la probabilidad condicional de que esté presente cada tipo de defecto (información obtenida mediante otro tipo de fuentes).

Se han incluido análisis estadísticos para interpretar la información obtenida en pruebas por corrientes inducidas[4] [22], sin embargo en estos análisis sólo se contempla la contribución aleatoria que ocasiona el sistema experimental de prueba; dejando de lado el carácter aleatorio que ocasiona el utilizar un modelo para interpretar los resultados. Por ejemplo, Barhl[4] realiza una inspección en una placa plana mediante una bobina circular, colocada a una distancia h por arriba de la superficie de la placa, y analiza sus resultados asociando un carácter aleatorio solamente al voltaje por ruido electrónico y a la distancia h (Lift Off); tomando a las restantes variables en forma determinista.

Barhl utiliza para su análisis un modelo para fracturas (cracks) que son paralelas al superficie del conductor, de esta forma supone de antemano la geometría y las propiedades físicas de la falla. Cabe mencionar que análisis estadísticos de este tipo deben hacerse para dar una interpretación confiable a cualquiera de las pruebas mencionadas. Porque entre otras cosas, proporcionan el umbral de voltaje o corriente que decide si una fluctuación en las señales registradas es considerada ruido o falla.

Por otra parte se han hecho investigaciones^[2] destinadas a crear instrumentación capaz de construir las gráficas de campo magnético a través de los muestreos obtenidos con un conjunto de transductores sensores de campo magnético. De esta forma el análisis de los resultados se simplifica en el sentido de facilitar la búsqueda de defectos en el material. Pudiendo hacer ésto mediante la comparación de las gráficas experimentales con las gráficas del sistemas en óptimas condiciones, elaborados previamente. Aunque este tipo de instrumentación facilita la interpretación de resultados sólo mejora la descripción geométrica de las fallas.

Los resultados obtenidos en este trabajo sirven por una parte para diseñar la sonda y su amplificador de señales y por otro, para analizar señales provenientes de inspecciones del tipo uno y dos; en donde se determina la existencia de la falla y su posición. Asimismo mediante expresiones como ec ?? y el modelo para cavidades^[12] se pueden obtener parámetros estimativos como en la prueba tipo 3. Una prueba rigurosa del tipo cuatro no se puede realizar con los modelos aquí estudiados debido a que estos constituyen problemas directos. Sin embargo un estudio estadístico en el cual se considere el caracter aleatorio del tipo de inhomogeneidad si es posible realizarlo.

4.3 resultados, conclusiones y perspectivas

En este trabajo se hizo un estudio de las pruebas por corrientes inducidas aplicadas a tubos conductores mediante bobinas colocadas coaxialmente, obteniéndose los siguientes resultados:

1. Para la prueba con dos bobinas (sensora y excitadora) se obtuvo

- (a) La delimitación de la región del campo lejano. Es importante esta región debido a que en ella es más fácil distinguir las variaciones en las variables de inspección (corrientes y voltajes) debidas a la presencia de una falla. Esto debido a que el comportamiento espacial del campo en dicha región es asintóticamente axial y monotónicamente decreciente.
- (b) La transición entre campo lejano y cercano es abrupta. En efecto, en las gráficas de líneas de campo obtenidas en este trabajo se observó que ésta transición ocurre en una región muy estrecha. Esto tiene como consecuencia un cambio abrupto en el comportamiento voltaje inducido en una espira sensora al atravesar la transición entre ambas regiones; lo cual puede ocuparse para localizar experimentalmente la región del campo lejano.
- (c) El voltaje inducido en una espira sensora colocada en la región del campo lejano es función del radio interior del tubo y muestra un comportamiento inductivo (ec 1.17). Esto, por una parte es otra manera de identificar la región del campo lejano y, por otra constituye una forma tanto de medir indirectamente el grueso del tubo como de estimar cambios en el grueso del tubo para desbastes ligeros.

