



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO**

---

---

**FACULTAD DE CIENCIAS**

**“DISEÑO DE MANIQUÍES DIGITALES PARA SIMULACIONES  
MONTE CARLO EN TOMOGRAFÍA ÓPTICA ESTIMULADA  
POR RAYOS X.”**

**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:**

**FÍSICA**

**P R E S E N T A:**

**AIXA XIUHYOLOTZIN ANDRADE  
HERNÁNDEZ**



**DIRECTOR DE TESIS:  
ARNULFO MARTÍNEZ DÁVALOS**

**CIUDAD UNIVERSITARIA, CD. MX., 2017**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



# Agradecimientos.

---

A mis padres, para quienes mi educación siempre fue lo más importante.

A mi hermana Malaika, la compañera más importante de mi vida.

A mis hermanos Aye y Julis que me distrajeron cuando más lo necesitaba.

A mi asesor, el Dr. Arnulfo Martínez Dávalos, cuyas palabras marcaron la diferencia.

A todos los profesores y compañeros de la Facultad de Ciencias que me regalaron su conocimiento.

A mis sinodales el Dr. Héctor Alva, la Dr. Mirna Villavicencio, el Dr. Eugenio Belmont y la Dr. Celia Sánchez por tener la paciencia de revisar y corregir mi trabajo.

A mi familia y amigos que me apoyaron y me hicieron más llevadero este proceso.

A mis tías, Guadalupe y María Clara que me enseñaron que la única manera de sonreír es luchar por tus sueños.

A Diego, mi equipo incondicional durante todos estos años.



# ÍNDICE.

---

Introducción.....	5
Capítulo 1. Conceptos básicos.....	7
1.1 Radiación ionizante.....	7
1.2 Rayos X y rayos $\gamma$ .....	7
1.3 Interacción de radiación con materia.....	7
1.3.1 Dispersión de Rayleigh.....	8
1.3.2 Efecto fotoeléctrico.....	8
1.3.3 Dispersión Compton.....	8
1.3.4 Creación de pares.....	9
1.4 Radiación de Bremsstrahlung o rayos X.....	9
1.5 Atenuación.....	9
1.6 Sección eficaz.....	11
1.7 Unidades y medidas de Radiación.....	12
1.7.1 Fluencia, Flujo y Flujo de Energía.....	12
1.7.2 Kerma.....	13
1.7.3 Coeficiente másico de transferencia de energía.....	13
1.7.4 Dosis.....	14
1.8 Aplicaciones de la radiación ionizante en la medicina.....	14
1.9 Tomografía.....	15
1.9.1 Tomografía computarizada (CT).....	16
1.10 Medicina nuclear molecular.....	16
1.11 Técnicas mixtas.....	17
1.12 Tomografía por emisión de positrones (PET).....	17
1.13 Tomografía óptica por luminiscencia estimulada con rayos X (TORX).....	18
1.14 Maniqués.....	20
1.15 Resolución espacial.....	20
Capítulo 2. Simulación Monte Carlo.....	23
2.1 Métodos de Monte Carlo para transporte de radiación.....	23
2.2 Muestreo del camino libre medio.....	25
2.2.3. Dispersión Compton.....	26

Capítulo 3. Materiales y Métodos.....	29
3.1. Penelope 2008.....	32
3.2. Reconstrucción tomográfica.....	32
3.3. Maniquí NEMA NU 4-2008.....	33
3.3.1. Descripción del maniquí NEMA NU 4-2008.....	33
3.4. Maniquí Derenzo.....	35
3.5. Semianchura de una distribución gaussiana.....	37
Capítulo 4. Discusión y Análisis de Resultados.....	39
4.1. Pruebas de linealidad de la Dosis y disminución del ruido en función del número de fotones incidentes.....	39
4.2 Resultados de la simulación del maniquí NEMA NU 4 con el paquete Penelope 2008.....	43
4.2.1. Coeficientes de recuperación de la sección de resolución espacial del maniquí NEMA NU 4.....	44
4.2.2 Coeficientes de homogeneidad en la sección de uniformidad del maniquí NEMA NU 4.....	46
4.2.3 Coeficiente de derrame (spill over ratio).....	47
4.2.4. Resultados de la simulación de la sección de fuentes puntuales del maniquí NEMA NU 4.....	49
4.3. Resultados de la simulación del maniquí Derenzo con el paquete Penelope 2008.....	58
Capítulo 5. Conclusiones.....	64
Bibliografía.....	66
Apéndice.....	68

# Introducción.

---

Las técnicas modernas de adquisición de imágenes tomográficas han revolucionado la medicina por la simple razón de que ya no es necesario abrir un cuerpo para estudiarlo. Estas técnicas se utilizan para el diagnóstico y tratamiento de enfermedades, pues se puede obtener información anatómica y metabólica (es decir información de la estructura y funcionamiento) de un organismo en un solo estudio.

Debido a su alto poder de penetración, la radiación ionizante es una de las herramientas fundamentales para la obtención de imágenes tomográficas. Este tipo de radiación posee suficiente energía para ionizar a un átomo, por lo que puede tener efectos adversos sobre la salud si no se le utiliza adecuadamente.

Dada la importancia de estas técnicas, es necesario hacer estudios controlados para mejorarlas y proponer nuevos enfoques. Aquí es donde entra el tema central de esta tesis, se utilizan maniqués que son modelos de tejido biológico con ciertas características y estructura para su uso en tomografía óptica estimulada por rayos X (TORX). Esta técnica ha sido propuesta recientemente para el estudio de modelos biológicos con animales de laboratorio, y se basa en la propiedad de ciertos materiales (llamados centelladores) de emitir luz visible como consecuencia de la energía depositada por los rayos X en el mismo.

En esta tesis se utilizan simulaciones computacionales como modelos teóricos en donde se puede variar la dosis de radiación que se imparte al maniqué y obtener resultados reproducibles sin afectar la estructura de un cuerpo.

El objetivo de esta tesis fue diseñar los maniqués NEMA NU 4 y Derenzo para una simulación TORX y determinar la calidad de imagen y resolución espacial del sistema a partir de las imágenes reconstruidas usando protocolos bien establecidos.

Para cumplir con el objetivo se divide el trabajo de la siguiente manera: en los dos primeros capítulos se describen los conceptos básicos de radiación ionizante y sus posibles interacciones con la materia, se introducen los maniqués que serán utilizados para la evaluación de la calidad de imagen y se explican las bases de los métodos de Monte Carlo y su papel en la resolución de problemas de transporte de radiación. En el tercer capítulo se hace una descripción del proceso de simulación del transporte de radiación en los maniqués y se describen los pasos a seguir para obtener una reconstrucción tomográfica. Los capítulos 4 y 5 están dedicados a analizar la calidad y resolución espacial de las imágenes reconstruidas, a comparar los resultados obtenidos con diferentes métodos de reconstrucción tomográfica de los maniqués Derenzo y NEMA NU 4 y a las conclusiones.



# Capítulo 1. Conceptos básicos.

---

Para comprender el objetivo de esta tesis se necesitan entender algunos conceptos básicos, así que empezaremos con el fenómeno de radiación. Éste consiste en la emisión o transmisión de energía que se propaga en el vacío o en un medio material. Podemos hablar de ondas electromagnéticas, mecánicas o de partículas subatómicas que se propagan de manera ondulatoria [Bushberg et al. 2001].

## 1.1 Radiación ionizante.

Todos los átomos están formados por un núcleo y electrones que se mantienen orbitando a su alrededor por la acción de fuerzas Coulombianas. Una ionización ocurre cuando un electrón orbital recibe suficiente energía para superar a las fuerzas Coulombianas que lo mantenían ligado al núcleo. Si esta energía la recibe por medio de radiación, entonces llamamos a esta radiación *ionizante*. Dentro de las radiaciones ionizantes se encuentran los rayos X, los rayos  $\gamma$ , las partículas alfa y beta, y los neutrones. También hay radiación electromagnética de baja energía que no puede ionizar a los electrones, como las ondas de radio, TV o de telefonía móvil [Bushberg et al. 2001]. En esta tesis trataremos fundamentalmente de radiación ionizante porque tiene aplicaciones en el diagnóstico y tratamiento médicos, lo cual forma parte de la Física Médica.

## 1.2 Rayos X y rayos $\gamma$ .

Los rayos X que nos interesan son los utilizados en imagenología del tejido biológico y se producen mediante radiación de frenado, con energías que van de 10 a 140 keV típicamente. Los rayos  $\gamma$  son radiación de energía que supera los 400 keV y se producen en el decaimiento radiactivo de algunos elementos (desexcitación de un nucleón de un átomo) o en el proceso de aniquilación de pares electrón-positrón.

## 1.3 Interacción de radiación con materia.

Al interaccionar la radiación electromagnética con la materia contamos con dos procesos posibles dentro de la atenuación que son la absorción o dispersión de la radiación. Mientras que el efecto de la radiación electromagnética sobre la materia se observa en la excitación, ionización o dispersión de los electrones de un átomo.

Algunos de los fenómenos de interacción entre la radiación ionizante y la materia son el efecto fotoeléctrico, la dispersión Compton (interacción incoherente), la dispersión de Rayleigh (interacción coherente) y la creación de pares electrón-positrón. La probabilidad de que ocurra alguna de estas interacciones está relacionada con la sección eficaz, la energía de la radiación y la energía de ligadura del átomo o molécula con la cual ocurre la interacción.

A continuación se describirán brevemente algunos de los fenómenos de interacción entre la radiación ionizante y la materia.

### 1.3.1 Dispersión de Rayleigh.

Esta interacción ocurre a energías bajas. Sucede cuando un fotón es absorbido por un átomo y el campo eléctrico asociado al fotón incidente hace que los electrones oscilen en fase y radiando energía, entonces la nube electrónica emite un fotón de la misma energía que el fotón incidente pero en otra dirección.

Aunque no hay intercambio de energía es importante considerar el cambio de dirección en el fotón incidente, por lo que se le considera un evento de dispersión.

En este evento el átomo no queda ionizado.

### 1.3.2 Efecto fotoeléctrico.

El efecto fotoeléctrico es una interacción a energías menores a 0.1 MeV en la que un fotón le transmite toda su energía a un electrón orbital y así lo desliga del átomo. Un electrón de una capa superior puede ocupar el lugar del electrón desligado emitiéndose en esa transición un fotón de una energía  $E_{\text{fotón}}$  igual a la diferencia de energías del estado inicial  $E_i$  y el estado final del electrón  $E_f$ .

$$E_{\text{fotón}} = E_i - E_f \quad 1.2$$

A estos fotones se les llama rayos X característicos.

### 1.3.3 Dispersión Compton.

La dispersión Compton es la interacción predominante cuando se hacen incidir rayos X o rayos gamma en tejido blando. Ocurre en los electrones de las capas de valencia a energías por encima de 26 keV para tejido blando.

Un fotón con una energía  $E$  mayor a la de ligadura de un átomo incide sobre un electrón de masa  $m_e$  y le transfiere parte de su energía para que éste logre salir del átomo. El fotón es dispersado con una energía  $E' = h\nu'$  que depende de la energía del fotón inicial y de su ángulo de dispersión  $\theta$ , esto se cuantifica mediante la siguiente relación:

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_e c^2} (1 - \cos\theta)} \quad 1.1$$

En la figura 1.1 se muestra la dispersión de un fotón por el efecto Compton. El fotón cambia su energía y su dirección inicial al ser dispersado.

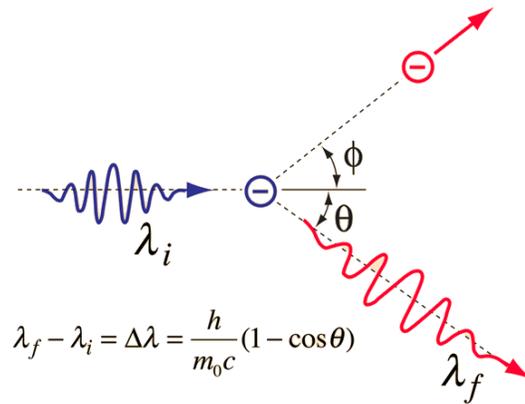


Figura 1.1. Ilustra el efecto Compton.

### 1.3.4 Creación de pares.

Esta interacción sólo puede ocurrir a energías iguales o mayores a 1.022 MeV, consiste en la interacción de un fotón con el campo electromagnético de un átomo. A partir de la energía cinética del fotón se crea un par de antipartículas electrón-positrón donde cada uno posee energía igual a 511 keV. La energía restante del fotón se convierte en energía cinética para el electrón y el positrón.

### 1.4 Radiación de Bremsstrahlung o rayos X.

Esta interacción nos interesa porque técnicas tomográficas como CT se basan en el análisis de la atenuación rayos X en el medio. Este tipo de radiación es una interacción inelástica entre un electrón libre y un núcleo atómico, en la cual el electrón es defletrado por el núcleo (que tiene carga positiva) y pierde energía cinética. Esta energía es emitida instantáneamente como radiación electromagnética, denominada rayos X. La energía se conserva porque la energía de los rayos X es la energía cinética perdida por el electrón. La emisión de radiación por desaceleración de electrones es llamada radiación de Bremsstrahlung, que significa radiación de frenado en alemán [Bushberg et al. 2001, Attix y Frank 1986].

### 1.5 Atenuación.

Ahora relacionaremos el fenómeno de atenuación de un haz de rayos X en un material con la interacción entre la radiación y el material. En nuestra simulación se utilizaron rayos X para atravesar un material y se midieron absorción o dispersión de los rayos X en ese medio lo cual se ajusta a la definición de atenuación.

La atenuación consiste en la disminución de fotones en un haz de rayos X cuando el haz atraviesa la materia. Esta disminución ocurre porque los fotones que conforman el haz interactúan con el material, absorbiéndose o dispersándose de acuerdo a

los efectos descritos anteriormente. Como ya se mencionó, a energías bajas es más probable la interacción fotoeléctrica.

La fracción de fotones removidos de un haz por un haz de rayos X monoenergéticos por unidad de grosor del material es el coeficiente de atenuación lineal, cuyas unidades usuales se expresan en  $\text{cm}^{-1}$ . La relación entre el número de fotones atenuados  $n$  con el coeficiente de atenuación lineal está dada por:

$$n = \mu N \delta x \quad 1.3$$

donde  $N$  es el número de fotones incidentes,  $\delta x$  el grosor del material y  $\mu$  el coeficiente de atenuación lineal.

Además la probabilidad de interacción de la radiación con la materia depende del número de átomos que hay en un volumen, entonces, para eliminar esta dependencia normalizamos el coeficiente lineal de atenuación por la densidad. A este coeficiente le llamamos coeficiente másico de atenuación y está dado por:

$$\frac{\mu}{\rho} [\text{cm}^2/\text{g}] = \frac{\text{coeficiente de atenuación lineal } \mu}{\text{densidad del material } \rho} \quad 1.4$$

Como ya se mencionó, el medio para la interacción de la radiación que nos interesa en esta tesis es el tejido biológico que está compuesto de agua ( $\text{H}_2\text{O}$ ) en un 70%, por lo que se supondrá al agua como material equivalente del tejido biológico. Además, trabajaremos con energías en el intervalo (10 keV-100 keV), donde se observa mayor interacción a través del efecto fotoeléctrico y el efecto Compton.

En las figuras 1.2 y 1.3 se muestran los coeficientes másicos de atenuación para el agua como función de la energía. Podemos ver que de 10 a 30 keV domina el efecto fotoeléctrico y a partir de 30 keV domina la dispersión Compton.

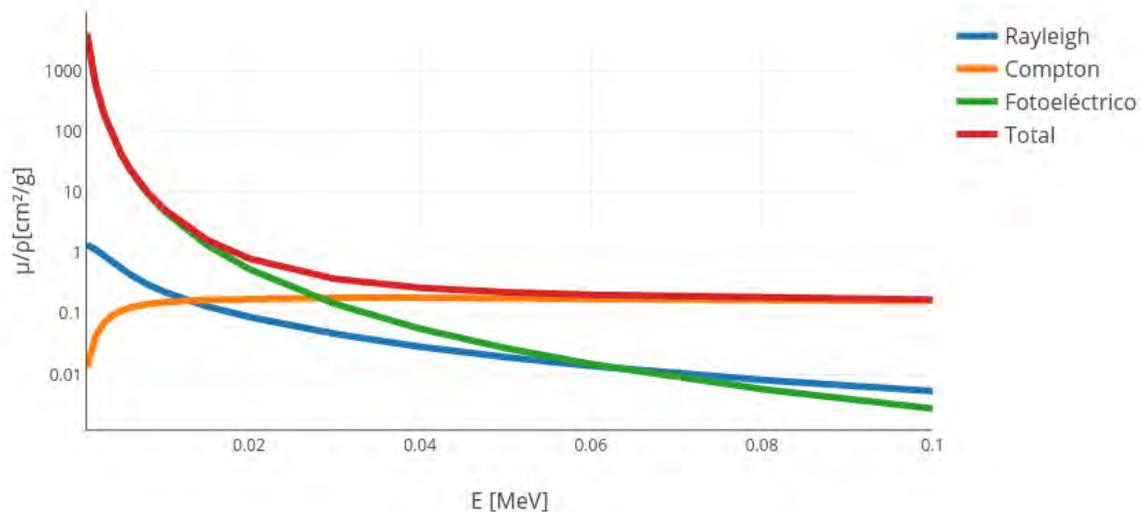


Figura 1.2. Coeficientes másicos de atenuación del  $\text{H}_2\text{O}$  en función de la energía del fotón [XCOM].

## 1.6 Sección eficaz.

La sección eficaz es la probabilidad de que un fotón interactúe con el medio. Geométricamente representa el área efectiva para la colisión, y depende del número atómico  $Z$  y de la energía de ligadura  $E_B$  de los electrones en un átomo o molécula en cuestión.

Sabemos que existen diferentes interacciones posibles y a cada una de estas interacciones le asignaremos una sección eficaz  $\sigma_i$ . Por lo tanto, la probabilidad de que la radiación interactúe con el medio de alguna manera será la suma de las secciones eficaces de todas las interacciones posibles, es decir,  $\sigma_T = \sum \sigma_i$ , y la probabilidad de que la radiación interactúe con la materia por medio del proceso  $i$ , será  $\sigma_i/\sigma_T$ .

Los coeficientes parciales de atenuación  $\mu_i$  están dados por el producto de la sección eficaz y el número de elementos del medio  $N_i$  que están asociados a la sección eficaz  $\sigma_i$ , es decir:  $\mu_i = \sigma_i N_i$ .

En el caso de las interacciones de la radiación ionizante con materia, la suma de los coeficientes parciales de atenuación  $\mu$  es el coeficiente lineal de atenuación o la probabilidad total de que algún fotón interactúe con el medio.

Entonces:  $\mu = \sigma_C + \sigma_R + \kappa + \tau$ , donde  $\sigma_C$ ,  $\sigma_R$ ,  $\kappa$ ,  $\tau$ , son las secciones eficaces correspondientes al efecto Compton, Rayleigh, fotoeléctrico y de producción de pares respectivamente.

Al normalizar los coeficientes parciales de atenuación (dividiéndolos por la densidad), se obtienen los coeficientes másicos de atenuación.

Los rayos X se atenúan exponencialmente y se puede cuantificar su intensidad como función de la distancia promedio  $x$  que recorre un fotón de rayos X antes de ser absorbido o dispersado. La intensidad del haz expresada en términos del coeficiente másico de atenuación del material está dada por [Bushberg et al. 2001]: donde  $I_0$  es la intensidad inicial de haz antes de pasar por el material.

$$I(x) = I_0 e^{-\left(\frac{\mu}{\rho}\right)\rho x} \quad 1.5$$

## 1.7 Unidades y medidas de Radiación.

Como consecuencia de las interacciones de la radiación con la materia hay intercambios de energía. A continuación se presentarán las definiciones utilizadas para cuantificar estos intercambios de energía.

