



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

FACULTAD DE CIENCIAS

**Análisis poblacional y de fecundidad de
Tozeuma carolinense (Decapoda: Caridea:
Hippolytidae) en tres localidades del Golfo
de México**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

BIÓLOGA

P R E S E N T A:

Irma Lorraine Mercado Sánchez



**DIRECTOR DE TESIS:
M. en C. José Luis Bortolini Rosales
2017**

Ciudad Universitaria, CDMX



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

1. Datos del alumno.

Mercado
Sánchez
Irma Lorraine
5516579253
Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Ciencias
Biología
309566692

2. Datos del tutor.

M. en C.
José Luis
Bortolini
Rosales

3. Datos del sinodal 1

Dra.
María del Carmen
Hernández
Álvarez

4. Datos del sinodal 2

M. en C.
Maricela Elena
Vicencio
Aguilar

5. Datos del sinodal 3

M. en C.
Alicia
Rojas
Ascencio

6. Datos del sinodal 4

Dra.
María del Pilar
Alonso
Reyes

7. Datos del trabajo escrito

Análisis poblacional y de fecundidad de *Tozeuma carolinense* (Decapoda: Caridea: Hippolytidae)
en tres localidades del Golfo de México.

65 págs.

2017

AGRADECIMIENTOS:

Agradezco a mi asesor **M. en C. José Luis Bortolini Rosales** quien dirigió esta tesis y me brindó su orientación, vasto conocimiento e infinita paciencia durante su realización.

A la **Dra. María del Pilar Alonso Reyes** por ser la guía que cualquier estudiante de Ciencias quisiera tener a la hora de realizar los análisis estadísticos y por su función como sinodal.

A mis sinodales, **Dra. María del Carmen Hernández Álvarez, M. en C. Maricela Elena Vicencio Aguilar, M. en C. Alicia Rojas Ascencio** por su tiempo y atención brindados durante la corrección de esta tesis.

Al **Dr. José Luis Villalobos Hiriart** por la orientación en la identificación de los organismos recolectados.

A **Erick Garduño Lara**, estudiante de Biología en esta facultad, por su ayuda en el trabajo de laboratorio.

A **Ilse Rivera Fernández y Ana Cristina Martínez Ortiz** por el procesamiento previo de algunas muestras utilizadas en este trabajo.

A **Jorge Luis y Luis Díaz**, animosos pescadores de la laguna de Tamiahua por su apoyo en el trabajo de campo.

A la **Universidad Autónoma de México**, mi alma máter, por la educación de alta calidad que ofrece y las infinitas posibilidades artísticas y culturales que facilita.

DEDICATORIA:

Esta tesis va dedicada principalmente a ustedes, **mis padres**, que son mi guía, mi sostén, mi motor, mi todo. Sin su ayuda absolutamente nada de lo que he logrado en mi vida sería posible. Gracias infinitas por toda la paciencia (y sé que necesitaron mucha porque me tardé años, jajaja) y por todo el amor que me brindaron en este período, que, sin duda, ha sido el más duro.

Te agradezco, hermosa, por todas las veces que me llevaste café apagado en la madrugada y me pedías que me fuera a dormir, que mejor terminara otro día; por las innumerables ocasiones en las que te dije que ya no podía y te enojaste mientras decías “nunca digas eso, tú siempre puedes, siempre”; por aquellos momentos en los que viste frustración reflejada en mi rostro y no preguntaste nada, sólo me diste un gran abrazo y un beso; por siempre trabajar tan duro para darme todo lo que necesito y más, por mantener a tu hija NINI y hasta ser feliz por hacerlo; por ser mi confidente, mi alma gemela, mi persona favorita (al ritmo de la canción). Gracias, papi, por toda la sabiduría con la que siempre me hablas, por todo el conocimiento diplomático/político y por todos los consejos de vida que me diste y me sigues dando, porque sin ellos me hubiera tropezado en este camino muchas más veces de las que lo hice; por todas las comidas en las que soportaste que me quejara amargamente de mi tesis, una y otra vez; por consentirme con un helado cuando me veías desanimada y por decirme que “todo a su tiempo” que “no hay prisa”; por ser el hombre de mi vida, mi ejemplo a seguir, por haberme enseñado a amar según Fromm y a perseguir mis objetivos como Maquiavelo, por ser el mejor hombre que conozco, pero sobre todo por ser el mejor papá del mundo.

A **Shana** por consentirme cada que tenía un mal día, por escuchar mis mil reproches y mis malos humores tesísticos, por odiar a todo el mundo conmigo, por vivir junto a mí la presión de una fecha límite de entrega y sentir angustia como si fuera suya, por los maratones de PLL que compartimos entre correcciones de tesis y por ser la mamá sustituta más increíble que pude haber pedido, la más molestona, la tía más gruñona, la madrina más consentidora. Gracias por apoyar tanto a mamá y demostrar cuál es el verdadero significado de la familia.

A **Susillón** por ser la hermana que nunca tuve, por estar siempre ahí con un meme o una empanada en mis buenos y malos momentos. Gracias por adoptarme en tu familia y molestar me como ninguna y sentir tu amor en cada palabra hostil, por superar los cambios que han ocurrido en nuestras vidas y aprender a adaptarnos, por tener la confianza de abrirme tu corazón y por guardar los secretos más oscuros del mío. La verdad me enseñaste algo invaluable pues contigo por fin entendí el significado de una verdadera amistad, sé, por ejemplo, que no importa cuán lejos estemos, lo mucho que hayamos cambiado o lo

diferentes que se hayan tornado nuestros caminos, siempre vamos a estar la una para la otra hasta que seamos viejitas. Te amo con el alma porque eres más que una amiga parte de mi familia.

A **Diego** por ser el hombre más dulce y tierno. Gracias por desvelarte conmigo en cada corrección, vivir conmigo todos los estados de ánimo que esta tesis me produjo, hacer tuya mi frustración y elevar mis ánimos a las 4 de la mañana, por ayudarme a estudiar en los momentos más rándom del mundo, apoyarme en cada una de mis decisiones, hacerme reír cuando estuve triste o molesta, llevarme comida cuando sabías que lo necesitaba y muestras de afecto cuando no las pedía, mas sabías que las requería, pero sobre todo gracias por quererme y aceptarme como soy.

A **Zurya** por ser mi compañera del mismo dolor tesístico, comprender mi sufrimiento ya que tú sufriste lo mismo o más que yo. Por las batallas de Beyblade en los pasillos de física, los postres brasileños compartidos y las charlas eternas que tuvimos en Darwin, el laboratorio o Prometeo. Por demostrarme que sí existen las verdaderas amigas en la universidad (aunque parezca difícil). Por ser la misma mujer graciosa e inteligente de toda la vida y darme la seguridad de que te puedo dejar de ver por meses sin temer que eso cambie algo entre nosotras.

A **Iri** por vivir conmigo este proceso desde el principio, por cada comida en Flor de Liz, cada noche de fiesta y cada tarde de café. Por preocuparte por mi bienestar profesional y sentimental, alentarme a buscar más cada día, soñar conmigo sobre nuestro futuro e imaginarnos juntas siendo exitosas y felices, adineradas, poderosas, guapas y amadas. Sé que vamos a lograr todo lo que hemos imaginado y que en unos muchos años podremos hacer nuestra propia película de S&TC.

A **Francis** por devolverme la fe en la amistad hombre-mujer, por ser mi hermano, mi compañero de fiestas, mi consejero y guía en la búsqueda del entendimiento masculino. Gracias por entender mis etapas extrañas, por no dejarme pese a mis días de distancia y siempre estar ahí cuando lo he necesitado. Por mostrarme lo más profundo de ti, tus sentimientos, tus miedos, tus sueños. Gracias por ser mi mejor amigo y nunca alejarte de mí.

A **Jorge**, por estar siempre presente en mis pensamientos y más recientemente en mis días, por escuchar con entusiasmo la historia de cómo llegué hasta aquí, interesarte en este proyecto como si lo hubieras vivido conmigo desde el principio, por recordar viejos tiempos y ser felices con aquellos sueños de juventud que quizás algún día se vuelvan realidad.

A mis primos **Ricky** y **Lina** que efectivamente son familia, pero que se convirtieron en mucho más que eso pues se volvieron mis amigos y mis hermanos, gracias por apoyarme, escucharme y aguantar mi escándalo en la madrugada, por nunca desesperarse por el desastre que soy y por siempre tener una sonrisa en la boca ante las miles de historias trágicas que tenía que contar.

Al **M. en C. José Luis Bortolini Rosales**, mejor conocido como “Bortow” por apoyarme, orientarme y motivarme en cada paso de este proyecto, por haber confiado en mí siempre y pese a todo, por presionarme cuando fue necesario, por animarme en los momentos de frustración, por todas las comidas, risas, viajes, charlas y aventuras que compartimos durante este tiempo. Por ser un excelente asesor, de esos que todos los tesisistas sueñan, pero sobre todo por ser un gran amigo.

A la **Dra. Pilar** por todo el conocimiento brindado, la infinita paciencia y la sonrisa con la que me recibió en cada una de mis visitas, por acompañarme al congreso, echarme porras y animarme, por aquellas turisteadas en Yucatán, miradas de complicidad en las charlas de crustáceos y ayuda infinita en mi presentación.

A **Erick** por acompañarme en el laboratorio hasta altas horas de la noche durante tantas ocasiones, por compartir conmigo nuestra primera presentación en un congreso, por echarnos porras mutuamente, quedarnos dormidos en un camastro y por ceder a su orgullo y agregarme en FB.

A la amistad que me brindaron todas aquellas personas que no pude mencionar, pero que me brindaron toda su ayuda, alegría, ánimos y cariño en este largo trayecto.

Al amor, por estar siempre presente en mi vida, servirme de aliciente e inspiración.

ÍNDICE

Resumen	iv
Abstract	v
Introducción	1
Antecedentes	8
Objetivos	11
Área de estudio.....	12
Material y método	14
Resultados	21
Discusión.....	32
Conclusiones	38
Literatura citada.....	40
Anexo A. Análisis discriminante	48
Anexo B. Análisis de regresión.....	52

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Anatomía de <i>Tozeuma</i> spp.	4
Figura 2. Sitios de recolecta	13
Figura 3. Análisis morfométrico y etapas de desarrollo embrionario	17
Figura 4. Distribución de la abundancia con base en el largo del caparazón (LCa)	25
Figura 5. Distribución de la abundancia por tallas del largo del caparazón de acuerdo al sexo (machos: ♂ y hembras: ♀)	26
Figura 6. Distribución de la abundancia por tallas del largo del caparazón (LCa) de hembras ovígeras y hembras no ovígeras	27
Figura 7. Relación del número de huevos ovopocitados y el largo del caparazón (LCa) de la hembra	29
Figura 8. Relación del diámetro de los huevos ovopocitados y el largo del caparazón (LCa) de la hembra	30
Figura 9. Distribución de abundancia de hembras ovígeras (♀Ov) y no ovígeras (♀NOv) durante el 2013 en el Cayo.	31

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Fechas de colecta por sitio de muestreo.	15
Tabla 2. Tallas mínimas, máximas y promedio para cada uno de los sexos y en cada sitio de colecta.....	23
Tabla 3. Abundancia total por sexos y entre hembras ovígeras y no ovígeras para cada una de las localidades.	24

Resumen

Tozeuma carolinense ha sido objeto de estudio de proyectos que abarcan distintos aspectos de la especie, sin embargo, poco es lo que se ha descrito sobre su reproducción, debido a esto en el presente trabajo se pretende abordar a detalle la proporción sexual de las poblaciones, la estructura poblacional y su fecundidad; establecer la relación entre el tamaño de la hembra y el número de embriones, así como la relación que guarda con el tamaño de los mismos. Se realizaron muestreos en tres localidades del Golfo de México: arrecife de isla Lobos en el estado de Veracruz, el Cayo en la laguna de Términos y la desembocadura de Ría Celestún, ambos en el estado de Campeche. Los organismos colectados fueron medidos, agrupados según su sexo y separados en machos y hembras, estas últimas se subdividieron en hembras ovígeras y no ovígeras. A partir del largo del caparazón (LCa), se establecieron 10 intervalos de clase que son los grupos de tallas en donde se ubicaron a los organismos para realizar las siguientes gráficas: número de organismos totales, relación de hembras-machos y relación de hembras ovígeras-no ovígeras; en el caso de estas últimas, los embriones fueron separados, contados, medidos y clasificados en tres etapas de desarrollo según lo propuesto por Anger y Moreira (1998); con base en esto, se realizó una regresión lineal para determinar la correlación entre el número de embriones entre los pleópodos y el LCa y para la relación del tamaño de los embriones con el LCa. Se analizó un total de 480 individuos, los cuales presentaron tallas desde los 0.13 cm hasta los 1.13 cm de LCa. Las poblaciones de cada una de las localidades observaron diferentes proporciones sexuales, pero coinciden en presentar a los machos como los organismos que se encuentran en los primeros grupos de tallas y las hembras en los últimos, es decir, existe una tendencia a presentar, en promedio, machos de tallas menores con relación a las hembras. Al analizar la distribución de tallas en hembras ovígeras y no ovígeras se encontró que las primeras tienden a ser más grandes que las segundas. En el caso del análisis de fecundidad, se observó una relación positiva tanto en el número de embriones puestos y LCa como en la relación entre el tamaño de los embriones y el LCa.

Palabras clave: Fecundidad, Reproducción, *Tozeuma carolinense*.

Abstract

Tozeuma carolinense has been the object of study of projects that involve different aspects of the species, however, little has been described about its reproduction, due to this, in the present work it is tried to approach in detail the sexual proportion of the populations, the population structure and fecundity; to establish the relation between the size of the female and the number of embryos, as well as the relation that keeps with the size of the same. Sampling was carried out in three localities of the Gulf of Mexico: isla Lobos Reef in the State of Veracruz, the Lagoon of Terms and the estuary of Celestún River, both two in the State of Campeche. The organisms collected were measured, sexed and separated in males and females, the latter were subdivided into ovigerous and non-ovigerous females. From the length of the carapace (LCa), 10 class intervals were established in which the organisms were placed to be able to make the following graphs: number of total organisms, relation of females and males and relation of ovigerous and non-ovigerous females; in the case of the latter, the embryos were separated, counted, measured and classified in three stages of development as proposed by Anger and Moreira (1998); based on this, a linear regression was performed to determine the correlation between the number of embryos and the LCa and one more for the relation of the size of the embryos with the LCa. A total of 480 individuals of *T.carolinense* were analyzed, which presented sizes from 0.13 cm to 1.13 cm of LCa. The populations of each one of the localities observed different sexual proportions, but they coincide in presenting to the population of males as the organisms that are in the first class intervals and the females in the last, that is to say, there is a tendency to present males of smaller sizes in average in relation to the population of females. When analyzing the distribution of sizes in ovigerous and non-ovigerous females, it was found that the former tends to be larger than the latter. In the case of the fecundity analysis, a positive relation was observed both in the number of embryos placed and LCa and in the relation between the size of the embryos and LCa.

Key words: Fecundity, Reproduction, *Tozeuma carolinense*.

Introducción

Tozeuma carolinense Kingsley, 1878 es un crustáceo que posee la siguiente clasificación (de phylum a familia tomado de Ahyong, *et al.*, 2011, de género a especie tomado de Chace, 1997):

Phylum: Arthropoda von Siebold, 1848
Subphylum: Crustacea Brünnich, 1772
Clase: Malacostraca Latreille, 1802
Subclase: Eumalacostraca Grobben, 1892
Superorden: Eucarida Calman, 1904
Orden: Decapoda Latreille, 1802
Suborden: Pleocyemata Burkenroad, 1963
Infraorden: Caridea Dana, 1852
Superfamilia: Alpheoidea Rafinesque, 1815
Familia: Hippolytidae Dana, 1852
Género: *Tozeuma* Stimpson, 1860
Especie: *T. carolinense* Kingsley, 1878

Los crustáceos son un grupo de artrópodos que incluye cangrejos, camarones, langostas, langostinos, copépodos, percebes, isópodos, entre otros. Son sumamente variados en tamaños y formas por lo que se consideran como uno de los grupos con mayor diversidad morfológica en el planeta (Martin y Davis, 2001).

Asignarles un plan corporal específico es complicado, pero todos tienen características en común como tener el cuerpo dividido en cabeza o *cephalon*, resultado de la fusión de seis segmentos¹ (además del *acron*), un tórax o *pereion*, y un abdomen o *pleon*, ambos multi-segmentados, en ocasiones la cabeza y el tórax se fusionan para formar un cefalotórax; apéndices multi-articulados unirrámeos y birrámeos, mandíbulas que utilizan para morder, perforar o masticar; ocelos y/u ojos compuestos; un par de antenas y una larva denominada nauplius en sus primeros estadios de desarrollo (Brusca *et al.* 2016).

Constituyen uno de los principales grupos zoológicos del medio acuático y ocasionalmente se les encuentra en el medio terrestre; son integrantes importantes de las comunidades marinas, salobres y de agua dulce; son muy apreciados como recurso en la

¹ Segmentos: Protocerebral, antenular y antenal; Somitas: mandibular, maxilar y maxilar.

economía del hombre ya que tienen un gran valor gastronómico, además, frecuentemente se les encuentra en el contenido estomacal de peces que tienen importancia económica (Boschi, 1964).

