UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE PSICOLOGÍA

EL PROCESAMIENTO DE MAGNITUDES NUMÉRICAS COMO INDICADOR DEL DESEMPEÑO ARITMÉTICO

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

LICENCIADO EN PSICOLOGÍA

PRESENTA

MAURICIO MALDONADO GARCÍA

DIRECTOR: DR. JULIO ESPINOSA RODRIGUEZ
REVISOR: DR. GUSTAVO BACHÁ MÉNDEZ
SINODALES: DRA. PATRICIA ROMERO SÁNCHEZ
MTRA. HILDA PAREDES DÁVILA
DRA. NATALIA ARIAS TREJO

ÁREA: PSICOLOGÍA EXPERIMENTAL
CIUDAD UNIVERSITARIA, CD. MX., 2017

A mis padres y hermana:

Mauricio Maldonado Mendoza

Guadalupe García Gutiérrez

Mariana Aurora Maldonado García

La investigación contenida en esta tesis fue conducida por mi asesor, el Dr. Julio Espinosa Rodríguez. El Dr. Espinosa supervisó y contribuyó en todos los aspectos para la elaboración de los proyectos de investigación de esta disertación lo que incluye el diseño experimental, análisis de datos, su interpretación y la preparación del manuscrito. Asimismo, la Dra. Patricia Romero Sánchez, contribuyó en el análisis de datos y la interpretación de los mismos.

Agradecimientos

Agradezco a los miembros del comité examinador compuesto por: Dr. Gustavo Bachá Méndez, Dr. Julio Espinosa Rodríguez, Dra. Patricia Romero Sánchez, Mtra. Hilda Paredes Dávila y Dra. Natalia Arias Trejo, por sus aportaciones a este trabajo.

Agradezco grandemente a la Mtra Hilda Paredes Dávila por ser el enlace para que la Escuela Primaria nos abriera sus puertas con motivo de esta investigación.

Un agradecimiento especial a la Dra. Delphine Sasanguie del Laboratorio de Cognición Numérica de la Universidad de Leuven, Bélgica por sus valiosos comentarios y contribuciones a mi investigación. ´

Y el más importante agradecimiento, al Dr. Julio Espinosa por su guianza, apoyo y generosidad durante mis estudios. Ha sido un privilegio trabajar con alguien tan entregado a su vocación.

TABLA DE CONTENIDOS

Resumen

Recientemente ha habido un creciente énfasis en las competencias del procesamiento numérico básico. La habilidad de niños y adultos para comparar magnitudes simbólicas (numerales arábigos) y no simbólicas (arreglos de puntos) correlaciona con las habilidades matemáticas, sin embargo, los resultados han sido divergentes en cuanto a la fuerza de la correlación o de si existe o no. Asimismo la mayoría de los participantes pertenecen a estructuras socioeconómicas y sistemas educativos más desarrollados.

Por otro lado, la evidencia disponible, se basa en paradigmas computarizados los cuales no siempre son asequibles para una general y rápida aplicación en un escenario escolar.

Para abordar estas cuestiones, una prueba se diseñó para medir las habilidades en los niños al comparar magnitudes simbólicas y no simbólicas. Las diferencias individuales en el desempeño en esta prueba fueron correlacionadas con las diferencias individuales en el desempeño aritmético.

En un segundo estudio se correlacionaron las diferencias individuales en la prueba de comparación de magnitudes y en estimación en la recta, con las diferencias individuales en el desempeño aritmético en adultos para profundizar si esta correlación se mantiene.

El formato simbólico y no simbólico de las tareas, en el caso de los niños, y sólo el formato simbólico en el caso de los adultos, moderó la asociación entre la comparación de magnitudes y la competencia matemática. Para los niños, la asociación fue significativamente mayor para la comparación de magnitudes simbólicas que para la comparación de magnitudes no simbólicas. Asimismo se encontró una correlación significativa entre la estimación en la recta numérica y la fluidez de cálculo en adultos.

1. Introducción

La comprensión del conjunto de los números nos permite como individuos enfrentarnos y adaptarnos a escenarios del mundo moderno. Los sistemas de medición, de precios y de tiempo, por mencionar algunos, son fundamentales para una sociedad globalizada. Es evidente que las áreas profesionales relacionadas con el manejo de las matemáticas son altamente valoradas reflejado en los altos salarios que reciben aquellos que tienen un desempeño notable en este campo (Finnie & Meng, 2001). Más allá de esto, habilidades numéricas deficientes están asociadas con mayor propensión a comportamientos delictivos y encarcelación, así como un mayor riesgo de depresión (Parsons & Bynner, 2005). Asimismo, la OCDE en el 2015 ha señalado que la inversión en una educación integral y de calidad en ciencias y matemáticas es clave para el desarrollo y prosperidad de las economías emergentes como en el caso México.

Dado que el manejo de los números es una parte central de nuestra vida diaria, es entendible que la comprensión de cómo desarrollamos la habilidad de procesar las cantidades numéricas y los mecanismos que subyacen esta habilidad han sido objeto de investigación en años recientes. Mientras que ha habido un gran progreso en ampliar nuestro conocimiento acerca de los mecanismos que están involucrados en el procesamiento del número y cómo estos se desarrollan, menos trabajos se han enfocado en investigar cómo medir de manera precisa dichos mecanismos que se postulan como el fundamento de habilidades matemáticas de mayor orden.

El objetivo de la revisión de la literatura que se dará a continuación será explorar las habilidades de procesamiento de magnitudes que son fundamento sobre el que las habilidades matemáticas de mayor orden se desarrollan, como lo es el cálculo aritmético. Se comenzará con una descripción de los procesos subyacentes involucrados en el procesamiento numérico, su desarrollo y cambio a lo largo del tiempo, y se describirán las teorías del desarrollo numérico al igual que evidencia sobre la representación básica del número en animales e infantes humanos. Seguirá una discusión de los efectos y modelos de la comparación de magnitudes numéricas. Después, se presentará investigación en el debate continuo concerniente al rol del procesamiento simbólico y no simbólico de magnitudes en el desarrollo matemático de niños y adultos. Por último, una descripción de las implicaciones académicas de los estudios presentados será discutida, específicamente el papel del procesamiento de magnitudes numéricas en las evaluaciones académicas, cuándo y cómo se deben aplicar.

2. Las magnitudes numéricas y los enteros positivos

Wynn (1998) señala que los enteros positivos constituyen el fundamento en el que otros conceptos numéricos emergen. Las magnitudes que representan los animales no humanos y los humanos infantes y adultos quienes no cuentan formalmente son más propiamente conceptualizadas en números reales más que en enteros positivos. Los números reales son incontables: no pueden ser colocados en correspondencia uno a uno con números naturales. Podemos conceptualizar los números reales estando en una escala continua, mientras que los enteros positivos constituyen una magnitud discreta (Gallistel & Gelman, 2000).

Sin el principio de la correspondencia uno a uno, una comprensión verdadera de los enteros positivos como entidades discretas no emerge, El conteo por catalogación secuencial es la clave para un entendimiento exitoso de los enteros positivos (De Cruz, 2006).

La actividad de conteo involucra una relación entre tres conjuntos: elementos contables, símbolos de conteo, y magnitudes análogas. El conjunto de elementos a ser contados varía de un conteo a otro. Para contar, uno establece una correspondencia de uno a uno entre cada elemento y una lista convencionalmente definida de símbolos que tienen una ordinalidad fija. El elemento catalogado final determina la última etiqueta de la secuencia de conteo, que a su vez denota la cardinalidad del conjunto. A través del aprendizaje, se establece una conexión entre estas etiquetas y la correspondiente magnitud análoga. Esto quiere decir que los numerales arábigos que denotan enteros positivos son directamente traducidos a una escala de magnitud continua y aproximada.

3. El procesamiento de las magnitudes numéricas

Por años, los investigadores regularmente han cuestionado los orígenes de nuestra habilidad de usar y pensar acerca del número. La explicación más plausible, fue que aprendemos y adquirimos un sentido del número a lo largo del desarrollo. Hay, sin embargo, evidencia que sugiere que el conocimiento de la magnitud numérica, está presente en infantes pequeños aún antes de su ingreso formal a la escuela. Esto es sustentado por investigación que muestra que los infantes, aún sin un lenguaje estructurado y el conocimiento de los números simbólicos, despliegan nociones de las magnitudes que muestran por su habilidad de discriminar entre numerosidades pequeñas (Starkey & Cooper, 1980; Wynn, 1992; Xu & Spelke, 2000). En la literatura sobre el tema, hay también un conjunto de estudios que revela que otras especies tienen la capacidad de discriminar aspectos numéricos del ambiente (Brannon, 2006; Dehaene, Dehaene-Lambertz & Cohen, 1998; Meck & Church, 1993).

La evidencia empírica sugiere que una variedad de especies, incluidos los humanos, tienen la habilidad de discriminar entre dos magnitudes numéricas, esto es, responder diferencialmente ante dos conjuntos distintos compuestos de elementos discretos, lo que muestra la importancia de esta habilidad básica y fundamental (Nosworthy, 2013). Además, el hecho de que los humanos y organismos sin capacidades de lenguaje complejo compartan una habilidad para discriminar entre numerosidades, sugiere que estamos equipados con una aptitud para realizar estos tipos de tareas numéricas básicas.

Estudios que administran tareas de comparación de magnitudes proveen mayor apoyo para esta habilidad compartida entre individuos y especies.

4. Efectos clásicos de la comparación de magnitudes

Para medir la discriminación de la magnitud numérica, los investigadores emplean frecuentemente paradigmas de comparación de magnitud con estímulos de una misma clase. En tareas de comparación de magnitud, se pide a los participantes elegir cuál de dos símbolos que representan numerosidades o dos magnitudes no simbólicas es más grande o más pequeña. Las magnitudes simbólicas se representan con símbolos como dígitos arábigos, palabras-número o números romanos, denominados en un sentido más general como numerales. Por otra parte, las magnitudes no simbólicas se representan mediante objetos, tales como matrices de puntos, secuencias de tonos o estímulos táctiles. Dos efectos que se han identificado en estudios de comparación de magnitud (es decir, juzgar cuál de las dos magnitudes numéricas presentadas simultánea o secuencialmente, es numéricamente más grande o más pequeña), utilizando representaciones simbólicas y no simbólicas, son el efecto de distancia numérica (EDN en lo consecutivo) y el efecto de razón numérica (ERN en lo consecutivo).

Cuando los individuos comparan magnitudes, normalmente se obtiene una relación inversa entre la distancia numérica de dos magnitudes y el tiempo de reacción necesario para hacer una comparación correcta. Esto quiere decir, que los individuos son más rápidos en juzgar cuál de dos números es mayor cuando éstos están numéricamente más apartados entre sí (por ejemplo, 1 vs 9), que cuando están numéricamente más cercanos (por ejemplo, 8 vs 9). Este fenómeno se conoce como el *efecto de distancia numérica*.

Por otra parte, cuando se les pide a los participantes que realicen la comparación de la magnitud numérica, también se encuentra que comparan más rápidamente y con mayor precisión, dos números de una magnitud más pequeña frente a dos números de una magnitud más grande. Incluso, cuando la distancia entre los números es constante (es decir, 3, 4 vs 8, 9, donde toma a los participantes más tiempo juzgar que 9 es mayor que 8 (relación de.89) que lo hace para que decidir que 4 es mayor que 3 (relación de.75)). Esto se conoce como el *efecto de razón numérica*. Ambos efectos se han replicado en seres humanos (Brannon & Terrace, 2002; Dehaene, 1996; Moyer y Landauer, 1967; van Oeffelen & Vos, 1982, Xu y Spelke, 2000) y también se han observado en animales (Brannon & Terraza, 1998; Brannon & Terraza, 2002; Rilling y McDiarmid, 1965; Washburn y Rumbaugh, 1991).

En una tarea de comparación no simbólica se suele utilizar la fracción de Weber como índice del ERN. La fracción de Weber refleja el mínimo cambio numérico que es necesario en cada individuo para percibir una diferencia de magnitud. Asimismo, se suele utilizar la latencia de respuesta como indicador del EDN en la tarea de comparación simbólica (Halberda, Mazzocco & Feigenson, 2008).

5. Procesamiento de magnitudes numéricas de orden simbólico y no simbólico

Como fue presentado anteriormente, la evidencia sugiere que tanto animales no humanos y humanos comparten la habilidad para representar magnitudes numéricas no simbólicas; sin embargo, a través de la instrucción explícita los humanos aprenden a representar estas cantidades más precisamente con palabras-número y otros símbolos numéricos, como los dígitos arábigos (Cantlon and Brannon, 2006).

Desde que los humanos tienen la capacidad de representar magnitudes tanto simbólicamente como no simbólicamente, cuestiones que surgen de esta habilidad dual incluyen cómo estos sistemas de procesamiento simbólico y no simbólico interactúan a lo largo del desarrollo.

La investigación previa y actual en esta área presenta resultados mixtos respecto a la relación entre el procesamiento de magnitudes, y dos teorías diferentes han sido usadas para explicar su rol en el desarrollo de las habilidades matemáticas.