### 1.7.1 Fluencia, Flujo y Flujo de Energía.

La fluencia  $\Phi$  es el número de fotones o partículas que pasan a través de un área transversal y sus unidades son  $\frac{1}{\text{cm}^2}$ .

$$\varphi = \frac{\text{Fotones}}{\text{Área}} \quad 1.6$$

El flujo es la tasa de fluencia en el tiempo, es decir, es el número de fotones que circulan a través de un área transversal por unidad de área, por unidad de tiempo, entonces:

$$\dot{\varphi} = \frac{\text{Fotones}}{\text{Área} * \text{Tiempo}} \quad 1.7$$

Las unidades del flujo son  $\frac{1}{\text{cm}^2\text{s}}$ .

Y por último, la fluencia de energía está dada por la energía que pasa por un área transversal, para un haz monoenergético de fotones; la fluencia de energía está dada por el producto de la fluencia y la energía por fotón. Las unidades son  $\frac{\text{J}}{\text{m}^2}$ .

$$\Psi = \left( \frac{\text{Fotones}}{\text{Área}} \right) \left( \frac{\text{Energía}}{\text{Fotón}} \right) \quad 1.8$$

El flujo de energía es la fluencia de energía por unidad de tiempo  $\dot{\Psi}$ .

### 1.7.2 Kerma.

Kerma es el acrónimo en inglés para "*kinetic energy released per unit mass*", en español energía cinética liberada por unidad de masa.

El Kerma se define para un haz de radiación indirectamente ionizante, es decir partículas sin carga, como rayos X o neutrones, que interactúan en un medio y depositan energía en un proceso de dos pasos.

En el primer paso el haz de radiación transfiere su energía cinética a partículas cargadas; en el caso de los rayos X y los rayos gamma la energía se transfiere por absorción fotoeléctrica, dispersión Compton o producción de pares.

En el segundo paso los electrones secundarios depositan su energía en el medio por excitación y ionización. La unidad del Kerma es el Gray, definido como  $1\text{Gy} = 1 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$ .

### 1.7.3 Coeficiente másico de transferencia de energía.

El coeficiente másico de transferencia de energía es el coeficiente másico de atenuación multiplicado por la fracción de energía de los fotones de interacción que es transferida como energía cinética a las partículas cargadas, que son las que depositan energía en el material.

El coeficiente másico de transferencia de energía es menor que el coeficiente másico de atenuación porque en algunos casos se necesita energía o se pierde energía durante la interacción.

Por ejemplo, para que ocurra producción de pares se necesitan 1.022 MeV de energía y sólo la energía restante será entregada al electrón y al positrón en forma de energía cinética.

El Kerma puede ser calculado mediante el coeficiente másico de transferencia de energía y la fluencia de energía del material de la siguiente manera:

$$K = \Psi \left( \frac{\mu_{tr}}{\rho_0} \right)_E \quad 1.9$$

Donde  $\left( \frac{\mu_{tr}}{\rho_0} \right)_E$  es el coeficiente másico de transferencia de energía del material a una energía E. Las unidades del coeficiente másico de transferencia de energía son  $\frac{\text{m}^2}{\text{kg}}$ .

### 1.7.4 Dosis.

La dosis absorbida está definida como la energía  $E_{dep}$  depositada por unidad de masa por la radiación ionizante o indirectamente ionizante en el material.

$$D = \frac{E_{dep}}{m} \quad 1.10$$

Si la energía transferida a las partículas cargadas es depositada localmente y los rayos X liberados por electrones energéticos son despreciables, la dosis absorbida será igual al Kerma. La unidad de la dosis es:  $1 \text{ Gy} = 1 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$ .

A nosotros nos interesa hablar de dosis porque las simulaciones Monte Carlo que se utilizarán para modelar nuestro sistema tomográfico devuelven un mapa de dosis del maniquí simulado.

## 1.8 Aplicaciones de la radiación ionizante en la medicina.

Röntgen descubrió la primera aplicación de la radiación ionizante en la medicina en 1895 cuando logró visualizar la estructura ósea su mano y la de su esposa utilizando rayos X producidos por un tubo catódico.

El procedimiento que utilizó para obtener radiación ionizante era el siguiente: evacuaba el aire del tubo, lo llenaba de gas y lo ionizaba haciendo pasar electrones acelerados por un alto voltaje.

En la figura 1.3 se observa la mano de la esposa de Röntgen, Anna Bertha; esta imagen fue obtenida al irradiar su mano con rayos X y utilizar como fondo una placa fotográfica en la que se veía reflejada la atenuación de los rayos X al atravesar la mano permitiendo observar su estructura interna pues la atenuación varía dependiendo de la composición del material [Patton1996].

Desde que Röntgen descubrió los rayos X en 1895 y documentó su descubrimiento en una placa fotográfica logrando ver los huesos de su mano se han profundizado los estudios del cuerpo humano.



Figura 1.3. Mano de la esposa de Röntgen. Tomada de [Patton 1996].

## 1.9 Tomografía.

Se entiende por tomografía al proceso que consiste en obtener, almacenar y procesar imágenes que representan una sección o corte de un objeto.

En una tomografía se irradia al sujeto de estudio y se detecta la radiación cuando ésta ha atravesado al sujeto. La radiación se atenúa al interactuar con el material y dependiendo de la radiación detectada se puede conocer la estructura metabólica o anatómica del objeto de estudio.

Los detectores obtienen la intensidad de la radiación total incidente sobre ellos, es decir, obtienen el conjunto total de fotones que viajó desde diferentes posiciones iniciales y que al interactuar con el material se atenuó o se dispersó. Lo que necesitamos es la intensidad de cada fotón que viajó por el material, entonces utilizando la intensidad inicial y la final de cada fotón, así como los coeficientes lineales de atenuación del material podremos obtener la posición del átomo o molécula con cuál se dispersó el fotón incidente. Así podemos mapear el material según su posición y composición.

Para encontrar esa información faltante se utilizan métodos de reconstrucción tomográfica que proporcionan un mapa de los coeficientes lineales de atenuación, lo que nos permite saber dónde se encuentran ciertos tejidos, de qué está compuesto un cuerpo, o nos permite comparar la concentración de un material de distintas zonas de un cuerpo. [Herman 2009].

Lo anterior aplica para tomografía de transmisión, el trabajo de esta tesis es acerca de tomografía de emisión donde se irradia el material con rayos X y éstos depositan energía en el material que se reemitirá por el fenómeno de luminiscencia característico del material.

El objetivo sigue siendo obtener el mapa de intensidad de la luz como función de la posición, pues las zonas en donde se encuentra el material emiten luz visible que será capturada por fotodetectores. La intensidad de la luz detectada dependerá de la posición y concentración del material luminiscente.

### 1.9.1 Tomografía computarizada (CT).

Este sistema tomográfico consiste en una fuente colimada de rayos X y un conjunto de detectores que pueden girar alrededor del sujeto de estudio.

El proceso tomográfico consiste en tomar imágenes 2D a diferentes ángulos para obtener diferentes proyecciones. El resultado es un mapa de los coeficientes lineales de atenuación del cuerpo en cuestión, ya que los rayos X obedecen la ley de atenuación exponencial de Beer-Lambert:

$$I(x) = I_0 \exp(-\mu x) \quad 1.11$$

donde  $x$  es el espesor del medio y  $\mu$  es el coeficiente lineal de atenuación.

Se sabe la distancia radial y el ángulo al que fueron emitidos los haces de rayos X y con ayuda de los detectores se obtiene la intensidad de la radiación. Con esta información se obtiene un sinograma que nos da un mapa de la radiación total como función del ángulo y la distancia radial. Este mapa es el que se usa para reconstruir el mapa de coeficientes lineales de atenuación y así podemos saber la estructura interior de un cuerpo y su composición.

### 1.10 Medicina nuclear molecular.

Es una técnica para el diagnóstico de enfermedades en la que se utiliza una sustancia radioactiva (radiofármaco) para marcar un tejido específico del cuerpo. Desde este tejido se emite radiación que ayuda a obtener la información deseada a través de imágenes tomográficas.

Dependiendo del radionúclido se utiliza una técnica diferente de tomografía. Para los radionúclidos que emiten positrones como  $^{11}\text{C}$ ,  $^{13}\text{N}$ ,  $^{15}\text{O}$  y  $^{18}\text{F}$  se utiliza PET (tomografía por emisión de positrones) y para el radionúclido  $^{99\text{m}}\text{Tc}$  se utiliza la técnica SPECT (tomografía por emisión de fotón único).

Las técnicas de medicina nuclear difieren de otras modalidades de imágenes porque se obtiene información metabólica del cuerpo de estudio, contrario a la información obtenida con las técnicas de CT.

El radionúclido introducido en el cuerpo está ligado a los procesos metabólicos que ocurren en el cuerpo humano, es conocido como marcador. En presencia de una enfermedad, el marcador será distribuido de diferente manera o acumulado en las zonas donde hay fallas metabólicas. Esto resulta en la aparición de puntos con mayor intensidad en la imagen que representan la zona de mayor actividad metabólica. También puede suceder que se encuentren zonas frías o de menor actividad, porque alguna enfermedad puede no reaccionar frente al rastreador.

No sólo se pueden obtener imágenes metabólicas utilizando medicina nuclear, también las técnicas de contraste en CT y MRI muestran metabolismo en tejidos como el cerebro y el flujo de sangre. Para estas técnicas se utilizan fármacos que actúan de manera diferente, principalmente para cambiar temporalmente la propiedades de atenuación de los tejidos y así mejorar el contraste.

### 1.11 Técnicas mixtas.

Se pueden utilizar software en conjunto con escáneres de medicina nuclear o cámaras híbridas en modalidades de imágenes como CT y MRI para resaltar la parte del cuerpo donde está concentrado el radionúclido [Rodríguez 2013].

Esta práctica utiliza información de dos técnicas de imágenes, por ejemplo se utilizan SPECT/CT ó PET/CT. La fusión de imágenes en medicina nuclear provee información anatómica y funcional que de cualquier otra manera sería inaccesible y requeriría un proceso más invasivo de cirugía.

En estos sistemas que combinan dos técnicas tomográficas para obtener la información deseada; un ejemplo es la tomografía óptica por luminiscencia de rayos X que es la técnica que será el objetivo de estudio en esta tesis, en particular para el análisis de las imágenes obtenidas mediante simulación Monte Carlo.

### 1.12 Tomografía por emisión de positrones (PET).

Este sistema tomográfico se basa en la emisión de positrones por decaimiento  $\beta^+$  y su aniquilación con los electrones del medio.

El decaimiento  $\beta^+$  consiste en la transformación de un protón en un neutrón, un positrón y un neutrino, está dado por:



Se suministra a un cuerpo un radiofármaco que decaiga por  $\beta^+$  de tal manera que los electrones se aniquilan con los positrones liberando dos fotones que viajan en la misma dirección pero sentido opuesto con energías de 511 keV.

Cuando dos fotones son detectados viajando sobre una misma línea en direcciones opuestas y en una ventana de tiempo muy corta se dice que se detectó una coincidencia. Para detectar una coincidencia se sincronizan pares de detectores y se sitúan en posiciones opuestas.

Las áreas de investigación de PET buscan mejorar el desempeño de los equipos modificando la sensibilidad, el contraste y la resolución espacial.

### 1.13 Tomografía óptica por luminiscencia estimulada con rayos X (TORX).

Esta técnica tomográfica combina la información de la tomografía de rayos X (CT) con la tomografía óptica.

La ventaja de la técnica CT es que se pueden obtener imágenes anatómicas con buena resolución espacial, pero su uso en la obtención de imágenes moleculares se encuentra limitado. Algunos agentes de contraste como el yoduro o el sulfato de bario pueden ser detectados con CT en concentraciones mayores a 1 mg/ml, [Prax et al. 2010a] pero ofrecen información metabólica limitada.

El fenómeno de luminiscencia se presenta por la absorción de radiación. En el caso de esta técnica se absorben rayos X que suministran suficiente energía a los electrones del medio para excitarlos. Una vez que el electrón se encuentra en un estado excitado se relajará a su estado base emitiendo luz visible en el caso de luminiscencia o rayos X de fluorescencia [Wang y Wu 2007].

Para lograr obtener información metabólica de un cuerpo se combinó la técnica CT con la tomografía óptica que nos permite obtener información de la intensidad de la luz emitida de acuerdo a la energía depositada en el material que por supuesto varía de acuerdo a factores como la distribución y concentración del material luminiscente [Li et al. 2014].

En la técnica TORX, la muestra es irradiada por una secuencia programada de rayos X colimados mientras los detectores ópticos miden la señal de luminiscencia. Los fotones de luz se crean en el camino del haz de rayos X y así es posible determinar la ubicación donde sucedió el fenómeno de luminiscencia.

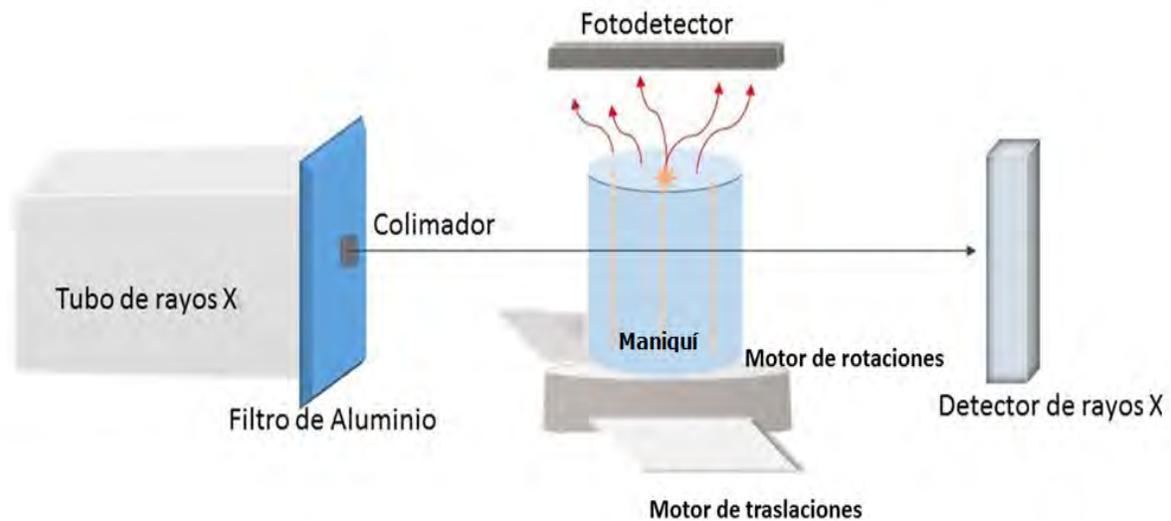


Figura 1.4. Diagrama de un sistema TORX.

Los rayos X depositan energía en el material, y una parte proporcional de la misma es emitida en forma de luz visible mediante el fenómeno de luminiscencia.

En la figura 1.4 se observa un diagrama del sistema TORX. Hay fotodetectores que registran la intensidad de la luz incidente y detectores de rayos X que miden la intensidad de los rayos X al atravesar el material.

Por lo tanto se puede obtener información correspondiente a la atenuación de los rayos X e información correspondiente a la señal óptica luminiscente. En esta tesis sólo se utilizó la información de la señal óptica luminiscente para evaluar la calidad de las imágenes de los maniqués.

Como aplicación médica podemos obtener información metabólica y anatómica de un sujeto de manera simultánea.

Hay una desventaja seria de este método tomográfico pues el camino libre medio de dispersión de la luz en tejido biológico es de 0.1 mm y el de absorción es de 10-100 mm. Entonces el haz de luz emitida se extingue antes de ser detectado en el exterior del sujeto de estudio si este es muy grande [Wang y Wu 2007]. Por esta razón, esta técnica sólo se utiliza para animales de laboratorio pequeños, como ratones. En esta tesis sólo se evaluará la información obtenida de la luz total emitida, tal como se ha reportado en trabajos anteriores [Li et al. 2014, Rosas 2015].

## 1.14 Maniqués.

En medicina nuclear, un maniquí es un objeto diseñado para evaluar el desempeño de los tomógrafos mediante el análisis de las imágenes adquiridas.

Históricamente, los maniqués fueron utilizados para el análisis de imágenes de rayos X en 2D en técnicas como radiografía y fluoroscopia. Actualmente se utilizan en el desarrollo de técnicas como resonancia magnética, tomografía computarizada, ultrasonido, tomografía por emisión de positrones y en este caso tomografía óptica por luminiscencia de rayos X.

Los maniqués nos permiten obtener mejores resultados que con seres vivos, pues al realizar varias pruebas con los maniqués se observarían modificaciones de la radiación en el tejido en cuestión, si el cuerpo está vivo. Además existe el peligro de mutación o destrucción de las células. También nos permiten mantener un estándar de calidad y resolución de las imágenes.

Un maniquí utilizado para evaluar un sistema tomográfico debe atenuar a la radiación de manera similar a como lo harían los tejidos y los órganos humanos. Para el caso de TORX los maniqués deben estar diseñados con propiedades radiológicas equivalentes al agua, pues el agua conforma un porcentaje importante del cuerpo humano. Un material con estas características es el polietileno de alta densidad.

Los maniqués digitales sirven para simular órganos o tejidos humanos y poder evaluar teóricamente el sistema antes de ponerlos en práctica. Desde 1960 se han aplicado estos modelos para estudios de radiación ionizante y dosimetría.

Estos modelos han incrementado su complejidad para simular la estructura interna del cuerpo humano y han evolucionado a la par de las herramientas computacionales. La complejidad de estos modelos puede variar desde resolver simples ecuaciones cuadráticas hasta técnicas matemáticas más avanzadas.

En esta tesis se utilizaron los maniqués digitales Derenzo y NEMA NU4 con la finalidad de evaluar la calidad de las imágenes y la resolución espacial de la técnica TORX. [Iturralde 1990].

## 1.15 Resolución espacial.

La resolución espacial cuantifica el detalle con el que puede ser descrito un sistema. En el caso particular de las tomografías, se define como la habilidad de distinguir entre dos puntos en una imagen después de la reconstrucción tomográfica. Es decir, se compara la información real con la información de la imagen reconstruida.

Para una fuente puntual que actúa sobre un sistema de imágenes tomográficas, existe una respuesta del sistema a la fuente puntual, a la que llamamos función de respuesta puntual (PSF: point spread function por sus siglas en inglés). Esta función representa una deformación de la fuente puntual original que se debe a diversos factores físicos como la incidencia de rayos X sobre la muestra, la atenuación de la luz y la pérdida de información asociada a los métodos de reconstrucción de la imagen.

Una forma de medir la resolución espacial de una imagen es comparando su la función de respuesta puntual [Bushberg et al, 2001].



# Capítulo 2. Simulación Monte Carlo

---

## 2.1 Métodos de Monte Carlo para transporte de radiación.

Ahora que ya tenemos idea de las posibles interacciones de la radiación con la materia nos falta responder a otra pregunta importante: ¿Cómo se modela la interacción de la radiación con la materia? Hay dos formas, puede modelarse resolviendo la ecuación de transporte de radiación de Boltzmann utilizando teoría de difusión para un medio altamente dispersivo o puede modelarse mediante métodos de Monte Carlo, que es un método estadístico que se basa en muestrear funciones de distribución de probabilidad.

