



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO**

---

---

**FACULTAD DE CIENCIAS**

**CARACTERIZACIÓN DOSIMÉTRICA DE LA UNIDAD  
microCT DE UN SISTEMA TRIMODAL DE  
ADQUISICIÓN DE IMAGEN microPET/SPECT/CT**

**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:**

**FÍSICO**

**P R E S E N T A:**

**ALEXIS NATHÁN RUEDA**



**DIRECTOR DE TESIS:  
DR. LUIS ALBERTO MEDINA VELÁZQUEZ  
CIUDAD UNIVERSITARIA, CDMX, MÉXICO 2017**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*Desaprender la gravedad.  
Levitar sin caer eternamente, levitar sin órbitas,  
desconocer las leyes de los cuerpos.  
Levitar en la incertidumbre,  
en el abismo que hay entre las cosas y su nombre.  
Levitar sin reparar en las fuerzas y en las trayectorias,  
dispersos, coloidales.  
-Tania Tagle.*

Dedicada a quienes, de no haber sido por ellos,  
esta tesis habría concluido un par de años antes.

## Datos del jurado

### **Tesista.**

Alexis Nathán Rueda.

[alexisnathan@ciencias.unam.mx](mailto:alexisnathan@ciencias.unam.mx)

Universidad Nacional Autónoma de México.

Facultad de Ciencias.

Física.

406097824

### **Presidente.**

Dra. María Ester Brandan Siqués.

[brandan@fisica.unam.mx](mailto:brandan@fisica.unam.mx)

### **Secretario/Tutor.**

Dr. Luis Alberto Medina Velázquez.

[medina@fisica.unam.mx](mailto:medina@fisica.unam.mx)

### **Vocal.**

Dra. Beatriz Elizabeth Fuentes Mandariaga.

[beatriz.fuentes@ciencias.unam.mx](mailto:beatriz.fuentes@ciencias.unam.mx)

### **Suplente.**

M. en C. Eduardo López Pineda.

[edlope@fisica.unam.mx](mailto:edlope@fisica.unam.mx)

### **Suplente.**

M. en C. Jorge Patricio Castillo López.

[jorge.castillo.mex@gmail.com](mailto:jorge.castillo.mex@gmail.com)

## Agradecimientos académicos

Agradezco a la Unidad de Investigación Biomédica en Cáncer del Instituto Nacional de Cancerología, al Instituto de Física y a la Facultad de Ciencias de la UNAM, por las facilidades otorgadas para el desarrollo de este trabajo.

Agradezco a los proyectos PAPIIT IN 105813, PAPIIT IN 111512 y CONACyT 154557 por el financiamiento a los proyectos de investigación de los que esta tesis es parte, así como por las becas proporcionadas.

Agradezco a mi tutor, el Dr. Luis Alberto Medina Velázquez, por el invaluable conocimiento académico y humano compartido, la paciencia, el apoyo incondicional y, principalmente, la oportunidad de permitirme formar parte de su equipo de trabajo en el Laboratorio de Física Médica e Imagen Molecular (INCan-UNAM).

Agradezco también a quienes conformaron mi comité de sinodales: Dra. María Ester Brandan Siqués, Dra. Beatriz Fuentes Mandariaga, M. en C. Eduardo López Pineda y M. en C. Jorge Patricio Castillo López, por el tiempo dedicado a revisar las versiones previas de este trabajo y por los valiosos e imprescindibles comentarios que permitieron mejorarlo.

Agradezco a los Maestros en Ciencias Ana Elena Buenfil y Eduardo López, previa y actual responsables del Laboratorio de Dosimetría Termoluminiscente del Instituto de Física, respectivamente, por el entrenamiento y asesoramiento relacionado al trabajo con dosímetros termoluminscentes.

Agradezco al técnico radiólogo Mario Esaú Romero Piña por el tiempo y paciencia concedidos para mi aprendizaje en el manejo del sistema trimodal de adquisición de imagen Albira.

Agradezco a los Maestros en Ciencias César Ruiz Trejo, Juan Pablo Cruz Bastida, Itzel Militza Torres Víquez, Iván Domingo Muñoz, Francisco Berumen y José de Jesús del Real Rivas (†), por compartirme su valiosa experiencia en Física Médica, la cual derivó en importantes aportes al desarrollo de esta tesis.

Agradezco a la M. en C. Alicia Zarzosa por los consejos, el gran apoyo, la motivación, el espacio de trabajo brindado y la orientación para llevar a buen término mi proceso de titulación.

# Índice General

<b>1. Antecedentes</b> . . . . .	1
<b>2. Objetivos</b> . . . . .	3
<b>2.1 Objetivo general</b> . . . . .	3
<b>2.2 Objetivos específicos</b> . . . . .	3
<b>3. Introducción</b> . . . . .	4
<b>3.1 Tubo de rayos X</b> . . . . .	4
<b>3.2 Bases físicas de la producción de rayos X</b> . . . . .	5
3.2.1 Radiación <i>bremstrahlung</i> . . . . .	5
3.2.2 Radiación característica . . . . .	7
<b>3.3 Algunos factores que condicionan el haz de rayos X</b> . . . . .	9
3.3.1 Influencia de la corriente en el filamento . . . . .	9
3.3.2 Influencia del tiempo de exposición . . . . .	9
3.3.3 Influencia del voltaje pico . . . . .	10
3.3.4 Influencia del material anódico . . . . .	10
3.3.5 Influencia de la filtración . . . . .	11
<b>3.4 Modelo de interpolación polinomial de espectros de rayos X</b> . . . . .	12
<b>3.5 Calidad del haz de rayos X</b> . . . . .	14
3.5.1 Cálculo teórico de la capa hemirreductora (CHR) . . . . .	14
<b>3.6 Interacción de rayos X con la materia</b> . . . . .	16
3.6.1 Efecto Compton . . . . .	16
3.6.2 Efecto fotoeléctrico . . . . .	17
<b>3.7 Coeficientes de atenuación</b> . . . . .	19
3.7.1 Coeficiente lineal de atenuación . . . . .	19
3.7.2 Coeficiente másico de atenuación . . . . .	20
3.7.3 Coeficiente másico de transferencia de energía . . . . .	20
3.7.4 Coeficiente másico de absorción de energía . . . . .	21
3.7.5 Variables de influencia en el coeficiente lineal de atenuación . . . . .	21
<b>3.8 Fundamentos de la dosimetría de rayos X.</b> . . . . .	22
3.8.1 Cantidades que describen el haz de radiación . . . . .	22
3.8.2 Cantidades que describen la transferencia de energía al medio . . . . .	23
3.8.3 Dosis en tejido orgánico . . . . .	28
<b>3.9 Fundamentos de la Tomografía computacional</b> . . . . .	28
3.9.1 Fundamento matemático . . . . .	29
3.9.2 Breve historia de los sistema microCT . . . . .	31

<b>3.10 Fundamentos físicos de la dosimetría termoluminiscente . . . . .</b>	<b>33</b>
3.10.1 Termoluminiscencia . . . . .	33
3.10.2 Dosimetría termoluminiscente . . . . .	34
<b>3.11 El sistema Albira . . . . .</b>	<b>35</b>
<b>3.12 La unidad micro CT . . . . .</b>	<b>36</b>
3.12.1 Tubo generador de rayos X . . . . .	37
3.12.2 Detector de rayos X . . . . .	38
3.12.3 Software de adquisición . . . . .	39
<b>3.13 Dosímetros termoluminiscentes TLD-100 . . . . .</b>	<b>41</b>
<b>4. Metodología . . . . .</b>	<b>43</b>
<b>4.1 Cálculos analíticos de la dosimetría . . . . .</b>	<b>43</b>
4.1.1 Simulación de espectros de rayos X . . . . .	43
4.1.2 Estimación analítica de kerma en aire y de dosis absorbida en aire . . . . .	45
4.1.3 Estimación analítica de la dosis impartida en superficie . . . . .	48
<b>4.2 Dosimetría experimental . . . . .</b>	<b>50</b>
4.2.1 Caracterización de los dosímetros TLD-100 . . . . .	50
4.2.2 Determinación de los valores de capa hemirreductora (CHR) y de energía efectiva ( $E_{ef}$ ) . . . . .	51
4.2.3 Determinación de la curva de calibración de dosis en agua, como función de la señal termoluminiscente de los TLD-100 . . . . .	54
4.2.4 Cálculo por interpolación de la dosis impartida en superficie (DIS) en la unidad microCT del sistema Albira . . . . .	58
4.2.4.1 Evaluación dosimétrica en nichos de acrílico . . . . .	58
4.2.5 Estimación de la dosis impartida en superficie (DIS) en especímenes eutanizados . . . . .	62
<b>5. Resultados y discusión . . . . .</b>	<b>64</b>
<b>5.1 Cálculos analíticos de la dosimetría . . . . .</b>	<b>64</b>
5.1.1 Estimación analítica de $K \cdot (\text{mAs})^{-1}$ . . . . .	64
5.1.2 Estimación analítica de la $D_{aire}$ en el isocentro . . . . .	65
5.1.3 Estimación analítica de la dosis impartida en superficie (DIS) . . . . .	66
<b>5.2 Dosimetría experimental . . . . .</b>	<b>67</b>
5.2.1 Caracterización de los dosímetros TLD-100 . . . . .	67
5.2.2 Determinación de los valores de capa hemirreductora (CHR) y de energía efectiva ( $E_{ef}$ ) . . . . .	68
5.2.3 Determinación de la curva de calibración de dosis en agua, como función de la señal termoluminiscente de los TLD-100 . . . . .	72
5.2.4 Cálculo por interpolación de la dosis impartida en superficie (DIS) en la unidad microCT del sistema Albira . . . . .	74
5.2.4.1 Evaluación dosimétrica en nichos de acrílico . . . . .	74
5.2.5 Estimación de la dosis impartida en superficie (DIS) en especímenes eutanizados . . . . .	77

5.2.5.1 Evaluación <i>post mortem</i> de la DIS . . . . .	78
<b>5.3 Análisis comparativo de los resultados</b> . . . . .	<b>79</b>
5.3.1 Discusión general de los resultados de esta tesis . . . . .	85
<b>6. Conclusiones</b> . . . . .	<b>88</b>
<b>7. Apéndices</b>	
<b>Apéndice A:</b> Descripción del modelo analítico . . . . .	89
<b>Apéndice B:</b> Datos de las curvas de interpolación . . . . .	106
<b>Apéndice C:</b> Tablas de datos experimentales . . . . .	120
<b>Apéndice D:</b> Integración numérica por regla compuesta de Simpson . . .	131
<b>Apéndice E:</b> Propagación de incertidumbres . . . . .	138
<b>8. Bibliografía</b> . . . . .	<b>140</b>



# CAPÍTULO 1. ANTECEDENTES

## Capítulo 1

### Antecedentes

"Habiendo descubierto la existencia de un nuevo tipo de rayos, desde luego comencé a investigar qué podrían hacer. Pronto las pruebas experimentales dieron por cuenta que los rayos tenían un poder de penetración hasta ahora desconocido. Atravesaban papel, madera y ropa con facilidad, y el espesor de la sustancia no suponía alguna diferencia importante dentro de los límites razonables [...] Dado que los rayos tienen un gran poder de penetración, parece natural que estos puedan atravesar el tejido (orgánico)".

Éstas fueron las palabras que declaró Wilhelm Röntgen en 1896, a propósito de su descubrimiento de los rayos X [1], indiciando así una de las aplicaciones de la física en la medicina más ampliamente exploradas y todavía vigente: la obtención de imágenes por rayos X. Si bien diversas tecnologías se han desarrollado actualmente, encontrando lugar propio en la medicina diagnóstica, la obtención de imagen por rayos X experimentó su propia revolución con el desarrollo de la tomografía computarizada (CT, por sus siglas en inglés) en los años 1980s [2], coadyuvando significativamente a los retos que supone el ámbito clínico. No obstante, el desarrollo de la tomografía computarizada no se ha restringido únicamente a dicho ámbito, el advenimiento de los sistemas CT de alta resolución dedicados a la imagen de animales pequeños (comúnmente llamados microCT) suponen una herramienta importante en la investigación básica de enfermedades humanas [3].

El Laboratorio de Física Médica e Imagen Molecular de la Unidad de Investigación Biomédica en Cáncer, adscrita al Instituto Nacional de Cancerología (INCan) y a la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), posee un sistema trimodal de adquisición de imagen micro(PET/SPECT/CT) desarrollado por Albira (Oncovision, GEM-Imaging SA), utilizado en tareas de investigación preclínica de procesos biológicos asociados al cáncer y otras enfermedades humanas modeladas en roedores [4]. En este sistema, al igual que en otros sistemas multimodales disponibles comercialmente, las unidades de adquisición microtomográfica en las modalidades PET y SPECT (*tomografía por emisión de positrones* y *tomografía por emisión de fotón único*, respectivamente, por sus siglas en inglés) son de carácter funcional en el estudio de los roedores, *i. e.*, miden la biodistribución de concentraciones de fármacos radiomarcados, cuantificando así los procesos fisiológicos en los cuales participan; mientras que, por su parte, la unidad de microtomografía computacional provee información de carácter

## CAPÍTULO 1. ANTECEDENTES

anatómico del sujeto de estudio que, en combinación con la información funcional provista por las unidades mencionadas, facilita la localización de cambios regionales radiofarmacéuticos [5].

Los sistemas microCT operan bajo el mismo principio que un sistema CT de uso clínico, esto es, reconstruir tridimensionalmente un conjunto de imágenes bidimensionales de la sección transversal del sujeto de estudio alrededor del cual el sistema rota [1, 6]. Estas imágenes representan mapas de coeficientes lineales de atenuación obtenidos de los datos que provee la sincronización de un haz de rayos X y detectores colocados de modo opuesto el uno al otro [7]. Mientras los sistemas CT se abocan al diagnóstico imagenológico de enfermedades humanas, los sistemas microCT son utilizados en la investigación preclínica como una técnica no invasiva que permite la obtención de imágenes tridimensionales de animales pequeños (típicamente ratones) para evaluar modelos de enfermedades humanas [8]. Si bien ambos sistemas de tomografía hacen uso de generadores de rayos X convencionales, los microCT requieren características especiales del haz de radiación debido a la necesidad de compensar la calidad de imagen y la dosis absorbida en los sujetos de estudio; los niveles de radiación utilizados en este tipo de sistemas son generalmente no letales, pero pueden ser suficientes para causar daño significativo en el ADN [5] y otras alteraciones que pueden interferir en los resultados experimentales [9].

La necesidad de caracterizar las distintas modalidades de adquisición de imagen de la unidad microCT en términos de la dosis impartida a los roedores que en ella se examinan, estriba en hacer más eficiente la utilización de los recursos de dicha unidad en tareas experimentales. Este proyecto propone la caracterización dosimétrica de la unidad microCT del sistema Albira.

## Capítulo 2

### Objetivos

#### 2.1 Objetivo general

Caracterizar la unidad microCT de un sistema trimodal de imagen PET/SPECT/CT (Albira, Oncovision) en términos de la dosis impartida por el tubo generador de Rayos X en el animal (ratón) durante el estudio tomográfico.

#### 2.2 Objetivos específicos

- Determinar los espectros de rayos X, la calidad del haz y el rendimiento del tubo generador XTF5011 (Oxford Instruments) con ánodo de tungsteno de la unidad microCT.
- Estimar la dosis impartida en la superficie de un ratón durante un estudio tomográfico.

## Capítulo 3

### Introducción

#### 3.1 Tubo de Rayos X

Los tubos de rayos X actuales, basan su diseño en el innovado por Coolidge en 1913 [10]. En síntesis, el funcionamiento del tubo de Rayos X (Figura 3.1) consiste de un circuito en cuyo cátodo se dispone un filamento metálico (típicamente tungsteno) que al aplicarle una corriente eléctrica, eleva significativamente su temperatura y libera una nube de electrones por efecto termoiónico. Un generador de alto voltaje provee al circuito de una diferencia de potencial del orden de kilovolts, de modo que los electrones de la nube son posteriormente repelidos por la carga negativa en el filamento y acelerados hacia un material metálico (en adelante, *blanco*) en la parte anódica. Los rayos X son producidos por la colisión de los electrones contra el blanco. La tasa de emisión de electrones depende la temperatura del filamento, *i. e.*, de la corriente aplicada en el cátodo. La corriente en el tubo, definida como el número de electrones que viajan entre ambos electrodos por unidad de tiempo, se expresa en unidades de miliamperes (mA), equivalentes a  $6.24 \times 10^{15}$  electrones $\cdot$ s $^{-1}$ . Así, puesto que la trayectoria del haz de electrones es únicamente en la dirección cátodo-ánodo, el número de rayos X que serán eventualmente producidos, es función del número de electrones que viajen entre filamento y blanco; cuanto mayor sea el número de cargas disponibles, mayor número de rayos X serán producidos por unidad de tiempo.

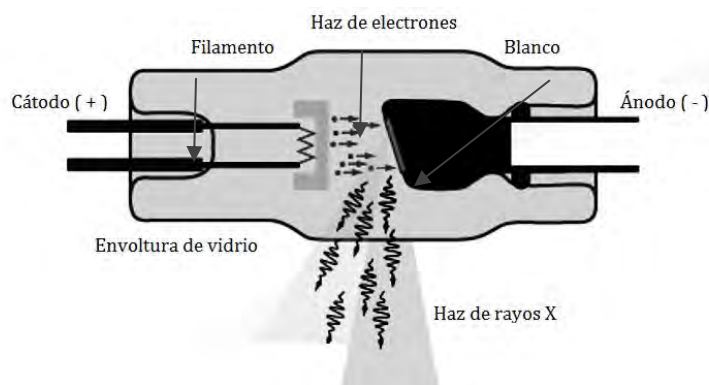


Figura 3.1. Esquematización de un tubo de Rayos X.

Cada electrón tiene asociada una energía cinética, expresada en keV, numéricamente igual al voltaje aplicado en el tubo. El generador provee una diferencia de potencial cuyo valor varía de 0 a un valor máximo, llamado kilovoltaje pico (kVp), aunque actualmente hay generadores que varían en no más del 2%

## CAPÍTULO 3. INTRODUCCIÓN

alrededor del kVp, en cuyo caso, se nombra simplemente kV [2, 10]. De este modo, debido a la variación de voltaje en el tubo, no todos los electrones emitidos por el cátodo tendrán la misma energía cinética, sino que cubrirán un intervalo de valores cuya máxima energía estará determinada por el kVp.

La interacción de los electrones emitidos con los átomos del material anódico, ocurre tanto con los electrones orbitales, como con el núcleo atómico. Esta interacción da lugar, tanto a energía térmica, como a radiación electromagnética en forma de rayos X, empero, la mayor parte de la energía cinética de los electrones es convertida en calor. Por ejemplo, a 80 kVp, la eficiencia de producción de rayos X es de únicamente 0.6%; además, sólo 1/1000 rayos X son *útiles*, pues la emisión de los mismos ocurre en todas direcciones [11].

### 3.2 Bases físicas de la producción de rayos X y de su interacción con la materia

La producción de rayos X consiste en la interacción de los átomos que conforman un material llamado *blanco* y de electrones en movimiento que inciden sobre él con una energía cinética  $K$ , determinada por su carga,  $e$ , y la diferencia de potencial,  $V$ , aplicada a la terminal catódica del tubo de rayos X. Sin embargo, la producción de rayos X puede ocurrir a través de dos procesos bien diferenciados entre sí, siendo éstos, radiación de frenado (conocida como *bremsstrahlung*) y emisión de rayos X característicos.

#### 3.2.1 Radiación *bremsstrahlung*

Toda carga eléctrica acelerada produce radiación electromagnética [12]. Este es uno de los conceptos más importantes de la teoría clásica del electromagnetismo y es el fundamento esencial de la producción de los rayos X de frenado. Así, cuando los electrones acelerados inciden sobre un material metálico y esquivan completamente los electrones orbitales de los átomos que lo conforman, interactúan con el campo coulombiano del núcleo, por lo que son atraídos electrostáticamente hacia él; no obstante, cuando se aproximan a la vecindad de éste, el electrón eventualmente acelera y es deflectado de su trayectoria original. En el cambio de trayectoria, parte de su energía cinética es emitida en forma de radiación electromagnética, *i. e.*, un fotón (Figura 3.2). Las interacciones más cercanas al núcleo, dan lugar a una mayor aceleración y resultan en rayos X con mayor energía, pero esta probabilidad disminuye a medida que la distancia de interacción con el núcleo disminuye, por lo que únicamente en casos extremadamente raros, la energía cinética del electrón incidente es transformada en el rayo X con la mayor energía posible [11]. El electrón deflectado seguirá una trayectoria en la que cederá al medio parte de la energía cinética remanente, hasta llegar al reposo.

## CAPÍTULO 3. INTRODUCCIÓN

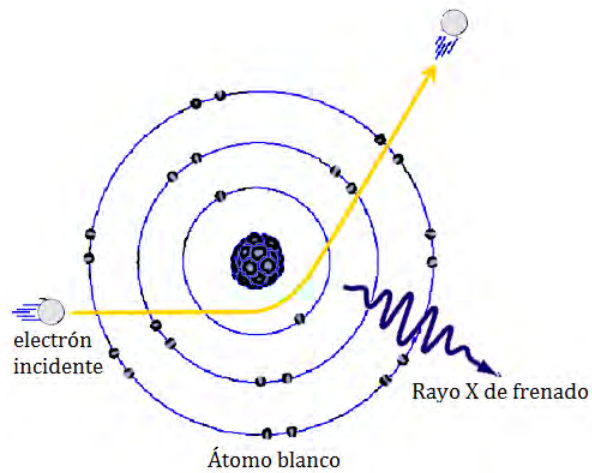


Figura 3.2. Caricaturización de la producción de Rayos X de frenado o *bremssstrahlung*. Un electrón de alta velocidad, experimenta interacción electrostática con el núcleo de uno de los átomos del material anódico, con lo que acelera y cambia su trayectoria, en cuyo proceso es emitido un fotón.

La intensidad total de los rayos X generados por el proceso de *bremssstrahlung* es un espectro continuo de energías (Figura 3.3) cuyo valor máximo (en keV) está determinado por la diferencia de potencial aplicada al tubo (en kVp). Un número importante de fotones de baja energía generados en el blanco son atenuados por el mismo tubo (autoatenuación) [13].

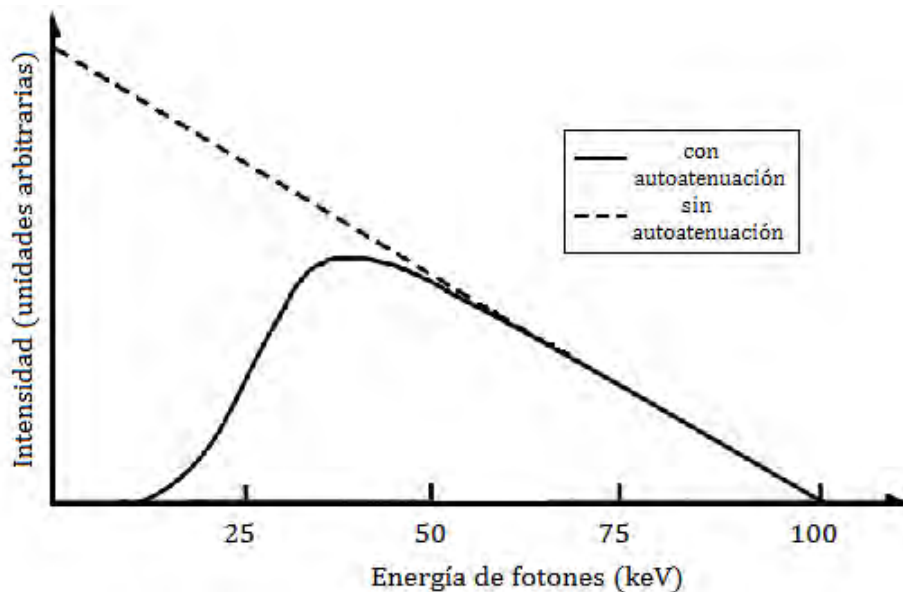
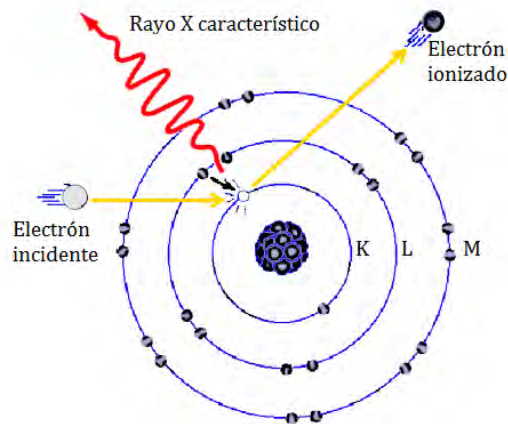


Figura 3.3. Espectro de emisión de rayos X *bremssstrahlung* generados en ánodo de tungsteno a un voltaje de 100 kVp en el tubo. La línea punteada representa la emisión de radiación de frenado sin autoatenuación. La línea continua representa el espectro con los fotones de más baja energía atenuados por el ánodo mismo.

## CAPÍTULO 3. INTRODUCCIÓN

### 3.2.2 Radiación característica

Otra posible interacción de los electrones incidentes con el átomo blanco, es que estos colisionen con los electrones de las capas más internas, removiéndolos (Figura 3.4). La capa más interna de un átomo, llamada K, tiene la mayor energía de ligadura para los electrones que la ocupan. Las capas electrónicas sucesivas y más externas (L, M, N, etc.) tienen menores energías de ligadura y un mayor número de electrones. Por ejemplo, las capas K, L y M del átomo de tungsteno, tienen energías de ligadura de 69.5, 11.5 y 2.5 keV, respectivamente [2, 14], por lo que si uno de los electrones incidentes interactúa con un electrón de la capa K, debe tener una energía cinética de al menos 69.5 keV para ionizarlo y crear una vacancia, en cuyo caso, el átomo queda energéticamente inestable. Luego, alguno de los electrones de las capas posteriores ocupará la vacancia y, en la transición, emitirá un fotón cuya energía es igual a la diferencia de energías de ligadura de las capas participantes, *e. g.*, la transición electrónica L-K, produce un fotón con  $(69.5 - 11.5) \text{ keV} = 57.0 \text{ keV}$ ; este fotón, es llamado rayo X característico, pues su energía es característica del elemento blanco.



*Figura 3.4.* Producción de rayos X característicos. Un electrón de alta velocidad ioniza uno de los electrones de la capa K, dejando una vacante que será ocupada por alguno de los electrones de las capas superiores (L, M, N, etc.). En la transición de los electrones para ocupar la vacante, un rayo X será emitido con energía igual a la diferencia de energías de ligadura de las capas participantes.

Los rayos X característicos son la parte discreta del espectro de emisión de un tubo de rayos X (Figura 3.5), de manera que si los electrones incidentes tienen una energía mayor que la energía de ligadura de los electrones en las capas del átomo blanco, el espectro discreto de radiación característica se agrega al espectro continuo de radiación de frenado.

## CAPÍTULO 3. INTRODUCCIÓN

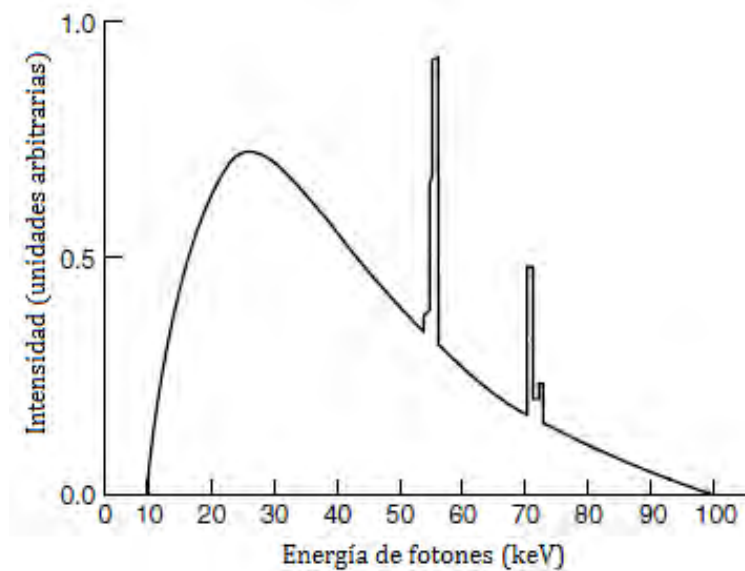


Figura 3.5. Espectro de emisión de rayos X generados en ánodo de tungsteno a un voltaje de 100 kVp en el tubo. La parte continua del espectro corresponde a los rayos X de frenado, mientras que los picos, la parte discreta, corresponde a los rayos X característicos. El área bajo la distribución espectral es una medida del número de rayos X producidos. Modificado y tomado de [10].

### 3.3 Algunos factores que condicionan el haz de rayos X

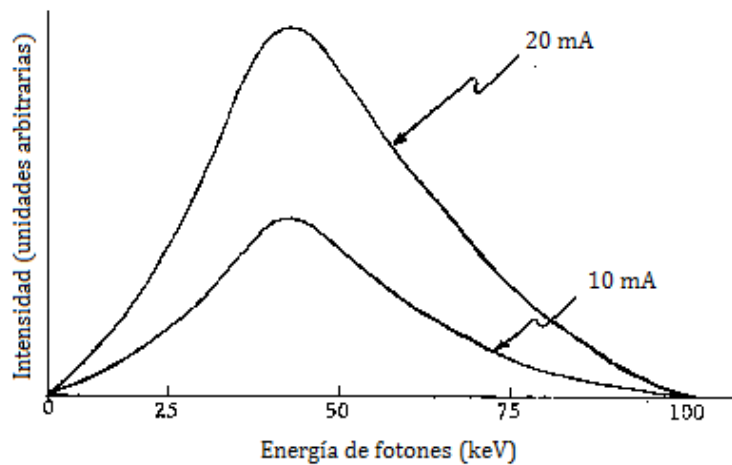
Cambios en variables tales como la corriente en el filamento, el tiempo de exposición, el voltaje pico, el material blanco y la filtración, afectarán la producción de rayos X y, por ende, la intensidad y la forma del espectro de emisión.

#### 3.3.1 Efecto de la corriente en el filamento

Como se ha hecho mención anteriormente, el número de rayos X que se produce en un tubo, es directamente proporcional al número de electrones generados en el filamento, lo cual implica que dicho número es función de la corriente aplicada en el tubo. Por ejemplo, para un valor fijo de kVp, el cambio en la corriente de 10 mA a 20 mA, doblará el número de fotones producido por el tubo, *ergo*, cambiará el área bajo la distribución espectral y con ello, la intensidad del haz de radiación (Figura 3.6).



## CAPÍTULO 3. INTRODUCCIÓN



*Figura 3.6.* Efecto del cambio en la corriente en el filamento. Incrementando la corriente, el número de rayos X producidos incrementa en igual proporción. Como se observa, el espectro de emisión resultante cambiará en área, pero no en la forma de distribución de sus energías.

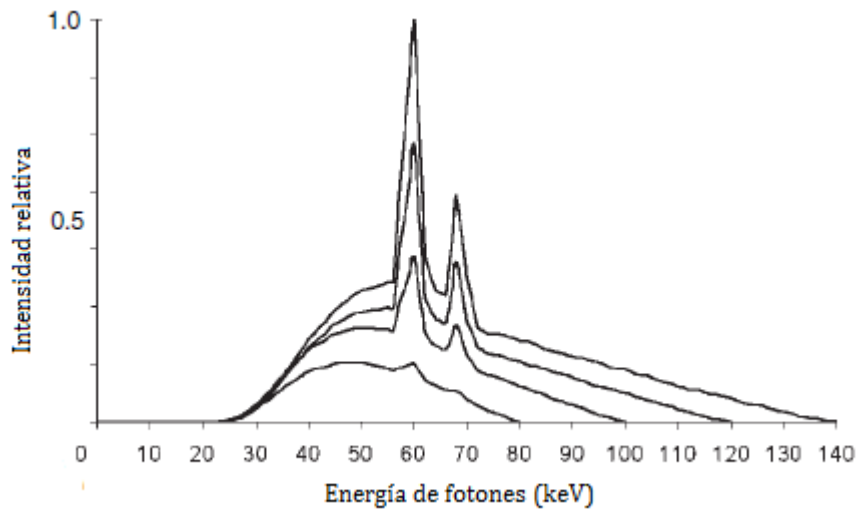
### 3.3.2 Influencia del tiempo de exposición

El tiempo de exposición es el intervalo temporal (típicamente, fracciones de segundo) durante el cual los rayos X son producidos; tanto mayor sea el tiempo de exposición, mayor será el número de fotones producidos. Puesto que el número de rayos X también es función de la corriente, en la práctica radiológica clínica, esta se varía junto con el tiempo de exposición, con la finalidad de compensar las variables anatómicas del paciente [2, 6, 13]. Así, el producto entre la corriente en el tubo, en unidades de miliamperes, y el tiempo de exposición, en segundos, dan lugar a la *carga* en el tubo, en unidades de mAs (es decir, milicoulombs).

### 3.3.3 Influencia del voltaje pico

A medida que incrementa la energía cinética de los electrones (incremento en el kVp) que impactan al blanco, el límite de la energía máxima de los rayos X en el espectro de emisión también lo hace, pero, además, el área bajo la curva espectral también será afectada, debido a que la producción de radiación de frenado es también dependiente de la energía cinética de los electrones [10]. Así, el cambio en el kVp determinará la cantidad de radiación producida por el tubo (Figura 3.7).

## CAPÍTULO 3. INTRODUCCIÓN



*Figura 3.7.* Efecto de la variación en la diferencia de potencial aplicada al tubo generador. Se muestran los espectros de emisión de rayos X para ánodo de tungsteno, con voltajes pico de operación de 80, 100, 120 y 140 kVp, con mA fijo. Se observa el cambio en la amplitud y área de la distribución espectral. Tomado y modificado de [14].

### 3.3.4 Influencia del material anódico

La composición material del blanco afecta la eficiencia de producción de rayos X y las energías a las que la radiación característica aparece. Materiales de número atómico ( $Z$ ) grande son más eficientes en la producción de rayos X [10, 11, 13, 14]. Por lo anterior, el tungsteno ( $Z=74$ ) es uno de los materiales comúnmente empleados como material anódico en la construcción de tubos de rayos X [14, 15]. Además, posee un alto punto de fusión ( $3300\text{ }^{\circ}\text{C}$ ), en comparación con otros metales, lo que implica resistencia a temperaturas muy elevadas [15], lo que reduce la energía degradada en forma de calor durante la producción de rayos X. Cuando se requiere que la radiación característica predomine en las aplicaciones clínicas, *e. g.*, mamografía, se utilizan otros materiales anódicos, *e. g.*, molibdeno o rodio [2, 16–19].

### 3.3.5 Influencia de la filtración

Antes de llegar al paciente, el haz de radiación generado en el tubo de rayos X, atraviesa distintos materiales, incluyendo los que conforman al tubo *per se*, cuyo conjunto se conoce como *filtración inherente*. Para estandarizar la medida de reducción de la intensidad del haz por efecto de la filtración inherente en términos de un material de referencia, se utiliza el equivalente de espesor en aluminio, así, la filtración inherente de los tubos típicos es de aproximadamente  $0.1\text{ mm Al}$  [10].