2. En la prueba con una sola bobina el comportamiento de la impedancia en

- (a) altas frecuencias es asintóticamente inductivo, es decir la reactancia (parte imaginaria de la impedancia) aumenta linealmente con la frecuencia y su resistencia (parte real) tiende a cero;
- (b) mientras que en bajas frecuencias la reactancia decrece al aumentar la frecuencia y la resistencia crece.

En consecuencia el comportamiento en bajas frecuencias es cualitativamente opuesto al comportamiento en frecuencias altas; por lo que se espera que las variaciones que presenten las variables de inspección por efecto de la presencia de una falla sean para frecuencias bajas opuestas con respecto a altas frecuencias. Por esta razón es importante saber en que región de frecuencias se ésta relaizando la prueba para interpretar correctamente las señales.

Asimismo se obtuvieron desarrollos en serie de potencias de δ para la impedancia en cada uno de los intervalos estudiados, los cuales pueden servir como correlaciones si se estima experimentalmente los coeficientes de cada potencia.

3. El modelo para cavidades pequeñas[8] proporcionó las tendencias globales que muestran las variables de inspección ante la presencia de una inhomogeneidad en el sistema. Las cuales son:

- (a) la magnitud de las señales asociadas a la inhomogeneidad disminuye conforme la profundidad de la falla respecto a la superficie del conductor aumenta;
- (b) es mas difícil determinar la posición de la inhomogeneidad conforme la longitud de onda del campo es más grande que la longitud máxima de la falla.

4. El modelo para desbaste coaxial es el más adecuado para asociar parámetros estimativos, como porcentaje de pérdida de pared, en muestreo axial de tubos. En efecto, dado que con un muestreo axial no se puede determinar la distribución angular de una falla, este modelo sólo representa las características geométricas distinguibles por dicho muestreo.

5. El modelo para fisuras y grietas[?] es una herramienta muy útil para realizar simulaciones de inhomogeneidades con distintas formas y excitadas a cualquier frecuencia.

Dado que dicho modelo requiere de menos suposiciones acerca de las inhomogeneidades que los otros, puede describir de forma más fidedigna el comportamiento el efecto de las fallas en las variables experimentales. Su desvantaja es que su algoritmo utiliza mucho tiempo de computo que los restantes modelos.

6. No obstante que para la interpretación rigurosa de las señales provenientes de una prueba por corrientes inducidas se requiere de la solución al problema inverso, los modelos estudiados en este trabajo a pesar de ser soluciones a problemas directos se pueden utilizar para interpretar las señales desde un enfoque estadístico. Esto es, resolviendo los problemas directos de las fallas que más comúnmente aparecen en los materiales que se quiere inspeccionar, para así obtener la simulación que dichos defectos mostrarían y analizar los datos experimentales estadística y comparativamente con respecto a los defectos modelados para determinar el tipo de defecto del que se trata junto con su intervalo de confianza asociado.

APÉNDICE A Los coeficientes de la ecuación 1.11 de la sección 1.2.1 se listan enseguida.

$$C_1 = \eta(I_1(ar_0) \frac{M_1}{M_2} - K_1(ar_0)) \quad (.5)$$

tecnológica y de aplicación, para con ello mostrarle al estudiante una nueva perspectiva profesional.

APÉNDICE A Los coeficientes de la ecuación 1.11 de la sección 1.2.1 se listan enseguida.

$$C_1 = \eta(I_1(\alpha r_0)) \frac{M_1}{M_2} - K_1(\alpha r_0) \quad (.5)$$

$$C_2 = -\eta I_1(\alpha r_0) \frac{M_1}{M_2} \quad (.6)$$

$$D_2 = \eta I_1(\alpha r_0) \quad (.7)$$

$$C_3 = \eta I_1(\alpha r_0) \frac{N_1}{M_2 \alpha a} \quad (.8)$$

$$D_3 = -\eta I_1(\alpha r_0) \frac{N_2}{M_2 \alpha a} \quad (.9)$$

$$D_4 = -\eta I_1(\alpha r_0) \frac{1}{\mu_r M_2 \alpha^2 a b} \quad (.10)$$

$$N_1 = K_1(\alpha_3 b) K_0(\alpha b) - p K_1(\alpha b) K_0(\alpha_3 b) \quad (.11)$$