Una teoría postula que los niños aprenden el significado numérico de los numerales mapeándolos sobre las magnitudes no simbólicas preexistentes en un sistema de número aproximado (Dehaene, 1992; Mundy & Gilmore, 2009). Esto es, los símbolos adquieren su significado a través de su relación con el sistema no simbólico (Halberda & Feigenson, 2008; Libertus, Feigenson & Halberda, 2011; Mazzoco, Feigenson & Halberda, 2011). De esta manera, el sistema no simbólico es pensado como el fundamento del procesamiento de magnitudes simbólicas. Evidencia para esta teoría viene de estudios demostrando que niños con dificultades en el aprendizaje de las matemáticas se desempeñan pobremente en tareas de procesamiento de magnitudes no simbólicas (Lander, Bevan & Butterworth, 2004, Mussolin, Meijas & Noel, 2010). Con esto en cuenta, aquellos infantes que con dificultades en el aprendizaje de las matemáticas, experimentan un déficit central en su sistema de número aproximado (SNA), lo que se traduce en una dificultad de procesamiento de los números simbólicos ya que son mapeados de las magnitudes no simbólicas. Esta hipótesis ha sido sustentada por investigación, revelando una correlación entre las habilidades de procesamiento no simbólico y su desempeño matemático (Libertus, Feigenson Halberda, 2013), sugiriendo que las diferencias individuales en el procesamiento de magnitudes numéricas no simbólicas pueden proveer el fundamento para el desarrollo en el desempeño en matemáticas.

Una segunda teoría propone que el sistema simbólico existe separadamente del sistema no simbólico (Holloway & Ansari 2009; Rouselle & Noel, 2007). Aquí, se sugiere que el aprendizaje del significado de las palabras-número, conduce a la materialización de otro sistema de representación de magnitudes, más precisamente por la vía de los símbolos numéricos. El apoyo a esta teoría proviene de estudios que demuestran que en el período preescolar el desempeño de los niños en tareas de procesamiento no simbólico no son predictivas de sus habilidades de procesamiento simbólico (Sasanguie, Defever, Maertens & Reynvoet, 2013). Aunado a esto, investigaciones han mostrado que el procesamiento simbólico cuenta como la única variable en el desempeño aritmético de los niños, mientras que el procesamiento no simbólico no lo es (Holloway & Ansari, 2009).

Claramente, la evidencia concerniente al papel de estas habilidades de procesamiento en el desempeño aritmético de los niños permanece inconclusa. Obtener un mayor entendimiento de cómo estos dos sistemas se relacionan mutuamente en el desarrollo de competencias en matemáticas, específicamente en el campo de la aritmética, tiene implicaciones educativas, ya que puede arrojar luz para el mejoramiento de métodos actuales de enseñanza de las matemáticas. Por lo tanto, uno de los objetivos de esta tesis es examinar este tema con mayor profundidad.

6. El desarrollo del procesamiento de las magnitudes numéricas

Como se mencionó previamente, los infantes humanos despliegan un entendimiento elemental de las magnitudes numéricas. Como se observa en su ejecución en las tareas para discriminar cantidades numéricas no simbólicas. En un estudio de Xu & Spelke (2002), demostraron que infantes 6 meses de edad eran capaces de discriminar entre 8 y 16 puntos; sin embargo, fueron incapaces de discriminar entre 8 y 12 puntos (una razón más pequeña). Subsecuentemente estudios han mostrado, que a los 9 meses, los infantes son capaces de discriminar razones más difíciles (Lipton & Spelke, 2003). Considerando que esta mejora en la comparación de magnitudes en infantes sucede en un periodo relativamente corto, surgen más interrogantes acerca de los cambios que ocurren en el procesamiento y la representación de magnitudes a través del desarrollo.

Hay evidencia que sugiere que a lo largo del desarrollo, cambios significativos suceden en el procesamiento básico de magnitudes; por ejemplo Halberda & Feigenson (2008) examinaron el cambio en la precisión de la comparación de magnitudes no simbólicas en niños de 3 a 6 años y en adultos. Los resultados demostraron que la precisión (medida por la fracción de Weber) en el procesamiento no simbólico continúa aumentando en los primeros años de los infantes y alcanza su pico máximo hasta la adolescencia temprana.

Hallazgos similares fueron reportados por Duncan y McFarland (1980). Investigaron los aspectos del desarrollo del procesamiento de magnitudes simbólicas en una muestra transversal de preescolares, estudiantes de primero, tercero y quinto grado de primaria, y estudiantes universitarios. Similar a los hallazgos de Sekuler y Mierkiewicz (1977), el EDN fue detectado en todos los grupos, pero decreció al incrementar la edad de los participantes. De estos resultados, los autores sugirieron que los mecanismos subyacentes responsables del EDN están establecidos desde una edad temprana y que la codificación y la comparación del número mejora en el tiempo.

De los trabajos descritos arriba, se puede ver que incluso los niños pequeños pueden demostrar sensibilidad a la distancia numérica y a la razón durante la comparación de magnitudes. Aunado a esto, la precisión y los tiempos de reacción en los infantes están más afectados en comparación con niños mayores y adultos. En otras palabras, la discriminación entre cantidades que están separadas por una gran distancia (razón comparativamente más pequeña) y aquellos que están separados por una distancia pequeña (razón comparativamente más grande), tienen mayor efecto en el tiempo de respuesta y la precisión en niños pequeños en la tarea de discriminación de magnitudes, en comparación con los tiempos de respuesta y precisión de los niños más grandes y los adultos.

7. Representación de la magnitud numérica en tareas de estimación en la recta numérica

Además de las tareas de comparación de magnitudes, otras medidas están disponibles para evaluar las habilidades de procesamiento de magnitudes. Esto incluye tareas que requieren un estimado de las magnitudes numéricas. La estimación puede ser en una variedad de formas. Sin embargo, para propósitos de esta investigación, habrá un enfoque en la *estimación numérica pura* la cual puede ser definida como: "un proceso que tiene como objetivo la aproximación a un valor cuantitativo; usa números como entradas (inputs), salidas (outputs) o ambos; y no requiere un conocimiento de las entidades del mundo real cuyas propiedades están siendo estimadas o de unidades convencionales de medición" (Booth & Siegler. 2006, p. 189). Un método de evaluación de la estimación numérica pura es la estimación en la recta numérica (Siegler & Opfer, 2003). En esta tarea, a los individuos se les presenta una recta numérica con 0 en un extremo y 10, 100 o 1000 en el otro. Se requiere que los participantes estimen la posición de un número dado en la recta (ver Figura 1). Una tarea como esta es un índice de variabilidad, o ruido, presente en la representación y procesamiento de la magnitud numérica y es, por lo tanto, también considerado como una evaluación de las habilidades individuales de procesamiento de magnitudes.

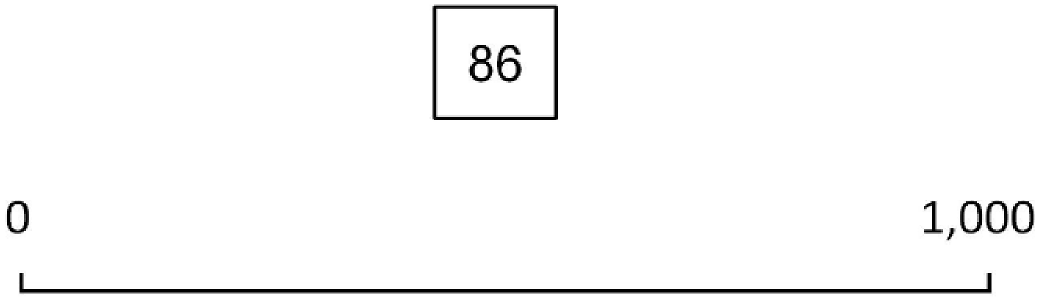


Figura 1 . Estimación en la recta numérica. A los participantes se les muestra un número y tienen que colocar una marca en la recta numérica para estimar su posición.

A lo largo del desarrollo, el patrón de estimación en los participantes hace un cambio de una representación logarítmica a una lineal (Berteletti, Lucangeli, Piazza, Dehaene, & Zorzi, 2010; Opfer & Siegler, 2007; Siegler & Booth, 2004). La forma lineal de estas representaciones (menor desviación y por lo tanto, menos error de estimación) están asociadas con el desempeño matemático (Booth & Siegler, 2006; Schneider et al., 2009). Investigaciones en niños con dificultades en matemáticas, indican que son menos precisos en la estimación numérica y se observa mayormente una representación logarítmica (Geary, Hoard, Byrd, Nugent, & Numtee, 2007).

La competencia en el desempeño de la estimación en la recta numérica es más frecuentemente codificada con el porcentaje de error absoluto (PEA). El cálculo de este índice es PEA= 100% * (número correcto - número estimado) / rango numérico de la recta. Por ejemplo, un PEA de 5 en una recta con rango de 100 indica que la diferencia media entre la posición estimada y correcta es de 5%.

Sabemos que el patrón de estimación se hace más preciso en los adultos, sin embargo, queda por esclarecer si la precisión en la estimación en la recta numérica sigue siendo relevante para el desempeño en matemáticas en los adultos, ya que la gran mayoría de los estudios se concentran en población más joven (hasta los nueve años) (Sasanguie, De Smedt et al. 2012; Siegler & Booth, 2004). La certeza sobre la asociación entre la estimación y las habilidades matemáticas de adultos que ya han tenido una formación más amplia en este campo es poco clara y se requiere mayor investigación.

8. El Procesamiento de Magnitudes en el Ámbito Académico

Existen cambios significativos del desarrollo en el procesamiento y representación de las magnitudes numéricas en ambos formatos (simbólicos y no simbólicos). Las diferencias individuales manifestadas en estos estudios pueden conducir a la pregunta de si el desempeño en estas tareas de comparación está relacionado con las diferencias individuales en operaciones matemáticas más complejas.

De hecho, diversos estudios han mostrado un vínculo entre las habilidades de comparación de magnitudes y diferencias individuales en la competencia matemática en niños con desarrollo típico usando representaciones simbólicas y no simbólicas (De Smedt, Verschaffel & Ghesquière, 2009; Durand et al., 2005; Halberda, Mazzocco & Feigenson, 2008; Holloway & Ansari, 2009; Mazzocco, Feigenson & Halberda, 2011).

La evidencia mostrada aquí, presenta la posibilidad de usar mediciones del procesamiento de magnitudes en un escenario educacional. Por ejemplo, tareas de comparación de magnitudes podrían ser usadas como una evaluación formal para medir las competencias fundamentales del procesamiento básico de magnitudes. Una de las grandes ventajas de usar tareas como estas en evaluaciones formales, es que los estímulos no simbólicos pueden ser usados con niños de preescolar quienes pueden no tener una familiarización con las representaciones simbólicas de las magnitudes. Sucesivamente, evaluaciones de este tipo pueden ser usadas en grados elementales incluso antes de que haya instrucción formal de las matemáticas, pudiendo los mismos profesores evaluar el conocimiento que los estudiantes tienen y hacer un estimado de aquellos que están preparados para las demandas en la enseñanza formal. Además, la investigación sugiere que las habilidades matemáticas de ingreso a la escuela son un fuerte predictor del futuro logro académico y el éxito laboral (Duncan et al., 2007; Geary et al., 2013; Romano et al., 2010). Por lo tanto, evaluaciones del aprendizaje de las matemáticas son necesarias incluso en las etapas tempranas de la educación formal.

Una segunda ventaja de utilizar las tareas de la magnitud de comparación como una herramienta de evaluación es su aplicabilidad a escala mundial. Incluso los miembros de una tribu indígena sin educación formal o sistema de numeración simbólica pudieron comparar con éxito magnitudes no simbólicas (Pica, Lemer, Izard and Dehaene, 2004). Esto sugiere que el procesamiento básico de magnitudes (especialmente el no simbólico) es una habilidad que no depende de la cultura y, por tanto, es un medio prometedor para evaluar la capacidad de procesamiento de magnitudes de los niños en todas las culturas y sistemas de educación.

En la actualidad, muchas evaluaciones educativas de las matemáticas se centran principalmente en las habilidades de orden superior en la evaluación de los conocimientos relacionados con el número, ignorando las competencias más fundamentales de habilidades matemáticas tales como el procesamiento de magnitud.

La mayoría de estas pruebas en su lugar se centran en las habilidades más complejas, como la aritmética y la resolución de problemas.

Mientras que las habilidades matemáticas de orden superior son sin duda componentes contribuyentes para el desarrollo de las capacidades aritméticas de los niños, saber cómo un niño se desempeña en habilidades fundamentales es igualmente importante, ya que permite a los maestros comprender mejor lo que sus estudiantes verdaderamente entienden sobre el procesamiento numérico básico. Por lo tanto, lo que falta de las herramientas de evaluación actuales son medidas de procesamiento, medidas que caracterizan las representaciones básicas necesarias para que los niños puedan completar con éxito operaciones matemáticas de orden superior.

Por otra parte la pregunta sobre si la discriminación de magnitudes no simbólicas permanece relevante durante el desempeño académico en matemáticas en adultos permanece controversial. De Wind y Brannon (2012) y Lyons y Beilock (2011) encontraron una correlación significativa entre la precisión no simbólica y desempeño en formal en matemáticas. Sin embargo, Inglis, Attridge, Batchelor, y Gilmore (2011), Price, Palmer, Battista, y Ansari (2012) y Castronovo y Göbel (2012) encontraron que la precisión no simbólica no correlaciona con con el desempeño en pruebas formales de matemáticas en adultos.