## CAPÍTULO 3. INTRODUCCIÓN

Dado un medio material, la probabilidad de que los rayos X interactúen con él por efecto fotoeléctrico varía según  $E^{-3}$  (ver sección 3.7), donde  $E$  es la energía de los fotones incidentes, por lo tanto, los fotones de más baja energía serán más fácilmente atenuados, en comparación con aquellos de más alta energía. Al atravesar el medio material, el haz de rayos X (*ergo*, su espectro de emisión) tendrá una mayor energía promedio, es decir, se “endurecerá” [2, 15], pero la intensidad del mismo se verá reducida. La filtración inherente endurece el haz, pero un endurecimiento adicional puede lograrse a través de añadir, a manera de filtro, material absorbente en la trayectoria de los rayos X; a este procedimiento se le nombra *filtración añadida*. En la aplicación clínica, el efecto del endurecimiento del haz está relacionado con la formación de imagen [13], pues, a medida que incrementa la energía promedio del haz, lo hace también su poder de penetración a través del paciente, llegando más fotones al detector de rayos X dispuesto justo detrás de él. En la Figura 3.8 se muestra el endurecimiento del haz para diferentes espesores de aluminio como filtración añadida. La suma de la filtración inherente y la filtración añadida es la filtración total del haz de rayos X.

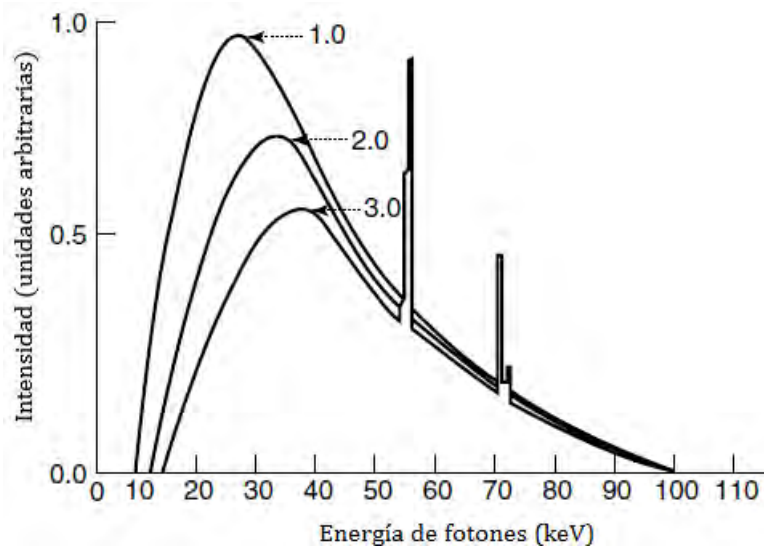


Figura 3.8. Efecto de la filtración añadida de aluminio en un haz de rayos X generado en ánodo de tungsteno a 100 kVp. Los espesores de filtración son 1.0, 2.0 y 3.0 mm Al. Tomado y modificado de [10].

### 3.4 Modelo de interpolación polinomial de espectros de rayos X

El cálculo preciso de la dosis absorbida en un animal durante un estudio tomográfico, requiere de conocer la forma espectral y la fluencia del haz de rayos X. Sin embargo, en la práctica la medición de espectros de rayos X es un procedimiento experimentalmente complejo, pues a diferencia de las energías discretas de los fotones emitidos por radionúclidos, los rayos X consisten de un espectro que abarca un intervalo de energías determinado por el voltaje de

## CAPÍTULO 3. INTRODUCCIÓN

operación del generador y la forma de onda de éste y, además, de la cantidad de filtración añadida en el haz [20]. Por ello, existen grupos de investigación dedicados al desarrollo de algoritmos o modelos que calculen la forma espectral a partir de un conjunto dado de parámetros del tubo generador y de mediciones previamente realizadas [2].

Uno de los modelos computacionales de mayor utilidad [8] en el cálculo de espectros de rayos X en el intervalo de voltaje entre 30 y 140 kV es el desarrollado por Boone *et al.* [16, 17], el cual consiste en la interpolación polinomial de 11 espectros de rayos X medidos a potencial constante y generados en ánodos de tungsteno, rodio y molibdeno, publicados previamente por Fewell *et al.* [18, 19, 21]. Este modelo es completamente empírico, es decir, su derivación no recurre a los principios físicos que rigen la producción de rayos X, basándose únicamente en datos fenomenológicos. Es importante señalar que los espectros modelados según el método de Boone, pueden ser atenuados analíticamente a través de la filtración del haz por espesor de aluminio añadido; también de manera analítica puede reproducirse el efecto de la fluctuación de la forma de onda del generador de alto voltaje con que opera el tubo de rayos X sobre la forma espectral. Estos dos parámetros son fundamentales para una descripción del haz en términos de su calidad, *i. e.*, la capacidad que tienen los rayos X para atravesar un material de composición definida [10, 20, 22].

Para describir este modelo, sin pérdida de generalidad, a manera de ejemplo se recurre a continuación al TASMIP (*modelo espectral de ánodo de tungsteno usando interpolación polinomial*, por sus siglas en inglés) [16].

Considérese la fluencia de fotones,  $\Phi(E)$ , a una energía conocida,  $E$ . La Figura 3.9a muestra los espectros de rayos X generados en un tubo con ánodo de tungsteno medidos experimentalmente, cada uno de ellos ha sido normalizado a un valor de carga en el tubo de 0.1 mAs. Las líneas verticales (paralelas al eje ordenado) etiquetadas como A, B y C, intersectan los intervalos de energía en 40, 60 y 80 keV respectivamente, a la vez que intersectan los valores de fluencia en esos intervalos de cada uno de los espectros medidos. Los puntos mostrados en la gráfica de la figura 3.9b son los valores de fluencia de fotones  $\Phi$ , como función del voltaje pico (kVp) asociado a los espectros medidos que cada línea vertical intersectó; las líneas que unen los puntos en cada caso, corresponden a la curva de ajuste polinomial de la distribución  $\Phi(\text{kVp})$ .

## CAPÍTULO 3. INTRODUCCIÓN

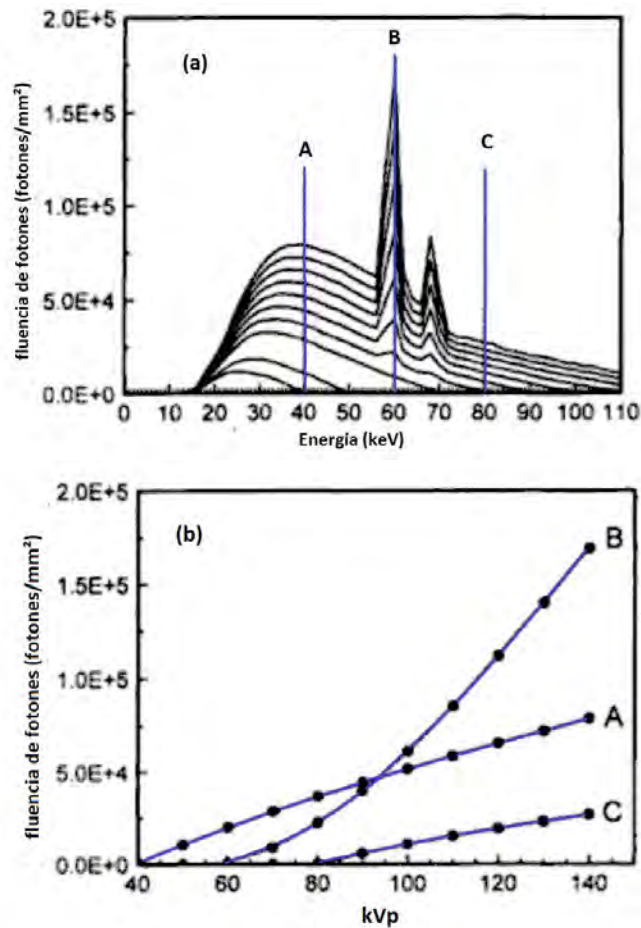


Figura 3.9. Ejemplo del método matemático que sigue el modelo de interpolación polinomial para espectros de rayos X. En (a) se muestran 11 espectros de rayos X para blanco de tungsteno, medidos por Boone *et al.* [16, 17] a través de espectrometría de fotones. Cada espectro es intersectado por una recta vertical (*e. g.* la recta C), perpendicular al eje de las abscisas en un intervalo de energía definido (*e. g.*, 80 keV). En (b), aquellos valores de fluencia de fotones donde la recta vertical intersectó a cada espectro, son graficados como función del voltaje al que fue generado el espectro correspondiente. Las curvas son el ajuste polinomial de la distribución de valores experimentales; el polinomio de ajuste permite interpolar los valores de fluencia de fotones en un intervalo energético definido para cualquier valor arbitrario de voltaje pico. Esquema modificado del original en [2].

La interpolación polinomial es aplicada en todos y cada uno de los valores de energía en que la fluencia de fotones del espectro fue medida. En el caso que se ejemplifica, el intervalo de medición está entre 0 y 140 keV, cada 1 keV, un espectro de fluencia  $\Phi(E)$  de rayos X puede ser obtenido para cualquier valor kVp de voltaje pico, obtenidos los coeficientes polinomiales de la expresión matemática de ajuste:

$$\begin{aligned} \Phi(E) &= a_0[E](kVp) + a_1[E](kVp)^1 + a_2[E](kVp)^2 + a_3[E](kVp)^3 \text{ si } E \leq kVp \\ \Phi(E) &= 0 \text{ si } E > kVp, \end{aligned} \quad (3.1)$$

## CAPÍTULO 3. INTRODUCCIÓN

donde  $a_i$  es el  $i$ -ésimo coeficiente del polinomio de ajuste.

La totalidad de coeficientes puede disponerse en una matriz de 564 elementos (141 valores de energía  $\times$  4 coeficientes para cada uno de ellos), ésta contiene la información analítica que el TASMIP necesita para reproducir espectros de rayos X generados a cualquier valor arbitrario de kVp en el intervalo de 30–140 kVp. Los espectros generados por el TASMIP son espectros *crudos*, es decir, sin filtración añadida en el haz, no obstante, espectros filtrados pueden reproducirse con buena precisión haciendo uso de la Ley de Lambert–Beers (véase la sección 3.5).

El método matemático de interpolación polinomial seguido por Boone, puede ser reproducido para caracterizar y parametrizar el espectro de cualquier tubo de rayos X. De esta manera, Moya *et al.* [8] parametrizaron tres tubos Oxford Instruments de uso apropiado para sistemas microCT. Uno de estos tubos, el Series5000, Modelo XTF5011 con ánodo de tungsteno, es del mismo tipo con el que cuenta la unidad microCT del sistema Albira, por lo que el trabajo de Moya es convenientemente utilizado para el desarrollo de esta tesis.

### 3.5 Calidad del haz de rayos X

Ya que el interés radiológico clínico en el estudio de los rayos X reside en la penetración del haz a través del paciente, es necesario un parámetro descriptivo de carácter cuantitativo de esta propiedad y, en general, de la capacidad que tiene un haz para penetrar un material conocido. La calidad está especificada en términos de la capa hemirreductora (CHR) [2, 15, 22], definida como el espesor requerido de algún material absorbente de referencia para reducir la intensidad del haz de fotones a la mitad de su valor original [36]. Aunque cuantitativo, especificar la calidad del haz únicamente en términos de la CHR, sigue siendo un parámetro aproximado, pues prescinde de la posibilidad de conocer la energía de los fotones presentes en el haz; sin embargo, éste sería un procedimiento experimentalmente complejo de cuantificar, debido a la naturaleza policromática de los rayos X convencionales. Una especificación más completa de la calidad del haz, es aunar el valor de kVp al valor de CHR.

#### 3.5.1 Cálculo teórico de la capa hemirreductora (CHR)

El coeficiente lineal de atenuación,  $\mu$ , para una determinada energía en un determinado material, es una medida de la capacidad del material para remover fotones del haz de radiación. Para un haz de fotones monoenergéticos de intensidad inicial  $I_0$ , al que se antepone un material filtro, cuyo espesor  $x$  y  $\mu$  son conocidos, la atenuación de su intensidad,  $I(x)$ , calculada a partir de la Ley de Lambert-Beers [2], es:

## CAPÍTULO 3. INTRODUCCIÓN

$$I(x) = I_0 e^{-\mu x} \quad (3.2)$$

Por lo que el cálculo de espesor de material necesario,  $x = \text{CHR}$ , para que el haz reduzca su intensidad a la mitad, requiere manipular algebraicamente la ecuación 3.2, de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} I(x) = I_0 e^{-\mu x} &\Rightarrow \frac{I(\text{CHR})}{I_0} = 0.5 = e^{-\mu(\text{CHR})} \\ &\Rightarrow \text{CHR} = \frac{\ln 2}{\mu} \end{aligned} \quad (3.3)$$

La naturaleza polienergética del haz de rayos X, no permite la aplicación directa de la ley de atenuación exponencial para el cálculo de CHR. No obstante, a partir de determinarla experimentalmente, se puede utilizar la ecuación 3.4 escrita en términos del coeficiente lineal de atenuación dependiente de la energía, para determinar, por comparación, la energía efectiva del haz,  $E_{ef}$ . Ésta se define como la energía de un haz monoenergético de fotones que tiene el coeficiente de atenuación de un medio en particular igual al coeficiente de atenuación efectivo,  $\mu_{ef}$ , de un haz polienergético en el mismo medio.

$$\mu_{ef} = \frac{\ln 2}{\text{CHR}} \quad (3.4)$$

La determinación experimental de la CHR, se realiza midiendo la exposición de la radiación en el haz de rayos X, o bien, el kerma en aire (ver sección 3.8) para distintos espesores de aluminio [22]. Los valores de exposición son graficados como función de la filtración añadida y la distribución de puntos interpolada a una expresión matemática, que puede ser una función exponencial decreciente de orden  $n$  (suma de funciones exponenciales decrecientes). Una buena aproximación del cálculo de la CHR vía experimental, también puede conseguirse utilizando la siguiente expresión [23, 24]:

$$\text{CHR} = \frac{b \ln(2X_a/X_0) - a \ln(2X_b/X_0)}{\ln(X_a/X_b)}, \quad (3.5)$$

donde  $X_0$  es la exposición inicial,  $X_a$  es el valor de exposición ligeramente mayor que la mitad de la  $X_0$  obtenida a un espesor  $a$  de filtración y  $X_b$  el valor de exposición ligeramente menor que la mitad de  $X_0$ , obtenido a un espesor  $b$  de filtración añadida. Una amplia discusión sobre otros procedimientos para el cálculo de la CHR de un haz polienergético puede consultarse en la sección 1.2.4 de [2].

### 3.6 Interacción de los rayos X con la materia

Como se ha mencionado a lo largo de este apartado introductorio, los rayos X son fotones altamente energéticos con habilidad para ionizar átomos y/o moléculas, formando así pares iónicos. Esta propiedad es compartida con la de otro tipo de fotones, los rayos gamma ( $\gamma$ ). Así, las radiaciones X y  $\gamma$ , son formas de radiación ionizante cuya diferencia reside en la naturaleza de su procedencia, es decir, los rayos X proceden de procesos físicos que ocurren a nivel atómico, en tanto que los rayos  $\gamma$  se originan de procesos de decaimiento nuclear [14].

Un fotón tiene asociada una energía,  $E$ , igual al producto de la frecuencia asociada al fotón,  $\nu$ , y la constante de Planck,  $h$ , es decir:

$$E = h\nu \quad (3.6)$$

Las unidades de energía están dadas en electrón-volts,  $eV$ , cuya definición es la energía cinética adquirida por un electrón al ser sometido a una diferencia de potencial de 1 volt [25]. Los rayos X (y, por ende, los rayos  $\gamma$ ) interactúan con la materia a través de un proceso de dos pasos:  $A$ , el fotón transfiere su energía a una partícula cargada (electrón o positrón) y  $B$ , la partícula cargada depone su energía en el medio [26]. Sin embargo, este proceso puede ocurrir de muy distintas formas, cuya probabilidad de ocurrencia depende de la energía disponible de los fotones, así como del número atómico y de la densidad del medio material, de forma que la radiación electromagnética puede interactuar con el átomo, con alguno de sus electrones orbitales o con el núcleo. Los tipos de interacción son: *efecto Compton*, *efecto fotoeléctrico*, *producción de pares*, *dispersión Rayleigh* e *interacción fotonuclear* [15]. Únicamente los dos primeros tipos son de interés para la formación en imagen por rayos X [15, 27], por lo que a continuación serán descritos detalladamente. Una descripción del resto, rebasa los propósitos de este trabajo, por lo que se sugiere al lector consultar las referencias incluidas si desea ampliar conocimientos.

#### 3.6.1 Efecto Compton

También llamada dispersión Compton, es la interacción ocurrida entre un fotón de energía  $E = h\nu$  y un electrón débilmente ligado de un átomo, es decir, un electrón de las capas más externas (Figura 3.10). En el proceso, el fotón incidente cede parte de su energía cinética al electrón y la remanente es dispersada en un fotón de energía  $E' = h\nu'$  [2, 26].



## CAPÍTULO 3. INTRODUCCIÓN

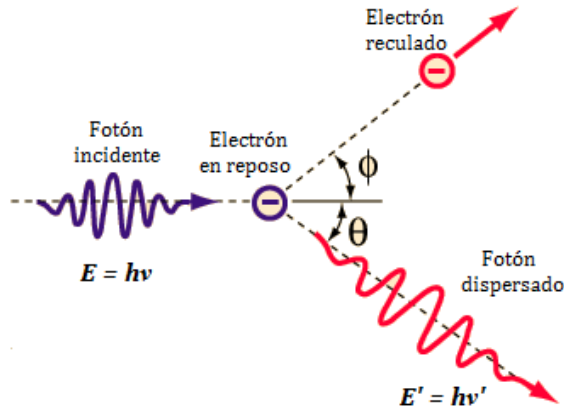


Figura 3.10. Esquematación del efecto Compton. El color azul utilizado en el dibujo, denota la parte previa a la interacción, en tanto el rojo denota la parte posterior a la misma. Un fotón incidente de energía  $E$  interactúa con un electrón de alguna de las capas más externas del átomo, cediendo parte de su energía. En el proceso, el fotón es dispersado con energía  $E'$  a un ángulo  $\theta$ .

El efecto Compton puede expresarse en términos del cociente de las energías de los fotones incidente y dispersado, y del ángulo de dispersión,  $\theta$ , de la siguiente manera:

$$\frac{E'}{E} = \frac{1}{1 + \alpha(1 - \cos\theta)} \quad (3.7)$$

donde  $\alpha = E(m_0c^2)^{-1}$ , con  $m_0c^2 = 511 \text{ keV}$ , la masa en reposo del electrón.

La ecuación 3.7 describe cualitativamente que la energía del fotón dispersado,  $E'$ , se vuelve más pequeña a medida que el ángulo de dispersión incrementa, efecto que se ve amplificado para energías elevadas de fotón incidente. De esta forma, aunque presente en el intervalo de energías típico de la imagen diagnóstica, la probabilidad de ocurrencia del efecto Compton predomina por encima de este intervalo (*i. e.*, en el orden de MeV) [15].

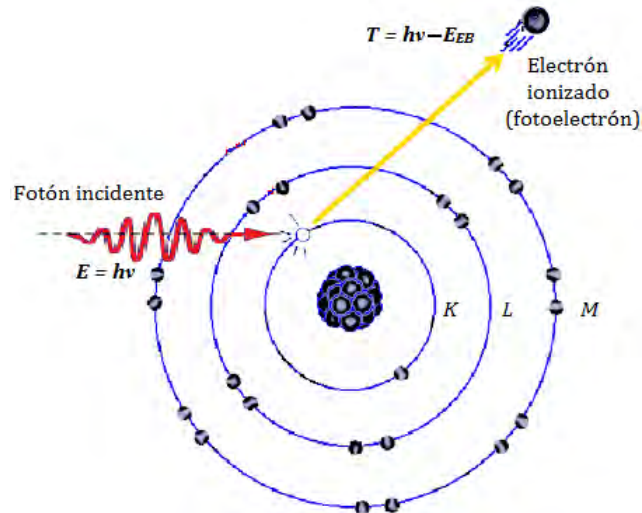
### 3.6.2 Efecto fotoeléctrico

La interacción entre un fotón y un electrón fuertemente ligado (capas más internas del átomo, típicamente K [15, 26]) recibe el nombre de efecto fotoeléctrico. En la interacción, mostrada en la Figura 3.11, el fotón cede la totalidad su energía cinética al electrón, eyectándolo de su órbita con energía  $T$ , igual a la diferencia de energías de fotón incidente,  $E = hv$ , y de ligadura  $E_{EB}$ , o bien:

$$T = E - E_{EB} \quad (3.8)$$

## CAPÍTULO 3. INTRODUCCIÓN

Para que el efecto fotoeléctrico tenga lugar, la energía del fotón incidente debe ser igual o mayor que la energía de ligadura del electrón de la capa en cuestión ( $E \geq E_{EB}$ ), caso contrario, puede ocurrir en las capas superiores, cuya energía de ligadura es menor a aquella en la que no se llevó a cabo la interacción por deficiencia energética del fotón incidente. Por ejemplo, si la interacción por efecto fotoeléctrico con alguno de los dos electrones de la capa K es energéticamente imposible, la interacción puede entonces ocurrir con alguno de los electrones de las capas siguientes, sean L, M, etc.



*Figura 3.11.* Efecto fotoeléctrico. Un fotón interactúa con uno de los electrones de la capa K, cediéndole toda su energía  $E$  y eyectándolo con una energía igual a la diferencia de energías del fotón incidente y de ligadura, El electrón ionizado, también llamado fotoelectrón, puede seguir ionizando otros átomos del medio.

En la Figura 3.12 se muestra, a través de una gráfica del número atómico como función de la energía de fotones, las regiones de predominancia relativa de los efectos fotoeléctrico, Compton y producción de pares. En el intervalo de energías típico de radiología diagnóstica ( $E \leq 0.150$  MeV [6]), predominan los efectos fotoeléctrico y Compton. La relación entre energía de fotones, número atómico y densidad del material de interacción se describe en la sección 3.7.

## CAPÍTULO 3. INTRODUCCIÓN

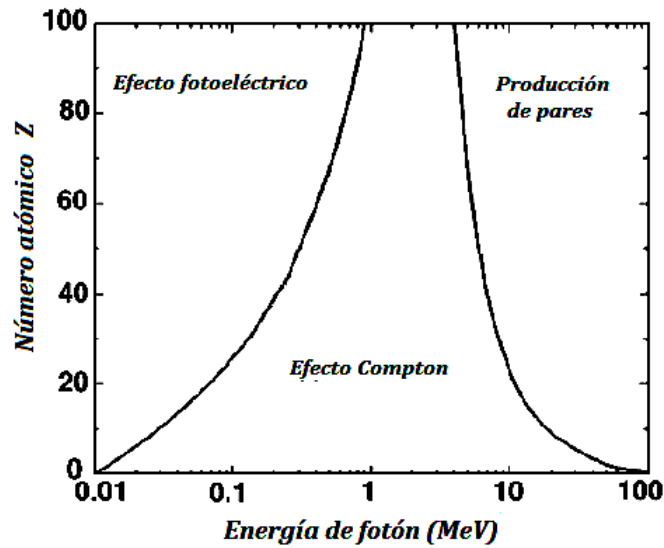


Figura 3.12. Gráfica de las zonas de predominio relativo de tres tipos de interacción de fotones con la materia: efecto fotoeléctrico, efecto Compton y producción de pares. Las curvas muestran dónde dos interacciones son igualmente probables. Tomado y modificado de [28].

### 3.7 Coeficientes de atenuación

#### 3.7.1 Coeficiente lineal de atenuación

En el contexto de la física de radiaciones, por atenuación se entiende la remoción de fotones de un haz de rayos X que atraviesa un medio material dado. Los fotones pueden ser atenuados vía eventos de absorción o de dispersión [2]. En la sección 3.5 se presentó la ecuación 3.2 como la relación que describe la atenuación de un haz monoenergético de fotones en un material de espesor dado; escrita, además, en términos de  $\mu$ , el coeficiente lineal de atenuación, el cual describe la probabilidad por centímetro de espesor de material, de que un fotón sea atenuado. El coeficiente lineal de atenuación es la suma de probabilidades de todos los tipos de interacción, expresada como:

$$\mu = \tau + \sigma_r + \sigma + \kappa, \quad (3.9)$$

donde  $\tau$  es el coeficiente de atenuación para efecto fotoeléctrico,  $\sigma_r$  el coeficiente de atenuación por dispersión Rayleigh,  $\sigma$  el coeficiente de atenuación para efecto Compton y  $\kappa$  el concerniente a producción de pares [2, 15, 26, 27]; cada coeficiente de atenuación representa la probabilidad de atenuación en un tipo de interacción y el valor específico está dado para una energía fotónica en particular y un número atómico Z del material absorbente [26].

## CAPÍTULO 3. INTRODUCCIÓN

En radiografía diagnóstica, la dispersión coherente y la producción de pares son prácticamente despreciables [10], por lo que la ecuación 3.9 queda reducida a:

$$\mu = \tau + \sigma \quad (3.10)$$

### 3.7.2 Coeficiente másico de atenuación

El coeficiente lineal de atenuación varía con la energía de los fotones y con el número atómico del material absorbente, empero, también tiene dependencia lineal con la densidad del material, por lo tanto, es necesario normalizar el valor de  $\mu$  por la densidad,  $\rho$ , resultando así el coeficiente másico de atenuación ( $\mu/\rho$ ). Por ejemplo, el agua en sus tres estados de agregación (líquido, vapor, hielo) tiene distinto  $\mu$ , pero el ( $\mu/\rho$ ) del agua para cada estado es el mismo, para una misma energía.

El coeficiente másico total de atenuación, importante para describir la manera en que se propagan los rayos X a través de un material, puede escribirse del siguiente modo:

$$\frac{\mu}{\rho} = \frac{\tau}{\rho} + \frac{\sigma_r}{\rho} + \frac{\sigma}{\rho} + \frac{\kappa}{\rho} \quad (3.11)$$

Es decir, el coeficiente másico total de atenuación es la suma de todas las probabilidades de mecanismos de interacción, normalizadas por la densidad del material absorbente. Las unidades de ( $\mu/\rho$ ) son  $\text{cm}^2\text{g}^{-1}$ .

### 3.7.3 Coeficiente másico de transferencia de energía

El coeficiente másico de transferencia de energía, ( $\mu_{tr}/\rho$ ), es la fracción de ( $\mu/\rho$ ) que contribuye a la producción de energía cinética en partículas cargadas [2]. Los fotones que escapan del sitio de interacción no contribuyen a la energía cinética.

En el efecto fotoeléctrico, una fracción de la energía del fotón utilizada, se convierte en la energía cinética,  $T$ , del fotoelectrón. El átomo ionizado, en la recombinación, emitirá rayos X característicos (llamados, por el contexto en que se producen, *rayos x de fluorescencia* [10, 26]) o, en su defecto, transiciones no radiativas que involucran electrones Auger, dando con ello lugar a una completa deposición local de la energía a través de partículas cargadas.

En el efecto Compton, una importante fracción de la energía de los fotones, abandona el sitio de interacción en forma de radiación dispersa [2]

## CAPÍTULO 3. INTRODUCCIÓN

### 3.7.4 Coeficiente másico de absorción

El coeficiente másico total de atenuación,  $(\mu/\rho)$ , hace referencia a la atenuación total, *i. e.*, por absorción y dispersión. Puesto que en radiología es relevante determinar el depósito de energía de los fotones en el material absorbente, prescindiendo de la cantidad que es dispersada, es necesaria una cantidad física que exprese este mecanismo, ésta es conocida como  $(\mu_{en}/\rho)$ , el coeficiente másico de absorción [10] y puede expresarse como:

$$\left(\frac{\mu_{en}}{\rho}\right) = \left(\frac{\mu}{\rho}\right) \frac{E_a}{E}, \quad (3.12)$$

donde  $E_a$  es la energía promedio absorbida en el material por interacción fotónica y  $E$  es la energía de fotón incidente. Dicho de otra manera, el coeficiente másico de absorción es  $(\mu/\rho)$  veces la fracción de la energía *verdaderamente* absorbida.

### 3.7.5 Variables de influencia en el coeficiente lineal de atenuación

La Tabla 3.1 muestra, para el intervalo energético de interés en física médica [10], la forma en que  $\mu$  depende de cuatro variables principales: la energía de los fotones incidentes, el número atómico del material absorbente, la densidad de electrones en el átomo y la densidad física del material, para tres mecanismos de interacción con la materia.

Tabla 3.1. Variables que influyen los tipos de interacción de fotones con la materia, para las energías de interés en física médica. Tomado y adaptado de [10]

Dependencia del coeficiente lineal de atenuación				
Tipo de interacción	Energía de fotón $E$	Número atómico $Z$	Densidad electrónica $\rho_e$	Densidad física $\rho$
Fotoeléctrico	$\frac{1}{E^3}$	$Z^3$	independiente	$\rho$
Compton	débilmente dependiente	independiente	$\rho_e$	$\rho$
Producción de pares	incrementa para $E \geq 1.02 \text{ MeV}$	$Z^2$	independiente	$\rho$

### 3.8 Fundamentos de la dosimetría de los rayos X

La respuesta a la radiación por parte de una sustancia, sea una película radiográfica, una cámara de ionización o un tumor tratado con radioterapia, se debe, directa o indirectamente, a la ionización que producen las partículas cargadas al depositar su energía cinética en el medio vía los mecanismos de interacción descritos en la sección 3.6. A la dosimetría concierne el estudio y medición de la deposición de energía producto de dichos mecanismos [15]. En la práctica, se mide una cantidad y deriva otras a partir de cálculos basados en relaciones previamente definidas. Existen dos consideraciones bien diferenciadas en la dosimetría: la descripción del haz de radiación mismo y la descripción de la cantidad de energía impartida en el medio con el que el haz interactúa [22]. Para abordar dichas consideraciones, es necesaria una introducción previa a las cantidades –y sus unidades– comúnmente utilizadas. Las cantidades descritas en las secciones C.1 y C.2, son tomadas de las referencias [10, 15, 22, 29], por lo que se homogeniza la notación para evitar confusión al lector.

#### 3.8.1 Cantidades que describen el haz de radiación

##### 3.8.1.1 Fluencia

Denotada por  $\Phi$  y también llamada fluencia de fotones, es el número de partículas incidentes ( $dN$ ) en una esfera de sección transversal ( $da$ ), esto es:

$$\Phi = \frac{dN}{da} = \left[ \frac{\text{fotones}}{m^2} \right] \quad (3.13)$$

La fluencia es una medida de la intensidad de la radiación.

##### 3.8.1.2 Fluencia energética

La cantidad de energía que atraviesa una sección transversal dada, está denotada por  $\Psi$  y, para un haz polienergético, se expresa como:

$$\Psi = \Phi \cdot dE = dN \frac{dE}{da} = \left[ \frac{\text{MeV}}{m^2} \right] \quad (3.14)$$

##### 3.8.1.3 Tasa de fluencia

Es una medida de la cantidad de fotones que atraviesan una sección transversal dada por unidad de tiempo. Entonces:

$$\dot{\Phi} = \frac{d\Phi}{dt} = \left[ \frac{\text{fotones}}{m^2 s} \right] \quad (3.15)$$

## CAPÍTULO 3. INTRODUCCIÓN

### 3.8.1.4 Tasa de fluencia energética

Esta cantidad, también llamada *flujo energético*, expresa la fluencia energética por unidad de tiempo, de la siguiente manera:

$$\dot{\Psi} = \frac{d\Psi}{dt} = \left[ \frac{\text{MeV}}{\text{m}^2\text{s}} \right] \quad (3.16)$$

### 3.8.1.5 Exposición

Una vez que uno de los átomos del medio absorbente es ionizado por un fotón, se forma un par iónico (electrón y ion positivo); estos son conocidos como iones primarios. Cuando los iones primarios pierden su energía ionizando átomos cercanos del mismo medio, dando lugar a nuevos iones, se habla de iones secundarios. El número total de pares iónicos formados en ambos procesos es proporcional a la energía que el haz de radiación deposita en el medio. Asumiendo que el medio es aire, es posible establecer una medida de la habilidad del haz de radiación para ionizar las partículas que lo conforman. De este modo, si  $dQ$  es la carga total liberada por efecto de la interacción de rayos X con un volumen pequeño de aire, de masa  $dm$ , entonces, la exposición de la radiación en la localidad de dicho volumen es:

$$X = \frac{dQ}{dm} = \left[ \frac{\text{C}}{\text{kg}} \right] = [R], \quad (3.17)$$

donde  $R$ , el roentgen, es la unidad de medida de la exposición.

Para que la ecuación 3.17 sea válida, es necesario asumir que  $dQ$  es el valor absoluto de la carga total de un signo producida tanto por los iones primarios, como por los secundarios, con estos últimos producidos en igual número al exterior y al interior del volumen de aire.

Actualmente, la exposición y su unidad, el roentgen, se consideran obsoletos y han sido sustituidos por kerma en aire y gray, respectivamente.

## 3.8.2 Cantidades que describen la transferencia de energía al medio

### 3.8.2.1 Kerma

La *energía cinética liberada en el medio* (*kerma*, por sus siglas en inglés) es la cantidad que describe la transferencia de energía cinética de los fotones a los electrones de los átomos con los que interactúan, y está definida como:

## CAPÍTULO 3. INTRODUCCIÓN

$$K = \frac{d\bar{E}_{tr}}{dm} = \left[ \frac{J}{kg} \right] \quad (3.18)$$

donde  $\bar{E}_{tr}$  es el promedio de la energía cinética transferida de fotones a partículas cargadas dentro de un volumen pequeño de masa  $dm$ .

Partiendo del siguiente supuesto: un haz de fotones monoenergéticos de energía  $E$ , siendo los únicos que interactúan con el medio, *i. e.*, despreciando fotones secundarios (*e. g.*, los resultantes de efecto Compton), entonces, el kerma puede escribirse como:

$$K = \left( \frac{\mu_{tr}}{\rho} \right)_{med} \Psi \quad (3.19)$$

Con  $(\mu_{tr}/\rho)_{med}$ , el coeficiente de transferencia de energía del medio de interés.