$$N_2 = I_1(\alpha_3 b) K_0(\alpha b) + p K_1(\alpha b) I_0(\alpha_3 b) \quad (.12)$$

$$N_3 = I_1(\alpha_3 A) K_0(\alpha A) + p K_1(\alpha A) I_0(\alpha_3 A) \quad (.13)$$

$$N_4 = K_1(\alpha_3 A) K_0(\alpha A) - p K_1(\alpha A) K_0(\alpha_3 A) \quad (.14)$$

$$N_5 = I_1(\alpha_3 A) I_0(\alpha A) - p I_1(\alpha A) I_0(\alpha_3 A) \quad (.15)$$

$$N_6 = K_1(\alpha_3 A) I_0(\alpha A) + p I_1(\alpha A) K_0(\alpha_3 A) \quad (.16)$$

$$M_1 = -e^{2\alpha_3(A-b)} N_1 N_3 + N_2 N_4 \quad (.17)$$

$$M_2 = e^{2\alpha_3(A-b)} N_1 N_5 - N_2 N_6 \quad (.18)$$

$$S(\alpha) = -I_1(\alpha r_0) \frac{M_1}{M_2} \quad (.19)$$

$$S'(\alpha) = \frac{S(\alpha)}{I_1(\alpha r_0)} \quad (.20)$$

con:

$$\mu = \mu_r \mu_0 \quad (.21)$$

$$p = \frac{\alpha_3}{\alpha \mu_r} \quad (.22)$$

en donde μ , μ_0 y μ_r son la permeabilidad magnética de la pared del tubo, del vacío, y relativa a, b y r_0 son los radios interior y exterior del tubo y radio de la espira.

A continuación se presentan las componentes del campo magnético \vec{B} ecuación 1.11 en la forma en que fueron escritas para ser calculadas en el algoritmo (sección 3.1.2)

$0 < r < r_0$

$$X_i = -\alpha e^{\alpha(S_4 r - S_3 r_0)} I_{i-1}(\alpha r) \quad (.23)$$

$$(e^{2\alpha(r_0 S_3 - \alpha S_2)} I_1(\alpha r_0) M_1 / M_2 - K_1(\alpha r))$$

$r_0 < r < a$

$$X_i = (-\alpha e^{\alpha(S_3 r_0 - S_4 r)}) \quad (.24)$$

$$(e^{2\alpha(S_4 r - S_2 a)} M_1 / M_2 I_{i-1}(\alpha r) + (-1)^{(L-1)} K_{i-1}(\alpha r) I_1(\alpha r_0))$$

si $a < r < b$

$$X_i = (e^{\alpha(S_3 r_0 - S_2 a)} - \alpha_3(r - a)) \quad (.25)$$

$$(e^{2\alpha_3(r-a)} N_1 I_{i-1}(\alpha_3 r) + (-1)^{(l-1)} N_2 K_{i-1}(\alpha_3 r) I_1(\alpha r_0 M_2 a))$$

si $b < r$

$$X_i = ((-1)^{(l-1)} e^{\alpha_1(-S_4 r + S_3 r_0 + S_{1b} - S_{2a})} - \alpha_3(b - a)) \quad (.26)$$

$$I_1(\alpha r_0) K_{i-1}(\alpha r) / (\alpha a b M_2)$$

para $l=1,2$ y S_1, S_2, S_3, S_4 con valores $0 \leq l$ según el valor del argumento de la función de Bessel correspondiente.

en donde el vector de inducción magnética está dado por: $\vec{b} = (x_1 \cos \alpha z, x_2 \sin \alpha z)$.