Los métodos de Monte Carlo sirven para modelar el transporte de radiación cuando no es posible resolver la ecuación de transporte de radiación por un método analítico. Este método se basa en el muestreo de funciones de distribución de probabilidad, es decir se conoce el comportamiento general de un fenómeno estadístico y queremos extraer información de este fenómeno utilizando una muestra aleatoria cuyo comportamiento será acotado según las reglas establecidas por la distribución de probabilidad para obtener la información sobre los elementos estadísticos del fenómeno.

Se ha logrado reunir suficiente información para obtener distribuciones de probabilidad de las interacciones de la radiación con la materia, así también estas distribuciones se ajustan a una función de distribución de probabilidad que nosotros ya conocemos. Entonces utilizaremos los métodos de Monte Carlo para obtener información de la interacción de la radiación de la materia, en este caso el camino libre medio que es la distancia que recorre la radiación antes de interactuar.

Este método tiene una estructura básica en la que se selecciona un número pseudoaleatorio  $\xi$  y se compara con ciertas probabilidades de que suceda un evento; si el número aleatorio entra dentro del rango de probabilidades establecido por la distribución de probabilidad acumulada *cpdf* en el intervalo de  $a$  a  $X$ , entonces se muestrea el dominio de la función de distribución de probabilidad utilizando su inversa.

Las probabilidades suelen estar normalizadas por lo que la suma de ellas siempre es 1.

Si:

$$cpdf(x) = \int_a^x pdf(x') dx' = \xi \tag{2.1}$$

entonces:

$$cdf^{-1}(\xi) = x \quad 2.2$$

Cuando la función de distribución de probabilidad no es invertible, entonces se utiliza un método llamado método del rechazo.

Este método consiste en encontrar el valor de  $x$  en el intervalo  $(a,b)$ , como su función de distribución de probabilidad  $pdf$  no es invertible no podemos obtener su valor aplicando la función inversa directamente.

Para poner en práctica este método se toman dos números aleatorios  $\xi_1, \xi_2$ , y se propone un número  $x$ , tal que:

$$x = a + \xi_1(b-a) \quad 2.3$$

si  $\xi_2 < pdf(x)$  se toma a  $x$  como el valor correspondiente de la función de probabilidad en ese intervalo. Si  $\xi_2 > pdf(x)$  se repite el procedimiento.

Por último se puede utilizar un método mixto cuando no funcionen los dos anteriores. Para ello se escogen dos funciones de probabilidad  $pdf_A(x), pdf_B(x)$  tales que:

$$pdf(x) = pdf_A(x) pdf_B(x) \quad 2.4$$

$pdf_A(x)$  es invertible y se puede muestrear un valor  $z$ , se evalúa  $pdf_B(z)$  y se prueba si  $\xi_2 < pdf_B(z)$ , si no se cumple se repite el procedimiento.

Hagamos un recuento, en esta tesis, nuestras probabilidades están dadas por las secciones eficaces de las partículas del medio asociadas a un evento de interacción. En el caso de radiación ionizante, tenemos las secciones eficaces asociadas al efecto fotoeléctrico, Compton, Rayleigh y producción de pares, en el caso de la luz visible podemos hablar de secciones eficaces de absorción y dispersión.

En el caso de la radiación ionizante, las probabilidades que se utilizan para determinar la interacción entre la radiación y la materia están dadas por los coeficientes parciales de atenuación. Experimentalmente el efecto fotoeléctrico es el fenómeno de mayor interacción seguido del efecto Compton, por lo que se practica el siguiente procedimiento de selección de interacción:

1. Si  $\xi < \tau/\mu$ , la interacción es fotoeléctrica, si  $\xi > \tau/\mu$ , se brinca al siguiente paso.
2. Si  $\xi < \tau + \sigma C/\mu$ , hay dispersión Compton, si  $\xi > \tau + \sigma C/\mu$ , se brinca al siguiente paso.

3. Si  $\xi < \tau + \sigma C + \sigma R / \mu$  hay dispersión Rayleigh, si  $\xi > \tau + \sigma C + \sigma R / \mu$  se modela producción de pares si la energía de ligadura del átomo es al menos 1.022 MeV.

## 2.2 Muestreo del camino libre medio.

Como ejemplo del proceso de muestreo en una simulación, a continuación se describe el proceso que se sigue para obtener la distancia recorrida  $x$  por un fotón entre interacciones sucesivas. Para este cálculo se considera a  $\mu$  como la suma de los coeficientes parciales asociados a los eventos de interacción, y el método es aplicable tanto para el caso del transporte de rayos X [Ljungberg et al. 1998], como para el transporte de luz en medios difusos [Wang y Wu 2007]

A continuación vamos a muestrear el dominio de la función de probabilidad de Beer Lambert (ley de atenuación exponencial, ec. 1.11).

$$p(x) = A \exp(-\mu x) \quad 2.5$$

Donde  $A$  es la constante de normalización de la ley de Beer, para obtenerla, utilizamos que la suma de todas las probabilidades debe ser 1, e integramos la función de probabilidad de cero a infinito.

$$\int_0^{\infty} p(x) dx = \int_0^{\infty} A \exp(-\mu x) dx = \left[ \frac{-A}{\mu} \exp(-\mu x) \right]_0^{\infty} = 1 \quad 2.6$$

$$A = \frac{1}{\mu} \quad 2.7$$

Entonces:

$$p(x) = \frac{1}{\mu} \exp(-\mu x) \quad 2.8$$

Ahora, obtenemos la función de probabilidad acumulada hasta una distancia  $s$  y la igualamos a un número aleatorio  $\xi$ , a partir del cual haremos el muestreo.

$$cpdf(s) = \frac{-1}{\mu} \int_0^s \exp(-\mu x) dx = \xi \quad 2.9$$

Por lo tanto:

$$\xi = 1 - \exp(-\mu s) \quad 2.10$$

Despejando s:

$$s = \frac{-1}{\mu} \ln(1 - \xi) \quad 2.11$$

Así se obtiene la distancia  $s$  que viajó la radiación antes de interactuar con una partícula a partir del muestreo de un número aleatorio.

### 2.2.3. Dispersión Compton.

En el caso específico del efecto Compton se utiliza una distribución de probabilidad asociada a la sección eficaz diferencial de Klein-Nishina para encontrar el ángulo de dispersión de la radiación [Raeside 1976]. Recordemos que la dispersión Compton es el fenómeno ocurrido cuando un fotón le transfiere parte de su energía a un electrón del átomo y sale dispersado con una energía  $h\nu'$  menor a la inicial y en otra dirección. Para muestrear la dirección del fotón dispersado se utiliza la distribución de probabilidad de Klein-Nishina  $\frac{d\sigma_{\theta}}{d\Omega}$  que está dada por:

$$\frac{d\sigma_{\theta}}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \left( \frac{h\nu'}{h\nu} \right)^2 \left( \frac{h\nu}{h\nu'} + \frac{h\nu'}{h\nu} - \sin^2(\theta) \right) \quad 2.12$$

donde  $r_e$  es el radio del electrón. El muestreo del ángulo polar se determina de la siguiente manera, primero se determina la cantidad  $w$ , tal que:

$$w = \left( \frac{h\nu}{h\nu'} + \frac{h\nu'}{h\nu} - \text{sen}^2(\theta) \right) \quad 2.13$$

$w \leq 2$  porque para  $\theta=0$  ,  $h\nu'=h\nu$  y siempre se cumple la condición  $h\nu' \leq h\nu$  .  
 Sea  $u=1-\cos\theta$  , entonces se obtiene el valor del ángulo polar  $\Theta$  utilizando la siguiente relación obtenida de la ecuación de la dispersión Compton:

$$u = \frac{m_e c^2}{h\nu} \left( \left( \frac{2h\nu}{m_e c^2} + 1 \right)^r - 1 \right) \quad 2.14$$

Donde  $r$  es un número aleatorio tal que  $0 \leq r \leq 1$  . Para obtener la dirección se despeja  $\Theta$  y se muestrea la dirección si se cumple que  $w \leq 2r$  .

El ángulo azimutal  $\Phi$  se obtiene utilizando la relación  $\Phi = 2\pi\xi$ , donde  $\xi$  es un número aleatorio y  $0 \leq \Phi \leq 2\pi$  .

Durante la simulación se registra la trayectoria que sigue la radiación ionizante al interactuar con los átomos del material, hasta que pierde energía y llega a 1 eV.



## Capítulo 3. Materiales y Métodos.

---

Esta tesis se enfoca en la adaptación de los maniqués NEMA NU 4 y Derenzo a la técnica de Tomografía Óptica por Luminiscencia de Rayos X (TORX) para estimar los efectos de la radiación dispersada, la calidad de imagen y la resolución espacial de este sistema mediante simulaciones numéricas.

El trabajo realizado en esta tesis utiliza simulaciones de tomografías ópticas por luminiscencia estimulada con rayos X (TORX) para diferentes maniqués que contienen una cierta distribución espacial de material luminiscente. Se utilizan métodos de Monte Carlo para simular el transporte de radiación en los maniqués digitales y métodos de reconstrucción tomográfica para obtener la imagen.

El procedimiento consiste en simular la irradiación de los maniqués siguiendo la geometría de un tomógrafo de primera generación, con haces colimados de una fuente gaussiana de rayos X con semianchura de 1 mm y una intensidad de  $10^5$  fotones por disparo en un barrido lineal de 35 mm, pasos de 1 mm, y rotaciones cada  $10^\circ$  hasta cubrir  $360^\circ$ , es decir, un total de 36 proyecciones.

En la figura 3.1 se muestra la fluencia de energía normalizada de los rayos X simulados por Monte Carlo, el espectro fue calculado con el modelo de Birsh y Marshall (1979) usando un ánodo de Tungsteno a  $11^\circ$  sometido a un potencial de 50 kV y un filtro adicional de 1 mm de Al.

También se muestra una gráfica de la probabilidad acumulada como función de la energía  $\epsilon$ , ésta es la probabilidad de encontrar a un fotón con una energía en el intervalo de 0 a  $\epsilon$ .

La probabilidad acumulada se utiliza para muestrear a los fotones en la simulación Monte Carlo.

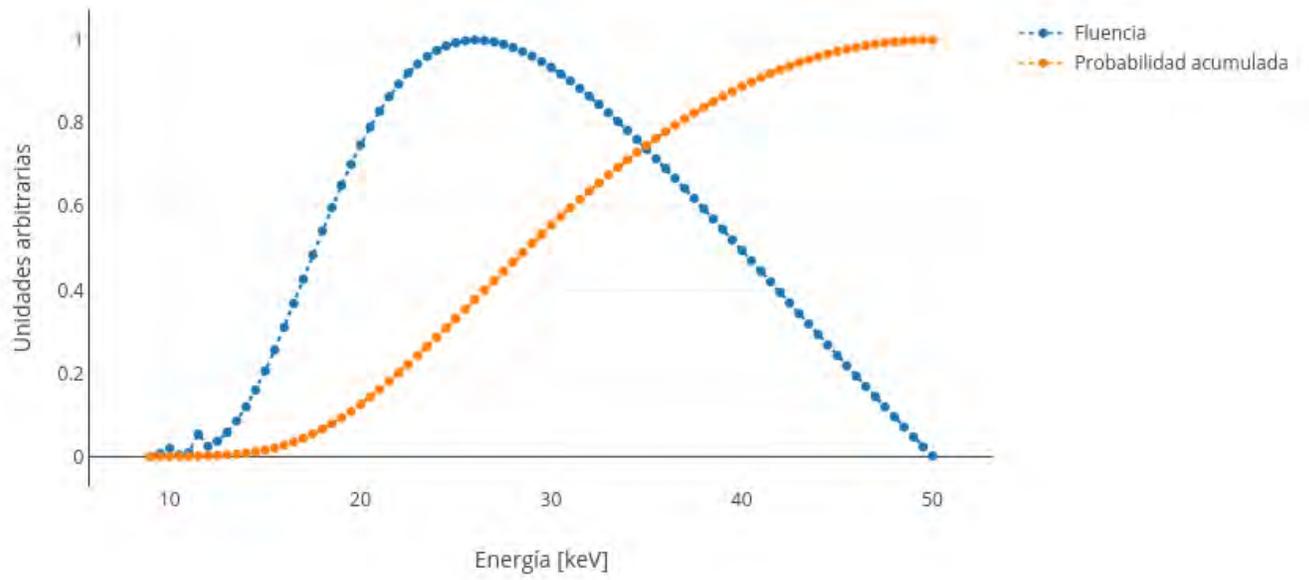


Figura 3.1. Espectro de energía utilizado para la simulación Monte Carlo de Penelope 2008.

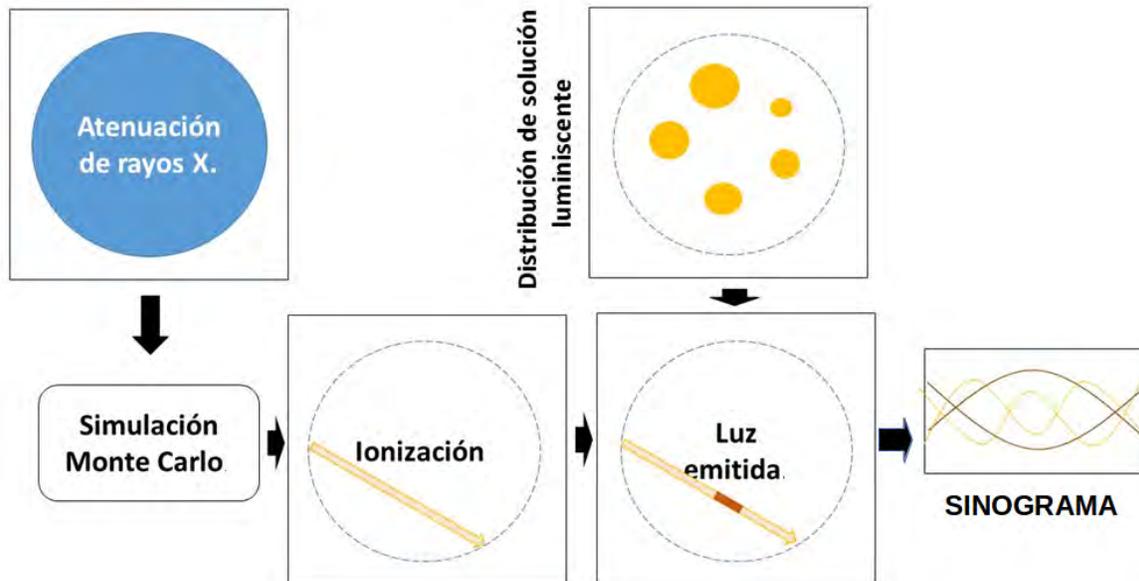


Figura 3.2. Proceso de generación del sinograma en TORX mediante simulación Monte Carlo.

Para encontrar la señal luminiscente se utiliza el mapa de la distribución del material luminiscente en combinación con la distribución de energía depositada obtenida con la simulación Monte Carlo, siguiendo el procedimiento descrito por Pratz [2010b], y que se ilustra en la figura 3.2. Los programas de simulación que se utilizaron fueron desarrollados previamente por miembros del grupo del Laboratorio de Imágenes Biomédicas del IFUNAM para simular maniqués mas simples [Li 2014] y para realizar una evaluación preliminar de la calidad de imagen [Rosas 2015]. En esta tesis se extendió su uso mediante la implementación del protocolo NEMA NU4-2008, incluyendo la determinación de la resolución espacial con fuentes puntuales.

Para simular el transporte de radiación se utilizó el paquete Penelope 2008 al que se le da un archivo de entrada donde se describen tanto la geometría del tomógrafo que se desea simular, como los parámetros de entrada que requiere la simulación.

Entre estos los mas importantes son los archivos que contienen la descripción del maniquí que se desea estudiar (archivo de geometría), el archivo con la lista del espectro de energía del tubo de rayos X, y el archivo con las secciones eficaces de los materiales que describen al cuerpo que será irradiado.

### 3.1. Penelope 2008.

El paquete Penelope 2008 simula el transporte de radiación (rayos X) de un material utilizando métodos de Monte Carlo y produce un mapa de la energía depositada en el maniquí. En nuestro caso todos los maniqués están formados de agua, con insertos que representan una solución de  $Gd_2O_2S:Eu^{3+}$  en agua con una concentración de 1 mg/mL.

La geometría de los maniqués se representa con superficies cuádricas que se pueden escribir en la forma:

$$F(x, y, z) = I_1x^2 + I_2y^2 + I_3z^2 + I_4z + I_5 = 0 \quad 3.1$$

La geometría se diseña con los coeficientes  $I_i$  correspondientes a cada cuádrica y se pueden variar parámetros como las magnitudes de las superficies a lo largo de los ejes X, Y y Z.

También se puede transformar a las superficies haciendo traslaciones y rotaciones. Las rotaciones de los ejes de la superficie original se pueden expresar utilizando los ángulos de Euler cuya descripción es la siguiente: La primera rotación  $\omega$  se realiza alrededor del eje Z, seguida de una rotación  $\Theta$  alrededor del eje Y y finalmente otra rotación  $\Phi$  sobre el eje Z.

Ahora, la definición de las superficies no significa nada por sí sola; también es necesario formar cuerpos que están formados por las superficies definidas previamente. Dentro de la construcción de los cuerpos se indican las superficies límites de los cuerpos y se añade otro elemento que llamamos "side pointer", que indica para dónde apunta la superficie, si la superficie apunta hacia adentro del cuerpo usamos (-1) y si apunta hacia afuera el side pointer será igual a (+1).

El que las superficies apunten hacia adentro o hacia afuera sólo nos da información acerca de los límites del cuerpo y la distribución de los materiales que contiene éste, por lo que también es necesario especificar el material que constituye cada cuerpo.

### 3.2. Reconstrucción tomográfica.

Como resultado de la simulación se obtienen 36 proyecciones en 2D de la dosis depositada en el material. La dosis es la energía depositada en el sistema por unidad de masa y la intensidad de luz emitida por el material luminiscente es proporcional a la misma. En la figura 3.2 se pueden observar el proceso usado para generar los sinogramas de TORX mediante simulación Monte Carlo [Pratx 2010b]. Estos datos se usan como entrada para los diferentes algoritmos de reconstrucción tomográfica.

Existen distintos métodos numéricos de reconstrucción tomográfica para obtener los coeficientes de atenuación de un cuerpo, en el caso de la tomografía de transmisión, o la concentración relativa del material luminiscente en el caso de emisión de luz (tomografía óptica). En esta tesis se utilizarán los métodos de retroproyección filtrada, máxima verosimilitud y reconstrucción algebraica, por sus respectivas siglas en inglés tenemos FBP: Filtered Back Projection, MLEM: Maximum Likelihood Expectation Maximization y SART: Simultaneous Algebraic Reconstruction Technique. Los programas de reconstrucción que se utilizaron en esta tesis fueron desarrollados previamente como parte de otros trabajos [Li 2014, Rosas 2015, Cano 2017].

La descripción en breve de estos métodos de reconstrucción es la siguiente:

El método de retroproyección filtrada es un algoritmo que consiste en discretizar la inversa de la transformada de Radon para reconstruir la imagen. Se utilizan distintos filtros para suavizar el ruido de la imagen.

El método de la máxima verosimilitud es un método estadístico que estima la mejor distribución de la señal luminosa promedio  $\bar{x}$  asociada al conjunto de proyecciones  $b$ . Se calcula la verosimilitud de la señal luminosa a partir de la distribución de Poisson que nos da la probabilidad de que cierto número de fotones sean emitidos en un intervalo de tiempo si estos eventos son independientes y se sabe el promedio de emisión en el tiempo. El algoritmo se conforma de dos procesos, se evalúa la verosimilitud del algoritmo en función de las mediciones y se escoge la máxima verosimilitud de la imagen respecto a las mediciones.