No obstante, en el caso de los rayos X, se tiene un haz policromático, por lo que para estimar el kerma asociado, es necesario considerar la contribución de todas y cada una de las energías de los fotones que conforman el espectro de emisión, es decir, el kerma es la integral sobre toda las energías del espectro:

$$K = \int_{E_{min}}^{E_{max}} \Psi(E) \left( \frac{\mu_{tr}(E)}{\rho} \right)_{med} dE \quad (3.20)$$

### 3.8.2.2 Dosis absorbida

En la definición de kerma, la energía del fotón es transferida a una partícula cargada, *e. g.*, un electrón, pero no es retenida en el medio, pues ocurren pérdidas radiativas, particularmente en forma de *bremstrahlung*. La dosis absorbida, por el contrario, es la energía retenida en el medio, devenida de las ionizaciones y excitaciones que el fotón produce en su interacción con el medio. Kerma y dosis absorbida no ocurren en la misma región, como puede observarse en la Figura 3.13. La dosis absorbida, cuya unidad es el gray (Gy), está definida como:

$$D = \frac{d\bar{E}_{ab}}{dm} = \left[ \frac{J}{kg} \right] = [\text{Gy}] \quad (3.21)$$

con  $d\bar{E}_{ab}$ , la energía impartida al medio (de masa  $dm$ ) por efecto de la radiación ionizante. Para que la dosis absorbida sea definida en un punto, los incrementos de  $dm$  deben ser lo suficientemente pequeños.



## CAPÍTULO 3. INTRODUCCIÓN

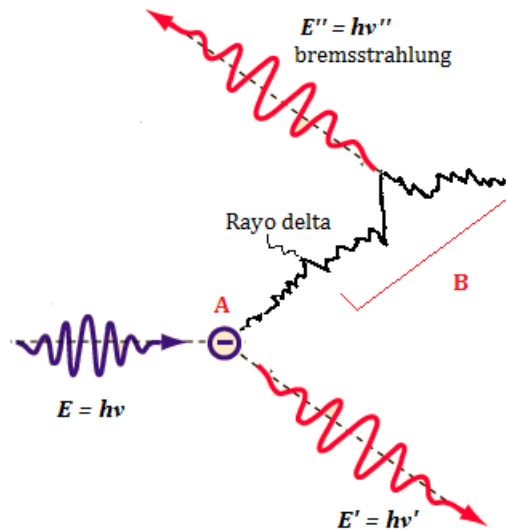


Figura 3.13. Esquematación de la transferencia de energía,  $E$ , de un fotón al medio. Cuando el fotón interactúa en la localidad A, transfiere su energía a un electrón, dotándolo de energía cinética; éste sigue una trayectoria B, en la cual va cediendo su energía a través de múltiples colisiones. La energía transferida en A es el kerma, mientras que la transferida en B es la dosis absorbida. El fotón  $E'$  es dispersado debido a la interacción en A. El fotón  $E''$  es radiación de frenado resultante de la interacción del electrón con el núcleo de algún átomo distinto al inicialmente ionizado. El rayo delta es un electrón eyectado por alguno de los originados a lo largo de B. El kerma ocurre puntualmente, mientras que la dosis absorbida ocurre en un intervalo igual al máximo alcance del electrón ionizado. Adaptado de [22].

Puede ocurrir que para un material y campo de radiación dados, la dosis absorbida,  $D$ , y el kerma,  $K$ , sean numéricamente iguales, siempre y cuando se satisfaga la condición de equilibrio de partícula cargada, discutida brevemente en la siguiente sección.

### 3.8.2.3 Condición de Equilibrio de partícula cargada (EPC)

Esta condición existe si, para un elemento de volumen de interés  $dV$ , la cantidad promedio de energía de partículas cargadas que entra en él, es la misma que sale, es decir, que la cantidad de energía, número y direcciones de partículas cargadas, se mantengan constantes a través de todo el volumen de interés. Si bien esta condición se satisface completamente si el medio es infinito y homogéneo, y con una distribución uniforme de la fuente de radiación, en la práctica se puede lograr una muy buena aproximación partiendo de dos consideraciones: 1. Que el alcance libre medio de los fotones, dado por el recíproco de  $\mu$  (o sea,  $1/\mu$ ), sea mucho mayor que el máximo alcance,  $r$ , de las partículas cargadas que liberan, esto es,  $\mu^{-1} \gg r$ . Adicionalmente, debe considerarse que cualquier interacción radiativa que sufran las partículas cargadas una vez que abandonan  $dV$ , debe ser compensada por una

## CAPÍTULO 3. INTRODUCCIÓN

interacción idéntica que ocurra al interior de la misma. Las pérdidas radiativas (esencialmente fotones secundarios) no deben ser reabsorbidas.

### 3.8.2.4 Kerma en aire y dosis absorbida en aire

Una vez fuera del tubo de rayos X (incluyendo filtración añadida) y antes de alcanzar al sujeto de estudio, el aire es el primer medio de interacción de los fotones del haz de radiación. Los componentes fundamentales del aire, poseen números atómicos relativamente bajos ( $Z < 10$ ), por lo que los rayos X de fluorescencia se producen en cantidad despreciable, lo que implica una relación de igualdad entre los coeficientes másicos de absorción y de transferencia de energía, *i. e.*,  $(\mu_{en}/\rho) = (\mu_{tr}/\rho)$ . A partir de esta consideración, el kerma en aire y la dosis absorbida en aire son virtualmente idénticos. No obstante, en la práctica, cuando se requiere medir el kerma en aire e inferir directamente la dosis en aire, debe asegurarse que el dosímetro (*e. g.*, cámara de ionización) satisfaga condiciones de EPC para garantizar equivalencia entre una y otra cantidades.

Una cámara de ionización típica, es un volumen (cámara) lleno de aire, rodeado de electrodos. En la interacción con el aire, los rayos X ionizan las moléculas que lo componen; los pares iónicos formados se redistribuyen según las líneas del campo eléctrico, siendo los electrones colectados en el ánodo y los iones positivos en el cátodo. La carga neta colectada por los electrodos está relacionada con el *roentgen* ( $R$ ) la unidad tradicional de exposición, donde:

$$1 R = 2.58 \times 10^{-4} \frac{C}{kg} \quad (3.22)$$

El roentgen está definido únicamente en aire y siempre que se satisfaga equilibrio de partícula cargada [15].

Empíricamente se ha encontrado que para producir un par iónico en aire, son necesarios 33.97 eV (*i. e.*, 33.97 J/C), valor que se conoce como  $W$ . Así, la energía absorbida en aire por un roentgen de exposición, puede deducirse de la siguiente manera:

$$E_{ab} = (2.58 \times 10^{-4} C \cdot kg^{-1})(33.97 J \cdot C^{-1}) = 0.00876 J \cdot kg^{-1} \quad (3.23)$$

Puesto que 1 roentgen equivale a 8.76 mGy, entonces, el kerma en aire,  $K_{aire}$ , en términos de la exposición,  $X$ , es:

$$K_{aire} = 0.876X \quad (3.24)$$

Se satisface además, que bajo la condición de EPC, el kerma en aire es igual a la dosis absorbida en aire,  $D_{aire}$ , es decir:

## CAPÍTULO 3. INTRODUCCIÓN

$$K_{aire} = D_{aire} \quad (3.25)$$

### 3.8.2.5 Dosis absorbida en un medio

Uno de los problemas centrales de la dosimetría es la determinación de la dosis absorbida en un medio material en específico, ya que no siempre es posible determinarla a través de la medición directa. Así, uno frecuentemente usa un dosímetro calibrado en términos de una cantidad deseada (por ejemplo, kerma en aire) y a partir de su lectura infiere la dosis absorbida para el medio de interés. Sea así el caso de un haz de rayos X que incide en un medio distinto del aire, por lo tanto, la dosis absorbida en el medio,  $D_m$ , escrita en términos de la dosis absorbida en seno de aire, es:

$$D_m = D_{aire} \frac{\left(\frac{\mu_{en}}{\rho}\right)_m}{\left(\frac{\mu_{en}}{\rho}\right)_{aire}}, \quad (3.26)$$

con  $(\mu_{en}/\rho)_m$ , el coeficiente másico de absorción del medio en cuestión.

Combinando las ecuaciones 3.24, 3.25 y 3.26, se obtiene:

$$D_m = 0.876 \frac{\left(\frac{\mu_{en}}{\rho}\right)_m}{\left(\frac{\mu_{en}}{\rho}\right)_{aire}} X \quad (3.27)$$

De este modo, asumiendo EPC,  $D_m$  puede expresarse como función tanto del kerma en aire, como de la exposición, como sigue:

$$D_m = \frac{\left(\frac{\mu_{en}}{\rho}\right)_m}{\left(\frac{\mu_{en}}{\rho}\right)_{aire}} K_{aire} = 0.876 \frac{\left(\frac{\mu_{en}}{\rho}\right)_m}{\left(\frac{\mu_{en}}{\rho}\right)_{aire}} X \quad (3.28)$$

En la práctica, el cociente de los coeficientes másicos de absorción del medio y del aire, constituye un factor que es utilizado para calcular la dosis absorbida puntualmente en un medio,  $m$ , dado el valor de kerma en aire (o de exposición, en cuyo caso, el factor recibe el nombre de  $f$ ) en el mismo punto. Este factor varía según la naturaleza del medio absorbente y de la energía del haz de radiación.

## CAPÍTULO 3. INTRODUCCIÓN

### 3.8.3 Dosis en tejido orgánico

La manera en que los rayos X —y, con ello, los rayos gamma —depositarán su energía en una región del cuerpo (sea animal o humano) dada, variará como función de la energía de fotones, del número atómico efectivo del tejido y de la densidad electrónica (número de electrones por kilogramo) de la región. Los cambios químicos y biológicos que pueda experimentar el tejido expuesto al campo de radiación ionizante, dependerá de la energía absorbida localmente.

## 3.9 Fundamentos de la tomografía computacional

El primer tomógrafo computacional (CT) de completa utilidad clínica, fue desarrollado por Godfrey Hounsfield y Alan Cormack en 1971, y ello les valió el Premio Nobel de Medicina en 1979 [7, 10]. El término tomografía computacional es utilizado para caracterizar la técnica de imagen en la que se obtienen mediciones de la transmisión de un haz de rayos X a través de un sujeto de estudio, desde distintos ángulos alrededor de éste; las imágenes obtenidas son producto del procesamiento del conjunto de mediciones vía la implementación de un algoritmo computacional.

La radiografía convencional, siendo una imagen planar, provee únicamente un valor integrado de los coeficientes lineales de atenuación [13]; dicho de otro modo, para un haz de rayos X de  $N_0(y, z)$  fotones que inciden a lo largo del eje  $x$  sobre una región de coordenadas  $(y, z)$  en el cuerpo de un paciente, el número  $N(y, z)$  de fotones que emergerá sin haber sufrido algún tipo de interacción, estará dado por:

$$N(y, z) = N_0(y, z) \exp\left(-\int \mu(x, y, z) dx\right) \quad (3.31)$$

Donde  $\int \mu(x, y, z) dx$  es la información que provee la imagen radiográfica. Esto supone una limitación importante, puesto que hay una dificultad *de facto* en la interpretación de dicha integración a lo largo del eje  $x$  o, en palabras simples, al obtener información bidimensional de un objeto tridimensional, en la práctica clínica es difícil discriminar profundidad en una radiografía, sea la posición de los órganos del paciente o de alguna región de interés particular (por ejemplo, una lesión). Ésta dificultad puede ser salvada, partiendo de considerar que es posible obtener información tridimensional a partir de reconstruir, vía un algoritmo, las proyecciones planares de un mismo objeto, variando el ángulo de incidencia del haz y detectando en sincronía su transmisión en el lado opuesto a la fuente de rayos X. Esta consideración, es el principio elemental de la *tomografía computacional*.

## CAPÍTULO 3. INTRODUCCIÓN

### 3.9.1 Fundamento matemático

#### 3.9.1.1 Adquisición

Para entender el trasfondo matemático de la adquisición de imágenes por tomografía computacional, se propone, a continuación, explorar uno de los primeros dispositivos CT, en el que un haz de rayos X, tras incidir y atravesar a un paciente, era registrado en sincronía por un detector de radiación (Figura 3.14) [10].

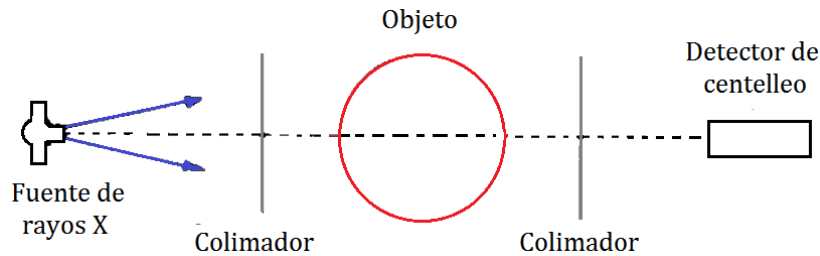


Figura 3.14. Esquematación de la disposición de los elementos de un sistema CT de primera generación. Mientras el tubo de rayos X hacía un movimiento de translación y rotación en sincronía con el detector alrededor del paciente, eran obtenidas las medidas de transmisión del haz de radiación. Modificado de [10].

Suponiendo, por simplicidad, un haz de carácter monoenergético de intensidad  $I_0$  que atraviesa a un paciente de composición corporal no homogénea, es decir, que en la trayectoria del haz ocurran  $n$  regiones, cada una con distintos espesor y coeficiente lineal de atenuación (*e. g.*, órganos, hueso, etc.), como se muestra en la Figura 3.15, entonces la intensidad transmitida que es detectada, satisface la ley de Lambert–Beers de la siguiente manera:

$$I = I_0 \exp\left(-\sum_{i=1}^n \mu_i x_i\right) \quad (3.32)$$

Que para el caso de asumir el cuerpo del paciente como un medio continuo no homogéneo, la ecuación anterior puede expresarse como:

$$I = I_0 \exp\left(-\int \mu(x) dx\right) \quad (3.33)$$

Expresión análoga a la ecuación 3.31.

## CAPÍTULO 3. INTRODUCCIÓN

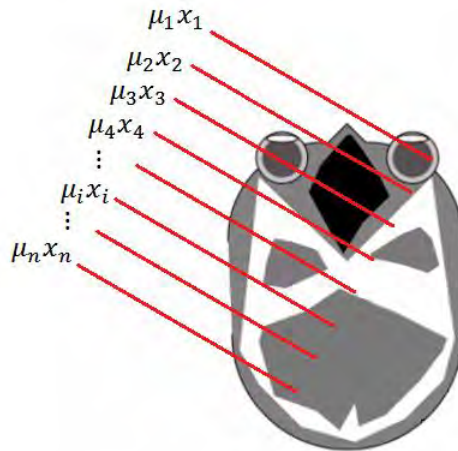


Figura 3.15. En el esquema se muestra, a manera de medio no homogéneo, la sección transversal de la cabeza de un paciente. El haz de radiación monoenergético, conformado por  $n$  rayos, es atenuado al atravesar al paciente. El valor medido de la atenuación del haz en esa región del paciente, puede descomponerse en la suma de las mediciones individuales de la atenuación a lo largo de la trayectoria de cada uno de los rayos.

Independientemente de si el problema se aborda asumiendo el caso discreto o el continuo, la composición no homogénea del paciente, da lugar a distintos valores de  $\mu$  a lo largo de la trayectoria del mismo, por lo que un valor separado del coeficiente lineal de atenuación no puede ser determinado con la medición obtenida a partir de una sola transmisión, de manera que es requerido hacer múltiples mediciones de un mismo plano respecto del paciente, pero a distintas orientaciones de incidencia del haz de rayos X, así, los coeficientes de atenuación son *separados* y un mapeo transversal de los mismos, a lo largo del plano de transmisión, es obtenido. La imagen tomográfica, para efectos de visualización, es obtenida a partir de invertir las proyecciones adquiridas a través de procedimientos matemáticos como la retroproyección filtrada. Posteriormente, en una etapa final del procesamiento computacional, a cada una de las distintas mediciones de transmisión se le asigna un valor en la escala de grises, con lo que la imagen producida representa las distintas estructuras al interior del cuerpo del paciente, cada una con características particulares de atenuación de los rayos X (Figura 3.16). A este procedimiento de tratamiento computacional de las mediciones registradas, se le conoce como reconstrucción [3, 6, 10].

## CAPÍTULO 3. INTRODUCCIÓN



*Figura 3.16.* Imágenes reconstruidas tridimensionalmente de una cabeza, con ajustes en el software de despliegue para enfatizar, de izquierda a derecha, vías áreas, tejido blando y hueso, y hueso únicamente. Tomado y modificado de [7].

### 3.9.2 Breve historia de los sistemas microCT

Como se mencionó anteriormente, la tomografía computacional provee un mapa preciso de la variación en la absorción de los rayos X al atravesar un objeto, sin importar si la composición de éste son subestructuras bien diferenciadas o si varían en suaves gradientes de densidad; no obstante, la precisión de dicho mapeo depende principalmente de la resolución espacial que sea capaz de proveer el sistema CT y este aspecto ha sido de esencial importancia a lo largo de las distintas generaciones de tomógrafos computacionales. Actualmente, los sistemas clínicos proveen, a lo más, resoluciones del orden de 0.5 mm [30], es decir, estructuras anatómicas menores a esas dimensiones, no pueden ser resueltas por el sistema CT y, por ende, no pueden ser visualizadas en la imagen; esto último supone una limitación importante cuando se desea realizar exploraciones no invasivas en situaciones donde una alta resolución espacial es requerida, por ejemplo, en el ámbito de la investigación biomédica, donde es necesario el seguimiento de roedores que fungen como modelos de enfermedades humanas.

Inicialmente, en modelos tumorales, la única manera de obtener información sobre el estado del animal, era a través de la observación clínica y/o a través del sacrificio de muchos animales de una misma cohorte, en distintos estadios de la enfermedad [30]. Además del aspecto bioético, este procedimiento era ineficaz dado que, a menos que se tuviera un gran número de roedores, la estadística asociada al modelo era pobre.

En 1984, Burstein y colaboradores reportaron haber obtenido imágenes tomográficas del tórax de un ratón, con una resolución espacial del orden de  $50 \mu\text{m}$  [3, 30], esto dio lugar al inicio de una nueva boga en la inspección no invasiva de las estructuras internas de animales pequeños, un hito importante en lo que concierne, por ejemplo, a la cuantificación de la progresión de un tumor, prescindiendo del sacrificio del animal para ello.

Un arreglo típico de microtomógrafo computacional se muestra en la Figura 3.17. El animal, típicamente un ratón, es colocado en un dispositivo mecánico entre

## CAPÍTULO 3. INTRODUCCIÓN

una fuente de rayos X y un detector fijos; el dispositivo rota sobre un eje perpendicular al haz de radiación.

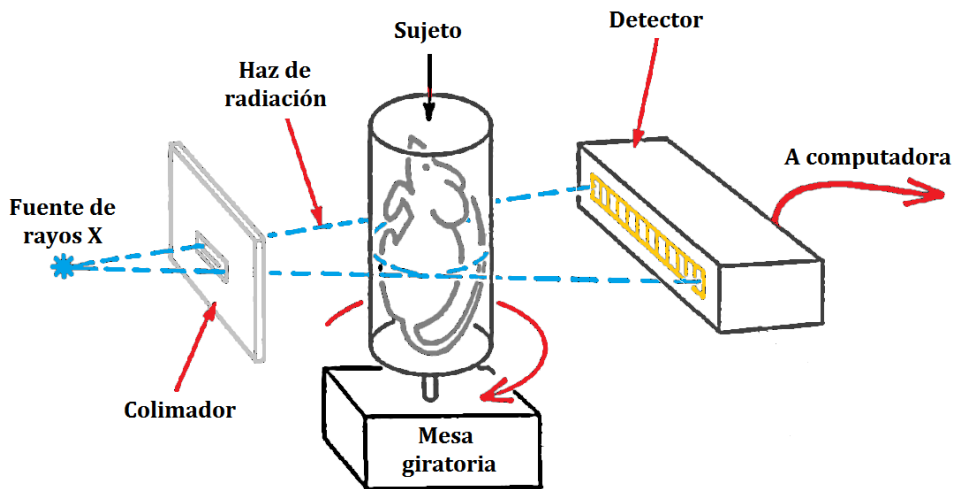


Figura 3.17. Caricatura de un sistema microCT típico con fuente y detector fijos, y sujeto en rotación. Tomado y modificado de [30].

La resolución de los sistemas microCT ha mejorado continuamente a lo largo de los años, desde la introducción de Flannery y colaboradores de un sistema de detección basado en detectores de carga acoplada (CCD, por sus siglas en inglés) [3]. A partir de los años 1990, diversos grupos de investigación, se han abocado al desarrollo de sistemas microCT de alta resolución, introduciendo tubos de rayos X con características especiales (*e. g.*, mancha focal del orden de  $\mu\text{m}$ ), arreglos de detección más eficientes basados en CCD y mejoras en los algoritmos de reconstrucción [3, 31, 32].

Es menester señalar que, de manera similar a los sistemas de tomografía de uso clínico, en los sistemas microCT existe una estrecha relación entre la dosis al sujeto y la calidad de imagen (dada, por ejemplo, en términos de la resolución espacial) [6, 13, 32]; así, una mejora en la resolución, implicará un incremento de la dosis, este último aspecto es prioritario en el diseño de un sistema microCT [3], no obstante, existen otros factores estrechamente relacionados con la resolución espacial y que, por ende, deben ser también tomados en cuenta en el diseño. Así, la posición del sujeto de estudio con respecto al detector y al tubo de rayos X, además del tamaño de la mancha focal de éste, determinarán la resolución espacial [30, 32], sin embargo, existe también una limitación computacional en la resolución de la imagen tridimensional reconstruida: ésta no puede ser mejor que la resolución individual de las proyecciones que la conforman [3].



### 3.10 Fundamentos físicos generales de la dosimetría termoluminiscente

#### 3.10.1 Termoluminiscencia

Existen materiales que al ser expuestos a un campo de radiación ionizante, almacenan parte de la energía absorbida en estados metaestables; si esta energía es emitida por estimulación en forma de radiación electromagnética infrarroja, visible o ultravioleta, se dice entonces que éstos materiales son *luminiscentes* [27]. La luminiscencia puede clasificarse en función del tiempo transcurrido entre la estimulación y la emisión de luz, teniendo así dos tipos [13, 27]: *fluorescencia*, si el tiempo es menor a  $10^{-8}$  segundos y *fosforescencia*, si es mayor a  $10^{-8}$  s.

El fenómeno de fosforescencia puede ser estimulado para dar lugar a una excitación secundaria. Así, cuando la introducción de calor al material luminiscente es la forma de excitación secundaria para estimular la emisión de la energía almacenada, el fenómeno se denomina *termoluminiscencia* y, por tanto, se dice que el material es *termoluminiscente* [27]. Algunos materiales de uso cotidiano, como las cerámicas, el teflón y el polietileno, además de otros compuestos tanto orgánicos como inorgánicos, tienen propiedades termoluminiscentes [33], no obstante, son los sólidos cristalinos dieléctricos los materiales de mayor uso en dosimetría de la radiación [15].

El fenómeno de termoluminiscencia puede describirse apelando al modelo de Randall–Wilkins [15], el cual tiene fundamento en la teoría de bandas de sólidos semiconductores. En un sólido cristalino, por efecto de la interacción de éste con radiación ionizante, los electrones en la red cristalina, al ser excitados, pasan de la banda de valencia a la banda de conducción, dejando una vacante de carga positiva llamada *hueco*. Tanto los electrones, desplazados a la banda de conducción, como los huecos dejados en la banda de valencia, migran a lo largo de sus respectivas bandas, por lo que pueden perder su energía en forma térmica, recombinándose inmediatamente con un portador de carga de signo opuesto o bien, quedar atrapados en trampas para electrones o huecos a través del cristal (Figura 3.18). Las trampas pueden originarse por la configuración de la red cristalina misma o, en su defecto, por impurezas introducidas en la misma, en cuyo caso se generan niveles cuánticos en la banda prohibida. Cuando las impurezas son introducidas de modo artificial, se habla de *cristales dopados* [15, 27].

Las trampas, de manera independiente a su naturaleza de origen, pueden clasificarse en dos tipos: *trampas de almacenamiento* y *centros de recombinación*.

Las trampas de almacenamiento, retienen a los portadores de carga, sean huecos o electrones, hasta que ocurra un proceso de excitación en el material que

## CAPÍTULO 3. INTRODUCCIÓN

dé lugar a la transferencia de la energía necesaria (*energía de activación*) para que los portadores sean liberados de las trampas. La energía de activación depende del sólido cristalino y de la naturaleza de la trampa [27]. Previa a la interacción de la red cristalina con la radiación ionizante, todas las trampas están libres, *i. e.*, las trampas para huecos están ocupadas por electrones, mientras que las que son para electrones, están vacías; empero, las trampas presentan recombinaciones espontáneas y la energía de activación puede no liberar todas las trampas [15].

Los centros de recombinación, por su parte, constituyen la memoria del sólido cristalino y son fundamentales para que este, sea de uso dosimétrico [15]. Un portador de carga liberado tras excitación térmica, puede recombinarse con un portador de carga de signo contrario, atrapado en un centro de recombinación, también llamado de luminiscencia. En el proceso de recombinación, la energía se libera parcialmente en forma de luz UV, visible o infrarroja (Figura 3.18B). La luz emitida, constituye información sobre la energía impartida en el material termoluminiscente por el campo de radiación ionizante.

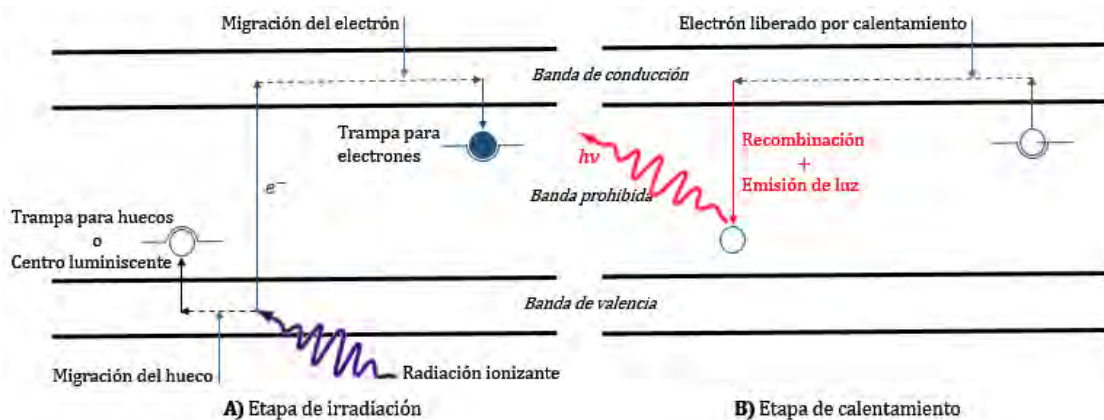


Figura 3.18. Fenómeno de termoluminiscencia. La etapa A, corresponde a la irradiación del material luminiscente, donde los portadores de carga son almacenados en trampas debidas a impurezas en la red cristalina. En la etapa B, tras inducir excitación por calentamiento, los portadores de carga se recombinan y ocurre emisión de luz.

### 3.10.2 Dosimetría termoluminiscente

La dosimetría termoluminiscente es la técnica dosimétrica que emplea el fenómeno de termoluminiscencia para obtener información de la energía depuesta por radiación ionizante en un material sólido cristalino dieléctrico utilizado como dosímetro [10, 15, 27, 34, 35]. La dosis absorbida en un dosímetro termoluminiscente (TLD, por sus siglas en inglés) es proporcional a luz que éste emite tras el procedimiento de calentamiento [15, 34], por lo que la información dosimétrica obtenida es de gran precisión.

## CAPÍTULO 3. INTRODUCCIÓN

Los TLD de carácter comercial, son suministrados en forma de pastilla, barra o polvo [15, 34]. Los dosímetros más utilizados en el ámbito clínico, son los compuestos de LiF:Mg,Ti (Fluoruro de litio dopado con magnesio y titanio), de LiF:Mg,Cu,Ti (Fluoruro de litio dopado con magnesio, cobre y titanio) y de Li<sub>2</sub>B<sub>4</sub>O<sub>7</sub>:Mn (Tetraborato de litio dopado con magnesio) [27]. El uso de estos TLD reside en que su respectivo número atómico efectivo, es equivalente al del tejido biológico [15, 27, 34, 35].

El TLD utilizado para las evaluaciones dosimétricas en este trabajo de tesis, es el LiF:Mg,Ti. Lo concerniente al criterio de elección, así como la descripción de sus características físicas, técnicas y comerciales, y el procedimiento de manipulación y lectura, es descrito detalladamente en la sección de Metodología.

### 3.11 El sistema Albira

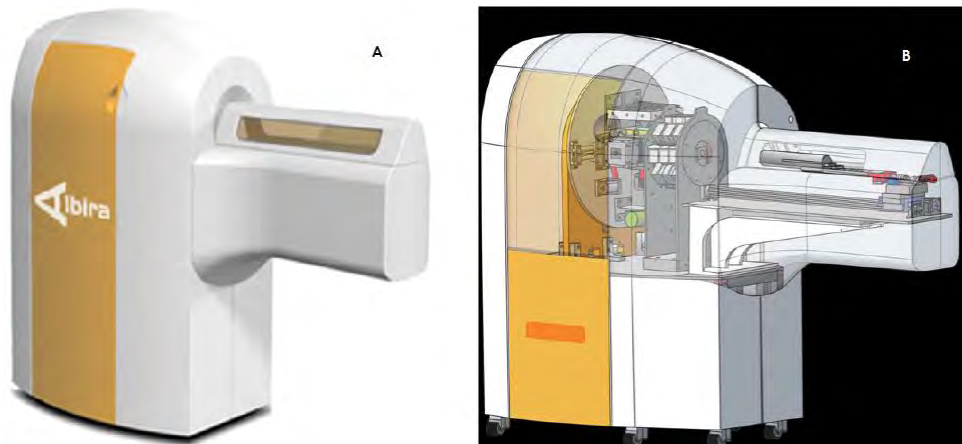
A continuación se describen *grosso modo* las características técnicas del sistema trimodal de adquisición de imagen fabricado por Oncovision (Figura 3.22), haciendo énfasis en la unidad microCT, por ser menester de este trabajo. Una descripción exhaustiva puede consultarse en la literatura correspondiente [4, 36].

El sistema está conformado por tres unidades de adquisición tomográfica, a saber:

- PET (Tomografía por emisión de positrones)
- SPECT (Tomografía por emisión de fotón único)
- CT (Tomografía computarizada)

Estas unidades se encuentran dispuestas en un gantry común, en el orden listado arriba (Figura 3.19). La camilla donde se coloca al roedor tiene suficiente libertad para desplazarse axialmente, de tal manera que la adquisición de imagen pueda ser realizada de manera individual para cada una de las modalidades o en combinación de las tres. Los tres dispositivos están montados en una estructura cuyo volumen no excede los 2.5 m<sup>3</sup>.

## CAPÍTULO 3. INTRODUCCIÓN



*Figura 3.19.* Sistema de adquisición de imagen trimodal microPET/SPECT/CT Albira. En *A* se muestra la vista externa. En *B* se muestra esquemáticamente el interior del sistema, en la parte más robusta (lado izquierdo) se encuentran las unidades o subsistemas de adquisición; en la parte frontal (lado derecho) se encuentra la zona de colocación del animal.

### 3.12 La unidad microCT

La unidad de microtomografía computacional está básicamente compuesta por un tubo generador de rayos X y un detector bidimensional, que en conjunto se hallan acoplados de modo perpendicular a la componente SPECT del sistema (Figura 3.19).

La unidad microCT hace uso de un tubo de rayos X Apogee (modelo XTF5011, Series 5000, Oxford Instruments) con ánodo de tungsteno, cuya mancha focal tiene un tamaño de  $35 \mu\text{m}$ . El tubo se encuentra sellado, posee una filtración añadida de aluminio de 0.5 mm de espesor y está colocado a una distancia fuente-isocentro (DFI) de 290 mm en la geometría de rotación. La distancia de separación entre tubo generador y el panel de detección (C7942-ck12, Hamamatsu Photonics) es de 425 mm, esto es, el panel se encuentra a 135 mm respecto del isocentro del sistema.



## CAPÍTULO 3. INTRODUCCIÓN

Tabla 3.4. Parámetros de operación del tubo de rayos X Apogee, Series 5000, mod. XTF5011, Oxford Instruments.

Voltaje de operación	4 – 50 kV
Corriente en el filamento	0 – 1 mA
Potencia máxima	50 W
Estabilidad	0.2% durante 4 horas
Mancha focal nominal	35 $\mu\text{m}$
Material del ánodo	Tungsteno (W)
Sistema de refrigeración	Convección forzada de aire
Cono de emisión del haz de R-X	22 – 24°

### 3.12.2 Detector de rayos X

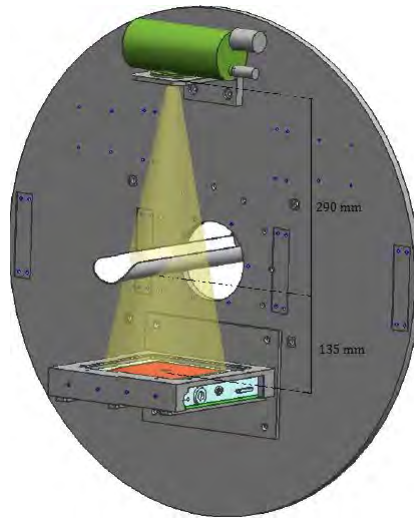
El detector C7942 (Hamamatsu Photonics) (Figura 3.21), incorporado a la unidad de microtomografía computacional, es un panel plano conformado por una matriz de fotodiodos con un área de 120 mm<sup>2</sup> sensible a rayos X generados en el intervalo de voltaje de 20 a 80 kV. Los rayos X que participan en la formación de la imagen del sujeto experimental son detectados indirectamente por cristales fotocentelladores de CsI, acoplados en forma de agujas delgadas a la matriz de fotodiodos, donde los fotones emitidos por los cristales son colectados; posteriormente son convertidos en carga eléctrica y procesados por la electrónica de adquisición del sistema. La geometría del panel permite áreas de sensibilidad (2400x2400 pixeles) con muy alta resolución (25  $\mu\text{m}$  por pixel).



Figura 3.21. Panel C7942 de detección de rayos X.

Tanto el tubo Apogee como el panel detector, se encuentran montados opuestos el uno al otro en una estructura que permite realizar una rotación de 360° con precisión de 0.01° alrededor de la camilla del roedor (Figura 3.22). La distancia de separación entre el panel sensor y el tubo de rayos X es de 425 mm, de tal forma que el cono de emisión de 22° del haz de radiación generado por el tubo se ajuste al área sensible del panel detector. El tubo Apogee se encuentra colocado a 290 mm del eje de rotación, mientras que el panel C7942, lo está a 135 mm. El acomodo espacial de los dispositivos da lugar a un campo de visión de 80 mm en el plano perpendicular al eje axial, mientras que el plano paralelo es de 74 mm. La mejor resolución espacial que puede obtenerse de las imágenes reconstruidas es de 70  $\mu\text{m}$ .

## CAPÍTULO 3. INTRODUCCIÓN



*Figura 3.22.* Esquematación de la disposición espacial de los dispositivos que conforman la unidad microCT. El eje de rotación o isocentro de la unidad, prácticamente coincide con la parte inferior de la camilla donde se coloca al sujeto de experimentación. Modificado de [4].

