



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

**FACULTAD DE PSICOLOGIA**

**LA FORMACIÓN DE CLASES DE EQUIVALENCIA EN  
TAREAS NUMÉRICAS: UN ESTUDIO EN NIVEL  
PREESCOLAR**

**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:**

**LICENCIADA EN PSICOLOGÍA**

**PRESENTA**

**A S T R I D   A R I A D N A   E S P I N O S A  
G O N Z Á L E Z**

**DIRECTOR: DR. GUSTAVO BACHÁ MÉNDEZ**

**REVISOR: DR. JULIO ESPINOSA RODRÍGUEZ**



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2017



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**El presente trabajo se realizó con el apoyo del Programa de Apoyo a  
Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (PAPIIT), con el  
proyecto "Secuencias de Respuestas: un modelo de patrones  
conductuales". PAPIIT-IN303915**

## **Agradecimientos**

A mi mamá, Rocio González. Mami, gracias por toda tu paciencia y por tu amor. Por enseñarnos a ver siempre para adelante, siendo fuertes, juntos. Todo esto es para ti y por ti. Te amo.

A mis hermanos, Iván, Fany y Marquito. Todos son mis bebés y somos el mejor equipo del mundo. Gracias por enseñarme todos los días a ser mejor persona y mejor hermana.

A mi tío Gabriel González. Gracias por todo tu apoyo. Gracias por nunca dejarnos solos y por exigirme siempre un poco más. Por motivarme a ser mejor, siempre haciendo lo que me gusta. Por enseñarme a ver el mundo desde la ciencia. Eres mi ejemplo a seguir, te admiro muchísimo.

A mi abuelita Carmelita. Por regalarnos tu ejemplo de vida y motivarme a ser mejor todos los días.

A mis padrinos, Gloria González y Juan Carlos Camacho. Gracias por siempre escucharme, acompañarme y guiarme en todas mis decisiones. Tía, agradezco todo tu tiempo y tu cariño. Te amo mucho.

A mi papá, por saberme escuchar. Gracias por todo tu apoyo.

A toda mi familia por haber estado conmigo. No solo en esta etapa, sino, a lo largo de mi vida.

A Mauricio Patlán. Por caminar conmigo en gran parte de esto. Por leerme cuando el tiempo ya no me alcanzaba. Por escuchar mis proyectos nuevos. Por motivarme a dar un poco más. Por tu confianza y por todo tu cariño. Te amo.

A Diana Nolasco. Gracias infinitas por ser mi mejor amiga, por todos los momentos que hemos podido estar juntas y compartir, a pesar del tiempo y la distancia. Eres la mejor.

Al Dr. Gustavo Bachá Méndez. Le estoy enormemente agradecida por haberme invitado a su laboratorio. Por escuchar todas las ideas anteriores a este proyecto. Por guiarme en esta etapa y tenerme mucha paciencia. Lo quiero mucho.

Al Dr. Julio Espinosa Rodríguez. Por ser el ganchito motivador a estudiar en el área y después en el tema. Gracias por su revisión y comentarios a mi trabajo.

A la Mtra. Hilda Paredes Dávila. Gracias por sus comentarios a la tesis, por la paciencia de su revisión. Y por transmitirme la pasión por lo que hace.

A la Dra. Elena Ortiz y a la Mtra. Concepción Morán. Gracias por sus comentarios y sugerencias para lograr un mejor trabajo.

A todos mis amigos y compañeros del Laboratorio, Ixel, Antonio, Sam, Iván, Robertito y Ere. Por hacer de la Universidad un lugar ameno y más bonito. Por compartir sus comentarios a mi trabajo y por todos los congresos que estuvimos juntos. Los quiero mucho.

A Ana Ramírez y Alma Zamora, por enseñarme su trabajo, por su paciencia, por su motivación y por haberme acompañado en los piloteos.

A Adriana García. Mil gracias por tu confianza y por creer en mi trabajo. Gracias por querernos tanto.

A todos los niños que trabajaron duro conmigo, que me enseñaron a perfeccionar el procedimiento, no sólo para la tesis, también los que participaron en todos y cada uno de los piloteos.

Un agradecimiento especial a mis 8 ratitas, quienes trabajaron también muy duro y me enseñaron el valor de la puntualidad y la constancia.

Finalmente, pero no menos importante, a mi amada Universidad Nacional Autónoma de México, porque gracias a la educación que recibí durante estos años, sé que puedo marcar una diferencia en cualquier cosa que haga en el futuro (Y sé que será significativa, jaja).

## Índice

|  |    |
|--|----|
| Resumen.....   | 1  |
| Introducción .....   | 2  |
| La educación en México .....   | 2  |
| Principios pedagógicos en el plan de estudios de la educación básica ..... | 3  |
| Evaluación educativa .....   | 4  |
| Educación preescolar .....   | 11 |
| Pensamiento matemático.....  | 13 |
| Control de estímulos: discriminación y generalización .....                | 17 |
| Igualación a la muestra.....   | 18 |
| Equivalencia de estímulos.....   | 20 |
| Planteamiento del problema .....   | 25 |
| Método .....   | 28 |
| Resultados .....   | 33 |
| Discusión y conclusiones .....   | 39 |
| Referencias.....   | 46 |
| Anexos .....   | 53 |

## Resumen

La Secretaría de Educación Pública se ha preocupado en los últimos años por evaluar la calidad de la educación en México. Actualmente, existe sólo una evaluación para conocer el nivel educativo en el preescolar, denominada EXCALE. En ésta se observa un bajo desempeño, sobre todo en el área de pensamiento matemático. El Programa de Estudio 2011 para el preescolar (SEP, 2011a) es de carácter abierto, por lo que no establece a las educadoras una secuencia detallada de competencias ni de temas, justificándose en respetar los procesos de aprendizaje y desarrollo de cada niño. Esta situación, permite la libertad para decidir qué enseñar y cómo evaluar. El objetivo del presente estudio fue evaluar si el entrenamiento en relaciones de equivalencia (que consistió en la presentación de relaciones condicionales entre A) dígitos, B) conjuntos y C) palabras en un orden específico (A-B y B-C) y otorgando retroalimentación), mejora el desempeño de los niños en la prueba aplicada. Además, se comprobó la aparición de las relaciones denominadas como emergentes (relaciones transitivas y equivalentes), mediante las pruebas de equivalencia. Participaron 20 alumnos del nivel preescolar III, asignados aleatoriamente a dos grupos: experimental ó CE y control ó SE. Las evaluaciones se realizaron mediante un pretest y un postest. Los resultados muestran que el grupo experimental, tras haber recibido el entrenamiento, aumentó significativamente su desempeño, a diferencia del grupo control que mantuvo el mismo desempeño en ambas evaluaciones. Del mismo modo, únicamente en el grupo experimental se observó un aumento significativo en las relaciones emergentes.



## **1. Introducción**

### *La educación en México*

Uno de los derechos fundamentales del hombre es el derecho a la educación. El artículo 3° de la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos decreta la educación en el país, la cual se ha ido reformando con los años (reformas: 2002, 2006, 2011, 2012, 2013 y 2016). Actualmente, decreta que la educación impartida por el estado es nacional, laica, gratuita y obligatoria para los niveles de educación básica y media superior (la educación básica se conforma por preescolar, primaria y secundaria). Además, el criterio que orienta a la educación se basa en el progreso científico y que la educación debe ser de calidad.

El concepto de calidad en la educación es reciente (Art. 3°, 2013), y fue añadido a la Constitución después de que en el año 2008 la Secretaría de Educación Pública (SEP) y la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE) establecieran el Acuerdo de cooperación para mejorar la calidad de la educación de las escuelas mexicanas, en el cual se desarrollaron 15 compromisos sobre dos estándares de aprendizaje para generar escuelas eficaces: de liderazgo escolar y docentes. El gobierno mexicano ha puesto mayor énfasis en el estándar docente, implementando la búsqueda y formación de los candidatos, además de crear evaluaciones y otorgar incentivos a maestros destacados (OCDE, 2010).

Antes de que la Constitución incluyera el concepto de calidad en la educación, se tomaron medidas curriculares en la educación básica con el fin de lograr que los alumnos desarrollaran competencias para desenvolverse a lo largo de su vida (RIEB, 2011). Estas medidas fueron tomadas por la SEP debido a que elevar la calidad de la educación implica mejorar el desempeño de todos los componentes del sistema educativo: alumnos, docentes, padres de familia,

autoridades, planes y programas de estudio (SEP, 2011a). La Secretaría de Educación Pública (2016) es la responsable de crear condiciones que permitan asegurar el acceso a los mexicanos a una educación de calidad en el nivel y modalidad que la requieran, además es responsable de la creación y revisión de los programas educativos públicos y privados.

Desde el año 2011 y hasta el 2016, el plan de estudios en la educación básica se rigió por la Reforma Integral de la Educación Básica (RIEB), que como ya se mencionó, se centra en la calidad educativa. Aunque en la actualidad rige el Modelo Educativo 2016, dado que el presente estudio se realizó con el modelo educativo anterior, únicamente se detallarán la RIEB y el Plan de Estudios 2011.

La RIEB añadió al Plan de estudios 2006 estándares curriculares, campos de formación, competencias por campo de formación y principios pedagógicos. Éstos últimos son de particular interés, por lo que su descripción será más detallada.

#### *Principios pedagógicos en el Plan de estudios de la educación básica.*

Los principios pedagógicos fundamentan los métodos de enseñanza y de aprendizaje. Fueron establecidos para lograr coherencia entre los lineamientos que sustentan el Plan de Estudios 2011 y su concreción en cada asignatura (RIEB, 2011). El plan de estudios 2011, busca que los alumnos se asuman como responsables de sus acciones y sus actitudes para aprender. Los docentes deben ser capaces de planificar actividades de aprendizaje, a partir de diferentes formas de trabajo que sean congruentes con los aprendizajes esperados. Una de las formas de trabajo descritas en el plan de estudios hace referencia a generar ambientes de aprendizaje colaborativo en los que se favorezcan experiencias significativas, principalmente del contexto en el que se desenvuelven los alumnos (SEP, 2011a). Se define a un ambiente de aprendizaje como un

espacio de desarrollo entre la comunicación y la interacción con el fin de favorecer la comprensión, por lo que el material educativo debe ser relevante. Por otro lado, el trabajo colaborativo debe orientar a los niños hacia el descubrimiento y la búsqueda para construir aprendizajes en colectivo (RIEB, 2011, p.8). La educación básica además, promueve la idea del desarrollo de competencias (al igual que la prueba PISA descrita más adelante) y define a una competencia como la capacidad de responder ante diversas situaciones mediante (saber, saber hacer y saber ser) habilidades, conocimiento y la valoración de posibles consecuencias (SEP, 2011a).

El docente es un mediador, facilita los medios para la obtención del aprendizaje y debe compartir en todo momento, con los alumnos y los padres de familia lo que se espera que aprendan. La RIEB sugiere a los docentes que obtengan evidencias y brinden retroalimentación a los alumnos a lo largo de su formación. Estas evidencias pueden ser rúbricas, listas de cotejo, registro anecdótico, observación directa, producciones escritas, portafolios, pruebas escritas u orales, entre otras (SEP, 2011a).

### *Evaluación educativa*

De los principios pedagógicos descritos anteriormente, evaluar para aprender ha tenido gran impacto. En el Plan de Estudios 2011, las evaluaciones internas se describen brevemente como una sugerencia para los profesores. No es obligatorio su uso. En cambio, las evaluaciones externas tanto nacional como internacionalmente, se realizan con la finalidad de elevar la calidad de la educación. Se han creado diversos instrumentos y pruebas para evaluar la educación en general y en particular, para conocer el desempeño de los docentes y el aprendizaje de los estudiantes.

El organismo encargado de las evaluaciones en México, es el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE, 2016). Esta entidad fue creada por decreto presidencial durante el gobierno del presidente Vicente Fox Quesada en el 2002 y en el 2013, se convierte en un organismo público autónomo cuya tarea principal es evaluar la calidad, el desempeño y los resultados del Sistema Educativo Nacional en la educación obligatoria y aportar directrices de mejora con el fin de contribuir a una educación de calidad, considerando la diversidad socioeconómica, cultural y el principio de equidad; evaluando tanto a alumnos como a profesores y a la infraestructura de las escuelas.

#### *a) Evaluación docente*

Uno de los compromisos establecidos en el Acuerdo de Cooperación México-OCDE (2010) para elevar la calidad en la educación ,fue implementar un sistema riguroso de evaluación para los docentes enfocado en la mejora. De lo anterior se desprenden tres acciones realizadas por el gobierno mexicano en el año 2011: la propuesta de ajustes a la Carrera Magisterial (SEP-SNTE, 2011b), el establecimiento del Programa de Estímulos y la Evaluación Universal (SEP-SNTE, 2011a). La Evaluación Universal a los docentes y directivos es de alto impacto por sus consecuencias sociales e implica una medición compleja y multidimensional (Cordero, Luna y Patiño, 2013). Los docentes son evaluados según el nivel en el que se desempeñan; esta evaluación obligatoria, realizada por primera vez en 2015, contempla aspectos relacionados con el aprovechamiento escolar y las competencias profesionales. Las competencias profesionales evaluadas incluyen la preparación profesional, el desempeño profesional y la formación continua. Los resultados se agrupan en cuatro categorías: insuficiente, suficiente, bueno y destacado (SEP-SNTE, 2011b). Los resultados nacionales de la Evaluación Universal 2015 ubican a la mayoría de los docentes en los dos primeros niveles, siendo 12.43% en el nivel

insuficiente y 33.19% en el nivel suficiente. Únicamente 6.97% de los docentes y directivos se ubicaron en el nivel destacado y 35.73% en el nivel bueno. Cabe mencionar, que en el país la evaluación obligatoria causó mucha polémica por lo que se agregó la categoría de no presentó con 11.68% (SEP, 2016). La importancia de los resultados radica en que los profesores inciden directamente en la calidad de los aprendizajes de los alumnos, por lo que es necesario otorgarles herramientas para fortalecer continuamente su formación.

