



**UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE MÉXICO.**

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES  
ACATLÁN.

MERCADOS FINANCIEROS: ELEMENTOS Y METODOLOGÍA.

TESINA

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

ACTUARIO

PRESENTA:

JESÚS ANTONIO TRISTÁN CASTILLO

ASESOR: MTRO. JULIO ENRIQUE ARTEAGA NAVARRO.

JUNIO 2017

**SANTA CRUZ ACATLÁN, NAUCALPAN, ESTADO DE MÉXICO**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A mis padres, este logro es tan mío como suyo, sin su incansable apoyo esto no habría sido posible.

A todas esas personas que de cierta manera han estado en esta etapa tan importante de mi vida.

## Índice

<b>Presentación</b> .....	<b>V</b>
<b>Capítulo 1. Mercados Financieros</b> .....	<b>1</b>
1.1. Introducción .....	1
1.2. Funciones de los Mercados Financieros .....	4
1.3. Clasificación de los Mercados Financieros .....	7
1.4. Intermediarios financieros .....	9
1.5. Globalización de los Mercados Financieros .....	12
1.6. Organismos internacionales .....	16
1.7. Sistema Financiero Mexicano .....	27
1.8. Mercado de deuda en México .....	31
<b>Capítulo 2. Bonos</b> .....	<b>34</b>
2.1. Clasificación de los Bonos .....	34
2.2. Elementos de un Bono .....	36
2.3. Precio de un Bono .....	37
2.4. Premio y descuento .....	43
2.5. Precio de un bono entre fecha de Cupón .....	44
2.6. Amortización de Bonos .....	49
2.7. Tasa de rendimiento del Bono .....	53
2.8. Bonos rescatables .....	57
<b>Capítulo 3. Mercado de Capitales</b> .....	<b>61</b>
3.1. Acciones comunes .....	63
3.2. Acciones preferentes .....	64
3.3. Otros tipos de acciones .....	65
3.4. Valuación de acciones .....	66
3.5. Análisis del precio de las acciones .....	68

<b>Capítulo 4. Tasas de rendimiento</b> .....	<b>71</b>
4.1. Valor Presente Neto (VPN) .....	71
4.2. Tasa Interna de Retorno (TIR).....	72
4.3. Tasa de rendimiento ponderada por peso .....	73
4.4. Tasa de rendimiento ponderada por tiempo .....	77
4.5. Los métodos del año de inversión y del portafolio.....	79
<b>Capítulo 5. Estructura del plazo de tasas de interés</b> .....	<b>82</b>
5.1. Tasas Spot .....	83
5.2. Tasas Forward .....	86
<b>Capítulo 6. Duración e inmunización</b> .....	<b>89</b>
6.1. Duración de un bono cupón cero .....	90
6.2. Duración de una serie de flujos.....	92
6.3. Convexidad.....	94
6.4. Inmunización .....	97
6.5. Inmunización de Rendington.....	99
6.6. Inmunización total .....	102
<b>Conclusiones</b> .....	<b>105</b>
<b>Anexo</b> .....	<b>107</b>
<b>Bibliografía</b> .....	<b>115</b>
<b>Fuentes electrónicas</b> .....	<b>116</b>

## **Presentación**

Este proyecto se escribe con la misión de amplificar las opciones de consulta sobre este tema, además de indagar más sobre los mercados financieros; particularmente en sus aspectos más importantes, los cuales, más allá de un simple análisis, se plantean abordar con una perspectiva matemática, propia de una actividad actuarial en las finanzas.

Para dicho planteamiento, se ocuparán herramientas de las matemáticas financieras, que son las indicadas para ser aplicadas en este aspecto, entendiendo dichos mercados desde su fondo matemático y teórico, es por tal motivo el título de este trabajo; se busca aplicar los conocimientos más importantes de las matemáticas financieras en la teoría de los mercados financieros.

Se debe entender a los mercados financieros como la estructura de la economía de un país, y actualmente con la globalización de la economía mundial cobra gran importancia explorar, indagar y aplicar conocimientos para entender los fenómenos propios de estos.

Algunas de las problemáticas de libros de consulta que existen en la actualidad sobre este tema, es que no profundizan en la parte matemática de los mercados financieros, mientras que hay otros que desarrollan el trasfondo matemático de ciertos elementos de los mercados financieros (bonos, derivados, acciones, etc.) sin tomar demasiado en cuenta las generalidades que tienen como elementos de los mercados financieros, por lo tanto, un propósito de este trabajo es enlazar ambas partes para dar una visión general sobre este tema sin dejar de lado, obviamente, los aspectos técnicos y fundamentales en el análisis de cada una de las partes de este amplio tema.

Dentro del trabajo se abordarán los aspectos actuales de los mercados financieros, conceptos y metodología, basándose en textos ya escritos y en propios conocimientos previamente adquiridos, se plasmará una visión impersonal, de forma que se pueda cubrir de la mejor manera este proyecto, consultando la mayor cantidad posible de material de ayuda y recopilando información

Los elementos que respaldan este proyecto son los propios de las matemáticas financieras, que no es más que una rama de las matemáticas que se dedica a entender el comportamiento del capital a través del tiempo, elementos como el interés, capitalización

simple y compuesta, anualidades y amortización, propios de esta rama y los más básicos y fundamentales, son los que formaran el marco teórico y serán ocupados para resolver y explicar los problemas propios del tema.

Los objetivos que se buscan alcanzar con este trabajo son:

- Valorar las distintas teorías y elementos de los mercados financieros
- Analizar a fondo los elementos que componen a los mercados financieros
- Sintetizar el funcionamiento del mercado financiero nacional
- Aplicar las herramientas fundamentales de las matemáticas financieras
- Unir los elementos teóricos y matemáticos implícitos en los mercados financieras en un solo trabajo
- Escribir un documento de consulta dirigido a aquellos que estudien la licenciatura de Actuaría, y que les sirva de apoyo en sus estudios

Fijados estos objetivos, queda claro que la misión de este trabajo es otorgar una visión sobre los mercados financieros que no ha sido explotada como se debería, en concreto, la visión actuarial, a través del entendimiento de los conceptos de riesgo y rendimiento propios de una actividad actuarial.

Basado en todo esto, respetando los objetivos y la justificación se puede obtener la estructura del trabajo:

El objetivo del primer capítulo será explicar que son los mercados financieros, sus clasificaciones, como están conformados y sus funciones, además de hacer énfasis en los distintos aspectos del mercado financiero mexicano, en particular el mercado de deuda en nuestro país.

En el segundo capítulo se abordaran los bonos. Como se mencionó anteriormente, un elemento principal de los mercados financieros es el mercado de deuda, y es aquí donde entran los bonos, son instrumentos de renta fija o deuda, una especie de contratos de préstamo, donde se garantiza la devolución del préstamo más un monto de interés entregado periódicamente durante la duración del préstamo.

Dentro del tercer capítulo se analizará la contraparte del mercado de deuda, el mercado de capitales o mercado accionario, en estos mercados se comercializan partes proporcionales de empresas, conocidas como acciones. La finalidad de este capítulo es entender como funcionan las acciones, los aspectos que hay que considerar para una buena valuación de las mismas, precisamente ocupando teoría financiera y matemática.

En el cuarto capítulo se analizarán las tasas de rendimiento. Este es un tema que ha estado implícito en los capítulos anteriores, ya que es la contraparte de las tasas de interés. Cuando se invierte capital lo que se busca precisamente es un rendimiento, una ganancia, es por ello que las razones matemáticas que rigen estas inversiones se llaman tasas de rendimiento. Este capítulo se centrará en explicar que son y como funcionan las tasas, y sobre todo, los diferentes métodos para calcular las tasas de rendimiento que existen y en qué caso son los más óptimos o necesarios.

Para el quinto capítulo se llega a un punto muy importante, en la práctica, no siempre se va a tener la misma tasa por un periodo de varios años, es por ello que deben examinarse dos conceptos muy importantes: tasas spot y tasas forward.

Finalmente en el sexto capítulo se abordan medidas de riesgo, principalmente aplicadas para bonos, estas medidas como la duración o la convexidad sirven para valorar bonos e instrumentos financieros más avanzados, involucrando ya un tema netamente actuarial de lleno, el riesgo. Además se aborda se forma simple la inmunización de activos y pasivos, un mecanismo financiero muy útil a cualquier nivel.

Este material se encuentra pensado para todos aquellos que deseen ampliar y cambiar su perspectiva con respecto a la generalidad que son los mercados financieros, tengan estudios de carácter actuarial o no, de tal forma que puedan incrementar sustancialmente sus conocimientos en finanzas, que debe de ser una de las metas en nuestro país, realmente analizar las finanzas a pequeña y gran escala.

## **Capítulo 1.**

### **Mercados financieros.**

#### **1.1. Introducción.**

Las finanzas, ya sean a pequeña o gran escala, forman parte en la vida de cualquier persona, y en general de cualquier región o país; a cualquier nivel es importante entender como funcionan las finanzas y las instituciones que forman parte del marco financiero nacional e internacional.

Las finanzas, en términos generales, estudian el intercambio de bienes entre personas, instituciones o estados, esos intercambios u operaciones se llevan a cabo dentro de un mercado, dependiendo del tipo de bienes, los mercados en los que se pueden negociar bienes de carácter financiero se llaman, naturalmente, mercados financieros.

Para lograr definir que es un mercado financiero es necesario, en primer lugar, definir lo que es un mercado. A grandes rasgos, cuando se hace referencia a un mercado, se entiende que este es “un lugar, físico o virtual, en el que se intercambian productos o factores, generalmente a cambio de dinero” (Mascareñas, 2012), además, por esta misma definición, se intuye existen dos tipos de mercados:

- Mercado de productos. En él se intercambian bienes y servicios
- Mercado de factores. Donde se intercambian trabajo y capital, los mercados financieros forman parte de esta clasificación

Y a todo aquello que se negocia en un mercado, se le conoce como *activo*, llamado así por tener algún valor de cambio y porque es algo que se posee. Por otro lado, existen dos clases de activos:

- Activos tangibles. Depende de posesiones físicas
- Activos intangibles. Son derechos sobre futuras ganancias, en esta clasificación, entran todos los activos de carácter financiero

Por lo tanto, un mercado financiero es aquel lugar, que puede o no existir físicamente, en el cual se intercambian y negocia activos financieros, estos tienen carácter de intangibles.

Estos activos cumplen ciertas características para ser de carácter financiero, estas son que sean rentables, conlleven implícito un riesgo y que sean líquidos. En primera instancia, se dice que un activo es rentable si genera un beneficio a quien lo posee, a lo largo de un periodo de tiempo concreto; a esta ganancia o beneficio sobre la inversión inicial se le conoce como rendimiento, y puede estar expresado en términos absolutos (un millón de dólares, mil pesos, etc.) o en términos relativo (5%, 10%, etc.).

Dado que los activos financieros son intangibles, es decir, prometen futuras ganancias, existe la posibilidad de que por alguna razón estas ganancias no se puedan otorgar como se esperaban, a este concepto se le conoce como riesgo, y no es más que la probabilidad de que el rendimiento del activo al final sea diferente al prometido o esperado; el evento que teme el inversionista es que el rendimiento sea menor al esperado. Se entiende que existe un riesgo alto si la probabilidad de que el rendimiento prometido y el obtenido coincidan es baja, y dicha probabilidad es alta si el riesgo es bajo. Entre los riesgos a los que se hace acreedor quien posee un activo financiero están el de inflación o poder de compra, el de crédito o incumplimiento y el de tipo de cambio.

La tercera característica es la liquidez, esto se refiere a que el activo se pueda vender con facilidad y obtener el dinero esperado sin necesidad de rebajar su precio o entrar en negociaciones extensas. En finanzas se asocia la liquidez con la facilidad de obtener efectivo.

De las características notadas se desprenden ciertas relaciones, estas conocidas dentro del ámbito financiero, por ejemplo, si hay un alto riesgo, va a existir un mayor rendimiento, y a

la vez, un alto riesgo implica una menor liquidez, ya que puede ocurrir que no se tenga la capacidad de pago, de esta relación se pueden obtener otras semejantes.

Además, aunque el riesgo sea una de las características de los activos, existen activos sin riesgo, que poseen liquidez y obtienen algún rendimiento, aunque este suele ser pequeño, debido a que no están expuestos a algún riesgo. Aún con esto, no es que sean activos sin ningún riesgo, se les llama así porque carecen de riesgo de insolvencia y de reinversión, el riesgo de insolvencia se refiere a que la empresa no tenga forma de responder ante sus obligaciones, que no exista tal riesgo significa que la institución debe tener 100% de probabilidad de tener recursos para cualquier eventualidad, la única institución que lo tiene es el Estado, por ello son los únicos que pueden emitir esta clase de activos. El riesgo de reinversión se centra en el riesgo de invertir las ganancias obtenidas en otros activos, la única forma de garantizar que no exista tal riesgo, es que no haya flujos intermedios durante la duración del contrato.

Dentro de los mercados donde son negociados, los activos tienen 2 funciones.

- La transferencia de fondos de los que poseen más recursos hacia quienes los necesitan
- La transferencia del riesgo y al mismo tiempo de los beneficios, entre aquellos que buscan financiamiento y los que lo pueden otorgar

Por las funciones anteriores, es lógico pensar que hay quienes poseen activos y desean venderlos y hay quienes están dispuestos a comprarlos; a todos los que, de alguna manera, hacen operaciones en un mercado se les conoce como participantes. En los mercados financieros se encuentran los siguientes:

- Emisor o prestatario. Es aquella institución o persona que vende o emite y adquiere la obligación de realizar pagos en el futuro, precisamente a cambio de esa liquidez inmediata

- Inversor o prestamista. Es aquel que compra o adquiere de parte de algún emisor un activo financiero a cambio de beneficios, generalmente monetarios, en alguna fecha futura

Una vez analizados los activos financieros, abordar los mercados financieros será más natural.

## **1.2. Funciones de los mercados financieros.**

Los mercados financieros juegan un papel crucial en la economía mundial, los mercados locales tienen mucha importancia en el país donde se llevan a cabo sus operaciones. En general los mercados financieros cumplen con ciertas características, algunas de ellos de carácter económico, por la importancia de estos en la economía mundial, de hecho, en muchos países los mercados financieros representan parte importante del Producto Interno Bruto (*PIB*). Las características de los mercados financieros son las siguientes:

- De orden institucional o corporativo
  - Transparencia. Implica que los participantes proporcionen la información sobre aquello que emiten, adquieren, precios y volúmenes de forma fácil y normalizada a todos aquellos que intervienen en el mercado. Sin embargo, esto no obstaculiza la existencia de la llamada *información privilegiada* que sólo posee un sector del mercado y con la cual se especula
  - Libertad. Dentro del mercado, los ofertantes y demandantes deben de ser libres de negociar los volúmenes que deseen de los activos que se elijan, esto ayuda a la libre formación de los precios de dichos activos
- Asociadas a la oferta y demanda
  - Profundidad. Esto refiere al equilibrio en el mercado, es necesario que existan negociaciones de activos por encima o por debajo del precio ideal. A

mayor cantidad de participantes, mayor será la profundidad del mercado, con esto se asegura que los precios de los activos se mantendrán dentro de una barrera no muy alejada de su precio ideal

- Amplitud. Esta característica está relacionada con el volumen de operaciones que se realizan en el mercado, cuando un mercado tiene una gran cantidad de operaciones, las cotizaciones (*Precio de una acción o de un valor que cotiza en bolsa o en un mercado económico.*) de los activos se mantienen estables, en cambio, un mercado con poca amplitud provocará grandes alteraciones en los precios cuando se realicen operaciones de pequeño volumen. Además, la amplitud se refiere a la variedad de activos que hay en el mercado, por lo tanto, es sencillo notar que la amplitud depende de la cantidad de activos o emisores que participan del mercado financiero y el volumen de sus negociaciones
- Flexibilidad. Se refiere a que el mercado se ajusta por sí mismo, es decir, si por alguna razón el precio de un activo no es el indicado de acuerdo a sus condiciones, el mismo mercado lo ajustará, por ejemplo, si el precio de un activo es muy alto para el rendimiento que otorga y para el nivel de riesgo que representa, los inversionistas no estarán interesados en él, obligando al emisor a reducir el precio, y en consecuencia el rendimiento mejorará. Cuanto más rápida sea la reacción del mercado, existirá mayor flexibilidad

De estas características se desprenden las funciones de los mercados financieros, dicho de otra manera, cuál es su utilidad y como funcionan.

- El establecimiento de los precios. Es debido a la interacción que existe entre los compradores y vendedores de los activos, que los precios se ven fijados y modificados de acuerdo a los deseos de ofertantes y demandantes, y de la misma forma los recursos se dirigen a donde se les requiere, si el precio de un activo es alto quiere decir que el activo escasea y distintos participantes desean poseerlo, en cambio, si el precio es bajo, el activo es abundante y aquellos que lo poseen

generalmente buscan deshacerse de una parte o de todo el activo. A esta función se le conoce económicamente como la ley de oferta y demanda, y establece que los precios son fijados por el mercado

- La generación de liquidez. Anteriormente se explicó que un activo financiero proporciona liquidez, es decir, se puede intercambiar por dinero de manera muy eficiente; esta es una de las utilidades de los mercados financieros, a través de ellos se hacen las transacciones necesarias para que quienes desean vender algún activo obtengan rápidamente el efectivo que requieren. El aspecto de la liquidez es muy importante en los mercados financieros, no todos poseen la misma liquidez, ya que está no sólo se basa en el tiempo que se tarda en vender un activo, sino que también incide en el precio del activo, la calidad crediticia de quien lo emite, el momento del mercado, etc.
- La reducción de los gastos de operación. dentro de cualquier mercado existen dos clases de gastos:
  - Gastos de búsqueda. Se refieren a los gastos al buscar al comprador o vendedor de cierto activo
  - Gastos de información. Están relacionados con poseer los datos sobre las ganancias esperadas o los rendimientos del activo

Los mercados financieros están pensados para minimizar lo mejor posible estos gastos, para el caso de la búsqueda, dentro de un mercado financiero siempre existe quien posea un activo con la intención de venderlo y quien lo desea comprar, y es el mismo mercado quien los pone en contacto, y al mismo tiempo, cualquier activo que se negocie, tiene especificados los riesgos a los que está sujeto, minimizando los gastos de información.

### **1.3. Clasificación de los mercados financieros.**

En el mundo financiero existe una gran cantidad de instrumentos que se negocian en los mercados, puede pensarse que debido a la gran cantidad de activos que hay, hacer una clasificación resultaría problemático, pero en la realidad, así como existen muchos activos, existen muchas formas de clasificarlos, de acuerdo a ciertas características, funciones o particularidades que cumplen ciertos activos. Aunque existe una enorme cantidad de clasificaciones, las más importantes son:

- Clasificación por la naturaleza de la obligación
  - Mercado de deuda. Se negocian instrumentos de deuda contraídos por empresas o por el Estado
  - Mercado de acción. Se intercambian derechos sobre los activos de las empresas, debido a esto, estos derechos son llamados acciones
- Clasificación de acuerdo al plazo
  - Mercado de dinero. Dentro de este mercado se negocian aquellos activos con obligaciones y derechos a corto plazo, generalmente con duración menor a un año, por tanto, tienen bajo riesgo de mercado y alta liquidez. Ejemplos de esta clase de activos son los certificados de depósito y el papel comercial
  - Mercado de capitales. En este mercado se intercambian activos financieros que están emitidos a mediano y largo plazo, es decir, mayor a un año
- Clasificación según el instante de la negociación.
  - Mercado primario. En este mercado se negocian los activos de nueva emisión, es aquí donde las empresas, gobiernos y demás instituciones obtienen

financiamiento directamente de los inversionistas. Estas negociaciones son facilitadas por los bancos de inversión

- Mercado secundario. Se podría decir que este es un mercado de “reventa”, ya que en este se intercambian activos previamente adquiridos al emisor, es un mercado donde el emisor ya no tiene contacto directo con el poseedor final del activo; Los mercados secundarios son muy conocidos, ya que las bolsas de valores mundiales son un ejemplo de estos
- Clasificación de acuerdo al momento de entrega del activo.
  - Mercado spot o en efectivo. Los activos se intercambian por dinero en efectivo y se entregan inmediatamente
  - Mercado derivado. Se pacta la entrega del activo en una fecha futura, el valor de dicho activo depende de otro activo que se negocia en el mercado spot
- Clasificación por la estructura organizacional
  - Mercado de subasta. Se trata de un mercado muy regulado con activos financieros estandarizados. Los ofertantes introducen el precio que desean obtener por sus activos y los compradores, al mismo tiempo, introducen la cantidad que están dispuestos a pagar, la idea de estos mercados, es que estas ofertas generen precios competitivos, y que ambas partes queden satisfechas; dentro de estos mercados se negocian activos que cotizan en alguna bolsa
  - Mercado OTC. Por sus siglas en inglés (*Over-the-counter*) este es conocido como el mercado de mostrador, en el, las contrapartes negocian fuera de una central de intercambio, y lejos de tener activos estandarizados, tanto los ofertantes como demandantes, buscan activos de acuerdo a sus necesidades o deseos

- Mercado intermediado. En este mercado, alguna o ambas partes en un intermediador financiero, es decir, una empresa o institución, que representa a uno o varios participantes del mercado, ejemplos de estos son las casas de bolsa y los fondos de inversión

Además de estas clasificaciones, cada determinado tiempo, hay nuevos instrumentos disponibles en los mercados financieros, y algunos de ellos se vuelven importantes en la economía mundial, debido a la derrama económica que producen, y generan su propio mercado, dos ejemplos de esto son los mercados de divisas y de metales, en el primero se negocia con las monedas de cada país, este se ha vuelto de vital importancia, ya que de acuerdo a las operaciones que se hacen dentro de este mercado, el valor de la moneda de un país se puede depreciar con respecto a la de otro país y viceversa. Con respecto al mercado de metales, este ha tomado gran importancia debido a que en él se negocian activos que generalmente no se deprecian, y que, por el contrario, tienden a subir de valor constantemente, ejemplo de estos son el oro y la plata.

#### **1.4. Intermediarios financieros.**

No todas las personas pueden negociar en los mercados financieros, en algunos de ellos, sólo personas o empresas con un gran capital puede participar de los mismos, o los mecanismos de interacción del mercado provocan que sólo se hagan las operaciones través de instituciones que son las que acercan a los inversores y a los emisores de activos, estas, por participar en esta clase de mercados, se llaman instituciones financieras, las cuales, tienen papel de intermediarios.

Estos intermediarios, dentro de la economía contemporánea, tienen la encomienda de ejecutar cualquier tipo de pretensiones financieras para individuos, empresas y gobiernos.

Como se dijo anteriormente, los intermediarios financieros son instituciones que se desprenden de las instituciones comerciales. Las instituciones o empresas financieras proporcionan, entre otros, los siguientes servicios:

- Transformación de activos financieros adquiridos en el mercado a otra clase de activos, volviéndolos pasivos. Esta es una característica principal de los intermediarios financieros
- Intercambio de activos financieros para beneficiar a sus clientes
- Intercambio de activos financieros para las cuentas propias
- Asistencia para la emisión y venta de activos de sus clientes
- Proporcionan avisos de inversión a otros participantes del mercado
- Administración de las carteras de sus clientes

De entre todos los intermediarios financieros, existen los que ofrecen uno o varios servicios que se mencionan anteriormente, algunos ejemplos de intermediarios son las instituciones de depósito (bancos comerciales, sociedades de ahorro y préstamo, cajas de ahorro, etc.), compañías de seguros, fondos de pensión y compañías de finanzas, entre otros.

Como se indicó, la principal función de los mercados financieros es “obtener fondos emitiendo títulos financieros contra ellos mismo, a los participantes del mercado e invirtiendo después esos fondos” (Fabozzi, Modigliani y Ferri, 1994). A las inversiones hechas por los intermediarios financieros se les conoce como *inversiones directas*, mientras que cuando los participantes del mercado adquieren activos emitidos por estos intermediarios se dice que se hacen inversiones indirectas.

Dado que los intermediarios financieros son los que transforman los activos financieros poco deseados en el mercado, en activos más interesantes para los inversionistas, estos llevan a cabo ciertas funciones al realizar las operaciones necesarias para mejorar los activos:

- Intermediación de vencimiento. Dentro de esta función, los intermediarios cumplen con obtener activos, ya sean de deuda o de acción, con la duración y/o vencimiento que buscan sus clientes, o en caso de no encontrarlos, transformar activos de un plazo mayor a unos de plazo menor o viceversa. Además, los intermediarios financieros cumplen con reducir el costo de los préstamos a largo plazo; En los mercados financieros, los activos con plazos largo no son de gran interés para los inversionistas, entonces los prestatarios a largo plazo pagan una tasa de interés mayor que aquellos que son de corto plazo, los intermediarios, para ajustar el mercado, hacen préstamos a largo plazo pero con un costo menor al prestatario
- Diversificación. Se entiende por este concepto a la acción que hace el intermediario de invertir los fondos de su clientes o clientes en varios activos, esto debido a que si alguno de estos activos no genera las ganancias esperadas, el monto perdido se recupera si otro activo genera ganancias, además de que los riesgos de cada activo se minimizan, es más sencillo para los intermediarios financieros buscar activos específicos entre la enorme gama de activos y empresas que existen en el mercado que si lo hace alguna persona en específico
- Reducción de los gastos por el proceso de contratación y el de información. Para hacer cualquier inversión, siempre es necesario poseer la información necesaria sobre el mercado y los activos que se desean adquirir, para así evaluar la mejor inversión posible; a la obtención y análisis de estos datos se le conoce como *procesamiento de la información*, y por todas las implicaciones que tiene, conlleva un costo importante. Para el caso de que se adquiriera una deuda, es importante que esta se sustente bajo un contrato, el cual tiene un costo adjunto y tiene distintas implicaciones legales; todos los gastos generados por estos contratos se llaman *gastos de contratación*. Los intermediarios financieros tienen una gran cantidad de gente trabajando en estos ámbitos, los de índole financiero y legal, que se encargan de la información y las distintas contrataciones. Es debido a las cantidades de fondos que administran estos intermediarios, que estos costos se reducen, y por

tanto los beneficios que recibe el inversor aumentan, y en caso de la deuda, los emisores de estos contratos reducen sus gastos

- Estructuración de los mecanismos de pagos. Para adquirir y negociar activos dentro de los mercados financieros es necesario tener una forma de pago, en estos, no se hacen transacciones en efectivo, sino que se hacen a través de otros instrumentos como son las transferencias bancarias, uso de tarjetas de débito o crédito e incluso cheques, los intermediarios financieros son los que proveen esta clase mecanismos, garantizando la transparencia y que los pagos y transacciones se lleven a cabo

Los intermediarios financieros tienen la más importante misión en los mercados financieros, que es acercar a aquellos que desean vender sus activos con aquellos que desean comprarlos, esto hace que el mercado tenga un gran volumen de operaciones, fomenta la transferencia de fondos y la mejor distribución de la riqueza.