### 3.12.3 Software de adquisición

El sistema Albira cuenta con el software *Albira Suite*, que permite la gestión de los protocolos y sujetos experimentales, ofreciendo una amplia variedad de herramientas de creación, reconstrucción y modificación de las adquisiciones imagenológicas. La *Suite* ofrece la creación de una base de datos con información introducida por los usuarios del sistema. Una descripción más amplia del software puede consultarse en la literatura disponible [4].

La interfase del software a través de la cual el usuario gestiona las adquisiciones en las distintas modalidades de imagen, es el *Albira Manager* (Figura 3.23). Por ser el caso que atañe al tema de este proyecto de tesis, se hará solamente la descripción del funcionamiento del *Manager* en la modalidad CT.







## CAPÍTULO 3. INTRODUCCIÓN

abordan en este apartado preliminar; empero, el lector puede consultar las referencias [4, 36] si desea conocer al respecto.

### 3.13 Dosímetros termoluminiscentes TLD-100

Las técnicas de dosimetría termoluminiscente son amplia y comúnmente utilizadas en aplicaciones clínicas [34] para verificar cálculos de dosis absorbida en una locación de interés particular. Esto se realiza directamente en el sujeto de estudio o en un maniquí; en la investigación preclínica también son utilizados con la misma finalidad [3, 35]. En ambos casos, la elección del material del dosímetro termoluminiscente (dosímetro TL) dependerá de los requerimientos específicos de la aplicación (radioterapia, radiología diagnóstica, dosimetría postal, etc.), pero el *común denominador* de muchos de los dosímetros de este tipo, es su bajo número atómico efectivo, equiparable con el del tejido blando [15, 34, 35], además, los dosímetros TL proveen información óptima de la magnitud radiológica de interés si estos reciben un tratamiento de calor estrictamente controlado (a saber, uniforme y reproducible).

El dosímetro utilizado en este trabajo es el chip (o *galleta*) de fluoruro de litio dopado con magnesio y titanio (LiF:Mg,Ti), comercializado por Harshaw/Bricon (Newbury, OH) bajo el nombre de TLD-100, en su presentación de  $3.175 \times 3.175 \times 0.889 \text{ mm}^3$  (Figura 3.24). El criterio de elección del TLD-100 para el desarrollo de este trabajo, estriba en la vasta literatura existente en lo que concierne a sus propiedades termoluminiscentes, su relativo fácil manejo y su disponibilidad comercial.

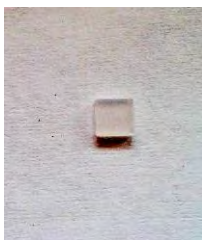


Figura 3.24. Galleta de TLD-100 (Harshaw/Bricon) con dimensiones aproximadas:  $3\text{mm} \times 3\text{mm} \times 0.9\text{mm}$ .

La curva de brillo del TLD-100 (Figura 3.25), cuya área se utiliza para determinar la dosis absorbida [23], consiste de varios picos, de los cuales, el *Pico 5* (que aparece alrededor de los  $200 \text{ }^\circ\text{C}$  de calentamiento) es el de mayor interés dosimétrico [27, 34, 35], debido a que es el de mayor intensidad termoluminiscente relativa y su estabilidad temporal es grande comparada con la de los picos aparecen a temperaturas menores en la curva de brillo (Tabla 3.5).

## CAPÍTULO 3. INTRODUCCIÓN

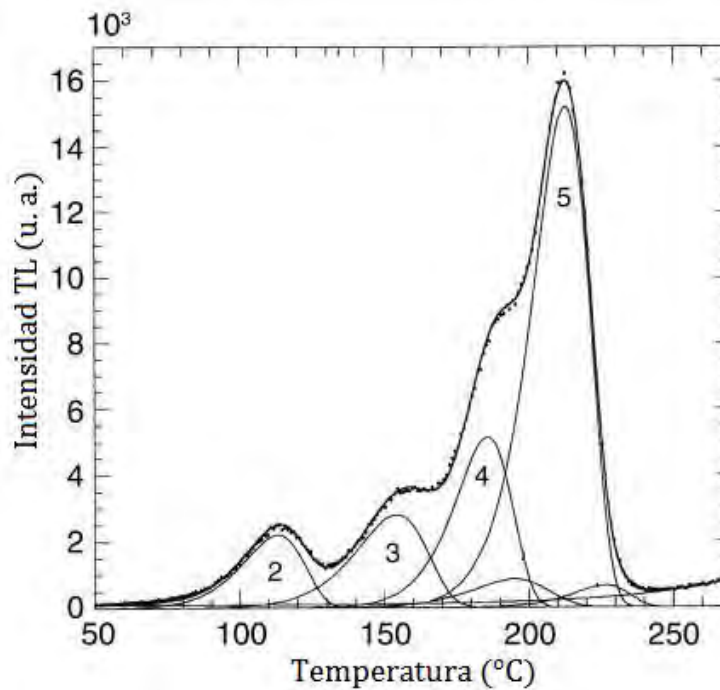


Figura 3.25. Curva de brillo del TLD-100, obtenida de la irradiación con  $^{90}\text{Sr}/^{90}\text{Y}$ . Se observan los picos termoluminiscentes y sus correspondientes temperaturas aproximadas a las que aparecen. La temperatura de cada pico depende de las características del detector de señal TL. Tomada y modificada de [38].

Tabla 3.5. Comparación de las vidas medias asociadas a cada uno de los picos de la curva de brillo típica del LiF:Mg,Ti. La señal termoluminiscente decrece con el tiempo, debido a la emisión espontánea de luz a temperatura ambiente. Tomado de [33].

Pico	T (°C)	Vida media a temperatura ambiente
1	65	10 min
2	120	1 día
3	160	3 meses
4	195	8.5 años
5	208	80 años
6	280	> 100 años

Otra característica importante del TLD-100, es la linealidad en su respuesta como función de la dosis absorbida, siendo óptima en el intervalo  $0.1 \mu\text{Gy} - 1 \text{Gy}$  [15, 33], donde se encuentran las dosis típicas de los sistemas de microtomografía computarizada [3, 5, 9]. Por encima de este intervalo, la respuesta del TLD-100 es supralineal.

## Capítulo 4

### Metodología

La evaluación dosimétrica de la unidad microCT del sistema Albira consistió en dos partes. La primera, es un modelo de cálculo analítico para determinar, como función de la dosis absorbida en agua, la dosis impartida en la superficie de un ratón durante un estudio tomográfico [en adelante *dosis impartida en superficie* (DIS)], fundamentado en la integración numérica de distribuciones espectrales de rayos X simuladas a través del método de interpolación polinomial de Boone [2, 16, 17] y los coeficientes de parametrización del tubo Apogee con ánodo de tungsteno, reportados previamente por Moya y colaboradores [4, 25]. La segunda parte, es un procedimiento experimental para la determinación de la DIS, también en términos de la dosis absorbida en agua, utilizando técnicas de dosimetría termoluminiscente con dosímetros TLD-100. La determinación experimental de la DIS fue realizada en nichos de acrílico y en ratones *post mortem*. Los resultados obtenidos en la totalidad de los casos, se compararon con los valores de evaluación dosimétrica provistos por el fabricante [37].

#### 4.1 Cálculos analíticos de la dosimetría

Las generalidades de la implementación del modelo analítico para las respectivas estimaciones de la DIS de un ratón durante un estudio tomográfico en la unidad microCT, son descritas en la presente sección. Una descripción exhaustiva de cada una de las etapas en la implementación del modelo analítico, se encuentra en el Apéndice A de esta tesis, mostrándose, además, las tablas con los datos generados a partir de los cálculos que en esta sección se describen de manera sucinta.

##### 4.1.1 Simulación de espectros de rayos X

Utilizando los coeficientes de interpolación polinomial para el tubo Apogee reportados por Moya [39] y considerando la filtración añadida en éste (0.5 mm Al), se simularon los espectros de fluencia de rayos X generados a 35 y 45 kV, normalizados por 1 mAs de carga en el tubo, a 1 m de distancia de la ventana del mismo (Figura 4.1).

## CAPÍTULO 4. METODOLOGÍA

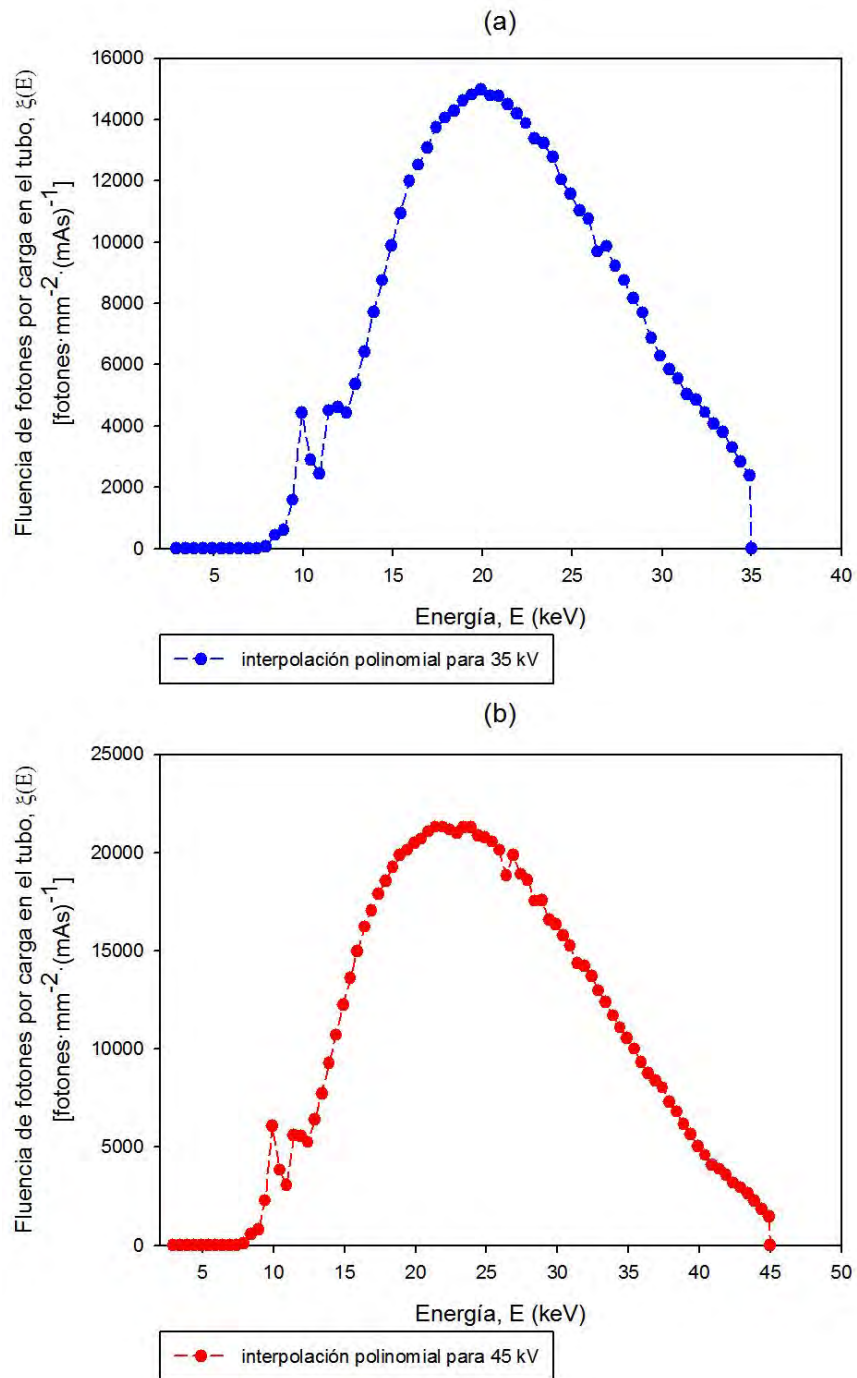


Figura 4.1. Espectros de fluencia de rayos X, simulados utilizando los coeficientes de interpolación polinomial reportados por Moya *et al.* para ánodo de tungsteno. Ambos espectros fueron atenuados analíticamente por filtración añadida de 0.5 mm Al. (a) corresponde al espectro generado a 35 kV, mientras que (b) corresponde al generado a 45 kV. Las líneas punteadas que conectan los puntos, han sido añadidas para efectos de mejora en la visualización.

## CAPÍTULO 4. METODOLOGÍA

### 4.1.2 Estimación analítica de kerma en aire y de dosis absorbida en aire

Dado que la parametrización de los espectros de Moya fue realizada a partir de medir la fluencia de fotones en aire [8], de las distribuciones espectrales simuladas puede derivarse información de la energía cinética liberada por los fotones en seno de aire a 1 m de distancia de la fuente, *i. e.*, el *kerma* en aire ( $K$ ) a 1 m de distancia. De tal manera que, asumiendo condiciones de equilibrio de partícula cargada (EPC), puede estimarse también la dosis absorbida en aire ( $D_{aire}$ ) a la misma distancia.

Entonces, definida la función:

$$\xi(E) = \frac{\Phi(E)}{\text{mAs}} = \left[ \frac{\text{fotones}}{\text{mm}^2 \text{mAs}} \right], \quad (4.1)$$

donde  $\Phi(E)$  es la fluencia de fotones a una energía  $E$ , normalizada por la carga en el tubo (también llamado *rendimiento del tubo*), en mAs; se tiene que para un espectro polienergético,  $K(E)$ , el kerma en aire por mAs, está definido por la siguiente función dependiente de la energía:

$$\Gamma(E) = \frac{K(E)}{\text{mAs}} = \kappa \int_{E_{min}}^{E_{max}} \xi(E) \left( \frac{\mu_{tr}(E)}{\rho} \right)_{aire} EdE, \quad (4.2)$$

donde  $(\mu_{tr}(E)/\rho)_{aire}$ , es el coeficiente másico de transferencia de energía en aire dependiente de la energía; los límites de integración  $E_{min}$  y  $E_{max}$  corresponden a los valores de las energías mínima y máxima del espectro de rayos X, respectivamente, en tanto que  $\kappa = 1.602176497 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Gy} \cdot \text{kg}}{\text{eV}}$ , es una constante de conversión de unidades.

La ecuación 4.2, implica que, conocida una distribución espectral de rayos X polienergéticos, a partir de su integración puede ser calculado el kerma en aire. No obstante, en el caso de los espectros simulados, se tienen distribuciones discretas, por lo que es necesaria la implementación de algoritmos de integración numérica. El método de integración seguido en este trabajo para el cálculo de kerma en aire es la *regla compuesta de Simpson* [40], el cual se describe en el Apéndice D.

Puesto que el propósito último del modelo analítico propuesto, es la estimación de la dosis impartida en la superficie anatómica de un roedor, es menester primero determinar la dosis en aire a partir de los espectros simulados. Entonces, para condiciones de EPC, se tiene que  $K = D_{aire}$ , por lo que, por definición [2, 15, 20, 22, 29], es necesario reescribir la ecuación 4.2 en términos de los coeficientes másicos de absorción en aire dependientes de la energía,  $(\mu_{en}(E)/\rho)_{aire}$ , de la siguiente forma:

## CAPÍTULO 4. METODOLOGÍA

$$\Gamma^D(E) = \frac{D_{aire}(E)}{\text{mAs}} = \kappa \int_{E_{min}}^{E_{max}} \xi(E) \left( \frac{\mu_{en}(E)}{\rho} \right)_{aire} E dE \quad (4.3)$$

Para las energías típicas de radiodiagnóstico y para medios materiales de bajo número atómico,  $Z$ , se tiene que  $(\mu(E)/\rho) = (\mu_{tr}(E)/\rho)$ ; es decir, el coeficiente másico total de atenuación es prácticamente igual coeficiente másico de transferencia de energía en el medio en cuestión [14, 15, 20, 41, 42]. Con fundamento en lo anterior, para la estimación analítica de  $K/\text{mAs}$  y en conformidad con la ecuación 4.2, fueron utilizados los  $(\mu(E)/\rho)_{aire}$  reportados por el NIST [43], en el intervalo 2–50 keV, graficados en subconjuntos de 5 o 6 elementos/coeficientes, para obtener aquella curva que mejor ajustara la distribución de puntos por subintervalo energético. La graficación y el ajuste de los datos fueron realizados en el software de análisis estadístico SigmaPlot (versión 10.0, Systat Software Inc.). El criterio para determinar el mejor ajuste, residió en considerar aquellos valores de  $R^2$ , el cuadrado del coeficiente de correlación, lo más cercanos a 1.

Por otro lado, para estimar de manera analítica  $D_{aire}/\text{mAs}$ , de acuerdo al formalismo descrito por la ecuación 4.3, se utilizaron los  $(\mu_{en}(E)/\rho)_{aire}$  contenidos en el trabajo de Buhr *et al.* [41] en combinación con los reportados por el NIST [43]. La combinación de estos valores, en el intervalo 2–50 keV, fue también graficada por subconjuntos de 5 a 6 coeficientes para obtener las curvas de mejor ajuste, con los mismos criterios que para el caso anterior. Las expresiones matemáticas asociadas a las curvas de ajuste, fueron utilizadas para interpolar, según el caso, los coeficientes  $(\mu(E)/\rho)_{aire}$  y  $(\mu_{en}(E)/\rho)_{aire}$  en los valores de energía que conforman los espectros simulados de rayos X. En las secciones B.1 y B.2 del Apéndice B se describen, a detalle, los procedimientos de ajuste e interpolación para estos coeficientes.

De manera posterior, se calculó término a término (o bien, energía a energía), el valor de kerma/dosis en aire por mAs, para cada elemento de fluencia del espectro, esto es, los respectivos integrandos de las ecuaciones 4.2 y 4.3. Finalmente, implementando el algoritmo de la regla compuesta de Simpson en el software Wolfram Mathematica 10 (versión 10.0.2.0, Wolfram Research, Inc.) –el cual puede consultarse en la sección A.2 del Apéndice A–, se realizó la integración numérica de la distribución espectral simulada, para obtener el valor de kerma/dosis en aire por mAs en el tubo.

Es importante considerar que las estimaciones tanto de  $K \cdot (\text{mAs})^{-1}$ , como de  $D_{aire} \cdot (\text{mAs})^{-1}$ , son a partir de simular los espectros a 1 metro de distancia de la fuente de rayos X, por lo que para estimar ambas cantidades, cuando son impartidas por estudio tomográfico en el sistema Albira, es necesario corregir éstas por efecto de la geometría de adquisición, *e. g.*, la distancia fuente–isocentro

## CAPÍTULO 4. METODOLOGÍA

(DFI = 290 mm), así como por los efectos de la corriente en la terminal catódica del tubo de rayos X y del tiempo durante el que éste irradia al objeto de estudio.

A continuación, y por motivos de brevedad, los factores de corrección asociados con los efectos mencionados, son descritos para la estimación de  $D_{aire}$ , pero, estos son extensibles para la estimación del kerma en aire, sin pérdida de generalidad.

De este modo, dado que la intensidad del haz de radiación disminuye con el inverso del cuadrado de la distancia [29, 43], el valor del factor de corrección es:

$$F_d = \left(\frac{1m}{d}\right)^2, \quad (4.4)$$

donde  $d$  es la distancia respecto de la fuente (en metros) a la cual se desea estimar la dosis absorbida en aire; entonces, para estimar  $D_{aire}$  en el isocentro del sistema, basta sustituir  $d = DFI$ .

Para obtener el valor de la  $D_{aire}$  relativa a las combinaciones de parámetros de adquisición de la unidad microCT, el valor de  $D_{aire} \cdot (\text{mAs})^{-1}$  debe ser multiplicado por la carga en el tubo, esto es, por el producto de los valores de corriente en el filamento (en unidades de mA) y de tiempo de irradiación (en segundos) con los que opera el sistema Albira (ver sección 3.12.3); entonces, el factor asociado es:

$$F_{\text{mAs}} = I \cdot t, \quad (4.5)$$

con  $I$  la corriente en el filamento y  $t$  el tiempo de adquisición del estudio tomográfico.

En resumen, la estimación analítica de la  $D_{aire}$  por estudio tomográfico en un punto respecto de la fuente y valor de carga en el tubo conocida, a partir de la implementación del modelo analítico, en conformidad con el formalismo descrito por la ecuación 4.3, sigue la relación:

$$D_{aire}(d, \text{mAs}) = F_d F_{\text{mAs}} \frac{D_{aire}}{\text{mAs}} \quad (4.6)$$

En particular, la dosis absorbida en aire en el isocentro del sistema de rotación de la unidad CT para cualquier calidad de estudio tomográfico, es:

$$D_{aire}(d = DFI, \text{mAs}) = F_{DFI} F_{\text{mAs}} \frac{D_{aire}}{\text{mAs}} \quad (4.7)$$

## CAPÍTULO 4. METODOLOGÍA

### 4.1.3 Estimación analítica de la dosis impartida en superficie

Ya que el propósito fundamental del modelo analítico de estimación de la dosis absorbida de radiación es de índole biológica, es necesario introducir en el modelo un maniquí teórico, cilindro de agua, con diámetro aproximado al de un ratón experimental típico ( $\varnothing = 30$  mm), para efectos de la estimación analítica de la dosis de radiación que recibe el animal en la piel por estudio tomográfico, *i. e.*, la dosis impartida en superficie (DIS). De este modo, la DIS se define como la dosis absorbida en agua en el maniquí teórico,  $D_{agua}$ , es decir:

$$DIS = D_{agua} \quad (4.8)$$

En el modelo, el centro geométrico del cilindro en el plano transversal, coincide con el eje de rotación de la unidad CT, esto es, el isocentro (Figura 4.2); esta condición requiere que en la ecuación 4.4,  $d = DFI - R$ , con  $R = 15$  mm el radio del cilindro, de manera que  $F_d$ , el factor de corrección por efecto de la distancia fuente–superficie del maniquí, es:

$$F_d = \left( \frac{1m}{DFI - R} \right)^2 \quad (4.9)$$

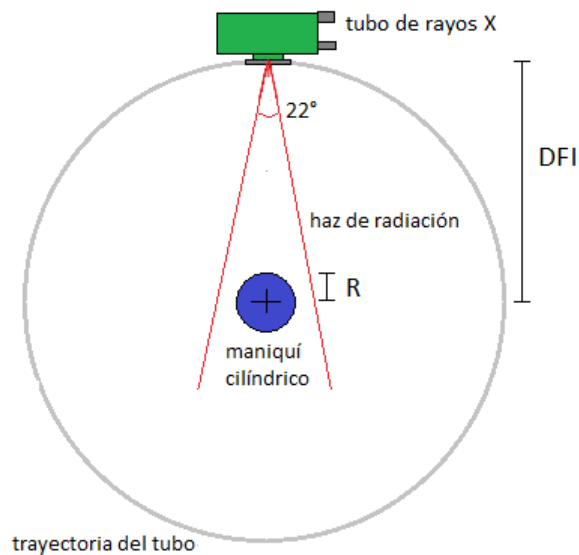


Figura 4.2. Diagrama de la geometría de simulación del modelo analítico de la dosis impartida en superficie. El maniquí teórico implementado, es un cilindro de agua de radio  $R = 15$  mm, cuyo centro de su sección transversal coincide con el isocentro de la unidad microCT; la distancia entre la fuente y dicho punto geométrico es  $DFI = 290$  mm. El haz de radiación tiene un ángulo de  $22^\circ$ , asumiendo la fuente puntual.



## CAPÍTULO 4. METODOLOGÍA

De acuerdo con la sección 3.8.2.5, la dosis absorbida en agua ( $D_{agua}$ ), puede expresarse en términos de la dosis absorbida en aire ( $D_{aire}$ ) y de los coeficientes másicos de absorción de ambos medios, de la siguiente manera [2]:

$$D_{agua} = \frac{\left(\frac{\mu_{en}(E)}{\rho}\right)_{agua}}{\left(\frac{\mu_{en}(E)}{\rho}\right)_{aire}} \cdot D_{aire} \quad (4.10)$$

De acuerdo con Johns y Cunningham [22], para un espectro de rayos X, *i. e.*, una distribución polienergética, la relación 4.10 puede generalizarse a:

$$D_{agua} = \frac{\int_{E_{min}}^{E_{max}} \xi(E) \left(\frac{\mu_{en}(E)}{\rho}\right)_{agua} dE}{\int_{E_{min}}^{E_{max}} \xi(E) \left(\frac{\mu_{en}(E)}{\rho}\right)_{aire} dE} \cdot D_{aire} \quad (4.11)$$

Definiendo:

$$\tau = \frac{\int_{E_{min}}^{E_{max}} \xi(E) \left(\frac{\mu_{en}(E)}{\rho}\right)_{agua} dE}{\int_{E_{min}}^{E_{max}} \xi(E) \left(\frac{\mu_{en}(E)}{\rho}\right)_{aire} dE} \quad (4.12)$$

como el factor dado por la fracción entre las integrales de los coeficientes másicos de absorción del agua y del aire, en el intervalo energético  $[E_{min}, E_{max}]$  que comprende la distribución espectral.

Así, sin considerar retrodispersión, la DIS puede calcularse directamente del valor analítico de la dosis impartida en agua,  $D_{agua}$ , sobre la superficie del maniquí y expresarse como:

$$DIS = D_{agua} = \tau \cdot D_{aire} (d = DFI - R, mAs) \quad (4.13)$$

Las integrales en la ecuación 4.12 se calculan por integración numérica, utilizando la regla compuesta de Simpson (ver sección A.3, Apéndice A).

Para efectos del cálculo de  $\tau$ , fue necesario determinar los coeficientes másicos de absorción en agua para cada una de las energías que comprenden los espectros de rayos X de 35 y 45 kV. Así, la forma funcional interpolante para  $(\mu_{en}(E)/\rho)_{agua}$ , se determinó a partir de un procedimiento de graficación y ajuste por subintervalos de energía, similar al realizado para obtener los  $(\mu_{en}(E)/\rho)_{aire}$  asociados a las energías de los espectros simulados. Los datos de los  $(\mu_{en}(E)/\rho)_{agua}$  utilizados

## CAPÍTULO 4. METODOLOGÍA

para obtener las funciones de interpolación, son los reportados por el NIST [44] para el intervalo 2–50 keV. El procedimiento de interpolación para  $(\mu_{en}(E)/\rho)_{agua}$ , está descrito en la sección B.3 del Apéndice B.

Es importante señalar que las incertidumbres asociadas a la evaluación numérica de cada una de las integrales presentadas en esta sección, también fueron calculadas. El procedimiento de propagación de incertidumbres para integración numérica, se aborda con mayor detalle en el Apéndice E.

### 4.2 Dosimetría experimental

La determinación de la DIS, impartida por el tubo de rayos X de la unidad microCT del sistema Albira para los parámetros de adquisición ya mencionados, se realizó a través de dosimetría termoluminiscente, utilizando un lote de 42 dosímetros TLD–100, cuyas características, propiedades y dimensiones de este tipo de dosímetro, han sido descritas en la sección introductoria del actual trabajo. El procedimiento para la estimación de la DIS involucró, a su vez, tres procedimientos previos, siendo estos: la caracterización de un lote de 60 dosímetros TLD–100, la determinación del valor de energía efectiva asociado a los haces de rayos X utilizados y la obtención de una curva de calibración de la dosis en agua, como función de la señal termoluminiscente medida.

A continuación, se describe la metodología seguida en cada uno de dichos procedimientos para, posteriormente, detallar la metodología concerniente a la estimación de la DIS *per se* en términos de la dosis absorbida en agua, tanto en nichos de acrílico, como en ratones BALB/c eutanizados (dosimetría *post mortem*).

#### 4.2.1 Caracterización de los dosímetros TLD–100

El Laboratorio de Dosimetría Termoluminiscente del Instituto de Física de la UNAM, proveyó un lote de 60 dosímetros termoluminiscentes TLD–100 para su caracterización y posterior utilización en este trabajo. La totalidad de dosímetros fue sometida al protocolo de horneado del Laboratorio de Dosimetría [45] para borrar su historia de irradiación previa, el procedimiento protocolar que a continuación se describe, fue también utilizado en los subsecuentes horneados. Los 60 dosímetros fueron horneados a 400 °C durante 1 hora, seguido de enfriamiento de 10 minutos y nuevamente, un horneado a 100 °C durante dos horas.

48 horas después del horneado y a temperatura ambiente de 19 °C, los 60 dosímetros fueron individualmente irradiados con una fuente emisora de partículas beta de  $^{90}\text{Sr}/^{90}\text{Y}$  con una tasa de dosis de 0.309 cGy/s al 18 de enero de 2014 [45]. Para asegurar uniformidad y reproducibilidad en la exposición de los dosímetros al campo de radiación, durante el procedimiento se utilizó una base de

## CAPÍTULO 4. METODOLOGÍA

lucita, en cuya oquedad fueron colocados cada uno de los TLD. Cada dosímetro se irradió durante aproximadamente dos minutos y, finalizado el procedimiento, fueron colocados en una plancheta de acrílico, clasificándolos individualmente para su identificación.

Como medida de la respuesta de los TLD-100 a la radiación, se utilizó la integral de la curva de la señal termoluminiscente (STL), así, la lectura de ésta se realizó 72 horas después de la irradiación. La lectura individual de cada dosímetro fue llevada a cabo en un equipo Harshaw 3500 perteneciente al Laboratorio de Dosimetría Termoluminiscente, a una tasa de calentamiento de  $10^{\circ}/s$  desde  $10^{\circ}C$  hasta  $300^{\circ}C$  y enfriamiento del sistema lector por flujo de nitrógeno.

La elección de los dosímetros *útiles*, se hizo en términos de la señal termoluminiscente promedio,  $\overline{STL}$ , valor obtenido a partir de promediar las STL individuales de los dosímetros leídos, y de la desviación estándar asociada,  $\sigma_{STL}$ , como medida de la incertidumbre para fijar el intervalo de tolerancia, esto es, aquellos dosímetros tales que su valor individual de STL se hallara dentro del intervalo de tolerancia  $[\overline{STL} - \sigma_{STL}, \overline{STL} + \sigma_{STL}]$ , fueron los considerados de utilidad para el presente trabajo.

### **4.2.2 Determinación de los valores de capa hemirreductora (CHR) y energía efectiva ( $E_{ef}$ )**

#### ***Capa hemirreductora (CHR)***

Como se refiere en la sección introductoria de este trabajo, el valor de capa hemirreductora (CHR), especifica la capacidad de penetración que posee un haz policromático de rayos X; además, a partir de la CHR puede calcularse  $E_{ef}$ , la energía efectiva asociada a dicho haz. Para efectos de la estimación experimental de la DES, el interés en el valor de la  $E_{ef}$  reside en la dependencia energética de los dosímetros TLD-100, por lo que es necesario corregir por este efecto la lectura de la dosis absorbida como función de la STL que de ellos se obtenga.

El cálculo de la CHR asociada al tubo de rayos X de la unidad microCT, partió de las lecturas de exposición obtenidas con una cámara de ionización de 6cc de uso mamográfico (modelo 20X6-6M, Radcal) conectada a un electrómetro (2026C, Radcal), el cual corrige automáticamente las lecturas por los efectos de presión y temperatura. Ésta cámara se encuentra calibrada en kerma en aire, con trazabilidad al LCIE, en Francia [46]. La exposición se midió a una distancia de aproximadamente 29 cm de la salida del tubo Apogee; la cámara fue montada sobre el riel de la camilla, de modo que su área sensible se mantuviese en todo momento frente al tubo de rayos X, centrada en la región del campo de visión del haz de radiación. Las mediciones se realizaron para los haces generados con voltajes de 35 y 45 kV, con las combinaciones de 0.2 y 0.4 mA, en la modalidad de imagen bidimensional (esto,

## CAPÍTULO 4. METODOLOGÍA

para asegurar que el tubo quedase convenientemente fijo durante el procedimiento de irradiación) y en calidad de alta resolución (nombrado *Highest Resolution* o *HR*, en el *Albira Manager*). A diferencia de las calidades de imagen tomográfica, el fabricante no reporta el tiempo de adquisición asociado a las calidades de imagen planar. Sin embargo, se determinó que para *HR*, la duración promedio es de 83 segundos aproximadamente. En la Figura 4.3 se muestra la imagen bidimensional de la cámara de ionización, dispuesta en el campo de visión del haz de radiación, según lo descrito.

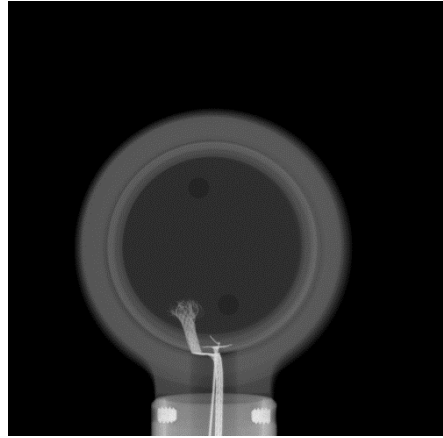


Figura 4.3. Imagen planar de la cámara de ionización 20X6-6M. Los parámetros de adquisición fueron 45 kV y 0.4 mA en la modalidad de alta resolución (HR).

Posteriormente, se realizaron mediciones de la exposición como función del espesor de aluminio como material de filtración añadida. Para filtrar el haz de rayos X, se utilizaron láminas de aluminio de alta pureza (3N) (Lote Q15684, ESPI Metals), cuyas dimensiones son (10 cm)×(10 cm) y espesor de 0.1 mm. Estas láminas se colocaron sobre la *ventana* del tubo de rayos X. Obtenidas las lecturas de exposición, se calculó el kerma en aire, utilizando la siguiente relación:

$$K(\text{mGy}) = 0.00876X(\text{mR}) \quad (4.14)$$

Para el haz de 35 kV, las mediciones de kerma en aire se realizaron añadiendo láminas de 0.1 mm en un intervalo de 0–0.5 mm, mientras que para el haz de 45 kV, la medición se realizó en un intervalo de 0–0.6 mm; las mediciones se hicieron por cuadruplicado en todos los casos, promediándose sus valores y tabulándolos para cada caso. Dada la naturaleza policromática de un haz de rayos X de uso clínico, la distribución de valores de la exposición,  $X$ , como función de la filtración,  $s$ , no se ajusta a una función exponencial decreciente *perfecta*, o de primer orden, como en el caso de atenuación de un haz monoenergético (que además cumple con la Ley de Lambert–Beers), sino a una función exponencial de orden  $n > 1$ , *i. e.*, una suma de  $n$  exponenciales decrecientes [2, 22], la estimación de la CHR, medida en mm Al, para

## CAPÍTULO 4. METODOLOGÍA

los haces de 35 y 45 kV, se realizó utilizando la siguiente ecuación para evaluación experimental de capa hemirreductora en haces polienergéticos [23, 24]:

$$\text{CHR} = \frac{s_b \ln(2K_a/K_0) - s_a \ln(2K_b/K_0)}{\ln(K_a/K_b)}, \quad (4.15)$$

donde  $K_0$  corresponde al valor del kerma en aire promedio medido sin filtración añadida,  $K_a$  es el valor del kerma promedio *ligeramente* mayor que la mitad de  $K_0$ , obtenido a un espesor  $s_a$  de filtración, y  $K_b$  el valor del kerma *ligeramente* menor que la mitad de  $K_0$ , obtenido a un espesor  $s_b$  de filtración añadida. La ecuación 4.16, obtenida por propagación, describe la incertidumbre asociada a la estimación de la CHR.

$$\delta_{\text{CHR}} = \frac{\sqrt{\left(\frac{s_b - \text{CHR}}{K_a} \delta_{K_a}\right)^2 + \left(\frac{s_a - \text{CHR}}{K_b} \delta_{K_b}\right)^2 + \left(\frac{s_b - s_a}{K_0} \delta_{K_0}\right)^2 + L(\delta_s)^2}}{\ln(K_a/K_b)} \quad (4.16)$$

con  $\delta K_a$ ,  $\delta K_b$  y  $\delta K_0$ , las desviaciones estándar utilizadas como medida de la incertidumbre para los respectivos valores promedio de kerma  $K_a$ ,  $K_b$  y  $K_0$ ;  $\delta_s$  es la incertidumbre asociada al espesor de aluminio,  $s$ , y tiene un valor reportado en el empaque, del 5% del valor nominal de espesor. El término  $L$  en la expresión 4.16, resultado de la propagación, se define como:

$$L = \left| \ln(2K_a/K_0) \right|^2 + \left| \ln(2K_b/K_0) \right|^2 \quad (4.17)$$

### **Energía efectiva ( $E_{ef}$ )**

Para el cálculo de la energía efectiva ( $E_{ef}$ ), se estimaron, en primera instancia, los coeficientes lineales de atenuación del aluminio,  $\mu_{Al}$ , a partir de las mediciones obtenidas de la CHR. De este modo, la relación de equivalencia entre ambas cantidades, se puede establecer con base en la siguiente ecuación:

$$\mu_{Al} = \frac{\ln 2}{\text{CHR}} \quad (4.18)$$

Los valores de los  $\mu_{Al}$  fueron interpolados en una curva patrón, obtenida a partir del ajuste estadístico de los valores reportados por el NIST para coeficientes lineales de atenuación de aluminio [47]. Comparando el orden de magnitud de los  $\mu_{Al}$  calculados en este trabajo con los valores reportados por el NIST, se determinó el

## CAPÍTULO 4. METODOLOGÍA

intervalo 13.5–18.8 keV como el adecuado para obtener la función de ajuste, siendo ésta una función exponencial de primer orden con 3 parámetros.