Como ya se mencionó, esta evaluación es novedosa a diferencia de las evaluaciones externas a los alumnos que se han realizado desde poco antes de la década de los noventa (Cordero et al., 2013) y que se describirán a continuación.

#### *b) Evaluaciones centradas en el aprendizaje de los alumnos*

Dentro de las evaluaciones externas nacionales que se realizan a muestras representativas de alumnos se encuentran: Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (PLANEA) y Exámenes de la Calidad y el Logro Educativos (EXCALE).

La primera prueba, evalúa los aprendizajes logrados según el plan de estudios para tres áreas de competencia: lenguaje -comunicación (comprensión lectora), matemáticas y habilidades socio-emocionales. Su aplicación se realiza al término de cada nivel educativo obligatorio, es decir, se realiza a 6° de primaria, 3° de secundaria y 3° de medio superior. PLANEA se aplicó por primera vez en el ciclo escolar 2014-2015 y sustituyó a la prueba ENLACE (Evaluación Nacional del Logro Académico en Centros Escolares). Los desempeños van desde el nivel I hasta el nivel IV (anteriormente, ENLACE tenía los niveles: deficiente, elemental, bueno y excelente). En el análisis de los resultados por materia y por nivel escolar, la mayor parte de los estudiantes evaluados obtienen bajo desempeño colocándose en los niveles I y II: los alumnos de

6° de primaria son 82.7 % en lenguaje y comunicación y 79.4% en matemáticas. En 3° de secundaria el bajo desempeño disminuye ligeramente en lenguaje y comunicación, pero en matemáticas aumenta (75.4 % y 89.4% respectivamente), y algo similar sucede en 3° de media superior (64% en lenguaje y comunicación y 81.2% en matemáticas) (INEE, 2015).

La segunda prueba externa nacional, se realiza con el fin de conocer en qué medida los estudiantes están cumpliendo los propósitos del sistema educativo nacional planteados por la Secretaría de Educación Pública (SEP). Los resultados son indicadores del grado en que los estudiantes dominan los contenidos curriculares en las áreas de español, matemáticas, ciencias sociales y ciencias naturales como resultado de su escolaridad. Su esquema de evaluación es cuatrienal, es decir, las evaluaciones por grado se realizan una vez cada cuatro años. Se aplica a los niveles educativos de 3° de preescolar (2007, 2011), 3° (2006, 2010, 2014) y 6° (2005, 2009, 2013) de primaria, 3° de secundaria (2005, 2008, 2012) y 3° de media superior (2010). Los criterios del nivel de logro son: Por debajo del básico, básico, medio y avanzado. Colocarse en el primer nivel sugiere que los alumnos tienen carencias importantes en el dominio curricular, el segundo un dominio elemental de conocimientos, el tercero indica un dominio adecuado y un buen aprovechamiento del currículo y el último, dominio óptimo y aprovechamiento máximo de lo previsto en el currículo (INEE, 2006).

Al igual que los resultados de la prueba PLANEA (2015), los resultados de EXCALE han mostrado bajo desempeño, colocando a la mayoría de los alumnos en los niveles por debajo del básico y básico. El análisis de los resultados de las últimas aplicaciones por materia y por nivel escolar muestra, en el caso de los alumnos de preescolar, un bajo desempeño en español y matemáticas (54% y 59% respectivamente). El porcentaje de alumnos con bajo desempeño aumenta en los siguientes niveles educativos, siendo en 3° de primaria 77% en español y 56% en

matemáticas, para 6° de primaria 87% y 74%, para los evaluados en la secundaria 61% y 75% respectivamente.

Otra de las evaluaciones es la coordinada por la OCDE llamada Programme for International Student Assessment -PISA- (traducida por el INEE como Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes), la cual se aplica cada tres años a estudiantes de 15 a 16 años y en la cual participan los países miembros y algunos no miembros de la organización. En México se llevó a cabo por primera vez en el año 2000. Se realiza con la finalidad de conocer el nivel de habilidades necesarias y que han sido adquiridas por los estudiantes para poder participar plenamente en la sociedad (OCDE, 2014). Esta prueba evalúa competencias: lectoras, científicas y matemáticas.

En 2013 la OCDE definió a dichas competencias de la siguiente manera: la competencia lectora es la capacidad de un individuo para comprender, emplear, reflexionar e interesarse en textos escritos. Por otro lado, la competencia científica se define como la capacidad para explorar diferentes fenómenos relacionados con la ciencia y obtener conclusiones basándose en evidencia. Finalmente, la competencia matemática se evalúa como la capacidad para analizar, razonar y comunicar de forma eficaz; a la vez de plantear, resolver e interpretar problemas matemáticos en una variedad de situaciones incluyendo conceptos matemáticos cuantitativos, espaciales o de probabilidad (INEE, 2013).

Los resultados en la prueba se agrupan en 6 niveles de desempeño, siendo 1 el nivel más sencillo y 6 el más complejo (INEE, 2013). El desempeño en las competencias generales (lectora, científica y matemática) de los alumnos representantes de México en el 2012 se encuentra en el nivel 1, lo que significa que saben responder a preguntas claramente definidas y a

preguntas relacionadas con contextos familiares, identifican la información y son capaces de seguir instrucciones directas en situaciones explícitas (INEE, 2013). A nivel internacional, México ocupa el lugar 53 de entre 65 países participantes, ocupando también el último lugar de los países miembros de la OCDE. Al evaluar el desempeño por área, en la competencia lectora 5% de los estudiantes mexicanos se ubicó en niveles altos (4 a 6), 54% en niveles intermedios (2 y 3) y 41% en niveles inferiores. En la competencia científica 2% de los estudiantes mexicanos evaluados se situaron en niveles altos, 51% en intermedios y 47% en inferiores. En la competencia matemática se situó a 4% de los mexicanos en los niveles altos, a 41% en los intermedios y a 55% en los inferiores, siendo matemáticas el área de desempeño más baja para los mexicanos.

En resumen, los resultados de los mexicanos evaluados en las pruebas nacionales (PLANEA, 2015 y EXCALE) y en la evaluación internacional (PISA, 2012) indican que el Sistema Educativo Nacional, está generando bajo desempeño académico y por lo tanto, no está garantizando la calidad en la educación de los mexicanos. El campo de formación matemático es frecuentemente el que tiene el desempeño más bajo, sin importar la evaluación que se haga o el nivel educativo en que se aplique la prueba. Un ejemplo de ello son los resultados de PLANEA 2015 que indican que al término de los niveles educativos primaria y secundaria 6 de cada 10 estudiantes y 2 de cada 3 estudiantes respectivamente, no han logrado adquirir los aprendizajes considerados como clave o básicos en su nivel de estudios para el área de matemáticas.

En la educación básica, el aprendizaje de las matemáticas requiere de una progresión temática jerárquica, que debe darse conforme avanza el alumno en cada grado de estudios. Debe entenderse como una transición del lenguaje cotidiano a uno matemático para poder explicar procedimientos y resultados. Además, debe favorecer la comprensión y el uso eficiente de las



herramientas matemáticas (SEP, 2011a). Es importante resaltar que el plan de estudios correspondiente al área de matemáticas pone énfasis en que el conocimiento de reglas, algoritmos, fórmulas y definiciones sólo es importante en la medida en que los alumnos puedan utilizarlo para solucionar problemas, apoyándose en el razonamiento y no en la memorización (SEP, 2011a, p.48).

Lograr que los niños adquieran los conocimientos matemáticos es una tarea difícil, debido a que las características curriculares del área de matemáticas empiezan siendo básicas, pero elementales para continuar aprendiendo y progresivamente se aumenta el nivel de dificultad (INEE, 2015). Pero, si no se garantiza calidad en el aprendizaje y se tiene un bajo desempeño desde las bases, se va imposibilitando continuar en el aprendizaje matemático.

Además del INEE, diversos estudios (Blas, Gutiérrez y Bartolomé, 2005; von Aster y Shalvey, 2007) sugieren que el desarrollo de la representación numérica durante la primera infancia es fundamental y debe entenderse como un proceso gradual de adquisición de estrategias relacionadas con la mejora funcional para que el niño vaya adecuando, analizando y asociando la información novedosa. Las matemáticas forman parte de la construcción de las ciencias tanto formales como factuales, además se relacionan directamente con la tecnología y tienen repercusión en el desarrollo social (Rodríguez, 2011). Las primeras aproximaciones de los niños a las matemáticas son fundamentales, debido a que al garantizar una adecuada formación inicial, se propicia un mejor aprovechamiento no sólo educativo, sino, social e incluso económico. Por tal motivo, la principal inversión de un país debería realizarse en la primera infancia (OECD, 2009).

## *Educación Preescolar*

El primer contacto de enseñanza formal para los mexicanos es en el nivel educativo preescolar, en el cual se atiende a niños de 3 a 6 años de edad. Está constituido por tres grados y se guía por el Programa de Estudio 2011 Preescolar -PEP- (SEP, 2011b). El preescolar es el nivel educativo menos evaluado (únicamente es evaluado por la prueba EXCALE), es por lo tanto, del que menos datos se tienen. El Programa de Estudio 2011 Preescolar es de carácter abierto, es decir, no establece una secuencia detallada de actividades o situaciones didácticas justificándose en que busca respetar la naturaleza de los procesos de desarrollo y aprendizaje de cada niño. En el PEP se plantea como propósito el que los niños cumplan con ciertas competencias al finalizar los tres grados del nivel educativo, responsabilizando a la educadora de establecer el orden en que se abordarán las competencias y se seleccionarán los temas para propiciar el aprendizaje. A su vez, la educadora tiene la libertad de diseñar las situaciones didácticas, con el fin de que sean relevantes y pertinentes de acuerdo a los diversos contextos socioculturales y lingüísticos (SEP, 2011b). No especificar la manera de generar ciertas competencias ni un orden específico de enseñanza podría estar dificultando el aprendizaje de los niños, sobre todo para el área de pensamiento matemático, que como se mencionó anteriormente, requiere de conocimientos básicos necesarios para continuar aprendiendo.

El PEP establece 10 principios que la educadora debe utilizar como base para su trabajo en el preescolar. Sin embargo, aclara que estos principios únicamente son un referente, puesto que cada educadora debe reflexionar sobre sus actividades escolares (p.19). Los primeros tres describen las características infantiles y los procesos de aprendizaje. Estos principios son descritos asumiendo una visión constructivista; los cuales parten de que los niños al ingresar al preescolar ya desarrollaron (en distintos niveles), las competencias que les son necesarias para el

trabajo educativo y social en el preescolar. Estas competencias fueron adquiridas mediante su interacción con el mundo. El PEP defiende que “A cualquier edad, los seres humanos construyen su conocimiento; es decir, hacen suyos saberes nuevos cuando los pueden relacionar con lo que ya sabían” (SEP, 2011b, p. 20). El aprendizaje en el preescolar se basa en las relaciones entre iguales. Se enfatizan dos nociones: los procesos mentales como producto del intercambio por la relación con otros y el desarrollo como un proceso interpretativo y colectivo en el que los niños participan activamente en el mundo social que está lleno de significados definidos por la cultura. Además, el juego debe utilizarse como estrategia educativa para potenciar el desarrollo y el aprendizaje. El juego hace variaciones de sentido y de dificultad, además de facilitar la forma de participación: individual, en parejas y colectivos. Las habilidades mentales de los niños durante juegos complejos son equiparables a otras actividades de aprendizaje. Se involucra el uso del lenguaje, atención, imaginación, concentración, control de impulsos, curiosidad, estrategias para la solución de problemas, cooperación, empatía, entre otras. Sin embargo, el PEP reconoce que esta visión representa un avance más lento en comparación con el modelo tradicional, pero argumenta que favorece el aprendizaje real y duradero (SEP, 2011 b, p. 20-22).

Los principios cuatro, cinco y seis ponen énfasis en la diversidad y en la equidad. Describen la educación inclusiva, como oportunidad formativa de calidad para todos y describe, cómo debe ser el comportamiento con respecto a los niños con necesidades educativas especiales.

Finalmente, los últimos cuatro principios, profundizan en la intervención educativa. La educadora debe de fomentar la atención de los niños con temas novedosos, debe reflexionar sobre los intereses y motivación del grupo en general. Debe suscitar que los niños sean capaces de pedir orientación y ayuda. Propiciar que los niños aprendan que “al actuar y tomar decisiones pueden fallar o equivocarse, sin que esto afecte su confianza ni la posibilidad de mejorar en su

desempeño” (SEP, 2011b, p.25). Es importante resaltar que dentro de estos principios, se recomienda que la intervención de la docente sea mínima, “debe dejar fluir la actividad” (p.26) limitándose a observar e intervenir únicamente cuando se requiera, puesto que si se llegara a decir cómo resolver la tarea, el aprendizaje se limita a la memorización, debido a que el conocimiento lógico-matemático no es directamente enseñable (Castro, del Olmo y Castro, 2002).