### **1.5. Globalización de los mercados financieros.**

Los modelos económicos liberalistas y neoliberalistas han propiciado la apertura de los mercados financieros, por lo tanto, las fronteras políticas no han sido un obstáculo para la negociación de activos dentro de estos mercados, las entidades de cualquier país que buscan financiamiento o fondos no sólo lo pueden hacer en el mercado doméstico, pueden abrirse a negociar en mercados extranjeros o internacionales y a su vez los inversionistas no sólo se limitan a los activos del mercado de su país, pueden buscar y adquirir otros activos en distintos mercados internacionales.

Precisamente esta clase de fenómeno ha causado que, en distintas regiones del mundo, surjan ciertos acuerdos entre países en pro de facilitar las transacciones, y hacer más competitivos los mercados domésticos e internacionales, toda esta clase de acuerdos que existen ha hecho posible la integración económica o de mercados, cuyo objetivo es desarrollar espacios económicos supranacionales más competitivos y eficientes que los domésticos. Las estructuras que dan lugar a esta integración son las siguientes:

- Comercio preferencial. Consiste en un acuerdo básico en el que dos países se comprometen a reducir aranceles entre sí. Los aranceles son un impuesto que se aplica a los bienes que son objeto de importación o exportación
- Áreas de libre comercio. En estas se eliminan por completos todos los costos arancelarios para los activos que pertenecen a dicha región, pero cada país mantiene la política aduanal original para aquellos países que no pertenezcan a la misma. Existen muchos tratados alrededor del mundo entre países que forman este tipo de áreas, uno de los más importantes es el TLCAN (Tratado de Libre Comercio de América del Norte) el cual integran México, Estados Unidos y Canadá
- Unión aduanera. Cumple con las mismas características que las áreas de libre comercio, sólo que en este caso, todos los países que integren un área de este tipo adoptaran la misma política aduanal para países que no pertenezcan a dicha área
- Mercado común. Se trata de una unión aduanera, con la peculiaridad, muy importante, que en esta existe una libre circulación de todo tipo de activo. Esta clase de mercado ya implica una cesión de soberanía, por lo tanto, para evitar alguna clase de problema internacional, existen organismos de carácter internacional que regulan y supervisan esta clase de estructura
- Unión económica. Esta estructura es un mercado común donde además los países comparten la moneda y las políticas económicas y monetarias, es por ello que la cesión de soberanía es más importante aún, ya que esto, en caso de una crisis que afecte alguno de estos países, arrastraría a todos los participantes. Un ejemplo de esta clase de estructura es la Unión Europea, la cual es la única que existe de este tipo
- Integración económica total. Es el paso posterior a la unión económica, implica la unificación de las economías y toda clase de políticas, todas reguladas por una

autoridad internacional, se trata de una cesión total de la soberanía, actualmente no existe una estructura como tal

Las razones que motivaron la creación de este tipo de estructuras se desprenden directamente del proceso de globalización, obviamente, esto incidió de manera importante en los mercados financieros, los cuales tuvieron que ajustarse debido a las siguientes razones:

- Aparición de economías en escala. Estas economías surgen debido a que los mercados fueron incrementándose, las empresas mejoran su eficiencia, gastan menos, optimizan la relación de producción-ganancia (menor costo de producción, mayor ganancia)
- Desarrollo de proyectos conjuntos. Al mejorar la tecnología, muchos proyectos, que estas eran impensables, se hicieron viables, en muchos casos para obtener el financiamiento para estos proyectos era problemático encontrar a un solo inversionista que proporcionara los fondos, por tal motivo se desarrolló una forma en la que varios inversionistas costearan tales proyectos, y esto es facilitado por la integración de mercados
- Mayor especialización. Al eliminarse las barreras y fronteras, muchos mercados pueden potenciar sus ventajas competitivas, debido a las facilidades y acuerdos permisivos que facilitan el crecimiento de los mercados y países
- Mayor poder de negociación. Dentro de cualquier mercado, existen países o instituciones que tienen más poder que la mayoría, al abrir los mercados e integrarlos, se pueden conformar bloques que negocien con mayor poder a otras organizaciones o países
- Mayor eficiencia productiva. Se suprimen bastantes barreras aduanales, se reducen costos, y por tanto se incrementa el número de instituciones participantes y hay

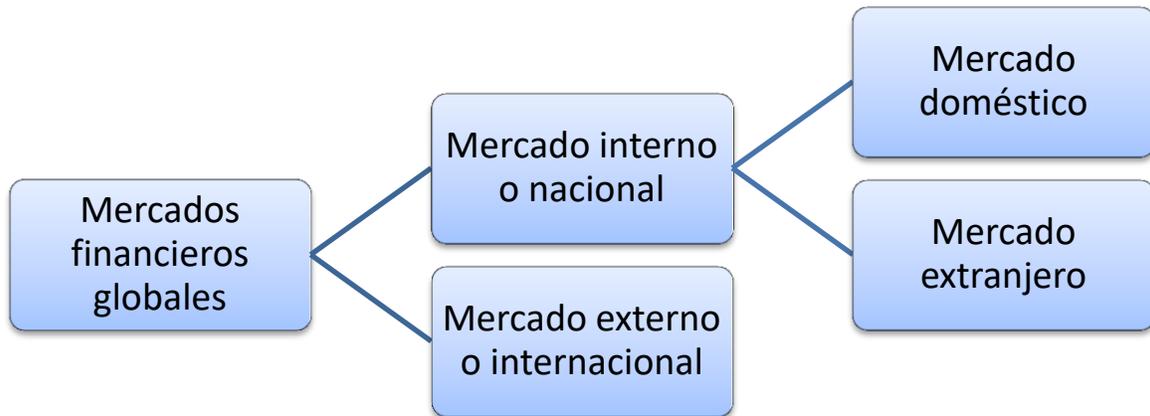
mayor competencia, los activos que se negocian son de mejor calidad y con precios más competitivos y justos para los inversionistas

La globalización, aunada a los avances tecnológicos y a la integración de mercados, ha constituido una economía global, incluyente, permisiva y cooperativa, la cual tienen enormes ventajas y también grandes desventajas, una ventaja crucial es que entre mayor sea la efectividad de ciertos mercados domésticos, esto empujará a otros mercados a un nivel más óptimo; sin embargo, sin un mercado importante se desploma, arrastra a los demás y genera incertidumbre financiera a nivel global.

Al aumentar el volumen y la cantidad de empresas, instituciones y activos que hay en los mercados, se ha propiciado que los tipos de inversionistas se modificaran con el tiempo, anteriormente era común que existieran personas que participaran activamente del mercado y que un grupo de ellos controlara el mercado, esta clase de inversionista son llamados *inversionistas detallistas*, y habitualmente sólo buscaban una clase de activos; actualmente en los mercados financieros, debido a un proceso de institucionalización, los inversionistas son precisamente las instituciones, que se han visto beneficiadas por la globalización, ya que estas están facultadas para hacer transferencias de fondos a través de las fronteras, esto mejora la eficiencia de los mercados, además de que hace posible la negociación de todo tipo de activos, promoviendo la diversificación y mayores ganancias para los inversionistas detallistas que invierten a través de las instituciones.

Es bastante claro que en cada país hay dos elementos que son de vital importancia para las finanzas y la economía, uno de ellos es el mercado interno o nacional, dentro de él se negocian todos los activos de origen nacional y también aquellos que emiten otros países o instituciones extranjeras que participan del mercado interno de un país; mientras que el mercado externo o internacional es aquel donde se negocian activos emitidos por cualquier país y se permite que inversionistas de cualquier parte del mundo inviertan en ellos. Bajo el siguiente cuadro (Cuadro 1.5.1) será más fácil comprenderlo.

Cuadro 1.5.1



Una de las dudas que pueden sugerirse, es la razón para invertir en mercados extranjeros si ya existen mercados nacionales en cada país, esto se debe a tres factores:

- Es posible que, dentro del mercado doméstico, no se pueda satisfacer la demanda de fondos, y al existir tantos mercados distintos, es posible que se encuentren los factores necesarios para obtener los fondos necesarios en algún otro mercado
- Existen mercados donde los distintos tipos de costos son más baratos, si una institución desea minimizar sus gastos, buscará el mercado que mejor se adapte a sus necesidades
- Debido a la gran cantidad de mercados y de activos que se pueden negociar, es más fácil diversificar invirtiendo en distintos mercados y países

### **1.6. Organismos Internacionales.**

Debido a que la globalización ha motivado la expansión de los mercados financieros y de la economía se habla de que las finanzas, de cualquier tipo, son internacionales, y todos los mercados financieros están estrechamente vinculados e integrados, por lo tanto, los problemas que afrontan las distintas corporaciones en el mundo son similares, como por ejemplo la inflación, las tasas de interés y los cambios en valores de activos.

Uno de los problemas a los que se enfrenta el sistema financiero internacional es que en el mundo, existen demasiadas monedas, a excepción de la zona euro, cada país tiene una distinta, y dado que la mayoría de las transacciones se hacen en dólares, se debe tener un tipo de cambio para cada moneda, esto, por tanto, afecta directamente a las operaciones, al precio de activos y los ingresos de las corporaciones.

Los organismos internacionales que regulan los mercados financieros tienen como función atender y proponer políticas para los siguientes problemas:

- El cambio de poder económico global
- Desequilibrios y cambios comerciales relacionados con las diferencias en el poder económico y financiero
- Preocupaciones de carácter ambiental debido al crecimiento de diversas industrias
- La flexibilidad y control de los tipos de cambio

Esta clase de organismos buscan que exista una distribución eficiente del poder económico, ya que si algún país o región tiene demasiado poder, esto generaría desequilibrios entre los tipos de cambio, y las distintas negociaciones de activos. Aunque es imposible que todos los países tengan una cantidad equivalente de poder, alrededor del mundo existen bloques, conjunto de países, que poseen un poder económico elevado y que dictaminan muchos comportamientos de los mercados, los 3 grupos más importantes son:

- Bloque de dólares o de Norteamérica conformado por Estados Unidos y Canadá
- El bloque japonés cuya moneda es yen
- La zona Euro cuyo bloque está conformado por Alemania, Reino Unido, Francia e Italia

Las principales organizaciones, que no siendo de función estrictamente financiera, regulan y promueven las buenas prácticas dentro de los mercados financieros son:

- Organización de las Naciones Unidas (ONU)

La ONU fue fundada después de terminada la segunda guerra mundial, con la finalidad de estrechar lazos entre países y buscar la paz; actualmente cuenta con organismos especializados en distintas áreas, como las comunicaciones, salud, educación, agricultura y comercio, dichos organismos tienen la facultad de hacer recomendaciones y realizar evaluaciones y revisiones en los mercados correspondientes.

- Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO)

Organismo instaurado en 1946 con sede en París, Francia, actualmente lo integran 163 países de todos los continentes. El objetivo de la UNESCO es fomentar la seguridad y la paz en el mundo a través de la cooperación entre países en materia de educación, ciencia y economía, con la finalidad de lograr que se respeten la justicia, los derechos humanos y las libertades fundamentales.

- Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la Alimentación. (FAO)

Organización fundada en 1945 con sede en Roma, Italia, esta tiene por objetivo fomentar una mejor nutrición y mejorar la producción y distribución de alimentos, además de encontrar mecanismos para apoyar a los habitantes de zonas rurales.

- Fondo Internacional para el Desarrollo Agrícola (FIDA)

Inició actividades a partir de 1977, su objetivo principal es obtener financiamiento para proyectos agrícolas de países en desarrollo y fortalecer las políticas agrícolas en estos países. El fondo está integrado por 144 naciones divididas en 3 suborganizaciones

- Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico (OCDE)
- Organización de Países Exportadores de Petróleo (OPEP)
- Países en desarrollo

También, la FIDA, proporciona ayuda a víctimas de desastres naturales, como huracanes, sequías y terremotos, además de que administra la reserva de alimentos conformada por las aportaciones de los países miembros.

Estos organismos, de carácter global y de vital importancia, no son los únicos que supervisan y evalúan los mercados financieros, existen otros, con una estructura totalmente financiera, que lo hacen, y que están más orientados a los distintos mercados, y estos dictan las políticas y lineamientos que se deben de seguir. Entre las más importantes se encuentran:

- Banca de desarrollo

Los países en vías de desarrollo han formado las bancas de desarrollo, las cuales son instituciones financieras que tienen la finalidad de obtener el financiamiento necesario para un mayor crecimiento económico. Además tiene la función de fomentar el desarrollo agropecuario e industrial por medio de préstamos, créditos y actividades promocionales

- Banco Interamericano de Desarrollo (BID)

Establecido en 1959, el BID es un organismo internacional con un total de 43 países afiliados y sede en Washington, este banco tiene el objetivo de financiar el desarrollo económico y social de América Latina.

- Fondo Monetario Internacional (FMI)

El FMI es la institución de carácter financiero y económico más importante a nivel mundial, fue fundada en 1944 y tiene como principales objetivos los siguientes:

- Impulsar la cooperación monetaria internacional
- Mantener la estabilidad cambiaria, promoviendo que los países instauren regímenes de cambio ordenados y evitar depreciaciones fuertes
- Establecer un sistema multilateral de pagos para las transacciones de los mercados internacionales
- Utilizar sus propios recursos para incrementar la confianza de los países, generando una garantía

Para lograr alcanzar esos objetivos, el Fondo realiza las siguientes funciones:

- Función normativa. Establecer normas regulatorias a los tipos de cambio, gracias a esto, los tipos de cambio han estado en un grado de estabilidad aceptable desde la década de 1970
- Función financiera. El Fondo ha creado reservas económicas internacionales, con el fin de dar recursos a países que atraviesen por una situación financiera difícil, para evitar algún desajuste en los distintos mercados internacionales

- Función consultiva. Aunque el FMI tenga obligaciones y derechos de carácter financiero, también tiene la facultad de dar asesoría a otro tipo de organismos, ya sea de comercio, de desarrollo, entre otros
- Banco Mundial (BM).

El banco mundial es un organismo multilateral de financiamiento, cuenta con 67 oficinas en los cinco continentes y está conformada por cuatro instituciones:

- El Banco Internacional de Reconstrucción y Fomento (BIRF).
- La Corporación Financiera Internacional (CFI)
- La Asociación Internacional de Fomento (AIF)
- El Organismo Multilateral de Garantía de Inversiones (OMGI)

Estas cuatro instituciones cumplen con el objetivo del Banco Mundial, que es suministrar el apoyo financiero para estimular el desarrollo económico de los países miembros, para mejorar la calidad de vida en dichas naciones.

El Banco Mundial es la principal fuente de asistencia a los países en desarrollo, ya que se logran avances significativos a través de los financiamientos que otorga, ya sea para la construcción de carreteras o de plantas de energía, así como su importante participación en los sectores de agricultura y alimentación. De la misma manera, el Banco Mundial asesora a sus miembros en temas de pobreza, desempleo, crecimiento poblacional, urbanización y medio ambiente.

- Banco Internacional de Reconstrucción y Fomento (BIRF)

Fundado en 1944, con el propósito de, en aquel momento, recaudar los flujos internacionales con la finalidad de financiar la reconstrucción de todas las naciones devastadas por la segunda guerra mundial; actualmente tiene un objetivo similar, pero orientado a los países en desarrollo. Para pertenecer al BIRF se debe ser afiliado del FMI.

- Corporación Financiera Internacional (CFI)

La CFI tiene la función de invertir en empresas privadas para fomentar campos como la minería, el turismo y la agricultura, a través de cesiones de créditos y aportaciones al capital de tales empresas. Actualmente 133 países son miembros de esta corporación.

- Asociación Internacional de Fomento (AIF)

Fundada en 1960 con propósitos similares a los del BIRF, pero con ciertas diferencias, la más importante de ellas es que proporciona financiamiento y apoya reformas en países que no pueden acceder directamente a los servicios que provee el BIRF, además de que otorga créditos con condiciones más relajadas.

- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE)

Es una organización internacional que tiene como miembros a los países con mayor desarrollo económico, su objetivo principal es promover políticas relacionadas a la expansión de la economía, empleo y calidad de vida en los países miembros, a través de una economía estable que contribuya al desarrollo de la economía mundial. Los países miembros deben cumplir con lo siguiente:

- Un uso eficiente de sus recursos económicos
- A través de sus recursos, fomentar la investigación científica y favorecer la formación profesional
- Aplicar políticas adecuadas para lograr el crecimiento económico y la estabilidad financiera interna y externa

- Mantener la libertad en los mercados financieros

- Banco de Pagos Internacionales

Creado en 1930 como una institución de banca central única, ofrece servicios especializados a los bancos centrales y en general al sistema financiero internacional, sus objetivos principales son promover la cooperación entre los bancos centrales y proporcionarles todas las facilidades para las operaciones financieras internacionales. Actualmente 120 instituciones, entre bancos centrales e instituciones bancarias, lo utilizan como banco.

- Federación Internacional de Bolsas de Valores

Es un organismo internacional que regula los mercados de valores y derivados, con la finalidad de lograr una mayor eficiencia y transparencia en los mercados financieros; los miembros de esta federación buscan el desarrollo de la industria.

Todos los organismos anteriores tienen una importante misión a nivel global, que es mantener estables todos los mercados financieros y todos los aspectos relacionados a la economía y a las finanzas; las finanzas tienen dos enfoques principales, el corporativo y el bursátil, en el aspecto corporativo, se abunda en la forma en que las compañías invierten en proyectos y se analiza su crecimiento financiero, mientras que en el bursátil, se analiza el mercado creado por las compañías que buscan financiamiento, emitiendo títulos conocidos como acciones, que son partes proporcionales del valor de la empresa, y que su precio se obtienen con base en la oferta y demanda y las políticas de la empresa. Estas acciones se negocian en las llamadas bolsas de valores de los países, y tienen una importancia vital en los movimientos de todos los mercados, por su alto nivel de operaciones. Como se analizó anteriormente, existen zonas de mayor importancia financiera internacional, las cuales tienen, a su vez las plazas financieras más importantes, las cuales son:

- New York Stock Exchange (NYSE). Se trata de la principal bolsa de valores de los Estados Unidos y la más importante del mundo, ubicada en Wall Street, más de

2300 empresas cotizan en ella, entre ellas se encuentran General Electric, Coca-Cola, Exxon, entre otras

- American Stock Exchange (AMEX). Se encuentra en Nueva York y es la segunda en grado de importancia en los Estados Unidos, para cotizar en esta bolsa, las exigencias son mucho menores que en la NYSE, por tanto aquellas empresas pequeñas o de reciente creación, son las que cotizan en la AMEX. Actualmente la conforman más de 1000 instituciones
- Midwest Stock Exchange (MSE). Con sede en Chicago, dentro de esta bolsa se cotizan sólo valores de origen regional, y además de los activos netamente bursátiles y regulados, tiene un mercado sobre mostrador, con activos más personalizados. Esta bolsa opera a través de *dealers* y *brokers*. Un *dealer* es un intermediario de cualquier mercado financiero, un *broker* es una persona que, por oficio, actúa como intermediaria en operaciones de compra y venta de valores financieros y de acciones que cotizan en bolsa
- National Association of Securities Dealers Automated Quotation System (NASDAQ). Es el sistema que da soporte a los mercados financieros en los Estados Unidos, es el mayor mercado sobre mostrador del mundo, dentro de los activos que destacan se encuentran Inter Corporation, Microsoft y MCI
- Tokio Stock Exchange (TSE). Conocida como la bolsa de Tokio, es la bolsa más importante de los mercados bursátiles japoneses, dentro de esta bolsa cotizan NTT, Industrial Bank of Japan y Mitsubishi Bank
- Bolsa de Frankfurt. Es la principal bolsa de Alemania y de las más importantes de Europa, tiene ciertas peculiaridades, como el hecho de que, además de los activos bursátiles, también se puede negociar deuda pública, además, permite que las acciones no solo se negocien en la bolsa, también los bancos pueden realizar las

operaciones directamente entre ellos. Deutshe Bank, Dresner Bank, Volkswagen y Bayer se encuentran entre los valores que cotizan en esta bolsa

- Bolsa de Paris. Una de las bolsas más importantes de Europa, en ella se cotizan acciones de Alcatel, Elf Aquitaine, Eaux, L'Oreal, entre otras
- Bolsa de Londres. Es la bolsa más importante del Reino Unido, y la tercera a nivel mundial, en ella cotizan sus acciones empresas importantes de Inglaterra, Gales, Escocia e Irlanda, entre ellas se encuentran British Telecom, Shell Transportation & Trading y British Petroleum

A los inversionistas que gastan fuertes sumas de dinero negociando acciones les interesa conocer las variaciones de los precios de las acciones de los mercados en los que invertirán, si diversifican su inversión se torna complicado y costoso si se desea estudiar por separado cada una de estas, por ello, existen índices que indican aumento o descenso en general de las acciones de la bolsa, lógicamente, no se pueden considerar todas las acciones dentro de una bolsa, para ello se toman las más representativas y que tienen más influencia y poder en el mercado, los índices más importantes que existen son:

- Índices Dow Jones. Este grupo de índices se encarga de proporcionar información de la bolsa de Nueva York, por la cantidad de acciones que cotizan en ella, no existe un único índice de este tipo
  - Dow Jones Industrial Average (DJIA). Es el que proporciona la información más importante del mercado. Está conformado por las 30 empresas más importantes del sector industrial, entre las que destacan American Express, Coca-Cola, Disney, General Electric, General Motors, McDonald's, Procter & Gamble y Sears Roebuck
  - Dow Jones Transportation Average. Este indicador toma los 20 valores más importantes de entre las empresas de transporte que cotizan en la NYSE

- Dow Jones Utilities Average. Índice conformado por las 15 empresas más representativas de servicio relacionadas a la electricidad
- Dow Jones Composite Average. Es un índice que se encuentra formado por las 65 acciones más importantes de la bolsa de Nueva York sin importar del sector que sean, este se calcula con base en las variaciones diarias en los precios de cada una de las acciones. Este Índice es elaborado por Standard & Poors y es utilizada en el mercado de derivados
- Índice compuesto del NYSE. Este índice está conformado por la totalidad de empresas que cotizan en esta bolsa, sólo que esta en lugar de basarse en las variaciones en el precio de las acciones, se basa en el valor de las empresas y el precio de las acciones de las mismas
- Índice AMEX. Conformado por las empresas que cotizan en la AMEX
- Índice Nikkei. Basado en las 225 acciones con mayor presencia en la bolsa de Tokio, también incluye en sus cálculos factores de riesgo
- Índice Topix. el índice de precios de la bolsa de Tokio, para los cálculos se toman la variación diaria de los precios de acciones de las empresas más importantes de esta bolsa
- Índice Dax. Índice conformado por las 30 acciones alemanas más importantes de la bolsa de Frankfurt
- Índice Commerzbank. Al igual que el índice Dax, proporciona información sobre la bolsa de Frankfurt, sólo que en lugar de 30 toma 60 valores representativos

## 1.7. Sistema Financiero Mexicano.

Dentro de cualquier sistema financiero, las instituciones que forman parte de él se encargan del otorgamiento de créditos y financiamientos a los distintos sectores de la economía, así como la captación de recursos, todo esto bajo la regulación de la autoridad del sistema y de un marco jurídico establecido. Por tanto, se deduce que el sistema financiero mexicano es el conjunto de organismos institucionales y dependencias que administran, captan, regulan, norman y dirigen la inversión, crédito y ahorro del país.