El orden Decapoda es un grupo de crustáceos formado por organismos que poseen generalmente el caparazón calcificado, sus primeros tres pares de apéndices torácicos están asociados a la boca (maxilípedos), por lo que los cinco pares² restantes poseen funciones diversas como la locomoción, defensa y recolección de alimentos (Bauer, 2004). Este grupo se conforma por aproximadamente 1,800 especies, contenidas en dos subórdenes. El primero se conoce como Dendrobranchiata y en él se encuentran los clásicos camarones, divididos en las superfamilias Penaeoidea y Sergestoidea. El segundo, Pleocyemata, abarca a las demás especies de camarones, langostinos, langostas y cangrejos repartidos en los infraórdenes, Achelata, Anomura, Astacidea, Axiidea, Brachyura, Caridea, Gebiidea, Glypheidea, Polychelida y Stenopodidea (Hendrickx, 2012).

A diferencia de los otros grupos de Pleocyemata, los carídeos tienen la segunda placa abdominal sobrelapada con las placas del primer y tercer segmento (Bauer, 2004); además se caracterizan por tener máximo dos pares de pereiópodos quelados; dicho infraorden se conforma por 14 superfamilias y 35 familias (Ahyong, *et al.*, 2011), dentro de las cuales se encuentra la superfamilia Alpheoidea que contiene a la familia Hippolytidae (Martin y Davis, 2001). De acuerdo a De Grave y Fransen (2011), la familia Hippolytidae contiene 36 géneros, uno de ellos es el género *Tozeuma* Stimpson, 1860.

El género *Tozeuma* contiene 11 especies: *T. armatum* Paulson, 1875; *T. carolinense* Kingsley, 1878; *T. cornutum* Milne-Edwards, 1881; *T. elongata* (Baker, 1904); *T. erythraeum* Nobili, 1904; *T. kimberi* (Baker, 1904); *T. lanceolatum* Stimpson, 1860; *T. novaezealandiae* Borrandaile, 1916; *T. pavoninum* (Spence Bate, 1863); *T. serratum* A. Milne-Edwards, 1881 y *T. tomentosum* (Baker, 1904), que se encuentran distribuidas alrededor del mundo en aguas templadas y tropicales, tanto marinas como estuarinas (Ewald, 1969). Estos organismos presentan una anatomía del cuerpo muy alargada, su rostro mide aproximadamente un tercio de su longitud total corporal, sobrepasa los pedúnculos de las antenas y mide el doble de largo que el caparazón,

2 Decápoda: Del griego: deca- y podo dj ool die pies

usualmente está armado ventralmente y raramente en el dorso; su abdomen tiene seis somitas sin armadura con siete espinas duras (Chace, 1997).

Tozeuma carolinense (Figura 1A), es un pequeño camarón que ha sido registrado desde Vineyard Sound, en la costa noreste de los Estados Unidos de América, hasta Curaçao, en las costas del norte de América del sur a profundidades de 4.5 brazas (8.2 metros) (Schmitt, 1935) en la zona infralitoral. Verrill (1992), lo describe como un camarón esbelto y transparente que puede ser fácilmente reconocido por su forma elongada y su muy largo, esbelto y afilado rostro con forma de daga y que es más largo que el caparazón, grueso, redondeado y sin denticulos o espinas anteriores, pero con muchas pequeñas y afiladas partes dentadas por debajo, el margen del rostro es liso en la parte dorsal a diferencia del rostro dentado que posee *T. serratum* (Figura 1C y D); *T. carolinense* no presenta ganchos en ninguno de sus segmentos abdominales en contraste con *T. cornutum* quien tiene un gancho muy prominente en la región dorsal del tercer segmento abdominal (Milne-Edwards, 1881) (Figura 1E, F y G).

Las hembras de esta especie son considerablemente de mayor tamaño que los machos y comúnmente tienen coloraciones vivas; en éstas, cada uno de los endópodos tiene un apéndice interno que posee varias filas de ganchos en su parte distal final; en los machos se encuentra un tipo de apéndice interno con muy pocas filas de ganchos y en el segundo endópodo, el apéndice interno se encuentra acompañado de un *appendix masculina* que tiene varias espinas afiladas muy prominentes (Figura 1B).

La especie se encuentra frecuentemente asociada a camas de pasto de *Zostera* spp. (Alismatales: Zosteraceae) y *Diplanthera* spp. (Alismatales: Cymodoceaceae) en latitudes septentrionales y en *Thalassia testudinum* (Alismatales: Hydrocharitaceae) y *Cymodocea manatorum* (Alismatales: Cymodoceaceae) en latitudes tropicales (Ewald, 1969). Su coloración varía de acuerdo al tono de los pastos en donde se encuentre, lo que les da una ventaja crítica frente a sus depredadores y es en esta vegetación donde se encuentran las algas epifíticas de las que se alimenta (Main, 1987).

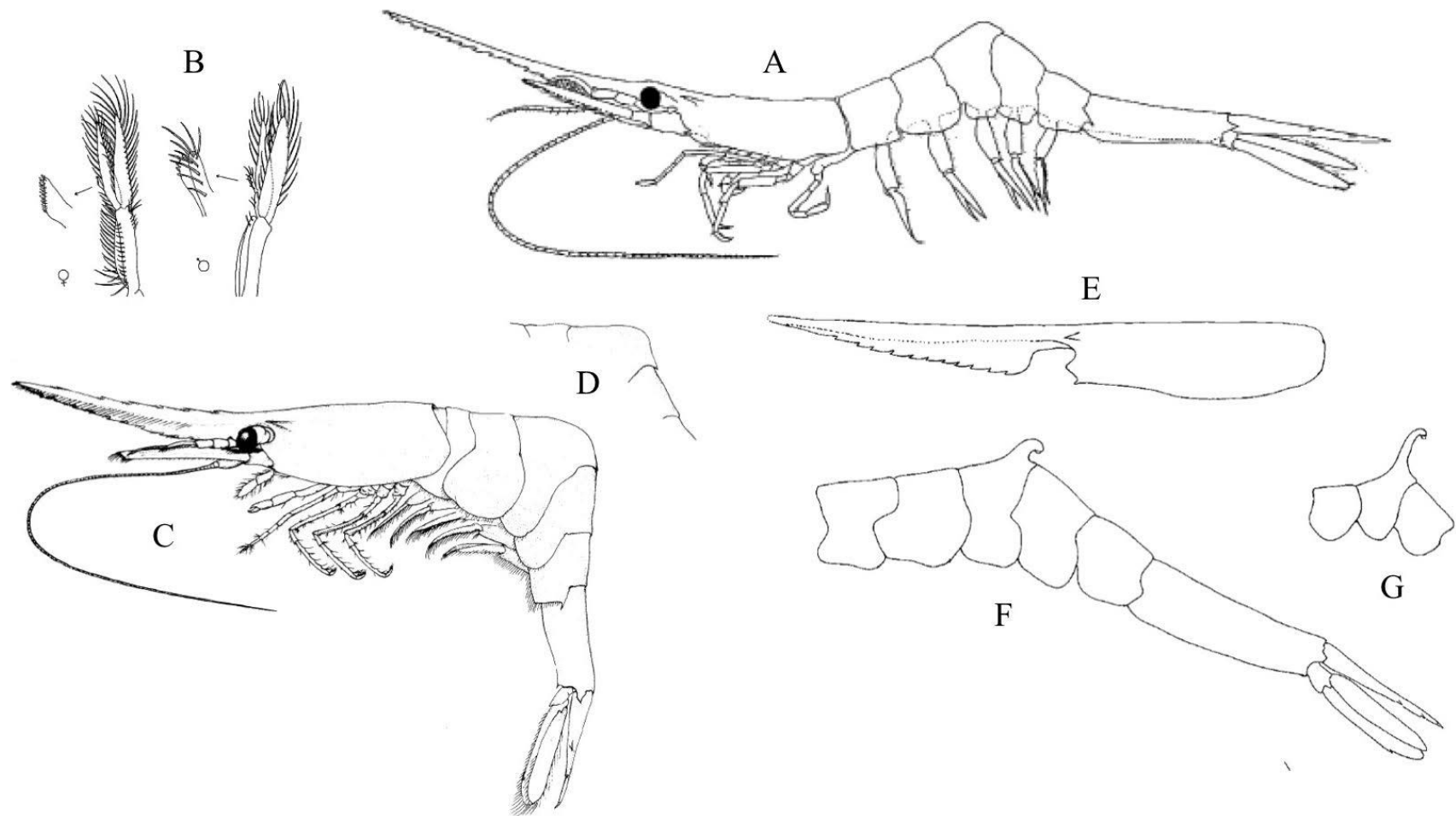


Figura 1. Anatomía de *Tozeuma* spp.

Tozeuma spp. A, anatomía externa de *T. carolinense* en vista lateral; B, detalle de los pleópodos del segundo segmento abdominal en donde se observa el appendix masculina del macho de *T. carolinense*; C, anatomía externa de *T. serratum* en vista lateral; D, aspecto de los segmentos abdominales 2 a 5 en la región dorsal de *T. serratum*; E, vista lateral del caparazón y rostro de *T. cornutum*; F, vista lateral del abdomen de *T. cornutum*; G, detalle del aspecto del tercer segmento abdominal de *T. cornutum*. A y B, tomado de Ewald, 1969; C y D, tomado de Williams, 1984; E-G, tomado de De Grave y Dowell, 2005.

Fecundidad

Una de las características que definen la vida de cualquier organismo vivo es la reproducción, este proceso marca la pauta de la dinámica de toda población e implica un gasto grande de energía, por ello, los organismos se han adaptado con distintas estrategias para optimizarlo.

La evolución de las características reproductivas está dada por la selección natural que produce una gran variedad de estrategias en las historias de vida de los organismos, particularmente en los invertebrados marinos (Stearns, 1992). Así, existen especies con estrategia *r* que se caracterizan por una producción de grandes cantidades de ovocitos/embriones con una alta tasa de mortalidad en los primeros estadios del ciclo de vida y, por otro lado, se encuentran los organismos con estrategia *k*, que suelen ser más grandes, producen poca cantidad de descendientes e invierten energía en el cuidado parental, lo que propicia que la mayoría de las crías alcance su edad reproductiva (Vázquez, 1995).

Para poder identificar el tipo de estrategia reproductiva de una especie, entre muchos otros aspectos ecológicos, se debe conocer su fecundidad, que forma parte importante de las historias de vida y que es una medida necesaria para cuantificar el esfuerzo reproductivo (Bauer, 2004). Ésta se puede definir de distintas maneras de acuerdo al objetivo que se desea alcanzar en un estudio; los datos de ésta deben describir la unidad de medida, el individuo en el que se contabiliza dicha unidad y la escala de tiempo.

La unidad de medida básica es el evento de puesta o desove y puede ser expresada en número de ovocitos, huevos, embriones, larvas o juveniles.

La fecundidad total es el número total de gametos que se producirán durante la vida de un individuo, por lo que su cuantificación sólo es posible en especies semélparas³ al contar el número de huevos presente en un ovario maduro (Scheltema, 1994).

Como la mayoría de las especies tienen más de un evento reproductivo en su ciclo de vida (Ramírez, 2002), muchos estudios la reportan como el número máximo de gametos producidos al

³ Las especies semélparas son aquellas que poseen un solo ciclo reproductivo.

momento del desove, dado que esto indica el número de gametos producidos en un evento particular y no la tasa de producción de gametos por año o por vida, autores como Stearns (1976) y Calow (1979), le llaman fecundidad aparente.

También se puede clasificar en potencial, realizada y actual. Corey (1991), define a la primera como el número de ovocitos, maduros y en desarrollo, que se encuentran en el ovario y a la segunda como el número de huevos transportados entre los pleópodos. De acuerdo con Anger y Moreira (1998), la tercera, está definida por el número de larvas eclosionadas.

Aun cuando la fecundidad y la fertilidad son conceptos estrechamente relacionados, no representan el mismo proceso. Mientras que la primera mide el potencial de reproducción; la segunda mide la capacidad reproductiva real al utilizar como datos el número de nacimientos o eclosiones por unidad de tiempo en una población (Hardin, 1993; Rana, 2013).

Cuando existen diferencias marcadas en la fecundidad entre especies, a menudo significa que también hay diferencias en sus estrategias de reproducción y aún dentro de la misma especie ésta puede variar como resultado de la adaptación a diferentes condiciones del ambiente (Murua *et al.*, 2003).

En cuanto a los invertebrados que retienen los huevos, ya sea interna o externamente, se ha identificado una correlación negativa entre el número y el tamaño de los huevos, así, existen los organismos que generan pocos huevos de gran tamaño y los que generan muchos huevos de tamaño pequeño (García-Barros, 2004).

Para algunos decápodos, particularmente los pertenecientes a la familia Hyppolytidae que portan los huevos entre sus pleópodos, se han planteado dos métodos de cuantificación de acuerdo a las características del huevo. En el caso de las especies que producen una gran cantidad de huevos pequeños, lo recomendable es usar gravimetría, según el método propuesto por King y Butler (1985). Para calcular la cantidad de huevos en una muestra mediante el método gravimétrico se debe pesar la masa ovígera y tres submuestras de 100 huevos, se calcula el peso promedio de las tres alícuotas y se extrapola a la masa ovígera.

En el caso de especies con pocos huevos de gran tamaño, lo que procede es remover la masa de huevos y contabilizarlos de manera directa con la ayuda de un microscopio estereoscópico (Clarke, 1993).

Un factor importante que se tiene que considerar para evaluar la fecundidad es el instar de los huevos o embriones que se van a procesar, para el caso de los carídeos, hembras grandes producen una mayor cantidad de huevos o embriones respecto a las hembras pequeñas (Bauer, 1991; Corey y Reid, 1991; Clarke, 1993) esto debido a que el espacio que se encuentra entre los pleópodos es una limitante para la contención y acarreo hacia los huevos (Bauer, 1991; Ramírez, 2002).

Goellner (1943), observó que en *Orconectes immunis*, el conteo de huevos iniciales o llenos de vitelo tiene una variación menor respecto a aquellos que están más desarrollados, por lo que otro factor que se debe considerar es la pérdida de huevos durante el periodo incubatorio por efecto de fenómenos como la abrasión, el crecimiento del embrión y el estrés por amenaza de depredación o durante el proceso de su colecta (Perkins, 1971; Abello y Sarda 1982; Kuris, 1991). Si únicamente se toman en cuenta los huevos en sus primeros estadios de desarrollo, se evita una sub-valoración de la fecundidad (Balasundaram y Pandian, 1982). Trabajos como los de Allen (1966) y Bauer (1991), hablan de cuatro estadios de desarrollo en los huevos de carídeos y el primer estadio es aquel en donde solo se observa sustancia nutritiva a manera de grasa sin tejidos o estructuras corporales observables; si se parte de esto, las observaciones que se tienen que hacer para evaluar la fecundidad son con base en huevos/embriones recientemente desovados.

Antecedentes

El género *Tozeuma* fue establecido por Stimpson en 1860 e incluye 11 especies de las cuales sólo tres se distribuyen en el continente americano: *T. carolinense*, *T. cornutum* y *T. serratum*.

T. carolinense, fue descrito por primera vez en 1878 por J. S. Kingsley de entre un par de especies colectadas cerca de Fort Macon en Carolina del Norte, EUA. Ha sido objeto de estudio por parte de muchos investigadores en temas tan diversos como su biología y desarrollo larvario (Ewald 1969), estrategias contra la depredación (Voss, 1956), comportamiento como presa (Main, 1985; 1987), además se menciona en varios estudios de la diversidad de comunidades marinas (Barba *et al.*, 2005; Hooks *et al.*, 1976; Cortés y Campos, 1999).

Sin embargo, los trabajos de fecundidad específicos para la especie son escasos, la investigación de *T. carolinense* en este tema se reduce a sólo dos trabajos: el de biología y desarrollo larvario de Ewald (1969), previamente mencionado, que reporta de manera somera la relación entre los tamaños de las hembras ovígeras con el número de huevos que portan y una investigación realizada por Corey (1991) sobre la fecundidad de nueve familias de carídeos en donde incluyen a la especie.

En contraste, uno de los grupos taxonómicos con más información de este tipo es el de los carídeos. De los primeros estudios realizados en este grupo se encuentra el de Apollonio (1969), quien trabajó la reproducción y fecundidad de *Pasiphaea multidentata* en el Golfo de Maine al norte de los EUA, ya desde aquella época se conocía la facilidad con la que las hembras pueden perder los huevos a lo largo del tiempo.

En 1977, Shakuntala estudió específicamente la relación que existe entre el tamaño del cuerpo de la hembra y el número de huevos en *Macrocranchium lamarrei*, y se llegó a la conclusión de que el número total de huevos tiene una relación lineal directa con la talla de la hembra, sin embargo, la biomasa de la puesta es inversamente proporcional al peso de la hembra.