La interpretación de estos resultados previos es aún más difícil por las diferencias en métodos experimentales entre estos estudios. Price et al. (2012) subrayó que parámetros experimentales diferentes generan diferentes estimados de la precisión no simbólica, y mientras ninguna de las versiones de las tareas que se usaron retornó una correlación significativa entre la precisión de discriminación no simbólica y el desempeño académico en matemáticas, todas estas correlaciones mostraron una correlación negativa entre ambas.

El estado actual de la literatura sugiere una confianza relativamente alta de que la relación entre la precisión no simbólica y simbólica y el desempeño académico en matemáticas puede ser observada en niños y que esta relación puede ser más consistente cuando las tareas requieren acceder al significado símbolo numérico. Hay menor confianza de que esta relación (tanto en formato simbólico como no simbólico, al igual que en estimación en la recta numérica) se obtiene en adultos habiendo una necesidad de hacer mayor investigación con este tipo de población.

9. Importancia del Procesamiento de Magnitudes Numéricas como base del aprendizaje matemático

La identificación temprana de estudiantes en riesgo de desarrollar un pobre aprovechamiento en matemáticas debe ser una prioridad clave en el sistema educativo nacional y de los profesores en las aulas. En el dominio de la lectura, se ha hecho mucho progreso en el diagnóstico temprano de niños en riesgo al enfocarse en las competencias de procesamiento que son fundamentales para la lectura, como conciencia fonológica (Stanovich, Cunningham & Cramer, 1984; Williams, 1984, Vellutino & Scanlon, 1987). Actualmente, las habilidades matemáticas son más frecuentemente medidas por pruebas de habilidades que son enseñadas en la escuela, como habilidades básicas de cálculo. Tales pruebas, sin embargo, no necesariamente aprovechan los procesos fundamentales que permiten a los niños adquirir habilidades educacionales relevantes, como es la fluidez de procesamiento aritmético.

El conocimiento de cómo un niño está desempeñándose en habilidades más básicas y fundamentales puede permitir a los profesores tener un mejor entendimiento sobre lo que los estudiantes están comprendiendo. Al evaluar las competencias fundamentales, los profesores son capaces de evaluar a los estudiantes en etapas más tempranas de la trayectoria escolar, lo que puede ayudar a los estudiantes experimentar un comienzo exitoso en su aprendizaje.

10. Competencias Fundamentales del Aprendizaje Matemático

Para procesar los números es necesario tener un entendimiento de las magnitudes que representan (saber que el numeral arábigo 3 representa 3 elementos). Sin la comprensión de la magnitud numérica y su asociación con los numerales, el aprendizaje aritmético mental no puede desarrollarse. Por consiguiente, las pruebas que tienen por objeto caracterizar las habilidades fundamentales de la competencia numéricas deben incluir mediciones del procesamiento de magnitudes numéricas. Investigación a lo largo de las dos últimas décadas, ha arrojado luz en cómo las magnitudes numéricas son representadas por los adultos humanos (Dehaene, 1992; Moyer & Landauer, 1967). La evidencia del desempeño en el procesamiento de magnitudes numéricas en infantes y animales no humanos y adultos humanos sugiere que esta es básica, una habilidad en el procesamiento numérico y puede proveer la base del aprendizaje del significado numérico y de los símbolos que los representan Brannon, 2006; Dehaene, Dehaene-Lambertz & Cohen, 1998; Meck & Church, 1983).

Tanto el efecto de la distancia numérica como el efecto de la razón numérica puede ser observado con estímulos simbólicos como los dígitos arábigos y como con estímulos no simbólicos como un arreglos de puntos (Buckley & Gillman, 1974).

11. Relación entre el Procesamiento de las Magnitudes y el Desempeño Matemático

El hallazgo de que la razón numérica entre dos números influye la rapidez en el que pueden ser comparados de manera precisa es consistente con la ley de Weber que señala que la diferencia apenas perceptible entre dos estímulos es directamente proporcional a la magnitud del estímulo con el que la comparación es hecha. Esto es reflejado en el efecto de la razón numérica donde una diferencia específica entre dos magnitudes resulta en respuestas más rápidas en cuanto los valores absolutos de las magnitudes siendo comparadas son más pequeños.

Es claro que se ha descubierto bastante acerca de las características de la representación y el procesamiento las magnitudes numéricas a lo través del desarrollo y de las especies. Una pregunta resultante de estas investigaciones, es si las diferencias individuales en el procesamiento básico numérico están relacionadas a la variabilidad entre sujetos en el desempeño matemático. Es decir, si métricos del procesamiento de magnitudes numéricas, como los efectos de la distancia numérica y la razón numérica pueden ser utilizados como indicadores de la competencia matemática. Y si es así, ¿Pueden tales indicadores ser usados para detectar niños en riesgo de desarrollar dificultades para el aprendizaje matemático, como la discalculia (déficit en la capacidad de cálculo que se sitúa muy por debajo de la esperada según la edad cronológica según la edad y escolaridad)?

Un creciente número de estudios han comenzado a responder a esta pregunta. En uno de los estudios pioneros en esta área, Durand, Hulme, Larkin y Snowling (2005) estudiaron niños con desarrollo típico entre 7 -10 años. La habilidad de los participantes para comparar magnitudes simbólicas tan rápido y preciso como fuese posible fue evaluada usando una tarea de comparación. En esta tarea, a los participantes se les requirió juzgar cuál de dos dígitos era numéricamente más grande. Los dígitos usados comprendieron entre 3-9 y la distancia numérica entre los pares fue o uno o dos. Los participantes tenían un límite de 30 segundos para completar 28 preguntas en la que ellos respondían eligiendo la magnitud más amplia en cada par presentado. Aunado a esto, las habilidades aritméticas de los niños fueron evaluadas mediante el subtest de Operaciones Numéricas de *Weschler Objective Numerical Dimensions* (WOND por sus siglas en inglés). En WOND, se requiere que el niño escriba numerales arábigos y complete problemas simples y de dígito múltiple de adición, sustracción, multiplicación y división. Otros problemas en el subtest involucran fracciones, decimales y números negativos. A los participantes también se les dio una tarea aritmética en la que ellos tenían un minuto para responder tantos problemas de adición y sustracción como fueran posibles. Los resultados de este estudio indicaron que las diferencias individuales en la precisión de la comparación de magnitudes numéricas estaban asociados con la variabilidad entre sujetos en la habilidad aritmética: los estudiantes con mayor precisión en la tarea de comparación de dígitos eran mejores en la resolución de problemas aritméticos y recibieron mayores resultados en WOND que los niños que se desempeñaron comparativamente más pobre en la tarea de comparación numérica. Este hallazgo demuestra que una habilidad básica tal como la comparación de magnitudes está relacionada con el desempeño en matemáticas de mayor orden.

Asimismo, Holloway y Ansari (2009) condujeron un estudio para probar la relación entre las diferencias individuales en el efecto de distancia numérica niños de escuela primaria y el desempeño matemático. En su estudio, se les requirió a niños de entre 6 - 8 años el comparar magnitudes numéricas en un rango de 1 - 9 presentados en formatos tanto simbólico como no simbólico. La distancia numérica en ambos formatos comprendió entre 1 al 6. Una correlación negativa significativa se encontró entre el desempeño matemático y el tamaño del efecto de distancia numérica; sin embargo, esta relación no se sostuvo para el efecto de la distancia numérica no simbólica. Estos resultados sugieren que los niños que tuvieron mayor EDN simbólico tenían peores resultados en matemáticas. Dado que estudios de desarrollo (Sekuler & Mierkiewicz, 1977; Hollloway & Ansari, 2009) han mostrado que el EDN decrece a lo largo del desarrollo, la asociación entre la magnitud del EDN y las habilidades aritméticas puede sugerir que los niños con un relativamente más inmaduro EDN son aquellos que tienen comparativamente menores habilidades aritméticas.

Por otra parte, Halberda, Mazzocco y Feigenson (2008) investigaron la relación entre las diferencias individuales en el desempeño en una tarea de comparación numérica no simbólica en un grupo de 64 niños de 14 años. Estos participantes fueron seguidos longitudinalmente desde el nivel preescolar al sexto grado y se le aplicó anualmente un gran número de medidas estandarizadas tanto de procesamiento numérico como matemático al igual que pruebas estandarizada para medir coeficiente intelectual, vocabulario y memoria de trabajo. En este estudio, los niños, a la edad de 14 años, se les presentó un arreglo de puntos azules y amarillos en una pantalla de computadora. La precisión de la habilidad de los participantes de comparar magnitudes numéricas fue indexada usando la fracción de Weber, que provee una medida de la precisión con la que un individuo puede discriminar entre numerosidades. Como tal, es un indicador de la precisión de la representación análoga subyacente de cualquier magnitud numérica. Los resultados demostraron que las diferencias individuales en la fracción de Weber no solamente correlacionaron con las diferencias individuales en el desempeño matemático desde el preescolar al Grado 6, sino también retrospectivamente predijo el desempeño matemático de los participantes desde el preescolar. Además esta relación permaneció significativa incluso controlando para otras variables cognitivas como memoria de trabajo y lectura.

Este estudio, por lo tanto, sugiere que la precisión de la comparación de magnitudes no simbólicas sirve como un fundamento de habilidades matemáticas de mayor orden.

Mientras Halberda, Mazzocco y Feigenson (2008) demostraron la relación entre la comparación numérica no simbólica y el logro matemático en niños de secundaria, surge la pregunta si esta misma relación permanece en estudiantes de mayor grado. De manera más específica, ¿las diferencias individuales en la comparación de magnitudes medidas después de una instrucción matemática más completa asociadas con el desempeño matemático? Para seguir esta línea de investigación Libertus, Odic y Halberda (2012) estudiaron la asociación entre la precisión del Sistema de Número Aproximado (SNA) indexado por la fracción de Weber y el desempeño matemático en adultos al evaluar a los participantes en una prueba de precisión de SNA y recolectando sus puntajes del Test de Aptitud Escolástica (TAE), un examen estandarizado de ingreso a universidades en los Estados Unidos. En dos estudios correlacionales, encontraron que la precisión en SNA correlacionó con los puntajes de TAE-cuantitativo. Esta relación permaneció robusta incluso cuando se controló para los puntajes de TAE-verbal, sugiriendo una pequeña pero específica relación entre el sentido de número y las matemáticas como habilidades formales.

En suma, mientras algunos estudios sugieren que la comparación simbólica, pero no la simbólica, está relacionada con las habilidades matemáticas, otros estudios han mostrado claramente que no solamente las habilidades de procesamiento de magnitudes no simbólicas están correlacionadas con el desempeño matemático, sino que tales habilidades también predicen el desempeño aritmético a lo largo del desarrollo. Pocos estudios han incluido tanto el procesamiento de magnitudes simbólicas y no simbólicas, y por lo tanto, aún no es claro cuál de esto puede ser un indicador más fuerte de los puntajes de aprovechamiento matemático.

12. Una Prueba de Comparación de Magnitudes como Herramienta de Evaluación

Hallazgos empíricos como aquellos descritos anteriormente, hacen surgir la pregunta de si una herramienta de evaluación eficiente puede ser diseñada para medir formalmente el procesamiento básico de magnitudes en niños e incluso en adultos. Chard y colaboradores (2005) condujeron un estudio longitudinal con niños de preescolar y de 1er grado usando una tarea de comparación numérica simbólica. Al principio del año escolar (septiembre), en el invierno (enero) y en la primavera (mayo), a los participantes se les requirió completar la tarea en la cual ellos tenían que seleccionar verbalmente el más grande de dos magnitudes en un rango de 1-20. En el otoño y en la primavera de ese mismo año académico, se les aplicó el *Number Knowledge Test* (Okamoto & Case, 1996) como una medida estandarizada del desempeño matemático. *El Number Knowledge Test* comprende una evaluación matemática que requiere a los participantes realizar una serie de habilidades matemáticas como conteo, comparación de magnitudes y resolución de problemas aritméticos. Los resultados indicaron que los puntajes individuales en la tarea de comparación numérica correlacionaron con el desempeño de los niños en *Number Knowledge Test* en ambos periodos de evaluación.

Es importante notar que, similar al estudio citado de Durand et al. (2005), Chard et al. (2005) sólo examinaron magnitudes simbólicas. A pesar de esto, como fue discutido anteriormente, hay evidencia sustancial de una asociación entre el procesamiento de magnitudes no simbólicas y el desempeño matemático. Además, el *Number Knowledge Test,* como la tarea de comparación magnitudes, requiere a los individuos comparar magnitudes numéricas. Esto debilita el análisis correlacional conducido debido a que la correlación positiva revelada podría, al menos en parte, reflejar una asociación entre dos formas de comparación de magnitudes.

Considerando todo lo anterior, la investigación previa sugiere una relación entre, por una parte, tanto comparación de magnitudes simbólicas y no simbólicas y, por otra parte, las diferencias individuales en el aprovechamiento matemático, particularmente en el cálculo aritmético (Chard et al., 2005). Lo que permanece por ser elucidado es si una evaluación de lápiz y papel, asequible para su uso en salones de clase en cualquier escenario, que mida la precisión tanto de las habilidades de comparación de magnitudes simbólicas como no simbólicas pueda revelar las relaciones entre diferencias individuales en el procesamiento numérico de magnitudes en ambos formatos, y la variabilidad en habilidades aritméticas. Además, una prueba de este tipo que pueda capturar los cambios de desarrollo en el procesamiento de magnitudes numéricas también requiere investigación. Esto es importante porque para interpretar significativamente los resultados de la prueba, el desempeño en el test debe cambiar como una función de la edad cronológica de los niños (los mayores deben desempeñarse mejor que los más jóvenes).