Como se mencionó anteriormente, los sistemas financieros tienen un sistema de vigilancia y regulación orientada a los distintos mercados financieros, en el sistema financiero mexicano existen autoridades financieras, cuya misión es regular y hacer las funciones más importantes dentro de esta estructura, estas son:

- Secretaria de Hacienda y crédito Público (SHCP). Se trata de la máxima autoridad financiera en México, es un organismo del Gobierno Federal encargado de la regulación y coordinación del sistema financiero, además impulsa políticas monetarias y crediticias. El objetivo de la SHCP es desarrollar, implementar y controlar la política económica del Gobierno Federal en materia financiera, fiscal y de deuda pública, y a la vez, proporcionar las estadísticas e información, para lograr un crecimiento económico en el país
- Banco de México. fundado en 1925, se encarga de la función más importante de la economía, que es la emisión de la moneda, siendo el único autorizado para hacerlo, y a su vez controla las reservas de otras divisas como los dólares, por tal motivo es el regulador del mercado monetario. Además, cumple funciones de banco para el gobierno federal, es por ello que está facultado para la emisión de instrumentos crediticios; En su carácter de banco central, constitucionalmente autónomo, también está facultado para fijar las tasas de interés interbancarias para los bancos mercantiles y actúa como *cámara de compensación* para dicho ramo. Una cámara de compensación es una institución cuya función fundamental es la protección de

los mercados financieros, la cual se responsabiliza de cumplir con todas las obligaciones adquiridas al operar en dichos mercados

- Comisión Nacional Bancaria y de Valores (CNBV). Es una dependencia de la SHCP y del Banco de México, creada con el objetivo de regular y controlar a los miembros e intermediarios del mercado bursátil, así como de ser el encargado de crear toda la legislación en torno a las bolsas bursátiles. Dentro de este mercado, existen instituciones e intermediarios que están siendo supervisadas por la CNBV, estas son:

- Sociedades controladoras de grupos financieros
- Instituciones de crédito
- Casas de bolsa
- Especialistas bursátiles
- Bolsas de valores
- Sociedades operadoras de sociedades de inversión
- Almacenes de depósito
- Uniones de Crédito
- Arrendadoras financieras
- Empresas de factorajes financieros
- Sociedades de ahorro y préstamo
- Casas de cambio
- Sociedades financieras de objeto limitado
- Instituciones para el depósito de valores
- Instituciones calificadoras de valores
- Sociedades de información crediticia

- Comisión Nacional de Seguros y Fianzas (CNSF). Es un órgano regulador encargado de vigilar e inspeccionar al sector asegurador y de fianzas, su objetivo es garantizar a los usuarios y clientes de estas instituciones que, tanto los servicios y actividades de estas se apeguen a la ley; la Ley de Instituciones de Seguros y

Fianzas es el dictamen legal mediante el cual se regulan a las instituciones de estos sectores

- Comisión Nacional de Sistema de Ahorro para el Retiro (CONSAR). Es el organismo encargado de regular, autorizar y sancionar a las empresas que conforman el sistema de pensiones, las cuales son las Afores y las Siefores

Además de estas entidades regulatorias, el sistema financiero mexicano tiene una cantidad enorme de instituciones, entre ellas, unas que tienen una considerable importancia son aquellas que proporcionan financiamiento y otorgan créditos para el crecimiento económico del país, estas son denominadas *Instituciones de Crédito*, y dentro del país realizan las siguientes funciones:

- Recibir depósitos al ahorro
- Realizar préstamos y emitir créditos
- Emitir bonos bancarios y obligaciones
- Constituir depósitos en instituciones en el extranjero
- Emisión de las tarjetas de crédito
- Operar con valores
- Operar con documentos mercantiles
- Prestar el servicio de cajas de seguridad
- Operar con oro, plata, dólares y otras divisas
- Ofrecer las operaciones de fideicomisos

Por sus características y mercado al que se dirigen, existen dos tipos de esta clase de instituciones:

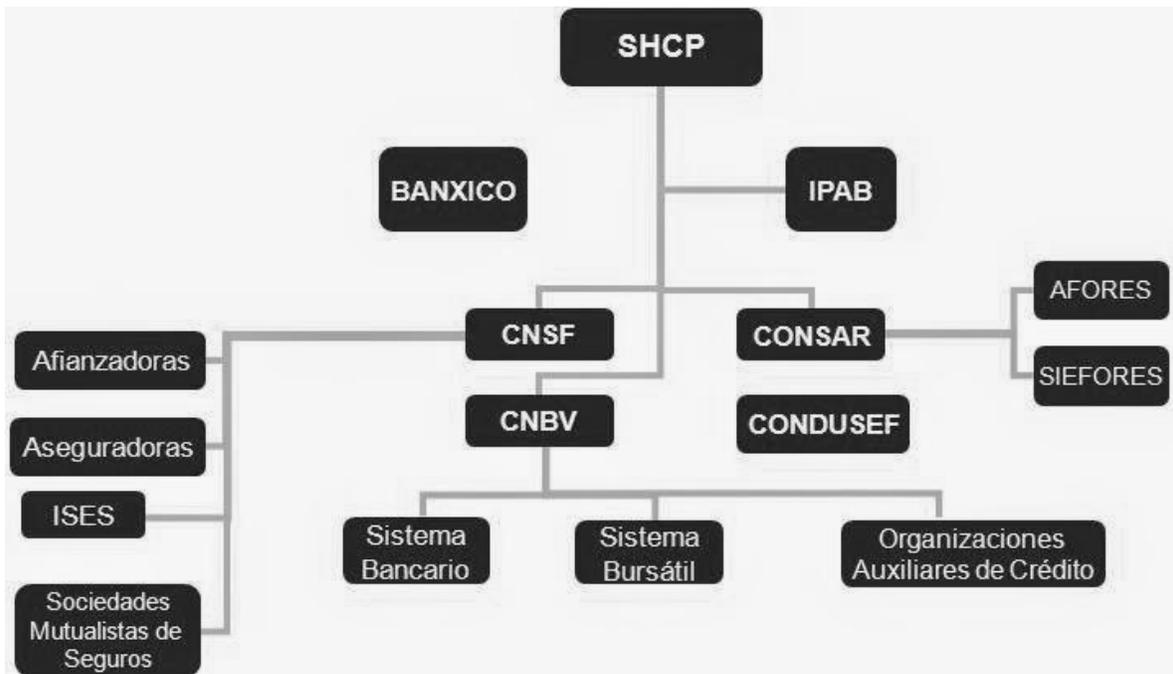
- Banca de desarrollo. Estas sociedades están conformados sin fines de lucro y su objetivo es impulsar el desarrollo de ciertos sectores de la economía, como el agropecuario y el industrial, por medio de préstamos y créditos. Entre los organismos de estas características que operan en México se encuentran:

- Nacional Financiera (Nafinsa)
  - Banco Nacional de Comercio Exterior
  - Banco Nacional de Crédito Rural (Banrural)
  - Banco Nacional de Obras (Banobras)
  - Banco Nacional del ejército (Banjercito)
- Banca múltiple. las instituciones de banca múltiple son intermediarias financieras capaces de captar recursos de la población a través de operaciones como la emisión de certificados de depósitos y pagarés, y a su vez, otorgan créditos. Esta banca si está constituida con fines de lucro

Dentro del sistema financiero mexicano, también los particulares, sociedades mercantiles y del sector libre buscan participar en el intercambio libre de valores. En México, la empresa que se encarga de intermediar entre estos participantes y los mercados es la Bolsa Mexicana de Valores (BMV). Esta tiene el objetivo de proporcionar la infraestructura física y digital necesaria para la operación eficaz de los procesos de emisión, colocación, e intercambio de activos y valores inscritos en el Registro Nacional de Valores e Intermediarios. A través de la BMV las empresas obtienen financiamiento, con un riesgo entre moderado y alto, emitiendo distintos valores, que se ponen a disposición de los inversionistas y se intercambian. La función más importante de esta bolsa es facilitar las transacciones con valores.

Otro mercado muy importante es el mercado de derivados, en México es el *MexDer*, los derivados son una clase de instrumentos financieros cuyo precio depende del valor de un activo subyacente, entre las clases de derivados que existen se encuentran los futuros, forwards, opciones y commodities. El MexDer es el encargado de proveer las instalaciones y servicios en la cotización y negociación de los contratos de futuros y opciones, así mismo, es el encargado de la regulación de todos los negocios que involucren derivados.

Cuadro 1.7.1



Fuente: <http://www.expectativafinanciera.com/2014/05/reguladores-sfm.html>

## 1.8. Mercado de deuda en México.

Dentro del mercado de deuda, como su nombre se indica, se emiten instrumentos financieros que generan el compromiso de una de las partes de pagar una cantidad prestada después de un cierto tiempo y con algún interés a su favor; Propiamente en el mercado financiero, al interés que recibe quien adquiere un instrumento de deuda se le conoce como *rendimiento*.

Aquí las empresas y el Estado obtienen el financiamiento para determinados proyectos y necesidades, los inversionistas más mesurados invierten en este mercado debido al bajo riesgo, aunque debido a esto, el rendimiento es menor.

Algunas características importantes de este los instrumentos del mercado nacional son:

- Se emite un contrato, el cual debe dejar claro que el inversor es un participante de toda la deuda que ha contraído la empresa

- Sólo puede accederse a través de intermediarios financieros como casas de bolsa y bancos
- La liquidez inmediata, dentro del mercado es común que se liquiden en menos de 24 horas, aunque existen un plazo máximo 96 horas
- No existe como tal un medio informativo oficial (a excepción de los CETES) en el cual se publiquen los precios, pero los intermediarios financieros tienen acceso a la información
- Su precio está relacionado directamente con las tasas de interés
- Existen 2 tipos de instrumentos de deuda, los públicos, emitidos por el gobierno y los bancos, y los privados

Como se estableció, los contratos de deuda conllevan un rendimiento al prestamista, es decir, una ganancia sobre el dinero que se invirtió, y este general se expresa en porcentaje, esta clase de tasas no son iguales para todos los instrumentos, de hecho existen tres tipos de rendimientos:

- Rendimiento fijo. La tasa de rendimiento se pacta en el contrato de deuda, la cual permanece constante durante la duración del contrato
- Rendimiento variable. Aunque no se pacta una tasa específica durante el contrato, se debe de tener una referencia en cuanto a la tasa, generalmente se trata de una tasa interbancaria que presente variaciones
- Rendimiento indexado. El rendimiento del instrumento esta referencia directamente ligada a la evolución de una magnitud macroeconómica, esta puede ser la inflación, el PIB, las divisas, etc.

Una característica principal de los mercados financieros es que el rendimiento siempre está ligado al riesgo, entonces existen factores de riesgo dentro de los instrumentos de deuda, estos pueden ser:

- Riesgo de crédito. Este riesgo, dependiendo del instrumento, puede llegar a ser muy bajo o nulo, se trata del riesgo de que el prestatario no cubra sus obligaciones
- Riesgo de tasas de interés. El precio de los instrumentos de deuda está determinado por las tasas de interés vigentes en el mercado, un alza o baja en las tasas de interés modificaría el precio de manera importante
- Riesgo de inflación. La inflación genera una pérdida del valor del dinero, la inversión en esta clase de instrumentos se hace buscando, por lo menos, mantener la riqueza propia en el mismo valor, este riesgo representa la probabilidad de que la tasa de inflación supere al rendimiento del bono y se pierda el valor de la inversión

Una vez analizadas las características, componentes y peculiaridades del mercado de deuda nacional, es necesario conocer los instrumentos que lo conforman, los cuales son una inmensidad, pero estos se pueden clasificar de la siguiente manera:

- Gubernamentales. Cetes, bonos, udibonos, UMS, etc.
- Bancarios. Pagarés, certificados de depósito, etc.
- Privados. Obligaciones, papel comercial, eurobonos, etc.

Los Cetes son un tipo de instrumento muy interesante, es un bono conocido como cupón cero, este entrega, sólo al final del contrato, la inversión original y un rendimiento, que generalmente no es muy grande. Los Cetes son certificados de la tesorería nacional, es decir, son emitidos por el Estado, por tanto, tienen riesgo nulo y la tasa a la que se cotizan es conocida como la *tasa libre de riesgo o tasa Cete*, y es la tasa mínima que se espera ganar en cualquier inversión.

Los Cetes pueden ser emitidos a 28, 91, 182 y 364 días, estos son subastados semanalmente en lotes a los intermediarios financieros, los cuales hacen ofertas, que no se basan en el precio, sino en la tasa de rendimiento, y la ponderación de las distintas tasas y el volumen generan la tasa Cete, que es la referencia más importante en el mercado mexicano

## Capítulo 2.

### Bonos.

Dentro del mercado de deuda, existen varios instrumentos, que tienen por objetivo obtener financiamiento, y es por ello que muchas instituciones incursionan en este mercado para obtener dinero más rápidamente y con menor riesgo; en este mercado existen distintos instrumentos, pero los más socorridos y con mayor auge son los bonos.

Un bono es un contrato financiero que implica la transferencia de recursos de una entidad o persona a otra en determinado momento de tiempo, y una o varias transferencias de recursos en el contrato de uno o varios momentos del tiempo.

Dicho de otra manera, se trata de un préstamo, un contrato de deuda, entre dos entidades, en el cual los intereses que percibe el *prestamista* no se pagan al inicio o al final, sino que se hacen mediante una serie de pagos, esta serie de pagos se llaman *Cupones*; y se les llama así debido a que anteriormente se acostumbraba a otorgar papeletas o, precisamente, cupones, a los poseedores de los bonos, para que, en el tiempo acordado, pudieran canjear esos cupones por el interés que les correspondía en ese periodo de tiempo.

Los bonos, como todo contrato, tienen distintas especificaciones y elementos, que en algunos casos varían, dependiendo del tipo de bono del que se trate.

#### 2.1. Clasificación de los bonos.

Los Bonos poseen muchas clasificaciones, dependiendo de las forma en se pagan los cupones, o de su marco legal, o algunas características especiales que sirven para etiquetar a los bonos e identificarlos de una mejor manera. No se puede definir una única clasificación, ya que existen una gran cantidad de ellas, y en muchos casos cada país tiene

su propia forma de diferenciar los bonos por su tipo, Kellison (1991) establece aquellas clasificaciones más conocidas o más importantes dentro del entorno financiero.

Una primer clasificación, que es la más general, divide los bonos en bonos cuponados y bonos no cuponados, estos últimos también conocidos como bonos cupón cero, Los primeros hacen pagos de interés periódicos, precisamente conocidos como cupones, más un pago de principal al final, conocido como valor de redención; mientras que los bonos no cuponados sólo otorgan el valor de redención al final del periodo, un ejemplo de esta clase de bonos cupón cero son los Cetes, que son bonos emitidos por la Secretaría de hacienda con el fin de obtener financiamiento para el gobierno, estos son distribuidos al mercado a través de distintos intermediarios financieros.

Otra clasificación, que se encuentra fundamentada en el marco legal y administrativo, es aquella que hace la distinción entre bonos registrados y no registrados; Un bono se denomina registrado si, como tal, alguna persona moral o física tiene la posesión legal del título, y el comprador del bono deberá informa cualquier operación al poseedor legal del bono, y, al contrario de esta clase de bonos, los bonos no registrados pertenecen a quien quiera que los posea, de hecho, son conocidos como *Bonos al portador*, y muchos de esta clase de bonos tienen adjuntos los cupones, para que sea sencillo el canjearlos por los intereses.

Una tercera clasificación se hace de acuerdo al tipo de garantía que respalda el bono. Un bono hipotecario es aquel que está respaldado mediante la hipoteca de una propiedad real, mientras que los bonos de obligaciones sólo se encuentran respaldados por el historial crediticio del prestatario. En general, los bonos de obligaciones son mucho más riesgosos que los hipotecarios.

Aparte de estas clasificaciones, en el mercado hay algunos casos particulares de bonos que no precisamente pueden entrar en estas clasificaciones, entre ellos están, por ejemplo, los bonos de renta, en los cuales sólo se pagan los cupones si el prestatario tiene los ingresos suficientes para pagarlos. A la par existen otros bonos, aún más riesgosos, apodados *Bonos basura*, los cuales son emitidos por instituciones desconocidas o con mala reputación y que tienen una alta probabilidad de no ser pagados, y por lo mismo la tasa de interés es mayor y

esto atrae a algunos inversionistas. Y, finalmente, existe una clase de bonos, llamados Bonos convertibles, que llevan ese nombre debido que, bajo ciertas condiciones, los bonos emitidos por alguna empresa pueden convertirse en acciones comunes, si el dueño del bono así lo desea.

## 2.2. Elementos de un bono.

Pese a que existen distintas clases de bonos, todos los bonos cumplen con tener ciertos elementos y ciertas características, que son los siguientes:

- P es el precio del bono
- F es el valor facial (o también llamado valor a la par, valor de caratula o valor nominal)
- C es el valor de redención. (El valor de redención es igual al valor facial a menos que se indique lo contrario)
- r es la tasa cupón por periodo, normalmente este periodo es semestral y la tasa se expresa de forma nominal. Esta tasa que se aplica a F para determinar el monto del cupón, esto es, que el valor del cupón es Fr
- g es una tasa cupón especial utilizada en fórmulas matemáticas, esta se aplica a C para determinar el valor del cupón. De aquí se desprende una propiedad importante de los bonos:  $Cg = Fr$ . (Se dice que el bono se redime a la par si  $C = F$ , y por ende  $g = r$ )
- n es el número de cupones hasta la maduración
- i es la tasa de interés efectiva por periodo (el rendimiento al vencimiento) para un bono vendido a precio P, en otras palabras, i es la tasa de interés a la cual P es igual al valor presente de los beneficios del bono
- K es el valor presente del valor de redención en la fecha de maduración, es decir,  $K = Cv^n$  a la tasa i
- G es llamado el *monto base* de un bono, ese monto se ocupa en la igualdad  $Gi = Fr$  y despejando se obtiene que  $G = \frac{Fr}{i}$ . En otras palabras, G es una cantidad que,

invertida a la tasa de rendimiento  $i$ , obtendría pagos de intereses periódicos iguales a los cupones del bono

Además todo bono tiene una fecha de emisión (*Issue date*) y una fecha de maduración (*Maturity date*). También se deben tomar en cuenta los siguientes puntos con respecto a la notación anterior.

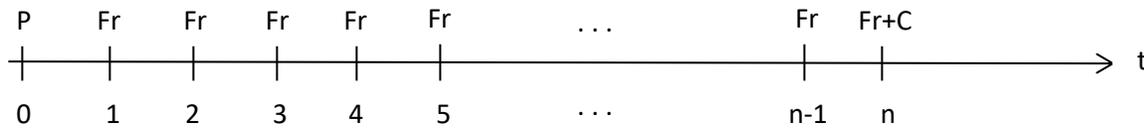
- Se utilizan distintos símbolos para el valor facial ( $F$ ) y el valor de redención ( $C$ ) dado que un bono no necesariamente se redime a la par
- La tasa cupón regularmente está dada como una tasa nominal anual semestral, esto debido a que la mayoría de los bonos tienen cupones semestrales
- Habitualmente un cupón siempre es pagado en la fecha de redención junto al valor de redención
- El valor facial o de caratula es la unidad en la cual el bono es emitido (normalmente la cantidad es una potencia de 10). Este es el valor que deberá multiplicarse por la tasa cupón para determinar el monto de cada cupón
- A menos que se indique lo contrario, el valor de redención de un bono en la fecha de maduración será igual al valor facial
- La tasa  $r$  es usada únicamente para calcular los cupones

En la práctica, dentro de los términos contractuales de un bono, se encuentran determinadas las variables  $F$ ,  $C$ ,  $r$ ,  $g$ , y  $n$ , estas no presentan cambios durante la vida del bono; Por otro lado,  $P$  y la tasa  $i$  irán cambiando a través del tiempo que perdure el bono.

### **2.3. Precio de un bono.**

Dentro del mercado de deuda, que es dónde se negocian los bonos, se pactan y dictaminan precios, estos se determinan en función de los elementos mencionados anteriormente y con base en los supuestos también mencionados arriba, con la finalidad de obtener el precio más justo para ambas partes, el emisor y el comprador.

Para calcular dicho precio, intuitivamente, lo más útil es ubicar las series de pagos del bono en un flujo de caja, también conocido como *cash flow*, diagrama de flujo, entre otros.



Es claro que P es igual al valor presente de los cupones y el valor de redención a una cierta tasa  $i$ , esto se vería de la siguiente manera.

$$P = \sum_{j=1}^n Frv^k + Cv^n$$

Factorizando los cupones

$$P = Fr \sum_{j=1}^n v^k + Cv^n$$

Y recordando que  $\sum_{j=1}^n v^k = a_{\overline{n}|}$ , Obtenemos que

$$P = Fr \cdot a_{\overline{n}|} + Cv^n \tag{2.3.1}$$

Es importante no olvidar que todos los cálculos son hechos a la tasa de interés efectiva  $i$ . A la fórmula obtenida, Kellison (1991) la denomina *fórmula básica*, es muy útil cuando se requiere conocer el precio o algún otro elemento básico del bono, pero no es la óptima en ciertos casos, dónde se requiere conocer más acerca del mismo, un ejemplo es, si se requiere saber si el bono es comprado con premio o descuento. Por ello es necesario conocer las alternativas.

Una segunda ecuación sería, precisamente, la que Kellison (1991) nombra como *fórmula de premio/descuento*, que se obtiene a partir de la ecuación (2.3.1) y con la sustitución algebraica  $v^n = 1 - ia_{\overline{n}|}$ .

$$\begin{aligned}
 P &= Fr \cdot a_{\overline{n}|} + Cv^n \\
 &= Fr \cdot a_{\overline{n}|} + C(1 - ia_{\overline{n}|}) \\
 &= Fr \cdot a_{\overline{n}|} + C - Ci \cdot a_{\overline{n}|} \\
 &= C + (Fr - Ci)a_{\overline{n}|}
 \end{aligned} \tag{2.3.2}$$

Más adelante se expondrá que implicaciones tiene el que un bono sea comprado con descuento o con premio; Esta segunda fórmula, generalmente, se considera más eficiente y útil, ya que proporciona más información acerca del bono.

La tercera fórmula, se obtiene al buscar una expresión más sencilla y reducida, para así disminuir los cálculos, esta fórmula se obtiene partiendo de la ecuación (2.3.1) y ocupando la fórmula general de una anualidad  $a_{\overline{n}|} = \frac{1 - v^n}{i}$  y de la definición del monto base.

$$\begin{aligned}
 P &= Fr \cdot a_{\overline{n}|} + Cv^n \\
 &= Gi \cdot a_{\overline{n}|} + Cv^n \\
 &= G(1 - v^n) + Cv^n \\
 &= G + (C - G)v^n
 \end{aligned} \tag{2.3.3}$$

Por la propia naturaleza de la fórmula, esta es llamada en Kellison (1991) como *fórmula del monto base*. Finalmente, existe una fórmula de mucho interés matemático, esta es la

fórmula de Makeham (William Matthews Makeham (1826–1891) fue un matemático y actuario inglés.), que se presenta en Kellison (1991) de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 P &= Fr \cdot a_{\overline{n}|} + Cv^n \\
 &= Cv^n + Fr \cdot a_{\overline{n}|} \\
 &= Cv^n + Cg \left[ \frac{1-v^n}{i} \right] \\
 &= Cv^n + \frac{g}{i} (C - Cv^n) \\
 &= K + \frac{g}{i} (C - K)
 \end{aligned} \tag{2.3.4}$$

Esta fórmula ocupa la tasa especial de cupón, y el valor descontado del valor de redención, el cociente entre la tasa  $g$  y la tasa  $i$  es una característica muy importante de esta ecuación, ya que si  $g = i$  entonces el precio del bono sería igual al valor de redención, mientras que si las tasas son distintas, el precio va a incrementar, en mayor o menor proporción. Al comparar la fórmula de Makeham con la fórmula básica junto con la igualdad  $K = Cv^n$  es inmediato notar que hay dos elementos idénticos, en ambas ecuaciones se encuentran el valor presente del valor de redención, entonces, de igual manera, se infiere que la expresión  $C - K$  es el valor presente de los cupones; Así es como esta fórmula aporta una valiosa alternativa al cálculo del precio de un bono y expande la noción de lo que es un bono y como se comporta el precio del mismo en relación a la fluctuación de las tasas de interés.

A continuación, se proporciona un ejemplo, en el que se visualizaran todos los elementos del bono y se resolverá mediante los 4 métodos.

Ej. (2.3.5). Juan compra un bono con maduración de 10 años, valor a la par de \$1000 con cupones semestrales del 8% capitalizable semestralmente. ¿Cuál es el precio del bono a una tasa del 6% convertible semestralmente?

Para resolver este ejemplo es necesario, en primer lugar, reconocer los datos que se tienen:

$$F = 1000$$

$$C = 1000 \text{ (No se especifica el valor de redención)}$$

$$r = 4\% \text{ efectivo semestral}$$

$$Fr = \$40.$$

$$g = 4\% \text{ efectivo semestral}$$

$$i = 3\% \text{ efectivo semestral}$$

$$n = 20 \text{ semestres}$$

$$K = \$553.676$$

$$G = \$1333.33$$

*Nota: Todos los cálculos serán hechos a una tasa de interés  $i$  del 3% efectivo semestral.*

Solución mediante fórmula básica (2.3.1.)

$$P = 40 \cdot a_{\overline{20}|} + 1000 \cdot v^{20}$$

$$P = 595.099 + 553.676$$

$$P = 1148.77$$

Solución mediante fórmula de premio/descuento (2.3.2)

$$P = 1000 + (40 - 30) \cdot a_{\overline{20}|}$$

$$P = 1000 + 10a_{\overline{20}|}$$

$$P = 1000 + 148.77$$

$$P = 1148.77$$

Solución mediante fórmula de monto base (2.3.3)

$$P = 1333.33 + (1000 - 1333.33)v^{20}$$

$$P = 1333.33 - 333.33v^{20}$$

$$P = 1333.33 - 184.56$$

$$P = 1148.77$$

Solución por fórmula de Makeham (2.3.4)

$$P = 553.676 + \frac{0.04}{0.03}(1000 - 553.676)$$

$$P = 553.676 + \frac{4}{3}(446.324)$$

$$P = 553.676 + 595.099$$

$$P = 1148.775$$

Los 4 métodos arrojan prácticamente el mismo resultado, con este ejemplo queda más clara la equivalencia entre ellas. El segundo ejemplo que se presenta, no se resuelve de manera inmediata, sin embargo, con las herramientas existentes y otras conocidas de las matemáticas financieras, si se logra solucionar.