Por último, el método SART resuelve la inversa de una matriz correspondiente al sistema de ecuaciones que representa la intensidad de la luz total emitida como función de la posición [Pratx 2010b].

En esta tesis se utilizarán estos métodos para reconstruir las imágenes tomográficas y se compararán los resultados obtenidos con cada uno de ellos. Los programas de reconstrucción fueron desarrollados en trabajos anteriores: [Rosas 2015] y [Cano 2017].

### 3.3. Maniquí NEMA NU 4-2008.

El propósito del maniquí NEMA NU 4 es definir un estándar comparativo para poder medir la efectividad de equipos de microtomografía de emisión. Originalmente fue creado para medir parámetros de las imágenes adquiridas por tomografía de emisión de positrones (PET), pero en este caso se utilizará para cuantificar la calidad y la resolución espacial de imágenes obtenidas a partir de tomografía por luminiscencia estimulada con rayos X (TORX).

#### 3.3.1. Descripción del maniquí NEMA NU 4-2008.

El maniquí NEMA NU 4 consiste en un cilindro principal de 30 mm de diámetro que se encuentra dividido en tres secciones, tal como se muestra en la figura 3.3.

De acuerdo a nuestra descripción, la sección 1 es la que se encuentra a la derecha de la imagen.

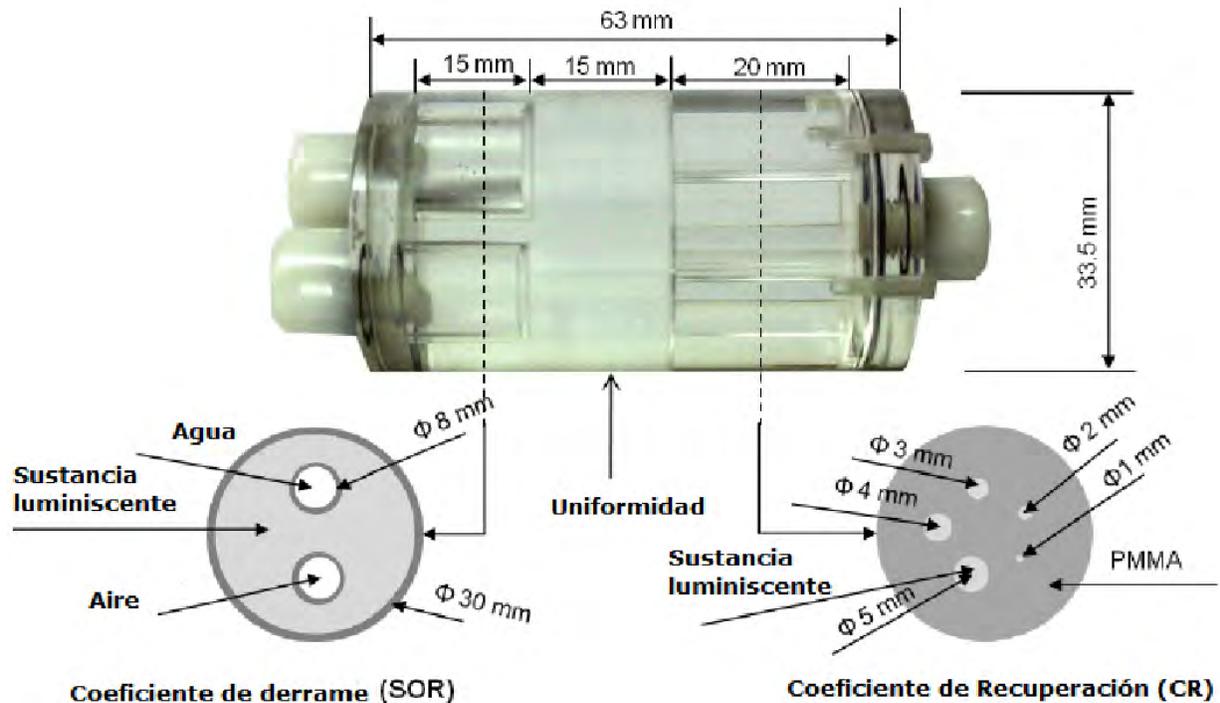


Figura 3.3. Maniquí NEMA NU 4.

La primera sección se utiliza para evaluar calidad de imagen y resolución espacial del sistema. (IQ: Image Quality por sus siglas en inglés). Esta sección tiene 5 cilindros de 20 mm de longitud cuyos ejes se encuentran situados a 7 mm del centro. Los diámetros correspondientes son de 1, 2, 3, 4 y 5 mm. Estos cilindros interiores se llenan de una sustancia luminiscente.

La segunda sección se utiliza para evaluar uniformidad, es un cilindro de 15 mm de altura y contiene una distribución uniforme de material luminiscente.

La tercera sección se utiliza para evaluar la fracción de luz emitida que se encuentra en las zonas donde no se depositó material luminiscente, le llamamos coeficiente de derramamiento pues en teoría no se debería encontrar luz emitida en zonas libres de material luminiscente. (SOR: Spill Over Ratio por sus siglas en inglés).

Esta sección incluye dos cilindros interiores de diámetro igual a 8 mm, que contienen agua y aire respectivamente; el agua es para cuantificar la atenuación de rayos X y el aire es la referencia de no atenuación de los cilindros. Éstos están rodeados de material luminiscente, y su longitud es de 15 mm. A esta sección se le llama de zonas frías, hot and cold en inglés, pues no hay concentración de sustancias luminiscentes en los cilindros interiores, mientras que sí la hay en el cilindro exterior.

Estas tres secciones se usan para realizar diferentes estudios. En la sección IQ se mide la calidad de imagen según los coeficientes de recuperación obtenidos en función del diámetro.

Los coeficientes de recuperación se obtienen de normalizar la intensidad de la luz emitida, se pueden utilizar el promedio de luz emitida o los máximos de luz emitida para contar con una mejor estadística.

En la simulación de todas las secciones del NEMA NU 4 se utiliza una concentración uniforme de material luminiscente, por lo que en una imagen reconstruida se esperaría que los coeficientes de recuperación permanecieran constantes como función del diámetro. En la realidad esto no ocurre debido a la atenuación de la luz y características del método de reconstrucción.

Como ya se mencionó, se esperaría que la intensidad de la luz emitida fuera homogénea en las zonas de material luminiscente. La sección de uniformidad del NEMA se utiliza para hacer el estudio de la homogeneidad de las imágenes reconstruidas.

En la sección correspondiente al coeficiente de derramamiento se cuantifica la dispersión de la luz en las imágenes reconstruidas.

Por último, el estudio de fuentes lineales consiste en 4 cilindros de 0.25 mm de radio cuyos centros están alineados y se encuentran situados a una distancia de separación de 4 mm entre ellos. El primer cilindro tiene su centro en el origen.

Este estudio sirve para medir la resolución espacial del sistema que es una manera de cuantificar la capacidad del sistema de distinguir entre dos puntos de una imagen [NEMA NU4, 2008].

Podemos tomar las fuentes lineales como fuentes puntuales por simetría cilíndrica, además el radio de estos cilindros es 0.25 mm, lo cual nos da un diámetro de la mitad de la distancia de incidencia entre haces de rayos X.

### 3.4. Maniquí Derenzo.

Un maniquí Jaszczak o Derenzo es un maniquí digital utilizado para validar geometrías, contraste, uniformidad, resolución, atenuación y corrección por dispersión en medicina nuclear. Está constituido por cilindros de diferentes radios que permiten comparar la definición de la imagen en cada uno de ellos. [Derenzo et al. 1977].

En hospitales se usa para caracterizar un equipo SPECT o PET para propósitos de control de calidad. Es una prueba cualitativa para evaluar de una manera rápida y eficiente el desempeño del tomógrafo antes de ser utilizado.

El maniquí Derenzo sirve para hacer pruebas de resolución espacial tomando por definición de resolución espacial la capacidad de distinguir entre dos puntos en una imagen, entonces se comparan los cilindros de distinto diámetro para asignarle cualitativamente una medida de resolución espacial.

Uno de los propósitos de esta tesis es encontrar una descripción cuantitativa para esta prueba usualmente cualitativa.

El maniquí Derenzo adaptado a la técnica TORX consiste en un cilindro de 3 cm de diámetro relleno de agua con cilindros interiores de sustancia luminiscente.

Los diámetros de los cilindros luminiscentes son de los siguientes tamaños: 0.25, 0.20, 0.15, 0.125, 0.1, 0.08 cm como se muestra en la figura 3.4.

Los cilindros luminiscentes están agrupados de acuerdo a su diámetro de acuerdo a la siguiente estructura piramidal: los centros de la primera fila de cada conjunto de cilindros están situados a 5 mm del centro del cilindro exterior con separación angular de 60°.

Las siguientes filas de cilindros se construyen de acuerdo a la condición de que la distancia entre sus centros es de dos veces su diámetro, es decir la distancia de separación entre ellos es equivalente a su diámetro y numerando las filas de cada conjunto, el número de fila de cada conjunto es igual al número de cilindros por fila.

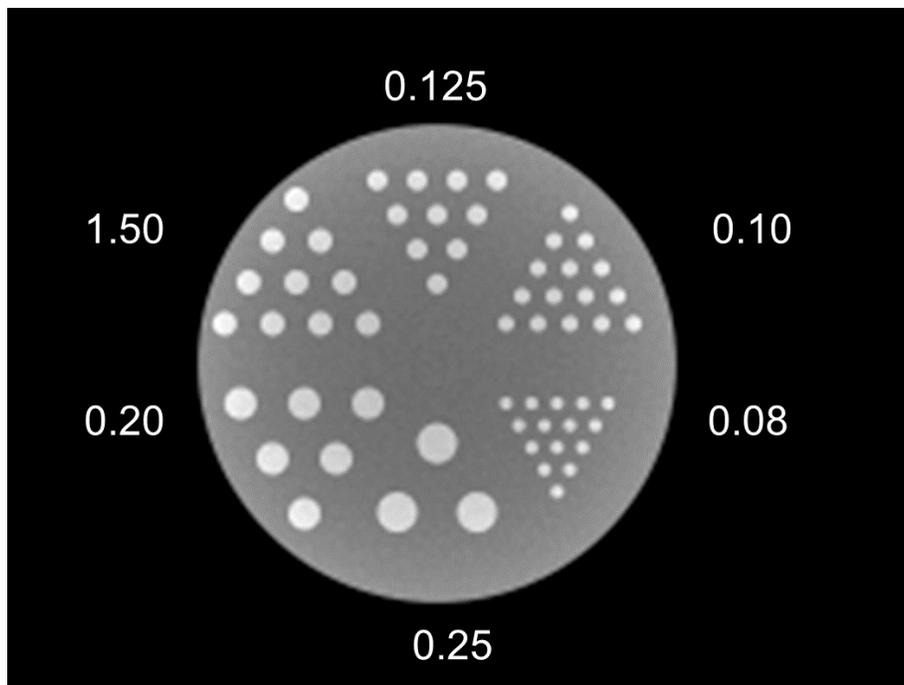


Figura 3.4. Mapa de dosis del maniquí de resolución espacial Derenzo simulado con Penelope 2008.

### 3.5. Semianchura de una distribución gaussiana.

Para analizar la resolución espacial del sistema se compararon las semianchuras de las zonas luminiscentes de las imágenes reconstruidas entre métodos de reconstrucción tomográfica y así también con el diámetro de los cilindros luminiscentes. Por lo que se considera necesario describir el método utilizado para encontrar las semianchuras en este trabajo.

La semianchura o FWHM es el ancho de una función Gaussiana a la mitad del máximo. La fig 3.5. muestra la semianchura de un ajuste gaussiano realizado por el paquete Origin Lab. 2011 que es el que se utilizó para obtener las semianchuras del maniquí Line.

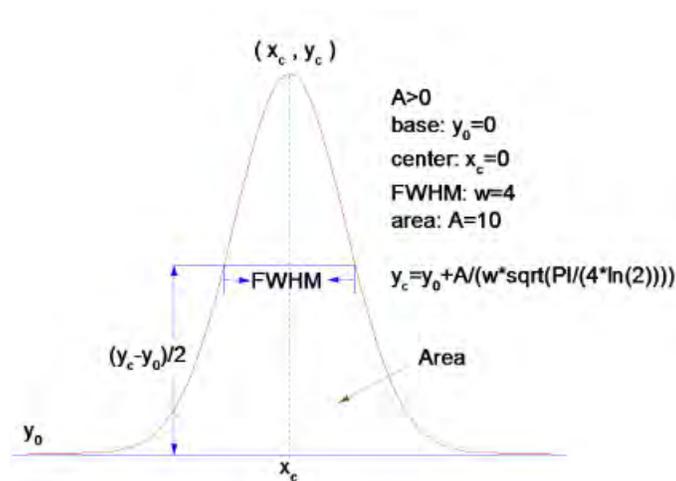


Figura 3.5. Ejemplo de función Gaussiana del ajuste de Origin.

Ahora, la función que ajusta Origin es de la forma:

$$y(x) = y_0 + \frac{A}{w\sqrt{\pi/2}} \exp(-2(x-x_c)^2/w^2) \quad 3.2$$

Si la comparamos con la forma general de una Gaussiana:

$$g(x) = \frac{A}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp(-(x-\mu)^2/2\sigma^2) \quad 3.3$$

entonces:

$$w = 2\sigma \quad 3.4$$

Ahora para obtener FWHM, sea una Gaussiana centrada en cero tal que  $\mu=0$ .

$$g(x) = \exp\left(\frac{-x^2}{2\sigma^2}\right) \quad 3.5$$

Necesitamos  $x_0$  tal que  $g(x_0) = \frac{1}{2}$  y esto ocurre para  $x_0 = \sigma\sqrt{\ln 4}$

Por lo tanto:

$$FWHM = 2x_0 = 2\sigma\sqrt{\ln 4} = \sqrt{w \ln(4)} \quad 3.6$$

Es la semianchura utilizada para comparar resultados en esta tesis.

# Capítulo 4. Discusión y Análisis de Resultados.

---

A continuación se mostrarán los resultados relacionados con los mapas de dosis obtenidos para un cuerpo formado por dos cilindros, tal que el cilindro interior es luminiscente y el otro no. El fin de esta simulación fue demostrar la linealidad de la dosis en función del número de fotones y la disminución del ruido en los resultados como función del número de fotones.

Mas adelante se muestran los resultados correspondientes a los maniqués NEMA NU 4 y Derenzo. En este caso se obtuvieron los mapas de dosis y se reconstruyeron las imágenes bajo distintos métodos (FBP Hamm, FBP Ramp, MLEM y SART).

Se hicieron los estudios correspondientes a cada maniquí y se compararon los resultados obtenidos entre los distintos métodos y se encontró que los resultados del maniquí Derenzo y el maniquí NEMA varían por efectos de apantallamiento aunque los principios físicos son los mismos. Para analizar las imágenes reconstruidas se utilizó el paquete ImageJ.

## 4.1. Pruebas de linealidad de la Dosis y disminución del ruido en función del número de fotones incidentes.

Se utilizó el paquete Penelope para simular una geometría de dos cilindros, uno dentro del otro. Los cilindros no son concéntricos. El cilindro exterior tiene una solución de  $H_2O$  y el cilindro interior contiene una solución de  $10 \text{ mg/ml}$  de  $Gd_2O_2S:Eu^{3+}$  en  $H_2O$ . Los cilindros tienen las siguientes dimensiones:  $R_{H_2O}=1.6 \text{ cm}$ ,  $H_{H_2O}=6 \text{ cm}$ ,  $R_{gadox}=0.24 \text{ cm}$ ,  $H_{Gadox}=6 \text{ cm}$ .

A los cilindros, se les hizo incidir un paquete de  $N$  fotones cada  $10$  grados. Lo que devuelve Penelope es el mapa de la energía depositada en el maniquí. Como se hizo rotar el cilindro cada  $10$  grados tenemos  $36$  proyecciones de los cilindros con un mapa de dosis para cada posición angular. Lo que necesitamos es la dosis total, así que superponemos las proyecciones para encontrarla.

La figura 4.1 muestra la superposición de las proyecciones para un barrido lineal con  $10^5$  fotones por posición. A cada pixel de la imagen se le asocia un valor de la dosis.

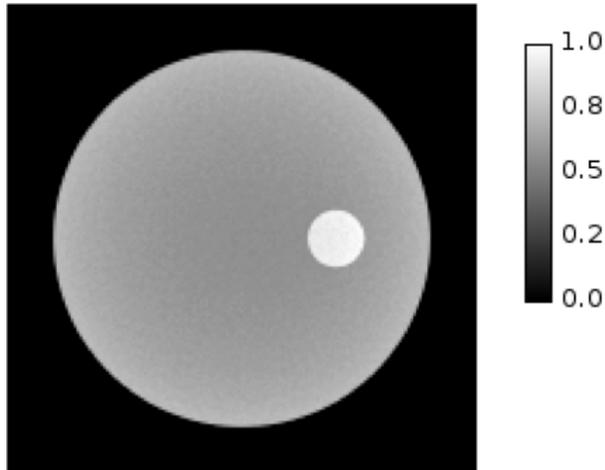


Figura 4.1. Mapa de dosis normalizado de dos cilindros concéntricos con soluciones de agua y  $\text{Gd}_2\text{O}_3\text{:Eu}^{3+}$  en agua.

Si sólo se toma un renglón con todas las columnas de esta matriz, se puede obtener un histograma de la dosis por pixel. El área total del detector es de  $16 \text{ cm}^2$  y tenemos 161 pixeles.

En la figura 4.2 se muestra una gráfica del mismo perfil de una fuente que lanza  $10^5, 10^4, 10^3$  y  $10^2$  fotones. Este perfil atraviesa del cilindro interior, es por éso que se observa un incremento de la dosis en el intervalo entre 2 cm y 3 cm.

Además los perfiles están escalados linealmente, porque a la dosis de  $10^2$  se le multiplicó por un factor de  $10^3$  y así sucesivamente.

Se logró comprobar que la dosis se escala linealmente con el número de fotones, es decir cuando la fuente lanza un mayor número de fotones, la energía depositada en el detector será proporcionalmente mayor. También se puede ver que a medida en que se incrementa el número de fotones de la fuente la fluctuaciones disminuyen.

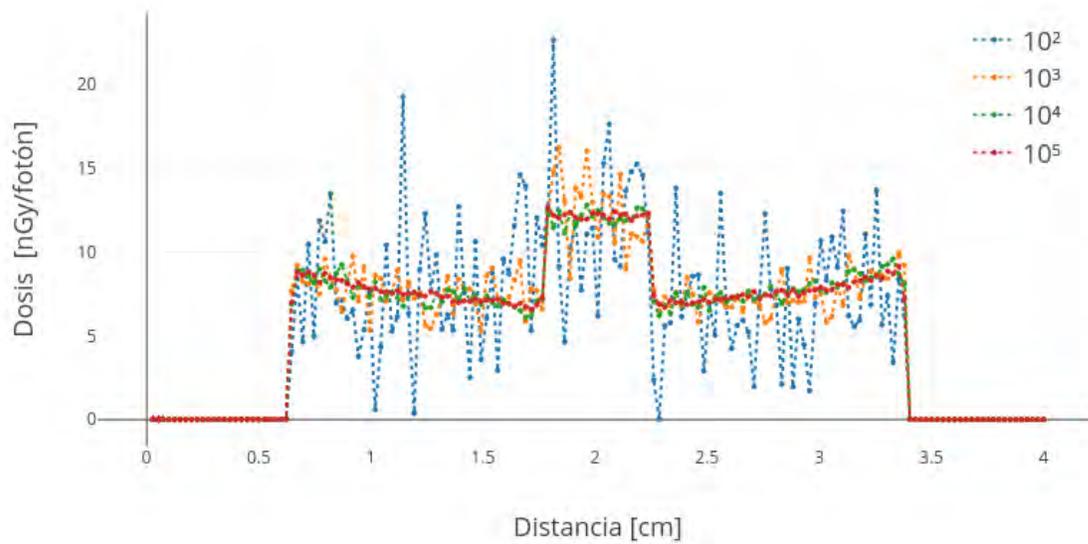


Figura 4.2 Perfiles escalados linealmente.