Una prueba asequible de lápiz y papel sería una valiosa herramienta por diversas razones. Para comenzar, sería muy económico debido a los bajos costos en comparación de las versiones computarizadas del test que requiere equipamiento especializado y software, sin mencionar al personal capacitado para conducir y analizar específicamente este tipo de pruebas. Un test de lápiz y papel de este tipo podría también ser aplicado de manera rápida y sencilla y calificado por el maestro incluso con amplios grupos. Esto podría permitir a los maestros evaluar las diferencias individuales en el procesamiento básico de magnitudes entre sus estudiantes. Dado que esta prueba no requeriría software especializado, podría ser usado por educadores en cualquier condición, como escuelas rurales y de escasos recursos. Asimismo, podría ser integrado en un futuro a estudios de mayor escala aplicados por las agencias del gobierno responsables del monitoreo de la calidad educativa del país.

La investigación de Nosworthy (2013) es un primer acercamiento a la intención de desarrollar una evaluación de lápiz y papel que midiera el procesamiento de magnitudes numéricas simbólicas y no simbólicas. Nosworthy, evaluó a 197 estudiantes de entre 1°- 3° grado de primaria con la prueba *Numeracy Screener*, con duración de dos minutos, diseñada para medir la comparación de magnitudes. Las diferencias individuales en el desempeño en esta prueba correlacionaron positivamente con las diferencias individuales en desempeño aritmético. Sin embargo, el diseño tipo cuadernillo de la prueba hace muy ineficiente la aplicación y calificación de la prueba a gran escala ya que aún es muy costosa al consumir extensivamente recursos, tanto en tiempo como de materiales para su conducción de manera individual.

Una forma de abordar esta problemática, es diseñar una prueba más asequible y eficiente para su aplicación en escenarios escolares, esto es, modificar el diseño de la prueba *Numeracy Screener* a una versión en formato de hoja única para facilitar su resolución a escala grupal y su fácil calificación, de tal manera que lo pueda hacer cualquier maestro con un breve entrenamiento.

El presente estudio

A la luz de estos resultados los objetivos de esta investigación son tres. Primero, investigar si una evaluación de lápiz y papel del procesamiento de magnitudes simbólicas y no simbólicas basada en la prueba *Numeracy Screener* de Nosworthy (2013), aplicada a escala grupal, puede caracterizar cambios de desarrollo en el procesamiento básico de magnitudes, como el mejoramiento de la precisión de las comparaciones numéricas relacionadas con el grado escolar.

Se espera que a mayor grado, la precisión de los participantes mejorará en comparación con los de grado inferior, es decir, los participantes de 2° grado resolverán mayor número de elementos de la prueba y de manera correcta respecto a los participantes de 1° grado y los participantes de 3° grado respecto a los de 2° grado.

Segundo, explorar si el desempeño en la herramienta de evaluación de procesamiento de magnitudes está correlacionado con la variabilidad en los puntajes de aprovechamiento matemático.

Considerando el cuerpo de resultados en las investigaciones anteriores, se tiene la expectativa de que en primer grado habrá una correlación positiva entre la prueba de magnitudes no simbólica y el aprovechamiento matemático, debilitándose esta correlación progresivamente en los grados subsecuentes. Para el caso de la prueba simbólica se espera que la correlación con el aprovechamiento matemático incremente progresivamente a partir de primer grado.

Tercero, determinar si la correlación entre la variabilidad individual en las pruebas de magnitudes numéricas junto con la de estimación en la recta y la variabilidad individual del desempeño matemático en adultos permanece. Es importante destacar que la evidencia al respecto en estudios con adultos no ha sido concluyente, como se ha discutido en apartados anteriores.

Se contempla que la correlación entre el procesamiento de magnitudes no simbólicas y la fluidez de cálculo en adultos sea nula o si acaso muy débil y para el procesamiento de magnitudes simbólicas se espera que exista una correlación positiva significativas, de acuerdo con la revisión de Schneider et al. (2016). Por último para la estimación en la recta numérica a pesar de observarse poco margen de error en las estimaciones, se espera observar una correlación con la fluidez de cálculo.

Se describirá el diseño de estas mediciones, a saber, comparación de magnitudes en formato simbólico y no simbólico y estimación en la recta numérica, cómo se evaluará el desempeño de los niños en estas pruebas, su relación a diferencias individuales en aritmética y finalmente, su capacidad para servir como un indicador del desempeño matemático tanto de los niños como de los adultos.

En el Experimento 1, niños de 1° a 3° de Primaria fueron evaluados de manera grupal en sus respectivos salones, en el Experimento 2, estudiantes universitarios fueron evaluados de manera individual.

EXPERIMENTO 1

Método

Participantes

Un total de 156 estudiantes en los grados de 1°, 2° y 3° de primaria fueron evaluados de una escuela pública en la Ciudad de México en la semana del 6 al 10 de Marzo de 2017. Veintinueve estudiantes fueron excluidos debido a que completaron de manera incorrecta alguna de las tareas administradas, como saltarse reactivos, marcar respuestas de manera ininteligible o no alcanzar un puntaje basal en la prueba de fluidez de cálculo (mínimo 3).

Por lo tanto, la muestra final incluyó 127 niños, 29 de primero, 46 de segundo y 52 de tercer grado de primaria.

La autorización por escrito fue otorgada por la Dirección de la Escuela y verbal de los participantes en el estudio. Las cartas de consentimiento fueron autorizadas por la Coordinación de Ciencias Cognitivas y del Comportamiento de la Facultad de Psicología de la UNAM

Diseño y variables

El diseño de la investigación es transversal comparativo de tipo correlacional (Kerlinger & Howard, 2002; Méndez et al., 1990) se realiza la medición en un solo momento para las distintas variables, en tres grupos intactos definidos por el grado escolar (1º, 2º y 3º de educación básica).

Se midieron las siguientes variables en los tres grados escolares: Puntaje de prueba no simbólica (número total de ensayos no simbólicos resueltos correctamente), Puntaje de Prueba Simbólica (número total de ensayos simbólicos resueltos correctamente), Puntaje Total de Comparación de Magnitudes (número total de ensayos resueltamente en ambos formatos), y el Puntaje Total del Test de Cálculo.

Materiales

Tarea de Comparación de magnitudes

Se administró la tarea de discriminación de magnitudes de lápiz y papel modelada por Nosworthy (2013). Durante la tarea de comparación de magnitudes, a los participantes se les requirió comparar pares de magnitudes en un rango que comprendía del 1 al 9. Los estímulos fueron presentados en formato tanto simbólico (56 pares de dígitos) como no simbólico (56 pares de arreglos de puntos). En ambos formatos de presentación, cada magnitud numérica fue contrabalanceada por el lado de presentación (p. ej. 2|7, 7|2). Los estímulos en el formato no simbólico están controlados en área y densidad.

Para el control del área y la densidad, la mitad de los arreglos de puntos usados correspondían en área total y otra mitad de los arreglos de puntos correspondía para el perímetro total. Es decir, la mitad de los ensayos tenían área igual mientras que la otra mitad tenía igual perímetro. El arreglo con más puntos tenía un mayor perímetro cuando el área de superficie acumulada era correspondida. El arreglo con más puntos tenía mayor área de superficie acumulada cuando el perímetro era correspondido. Para evitar tener participantes que juzgaran por el tamaño relativo de los arreglos de puntos, tanto los ensayos correspondidos por perímetro como los correspondidos por área fueron presentados de manera aleatoria. Para asegurarse de que los elementos de la prueba tenían dificultad creciente, la razón entre las magnitudes numéricas presentadas fueron manipuladas. Los elementos más fáciles (con razones más pequeñas) fueron presentados primero y los elementos más difíciles fueron presentados después (incremento de las razones). Al comenzar con los elementos más fáciles, se aseguraba que los participantes permanecieran motivados a completar la tarea. El orden de los ensayos en la evaluación fue como se presenta en la Tabla 1. La razón entre los pares numéricos osciló entre .11 a .89, por ejemplo el la razón entre 3 y 5 es .60 (ver Tabla 1. para los pares y razones usados.

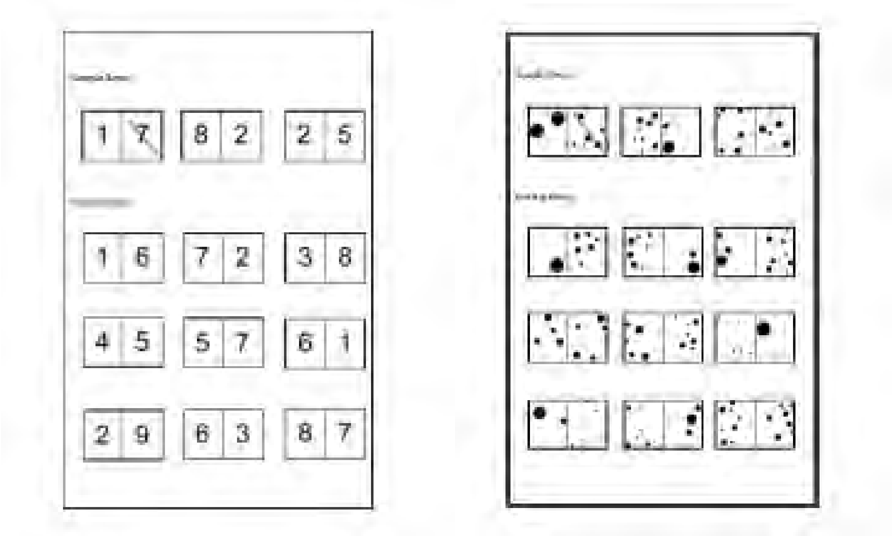
Tabla 1.

Pares numéricos y razones para la tarea de comparación de magnitudes.

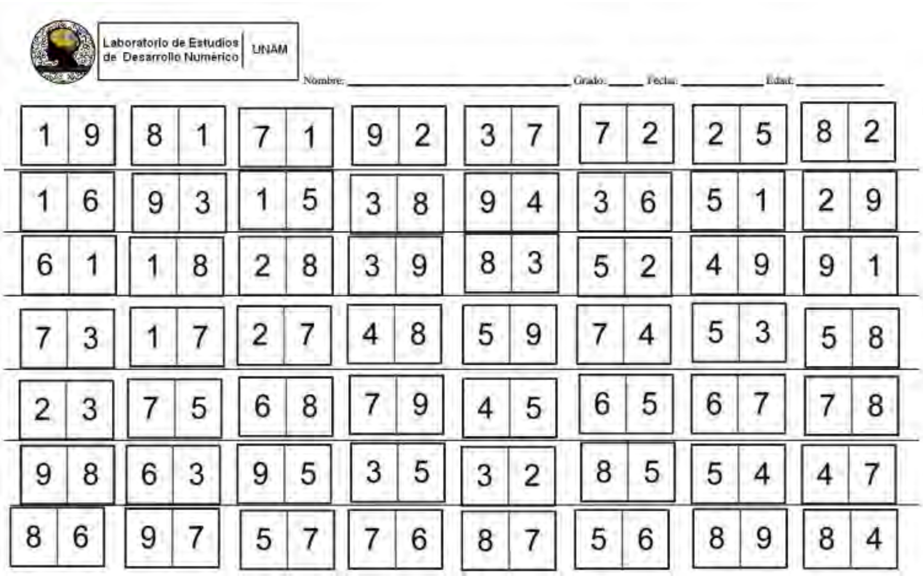
Par numérico	Razón
1-9	0.11
1-8	0.13
1-7	0.14
1-6	0.17
1-5	0.2
2-9	0.22
2-8	0.25
2-7	0.29
3-9	0.33
3-8	0.38
2-5	0.4
3-7	0.43
4-9	0.44
3-6	0.5
4-8	0.5
5-9	0.56
4-7	0.57
3-5	0.6
5-8	0.63
2-3	0.67
5-7	0.71
6-8	0.75
7-9	0.78
4-5	0.8
5-6	0.83
6-7	0.86
7-8	0.88
8-9	0.89

Durante la prueba, se pidió a los participantes que con una línea diagonal marcaran el mayor de las dos magnitudes dándoles un minuto para completar la tarea no simbólica y un minuto para la tarea simbólica. Para asegurarse de que los participantes entendían la tarea, el aplicador les mostraba un modelo para su correcta resolución antes de empezar la evaluación. Durante las instrucciones dadas para la condición no simbólica, se les pidió a los participantes no contar los puntos. Con el fin de hacer más eficiente la resolución de las tareas en un escenario grupal se modificaron, con autorización previa de los autores, las evaluaciones a una hoja única. Para una comparación entre los formatos ver Fig 2.a- 2.d.

a b



c



d

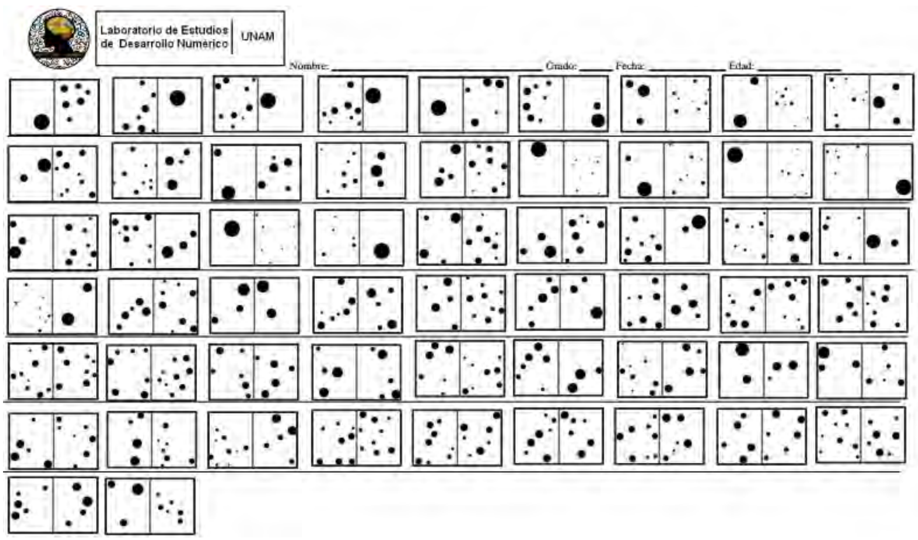


Figura 2. Evaluación de lápiz y papel. Las Figuras a y b son ejemplos de la prueba original tipo cuadernillo de Nosworthy (2013). Las Figuras c y d, son ejemplos de la prueba modificada en hoja única.