Ej. (2.3.6). Un bono de \$1000 con cupones anuales que madura a \$1050 en 20 años es comprado a un precio  $P$  con un rendimiento efectivo del 8.25%. El primer cupón es de \$75 y cada cupón subsecuente es 3% más grande que el cupón anterior. Determine  $P$ .

Para resolver el ejemplo, se debe considerar que existe una razón  $k$  de crecimiento entre cada cupón, que es del 3%, de esta manera los cupones quedan de la siguiente manera

Cupón 1: 75

Cupón 2:  $75(1.03) = 77.25$

Cupón 3:  $77.25(1.03) = 75(1.03)^2 = 79.5675$

·  
·  
·

$$\text{Cupón 20: } 75(1.03)^{19} = 131.51$$

El desarrollo de los cupones mediante esta razón se comporta como anualidad creciente geométrica; El valor presente de una anualidad unitaria de este tipo se encuentra

empleando la formula  $\left( \frac{1 - \left( \frac{1+k}{1+i} \right)^n}{i-k} \right)$ , Donde, para este caso, esta fórmula se debe

multiplicar por el valor del primer cupón para obtener el valor presente de todos los cupones. Por lo cual ya tendíamos una expresión para el precio de este bono

$$P = 75 \cdot \left( \frac{1 - \left( \frac{1+k}{1+i} \right)^{20}}{i-k} \right) + 1050v^{20}$$

$$P = 75 \cdot \left( \frac{1 - \left( \frac{1+0.03}{1+0.0825} \right)^{20}}{0.0825 - 0.03} \right) + 215.1$$

$$P = 900 + 215.1 = 1115.1$$

Existen una gran variedad de bonos ya que existen muchos casos especiales de anualidades, y el cálculo del precio de algunos no es tarea difícil cuando se tienen los datos necesarios, pero los bonos tienen ciertas particularidades que se abordarán en este trabajo.

#### **2.4. Premio y descuento.**

El precio de un bono puede ser menor, mayor o igual al valor de redención, en caso de que este precio sea mayor entonces se dice que el bono es comprado con premio y si es menor se dice que es comprado con descuento, si el precio del bono es igual al valor de redención, se dice que el bono es comprado a la par.

Matemáticamente, el premio o descuento es la diferencia que existe entre el precio del bono y el valor de redención.

$$\text{Premio o descuento} = |P - C| = |C(g - i)a_{\overline{n}}| \quad (2.4.1)$$

Además utilizando la expresión (2.3.2) y la propiedad  $Fr = Cg$  se obtiene que

$$P = C + C(g - i)a_{\overline{n}} \quad (2.4.2)$$

Con lo anterior se puede deducir lo siguiente

- $P > C$  si y sólo si  $g > i$ ; se dice que el bono es comprado con premio (sobre par)
- $P = C$  si y sólo si  $g = i$ ; se dice que el bono es comprado a la par
- $P < C$  si y sólo si  $g < i$ ; se dice que el bono es comprado con descuento (bajo par)

Haciendo un proceso similar pero con el valor facial, si y sólo si este es igual al valor de redención, se tiene que

$$\text{Premio o descuento} = |P - F| = |F(r - i)a_{\overline{n}}| \quad (2.4.3)$$

Y se concluye que

- $P > F$  si y sólo si  $r > i$ ; se dice que el bono es comprado con premio (sobre par)
- $P = F$  si y sólo si  $r = i$ ; se dice que el bono es comprado a la par
- $P < F$  si y sólo si  $r < i$ ; se dice que el bono es comprado con descuento (bajo par)

Se puede notar que el premio y el descuento son, en realidad, el mismo concepto, se puede entender el descuento como un *premio negativo*, es por ello que es útil denotarlo con el valor absoluto.

## 2.5. Precio de un bono entre fechas de cupón.

En el mercado de deuda es común que se negocien los bonos que están pagando cupones y aún no llegan a su maduración, es por ello, que es necesario calcular el precio de un bono

en cualquier fecha, ya sea que esta tenga cupón o no; Kellison (1991) aborda varios modelos para calcular el precio de un bono con estas condiciones, entre ellos el método teórico y el semi-teórico.

La diferencia entre ambos métodos radica en el precio limpio, ya que en el método teórico se acumula el cupón y en el semi-teórico se acumulan únicamente los intereses, se abordara esto con más profundidad posteriormente.

Existen 2 tipos de precios con cupón devengado, es decir que aún no es pagado, en fechas entre cupón:

- Precio sucio. Es el precio del bono en la fecha del convenio o de compra, también es conocido como *price plus accrued*, *full price*, *dirty price* o *flat price*
- Precio limpio. Es el precio que se publica en la prensa financiera para un bono, este precio no incluye el valor proporcional del cupón que se ha acumulado a la fecha de compra, se le acostumbra llamar *price*, *clean price*, o *market price*

Así podemos llamar al precio sucio como el valor presente de las obligaciones faltantes, sin embargo, no se puede calcular directamente ya que el efecto de los días posteriores a los pagos de cupón provoca que no se tengan periodos equidistantes, por lo tanto, el procedimiento es hallar el precio en la última fecha de cupón ( $t$ ) y acumularlo hasta la fecha de compra. Para ello definiremos  $P_{t+k}$ , donde  $k$  es la proporción de días con respecto al total de días de un periodo de bono, es decir:

$$k = \frac{\text{\# de días desde la última fecha cupón y la fecha de compra}}{\text{\# de días en un periodo de bono}} \quad (2.5.1)$$

De tal manera, para ambos métodos, el precio sucio se define como:

$$P_{t+k} = P_t \cdot (1+i)^k \quad (2.5.2)$$

El precio limpio es una consecuencia directa del cálculo del precio sucio, ya que este es el precio sucio menos el valor proporcional del último cupón. Para el método teórico, es útil

recordar una propiedad de anualidades:  $a_{\overline{n+k}|} = a_{\overline{n}|} + v^{n+k} \left[ \frac{(1+i)^k - 1}{i} \right]$  con  $0 < k < 1$ . Esto se puede interpretar como una anualidad que tiene pagos durante  $n$  periodos y un pago final de  $\left[ \frac{(1+i)^k - 1}{i} \right]$  una fracción de tiempo  $k$  después del  $n$ -ésimo periodo. Así, podemos ocupar esta fórmula, ya que se puede entender que cierta cantidad del cupón es pagada en esa fracción de tiempo posterior a la última fecha de pago de cupón, en el cual se hace la compra. Por lo tanto, para el método teórico, se denotará al precio limpio como  $P'_{t+k}$ .

$$P'_{t+k} = P_{t+k} - Fr \left[ \frac{(1+i)^k - 1}{i} \right] = P_t \cdot (1+i)^k - Fr \left[ \frac{(1+i)^k - 1}{i} \right] \quad (2.5.3)$$

A la cantidad  $Fr \left[ \frac{(1+i)^k - 1}{i} \right]$  se le conoce como *cupón acumulado*.

Para el método semi-teórico, la idea es semejante, no se acumula el cupón como tal, sino que al precio sucio se le sustrae una parte proporcional del cupón futuro, de tal manera, el precio limpio bajo el modelo semi-teórico se expresa como:

$$P'_{t+k} = P_{t+k} - k \cdot Fr = P_t \cdot (1+i)^k - k \cdot Fr \quad (2.5.4)$$

A la cantidad  $k \cdot Fr$  se le conoce como *intereses acumulados*.

En la práctica es más común ver que se ocupa el método semi-teórico, ya que involucra menos cálculos y es más fácil visualizar a la parte del cupón como una fracción.

Además del precio, el comprador del bono, por lo regular, desea conocer el premio o descuento que contiene el bono, el cual ya no es el mismo que el del bono comprado en su fecha de emisión.

Por lo tanto, es necesario *actualizar* estos valores con el precio del bono en la fecha establecida.

$$\text{Premio} = P'_{t+k} - C ; \text{ Si } g > i. \quad (2.5.5)$$

Y

$$\text{Descuento} = C - P'_{t+k} ; \text{ Si } g < i. \quad (2.5.6)$$

Ej (2.5.7). Un bono con valor facial de \$1000 y cupones semestrales de \$60 que madura en 5 años es comprado a un rendimiento del 8% capitalizable semestralmente. Dos años y 2 meses después, el bono es vendido, calcular el precio sucio y el precio limpio utilizando ambos metodos.

Para resolver este ejercicio, primero se tiene que describir los elementos del bono.

$$F = C = 1000$$

$$n = 10$$

$$Fr = 60$$

$$i = 4\% \text{ efectivo semestral}$$

Los cupones se pagan cada 6 meses, es decir, tras los 2 años y dos meses se han pagado 4 cupones, por tanto sólo quedan 6 cupones por pagar, y los 2 meses que han transcurrido son la tercera parte de un periodo de capitalización, es decir:

$$k = \frac{1}{3}$$

Para encontrar el precio sucio, se procede a lo siguiente

$$P_{4+\frac{1}{3}} = P_4 \cdot (1+0.04)^{\frac{1}{3}}$$

$$P_{4+\frac{1}{3}} = (60a_{\overline{6}|} + 1000v^6) \cdot (1+0.04)^{\frac{1}{3}}$$

$$P_{4+\frac{1}{3}} = 1104.84 \cdot (1+0.04)^{\frac{1}{3}}$$

$$P_{4+\frac{1}{3}} = 1119.38$$

El precio sucio de este bono después de 2 años y 2 meses de su emisión es de \$1119.38

Para el precio limpio por el método teórico, se toma la fórmula (2.5.3) y se sustituyen los valores correspondientes.

$$P'_{4+\frac{1}{3}} = P_{4+\frac{1}{3}} - 60 \left[ \frac{(1+0.04)^{\frac{1}{3}} - 1}{0.04} \right]$$

$$P'_{4+\frac{1}{3}} = 1119.38 - 19.74$$

$$P'_{4+\frac{1}{3}} = 1099.64$$

Y para el método semi-teórico, se hace lo mismo pero con la ecuación (2.5.4).

$$P'_{4+\frac{1}{3}} = P_{4+\frac{1}{3}} - \frac{1}{3} \cdot 60$$

$$P'_{4+\frac{1}{3}} = 1119.38 - 20$$

$$P'_{4+\frac{1}{3}} = 1099.38$$

Existe una diferencia mínima entre ambos métodos de 36 centavos, además el bono es vendido con un premio de \$99.64 en el método teórico y de \$99.38 en el método semi-teórico.

## 2.6. Amortización de bonos.

Para este punto es indispensable recordar que los bonos son contratos de deuda, las compañías o instituciones que los emiten adquieren el compromiso de pagar la deuda, a esta acción de liquidar una deuda, en finanzas, se le conoce como *amortización* (*Del latín admortizare que significa matar, finiquitar, acabar.*).

Para fines de la contabilidad, lo que se amortiza en los bonos es el premio o descuento, que es la diferencia del precio del bono con el valor de redención, la idea de esta amortización es pagar los intereses del bono para que en la fecha de maduración sólo se haga el pago de capital, que sería el valor de redención, de esta manera los cupones que paga la entidad emisora del bono se podrían entender como pagos a los interés de la deuda.

La amortización de cualquier deuda tiene sus terminologías y fórmulas, las cuales se encuentran en el anexo; en el caso de los bonos, las fórmulas, en esencia, son las mismas, pero por la naturaleza de este instrumento, este tiene su nomenclatura propia, entre estas adecuaciones, la más importante es el cambio de Balance u *Outstanding Balance* (OB) a Valor en libros (*Valor consignado en los libros contables de la institución.*) o *Book Value* (BV), esto se debe entender como el precio del bono y el saldo que se debe pagar del bono a cierto tiempo t.

Al hacer la analogía con la fórmulas de amortización de una deuda se obtiene que

$$BV_{t+1} = BV_t(1+i) - Fr \quad (2.6.1)$$

$$Int_{t+1} = BV_t \cdot (i) \quad (2.6.2)$$

$$PR_{t+1} = Fr - I_{t+1} \quad (2.6.3)$$

Con estas fórmulas se puede hacer una cédula de amortización para bonos.

Tabla (2.6.4)

Periodo	0	1	2	...	n
Cupón		Fr	Fr	...	Fr
C				...	C
Int.		$Int_1$	$Int_2$	...	$Int_n$
PR.		$PR_1$	$PR_2$	...	$PR_n$
BV.	P	$BV_1$	$BV_2$	...	$BV_n = C$
Premio/ Descuento (P/D)	P - C	$BV_1 - C$	$BV_2 - C$	...	0
Amort.	0	$ (P/D)_1 - (P/D)_0 $	$ (P/D)_2 - (P/D)_1 $		$(P/D)_{n-1}$

De esta cédula, se puede notar que para el tiempo t se cumple que

$$(P/D)_t = BV_t - C \quad (2.6.4)$$

Y

$$Amort_t = |(P/D)_t - (P/D)_{t-1}| \quad (2.6.5)$$

La amortización de bonos tiene ciertas particularidad cuando se trata de un bono vendido con premio o con descuento, por ello es útil ejemplificar, con su respectiva cedula de amortización, las dos modalidades.

Ej. (2.6.6). Un bono con valor de redención de \$1000 tiene cupones semestrales de \$40 y una maduración de 5 años, a una tasa del 6% capitalizable semestralmente, el precio del bono es de \$1085.3. Realizar la cédula de amortización.

Este es un bono que se compra con premio, el fin de esta amortización es que con el tiempo la diferencia entre el precio y el valor de redención desaparezca.

Periodo	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cupón		40	40	40	40	40	40	40	40	40	40
C											1000
Int		32.56	32.34	32.11	31.87	31.63	31.37	31.12	30.85	30.57	30.29
PR		7.44	7.66	7.89	8.13	8.37	8.63	8.88	9.15	9.43	9.71
BV	1085.3	1077.86	1070.20	1062.3	1054.17	1045.8	1037.17	1028.28	1019.13	1009.71	1000
Premio	85.3	77.86	70.20	62.3	54.17	45.8	37.17	28.28	19.13	9.71	0
Amor		7.44	7.66	7.89	8.13	8.37	8.63	8.88	9.15	9.43	9.71

Se puede notar que la suma de la fila de PR es precisamente el valor total del premio, que es el mismo de la amortización. A la amortización del premio también se le conoce como *Writting down*.

Para el caso de un bono comprado con descuento, será útil, de igual manera, abordar un ejemplo, se hará el mismo proceso que el bono anterior, sólo que los cálculos serán hechos bajo una tasa de 10% capitalizable semestralmente, dando un precio de \$922.78, a continuación se presenta la cedula de amortización correspondiente.

Periodo	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cupón		40	40	40	40	40	40	40	40	40	40
C											1000
Int		46.14	46.45	46.77	47.11	47.46	47.84	48.23	48.64	49.07	49.53
PR		-6.14	-6.45	-6.77	-7.11	-7.46	-7.84	-8.23	-8.64	-9.07	-9.53
BV	922.78	928.92	935.36	942.13	949.24	956.7	964.54	972.76	981.4	990.47	1000
Descuento	77.22	71.08	64.64	57.87	50.76	43.3	35.46	27.24	18.6	9.53	0
Amor		6.14	6.45	6.77	7.11	7.46	7.84	8.23	8.64	9.07	9.53

Al igual que el caso anterior, al sumar la fila del PR se obtiene el descuento con el que originalmente fue vendido el bono. Además, en el caso de los bonos con descuento, el cupón es menor que el interés que se debe pagar, y la diferencia entre ambos se añade al valor en libros, de hecho, esto se ve reflejado en los pagos de principal negativos, lo cual significa que la deuda en lugar de reducirse se incrementa o se acumula, es por ello que

al final, el valor en libros es igual al valor de redención. A este fenómeno se le conoce como *acumulación de descuento*, *amortización negativa* o en inglés como *writing up*.

Pero muchas veces, en lugar de necesitar toda la cedula de amortización, sólo se necesita conocer el valor de la amortización del premio o descuento en algún tiempo, para ello, suponiendo que el bono se redime a la par, es fácil notar que el pago que es realmente hecho es  $F(r - i)$  que, llevado a la terminología de amortización de una deuda, se entendería como el pago requerido o *PMT*, y haciendo la analogía correspondiente se obtiene que:

$$Amort_t = F(r - i) \cdot v^{n-t+1} \quad (2.6.7)$$

También es común que, conociendo el valor de la amortización en un tiempo  $t$ , se desee conocer el valor de la misma para un tiempo posterior, denotado por  $t + m$  para  $m > 1$ , para obtener una expresión sencilla para este caso se utilizará el hecho de que el monto de amortización crece de manera geométrica, es decir, a la misma razón que el interés compuesto:

$$\begin{aligned} Amort_{t+m} &= F(r - i) \cdot v^{n-(t+m)+1} \\ &= (1+i)^m F(r - i) \cdot v^{n-t+1} \\ &= (1+i)^m Amort_t \end{aligned} \quad (2.6.8)$$

Ej. (2.6.9). Calcular el monto de amortización de premio del cuarto y del séptimo pago para el primer bono del ejemplo (2.6.6)

El primer paso será calcular la amortización del cuarto pago con la formula (2.6.7)

$$Amort_4 = 1000(0.04 - 0.03) \cdot v^7$$

$$Amort_4 = 1000(0.01) \cdot v^7$$

$$Amort_4 = 10 \cdot v^7$$

$$Amort_4 = 8.13$$

El cual coincide con el valor en la cédula de amortización, ahora para calcular el valor en el séptimo pago, se usará la fórmula (2.6.8):

$$Amort_7 = (1.03)^3 Amort_4$$

$$Amort_7 = (1.03)^3 \cdot 8.13$$

$$Amort_7 = 8.88$$

Valor que de igual manera coincide con el de la cédula.

## 2.7. Tasa de rendimiento del bono.

Hasta ahora, se ha supuesto que se conoce la tasa de rendimiento con la cual se calcula el precio del bono, pero en la práctica es común que se listen los precios sin especificar cuál es el rendimiento, para los inversionistas (no hay que olvidar que los bonos son inversiones dentro del mercado de deuda) es más importante conocer a que rendimiento crecerá su inversión que conocer el precio del bono; como se vio en las secciones anteriores, bonos que ofrecen los mismos beneficios, pueden tener distintos precios, dependiendo de la tasa de rendimiento, si la tasa de rendimiento se incrementa el bono baja de valor y si la tasa se decrementa el precio del bono incrementa.

Es por ello, que en el ámbito de las finanzas, conocer la tasa de rendimiento es de vital importancia, y el cálculo de esta puede llevar al uso de métodos matemáticos avanzados, como métodos de orden numérico, por ejemplo la interpolación; Sin embargo, a la par de estos métodos, existen otros métodos de aproximación, que sin ser exactos, proveen buenas

aproximaciones al valor real de la tasa. Entre estos métodos se encuentran el *método del vendedor del bono* (*Bond salesman's method* en inglés), el de *Broverman* y el de *Kellison*.

Para lograr entender estos métodos es necesario enunciar algunos conceptos que se utilizarán para obtener las aproximaciones correspondientes

- Intereses totales: Esto se puede entender como la ganancia neta del bono, es decir, la diferencia entre lo invertido (El precio del bono) y los beneficios recibidos (los cupones y el valor de redención) a lo largo de toda la vida del bono

$$\text{Intereses totales} = nCg + C - P \quad (2.7.1)$$

- Promedio de intereses por periodo: Divide a los intereses totales entre el número de periodos

$$\text{Promedio de intereses totales} = \frac{nCg + C - P}{n} \quad (2.7.2)$$

- Inversión promedio: Es un promedio de lo que invierten ambas partes

$$\text{Inversión promedio} = \frac{P + C}{2} \quad (2.7.3)$$

Para obtener la aproximación bajo el *modelo del vendedor de un bono*, se obtiene una razón al dividir los interés promedio por periodo entre la inversión promedio, esto muy parecido a la manera intuitiva de obtener una tasa de interés, que se desprende de dividir los intereses ganados entre el total de la inversión, de esta forma, la fórmula resultante es:

$$i = \frac{nCg + C - P}{\frac{n}{2} \cdot (P + C)} \quad (2.7.4)$$

Esta fórmula es la base para las 2 formas equivalentes que se presentan a continuación, la primera de ellas, la de Broverman, se obtiene haciendo algunas operaciones algebraicas y suponiendo que se cumple que  $g = r$ .

En primer lugar, se multiplica por  $\frac{1}{n \cdot C}$  el numerador y el denominador

$$i = \frac{\frac{1}{n \cdot C} (n \cdot Cg + C - P)}{\frac{1}{n \cdot C} \left( \frac{n}{2} \cdot (P + C) \right)}$$

Posteriormente, se suma un cero en el denominador

$$i = \frac{g - \frac{P - C}{n \cdot C}}{\frac{1}{2C} \cdot (P + C + (C - C))}$$

Agrupando términos, y reemplazando  $g$  por  $r$  se obtiene la ecuación de Broverman

$$i = \frac{r - \frac{P - C}{n \cdot C}}{1 + \frac{P - C}{2C}} \quad (2.7.5)$$

La ecuación de Kellison se desprende directamente de la de Broverman haciendo la sustitución  $K = \frac{P - C}{C}$  e intercambiando  $g$  por  $r$ .

$$i = \frac{g - \frac{K}{n}}{1 + \frac{K}{2}} \quad (2.7.6)$$

*Nota:* Todos los cálculos se hacen con tasas efectivas, pero en la práctica, la tasa de rendimiento se expresa generalmente de manera nominal

Ej. (2.7.7). Juan adquiere un bono que madura a la par en un año. Tiene valor a la par de 100 y cupones a un 4% convertible semestralmente. Juan paga \$98.51 para obtener una tasa de rendimiento  $i$  capitalizable 2 veces al año, calcular  $i$  mediante los métodos del vendedor de bonos, Broverman y Kellison.

Para realizar los cálculos de deben de expresar los elementos del bono de manera efectiva, es decir,  $n = 2$  y  $r = 2\%$ , y se busca  $i^{(2)} = 2i$ . Además la tasa  $g$  es igual a la tasa  $r$  ya que el bono se redime a la par.

Tasa de rendimiento por el método del vendedor del bono

$$i = \frac{(2 \cdot 2) + 100 - 98.51}{\frac{2}{2}(100 + 98.51)}$$

$$i = 0.02766$$

Mediante este método se obtuvo una tasa del 2.766%. Por el método de Broverman se obtiene que

$$i = \frac{0.02 - \frac{98.51 - 100}{200}}{1 + \frac{98.51 - 100}{200}}$$

$$i = 0.02766$$

Se obtuvo el mismo resultado, para el método de Kellison, sabemos que arrojará el mismo resultado, pero antes de calcular la tasa se tiene que calcular el valor de  $K$

$$K = \frac{98.51 - 100}{100} = -0.0149$$

Conociendo este valor se procede al cálculo de la tasa de rendimiento

$$i = \frac{0.02 - \frac{-0.0149}{2}}{1 + \frac{-0.0149}{2}} = 0.02766$$

Finalmente  $i^{(2)} = 2i = 2 \cdot (0.02766) = 0.05532$ , es decir, la tasa de rendimiento nominal semestral a la que es comprado el bono es del 5.5% aproximadamente.

*Nota:* Adicionalmente, este problema podía resolverse planteando la ecuación  $98.51 = 2v + 102v^2$  y resolviendo para  $v$  se encuentra la tasa  $i$ . Pero, para cuando se incrementan los periodos, las aproximaciones son la mejor opción.

La finalidad de presentar 3 métodos equivalentes que arrojan el mismo resultado para el ejercicio anterior es poder mostrar distintas herramientas para el cálculo no erróneas, ya que no siempre se dará el caso en que sean iguales y por esas variaciones no se debe pensar que algún método es incorrecto.

## 2.8. Bonos rescatables.

Cuando se adquiere una deuda, se tiene la obligación de hacer pagos periódicos a intereses y capital o en su defecto una suma que al final pague el monto de la deuda más los intereses, pero también se tiene la opción de liquidar la deuda antes del periodo pactado, si se tienen los recursos necesarios para hacerlo.

En el caso de los bonos, donde el emisor adquiere la obligación de hacer pagos periódicos y un pago de capital final, se puede tener la opción de liquidar el bono, a esta opción se le conoce como *rescatar* el bono; Sin embargo, visto desde el punto de vista del inversionista que adquiere el bono, este vería mermada su ganancia, ya que no obtendría los cupones restantes que se pactaron en el contrato, es decir, por ejemplo si se pactaron el pago de 10 cupones más el valor de redención, y después del pago de 6 cupones el emisor decide rescatar el bono y pagar el valor de redención, el inversionista ya no recibiría los 4 cupones restantes y su ganancia sería menor, es por ello, que no todos los bonos tienen esta opción, sólo los conocidos como bonos rescatables la poseen.

De manera intuitiva, para obtener este derecho, el emisor tendría que pagar una prima o costo por el beneficio al inversor cuando se recibe el monto del precio del bono, o de otra forma el precio del bono sería menor en aras de proteger la inversión del comprador del bono, de forma matemática esto sería, denotando a la prima como  $\alpha$  y  $P'$  como el valor del bono rescatable, se tiene que  $P' = P - \alpha$ .

Regularmente la opción de rescatar un bono se pacta para un periodo específico, el cual pueden ser varios años, por lo tanto, calcular la prima no es una tarea fácil, ya que no se tiene certidumbre de cuando se hará efectiva la opción; por ello, dentro del periodo en el que el bono se puede rescatar, se escoge la fecha que dé el menor precio.