A pesar de esta visión, existe evidencia de que los niños muestran mejores resultados cuando las reglas de la actividad o del juego son explícitas. Cuando están recibiendo constantemente información sobre su desempeño, incluso si la tarea tiene contenido de tipo matemático (Brosvic, Epstein y Cook, 2005), en particular cuando los participantes están en el nivel preescolar (Zamora, 2013).

El PEP se organiza en seis campos formativos. Se denominan así porque involucran la interrelación entre el desarrollo y el aprendizaje de los niños mediados por la intervención docente. Los campos formativos son: Lenguaje y comunicación, Pensamiento matemático, Exploración y conocimiento del mundo, Desarrollo físico y salud, Desarrollo personal y social, Expresión y apreciación artísticas.

### *Pensamiento matemático*

El presente trabajo únicamente profundiza en el campo formativo denominado pensamiento matemático. Sus estándares curriculares se organizan en cuatro: sentido numérico y pensamiento algebraico; forma, espacio y medida; manejo de la información y actitud hacia el estudio de las matemáticas. Con respecto al estándar curricular sentido numérico, se menciona que las competencias que los niños tienen que adquirir al finalizar el preescolar son: saber utilizar

números en situaciones variadas que implican poner en práctica los principios de conteo, utilizan números naturales de dos cifras para interpretar o comunicar cantidades, resuelven problemas en situaciones que le son familiares mediante gráficos o cálculo mental implicando quitar, agregar, reunir, igualar, comparar y repartir objetos. Finalmente, la última competencia nos dice que reúnen información, la representan en gráficas y la interpretan (SEP, 2011b, p. 31), sin embargo, los resultados de la prueba EXCALE (2011) aplicada a niños de tercer grado de preescolar colocaron a la mitad de los niños en el nivel de logro básico. En este nivel los niños son capaces de utilizar números para representar cantidades menores de siete, contar colecciones de objetos hasta 30. Asimismo, pueden identificar en tablas o gráficas la colección con mayor o menor número de objetos. En otras palabras, 9 de cada 10 niños pueden usar números para representar cantidades hasta el seis; pero únicamente 4 de cada 10 niños lo logran con la cantidad doce. A pesar de que el PEP indica que los niños al término del preescolar ya utilizan números naturales de dos cifras.

Para la competencia específica de conteo, el PEP describe como guía los principios de conteo propuestos por Gelman y Gallistel (1978). Dichos autores plantean que la adquisición de habilidades de conteo es el resultado de los principios que ellos especifican. El desarrollo de los principios de conteo depende de la presencia de conocimientos verbales-numéricos que serán utilizados como base para que los niños desarrollen este proceso. Además, Gelman y Brenneman en su argumento “primero principios después capacidades”, mencionan que a pesar de que los niños no cuentan con una capacidad estructurada sobre el conteo, sí poseen los cimientos metodológicos de forma innata dentro de los mecanismos de procesamiento de información. Por lo que, únicamente los niños requieren favorecer la potenciación de sus habilidades de conteo (Gelman y Brenneman, 1994, p.374).

Los principios de conteo (Gelman y Gallistel, 1978; Gelman y Meck, 1983; SEP, 2011b) se presentan de manera continua y son los siguientes:

1. Correspondencia uno a uno: Es la identificación de los elementos de una colección con diferentes etiquetas (nombres). El niño establece una relación entre la etiqueta y el elemento. Cada etiqueta debe ser señalada o nombrada una sola vez.
2. Orden estable: Las etiquetas anteriormente empleadas deben organizarse siempre en el mismo orden.
3. Cardinalidad: La última etiqueta de la serie indica el número de elementos de la colección.
4. Abstracción. El número de elementos en una serie es independiente de las cualidades de los elementos que le conforman, es decir, las reglas para contar elementos iguales son las mismas que para contar elementos diferentes.
5. Irrelevancia del orden. El orden de identificación de elementos no influye en la determinación del total de elementos, por ejemplo, si se cuentan de arriba hacia abajo o de abajo hacia arriba, el número de elementos siempre es el mismo.

Sin embargo, se le han hecho críticas al modelo anterior. Dentro de las más reconocidas están las investigaciones de Wynn (1990; 1992a, 1992b), quien sugiere la existencia de otros sistemas para la adquisición del conteo. Wynn elaboró dos tipos de procedimientos, el primero nombrado *How many?* (1990) Y el segundo nombrado *Give a number* (1992a). En *How many?* la tarea consistía en presentar a niños de 3 a 5 años un muñeco que fingía no saber contar. Se les pedía a los niños numerar algunos grupos de juguetes de 2, 3 y 6 elementos. En *Give a number* nuevamente, mediante un muñeco se les pedía a los niños un número x de juguetes, el

experimentador presenta una caja llena de juguetes y las pruebas van de solicitar de 1 a 6 objetos. Una vez que el niño selecciona correctamente  $x$  objetos, el siguiente ensayo consiste en solicitar  $x+1$ . El niño cambia de nivel al responder correctamente por lo menos a dos de tres ensayos. A partir de los resultados a estas pruebas, Wynn formula diversas hipótesis. A diferencia de la propuesta de Gelman y cols. (1978; 1983).

Wynn (1992b) encontró que hay niños que saben una lista corta de palabras-número a la que denomina cantinela numérica y que los niños utilizan para contar. Además, describe que hay dos grupos de niños distinguibles entre sí. En el primer grupo, se colocan a los niños que fueron capaces de identificar un máximo de tres subconjuntos de números. Estos niños, raramente utilizaron la estrategia de conteo para sus elecciones, pero cuando la utilizaban, cometían errores en cuanto a los principios de cardinalidad y orden estable. A su vez, este grupo se divide en los que fueron capaces de reconocer el significado de la palabra-número “uno” y los nombró uno-conocedores; los que fueron capaces de reconocer “dos” los nombró dos-conocedores y los que fueron capaces de reconocer la palabra-número “tres” y los nombró tres-conocedores. El segundo grupo denominado cardinal-conocedores, agrupó a los niños que fueron capaces de contar por encima de 4 objetos, con menor número de errores transgrediendo con menor frecuencia los principios de cardinalidad y orden estable. Wynn menciona, que existe un lapso medio de 4 a 5 meses entre pasar de ser uno-conocedor a cada estadio hasta llegar a ser cardinal-conocedor. Él sugiere que los niños tardan aproximadamente un año desde que aprenden una lista numérica hasta que son capaces de utilizarla como cardinales. Mediante un proceso, que no es innato a diferencia del planteamiento de Gelman y Gallistel (Wynn, 1992b).

### *Control de estímulos: discriminación y generalización.*

Los organismos son sensibles a la diversidad de estímulos que encuentran día a día, esta percepción puede resultar en un aprendizaje acerca de los estímulos o simplemente una detección de los mismos. Para que resulte en un aprendizaje, el control de estímulos es fundamental. Hace referencia al valor que adquiere un estímulo para determinar la probabilidad de ocurrencia de una conducta en particular (Terrace, 1996). En el Análisis de la Conducta se ha estudiado a partir de dos fenómenos: la discriminación y la generalización del estímulo. La discriminación de estímulos resulta en una respuesta diferencial en presencia de los estímulos, mientras que la generalización, resulta en una respuesta similar ante dos o más estímulos muestra que son diferentes de las señales presentadas durante un entrenamiento (Domjan, 2015).

Muchas de las habilidades que presentan los organismos, se adquieren mediante discriminaciones (Pérez, 2001). Existen dos tipos de discriminaciones: simples y complejas. En las discriminaciones simples una conducta se produce ante la presencia de un estímulo específico, por ejemplo, cuando los niños dicen –mamá– ante la presencia de su madre y ella atiende al llamado. En el ejemplo se ve involucrado lo que Skinner (1974) denominó como la contingencia de tres términos: estímulo discriminativo ( $E^d$ ) – respuesta (R) – reforzador o consecuencia ( $E^r$ ). El estímulo discriminativo será la ocasión para la obtención del reforzador y cualquier otro estímulo que no lleve a la obtención del reforzador, se denomina estímulo delta ( $E^\Delta$ ). La contingencia de tres términos es la unidad fundamental para el control de estímulos (Sidman, 1986).

Sin embargo, la mayoría de las discriminaciones que realizan los organismos no son tan simples sino, más bien son complejas. En las discriminaciones condicionales la función de los  $E^d$



puede cambiar dependiendo el contexto en el que se encuentren. El estímulo condicional ( $E^c$ ) puede funcionar como selector de discriminaciones, permitiendo realizar al organismo un gran repertorio conductual en función del ambiente en el que se encuentre.

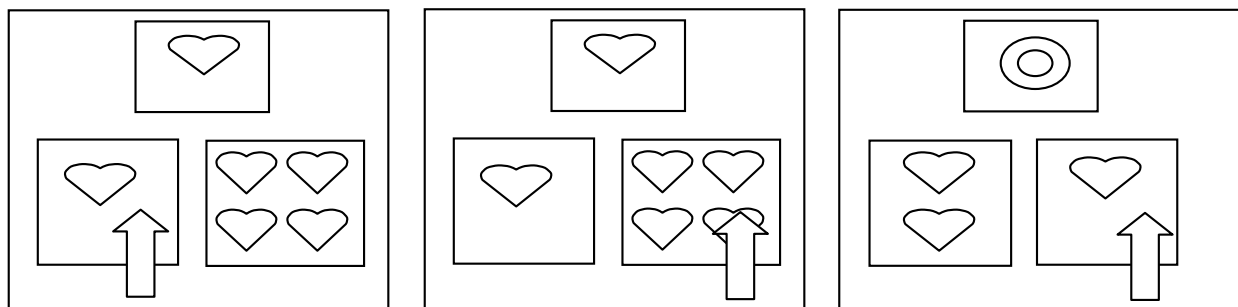
Un ejemplo de dichas discriminaciones es pedirle a un niño que señale el dígito dos de un par de tarjetas en donde además hay un cuatro. La respuesta de elección del niño depende de los dos estímulos muestra y además depende de la palabra que estoy pidiendo señalar. Estas discriminaciones condicionales han sido denominadas como operantes de cuatro términos (Sidman, 1986,1994) y la contingencia puede ser descrita como: estímulo condicional ( $E^c$ ) – estímulo discriminativo ( $E^d$ ) – respuesta (R) – consecuencia (C).

### *Igualación a la muestra*

Un procedimiento que ha sido ampliamente estudiado y utilizado en las investigaciones del Análisis Experimental de la Conducta (AEC) ha sido el de igualación a la muestra. Además, se ha considerado como representativo para estudiar la discriminación condicional. Fue descrito originalmente por Skinner en 1950, quien utilizó el procedimiento con palomas, sin embargo, se desarrolló hasta 1965 a partir de la revisión de Cumming y Berryman (Serrano, 2011).

En el procedimiento típico de igualación a la muestra con palomas, la primera respuesta ante un estímulo, denominado muestra ( $E_m$ ), es seguida de dos estímulos adicionales de comparación ( $E_{com}$ ). Estos  $E_{com}$ , generalmente se conforman por un estímulo físicamente idéntico y otro diferente al  $E_m$ . Si la selección de uno de los  $E_{com}$  coincide con el estímulo que se ha programado como igual al  $E_m$ , se obtiene el reforzador (Escuer, García, Bohórquez, y Gutiérrez, 2006).

Cuando se refuerza la respuesta ante el Ecom que es idéntico al Em, se conoce como igualación por identidad. Cuando se refuerza la respuesta emitida ante el Ecom que es diferente al Em, se denomina igualación por singularidad. Sin embargo, también está el caso en que los dos Ecom son físicamente diferentes del Em, a lo que se denomina igualación simbólica o arbitraria (Sidman y Tailby, 1982). La Figura 1 ilustra la diferencia.



*Figura 1:* Representación de ensayos de igualación a la muestra por identidad física, singularidad y simbólica o arbitraria. Los estímulos en la parte superior son los estímulos empleados como muestra (Em) y los estímulos ubicados en la parte inferior son los estímulos de comparación (Ecom). De izquierda a derecha, en el primer recuadro se muestra un ejemplo de igualación a la muestra por identidad. El recuadro de en medio muestra un ejemplo de singularidad y finalmente en el último recuadro se muestra un ejemplo de igualación a la muestra simbólica.

Los tipos de relación que se establecen entre el Em y los Ecom, descritos anteriormente (identidad, singularidad y arbitraria), para Cumming y Berryman (1965) son uno de los parámetros más importantes en el procedimiento de igualación a la muestra. Estas relaciones son empleadas para la formación de clases equivalentes.

El procedimiento de igualación a la muestra, también puede ser de tres tipos en cuanto al tiempo de presentación del Em: simultánea, con demora y con demora variable. La primera, se caracteriza por tener tres estímulos (un Em y dos Ecom) que están presentes en el momento en que el organismo realiza la elección. La segunda, se caracteriza porque el Em se retira e

inmediatamente después se presentan los Ecom para que el organismo realice la elección. Y la última, se caracteriza por tener un intervalo de tiempo (elegido por el experimentador) entre el Em y los Ecom (Vargas-Mendoza, 2008).