Emmerson en 1985, publicó un trabajo acerca de la fecundidad, crianza y desarrollo en laboratorio de *Palaemon pacificus* (Stimpson, 1860), en donde se obtuvo que el número de

huevos incrementa de manera logarítmica conforme aumenta la talla de la hembra; resultados similares los obtuvieron Mejía-Ortiz *et al.* (2001), con *Macrobrachium* sp. y Sánchez *et al.* (2008), con *Atya margaritacea*. Pese a esto, en ocasiones la correlación entre variables de talla y fecundidad no es tan clara, tal es el caso del trabajo de Bauer, quien en 1986 estudió un camarón carídeo, *Thor manningi* y entre sus resultados obtuvo que la relación largo del caparazón vs. núm. embriones es estadísticamente muy baja con una r^2 de 0.33; posteriormente en 1991, cuando trabajó con nueve especies de carídeos de la zona tropical, llegó a la conclusión de que el incremento en el tamaño de la puesta respecto al tamaño de la hembra es isométrico en siete especies y alométricamente positivo en otras dos.

En 1994, Omori *et al.*, determinaron que hay una correlación positiva entre el largo del caparazón y el número de huevos en *Periclimenes ornatus*, pero además encontraron que conforme los embriones están más desarrollados, menor es el tamaño de la puesta.

Negreiros-Fransozo *et al.* (1996), estudiaron varios aspectos de una población de *Hippolyte zostericola* que habita la laguna de Términos, México; obtuvieron que el análisis de regresión lineal de la fecundidad respecto a ciertas variables morfométricas sugiere una relación lineal directa entre ellas, lo que significa que entre mayor es la talla de la hembra, la puesta es más grande; ellos consideran que esto sucede porque una mayor área entre los pleópodos de las hembras grandes permite guardar un mayor número de huevos y también porque las hembras con tallas grandes pueden invertir una mayor cantidad de energía hacia la producción de huevos.

Zhang *et al.* (1998), realizaron un estudio del comportamiento de apareamiento de *Stenopus hispidus* en el que también incluyó un análisis de fecundidad, pero no obtuvo ninguna relación clara entre el número de huevos y alguna variable morfométrica.

En 1999, Duffy y Macdonald, encontraron que el tamaño de la puesta de *Synalpheus filidigitus* se incrementa con el tamaño del cuerpo de las hembras, la pendiente de esta relación fue significativa ya que el largo del caparazón de la hembra explica el 91% de la variación del tamaño de la puesta. Un resultado similar lo obtuvieron Martínez-Mayén y Román-Contreras (2000), quienes trabajaron con *Atya margaritacea* del Golfo de México.

Aunque no se menciona de manera explícita en cada trabajo, la mayoría de los autores toman en cuenta la pérdida de huevos en la hembra debido al tiempo transcurrido a partir del desove o al estrés, por lo que utilizan un estadio embrionario específico para hacer los análisis.

En proyectos con brachyuros se reportan clasificaciones desde tres hasta siete estadios de desarrollo embrionario que toman en cuenta características como el grado de desarrollo de apéndices, la pigmentación ocular y la cantidad de vitelo presente en el huevo (Turra y Leite, 2007; Hernáez, 2001; Lardies y Wehrmann, 1996); para la clasificación de los huevos de carídeos, Anger y Moreira (1998), proponen tres estadios embrionarios donde la etapa I abarca a los huevos con por lo menos dos tercios de vitelo, en la etapa II se alcanzan a visualizar manchas oculares pequeñas y el vitelo ocupa la mitad del huevo y; en la etapa III, ya se observan ojos bien desarrollados y el vitelo ocupa menos de un tercio del huevo.

Oh *et al.* (2002), realizaron una investigación de la biología reproductiva de *Exopalaemon modestus* en donde reportan que la relación entre el número de huevos por puesta y el largo del caparazón es significativa para huevos en dos estadios embrionarios distintos: huevos sin ojos y huevos con ojos; esta relación resultó isométrica en ambos casos y se realizó una ANCOVA o análisis de covarianza para examinar la pérdida de huevos por el paso del tiempo, la prueba reveló que las pendientes de ambas relaciones no son diferentes significativamente por las intersecciones, pero después de determinar una pendiente común, fueron diferentes significativamente, lo que señala que la pérdida de huevos sí ocurre durante la incubación.

Kim y Hong (2004), mencionan que cuando estudiaron la fecundidad de *Palaemon gravieri*, obtuvieron una ecuación entre el largo del caparazón y el número de embriones que les indicó que hay una relación lineal entre ambas variables y que además esta relación es isométrica. También se ha estudiado cómo es que varía la fecundidad entre las poblaciones de una misma especie, como Terossi *et al.* (2010), que compararon poblaciones de *Hippolyte obliquimanus* de Brasil y Costa Rica y concluyeron que, aunque en ambas poblaciones la producción de embriones aumenta conforme incrementa el tamaño de la hembra, la fecundidad de los especímenes de Costa Rica es mayor que las de los organismos colectados en Brasil.

Objetivos

Generales

Analizar la proporción sexual, estructura poblacional y valores de fecundidad de las poblaciones de *Tozeuma carolinense* en tres localidades del Golfo de México: Ría Celestún, Campeche; laguna de Términos, Campeche e isla Lobos, Veracruz.

Particulares

- Estudiar y describir las poblaciones de *T. carolinense* en los tres sitios de colecta.
- Analizar las proporciones sexuales en cada una de las poblaciones de los diferentes sitios de colecta.
- Establecer la relación entre el tamaño de la hembra y el número de embriones.
- Identificar la relación entre el tamaño de la hembra y el tamaño de los embriones.

Área de estudio

El presente trabajo se llevó a cabo con muestras colectadas en tres localidades del Golfo de México: Ría Celestún, en su desembocadura en el Golfo de México que se ubica en la porción más al norte del estado de Campeche ($20^{\circ}46'31.61''$ N y $90^{\circ}24'46.44''$ W); “el Cayo” dentro de la laguna de Términos, en la porción oeste de Campeche ($18^{\circ}30'43''$ N y $91^{\circ}41'58''$ W) y finalmente arrecife Lobos, al norte del estado de Veracruz (entre los $21^{\circ}28'44.87''$ - $21^{\circ}28'33.17''$ N y $97^{\circ}13'32.55''$ - $97^{\circ}13'23.34''$ W), almacenadas en el Taller de Biología de Animales III de la Facultad de Ciencias producto del trabajo de diferentes grupos de docencia, los cuales obtuvieron estas muestras durante sus salidas al campo. De acuerdo con Felder *et al.*, (2009), estas tres áreas se encuentran dentro de la región sur-oeste del Golfo de México en costas mexicanas; la primera y segunda se encuentran en la región sur-suroeste (SSW) y la tercera es parte de la región oeste-suroeste (WSW).

Ría Celestún es un cuerpo de agua semi-cerrado ubicado en la costa nor-occidental de la península de Yucatán, abarca los estados de Yucatán y Campeche, México y tiene comunicación al mar de forma permanente mediante una boca lagunar (Torres-Mota *et al.*, 2014). De acuerdo a su hidrología se puede dividir en tres zonas: zona sur o externa, zona intermedia o de mezcla y zona norte o interna. La zona sur, en donde se llevó a cabo el muestreo, comunica directamente al Golfo de México con toda la Ría y recibe aportes constantes de agua marina. Posee fondos arenosos cubiertos por una vegetación sumergida representada por parches de *Thalassia testudinum*. En sus aguas se encuentran concentraciones de nutrientes constantes (Robles de Benito, 2005).

La laguna de Términos es un sistema lagunar comunicado con el mar a través de dos bocas denominadas Boca de Puerto Real al noreste y Boca del Carmen al noroeste (De la Lanza-Espino y Montes, 1999). El intercambio de agua y la actividad de la marea tienen lugar en ambas bocas (Canedo-López *et al.*, 2014). En la laguna hay una variedad muy grande de ambientes estuarinos, lo que mantiene elevada la salinidad, transparencia y disponibilidad de nutrientes. La vegetación que predomina son pastos marinos, especialmente *Thalassia testudinum* que se asientan sobre sedimentos arenosos (Canedo-López *et al.*, 2014).

Finalmente, el arrecife Lobos se ubica en la zona occidental del Golfo de México, en el estado de Veracruz. La zona de muestreo corresponde a la planicie arrecifal que se caracteriza por ser somera, con un sustrato arenoso, donde se desarrollan pastos marinos y macroalgas (González-Gándara, *et al.*, 2006), principalmente *Thalassia testudinum* (Figura 2).

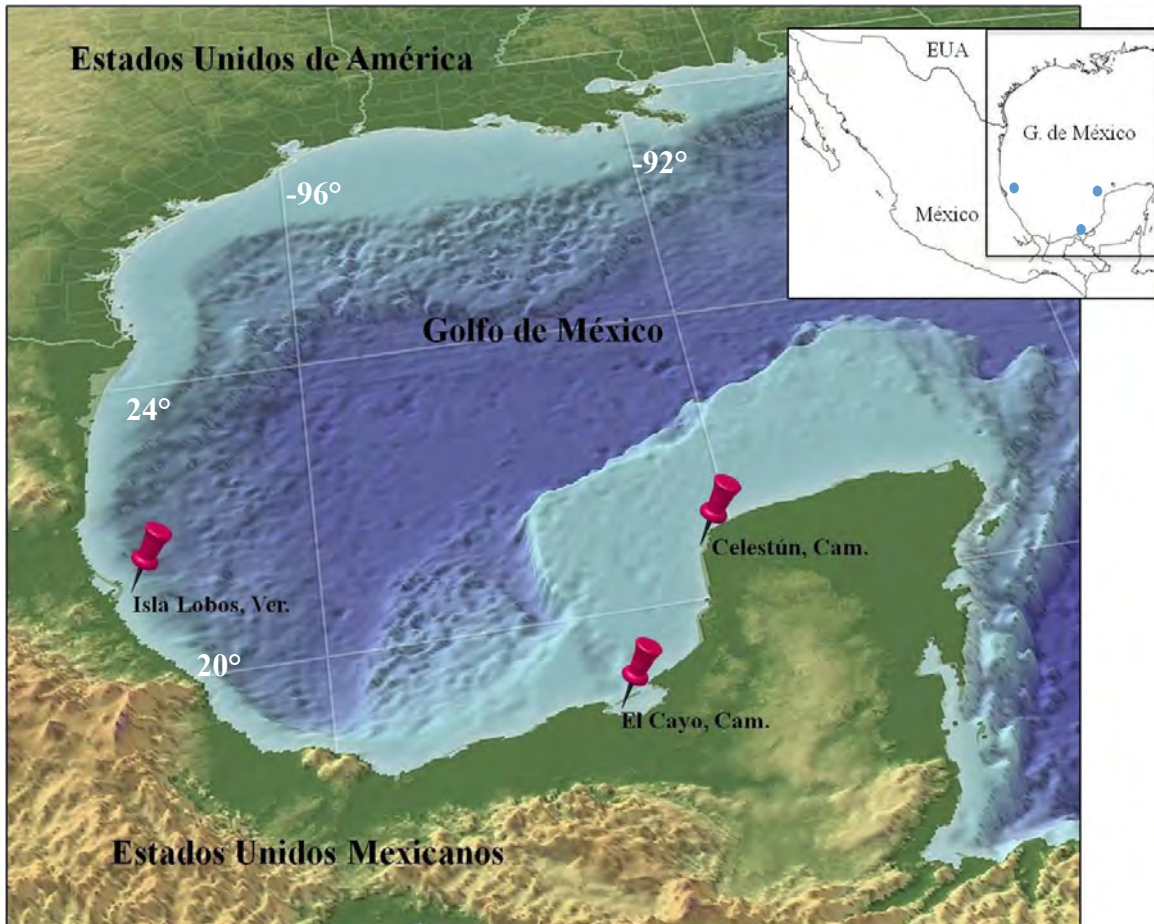


Figura 2. Sitios de recolecta.

Isla Lobos, al norte del estado de Veracruz; el Cayo, en la laguna de Términos, Campeche y Ría Celestún, en la porción norte del estado de Campeche.

Material y método

Trabajo de campo

Acotación estadística sobre los sitios de muestreo

Los datos de *Tozeuma carolinense* en este trabajo fueron obtenidos de una colección del Taller de Biología de Animales III de la Facultad de Ciencias de la UNAM, por lo que no se posee un modelo de diseño experimental, cuyo objetivo sería disminuir la variabilidad entre los sitios de captura. Este fin no se persiguió como puede apreciarse en los objetivos ya que, si bien es cierto que ninguno de los tres sitios presenta igualdad de toma de muestreos, no es importante para el análisis estadístico porque el interés del estudio no es ver por qué un sitio difiere del otro, sino observar las características morfométricas del organismo y su relación con su reproducción.

Un estudio basado en sitios y análisis de diferenciación del organismo por sitio es otro tema que no se investiga en este trabajo, y aun si fuera el caso no es importante que los muestreos sean del mismo tamaño como lo explica Montgomery (1991) cuando da el método de diseño experimental basado en bloques aleatorizados, ya que la estadística tiene métodos para revisar tamaños de muestra de diferentes composiciones, como bloques completos, incompletos y de diversos tamaños. Igual sucede con el análisis de varianza, donde se comparan las medias de las poblaciones con tamaños diferentes y por tanto muestreos en distintas fechas y sitios, pero del mismo organismo.

Muestreos

Las recolectas fueron realizadas en distintas épocas del año y su frecuencia varió entre las tres localidades (Tabla 1). Los organismos se colectaron con redes de cuchara de 1.6 y 2.0 mm de apertura de malla en Ría Celestún y el Arrecife Lobos; para el caso del Cayo, esta colecta se realizó con una red de patín tipo Colman-Seagrove con una boca de 80 cm de alto, 40 cm de ancho y 125 cm de largo; es un sistema que consta de dos redes, una red interna con apertura de malla de 1 cm y un sobrecopo o red externa de 500 μ m de apertura de malla; el tiempo de arrastre en todos los casos fue de 5 min en línea recta a una velocidad de 0.5 nudos (0.926 Km/h) en el punto de recolecta. Las muestras fueron depositadas en envases, fijadas en formaldehído al 10% (formalina) con agua de mar y etiquetadas con datos como fecha de colecta, fijador, localidad, y colectores. Una vez se obtuvieron fueron transportadas al Taller de Biología de Animales III de la Facultad de Ciencias (FC) de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM).

Tabla 1. Fechas de colecta por sitio de muestreo.

Ría Celestún	El Cayo	Arrecife Lobos
noviembre 11, 2011	octubre 26, 2012	octubre 24, 2004
	diciembre 7, 2012	mayo 20, 2005
	enero 31, 2013	octubre 10, 2008
	febrero 21, 2013	octubre 29, 2009
	abril 10, 2013	noviembre 11, 2010
	mayo 17, 2013	noviembre 21, 2011
	julio 6, 2013	
	agosto 22, 2013	
	septiembre 20, 2013	
	noviembre 29, 2013	
	febrero 20, 2015	

Trabajo de laboratorio

Las muestras fueron lavadas con agua corriente durante una hora y posteriormente conservadas en alcohol etílico al 70%. Los organismos fueron identificados con la orientación del Dr. José Luis Villalobos Hiriart, agrupados por sexos y separados en tres categorías: machos (♂, aquellos que presentaban *appendix masculina* en el segundo par de pleópodos) (Figura 1B) (Ewald, 1969); hembras no ovígeras (♀NOv, aquellas carentes del *appendix masculina* y ausentes de una puesta de embriones entre los pleópodos) y hembras ovígeras (♀Ov, aquellas ausentes del *appendix masculina* pero con una masa de embriones entre los pleópodos).

Una vez hecha esta clasificación, se procedió a obtener las morfometrías: Largo del Cuerpo (LC), que va del margen posterior de la comisura del pedúnculo ocular a la parte terminal del telson; Largo del Caparazón (LCa), que va del margen posterior de la comisura del pedúnculo ocular al borde terminal posterior del cefalotórax en la porción más dorsal y en donde se une con el abdomen y Largo Total (LT), que va de la punta del rostro a la parte terminal del telson (Figura 3A).

Para el caso de ♀Ov, los embriones se separaron cuidadosamente de los pleópodos con la ayuda de un pincel y pinzas de relojero (No. 5), se contaron, y se midió el diámetro de cada uno bajo un microscopio estereoscópico, los huevos de *T. carolinense* tienen forma circular principalmente, no obstante, también los hay ovalados y en este caso se tomó el valor promedio del diámetro menor más el diámetro mayor. Posteriormente se observaron para determinar el estadio de desarrollo embrionario en el que se encontraban, con base en su desarrollo se establecieron tres categorías para los embriones, de acuerdo a lo sugerido por Anger y Moreira (1998) (Fig. 3B-3D).

En la etapa I, están los embriones que tienen más de dos terceras partes del huevo ocupadas por vitelo, sin pigmentos oculares visibles y ninguna diferenciación embrionaria (Figura 3B); la etapa II, agrupa a los huevos que comienzan a formar pigmentos oculares, una leve diferenciación embrionaria (segmentación) y que más de una tercera parte de su volumen total está ocupado por vitelo (Figura 3C); por último en la etapa III, se escogieron todos los huevos que tienen un ojo totalmente desarrollado, diferenciación de apéndices, segmentos en fase final y menos de un tercio de su volumen ocupado por vitelo (Figura 3D).

De acuerdo con Martínez-Mayen y Román-Contreras (2014), los valores de fecundidad fueron estimados sólo con hembras que tuvieran embriones recientemente producidos, correspondientes a la etapa I, para evitar una subestimación por la pérdida de embriones durante su desarrollo (Kuris, 1991; Wehrtmann *et al.*, 2012), o bien debido al estrés durante la captura o por los movimientos ejercidos al escape de un predador.