Como se vio anteriormente, la tasa de rendimiento afecta directamente al precio del bono, por ejemplo, si la tasa de rendimiento es menor a la tasa cupón (Es decir, el bono se vende con premio), entonces entre más se extienda el periodo, los cupones pagaran más rendimiento que la propia tasa de rendimiento, es por ello, que si se dejan de pagar los intereses de forma temprana, esto generara una pérdida de valor para el inversor; Para esta clase de bonos, se calcula su precio con la fecha de redención más temprana posible.

Para el caso de bonos con descuento, ocurre a la inversa, durante los primeros periodos se acumula mayor descuento y si se disminuyen los periodos, esto incrementaría la tasa de rendimiento, mientras que sobre el final de la vida del bono, la acumulación de descuento es cada vez menor, esta es la razón por la que el precio de los bonos con descuento se calcula con la fecha de redención más lejana posible.

O visto de forma matemática

$$P' = P_t \quad (2.8.1)$$

Con  $t$  la maduración con la que se obtiene el menor precio dentro del periodo de rescate del bono.

Para visualizar el efecto que tiene esta opción, se procederá con el siguiente ejemplo.

Ej. (2.8.2). Un bono con maduración de 5 años y valor facial de \$1000 tiene cupones del 6% convertible semestralmente, este puede ser rescatado después de 2 años, calcular el precio del bono a un rendimiento del 5% y del 7%, ambos capitalizables 2 veces al año.

Este bono tiene cupones semestrales, es decir,  $n = 10$ , además  $r = 3\%$  efectivo semestral, para el primer caso, el rendimiento semestral efectivo es del 2.5%, es decir, el bono se vende con premio, y por ello, el precio se calcula con la fecha más cercana de rescate, es decir, en  $t = 4$ .

$$P' = P_4$$

$$P' = 30a_{\overline{4}|} + 1000v^4$$

$$P' = 1018.81$$

Este precio es menor al que se tendría si se hicieran los cálculos con  $t = n = 10$ , cuyo resultado es 1043.76.

Para el caso cuando el rendimiento es del 7% convertible semestral o del 3.5% efectivo por semestre, el bono se vende con descuento, y se escoge la fecha más lejana, que en este caso es  $t = n = 10$ , es decir que el precio del bono rescatable es igual al precio del bono sin esta opción, es decir  $P' = P$

$$P = 30a_{\overline{10}|} + 1000v^{10}$$

$$P = 958.42$$

Este precio es menor al obtenido con la maduración más cercana, es decir, con  $t = 4$ , cuyo valor es 981.63.

Además de esta clase de bonos, también existen los llamados *bonos computables* o *putable bonds* en inglés, los cuales ofrecen igual una opción, pero para el comprador del bono. Esta clase de contrato ofrece al inversor la opción de pedir el pago del valor de redención, en alguna fecha anterior a la maduración, al emisor. Este tipo de opciones no son muy

socorridas, ya que no sólo se ve mermada la ganancia del inversor, sino que existe la posibilidad de que el emisor no posea la liquidez para pagarlo.

Aún con esto es posible hacer el cálculo del precio de esta clase de bonos, y este se hace de manera muy similar al de los bonos rescatables, sólo que, como es el comprador quien desea la opción, el precio de compra se incrementa en cierta proporción, y respetando el periodo en que se pacta que se puede ejercer la opción, se hacen los cálculos del precio bajo la fecha que dé el mayor precio posible, para así dar mayor liquidez al emisor.

## Capítulo 3.

### Mercado de capitales.

El mercado de capitales es el lugar donde se compran y venden partes proporcionales de los capitales sociales de una o varias empresas, al contrario del mercado de deuda, donde se era acreedor sólo de una parte de la deuda pública o privada que tenía una institución. Este mercado provee información vital sobre el crecimiento del país, a través del comportamiento de las empresas, de los medios de producción y el empleo.

Dentro del mercado de capitales se negocian instrumentos de inversión a largo plazo (generalmente mayores a un año) en los cuales hay un riesgo importante a considerar, las operaciones en las que se negocian esta clase de activos ofrecen un rendimiento variable y en algunos casos garantías específicas. Estas distintas negociaciones permiten a las organizaciones obtener financiamiento a largo plazo, y aquel que invierta su capital dentro del mercado se hace acreedor a un rendimiento mayor que si invirtiera en un instrumento de corto plazo, claro está, con un riesgo mayor.

Dentro de este mercado existe cierta variedad de instrumentos que se pueden negociar, entre todos ellos, los más importantes son:

- Obligaciones. Estas son un instrumento de deuda, es un título de crédito en el cual el emisor demanda financiamiento y el comprador obtiene un rendimiento, sin embargo, este instrumento entra dentro del mercado de capitales debido a que son emitidos a largo plazo. Además, las obligaciones ofrecen garantías para que sea atractivo a los inversionistas adquirirlas, al disminuir el riesgo con base en esta cualidad. Existen los siguientes tipos de obligaciones:
  - Quirografarias. Estas se encuentran sustentadas en la entidad emisora, a través de la firma de la misma

- Hipotecarias. La garantía que ofrecen al inversionista es un bien inmueble
  - Indexadas. El rendimiento de esta clase de obligaciones se encuentra referido a una clase de índice, generalmente se refieren al Índice de Precios y Cotizaciones (IPC)
  - Subordinadas convertibles. Esta clase de obligaciones, transcurrido cierto plazo, pueden convertirse en acciones de la entidad emisora
- Acciones. Son los títulos más representativos del mercado de capitales y también los que tienen mayor volumen de negociación, tanto en el aspecto bursátil como corporativo. Estas representan una parte proporcional del capital social de una empresa, es por ello, que aquel inversionista que adquiere cierta cantidad de ellas, se vuelve directamente un socio de la empresa. Estos activos, adicionalmente, otorgan ciertos derechos como dividendos, votos en las juntas de socios y preferencia en la compra de acciones nuevas. Las acciones pueden ser representadas de distintas formas, ya que al ser un activo financiero, son intangibles, sin embargo, para que se tenga una posesión de las mismas, estas se negocian como títulos de la siguiente manera:
    - Títulos al portador. Los derechos de la acción pertenecen a quien tenga el título en su momento, la transmisión de las mismas son muy sencillas
    - Títulos nominativos. El inversionista que posee acciones con estos títulos, debe estar plenamente identificado, y sólo esa persona puede obtener los derechos de las mismas. Para cualquier cesión de las acciones, esta deberá registrarse en el libro de registro de accionistas
    - Escritura pública. Como tal esta es una cesión de una parte de la empresa, es común en empresas pequeñas que necesitan financiamiento

- Anotación en cuenta. En este tipo de título la forma en que se comprueba la posesión del activo es mediante el registro contable, la persona que esté en el registro electrónico o físico de la emisora es quien tiene derecho a los beneficios futuros de las acciones

Los rendimientos que ofrecen las acciones pueden ser entregados de distintas maneras, entre ellas están:

- Dividendos. Son el pago de las utilidades de la empresa por su operación, cuando las acciones pagan dividendos permiten a los inversionistas crecer su capital junto con la empresa
- Ganancias de capital. Como tal no es un rendimiento que ofrece directamente la empresa o la acción por sí sola, este tipo de rendimiento depende del mercado y de como este valuada la acción, dependiendo también de las políticas que empujen a la empresa a un mejor desempeño. Una ganancia de capital se obtiene al vender la acción a un precio mayor al que se adquirió, la diferencia entre estos precios es el rendimiento que obtiene el inversionista

Como se indicó, las acciones ofrecen distintos beneficios o derechos, es con base en esto que se clasifican en acciones preferentes y comunes, las cuales representan una parte vital del mercado de capitales

### **3.1. Acciones comunes.**

Este tipo de acciones, también conocidas como ordinarias, son las que más son emitidas por las empresas, los poseedores de este tipo de acciones son los dueños reales de las empresas, entre mayor porcentaje de acciones comunes se tenga, mayor poder se tendrá en la empresa. Las acciones comunes otorgan ciertos derechos a los inversionistas como la voz y voto en las decisiones de la empresa, los dividendos de la acción puedan crecer conforme la empresa crezca, esto es, tener una participación directa de las utilidades y en caso de emisión de acciones adicionales, los inversionistas *comunes* tendrán derecho a adquirirlas en primer lugar. Sin embargo, las acciones comunes no tienen ciertos privilegios que si

pueden tener otro tipo de acciones, las ganancias para los inversionistas poseedores de acciones ordinarias no están garantizadas, estos sólo serán acreedores a ellas después de que la empresa cumpla con sus obligaciones, si no sobran utilidades para los inversionistas, estos no reciben ningún rendimiento; además, así como los dividendos que recibe el accionista aumentan en proporción al aumento del capital de la empresa, si la empresa emisora entra en crisis, el valor de las acciones puede caer o incluso perder por completo su valor, y en caso de la quiebra de la empresa, la indemnización a los poseedores de acciones comunes no está garantizada, está condicionada a la existencia de fondos y sólo después de que la empresa amortice las demás obligaciones.

Por esta clase de riesgos a los que se enfrentan este tipo de acciones, son consideradas de un alto riesgo, los rendimientos son muy variables, pero en empresas de una alta estabilidad, los beneficios pueden llegar a ser muy altos.

### **3.2. Acciones preferentes.**

Este tipo de acciones reciben este nombre ya que tienen preferencia sobre cualquier obligación que tenga la empresa, entre ellas el pago de dividendos, las acciones preferentes tienen esta ventaja sobre las acciones comunes. Otras características de estas acciones es que no se emiten en grandes cantidades, sólo se emiten muy pocas y no suelen emitirse continuamente, son perpetuas y no representan una parte proporcional del capital de una empresa, generalmente el pago de dividendos está garantizado y es mejor que el de las acciones comunes, se pacta un rendimiento fijo independiente de la operación de la empresa que las emite. Los beneficios anteriores se ven contrastados con la poca participación que ofrecen estas acciones, ya que no se tiene derecho a voto y la negociación de este tipo de acciones está limitada

Adicionalmente, las acciones preferentes, están protegidas ante la quiebra o crisis en una empresa, ya que en estos casos, los primeros a los que se debe liquidar el costo de las acciones son los que poseen acciones preferentes, y si por alguna razón no sea realiza un pago de dividendo, este puede pagarse en una fecha posterior de pago de dividendos, esta propiedad es conocida como *dividendos acumulativos*.

### 3.3. Otros tipos de acciones.

Además de las acciones preferentes y comunes, existe una gran diversidad de acciones, que se reconocen por sus características, entre ellas están:

- Acciones AAA: Estas acciones tienen la cualidad de que la emisora es una empresa reconocida del mercado, por su solidez y rentabilidad, aquellas empresas con menor riesgo de insolvencia son calificadas con esta AAA, por ello estas acciones suelen tener rendimientos moderados y poco variables
- Acciones preferentes convertibles. Cumplen con las condiciones de las acciones preferentes, pero además, se pueden convertir en acciones comunes
- Acciones de industria. Estas sirven para favorecer la cooperación entre empresas, el pago por algún servicio que se ha ofrecido a una empresa es una parte proporcional del capital de la misma
- Acciones convertibles. En este caso, este tipo de acciones pueden convertirse en un bono y viceversa
- Acciones liberadas. Los inversionistas que adquieren esta clase de acciones no tienen la obligación de pagarlas, el costo de las mismas se descontaran de los beneficios o dividendos que percibe el inversionista
- Acciones propias. Son las acciones cuyo titular es la misma entidad emisora, estas existen con la misión de que cuando alguien intente comprar la empresa a través de acciones, entonces la misma empresa (o el accionista mayoritario) posea un porcentaje igual o mayor al 51% de las acciones totales
- Acciones con valor nominal. Dentro de los contratos con los que se establecen la cesión de derechos en la acciones, se hace constar el monto de las mismas

- Acciones sin valor nominal. En estas no se especifica el monto de las acciones adquiridas, sólo la parte proporcional que representan del capital social de la empresa

### **3.4. Valuación de acciones.**

El precio de la acciones es sin duda el mayor problema que existe en el mercado de capitales, existen distintas técnicas de valuación, que involucran técnicas matemáticas y económicas avanzadas. Desde el punto de vista financiero, el costo de cualquier instrumento se basa en los beneficios futuros que proveerá, analizado de esta manera, es lógico pensar que el precio de cualquier acción es el valor presente de los beneficios, a cierta tasa de rendimiento.

Sin embargo, las acciones son un instrumento difícil de valorar, ya que no es un activo con maduración, ni con un rendimiento fijo; el encontrar un precio justo para ambas partes, donde la empresa obtenga el financiamiento deseado y el inversionista un precio competitivo que le otorgue buenos rendimientos, y en caso de que quiera negociarla con otro inversionista, obtenga un precio igual o mayor al que pagó, es una tarea financiera en sí complicada, por los riesgos a los que se enfrentan las acciones, ya que no sólo dependen de la operación de la empresa, en muchos casos estos precios son generados por la oferta o demanda del mercado y por la reputación de la empresa.

Suponiendo que esta clase de riesgos no son representativos y que en general las acciones tienen un comportamiento estable, como el caso de las acciones preferentes, existen tres formas para determinar el precio de las acciones:

- Acciones con dividendo constante o crecimiento nulo

En esta clase de acciones se asume que el dividendo es constante, como se desconoce el horizonte de la acción, se asume que la acción es perpetua, es decir, que el inversor percibirá los beneficios de por vida, de tal forma, el precio de la acción, que se denotará por  $P$ , es la suma del valor presente de cada uno de estos dividendos o beneficios:

$$P = \frac{D}{1+i} + \frac{D}{(1+i)^2} + \frac{D}{(1+i)^3} + \dots \quad (3.4.1)$$

Donde D es el dividendo fijo y P es calculada a una tasa de rendimiento  $i$ , propia de la acción. Esta fórmula se reduce considerablemente al analizar que se comporta idénticamente a las perpetuidades, cuya definición se encuentra en el Anexo, usando la fórmula de estas perpetuidades la expresión para el precio de una acción se reduce a:

$$P = \frac{D}{i} \quad (3.4.2)$$

- Acciones con dividendo a tasa de crecimiento o decrecimiento constante

Esta clase de acciones no tienen un rendimiento constante, sin embargo, el dividendo de cierto periodo está relacionado con el anterior, y así sucesivamente, es decir, existe una razón que caracteriza a los rendimientos, por ejemplo, cada dividendo aumenta un 5% con respecto al anterior, o también puede decrecer. La forma de valorar estos instrumentos es exactamente igual que para dividendos con crecimiento nulo, en este caso la tasa de rendimiento real es la tasa de rendimiento original menos la razón de crecimiento del dividendo, y el dividendo siempre se incrementa o decrece en este factor, por tanto la fórmula resultante es:

$$P = \frac{D(1+g)}{i-g} \quad (3.4.3)$$

Donde  $g$  es la tasa de crecimiento o decremento entre cada dividendo, esta tasa se mantiene constante en todo momento.

- Acciones con dividendos anormales

En esta clase de acciones, los dividendos no son iguales entre si y tampoco existe una razón que intervenga en su valor, el monto de los dividendos puede depender de distintos factores, la valuación de esta clase de instrumentos es más complicada, sin embargo la formula básica para cálculo de una perpetuidad con montos variables es la siguiente:

$$P = \frac{D_1}{1+i} + \frac{D_2}{(1+i)^2} + \frac{D_3}{(1+i)^3} + \dots + \frac{D_t}{(1+i)^t} + \dots \quad (3.4.4)$$

Donde  $D_t$  es el dividendo que se efectúa para el tiempo t, comúnmente para este tipo de acciones, se establece un horizonte de inversión para hacer posibles los cálculos. Además la tasa de rendimiento se mantiene constante, la cual sirve como indicador del riesgo.

Existen otras formas de valuación que toman en cuenta otros aspectos tanto propios de la empresa como externos, la búsqueda de un precio competitivo y justo para ambas parte ha llevado a los analistas de los mercados financieros a buscar distintas técnicas para valuar distintos tipos de acciones.

### **3.5. Análisis del precio de las acciones.**

La forma en que se desenvuelven las acciones siempre ha sido de interés en los mercados financieros, los precios de las mismas y la forma en que se negocian están definidas por ciertos patrones y condiciones del mercado en el que se encuentran, es común que las acciones cambien su valor precipitadamente entre días, es por ello que los analistas financieros buscan encontrar distintas maneras de modelar esta clase de fenómenos, para encontrar el mejor precio a los inversionistas, los dos tipos de análisis que existen son el técnico y el fundamental, es muy importante notar que cualquier análisis conlleva un costo para la entidad o el inversionista que desea obtener resultados de los mismos.

- **Análisis técnico:**

El análisis técnico estudia los precios a través de gráficos y modelos estadísticos, tratando de encontrar patrones de comportamiento entre una o varias acciones, su finalidad es encontrar los puntos óptimos de compra y venta de acciones. Este tipo de análisis tiene 3 principios fundamentales:

- El precio lo refleja todo
- El mercado se mueve en tendencias
- La historia se repite

Es precisamente sobre estos principios, que los modelos que se ocupan en esta clase de análisis buscan identificar tendencias en los precios, es común que cuando una acción decae, otras lo hagan, si una o varias acciones incrementan su valor eso arrastrara al mercado, y si el mercado se mantiene estable, las acciones en general lo estarán, estos tipos de comportamientos son las tendencias bajistas, alcistas y neutrales; mediante el análisis técnico, basado en gráficos, se busca encontrar los periodos en que los mercados tienen alguna de estas tendencias.

Este análisis no toma en cuenta cierta información macroeconómica, como inflación o tasas de interés, trata de encontrar patrones a una menor escala y discrimina ciertos riesgos, no abarca la generalidad de los mercados.

- **Análisis fundamental:**

El análisis fundamental se basa en que la forma en que se valúan las acciones subestima el verdadero precio de las mismas, esta metodología, además del análisis de tendencias y los modelos estadísticos, estudia las distintas variables macroeconómicas, eventos financieros, políticos y sociales que afectan los mercados financieros, y por ende el precio de ciertos activos. Además se toma en cuenta la fluctuación de las tasas de interés y los precios de divisas importantes a nivel internacional, del petróleo, metales, derivados, etc.

Esta clase de análisis hace uso de distintas herramientas financieras, como:

- Los estados financieros periódicos
- Análisis de Ratios Financieros
- Técnicas de valuación de activos o empresas
- Previsiones económicas: análisis del entorno
- Información económica en general
- Cualquier tipo de información adicional que afecte al valor de un título

Esta clase de análisis, apoyado en gran medida de resultados del análisis técnico, ayuda a predecir fenómenos financieros en los mercados, los cuales pueden afectar el precio de las acciones y de otros activos.

## Capítulo 4.

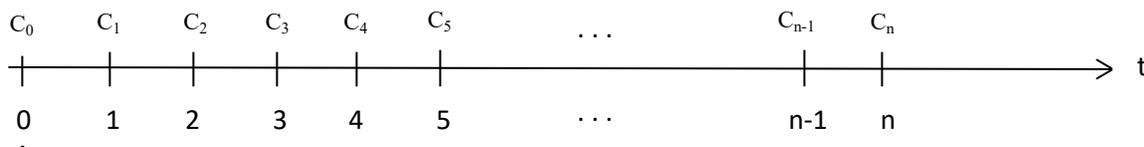
### Tasas de rendimiento.

Los inversionistas, que gastan cantidades importantes de efectivo, siempre estarán en busca de distintos proyectos de inversión, con activos que les den mayores ganancias, estas ganancias son conocidas como el rendimiento que ofrece la inversión, y se expresa generalmente como una proporción, entre el rendimiento obtenido y la inversión inicial, es por ello que a este concepto se le conoce como *Tasa de rendimiento*.

Las tasas de rendimiento y las de interés no son muy diferentes, en realidad, son el mismo concepto aplicado para distintas operaciones financieras, se entiende que la tasa de rendimiento de una inversión o proyecto no es más que la tasa de interés que gana aquel que invierte su dinero en algún activo.

#### 4.1. Valor Presente Neto (VPN)

Esta es una medida para obtener el rendimiento de una inversión o proyecto, para poder calcular el VPN se deben conocer la cantidad y tiempo en que se realizaran los distintos flujos de efectivo usando la convención financiera que indica que los flujos de salida o pagos que se hacen a otra persona o entidad van con signo negativo, y los flujos de entrada o beneficios percibidos son positivos. La forma intuitiva de hacer estos cálculos es mediante un flujo de caja.



Donde  $C_k$  es el flujo de efectivo neto en el tiempo  $k$ , para todo  $k$ .

La técnica del Valor Presente Neto lleva todos los flujos, positivos y negativos a su valor actual y los suma, utilizando que  $VP = \frac{C_k}{(1+i)^k}$  para cada uno de los tiempo y flujos, por tanto el VPN es la suma de estos valores presentes a cierta tasa  $i$ .

$$VPN = C_0 + \frac{C_1}{(1+i)} + \frac{C_2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{C_n}{(1+i)^n} \quad (4.1.1)$$

O, utilizando la propiedad  $\frac{1}{1+i} = v$  se tiene que.

$$VPN = C_0 + C_1v + C_2v^2 + \dots + C_nv^n \quad (4.1.2)$$

Si el VPN es mayor a cero, la inversión tiene un rendimiento, si es igual con cero se dice que al menos se recupera la inversión, si es menor a cero la inversión pierde valor. Entre mayor sea el VPN mejor será el rendimiento de una inversión. El VPN, por ende, sirve para comparar distintos proyectos de inversión y decantarse por el que tenga un mayor VPN.

#### 4.2. Tasa Interna de Retorno (TIR).

Esta tasa es de una gran importancia en medio financiero, se llama interna por que únicamente se utiliza para el proyecto que se está evaluando, no tiene otra función, y se dice que es de retorno debido a que el cálculo se basa en los beneficios que se obtienen por la inversión inicial.

El cálculo de la TIR procede igualando a cero el valor presente neto.

$$C_0 + C_1v + C_2v^2 + \dots + C_nv^n = 0 \quad (4.2.1)$$

La ecuación se resuelve para  $v$  y se despeja de ella  $i$ . Se puede entender que esta tasa es aquella que iguala el valor presente de los flujos de entrada y salida, y por lo tanto, ya que no hay una ganancia ni tampoco pérdida, se dice que la TIR es la tasa de rendimiento mínima que debe tener un proyecto de inversión para ser rentable, cualquier tasa de rendimiento mayor a la TIR define un proyecto que entregará ganancias.

La tasa interna de retorno también sirve para evaluar proyectos de inversión y compararlos entre sí, entre mayor sea la tasa, mejor será el proyecto, y es una tasa de referencia para los inversionistas, es más útil que el VPN ya que, regularmente, los proyectos no informan sobre el valor presente neto de la inversión, pero siempre se conoce la tasa de rendimiento a la que operan.

Ej. (4.2.2). Una inversión requiere de un pago inicial de \$1,100, y a cambio otorga un pago de \$500 al final del primer año y 700 al final del segundo. Encontrar la TIR.

Planteando la ecuación de valor y utilizando la propiedad del valor neto:

$$-1100 + 500v + 700v^2 = 0$$

Resolviendo la ecuación para  $v$  se tiene que  $v = 0.946$ , despejando  $i$  se obtiene

$$i = \left(\frac{1}{v}\right) - 1$$

$$i = \left(\frac{1}{0.946}\right) - 1$$

$$i = 0.057$$

La tasa interna de retorno de la inversión es del 5.7%.

### **4.3. Tasa de rendimiento ponderada por peso.**

Unos activos financieros de mucho interés son los fondos de inversión, en estos, los usuarios invierten cierta cantidad y en el transcurso del contrato pueden realizar retiros y depósitos de sus cuentas, al final de cierto periodo el usuario puede retirar su dinero, pero una duda que surge es decidir entre uno, dos, o varios fondos de inversión, la forma de hacerlo es con base en la tasa interna que puede ofrecer el fondo a la inversión, es por ello que existen tasa aproximadas en los fondos de inversión.

Estas tasas de rendimiento de los fondos de inversión se encuentran ponderadas, la primera de ellas es la ponderada por peso, esta se encuentra basada, en un primer plano, en interés simple, y para su cálculo se necesita conocer:

- La cantidad invertida dentro del fondo al inicio del periodo.
- Los montos y el tiempo en que son hechos los depósitos y retiros del fondo en la duración del contrato.
- El monto resultante en el fondo al final.

Se puede que los retiros o depósitos no se hagan cada año o en periodos equidistantes, es por ello la razón de ocupar tasas de interés simples, ya que esto facilita los cálculos. Para expresar la fórmula de la tasa será necesaria la siguiente notación:

- Valor inicial del fondo:  $A$
- Flujo neto entre depósitos y retiros en el tiempo  $t$ :  $C_t$
- Valor final del fondo:  $B$

En este caso lo óptimo es basar los cálculos en el final del contrato y desarrollando una ecuación de valor, como en el caso del VPN, para despejar  $i$ , esta ecuación quedaría de la siguiente forma:

$$B = A(1 + in) + \sum C_t(1 + (n - t)i) \quad (4.3.1)$$

La ecuación anterior admite periodos fraccionarios de año y puede despejarse la tasa  $i$ , haciendo algunos pasos algebraicos.

Ej. (4.3.2). Encontrar la tasa de rendimiento ponderada por peso para un fondo con valor inicial de \$100,000, después de medio año el bono pierde valor y se encuentra en \$90,000 y un depósito de \$10,000 es hecho, al final de un año el valor del fondo es de \$110,000

Retomando fórmula (4.3.1) y dado que hay un solo depósito cuando  $t = \frac{1}{2}$  se tiene que

$$100,000(1+i) + 10,000\left(1 + \frac{i}{2}\right) = 110,000$$

Posteriormente, lo más adecuado es agrupar términos para poder despejar la tasa

$$110,000 + i(105,000) = 110,000$$

$$i = \frac{110,000 - 110,000}{105,000} = 0$$

Se obtiene que la tasa ponderada por peso es del 0%, no hay ganancias reales en el fondo.