La Figura 4.4 muestra la gráfica de los datos del NIST ajustados a la función que describe la curva de interpolación, la ecuación 4.19 corresponde a dicha función, en tanto que la incertidumbre propagada para esta curva, es descrita por la ecuación 4.20.

$$E(\mu_{Al}) = 16.404 \exp(-0.789\mu_{Al}) + 11.7278 \quad (4.19)$$

$$\delta_{E(\mu_{Al})} = \sqrt{0.041 + e^{-1.578\mu_{Al}} \left[ 0.124 + (0.674\mu_{Al})^2 + (12.946\delta_{\mu})^2 \right]} \quad (4.20)$$

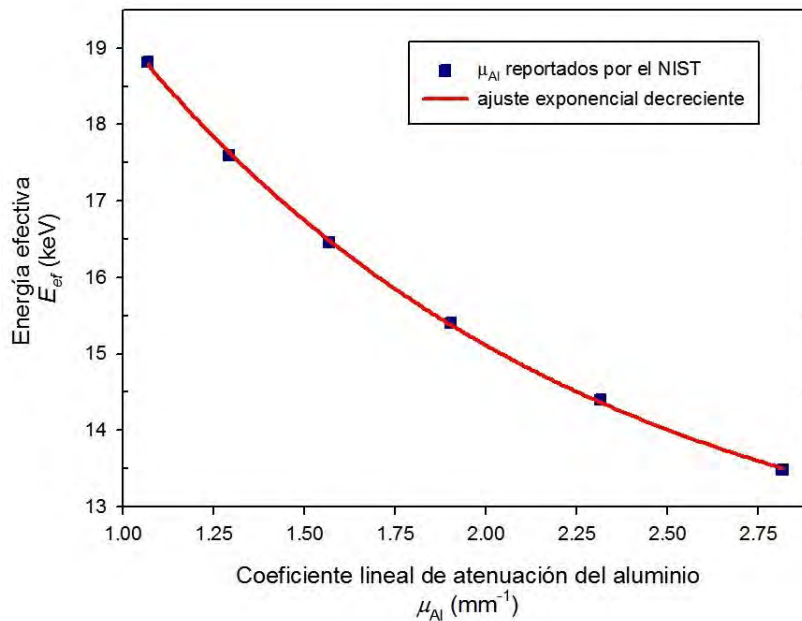


Figura 4.4. Curva de interpolación para la evaluación de energía efectiva como función del coeficiente lineal de atenuación del aluminio en el intervalo energético 13.5–18.8 keV. El cuadrado del coeficiente de correlación es  $R^2 = 0.9997$ . Los datos para determinar la curva son los reportados por el NIST [47].

### 4.2.3 Determinación de la curva de calibración de dosis en agua, como función de la señal termoluminiscente de dosímetros TLD-100

De los dosímetros TLD-100 previamente caracterizados, según el procedimiento presentado en la sección 4.2.1, se eligieron 18 de ellos al azar, dividiéndose posteriormente en seis grupos, cada uno con igual número de elementos ( $n=3$ ). Hecha la clasificación por grupos, los dosímetros fueron horneados con el protocolo ya descrito. Aproximadamente 67 horas posteriores al horneado, quince de los dosímetros elegidos fueron dispuestos por ternas en las

## CAPÍTULO 4. METODOLOGÍA

oquedades de un disco de lucita de 1 cm de espesor, para luego ser irradiados en el intervalo de dosis de 100–500 mGy, cada 100 mGy, con radiación gamma de la fuente de Cobalto-60 de un equipo de radioterapia externa Theratron Phoenix (Best Theratronics), perteneciente al Departamento de Radioterapia del Instituto Nacional de Cancerología (INCan). La tasa de dosis impartida por la fuente, al 11 de febrero de 2014, fue de 538.2 mGy/min [48]. Previo al procedimiento de irradiación, se aseguró equilibrio de partícula cargada (EPC) con una placa de 1 cm de espesor de lucita cubriendo los dosímetros, dispuesta de manera frontal al campo de radiación (10 cm)×(10 cm) provisto por la fuente y centrada en él, a 80 cm de distancia; se realizó corrección por efecto de la distribución de dosis en profundidad para este material y espesor dados.

A cada terna clasificada de dosímetros se le asoció un valor de dosis impartida por la fuente. Los tres dosímetros no irradiados fueron utilizados como control (0 mGy).

El tratamiento estadístico de los datos consistió en calcular  $\overline{STL}$ , el valor promedio de la STL de cada grupo y asociarlo a su respectivo valor de dosis, la incertidumbre asociada, es la desviación estándar de la  $\overline{STL}$ . La determinación de la curva de calibración se realizó ajustando la distribución gráfica de valores de la  $\overline{STL}$  como función de la dosis absorbida en agua,  $D_{agua}$ , impartida por la fuente de  $^{60}\text{Co}$ .

Puesto que el propósito de la curva de calibración es la evaluación de la dosis de radiación impartida por el tubo generador de rayos X de la unidad microCT del sistema Albira, fue necesario hacer la corrección de la ecuación de la curva en función de la dependencia energética de la respuesta termoluminiscente de los TLD-100. Para ello, se tomaron los valores reportados por Nunn *et al.* [49] para la respuesta relativa de dosímetros TLD-100 en el rango de energías de fotones comprendido por rayos X generados a 30 kV y los 1.25 MeV del promedio de la emisión  $\gamma$  del  $^{60}\text{Co}$ . En la Figura 4.5 se muestra  $M(X)$ , la respuesta relativa de kerma en aire para TLD-100 como función de la energía fotónica. Puesto que la respuesta está normalizada con respecto a la de la energía del  $^{60}\text{Co}$ , en la gráfica,  $M(X) = 1.000$  para  $E = 1\ 250$  keV.

La región energética de interés para este trabajo (con fundamento en los valores de energía efectiva reportados por Moya [24] para los voltajes de interés) se encuentra por debajo de 25 keV, por lo que únicamente se tomaron los cuatro primeros valores de respuesta relativa por unidad de kerma en aire ( $M(X)$  en la Figura 4.5) de la Tabla II del trabajo de Nunn, y éstos se muestran en la Tabla 4.1. Para propósitos de este trabajo,  $M(X)$  es conveniente renombrada como  $R(E)$ , la respuesta relativa como función de la energía del campo de radiación. Los datos fueron graficados y ajustados a una curva polinomial de tercer orden (mejor ajuste), asumiendo que el comportamiento en esa región es suave y continuo. La

## CAPÍTULO 4. METODOLOGÍA

Figura 4.6 muestra la gráfica de valores de  $R(E)$  y su respectiva curva de ajuste polinomial.

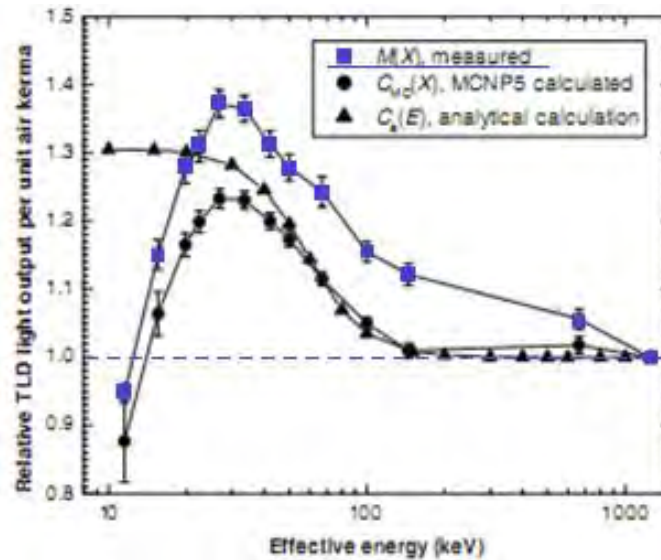


Figura 4.5. Respuesta relativa de kerma en aire de TLD-100 como función de la energía de fotones con que son irradiados. La curva de interés para este trabajo es la etiquetada como  $M(X)$  en la gráfica, resaltada el año.  $M(X) = 1.000$  para la energía promedio del Cobalto-60 ( $E = 1\,250$  keV). Tomado y modificado de [49].

Tabla 4.1. Valores de  $R(E)$ , la respuesta relativa (adimensional) de STL tomados de [48], para determinar un factor de corrección como función de la energía efectiva del haz policromático de fotones.

$E$ (keV)	$R(E)$ (u. a.)
11.5	$0.947 \pm 0.013$
15.5	$1.151 \pm 0.022$
19.8	$1.279 \pm 0.024$
22.4	$1.310 \pm 0.024$



## CAPÍTULO 4. METODOLOGÍA

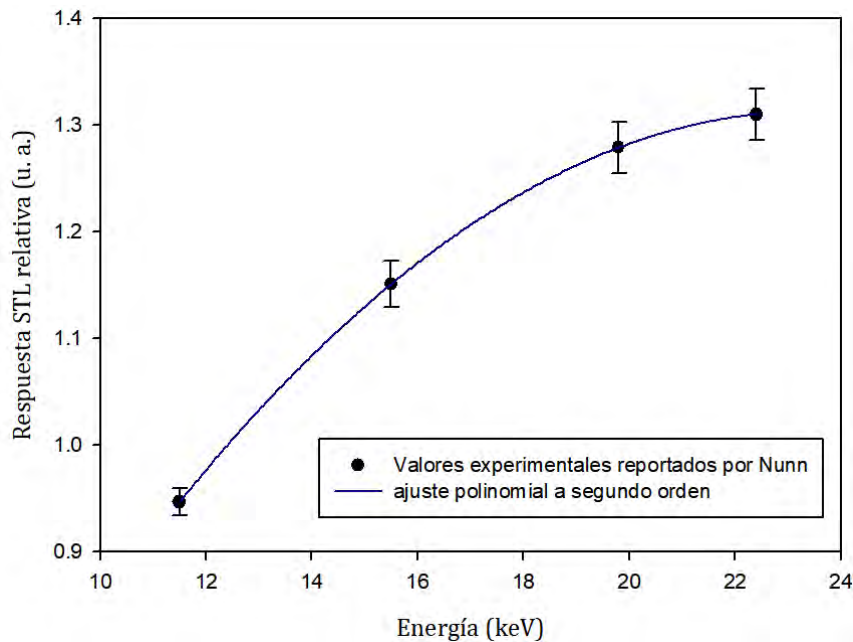


Figura 4.6. Curva de interpolación polinomial de tercer orden para calcular el factor de corrección asociado a la respuesta relativa como función de la energía del haz de radiación, para TLD-100 en el intervalo 11.5–22.4 keV ( $R^2 = 1.000$ ).

Así, la ecuación polinomial de la curva de ajuste de la Figura 4.6 es:

$$R(E) = -0.0977 + 0.1204E - 0.0026E^2 \quad (4.21)$$

mientras que la expresión de la correspondiente propagación de la incertidumbre asociada al ajuste es:

$$\delta_{R(E)} = \sqrt{(\delta_{w_0})^2 + [(\delta_f)^2 + (\delta_g E)^2] E^2 + (f + 2gE)^2 (\delta_E)^2} \quad (4.22)$$

cuyos valores de coeficientes se muestran en la Tabla 4.2.

Tabla 4.2. Valores de los parámetros para la ecuación 4.22, los cuales se muestran bajo la columna *error asociado*. Nótese, además, la correspondencia de los valores de la primera columna con los de la ecuación 4.21.

coeficiente		error asociado	
$w_0$	-0.0977	$\delta_{w_0}$	0.0019
$f$	0.1204	$\delta_f$	0.0002
$g$	0.0026	$\delta_g$	$6.9269 \times 10^{-6}$

Las variables  $E$  y  $\delta E$  en las ecuaciones 4.21 y 4.22 se refieren a los valores de energía efectiva y su incertidumbre asociada, respectivamente, los cuales

## CAPÍTULO 4. METODOLOGÍA

corresponden a los determinados experimentalmente, según el procedimiento descrito en la sección 4.2.2 de este trabajo.

### **4.2.4 Cálculo por interpolación de la dosis impartida en superficie (DIS) en la unidad microCT del sistema Albira**

#### **4.2.4.1 Evaluación dosimétrica en nichos de acrílico**

Se determinó experimentalmente la dosis impartida en superficie (DIS) por el tubo de rayos X de la unidad microCT del sistema Albira para los parámetros de adquisición tomográfica ya mencionados. Se seleccionaron al azar 21 dosímetros termoluminiscentes del lote caracterizado y se dividieron en cuatro grupos con igual número de elementos ( $n=3$ ), fueron sometidos al procedimiento de horneado descrito con antelación en este capítulo y, aproximadamente 36 horas posteriores al horneado, cada grupo de dosímetros fue irradiado por separado en la unidad microCT, manteniendo fijo el valor de voltaje de operación del tubo de rayos X en 35 kV, pero variando la corriente en el filamento y el tiempo de adquisición. Para cada grupo, los dosímetros (previamente seleccionados al azar) fueron colocados individualmente en nichos de bloques de acrílico de dimensiones aproximadas de área de  $(20\text{ mm}) \times (20\text{ mm})$  y 5 mm de espesor, con la finalidad de asegurar EPC lateralmente y por debajo del dosímetro. En la cara superior del dosímetro no se dispuso de material para cubrirlo, partiendo de considerar que el máximo alcance de las partículas cargadas liberadas en acrílico (valor lineal  $r_{\text{CSDA}}$  [15, 50]) es no mayor a  $4.43\ \mu\text{m}$  para la interacción con fotones de energías iguales a las que conforman los haces de rayos X de la unidad microCT, por lo que se puede prescindir de material en esta región. De este modo, se asume que el equilibrio lateral es suficiente para lograr una buena aproximación de EPC.

Los bloques fueron colocados de manera contigua sobre la camilla para ratones. Para asegurar condiciones de reproducibilidad se establecieron marcas de referencia sobre la camilla y se identificó cada uno de los bloques, de modo que la posición y orientación relativa a las marcas fuera la misma en cada estudio tomográfico realizado (Figura 4.7). Para verificar que la posición de los dosímetros no variase durante el estudio tomográfico, se examinó la adquisición en tiempo real para cada medición a través de la consola del sistema Albira, así mismo, se utilizaron las imágenes reconstruidas como criterio de validación de la reproducibilidad de las condiciones de medición.

Cada grupo (excepto el grupo control) fue irradiado bajo una combinación distinta de corriente en el filamento y tiempo de exposición al campo de rayos X. No más de 36 horas posteriores a la irradiación, los dosímetros termoluminiscentes fueron leídos para obtener su valor de STL. En este lapso, los dosímetros, colocados después de la irradiación en su cápsula de identificación, fueron puestos en una pequeña caja de acrílico, almacenando ésta en una gaveta en completa oscuridad, a

## CAPÍTULO 4. METODOLOGÍA

19 °C y lejos de cualquier fuente radiactiva. El valor promedio de señal termoluminiscente para cada grupo fue calculado e interpolado en la ecuación obtenida de la curva de calibración de dosis en agua. Con la ecuación 4.21, se obtuvo  $1/R(E)$ , el valor del factor de corrección por dependencia energética para determinar, a partir de la dosis absorbida en agua, la dosis impartida en superficie. El valor de energía efectiva,  $E_{ef}$ , del haz generado a 35 kV que se consideró para el cálculo del factor de corrección, fue el determinado a partir del valor de CHR medido para el haz generado a este voltaje.

Es importante señalar que la base de la camilla coincide aproximadamente con el isocentro del sistema, por lo que la trayectoria circular que describe el tubo de rayos X (considerado como fuente puntual) es equidistante únicamente con respecto a este punto de referencia durante cualquier estudio tomográfico, no así con respecto a la posición del arreglo de los dosímetros en los nichos sobre la camilla. Por lo tanto, la distancia fuente–objeto (DFO) variará a lo largo de la trayectoria del tubo durante la adquisición (Figura 4.8), con una DFO máxima ( $DFO_{máx}$ ) de aproximadamente 305 mm en el punto más lejano a la superficie inferior de los dosímetros y una DFO mínima ( $DFO_{mín}$ ) aproximada de 274 mm en el punto más cercano a la superficie de los mismos, suponiendo en ambos casos una disposición coplanar de los dosímetros a lo largo de la camilla.

Terminada la evaluación dosimétrica para el haz generado a 35 kV, el lote de 42 dosímetros caracterizados fue nuevamente horneado para, 36 horas después, realizar las mediciones para estimar la dosis impartida en superficie por el campo de radiación generado a 45 kV, siguiendo la metodología arriba descrita, pero realizando la lectura aproximadamente 24 horas posteriores a la irradiación. Para el cálculo del factor de corrección por dependencia energética se utilizó el valor de  $E_{ef}$ , obtenido a partir de la CHR para el haz de 45 kV.

En resumen, experimentalmente, la DIS puede estimarse a partir de la siguiente ecuación:

$$DIS = \frac{1}{R(E_{ef})} D_{agua}(STL), \quad (4.23)$$

donde  $R(E_{ef})$  es la respuesta relativa de los dosímetros TLD-100 a la energía del campo de fotones con que son irradiados, evaluada en  $E_{ef}$ , la energía efectiva (calculada a partir de la CHR) asociada al haz de rayos X en cuestión y  $D_{agua}(STL)$ , el valor interpolado de la dosis absorbida en agua por  $^{60}\text{Co}$ , como función de la señal termoluminiscente medida.

## CAPÍTULO 4. METODOLOGÍA

### 4.2.4.2 Comparación con valores de dosis reportados por el fabricante

El fabricante, en un reporte técnico titulado *Albira CT Dose* [37], provee valores determinados experimentalmente con TLD-100 de la dosis absorbida en tejido para distintas modalidades de microtomografía a voltaje fijo de 45 kV. El fabricante informó que la evaluación dosimétrica reportada, fue hecha por una empresa que ofrece servicios de dosimetría personal [51], por lo que no se documentan la metodología ni el arreglo experimental utilizado para dicha evaluación. Los valores de dosis absorbida, son reportados nominalmente como *DES, dosis equivalente en superficie*, con unidades de mSv. Dosis equivalente es un concepto utilizado en protección radiológica [52] y se define como la dosis absorbida promediada por tejido u órgano, ponderada por un factor de calidad,  $Q$ , asociado al tipo de radiación involucrada y su unidad es el sievert (Sv), que a su vez comparte las unidades que definen al gray, *i. e.*, J/kg. La dosis equivalente no representa una magnitud accesible a la medición y su uso conlleva a incertidumbres significativas [27], por lo que en este trabajo se asume que el fabricante determinó originalmente dosis absorbida en Gy, y luego utilizó como factor de calidad  $Q = 1$ , para expresarla en sieverts. Para efectos de comparación con la evaluación dosimétrica aquí reportada, los valores de dosis provistos por el fabricante, se expresan en Gy.

Los valores de la DIS para 45 kV fueron comparados con los reportados por el fabricante del sistema Albira y luego con el modelo analítico, considerando como parámetro para este último, que la distancia promedio de la trayectoria del tubo de rayos X alrededor de los dosímetros TLD-100,  $\overline{DFO}$ , es aproximadamente el promedio de los valores  $DFO_{mín}$  y  $DFO_{máx}$ , esto es,  $\overline{DFO} = 289.5$  mm, valor que, para preservar la consistencia con la precisión de cálculo del modelo, es redondeado a 290 mm. Esta aproximación guarda también consistencia geométrica, dado que implica *trasladar* el isocentro del sistema al centro geométrico de los dosímetros TLD en el eje axial (sección transversal mostrada en la Figura 4.8B).

Puesto que el fabricante no reporta datos de dosis impartida en superficie para el haz de rayos X a 35 kV, los valores experimentales determinados en este trabajo se comparan directamente con los calculados vía modelo analítico.

## CAPÍTULO 4. METODOLOGÍA

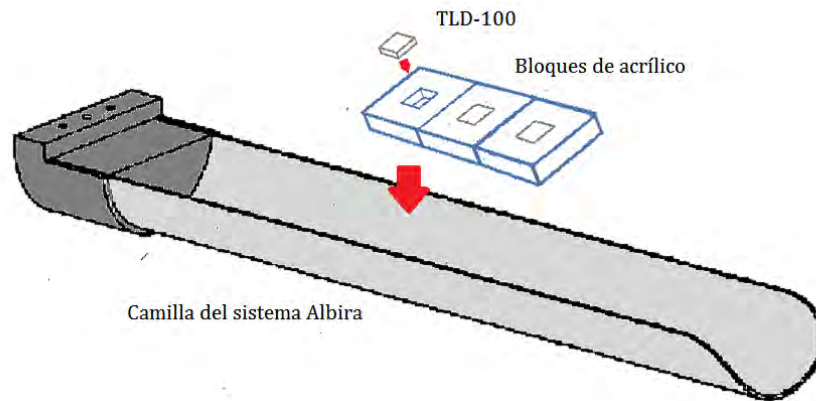


Figura 4.7. Diagrama de los elementos que conforman el arreglo experimental para la evaluación de dosis en superficie. Un conjunto de tres bloques de acrílico, cada uno con un nicho para contener una *galleta* TLD-100, es colocado sobre la camilla para ratones del sistema Albira.

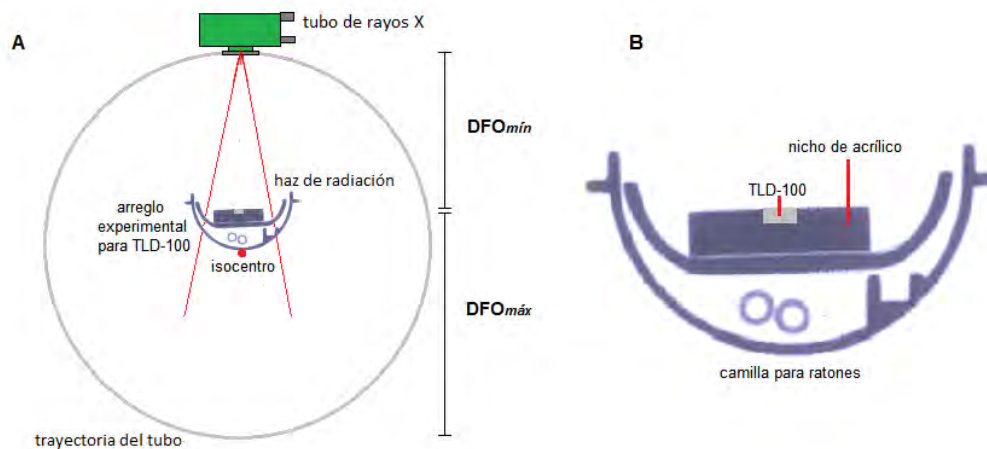


Figura 4.8. En A se muestra la trayectoria del tubo de rayos X como fuente puntual alrededor del arreglo experimental. La mínima distancia fuente-objeto ( $DFO_{mín}$ ), está dada por la distancia de la fuente de rayos X a la superficie superior del dosímetro TLD-100, en tanto que la máxima distancia fuente-objeto ( $DFO_{máx}$ ) está dada por la longitud que separa a la fuente de la superficie inferior del dosímetro. B, por su parte, muestra la sección transversal del arreglo experimental de la Figura 4.7, donde el dosímetro TLD-100 se encuentra inserto en la cavidad del nicho de acrílico y éste, a su vez, colocado sobre la camilla para ratones.

## CAPÍTULO 4. METODOLOGÍA

### 4.2.5 Estimación de la dosis impartida en superficie (DIS) en especímenes eutanizados

Para la dosimetría *post mortem*, fueron eutanizados 5 ratones adultos BALB/c, previamente anestesiados con Isoflorano al 10%. Los especímenes se adquirieron en el bioterio de la Facultad de Medicina de la UNAM y fueron preservados vivos en el bioterio de la Unidad de Investigación Biomédica en Cáncer del INCan, bajo condiciones libres de patógenos, administrándoseles diariamente agua y alimento *ad libitum*, durante tres semanas previas a la eutanización.

Para evaluar la DIS impartida al ratón durante un estudio microCT, se utilizaron 20 dosímetros TLD-100 del lote caracterizado, elegidos aleatoriamente, para ser distribuidos en los cinco ratones (n=4 dosímetros). Los dosímetros fueron envueltos en plástico Mylar para evitar su contaminación con los fluidos corporales del animal. Luego, por espécimen, fueron insertados a nivel subdérmico, pero lo más cercanos a la superficie, de la siguiente manera: dos galletas TLD-100 en la región torácica posterior, por encima de las patas delanteras del animal (un dosímetro por cada lado) y dos dosímetros en la región lumbar, en los flancos de las patas traseras del animal (un dosímetro por flanco). En la Figura 4.9, se muestra la distribución de los dosímetros en el cuerpo del animal a nivel superficial.

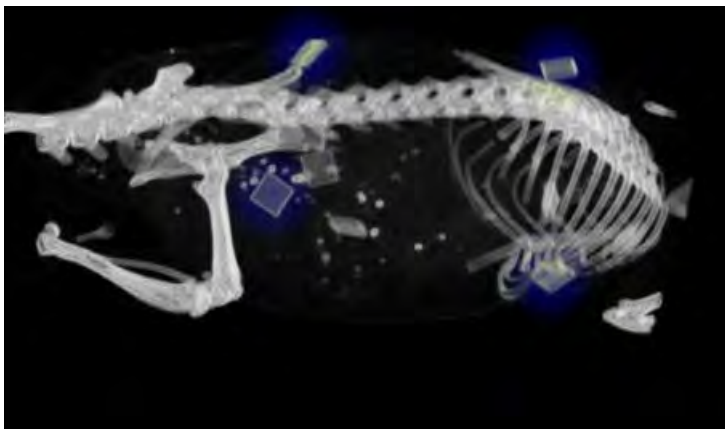


Figura 4.9. Distribución de los dosímetros TLD-100 en la superficie dérmica del animal. Las zonas en color, fueron editadas digitalmente para efectos de la mejora en la visualización. La imagen corresponde a la reconstrucción tridimensional de uno de los especímenes eutanizados irradiados en la unidad microCT (Best, 45 kV, 0.2 mA).

Cada ratón fue etiquetado para su identificación e irradiado posteriormente en la unidad microCT, con voltaje fijo de 45 kV para el haz de radiación, variando los parámetros de tiempo de adquisición (modalidad) y corriente para cada sujeto experimental, de acuerdo con la Tabla 4.3.

## CAPÍTULO 4. METODOLOGÍA

Tabla 4.3. Parámetros de adquisición tomográfica para cada uno de los ratones eutanizados. El voltaje de operación del tubo de rayos X se mantuvo fijo a 45 kV para la irradiación de todos los especímenes, variando únicamente el tiempo de adquisición y la corriente de operación del tubo.

Haz de radiación: 45 kV		
Especimen	Modalidad	Corriente (mA)
Ratón 1	<i>Standard</i>	0.2
Ratón 2	<i>Good</i>	0.2
Ratón 3	<i>Best</i>	0.2
Ratón 4	<i>Standard</i>	0.4
Ratón 5	<i>HR</i>	0.4

Realizadas las adquisiciones, los dosímetros TLD-100 fueron extraídos de cada espécimen para, de manera ulterior, obtener lecturas individuales de su señal termoluminiscente (STL). Los valores obtenidos fueron interpolados en la curva patrón de dosis en agua como función de la STL y corregidos por efecto de la dependencia energética, siguiendo la ecuación 4.23. La dosis promedio impartida en la superficie de cada animal,  $\overline{DIS}$ , fue estimada a partir de promediar los  $N = 4$  valores individuales de dosis en cada región anatómica, según la siguiente expresión:

$$\overline{DIS} = \frac{1}{R(E_{ef})} \frac{1}{4} \sum_i^4 [D_{agua}(STL)]_i, \quad (4.24)$$

donde  $[D_{agua}(STL)]_i$  es el valor interpolado de dosis absorbida en agua para la STL del  $i$ -ésimo dosímetro insertado en el animal.

Finalmente, se realizó una comparación múltiple entre las estimaciones analíticas, los resultados experimentales y los valores de dosis impartida en superficie reportados por el fabricante.

## Capítulo 5

### Resultados y discusión

#### 5.1 Cálculos analíticos de la dosimetría

En el Apéndice A son presentadas y descritas exhaustivamente las tablas con el conjunto de valores utilizados para evaluar numéricamente las integrales (y sus respectivas incertidumbres) que describen teóricamente tanto kerma como dosis absorbida en aire, estimados para los haces de rayos X simulados a 35 y 45 kV, impartidos en la unidad microCT. A continuación, se presentan los resultados obtenidos a partir de los valores de integración numérica.

##### 5.1.1 Estimación analítica de $K \cdot (\text{mAs})^{-1}$

En la Tabla 5.1 se muestran los valores determinados por integración numérica para el rendimiento del tubo Apogee, es decir,  $K \cdot (\text{mAs})^{-1}$ , el kerma en aire a un metro de distancia, normalizado por 1 mAs de carga en el tubo (el valor numérico  $\Gamma(E)$ , en la ecuación 4.2). La estimación se realizó para los espectros de rayos X simulados por interpolación polinomial a 35 y 45 kV.

*Tabla 5.1.* Estimación analítica del rendimiento del tubo de rayos X,  $\Gamma = K/\text{mAs}$ , a un metro de distancia de la fuente, para los espectros simulados a 35 y 45 kV.  $\delta_r$  corresponde a la incertidumbre asociada a la integración numérica de los espectros.

Espectro (kV)	$\Gamma$ (mGy/mAs)	$\delta_r$ (mGy/mAs)
35	0.0635	0.0028
45	0.1069	0.0038

##### ***Discusión.***

En la Tabla 5.1 se observa que la incertidumbre asociada a la estimación del rendimiento del tubo vía la implementación del modelo analítico, es del 4.4% para el haz simulado a 35 kV y del 3.6% para el haz simulado a 45 kV. Es importante considerar que la estimación de estos valores se realizó en conformidad con el formalismo planteado en la ecuación 4.2, esto es, a partir de la definición del kerma en aire en términos de  $(\mu_{tr}(E)/\rho)_{aire}$ , el coeficiente másico de transferencia de e



## CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

energía en aire, de modo que estos resultados consideren tanto la componente radiativa del kerma ( $K^{\text{rad}}$ ), como la componente de colisión del mismo ( $K^{\text{col}}$ ), por lo que su aplicación prescinde de asumir la condición de EPC. Estos resultados son utilizados en este trabajo para la posterior comparación con los valores de dosis reportados por el fabricante.

### 5.1.2 Estimación analítica de la $D_{\text{aire}}$ en el isocentro

En conformidad con el formalismo descrito por la ecuación 4.3, se estimó analíticamente la  $D_{\text{aire}} \cdot (\text{mAs})^{-1}$  impartida por rayos X generados a 35 y 45 kV en la unidad microCT, para distintas combinaciones de parámetros de adquisición (tiempo y corriente en el cátodo); para la estimación de la dosis impartida en aire al isocentro, ésta cantidad fue corregida por efecto de la DFI y por los parámetros de adquisición, según la ecuación 4.7. En las tablas 5.2 y 5.3, se muestra los resultados de la estimación analítica para  $D_{\text{aire}}$  en los voltajes de 35 y 45 kV, respectivamente, cada una en las distintas combinaciones de corriente (0.2 y 0.4 mA) y tiempo (modalidad) de adquisición: *Standard* (270 s), *Good* (420 s) y *Best* (600 s).

Tabla 5.2. Estimación analítica de la dosis absorbida en aire en el isocentro de la unidad microCT para las distintas combinaciones de los parámetros de corriente en el filamento y tiempo de adquisición (modalidad) del estudio tomográfico, a un voltaje fijo de 35 kV.

35 kV, al isocentro (DFI = 29 cm)					
		0.2 mA		0.4 mA	
Modalidad	$D_{\text{aire}}$ (mGy)	$\delta_D$ (mGy)	$D_{\text{aire}}$ (mGy)	$\delta_D$ (mGy)	
<i>Standard</i>	28.002	0.522	56.004	1.044	
<i>Good</i>	43.559	0.812	87.118	1.625	
<i>Best</i>	62.227	1.160	124.454	2.321	

Tabla 5.3. Estimación analítica de la dosis absorbida en aire en el isocentro de la unidad microCT para las distintas combinaciones de los parámetros de estudio tomográfico, con voltaje fijo de 45 kV.