En la figura 4.3 se muestra una gráfica de la dosis promedio como función del número de fotones, las barras de error están dadas por la desviación estándar. Podemos ver que el promedio y la desviación estándar  $\sigma$  de la dosis incrementan linealmente mientras incrementa el número de fotones.

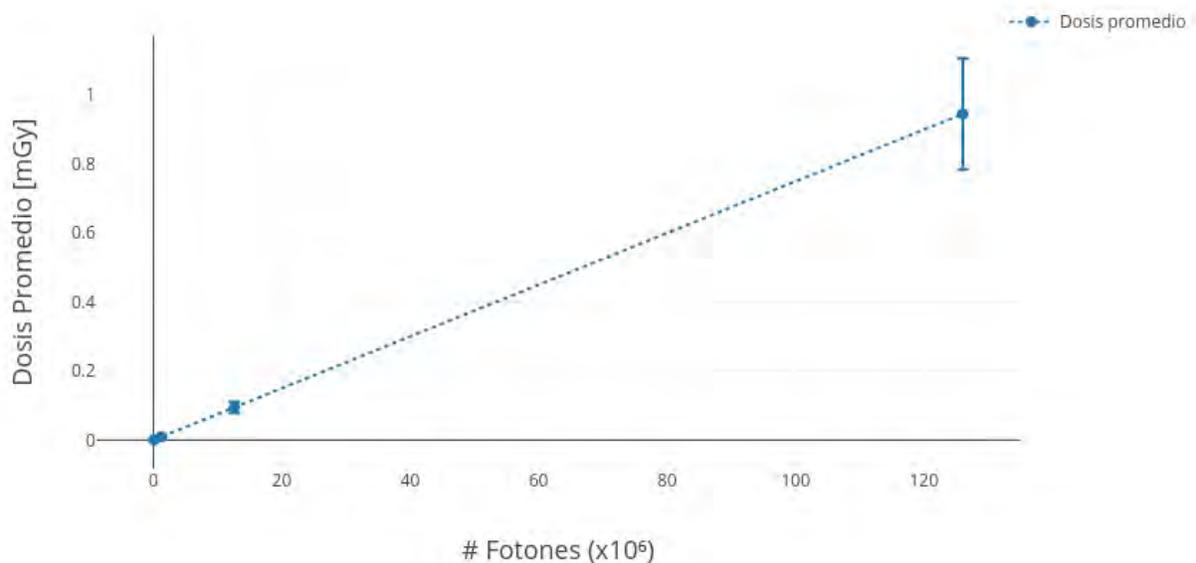


Figura 4.3. Promedio en función del número de fotones.

Un haz de  $N$  fotones obedece una distribución de Poisson  $P(x)$  tal que:

$$P(N) = \frac{m^N e^{-m}}{N!} \quad 4.1$$

Una distribución normal se puede aproximar a una distribución de Poisson tomando  $\sigma = \sqrt{\bar{N}}$  donde  $\bar{N}$  es el número de fotones promedio.

Demostramos que la dosis se escala linealmente con el número de fotones por lo que podemos utilizar al coeficiente de variación  $C_v$  como:

$$C_v = \frac{\sigma}{\text{Dosis promedio}} \quad 4.2$$

Por lo tanto:

$$C_v \approx \frac{1}{\sqrt{\bar{N}}} \quad 4.3$$

El coeficiente de variación nos da como resultado el ruido relativo en la imagen en función del número de fotones, por lo que podemos disminuir el ruido relativo aumentando el número de fotones incidentes y como consecuencia la dosis en el material. El ruido relativo es el inverso de cociente señal ruido (SNR) [Bushberg et al. 2001].

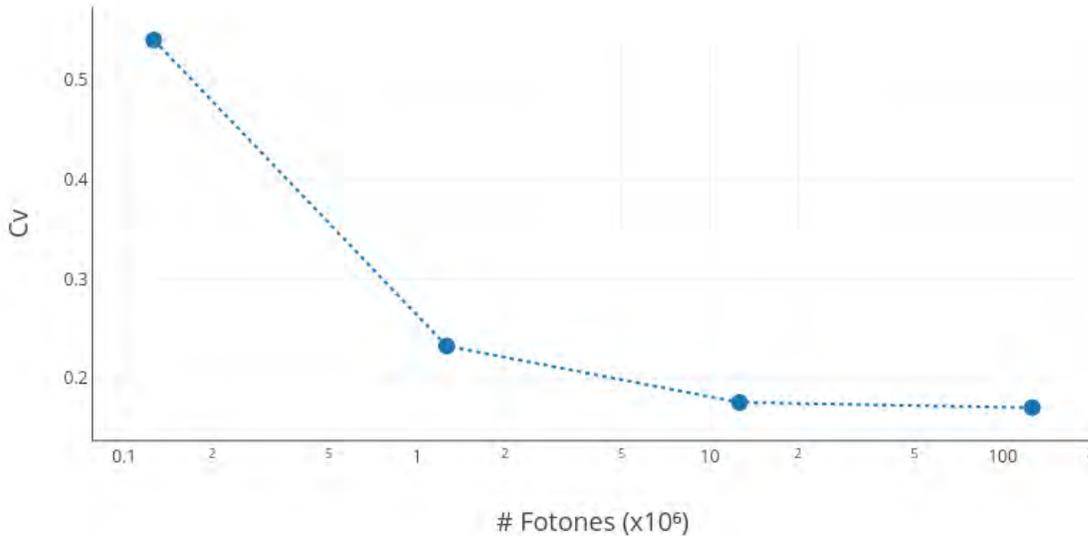


Figura 4.4.  $C_v$  en función del número de fotones.

Como se ve en la figura 4.4, cuando el número de fotones es muy grande el ruido relativo disminuye, así podemos explicar que el ruido encontrado en la figura 4.2 sea mucho mayor para  $10^2$  fotones que para  $10^5$  fotones.

Más adelante observaremos en las pruebas para otros maniqués que la información del sistema presentará deformaciones, es decir las imágenes reconstruidas no mostrarán una distribución uniforme en las zonas luminiscentes, este fenómeno está asociado con la calidad de la imagen del sistema.

Otra observación correspondiente a la figura 4.2 es que la distribución de la dosis no es constante, ésta también depende del fenómeno de atenuación, lo que concuerda con que en los extremos del maniqué hay mayor dosis que en el centro pues la atenuación depende de la distancia recorrida por la radiación.

## 4.2 Resultados de la simulación del maniqué NEMA NU 4 con el paquete Penelope 2008.

En la figura 4.5 se observa el mapa de dosis obtenido de simular el transporte de rayos X en cada una de la sección IQ del maniqué NEMA NU 4 en la que se depositó una concentración de  $10\text{mg/ml}$  de  $\text{Gd}_2\text{O}_2\text{S:Eu}^{3+}$  para obtener las zonas calientes.

Así también se obtuvieron los mapas de dosis para la sección de zonas frías, la sección de uniformidad y la sección de fuentes puntuales.

En estos cálculos se utilizó el conjunto de subrutinas Penelope 2008 para simular el transporte de rayos X de una fuente Gaussiana que lanza 35 haces cada 10 grados siguiendo una órbita circular alrededor del maniquí.

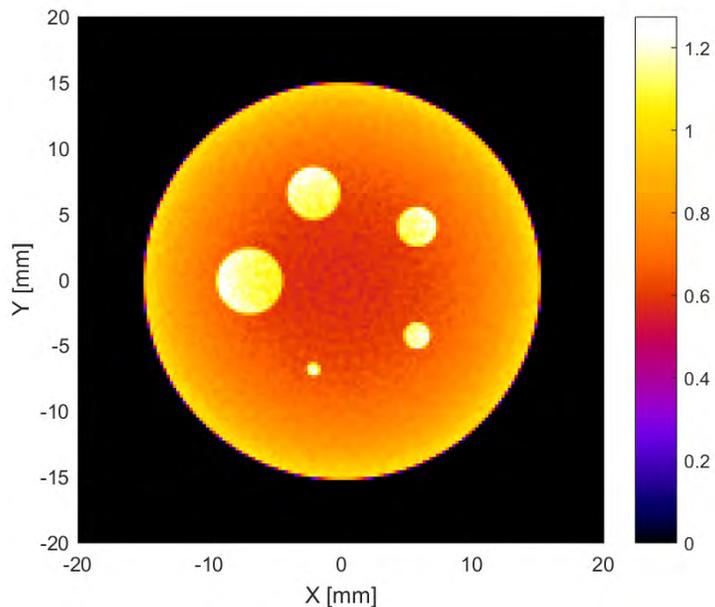


Figura 4.5. Mapa de dosis [mGy] como función de la posición [mm] obtenido de la simulación de transporte de rayos X en la sección IQ del maniquí NEMA NU 4.

En las imágenes reconstruidas de la sección IQ se observa que la intensidad de la luz recuperada por el maniquí (coeficientes de recuperación CR) varía como función del diámetro, cosa que no debería suceder porque la concentración de material luminiscente es uniforme, es decir la cantidad de luz emitida por pixel debería ser la misma.

Ahora, también tenemos un problema de homogeneidad en las imágenes reconstruidas ; como la radiación se atenúa exponencialmente al pasar a través del material (Ec 1.11), entonces se encontrará una intensidad diferente en las imágenes dependiendo de la zona que se analice.

En el centro del maniquí observaremos una menor intensidad que en la orillas, pues en las orillas la atenuación es mínima. Esto claramente es un factor a tomar en cuenta en la calidad de las imágenes tomográficas. La homogeneidad se evaluará en la sección de uniformidad del maniquí NEMA NU 4.

Y por último, en las imágenes reconstruidas de la sección hot and cold del maniquí NEMA NU 4 se obtiene una intensidad de la luz promedio distinta de cero en las secciones frías de este maniquí, cosa que no debería suceder porque la concentración de material luminiscente en estas zonas es nula.

Los rayos X son atenuados al incidir sobre el cilindro relleno de agua y al dispersarse pueden depositar energía en zonas cercanas al cilindro de agua por lo que se observan zonas luminiscentes alrededor de este cilindro. Aunque en el cilindro relleno de aire los rayos X no son atenuados, aún así se encontró señal luminiscente distribuida en los dos cilindros. Este fenómeno es producto de la pérdida de información al realizar la reconstrucción tomográfica.

#### 4.2.1. Coeficientes de recuperación de la sección de resolución espacial del maniquí NEMA NU 4.

En la figura 4.6. podemos ver la reconstrucción tomográfica de la sección IQ del maniquí NEMA NU 4. Queremos saber qué tanto depende la señal luminiscente del diámetro del los cilindros.

Como ya se anticipó en teoría no debería haber diferencia porque la concentración de sustancia luminiscente es uniforme.

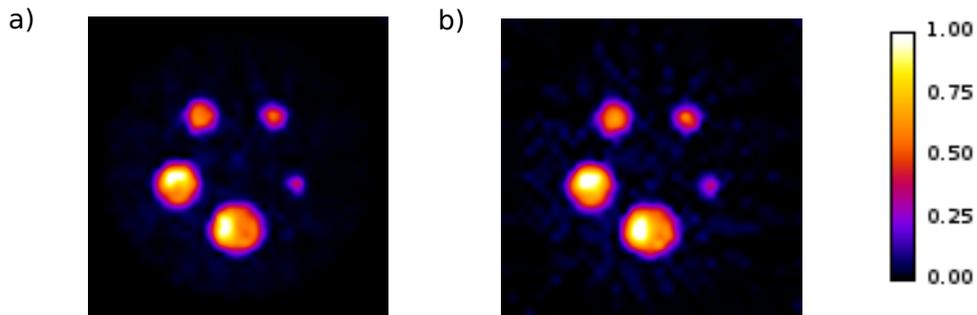


Figura 4.6. Reconstrucción tomográfica de la sección IQ del maniquí NEMA NU 4. a) Utilizando el método MLEM, b) Utilizando el método SART. Unidades arbitrarias, la escala de color está normalizada a 1.

Se utilizaron diferentes métodos de reconstrucción de las imágenes tomográficas del maniquí NEMA NU 4 y el siguiente texto es acerca de la comparación entre los distintos métodos para determinar cuál es el óptimo para resolver este problema.

Para analizar las imágenes de la sección IQ se obtuvieron los coeficientes de recuperación (CR) normalizando los promedios de intensidad de la luz emitida respecto al promedio máximo correspondiente al cilindro de 5 mm de diámetro para los diferentes métodos de reconstrucción de imágenes: FBP Hamm, FBP Ramp, MLEM, SART.

Se normalizó de esta manera bajo la hipótesis de que a mayor diámetro existe mayor intensidad de la luz en la imagen reconstruida, hipótesis que se corrobora en la gráfica 4.8 con excepción del diámetro de 4 mm, que presenta mayor intensidad que el diámetro de 5 mm.

El error se cuantificó mediante la siguiente relación:

$$\sigma_{RC} = STD_{RC} = \sqrt{\left(\frac{STD_{IQ}}{mean_{IQ}}\right)^2 + \left(\frac{STD_b}{mean_b}\right)^2} \quad 4.4$$

Donde  $STD_{RC}$  es la desviación estándar del coeficiente de recuperación (promedio),  $STD_{IQ}$  y  $mean_{IQ}$  son la desviación estándar y el promedio de las zonas "hot" del maniquí IQ y  $STD_b$ ,  $mean_b$  son la desviación estándar y el promedio del 75% del maniquí de uniformidad que se tomo como fondo (background).

En la figura 4.7 se observa que el método más eficiente para la reconstrucción de la sección de resolución espacial del NEMA NU 4 es el MLEM pues este método tiene una diferencia porcentual promedio respecto al SART de 3.89%, teniendo el SART a su vez una diferencia porcentual promedio de 6.08 % respecto al FBP Ramp.

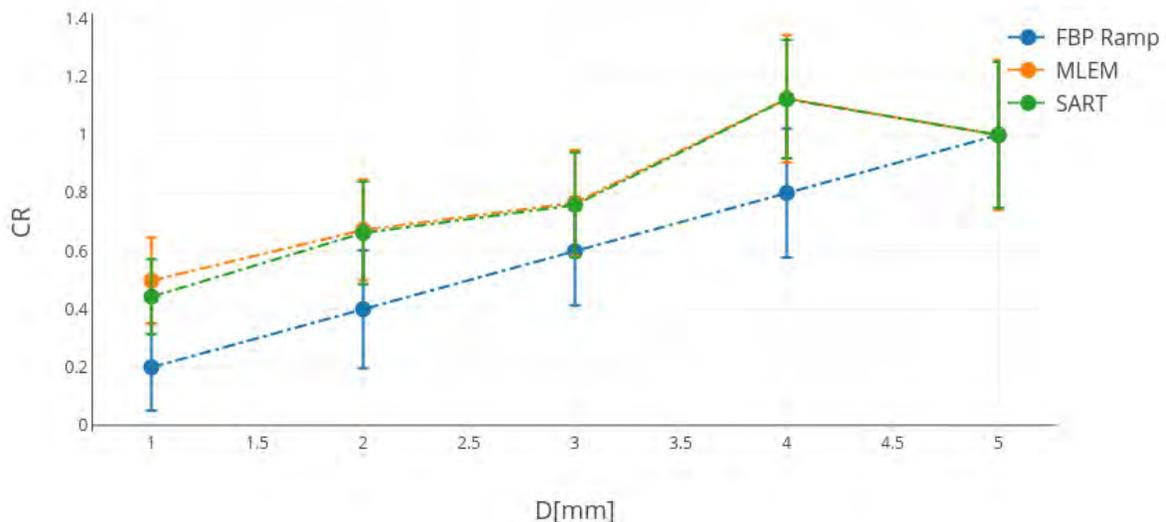


Figura 4.7. Coeficientes de Recuperación en función del diámetro obtenidos de normalizar los promedios de los métodos de reconstrucción.

Por último, en la figura 4.8, podemos ver la linealidad entre los coeficientes de recuperación obtenidos con los máximos y los promedios, así se pueden utilizar indistintamente cualquiera de los dos tipos de coeficientes de recuperación, pero el promedio muestra un incremento menos abrupto porque incluye información de todo el cilindro luminiscente mientras que el máximo es un sólo punto del cilindro.

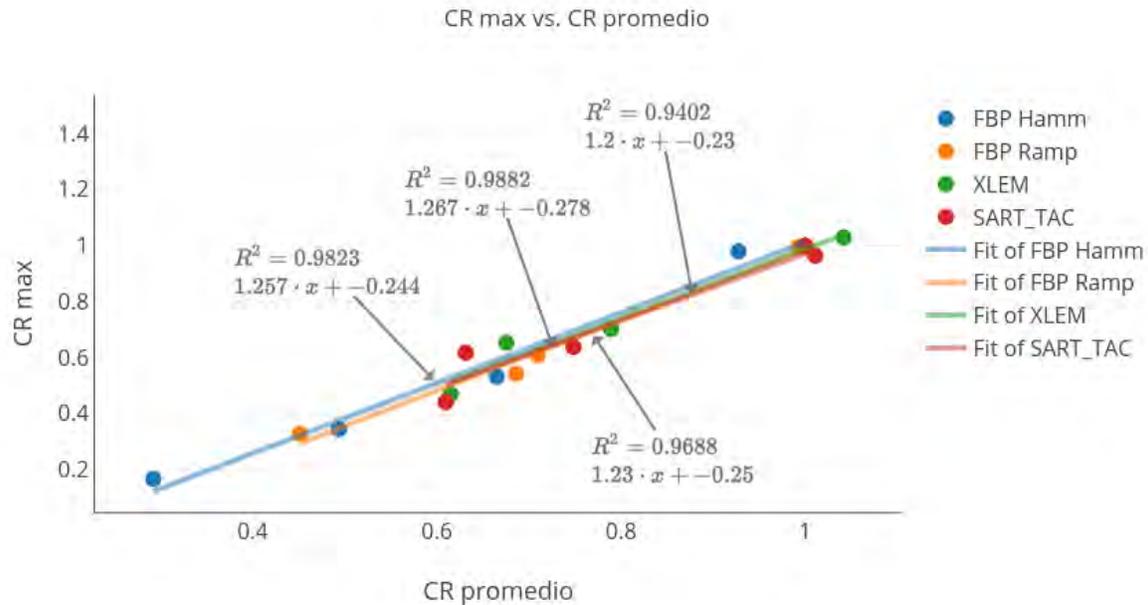


Figura 4.8. Muestra la linealidad de los coeficientes de recuperación obtenidos del promedio y los obtenidos con el máximo.