APÉNDICE B

Cilindro semi-infinito A) al aplicar las condiciones 1.25 y 1.26 de continuidad $\hat{n} \cdot \vec{b}$ y $\hat{x} \times \vec{H}$ a las expresiones 1.23 y 1.24 para el potencial vectorial se llega al siguiente sistema de ecuaciones integrales:

$$\int_0^{\infty} \alpha_0 J_0(\alpha_0 r) e^{-\alpha L} U(\alpha) = \sum_{i=0}^4 \int_0^{\infty} \alpha_i (C_i I_0(\alpha_i r) - D_i K_0(\alpha_i r)) (\cos \alpha L + T(\alpha) \cos \alpha L) d\alpha \quad (27)$$

$$\int_0^{\infty} \alpha_0 J_1(\alpha_0 r) e^{-\alpha L} U'(\alpha) = \sum_{i=0}^4 \frac{\mu_0}{\mu_i} \int_0^{\infty} \alpha_i (C_i I_1(\alpha_i r) + D_i K_1(\alpha_i r)) (\cos \alpha L - T(\alpha) \cos \alpha L) d\alpha \quad (28)$$

Para desacoplar este sistema se despeja primeramente la función U en ambas ecuaciones por medio de la transformada de Fourier-Bessel, y se igualan las expresiones resultantes; después de otras simplificaciones se llega a:

$$\sum_{i=0}^3 \alpha_i (C_i \int J_0 I_0 r dr - D_i \int J_0 K_0 r dr) (1+T) \cos \alpha L = \sum_{i=0}^3 \frac{\mu_0 \alpha_i}{\mu_i} (C_i \int I_1 J_1 r dr + D_i \int J_1 K_1 r dr) (1-T) \sin \alpha L \quad (29)$$

de donde despejando, ahora la función $T(\alpha)$ se tiene:

$$T(\alpha) = \frac{W(\alpha) \sin \alpha L / \mu_0 - \Theta(\alpha) \cos \alpha L}{\theta(\alpha) \cos \alpha L + W(\alpha) \sin \alpha L / \mu_0} \quad (30)$$

en donde las funciones W y Θ están dadas por las expresiones:

$$W = \sum_{i=0}^3 3\mu_i \alpha_i (C_i \int I_1 J_1 r dr - D_i \int J_1 K_1 r dr) \quad (31)$$

$$\Theta = \sum_{i=0}^3 \alpha_i (C_i \int J_0 I_0 r dr - D_i \int J_0 K_0 r dr) \quad (32)$$

La expresión para U se encuentra sustituyendo este valor de T en alguna de las dos ecuaciones integrales con las que empieza este apéndice.

APÉNDICE C

Función de Green para la ecuación de Helmholtz Tensorial en el espacio libre. Dicha función de Green debe satisfacer la ecuación diferencial tensorial:

$$\nabla \times \nabla \times \tilde{G} - q^2 \tilde{G} = \tilde{I} \delta(\vec{x}, \vec{x}') \quad (33)$$

en donde \tilde{I} es el tensor identidad y δ la función delta de Dirac. Para resolver esta ecuación con las condiciones de frontera de vacío infinito se puede aplicar la transformada de Fourier sobre cada una de las tres coordenadas espaciales y el tiempo. Como consecuencia de aplicar dicha transformada de Fourier se obtiene:

$$\vec{k} \times \vec{k} \times \tilde{S} - q^2 \tilde{S} = \tilde{I} / (2\pi)^2 \quad (34)$$

aquí \vec{k} es el vector de onda y \tilde{S} es la función transformada de Fourier de la función de Green usando algunas identidades vectoriales se deduce que $\vec{k} \cdot \tilde{S} = -\vec{k} / (2\pi q)^2$, sustituyendo esto en la ecuación anterior y despejando S se tiene:

$$\tilde{S} = -\frac{1}{(2\pi)^2 (k^2 + q^2)} \left(\tilde{I} + \frac{\vec{k}\vec{k}}{q^2} \right) \quad (35)$$

ahora sólo resta aplicar la transformada de Fourier inversa a S para recobrar G , es decir $G = \mathcal{F}^{-1}(S)$. El resultado final es:

$$\tilde{G} = \left[\tilde{I} + \frac{\nabla \nabla}{q^2} \right] G_0 \quad (36)$$

en donde G_0 es la función de Green de la ecuación diferencial de Helmholtz escalar. Para calcular las transformadas de Fourier de estos tensores se han utilizados principalmente la generalización de la transformada del operador diferencial $\mathcal{F}\left(\frac{d}{dx_j}\right) = ik_j$.