45 kV, al isocentro (DFI = 29 cm)					
		0.2 mA		0.4 mA	
Modalidad	$D_{\text{aire}}$ (mGy)	$\delta_D$ (mGy)	$D_{\text{aire}}$ (mGy)	$\delta_D$ (mGy)	
<i>Standard</i>	42.493	0.740	84.985	1.480	
<i>Good</i>	66.100	1.151	132.199	2.303	
<i>Best</i>	94.428	1.645	188.856	3.290	

### Discusión.

La precisión del modelo analítico de estimación de la dosis absorbida en aire, depende de la precisión de las curvas que ajustan las distribuciones de valores

## CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

$(\mu_{en}(E)/\rho)_{aire}$ , utilizados para determinar la función de interpolación para los mismos coeficientes másicos asociados a los espectros simulados. Esta precisión del ajuste (o bien, de la interpolación), es tomada en cuenta de manera explícita en el cálculo de  $\delta_D$ , la incertidumbre asociada a la integración numérica de las distribuciones espectrales simuladas (ver sección D.2 del Apéndice D). La Tabla 5.2, da cuenta que la incertidumbre porcentual relativa a la estimación analítica de la  $D_{aire}$  impartida por estudio tomográfico en la unidad microCT, con rayos X generados a 35 kV, es de aproximadamente 1.86%, para cualquier combinación de tiempo de adquisición y corriente. En lo que respecta a la  $D_{aire}$  impartida por el tubo con voltaje fijo de 45 kV, la incertidumbre porcentual es de aproximadamente 1.74%, independientemente de la combinación de tiempo (modalidad) de adquisición y corriente, como puede apreciarse en la Tabla 5.3.

### 5.1.3 Estimación analítica de la dosis impartida en superficie (DIS)

Aplicando el método de integración numérica por regla compuesta de Simpson para las integrales en la ecuación 4.13, se calculó  $\tau$ , el factor de conversión para dosis en aire a dosis en agua. En la Tabla 5.4, se muestra el valor de  $\tau$ , estimado analíticamente para los haces de 35 y 45 kV.

Tabla 5.4. Estimación analítica de  $\tau$ , el factor de conversión de dosis absorbida en aire a dosis absorbida en agua, para rayos X generados a 35 y 45 kV.

Espectro (kV)	$\tau \pm \delta_\tau$
35	$1.066 \pm 0.04$
45	$1.064 \pm 0.04$

Como se describió en la sección 3.8.2 del actual trabajo, el factor  $f$  para convertir la determinación de la dosis en cualquier medio distinto del aire, puede ser escrito, en términos de  $\tau$ , como  $f = 0.876 \cdot \tau$ . De modo que efectuando el cálculo de  $f$  con los datos de la tabla 5.5, se tiene que, tanto para el espectro de 35 kV, como para el de 45 kV,  $f \approx 0.935$ , valor que, comparado con los reportados para  $f$  en el intervalo energético de rayos X clínicos ( $f > 0.89$ , para  $E_{ef} < 30\text{keV}$ ) [53, 54], muestra una aceptable consistencia, por lo que las estimaciones analíticas de  $\tau$  se asumen confiables para la prosecución de esta tesis.

Aplicando el respectivo factor  $\tau$  calculado analíticamente, a las estimaciones de  $D_{aire}$  contenidas en la tablas 5.2 y 5.3, fue estimada, también de manera analítica, la DIS, la dosis impartida en superficie a un ratón durante un estudio tomográfico. La estimación de la DIS se sigue de la estimación de la dosis absorbida en agua,  $D_{agua}$  (ecuación 4.14), con  $d = DFI - R = 0.275$  m, la distancia fuente-superficie del maniquí, tal que  $F_d = 13.223$ . Los resultados de esta estimación, que no considera contribuciones por retrodispersión, para los haces de 35 y 45 kV, en

## CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

combinación con los distintos parámetros de microtomografía, están contenidos en las tablas 5.5 y 5.6, respectivamente.

Tabla 5.5. Dosis impartida en superficie (DIS) estimada analíticamente para un maniquí teórico, cilindro de agua, de radio 15 mm, centrado en el isocentro de la unidad microCT. La DIS se estimó para la combinación de los distintos parámetros de adquisición tomográfica (corriente y tiempo de adquisición), con voltaje fijo de 35 kV.

Modalidad	Dosis Impartida en Superficie (35 kV)			
	0.2 mA		0.4 mA	
	DIS (mGy)	$\delta_{DIS}$ (mGy)	DIS (mGy)	$\delta_{DIS}$ (mGy)
Standard	33.207	1.375	66.414	2.751
Good	51.656	2.140	103.311	4.279
Best	73.794	3.057	147.587	6.113

Tabla 5.6. Estimación analítica de la DIS para un maniquí teórico, cilindro de agua ( $r = 15$  mm), centrado en el isocentro de la unidad microCT. La estimación se realizó para la combinación a distintos parámetros de adquisición tomográfica, con voltaje fijo de 45 kV.

Modalidad	Dosis Impartida en Superficie (45 kV)			
	0.2 mA		0.4 mA	
	DIS (mGy)	$\delta_{DIS}$ (mGy)	DIS (mGy)	$\delta_{DIS}$ (mGy)
Standard	50.286	2.000	100.573	3.999
Good	78.223	3.110	156.446	6.221
Best	111.747	4.444	223.495	8.887

### Discusión.

Al considerar las incertidumbres  $\delta_{\tau}$ , del factor de conversión de dosis en agua a dosis en aire, y  $\delta_D$ , de la estimación analítica de la  $D_{aire}$ , en la propagación de la incertidumbre asociada a la DIS, *i. e.*,  $\delta_{DIS}$ , se tiene una disminución significativa pero aceptable en la precisión del modelo analítico para la estimación analítica de la DIS, en comparación con la precisión del mismo modelo para estimar  $D_{aire}$ . Se tiene, entonces, que para la DIS durante un estudio en la unidad microCT, operando a 35 kV para cualquier combinación de los parámetros de adquisición (Tabla 5.5), la incertidumbre porcentual es de aproximadamente 4.14%, mientras que para la DIS por rayos X a 45 kV, en cualquiera de las mismas combinaciones (Tabla 5.6), la incertidumbre porcentual es del 3.98% aproximadamente.

## 5.2 Dosimetría experimental

### 5.2.1 Caracterización de los dosímetros TLD-100

En la Tabla C.1 del Apéndice C se muestran los valores de STL leídos para cada uno de los 60 dosímetros del lote original. La señal termoluminiscente promedio

## CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

( $\overline{STL}$ ) del lote, fue de  $3.069 \mu\text{C}$ , mientras que la desviación estándar,  $\sigma_{STL}$ , tuvo un valor de  $0.155 \mu\text{C}$ , con lo que se estableció  $[2.914, 3.224] \mu\text{C}$  como intervalo de tolerancia, mismo que representa aproximadamente el 5% del valor de la  $\overline{STL}$ . El total de dosímetros en el intervalo establecido, considerados útiles para éste trabajo, fue de 42, los cuales fueron separados del lote inicial, pero preservando su etiqueta original. El resto de los TLD-100, fue despreciado y nuevamente almacenado.

### 5.2.2 Determinación de los valores de capa hemirreductora (CHR) y de energía efectiva ( $E_{ef}$ )

#### Capa hemirreductora (CHR)

Para ejemplificar el procedimiento general seguido en la estimación experimental de la CHR asociada a las distintas calidades de haces de rayos X impartidas en la unidad microCT, en la Tabla 5.7 se muestran los valores promedio de las lecturas de kerma en aire  $K$  (en mGy), obtenidas con la cámara de ionización como función del espesor añadido de aluminio,  $s$  (en mm Al), para el haz de rayos X generado a 35 kV y corriente en cátodo de 0.2 mA. En seguida de la tabla, se describe el criterio seguido para el cálculo respectivo de la CHR, aplicando la ecuación 4.16 (y la ecuación 4.17 para la incertidumbre propagada) a los datos obtenidos. Por motivos de la brevedad y concisión de éste apartado, las tablas con los valores de  $K$  como función de  $s$ , para el resto de las combinaciones de voltaje y corriente en filamento, se muestran en la sección C.2 del Apéndice C, donde también se muestran los cálculos seguidos. En la Tabla 5.8, se muestran los valores de CHR determinados experimentalmente para las distintas combinaciones de voltaje y corriente.

Tabla 5.7. Datos del kerma en aire promedio,  $K$ , como función del espesor añadido de aluminio,  $s$ , para el haz de radiación generado a 35 kV y corriente en el filamento de 0.2 mA. Se utiliza la desviación estándar  $\sigma_K$  asociada a  $K$ , como medida de la incertidumbre.

35 kV, 0.2 mA		
$s$ (mm Al)	$K$ (mGy)	$\sigma_K$ (mGy)
0	1.45	0.04
0.1	1.01	0.04
0.2	0.80	0.04
0.3	0.70	0.04
0.4	0.61	0.04
0.5	0.55	0.04

Los valores de kerma en aire,  $K$ , y espesor de aluminio,  $s$ , contenidos en la Tabla 5.7 que satisfacen las ecuaciones 4.16 y 4.17, para el cálculo de CHR, están dados

## CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

como se describe a continuación. El valor del kerma en aire promedio sin filtración añadida (cuando  $s = 0$ ) es  $K_0 = 1.45$  mGy, cuya incertidumbre es  $\delta_{K_0} = 0.04$  mGy; el valor del kerma en aire promedio mayor que la mitad de  $K_0$ , es  $K_a = 0.80$  mGy ( $\delta_{K_a} = 0.04$  mGy), obtenido a un espesor de aluminio  $s_a = 0.2$  mm Al. El valor de exposición promedio menor que la mitad de  $K_0$ , es  $K_b = 0.70$  mGy ( $\delta_{K_b} = 0.04$  mGy), obtenido a un espesor  $s_b = 0.3$  mm Al. Entonces, el valor estimado de CHR para este caso, según las ecuaciones correspondientes, es  $\text{CHR} = 0.27 \pm 0.06$  mm Al.

*Tabla 5.8.* Datos de la capa hemirreductora (CHR) determinada experimentalmente para la combinación de los parámetros del tubo de rayos X que permite el sistema Albira, esto es, diferencias de potencial en el tubo de 35 y 45 kV, y corrientes en el filamento de 0.2 y 0.4 mA.

Combinación	CHR (mm Al)	$\delta_{\text{CHR}}$ (mm Al)
35 kV, 0.2 mA	0.27	0.06
35 kV, 0.4 mA	0.35	0.07
45 kV, 0.2 mA	0.42	0.05
45 kV, 0.4 mA	0.48	0.07

### **Energía Efectiva ( $E_{ef}$ )**

A partir de los datos obtenidos de CHR para las distintas modalidades de operación del tubo de rayos X, se determinó, para cada una de ellas, el correspondiente coeficiente lineal de atenuación en aluminio,  $\mu_{Al}$ , utilizando la ecuación 4.18, cuya incertidumbre estimada por propagación tiene por expresión:

$$\delta\mu_{Al} = \ln 2 \frac{\delta_{\text{CHR}}}{(\text{CHR})^2} \quad (5.1)$$

Posteriormente, utilizando la forma funcional de la curva de interpolación para evaluar la energía como función del coeficiente lineal de atenuación del aluminio (ecuación 4.19) (Figura 4.4), se determinó la energía efectiva ( $E_{ef}$ ) asociada a cada modalidad de operación. En la Tabla 5.9, se muestran los resultados obtenidos para ambos procedimientos arriba mencionados.

*Tabla 5.9.* Coeficientes lineales de atenuación de aluminio,  $\mu_{Al}$ , y sus correspondientes valores de energía efectiva  $E_{ef}$ , determinados a partir de los datos de CHR (Tabla 5.8).

Combinación	$\mu_{Al}$ (mm <sup>-1</sup> )	$\delta(\mu_{Al})$ (mm <sup>-1</sup> )	$E_{ef}$ (keV)	$\delta(E_{ef})$ (keV)
35 kV, 0.2 mA	2.57	0.51	13.89	0.92
35 kV, 0.4 mA	1.98	0.40	15.17	1.15
45 kV, 0.2 mA	1.65	0.20	16.19	0.80
45 kV, 0.4 mA	1.44	0.23	16.98	1.03

## CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### *Discusión.*

Moya *et al.* [8, 24]; *Oxford Instruments*, el fabricante del tubo Apogee [37, 55] y Berumen [56], han reportado que el rendimiento del tubo es lineal, por lo que la CHR (y, por ende,  $E_{ef}$ ) para un voltaje fijo, no debe tener dependencia del valor de corriente en el filamento ni del tiempo de exposición. Bajo este criterio, al ser estadísticamente comparables los valores de  $E_{ef}$  para 0.2 y 0.4 mA, con el haz generado a 35 kV, así como los de  $E_{ef}$  para los mismos valores de corriente con el haz de 45 kV (ver Figuras 5.1 y 5.2), se promediaron las energías efectivas para cada caso, de modo que se asume que el valor de  $E_{ef}$  estimada en este trabajo, es función únicamente de la diferencia de potencial con que es generado el haz de radiación. Los resultados del valor promedio de energía efectiva,  $\overline{E}_{ef}$ , para cada voltaje, son reportados en la Tabla 5.10.

Tabla 5.10. Valores de la energía efectiva promedio,  $\overline{E}_{ef}$ , para los haces de rayos X generados a 35 kV y 45 kV, obtenidos de la Tabla 5.10. Se utiliza la desviación estándar como medida de la incertidumbre.

Voltaje (kV)	$\overline{E}_{ef}$ (keV)	$\sigma_E$ (keV)
35	14.53	0.90
45	16.58	0.56

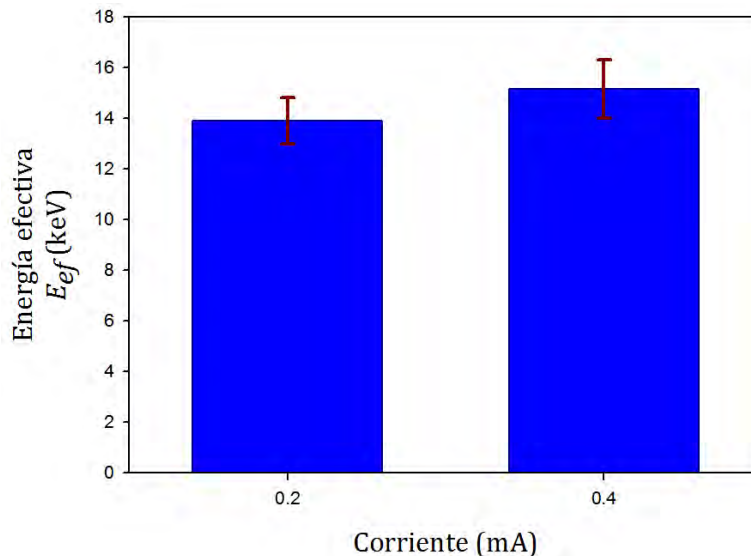


Figura 5.1. Comparación de los valores de energía efectiva obtenidos por interpolación, para el haz de 35 kV. Se muestran los valores estimados con corrientes en el filamento de 0.2 y 0.4 mA.

## CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

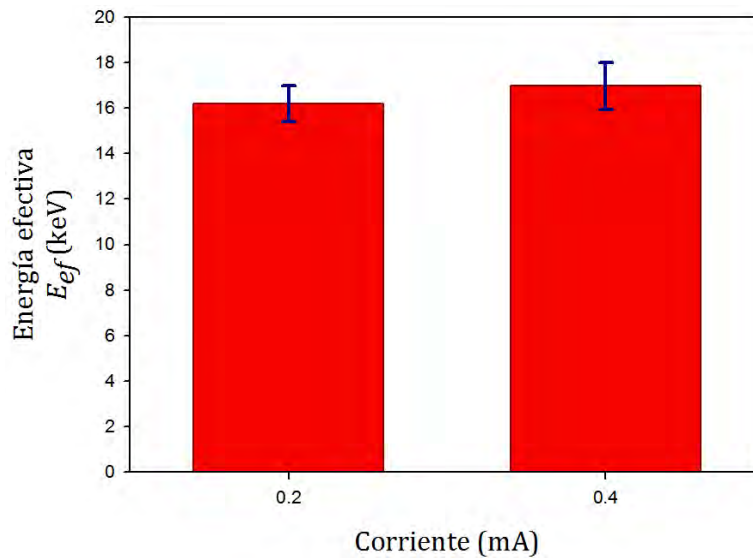


Figura 5.2. Comparación de los valores de energía efectiva obtenidos por interpolación, para el haz de 45 kV. Se muestran los valores estimados con corrientes en el filamento de 0.2 y 0.4 mA.

Los valores de  $\overline{E_{ef}}$  estimados experimentalmente en este trabajo, discrepan de los reportados por Moya (ver Tabla 3.6 en [24]) para el mismo tubo y condiciones de filtración añadida, encontrándose diferencias porcentuales del 13.0% para 35 kV y del 7.9% para 45 kV. Por otro lado, comparados con los valores de energía efectiva medidos por Berumen (ver Tabla 4.3 en [56]) para dos técnicas distintas –a saber: cámara de ionización y dosímetros TLD-300– realizadas en la misma unidad microCT, se encuentra una consistencia aceptable dentro de las incertidumbres entre la  $E_{ef}$  determinada en este trabajo y la evaluada por Berumen con cámara de ionización, pero se observan discrepancias en la comparación con las mediciones obtenidas por Berumen TLD-300 (21% para 35 kV y 16% para 45 kV). Estas discrepancias están completamente justificadas, toda vez que los valores de kerma en aire medidos en sistemas radiológicos clínicos, para iguales parámetros de voltaje en el tubo de rayos X, carga y material de referencia en la filtración añadida, pueden dar lugar a valores de CHR (*ergo*, de  $E_{ef}$ ) con diferencias importantes entre sí, dado que la capa hemirreductora depende fuertemente de las condiciones experimentales de medición, *e. g.*, geometría de haz, dependencia energética del dispositivo de medición, forma de onda del voltaje generado, *etc.*, [42, 57]. Por otro lado, es importante señalar que las mediciones de kerma en aire relativas a la CHR, no se realizaron en condiciones geométricas de haz estrecho, ya que el diseño del sistema Albira dificulta implementar el arreglo experimental adecuado, de modo que el blindaje del sistema, así como los componentes mecánicos ajenos al tubo de rayos X (*e. g.*, las unidades microPET y microSPECT, acopladas en el mismo gantry), generan radiación dispersa que puede interferir en las lecturas de kerma en aire. Tomando en cuenta los aspectos señalados, los resultados obtenidos en este rubro se asumen confiables.

## CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### 5.2.3 Determinación de la curva de calibración de dosis en agua, como función de la señal termoluminiscente de dosímetros TLD-100

En la sección C.1.2 del Apéndice C se muestran las lecturas de señal termoluminiscente (STL) para los 18 dosímetros TLD-100 irradiados con la fuente de Cobalto-60 del equipo de radioterapia Theratron Phoenix, según el procedimiento descrito en la sección 4.2.3 de éste trabajo. A continuación, en la Tabla 5.11, se exponen los valores promedio de STL (en  $\mu\text{C}$ ) por grupo de TLDs, como función de la dosis de radiación absorbida en agua, en mGy.

Tabla 5.11. Señal termoluminiscente promedio,  $\overline{\text{STL}}$ , de los dosímetros TLD-100 irradiados con la fuente de  $^{60}\text{Co}$ , a distintos valores de dosis en agua, *Dagua*.

<i>Dagua</i> (mGy)	$\overline{\text{STL}}$ ( $\mu\text{C}$ )	$\sigma_{\text{STL}}$ ( $\mu\text{C}$ )
0	0.0012	0.0001
100	0.7982	0.0303
200	1.5810	0.0845
300	2.3467	0.0593
400	3.1910	0.0279
500	3.8367	0.2201

En los datos de la tabla anterior se puede apreciar que la desviación estándar de la  $\overline{\text{STL}}$  es, en promedio, de aproximadamente el 4.4%. Se observa un 8.3% para la desviación más alta respecto de la  $\overline{\text{STL}}$  para el grupo de control de dosímetros no irradiados (0 mGy), no obstante, los datos de la STL promedio para el resto de las dosis mantienen consistencia en sus desviaciones. Lo anterior confirma que el criterio de caracterización y posterior selección de los dosímetros útiles para este trabajo, permite mediciones reproducibles y confiables.

Es importante señalar, que a las lecturas de la STL reportadas en este trabajo, no les ha sido restada la contribución a la señal termoluminiscente por efecto de la radiación de fondo o ambiental, dado que Hosseini [58] reporta que estas contribuciones, si bien son medibles, pueden ser despreciables comparadas con la magnitud de la señal termoluminiscente debida a la exposición de los TLD-100 a los haces de radiación típicamente utilizados en la radiología clínica. Así mismo, los dosímetros TLD-100 fueron resguardados en todo momento, lejos de cualquier otra fuente radiactiva ajena a las utilizadas en los experimentos descritos en este trabajo.

Los datos de la tabla 5.11 fueron graficados como se muestra en la Figura 5.3, donde también se muestra el ajuste a una función lineal, obtenido con el software SigmaPlot; dicha función es utilizada como curva de calibración para la estimación



## CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

de dosis absorbida en agua para valores conocidos de la STL de dosímetros irradiados con  $^{60}\text{Co}$ .

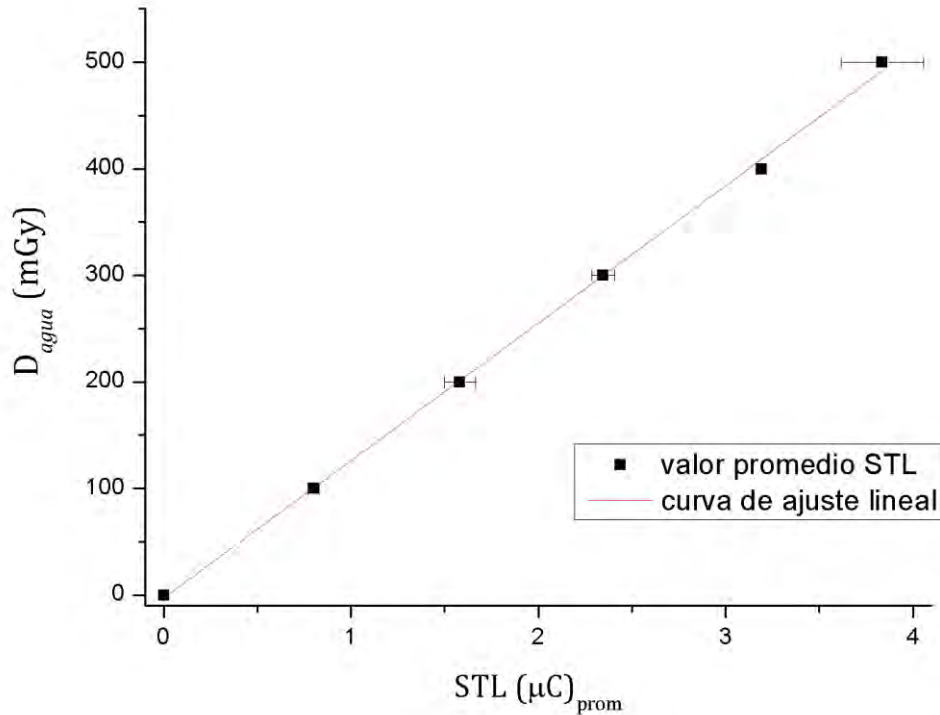


Figura 5.3. Gráfica de la dosis absorbida en agua como función de la STL promedio para irradiación con Cobalto-60. Los datos fueron ajustados a una función lineal, ( $R = 0.999$ ). La función de ajuste (ecuación 5.2) se utiliza como curva de calibración para estimar la dosis absorbida en agua, conocida la señal termoluminiscente de dosímetros TLD-100 irradiados con  $^{60}\text{Co}$ .

La ecuación 5.2 corresponde a la forma funcional de la curva de calibración, en tanto la ecuación 5.3, es la expresión de la incertidumbre propagada asociada al ajuste. Puede observarse, además, que tanto gráfica como curva de calibración, indican que en el intervalo de 0 a 500 mGy, la respuesta de los TLD-100 a la dosis impartida en agua es lineal ( $R^2 = 0.999$ ), comportamiento consistente con la literatura [15, 33]

$$D_{\text{agua}}(\overline{\text{STL}}) = 128.9393 \cdot \overline{\text{STL}} - 2.6074 \quad (5.2)$$

$$\delta_{D_{\text{agua}}} = \sqrt{(3.5267 \cdot \overline{\text{STL}})^2 + (128.9393 \cdot \sigma_{\text{STL}})^2 + 19.7178} \quad (5.3)$$

con  $\overline{\text{STL}}$  la señal termoluminiscente promedio y  $\sigma_{\text{STL}}$ , su desviación estándar.

Como se mencionó en la sección 4.2.3, la ecuación 5.2 se limita a estimar la dosis absorbida en agua para dosímetros TLD-100 irradiados con  $^{60}\text{Co}$ . De modo

## CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

que para poder evaluar con esta función la dosis en agua impartida por el tubo Apogee de la unidad microCT del sistema Albira, es decir, la DIS, fue necesario hacer la corrección de la ecuación 5.2 (y su correspondiente incertidumbre, dada por la ec. 5.3) por efecto de la dependencia energética de la respuesta termoluminiscente de los TLD-100. Se utilizaron los valores de energía efectiva promedio,  $\overline{E_{ef}}$ , reportados en la Tabla 5.10, sustituidos en la ecuación 4.21, que corresponde a la respuesta relativa,  $R(\overline{E_{ef}})$ , de los TLD-100 como función de la energía efectiva promedio de los fotones con que son irradiados. Por su parte, la incertidumbre de la respuesta relativa,  $\delta_{R(E)}$ , se estima a partir de la ecuación 4.22. Los factores de corrección, cuya forma es  $1/R(\overline{E_{ef}})$ , deben ser multiplicados por la ecuación 5.2 para la estimación de la DIS, tanto para el haz de rayos X a 35 kV, como para el haz generado a 45 kV, según corresponda. Tales factores se muestran en la Tabla 5.12.

*Tabla 5.12.* Valores del factor de corrección por dependencia energética,  $1/R(E_{ef})$ , para haces de rayos X de 35 y 45 kV.  $R(E_{ef})$ , la respuesta relativa de los TLD-100 a la energía promedio del  $^{60}\text{Co}$ , se calculó a partir de los valores de la energía efectiva promedio de la Tabla 5.11.

<b>Voltaje (kV)</b>	<b><math>1/R(E_{ef})</math></b>	<b><math>\delta_{R(E)}</math></b>
<b>35</b>	0.91	0.10
<b>45</b>	0.85	0.06

### **5.2.4 Cálculo por interpolación de la dosis impartida en superficie (DIS) en la unidad microCT del sistema Albira**

#### **5.2.4.1 Evaluación dosimétrica en nichos de acrílico**

En la Figura 5.5 se muestra, a manera de ejemplo, la vista coronal de la imagen tomográfica reconstruida de la disposición de los tres dosímetros en los nichos de acrílico para su irradiación en la unidad microCT del sistema Albira, con parámetros de diferencia de potencial, corriente en el filamento y tiempo de adquisición conocidos, según lo descrito en la sección de 4.2.4 de esta tesis. Cabe señalar que el área de la imagen mostrada, representa el campo de visión del haz de radiación.

## CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

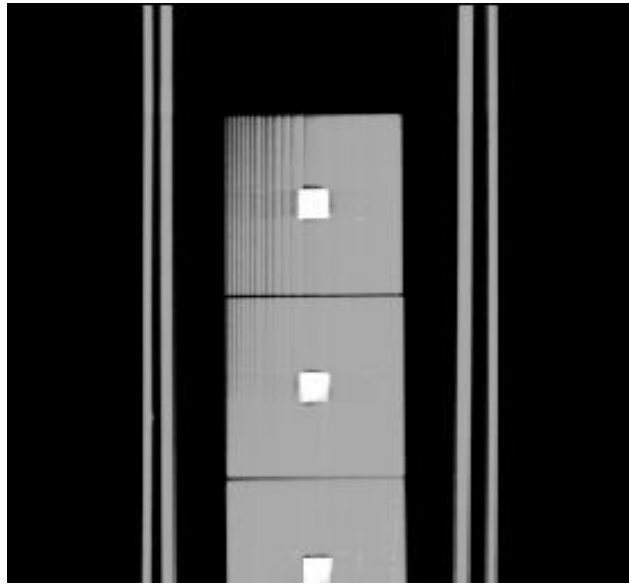


Figura 5.5. Vista coronal (plano XZ) de la imagen tomográfica reconstruida de tres TLD-100, acomodados según el arreglo experimental descrito en la sección 4.2.4. Los parámetros de adquisición fueron 45 kV, 0.4 mA y 420 segundos. El contraste de la imagen fue ajustado digitalmente en el software *ImageJ* (versión 1.48, Wayne Rasband, NIH) con la finalidad de mejorar la visualización.

El valor de la STL individual de cada uno de los 21 dosímetros elegidos al azar, expuestos a los haces de rayos X, fue interpolada en la curva patrón de dosis en agua (ecuación 5.2) y previa corrección de este resultado por efecto de la dependencia energética al campo de fotones, se determinó el valor de la DIS, haciendo uso de la ecuación 4.23. En la sección C.1.3, del Apéndice C, se encuentran presentados *in extenso* los valores de la DIS estimada a partir de las lecturas de STL obtenidas de los TLD-100 irradiados en la unidad microCT, bajo los distintos parámetros de adquisición que permite el sistema Albira (Tablas C.5 y C.6). Además, se observa que la desviación respecto de los valores  $\overline{STL}$  ( $\sigma_{STL}$ ) para cada grupo irradiado, es iguales o menor que el valor de tolerancia (5.0%) fijado en el criterio de caracterización, por lo que las mediciones pueden asumirse confiables.

Los valores de la DIS para cada terna de dosímetros irradiados, fueron promediados para obtener la  $\overline{DIS}$ , la dosis promedio impartida en superficie durante un estudio tomográfico completo. En la Tabla 5.13, se muestran los valores de la  $\overline{DIS}$  por rayos X generados a 35 kV, en combinación con corriente de 0.2 y 04 mA y modalidades de adquisición *Standard*, *Good* y *Best*. En la Tabla 5.14, se muestran los resultados de la  $\overline{DIS}$  por un campo de radiación generado a 45 kV, en combinación con los mismos parámetros de adquisición.

## CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Tabla 5.13. Datos de la dosis promedio impartida en superficie ( $\overline{DIS}$ ), obtenida de los valores interpolados de la DIS para las lecturas individuales de STL en los dosímetros TLD-100 irradiados por ternas en la unidad microCT, con rayos X generados a 35 kV, en combinación con las modalidades *Standard*, *Good* y *Best*, y corrientes de operación en el tubo de 0.2 y 0.4 mA (Tabla C.5).

35 kV	0.2 mA		0.4 mA		
	modalidad	$\overline{DIS}$ (mGy)	$\sigma_{DIS}$ (mGy)	$\overline{DIS}$ (mGy)	$\sigma_{DIS}$ (mGy)
	Standard	57.36	1.22	116.21	9.36
	Good	90.68	5.28	173.07	2.99
	Best	128.29	5.81	253.24	13.48

Tabla 5.14. Valores de la  $\overline{DIS}$ , obtenidos de promediar los valores interpolados de la DIS como función de la STL individual de los TLD-100 irradiados por ternas (Tabla C.6) en la unidad microCT, con un campo de radiación generado a 45 kV, en combinación con distintos parámetros de adquisición.

45 kV	0.2 mA		0.4 mA		
	modalidad	$\overline{DIS}$ (mGy)	$\sigma_{DIS}$ (mGy)	$\overline{DIS}$ (mGy)	$\sigma_{DIS}$ (mGy)
	Standard	90.08	4.76	169.38	4.26
	Good	130.08	3.89	273.81	8.07
	Best	192.87	0.60	384.21	8.72

### Discusión.

Como se enunció en la sección 3.12.3, el fabricante reporta valores nominales de tiempo de estudio de 270, 420 y 600 segundos, para las modalidades de adquisición *Standard*, *Good* y *Best*, respectivamente. No obstante, Berumen encontró que en la etapa previa a la adquisición de cualquier estudio en la unidad microCT (etapa de calentamiento o *warming up*, en la consola del equipo), sea bidimensional o tomográfico, el tubo Apogee emite rayos X durante 100 segundos aproximadamente, de los cuales, 3–5 segundos son ocupados en el incremento gradual pero rápido del voltaje hasta el valor de kV seleccionado para el estudio de interés, mientras que durante los ~95 segundos restantes, el tubo emite rayos X a kerma constante [56, 59]. Este hallazgo es relativamente consistente con el realizado en este trabajo en relación a la medición del kerma en aire como función de la filtración añadida de aluminio, para la determinación de la CHR, donde, en la técnica de adquisición bidimensional en la modalidad de más alta resolución (*Highest Resolution*, nombrada por el fabricante), se encontró que, previamente al *disparo*, el tubo Apogee emite radiación durante aproximadamente 83 segundos (ver sección C.2.1 del Apéndice C, para una discusión al respecto). De este modo, los valores de la  $\overline{DIS}$  contenidos en las tablas 5.13 y 5.14 (y por ende, de los valores individuales de la DIS como función de la STL, contenidos en las tablas C.5 y C.6), toman en cuenta la contribución a la dosis por efecto de la etapa de calentamiento

## CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

del tubo, *i. e.*, la emisión de rayos X a kerma constante durante 95 segundos. De este modo, la duración de las modalidades de adquisición *Standard*, *Good* y *Best*, para las irradiaciones de los TLD-100 en la unidad microCT, fue de 365 s, 515 s y 695 s, respectivamente, asumiendo que durante la *rampa de voltaje* de 5 segundos, la contribución de dosis es lo suficientemente pequeña para caer en el intervalo de las incertidumbres. Recientemente (2016) y de manera posterior a este trabajo, el soporte técnico del equipo Albira, ha hecho las correcciones pertinentes para que el tiempo de calentamiento dure no más de 3 segundos (rampa de voltaje) [59], de manera que el tiempo de estudio en cada modalidad, tanto en la técnica bidimensional como tomográfica, sea consistente con el reportado por el fabricante. Por ende, para hacer compatibles con los valores nominales los resultados de la  $\overline{DIS}$  experimental evaluada en este trabajo y para efecto de futuras aplicaciones, los valores de las tablas 5.13 y 5.14, fueron corregidos por efecto de la contribución a la dosis debida a la etapa de calentamiento. Los valores corregidos de la  $\overline{DIS}$ , para cada una de las modalidades de estudio en las distintas combinaciones de voltaje y corriente, se muestran en la Tabla 5.15. Cabe reiterar, de acuerdo con el capítulo relativo a la metodología, que la geometría del arreglo experimental para esta evaluación dosimétrica, permite asumir que la deposición de la dosis en los TLD-100, ocurre de manera puntual, por lo que las estimaciones reportadas en la tabla 5.15, son al isocentro del sistema de adquisición.

*Tabla 5.15.* Valores de la  $\overline{DIS}$ , corregidos por efecto de la contribución a la dosis debida al tiempo que tarda el tubo Apogee en comenzar la irradiación. La notación  $DIS_{TL}$ , hace referencia a los valores corregidos de la  $\overline{DIS}$  y el subíndice TL, especifica la evaluación dosimétrica realizada en nichos de acrílico.