Habilidades aritméticas

Para determinar la competencia aritmética fue usada la Prueba de Fluidez de Cálculo (De Vos T., 1992) (TTR, por sus siglas en holandés). El test fue adaptado al español. Esta prueba es ampliamente usada en los Países Bajos y Bélgica para determinar el desempeño de los niños de primaria en la resolución de operaciones aritméticas y se caracteriza por su fácil aplicación.

Este examen consta de 200 problemas aritméticos básicos presentados en cinco columnas, cada columna contiene una operación aritmética (por ejemplo, 3 + 5 =). Dentro de cada columna, se presentan 40 operaciones de dificultad creciente y para cada columna por separado, a los niños se les pide resolver tantos problemas como sea posible dentro de un período de un minuto. En esta investigación, sólo las dos primeras columnas (sumas y restas, presentadas por separado) fueron administradas, porque los niños de primer grado sólo han recibido instrucción en suma y resta. En ambas columnas, los primeros 15 reactivos sólo incluyen problemas de un dígito (por ejemplo, 3 + 6/9−2), mientras que los siguientes reactivos también incluyen posteriormente problemas de varios dígitos: sin pedir prestado/no-acarreo y préstamo en problemas de dígitos múltiples (por ejemplo, 5 + 7, 13 + 4/15−3, 21−9). La puntuación en esta prueba fue el número de problemas correctamente resueltos dentro del plazo temporal estipulado (máximo = 80).

Procedimiento

Todos los participantes fueron evaluados en la Escuela Primaria en sus respectivos salones y dentro del horario de clases antes del receso de acuerdo a las posibilidades de aplicación. Las aplicaciones fueron de manera grupal con asistencia de un ayudante proporcionado por la escuela y el profesor de cada grupo estando presente.

Para explicar las tareas se utilizó un manual en el que se exhibieron ejemplos de los elementos de cada tarea ampliados al 400 % de tal manera que todos los participantes pudiesen ver claramente. Se detalló la manera exacta de resolución de los elementos no simbólicos, simbólicos y de aritmética dándose énfasis al límite de tiempo.

En todos los grupos siempre se aplicó primero la prueba no simbólica, seguido de la prueba simbólica y finalmente la prueba de cálculo resolviéndose primeramente la parte de adición y después la de sustracción.

Antes de comenzar las tareas y para evitar que los participantes empezaran a diferentes tiempos, se les solicitó que todos alzaran sus lápices hasta la señal de inicio. Asimismo ante la señal de alto, todos los participantes tenían que levantar los lápices a la vista del aplicador

Con el fin de mantener el mayor orden posible se les ofreció un premio (estampillas) a los niños que completaran las tareas correctamente obedeciendo las reglas.

La duración de la evaluación en su conjunto se extendía aproximadamente de 10-15 minutos.

Resultados

Los resultados que se presentan a continuación corresponden en primera instancia a la descripción y análisis del desempeño en la discriminación de magnitudes y sus diferencias por formato y por grado. Posteriormente se analizan los índices de las tareas de procesamiento de las magnitudes y su relación con el desempeño aritmético al igual que su predicción.

.

Estadísticos Descriptivos

Las medias y desviaciones estándar para cada prueba administrada se muestran en la tabla 2. Se observa que hay una tendencia de incremento en las medias comparando los grados de menor a mayor.

Tabla 2. Medias y Desviaciones estándar (D.E.) de 1°a 3° grado

Prueba	N	Media de los puntajes brutos (D.E.)		
		1°	2°	3°
No Simbólica	127	23.48 (7.07)	24.26 (10.22)	27.65 (9.22)
Simbólica	127	30.52 (3.25)	34.30 (6.11)	39.37 (7.16)
Combinada	127	54.03 (8.45)	58.57 (14.45)	67.75 (15.06)
Cálculo	127	15.97 (3.80)	23.00 (8.28)	28.35 (6.81)

Nota. No simbólica - puntaje total correcto en los elementos no simbólicos; Simbólica - puntaje total correcto en los elementos simbólicos; Combinada - puntaje total correcto combinado de los elementos simbólicos y no simbólicos; Cálculo - puntaje recibido en la prueba de fluidez de cálculo TTR.

Diferencias por grado en las Habilidades Básicas de Procesamiento de Magnitudes

Para identificar si existe un efecto del tipo de formato en la tarea (simbólico y no simbólico) sobre el procesamiento de magnitudes, y si estas diferencias se presentan por grado escolar, se aplicó un ANOVA mixto con un factor entre sujetos (formato simbólico y no simbólico) y grado (1°, 2° y 3° grados) como factor entre sujetos.

El análisis Levene para la valoración de la homogeneidad de las varianzas por grupo, resultó significativo por lo que no se satisface el supuesto para el análisis. Con el propósito de corregir la heterogeneidad de las varianzas se realizó una transformación logarítmica en la variable magnitud en ambos formatos (simbólico-no simbólico). Los resultados del análisis revelaron efectos principales significativos de formato ($F(1,27) = 127.227$, $p < .001$) y de grado ($F(1,27) = 6.294$, $p = .002$); sin embargo, no se encontró efecto de interacción entre formato y grado ($F(2,27) = 1.067$, p = . 347). En otras palabras, la ejecución observada difiere estadísticamente entre el formato simbólico y no simbólico, diferencia que se mantiene constante entre de los diferentes grados escolares.

Relación entre el Procesamiento Básico de Magnitudes y el Desempeño Aritmético

Para identificar la correlación entre el procesamiento de magnitudes y los puntajes de aprovechamiento matemático. En primer lugar, se identificó el grado de asociación entre las variables desempeño en tareas de magnitud para el formato simbólico, no simbólico, la puntuación combinada de ambos formatos y la puntuación en el test de fluidez de cálculo (ver tabla 3), aplicando una correlación parcial, mediante el estadístico r de Pearson, controlando para la edad. Es decir, el efecto del grado en los puntajes de los participantes fue removido.

Como se puede observar en la tabla 3, el puntaje total (simbólico y no simbólico combinado) en la tarea de comparación de magnitudes correlacionó significativamente con el puntaje en el Test de Cálculo. Se encontró que la Prueba Simbólica correlacionó significativamente con el Test de Cálculo, mientras que, la Prueba No Simbólica correlacionó en menor medida en comparación con la Simbólica con el Test de Cálculo.

Tabla 3. Correlaciones parciales controlando por grado (Gr. 1-3)

Variable	1	2	3	4
1. No Simbólica	-	.578**	.205*	.924**
2. Simbólica		-	.486**	.823**
3. Cálculo			-	.362**
4. Combinado				-

* $p < .05$.
** $p < .01$.

Además, se condujo un análisis sobre la asociación entre la comparación de magnitudes y el desempeño aritmético para cada grado. Como se puede apreciar en la tabla 4, para el 1°Grado, no se encontró ninguna asociación significativa entre el puntaje en el Test de Cálculo y el desempeño en la prueba de magnitudes simbólicas (r = -.148 *,ns),* no simbólica (r= -.149 *,ns*), o la combinación de ambas (r = - .067,*ns*). Para el 2°Grado, se demuestra una correlación significativa entre el puntaje en el Test de Cálculo y el desempeño simbólico (r = .622,p< .01) el desempeño no simbólico (r =

.342,$p < .05$) y la combinación de ambos formatos ($r = .504$,$p < .01$) (Tabla 5). Para los participantes en el 3° Grado no se encontró una correlación significativa entre el desempeño de cálculo aritmético y la prueba no simbólica ($r = .141$,*ns)*. Sólo se observó una asociación significativa entre el desempeño de cálculo y la prueba simbólica ($r = .433$,$p < .01$) al igual que en el puntaje total de comparación de magnitudes ($r = .309$,$p < .05$) (Tabla 6).

Tabla 4. Correlación de 1° grado entre el desempeño aritmético y la comparación de magnitudes.

Variable	1	2	3	4
1. No Simbólica	-	.227	-.149	.927**
2. Simbólica		-	.148	.576**
3. Fluidez de Cálculo			-	-.067
4. Combinado				-

* *p* < .05.
** *p* < .01.

Tabla 5. Correlación de 2° grado entre el desempeño aritmético y la comparación de magnitudes

Variable	1	2	3	4
1. No Simbólica	-	.538**	.342*	.934**
2. Simbólica		-	.622**	.803**
3. Fluidez de Cálculo			-	.504**
4. Combinado				-

* *p* < .05.
** *p* < .01.

Tabla 6. Correlación de 3° grado entre el desempeño aritmético y la comparación de magnitudes

Variable	1	2	3	4
1. No Simbólica	-	.694**	.141	.923**
2. Simbólica		-	.433**	.875**
3. Fluidez de Cálculo			-	.309*
4. Combinado				-

* *p* < .05.
** *p* < .01.

Investigación de la varianza explicada para el Desempeño Aritmético usando el Desempeño Simbólico y No Simbólico de la prueba de lápiz y papel como Predictores.

Dado que los puntajes de la prueba simbólica y no simbólica controlados por la edad correlacionaron con los puntajes de la prueba de cálculo, la especificidad de esta relación necesita ser investigada con mayor profundidad. Para hacerlo un análisis de regresión lineal fue conducido para examinar si la fluidez de cálculo (variable dependiente) puede ser explicada y predicha por los puntajes totales simbólicos y no simbólicos.

Como se observa en la tabla 7, los resultados demostraron que la regresión lineal usando la fluidez de cálculo como variable dependiente fue significativa ($F(2, 124)=43.77, p < .001, R^2 = .414$), siendo el desempeño en el formato simbólico, la variable de mayor peso explicativo de la varianza en fluidez de cálculo ($p < .001$).

Tabla 7. Análisis de regresión lineal prediciendo los puntajes brutos de la prueba de Fluidez de Cálculo con los puntajes simbólicos y no simbólicos como predictores.

Fluidez de Cálculo		
Predictor	β	*t*
No Simbólico	-.149	-1.751
Simbólico	.719**	8.476

** $p < .01$.

Discusión.

El propósito del primer experimento fue extender la investigación previa en dos principales vías: 1) investigar si una prueba de lápiz y papel de procesamiento de magnitudes numéricas simbólicas y no simbólicas podría ser usada para medir diferencias de grado escolar en las habilidades de procesamiento de magnitudes numéricas, 2) explorar si el desempeño en esta prueba está relacionada con las diferencias individuales en el desempeño de los niños en medidas del desempeño aritmético.

Al no encontrar diferencias significativas de desempeño en las pruebas por grado, no se puede confirmar la primera hipótesis. Sólo se puede señalar que hay una tendencia de incremento en los puntajes a partir del 1° grado hacia el 3° grado. Estos resultados no significativos probablemente se deben a variables distractoras inherentes en un escenario escolar que propiciaron variabilidad en los datos y por ende, heterogeneidad en las varianzas. Una posible alternativa que puede contribuir al control de estas variables exógenas sería la evaluación en grupos más reducidos para fomentar un ambiente propicio para una evaluación más apropiada.

Los resultados demuestran que los puntajes de los participantes en esta herramienta de evaluación correlacionaron significativamente con sus puntajes en la prueba de desempeño aritmético. De manera más específica, una correlación positiva significativa se encontró entre la fluidez de cálculo y la precisión con la que los participantes completaron los elementos en la tarea de comparación de magnitudes tomando en cuenta lo puntajes generales. Este hallazgo indica que los niños que puntuaron alto en la prueba de cálculo tendieron a puntuar alto en la prueba de magnitudes.