Es importante señalar que en ensayos sucesivos, el Em y los Ecom deben cambiarse de manera que sean impredecibles para el sujeto. Debido a que, si se mantuvieran de la misma manera, el sujeto aprendería a elegir la comparación sin necesidad de atender al Em, impidiendo que su conducta quedara controlada por ésta. O, su conducta podría quedar controlada por la posición de los Ecom, en lugar de por las características (Pérez, 1992).

### *Equivalencia de estímulos*

El estudio de equivalencia de estímulos comenzó con la publicación de Murray Sidman en 1971, que consistió en una serie de experimentos que utilizaban discriminaciones condicionales. Su trabajo describe la enseñanza de un participante de 17 años, diagnosticado con retraso mental severo. La característica principal de sus resultados fue que debido al método utilizado el participante aprendió relaciones entre estímulos que no habían sido entrenados directamente, es decir, el entrenamiento permitía la emergencia de relaciones que no recibían entrenamiento explícito. El participante sabía igualar dibujos con sus correspondientes palabras habladas, sin embargo, no era capaz de igualar cuando las palabras estaban impresas. Después de haber recibido el entrenamiento que consistió en igualar las palabras impresas con sus correspondientes palabras habladas; el participante pudo igualar palabras impresas con sus correspondientes dibujos y nombrar las palabras impresas. A partir de estos resultados, Sidman sugirió que todas las modalidades de los estímulos presentados eran equivalentes y se dedicó a estudiar formalmente el fenómeno de equivalencia de estímulos.

Sidman y Tailby (1982), argumentaron que no se puede observar el fenómeno de equivalencia a través de ensayos de discriminaciones condicionales, sino que, se necesitan pruebas específicas para comprobar las siguientes propiedades provenientes de la lógica: reflexividad (A-A), simetría (si A-B; entonces B-A) y transitividad (si A-B y A-C, entonces B-C).

La reflexividad transforma al comportamiento en una identidad de generalización de coincidencias para lo que requiere que los estímulos condicionales tengan alguna relación entre sí. La simetría debe comprobar que las situaciones condicionales se mantengan siendo verdaderas, aun cuando las características de los estímulos se hayan intercambiado. En esta relación el sujeto demuestra que es capaz de adicionar a su repertorio condiciones discriminativas que no fueron enseñadas de manera explícita. La transitividad, por medio de la simetría logra que el sujeto adquiera nuevas conductas, sin la necesidad de una exposición previa al contexto (Sidman, 1986).

Una clase equivalente es un conjunto de estímulos que se relacionan entre sí, contando con las relaciones descritas anteriormente. El método más sencillo para la emergencia de las relaciones que vinculan a los miembros de una clase, experimentalmente requiere el entrenamiento de al menos dos relaciones condicionales (A-B y B-C).

El fenómeno de equivalencia de estímulos ha sido muy estudiado y se ha desarrollado en diversas áreas, debido a que trabaja explicando conducta compleja implicada en el aprendizaje del lenguaje (Gutiérrez, Hernández y Visdómine, 2002), de segundos idiomas (Valero y Luciano, 1996), enseñanza de la lectura (de Rose, de Souza, Rosito y de Rose, 1992), de la escritura (McKay, 1985), adquisición de conceptos (Dixon y Spradlin, 1976).

También, ha sido ampliamente estudiado en el área de las matemáticas como con el desarrollo de habilidades pre-matemáticas (Gast, VanBiervliet y Spradlin, 1979), enseñanza de lenguaje de signos (VanBiervliet, 1977), fracciones (Godinho, D. A., Cameschi, C. y Hanna, E., 2009), decimales (Leader y Barnes-Holmes, 2001), etc. Además, deriva en nuevas formas de conducta sin existir entrenamiento previo (Sidman, 1971) incluso si el reforzamiento no se aplica a cada uno de los estímulos.

El estudio sobre aprendizaje de conceptos en educación infantil indica que los niños adquieren repertorios simbólicos a partir de discriminaciones condicionales, que propician la transferencia de conocimientos mediante un procedimiento de igualación a la muestra (García y Gómez, 2013).

Oliveira y Carmo (2013) realizaron un estudio utilizando el procedimiento de equivalencia de estímulos para la resolución de cuatro tipos de problemas matemáticos de suma y resta. Se evaluaron problemas con diferentes formas de presentación y estructuras semánticas. Los participantes fueron ocho niños de primaria. Además, evaluaron si la enseñanza de algoritmos y la capacitación para resolver problemas mejoraban aún más el desempeño. Los estímulos empleados, hacían referencia al modo de presentación del problema y fueron designados bajo las clases: A= en una balanza, B= con algoritmos, C= conjuntos de elementos (círculos y triángulos y D= escritos. Cada ensayo consistió en la presentación de 18 problemas de los cuales 9 fueron de suma y 9 de resta. La solución a todos los problemas tenía valores entre uno y nueve. Los resultados mejoraron para todos los participantes en las post pruebas con incrementos arriba del 25%. Sin embargo, cuando se enseñaron los algoritmos y se brindó capacitación para resolver los problemas, no se observaron diferencias homogéneas. Por lo que únicamente se concluye que la formación de clases de equivalencia con cuatro diferentes formas de presentación de problemas

de suma y resta mejora el desempeño para los participantes y además reduce el tiempo de enseñanza. También mencionan que es importante que los educadores modifiquen el orden de presentación de la información en los problemas (Oliveira y Carmo, 2013). Puesto que, el niño debe prestar más atención, de inicio a fin, en el problema planteado no se les estaría enseñando explícitamente que los datos (con valores numéricos) los encuentra en el planteamiento y que ignore la introducción, por ejemplo.

Rogério Fioraneli (2012) analizó el efecto del conteo oral sobre el concepto numérico y comparó los resultados de este grupo con uno que no recibió entrenamiento en el conteo oral; mediante un procedimiento de igualación a la muestra computarizado con 8 niños brasileños con un rango de entre 3 y 4 años de edad. Se utilizaron valores del 1 al 9. Las categorías fueron A: número (cifra), B: conjuntos de animales y objetos diversos, C: nombre escrito del número, D: emisión de una secuencia numérica verbal, E: producción de una secuencia numérica verbal. Ambos grupos recibieron entrenamiento en las relaciones AB, AC y AD. Las relaciones que involucraban el conteo oral únicamente fueron entrenadas en el grupo GE. Cabe señalar que para este grupo se presentaron secuencias numéricas en comparación con el grupo GC (e.g. la secuencia numérica 1, 2, 3, 4 acompañada por el tono de computadora uno, dos, tres y cuatro). La dinámica del procedimiento envolvía a los niños en un juego, debido a que cada que lo hacían correctamente, aparecía un dibujo animado acompañado de un sonido agradable (e.g. aplausos).

Ambos grupos mostraron en el postest un desempeño mayor en comparación con el pretest y un incremento de relaciones (emergentes), sin embargo, el grupo que recibió entrenamiento en conteo oral GE obtuvo mejores resultados. El autor concluye que los resultados mostraron que el conteo oral es un facilitador para establecer equivalencia numérica.

El presente estudio hizo una adaptación al procedimiento de Fioraneli (2012) en el que se tomó en cuenta la dinámica de un juego para la presentación de la retroalimentación con niños mexicanos. Además, se retomaron las categorías, a excepción de la emisión y producción de una secuencia numérica, debido a la dificultad expresada en las pruebas anteriormente descritas por el INEE.

Y fue realizado con el propósito de comparar si el procedimiento de igualación a la muestra permite aumentar el desempeño y el número de relaciones emergentes en las tareas de equivalencia de estímulos con dígitos, conjuntos y palabras escritas en niños mexicanos del nivel educativo preescolar.

## 2. Planteamiento del problema

Como se vio anteriormente, los resultados de las evaluaciones centradas en el aprendizaje de los alumnos mexicanos muestran, en general, bajo desempeño en el área de matemáticas sin importar el nivel educativo que sea evaluado. Estos resultados indican que la educación, al menos en el área de matemáticas, no está alcanzando el criterio de calidad deseada. El desempeño es preocupante ya que su nivel se relaciona con el progreso en otras ciencias y tecnología que, a su vez, tienen repercusión en el desarrollo social (Rodríguez, 2011).

Se ha demostrado que son diversos los factores que influyen en el desempeño de los niños. El primer contacto de enseñanza formal matemática se da en nivel preescolar. En el Programa de Educación Preescolar (PEP, 2011) uno de los campos formativos es nombrado pensamiento matemático, donde podrían comenzar los problemas con la materia o con el contenido matemático en general. El PEP propone un marco de competencias generales que los niños deberían tener al finalizar este nivel. Un posible problema es que no se especifica la manera de obtención o de generación de las mismas, ni un orden específico para el desarrollo de tales competencias. Además, se especifica que los niños deben ser quienes descubran sus estrategias para solucionar las tareas o los problemas planteados, sin que la educadora diga explícitamente la solución, a pesar de que se ha demostrado que el dar retroalimentación inmediata mejora el desempeño de la tarea. El PEP sugiere el empleo de juegos para lograr un aprendizaje significativo en los estudiantes.

En el estudio del aprendizaje de conceptos en educación infantil, se reconoce que los niños pueden adquirir, mediante un procedimiento de igualación a la muestra, repertorios simbólicos a partir de discriminaciones condicionales que propician la transferencia de conocimientos (García



y Gómez, 2013). Los hallazgos empíricos han sentado las bases para afirmar que existen relaciones de equivalencia, siempre y cuando se presenten las siguientes relaciones condicionales: Relación reflexiva: (A-A), Relación simétrica: (A-B y B-A) y Relación transitiva: (A-B y A-C, entonces B-C); estas son relaciones que evidencian nuevo conocimiento, sin que exista entrenamiento previo (Sidman y Tailby, 1982).

En el área de Análisis Conductual Aplicado (ACA) se ha realizado investigación con el fin de ampliar la utilidad del fenómeno de equivalencia de estímulos y su aplicabilidad a diversos escenarios, entre ellos los educativos. Con base en la línea de estudios educativos mencionados con anterioridad, es posible percibir la utilidad de adaptar los hallazgos en investigación de aprendizaje de conceptos a los planes de enseñanza. Lo anterior coadyuvaría en la mejora de programas educativos, por medio de procedimientos de evaluación e intervención en competencias específicas (e.g. lectura, escritura, aprendizaje de segundos idiomas, habilidades pre-matemáticas, etc.). Esto podría mejorar los planes de enseñanza de niños con un desarrollo normalizado, así como en los planes de tratamiento individualizados de los niños con dificultades de aprendizaje (García y Gómez, 2013), por ejemplo, en la enseñanza del uso de las monedas para efectuar compras en el supermercado con niños y adultos diagnosticados con retraso mental (Maydak, Stromer, Mackay y Stoddard, 1995; McDonagh, McIlvane y Stoddard, 1984).

Debido a lo anterior y con base en el modelo educativo propuesto por el PEP (2011), el presente estudio se estructuró a manera de un juego para los niños, en el cual se proporcionaron instrucciones explícitas y se otorgó retroalimentación.

El propósito del presente trabajo fue evaluar si el entrenamiento en relaciones de equivalencia (que consiste en la presentación de relaciones condicionales entre dígitos, conjuntos y palabras en un orden específico y otorgando retroalimentación) como variable independiente mejora el desempeño de los niños como variable dependiente. Como un propósito adicional, se evaluó mediante las pruebas de equivalencia, las relaciones denominadas como emergentes debido a que no reciben entrenamiento directo (relaciones transitivas y equivalentes).

### 3. Método

#### *Participantes*

Participaron 20 alumnos de nivel preescolar III (diez niñas y diez niños, con un rango de edad entre 5 y 6 años), de un jardín de niños oficial de la Delegación Cuauhtémoc. La muestra fue no probabilística obtenida por conveniencia. La composición de los grupos se realizó asignando a cada niño de la muestra a una de las dos condiciones experimentales de manera semi aleatoria, de acuerdo a la disponibilidad de los niños, atendiendo principalmente a las actividades que estaban realizando en su salón de clases. De tal forma, el grupo control se conformó por 5 participantes, mientras que el grupo experimental por 15.

Las sesiones se llevaron a cabo con la participación de una aplicadora y dos observadoras, las cuales recibieron entrenamiento tanto en el registro como en la aplicación de ensayos de igualación a la muestra demorada.

#### *Diseño experimental*

Estudio cuasi-experimental. Diseño de grupo control no equivalente, comprendido por un grupo experimental y otro de control. Ambos grupos reciben un pretest y un postest, a pesar de no poseer equivalencia preexperimental de muestreo (Campbell y Stanley, 1978, p. 93).

**Tabla1** *Diseño experimental*

|                        | Pretest | Tx | Postest |
|------------------------|---------|----|---------|
| Con entrenamiento (CE) | O       | X  | O       |
| Sin entrenamiento (SE) | O       | -  | O       |

## *Variables*

### Variable Independiente (VI)

Entrenamiento en relaciones de equivalencia (mediante la presentación de relaciones condicionales entre dígitos, conjuntos y palabras, en un orden específico y otorgando retroalimentación).

### Variable Dependiente (VD)

Desempeño: número de aciertos y errores.

Acierto: Señalar de entre las tarjetas presentadas como estímulos de comparación, la que es equivalente a la tarjeta presentada como estímulo muestra.