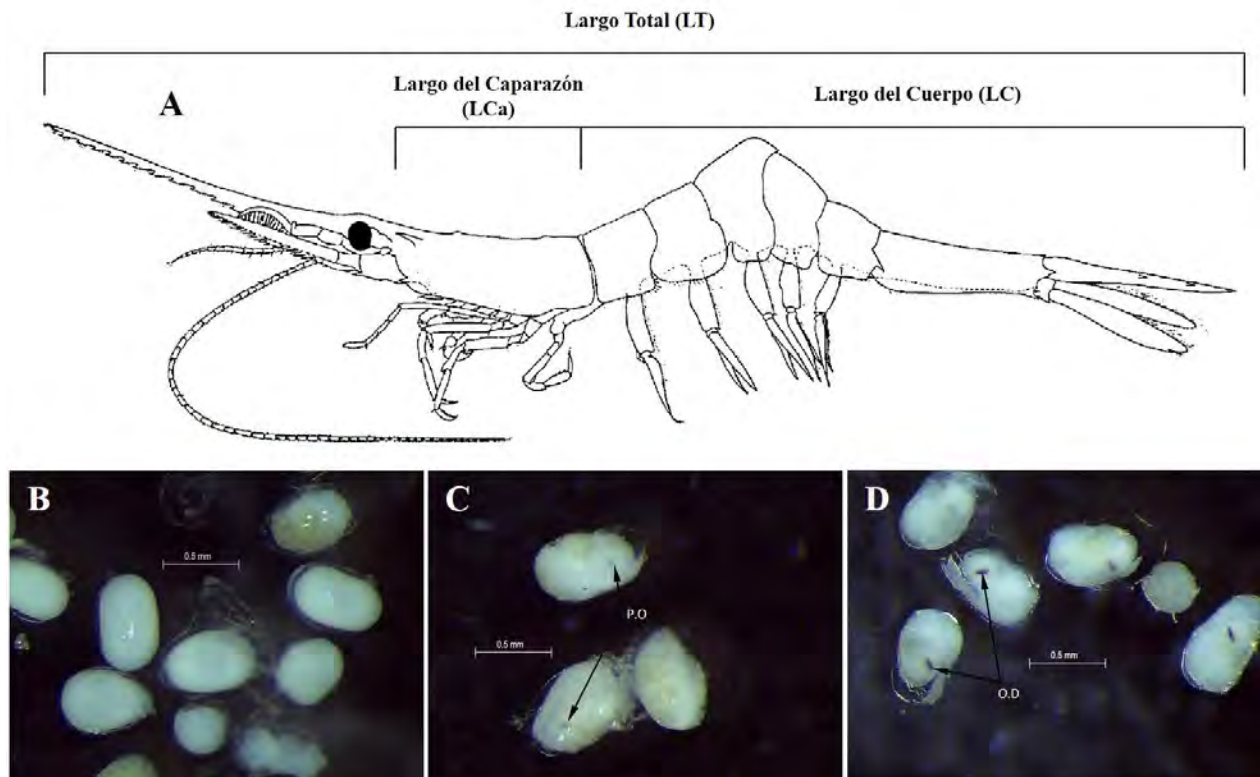


Figura 3. Análisis morfométrico y etapas de desarrollo embrionario.

A, análisis morfométrico. Se muestran las diferentes morfometrías de los organismos: largo total (LT); largo del caparazón (L.Ca) y largo del cuerpo (LC). Las figuras B-D muestran las etapas de desarrollo de los embriones y las características distintivas de cada una de estas etapas. B, Etapa I, se observa que el vitelo ocupa la totalidad del huevo, no hay pigmentos oculares ni segmentos corporales visibles; C, Etapa II, se observa segmentación parcial y una leve pigmentación en la región ocular (P.O), el vitelo ocupa más o menos un tercio del huevo y; D, Etapa III, la segmentación es muy marcada, los ojos están totalmente desarrollados (O.D), así como algunas estructuras o apéndices del cuerpo y el vitelo es imperceptible o inexistente.

Los datos de morfometrías de la población total (σ , ♀NOv y ♀Ov), el número de embriones puestos entre los pleópodos de las ♀Ov , así como la etapa de desarrollo de estos, se registraron en una base de datos (Microsoft Excel) para su análisis estadístico.

Análisis estadístico

En la base de datos se registró a cada individuo; el lugar y la fecha de colecta; el sexo; las morfometrías LC, LCa y LT; y finalmente, en el caso de las hembras ovígeras, se registró el número de embriones que portaban y el tamaño de los mismos.

Estadística descriptiva

Se obtuvo la estadística descriptiva de todas las morfometrías de *T. carolinense*, con el fin de describir, localizar e interpretar las características básicas del organismo, tanto por sitio de colecta, como por fecha y totalizando todas las observaciones.

El fin de la estadística descriptiva, como rama de las matemáticas, es el de caracterizar un conjunto de datos, como es, en este caso, la morfometría de *T. carolinense* con el fin de describir apropiadamente las diversas características de ese conjunto de datos, por eso la descripción va en el sentido de todas las variables medidas del organismo que incluyen las morfometrías, el sexo, el número de huevos, el tamaño, los sitios, las fechas de captura, etcétera.

El análisis se basó al obtener:

La media de la muestra: $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$

La varianza de la muestra: $S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}$

La desviación estándar: $S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}}$

La mediana: elemento que divide a la mitad a la muestra ordenada.

Cuantiles: son los valores de la muestra que dividen a la población en q partes, en particular se obtuvieron los cuartiles y los deciles. El método genérico fue calcular la probabilidad acumulada del corte, por ejemplo, el primer cuartil que fuera igual o mayor a 0.25:

$P(X \leq \xi_q) \geq q$, donde ξ_q representa el cuantil de orden q, por ejemplo $\xi_{0.25}$ es el primer cuartil y divide a la población muestreada en un cuarto antes de él y tres cuartos después de él; $\xi_{0.5}$ es la

mediana, que divide a la muestra a la mitad antes y después de ella; y $\xi_{0.75}$ es el tercer cuartil que divide a la muestra tres cuartas partes antes que él y una cuarta parte después que él.

En trabajo también se obtuvieron deciles, pero se hizo a través de obtener intervalos de clase con la metodología de Alonso y Flores (2004).

Análisis discriminante

Posteriormente se realizó un análisis multivariado para reconocer cuál de las tres variables morfométricas brindaba mayor información al estudio en términos estadísticos. El análisis multivariado utilizado fue el análisis discriminante⁴ en donde las variables se van incluyendo una a una para evaluar cuál contribuye más a la diferenciación entre grupos; de esta manera, se elige la variable que haga un mayor aporte a dicha diferenciación.

El análisis discriminante consiste en encontrar una relación lineal entre el conjunto de variables que mejor discriminen en los grupos (sexos) dados a los objetos (organismos); también es importante para esta técnica construir una regla de decisión que asigne a un nuevo objeto, que se sabe previamente a qué grupo pertenece, a uno de los grupos prefijados con un cierto nivel de riesgo de mala clasificación. En el anexo A puede verse la metodología matemática asociada a este análisis multivariado.

Intervalos de clase

Con base en la variable estadísticamente significativa para la discriminación, se establecieron diez⁵ intervalos de clase, los cuales se obtuvieron al determinar los límites inferiores y superiores de cada uno de ellos. Estos intervalos se graficaron para esquematizar la distribución de las tallas, se tomaron en cuenta a todos los organismos colectados en las tres localidades y se hizo una distinción entre machos y hembras y de éstas últimas, hembras ovígeras y no ovígeras; también se estructuraron gráficas independientes para cada localidad y se separaron en los grupos previamente mencionados.

⁴ En el anexo A se proporciona la metodología matemática del análisis discriminante.

⁵ El número de intervalos se determina al utilizar la regla de Sturges donde la cantidad de clases se toma como el entero más cercano a $1+(10/3)\log(n)$ donde n es la cantidad de observaciones.

Análisis de regresión

Por último, se llevó a cabo un análisis de regresión lineal para determinar si hubo correlación entre LCa de la hembra y el número de huevos, así como para las variables LCa y el tamaño de los huevos. Se empleó un análisis de regresión porque sirve para estudiar la relación entre variables. Se revisó la correlación, pero también el grado de explicación de un modelo lineal sobre los datos tanto en el número de huevos como en el tamaño de los mismo.

Esta técnica explora y cuantifica la relación entre una variable dependiente (Y) y una variable independiente o predictoria (X), en el caso del modelo lineal simple, también desarrolla una ecuación lineal con el fin de predecir. Con el análisis de sus supuestos a través de los residuales se puede verificar la idoneidad del análisis. La metodología correspondiente a este análisis se incluye en el anexo B.

Resultados

Análisis poblacional

Se analizó un total de 480 individuos: 114 organismos de Celestún, 222 del Cayo y 144 de isla Lobos, que presentaron tallas desde los 0.13 cm hasta los 1.13 cm de largo del caparazón (LCa); entre 0.84 cm a 4.71 cm de largo del cuerpo (LC) y; entre 1.30 cm y 6.07 cm de largo total (LT).

Los tamaños de muestra (n) y el número de muestreos variaron entre localidades: Ría Celestún tuvo una sola fecha de colecta y el menor número de organismos colectados; en isla Lobos se hicieron seis muestreos y aunque el número de organismos obtenidos fue mayor que en Celestún, la n entre los sitios no varió significativamente aun con la diferencia en el número de muestreos realizados; por último, las recolectas del Cayo se hicieron cada mes por poco más de un año las recolectas del Cayo se hicieron cada mes por poco más de un año, la n correspondiente a esta localidad fue la más elevada y por lo tanto se consideró el muestreo mejor realizado, representativo y con el que se pudo efectuar un estudio más detallado sobre la dinámica poblacional de *T. carolinense*, esto debido al mismo tamaño pero también a las características de colecta que se diseñaron para tal fin.

La morfometría seleccionada mediante el análisis discriminante fue el largo del caparazón (LCa) por lo que todo el análisis estadístico se realizó con base en éste.

Se obtuvieron diez intervalos de clase en los que se distribuyeron las tallas tanto de los datos totales como de los datos separados por región de muestreo. Los datos se distribuyeron de manera normal en el conjunto de localidades compuesto por Celestún, el Cayo e isla Lobos (figura 4A).

Los machos se ubicaron en los grupos de tallas iniciales mientras que las hembras se distribuyeron en los últimos (figura 4B). Las hembras ovígeras exhibieron una tendencia a poseer mayores tallas comparadas con las no ovígeras (figura 4C). De manera general, el mismo patrón se conservó en todos los sitios de colecta, tanto en machos (σ), hembras (φ) y hembras ovígeras (φ Ov) y no ovígeras (φ NOv), como se puede observar en las figuras 5 y 6.

En Celestún los machos se distribuyeron en mayor proporción entre el segundo y tercer grupo de tallas (0.237-0.436 cm de LCa), mientras que la distribución de las hembras se dio a lo largo de todos los grupos, sin embargo, la presencia de hembras con tallas más grandes fue evidente, sobre todo en el grupo número cinco (0.536-0.635 cm de LCa).

En el Cayo los machos se agruparon principalmente entre los 0.337 y 0.635 cm de LCa mientras que las hembras lo hicieron de manera homogénea en todas las tallas, aunque hubo una mayor presencia de ellas desde los 0.536 cm de LCa en adelante.

Por último, en Lobos, la presencia de una mayor cantidad de machos respecto a las hembras fue clara, los machos se encontraron mejor representados en los grupos dos, tres y cuatro (de los 0.237 a los 0.536 cm de LCa), mientras que las pocas hembras se agruparon en el quinto, sexto y séptimo grupo de tallas (de 0.537 a 0.835 cm de LCa).

Las hembras ovígeras de Celestún se agruparon de manera importante a partir de los 0.523 cm de LCa, mientras que las hembras no ovígeras se distribuyeron del grupo uno al cinco (0.137 - 0.635 cm de LCa).

En el caso del Cayo, se pudo observar la ausencia de hembras pequeñas, tanto ovígeras como no ovígeras. Las no ovígeras se distribuyeron a partir del tercer grupo (de los 0.337 cm de LCa en adelante) y las ovígeras a partir del sexto (de los 0.636 cm de LCa en adelante).

En el Arrecife de Lobos el número de organismos colectados no superó los 25 ejemplares hembras, no obstante, el patrón de distribución se conservó similar al de los sitios anteriores, pues sus pocas hembras no ovígeras se agruparon casi por completo a partir de los 0.536 cm de LCa; mientras que las hembras ovígeras se encontraron a partir de los 0.537 cm de LCa y hasta los 0.935 cm de LCa.

El ejemplar más pequeño de todo el estudio fue de la localidad de Celestún y el más grande del Cayo. La talla promedio de machos del Cayo resultó la más alta mientras que la más baja fue de isla Lobos. La talla promedio de hembras, de nuevo, fue mayor en el Cayo, sin embargo, fue Celestún en este caso la localidad con el promedio más bajo. El mismo patrón se observó para las hembras ovígeras (tabla 2).

Tabla 2. Tallas mínimas y máximas y talla promedio para cada uno de los grupos por sexo por sitio de colecta.

Localidad	Talla		Talla promedio		
	Mínima	Máxima	Machos	Hembras	Hembras ovígeras
Celestún	0.14	1.125	0.42	0.53	0.67
El Cayo	0.33	1.13	0.5	0.74	0.83
Isla Lobos	0.25	0.83	0.39	0.68	0.7

La proporción sexual total entre ambos sexos resultó (1:1) con 50.21% machos y 49.79% hembras. En contraste, en las poblaciones de Celestún y el Cayo, las proporciones sexuales resultaron sesgadas hacia las hembras (0.5:2 y 0.6:1.7, respectivamente), Celestún tuvo 32.45% de machos y 67.54% de hembras y el Cayo tuvo 36.94% de machos y 63.06% de hembras. Isla Lobos es el caso contrario con una proporción sexual que favoreció a los machos (5.5:0.2), en donde los machos ocuparon el 84.7% y las hembras el 15.28% de la población.

La relación ♀Ov/♀NOv fue equilibrada para la población total con 138 ♀Ov (57.74%) y 101 ♀NOv (42.26%), lo mismo ocurrió en los sitios de Celestún y el Cayo, en donde se colectaron 34 ♀Ov (44.15%) y 43 ♀NOv (55.8%) de la primera; y 87 ♀Ov (62.14%) y 53 ♀NOv (37.86 %) de la segunda. Una vez más, isla Lobos presentó un patrón diferente con 22.72% de ♀NOv, cinco organismos, y 77.27% ♀Ov, 17 organismos (tabla3).

Tabla 3. Abundancia total, por sexos y entre hembras ovígeras y no ovígeras para cada una de las localidades.