	35 kV		45 kV	
	0.2 mA	0.4 mA	0.2 mA	0.4 mA
<b>Modalidad</b>	<b><math>DIS_{TL}</math> (mGy)</b>		<b><math>DIS_{TL}</math> (mGy)</b>	
Standard	42.43 ± 0.90	85.96 ± 6.93	66.63 ± 3.52	125.30 ± 3.15
Good	73.95 ± 4.31	141.14 ± 2.44	106.09 ± 3.18	223.30 ± 6.58
Best	110.75 ± 5.02	218.63 ± 11.64	331.69 ± 7.52	42.43 ± 0.93

### 5.2.5 Estimación de la dosis impartida en superficie (DIS) en especímenes eutanizados

Para la determinación experimental de la DIS en los ratones eutanizados, en conformidad con la ecuación 4.24, los valores individuales de la STL de TLD-100 insertados en cada ratón irradiado, fueron interpolados en la curva patrón de dosis en agua. Los resultados fueron corregidos por efecto de la dependencia energética de los dosímetros al haz de radiación, para finalmente obtener valores promedio de la dosis impartida en la superficie anatómica de los especímenes. Es decir, el tratamiento estadístico de los dosímetros, fue el mismo que para los irradiados en los nichos de acrílico. Los resultados obtenidos se muestran a continuación.

## CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### 5.2.5.1 Evaluación *post mortem* de la DIS

Los valores de la DIS, obtenidos por interpolación de la STL medida en cada uno de los dosímetros insertados a nivel subdérmico cercano a la superficie del roedor, fueron promediados para obtener el valor del promedio de la dosis impartida en superficie,  $\overline{DIS}$ , relativa a la evaluación dosimétrica *post mortem*. Los valores individuales de la DIS dependiente de la STL interpolada para cada dosímetro TLD-100 al interior de los ratones, se muestran en la Tabla C.7 (Apéndice C). En la tabla 5.16, se muestran los valores de la  $\overline{DIS}$  evaluada para los cinco especímenes eutanizados, irradiados en la unidad microCT con el campo de radiación a voltaje fijo (45 kV), en distintas combinaciones de parámetros de tomografía.

Tabla 5.16. Valores experimentales de la  $\overline{DIS}$  impartida a ratones por rayos X generados a 45 kV. En cada espécimen, se utilizó una combinación distinta de modalidad y corriente.

45 kV		
Espécimen (corriente, modalidad)	$\overline{DIS}$ (mGy)	$\sigma_{DIS}$ (mGy)
Ratón 1 (0.2 mA, <i>Standard</i> )	74.94	10.95
Ratón 2 (0.2 mA, <i>Good</i> )	90.98	4.89
Ratón 3 (0.2 mA, <i>Best</i> )	125.89	19.73
Ratón 4 (0.4 mA, <i>Standard</i> )	119.82	7.22
Ratón 5 (0.4 mA, <i>HR</i> )	326.77	10.22

### **Discusión.**

Del mismo modo que los resultados de la DIS evaluada en nichos de acrílico, los valores de la tabla 5.16 fueron corregidos por efecto de la contribución a la dosis debida a la etapa de calentamiento del tubo Apogee. Los valores resultantes (renombrados  $DIS_{pm}$ , para su identificación relativa al procedimiento *post mortem*) se muestran en la Tabla 5.17. Para la modalidad de mayor resolución (*HR* o *Highest Resolution*), Oncovision no reporta el tiempo de estudio, en su lugar, provee el número de proyecciones (1000) [36]. Considerando que al motor de rotación de la unidad microCT le toma en promedio 1 segundo por proyección [4, 36], en este trabajo se considera un tiempo aproximado de estudio de 1000 s para la modalidad *HR*. En la tabla 5.17, se observan desviaciones no mayores 6% respecto del valor promedio de la dosis impartida, para los ratones 2, 4 y 5. No obstante, en dos casos

## CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

(a saber, los ratones 1 y 3), la desviaciones representan aproximadamente el 15% del valor promedio. Si bien significativas, estas últimas desviaciones pueden considerarse aceptables, asumiendo que la anatomía de los roedores no es geoméricamente simétrica y que la posición de los dosímetros relativa a la superficie del animal, puede variar de una a otra inserción subdérmica. Estos hechos pueden devenir en lecturas dispersas de la dosis equivalente, respecto a su valor promedio. En el software examinador de imagen médica Amide (versión 1.0.4, Andreas Leoning) se hizo uso de las imágenes reconstruidas de los especímenes, para obtener el promedio del diámetro de todos los roedores alrededor de los cuales, se dispusieron los dosímetros TLD-100 a nivel subdérmico para la evaluación de la DIS, siendo éste de 24.3 mm ( $\sigma = 1.8$  mm). Así, la  $DIS_{pm}$  reportada en la tabla 5.18 para los distintos estudios de tomografía, ocurre en ratones cuyo diámetro promedio es aproximadamente 24 mm.

Tabla 5.17.  $\overline{DIS}$  (*post mortem*) corregida por efecto del calentamiento en el tubo (renombrada  $DIS_{pm}$ ), para combinaciones distintas de parámetros de adquisición y voltaje fijo de 45 kV.

45 kV	
Especimen (corriente, modalidad)	$DIS_{pm}$ (mGy)
Ratón 1 (0.2 mA, <i>Standard</i> )	55.44 ± 8.10
Ratón 2 (0.2 mA, <i>Good</i> )	54.20 ± 3.99
Ratón 3 (0.2 mA, <i>Best</i> )	108.68 ± 17.03
Ratón 4 (0.4 mA, <i>Standard</i> )	88.63 ± 5.34
Ratón 5 (0.4 mA, <i>HR</i> )	298.42 ± 9.33

### 5.3 Análisis comparativo de los resultados

En la Tabla 5.18 están contenidos los valores reportados por el fabricante [37] para la DIS durante estudio en microCT con rayos X de 45 kV en las combinaciones de corriente 0.2 y 0.4 mA, y tiempos (modalidades) de estudio de 270 segundos (*Standard*), 420 s (*Good*) y 600 s (*Best*). El fabricante (Oncovision) no incluye valores de dosis asociados al haz de rayos X generado a 35 kV. Se reitera que el reporte no describe arreglo experimental ni metodología seguida para la su evaluación dosimétrica, pero asevera que las mediciones (para las que no hay incertidumbres asociadas) fueron realizadas empleando dosímetros TLD-100.

## CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Tabla 5.18. Valores provistos por Oncovision de la DIS impartida bajo distintas combinaciones de adquisición tomográfica a voltaje fijo de 45 kV en la unidad microCT del sistema Albira.

<b>45 kV</b>	<b>0.2 mA</b>	<b>0.4 mA</b>
<b>modalidad</b>	<b>DIS (mGy)</b>	<b>DIS (mGy)</b>
Standard	80.2	160.8
Good	125.1	250.2
Best	178.7	357.4

Para efectuar la comparación de los resultados de la DIS obtenidos en este trabajo, tanto analítica como experimentalmente, con los reportados por Oncovision, en el modelo analítico fue simulado el ratón como un maniquí teórico de agua, con diámetro de 24 mm ( $r = 12$  mm). De manera que la distancia simulada de la fuente a la superficie de dicho maniquí, fue de 278 mm. La estimación analítica de la dosis impartida en superficie ( $DIS_M$ ) fue hecha en apego al formalismo descrito en la ecuación 4.3, es decir, asumiendo condiciones de equilibrio de partícula cargada (EPC). Así mismo, los valores de la  $DIS_{TL}$  (Tabla 5.15), evaluada en nichos de acrílico, fueron corregidos por efecto del inverso al cuadrado de la distancia (de 290 mm a 278 mm) para hacerlos compatibles con las dimensiones promedio de los ratones BALB/c en la evaluación dosimétrica *post mortem* (Tabla 5.17). Toda vez que el fabricante también reporta valores de la dosis en profundidad, se asume que los datos de la DIS que éste reporta (en adelante  $DIS_0$ ), fueron medidos a partir de considerar las dimensiones típicas de un ratón en el posible arreglo experimental y que éstas son consistentes con las dimensiones promedio de los especímenes aquí reportados.

A continuación, se muestra la comparación gráfica de los resultados obtenidos en este trabajo, con lo reportado por Oncovision, para estudios de microtomografía en el sistema Albira, con voltaje fijo de 45 kV y 0.2 mA, en combinación con distintas modalidades de adquisición.



## CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

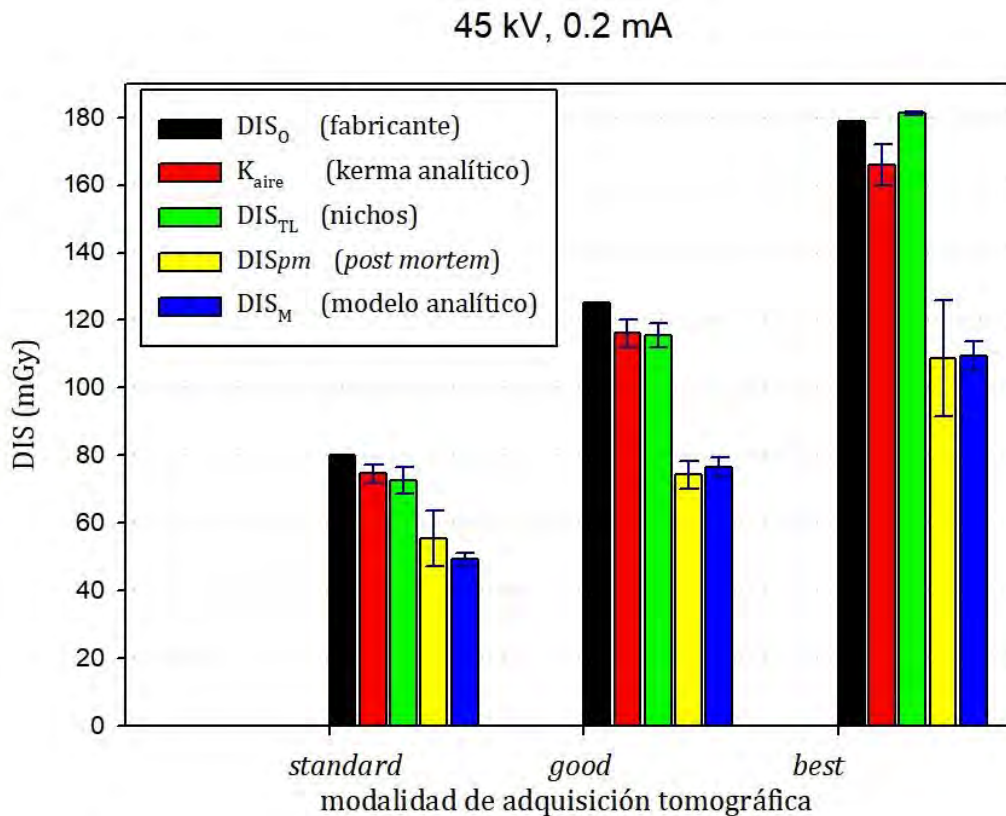


Figura 5.6. Comparación de valores de la dosis impartida en superficie (DIS); se muestran los provistos por Oncovision (DIS<sub>o</sub>), los determinados experimentalmente para el arreglo de TLD-100 en nichos de acrílico (DIS<sub>TL</sub>), los determinados en la evaluación *post mortem* (DIS<sub>pm</sub>) y los obtenidos de la implementación del modelo analítico (DIS<sub>M</sub>), simulando el ratón como un cilindro de agua ( $r = 1.2$  cm). Se incluye, además, el histograma del kerma en aire (K<sub>aire</sub>) estimado analíticamente simulando la misma geometría. Las adquisiciones se realizaron a 45 kV y 0.2 mA, para distintos tiempos de estudio.

En la Figura 5.6, puede observarse que DIS<sub>TL</sub>, la dosis impartida en superficie evaluada con TLD-100 en nichos de acrílico, muestra una congruencia excelente con los valores analíticos de kerma en aire (K<sub>aire</sub>) para iguales parámetros de adquisición tomográfica, excepto para la modalidad *best* (600 s), donde hay una discrepancia significativa entre ambos valores (9.2%), pero aceptable. Además, aunque distintos (diferencias no mayores al 9%), DIS<sub>TL</sub> y K<sub>aire</sub>, muestran un acuerdo también aceptable con los valores provistos por el fabricante (DIS<sub>o</sub>) para todas las modalidades. Por otro lado, también dentro de las incertidumbres, ocurre un excelente acuerdo entre los resultados experimentales de la dosimetría *post mortem*, DIS<sub>pm</sub>, y los obtenidos a partir de la simulación en el modelo analítico, DIS<sub>M</sub>.

Un comportamiento similar en los resultados, puede observarse en la Figura 5.7 para la evaluación dosimétrica con voltaje (45 kV) y corriente (0.4 mA) fijos en el tubo Apogee en la modalidad *Standard*. Los valores DIS<sub>o</sub>, DIS<sub>TL</sub>, y K<sub>aire</sub>, no muestran correlación alguna, pero en la comparación por pares de cada uno de

## CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

ellos, las diferencias son no mayores al 9.5%. Por su parte, la DIS estimada experimentalmente en los especímenes eutanizados ( $DIS_{pm}$ ) y la determinada analíticamente ( $DIS_M$ ), muestran un buen acuerdo, dentro de las incertidumbres.

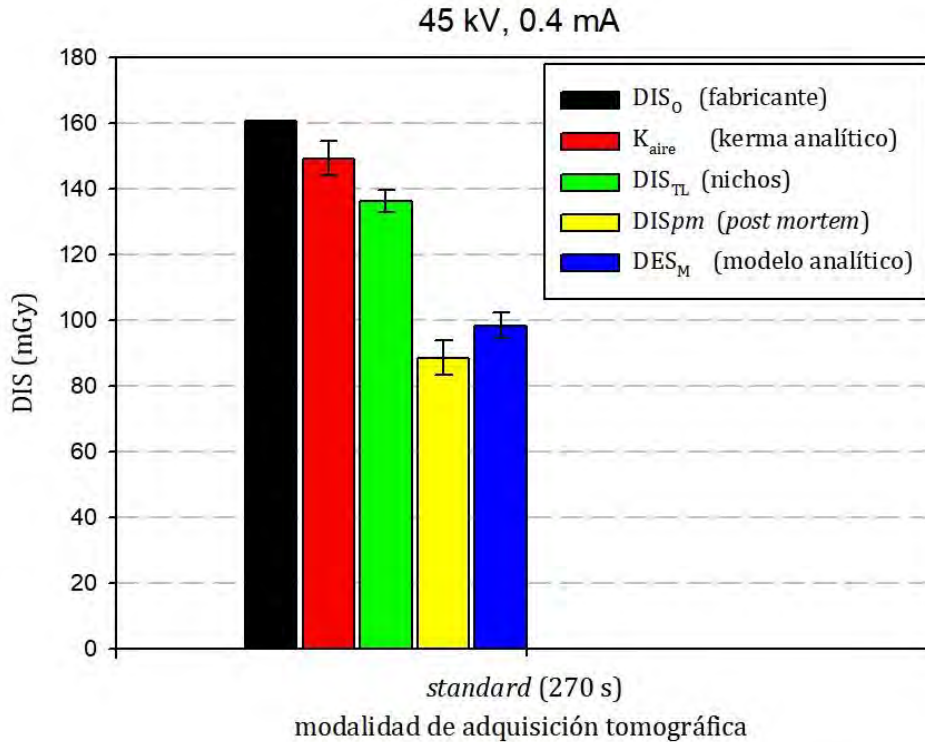
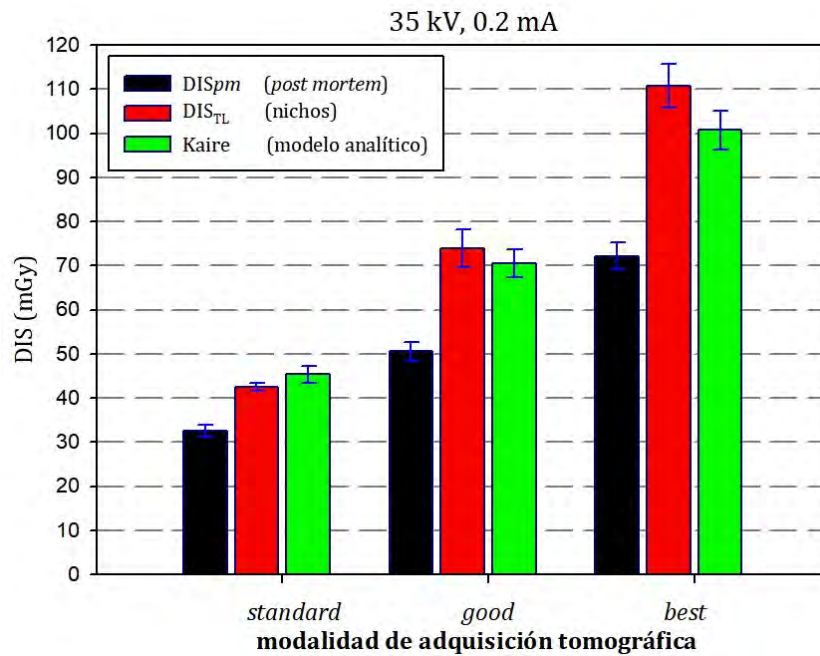


Figura 5.7. Comparación de la DIS, para los valores de Oncovision ( $DIS_0$ ), los obtenidos experimentalmente, tanto en nichos de acrílico ( $DIS_{TL}$ ) como en la evaluación *post mortem* ( $DIS_{pm}$ ), y los estimados analíticamente ( $DIS_M$ ). Se incluye también el kerma en aire estimado analíticamente ( $K_{aire}$ ). Las adquisiciones se realizaron a 45 kV y 0.2 mA, con un tiempo de estudio de 270 s.

La evaluación dosimétrica concerniente a un voltaje de operación en la unidad microCT de 35 kV, en combinación con los distintos parámetros que permite el sistema Albira, se muestra en las Figuras 5.8 y 5.9. El fabricante no reporta valores de la DIS para esta combinación de parámetros de adquisición, por lo que no se incluyen valores nominales de la DIS en las gráficas. En estas, puede observarse un comportamiento similar al anteriormente descrito en las Figuras 5.6 y 5.7, al compararse el valor analítico de kerma en aire ( $K_{aire}$ ), con los resultados experimentales de la dosis impartida en superficie ( $DIS_{TL}$  en la Tabla 5.14, previa corrección por efecto de la distancia) y con los valores analíticos de la dosis impartida en superficie ( $DIS_M$ ), obtenida de simular el procedimiento de evaluación dosimétrica *post mortem*.

## CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN



*Figura 5.8.* Comparación entre la dosis impartida en superficie estimada analíticamente ( $DIS_M$ ), la determinada experimentalmente con el arreglo de TLD-100 en nichos de acrílico ( $DIS_{TL}$ ) y el kerma en aire obtenido de la implementación del modelo analítico (Kaire), para estudios de tomografía realizados a 35 kV y 0.2 mA, en combinación con distintos tiempos de adquisición, considerando un ratón de diámetro  $\phi = 24$  mm.

En la Figura 5.8, puede observarse muy buena consistencia, dentro de las incertidumbres, entre los valores de la  $DIS_{TL}$  y Kaire, para todas las modalidades de adquisición tomográfica a voltaje y corriente fijos (35 kV y 0.2 mA, respectivamente). Por otro lado, hay discrepancias evidentes al compararse estas cantidades con la  $DIS_M$ , estimada analíticamente asumiendo condiciones de EPC.

## CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

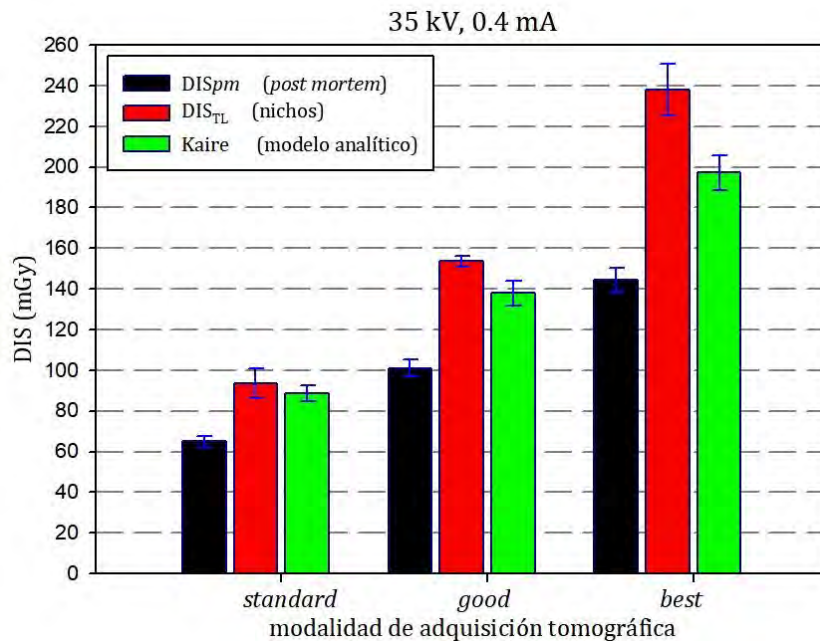


Figura 5.9. Comparación entre la dosis impartida en superficie estimada analíticamente ( $DIS_M$ ), la determinada experimentalmente con el arreglo de TLD-100 en nichos de acrílico ( $DIS_{TL}$ ) y el kerma en aire obtenido de la implementación del modelo analítico (Kaire), para estudios de tomografía realizados a 35 kV y 0.4 mA, en combinación con distintos tiempos de adquisición, considerando un ratón de diámetro  $\varnothing = 24$  mm.

En la Figura 5.9, únicamente hay acuerdo excelente entre los valores comparados de  $DIS_{TL}$  y Kaire, en la modalidad *Standard* (270 s). En la modalidad *Good* (420 s), por su parte, estas mismas cantidades exhiben una diferencia entre sí de aproximadamente el 10.2%, pero el acuerdo es aceptable. La mayor diferencia entre estas cantidades (aproximadamente 17.2%), ocurre en la modalidad *Best* (600 s); esta discrepancia evidencia que no existe correlación alguna entre  $DIS_{TL}$  y Kaire. En lo que concierne a la comparación de estos dos valores con la  $DIS$  estimada analíticamente ( $DIS_M$ ), la inspección sugiere un comportamiento de los datos similar al hallado en las Figuras 5.6 a 5.8.

### **Discusión.**

No obstante de que la totalidad de los datos comparados considera los mismos parámetros de adquisición tomográfica, la evidencia sugiere que la dosis impartida en un arreglo experimental de TLD-100 en nichos de acrílico no es representativa de la deposición de la dosis en la superficie de un animal sometido a un estudio tomográfico.

Los resultados presentados en las figuras 5.6 a 5.9, sugieren que la  $DIS_{TL}$ , la dosis impartida en superficie determinada con el procedimiento realizado con dosímetros TLD-100 dispuestos en nichos de acrílico (que, basándose en la escasa

## CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

información provista por el fabricante, pretende *imitar* la metodología experimental seguida por este) no es representativa de la DIS que *realmente* absorbe un ratón en un estudio tomográfico, como evidencian los resultados del procedimiento *post mortem* realizado con TLD-100 ( $DIS_{pm}$ ) y los estimados analíticamente ( $DIS_M$ ). En las figuras 5.6 y 5.7, se observa, además, que tanto los valores de la  $DIS_{TL}$ , como de la DIS reportada por el fabricante ( $DIS_o$ ) muestran un buen acuerdo en la comparación con los valores analíticos de kerma en aire ( $K_{aire}$ ) (que no asumen EPC) para la mayoría de los casos. De lo anterior, se infiere que el arreglo experimental para estimar  $DIS_{TL}$  no satisface adecuadamente la condición de EPC, contrario a lo asumido en la sección 4.2.4.1, y es probable que las mediciones reportadas por el fabricante, tampoco hayan satisfecho dicha condición. Por otro lado, la estimación analítica del kerma en aire, de acuerdo al formalismo descrito en la ecuación 4.2 (*i. e.*, sin asumir EPC), prescinde de simular la geometría del arreglo experimental en que el dosímetro es dispuesto, así como de modelar aspectos relativos a la naturaleza del dosímetro utilizado (*e. g.*, los TLD-100 exhiben dependencia angular al campo de radiación [60]) y sólo asume que la energía es transferida puntualmente. En relación a la geometría del arreglo, la atenuación del haz de rayos X causada por el acrílico que constituye los nichos no fue simulada, y esto puede representar una fuente importante de error en la estimación.

Finalmente, la evaluación dosimétrica *post mortem* en la modalidad *HR*, la mayor resolución posible (el mayor tiempo de estudio) que ofrece el sistema Albira, con los parámetros de adquisición 45 kV y 0.4 mA, fue realizada para determinar, dada la configuración predeterminada del sistema, la máxima dosis que imparte la unidad microCT en la superficie de un ratón durante un estudio de imagen. En el modelo computacional, fueron simulados los parámetros de adquisición mencionados, considerando una duración de 1000 segundos para la modalidad *HR*, de manera que la DIS analítica, fue de  $364.50 \pm 14.49$  mGy, que difiere en 18% aproximadamente del valor estimado experimentalmente ( $298.42 \pm 9.33$  mGy). Es posible que ésta discrepancia resida en asumir que el tiempo de estudio en la modalidad *HR*, es de 1000 s. Esta asunción parte de considerar, con base en la información técnica disponible [4, 36], que el sistema adquiere una proyección por segundo, durante el estudio microCT, empero, el tiempo de adquisición *real* puede diferir notablemente del supuesto en la simulación. En todo caso, la información que provee la DIS, tanto experimental como analítica, es relevante en lo que atañe a los probables efectos biológicos en los roedores durante su exposición al campo de rayos X, para esta combinación de parámetros.

### 5.3.1 Discusión general de los resultados de esta tesis

En general, la dosis impartida por la unidad microCT del sistema Albira, dependerá de la corriente en la terminal catódica del tubo de rayos X, del tiempo

## CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

que la unidad emplea en la adquisición de la imagen tomográfica (dado por el número de proyecciones) y del voltaje con que es generado el campo de radiación.

El modelo analítico permite hacer cálculos de la DIS bajo condiciones ideales, con un margen de incertidumbre del 4.1% para el haz de radiación generado a 35 kV en las distintas combinaciones de parámetros de adquisición, y con un margen de error del 4.0% para un campo de radiación generado a 45 kV con las mismas combinaciones de parámetros. Puesto que la incertidumbre en los cálculos analíticos es función únicamente del kilovoltaje de operación y no de los parámetros de corriente anódica ni tiempo de adquisición, el modelo analítico permite extrapolar, manteniendo constante el margen de error, el cálculo de dosis para las modalidades de adquisición predeterminadas en el Albira Manager no reportadas en este trabajo (por ejemplo, *Highest Resolution*, enunciada en este trabajo), por no ser éstas de uso recurrente en las evaluaciones experimentales con roedores en el Laboratorio de Física Médica e Imagen Molecular del INCan.

El modelo analítico puede ser mejorado en términos de su exactitud y/o margen predictivo, atendiendo a los siguientes aspectos;

- i. El modelo permite estimar el kerma en aire, la dosis en aire y la DIS en maniquí teórico, únicamente para el tubo de rayos X Apogee con ánodo de tungsteno, con las características técnicas y de filtración añadida descritas en éste trabajo.
- ii. El cálculo de la DIS utiliza agua como material de tejido equivalente, por lo que si se le desea comparar con valores experimentales de la DIS evaluada con otro material de tejido equivalente, deben considerarse las diferencias en sus propiedades radiológicas.
- iii. El cálculo de la DIS parte de simular condiciones ideales de la adquisición tomográfica, siendo éstas: fuente puntual, haz de radiación homogéneo, irradiación isotrópica del maniquí teórico y trayectoria circular y equidistante de la fuente respecto del punto de evaluación. Así mismo, el modelo prescinde de simular objetos presentes en el sistema Albira, como la camilla de ratones, dado que el fabricante los reporta materialmente radiotranslúcidos.
- iv. El modelo no considera la contribución a la dosis por efecto de retrodispersión.

Puede incluso hacerse uso del modelo propuesto para estimar analíticamente la dosis impartida en profundidad (DEP) en un ratón por estudio tomográfico en la unidad microCT del sistema Albira, esto último puede servir como fundamento para el trabajo posterior de otro estudiante.

## CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Las estimaciones de la dosis impartida en superficie, evaluadas a partir del modelo analítico y las estimaciones experimentales de la misma, obtenidas de las lecturas de la STL de dosímetros TLD-100 insertados a nivel subdérmico próximo a la superficie de ratones BALB/c eutanizados, muestran un excelente acuerdo. Por otro lado, la evaluación dosimétrica practicada con TLD-100 en un arreglo experimental con nichos de acrílico, muestran un acuerdo aceptable al tomar como referencia los valores de dosis provistos por el fabricante, pero estos valores de dosis absorbida, no son representativos de la deposición de la dosis de radiación en la superficie de un animal sometido a estudios de microtomografía con los parámetros de adquisición reportados.

Los resultados de la DIS obtenidos tanto experimental como analíticamente, se encuentran en el intervalo de 30–300 mGy, de modo que para la totalidad de las modalidades de adquisición presentadas en este trabajo, la dosis impartida a un ratón durante un estudio tomográfico, está muy por debajo del intervalo de la dosis letal, siendo éste de entre 5.0 y 7.0 Gy [32]. No obstante, valores de la DIS a partir de los 250 mGy, se encuentran por encima del umbral de efectos deterministas en roedores [5, 9, 61], como ocurre en la adquisición tomográfica con parámetros 45 kV y 0.4 mA, en la modalidad *Highest Resolution*, por lo que se debe tener especial precaución al considerar el uso de esta modalidades de adquisición en la evaluación imagenológica de modelos de enfermedades humanas, toda vez que la dosis impartida puede interferir con los resultados experimentales. Si bien hay evidencia de que dosis absorbidas entre 250 y 500 mGy por día de exposición pueden inducir radioresistencia en los roedores [61, 62], es probable la ocurrencia daños residuales que mermen su proceso de recuperación, particularmente en ratones del tipo BALB/c (como los utilizados en este trabajo) y C3H [62]. Los resultados muestran que para cualesquiera combinaciones de corriente y voltaje, en las modalidades *Standard*, *Good* y *Best*, las dosis impartidas a nivel superficial en roedores, están por debajo del umbral de efectos deterministas, toda vez que la máxima dosis impartida (aproximadamente 225 mGy) es en la combinación 45 kV, 0.4 mA y modalidad *Best*. Por otro lado, dosis en el intervalo entre 50 mGy y menos de 250 mGy, impartidas durante un estudio tomográfico, pueden dar lugar a la inducción de efectos estocásticos en los roedores y aunque se asume que la aparición de ellos es lo suficientemente tardía como para interferir en los resultados de los experimentos típicos con ratones sometidos a evaluación imagenológica en el sistema Albira, Amudson y colaboradores [63] reportan una elevada expresión de genes en ratones, apenas el día posterior a recibir dosis de 200 mGy durante un estudio de microtomografía, por lo que deben tomarse los criterios prudentes para optimizar los estudios de microtomografía en el sistema Albira, de manera que puedan ser impartidas dosis de radiación lo suficientemente bajas para no comprometer la calidad de imagen.

## Capítulo 6

### Conclusiones

El objetivo primordial de esta tesis, se satisfizo al caracterizarse la unidad de microtomografía computarizada del sistema Albira, en términos de la dosis impartida por el tubo de rayos X en un ratón durante un estudio tomográfico

La dosimetría realizada en esta tesis, se limitó únicamente a la estimación de la dosis impartida en superficie, por lo que se prescinde de conocer la distribución de dosis al interior del animal durante un estudio tomográfico, particularmente, en órganos radiosensibles. Una posible extensión del trabajo aquí realizado, es la evaluación tanto experimental como analítica, de la distribución de dosis en profundidad. El autor propone, en lo que concierne a la evaluación experimental, la construcción de un maniquí de tejido equivalente que aproxime con buena precisión la anatomía promedio de un ratón, así como el uso de película de tinte radiocrómico con una respuesta adecuada al intervalo energético de operación de la unidad microCT, dispuesta al interior del mismo.

Es importante considerar que la evaluación dosimétrica realizada en éste trabajo, concierne únicamente a la unidad microCT, por lo que las contribuciones a la dosis debidas a la examinación simultánea del roedor en las modalidades microPET o microSPECT, deben ser tomadas en cuenta.

El modelo analítico aquí presentado, fue implementado *ex profeso* para la unidad microCT del sistema Albira. No obstante, conocidas las parametrizaciones de espectros de rayos X de otros tubos, así como sus características de la geometría de adquisición tomográfica, se puede implementar un modelo similar para la estimación de la dosis impartida.

Los resultados de este trabajo y, en particular, el modelo analítico, pueden ser de gran utilidad en la planeación de estudios tomográficos que involucren roedores, en la evaluación de la calidad de imagen como función de la dosis impartida, así como en la planeación de nuevas técnicas de adquisición en la unidad microCT del sistema Albira que impliquen una mayor eficiencia en la utilización de sus recursos.



## Apéndice A

### Descripción *in extenso* del modelo analítico para la estimación de la dosis impartida en superficie (DIS) en la unidad microCT

En el presente apéndice se describe, etapa por etapa, la metodología seguida para la implementación del modelo analítico para la estimación de la DIS impartida.

#### A.1 Simulación de los espectros de rayos X

##### A.1.1 Espectros de fluencia por unidad de carga (mAs) en el tubo

El primer aspecto a resolver en el desarrollo del modelo analítico, fue la simulación de los espectros de fluencia por unidad de carga en el tubo de rayos X de la unidad microCT del sistema Albira, para ello, se utilizó la tabla de los coeficientes de interpolación polinomial reportados por Moya [39] para el tubo de rayos X Apogee Series 5000 (mod. XTF5011, Oxford Instruments) con ánodo de tungsteno. Dichos coeficientes permiten simular los espectros de fluencia de rayos X normalizados por 1 mAs, para cualquier valor de voltaje menor a 50 kV en la terminal catódica del mismo, a partir de expresiones polinomiales cuya forma general es:

$$\varphi(E) = a[E](V)^3 + b[E](V)^2 + c[E](V) + d[E], \quad (a. 1)$$

donde  $V$  representa la diferencia de potencial (en kV) con que son emitidos los termoelectrones al interior del tubo de rayos X, en tanto  $a[E]$ ,  $b[E]$ ,  $c[E]$  y  $d[E]$ , corresponden a los coeficientes polinomiales para un valor particular de energía dentro del espectro y  $\varphi(E)$ , la fluencia de fotones por unidad de carga para dicha energía. Los coeficientes permiten estimar valores de fluencia como función de  $E$ , cada 0.5 keV, dentro del intervalo energético que comprende la totalidad del espectro, cuya energía máxima (en keV) está definida por  $V$ . La notación de la ecuación *a.1* difiere ligeramente de la utilizada en la ecuación 3.1, contenida en el Capítulo 3, que concierne a la parte introductoria de ése trabajo, donde además se presentan los fundamentos de la técnica de interpolación polinomial de espectros de rayos X, no obstante, el cambio en la notación no representa pérdida de generalidad y es adoptado en este apéndice para efectos de guardar consistencia

## APÉNDICE A. DESCRIPCIÓN DEL MODELO ANALÍTICO

con la notación original, empleada por Moya. Por economía de espacio, los valores de los coeficientes polinomiales no se reproducen en éste trabajo, pero, el lector puede consultarlos en la referencia correspondiente [39].