Por otra parte, los resultados indicaron que el desempeño en la parte simbólica explica la varianza única en las habilidades aritméticas. El mismo resultado no fue encontrado para el desempeño en los elementos no simbólicos demostrado en investigación previa (Halberda, Mazzocco & Feigenson, 2008; Mazzocco, Feigenson & Halberda, 2011, Nosworthy, 2013). Específicamente, se encontró que mientras las correlaciones parciales mostraron que la comparación de magnitudes en ambos formatos está relacionada con el desempeño aritmético, sólo la comparación simbólica explicó como única variable asociada en el desempeño de los niños en la prueba de cálculo. Dado que las correlaciones parciales revelaron que la precisión en ambos formatos correlaciona independientemente con el desempeño matemático, es posible que compartan variación relacionada al procesamiento central de las magnitudes, pero que el procesamiento no simbólico no contribuye algo adicional al desempeño matemático mientras que el simbólico sí. Es posible que la varianza única explicada por el procesamiento simbólico esté relacionada al reconocimiento de numerales y su mapeo en las magnitudes análogas - una habilidad importante en la manipulación de dígitos durante el cálculo.

En este sentido la segunda hipótesis es confirmada por los resultados observados, dado que la asociación entre el procesamiento no simbólico y el desempeño matemático fue comparativamente más débil respecto al procesamiento simbólico.

Considerando lo anterior, se fortalece la noción de que el mapeo de símbolos a magnitudes numéricas es un correlato crítico de las diferencias individuales en el desempeño aritmético de los niños (DeSmedt & Gilmore, 2011; Holloway & Ansari, 2009, Rouselle & Noël, 2007).

EXPERIMENTO 2

El propósito de este estudio es determinar si la correlación entre la variabilidad individual en las pruebas de magnitudes numéricas junto con la de estimación en la recta y la variabilidad individual del desempeño matemático en adultos tiene significancia y en qué grado.

Se contempla que la correlación entre el procesamiento de magnitudes no simbólicas y la fluidez de cálculo en adultos sea nula o si acaso muy débil y para el procesamiento de magnitudes simbólicas se espera que exista una correlación positiva significativas. Asimismo, para la estimación en la recta numérica a pesar de observarse poco margen de error en las estimaciones, se espera observar una correlación con la fluidez de cálculo.

Método

Participantes

Un total de 36 estudiantes de entre 19 y 22 años de la Facultad de Psicología participaron en este estudio. Seis participantes fueron removidos del análisis estadístico ya que no cumplían con los criterios de normalidad de la muestra en alguna de las pruebas aplicadas y otros tres fueron removidos por problemas en el registro de sus respuestas en uno de los programas experimentales teniendo datos incompletos. En total se analizaron los datos de 27 participantes.

Diseño y variables

El diseño de la investigación es transversal de tipo correlacional. Se realiza la medición en un solo momento para las distintas variables en un solo grupo.

Se midieron las siguientes variables: Discriminación de magnitudes simbólicas (promedio del tiempo de reacción), Discriminación simbólica (Fracción de Weber), Estimación en la recta (porcentaje de error absoluto) y Fluidez de Cálculo (número de operaciones aritméticas resueltas correctamente).

Materiales

Tarea de comparación simbólica

La presentación de estímulos y el registro de datos fueron controlados en un programa a partir de Java. Un ensayo comienza con un punto de fijación por 600 ms, después dos estímulos aparecerán. Los estímulos son dígitos arábigos blancos en un fondo negro (fuente Arial, 40), presentados simultáneamente a 4.25 cm a la izquierda y a la derecha del centro de la pantalla, permaneciendo en la en la misma hasta que el niño emita una respuesta. A los participantes se les pidió seleccionar el número más grande presionando la tecla F en un teclado si el número mayor del par numérico presentado se encontraba a la izquierda, y la tecla J si el par numérico presentado se encontraba a la derecha. Se les pidió a los participantes que respondieran lo más rápido posible sin hacer errores. El intervalo inter estímulo fue de 1000 ms. El conjunto de estímulos consistió en números del 1 al 9, pero sólo combinaciones de estímulos con una distancia máxima de 5 entre ambos números, resultando en 60 ensayos. Esto se debe a un estudio de Sasanguie, De Smedt, et al. (2012) en el que observaron que los tiempos de reacción decrementaron considerablemente con el incremento de la distancia numérica, pero de una distancia superior a 5 el incremento fue mínimo. Cinco ensayos de práctica al inicio de la sesión fueron incluidos con una retroalimentación auditiva y visual si la respuesta del participantes era correcta o no.

Tarea de comparación no simbólica.

En cada ensayo se les pidió a los participantes que seleccionen el más numeroso de dos conjuntos de puntos. Los dos conjuntos consisten en puntos azules o amarillos en un fondo gris presentándose simultáneamente, lado a lado en una pantalla de computadora portátil. Se pide seleccionar el arreglo de puntos que es más numeroso utilizando dos teclas que indiquen cada una si es el arreglo de la izquierda o el de la derecha, F para la izquierda o J para la derecha. Comenzando con un punto de fijación por 600 milisegundos, seguido por los pares de magnitud que permanecen en la pantalla por 800 ms a lo que después se presenta una pantalla con gris permaneciendo hasta que se da una respuesta (Ver Figura 4). Los arreglos de puntos son creados por el programa Panamath (www.panamath.org, Halberda et al., 2008). El programa coloca de manera aleatoria los puntos dentro de un área específica de la pantalla mientras se ejecuta la tarea

Para evitar que el desempeño fuese basado en parámetros no numéricos, como el área total de la superficie y el tamaño de los elementos (Dehaene, Izard, & Piazza, 2005), el área de la superficie entre los dos arreglos de puntos fue mantenida constante, y fueron usados conjuntos de elementos de tamaño mezclado.

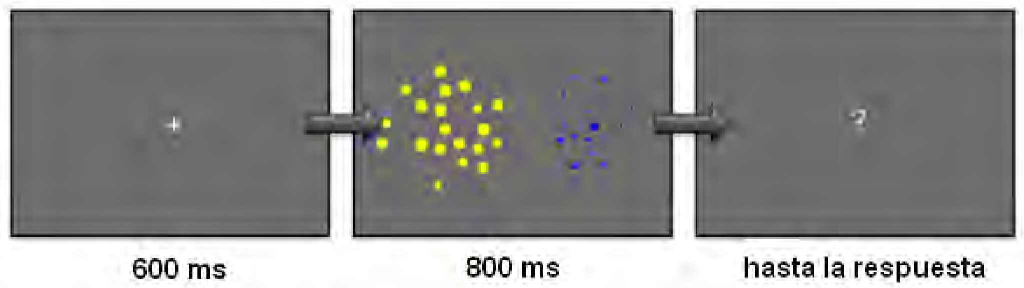


Figura 3. La tarea de comparación de puntos. Cada ensayo comienza con un punto de fijación por 600 ms, seguido por la presentación de los arreglos de punto por 800 ms y finalmente un signo de interrogación hasta que el participante emite una respuesta (Halberda el. al, 2008)

Estimación en la recta numérica

La aplicación *EstimationLine* (Hume, 2014) es un test de estimación de magnitudes con la finalidad de mostrar dónde un número particular debe posicionarse en una recta numérica. En esta aplicación para *iPad*, los participantes tocan la línea con su dedo para posicionar su estimación. Se basa en un método experimental introducido originalmente por Robert Siegler y John Opfer (2003) para examinar la estimación numérica. Muchos estudios posteriores han utilizado el método para entender las capacidades de estimación de magnitudes a medida que desarrollan sus habilidades numéricas.

En la aplicación *EstimationLine,* la recta numérica se muestra con un 0 por encima del extremo izquierdo de la línea y un punto final configurable (por lo general 10, 100 o 1000) por encima del extremo derecho, con el estímulo o el número de destino para cada ensayo que se muestra por encima de la línea. Se le pide al participante marcar la ubicación en la recta numérica donde piensan que el número de destino pertenece. En esta versión de la aplicación del *iPad*, el niño toca la recta con su dedo para marcar su estimación de la ubicación de destino. Una marca roja vertical se muestra para mostrar su estimación. Un pequeño botón *'Done*' (Hecho) se muestra con cada ensayo para confirmar la respuesta y pasar al siguiente, ya que los niños pequeños de vez en cuando tocan accidentalmente la pantalla

Habilidades aritméticas.

Se utilizó el Test de Fluidez de Cálculo de Carleton (TFC) de Sowinski, C., Dunbar, K., & LeFevre, J. (2014) desarrollado en el Laboratorio de Cognición Matemática de la Universidad de Carleton, Canadá, específicamente para estudiantes universitarios.

Este test comprende tres páginas de problemas aritméticos de dos términos. La primera página tiene problemas de adición de dígitos dobles (52 +19), la segunda página tiene problemas de sustracción de dígitos dobles (84-47), y la tercera página tiene problemas de multiplicación de dígitos dobles (67x4).

A los participantes se les da un minuto por página. Se les pide que resuelvan rápida y precisamente los problemas. Cada página tiene seis filas de problemas de 10 problemas por fila. El test es calificado como el número total de problemas resueltos correctamente en las tres páginas. Los participantes resuelven tres problemas de práctica de cada tipo. El tiempo aproximado de aplicación es de 5 minutos.

Resultados

Los resultados que se presentan a continuación corresponden en primera instancia a la descripción y análisis del desempeño en la discriminación de magnitudes y la estimación en la recta. Posteriormente se analizan los índices de las tareas de procesamiento de las magnitudes y de estimación en la recta y su relación con el desempeño aritmético al igual que su predicción.

Estadísticos descriptivos.

Las medias y la desviaciones estándar para cada prueba administrada se muestran en la Tabla 8. La media en la prueba de fluidez de cálculo fue de 29.14 con un puntaje máximo posible de 180. La media de la fracción de Weber en la tarea no simbólica fue de .166. La media del tiempo de reacción de la tarea simbólica fue de 800.74 milisegundos. Por último el porcentaje de error absoluto en la tarea de estimación en la recta fue de 3.44%.

Investigando la relación entre el procesamiento básico de magnitudes, la estimación en la recta y el desempeño aritmético en adultos.

Las correlaciones fueron calculadas para las siguientes variables (ver Tabla 9): puntaje del test de cálculo, la fracción de Weber, el promedio de tiempo de reacción de la tarea simbólica y el porcentaje de error absoluto en la tarea de estimación en la recta.

Como se observa en la Tabla 9, no se encontró correlación significativa entre el test de cálculo y la fracción de Weber en la tarea no simbólica (r = -.04, *ns*). Hubo una correlación significativa entre el promedio de tiempo de reacción de la tarea simbólica y el puntaje en el test de cálculo (r = -.480, $p < .05$) y también entre el porcentaje de error absoluto en la tarea de estimación en la recta y el puntaje del test de cálculo (r = -.464, $p < .05$).

Tabla 8. Medias y Desviaciones Estándar (D.E.)

Variable	N	Media	Rango(min.max)	D. E.
Fluidez de Cálculo	27	29.14	14 - 40	7.03
No simbólica	27	.166	.115 - .257	0.319
Simbólica	27	800.74	620.37 - 10005.97	95.86
Estimación	27	3.44	1.50 - 6.11	1.28

Nota. Fluidez de Cálculo - puntaje recibido en el Test Carleton; No simbólica - Fracción de Weber obtenida en la prueba no simbólica; Simbólica - Tiempo de reacción obtenido en la prueba simbólica; Estimación - porcentaje de error absoluto obtenido en la prueba de estimación en la recta numérica.

Tabla 9. Correlación entre el Test de Fluidez de Cálculo, la comparación de magnitudes en formato simbólico y no simbólico y la estimación en la recta numérica.

Variable	1	2	3	4
1. Fluidez de Cálculo	-	-.041	-.470*	-.464*
2. No Simbólica		-	.394*	-.050
3. Simbólica			-	-.146
4. Estimación				-

* $p < .05$.
** $p < .01$.

Investigación de la varianza considerada para el desempeño aritmético usando el desempeño simbólico en la tarea de comparación de magnitudes y la predicción en la estimación en la recta numérica como predictores.

Se condujo un análisis de regresión lineal múltiple para examinar si el desempeño en la tarea de fluidez en cálculo (variable dependiente), puede ser explicado y predicho por el tiempo de reacción en la tarea de comparación de magnitudes simbólicas y el porcentaje de error absoluto en la tarea de estimación en la recta numérica.

El modelo de regresión lineal resultó significativo (F(2, 24) = 13.130, $p < .001$, $R^2 = .522$). En este modelo se encontró que tanto el promedio en el tiempo de reacción en la tarea simbólica como el porcentaje de error absoluto en la tarea de estimación fueron significativos ($p = .001$) (ver Tabla 10)

Tabla 10. Análisis de regresión lineal prediciendo la fluidez de cálculo en adultos con el tiempo de reacción en la tarea simbólica y el porcentaje de error absoluto en la tarea de estimación en la recta numérica como predictores.

Fluidez de Cálculo		
Predictor	β	*t*
Tiempo de Reacción Simbólico	-.560**	-3.929
Porcentaje de Error Absoluto	-.546**	-3.828

** $p < .01$.

Discusión.

El propósito de este experimento fue investigar cuál de los procesos numéricos básicos (discriminación de la numerosidad, procesamiento numérico simbólico, o estimación en la recta numérica) evaluando a adultos tienen mayor relación con el desempeño matemático. Los puntajes de desempeño matemático se predijeron por el procesamiento numérico simbólico.