#### 4.2.2 Coeficientes de homogeneidad en la sección de uniformidad del maniquí NEMA NU 4.

Para analizar la homogeneidad de la sección de uniformidad se utilizó la siguiente relación:

$$C_H = 100 \frac{2(max - min)}{(max + min)} \quad 4.5$$

donde  $C_H$  es el coeficiente de homogeneidad de la imagen expresado como porcentaje, y es igual al cociente de la diferencia entre el máximo y mínimo de la intensidad de luz y su promedio. Esto tiene sentido porque en el caso de que la

imagen fuera homogénea la diferencia entre el máximo y el mínimo de la intensidad de la luz sería igual a cero. Entonces, entre menor sea este coeficiente tenemos un indicador de mayor uniformidad en la imagen.

En la tabla 4.1 se observan los coeficientes de homogeneidad obtenidos de analizar las imágenes de la sección de uniformidad del maniquí NEMA NU 4 para los 3 métodos de reconstrucción de imágenes.

El coeficiente de homogeneidad en todos los casos es cercano al 50%, pero de nuevo el método que presenta mayor homogeneidad es el MLEM pues su coeficiente de uniformidad es de 41.25%, menor al de los métodos de SART y FBP Ramp.

Método	$C_H$
FBP Ramp	44.65%
MLEM	41.25%
SART	45%

Tabla 4.1. Coeficientes de homogeneidad de los métodos de reconstrucción tomográfica: FBP Ramp, MLEM, SART.

### 4.2.3 Coeficiente de derrame (spill over ratio)

En la figura 4.9. se observan las proyecciones del plano XY de las reconstrucciones tomográficas de la sección de zonas frías con los métodos FBP Ramp, MLEM y SART. El nombre de este maniquí proviene de su uso comparativo entre zonas luminiscentes (calientes) y zonas no luminiscentes (frías).

Este maniquí está formado por un cilindro luminiscente con dos cilindros interiores, uno de ellos relleno de agua ubicado en el lado izquierdo de la imagen y el otro relleno de aire ubicado en el lado derecho de la imagen. El objetivo de este maniquí es observar la radiación dispersada en las zonas no luminiscentes de la imagen.

En la figura 4.9. podemos encontrar luz emitida en los bordes de las zonas que no contienen solución luminiscente, lo cual es un efecto producido por el método de reconstrucción de la imagen.

A este fenómeno se le conoce como derramamiento y se utilizará el coeficiente de derramamiento para cuantificar el impacto de la radiación dispersada en la imagen reconstruida y se compararán los métodos de reconstrucción tomográfica para identificar el método que reduce este efecto.

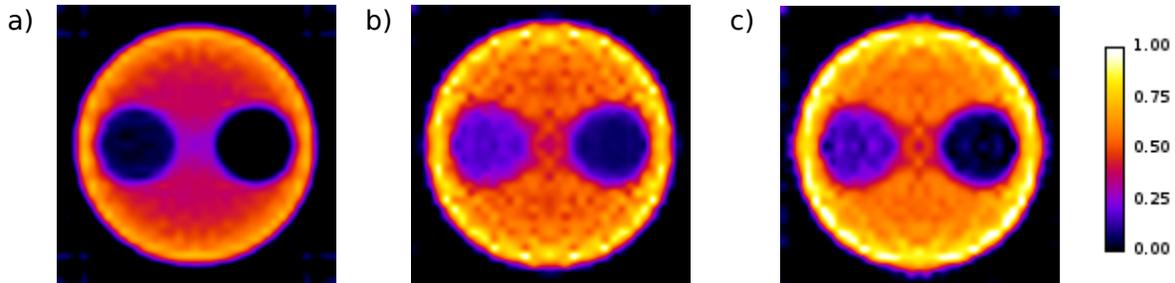


Figura 4.9. Maniquí de zonas frías reconstruido con los métodos: a) FBP Ramp, b)MLEM y c)SART. Escala de color normalizada a la unidad.

Para obtener el Spill Over Ratio de la sección Hot and Cold del maniquí NEMA NU 4 se utilizó la siguiente relación:

$$SOR = \frac{mean_{cold}}{mean_{hot}} \quad 4.6$$

Donde SOR es el cociente entre los promedios de las zonas calientes y las frías y nos da una medida de comparación de la intensidad de la luz en las zonas frías respecto a las zonas calientes.

En teoría no debería haber señal luminiscente en las zonas frías, así que las imágenes obtenidas de un menor SOR son las de mayor credibilidad.

Que la intensidad de la luz sea distinta de cero en las zonas frías quiere decir que la radiación que atravesó el cilindro luminiscente se dispersó hacia las zonas frías depositando energía en el material. Entonces tomamos el SOR como una medida para comparar la dispersión encontrada en cada una de las zonas frías.

En la tabla 4.2 se muestran los respectivos SOR para cada zona fría de los métodos: FBP Ramp, MLEM y SART.

Encontramos que el método al que le corresponde un menor SOR es el SART. además de que es el método en el que el SOR en el aire es el 42.92% del SOR del agua, mientras que para los métodos MLEM y FBP RAMP tenemos que el SOR del aire es el 55.70% y 58.80% del SOR del agua respectivamente.

Ahora, comparando métodos de reconstrucción, tenemos que para agua, la diferencia porcentual promedio entre los métodos MLEM y SART es de 21.10% y para aire es de 40.62%. Mientras que entre los métodos MLEM y FBP RAMP hay una diferencia porcentual promedio de 6.49% para agua y 11.41% para aire.

	SOR Ramp	SOR MLEM	SOR SART
Aire	0.4527	0.4233	0.3340
Vacío	0.2661	0.2358	0.1400

Tabla 4.2. SOR de los métodos de reconstrucción tomográfica: FBP Ramp, MLEM, SART.

Entonces, podemos decir que para las pruebas de uniformidad y de calidad de imagen, MLEM es el mejor método de reconstrucción de imágenes tomográficas mientras que para medir el SOR el método SART resultó más eficiente.

#### 4.2.4. Resultados de la simulación de la sección de fuentes puntuales del maniquí NEMA NU 4.

La sección de fuentes puntuales del maniquí NEMA NU 4 está enfocada al análisis de la resolución espacial del sistema tomográfico. Esta prueba consiste en aproximar 4 fuentes puntuales luminiscentes y evaluar la resolución espacial de la imagen reconstruida, es decir qué tanto se deforma la información de la imagen reconstruida comparada con la información real.

Para producir una fuente puntual en un sistema de imágenes planas como radiografía y fluoroscopia se recubre el detector con una hoja de metal para atenuar la radiación incidente con un pequeño hoyo en el centro y se hacen incidir los haces de rayos X sobre el detector. En esta tesis se utiliza una solución de material luminiscente para cilindros de radio 0.25 mm.

Los límites de la resolución espacial de las imágenes están dados por la unidad mínima de información en la imagen, el pixel, pero cuando las imágenes son afectadas por otros factores la limitante puede ser distinta al pixel, en las imágenes reconstruidas que serán evaluadas un pixel es equivalente a 1 mm por lado.

En las medidas de resolución espacial el diámetro de la fuente puntual podría ser infinitamente pequeño pero en la práctica puede ser de 5 a 10 veces el tamaño del detector utilizado [Bushberg et al. 2001].

Ahora para evaluar la resolución espacial de la técnica TORX, se usarán 4 cilindros de 0.5 mm de diámetro rellenos de sustancia luminiscente e inmersos en un cilindro exterior de 3 cm de diámetro relleno de agua.

Esta geometría se simuló con el paquete Penelope 2008 para obtener el mapa de dosis y calcular con este el sinograma de luz emitida y luego se reconstruyó la imagen con los filtros FBP Hamm, FBP Ramp, MLEM y SART. Se utilizaron las proyecciones en 2D de las reconstrucciones tomográficas de los cilindros y se interpretan como fuentes puntuales debido a su diámetro pequeño.

En la figura 4.10 podemos ver las reconstrucciones tomográficas del cilindro luminoso a 0 mm de distancia radial del maniquí de fuentes puntuales para los métodos de reconstrucción FBP HAMM, FBP RAMP, MLEM y SART.

La resolución espacial del sistema tiene que ser del orden del tamaño de la unidad mínima del sistema, por ejemplo de un pixel. En un sistema teórico se supondría que el diámetro ideal sería infinitamente pequeño.

El análisis de la imagen se hizo utilizando el software ImageJ 150d, se tomaron perfiles de los cuales se extrajo un histograma, los perfiles se dibujaron manualmente y para adaptar las imágenes al ojo humano se interpolaron por un factor de cuatro, es decir se dividió la información de cada pixel en cuatro, por lo que en las imágenes de la figura 4.10 cada pixel corresponde a 0.25 mm de lado.

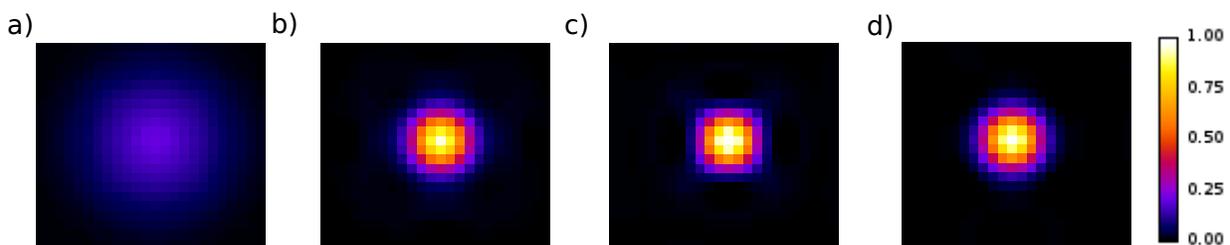


Figura 4.10. Reconstrucción tomográfica de la sección de fuentes puntuales con los métodos: a) FBP Hamm, b) FBP Ramp, c) MLEM y d) SART. Unidades arbitrarias, imágenes normalizadas a la unidad.

A simple vista podemos comparar las imágenes y observar que en la reconstrucción correspondiente a FBP Hamm el cilindro luminoso se observa del doble del diámetro que en las otras reconstrucciones. Es decir que la resolución espacial de FBP con filtro Hamm es inferior a las otras resoluciones espaciales.

Necesitamos un estudio más serio para calcular la deformación de los cilindros luminiscentes en las imágenes reconstruidas, para esto se toman perfiles verticales y horizontales que pasan por el centro de cada cilindro. De la información obtenida en cada perfil se hace un histograma cuyo ajuste es una función Gaussiana.

Estas funciones obtenidas son las respectivas funciones de respuesta a un impulso (PSF) de las imágenes y una manera de cuantificar la resolución espacial de la imágenes es obtener el ajuste gaussiano de las PSF y encontrar la semianchura o *Full Width Half Max* (FWHM) en cada una de ellas.

En el caso de que la semianchura fuera igual a cero se demostraría que no hay deformación de la fuente puntual en la imagen. En este caso no hay fuente puntual, así que nos basta con encontrar una semianchura igual a los diámetros de los cilindros que estamos analizando.

En la figura 4.11. se aprecia el hecho de que la semianchura de la PSF depende del método de reconstrucción utilizado. Se puede observar que el método de reconstrucción MLEM es el que presenta una semianchura menor, mientras que el

método FBP Ramp el de semianchura mayor. A continuación se discuten estos resultados.

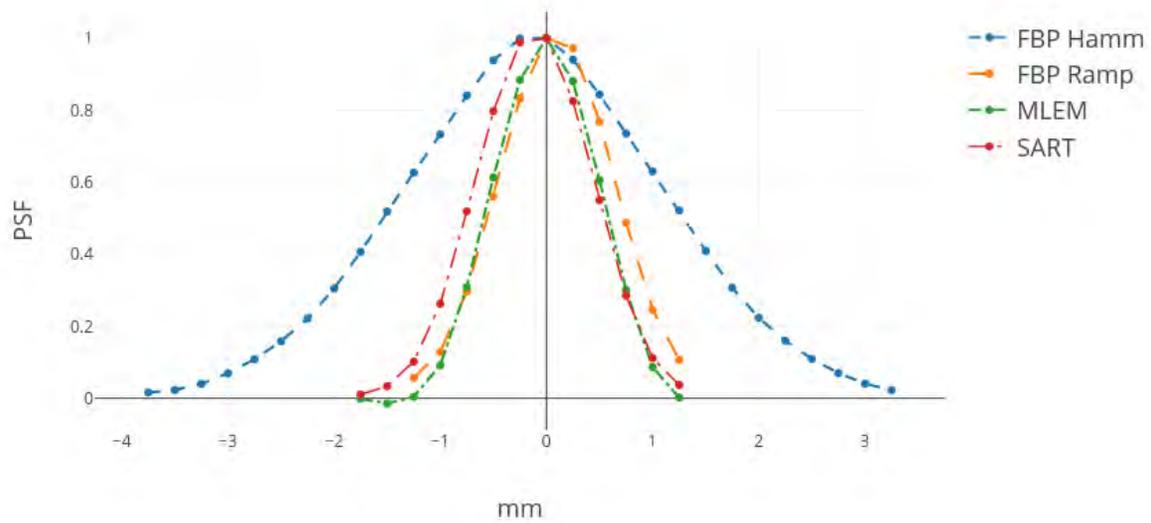


Figura 4.11. PSF para los 4 métodos de reconstrucción a 0 mm de distancia radial desde el centro del cilindro.

En la figura 4.12 se muestra el ajuste Gaussiano de un perfil vertical de un cilindro luminoso situado a 0 mm de distancia radial del cilindro exterior. Esto para el método de reconstrucción. Como ya se mencionó, los histogramas correspondientes a los perfiles verticales fueron ajustados a funciones Gaussianas con el software Origin Lab.

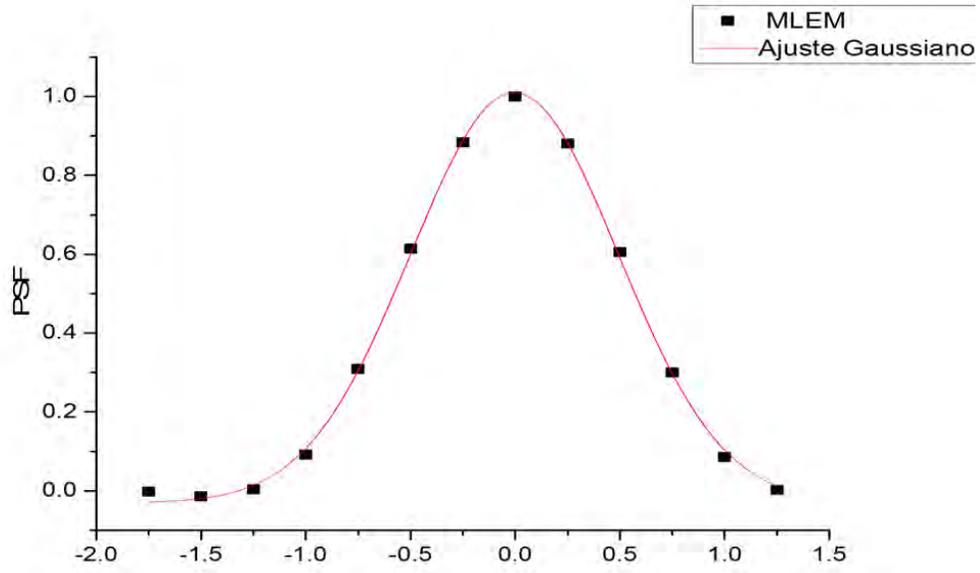


Figura 4.12. PSF, MLEM, 0 mm de distancia radial.

Las tablas 4.3 y 4.5 muestran las FWHM obtenidas de la manera ya mencionada para las distancias radiales de 0, 4, 8, 12 mm tomando como origen el centro del cilindro exterior, todo esto para los cuatro métodos de reconstrucción tomográfica.

Como las semianchuras obtenidas corresponden a un ajuste Gaussiano, se adjuntan los coeficientes de recuperación asociados a cada ajuste para determinar su calidad.

En la tabla 4.3 se puede observar que el método con mejor resolución espacial fue el MLEM pues su semianchura promedio fue menor a la de los otros métodos.

DR [mm]	FWHM Hamm	$\delta$ Hamm	$R^2$ Hamm	FWHM Ramp	$\delta$ Ramp	$R^2$ Ramp	FWHM MLEM	$\delta$ MLEM	$R^2$ MLEM	FWHM SART	$\delta$ SART	$R^2$ SART
0	2.8426	0.0285	0.9989	1.2655	0.0088	0.9998	1.1681	0.0188	0.9988	1.2854	0.0097	0.9997
4	3.0594	0.0213	0.9994	1.4811	0.0320	0.9975	1.2364	0.0116	0.9996	1.2706	0.0104	0.9997
8	3.0281	0.0327	0.9994	1.3661	0.0213	0.9985	1.0992	0.0418	0.9934	1.2603	0.0114	0.9997
12	2.9729	0.0164	0.9996	1.3391	0.0216	0.9976	1.2023	0.0151	0.9990	1.2034	0.0100	0.9996

Tabla 4.3. FWHM correspondientes a los cuatro métodos de reconstrucción para distancias radiales de 0,4,8,12 mm. Fueron obtenidas de un perfil vertical que pasaba por el origen del cilindro luminiscente.

En la tabla 4.4 se muestran las diferencias porcentuales promedio entre métodos de reconstrucción tomográfica para el perfil vertical. Podemos ver que la diferencia

entre los métodos de MLEM y SART es de 6.89% y la diferencia entre los filtros Hamm y Ramp es de 118.71%.

Métodos	Diferencia % promedio
MLEM-SART	6.89%
SART-FBP Ramp	9.45%
FBP Ramp-Hamm	118.71%

Tabla 4.4 Diferencias porcentuales promedio entre métodos de reconstrucción del perfil vertical.

En la tabla 4.5 se puede observar que el método con mejor resolución espacial fue el MLEM pues su semianchura promedio fue menor a la de los otros métodos. Con excepción del cilindro luminiscente situado a 12 mm que presentó una semianchura mayor a la de SART y su diferencia porcentual respecto a SART fue de 0.09%.

DR [mm]	FWHM Hamm	$\delta$ Hamm	R <sup>2</sup> Hamm	FWHM Ramp	$\delta$ Ramp	R <sup>2</sup> Ramp	FWHM MLEM	$\delta$ MLEM	R <sup>2</sup> MLEM	FWHM SART	$\delta$ SART	R <sup>2</sup> SART
0	2.7636	0.0357	0.9986	1.2221	0.0077	0.9996	1.1185	0.0181	0.9977	1.1904	0.0081	0.9996
4	3.0343	0.0164	0.9996	1.4775	0.0330	0.9967	1.1777	0.0117	0.9993	1.2292	0.0153	0.9990
8	2.9958	0.0288	0.9991	1.3470	0.0241	0.9982	1.1682	0.0546	0.9832	1.2154	0.0425	0.9905
12	2.9378	0.0227	0.9994	1.5085	0.0450	0.9923	1.2909	0.0850	0.9753	1.2817	0.1038	0.9705

Tabla 4.5 FWHM correspondientes a los cuatro métodos de reconstrucción para distancias radiales de 0,4,8,12 mm. Fueron obtenidas de un perfil horizontal que pasaba por el origen del cilindro luminiscente.

En la tabla 4.6 se muestran las diferencias porcentuales promedio entre métodos de reconstrucción tomográfica para el perfil horizontal. En este perfil la diferencia es menor a la encontrada en el perfil vertical, podemos ver que la diferencia entre los métodos de MLEM y SART es de 6.89% y la diferencia entre los filtros Hamm y Ramp es de 118.71%.

Métodos	Diferencia % promedio
MLEM-SART	3.89%
SART-FBP Ramp	12.85%
FBP Ramp-Hamm	112.16%

Tabla 4.6 Diferencias porcentuales promedio entre métodos de reconstrucción del perfil horizontal.