Error: Señalar de entre las tarjetas presentadas como estímulos de comparación, cualquiera de las tarjetas no equivalentes a la presentada como estímulo muestra.

## *Escenario*




El estudio se llevó a cabo en un salón del kínder. El salón contó con buena iluminación y tuvo el mobiliario adecuado para el estudio. Del mobiliario presente se utilizaron cuatro sillas y una mesa.

## *Material*

Se utilizaron tarjetas de cartulina blanca enmicadas, de siete por siete centímetros. Las modalidades impresas fueron A: dígito, B: conjunto y C: palabra escrita; para las tres modalidades se utilizaron las cantidades 6, 8 y 10.

Se utilizó un registro en papel y lápiz para el conteo de las respuestas.

**Tabla 2** Estímulos empleados para la formación de tres clases de estímulos equivalentes

| Clases |   |   |   |
|--------|---|---|---|
|        | 1   | 2   | 3   |
| A      | 6   | 8   | 10  |
| B      |  |  |  |
| C      | Seis  | Ocho  | Diez  |

### *Procedimiento*

**Ensayos de igualación a la muestra:** Se presentaron individualmente ensayos de igualación a la muestra para pretest, postest y para los entrenamientos de la siguiente manera:

Al inicio de cada sesión, la aplicadora expresó las siguientes indicaciones al niño, teniendo de por medio una mesa y a manera de instrucción:

- *En este juego, te voy a mostrar unas tarjetitas, las vas a ver por unos segundos, después la tarjeta se esconderá en otras tarjetas y tú tendrás que encontrarla. ¿Estás listo?*

Una vez que el niño dijo que sí, se colocó la primera tarjeta muestra.

- *Adivina, ¿qué hay en la tarjeta?, a que no sabes cómo se llama... ¿ya la viste súper bien?*

*Ahora se va a esconder...*

La demora fue controlada por la aplicadora con una duración de tres segundos. Transcurrido ese tiempo, la aplicadora colocó las tres tarjetas de comparación (sólo una fue el estímulo correcto y dos incorrectos) y el niño tenía que seleccionar la tarjeta correcta.

*-A ver si es cierto que puedes encontrarla porque está muy difícil este juego. ¿Sabes dónde se escondió?*

Cuando el niño hizo la elección de una tarjeta, se dio por terminado el ensayo. Se realizaron un máximo de 20 ensayos por sesión para evitar efectos de fatiga/aburrimiento en los participantes.

**Pretest y Postest:** Los dos grupos, tanto el grupo control como el grupo experimental resolvieron la evaluación inicial (pretest) y final (postest). Dichas evaluaciones estuvieron conformadas por 18 ensayos de igualdad a la muestra sin retroalimentación. Los ensayos incluyeron aleatoriamente las clases de estímulos (Ver tabla 2) con la finalidad de evaluar en mayor medida las relaciones que son necesarias para la formación de clases equivalentes, pero sin perder la atención y motivación de los participantes dentro del juego.

Las evaluaciones incluyeron un total de 6 ensayos de reflexividad, 4 de simetría, 2 de transitividad, 2 de equivalencia y 4 ensayos para evaluar las relaciones entrenadas. El orden de presentación de cada tarjeta muestra fue aleatorio. En todos los casos se registraron las respuestas.

**Entrenamiento:** El grupo CE (con entrenamiento) recibió entrenamiento en equivalencia de estímulos. En el cual se presentaron mediante ensayos de igualdad a la muestra las relaciones A-B y B-C (Ver Tabla 2) para las tres categorías de cantidad (6, 8 y 10). El orden específico de la presentación de los ensayos fue el mencionado anteriormente y se mantuvo constante para

todos los participantes. Primero, se mostró la relación que involucraba el dígito con el conjunto (A-B) y las cantidades fueron de menor a mayor (primero 6, luego 8 y por último 10). Posteriormente, se mostró la relación que involucraba el conjunto con la palabra escrita (B-C) y de igual forma las cantidades de menor a mayor.

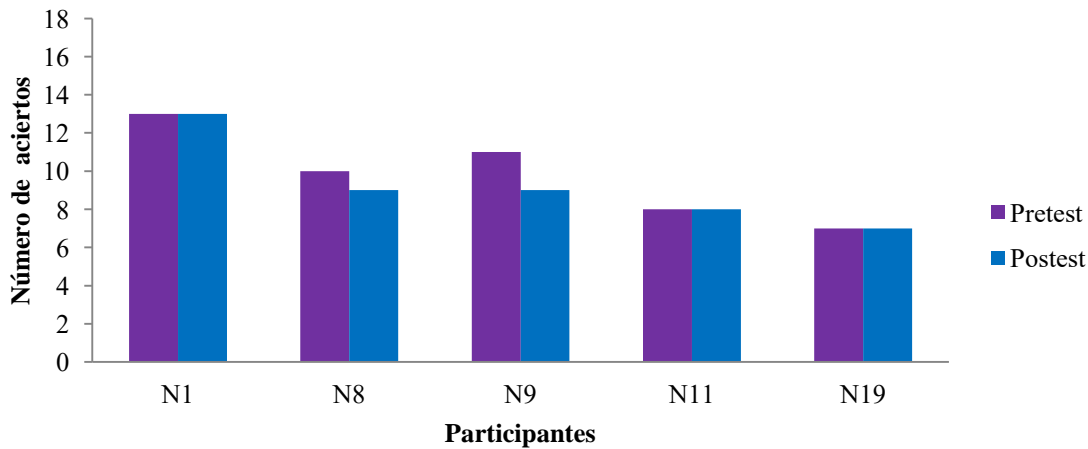
En cuanto el participante escogió una tarjeta, se le otorgó retroalimentación, la cual se considera como un evento que socialmente resulta importante para el manejo de las contingencias sociales. En este caso, tuvo la función de brindarle al niño información acerca de su desempeño. Tomando en cuenta que, si la tarjeta elegida era la correcta se le decía: *-¡Muy bien, (nombre del niño)!*, mientras que si la respuesta era incorrecta se le decía: *-No es correcto, porque esta..., la respuesta correcta es... (se le mostraba la respuesta correcta)*. El número de ensayos varió de participante a participante ya que se estableció un criterio de tres respuestas correctas consecutivas para cambiar de categoría. Una vez cumplido dicho criterio, se hizo un ensayo de prueba para evaluar la simetría, transitividad y equivalencia de las relaciones entrenadas y no se otorgó retroalimentación. A diferencia de las evaluaciones inicial y final, durante el entrenamiento las tarjetas muestra fueron presentadas en el orden específico descrito anteriormente.

El grupo SE (sin entrenamiento) siguió con sus clases normales.

**Generalización:** Después de que todos los participantes de ambos grupos fueran evaluados en el Postest, el grupo SE o grupo control recibió el mismo entrenamiento en equivalencia de estímulos que el grupo CE para igualar las condiciones experimentales. Se evaluó nuevamente con un Postest después de dicho entrenamiento y se denominó generalización.

#### 4. Resultados

A continuación, se presentan los resultados obtenidos en la evaluación inicial (pretest) y final (postest) por cada participante de ambos grupos. El puntaje máximo de aciertos es de 18 para ambas evaluaciones. Únicamente el grupo CE recibió entrenamiento después de la evaluación inicial. La Figura 2 muestra los aciertos obtenidos en la evaluación inicial (barras moradas) y final (barras azules) para los participantes del grupo SE. Se muestra en el eje de las abscisas a los participantes que conformaron el grupo control y en el eje de las ordenadas el número de aciertos. El participante 19 obtuvo el valor más bajo, obteniendo 7 aciertos en ambas pruebas. Mientras que el participante 1 se mantuvo en ambas evaluaciones con el mayor puntaje que fue de 13 aciertos.

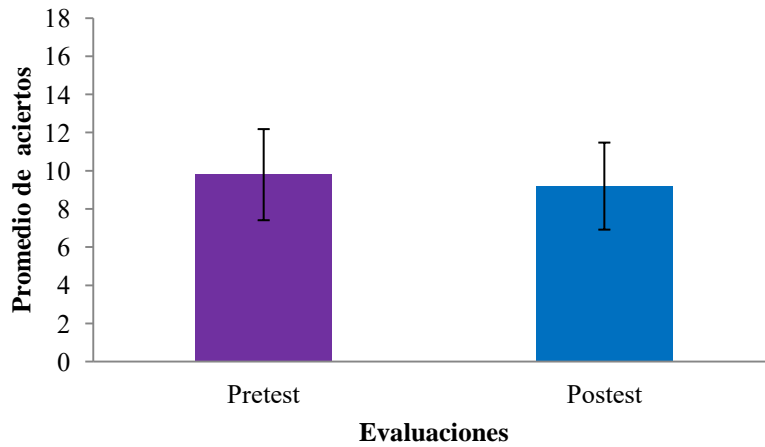


*Figura 2:* Aciertos obtenidos por cada uno de los participantes del grupo sin entrenamiento (SE) en la evaluación inicial (pretest) y final (postest)

En la Figura 3 se muestra el promedio de aciertos y la desviación estándar obtenidos en la evaluación inicial y en la final para el grupo SE. La media del pretest con un valor de 9.8 y desviación estándar de 2.38, mientras que la del postest con un valor de 9.2 y una desviación estándar de 2.28. Para comparar las diferencias en las medias, se utilizó la prueba paramétrica t



de Student para muestras relacionadas. Con un valor de  $P=0.208$  se acepta la  $H_0$ , La media del pretest no es significativamente diferente de la media del postest.



*Figura 3:* Aciertos obtenidos en promedio y desviación estándar para la evaluación inicial y final del grupo sin entrenamiento (SE)

Las figuras 4 y 5 nos muestran los resultados obtenidos en la evaluación inicial y final por participante y las medias del grupo CE. La Figura 4 muestra los aciertos obtenidos por los participantes del grupo Con Entrenamiento para la evaluación inicial y final. En el pretest, el valor más bajo fue de 7 aciertos por el participante 14 y el más alto de 14 por el participante 4. En el postest, el valor más bajo fue de 13 aciertos por el participante 18 y los participantes 5 y 10 obtuvieron 18 aciertos, el máximo posible de la evaluación.

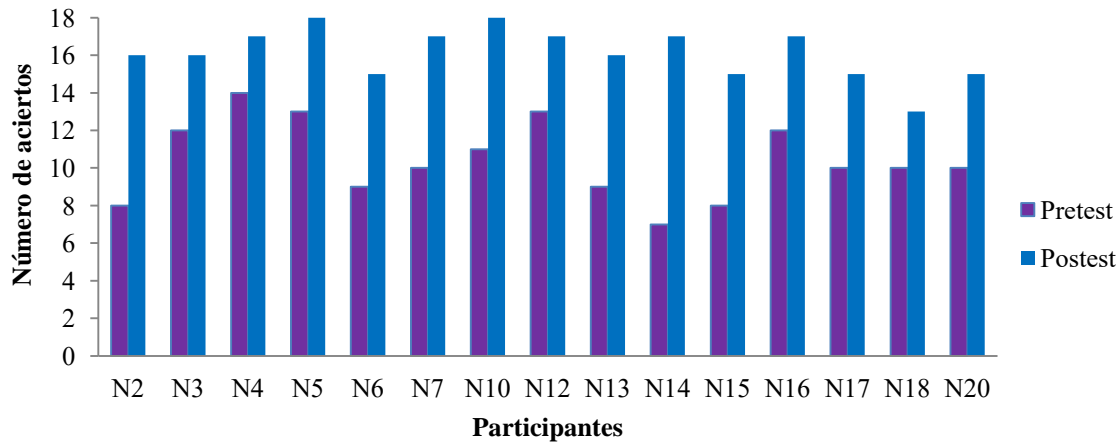


Figura 4: Aciertos obtenidos para la evaluación inicial y final por los participantes del grupo con entrenamiento (CE)

La Figura 5 muestra el promedio de aciertos obtenido en la evaluación inicial y en la final para el grupo CE y su respectiva desviación estándar. La media del pretest con un valor de 10.4 y desviación estándar de 2.06, mientras que la del posttest con un valor de 16.1 y una desviación estándar de 1.35. Con un valor de  $P=0.01$  en la prueba paramétrica t de Student para muestras relacionadas, las medias son significativamente diferentes.