APÉNDICE D

Cálculo de la expresión 2.38

$$\frac{e^{j\beta_k z}}{\sqrt{L}} + j\omega\sigma\mu \sum_{\alpha_k \neq \beta_k} \frac{e^{-j\beta_k z} (e^{j(\alpha_k - \beta_k)l_1} - e^{j(\alpha_k - \beta_k)l_2})}{(\alpha_K - \beta_K)^2 (\alpha_K + \beta_K) L^{3/2}} \quad (37)$$

La condición de que la función $\cos \alpha z$ se anule en los extremos (fig 2.) se expresa como: $\alpha_k = (n + 1/2)\pi/l$, de donde $\Delta\alpha = \alpha_{k+1} - \alpha_k = \pi/l$; así se tiene que cuando $l \rightarrow \infty$ entonces $\Delta\alpha \rightarrow 0$. De esta forma la sumatoria anterior, cuando la longitud l es grande en comparación con las otras longitudes, se puede aproximar a la integral siguiente:

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{j\beta z} (e^{j(\alpha - \beta)l_1} - e^{j(\alpha - \beta)l_2})}{(\alpha - \beta)^2 (\alpha + \beta)} \quad (38)$$

Haciendo la integral en el contorno de siguiente dibujo

se llega a la expresión:

$$\frac{1}{2\pi j} \int d\alpha = \frac{j(l_1 - l_2)e^{j\beta z}}{2\beta} + \frac{e^{j\beta z}}{(2\beta)^2} (e^{-2j\beta l_1} - e^{-2j\beta l_2}) \quad (.39)$$

Luego, sustituyendo el valor de esta integral por la sumatoria en la ecuación 2.38 y escogiendo solamente la parte real de la expresión resultante se llega a la expresión 2.40

APÉNDICE E En la sección 2.3 se discutió la construcción de un modelo para representar desbastes coaxiales, a continuación se muestra la expresión del potencial vectorial \vec{A}_{in} asociado a un tubo infinito con desbaste coaxial.

$$A_{\theta in} = \int_0^{\infty} \int_{r_1}^{r_2} (C(r_0 = r_s) \cdot (a r) D_1(r_0 = r_s) K_1(a r_0)) \hat{\phi}(z) dr d\alpha + A_{\theta} \quad (.40)$$

en donde

$$\hat{\phi} = -\frac{2j}{\delta^2} \left[\frac{\cos \alpha (2z_1 - (z - z_0)) - \cos \alpha (2z_2 - (z - z_0))}{(2\alpha)^2} + (z_1 - z_2) \frac{\operatorname{sen} \alpha (z - z_0)}{\alpha} \right], \quad (.41)$$

A_{θ} es potencial asociado al sistema homogéneo, C_i y D_i están definidos como en el apéndice A, r_1 y r_2 son los radios que delimitan el desbaste.

ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

Bibliografía

- [1] Abramowitz, Milton, 'Handbook of mathematical functions', sec 9 pag 378 y sec 25 pag 877, Dover, United States 1964.
- [2] American Society for Metals, 'Metals Handbook', Vol. II nondestructive inspection and quality control
- [3] Arfken, G., 'Mathematical methods for physicist', sec 11.5 y 11.6, PAG 508-521, Academic Press, 1970
- [4] Bahl, A.J., 'Analysis and design of eddy-currents measurement system', Review of progress in Quantitative nondestructive evaluation, plenum press, New York 1983.
- [5] Beissner r.E., 'Analytic Green's Dyadics for an electrically conductor half-space', J. Phys., 60(3), August 1986
- [6] Beissner r.E., 'boundary Element Model of Eddy Current Flow Detection in Three Dimension', J. Appl. Phys. 60(1), Jul. 1976
- [7] Brophy, J., 'Fundamental Electronics for scientist', Cap 3, Mc Graw Hill, United States
- [8] Burrows, M., L., 'A theory of Eddy Currents Flaw Detection', University Microfilm, Inc., Ann Arbor, Michigan, 1964.
- [9] hart, M.V.K., 'Eddy current NDE Modeling and application', Corporate research and Development General Electric Company Schenectady N. Y. 12345
- [10] Davies, J.P. and rabinowitz, J.P., 'Methods of numerical integration', sec 2.10 pag 14, Academic Press, Florida 1984.
- [11] Deeds, W.E. and Dodd, C.V., 'Some eddy current problems and their integral solution', Oak ridge National Laboratory, April 1969
- [12] Dodd, C.V. and Cox, C.D., 'Experimental verification of Eddy current flaw theory', Oak ridge National Laboratory,
- [13] Electrical research Association in Collaboration with the international coil winding Association, 'Coil winding in Europe; a Technical and commercial guide', 1976.
- [14] Fisher, J.L., 'Usage of remote Field Eddy current inspection' (reporte interno), Non-destructive Evaluation Science and Technology Division
- [15] Fisher, J.L., 'remote Field Eddy current model', Proceeding of the 16th Symposium on Nondestructive Evaluation, San Antonio Texas, 1987

- [16] Heller, b., 'les phenomenes de choc dans les machines électriques', Cap 2, Dunod Paris 1963.
- [17] Jackson, D., 'Classic Electrodynamics', Cap 3, Jhon Wiley and sons, 1966
- [18] elb, W., 'Eddy current inspection of boiler tubes', regional Course Santiago de Chile 01-12 August 1988
- [19] Kilgore, Rainchandran, 'Remote Field Eddy Current Testing of small diameter Carbon steel tube', Material Evaluation/47/January 1989
- [20] Landau, 'Electrodynamics of continuous media', Cap X pag 308-310, Pergamon Press 1986.
- [21] Lazarev, S.F., 'Matrix Eddy Current Transducer with the scanning Electromagnetic Fields', Instrumental Institute of Moscow, Proceeding of the 12th World Conference on Non-destructive Testing, Amsterdam 1989
- [22] Martinez, R., 'Statistical detection model for eddy-current system', Review of progress in quantitative and nondestructive evaluation', plenum press 1983.
- [23] arx, E. and Mayestre b., 'Dyadic Green Function for time-dependent wave equation', J. Math. Phys., June 1982.
- [24] Press, H.W. and Hannery, r.P., 'numerical recips', Cambridge University Press, 1986.
- [25] Reitz and Milford, 'Fondations of electromagnetic theory', sec 13.11 pag 265, Adisson Wesley 1966, United States.
- [26] Sabbagh, H.A., 'Inversion of Eddy Current Data and The reconstruction of Three-dimensional Flaws', Sabbagh associates, Inc., Proceeding of the 12th World conference Non-Destructive Testing, Amsterdam 1989.
- [27] school of Applied Nondestructive Evaluation Sandt, 'Course Notes'
- [28] Scheid, F., 'Numerical Analysis', Mc Graw Hill inc 1968.
- [29] omerfeld, A., 'Ecuaciones diferenciales Parciales de la física', Academic Press 19
- [30] Stanley and Wolf, 'Guía para mediciones electrónicas y de laboratorio', pag 149-157, 181-186, 204-211, 343, Prentice Hall 1973
- [31] Stratton, J.A., 'Electromagnetic Theory', Mc Graw Hill company inc 1941, New York
- [32] Tijonov A. and Samarsky, 'Ecuaciones de la física matemática', Cap 7 pag 567-578 y suplemento 7, Mir Moscu 1972.
- [33] Van bladé, J., 'Electromagnetic Fields', Hemisphere publishing corporation 1985, Cap 1, belgium
- [34] Van Den Ber, W.H., 'Eddy Current inspection of internal bore of Ferromagnetic Heat-Exchanger', Koninklijke/Shell-Laboratorium, Amsterdam, proceeding for the Non-destructive Testing (12Th World conference) Amstredan 1989.
- [35] Van de Hulst H.C., 'light scattering by small particles, Jhon Wiley and Sons Inc., New York, 1957.