				Abundancia																			
Grupos de talla (LCa)				Celestún					El Cayo					Lobos					Global				
#	Mín.	Máx.	Media	Total	♂	♀	♀NOv	♀Ov	Total	♂	♀	♀NOv	♀Ov	Total	♂	♀	♀NOv	♀Ov	Total	♂	♀	♀NOv	♀Ov
1	0.138	0.236	0.187	3	1	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	1	2	2	0
2	0.237	0.336	0.287	9	2	7	5	2	2	1	1	1	0	35	35	0	0	0	46	38	8	6	2
3	0.337	0.436	0.386	30	17	13	13	0	21	12	9	9	0	45	45	0	0	0	96	74	22	22	0
4	0.437	0.536	0.486	26	14	12	12	0	48	37	11	10	1	38	38	0	0	0	112	89	23	22	1
5	0.537	0.635	0.586	28	2	26	10	16	50	31	19	16	3	12	4	8	4	4	90	37	53	30	23
6	0.636	0.735	0.686	9	0	9	1	8	23	1	22	7	15	6	0	6	0	6	38	1	37	8	29
7	0.736	0.835	0.785	3	0	3	0	3	26	0	26	3	23	7	0	7	1	6	36	0	36	3	33
8	0.836	0.935	0.885	4	0	4	0	4	30	0	30	2	28	1	0	1	0	1	35	0	35	2	33
9	0.936	1.034	0.985	0	0	0	0	0	17	0	17	4	13	0	0	0	0	0	17	0	17	4	13
10	1.035	1.134	1.085	2	1	1	0	1	5	0	5	1	4	0	0	0	0	0	7	1	6	1	5
Total				114	37	77	43	34	222	82	140	53	87	144	122	22	5	17	480	241	239	100	139

Totales

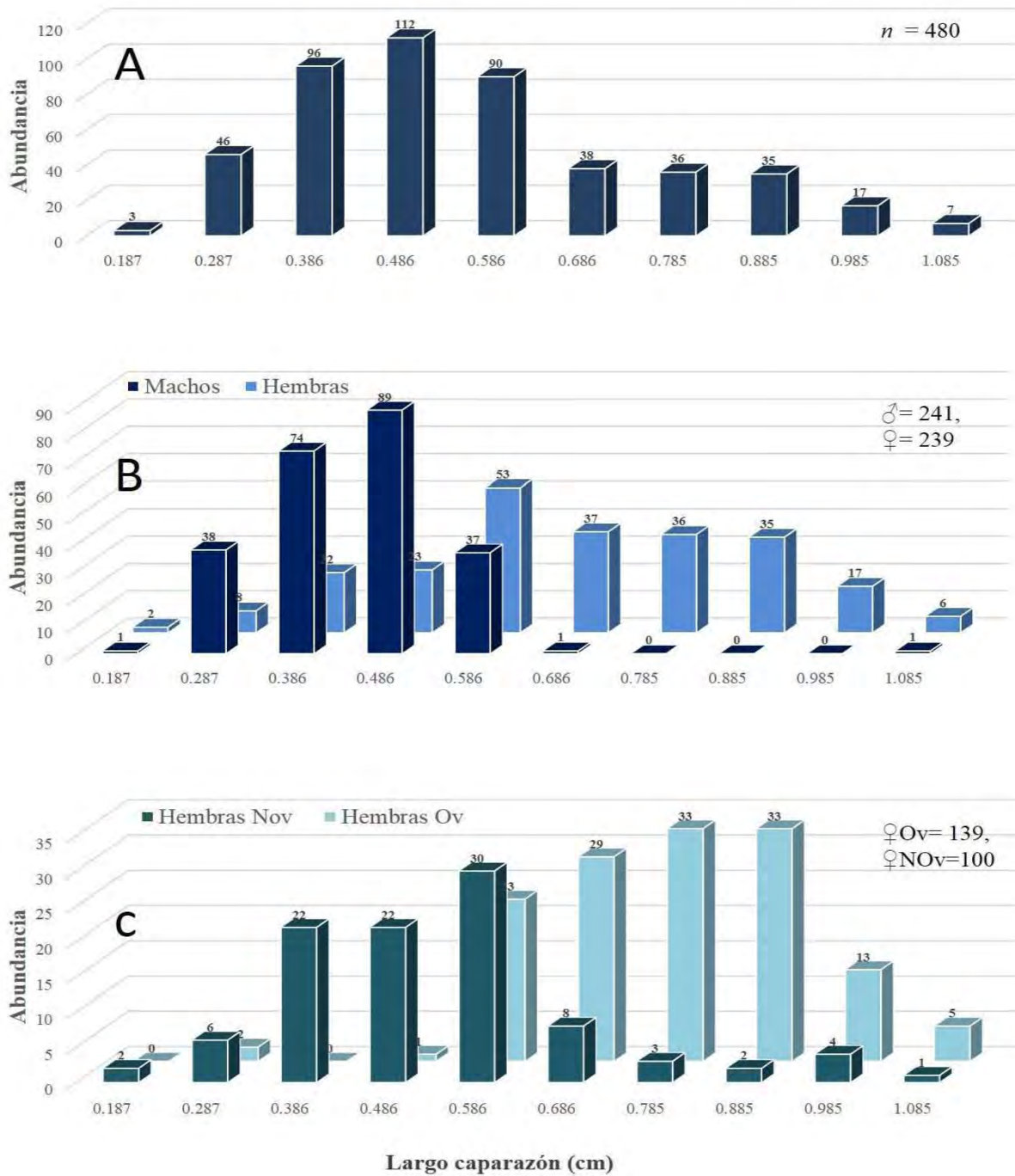


Figura 4. Distribución de la abundancia en diez intervalos de clase con base en el largo del caparazón (LCa).

A, se observa la distribución de la abundancia total. **B**, se observa la distribución de la abundancia por sexos (machos: ♂ y hembras: ♀). **C**, se observa la distribución de la abundancia entre hembras ovígeras (♀Ov) y no ovígeras (♀NOv).

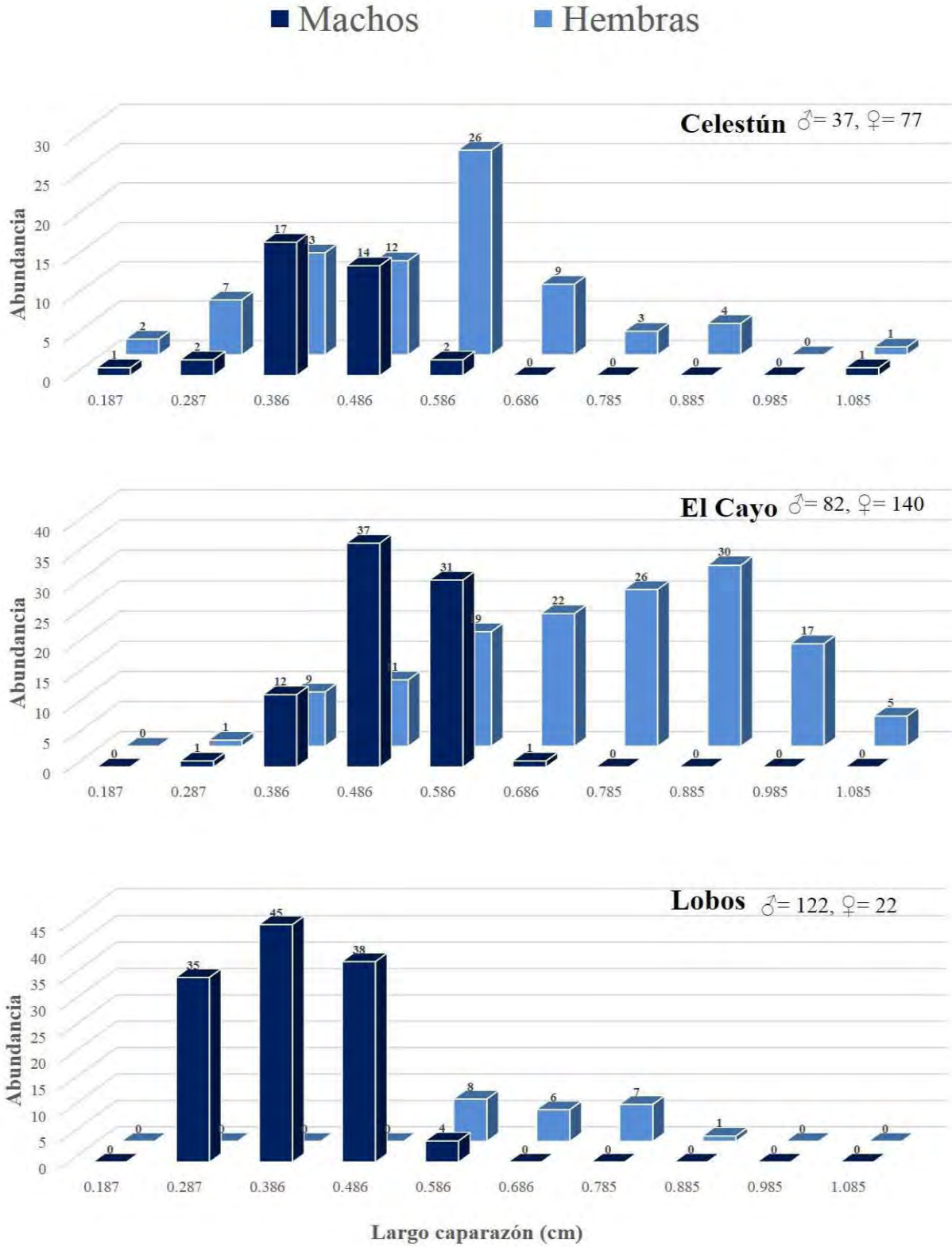


Figura 5. Distribución de la abundancia por tallas del largo del caparazón de acuerdo al sexo (machos: ♂ y hembras: ♀) en diez intervalos de clase.

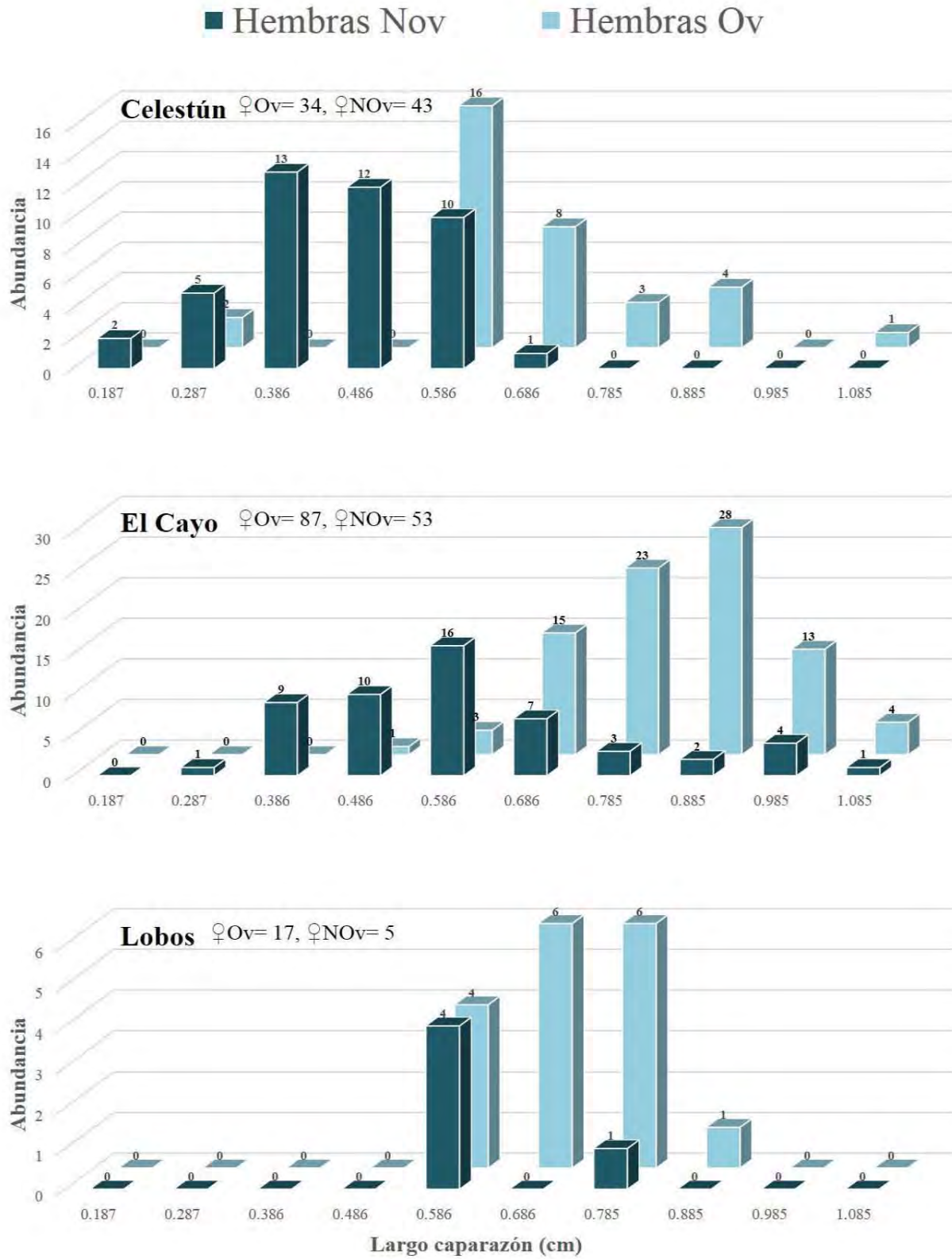


Figura 6. Distribución de la abundancia por tallas del largo del caparazón (LCa) de hembras ovígeras y hembras no ovígeras en diez intervalos de clase.

Análisis de fecundidad

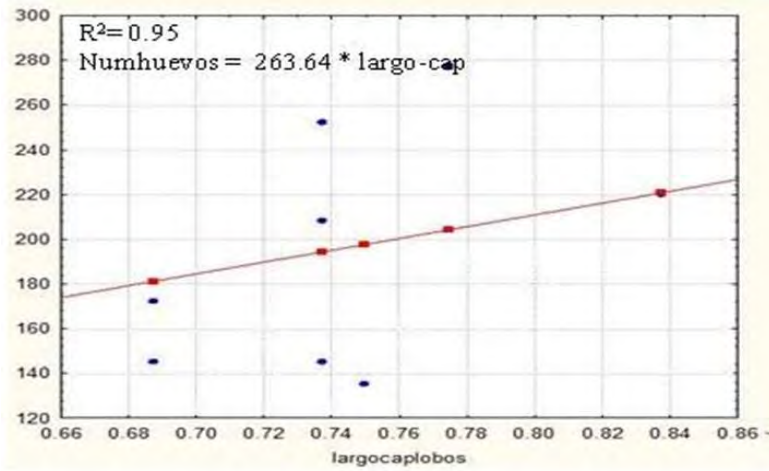
La media de huevos puestos por hembra para el total de los organismos analizados fue de 159. En Celestún la media fue de 131 huevos, 174 en el Cayo y 170 en Lobos. El promedio del diámetro de huevo en la población total fue de 0.039 cm, 0.034 cm en Lobos, 0.041 cm en el Cayo y 0.038 cm en Celestún.

La relación entre el tamaño de la hembra y el número de huevos se ajustó a un modelo cuadrático ya que la varianza de los residuales no era constante. Una vez realizado dicho ajuste, la varianza de los residuales mejoró. La relación resultó positiva y estadísticamente significativa para el total de los organismos con una $R^2 = 0.89$, la ecuación de la curva que describió dicha relación fue número-huevos = $314.97 * \text{Largo-cap}^2$. En Celestún y el Cayo también se hizo un ajuste cuadrático en donde la relación resultó igualmente positiva y estadísticamente significativa con R^2 de 0.87 y 0.88 respectivamente; las ecuaciones que describieron dicha relación en las respectivas localidades fueron Número-huevos = $273.45 * \text{Largo-cap}^2$ para Celestún y Número-huevos = $393.25 * \text{Largo-cap}^2$ para el Cayo.

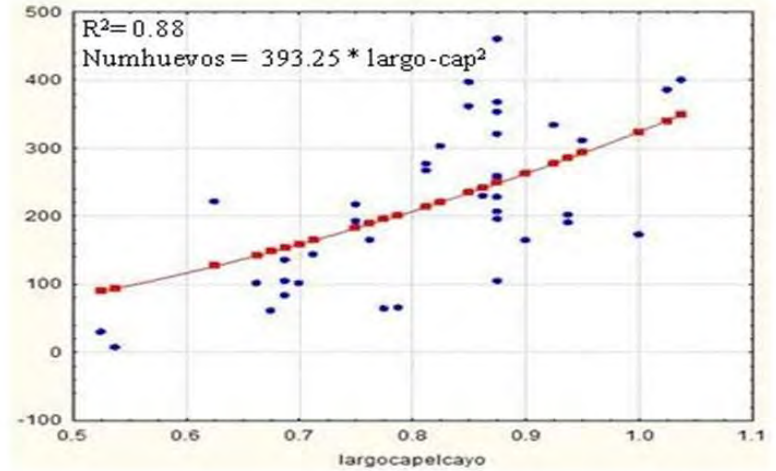
En el caso de Lobos fue imposible evaluar el patrón de la varianza de los residuales ya que se contaba con pocos datos, así que se decidió dejar la función sin ningún tipo de ajuste, por ello se siguió un modelo lineal donde la R^2 tuvo un valor de 0.95, la ecuación de la recta fue Número-huevos = $263.64 * \text{Largo-cap}$ (figura 7).

La relación entre la talla de la hembra vs el tamaño de los huevos también fue positiva, no obstante, con este parámetro no se tuvo que hacer ningún ajuste ya que todos los supuestos de la regresión se cumplían, además de ser estadísticamente significativa (figura8).