En la tabla 4.6 se muestran las diferencias porcentuales promedio entre métodos de reconstrucción tomográfica. Podemos ver que la diferencia entre los métodos de MLEM y SART se redujo 3%, es decir, la mitad respecto al perfil vertical y la diferencia entre los filtros Hamm y Ramp se redujo 6.55%.

En las figuras 4.13, 4.14 y 4.15 podemos ver que la resolución espacial se deteriora pues el tamaño de las semianchuras aumenta en cuanto nos alejamos del centro para las reconstrucciones de los métodos MLEM, SART, FBP Ramp y FBP Hamm.

Esto puede atribuirse a que en el momento de hacer la simulación tomográfica, todos los haces de rayos X pasan por el centro, entonces hay mayor energía depositada, mayor luz emitida y por lo tanto se observa mayor nitidez en la reconstrucción tomográfica pues en una imagen es más fácil detectar un objeto de mayor intensidad.

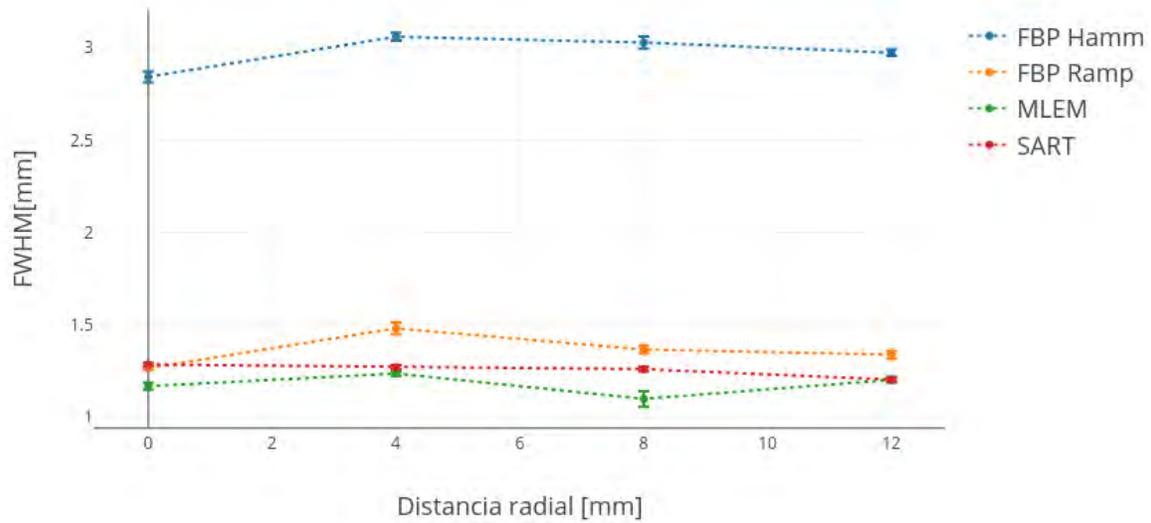


Figura 4.13. FWHM vs distancia radial perfil vertical.

Para el perfil vertical observamos que las semianchuras del método de reconstrucción FBP Hamm superan por un factor de dos a las semianchuras de los otros métodos de reconstrucción tomográfica por lo que la resolución espacial del método de reconstrucción FBP Hamm es el doble de ineficiente que los otros métodos. Reiterando las observaciones de las tablas 4.3 y 4.5 el método de reconstrucción que nos proporciona una semianchura más cercana a la realidad es el MLEM.

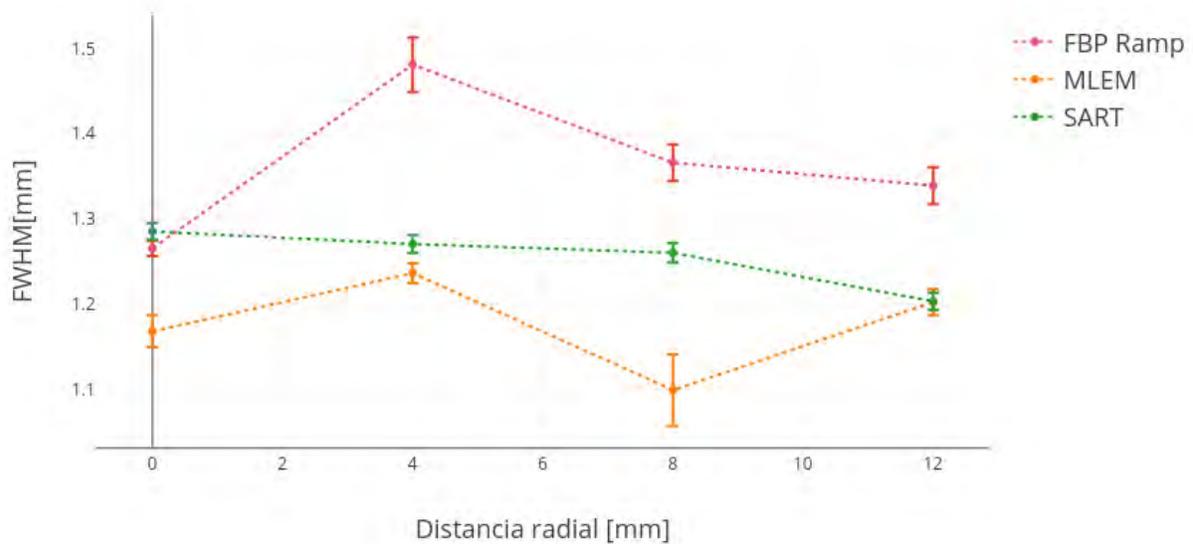


Figura 4.14. FWHM vs distancia radial perfil vertical para los métodos FBP RAMP, MLEM y SART.

Como observación particular del perfil vertical, encontramos que a distancia radial igual a cero la semianchura del método FBP Ramp es menor a la del método SART lo que es una excepción sin precedentes en nuestros resultados.

Ahora, como observación particular del perfil horizontal, la semianchura a una distancia radial de 12 mm es menor para el método SART que para el método MLEM, información que se puede corroborar en la tabla 4.5.

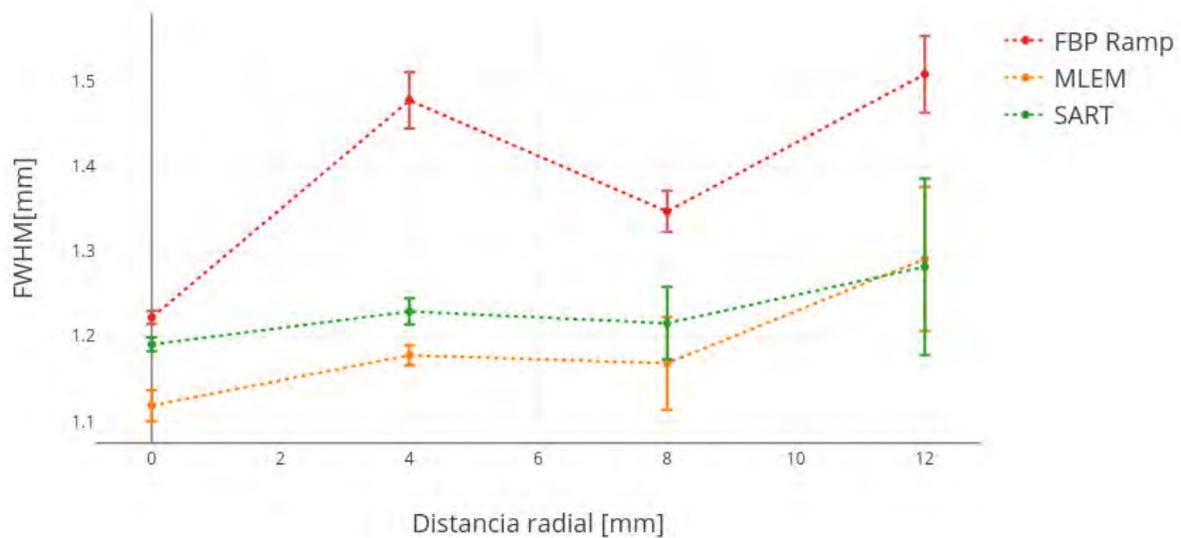


Figura 4.15. FWHM vs distancia radial perfil horizontal para los métodos FBP RAMP, MLEM y SART.

Para los dos perfiles, horizontal y vertical, y para los cuatro métodos de reconstrucción, encontramos que la semianchura incrementa a los 4 mm, baja a los 8 mm y vuelve a incrementar para encontrar un máximo global a los 12 mm.

Para explicar el incremento en las semianchuras de los cilindros situados a 4 mm y 8 mm volvamos a la simulación tomográfica, cuando se simula la incidencia de rayos X, todos los haces pasan por el centro, sin embargo se atenúan al interaccionar con el material. Por lo tanto los cilindros luminiscentes colocados a una distancia radial mayor del centro se atenúan menos pero no tienen la misma incidencia de rayos X que los haces que pasan por el centro.

Entonces, mientras que por el centro del cilindro pasan todos los haces de rayos X que no fueron absorbidos o dispersados en el camino y se deposita una cantidad de energía mucho mayor, cuando nos alejamos del centro perdemos la ventaja de que todos los haces de rayos X estén direccionados a ese punto, aunque la atenuación y dispersión de los rayos X sea menor lejos del centro, este factor no se ve compensado en la energía depositada en el material luminiscente.

Para el cilindro situado a 4 mm hay menos atenuación que para el situado en el centro, pero al haber mayor incidencia de rayos X en el centro se compensa la atenuación de los rayos X. Esto no sucede con el cilindro de 4 mm por lo que podemos observar un incremento en la semianchura y por lo tanto un deterioro en la resolución espacial de la imagen en ese punto.

Por supuesto las gráficas 4.13, 4.14 y 4.15 presentan un comportamiento oscilante de acuerdo a la naturaleza estadística de la simulación y en términos de resolución espacial una menor atenuación de la señal luminiscente no compensa una menor cantidad de energía recibida por el número de incidencia de los haces de rayos X.

Lo que se puede rescatar de las tablas 4.3, 4.4, 4.5 y 4.6 es que la resolución espacial del sistema tiende a deteriorarse en los extremos.

### 4.3. Resultados de la simulación del maniquí Derenzo con el paquete Penelope 2008.

La figura 4.16 muestra las imágenes reconstruidas de la simulación de TORX del maniquí Derenzo y si las comparamos con el mapa de dosis (figura 3.3.), encontramos que se pierde de manera radical la resolución espacial a medida en que disminuye el diámetro de los cilindros y consecuentemente la distancia de separación entre ellos.

El análisis aquí consistirá en el cociente del promedio de los máximos y los mínimos en cada una de las seis secciones.

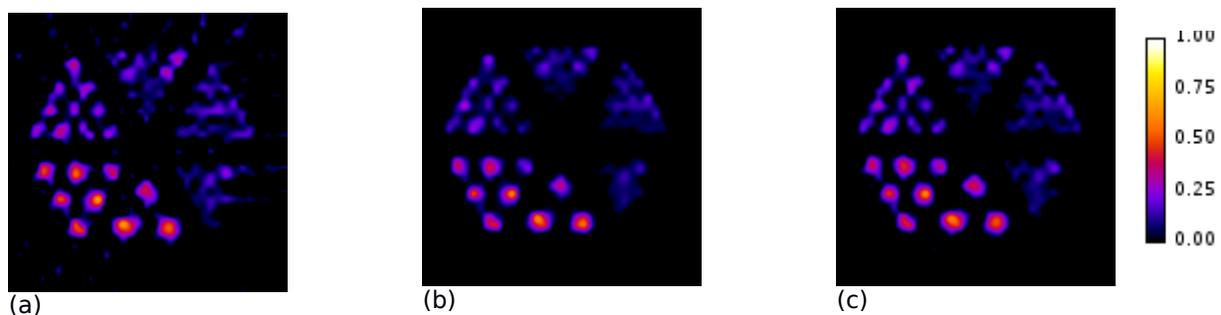


Figura 4.16 Reconstrucción tomográfica del maniquí Derenzo. (a) FBP-R, (b) MLEM, (c) SART. Escala en unidades arbitrarias.

También se hizo el análisis de la resolución espacial del sistema de la misma manera para Line, es decir, obteniendo perfiles del maniquí para encontrar la función puntual de dispersión correspondiente a cada cilindro luminiscente, se ajustó esta función a una Gaussiana utilizando el paquete Origin y se obtuvo la semianchura.

Para Derenzo el número de puntos en las gráficas dependerá de los diferentes radios de los cilindros luminiscentes y del número de filas en cada conjunto de cilindros luminiscentes.

El cociente Pico Valle (PVR: Peak Valley Ratio por sus siglas en inglés) consiste en el cociente entre el máximo de intensidad de los cilindros luminiscentes y el mínimo

de intensidad correspondiente a un perfil que pasa por el centro de cilindros luminiscentes de una fila con el mismo radio.

Es una medida de cuánto cambia la intensidad de los cilindros luminiscentes respecto al fondo. Lo podemos cuantificar con la siguiente relación:

$$PVR = \frac{i_{m\acute{a}x}}{i_{m\acute{i}n}} \quad 4.7$$

Donde  $i_{m\acute{a}x}$  es la intensidad máxima de la señal e  $i_{m\acute{i}n}$  es la intensidad mínima de la señal de un perfil de una fila de conjuntos de cilindros.

La definición de contraste es la siguiente [Hirtl et al. 2017]:

$$C = 100 \frac{(i_{meanH} - i_{meanb})}{i_{meanb}} \quad 4.8$$

donde  $i_{meanH}$  es la intensidad promedio de los cilindros luminiscentes e  $i_{meanb}$  es la intensidad promedio del fondo.

La diferencia principal entre el contraste y el PVR es que el contraste mide el cambio del valor promedio entre los cilindros y el fondo mientras que el PVR mide el cambio total entre el mínimo y el máximo.

Las gráficas que muestran la semianchura o el PVR en función de la distancia radial empiezan en 5 mm porque la primera fila de cilindros luminiscentes tiene su centro a 5 mm de distancia radial medida desde el centro del cilindro exterior.

Previo al análisis podemos ver en la figura 4.16 que la capacidad del sistema de diferenciar dos puntos se limita a los cilindros de 1.5 mm de diámetro, pues para cilindros con diámetro menor se observa traslape entre ellos. Tomando perfiles por cada fila es imposible distinguir los máximos y mínimos correspondientes a cada cilindro, entonces este análisis sólo se realizará para los conjuntos de 2.5, 2.0 y 1.5 mm.

De acuerdo con la figura 4.16 podemos decir que en este maniquí la resolución espacial del sistema para los cilindros de 1 mm es casi nula por lo que no se alcanza el límite esperado teóricamente. Esto se atribuye a la atenuación y al apantallamiento de la radiación incidente entre cilindros. El término apantallamiento se utiliza para remarcar que la interacción de la radiación con los cilindros más alejados del centro atenúa o dispersa la radiación que reciben los cilindros más cercanos al centro.

Ahora veremos las gráficas para los conjuntos de cilindros luminiscentes de 2 mm y 1.5 mm pues sólo para estos diámetros hay suficientes puntos para graficar.

La figura 4.17 muestra la gráfica de FWHM en función de la distancia radial del conjunto de cilindros luminiscentes de 2 mm para los métodos FBP RAMP y SART.

Esta figura tiene 3 puntos porque de acuerdo a la figura 3.3 tenemos 3 filas de cilindros luminiscentes.

Podemos ver que la resolución espacial se deteriora en el centro y mejora en los bordes del cilindro interior, pues la semianchura es mayor en el centro y menor en los bordes.

Esto se explica porque hay mayor atenuación de los rayos X en el centro que en los bordes.

Estos resultados son contrarios a los obtenidos con el maniquí de fuentes puntuales, donde la única manera de encontrar apantallamiento entre cilindros es en una incidencia de rayos X sobre la misma línea en donde se encuentran todos los puntos. Mientras que en el caso del maniquí Derenzo es más probable que ocurra apantallamiento pues hay mayor densidad de cilindros luminiscentes, entonces se observa que la señal luminiscente decae conforme aumenta la distancia que recorre la radiación.

Las incertidumbres asociadas a las mediciones fueron tomadas del ajuste Gaussiano obtenido de Origin. En los casos en los que el ajuste tenía bajos coeficientes de resistitución se obtuvieron incertidumbres muy altas, por lo que sólo se muestran los puntos para tener una idea de los resultados.

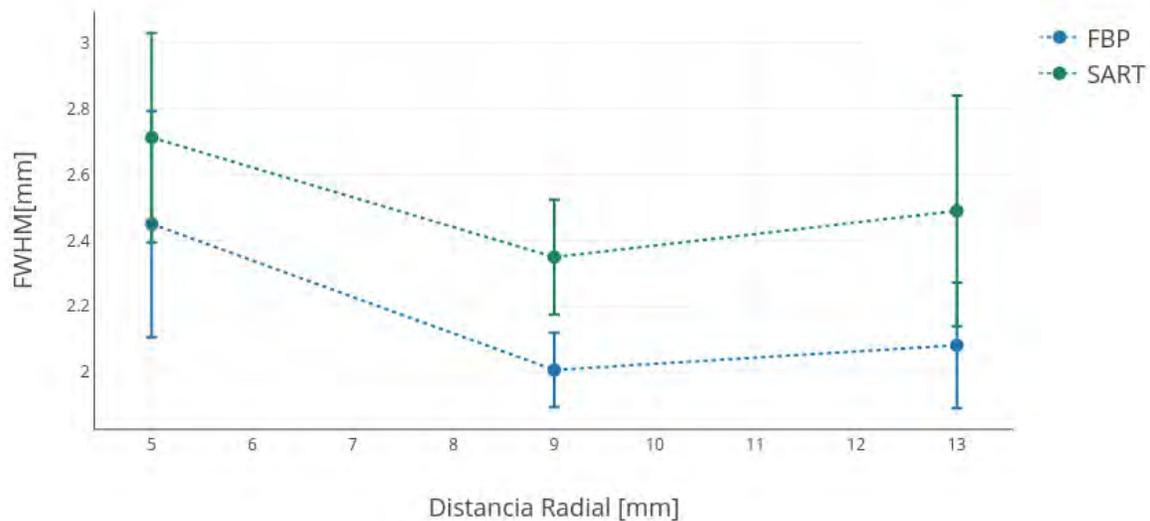


Figura 4.17. FWHM vs distancia radial del conjunto de cilindros luminiscentes de 2 mm para los

métodos FBP RAMP, MLEM y SART.

La figura 4.18. corresponde a un diámetro fijo de 1.5 mm, si la comparamos con la figura 4.17 correspondiente a 2 mm de radio, se observa un deterioro en la resolución espacial del sistema en el centro. Esto se atribuye a que tenemos un 60% más de cilindros de interacción en el conjunto de cilindros de 1.5 mm.