Existe una forma simplificada alrededor de este método, se trata de una aproximación, que resulta ser bastante efectiva. La idea básica detrás de esta aproximación, es hacer una ponderación entre las ganancias obtenidas durante la duración del fondo y la cantidad realmente invertida. Para ello es importante definir otras variables

- Flujos netos:  $C$ ;  $C = \sum C_t$
- Intereses ganados;  $I = B - A - C$

Por lo tanto, la razón que aproxima a la tasa real es:

$$i = \frac{I}{A + \sum C_t(1-t)} \quad (4.3.3)$$

El cálculo de esta tasa está totalmente condicionado al monto de las inversiones, depósitos, retiros, etc., es por ello que se dice que es ponderada por peso, ya que es una tasa que es calculada con base en las ganancias. Además el balance del fondo en tiempos intermedios no cobra importancia en el cálculo.

Ej. (4.3.4). Un gerente de inversiones tiene un fondo de \$100,000 que inicia operaciones al iniciar el año 2016, el día 1 de Febrero el balance del bono es de \$98,000 y se hace un retiro de \$10,000. El día 1 de septiembre el fondo aumenta a \$100,000 y se hace un depósito de

10,000. Al final del año, el fondo tiene \$105,000. Encontrar la tasa de rendimiento ponderada por peso.

Los datos que se tienen son:

- $A = \$100,000$
- $B = \$105,000$
- $C_{\frac{1}{12}} = -\$10,000$
- $C_{\frac{8}{12}} = \$10,000$
- $C = -\$10,000 + \$10,000 = 0$

Las fracciones son  $\frac{1}{12}$  y  $\frac{8}{12}$  ya que los depósitos se hacen al final de los meses 1 y 8. Y

con estos valores se calculan los intereses ganados:

$$I = B - A - C = \$105,000 - \$100,000 - 0 = \$5,000$$

Sustituyendo en la formula (4.3.2).

$$\begin{aligned} i &= \frac{\$5,000}{\$100,000 + \left(1 - \frac{1}{12}\right)(-\$10,000) + \left(1 - \frac{8}{12}\right)(\$10,000)} \\ &= \frac{\$5,000}{\$94,166.77} \\ &= 0.0531 \end{aligned}$$

La tasa pondera por peso es del 5.31%

Además de esta fórmula, existe otra útil para el caso en que los depósitos o retiros se hacen a mitad del año, entonces se sustituye  $(1-t) = \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$  y se ocupa la definición de flujos netos:

$$i = \frac{I}{A + \frac{1}{2}C} \quad (4.3.4)$$

Esta aproximación no es recomendable en el caso de que los flujos no se hagan a la mitad de año.

#### 4.4. Tasa de rendimiento ponderada por tiempo.

Esta tasa toma en cuenta el tiempo en que son realizadas las distintas operaciones dentro de un fondo, incluyendo el balance del mismo, además del valor inicial y final del fondo.

Dado que toma en consideración los tiempos de cada aportación o retiro, esto sugiere la existencia de una tasa específica para cada periodo; esta tasa se basará en el balance del fondo en dicho periodo, el cual será denotado como:  $B_t$

Si se desea conocer el balance actual, antes de alguna contribución o retiro, se utiliza hecho que el valor del balance actual es igual al último balance más operaciones en el fondo (si las hubo) llevado a valor futuro, con una tasa efectiva para el periodo  $[k_{t-1}, k_t]$ , la cual se denota por  $j_t$ , como se muestra a continuación:

$$(B_{t-1} + C_{t-1})(1 + j_t) = B_t$$

Despejando el factor de acumulación:

$$1 + j_t = \frac{B_t}{B_{t-1} + C_{t-1}} \quad (4.4.1)$$

Este proceso se haría para todos los tiempos intermedios del periodo de operación del bono en los que exista información del balance y retiros o depósitos, por tanto, el factor que acumula la inversión inicial al valor final del fondo es

$$1 + j = (1 + j_1)(1 + j_2) \cdots (1 + j_n)$$

Se despeja de la ecuación anterior a  $j$ , que será la tasa de rendimiento ponderada por tiempo para el periodo:

$$j = (1 + j_1)(1 + j_2) \cdots (1 + j_n) - 1 \quad (4.4.2)$$

Hacer todos los cálculos para el factor de acumulación de cada periodo y después multiplicarlos para obtener la tasa ponderada por tiempo puede resultar tedioso, por ello, se sustituye el valor original, basado en los balances del fondo, en la fórmula, resultando:

$$j = \left( \frac{B_1}{A} \right) \left( \frac{B_2}{B_1 + C_1} \right) \cdots \left( \frac{B}{B_{n-1} + C_{n-1}} \right) - 1 \quad (4.4.3)$$

Al momento de resolver problemas, esta última fórmula es bastante útil, ya que elimina los cálculos repetitivos. La tasa ponderada por tiempo es la que se ocupa más en la práctica, ya que se centra totalmente en las ganancias o pérdidas por fracciones de tiempo y elimina el efecto del interés simple.

Ej. (4.4.4). Encontrar la tasa de rendimiento ponderada por tiempo para el ejemplo (4.3.2)

Para aplicar la fórmula de la tasa ponderada por tiempo se necesitan conocer la inversión final, los depósitos o retiros, los balances y el monto final del fondo.

- $A = \$100,000$
- $B_1 = \$90,000$
- $C_1 = \$10,000$
- $B = \$110,000$

Sustituyendo en la fórmula

$$\begin{aligned}j &= \left( \frac{\$90,000}{\$100,000} \right) \left( \frac{\$110,000}{\$90,000 + \$10,000} \right) - 1 \\ &= 0.99 - 1 \\ &= 0.01\end{aligned}$$

#### 4.5. Los métodos del año de inversión y del portafolio.

Como se hizo notar en las tasas ponderadas por tiempo, las tasas de rendimiento por periodos dentro de un fondo de inversión generalmente no son iguales, en los fondos de inversión existen distintas tasas, basadas en los años en que se iniciaron las inversiones y los periodos que dura la inversión, este tipo de tasas son conocidas como tasas de año de inversión y de portafolio.

- El método del portafolio: los inversionistas son colocados juntos en un portafolio promedio, y cada uno de estos obtiene el mismo rendimiento. La única diferencia entre los distintos rendimientos es el año en que se hace la inversión inicial. La tasa que capitaliza bajo este principio se denota  $i^{y+n}$ , donde  $y$  es el año que se toma como referencia y  $n$  el número de periodos que se mantiene la inversión.
- El método del año de inversión: Dentro de este, cada inversionista tendrá un rendimiento y fondo personalizado, con la tasa que le corresponda por cada año, dependiendo del año en que se inicia la inversión. La tasa de rendimiento que funciona bajo este principio se denota  $i_k^y$  donde  $y$  es el año en el que el inversionista entra al fondo y  $k$  representa el año en el que la inversión se encuentra.

La estructura de tasas de ambos métodos suele estar representada en una tabla como la siguiente.

Tabla 4.5.1

Año en que se hace la inversión inicial.	Tasas para el método del año de inversión (en %)					Tasas del portafolio (en %)
Y	$i_1^y$	$i_2^y$	$i_3^y$	$i_4^y$	$i_5^y$	$i^{y+5}$
2007	8.25	8.25	8.4	8.5	8.5	8.35
2008	8.5	8.7	8.75	8.9	9.0	8.6
2009	9.0	9.0	9.1	9.1	9.2	8.85
2010	9.0	9.1	9.2	9.3	9.4	9.1
2011	9.25	9.35	9.5	9.55	9.6	9.35
2012	9.5	9.5	9.6	9.7	9.7	
2013	10.0	10.0	9.9	9.8		
2014	10.0	9.8	9.7			
2015	9.5	9.5				
2016	9.0					

La tabla (4.5.1) es un ejemplo de esta clase de tasas para un fondo que permite una inversión máxima de duración de 5 años y que se encuentra vigente entre los años 2007 y 2016, es por ello que existen espacios en blanco en la tabla, ya que, por ejemplo, no existe una tasa de segundo año para una inversión que es hecha al iniciar el año 2016, y así para los demás casos. El caso de las tasas para el método del portafolio, ahora es fácil notar que estas son un promedio de las tasas de los 5 años anteriores, por ejemplo, para esta tabla, la primer tasa del método del portafolio es la del año 2010, está no cambia dependiendo del año de inversión original, y se puede entender, que después de 5 años de una inversión, los inversionista reciben una un rendimiento bajo el método del portafolio.

Lo que se busca dentro de estos métodos es encontrar el factor al que se acumulan las inversiones, dependiendo del año de inversión y el periodo que esta se mantiene, sirve para comparar fondos, y para que los inversionistas conozcan la forma en que crece su dinero y el rendimiento que tendrán al final

A través del método del año de inversión el factor de acumulación, para una inversión la cual inicia en el año  $y$  que tiene un horizonte de  $t$  años, se calcula de la siguiente manera:

$$(1+i_1^y)(1+i_2^y)\cdots(1+i_t^y) \quad (4.5.2)$$

Para el método del portafolio, el cálculo se reduce al haber menos tasas, abusando un tanto de la notación el factor de acumulación resultante sería de la forma siguiente

$$(1+i^{y+n})(1+i^{(y+1)+n})\cdots(1+i^{(y+t-1)+n}) \quad (4.5.3)$$

Ej. (4.5.4). Utilizando la tabla (4.5.1), encontrar el factor de acumulación para una inversión iniciada en el año 2013 bajo ambos métodos.

Para el caso del método del año de inversión, las tasas a ocupar son  $i_1^{2013} = 10\%$  e  $i_2^{2013} = 10\%$ , las cuales se sustituyen en la fórmula (4.5.2) y se obtiene el resultado:

$$(1+0.1)(1+0.1) = 1.21$$

Lo cual indica, en términos de rendimiento, que el inversor ganará el 21% sobre su inversión.

Para el método del portafolio, el análisis es similar, se sustituyen  $i^{2013} = i^{2008+5} = 8.6\%$  e  $i^{2014} = i^{2009+5} = 8.85\%$  en la fórmula (4.5.3).

$$(1.086)(1.0885) = 1.182$$

Lo cual representa un rendimiento del 18.2%, esta es la razón por la que, para un inversionistas, los rendimientos por año de inicio son preferibles, pero para términos prácticos de los gestores de cuentas, tener una tasa para cada persona dentro del fondo es complicado, por ello también es común ver que los fondos ofrecen las tasas bajo el modelo del portafolio.

## Capítulo 5.

### Estructura del plazo de tasas de interés.

En todos los mercados financieros, la forma en que se cobra y gana interés es la parte crucial, sobre todo, de los instrumentos de deuda, las tasas de interés en este tipo de mercados dependen del tiempo en que madura la deuda, las tasas efectivas anuales o por periodo cambian con base en el tiempo que tarda en repararse la deuda, generalmente, entre mayor sea la maduración, la tasa de interés por periodo será mayor, ya que el prestamista tendrá que esperar más tiempo y será acreedor a un mayor riesgo con respecto a su activo o efectivo.

A esta relación que existe entre el rendimiento y el plazo se le conoce como *estructura del plazo de tasas de interés*. Esta estructura se basa en las tasas a las que se negocian los bonos cupón cero de cada país; En México estos bonos cupón son los certificados de la tesorería, mejor conocidos como CETES.

Cuando se subastan los CETES se dan a conocer las tasas a 28, 91, 182, y 364 días, que pueden asumirse como tasas mensuales, trimestrales, semestrales y anuales, dichas tasas cambian cada semana debido a que la subasta de CETES es semanal. Este tipo de tasas, por ser de un instrumento emitido por el gobierno, tienen riesgo mínimo o nulo, por ello son conocidas como tasas libres de riesgo.

Como se analizó anteriormente, la forma en que los inversionistas deciden adquirir cualquier instrumento, que en caso del mercado de deuda se puede tratar de un bono, no es el precio, sino la tasa de rendimiento que ofrece, por esto para el cálculo de bonos y de otros instrumentos de deuda, las tasas bajo las que operan estos instrumentos están basadas en la estructura de tasas de cupón cero.

## 5.1. Tasas spot.

Una tasa spot es la tasa de interés efectiva por periodo en un bono cupón cero, esta definición puede extenderse a otros instrumentos de deuda, como bonos cuponados. Regularmente estas tasas operan en un plazo donde existen varios periodos de capitalización, donde en cada periodo la tasa cambia; Entonces se crea precisamente una estructura de tasas que depende del plazo, a esta serie de tasas se le conoce como *Curva de rendimiento o de tasas*.

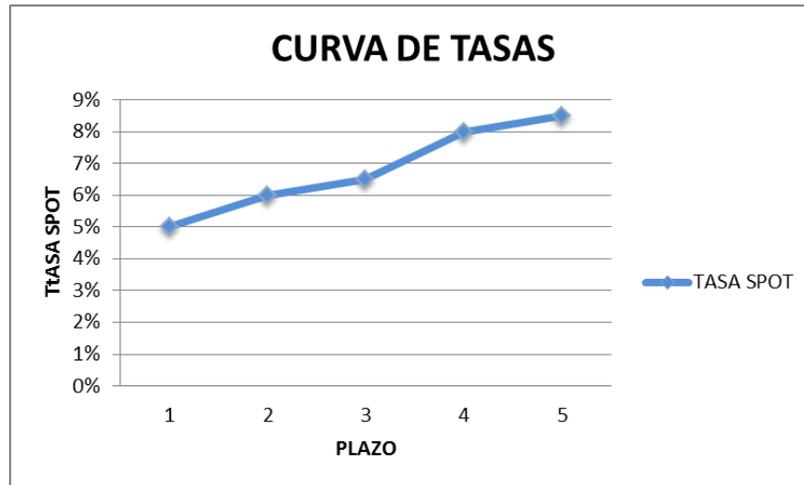
Las curvas de rendimiento están dadas por una colección de tasas que operan durante cierto periodo efectivo, convencionalmente se asume que estas tasas son anuales. Una curva o estructura de tasas luce de la siguiente manera:

Tabla 5.1.1

Plazo	Tasa spot efectiva
1	5%
2	6%
3	6.5%
4	8%
5	8.5%

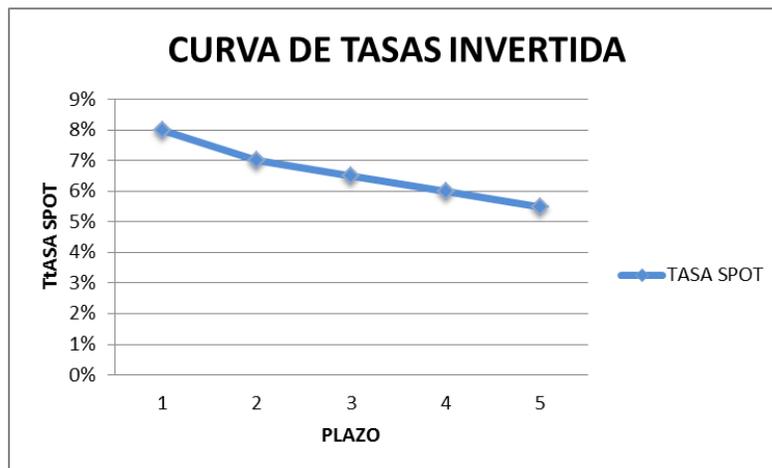
Lo ideal sería tener una tasa spot para cada día o para cada plazo que se acuerde una deuda, pero la forma en que están constituidos los bonos cupón cero no lo hace posible, por ejemplo, si se desea conocer una tasa spot efectiva para 4 meses, la tasa CETE de tres meses y la de seis meses no pueden ocuparse, pero la construcción de una curva de tasas, de manera gráfica, permite ubicar una aproximación de cualquier tasa con un plazo intermedio entre dos pares de tasas spot. La siguiente gráfica es construida a través de los valores de la tabla (5.1.1).

Gráfico 5.1.2



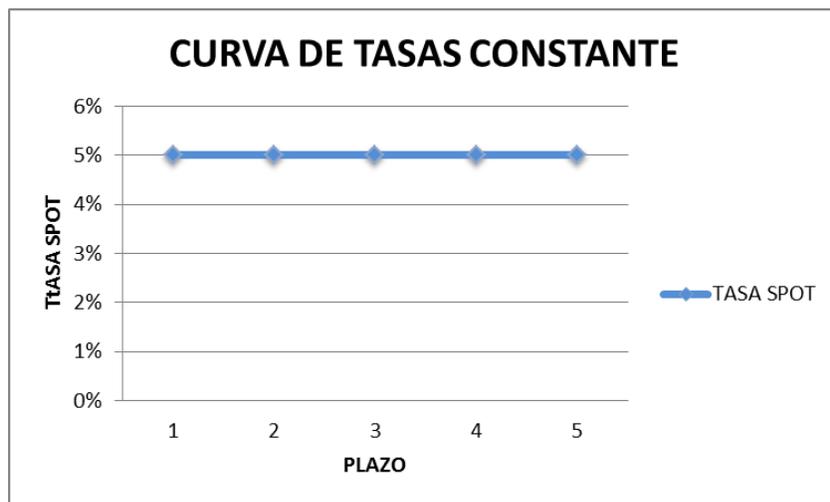
Dentro de esta gráfica se pueden ubicar, aproximadamente, las tasas intermedias entre cada periodo, este tipo de curva de tasa o de rendimiento es la más común, ya que cumple con la premisa de que a mayor plazo mayor rendimiento, en Hassett (2010) es conocida como *curva creciente* o *curva normal*. Aunque en el mercado también existen otra clase de estructuras, una de ellas la aborda Hassett (2010), es la curva decreciente, en la cual las tasas en lugar de incrementarse van disminuyendo conforme al plazo, esta curva también es conocida como *curva de tasas invertida*.

Gráfico 5.1.3.



Adicionalmente Hassett (2010) menciona otra estructura, la cual es muy rara, en ella todas las tasas spot son iguales, y por tanto, el rendimiento se mantiene constante, de ahí recibe su nombre esta curva, ya que es conocida como *curva de tasas constante*.

Gráfico 5.1.4.



Estas curvas son utilizadas para encontrar el precio de los bonos cuponados, esto se hace obteniendo el valor presente de cada uno de los pagos de cupón y del valor de redención, y al final sumarlos, y a su vez, se puede calcular el rendimiento efectivo por todo el plazo del bono que se obtuvo, que no es más que la tasa a la que es calculado el bono, esto último es conocido como *rendimiento a la maduración*.

Para estas curvas se hizo una aproximación lineal de los puntos, pero en la práctica, se prefieren curvas con otras características, en las cuales se unen los puntos a través de métodos más avanzados como la interpolación o las *splines*. También, las tasas que se publican de los bonos cupón cero tienen como máxima maduración de un año, en el caso de instrumentos con maduración mayor a un año, se utilizan técnicas de extrapolación.

Ej. (5.1.5). Un bono con maduración de 3 años tiene un valor a la par de \$1000 y cupones anuales del 3.2%, utilizando la curva de la tabla (5.1.1) calcular el precio del bono y el rendimiento a la maduración.

Para efectos de este ejemplo, existen dos pagos de cupón de \$32 y un último pago al final de \$1,032 por el valor de redención más el último cupón, se calcula el valor presente de cada uno de estos pagos.

$$\frac{32}{1.05} + \frac{32}{1.06^2} + \frac{1032}{1.065^3} = 913.3$$

El precio del bono es de \$913.3, con este precio, los cupones, la maduración y el valor de redención, se puede calcular el rendimiento que ofrece el bono por los 3 años, esto se hace resolviendo la ecuación siguiente para el factor de descuento  $v$ :

$$1032v^3 + 32v^2 + 32v - 913.3 = 0$$

Resolviendo se obtiene que  $v = 0.936$  y despejando de aquí al rendimiento se obtiene que  $i = 0.064$ , que es el rendimiento que se obtiene por los 3 años de maduración del bono.

Las tasa spot efectiva para el periodo  $t$  se denota por  $s_t$ .

## 5.2. Tasas forward.

La tasa forward es una tasa pactada el día de hoy para los beneficios futuros, esta existe con el propósito de proteger a ambas partes en la negociación de activos debido a las fluctuaciones en las tasas de interés, las tasas spot pueden cambiar por factores de inflación o de otra clase de riesgos.

Cuando se habla de una tasa forward de un año, se trata de la tasa que se pacta el día de hoy que se pagara en una deuda de un año que se emitirá dentro de un año a partir de hoy. En general, la tasa forward para el año  $t-1$  es la tasa que se pacta el día de hoy y que tendrá efecto entre los años  $t-1$  y  $t$ , esta tasa se denota como  $f_{t-1,t}$ .

Las tasas spot y forward están íntimamente relacionadas entre sí, dentro de una curva de rendimiento se encuentran implicadas algunas tasas forward. Sin embargo, en general, la

tasa forward para el año t-1 (aquella que es efectiva entre los años t-1 y t) se calcula a partir de las tasas spot para los años t-1 y t, denotadas como  $s_{t-1}$  y  $s_t$ .

La lógica detrás de los cálculos de tasas forward, es asumir que la última tasa spot fue acumulada hasta el periodo actual, como si la inversión se encontrara activa durante esos periodos, al llegar al inicio del año, para llevar todo el factor de acumulación al final del año, se multiplica por el factor de acumulación pero con la tasa forward para el año t-1, todo esto debe ser igual a que si se dejara acumular todo con la tasa spot efectiva para el periodo t. Matemáticamente esto es:

$$(1 + s_t)^t = (1 + s_{t-1})^{t-1}(1 + f_{t-1,t}) \quad (5.2.1)$$

Despejando el factor de acumulación de la tasa forward:

$$1 + f_{t-1,t} = \frac{(1 + s_t)^t}{(1 + s_{t-1})^{t-1}} \quad (5.2.2)$$

Bajo este principio se puede calcular cualquier tasa forward para cualquier año.

Ej. (5.2.3). Encontrar la tasa forward de 3 años ( $f_{3,4}$ ) para la curva de tasas de la tabla (5.1.1)

Esta tasa forward es la efectiva para el periodo comprendido entre los años 3 y 4, por tanto las tasas spot son  $s_3 = 6.5\%$  y  $s_4 = 8\%$ , los cuales se sustituyen en la fórmula.

$$f_{3,4} = \frac{(1 + s_4)^4}{(1 + s_3)^3} - 1$$

$$f_{3,4} = \frac{(1.08)^4}{(1.065)^3} - 1$$

$$f_{3,4} = 0.126$$

La tasa forward de 3 años es del 12.6%

También es posible hallar la tasa spot del periodo  $t$  si se conocen todas las tasas forward de cada año desde el tiempo cero hasta  $t$ , la forma de calcularla es un tanto iterativa y se obtiene a partir de la formula (5.2.1), sustituyéndola de forma iterativa para toda  $t$ :

$$(1 + s_t)^t = (1 + s_{t-1})^{t-1} (1 + f_{t-1,t})$$

$$(1 + s_t)^t = (1 + s_{t-2})^{t-2} (1 + f_{t-2,t-1}) (1 + f_{t-1,t})$$

$$(1 + s_t)^t = (1 + s_{t-3})^{t-3} (1 + f_{t-3,t-2}) (1 + f_{t-2,t-1}) (1 + f_{t-1,t})$$

⋮

$$(1 + s_t)^t = (1 + s_1) (1 + f_{1,2}) (1 + f_{2,3}) \cdots (1 + f_{t-1,t})$$

$$(1 + s_t)^t = (1 + f_{0,1}) (1 + f_{1,2}) \cdots (1 + f_{t-1,t}) \tag{5.2.3}$$

Como tal, una tasa forward para el año cero no existe, en realidad esta tasa es la misma que la tasa spot del primer año, es decir  $f_{0,1} = s_1$ .

## Capítulo 6.

### Duración e inmunización.

La duración es un término muy importante en el ámbito de las finanzas, es utilizada como una medida de riesgo de vencimiento y de tasas de interés, que son dos clases de riesgo muy importantes en la valuación de instrumentos financieros; Además la duración de un bono o de una serie de flujos permite estimar las variaciones de los valores de dichos instrumentos. En finanzas, estas variaciones, directamente relacionadas con los tipos de interés se cuantifican en los denominados *Puntos base* (Un punto base equivale a 0.01% o 0.0001 en notación decimal).

La duración debe entenderse como un concepto muy distinto al de maduración o vencimiento, este último es el tiempo que perdura la inversión o deuda, mientras que la duración, de una manera intuitiva, es el tiempo en el que se recupera el valor de la misma, que puede o no coincidir con la maduración. Definida más formalmente, la duración es una medida del vencimiento efectivo de la inversión; dicho de otra manera, es la *vida promedio* de la misma y se encuentra expresada en unidades de tiempo.

Para el caso específico de bonos, dónde la duración juega un papel principal para la elección de inversiones en los mismos, esta tiene ciertas características:

- Los bonos cuponados tienen duraciones más cortas que los no cuponados
- Los cupones más altos dan lugar a duraciones más cortas
- Las maduraciones más largas implican duraciones más prolongadas
- Los rendimientos más altos producen duraciones más cortas

## 6.1. Duración de un bono cupón cero.

El valor de mercado de cualquier instrumento financiero es sensible a cualquier cambio en la tasa de rendimiento o en la estructura de tasas, que es usada para su valuación. Usualmente la medida del riesgo, volatilidad o sensibilidad que tienen ciertos instrumentos hacia los cambios en la tasa de rendimiento está basada en la derivada del valor presente de los flujos del instrumento con respecto a los cambios en la tasa de rendimiento. Se emplea la derivada dado que esta permite hacer cálculos con cambios instantáneos.