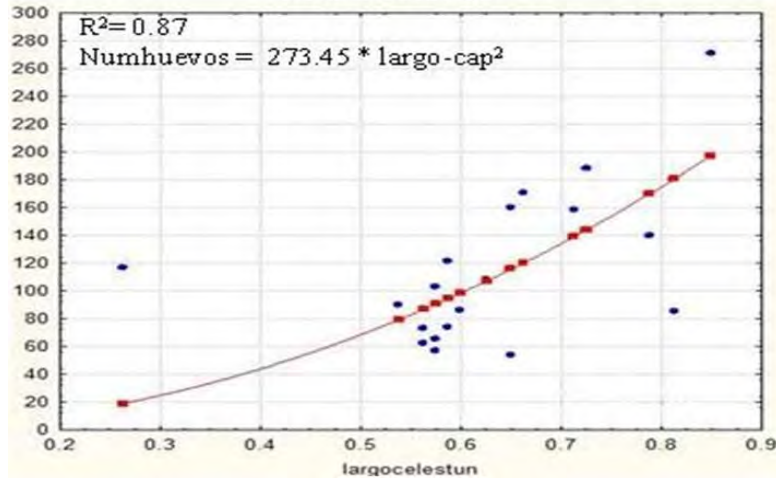
Isla Lobos



El Cayo



Ría Celestún



Total

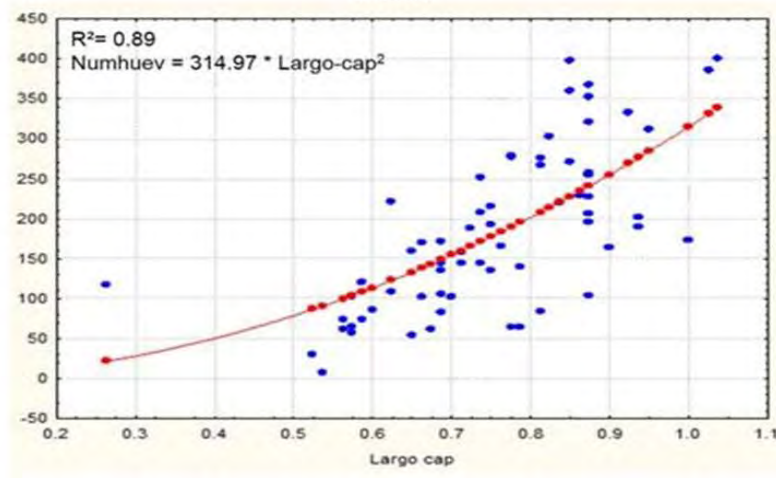
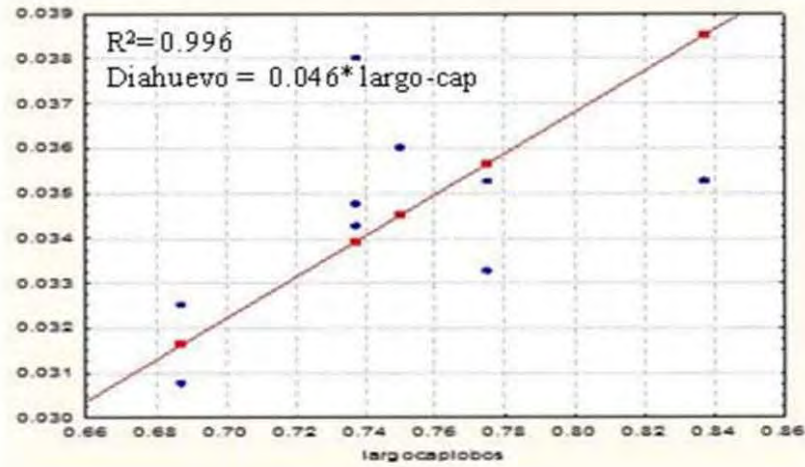
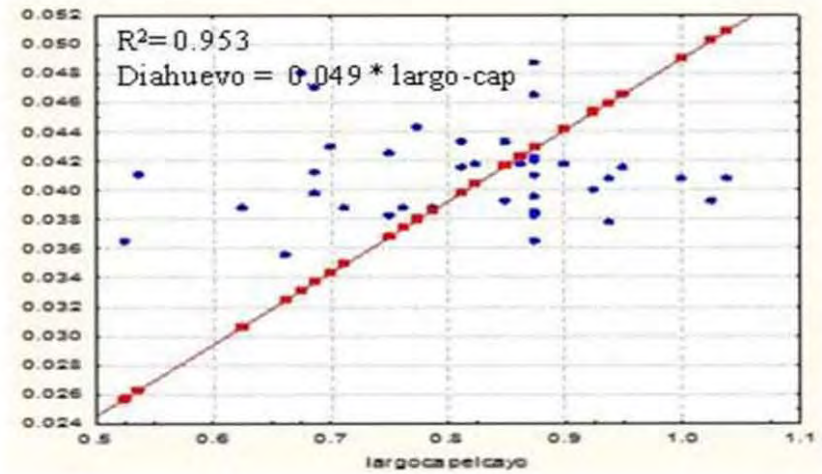


Figura 7. Relación del número de huevos ovopositados y el largo del caparazón (LCa) de la hembra en cada uno de los sitios de colecta y en el total de las muestras de todas las localidades.

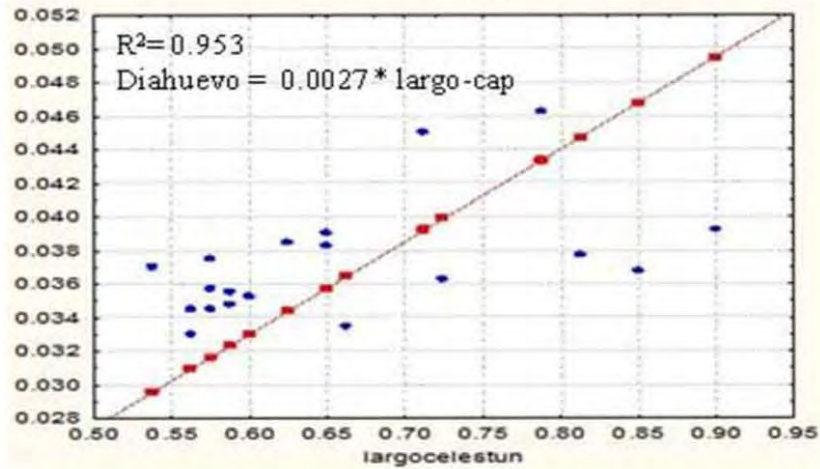
Isla Lobos



El Cayo



Ría Celestún



Total

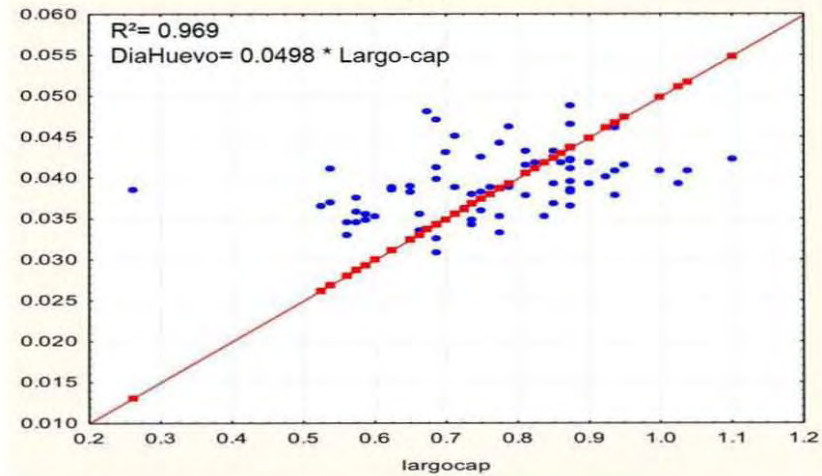


Figura 8. Relación del diámetro de los huevos ovopocitados y el largo del caparazón (LCA) de la hembra en cada uno de los sitios de colecta y en el total de las muestras de todas las localidades.

Al analizar por separado los datos de los diferentes puntos de muestreo se encontró que la varianza de los residuales también era constante y sí existía una correlación entre el diámetro de los huevos y el largo del caparazón de la hembra. La R^2 para Celestún fue de 0.953 y la ecuación de la recta fue Diámetro-huevo = $0.0027 * \text{Largo-cap}^2$; la R^2 del Cayo resultó de 0.975 y la ecuación de la recta fue Diámetro-huevo = $0.049 * \text{Largo-cap}^2$; finalmente, en Lobos la R^2 fue de 0.996 y la ecuación que describió dicha relación fue Diámetro-huevo = $0.046 * \text{Largo-cap}^2$.

En el análisis de continuidad de reproducción de las hembras en la localidad del Cayo se observó que la reproducción ocurre prácticamente durante todo el año, a pesar de las fluctuaciones en la cantidad de hembras ovígeras que se observaron al comparar los distintos meses (figura 9).

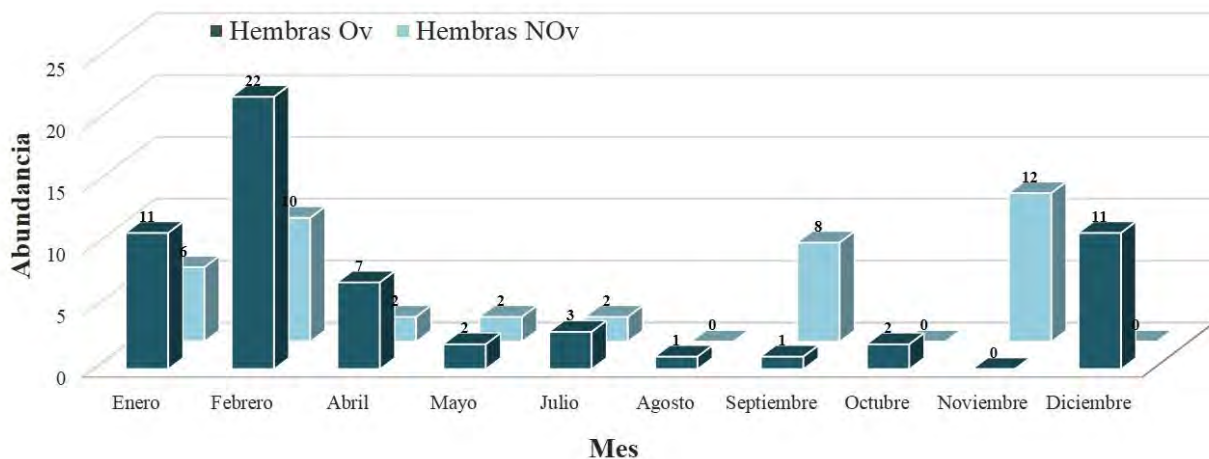


Figura 9. Distribución de abundancia de hembras ovígeras (♀Ov) y no ovígeras (♀NOv) durante el 2013 en el Cayo.

Discusión

En esta tesis se analiza por primera vez la estructura poblacional y los valores de fecundidad de *Tozeuma carolinense* en tres sitios del Golfo de México con 480 organismos recolectados en el periodo comprendido del 24 de octubre del 2004 al 20 de febrero del 2015 por diferentes grupos de trabajo.

Análisis poblacional

Según lo descrito por Ewald (1969), *T. carolinense* se distribuye en el océano Atlántico desde Estados Unidos de América hasta América del Sur, incluyendo el Golfo de México, esto concuerda con los sitios de recolecta establecidos para este trabajo.

Las condiciones ambientales de Celestún y el Cayo son las más parecidas no sólo porque pertenecen a la misma región sur-suroeste del Golfo de México según lo propuesto por Felder *et al.* (2009) y están relativamente cerca una de la otra, sino porque ambas son cuerpos lagunares que reciben constante aporte de agua marina y cuya vegetación predominante son los pastos, particularmente de *Thalassia testudinum*. Lobos, por lo contrario, es un ambiente totalmente marino con mayor profundidad y se encuentra en la región oeste-suroeste, pero la presencia de *Thalassia testudinum* es un común en las tres localidades.

La población total, con una n de 480 organismos, está dividida en dos grupos: machos con 241 individuos y hembras con 239, esto corresponde al 50.21% y 49.79% respectivamente, lo que indica que la proporción sexual (sex ratio) está equilibrada (1:1); de acuerdo con Correa y Thiel (2003), las proporciones sexuales equilibradas son características de los organismos gonocóricos, sin embargo, esta proporción no se conserva al estudiar por separado a las poblaciones de las diferentes localidades.

En Celestún de los 114 organismos colectados, 37 son machos y 77 hembras, lo que significa que la proporción sexual machos:hembras está sesgada hacia estas últimas 0.5:2, lo mismo ocurre en la localidad del Cayo que tiene una proporción sexual de 0.6:1.7. Un sesgo de este tipo hace sentido al analizar las tallas de ambos sexos, en donde los machos son pequeños y por lo tanto más ágiles, y las hembras son grandes, lo que las hace más lentas; si se toma todo

esto en cuenta, las probabilidades de obtener una hembra en un muestreo son superiores a las probabilidades de colectar a un macho. Sin embargo, esto no concuerda con lo obtenido en la localidad de isla Lobos en donde la proporción sexual favorece por mucho a los machos (5.5:0.2) aun cuando la distribución de tallas presenta el mismo patrón.

El grupo de las hembras totales está subdividido en ovígeras y no ovígeras, con 138 y 101 organismos respectivamente, esto equivale al 57.74% y 42.26% de la subpoblación de las hembras, pero con base en la población total, considerando también a los machos, se tiene un porcentaje de 28.75% hembras ovígeras y 21.04% hembras no ovígeras. Números similares se tienen al estudiar por separado a Celestún y el Cayo, lo que hace pensar que poco más de la mitad de las hembras son ovígeras en estas poblaciones. No obstante, en Lobos las hembras ovígeras predominan en los seis muestreos con respecto a las no ovígeras.

Al analizar la distribución de tallas de la totalidad de organismos colectados se observa un claro dimorfismo de tallas mayores en hembras y tallas menores en machos. De acuerdo con Berglund (1981), la presencia de machos más pequeños reduce el gasto energético en crecimiento y probablemente disminuya su riesgo de depredación; la talla grande de las hembras también es un patrón esperado si se toma en cuenta que el número de huevos depende del tamaño de éstas (Guerao *et al.*, 1994). Este mismo patrón se observa cuando se analizan las tallas de machos y hembras en cada uno de los sitios de muestreo. Correa y Thiel (2003), describen cuatro sistemas de apareamiento para los carídeos, dentro de los cuales se encuentra el sistema denominado "pure searching", que es el sistema común dentro de los carídeos de vida libre y en el que los machos exitosos son los que poseen las tallas pequeñas porque su tamaño les permite manejarse con agilidad y encontrar hembras eficazmente. De acuerdo con estos mismos autores, la presencia de un dimorfismo sexual en donde los machos poseen las tallas pequeñas también puede tomarse como indicio del fenómeno de la protandria, sin embargo, se requiere de un estudio con mayor detalle y centrado en el sistema sexual de *T. carolinense* y de sus morfotipos sexuales para confirmar o no esta hipótesis, ya que existen otras características indicadoras de protandria como la distribución de los organismos con diferentes tallas dentro de los intervalos de clase (Bauer, 2004) y la prensilidad del tercer pereiópodo en sólo algunos de los machos, que no se han estudiado en este género (Bauer y VanHoy, 1996).

En cuanto a los promedios de talla en machos, se observa que las tallas de isla Lobos son

las pequeñas, Celestún tiene organismos con tallas intermedias y por último los organismos del Cayo son los más grandes.

En este mismo parámetro las hembras del Cayo exhiben las tallas más grandes, Lobos tiene hembras notablemente mayores comparadas con sus machos y Celestún tiene a los organismos con las tallas intermedias nuevamente. Si se considera que de todas las hembras capturadas en Lobos el 70% son ovígeras y se sabe que las hembras ovígeras tienden a ser más grandes que las no ovígeras (Berglund, 1981), es lógico pensar que en esta localidad se capturen especímenes de tallas tan elevadas contrastándolas con los machos.

Análisis de Fecundidad

Al comparar las tallas de las hembras ovígeras contra las no ovígeras, se concluye que las primeras poseen las mayores tallas y las segundas las menores, dicho patrón se observa de manera local y también de manera global. Se puede considerar, que las hembras de *T. carolinense* invierten una gran cantidad de energía en crecer y cuando alcanzan una talla determinada comienzan a dedicar su gasto energético a la reproducción.

En este trabajo, las hembras ovígeras se distribuyen a partir de los 0.536 hasta los 1.134 cm de LCa, lo que indica que poco después de los 0.50 cm de LCa, las hembras inician la maduración sexual. Aun cuando el grueso de la población de hembras ovígeras inicia en la talla antes mencionada, de manera extraordinaria existen tres ejemplares más pequeños en tallas y se ubican de la siguiente manera: dos organismos en el intervalo dos (0.237-0.336) y uno más en el intervalo cuatro (0.436 – 0.535 cm de LCa), si no se consideran estos tres ejemplares, la hembra ovígera más pequeña tiene una talla de 0.538 cm de LCa.

Los beneficios de que las hembras sean grandes al momento de la madurez sexual son evidentes: la edad está relacionada con el tamaño y éste a su vez está estrechamente relacionado con el número posible de embriones que una hembra puede portar entre los pleópodos (Jensen, 1958). En consecuencia, las hembras de muchas especies de carídeos optan por posponer su reproducción hasta alcanzar grandes tallas (Berglund, 1981).

Berglund y Rosenqvist (1986), establecen que hay dos tipos de costo asociados a la reproducción, la reducción en el tamaño del organismo y el incremento en la vulnerabilidad ante

depredadores, es por ello que en especies como *Palaemon adspersus* la madurez sexual ocurre, usualmente, pasado el año que es cuando se han alcanzado tallas mayores, así las hembras tienen un mayor número de huevos y tienen muchas menos probabilidades de ser depredadas en edades tempranas. Este fenómeno es sencillo de entender ya que, si una hembra tiene una puesta de huevos, no muda, y por lo tanto no crece, de igual manera la puesta impide que los movimientos abdominales alcancen su máxima eficiencia de nado, esto provoca que el organismo sea menos capaz de escapar de un depredador.

La relación entre el largo del caparazón y el número de huevos puestos entre los pleópodos en las hembras es positiva para la totalidad de las hembras, que de acuerdo con Berglund y Rosenqvist (1986), es un patrón que se comparte con la mayoría de los crustáceos; en carídeos por ejemplo, se reporta que las hembras de *Machrocranchium lamarrei* (Shakuntala, 1977), *Palaemon pacificus* (Emmerson, 1985), *Atya margaritacea* (Sánchez *et al.*, 2008), *Periclimenes ornatus* (Omori *et al.*, 1994), *Hippolyte zostericola* (Negreiros-Fransozo *et al.*, 1996), *Synalpheus filidigitus* (Duffy y Macdonald, 1999), poseen esta característica reproductiva; sin embargo, la función obtenida para describir la fecundidad de *T. carolinense* no es lineal como se hubiera esperado sino cuadrática, este ajuste se llevó a cabo debido a que al seguir un modelo lineal no se cumplían con los supuestos de la regresión lineal y por lo tanto la prueba estadística no era confiable.