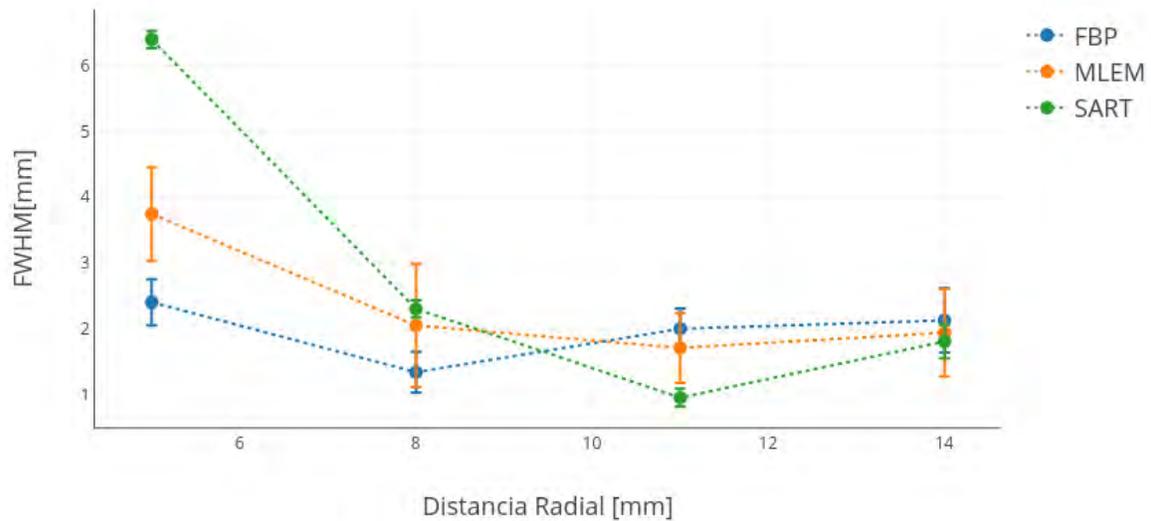


Figura 4.18. FWHM vs distancia radial del conjunto de cilindros luminiscentes de 1.5 mm de diámetro para los métodos FBP RAMP, MLEM y SART.

En la figura 4.19 se observa una gráfica de la semianchura como función del diámetro. Se observa una tendencia a una constante a partir de 1.5 mm, entonces podemos tomar 1.5 mm como el límite de resolución espacial del sistema. Que la semianchura no dependa del diámetro a partir de cierto límite soporta la hipótesis de que la atenuación interviene en la deformación de la imagen.

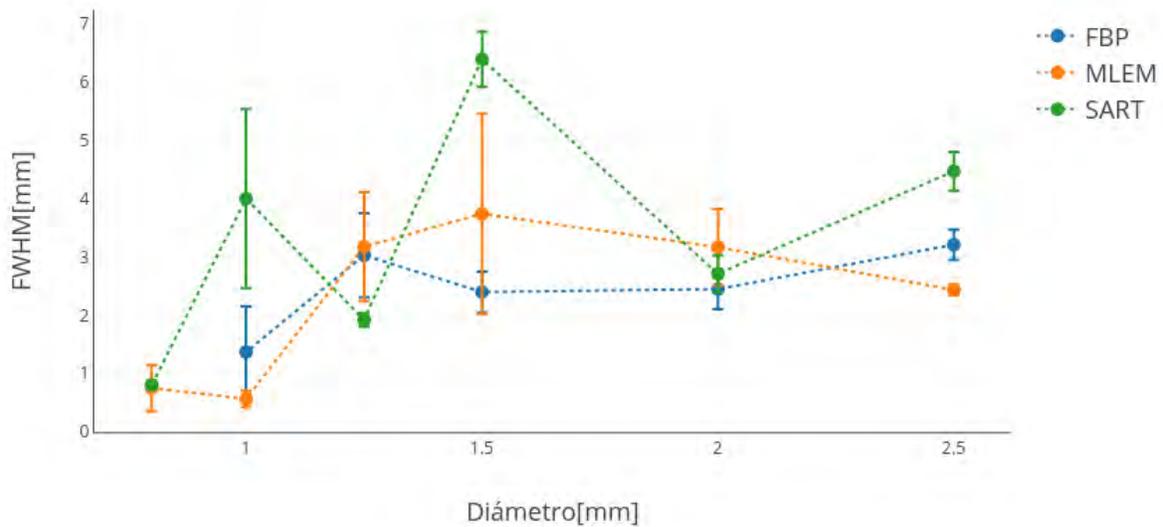


Figura 4.19. FWHM vs diámetro de los cilindros luminiscentes a una distancia radial fija de 5 mm para los métodos FBP RAMP, MLEM y SART.

En la figura 4.20. se muestra el PVR como el promedio de cada conjunto de cilindros luminiscentes.

Podemos observar que la tendencia del PVR es aumentar conforme lo hace el diámetro de los cilindros luminiscentes. Esto está relacionado con la resolución espacial de manera que a mayor PVR hay mayor diferencia entre el máximo y el mínimo y por lo tanto es más probable distinguir entre dos puntos de la imagen.

En la gráfica de resolución espacial como función del diámetro de los cilindros luminiscentes (figura 4.19) observamos que la resolución espacial no aumenta tanto a partir del límite de 1.5 mm hasta los 2.5 mm, contrario en lo sucedido en la de PVR como función del diámetro donde los valores de PVR aumentan significativamente a partir de este límite.

Recordemos que los coeficientes de recuperación CR del NEMA NU 4 también presentaron una tendencia a aumentar como función del diámetro de los cilindros luminiscentes. Sólo que para Derenzo se observa un efecto de apantallamiento hacia el centro por la presencia de otros cilindros luminiscentes lo cual se muestra en las gráficas de la semianchura como función de la distancia radial.

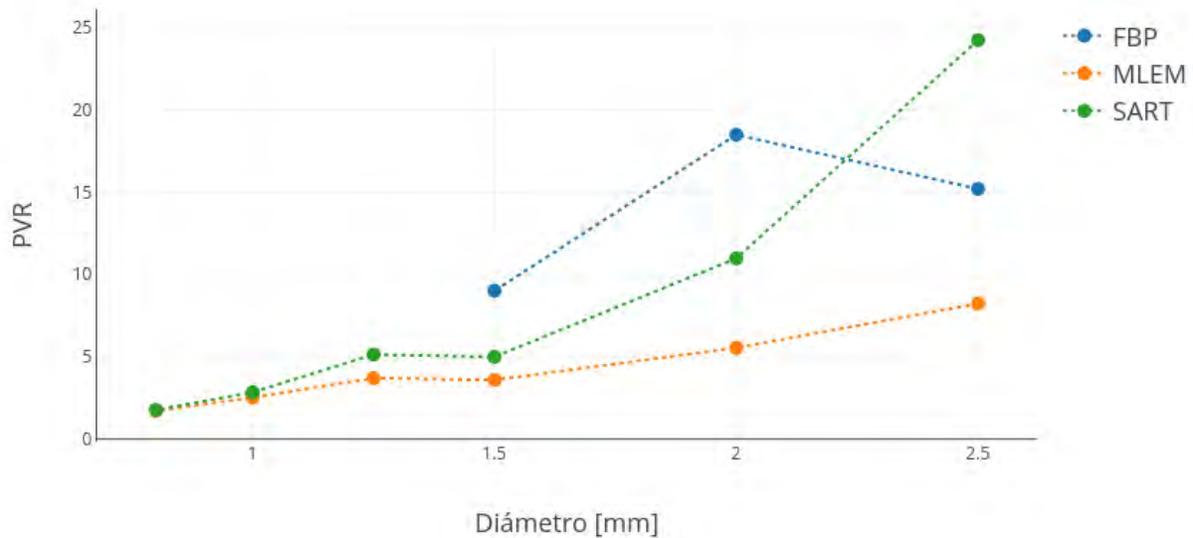


Figura 4.20. Cociente Pico Valle (PVR) vs. diámetro para los métodos FBP RAMP, MLEM y SART.

Para obtener el PVR en función de la distancia radial para los cilindros de radio: 2, 1.5 y 1 mm se tomaron los máximos y mínimos para calcular el PVR de perfiles que atravesaban una fila de cilindros de un mismo radio, es decir de un conjunto de cilindros del mismo diámetro a la misma distancia radial.

Se encontraron los siguientes resultados: para el conjunto de cilindros de 2 mm de radio el PVR muestra una tendencia a constante.

Para los cilindros luminiscentes de 1.5 mm de diámetro se observa un PVR con tendencia constante para los métodos MLEM y SART pero para el método MLEM observamos que el PVR se deteriora hacia el centro.

Y por último, para los cilindros luminiscentes de 1.0 mm de diámetro se observa que el PVR es mayor hacia el centro y muestra una tendencia constante a partir de 6 mm de distancia radial.

Para estos resultados no se toman en cuenta las oscilaciones estadísticas de la simulación, por lo que sólo se habla de tendencias.

## Capítulo 5. Conclusiones.

---

En esta tesis se diseñaron geometrías siguiendo el formato de Penelope 2008 para una serie de maniqués digitales. Se realizaron simulaciones Monte Carlo que se adaptaron a la técnica TORX mediante una reconstrucción tomográfica de la señal luminiscente y se hizo un análisis para cuantificar la calidad de las imágenes obtenidas, es decir, qué tanto se parece la imagen reconstruida a la imagen real. Esto se pudo encontrar porque la información real es la que proviene del diseño de la geometría del maniquí.

El análisis se hizo adaptando el protocolo "Performance Measurements of Small Animal Positron Emission Tomographs" [NEMA Standards Publication NU 4, 2008] a la técnica TORX. Para el caso de Derenzo no hay un protocolo existente ya que en la práctica es una prueba cualitativa de la resolución espacial de una imagen. Así que se hizo un estudio de resolución espacial del sistema midiendo las semianchuras y las funciones de respuesta puntuales de las imágenes reconstruidas. También se utilizó el Cociente Pico Valle para encontrar resultados.

Se realizaron pruebas de validación de los programas de simulación, confirmando que la dosis calculada es lineal en función del número de fotones y que el ruido relativo disminuye como función del número de fotones. Además se encontró que los efectos de atenuación alteran la uniformidad en la dosis.

Se analizaron las imágenes reconstruidas con los métodos FBP, SART y MLEM y se compararon los resultados de estos métodos de reconstrucción en cada uno de los estudios para encontrar el método que arrojó mejores resultados en cada uno de los análisis realizados.

En las imágenes reconstruidas se buscó encontrar los parámetros asociados a la mejor descripción de la imagen real. Por ejemplo, uniformidad en la imagen reconstruida concuerda con la descripción de la imagen real, donde la concentración de la sustancia luminiscente es homogénea y el coeficiente de derrame está asociado a la dispersión de la señal luminiscente en la imagen reconstruida.

Para el maniquí NEMA NU 4 se encontró que los coeficientes de recuperación varían como función del diámetro, a mayor diámetro se encontró mayor intensidad de la luz emitida, lo que no tendría que suceder porque la concentración inicial de sustancia luminiscente en los cilindros es homogénea. Se encontró que el método que presentó una variación menor fue el MLEM con una diferencia porcentual promedio de 3.89% respecto a SART.

Para el estudio de uniformidad el método MLEM presentó un coeficiente de homogeneidad 41.25% que fue el más bajo entre los métodos utilizados y se asocia a mayor uniformidad en la imagen.

Como medida de la radiación dispersada se utilizó el coeficiente de derrame (SOR) y se encontró que el método con se encontró el menor coeficiente de derrame fue el

SART porque se observó que la diferencia porcentual promedio de los coeficientes de derrame fue el 21.10% en agua y el 40.62% en aire respecto del método MLEM.

Al comparar los resultados de los maniqués NEMA NU4 y Derenzo encontramos efectos contrarios en cuanto a la resolución espacial en función de la distancia radial tomando como origen el centro del cilindro luminiscente.

En el estudio de fuentes puntuales del maniqué NEMA NU4 se observa que la resolución espacial decae en los extremos del maniqué, esto se explica porque hay mayor incidencia de rayos X en el centro del cilindro tomando en cuenta la geometría del dispositivo. Sin embargo siempre hay factores de atenuación en la simulación que no son suficientes para contrarrestar los efectos de distribución de la radiación en la geometría.

En el maniqué Derenzo se observa que la resolución espacial decae en el centro, pues aunque en principio la geometría favorece la incidencia de rayos X, la atenuación de la radiación por la interacción con un mayor número de cilindros evita que se deposite la misma cantidad de dosis que se depositaría sin cilindros que obstaculizaran el camino.

Encontramos que el cociente pico a valle del maniqué Derenzo y los coeficientes de recuperación de la sección de calidad de imagen del NEMA NU4 nos dan información sobre la intensidad de la luz emitida en el sistema. Ambos coeficientes crecen con el radio, lo cual no tiene sentido físico porque hay una concentración homogénea de solución luminiscente en cada cilindro.

No se encontraron variaciones significativas del PVR en función de la distancia radial, ni de la semiachura como función del diámetro, porque aunque el contraste y la resolución espacial están relacionados con la definición de la calidad de imagen en el sistema, éstos no se guían por los mismos parámetros.

Para el maniqué Derenzo se encontró una resolución espacial de 1.5 mm, comparando con experimentos similares en los que se encontró que la resolución espacial fue de 1 mm [Rosas 2015], el decremento de la resolución espacial para la simulación utilizada en esta tesis se explica por efectos de apantallamiento atribuidos a una mayor cantidad de cilindros simulados.

Con esta información se cuantificó la calidad de las imágenes reconstruidas de los maniqués NEMA NU 4 y Derenzo simulados por el método TORX.

# Bibliografía.

---

Attix. F.H. (1986) Introduction to Radiological Physics and Dosimetry. John Wiley & Sons, United States of America.

Bushberg J.T., Seibert A., Leidholdt E.M., Boone J.M. (2001) The Essential Physics of Medical Imaging, 2nd. ed. Lippincott Williams Wilkins, USA.

Cano Serrano E. (2017) Evaluación de Calidad de Imagen en Tomografía Óptica de Luminiscencia por Excitación Selectiva con Rayos X a través de PSNR y SSIM, Tesis de Licenciatura en Física, Facultad de Ciencias, UNAM.

Derenzo S.E., Budinger T.F., Cahoon J.L., Huesman R.H., Jackson H.G.(1977) High Resolution Computed Tomography of Positron Emitters, IEEE Transactions in Nuclear Science, Vol: NS-24 No. 1, 1-15.

Herman G.T. (2009) Fundamentals of Computerized Tomography, 2nd ed. Springer, New York, USA.

Hirtl A., Bergmann H. Knäusl B., Beyer T., Figl M. (2017) Fully- automated analysis of Jaszczak phantom measurements as part of routine SPECT quality control, American Association of Physicists in Medicine, Volumen: 44.

Iturralde M. P. (1990) Dictionary and handbook of nuclear medicine and clinical imaging, CRC Press Inc. Florida U.S.A.

Jacques S.L., Pogue B. Tutorial on diffuse light transport, Journal of Biomedical Optics, Volumen: 13(4), 1-4 (2008).

Jain A.K. (1989), Fundamentals of Digital Image Processing, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, U.S.A.

Li C., Martínez-Dávalos A., Cherry S.R., “Numerical simulation of x-ray luminescence optical tomography for small-animal imaging”, J. Biomed. Opt. 19-4 (2014) 046002.

Ljungberg M., Strand S.E., King M. (1998) Monte Carlo calculations in nuclear medicine, Institute of Physics Publishing, Bristol and Philadelphia, IOP Publications, Medical Science Series. Capítulo 1.

NEMA Standards Publication NU 4 (2008) Performance Measurements of Small Animal Positron Emission Tomographs, National Electrical Manufacturers Association, Virginia, U.S.A.

Patton D., (1996) A history of Radiological Sciences, Röntgen’s Inheritance, Radiology Centennial Inc., Chapter 1.

Pratx G., Carpenter C.M. et al. (2010a) Tomographic molecular imaging of x-ray excitable nanoparticles, Optics Letters 35-20:3345-47.

Pratx G. Carpenter C.M., et al. (2010b) X-Ray Luminescence Computed Tomography via Selective Excitation: A Feasibility Study, IEEE Trans. Med. Im. 29-12:1992-1999.

R. Birch and M. Marshall, "Computation of bremsstrahlung x-ray-spectra and comparison with spectra measured with a Ge(Li) detector", Phys. Med. Biol.24(3), 505-517 (1979).

Raeside D.E., "Monte Carlo Principles and Applications", Phys. Med. Biol. 21-2 (1976) 181-197.

Rodríguez Villafuerte M. (2013) "Física Médica", en Fronteras de la Física en el siglo XXI, Miramontes O. y Volke K. (eds.) Coplt ArXives, México.

Rosas González S. (2015), Simulación Monte Carlo en tomografía óptica de luminiscencia estimulada por rayos X, Tesis de Maestría en Ciencias (Física Médica) Universidad Nacional Autónoma de México.

Shepp L.A., Logan B.F., The Fourier Reconstruction of a Head Section, IEEE Trans. Nucl. Sci. NS-21, 21-43 (1974).

Wang L.V., Wu H. (2007), Biomedical Optics: Principles and Imaging, New Jersey: Hoboken, John Wiley & Sons.

Yu Z., Noo F., Dennerlein F., et al. (2012). Simulation tools for two-dimensional experiments in x-ray computed tomography using the FORBILD head phantom, Physics in Medicine and Biology, 57: páginas: 1-16.

Rosas-González S., Martínez-Dávalos A., Rodríguez-Villafuerte M., Murrieta-Rodríguez T., "Monte Carlo Simulation of an X-ray Luminescence Optical Tomography scanner prototype", XIII Mexican Symposium on Medical Physics, AIP Conf. Proc. 1626 (2014) 193-196.

Forbild Head Phantom description:

<http://www.imp.uni-erlangen.de/forbild/deutsch/results/head/head.html>

Consultada el 20 de octubre de 2016.

Monte Carlo Simulation:

<http://omlc.org/software/mc/>

Consultada 30 de octubre de 2015.

XCOM:

<http://physics.nist.gov/PhysRefData/Xcom/html/xcom1.html>

Consultada el 13/01/17.

# Apéndice.

---

A continuación se anexa un extracto del diseño del maniquí Derenzo según el formato de Penelope 2008 donde se modela el conjunto de cilindros luminiscentes de 1.25 mm de diámetro dentro del cilindro de agua de 3 mm de diámetro.

XX

## Derenzo

00

SURFACE ( 1) PLANE Z=0.0

INDICES=( 0, 0, 0, 1, 0), NUMBER OF PARAMETERS=( 0)

00

SURFACE ( 2) PLANE Z=3.00 cm (tapa superior del maniqui)

INDICES=( 0, 0, 0, 1,-1), NUMBER OF PARAMETERS=( 1)

Z-SCALE=( 1.500000000000000E+00, 0)

00

SURFACE ( 3) PLANE Z=-3.00 cm (tapa inferior del maniqui)

INDICES=( 0, 0, 0, 1, 1), NUMBER OF PARAMETERS=( 1)

Z-SCALE=( 1.500000000000000E+00, 0)

00

SURFACE ( 4) CYLINDER R=0.0625 cm (radio del cilindro interno)

INDICES=( 1, 1, 0, 0,-1), NUMBER OF PARAMETERS=( 3)

X-SCALE=( 0.062500000000000E-00, 0)

Y-SCALE=( 0.062500000000000E-00, 0)

X-SHIFT=( 0.500000000000000E-00, 0)

00

SURFACE ( 5) CYLINDER R=0.0625 cm (radio del cilindro interno)

INDICES=( 1, 1, 0, 0,-1), NUMBER OF PARAMETERS=( 4)

X-SCALE=( 0.062500000000000E-00, 0)

Y-SCALE=( 0.062500000000000E-00, 0)

X-SHIFT=( 0.716506350946109E-00, 0)

Y-SHIFT=( 0.125000000000000E-00, 0)

00

SURFACE ( 6) CYLINDER R=0.0625 cm (radio del cilindro interno)

INDICES=( 1, 1, 0, 0,-1), NUMBER OF PARAMETERS=( 4)

X-SCALE=( 0.062500000000000E-00, 0)

Y-SCALE=( 0.062500000000000E-00, 0)

X-SHIFT=( 0.716506350946109E-00, 0)

Y-SHIFT=(-0.124999999999999E-00, 0)