Como se analizó anteriormente, la duración es un concepto central en la valuación más avanzada de bonos, debido a que estos instrumentos de deuda son muy sensibles a los cambios en las tasas interés. El caso más sencillo es el de los bonos cupón cero, para encontrar las distintas medidas de duración primero se considera la sensibilidad del precio del bono, para el caso de los no cuponados el precio, en función de  $i$  y  $n$ , es  $P = (1+i)^{-n}$ ; la sensibilidad es la derivada del precio con respecto de  $i$ , esto es  $\frac{d}{di}P = -n(1+i)^{-n-1}$ . El resultado de esta derivada es negativo, lo cual confirma lo que se concluyó en el capítulo de bonos, el precio es función decreciente de la tasa de rendimiento.

A partir de esto, se pueden construir dos medidas de duración:

- Duración modificada
- Duración de Macaulay

La duración de Macaulay también es conocida simplemente como duración; Ambas medidas están relacionadas y son transformaciones una de la otra, por tanto es indistinto realizar el cálculo de alguna primero. En este trabajo se enunciará primero la duración modificada.

La duración modificada (DM) toma la sensibilidad, que es una magnitud, y la convierte en una proporción, al dividirla por el precio y haciéndola positiva.

$$DM = -\frac{\frac{d}{di}P}{P} = \frac{n(1+i)^{-n-1}}{(1+i)^{-n}} = n(1+i)^{-1} = nv \quad (6.1.1)$$

Por otro lado, “la duración de Macaulay (D) o simplemente duración, es una medida de riesgo introducida por el profesor Frederick R Macaulay en 1938” (Broverman, 2007). Esta se encuentra al multiplicar la duración modificada por  $(1+i)$ , de tal manera que

$$D = DM(1+i) = nv(1+i) = n \quad (6.1.2)$$

La duración de Macaulay para el caso de bonos cupón cero coincide con la maduración, lo cual es más lógico financieramente; sin embargo, la duración modificada es una mejor medida de los cambios relativos en los precios que ocurren en el momento del cambio de la tasa de rendimiento. La derivada  $\frac{d}{di}P$  es el límite cuando  $\Delta \rightarrow 0$  de  $\frac{P(i+\Delta) - P(i)}{\Delta}$ , donde

$\Delta$  representa el cambio en la tasa de rendimiento. A partir de lo anterior se puede construir una aproximación del cambio en el precio del bono para pequeños cambios en la tasa de rendimiento.

$$P(i+\Delta) - P(i) \approx \Delta \cdot \frac{d}{di}P(i) = -\Delta \cdot P(i) \cdot DM \quad (6.1.3)$$

Esta aproximación no es recomendable para encontrar el precio de un bono después de un cambio en la tasa de rendimiento, esto se puede hacer sin problemas con las técnicas anteriores; pero la ecuación (6.1.3) sirve para ejemplificar como el cambio en el precio de un bono influenciado por el cambio en la tasa de rendimiento está ligado a su maduración.

Ej. (6.1.4). Tres bonos cupón cero con valor de redención de \$100 tienen maduraciones de 1 año, 10 años y 30 años respectivamente y tasa de rendimiento del 10% para cualquier maduración. Encontrar la duración y duración modificada de los tres bonos.

	<b>Bono a 1 año</b>	<b>Bono a 10 años</b>	<b>Bono a 30 años</b>
<b>Precio del bono</b>	$100 \cdot (1.1)^{-1} = 90.909091$	$100 \cdot (1.1)^{-10} = 38.55433$	$100 \cdot (1.1)^{-30} = 5.7309$
<b>Duración</b>	1	10	30
<b>Duración modificada</b>	$1 \cdot (1.1)^{-1} = 0.909091$	$10 \cdot (1.1)^{-1} = 9.090910$	$30 \cdot (1.1)^{-1} = 27.2727$

Se puede notar en la tabla que es solución al ejemplo que, conforme se va incrementando la duración, existe una mayor sensibilidad a los cambios en la tasa de rendimiento, es por esto que, generalmente, la duración modificada es una mejor medida de sensibilidad que la duración de Macaulay.

## 6.2. Duración de una serie de flujos

Las medidas de duración que se presentaron para bonos cupón cero se pueden extender, sin problemas, para bonos cuponados y, en general, cualquier instrumento con flujos futuros. Es útil recordar que, para poder valorar cualquier instrumento financiero, se hace uso del valor presente de los flujos futuros; suponiendo que este es calculado a una tasa de rendimiento  $i$  a través de cierta cantidad  $n$  de periodos y de flujos netos  $k_1, k_2, \dots, k_n$ ; el precio de esta clase de instrumentos es:

$$\begin{aligned}
 P &= k_1(1+i)^{-1} + k_2(1+i)^{-2} + \dots + k_t(1+i)^{-t} + \dots + k_n(1+i)^{-n} \\
 &= \sum_{t=1}^n k_t(1+i)^{-t}
 \end{aligned}$$

Con base en estas fórmulas ya conocidas, se puede construir la medida de sensibilidad del precio hacia los cambios en la tasa de rendimiento de forma análoga a la sección anterior, con la derivada de  $P$  con respecto de  $i$ .

$$\begin{aligned} \frac{d}{di}P &= -k_1(1+i)^{-2} - 2 \cdot k_2(1+i)^{-3} - \dots - t \cdot k_t(1+i)^{-t-1} - \dots - n \cdot k_n(1+i)^{-n-1} \\ &= -\sum_{t=1}^n t \cdot k_t(1+i)^{-t-1} \end{aligned} \quad (6.2.1)$$

De aquí, al igual que en los bonos cupón cero, se puede hacer la construcción de la duración modificada y de la de Macaulay.

$$DM = -\frac{\frac{d}{di}P}{P} = \frac{\sum_{t=1}^n t \cdot k_t(1+i)^{-t-1}}{P} = \frac{\sum_{t=1}^n t \cdot k_t(1+i)^{-t-1}}{\sum_{t=1}^n k_t(1+i)^{-t}} \quad (6.2.2)$$

$$D = (1+i) \cdot DM = \frac{\sum_{t=1}^n t \cdot k_t(1+i)^{-t}}{P} = \frac{\sum_{t=1}^n t \cdot k_t(1+i)^{-t}}{\sum_{t=1}^n k_t(1+i)^{-t}} \quad (6.2.3)$$

Ejercicio (6.2.4). Un bono con valor a la par de \$100 con cupones anuales del 7% madura a la par en 4 años siendo vendido a una tasa de rendimiento del 6%. Determine la duración y la duración modificada del bono.

Es indistinto calcular en primer lugar la duración o la duración modificada, recordando la propiedad  $D = DM(1+i)$  o  $DM = \frac{D}{1+i}$ . Para este ejercicio se calculara en primer lugar la duración, y después, a través de la propiedad anterior se encontrara la duración modificada.

Los flujos netos de efectivo son de \$7 en los primeros 3 periodos y de 107 el último año, el precio de es  $P = 7a_{\overline{4}|i} + 100v^4 = 104.465106$ . Reemplazando los datos anteriores en la fórmula de duración se obtiene:

$$D = \frac{1 \cdot 7 \cdot (1.06)^{-1} + 2 \cdot 7 \cdot (1.06)^{-2} + 3 \cdot 7 \cdot (1.06)^{-3} + 4 \cdot 107 \cdot (1.06)^{-4}}{103.465106} = \frac{375.711817}{103.465106} = 3.63129$$

De tal forma que la duración modificada es

$$DM = \frac{D}{1+i} = \frac{3.63129}{1.06} = 3.43$$

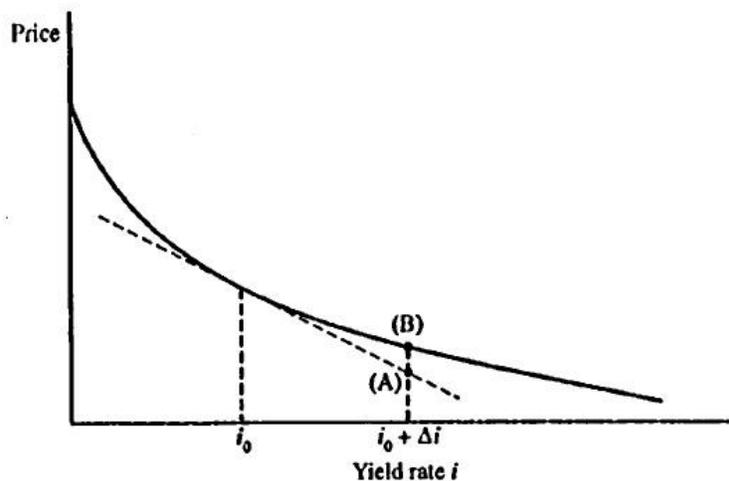
De forma más específica para bonos cuponados existe una manera análoga de encontrar la duración del bono, que resuelve el dilema del cálculo, que se volvería más insostenible mientras se incrementa la maduración del bono. Recordando la notación de bonos, donde la maduración es  $n$ , la tasa cupón es  $r$  y la tasa de rendimiento es  $i$ , la fórmula de duración para bonos cuponados también puede expresarse:

$$D = \frac{1+i}{i} - \frac{1+i+n(r-i)}{r[(1+i)^n - 1] + i} \quad (6.2.5)$$

### 6.3. Convexidad

Como se mencionó anteriormente, la duración es una buena medida para el caso de variaciones muy pequeñas en las tasas de interés, sin embargo esta deja de ser la mejor opción cuando se busca estimar el precio de cualquier instrumento financiero en el caso de que los cambios en la tasa sean más radicales. Lo anterior se puede ver en el siguiente gráfico.

Gráfico (6.3.1)



Extraído de Hassett (2010).

En dónde (A) es la estimación del precio a la tasa  $i_0 + \Delta i$  y (B) su valor real, es claro que a mayor cambio en la tasa la estimación irá empeorando, esto se debe a que, como objeto matemático, la duración está basada en la primera derivada, es decir la recta tangente a un punto, y que se encuentra por debajo de los restantes. Aquí se recurre a la convexidad, que no es más que la curvatura de la función precio/rendimiento, y esta se calcula al obtener la segunda derivada del precio de instrumento con respecto de la tasa de rendimiento, y

dividiendo esto entre el precio, con la finalidad de que quede denotada en porcentaje, ya que se trata de una medida relativa.

$$\text{Convexidad} = \frac{\frac{d^2}{di^2} P}{P} = \frac{P''}{P} \quad (6.3.2)$$

Ahora, a partir de los conceptos de convexidad y duración se puede construir una mejor aproximación del cambio en los precios, para esto, se hará uso de la serie de Taylor para una función de  $x$ , que es:

$$f(x + \Delta x) = f(x) + \Delta x \cdot f'(x) + \frac{1}{2} \cdot \Delta x^2 \cdot f''(x) + \dots$$

El procedimiento anterior se puede hacer igual para el caso donde la función  $f$  es el precio de algún instrumento y esta depende del argumento  $i$  que es la tasa de rendimiento. Como la serie de Taylor es una serie infinita, y tomar un número finito de sumandos es una aproximación a la función, de tal manera que se pueden ignorar los términos con derivadas de tercer grado en adelante, y así se encuentra una aproximación cercana a la realidad.

$$P(i + \Delta i) \approx P(i) + \Delta i \cdot P'(i) + \frac{1}{2} \cdot \Delta i^2 \cdot P''(i)$$

Agrupando términos y multiplicando por  $\frac{P(i)}{P(i)}$  a partir de la derivada de primer orden se obtiene:

$$P(i + \Delta i) \approx P(i) + \left( \Delta i \cdot \frac{P'(i)}{P(i)} + \frac{1}{2} \cdot \Delta i^2 \cdot \frac{P''(i)}{P(i)} \right) \cdot P(i)$$

Se puede notar que en la expresión dentro del paréntesis, el primer sumando está compuesto por la definición de duración modificada y el segundo por la convexidad, de lo cual la expresión resultante es:

$$P(i + \Delta i) \approx P(i) + \left[ -\Delta i \cdot (DM) + \frac{1}{2} \cdot \Delta i^2 \cdot (\text{Convexidad}) \right] \cdot P(i) \quad (6.3.3)$$

Si se desea obtener el cambio en el precio causado por el cambio en la tasa de rendimiento, de la ecuación (6.3.3) se sustrae  $P(i)$  de ambos lados.

$$P(i + \Delta i) - P(i) \approx \left[ -\Delta i \cdot (DM) + \frac{1}{2} \cdot \Delta i^2 \cdot (Convexidad) \right] \cdot P(i) \quad (6.3.4)$$

De la formula teórica de convexidad, se puede desprender una forma un tanto más aplicable y que vuelve más claro de comprender el concepto. Para obtener esta expresión, en primer lugar se obtiene la segunda derivada del precio con respecto a la tasa de rendimiento, expresando el precio como el valor presente de los flujos futuros.

$$P(i) = \sum_{t=1}^n k_t \cdot (1+i)^{-t}$$

$$P'(i) = -\sum_{t=1}^n t \cdot k_t \cdot (1+i)^{-t-1}$$

$$P''(i) = \sum_{t=1}^n t \cdot (t+1) \cdot k_t \cdot (1+i)^{-t-2}$$

$$Convexidad = \frac{\sum_{t=1}^n t \cdot (t+1) \cdot k_t \cdot (1+i)^{-t-2}}{P} = \frac{\sum_{t=1}^n t \cdot (t+1) \cdot k_t \cdot (1+i)^{-t-2}}{\sum_{t=1}^n k_t \cdot (1+i)^{-t}} \quad (6.3.5)$$

Ej. (6.3.6). Un instrumento promete dos flujos futuros: \$10,000 dentro de 2 años y \$25,000 en 10 años. El precio del instrumento es calculado a un rendimiento del 6 % efectivo anual.

a) ¿Cuál es el precio del instrumento?

$$P = \$10,000 \cdot v^2 + \$25,000 \cdot v^{10} \quad \text{Al } 6\%$$

$$P = \$22,859.83$$

b) Calcular su duración modificada y convexidad.

$$DM = D \cdot v = \frac{(2 \cdot \$10,000 \cdot v^2) + (10 \cdot \$25,000 \cdot v^{10})}{\$22,859.83} \cdot v = 6.8854 \cdot v = 6.4956 \text{ Años}$$

$$Convexidad = \frac{(2 \cdot 3 \cdot \$10,000 \cdot v^4) + (10 \cdot 11 \cdot \$25,000 \cdot v^{12})}{\$22,859.83} = 61.8636$$

c) Estimar el precio del instrumento si la tasa de rendimiento decrece a 5.9% usando únicamente duración modificada y, posteriormente utilizando duración modificada

y convexidad juntas. Finalmente comparar ambos resultados con la valuación exacta al 5.9 %

Usando duración modificada únicamente:

$$\Delta P = -DM \cdot P \cdot \Delta i = -(6.4956) \cdot (\$22,859.83) \cdot (-0.001) = \$148.49$$

Y el nuevo precio se calcula sumándole el resultado anterior al precio inicial:  
 $\$22,859.83 + \$148.49 = 23,008.32$

Usando duración modificada y convexidad:

Con la formula (6.3.4) se puede notar que se ha calculado ya la parte que trae implícita la duración modificada, por la tanto sólo faltaría agregarle la parte que incluye la convexidad

$$\begin{aligned} \Delta P &= \$23,008.32 + \left[ \frac{1}{2} \cdot (0.001)^2 \cdot (\$22,859.83) \cdot (61.8636) \right] \\ &= \$23,008.32 + \$0.71 = \$23,009.03 \end{aligned}$$

Para encontrar el precio exacto del instrumento al caer la tasa de rendimiento al 5.9 % se hace de igual manera que el inciso a), sólo que la tasa  $i$  efectiva anual será del 5.9 %

$$P = \$10,000 \cdot v^2 + \$25,000 \cdot v^{10} = \$23,009.03$$

Es notorio que la aproximación utilizando la fórmula (6.3.4) que involucra a la duración modificada y convexidad es una mejor aproximación al valor real de un instrumento cuando este sufre alguna perturbación en su precio debido a cambios en la tasa de rendimiento.

#### **6.4. Inmunización**

La inmunización es una estrategia de carácter financiero que tiene el objetivo de proteger, contra algún riesgo, el valor de una cartera o portafolio, esta clase de riesgos pueden ser de tasas de interés, de tipo de cambio, etc.

Broverman (2007) menciona que la idea general detrás de la inmunización es encontrar un instrumento de contraparte al que se tiene contratado, con condiciones similares, para obtener un *emparejamiento* entre activos y pasivos. Esta clase de estrategias son implementadas regularmente en grandes empresas en busca de contrarrestar efectos

negativos en sus activos o pasivos; este último concepto es muy interesante, si se tienen dos instrumentos de contraparte (un activo o un pasivo), entonces un cambio, por ejemplo, en la estructura de tasas, provocaría un efecto negativo en uno de ellos y en el otro el efecto sería positivo.

Situándose en el presente, es decir al tiempo  $t = 0$ , se pueden estimar los flujos al tiempo  $t > 0$  tanto del pasivo o deuda ( $D_t$ ) y del activo ( $A_t$ ) que tendría una función de *cobertura* sobre los montos del pasivo.

El *emparejamiento* que se hace entre el pasivo y el activo puede darse de dos maneras, se habla de un *emparejamiento exacto* cuando  $D_t = A_t$  para todo  $t = 0, 1, 2, \dots, n$ ; a la segunda forma se le conoce únicamente como *emparejamiento* de activos y pasivos, en esta no necesariamente los flujos de deuda y activo deben ser iguales para todos los tiempos, basta que el valor presente, generalmente calculado al tiempo cero, de ambos instrumentos sean iguales, o de otra manera, que el portafolio integrado por ambos tenga valor presente de cero.

Ej. (6.4.1). Cierta deuda tiene flujos de \$1 en los tiempos 1 y 2, esto es  $D_0 = 0, D_1 = D_2 = 1$ . Es conocida la estructura de tasas para bonos cupón cero, que es del 10% de tasa de rendimiento en todas las maduraciones. Calcular el valor presente de la deuda e inmunizarla a través del *emparejamiento* y el *emparejamiento exacto*.

El valor presente se calcula mediante la fórmula  $v + v^2$  a una tasa efectiva del 10%, cuyo resultado es \$1.735537.

Para el *emparejamiento exacto*, se busca un activo con flujos  $A_t$  tal que, para cualquier tiempo estos flujos sean iguales a los de la deuda, de aquí fácilmente se puede concluir que los flujos del activo son  $A_0 = 0, A_1 = A_2 = 1$ .

En el caso de un solamente un *emparejamiento* no se intenta que los flujos coincidan en todos los periodos, basta con que el valor presente sea el mismo, se pueden plantear una infinidad de posibles soluciones al problema, una de las más sencilla es asumir que no existen flujos al tiempo presente ni al tiempo 1, y hay un flujo al final del periodo 2 con un valor de 2.1, es decir  $A_0 = A_1 = 0, A_2 = 2.1$ , del cual se calcula el valor presente al 10%,  $2.1 \cdot v^2 = 1.735537$  que es el mismo que el de la deuda contraída.

Este principio básico en la inmunización permite protegerse contra la fluctuación de tasas de interés, ya que esta construcción de un portafolio logra que, sin importar los cambios en las tasas, esta se mantenga de alguna forma *constante*. Estos conceptos preliminares sirven para hacer la construcción de técnicas de inmunización más avanzadas.

## 6.5. Inmunización de Rendington

Todos los cálculos relacionados al concepto de inmunización que se han realizado hasta el momento se han hecho bajo el supuesto que la tasa de interés se mantiene constante durante todos los periodos, y además que esta tasa, que se puede denotar por  $i_0$ , es la que iguala el valor presente de dos tipos diferente de flujos, como se muestra en la siguiente ecuación:

$$VP_A(i_0) = \sum_{t=0}^n A_t \cdot v_{i_0}^t = \sum_{t=0}^n D_t \cdot v_{i_0}^t = VP_D(i_0) \quad (6.5.1)$$

De esta última ecuación es fácil notar que se cumple que  $VP_A(i_0) - VP_D(i_0) = 0$ , que también puede escribirse:

$$\sum_{t=0}^n (A_t - D_t) \cdot v_{i_0}^t = 0 \quad (6.5.2)$$

O la forma equivalente, con una valuación futura al multiplicar la ecuación (6.5.2) por el factor de acumulación  $(1 + i_0)^n$ .

$$\sum_{t=0}^n (A_t - D_t) \cdot (1 + i_0)^{n-t} = 0 \quad (6.5.3)$$

Puede entenderse a la diferencia  $A_t - D_t$  como el flujo neto del portafolio al tiempo t, esta puede ser positiva, negativa o igual a cero, la condición que debe cumplir al final el portafolio inmunizado es que la suma del valor presente o futuro de todos los flujos debe ser igual a cero.

Sin embargo, el supuesto de que la tasa de interés se mantiene constante en todos los periodos no sucede en la realidad, es imposible conocer el comportamiento futuro de las tasas de interés, y cualquier variación en estas podría poner a la relación entre activos y pasivos fuera de balance. A través de la inmunización se trata de estructurar los flujos de activo de tal forma que pequeños cambios en la estructura de tasas no coloque al portafolio en una posición de pérdida.

La forma en que se asegura lo anterior ya fue presentada anteriormente, el *emparejamiento exacto* garantiza que, sin importar la fluctuación de tasas de interés, la relación activo-pasivo no tendrá déficit, ya que para todo t el flujo neto del portafolio es cero. Por otra parte, a través de un *emparejamiento no exacto* si existe el riesgo de que el cambio en tasa desequilibre los activos y pasivos, es decir, de forma matemática se dice que existe alguna  $i$  tal que  $VP_A(i) < VP_D(i)$  y de esta forma no existirán los fondos suficientes para solventar las obligaciones contraídas.

En 1952, el actuario F. M. Rendington introdujo la teoría de la inmunización de flujos de activos y pasivos, todo basado en las ecuaciones planteadas anteriormente en esta sección. La idea central de este tipo de inmunización es estructurar de forma adecuada los ingresos por el activo con relación a la deuda adquirida, de tal forma que pequeños cambios en la tasa de interés no cambie el *emparejamiento* que existe entre los instrumentos, y no sólo eso, adicionalmente se pide que  $VP_A(i) > VP_D(i)$ . Asegurando así que el portafolio no tendrá un déficit. Formalmente la inmunización de Rendington se define de la siguiente manera:

Si los flujos de un activo son  $A_t$  para  $t=0,1,\dots,n$  y los flujos del pasivo son  $D_t$  para  $t=0,1,\dots,n$ , entonces se dice que los flujos de la deuda son inmunizados por el método de Rendington por los flujos del activo a una tasa de valuación de  $i_0$  si se cumplen las siguientes 3 condiciones:

$$\bullet \quad VP_A(i)\Big|_{i_0} = VP_D(i)\Big|_{i_0} \quad (6.5.4)$$

$$\bullet \quad \frac{d}{di}VP_A(i)\Big|_{i_0} = \frac{d}{di}VP_D(i)\Big|_{i_0} \quad (6.5.5)$$

$$\bullet \quad \frac{d^2}{di^2}VP_A(i)\Big|_{i_0} > \frac{d^2}{di^2}VP_D(i)\Big|_{i_0} \quad (6.5.6)$$

La ecuación (6.5.4) es la condición básica para la inmunización de cualquier tipo, las ecuaciones (6.5.5) y (6.5.6) son de mayor interés financiero, en la primera se le pide a ambos instrumentos que tengan la misma sensibilidad hacia el cambio en la tasa de interés, esto se hace para que cambios en el tipo de interés no afecte el balance en el portafolio, además de que esta ecuación implica directamente que ambos instrumentos deberán tener la misma duración. En la segunda ecuación se pide que la curvatura del activo esté sobre la curvatura del pasivo, esta condición se pide para proteger los flujos ante cambios más grandes en la tasa de interés, casos en donde la sensibilidad y la duración ya no son buenas medidas de riesgo, si se cumple esta condición se garantiza que nunca se tendrá un portafolio con pérdidas.

Ej. (6.5.7). Una compañía compra un bono cupón cero que madura a \$10,000 en 2 años. Planea usar el bono para solventar dos pagos a un cliente, el primero dentro de un año y el segundo al final de 10 años. A un tasa de interés efectiva anual del 8% determinar los montos de los pagos al cliente y comprobar si estos pueden ser inmunizados por el método de Rendington.

Para resolver este problema, se debe identificar que se necesitará un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, estas incógnitas son los pagos al tiempo 1 y al tiempo 10 (X e Y respectivamente), se pueden ocupar las ecuaciones (6.5.4) y (6.5.5) en este caso, de tal forma que, la primer condición sería.

$$P_A = P_D$$

$$10,000 \cdot v^2 = v \cdot X + v^{10} \cdot Y$$

$$10,000 \cdot v = X + v^9 \cdot Y$$

Y la segunda condición resultaría:

$$\frac{d}{di} P_A = \frac{d}{di} P_D$$

$$-20,000 \cdot v^3 = -v^2 X - 10 \cdot v^{11} \cdot Y$$

$$20,000 \cdot v = X + 10 \cdot v^9 \cdot Y$$

Resolviendo el sistema  $\begin{cases} 10,000 \cdot v = X + v^9 \cdot Y \\ 20,000 \cdot v = X + 10 \cdot v^9 \cdot Y \end{cases}$  se obtienen los valores de los flujos.

$$Y = \frac{10,000}{9} \cdot (1+i)^8 = 2,056.59$$

$$X = 10,000 \cdot v - v^9 \cdot Y = 8,230.45$$

Para comprobar la inmunización de Rendington, se comprobará el cumplimiento de la condición de convexidad, es decir, la ecuación (6.5.6)

$$\frac{d^2}{di^2} P_A = 60,000 \cdot v^4 = 44,101.79$$

$$\frac{d^2}{di^2} P_D = (2v^3 \cdot 8,230.45) + (110v^{12} \cdot 2,056.59) = 102,904.21$$

De estos dos resultados es claro que  $P_A \neq P_D$  y no se cumple la tercera condición de la inmunización de Rendington, esto, que para cambios un tanto abruptos los activos no serán suficientes para solventar los pasivos.