Díaz (2009), establece que las inferencias en una regresión lineal se basan en cuatro supuestos sobre los elementos de la ecuación, estos son: 1, la variable explicativa X se mide sin error; 2, la relación entre los valores esperados de Y y los de X pueden expresarse mediante una función lineal; 3, los diferentes valores de Y para cada valor de X son independientes y tienen una distribución Normal, otra forma de describir este supuesto es exigir que los errores sean probabilísticamente independientes y con distribución normal para cada valor de X y, 4, los errores tienen varianzas homogéneas para cada valor de X, o sea que la varianza en torno a la línea de regresión es constante y no depende del valor que tome X. Dado que las regresiones lineales llevadas a cabo en este estudio no cumplen con el supuesto número cuatro, o sea que la varianza de los residuales no es constante, se hizo una serie de ajustes que resultaron en el modelo cuadrático mencionado con anterioridad.

En el caso de isla Lobos, se cuenta con pocos datos de hembras ovígeras por lo que el patrón de la varianza no es claro, debido a ello se decidió dejar el modelo lineal inicial sin el ajuste, esto significa que hace falta un muestreo intenso para aumentar el tamaño de muestra y así obtener resultados concluyentes. En las dos localidades restantes, la cantidad de datos analizada al ser numerosa permite observar que el aumento en el número de huevos es cuadrático y en el modelo global, es decir, para las tres localidades juntas, el resultado total es cuadrático también.

Este trabajo no es el primero en presentar modelos con funciones no lineales, se tiene el caso de Emmerson (1985), que propone un modelo logarítmico para describir la fecundidad de *Palaemon pacificus*, lo mismo ocurre para varias especies de *Macrobrachium* descritas por Mejía-Ortiz *et al.* (2001), o la fecundidad de *Atya margaritacea* analizada por Sánchez *et al.* (2008), por mencionar algunos ejemplos en carídeos, lo que indica que la relación entre los tamaños de la puesta y el de las hembras es una razón geométrica que puede variar de especie a especie (función lineal, exponencial o logarítmica)

Con todo lo mencionado anteriormente acerca de la relación entre el número de los huevos respecto a la talla de la hembra, es de esperarse que el promedio de número de huevos en el Cayo y Lobos sea más elevado que en Celestún, ya que las hembras de los primeros dos sitios de colecta son de mayor talla comparadas con las del último.

La relación entre la talla de la hembra *vs* el tamaño de los huevos entre los pleópodos también es positiva, esto quiere decir que, a mayor talla en la hembra, mayor es el tamaño de los huevos que ovoposita. Si se analiza la relación cantidad y tamaño de los huevos *vs* talla de la hembra ovígera con coeficientes de correlación de 0.89 y 0.96 respectivamente, se encuentra que los valores de la fecundidad aumentan conforme la talla de la hembra aumenta, esto es, se producen una mayor cantidad de huevos y de mayor tamaño conforme la hembra crece. En el caso de *Macrocranchium lamarrei*, existe una relación lineal directa entre el número de huevos *vs* la talla de la hembra, pero la relación de tamaño de huevos *vs* talla de la hembra es inversamente proporcional (Shakuntala, 1977).

Si se considera que las hembras de *T. carolinense* ponen más huevos y de mayor talla conforme estas aumentan de tamaño, se entiende el porqué de la distribución de estas hembras ovígeras en los últimos grupos de tallas, tanto de manera local como global. Al comparar los

valores del número de huevos puesto *vs* talla de las hembras a nivel local, se observa que los coeficientes de correlación están alrededor del 0.90 y la relación de los valores del tamaño de huevos *vs* talla de las hembras oscilan en 0.97, esta semejanza de los valores en los coeficientes puede ser explicada por la cercanía de los valores latitudinales entre las localidades estudiadas.

El estudio de la reproducción en hembras realizado para la localidad del Cayo, indica que las hembras de *T. carolinense* se reproducen todo el año, por lo menos en esta población, esto concuerda con lo propuesto por Bauer (1989), las hembras de especies de latitudes altas presentan estacionalidad en su reproducción, al tener el Golfo de México latitudes más tropicales, es correcto asumir que *T. carolinense* presenta una reproducción continua. Este mismo patrón latitudinal lo registran Correa y Thiel (2003), para nueve de las catorce especies de carídeos que estudiaron. En el presente estudio, el análisis de la continuidad de la reproducción se puede realizar solo para la localidad del Cayo ya que ésta es la única que cuenta con muestreos mensuales durante un año, mientras que en Celestún y Lobos hay sólo uno y seis muestreos en años distintos sin observar una periodicidad.

Conclusiones

Análisis poblacional

- El conjunto de poblaciones de *Tozeuma carolinense* correspondiente a las localidades de Celestún, el Cayo e isla Lobos posee un 50.21% de machos y 49.79% de hembras, proporción equilibrada (1:1).
- La población de Celestún se compone por 32.45% machos y 67.54% hembras; el Cayo, por su parte, tiene 36.94% machos y 63.06% hembras; por último, Lobos tiene 84.7% machos y 15.28% hembras.
- Las hembras tienden a poseer mayores tallas que los machos; las hembras ovígeras muestran tallas más grandes comparadas con las hembras no ovígeras.

Análisis de fecundidad

- La media de huevos puestos por hembra para el total de los organismos analizados es de 159, para el caso de Celestún es de 131, en el Cayo es de 174 y por último en Lobos es de 170.
- El promedio del diámetro de huevo en la población total es de 0.039 cm, 0.038 cm en Celestún, 0.041 cm en el Cayo y 0.034 cm en Lobos.
- La relación entre el tamaño de la hembra y el número de huevos ovopositados es positiva y estadísticamente significativa para el total de los organismos con una $R^2 = 0.89$; en Celestún, el Cayo y Lobos la relación es igualmente positiva y estadísticamente significativa con R^2 de 0.87, 0.88, 0.95 respectivamente. Esto corrobora un aumento en el número de embriones producidos a mayor LCa.

- Debido a la presencia de hembras ovígeras en cada uno de los meses, se considera que la continuidad de la reproducción en el Cayo es constante durante todo el año.

Literatura citada

- Abello, P., and F. Sarda. (1982). The fecundity of the Norway lobster *Nephrops norvegicus* (L.) of the Catalan and Portuguese coasts. *Crustaceana*, 43, 13-20.
- Ahyong, S. T., Lowry, J. K., Alonso, M., Bamber, R. N., Boxshall, G. A., Castro, P., and Meland, K. (2011). Subphylum Crustacea Brünnich, 1772. *Zootaxa*, 3148, 165-191.
- Allen, J. A. (1966). The dynamics and interrelationships of mixed populations of Caridea found off the north-east coast of England. In H.B. Barnes (Ed.). *Some contemporary studies in marine science* (pp. 45-66). London, UK: Allen and Unwin.
- Alonso, M., Flores, J. (2004). *Estadística descriptiva para bachillerato*. Instituto de matemáticas: UNAM. México.
- Anger, K., and Moreira G. S. (1998). Morphometric and reproductive traits of tropical caridean shrimps. *Journal of Crustacean Biology*, 18, 823-838.
- Apollonio, S. (1969). Breeding and fecundity of the glass shrimp, (*Pasiphaea multidentata* (Decapoda, Caridea), in the Gulf of Maine. *Journal of the Fisheries Board of Canada*, 26(8), 1969-1983.
- Balasundaram, C., and Pandian T. (1982). Egg loss during incubation in *Macrobrachium nobilii* (Henderson and Mathai). *Journal of Experimental Marine Biology and Ecology*, 59, 289-299.
- Barba, E., Raz-Guzmán A., and Sánchez A. (2005). Distribution patterns of estuarine caridean shrimps in the southwestern Gulf of Mexico. *Crustaceana*, 78(6), 709-726.
- Bauer, R. T. (1986). Sex change and life history pattern in the shrimp *Thor manningi* (Decapoda: Caridea): A novel case of partial protandric hermaphroditism. *The Biological Bulletin*, 170(1), 11-31.
- Bauer, R.T. (1989). Continuous reproduction and episodic recruitment in nine shrimp species inhabiting a tropical sea grass meadow. *Journal of Experimental Marine Biology and Ecology*, 127, 175-187.

- Bauer, R. T. (1991). Analysis of embryo production in a caridean shrimp guild from a tropical seagrass meadow. In Wenner A. and A. Kuris (Eds.) *Crustacean egg production*. (pp. 181–191). Rotterdam, The Netherlands: A. A. Balkema.
- Bauer, R. T. (2004). Remarkable shrimps: adaptations and natural history of the carideans. USA: University of Oklahoma Press.
- Bauer, R. T., and VanHoy, R. (1996). Variation in sexual systems (protandry, gonochorism) and reproductive biology among three species of the shrimp genus *Thor* (Decapoda: Caridea). *Bulletin of Marine Science*, 59(1), 53-73.
- Berglund, A. (1981). Sex dimorphism and skewed sex ratios in the prawn species *Palaemon adspersus* and *P. squilla*. *Oikos*, 36, 158-162.
- Berglund, A., and Rosenqvist, G. (1986). Reproductive costs in the prawn *Palaemon adspersus*: effects on growth and predator vulnerability. *Oikos*, 46, 349-354.
- Boschi, E. 1964. Los crustáceos decápodos Brachyura del litoral bonaerense. *Boletín del Instituto de Biología Marina*, (6), 1-99.
- Brusca, R. C., Moore, W., and Shuster, S. M. (2016). *Invertebrates*. Massachusetts, USA: Sinauer Associates Sunderland.
- Calow, P. (1979). The cost of reproduction: a physiological approach. *Biological reviews*, 54, 23-40.
- Canedo-López, Y., Ruiz-Marín, A., and Chi-Ayil, J. C. (2014). Diagnóstico de la contaminación por metales pesados en sedimento superficial de la laguna de Términos, Campeche: una aproximación Estadística. *Revista aidis de Ingeniería y Ciencias Ambientales: Investigación, desarrollo y práctica*, 7(2), 95-104.
- Chace, F. Jr. (1997). The Caridean Shrimps (Crustacea: Decapoda) of the Albatross Philippine Expedition, 1907-1910, Part 7: Families Atyidae, Eugeonatonotidae, Rhynchocinetidae, Bathypalaemonellidae, Processidae, and Hippolytidae. USA: Smithsonian Institution Press.
- Clarke, A. (1993). Reproductive trade-offs in caridean shrimps. *Functional Ecology*, 7, 411-419.

- Corey, S. (1991). Comparative potential reproduction and actual production in several species of North American crayfish. In Wenner A. and A. Kuris (Eds.) *Crustacean egg production* (pp. 69-76). Rotterdam, The Netherlands: A. A. Balkema.
- Corey, S., and D. M. Reid. (1991). Comparative fecundity of decapod crustaceans. I. The fecundity of thirty-three species of nine families of caridean shrimp. *Crustaceana*, 60, 270-294.
- Correa, C., and Thiel, M. (2003). Mating systems in caridean shrimp (Decapoda: Caridea) and their evolutionary consequences for sexual dimorphism and reproductive biology. *Revista Chilena de Historia Natural*, 76(2), 187-203.
- Cortés, M., and Campos, N. (1999). Crustáceos decápodos de fondos blandos, en la franja costera del Departamento del Magdalena, Caribe colombiano. *Revista Académica Colombiana de Ciencias*, 23(89), 603-614.
- De Grave, S., and M. Dowell. (2005). Redescription of the little known shrimp, *Tozeuma cornutum* A. Milne-Edwards, 1881 (Decapoda, Hippolytidae). *Crustaceana*, 77(11), 1403-1407.
- De Grave, S., and Fransen, C. H. (2011). *Carideorum Catalogus: The Recent Species of the Dendrobranchiate, Stenopodidean, Procarididean and Caridean Shrimps* (Crustacea: Decapoda). *Zoologische Mededelingen*, 85(9), 195-589.
- De la Lanza-Espino, G., and Montes, H. L. (1999). Comparación fisicoquímica de las lagunas de Alvarado y Términos. *Hidrobiológica*, 9(1), 15-30.
- Díaz, A. (2009). *Diseño estadístico de experimentos* (2a ed.). Colombia: Universidad de Antioquia.
- Duffy, J. E., and Macdonald, K. S. (1999). Colony structure of the social snapping shrimp *Synalpheus filidigitus* in Belize. *Journal of Crustacean Biology*, 19(2), 283-292.
- Emmerson, W. (1985). Fecundity, larval rearing and laboratory growth of *Palaemon pacificus* (Stimpson) (Decapoda, Palaemonidae). *Crustaceana*, 49(1), 277-289.

- Ewald, J. J. (1969). Observations on the biology of *Tozeuma carolinense* (Decapoda, Hippolytidae) from Florida, with special reference to larval development. *Bulletin of Marine Science*, 19(3), 510-549.
- Felder, D. L., Camp, D. K., and Tunnell, W. Jr. (2009). An introduction to Gulf of Mexico biodiversity assessment. In D. L. Felder., D. K. Camp and Earle S. (Eds.) *Gulf of México Origin, Waters, and Biota: Biodiversity, Volume. 1* (Pp. 1-13) Texas, USA: Texas A&M University Press.
- García-Barros, E. (2004). Implicaciones ecológicas y evolutivas del tamaño de los artrópodos. Biodiversidad, taxonomía y biogeografía de artrópodos de México: hacia una síntesis de su conocimiento. *Boletín de la Sociedad Entomológica Aragonesa*, 26, 657-678.
- Goellner, K. E. (1943). The life cycle and productivity of the crayfish *Cambarus immunis* Hagen. (Ph. D. Dissertation). University of Michigan, Michigan, USA.
- González-Gándara, C., Trinidad-Martínez, S. D., and Chávez-Morales, V. M. (2006). Peces ligados a *Thalassia testudinum* en el arrecife Lobos, Veracruz, México: diversidad y abundancia. *Revista de biología tropical*, 54(1), 189-194.
- Guerao, G., Pérez-Baquera, J., and Ribera, C. (1994). Growth and reproductive biology of *Palaemon xiphias* Risso, 1816 (Decapoda: Caridea: Palaemonidae). *Journal of Crustacean Biology*, 14(2), 280-288.
- Hardin, G. (1993). *Living within limits: Ecology, economics and population taboos*. USA: Oxford University Press.
- Hendrickx, M. E. (2012). Crustáceos decápodos (Arthropoda: Crustacea: Decapoda) de aguas profundas del Pacífico mexicano: Lista de especies y material recolectado durante el proyecto TALUD. In P. Zamorano, ME Hendrickx y M. Caso (Eds.), Biodiversidad y comunidades del talud continental del Pacífico mexicano (pp. 283-317). México: Secretaría del Medio Ambiente y Recursos Naturales (SEMARNAT), Instituto Nacional de Ecología (INE).
- Hernández, P. (2001). Producción y rendimiento reproductivo en *Petrolisthes granulatus* (Decapoda, Anomura, Porcellanidae) en diferentes localidades del norte de Chile: una comparación latitudinal. *Investigaciones marinas*. 29(1), 73-81.

- Hooks, T., K. Heck and R. Livingston. (1976). An inshore marine invertebrate community: structure and habitat associations in the northeastern Gulf of Mexico. *Bulletin of Marine Science*. 26(1), 99-109.
- Jensen, J. P. (1958). Studies in the life history of the prawn *Leander adspersus* (Rathke) and the Danish fishery of this species. *Meddel. Danmarks Fiskeri- Havsunders.* 18, 1-28.
- Kim, S., and S. Hong. (2004). Reproductive biology of *Palaemon gravieri* (Decapoda: Caridea: Palaemonidae). *Journal of Crustacean Biology*. 24(1), 121-130.
- King, M. G., and A. J. Butler. (1985). Relationship of life-history patterns in deepwater caridean shrimps (Crustacea: Natantia). *Marine Biology*. 86, 129-138.
- Kuris, A. M. (1991). A review of patterns and causes of crustacean brood mortality. In A. Wenner and A. Kuris (Eds.) *Crustacean egg production* (pp. 117–141). Rotterdam, The Netherlands: A.A. Balkema.
- Lardies, M., and Wehrtmann I. (1996). Aspects of the reproductive biology of *Petrolisthes laevigatus* (Guérin, 1835)(Decapoda, Anomura, Porcellanidae). Part I: Reproductive output and chemical composition of eggs during embryonic development. *Archive of Fishery and Marine Research*. 4, 121-135.
- Main, K. L. (1985). The influence of prey identity and size on selection of prey by two marine fishes. *Journal of Experimental Marine Biology and Ecology*. 88(2), 145-152.
- Main, K. L. (1987). Predator avoidance in seagrass meadows: prey behavior, microhabitat selection, and cryptic coloration. *Ecology*. 68(1), 170-180.
- Martin, J. W., and Davis, G. E. (2001). An updated classification of the recent crustacea. Natural History Museum of Los Angeles County. *Science Series*. 39, 1-124.
- Martínez-Mayén, M., and Román-Contreras, R. (2000). Aspects of the reproduction of *Atya margaritacea* A. Milne-Edwards, 1864 (Decapoda, Atyidae) in a population from the Mexican Pacific. *Crustaceana*. 73(8), 913-923.