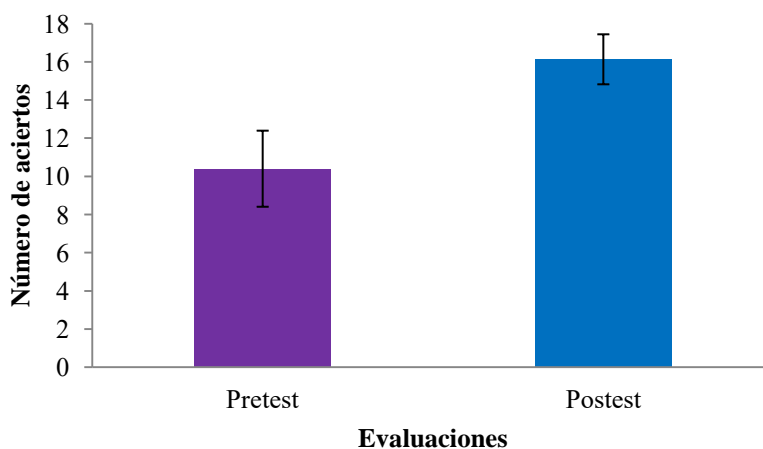
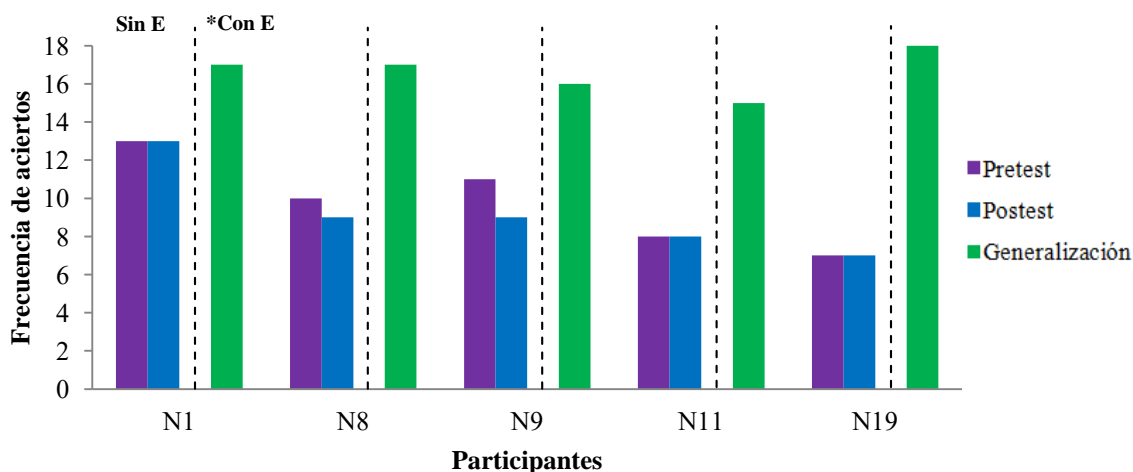


Figura 5: Promedio de aciertos y desviación estándar obtenidos para la evaluación inicial y final por los participantes del grupo con entrenamiento (CE)

En la Figura 6 se muestra en el eje de las abscisas los participantes del grupo sin entrenamiento y en el eje de las ordenadas se puede observar el número de aciertos. Las barras morada y azul representan las evaluaciones que fueron realizadas sin entrenamiento, en ambas, el valor más bajo de aciertos es 7 por el participante 19 y 13 el más alto por el participante 1. En cambio, la barra verde de generalización representa los aciertos obtenidos después de que los niños recibieran entrenamiento en relaciones de equivalencia de estímulos. Los aciertos más bajos obtenidos fueron 15 por el participante 1. El participante 19 obtuvo el valor más alto con 18 aciertos.



*Figura 6:* Aciertos obtenidos para la evaluación inicial, final y generalización, por los participantes del grupo sin entrenamiento (SE). La línea punteada y la connotación \*Con E, señalan que el participante recibió entrenamiento y su resultado se muestra en la barra de generalización

Por último, la figura 7 muestra los aciertos obtenidos únicamente en los ensayos de simetría, transitividad y equivalencia (los ensayos de reflexividad y los de entrenamiento no fueron tomados en cuenta en este análisis). A dichos ensayos se les denominó relaciones emergentes. El máximo de aciertos posibles para estas relaciones fue de 8. La primera gráfica muestra los resultados del grupo Con Entrenamiento y la segunda los resultados del grupo Sin

Entrenamiento. En el eje de las abscisas se muestran a los participantes de cada grupo y en el eje de las ordenadas los aciertos obtenidos en cada una de las evaluaciones.

La barra morada representa la evaluación inicial, la barra azul la evaluación final y solamente el grupo SE tiene la barra verde de generalización. En la primera gráfica, observamos que el participante 14 y el 15 obtuvieron un acierto en las relaciones emergentes del pretest, siendo los más bajos del grupo. Mientras que el máximo obtenido en el grupo fue por los participantes 4 y 12 que obtuvieron 6 de 8 aciertos en el pretest.

Tras haber recibido el entrenamiento en equivalencia de estímulos, observamos las barras que representan el postest. El valor más bajo en esta evaluación fue de 5 aciertos por el participante 18. Los participantes 5, 10, 12, 13 y 16 obtuvieron 8 de 8 aciertos para las relaciones emergentes.

Al comparar las diferencias entre el pretest y el postest del grupo CE, se obtuvo que las medias son significativamente diferentes con una  $p < 0.001$ .

En la segunda gráfica observamos los valores más bajos en el pretest, de 0 aciertos por el participante 19, en el postest de 2 aciertos por los participantes 9 y 19 y en la generalización de 6 aciertos por el participante 9. Los valores más altos en el pretest, de 4 aciertos por el participante 1, en el postest de 4 aciertos por el participante 1 y en la generalización, de 8 aciertos por los participantes 8 y 19. Al comparar las diferencias entre el pretest y el postest del grupo SE, se obtuvo que las medias no difieren significativamente con una  $P = 0.20$ . En la comparación del postest y la generalización, se obtuvo una  $P = 0.003$ , lo que indica que las medias son diferentes significativamente.

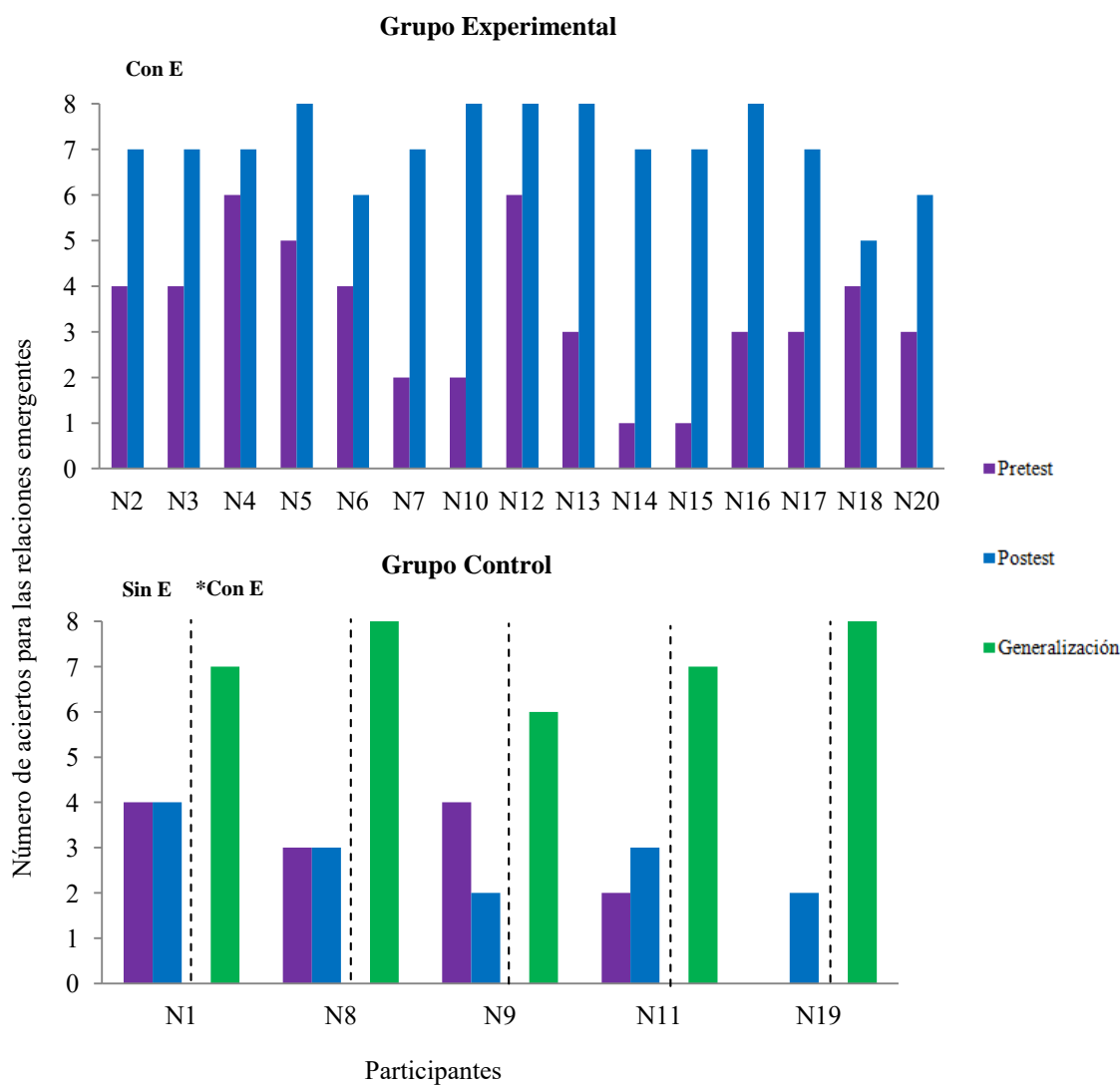


Figura 7: Aciertos obtenidos en las relaciones emergentes para la evaluación inicial, final y generalización. La primera gráfica hace referencia a los participantes del grupo con entrenamiento (CE) y la segunda a los del grupo Sin Entrenamiento (SE). La línea punteada y la connotación \*Con E, señalan que el participante del grupo SE recibió entrenamiento y su resultado se muestra en la barra de generalización

## 5. Discusión y conclusiones

El propósito del presente estudio fue evaluar el efecto del entrenamiento en relaciones de equivalencia con el objetivo de mejorar el desempeño de los niños en el nivel preescolar. Dicho entrenamiento se conformó por ensayos de igualación a la muestra, en los que fueron presentadas las relaciones A-B y B-C con las 3 clases de menor a mayor (Ver Tabla 2), con ese orden en específico para todos los participantes y brindando retroalimentación.

Para lograr evaluar el trabajo realizado, se comparó el desempeño de dos grupos de niños. El grupo CE o grupo experimental y el grupo SE o grupo control. Cabe mencionar, que al finalizar el postest, el grupo control recibió el entrenamiento en relaciones de equivalencia, del mismo modo que el grupo experimental, con la finalidad ética de igualar las condiciones experimentales. Teniendo así, la posibilidad de analizar los resultados adicionalmente mediante un diseño de línea base múltiple.

Los resultados presentados en la sección anterior mostraron que la variable independiente (entrenamiento) tuvo un claro efecto en favor del grupo CE, en las comparaciones entre el pretest y el postest, a diferencia del grupo SE. Estos resultados se presentaron comparando el número de aciertos en cada una de las fases (ver Figuras 2 y 4) y, el promedio de aciertos por cada grupo (ver Figuras 3 y 5). Las diferencias en las medias fueron calculadas mediante la prueba paramétrica t de Student. En el caso en que la comparación se hiciera entre grupos, se utilizó t de Student para muestras independientes y en el caso en que la comparación fuera entre las diferentes evaluaciones, se utilizó t de Student para muestras relacionadas o pareadas.

En todos los participantes del grupo experimental, se observó un incremento en el desempeño en comparación con su evaluación inicial o pretest. A diferencia del grupo control, en el que

observamos que el número de aciertos se mantiene sin diferencias significativas entre la evaluación inicial y la final, obteniendo en la prueba t de Student una  $P = 0.208$ .

En las variaciones observadas en los participantes 8 (-1) y 9 (-2) entre el pretest y el posttest del grupo SE (Ver Figura 2) se puede suponer que la ejecución de los participantes se debe al azar en ambas evaluaciones.

Como ya se mencionó, con la finalidad de confirmar y validar el efecto de la variable independiente, el grupo control recibió el entrenamiento en relaciones de equivalencia después de la evaluación final. Cuando este grupo estuvo en contacto con la variable independiente, se observó una diferencia significativa ( $P = 0.003$ ), aumentando el número de aciertos de los 5 participantes, similar al obtenido por los niños del grupo experimental. Al comparar el posttest del grupo CE y la generalización del grupo SE, observamos que no hay diferencias significativas con una  $P = 0.472$ . Esto quiere decir, que las medias de ambas evaluaciones obtuvieron valores similares, debido a que la VI en sí, es la causante de dicho aumento en el desempeño de los niños.

Los resultados generales de ambos grupos, respaldaron la propuesta de que al realizar el entrenamiento en relaciones de equivalencia, con un orden en específico y otorgando retroalimentación mejora el desempeño de los participantes.

Como propósito adicional se planteó evaluar mediante las pruebas de equivalencia, la formación de clases equivalentes mediante la aparición o el aumento en las relaciones que no recibieron entrenamiento explícito (relaciones transitivas y equivalentes) entre la evaluación inicial y la final.

La comparación de estos resultados se hizo tomando en cuenta únicamente los aciertos obtenidos por los participantes en las relaciones emergentes. Por lo que este análisis incluyó un total de 8 ensayos, en los que se desglosan 4 de simetría, 2 de transitividad y 2 de equivalencia. Los resultados se analizaron por fase y por grupo (Ver Figura 7). En resumen, los resultados del grupo CE muestran que hubo un incremento en las relaciones emergentes comparando el pretest con el posttest. El grupo CE tuvo en promedio 3.4 aciertos en el pretest. En cambio, en el posttest su media fue de 7. Además, en esta evaluación 5 de 15 participantes obtuvieron los aciertos máximos posibles.