## 6.6. Inmunización total.

El concepto de inmunización total es algo más complejo que el método de Rendington, en este caso la compañía que busca protegerse, lo hace contra cualquier cambio en la tasa de interés, aunque este sea realmente abrupto. Lo que se busca para garantizar lo anterior es que se cumpla esta propiedad:

$$\sum_{t=0}^n A_t \cdot v^t \geq \sum_{t=0}^n D_t \cdot v^t \quad \text{Para toda } i \geq 0 \quad (6.6.1)$$

De manera intuitiva suena lógico pedir lo anterior, que siempre estén los activos sobre los pasivos garantiza que no faltaran recursos para solventar las obligaciones de la empresa, sin embargo, comprobar esto para todas las tasas sería tedioso, por tanto Hassett (2010) enuncia tres propiedades, semejantes a la inmunización de Rendington, para que se cumpla lo anterior en todo caso.

- $VP_A(i)|_{i_0} = VP_D(i)|_{i_0}$
- Duración de los activos = Duración de los pasivos
- Debe de existir un flujo del activo antes y uno después de un flujo del pasivo, dicho de otra manera, no pueden existir dos flujos de pasivo consecutivos

Las primeras dos condiciones son prácticamente las mismas que pide el método de Rendington, la tercera condición busca que si la tasa varía mucho, entonces dos flujos del activo podrán solventar el cambio. Es claro que si un portafolio cumple con estar inmunizado totalmente, también cumplirá con todas las condiciones de Rendington.

Ej., (6.6.2). Telmex debe de pagar una deuda de \$1,000 en 2 años. En el mercado hay CETES con maduraciones de uno y cuatro años para una posible inversión. La tasa efectiva de interés anual es del 7.5%. Obtener los montos de los valores de redención que debe buscar Telmex en los CETES para poder inmunizar totalmente su deuda, y verificar si la inmunización sigue activa para una tasa del 0% y del 100%.

Se puede observar que se cumple la tercera condición de la inmunización total, ya que sólo hay un flujo de deuda en el año dos y este está en medio de los dos flujos del activo, que son al año 1 y al año 4. Resta encontrar los valores de redención de ambos bonos tales que cumplan las primeras dos condiciones.

Sea X el valor de redención del bono con maduración a un año e Y el del bono a 4 años, la primera condición pide que los valores presentes de ambos instrumentos calculados a la tasa 7.5% sean iguales.

$$v \cdot X + v^4 \cdot Y = 1,000 \cdot v^2$$

Simplificando la ecuación resultante se obtiene:

$$X + v^3 \cdot Y = 1,000 \cdot v$$

La segunda condición involucra la duración de ambos instrumentos, es claro que en el caso de la deuda, que sólo tiene un flujo en el año 2, su duración será de 2; en el caso de los CETES, su duración se deberá calcular basándose en la formula (6.2.3).

$$\frac{(v \cdot X) + (4 \cdot v^4 \cdot Y)}{1,000 \cdot v^2} = 2$$

El denominador en la parte derecha es el valor presente de los flujos que el activo, que, por la primera condición, es igual al valor presente de los flujos del pasivo. Este valor se puede multiplicar de ambos lados de la ecuación, para eliminarlo como denominador y simplificar la ecuación

$$X + 4 \cdot v^3 \cdot Y = 2,000 \cdot v$$

Así las dos ecuaciones de dónde se podrán obtener los valores resultan

$$\begin{cases} X + v^3 \cdot Y = 1,000 \cdot v^2 \\ X + 4 \cdot v^3 \cdot Y = 2,000 \cdot v \end{cases} \text{ y solucionándola se obtiene:}$$

$$Y = \frac{1,000}{3} \cdot (1+i)^2 = 385.21$$

$$X = 1,000 - v^3 \cdot 385.21 = 620.16$$

Falta verificar si se cumple que aun con cambios demasiado radicales, se sigue cumpliendo el principio fundamental de la ecuación (6.6.1).

Cuando la tasa de interés efectiva anual es del 0% el valor presente de los flujos del activo es simplemente la suma de ambos flujos, es decir, \$620.16 + \$385.21 = \$1,005.37, de igual manera con el flujo de la deuda, cuyo valor presente es \$1,000. Por tanto se cumple la condición.

El caso en el que la tasa incrementa al 100%, el factor de acumulación es  $(1+i) = 2$  y el factor de descuento  $v = \frac{1}{2}$ , de tal forma que el valor presente del activo es

$$\frac{\$620.16}{2} + \frac{\$385.21}{16} = \$334.16 \text{ y el valor presente del pasivo es } \frac{\$1,000}{4} = \$250, \text{ donde,}$$

de nuevo, se cumple la condición esencial.

En ambos casos, dónde la tasa de interés se incrementó o se redujo de manera radical, no sólo se preservó la inmunización, sino que se mejoró la posición que se tiene debido a ambos instrumentos, siendo está la mayor ventaja de la inmunización total.

## Conclusiones

Al final de este escrito se puede mencionar a que se ha llegado, cual es el alcance de lo obtenido personalmente y que se ha logrado aportar a la comunidad actuarial de la UNAM y del país.

El ámbito financiero, ya sea en su modalidad bursátil o corporativa, es uno de los más importantes para el actuario, crucial en el desenvolvimiento en el campo laboral, donde se deben tener competencias en las disciplinas relacionadas a los seguros, estadística, finanzas, demografía y economía. Es debido a esto que el presente trabajo cobra una gran importancia, ya que aborda los temas cruciales de las matemáticas financieras, enfocándose en su aplicación al campo laboral actuarial.

El entendimiento de los mercados financieros a un nivel técnico es una de las responsabilidades que tiene el actuario que busca trascender dentro de su profesión y que tiene la intención de hacer aportaciones considerables a este campo. Como administradores del riesgo se tiene una aptitud muy importante, aunada a los conocimientos necesarios de finanzas, de lograr entender a detalle los conceptos más significativos involucrados en la operatividad de los mercados financieros, más específicamente, los riesgos a los que se encuentran expuestos los participantes de dichos mercados, la metodología y cálculos empleados para las valuaciones de los instrumentos y las nociones de los rendimientos implícitos en todos estos.

La estructura de este trabajo se ideó para poder exponer la parte teórica y la práctica, los elementos necesarios para comprender todos los aspectos implícitos de los mercados financieros y la metodología que se sigue para poder hacer los cálculos financieros y enfocados a riesgos que se necesitan en la técnica actuarial. Todo lo anterior sirvió para poder cumplir con el objetivo de poder ofrecer algo que para el estudiante de licenciatura en actuaría o incluso para quien ejerce la profesión era difícil de encontrar, que no es otra cosa que la unión de ambas partes, la teoría y la práctica, que aquí se presenta, desde el enfoque actuarial pero también pensado y redactado para cualquier lector, ya que dentro de los mercados financieros, inversionistas y participantes no necesariamente son actuarios o tienen una carrera afín.

Uno de los principales problemas que se enfrenta el actuario o incluso los participantes de los mercados financieros es el desconocimiento de las estructuras, normas y reguladores de estos. Inicialmente este no fue uno de los objetivos del escrito, sin embargo, el proceso que permitió que se fuera enriqueciendo el nivel de alcance de los temas que se tratan en este trabajo fue lo que complementó esta parte, aun cuando se abordó de manera un tanto superficial, ya que analizarlo a fondo podría ser una tarea más amplia y que podría ser tratada en un trabajo completo acerca de dicho tema en específico.

La parte práctica formó gran parte del trabajo, la idea fue ser metódico y muy claro en todos los cálculos y metodologías de valuación planteadas para los distintos instrumentos financieros y técnicas de control de riesgos que se presentaron. Estas son la base de toda la teoría alrededor de la administración del riesgo financiero y las técnicas actuariales avanzadas de finanzas corporativas.

A la visión de quien redacta estas líneas los objetivos planteados al inicio fueron cubiertos a suficiencia y se lograron alcanzar las metas trazadas; adicionalmente, a través del tiempo se fueron descubriendo campos de oportunidad para poder abordar. El proyecto fue evolucionando, complementándose a través de las consultas bibliográficas y electrónicas, logrando paso a paso crecer y ser de mayor utilidad para el público al que va dirigido.

La información que se incluye dentro del trabajo, al igual que la incluida en los mercados financieros, es sensible, es decir, se debe considerar que un error, un concepto erróneo u alguna operación incorrecta puede causar un importante impacto en el presente o futuro, en el caso de los involucrados en los mercados financieros este impacto es económico y puede tener consecuencias legales, para los fines de este trabajo el impacto de proveer información errónea es la desinformación que a futuro puede desencadenar en un impacto económico.

De lo anterior se desprende la importancia de tener este escrito y el proceso de creación y corrección en el que se encontró envuelto, ya que como se mencionó anteriormente, la información aquí contenida provee una visión única de los mercados financieros y de la profesión actuarial dentro del campo financiero, alentando a estudiantes y egresados de la licenciatura en actuaría en adentrarse a este interesante ámbito actuarial.

## Anexo

### Teoría del interés.

Dentro de este anexo se encuentran los conceptos y fórmulas más importantes de la teoría del interés, las cuales forman la base de este trabajo estando presentes en los cálculos realizados en todos los capítulos.

- Interés ( $I$ ): Es el incremento o decremento que experimenta el valor de un capital financiero disponible al instante 0, al posponer o adelantar correspondientemente su disponibilidad hasta el instante  $t$
- Tasa de interés efectiva ( $i$ ): Es la razón de crecimiento entre el Interés ( $I$ ) que es pagado al final del periodo y el capital ( $C_0$ )

$$i = \frac{I}{C_0}$$

- Función de acumulación [ $a(t)$ ]: Es el valor acumulado de una unidad monetaria invertida en un fondo desde el tiempo 0 al tiempo  $t$
- Función de Monto [ $A(t)$ ]: Es el valor acumulado de cierta cantidad  $K$  invertida en un fondo desde el tiempo 0 al tiempo  $t$

$$A(t) = K \cdot a(t)$$

- Capitalización simple o modelo de interés simple: Modelo en el que los intereses de un lapso cualquiera son proporcionales a la duración del mismo y al capital en juego. Los intereses generados en un periodo no se acumulan y permanecen constantes. Las fórmulas básicas de este concepto se presentan a continuación

$$I_t = A(0) \cdot i_t$$

$$a(t) = 1 + it$$

$$A(t) = K \cdot a(t) = K \cdot (1 + it)$$

- Capitalización compuesta o modelo de interés compuesto: Los intereses de un periodo cualquiera se acumulan al capital, para generar más intereses en los

periodos subsecuentes, es decir, los intereses se reinvierten. Así se pueden calcular las funciones de acumulación y de monto

$$a(t) = (1+i)^t$$

$$A(t) = K \cdot a(t) = K \cdot (1+i)^t$$

- Valor presente: Es el monto de capital de un fondo en cierto tiempo (generalmente a tiempo 0) dada una cantidad futura en tiempo t
- Factor de descuento ( $v$ ): Es el valor presente de un monto de 1um (unidad monetaria) hecha en un periodo desde hoy. Se toma como el recíproco de la función de acumulación

$$v = (1+i)^{-1} = \frac{1}{1+i}$$

- Función de descuento ( $v^t$ ): Es la generalización del factor de descuento para cualquier periodo de tiempo t, se entiende como el valor presente de 1um que se encuentra dentro de t periodos.

$$v^t = (1+i)^{-t} = \frac{1}{(1+i)^t}$$

Para el caso de interés simple, no se puede denotar como  $v^t$ , se ocupa la notación del recíproco de  $a(t)$  para definir el concepto.

$$a^{-1}(t) = (1+it)^{-1} = \frac{1}{1+it}$$

- Tasa de descuento efectiva ( $d$ ): Esta suele definirse como el precio que hay que pagar por disponer de un capital con vencimiento futuro en tiempo t en el instante 0, puede decirse que es una tasa de interés pagada por adelantado.

$$a(t) = (1-d)^{-1}$$

$$A(t) = K \cdot a(t) = K(1-d)^{-1}$$

$$v = 1-d$$

$$v^t = (1-d)^t$$

Análogamente se pueden definir lo mismo para el modelo de interés simple, definiendo la función de descuento como.

$$a^{-1}(t) = 1 - dt$$

- Tasas nominales: Ya sea que se trate de una tasa de interés o una de descuento, cuando se dice que estas tienen un carácter nominal esto nos indica que los intereses han sido pagados al final o al inicio (dependiendo del caso) de cada m-ésimo periodo de un periodo medible. Las tasas nominales de interés se denotan  $i^{(m)}$  y las de descuento  $d^{(m)}$ , las cuales sólo tienen una función informativa. Para los cálculos se necesitan las tasas efectivas por cada m-ésimo de periodo, que se denotan  $i'$  y  $d'$ .

$$i' = \frac{i^{(m)}}{m}$$

$$d' = \frac{d^{(m)}}{m}$$

De aquí se desprenden propiedades importantes.

$$(1+i) = \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^m$$

$$(1-d)^{-1} = \left(1 - \frac{d^{(m)}}{m}\right)^{-m}$$

Habitualmente en finanzas el periodo de referencia es un año, por tanto se puede interpretar que las tasas nominales capitalizan m-veces al año, a su vez existen tasas que pueden pagar intereses una vez cada q-años.

$$(1+i) = \left(1 + q \cdot i^{(1/q)}\right)^{1/q}$$

$$(1-d)^{-1} = \left(1 - q \cdot d^{(1/q)}\right)^{-1/q}$$

- Fuerza de interés ( $\delta$ ): Esta ocurre cuando la capitalización de intereses se realiza de forma continua.

$$\lim_{m \rightarrow \infty} i^{(m)} = \delta = \lim_{m \rightarrow \infty} d^{(m)}$$

Generalmente la fuerza de interés queda representada por una función que depende del tiempo, a partir de esto se pueden definir las funciones de acumulación, de monto y de descuento.

$$\delta_t = \frac{d}{dt} \ln[a(t)]$$

$$a(t) = e^{\int_0^t \delta_u du}$$

$$A(t) = K \cdot e^{\int_0^t \delta_u du}$$

$$a^{-1}(t) = e^{-\int_0^t \delta_u du}$$

En el caso de que la fuerza de interés se mantenga constante, es decir, no dependa del tiempo, se definen las mismas funciones de forma análoga al procedimiento anterior.

$$\delta = \ln(1+i)$$

$$a(t) = e^{\delta \cdot t}$$

$$A(t) = K \cdot e^{\delta \cdot t}$$

$$a^{-1}(t) = e^{-\delta \cdot t}$$

Todos estos elementos de la teoría del interés están relacionados entre sí, a través de ciertas equivalencias que son la base de cualquier cálculo en finanzas.

$$a(t) = (1+i)^t = \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^{m \cdot t} = \left(1 + q \cdot i^{(1/q)}\right)^{t/q} = (1-d)^{-t} = \left(1 - \frac{d^{(m)}}{m}\right)^{-m \cdot t} = \left(1 - q \cdot d^{(1/q)}\right)^{-t/q} = v^{-t} = e^{-\delta \cdot t}$$

### **Anualidades.**

Las anualidades son un conjunto de pagos o cobros por lo general iguales, que se realizan en periodos sucesivos de tiempo comúnmente equidistantes. Para facilidad de notación se supondrán anualidades unitarias, es decir, con pagos de 1um en todos los casos.

- Anualidades vencidas: En esta clase de anualidades los pagos ocurren al final del año, su valor presente se denota:

$$a_{\overline{n}|} = \frac{1 - v^n}{i}$$

Y su valor futuro

$$s_{\overline{n}|} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

- Anualidades anticipadas: Son aquellas en que los pagos se realizan al inicio del periodo. De igual manera se calculan los valores presentes y futuros.

$$\ddot{a}_{\overline{n}|} = \frac{1 - v^n}{d}$$

$$\ddot{s}_{\overline{n}|} = \frac{(1+i)^n - 1}{d}$$

Existen un par de equivalencias con respecto a las anualidades vencidas que resultan ser muy útiles.

$$\ddot{a}_{\overline{n}|} = (1+i) \cdot a_{\overline{n}|}$$

$$\ddot{s}_{\overline{n}|} = (1+i) \cdot s_{\overline{n}|}$$

- Anualidades diferidas: El valor presente de una anualidad diferida es el flujo descontado de todos los pagos realizados hasta el tiempo 0, en donde el primer pago se realiza hasta cierta fecha posterior de la valuación.

$${}_m/a_{\overline{n}|} = v^m \cdot a_{\overline{n}|} = v^{m+1} \cdot \ddot{a}_{\overline{n}|} = {}_{m+1}/\ddot{a}_{\overline{n}|}$$

El valor futuro de una anualidad diferida es igual al valor acumulado de una serie de pagos calculado periodos después del último pago.

$${}_k/s_{\overline{n}|} = s_{\overline{n}|} \cdot (1+i)^k = \ddot{s}_{\overline{n}|} \cdot (1+i)^{k-1} = {}_{k-1}/\ddot{s}_{\overline{n}|}$$

- Perpetuidades: Se caracterizan por tener un número sinfín de pagos, por tanto sólo se puede calcular el valor presente de esta clase de anualidades, que pueden ser vencidas o anticipadas.

$$a_{\infty|} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} = \frac{1}{i}$$

$$\ddot{a}_{\infty|} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - (1+i)^{-n}}{d} = \frac{1}{d}$$

Y se puede establecer una relación entre las perpetuidades vencidas y anticipadas.

$$\ddot{a}_{\infty|} = 1 + a_{\infty|}$$

- Anualidades variables aritméticas: Los pagos en esta clase de anualidades ya no permanecen constantes, varían de forma aritmética, es decir, cada pago se obtiene a partir del pago anterior sumándole una cantidad constante. Suponiendo que P es el monto del primer pago de la anualidad y Q el monto de cambio (crecimiento o decrecimiento) entre los pagos subsecuentes, se pueden definir los valores presentes y futuros de este tipo de anualidades, en cualquiera de sus modalidades, vencida o anticipada.

$$VP = P \cdot a_{\overline{n}|} + Q \cdot \frac{a_{\overline{n}|} - nv^n}{i}$$

$$\dot{VP} = P \cdot \ddot{a}_{\overline{n}|} + Q \cdot \frac{a_{\overline{n}|} - nv^n}{d}$$

$$VF = P \cdot s_{\overline{n}|} + Q \cdot \frac{s_{\overline{n}|} - n}{i}$$

$$\dot{VF} = P \cdot \ddot{s}_{\overline{n}|} + Q \cdot \frac{s_{\overline{n}|} - n}{d}$$

También pueden existir perpetuidades con un comportamiento variable aritmético.

$$VP_{\infty} = \frac{P}{i} + \frac{Q}{i^2}$$

$$\dot{VP}_{\infty} = \frac{P}{d} + \frac{Q}{id}$$

Existen casos particulares, que caracterizan a las anualidades crecientes y decrecientes, todas estas con carácter aritmético, el caso de las crecientes se da cuando  $P = Q = 1$ , cuyos resultados se denotan de la siguiente manera.

$$(Ia)_{\overline{n}|} = \frac{\ddot{a}_{\overline{n}|} - nv^n}{i}$$

$$(I\ddot{a})_{\overline{n}|} = \frac{\ddot{a}_{\overline{n}|} - nv^n}{d}$$

$$(Is)_{\overline{n}|} = \frac{\ddot{s}_{\overline{n}|} - n}{i}$$

$$(I\ddot{s})_{\overline{n}|} = \frac{\ddot{s}_{\overline{n}|} - n}{d}$$

$$(Ia)_{\infty|} = \frac{1}{i} + \frac{1}{i^2}$$

$$(I\ddot{a})_{\infty|} = \frac{1}{d^2}$$

Cuando  $P = n$  y  $Q = -1$  entonces se genera una anualidad decreciente, de la cual sus fórmulas básicas son:

$$(Da)_{\overline{n}|} = \frac{n - a_{\overline{n}|}}{i}$$

$$(D\ddot{a})_{\overline{n}|} = \frac{n - a_{\overline{n}|}}{d}$$

No existe como tal una formula reducida para el valor futuro de esta clase de anualidades, para calcularlo sólo se multiplica alguna de las anteriores expresiones, dependiendo el caso, por el factor de acumulación.

- Anualidades geométricas: Esta clase de anualidades variables reciben este nombre ya que cada pago se obtiene multiplicando el anterior por una constante llamada razón de crecimiento geométrico, suponiendo que el primer pago es 1 se obtiene lo siguiente

$$VP = \frac{1 - \left(\frac{1+g}{1+i}\right)^n}{i-g}$$

$$VF = \frac{(1+i)^n - (1+g)^n}{i-g}$$

$$VP_{\infty} = \frac{1}{i-g}$$

- Anualidades continuas: En esta clase de anualidades los pagos se hacen de forma continua, es decir, en intervalos infinitesimales de tiempo

$$\bar{a}_{\overline{n}|} = \frac{1 - e^{-\delta \cdot n}}{\delta}$$

### **Amortización de una deuda.**

La amortización es un tema central de las matemáticas financieras, al ser una de sus principales aplicaciones, dónde se ocupan los conceptos de la teoría del interés y anualidades. Esta se compone de ciertos conceptos centrales y sus fórmulas.

- Deuda ( $L$ ): Es el monto del préstamo o la obligación contraída, la cual debe ser igual al valor presente de una serie de pagos ( $P$ ) que se harán para liquidarla

$$L = P \cdot \bar{a}_{\overline{n}|}$$

- Interés ( $I_t$ ): Como se ha abordado anteriormente, se puede entender como el costo absorbido por disponer de un bien en cierto momento y pagarlo posteriormente

$$I_t = P \cdot (1 - v^{n-t+1})$$

- Principal ( $PR_t$ ) : Cada pago  $P$  tiene una parte que paga intereses y otra que se encarga de pagar directamente la deuda, a esto se le llama el principal, y no es otra cosa que la parte proporcional de los pagos  $P$  que se encarga de liquidar la deuda

$$PR_t = P \cdot v^{n-t+1}$$

- Saldo insoluto ( $OB_t$ ): Es el monto que resta por pagar al instante  $t$ , justo después del pago correspondiente

$$OB_t = a_{\overline{n-t}|}$$

## Bibliografía.

Broverman, Samuel A. (2007), Mathematics of investment and credit, fourth edition, Toronto, ACTEX Publications.

Cherry, H. & Gorvett, R. (2008), A.S.M. study manual for Exam FM/Exam 2, Ninth edition, USA, Actuarial Study Materials

Dapena Fernandez, José Pablo. (2012) Instrumentos de inversión y mercados financieros: un manual para aprender desde los cuadros financieros, primera edición, Buenos Aires: Fundación Bolsa de Comercio de Buenos Aires

Fabozzi, F.; Modigliani, F. y Ferri, M. (1994): Mercados e instituciones financieras, Prentice Hall.

Fibozzi, Frank J. (2000), Bond Markets, analysis and strategies, fourth edition, New Jersey, USA, Prentice Hill.

Grinblatt–Titman (2002), Financial Markets and Corporate Strategy, Second Edition, USA, McGraw Hill.

Hassett, M.J. et al. (2010), ACTEX study manual: SOA exam FM, CAS exam 2, USA, ACTEX Publications.

Kellison, S.G. (1991), the theory of interest, Second Edition, USA, Irwin/McGraw-Hill.

Luenberger, David G. (1998), Investment science, New York, USA, Oxford university press.

Mascareñas, Juan. (2012), Introducción a los mercados financieros, Madrid, España.

Ortega, Alfonso (2006), Introducción a la finanzas, segunda edición, McGraw-Hill Interamericana, UNAM, México.

Von Mises, Ludwig. (1981), The Theory of money and credit, Indianapolis, USA, Liberty fund

### **Fuentes electrónicas.**

- “Sistema financiero” (n. d) extraído el 19/ XII /2015 desde <http://www.banxico.org.mx/divulgacion/sistema-financiero/sistema-financiero.html#Mercadosdedeuda>
- Lanzagorta, J. (2011, Junio 21) “Instrumentos de deuda – ¿qué son y cuáles son sus riesgos?” extraído el 13/ I /2016 desde <https://planeatusfinanzas.com/instrumentos-de-deuda-que-son-y-sus-riesgos/#axzz3xweQknWK>
- Del Arco, F (s. f). “Bono indexado” extraído el 17/ I /2016 desde <http://www.expansion.com/diccionario-economico/bono-indexado.html>
- “Mercado de dinero” (n. d) extraído el 20/ I /2016 desde [http://ciep.itam.mx/~msegui/merc\\_dinero.htm](http://ciep.itam.mx/~msegui/merc_dinero.htm)
- “Mercado de capitales” (n. d) extraído el 28/ I / 2016 desde <https://www.bancomer.com/privada/acciones-colocaciones-mercado-capitales.jsp>
- “Acciones preferentes” (n. d) extraído el 08/ II / 2016 desde <http://www.economiasimple.net/acciones-preferentes.html>
- “Acciones comunes” (n. d) extraído el 22/ II / 2016 desde <http://www.encyclopediafinanciera.com/definicion-acciones-comunes.html>
- Lara, R. (2015, Mayo 15). “Inmunización de activos” extraído el 14/ VI /2016 desde [https://prezi.com/re\\_k3svurn-o/inmunizacion-de-activos/](https://prezi.com/re_k3svurn-o/inmunizacion-de-activos/)