- Martínez-Mayen, M. and Román-Contreras, R. (2014). Sexual maturity, fecundity, and embryo loss in the pontoniine shrimp *Cuapetes americanus* (Kingsley, 1878) (Decapoda: Palaemonidae) in Bahía de La Ascensión, Quintana Roo, México. *Journal of Crustacean Biology*. 34(3), 342-348.
- Mejía-Ortiz, L., Alvarez, F., Román, R., and Viccon-Pale, A. (2001). Fecundity and distribution of freshwater prawns of the genus *Macrobrachium* in the Huitzilapan River, Veracruz, Mexico. *Crustaceana*. 74(1), 69-77.
- Milne-Edwards, A. (1881). Description de quelques crustacés macroures provenant des grandes profondeurs de la Mer des Antilles. *Annales des Sciences Naturelles Zoologie*. 6 (11), 1-16.
- Montgomery, D. (1991). Diseño y Análisis de Experimentos. México: Iberoamericana,
- Murua, H., Krous, G., Saborido-Rey, F., Whittames, P. R., Thorsen, A., and Junquera, S. (2003). Procedures to estimate fecundity in marine fish species in relation to their reproductive strategy. *Journal of Northwest Atlantic Fisheries Science*. 33, 33–54
- Negreiros-Fransozo, M. L., Barba, E., Sanchez, A., Fransozo J., and Ráz-Guzmán, A. (1996). The species of *Hippolyte* Leach (Crustacea, Caridea, Hippolytidae) from Términos lagoon, southwestern Gulf of Mexico. *Revista Brasileira de Zoologia*. 13(3), 539-551.
- Oh, C. W., Suh, H. L., Park, K. Y., Ma, C. W., and Lim, H. S. (2002). Growth and reproductive biology of the freshwater shrimp *Exopalaemon modestus* (Decapoda: Palaemonidae) in a lake of Korea. *Journal of Crustacean Biology*. 22(2), 357-366.
- Omori, K., Yanagisawa, Y., and Hori, N. (1994). Life history of the caridean shrimp *Periclimenes ornatus* Bruce associated with a sea anemone in southwest Japan. *Journal of Crustacean Biology*. 14(1), 132-145.
- Perkins, H. C. (1971). Egg loss during incubation from offshore northern lobsters (Decapoda: Homaridae). *Fishery Bulletin*. 69(2): 451-453.
- Ramírez, E. (2002). Fecundity and life-history strategies in marine invertebrates. *Advances in Marine Biology*. 43: 87-170.

- Rana, S. 2013. *Essentials of ecology and environmental science* (5th edition). India: PHI learning.
- Robles de Benito, R. (2005). *Apropiación de Recursos Naturales y Relaciones Sociales en la Reserva de la Biósfera Ría Celestún, Yucatán*. (Tesis de Maestría). Instituto Politécnico Nacional, Yucatán, México.
- Sánchez, P. J., Beltrán, R., and Ramírez, J. P. (2008). Crecimiento y reproducción del camarón *Atya margaritacea* (Decapoda: Atyidae) en el Río Presidio, Sinaloa, México. *Revista de Biología Tropical*. 56(2), 513-522.
- Scheltema, R. S. (1994). Adaptations for Reproduction Among Deep-Sea Benthic Molluscs: An Appraisal of the Existing Evidence. In Young, C., and Eckelbarger, K. (Eds.) *Reproduction, larval biology, and recruitment of the deep-sea benthos* (pp. 51-53). New York, USA: Columbia University Press.
- Schmitt, W.L. (1935). Crustacea Macrura and Anomura of Porto Rico and the Virgin Islands. *Scientific Survey of Porto Rico and the Virgin Islands*. 15(2), 125–227.
- Shakuntala, K. (1977). The relation between body size and number of eggs in the freshwater prawn, *Macrobrachium lamarrei* (H. Milne Edwards) (Decapoda, Caridea). *Crustaceana*. 33(1), 17-22.
- Stearns, S. C. (1976). Life-history tactics: a review of the ideas. *Quarterly review of biology*. 51(1), 3-47.
- Stearns, S. C. (1992). *The evolution of life histories*. Oxford, UK: Oxford University Press.
- Terossi, M., Wehrtmann, I. S., and Mantelatto, F. L. (2010). Interpopulation comparison of reproduction of the Atlantic shrimp *Hippolyte obliquimanus* (Caridea: Hippolytidae). *Journal of Crustacean Biology*. 30(4), 571-579.
- Torres-Mota, R., Salles-Afonso-de-Almeida, P., and López-González, J. (2014). Efectos del aumento del nivel del mar por cambio climático en la morfología de la ría de Celestún, Yucatán. *Tecnología y ciencias del agua*. 5(5), 5-20.
- Turra, A. and Leite, F. (2007). Embryonic development and duration of incubation period of tropical intertidal hermit crabs (Decapoda, Anomura). *Revista Brasileira de Zoologia*. 24(3), 677-686.

- Vázquez, R. (1995). *Ecología y medio ambiente. México: Patria.*
- Voss, G. (1956). Protective coloration and habitat of the shrimp *Tozeuma carolinensis* Kingsley, (Caridea: Hippolytidae). *Bulletin of Marine Science.* 6(4), 359-363.
- Wehrtmann, I. S., Miranda, I., Lizana-Moreno, C. A., Hernáez, P., Barrantes-Echandi V., and Mantelatto, F. L. (2012). Reproductive plasticity in *Petrolisthes armatus* (Anomura, Porcellanidae): A comparison between a Pacific and an Atlantic population. *Helgoland Marine Research.* 66, 87-96.
- Zhang, D., Lin, J., and Creswell L. (1998). Mating behavior and spawning of the banded coral shrimp *Stenopus hispidus* in the laboratory. *Journal of Crustacean Biology.* 18(3), 511-518.

Anexo A. Análisis discriminante

Para aplicar el análisis discriminante es necesario considerar una serie de supuestos:

- a) Se tiene una variable categórica y el resto de variables son de intervalo o de razón y son independientes respecto de ella.
- b) Se necesitan al menos dos grupos, y para cada grupo se necesitan dos o más casos.
- c) El número de variables discriminantes debe ser menor que el número de objetos menos 2.
- d) Ninguna variable discriminante puede ser combinación lineal de otras variables discriminantes.
- e) El número máximo de funciones discriminantes es el mínimo.
- f) Las matrices de covarianzas dentro de cada grupo deben de ser aproximadamente iguales.
- g) Las variables continuas deben seguir una distribución normal multivariante.

Al partir de q grupos donde se asignan a una serie de objetos, al considerar, además, p variables medidas sobre ellos (x_1, \dots, x_p) , se trata de obtener para cada objeto una serie de puntuaciones que indican el grupo al que pertenecen (y_1, \dots, y_m) , de modo que sean funciones lineales de las variables x , esto es:

$$\begin{cases} y_1 = w_{10} + w_{11}x_1 + w_{12}x_2 + \dots + w_{1p}x_p \\ \vdots \\ y_m = w_{m0} + w_{m1}x_1 + w_{m2}x_2 + \dots + w_{mp}x_p \end{cases}, \text{ con } m = \min\{q-1, p\}$$

tales que discriminen o separen lo máximo posible a los q grupos. Estas combinaciones lineales de las p variables deben maximizar la varianza entre los grupos y minimizar la varianza dentro de los grupos.

Descomposición de la varianza

La variabilidad total de la muestra se puede descomponer en variabilidad dentro de los grupos y entre los grupos. Para ello, se parte: $\text{cov}(x_j, x_{j'}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\bar{x}_{ij} - \bar{x}_j)(\bar{x}_{ij'} - \bar{x}_{j'})$, se puede considerar la media de la variable x_j en cada uno de los grupos (l_1, \dots, l_q) , es decir, $\bar{x}_{kj} = \frac{1}{n_k} \sum_{i \in l_k} x_{ij}$ con $k = 1, \dots, q$.

De esta forma, la media total de la variable x_j se puede expresar como función de las medias dentro de cada grupo: $n_k \bar{x}_{kj} = \sum_{i \in l_k} x_{ij}$, así $\bar{x}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{ij} = \sum_{k=1}^q \sum_{i \in l_k} x_{ij} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^q n_k \bar{x}_{kj}$.

De esta forma $\text{cov}(x_j, x_{j'}) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^q \sum_{i \in l_k} (\bar{x}_{ij} - \bar{x}_j)(\bar{x}_{ij'} - \bar{x}_{j'})$, si en cada término se incluye:

$$\begin{cases} (\bar{x}_{ij} - \bar{x}_j) = (\bar{x}_{ij} - \bar{x}_{kj})(\bar{x}_{kj} - \bar{x}_j) \\ (\bar{x}_{ij'} - \bar{x}_{j'}) = (\bar{x}_{ij'} - \bar{x}_{kj'})(\bar{x}_{kj'} - \bar{x}_{j'}) \end{cases} \text{ se obtiene,}$$

$$\begin{aligned} \text{cov}(x_j, x_{j'}) &= \frac{1}{n} \sum_{k=1}^q \sum_{i \in l_k} (\bar{x}_{ij} - \bar{x}_j)(\bar{x}_{ij'} - \bar{x}_{j'}) \\ &= \frac{1}{n} \sum_{k=1}^q \sum_{i \in l_k} (\bar{x}_{ij} - \bar{x}_{kj})(\bar{x}_{ij'} - \bar{x}_{kj'}) + \sum_{k=1}^q \frac{n_k}{n} (\bar{x}_{kj} - \bar{x}_j)(\bar{x}_{kj'} - \bar{x}_{j'}) \end{aligned}$$

covarianza total = covarianza dentro de grupos + covarianza entre grupos

Extracción de funciones discriminantes

En el análisis discriminante la idea es extraer a partir (x_1, \dots, x_p) variables observadas en k grupos, m funciones (y_1, \dots, y_m) de forma que $y_i = w_{i0} + w_{i1}x_1 + w_{i2}x_2 + \dots + w_{ip}x_p$ con $i = 1, \dots, m$. tales que la correlación $(y_i, y_j) = 0, \forall i \neq j$. Si las variables x_i están estandarizadas las funciones y_i se denominan discriminantes canónicas.

Las funciones (y_1, \dots, y_m) se extraen de modo que:

a) y_1 es la combinación lineal de las (x_1, \dots, x_p) que proporciona la mayor discriminación entre los grupos.

b) y_2 es la combinación lineal de las (x_1, \dots, x_p) que proporciona la mayor discriminación entre los grupos, después de y_1 , tal que $corre(y_1, y_2) = 0$.

c) En general, y_i es la combinación lineal de las (x_1, \dots, x_p) que proporciona la mayor discriminación posible entre los grupos, después de y_{i-1} , tal que $corre(y_i, y_j) = 0$; $j = 1, \dots, (i-1)$.

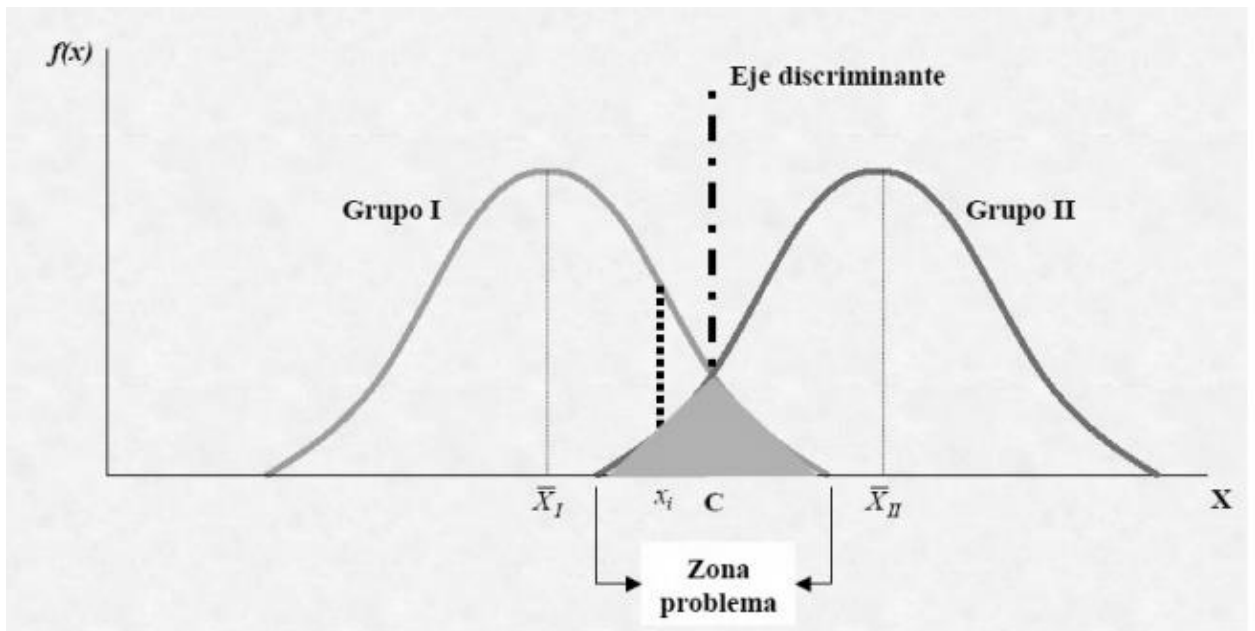
Para resolver el problema se maximiza la variabilidad entre los grupos para discriminarlos mejor, es decir, se maximiza la varianza entre grupos con relación al total de la varianza. Se utilizan multiplicadores de Lagrange, al resolver la ecuación generada se obtienen los valores propios que resuelven la maximización y por tanto, al tomar el vector asociado al máximo autovalor se obtiene la función que recoge el máximo poder discriminante.

El autovalor asociado a la función discriminante indica la proporción de varianza total explicada por las m funciones discriminantes que recoge la variable y_i .

La suma de todos los autovalores $\sum_{i=1}^m \lambda_i$ es la proporción de varianza total que queda explicada al considerar sólo los ejes o funciones discriminantes. Como consecuencia, el porcentaje explicado por la variable y_i del total de varianza explicada por las funciones

(y_1, \dots, y_m) es: $\frac{\lambda_i}{\sum_{i=1}^m \lambda_i} \times 100\%$.

La idea de la discriminación en dos grupos se da en la siguiente gráfica:



Lo que se pretende es que las distribuciones sólo se diferencian por su localización (igual forma y varianza), se trata entonces de minimizar los errores de clasificación. Si $x_i < C$ se clasifica en el grupo I; si $x_i > C$ se clasifica en el grupo II. El punto C se denomina punto de corte discriminante:

$$C = \frac{\bar{X}_I + \bar{X}_2}{2}.$$

Anexo B. Análisis de regresión

El modelo de regresión establece una función entre una variable que es explicada por una o más variables explicativas o regresoras. En este trabajo solamente se desarrollará el modelo lineal simple.

Este modelo establece una relación lineal: $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$; $i = 1, \dots, n$, β_0 y β_1 son los parámetros del modelo y ε es una variable aleatoria, es el error la relación entre x e y . Este error aleatorio es una variable no observable por lo que no se dispone de observaciones muestrales.

El modelo de regresión proporciona la mejor relación entre las variables X e Y y puede usarse tanto para verificar esa relación como para pronosticar a la variable Y a través de la variable X.

Estructura del modelo de regresión lineal simple

$$\text{Modelo: } y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i; \quad i = 1, \dots, n$$

Supuestos: ε es una variable aleatoria, con $E(\varepsilon_i) = 0$, $Var(\varepsilon_i) = \sigma^2$ constante, ε_i independiente a ε_j para toda $i \neq j$ y la distribución asociada al error aleatorio es una normal.

Para hacer la estimación del modelo de regresión se propone que se hará a través de tomar una muestra y con ella estimar un modelo de la siguiente forma, $\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i$; $i = 1, \dots, n$, donde ya no se tiene el error porque se utilizó la muestra para estimar y lo que se necesita es estimar el error para reducir lo más posible la distancia entre el modelo real y el modelo estimado. Para cubrir ese objetivo se utiliza el método de mínimos cuadrados, donde se busca minimizar la suma de los errores estimados al cuadrado, esto es:

$$\min G = \min \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \min \sum_{i=1}^n (e_i)^2 = \min \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i)^2$$

Si se utiliza el Cálculo Diferencial para lograr la minimización de la suma de los errores al

cuadrado, se llega a los resultados siguientes: $\hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X}$ y $\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})(y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}$.

A través del método de máxima verosimilitud y con el hecho de que los errores aleatorios, ε_i , se distribuyen normal con media 0 y varianza σ^2 , se puede estimar precisamente σ^2 , ya que solamente se estableció que es constante, pero nunca se dijo que se conociera.

De esta forma el estimador insesgado de la varianza del modelo de regresión es:

$$\tilde{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2}.$$

La bondad del ajuste se mide con el coeficiente de determinación que indica la variabilidad explicada por el modelo estimado y se mide como:

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}.$$

Un coeficiente de determinación próximo a 1 significa que las estimaciones obtenidas para los coeficientes del modelo de regresión hacen a éste capaz de explicar gran porcentaje de la variación que experimenta la variable endógena, es así que el modelo estimado proporciona un buen ajuste a los datos. En caso contrario, un coeficiente de determinación próximo a cero significa que las estimaciones obtenidas explican muy poco la variación que experimenta la variable endógena, por lo que el modelo de regresión estimado es malo.