El grupo SE no mostró diferencias significativas entre el pretest y el posttest ( $P = 0.208$ ). Sin embargo, cuando recibió el entrenamiento en relaciones de equivalencia, se observó un incremento en el número de aciertos para las relaciones emergentes. El posttest con un promedio de 2.8 y la generalización de 7.2, diferencia que resultó ser significativa con una  $P = 0.003$ .

Tras haber realizado el entrenamiento de dos relaciones A-B (dígito-conjunto) y B-C (conjunto-palabra escrita), podemos observar un aumento en las relaciones emergentes de ambos grupos. Lo que nos permite concluir que los participantes lograron formar las 3 clases de estímulos equivalentes objetivo. Todos los participantes se colocaron en el 87.5% de aciertos o por encima de ese valor, a excepción del participante 18, quien obtuvo el 62.5%. Sin embargo, obtuvo un incremento de 1 acierto después del entrenamiento.

Debido al tiempo permitido por la SEP para realizar el presente trabajo con los niños y para evitar efectos de fatiga/aburrimiento, en el presente estudio no se evaluaron todas las relaciones posibles de emergencia (únicamente 8 de 12) y solo se estableció una evaluación, misma que fue utilizada como pretest, posttest y generalización. El tiempo máximo para el entrenamiento fue de



20 minutos y como máximo se realizaron dos sesiones. A diferencia del estudio de Fioraneli (2012). Sin embargo, los resultados coinciden en que el entrenamiento mediante ensayos de igualación a la muestra, mejora el desempeño, en este caso, se observó un aumento en los aciertos que evaluaron las relaciones emergentes, constatado por la literatura mencionada anteriormente (Sidman, 1971; Fioraneli, 2012; Oliveira y Carmo, 2013). Cabe señalar, que los participantes de este estudio fueron más grandes en cuanto a la edad y el grado en el preescolar. En el estudio de Fioraneli, los participantes tenían 4 años y recibieron un entrenamiento más largo y complejo.

Como ya se mencionó, el Plan de Estudios de la SEP (2011a), pone énfasis en que el conocimiento de reglas, algoritmos, fórmulas y definiciones sólo es importante en la medida en que los alumnos puedan utilizarlo para solucionar problemas, apoyándose en el razonamiento y no en la memorización (SEP, 2011a, p.48), además de otorgar libertad a las educadoras para la selección de competencias. Sin embargo, el PEP (2011) no ofrece a las educadoras una guía que les sea clara o que sea específica para lograr desarrollar lo que se propone en el plan de estudios. Se puede observar que las educadoras refieren necesitar de su imaginación o creatividad para la planeación de las actividades, en lo que asumen va de lo sencillo a lo complejo. Y la forma de determinar el avance dentro de cada estándar curricular parte de lo que va *necesitando el niño* (Ver Anexo 1).

Al menos para el estándar curricular sentido numérico, debido a que su complejidad va en aumento y se requiere de seguridad en las bases más elementales, deberían contemplarse dentro del programa de estudios, competencias y aprendizajes esperados que sean muy específicos y delimitantes de lo que sería necesario y conveniente que el niño asegurara por cada ciclo escolar.

El entrenamiento en equivalencia de estímulos, permitió plantearles a los niños la tarea como un problema a resolver, puesto que debían encontrar la tarjeta que había desaparecido y ahora estaba transformada en otra categoría (e.g. A-B). Las instrucciones que se le otorgaron al niño, lo envolvieron en la dinámica de juego y se pudo apreciar, debido a que algunos expresaron su emoción: *claro que eso sí lo sé, yo soy el más veloz, dijiste que iba a ser difícil*. Además, debido a la selección aleatoria de los participantes, cada que una de las aplicadoras asistió al salón por uno de los niños seleccionados, el resto de los niños se inquietaba y se acercaba a pedir que después fuera su turno, que todos querían jugar. La educadora puso la regla de que debían estar bien sentados y callados para poder pasar.

Como se demostró, después de haber recibido el entrenamiento, los niños fueron capaces de obtener un mayor desempeño, en pocos ensayos y en poco tiempo. Permitiendo aprender la equivalencia de estímulos numéricos jugando. A pesar de que el PEP 2011 (SEP, 2011b), menciona que la visión empleada en el programa de estudios (constructivismo), es una mejor oportunidad en comparación con el modelo tradicional, debido a que favorece el aprendizaje real y duradero, con la desventaja de ser un avance más lento (SEP, 2011b, p. 20-22).

La dinámica de juego en el entrenamiento en relaciones de equivalencia, también involucró (como lo marca la SEP) el uso del lenguaje, la atención, la imaginación, la concentración, el control de impulsos, la curiosidad y la generación de estrategias para la solución de problemas, sin representar un avance lento. Lo cual se observó a lo largo del procedimiento, por ejemplo, algunos niños voltearon las tarjetas de comparación, para ver si la tarjeta muestra se había escondido atrás, puesto que en esas tarjetas no estaba ninguna que fuera igual.

La demora de 3 segundos, generó que los niños pensarán que era una competencia de tiempo, incluso algunos lo hicieron tan rápido, que se equivocaban en la selección de la tarjeta correcta, pero inmediatamente volteaban para verificar si la aplicadora había visto el error y corregían. Otros niños, hacían la finta de que iban a seleccionar la tarjeta incorrecta, pero antes de tocarla decían *¡te la creíste!, ¡te engañé!*

Cabe mencionar, que el procedimiento se les mostró a cuatro educadoras del mismo Jardín de niños, para que compartieran su opinión al respecto mediante una entrevista (Ver Anexo 2). Las cuatro estuvieron de acuerdo en que fue adecuado que se le otorgara retroalimentación a los niños, del mismo modo, estuvieron de acuerdo en que se les enseñara a usar el procedimiento. Una de las educadoras, mencionó que sería muy complicado que ellas lo aplicaran debido al tiempo y a que su aplicación es individual. Otra de las educadoras comentó que debido a que es sencillo, podría ser aplicado por los padres de familia y así se podría no sólo repasar la habilidad numérica, también ayudar a generar vínculos con la familia mediante el juego.

Esta investigación podría aportar a la educadora un método que le ayude a realizar la evaluación para conocer el desempeño de los niños, en uno de los estándares curriculares del campo formativo pensamiento matemático. Por ejemplo, si lo que se quisiera evaluar fuera la habilidad de conteo mediante los principios del conteo, al realizar el procedimiento, podría ser fácil para el docente la identificación de algún rezago. Debido a que se observó que cuando se presentó la relación A-B, la mayoría de los niños tuvieron que contar todos los conjuntos de las tarjetas de comparación, donde se pueden ver las dificultades desde los niños que repiten objetos (correspondencia uno a uno), los que tienen problemas con el ordenamiento (irrelevancia del orden), los que no identifican bien que la última etiqueta de la serie es la que indica el número de objetos total (cardinalidad), etc.

Además, podría utilizarse en otros campos formativos, debido a que también, se utilizó la categoría C ó palabra escrita. Involucrando el reconocimiento de las letras, de las palabras, de los sonidos, etc. Podría ser usado para evaluar las habilidades involucradas en un primer nivel de lectura (decodificación de textos), que ya ha sido analizado en diversos estudios (Valero y Luciano, 1996; García y Luciano, 1995; Sidman, 1977).

Una posible dificultad, al ser la educadora quien realice este procedimiento, podría ser que únicamente se ha planteado individualizado (uno a uno), lo que implica posiblemente un descuido en la atención de los demás niños que integran su grupo escolar. Aunque existe evidencia, de la formación de clases equivalentes mediante aprendizaje observacional (Carey, 2011; Hernández, 2016), en la cual el entrenamiento deja de ser uno a uno. Se sugiere realizar investigación tanto con las educadoras, como en aprendizaje observacional, involucrando las categorías numéricas.

Debido a que el material es sencillo, el tiempo es reducido y permite fácilmente distinguir las dificultades en las habilidades de conteo o numéricas. Dicha técnica también podría ser empleada por los padres de familia, como lo sugirió una de las educadoras durante la entrevista. Sin embargo, es importante considerar que se requieren varias oportunidades para practicar la conducta y la funcionalidad enseñada (Guess, Keogh y Sailor, 1986).

## 6. Referencias

Blas, A.; Gutiérrez, D. y Bartolomé, R. (2005): Educación Infantil. *Mc Graw Hill*. Madrid.

Brosvic, G. M., Epstein, M. L. y Cook, M. J. (2005). Adjunctive role for immediate feedback in the acquisition and retention of mathematical fact series by elementary school students classified with mild mental retardation. *The psychological Record*, 55 (1), 36-66.

Carey, A. (2011). Observational learning in the context of group instruction. *Applied Behavioral Analysis Master's theses*. Papper 55. Recuperado de <http://hdl.handle.net/2047/d20001020>

Castro, E., Olmo, M. y Castro, E. (2002). Desarrollo del pensamiento matemático infantil. Didáctica de la matemática. Recuperado de <http://wdb.ugr.es/~encastro/wp-content/uploads/DesarrolloPensamiento.pdf>

Cordero, G., Luna, E. y Patiño, N. (2013). La evaluación docente en educación básica en México: panorama y agenda pendiente. *Sinéctica*, (41), 2-19. Recuperado de [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1665-109X2013000200008&lng=es&tlng=es](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-109X2013000200008&lng=es&tlng=es)

De la Cueva, V. (2008). El modelo educativo constructivista ABC2: aprendizaje basado en la construcción del conocimiento. ITEMS. Campus Central Veracruz. 1-16.

de Rose, J. T., de Souza, D. G., Rosito, A. L., y de Rose, T. M. (1992). Stimulus equivalence and generalization in reading after matching to sample by exclusion. En S. Hayes y L. Hayes (eds.). *Understanding Verbal Relations*. Reno, NV: Context Press.

- Dixon, M. y Sparadlin, J. E. (1976). Establishing stimulus equivalence among retarded adolescents. *Journal of Experimental Child Psychology*, 21, 144-164.
- Domjan, M. (2015). Principios de aprendizaje y conducta. Cengage Learning Editores.
- Escuer, E., García, A., Bohórquez, C. y Gutiérrez, T. (2006). Formación de clases de equivalencia aplicadas al aprendizaje de las notas musicales. *Psicothema*, 18 (1), 31-36.
- Fioraneli, R. C. (2012) *Efeitos do ensino de contagem sobre a aquisição de comportamento conceitual em crianças pré-escolares*. [Tesis de Maestría], São Carlos, Brasil.
- García, I. (2013). *La prueba ENLACE: ¿Qué es, cómo funciona y cómo se evalúa?*. Recuperado de <http://www.adnpolitico.com/gobierno/2013/06/03/que-es-como-funciona-y-que-evalua-la-prueba-enlace>
- García, M. R., Gómez, I. (2013). Desarrollo del repertorio de equivalencia y de razonamiento analógico en población infantil: Revisión conceptual. *Suma Psicológica*, 20 (2), 175-189.
- Gelman, R. y Breneman, K. (1994): First principles can support both universal and culturespecific learning about number and music, en L.A. Hirschfeld and S. Gelman, Editors, *Mapping the mind: Culture and domain-specificity*, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 369–390.
- Gelman, R. y Gallistel, C. (1978). *The child's concept formation*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Gelman, R. y Meek, E. (1983). Preschooler's counting: principles before skill, *Cognition*, 13, 343-360.

- Gutierrez, M. O., Hernández, L. M. y Visdómine, L. C. (2002). Comparación experimental entre dos procedimientos para generar clases de equivalencia en el ámbito educativo. *Apuntes de psicología*, Vol. 20, (2), 187-204.
- Hernández, G. G. A. (2016). *Establecimiento de clases de equivalencia de estímulos mediante el aprendizaje vicario*. [Tesis de Licenciatura]. Facultad de Psicología, Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad de México.
- INEE. (2006). *El aprendizaje del español y las matemáticas en la educación básica en México. Sexto de Primaria y Tercero de Secundaria*. Recuperado de <http://publicaciones.inee.edu.mx/buscadorPub/P1/D/210/P1D210.pdf>
- INEE. (2013). *México en PISA 2012*. 1° edición. México: INEE.
- INEE. (2015). *Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes. Documento Rector*. Recuperado de <http://planea.sep.gob.mx/content/general/docs/2015/PlaneaDocumentoRector.pdf>
- INEE. (2016). Página web institucional. Recuperado de <http://www.inee.edu.mx/>
- Le Corre, M. y Carey S. (2006). One, two, three, four, nothing more: An investigation of the conceptual sources of the verbal counting principles. *Science Direct*. 105, 395-438.
- Leader, G. y Barnes-Holmes, D. (2001). Establishing fraction-decimal equivalence using a respondent-type training procedure. *The Psychological Record*, 51, 151-165.
- Luciano, C., Gómez-Becerra, I. y Rodríguez-Valverde, M. (2007). The role of multiple exemplar training and naming in establishing derived equivalence in an infant. *Journal of the Experimental Analysis of Behavior*, 87, 349-365.