Los participantes que fueron más rápidos al comparar dígitos se desempeñaron mejor en el test de matemáticas. Asimismo, el desempeño en el test de cálculo se asoció con la precisión de la colocación de dígitos en una recta numérica.

El procesamiento simbólico de los números parece ser importante para las habilidades matemáticas aún en edades posteriores a la niñez.

En contraste con otros estudios (Halberda et al., 2008; Piazza et al., 2010), la fracción de Weber derivada de la tarea de comparación de magnitudes no simbólicas no correlacionó con los puntajes de la prueba matemática sugiriendo que la representación matemática no subyace en el desempeño matemático posterior. Más investigación que se concentre en las diferencias sutiles en el procedimiento, como los estímulos usados (y también la forma de presentación), es requerida para descifrar por qué una asociación entre la precisión de SNA y el desempeño matemático a veces es encontrada y a veces no.

Las diferencias individuales en el test de cálculo fueron explicadas también por el desempeño en la tarea de estimación en la recta numérica sugiriendo que una representación de dígitos en el espacio es relevante para la manipulación de los mismos en operaciones de cálculo.

De esta manera los datos recabados confirman la tercera hipótesis formulada a partir de la revisión de Schneider (2016), sólo hubo una correlación significativa entre el procesamiento de magnitudes simbólicas y el desempeño matemático al igual que con la estimación en la recta numérica.

La importancia de este hallazgo dada la escasez de estudios que correlacionen la estimación en la recta con el desempeño matemático en adultos es que el mapeo espacio-número puede constituir un bloque fundamental en la competencia y habilidades de resolución matemática aún más allá de un nivel elemental.

Discusión General

El formato simbólico y no simbólico de las tareas, en el caso de los niños, y sólo el formato simbólico en el caso de los adultos, moderó la asociación entre la comparación de magnitudes y la competencia matemática. Para los niños, la asociación fue significativamente mayor para la comparación de magnitudes simbólicas que para la comparación de magnitudes no simbólicas. Esto está sustentado por las sugerencias hechas por De Smedt et al. (2013) en su revisión de la literatura, en la cual señaló la posibilidad de que la asociación entre el procesamiento de magnitudes y una competencia matemática más extensa puede ser más robusta para estudios con tareas de procesamiento de magnitudes simbólicas que con tareas no simbólicas. Schneider et al. (2016) señala que el procesamiento de magnitudes simbólicas está entre los candidatos más elegibles como instrumentos de intervención y diagnósticos para personas en riesgo de dificultades matemáticas.

Las altas asociaciones para la comparación simbólica con referencia a la no simbólica pueden ser explicadas por el hecho de que las mediciones de competencia matemática requieren casi exclusivamente la interpretación y transformación de numerales arábigos (información presentada en formato simbólico). Por consiguiente, la tarea de comparación de magnitudes simbólicas tiene mayor similitud a las medidas de competencia matemática respecto a las no simbólicas y pueden también involucrar procesos cognitivos semejantes, como los mapeos simbólicos referentes (Grabner, Ansari, Koschutning, Reishofer & Ebner, 2013).

La discusión sobre el grado de la superposición entre el procesamiento de magnitudes no simbólicas y simbólicas en los individuos permanece abierta. Un enfoque asume que las representaciones simbólicas son mapeadas de las no simbólicas, las cuales son posteriormente procesadas, en lo que en tal caso el procesamiento no simbólico sería un componente importante del procesamiento simbólico (Piazza, 2010). No obstante, otros (Lyons, Ansari & Beilock, 2012) han argumentado que los procesamientos no simbólicos y simbólicos se desarrollan independientemente y pueden constituir diferentes sistemas cuyas asociaciones con la competencia matemática difiere.

La presente investigación, la cual se enfoca principalmente en las asociaciones de ambas tareas con la competencia matemática, deja este asunto inconcluso. Hay una necesidad de estudios futuros que sigan longitudinalmente el desarrollo del procesamiento de magnitudes simbólicas y no simbólicas y cómo su asociación cambia a lo largo del tiempo.

Schneider et al. (2016) también señala que la asociación entre la comparación de magnitudes numéricas y la competencia matemática es moderada débilmente por la edad, indicado por un decremento muy pequeño con la correlación magnitud-competencia con la edad o grado escolar. Los resultados de la investigación son generalmente consistentes con los meta análisis de Chen & Li, (2014) y Fazio et al.,

(2014) pero parcialmente con el estudio longitudinal sobre el desarrollo de la comparación de magnitudes no simbólicas de Halberda et al. (2012). Esto puede ser explicado con el hallazgo de Schneider et al., (2016) en el que las medidas de competencia matemática diseñadas a partir de habilidades numéricas que son conceptualmente cercanas a la comparación de magnitudes como lo es la prueba *Test of Early Mathematics Ability* (TEMA-3) usada en el estudio de Halberda et al. (2012) tienen mayores efectos en contraposición a las pruebas aritméticas escritas, usadas en el presente estudio. Por lo que en una parte de la asociación puede ser atribuida a las similitudes superficiales entre el test y la tarea de comparación de magnitudes.

En general hay una cantidad sustancial de datos estadísticos heterogéneos en los estudios previos que indican que la asociación entre la comparación de magnitudes y la competencia matemática es moderada por terceras variables habiendo la necesidad de incluir la medición y el control de otras habilidades cognitivas no numéricas (memoria de trabajo, habilidades viso-espaciales) en estudios posteriores.

Los hallazgos presentados aquí revelaron que el desempeño de los niños en la tarea de comparación no simbólica fue débil controlando para la edad y nula para el caso de los adultos, indicando que la representación de magnitudes no simbólicas no es un fuerte indicador el aprovechamiento matemático. En contraste, el procesamiento numérico simbólico parece ser un indicador más confiable del desempeño aritmético de los niños y adultos. Cuando es medida la precisión de estimación en la recta numérica en adultos, esta también resulta un indicador confiable para el aprovechamiento matemático. Esto sugiere que aquellos que tienen dificultades en matemáticas luchan con una representación pobre de la magnitud análoga correspondiente al símbolo. Por lo tanto, enfocarse en la representación de símbolos y la traducción a su correspondiente magnitud análoga es muy importante en el contexto del aprendizaje ya que este proceso parece crucial para el desempeño matemático posterior.

La prueba original, *Numeracy Screener* de Nosworthy (2013), en la que se basó el diseño de esta investigación, está diseñada para su uso a una escala global y ajustarse a escenarios donde el acceso a la tecnología es limitado o poco factible. Para extender los alcances de esta prueba, se investigaron las diferencias individuales en el desempeño de niños de México, que están en un contexto social, económico, cultural y educativo totalmente diferente a los niños canadienses del estudio primario. Esta investigación es un paso para la generalización de los resultados a otros escenarios culturales.

Mientras que en Canadá, algunos salones de clases tienen hasta un máximo de 25 alumnos, en México se pueden tener hasta 50, por lo que la evaluación de estudiantes uno a uno es un procedimiento que consume tiempo a los profesores y podría ser usado mejor en la enseñanza, por lo que se decidió aplicar la prueba de manera grupal para evaluar la eficiencia de la misma. De acuerdo con los resultados, la aplicación grupal de la prueba es más confiable para los grados 2° y 3°, pero no para 1° ya que se encontraron resultados divergentes. Se observó que los alumnos (mayormente de primero) tenían dificultad para resolver correctamente ciertos elementos en las pruebas aritméticas, cometiendo errores procedimentales tales como sumar en vez de restar, o igual a cero una operación con un cero entre sus operandos. Con esto en cuenta, probablemente algunos niños no han logrado asimilar o abstraer la manipulación de elementos contables, teniendo que ver más el método de enseñanza más que una representación deficiente de las magnitudes numéricas. Una de las posibles alternativas sería la aplicación en pequeños grupos a los niños más pequeños para aumentar su eficiencia y hacer más ejercicios de ensayo con retroalimentación para que los alumnos estén plenamente conscientes de los procedimientos correctos en cada operación aritmética, así como un breve descanso entre evaluaciones.

Con base en los hallazgos de la presente investigación, una evaluación como la prueba de lápiz y papel sería útil para ser usada como indicador en los grados básicos de primaria. Sin embargo, antes de que esto se pueda lograr, se tendrían que establecer evaluaciones de la validez y confiabilidad de la prueba a lo largo de diferentes grados.

Una de las posibles limitaciones es el diseño mismo de los ensayos en la prueba de lápiz y papel, pudiendo dar un componente de complejidad a la tarea. Hay bastantes estímulos en la prueba y los mismos no son grandes, lo cual pudo ser difícil para los participantes completarla, especialmente en los más pequeños o aquellos que pudieran tener dificultades visuales. Igualmente, debido al factor de motricidad en la prueba al tener que marcar las respuestas, las diferencias individuales en las habilidades motoras pudo jugado un papel en los resultados. Asimismo, la presentación de las tareas siempre fue la misma, primero se resolvió la no simbólica y después la simbólica. Será necesario contrabalancear esta presentación en un estudio futuro, si se pretende evaluar su validez y confiabilidad y hacer de esta prueba un instrumento formal de evaluación.

De acuerdo con las sugerencias y consideraciones previamente hechas, es posible proponer direcciones en futuras investigaciones. Uno, hacer un estudio longitudinal de por lo menos un año para observar si efectivamente se puede predecir el desempeño matemático a partir de la prueba de magnitudes numéricas. Dos, incluir la recta numérica en las evaluaciones de magnitudes con los niños de primaria, en formato de números enteros positivos para los primeros tres grados y en formato de números enteros negativos y racionales positivos para los últimos tres grados para su asociación con el desempeño matemático. Tres, investigar la estimación en la recta en todos los formatos previamente mencionados y su asociación con el desempeño matemático más allá de las operaciones aritméticas, como el algebra y el pre cálculo en población de entre 12 y 18 años.

En conclusión, los estudios descritos aquí presentaron evidencia de que la evaluación de las habilidades de procesamiento de magnitudes numéricas ostenta la promesa de ser un método confiable para indicar el desempeño matemático tanto en niños como en adultos. Queda mucho que aprender acerca de cómo los dos sistemas de representación interactúan y se desarrollan. Se pueden hacer progresos en la manera en la que son evaluados los estudiantes en la escuela, que también conducirán a mejoras en los planes curriculares y a enseñanza de las matemáticas.

Referencias

Ansari, D. (2008). Effects of development and enculturation on number representation in the brain. *Nature Reviews Neuroscience*, 9, 278-291.

Ansari, D. & Karmiloff-Smith, A. (2002). Atypical trajectories of number development: A neuroconstructivist perspective. *Trends in Cognitive Sciences*, 6(12), 511-516.

Berch DB. Making sense of number sense: implications for children with mathematical disabilities. *J Learn Disabil*. 2005;38(4):333–339.

Berteletti, I., Lucangeli, D., Piazza, M., Dehaene, S., & Zorzi, M. (2010). Numerical estimation in preschoolers. *Developmental Psychology*, 46, 545–551.

Brannon, E. (2006). The representation of numerical magnitude. *Current Opinion in Neurobiology*, 16, 222-229.

Brannon, E., & Terrace, H. (2002). The evolution and ontogeny of ordinalnumerical ability. In M. Bekoff, C. Allen, & G. M. Burghardt (Eds.*), The Cognitive Animal*. (pp. 197-204). Cambridge, MA: MIT Press.

Brannon, E., & Terrace, H. (1998). Ordering of the numerosities 1 to 9 by monkeys. *Science*, 282, 746-749.

Booth, J. L., & Siegler, R. S. (2006). Developmental and individual differences in pure numerical estimation. *Developmental Psychology, 41,* 189 - 201.

Buckley, P.B., & Gillman, C.B. (1974). Comparisons of digits and dot patterns. *Journal of Experimental Psychology*, 103, 1131-1136.

Castronovo J, Göbel SM. Impact of High Mathematics Education on the Number Sense. *PLoS One*. 2012;7(4):e33832.

Chard, D., Clarke, B., Baker, S.K., Otterstedt J., Braun D., & Katz, R. (2005). Using measures of number sense to screen for difficulties in mathematics: Preliminary findings. Assessment for Effective Intervention 30(2), 3-14.

Dehaene, S., Izard, V., Spelke, E., & Pica, P. (2008). Log or linear? Distinct intuitions of the number scale in Western and Amazonian indigene cultures. *Science*, 320(5880), 1217-1220.

Dehaene, S., Dehaene-Lambertz, G., & Cohen, L. (1998). Abstract representations of numbers in the animal and human brain. *Trends in Neurosciences*, 21, 355-361.

Dehaene, S. (1996). The organization of brain activations in number comparisons: Event-related potentials and the additive-factors method. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 8(1), 47-68.

Deheane, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, 44, 1-42.

DeSmedt, B., Taylor, J., Archibald, L., & Ansari, D. (2010). How is phonological processing related to individual differences in children's arithmetic skills? *Developmental Science*, 13, 508-520.

DeSmedt, B., Verschaffel, L., & Ghesquiere, P. (2009). The predictive value of numerical magnitude comparison for individual differences in mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology*, 103, 469-479.

Duncan, G., Dowsett, C., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A., Klebanov, P. Japel, C. (2007). School Readiness and Later Achievement. *Developmental Psychology*, 43(6), 1428-1445.