- Maydak M, Stromer R, Mackay HA y Stoddard LT (1995). Stimulus classes in matching to sample and sequence production: The emergence of numeric relations. *Research in Developmental Disabilities, 16*, 179-204.
- McDonagh EC, McIlvane WJ y Stoddard LT (1984). Teaching coin equivalences via matching to sample. *Applied Research in Mental Retardation, 5*, 177-197.
- McKay, H. A. (1985). Stimulus equivalence in rudimentary reading and spelling. *Analysis and Intervention in Developmental Disabilities, 5*, 373- 387.
- OCDE. (2010). *Acuerdo de cooperación México-OCDE para mejorar la calidad de la educación de las escuelas mexicanas*. Recuperado de <https://www.oecd.org/edu/school/46216786.pdf>
- OCDE. (2014). *Resultados de PISA 2012 en Foco. Lo que los alumnos saben a los 15 años de edad y lo que pueden hacer con lo que saben*. Recuperado de [https://www.oecd.org/pisa/keyfindings/PISA2012\\_Overview\\_ESP-FINAL.pdf](https://www.oecd.org/pisa/keyfindings/PISA2012_Overview_ESP-FINAL.pdf)
- OECD. (2009), *Doing Better for Children*. Recuperado de [www.oecd.org/els/social/childwellbeing](http://www.oecd.org/els/social/childwellbeing)
- Oliveira, M. E. y Carmo J. S. (2013). Equivalência de estímulos e redução de dificuldades na solução de problemas de adição e subtração. *Psicologia: Teoria e Pesquisa, 29* (3), 341-350.
- Pérez, G. L. (1992). Los procesos de aprendizaje y la emergencia de conductas no entrenadas en relación con el lenguaje. *Psicothema, Vol. 4, #1*, 197-208. Recuperado de <http://www.psicothema.com/pdf/824.pdf>



- Pérez, G. L. (2001). Procesos de aprendizaje de discriminaciones condicionales. *Psicothema*, Vol. 13, # 4, pp. 650-658.
- RIEB. (2011). *La Reforma Integral de la Educación Básica*. Recuperado de [http://www.edicionescastillo.com/CASTILLO/castillo\\_cms/sites/default/files/pdfs/La\\_Reforma\\_integral\\_de\\_la\\_educaci%C3%B3n\\_b%C3%A1sica.pdf](http://www.edicionescastillo.com/CASTILLO/castillo_cms/sites/default/files/pdfs/La_Reforma_integral_de_la_educaci%C3%B3n_b%C3%A1sica.pdf)
- Rodríguez, M.E. (2011). *La matemática y su relación con las ciencias como recurso pedagógico*. Revista de didáctica de las matemáticas, 77(1), 35-49.
- SEP. (2011a) *Plan de estudios 2011. Educación básica*. 1° edición. México: SEP
- SEP. (2011b). *Programa de Estudio 2011*. Guía para la educadora. Educación Básica. Preescolar. México: SEP.
- SEP. (2016). Página web institucional. Recuperado de <http://www.sep.gob>
- SEP-SNTE. (2011a). *Evaluación universal de docentes y directivos en servicio de educación básica*. Recuperado de <http://www.evaluacionuniversal.sep.gob.mx/lineamientos.pdf>
- SEP-SNTE. (2011b). *Programa Nacional de Carrera Magisterial. Lineamientos Generales*. Recuperado de [http://www.sep.gob.mx/work/models/sep1/Resource/2241/1/images/LINEAMIENTO\\_S\\_GENERALES\\_2011.pdf](http://www.sep.gob.mx/work/models/sep1/Resource/2241/1/images/LINEAMIENTO_S_GENERALES_2011.pdf)
- Serrano, M. (2011). Discriminación condicional por palomas: una reinterpretación paramétrica y funcional. *Revista Mexicana de Investigación en Psicología*, Vol. 3, # 1, 44-58. Recuperado de <http://www.medigraphic.com/pdfs/revmexinvpsi/mip-2011/mip111f.pdf>

- Sidman, M. (1971). Reading and auditory-visual equivalences. *Journal of Speech and Hearing Research*, 14, 5-13.
- Sidman, M. (1986). Functional analysis of emergent verbal classes. En T. Thompson y Zeiler, M. D. (Eds.). *Analysis and integration of behavioral units*. (pp.213-245). Hillsdale, NJ: Lawrence.
- Sidman, M. (1994). *Equivalence relations and behavior: A research history*. Boston, MA: Authors Cooperative.
- Sidman, M., y Tailby, W. (1982). Conditional discrimination vs matching to sample: An expansion of the testing paradigm. *Journal of the Experimental Analysis of Behavior*, 37, 5-22.
- Skinner, B.F. (1974). *Sobre el conductismo*, Fontanella, Barcelona, 1975. (V.O. 1974).
- Terrace, H. S. (1996). Stimulus control. En W.K. Honig (Ed.), *Operant behavior: Areas of research and application* (pp. 271-344). New York: Appleton-Century-Crofts. [Edición en español: (1975). Control del estímulo. En W. K. Honig (Ed.), *Conducta operante* (pp. 330-413). México:Trillas.
- Valero, L. y Luciano, M. C. (1996). Lectura de palabras sencillas en dos idiomas: una aplicación de las relaciones de equivalencia. *Iberpsicología: Revista electrónica de la Federación Española de Asociaciones de Psicología*, ISSN-C 1579-4113, Vol. 1, No. 1.
- Vargas-Mendoza, J. E. (2008) *Igualación a la muestra: lecturas para un seminario*. México: Asociación Oaxaqueña de Psicología A.C.

- Villaroel, J. D. (2009). Investigación sobre el conteo infantil. *Didáctica de la matemática y de las ciencias experimentales. Ikastorratza, e-revista de didáctica*, 4, 1-24.
- von Aster, M. y Shalvey, R. (2007). Number development and developmental dyscalculia. *Developmental medicine & Child neurology*, 49:868-873.
- Wynn, K. (1990). Children's understanding of counting. *Cognition*, 36, 155-193.
- Wynn, K. (1992a). Addition and subtraction by human infants. *Nature*, 358, 749-750.
- Wynn, K. (1992b). Children's acquisition of number words and the counting system. *Cognitive Psychology*, 24, 220-251.
- Zamora, L. A. G. (2013). *Desempeño en tareas de tipo numérico en niños de edad preescolar* [Tesis de Licenciatura]. Facultad de Psicología, Universidad Nacional Autónoma de México, México, D.F.

## ANEXOS

Anexo 1: Comentarios obtenidos durante la entrevista a cuatro de las educadoras del Jardín de Niños donde se realizó el presente trabajo. En las tablas aparece la connotación E1, E2, E3 y E4, las cuales hacen referencia a cada una de las educadoras entrevistadas.

Las siguientes preguntas son referentes al PEP 2011, para lo cual le pedimos su apoyo, expresando su opinión con base en su experiencia como docente en el preescolar:

|  |   |   |  |
|--|---|---|--|
| 1. ¿Está de acuerdo con el PEP 2011?   |   |   |  |
| <b>E1</b>  | <b>E2</b>   | <b>E3</b>   | <b>E4</b>  |
| De acuerdo   | Muy de acuerdo  | De acuerdo  | Muy de acuerdo   |
| 2. ¿Qué tanto lo lleva a cabo?   |   |   |  |
| <b>E1</b>  | <b>E2</b>   | <b>E3</b>   | <b>E4</b>  |
| Siempre  | La mayoría de las veces   | Siempre   | Siempre  |
| 3. ¿El PEP sigue un modelo educativo específico?   |   |   |  |
| <b>E1</b>  | <b>E2</b>   | <b>E3</b>   | <b>E4</b>  |
| Sí, sociocultural  | No, es flexible. Se puede planear de acuerdo a lo que se va necesitando | Enfoque por competencias  | Sí   |
| 4. ¿El PEP especifica claramente las competencias que los niños deberían lograr?   |   |   |  |
| <b>E1</b>  | <b>E2</b>   | <b>E3</b>   | <b>E4</b>  |
| Sí, aunque no se trabajan todas debido a que el niño se satura de información  | Sí  | Sí, desglosadas en los aprendizajes esperados                     | Sí   |
| 5. Con la Guía para la educadora (2011), ¿usted puede implementar actividades o juegos específicos con los alumnos para lograr el desarrollo de las competencias establecidas por el programa? |   |   |  |
| <b>E1</b>  | <b>E2</b>   | <b>E3</b>   | <b>E4</b>  |
| Sí, pero únicamente es una asesoría  | Sí, requiere ir de la imaginación a la planeación                       | Sí, pero hay que usar creatividad                                 | Sí   |
| 6. ¿El programa indica algún orden para lograr desarrollar su contenido?   |   |   |  |
| <b>E1</b>  | <b>E2</b>   | <b>E3</b>   | <b>E4</b>  |
| No, se implementa lo que va necesitando el niño  | No, pero el contenido va de lo sencillo a lo complejo                   | No es claro, creo que va por niveles, pero no me parece funcional | No, pero no es un inconveniente porque se trabaja sobre las necesidades de los niños |
| 7. ¿Cómo escoge las competencias a desarrollar?  |   |   |  |
| <b>E1</b>  | <b>E2</b>   | <b>E3</b>   | <b>E4</b>  |
| Con base en un diagnóstico inicial   | Me baso más en los campos formativos de lenguaje y en lo matemático     | A partir de un diagnóstico individual y grupal                    | Mediante un diagnóstico al niño  |

Anexo 1: Comentarios obtenidos durante la entrevista a cuatro de las educadoras del Jardín de Niños donde se realizó el presente trabajo. En las tablas aparece la connotación E1, E2, E3 y E4, las cuales hacen referencia a cada una de las educadoras entrevistadas (continuación).

8. En cuanto al campo formativo Pensamiento matemático, podría mencionar si sus alumnos en general:

a. ¿Saben contar objetos?, ¿hasta cuántos?

| <b>E1</b>                       | <b>E2</b>       | <b>E3</b>            | <b>E4</b>              |
|---------------------------------|-----------------|----------------------|------------------------|
| Sí, la mayoría hasta el 25 o 30 | Sí, hasta el 10 | Sí, hasta el 10 o 12 | Sí, mínimo hasta el 30 |

b. ¿Pueden identificar o escribir hasta qué dígito?

| <b>E1</b>   | <b>E2</b>  | <b>E3</b>           | <b>E4</b>   |
|---|--|---------------------|-------------|
| Hasta el 20 o 22, después se empiezan a confundir | La mayoría hasta el 10, aunque algunos hasta el 20 | Entre el 10 y el 15 | Hasta el 30 |

c. Recitan de una serie numérica, ¿hasta qué número?

| <b>E1</b>  | <b>E2</b>                       | <b>E3</b>        | <b>E4</b>    |
|--|---------------------------------|------------------|--------------|
| La mayoría recitan hasta el 25 o 30, tengo 3 niños que hasta el 100 y uno que no pasa del 12 | Al 20, algunos hasta el 40 o 50 | Hasta el 20 o 30 | Hasta el 100 |

d. ¿Qué tipo de actividades o juegos realiza con los niños para lograrlas?

| <b>E1</b>  | <b>E2</b>                                 | <b>E3</b>   | <b>E4</b>  |
|--|---|---|--|
| Carrera de autos, dados, pescar cierto número de peces | Juego de la oca, pirinola, dominó y dados | Pirinola, memorama, pase de lista, gráficas, calendario | Todas las actividades que hacen los niños desde que llegan y hasta que se van involucran el pensamiento matemático |

Anexo 2: Comentarios obtenidos después de mostrar el procedimiento de equivalencia de estímulos empleado con los niños. La entrevista se realizó a cuatro de las educadoras del Jardín de Niños. En las tablas aparece la connotación E1, E2, E3 y E4, las cuales hacen referencia a cada una de las educadoras entrevistadas.

9. Las siguientes preguntas son referentes al ejercicio que se llevó a cabo con los alumnos de tercer grado, para lo cual, le pedimos que exprese su opinión en cuanto a la tarea realizada con el fin de mejorar el instrumento

a. Las cantidades utilizadas fueron 6, 8 y 10. ¿Le parecen apropiadas para tercer grado?

| E1   | E2 | E3  | E4                      |
|--|----|---|-------------------------|
| Sí, aunque los que más cuestan trabajo son el 6, 7 y 9 | Sí | Sí, pero las tarjetas pueden ser un poco menos formales, con más cosas cotidianas, juguetes, etc. | Sí, para una evaluación |

b. ¿Considera que las instrucciones son claras y adecuadas para presentárselas a los niños?

| E1                                    | E2 | E3 | E4 |
|---------------------------------------|----|----|----|
| Sí, porque hay motivación y confianza | Sí | Sí | Sí |

c. ¿Le parece adecuado que se le diga al niño si su respuesta es correcta o incorrecta?

| E1   | E2                       | E3 | E4                              |
|--|--------------------------|----|---------------------------------|
| Sí, para que aprenda a identificar si lo hizo bien o mal. Se vale ganar y perder | Sí, usas buenos términos | Sí | Sí, lo motiva a que se esfuerce |

d. En general, ¿qué opina del procedimiento?

| E1   | E2              | E3          | E4             |
|--|-----------------|-------------|----------------|
| Es funcional, atractivo y sencillo, no es específicamente para que lo realicen especialistas, lo pueden ocupar los padres de familia | Muy interesante | Es novedoso | Me gustó mucho |

d. ¿Le gustaría aprender el procedimiento y aplicarlo dentro de sus actividades?

| E1  | E2  | E3              | E4                                       |
|---|---|-----------------|--|
| Sí me gustaría aprenderlo y aplicarlo dentro de las actividades. También podría funcionar para empezar con la lecto-escritura | Por el tiempo y porque es de manera individual sería muy complicado, no serían objetivos los resultados | Sí lo aplicaría | Sí, me gustaría con cantidades más altas |