Duncan, E., & McFarland, C. (1980). Isolating the effects of symbolic distance and semantic congruity in comparative judgments: An additive-factors analysis. *Memory & Cognition*, 8(6), 612-622.

DeWind NK, Brannon EM. Malleability of the approximate number system: effects of feedback and training. *Frontiers in Human Neuroscience*. 2012;6(68)

Durand, M., Hulme, C., Larkin, R., & Snowling, M. (2005). The cognitive foundations of reading and arithmetic skills in 7 to 10-year-olds. *Journal of Experimental Child Psychology,* 91, 113-136.

Finnie, R., & Meng, R. (2001). Cognitive skills and the youth labour market. *Applied Economics Letters*, 8, 675-679.

Geary, D. C., Hoard, M. K., Byrd-Craven, J., Nugent, L., & Numtee, C. (2007). Cognitive mechanisms underlying achievement deficits in children with mathematical learning disability. *Child Development*, 78, 1343–1359.

Gilmore CK, McCarthy SE, Spelke ES. (2007) Symbolic arithmetic knowledge without instruction. *Nature*.447(7144):589–591

Kerlinger, F. & Howard B., (2002). *Investigación del comportamiento. Métodos de investigación en ciencias sociales* (4° ed). México: Editorial Interamericana.

Libertus, M.E.,Odic, O., & Halberda, J. (2012).Intuitive sense of number correlates with math scores on college-entrance examination. *Acta Psychologica*, 141, 373-379.

Lyons IM, Beilock SL. Numerical ordering ability mediates the relation between number-sense and arithmetic competence. *Cognition*. 2011;121(2):256–261.

Halberda, J., & Feigenson, L. (2008). Developmental change in the acuity of the "number sense": the approximate number system in 3-, 4-, 5-, and 6-year-olds and adults. *Developmental Psychology*, 44, 1457-1465.

Halberda, J., Mazzocco, M., & Feigenson, L. (2008). Individual differences in nonverbal number acuity correlate with maths achievement. *Nature*, 455, 665-668.

Holloway, I., & Ansari, D. (2009). Mapping numerical magnitudes onto symbols: The distance effect and children's mathematical competence. *Journal of Experimental Child Psychology*, 103(1), 17-29.

Inglis M, Attridge N, Batchelor S, Gilmore C. Non-verbal number acuity correlates with symbolic mathematics achievement: But only in children. *Psychonomic Bulletin & Review*. 2011.

Landerl, K., Bevan, A., & Butterworth, B. (2004). Developmental dyscalculia and basic numerical capacities: a study of 8-9 year-old students. *Cognition*, 93, 99-125.

Libertus, M.E., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011). Preschool acuity of the approximate number system correlates with school math ability. *Developmental Science*, 14, 1292-1300.

Lipton, J.S., & Spelke, E.S. (2003). Origins of number sense: Large number discrimination in human infants. *Psychological Science*, 14, 396-401.

Mazzocco, M., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011). Preschoolers' precision of the approximate number system predicts later school mathematics performance. *PloS ONE* 6(9): e23749.

McCrink K, Spelke ES. (2010) Core multiplication in childhood. *Cognition*. 116(2):204–216.

Meck, W., & Church, R. (1983). A mode control model of counting and timing processes. Journal of Experimental Psychology: *Animal Behaviour Processes*, 9(3), 390-407.

Méndez, I., Namihira, D., Moreno, L., & Sosa, C. (1990). *El protocolo de investigación*. México: Trillas.

Moyer, R.S., & Landauer, T.K. (1967). Time required for judgments of numerical inequality. *Nature*, 215(109), 1519-1520.

Mundy, E., & Gilmore, C.K. (2009). Children's mapping between symbolic and nonsymbolic representations of number. *Journal of Experimental Child Psychology*, 103, 490-502.

Mussolin, C., Meijas, S., & Noel, M.P. (2010). Symbolic and nonsymbolic number comparison in children with and without dyscalculia. *Cognition*, 115, 10-25.

Nosworthy, Nadia, (2013). "An Investigation of the Association Between Arithmetic Achievement and Symbolic and Nonsymbolic Magnitude Processing in 5-9 Year-old Children: Evidence from a Paper-and-pencil Test" Electronic Thesis and Dissertation Repository. Paper 1387.

Okamoto, Y., & Case, R. (1996). Exploring the microstructure of children's central conceptual structures in the domain of number. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 61, 27– 59.

Parsons, S., & Bynner, J. (2005). Does Numeracy Matter More? London, England: National Research and Development Centre for Adult Literacy and Numeracy.

Price GR, Palmer D, Battista C, Ansari D. Nonsymbolic numerical magnitude comparison: Reliability and validity of different task variants and outcome measures, and their relationship to arithmetic achievement in adults. *Acta Psychologica*. 2012;140:50–57.

Rilling, M., & McDiarinid, C. (1965). Signal detection in fixed-ratio schedules, *Science*, 148, 526-527.

Romano, E., Babchishin, L., Pagani, L.S., & Kohen, D. (2010). School readiness and later achievement: Replication and extension using a nationwide Canadian survey. *Developmental Psychology*, 46, 995–1007.

Rousselle L., & Noël, M. (2007). Basic numerical skills in children with mathematics learning disabilities: a comparison of symbolic vs. non-symbolic number magnitude processing. *Cognition* 102(3), 361-95.

Sasanguie, D., Defever, E., Maertens, B., & Reynvoet, B. (2013). The approximate number system is not predictive for symbolic number processing in kindergartners. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*

Sasanguie D, De Smedt B, Defever E, Reynvoet B. (2012) Association between basic numerical abilities and mathematics achievement. *Brit Jour Dev Psych*. 2011.

Schneider, M., Beeres K., Coban, L., Merz., S., Schmidt, S., Stricker, J., De Smedt, B. (2016) Associations between non-symbolic and symbolic numerical magnitude processing with mathematical competence: a meta analysis. *Developmental Science.* pp 1-16

Schneider, M., Grabner, R.H., & Paetsch, J. (2009). Mental number line, number line estimation, and mathematical achievement: their interrelations in grades 5 and 6. *Journal of Educational Psychology*, 101 (2), 359–372

Sekuler, R., & Mierkiewicz, D. (1977). Children's judgments of numerical inequality. *Child Development*, 48(2), 630-63.

Siegler, R. S., & Booth, J. L. (2004). Development of numerical estimation in young children. *Children Development, 75,* 428 - 444.

Siegler, R. S., & Opfer, J. E. (2003). The development of numerical estimation: Evidence of multiple representations of numerical quantity. *Psychological Science, 14,* 237 - 243.

Sowinski, C., Dunbar, K., & LeFevre, J. (2014). Calculation Fluency Test, unpublished technical report, Math Lab, Carleton University, Ottawa, Canada.

Stanovich, K.E., Cunningham, A.E., & Cramer, B.B. (1984). Assessing phonological Awareness in kindergarten children: Issues of task comparability. *Journal of Experimental Child Psychology*, 38(2), 175-190.

Starkey, P., & Cooper, R. (1980). Perception of numbers by human infants. *Science*, 210(4473), 1033-1035.

Washburn, D., & Rumbaugh, D. (1991). Ordinal judgments of numerical symbols by macaques (macaca mulatta). *Psychological Science*, 2(3), 190-193.

Wynn, K. (1992). Children's acquisition of number words and the counting system. *Cognitive Psychology*, 24, 220-251.

Xu, F., & Spelke, E.S. (2000). Large number discrimination in 6-month-old infants. *Cognition*, 74, B1-B11.

Anexo 1

Laboratorio de Estudios de Desarrollo Numérico | UNAM

PRUEBA DE FLUIDEZ DE CALCULO

SUMAS

1 + 1 =
2 + 1 =
3 + 0 =
4 + 1 =
2 + 3 =
7 + 2 =
3 + 5 =
0 + 7 =
2 + 5 =
4 + 6 =
6 + 3 =
4 + 3 =
8 + 2 =
3 + 6 =
5 + 2 =
3 + 8 =
5 + 7 =
2 + 6 =
7 + 5 =
9 + 4 =
13 + 4 =
7 + 12 =
16 + 8 =
4 + 15 =
17 + 3 =
6 + 15 =
18 + 5 =
3 + 14 =
17 + 8 =
7 + 16 =
17 + 16 =
22 + 13 =
19 + 32 =
34 + 15 =
28 + 27 =
23 + 38 =
39 + 46 =
65 + 33 =
76 + 18 =
54 + 27 =

Laboratorio de Estudios de Desarrollo Numérico | UNAM

PRUEBA DE FLUIDEZ DE CALCULO

RESTA

2 – 1 =
3 – 2 =
4 – 2 =
3 – 0 =
5 – 2 =
8 – 3 =
6 – 0 =
9 – 2 =
7 – 5 =
8 – 6 =
7 – 4 =
8 – 7 =
7 – 5 =
8 – 3 =
6 – 5 =
15 – 3 =
13 – 7 =
18 – 6 =
16 – 9 =
17 – 4 =
18 – 6 =
15 – 3 =
16 – 8 =
13 – 2 =
19 – 7 =
28 – 5 =
21 – 9 =
27 – 7 =
25 – 8 =
26 – 9 =
35 – 17 =
48 – 23 =
26 – 19 =
44 – 32 =
23 – 18 =
73 – 48 =
54 – 37 =
87 – 43 =
67 – 49 =
43 – 27 =

Anexo 2

Laboratorio de Estudios de Desarrollo Numérico | UNAM

ID:		FECHA:	

Está tarea está diseñada para determinar qué tan rápido y preciso puedes resolver operaciones de adición, sustracción y multiplicación. Hay una página para cada tipo de operación.

Antes de empezar la tarea, por favor completa todas las operaciones de práctica. Para cada tipo de operación de práctica, el primer reactivo ha sido resuelto para ti.

- Por favor escribe tus respuestas en las casillas debajo de las operaciones.
- Puedes usar el espacio extra en la página para resolver las operaciones si es necesario.
- Trata de responder de manera precisa y rápida.
- Si nos estás seguro de qué hacer a continuación pregunta al experimentador.

Adición

29	56	50
+43	+35	+74
72		

Sustracción

37	84	76
-19	-47	-40
18		

Multiplicación

86	67	81
x 6	x 4	x 8
516		

Tendrás 1 minuto por cada página. No se espera que termines todas las operaciones de una página en el tiempo permitido. Tu puntaje en esta prueba será el número de operaciones resueltas correctamente. Trabajarás en las operaciones desde la izquierda hacia la derecha, y después pasarás a la siguiente fila. **NO** omitas ninguna operación. Resuelve lo más rápido y preciso posible cuidando que los números sean legibles.

Si terminas la página, **DETENTE**
Por favor no sigas a la siguiente página hasta que se indique.

Addition

<u>Part 1 (1 minute)</u>

28	51	42	71	95	74	14	99	57	17
+13	+10	+53	+11	+52	+38	+19	+63	+83	+39
19	40	67	98	42	17	90	45	55	83
+27	+44	+38	+59	+13	+19	+82	+91	+58	+42
98	34	20	63	40	26	18	27	44	88
+31	+22	+54	+92	+59	+89	+39	+36	+80	+77
47	23	41	47	59	23	87	31	38	34
+17	+48	+53	+85	+16	+18	+58	+53	+49	+78
41	86	58	25	86	29	74	34	15	83
+38	+93	+34	+77	+55	+22	+31	+19	+26	+19
37	13	38	51	78	89	34	56	23	47
+98	+87	+67	+65	+45	+32	+65	+45	+43	+39

Subtraction

Part 2 (1 minute)

89 -60	52 -48	60 -39	51 -28	85 -23	18 -11	49 -37	83 -57	42 -23	68 -47
52 -19	91 -23	60 -31	42 -31	94 -45	98 -64	50 -33	53 -19	61 -45	41 -27
39 -23	61 -37	29 -19	31 -14	54 -12	92 -65	60 -43	43 -27	70 -31	94 -24
48 -19	42 -31	95 -65	81 -62	40 -31	51 -27	42 -18	97 -18	93 -45	74 -23
65 -39	36 -22	80 -46	51 -27	82 -31	91 -64	68 -59	75 -34	64 -24	42 -37
99 -45	61 -27	91 -60	82 -47	25 -19	73 -45	58 -32	57 -17	59 -42	31 -27

Multiplication

Part 3 (1 minute)

73	41	69	29	16	63	60	52	85	36
x 8	x 5	x 3	x 9	x 8	x 8	x 4	x 4	x 6	x 7
52	98	41	19	15	49	71	30	48	81
x 9	x 3	x 8	x 6	x 4	x 2	x 9	x 8	x 7	x 5
45	32	79	37	19	52	17	47	39	78
x 9	x 6	x 2	x 8	x 9	x 6	x 5	x 2	x 3	x 7
14	38	50	80	61	52	97	72	16	49
x 3	x 8	x 2	x 9	x 7	x 7	x 4	x 7	x 5	x 6
52	71	96	47	83	16	44	50	62	39
x 7	x 2	x 8	x 6	x 3	x 8	x 3	x 8	x 6	x 5
13	68	75	67	45	94	52	83	61	54
x 8	x 4	x 5	x 8	x 9	x 7	x 6	x 7	x 6	x 9

LAUDATE DOMINUM