Los espectros de rayos X fueron simulados para  $V = 35$  kV y  $V = 45$  kV, siendo estos los voltajes con los que permite operar el sistema Albira para adquisiciones tomográficas en la unidad microCT. Los valores de fluencia por unidad de carga para cada espectro, se muestran en las Tablas A.1 y A.2, respectivamente.

*Tabla A.1.* Valores de fluencia por unidad de carga,  $\varphi(E)$ , como función de la energía,  $E$ , para un espectro de rayos X simulado a partir de los coeficientes polinomiales de Moya, para un voltaje de 35 kV en el tubo de rayos X.

E (keV)	$\varphi(E)$ (fotones $\cdot$ cm $^{-2}$ $\cdot$ (mAs) $^{-1}$ )	E (keV)	$\varphi(E)$ (fotones $\cdot$ cm $^{-2}$ $\cdot$ (mAs) $^{-1}$ )
2.9	0	19.4	23012.956250
3.4	7.925925	19.9	22548.656250
3.9	59.923725	20.4	21585.475000
4.4	256.766375	20.9	20975.485000
4.9	674.427625	21.4	20096.598750
5.4	2272.753375	21.9	19247.652500
5.9	4275.079250	22.4	18432.717500
6.4	7293.151250	22.9	17427.052500
6.9	11650.533775	23.4	16951.463750
7.4	18945.631375	23.9	16110.263750
7.9	45648.545000	24.4	14962.552500
8.4	123057.500000	24.9	14178.375000
8.9	69515.678750	25.4	13366.050000
9.4	89164.087500	25.9	12884.875000
9.9	136937.300000	26.4	11495.975000
10.4	54971.880000	26.9	11591.362500
10.9	31354.681500	27.4	10727.812500
11.4	41806.498500	27.9	10111.225000
11.9	32597.210000	28.4	9352.087500
12.4	24814.211250	28.9	8763.550000
12.9	24091.136250	29.4	7776.637500
13.4	25070.833750	29.9	7064.900000
13.9	26137.965000	30.4	6533.987500
14.4	26204.403750	30.9	6160.100000
14.9	26530.396250	31.4	5563.437500
15.4	26701.492500	31.9	5335.300000
15.9	26904.145375	32.4	4861.375000
16.4	26078.945000	32.9	4421.862500
16.9	25540.530000	33.4	4126.162500
17.4	25339.175000	33.9	3570.378750
17.9	24652.398750	34.4	3050.480000
18.4	23911.433750	34.9	2559.652500
18.9	23545.707500	35.0	0

## APÉNDICE A. DESCRIPCIÓN DEL MODELO ANALÍTICO

Tabla A.2. Valores de fluencia normalizados por mAs,  $\varphi(E)$ , como función de la energía, E, para un espectro de rayos X simulado a partir de los coeficientes polinomiales de Moya, para un voltaje de 45 kV en el tubo de rayos X.

E (keV)	$\varphi(E)$ (fotones·cm <sup>-2</sup> ·(mAs) <sup>-1</sup> )	E (keV)	$\varphi(E)$ (fotones·cm <sup>-2</sup> ·(mAs) <sup>-1</sup> )
2.9	0	24.4	25944.107500
3.4	11.722025	24.9	25444.125000
3.9	93.510675	25.4	24907.150000
4.4	397.831625	25.9	24131.625000
4.9	992.140375	26.4	22364.425000
5.4	3070.307625	26.9	23322.337500
5.9	5435.932750	27.4	22005.687500
6.4	9031.013750	27.9	21493.175000
6.9	14325.773825	28.4	20109.012500
7.4	24408.656625	28.9	19991.150000
7.9	65676.585000	29.4	18727.162500
8.4	162504.900000	29.9	18362.700000
8.9	93359.661250	30.4	17604.712500
9.4	128775.612500	30.9	16954.300000
9.9	188531.900000	31.4	15872.062500
10.4	72990.335000	31.9	15620.400000
10.9	39278.344500	32.4	15013.125000
11.4	51998.645500	32.9	14145.837500
11.9	39306.030000	33.4	13450.237500
12.4	29369.758750	33.9	12649.761250
12.9	28670.183750	34.4	11942.440000
13.4	30147.726250	34.9	11318.307500
13.9	31467.995000	35.4	10712.906250
14.4	32083.836250	35.9	9957.443750
14.9	32834.763750	36.4	9335.001250
15.4	33215.727500	36.9	8902.237500
15.9	33616.598625	37.4	8499.275000
16.4	33800.155000	37.9	7700.700000
16.9	33274.640000	38.4	7160.712500
17.4	32986.575000	38.9	6476.092500
17.9	32546.671250	39.4	5938.130000
18.4	32201.226250	39.9	5281.266250
18.9	32016.222500	40.4	4800.191250
19.4	31284.743750	40.9	4290.555000
19.9	30785.193750	41.4	4056.037500
20.4	30220.425000	41.9	3710.402500
20.9	29947.805000	42.4	3305.260000
21.4	29549.371250	42.9	3047.293750
21.9	28896.307500	43.4	2738.440000
22.4	28120.252500	43.9	2331.612500
22.9	27359.092500	44.4	1889.475000
23.4	27254.266250	44.9	1518.350000
23.9	26841.016250	45.0	0

## APÉNDICE A. DESCRIPCIÓN DEL MODELO ANALÍTICO

Posteriormente, para cada espectro, término a término, se realizó de manera analítica la atenuación por filtración añadida de aluminio con espesor 0.5 mm, para simular las condiciones de filtración del haz de rayos X en la unidad microCT. La atenuación analítica se realizó recurriendo a la ley de atenuación de la radiación (ver Capítulo 3, ecuación 3.2), de modo que la expresión general para  $\xi(E)$ , la fluencia normalizada por mAs, atenuada analíticamente por 0.5 mm de espesor a la salida del tubo, para cada uno de los términos que componen las distribuciones espectrales simuladas, es:

$$\xi(E) = \varphi(E) \cdot \exp[-(0.05 \text{ cm}) \cdot \mu_{Al}(E)] \quad (a. 2)$$

Donde  $\varphi(E)$  es el valor de fluencia normalizado por la carga, a una energía, E, dentro del espectro simulado, en tanto  $\mu_{Al}(E)$ , corresponde al coeficiente lineal de atenuación del aluminio, energéticamente dependiente. El cálculo de los  $\mu_{Al}(E)$  para cada E en los espectros, se realizó a partir de ajustar a funciones polinomiales de tercer orden y funciones exponenciales de primer orden por subintervalos, los datos del NIST para coeficientes lineales de atenuación en aluminio [47], en el intervalo energético de 2 a 50 keV; posteriormente, se interpolaron los valores de  $\mu_{Al}(E)$  para cada E en los espectros con las funciones obtenidas para los distintos subintervalos energéticos (el procedimiento de ajuste, así como las correspondientes funciones de interpolación, se describen la sección B.4 del Apéndice B).

En las tablas A.3 y A.4, se muestran los valores de la fluencia por mAs,  $\xi(E)$ , atenuada analíticamente para cada una de las energías que componen los espectros simulados a 35 y 45 kV, a partir de los datos de las Tablas A.1 y A.2, respectivamente. Las gráficas de estas distribuciones espectrales, se muestran en la Figura 4.1 de la sección de Metodología.

*Tabla A.3.* Valores de fluencia por mAs,  $\xi(E)$ , resultantes de la atenuación analítica por espesor de 0.5 mm de aluminio para los valores de fluencia de la Tabla A.1. Los datos abajo presentados, conforman la simulación del espectro de rayos X generado a 35 kV, filtrado por 0.5 mm Al a la salida del tubo.

E (keV)	$\xi(E)$ [fotones·cm <sup>-2</sup> ·(mAs) <sup>-1</sup> ]	E (keV)	$\xi(E)$ [fotones·cm <sup>-2</sup> ·(mAs) <sup>-1</sup> ]
2.9	0	19.4	14805.565197
3.4	4.716495E-32	19.9	14983.731943
3.9	1.245092E-20	20.4	14774.239067
4.4	6.555934E-14	20.9	14750.274213
4.9	2.301705E-09	21.4	14486.042045
5.4	4.313025E-06	21.9	14191.380802
5.9	0.000675	22.4	13874.433966
6.4	0.030048	22.9	13367.806781
6.9	0.521174	23.4	13229.725680
7.4	5.093752	23.9	12773.531271
7.9	54.281582	24.4	12036.244609
8.4	440.287334	24.9	11557.166907

## APÉNDICE A. DESCRIPCIÓN DEL MODELO ANALÍTICO

Continuación...

E (keV)	$\xi(E)$ [fotones·cm <sup>-2</sup> ·(mAs) <sup>-1</sup> ]	E (keV)	$\xi(E)$ [fotones·cm <sup>-2</sup> ·(mAs) <sup>-1</sup> ]
8.9	596.880746	25.4	11027.478987
9.4	1583.541821	25.9	10748.609568
9.9	4419.231674	26.4	9687.371742
10.4	2886.651276	26.9	9871.758187
10.9	2445.235757	27.4	9213.332414
11.4	4504.589789	27.9	8752.742092
11.9	4601.570669	28.4	8156.148770
12.4	4435.617257	28.9	7696.721554
12.9	5372.112698	29.4	6875.280413
13.4	6424.695079	29.9	6285.087809
13.9	7711.891614	30.4	5847.011086
14.4	8750.966119	30.9	5543.017267
14.9	9878.772898	31.4	5032.289544
15.4	10940.731957	31.9	4849.693688
15.9	11990.827166	32.4	4439.400525
16.4	12514.574559	32.9	4055.682928
16.9	13078.707229	33.4	3800.048803
17.4	13737.880724	33.9	3300.943419
17.9	14053.228641	34.4	2830.581996
18.4	14285.520973	34.9	2383.311310
18.9	14621.853030	35	0

Tabla A.4. Fluencia de fotones por mAs,  $\xi(E)$ , resultantes de la atenuación analítica por espesor de 0.5 mm de aluminio para los valores de fluencia de la Tabla A.2. Los datos de abajo, conforman la simulación el espectro de rayos X generado a 45 kV, filtrado por 0.5 mm Al.

E (keV)	$\xi(E)$ [fotones·cm <sup>-2</sup> ·(mAs) <sup>-1</sup> ]	E (keV)	$\xi(E)$ [fotones·cm <sup>-2</sup> ·(mAs) <sup>-1</sup> ]
2.9	0	24.4	20870.077082
3.4	6.975447E-32	24.9	20740.176461
3.9	1.942960E-20	25.4	20549.307630
4.4	1.015771E-13	25.9	20130.689305
4.9	3.386004E-09	26.4	18845.943800
5.4	0.000006	26.9	19862.417051
5.9	0.000859	27.4	18899.073221
6.4	0.037208	27.9	18605.482275
6.9	0.640848	28.4	17537.485355
7.4	6.562549	28.9	17557.532632
7.9	78.097318	29.4	16556.576481
8.4	581.426155	29.9	16335.854990
8.9	801.611741	30.4	15753.771972
9.4	2287.037009	30.9	15255.917542
9.9	6084.289263	31.4	14356.737926
10.4	3832.825868	31.9	14198.668356
10.9	3063.172957	32.4	13709.963745
11.4	5602.778897	32.9	12974.404258
11.9	5548.618264	33.4	12387.190011
12.4	5249.935509	33.9	11695.158715

## APÉNDICE A. DESCRIPCIÓN DEL MODELO ANALÍTICO

Continuación...

E (keV)	$\xi(E)$ [fotones·cm <sup>-2</sup> ·(mAs) <sup>-1</sup> ]	E (keV)	$\xi(E)$ [fotones·cm <sup>-2</sup> ·(mAs) <sup>-1</sup> ]
12.9	6393.200245	34.4	11081.552951
13.4	7725.708304	34.9	10538.559540
13.9	9284.493524	35.4	10007.209894
14.4	10714.403834	35.9	9329.926588
14.9	12226.246875	36.4	8771.882888
15.4	13609.889834	36.9	8387.905849
15.9	14982.480149	37.4	8028.680875
16.4	16219.772689	37.9	7291.827920
16.9	17039.163819	38.4	6795.884462
17.4	17883.993178	38.9	6159.273306
17.9	18553.399903	39.4	5658.994126
18.4	19238.130919	39.9	5042.550294
18.9	19882.031575	40.4	4591.407011
19.4	20127.284310	40.9	4110.843973
19.9	20456.965854	41.4	3892.310980
20.4	20684.454878	41.9	3565.946854
20.9	21059.743592	42.4	3181.048313
21.4	21299.795038	42.9	2936.665237
21.9	21305.377552	43.4	2642.320933
22.4	21166.308572	43.9	2252.421056
22.9	20986.398145	44.4	1827.324544
23.4	21270.521026	44.9	1469.941119
23.9	21281.747197	45	0

### A.1.2 Espectros de rendimiento de kerma en aire [ $K \cdot (\text{mAs})^{-1}$ ]

En una etapa ulterior en el desarrollo del modelo, para los datos de las tablas A.3 y A.4, se estimó analíticamente el kerma en aire (en unidades de Gy) normalizado por unidad de carga,  $K \cdot (\text{mAs})^{-1}$ , asociado a cada una de las energías que conforman el espectro simulado; para el cálculo, se utilizó el formalismo propuesto en la sección 4.1.2 (ecuación 4.2), de manera que los valores  $\gamma(E)$  mostrados en las Tablas A.5 y A.6, corresponden a los estimados a partir de la siguiente expresión:

$$\gamma(E) = \kappa \cdot E \cdot \xi(E) \cdot \left( \frac{\mu_{tr}(E)}{\rho} \right)_{\text{aire}} \quad (a.3)$$

Donde  $\kappa$  es una constante de conversión de unidades (ver sección 4.1.2),  $\xi(E)$  corresponde a cada uno de los valores de fluencia de las Tablas A.3 y A.4 para cada energía,  $E$ , y  $(\mu_{tr}(E)/\rho)_{\text{aire}}$  es el coeficiente másico de transferencia de energía en aire, dependiente de  $E$ , calculado a partir de la curva del procedimiento de interpolación descrito en la sección 4.1.2. Las incertidumbres,  $\delta\gamma$ , fueron estimadas según la siguiente expresión propagada:

## APÉNDICE A. DESCRIPCIÓN DEL MODELO ANALÍTICO

$$\delta\gamma = \kappa \cdot E \cdot \xi(E) \cdot \delta[\mu_{aire}(E)] \quad (a.4)$$

donde  $\delta[\mu_{aire}(E)]$ , corresponde a la incerteza propagada asociada al cálculo por interpolación de  $(\mu_{tr}(E)/\rho)_{aire}$ ; las tablas con los valores de estos coeficientes, así como la incertidumbre de cada uno, para cada una de las energías que conforman los espectros simulados, se encuentran en el Apéndice B.

Los valores  $\gamma(E)$  concernientes al espectro de rayos X simulado a 35 kV se reportan en la Tabla A.5, mientras los que conciernen al espectro simulado a 45 kV, se encuentran en la Tabla A.6.

Tabla A.5. Datos de  $\gamma(E)$ , la contribución de dosis en aire por mAs, en cada una de las energía que conforman el espectro de rayos X simulado a 35 kV. Los valores  $\gamma(E)$  y su correspondiente incertidumbre,  $\delta\gamma$ , fueron calculadas a partir de las ecuaciones a.3 y a.4, respectivamente.

			continuación		
E (keV)	$\gamma(E)$ [Gy·(mAs) <sup>-1</sup> ]	$\delta\gamma$ [Gy·(mAs) <sup>-1</sup> ]	E (keV)	$\gamma(E)$ [Gy·(mAs) <sup>-1</sup> ]	$\delta\gamma$ [Gy·(mAs) <sup>-1</sup> ]
2.9	0	0	19.4	3.863037E-06	5.171345E-07
3.4	2.985150E-40	9.039512E-41	19.9	3.764773E-06	5.018478E-07
3.9	6.356080E-29	1.976218E-29	20.4	3.581015E-06	4.755018E-07
4.4	2.746571E-22	9.052344E-23	20.9	3.455156E-06	4.572749E-07
4.9	7.933483E-18	2.773499E-18	21.4	3.285333E-06	4.337058E-07
5.4	1.218652E-14	4.502983E-15	21.9	3.121888E-06	4.114949E-07
5.9	1.555678E-12	6.059016E-13	22.4	2.966002E-06	3.907914E-07
6.4	5.976460E-11	2.034240E-11	22.9	2.782112E-06	3.668794E-07
6.9	8.935175E-10	3.004322E-10	23.4	2.685393E-06	3.549075E-07
7.4	7.584979E-09	2.492259E-09	23.9	2.533256E-06	3.360036E-07
7.9	7.079779E-08	2.256101E-08	24.4	2.336252E-06	3.114125E-07
8.4	5.074017E-07	1.562828E-07	24.9	2.199209E-06	2.949895E-07
8.9	6.130793E-07	1.827820E-07	25.4	2.060525E-06	2.784679E-07
9.4	1.461701E-06	4.245199E-07	25.9	1.975202E-06	2.692461E-07
9.9	3.693821E-06	1.055899E-06	26.4	1.753326E-06	2.413048E-07
10.4	2.199726E-06	6.266545E-07	26.9	1.762206E-06	2.450673E-07
10.9	1.708818E-06	4.911995E-07	27.4	1.624272E-06	2.284060E-07
11.4	2.901300E-06	8.504887E-07	27.9	1.525830E-06	2.170726E-07
11.9	2.742772E-06	8.264641E-07	28.4	1.407580E-06	2.026706E-07
12.4	2.454831E-06	7.642945E-07	28.9	1.316413E-06	1.918850E-07
12.9	2.767748E-06	8.929104E-07	29.4	1.166577E-06	1.721694E-07
13.4	3.087535E-06	1.033301E-06	29.9	1.058953E-06	1.582456E-07
13.9	3.462082E-06	1.201932E-06	30.4	9.790750E-07	1.481373E-07
14.4	3.673682E-06	1.322098E-06	30.9	9.231839E-07	1.414104E-07
14.9	3.880763E-06	1.446192E-06	31.4	8.342222E-07	1.293439E-07
15.4	4.076353E-06	5.582778E-07	31.9	8.007387E-07	1.256416E-07
15.9	4.254618E-06	5.825125E-07	32.4	7.305016E-07	1.159672E-07
16.4	4.232920E-06	5.788093E-07	32.9	6.654511E-07	1.068524E-07
16.9	4.221707E-06	5.760436E-07	33.4	6.220256E-07	1.009967E-07
17.4	4.237261E-06	5.764907E-07	33.9	5.392795E-07	8.851491E-08
17.9	4.147416E-06	5.622779E-07	34.4	4.617191E-07	7.658713E-08
18.4	4.039924E-06	5.455179E-07	34.9	3.882931E-07	6.507076E-08
18.9	3.968582E-06	5.335916E-07	35	0	0

## APÉNDICE A. DESCRIPCIÓN DEL MODELO ANALÍTICO

Tabla A.6. Datos de  $\gamma(E)$ , la contribución de dosis en aire por mAs, asociada a cada una de las energías que conforman el espectro de rayos X simulado a 45 kV. Los valores  $\gamma(E)$  y  $\delta\gamma$ , fueron calculados a partir de las ecuaciones a.3 y a.4, respectivamente.

E (keV)	$\gamma(E)$ [Gy·(mAs) <sup>-1</sup> ]	$\delta\gamma$ [Gy·(mAs) <sup>-1</sup> ]	continuación		
E (keV)	$\gamma(E)$ [Gy·(mAs) <sup>-1</sup> ]	$\delta\gamma$ [Gy·(mAs) <sup>-1</sup> ]	E (keV)	$\gamma(E)$ [Gy·(mAs) <sup>-1</sup> ]	$\delta\gamma$ [Gy·(mAs) <sup>-1</sup> ]
2.9	0	0	24.4	4.050911E-06	5.399694E-07
3.4	2.755683E-27	4.414879E-40	24.9	3.946641E-06	5.293801E-07
3.9	6.191019E-16	9.918632E-29	25.4	3.839714E-06	5.189149E-07
4.4	2.656210E-09	4.255514E-22	25.9	3.699285E-06	5.042615E-07
4.9	7.284707E-05	1.167083E-17	26.4	3.410945E-06	4.694376E-07
5.4	1.027589E-01	1.646301E-14	26.9	3.545637E-06	4.930863E-07
5.9	1.234696E+01	1.978106E-12	27.4	3.331827E-06	4.685233E-07
6.4	4.619295E+02	7.400572E-11	27.9	3.243418E-06	4.614256E-07
6.9	6.857814E+03	1.098690E-09	28.4	3.026603E-06	4.357858E-07
7.4	6.099575E+04	9.772129E-09	28.9	3.002961E-06	4.377223E-07
7.9	6.357900E+05	1.018599E-07	29.4	2.809270E-06	4.146065E-07
8.4	4.182353E+06	6.700547E-07	29.9	2.752374E-06	4.113032E-07
8.9	5.139294E+06	8.233664E-07	30.4	2.637950E-06	3.991306E-07
9.4	1.317688E+07	2.111067E-06	30.9	2.540858E-06	3.892006E-07
9.9	3.174310E+07	5.085562E-06	31.4	2.379972E-06	3.690083E-07
10.4	1.823072E+07	2.920743E-06	31.9	2.344359E-06	3.678466E-07
10.9	1.336155E+07	2.140655E-06	32.4	2.255969E-06	3.581352E-07
11.4	2.252429E+07	3.608617E-06	32.9	2.128823E-06	3.418281E-07
11.9	2.064329E+07	3.307261E-06	33.4	2.027645E-06	3.292234E-07
12.4	1.813560E+07	2.905504E-06	33.9	1.910654E-06	3.136061E-07
12.9	2.055938E+07	3.293819E-06	34.4	1.807601E-06	2.998339E-07
13.4	2.317438E+07	3.712767E-06	34.9	1.716960E-06	2.877308E-07
13.9	2.601627E+07	4.168067E-06	35.4	1.628928E-06	2.757093E-07
14.4	2.807527E+07	4.497939E-06	35.9	1.517728E-06	2.593855E-07
14.9	2.997903E+07	4.802941E-06	36.4	1.426387E-06	2.460792E-07
15.4	3.165121E+07	5.070841E-06	36.9	1.363690E-06	2.374253E-07
15.9	3.318223E+07	5.316125E-06	37.4	1.305268E-06	2.292867E-07
16.4	3.424357E+07	5.486163E-06	37.9	1.185632E-06	2.100857E-07
16.9	3.433064E+07	5.500113E-06	38.4	1.105278E-06	1.975109E-07
17.4	3.443026E+07	5.516072E-06	38.9	1.002102E-06	1.805575E-07
17.9	3.417711E+07	5.475515E-06	39.4	9.211171E-07	1.673091E-07
18.4	3.395865E+07	5.440515E-06	39.9	8.211966E-07	1.503403E-07
18.9	3.368248E+07	5.396271E-06	40.4	7.481442E-07	1.380273E-07
19.4	3.277928E+07	5.251568E-06	40.9	6.702364E-07	1.245926E-07
19.9	3.208266E+07	5.139964E-06	41.4	6.349964E-07	1.189207E-07
20.4	3.129360E+07	5.013547E-06	41.9	5.821158E-07	1.098146E-07
20.9	3.079151E+07	4.933108E-06	42.4	5.196070E-07	9.872724E-08
21.4	3.015195E+07	4.830645E-06	42.9	4.799818E-07	9.184350E-08
21.9	2.925447E+07	4.686859E-06	43.4	4.321286E-07	8.326313E-08
22.4	2.824305E+07	4.524820E-06	43.9	3.685722E-07	7.150494E-08
22.9	2.726232E+07	4.367696E-06	44.4	2.991712E-07	5.843429E-08
23.4	2.694917E+07	4.317527E-06	44.9	2.407786E-07	4.734394E-08
23.9	2.634425E+07	4.220612E-06	45	0	0



## APÉNDICE A. DESCRIPCIÓN DEL MODELO ANALÍTICO

### A.1.3 Espectros de rendimiento de dosis en aire [ $D_{aire} \cdot (\text{mAs})^{-1}$ ]

Siguiendo el formalismo propuesto en la sección 4.1.2, ecuación 4.3, se realizó un procedimiento análogo al descrito en la sección A.1.2 de éste apéndice, para determinar analíticamente la dosis en aire por unidad de carga en el tubo,  $D_{aire} \cdot (\text{mAs})^{-1}$ , para cada una de las energías que conforman los espectros de interés, pero utilizando los coeficientes máxicos de absorción del aire,  $(\mu_{en}(E)/\rho)_{aire}$ , calculados para cada energía, de acuerdo al criterio de interpolación descrito en la sección 4.1.2, y cuyas tablas de valores y funciones interpolantes, se encuentran en el Apéndice B. Así, los valores  $\gamma^D(E)$ , son calculados a partir de la ecuación a.5 (cuya incertidumbre es análoga a la mostrada en la ecuación a.4) y se muestran en las Tablas A.7 y A.8, para cada energía, E, que conforman los espectros de rayos X de 35 y 45 kV, respectivamente.

$$\gamma^D(E) = \kappa \cdot E \cdot \xi(E) \cdot \left( \frac{\mu_{en}(E)}{\rho} \right)_{aire} \quad (a.5)$$

Tabla A.7. Valores de la contribución de dosis en aire por mAs,  $\gamma^D(E)$ , de cada una de las energías, E, que conforman el espectro de rayos X simulado a 35 kV.

E (keV)	$\gamma^D(E)$ [Gy·(mAs) <sup>-1</sup> ]	$\delta\gamma^D$ [Gy·(mAs) <sup>-1</sup> ]	E (keV)	$\gamma^D(E)$ [Gy·(mAs) <sup>-1</sup> ]	$\delta\gamma^D$ [Gy·(mAs) <sup>-1</sup> ]
2.9	0	0	19.4	2.641150E-06	1.349029E-07
3.4	2.982222E-40	6.812267E-41	19.9	2.532460E-06	1.316682E-07
3.9	6.317809E-29	1.481266E-29	20.4	2.368670E-06	1.253581E-07
4.4	2.708193E-22	6.723359E-23	20.9	2.245629E-06	1.209564E-07
4.9	7.747037E-18	2.038084E-18	21.4	2.096189E-06	1.148809E-07
5.4	1.177504E-14	3.272461E-15	21.9	1.953435E-06	1.088907E-07
5.9	1.486733E-12	4.354174E-13	22.4	1.817964E-06	1.030327E-07
6.4	5.711264E-11	7.670256E-12	22.9	1.672742E-06	1.779125E-07
6.9	8.419178E-10	1.108254E-10	23.4	1.582723E-06	1.691531E-07
7.4	7.072690E-09	9.178408E-10	23.9	1.462102E-06	1.570584E-07
7.9	6.550016E-08	8.457502E-09	24.4	1.319205E-06	1.424768E-07
8.4	4.664583E-07	6.056652E-08	24.9	1.213900E-06	1.318653E-07
8.9	5.602802E-07	7.387603E-08	25.4	1.110928E-06	1.214341E-07
9.4	1.327319E-06	1.790719E-07	25.9	1.039483E-06	1.143914E-07
9.9	3.329076E-06	4.617655E-07	26.4	9.001438E-07	9.977968E-08
10.4	1.964481E-06	2.808225E-07	26.9	8.821320E-07	9.855179E-08
10.9	1.509360E-06	2.225012E-07	27.4	7.924755E-07	8.928405E-08
11.4	2.529601E-06	3.843529E-07	27.9	7.253427E-07	8.246116E-08
11.9	2.355963E-06	3.685600E-07	28.4	6.518020E-07	7.481711E-08
12.4	2.073602E-06	3.335364E-07	28.9	5.937027E-07	6.884764E-08
12.9	2.307961E-06	1.042640E-07	29.4	5.123727E-07	6.006022E-08
13.4	2.541834E-06	1.146531E-07	29.9	4.529349E-07	5.369699E-08
13.9	2.817311E-06	1.270767E-07	30.4	4.078302E-07	4.892394E-08
14.4	2.959946E-06	1.337591E-07	30.9	3.745407E-07	4.548449E-08
14.9	3.102052E-06	1.407406E-07	31.4	3.296897E-07	4.054745E-08
15.4	3.197786E-06	1.459911E-07	31.9	3.083278E-07	3.841597E-08
15.9	3.270463E-06	1.505795E-07	32.4	2.741222E-07	3.461037E-08

# APÉNDICE A. DESCRIPCIÓN DEL MODELO ANALÍTICO

Continuación...

E (keV)	$\gamma^D(E)$ [Gy·(mAs) <sup>-1</sup> ]	$\delta\gamma^D$ [Gy·(mAs) <sup>-1</sup> ]	E (keV)	$\gamma^D(E)$ [Gy·(mAs) <sup>-1</sup> ]	$\delta\gamma^D$ [Gy·(mAs) <sup>-1</sup> ]
16.4	3.192893E-06	1.485733E-07	32.9	2.434212E-07	3.115156E-08
16.9	3.128493E-06	1.474071E-07	33.4	2.218713E-07	2.878411E-08
17.4	3.087612E-06	1.475500E-07	33.9	1.876286E-07	2.467902E-08
17.9	2.973546E-06	1.443099E-07	34.4	1.567495E-07	2.090430E-08
18.4	2.850913E-06	1.406514E-07	34.9	1.286735E-07	1.739885E-08
18.9	2.756787E-06	1.383582E-07	35	0	0

Tabla A.8. Valores de la contribución de dosis en aire por mAs,  $\gamma^D(E)$ , de cada una de las energías, E, que conforman el espectro de rayos X simulado a 45 kV.

E (keV)	$\gamma^D(E)$ [Gy·(mAs) <sup>-1</sup> ]	$\delta\gamma^D$ [Gy·(mAs) <sup>-1</sup> ]	E (keV)	$\gamma^D(E)$ [Gy·(mAs) <sup>-1</sup> ]	$\delta\gamma^D$ [Gy·(mAs) <sup>-1</sup> ]
2.9	0	0	24.4	2.287417E-06	2.470457E-07
3.4	4.410549E-40	1.007498E-40	24.9	2.178433E-06	2.366418E-07
3.9	9.858909E-29	2.311508E-29	25.4	2.070174E-06	2.262880E-07
4.4	4.196052E-22	1.041712E-22	25.9	1.946810E-06	2.142396E-07
4.9	1.139655E-17	2.998195E-18	26.4	1.751152E-06	1.941127E-07
5.4	1.590714E-14	4.420833E-15	26.9	1.774889E-06	1.982906E-07
5.9	1.890440E-12	5.536505E-13	27.4	1.625585E-06	1.831461E-07
6.4	7.072184E-11	9.497978E-12	27.9	1.541843E-06	1.752856E-07
6.9	1.035242E-09	1.362735E-10	28.4	1.401515E-06	1.608730E-07
7.4	9.112120E-09	1.182503E-09	28.9	1.354337E-06	1.570532E-07
7.9	9.423799E-08	1.216818E-08	29.4	1.233861E-06	1.446329E-07
8.4	6.159865E-07	7.998177E-08	29.9	1.177244E-06	1.395663E-07
8.9	7.524571E-07	9.921561E-08	30.4	1.098829E-06	1.318172E-07
9.4	1.916987E-06	2.586254E-07	30.9	1.030840E-06	1.251859E-07
9.9	4.583390E-06	6.357473E-07	31.4	9.405795E-07	1.156788E-07
10.4	2.608390E-06	3.728693E-07	31.9	9.027053E-07	1.124722E-07
10.9	1.890791E-06	2.787297E-07	32.4	8.465569E-07	1.068854E-07
11.4	3.146300E-06	4.780556E-07	32.9	7.787210E-07	9.965595E-08
11.9	2.840843E-06	4.444132E-07	33.4	7.232437E-07	9.382886E-08
12.4	2.454286E-06	3.947691E-07	33.9	6.647635E-07	8.743715E-08
12.9	2.746639E-06	1.240816E-07	34.4	6.136646E-07	8.183902E-08
13.4	3.056560E-06	1.378705E-07	34.9	5.689701E-07	7.693448E-08
13.9	3.391814E-06	1.529901E-07	35.4	5.271024E-07	7.226211E-08
14.4	3.624064E-06	1.637703E-07	35.9	4.797530E-07	6.667777E-08
14.9	3.839187E-06	1.741845E-07	36.4	4.406165E-07	6.207541E-08
15.4	3.977934E-06	1.816078E-07	36.9	4.118209E-07	5.880256E-08
15.9	4.086428E-06	1.881484E-07	37.4	3.855066E-07	5.577892E-08
16.4	4.138215E-06	1.925615E-07	37.9	3.426021E-07	5.022155E-08
16.9	4.075855E-06	1.920445E-07	38.4	3.125983E-07	4.641426E-08
17.4	4.019458E-06	1.920808E-07	38.9	2.775018E-07	4.172454E-08
17.9	3.925745E-06	1.905212E-07	39.4	2.498435E-07	3.803171E-08
18.4	3.839289E-06	1.894135E-07	39.9	2.182513E-07	3.362590E-08
18.9	3.748535E-06	1.881323E-07	40.4	1.948965E-07	3.038402E-08
19.4	3.590486E-06	1.833925E-07	40.9	1.712001E-07	2.699930E-08
19.9	3.457512E-06	1.797637E-07	41.4	1.590917E-07	2.537385E-08
20.4	3.316222E-06	1.755058E-07	41.9	1.430948E-07	2.307473E-08
20.9	3.206204E-06	1.726959E-07	42.4	1.253605E-07	2.043299E-08

# APÉNDICE A. DESCRIPCIÓN DEL MODELO ANALÍTICO

Continuación...

E (keV)	$\gamma^D(E)$ [Gy·(mAs) <sup>-1</sup> ]	$\delta\gamma^D$ [Gy·(mAs) <sup>-1</sup> ]	E (keV)	$\gamma^D(E)$ [Gy·(mAs) <sup>-1</sup> ]	$\delta\gamma^D$ [Gy·(mAs) <sup>-1</sup> ]
21.4	3.082167E-06	1.689171E-07	42.9	1.136866E-07	1.872514E-08
21.9	2.932672E-06	1.634765E-07	43.4	1.005122E-07	1.672507E-08
22.4	2.773416E-06	1.571827E-07	43.9	8.421054E-08	1.415273E-08
22.9	2.626073E-06	2.793085E-07	44.4	6.716042E-08	1.139740E-08
23.4	2.544675E-06	2.719614E-07	44.9	5.312120E-08	9.100745E-09
23.9	2.435981E-06	2.616721E-07	45	0	0

## A.2 Estimación de la dosis/kerma en aire por mAs

### A.2.1 Integración numérica de los espectros de rendimiento

En la etapa final de la implementación del modelo, se realizó vía regla compuesta de Simpson, la integración numérica con los datos contenidos en las tablas A.5 a A.8, para obtener, según el caso, los rendimientos de kerma en aire ( $\Gamma$ , según el formalismo dado por la ec. 4.2) y de dosis en aire ( $\Gamma^D$ , en conformidad con la ec. 4.3), para los espectros de rayos X simulados. Así, con la integración numérica de los datos contenidos en las tablas A.5 y A.6, fueron determinados los valores de  $\Gamma$ , para los haces de 35 y 45 kV, respectivamente, mientras que con la integración numérica de los datos de las Tablas A.7 y A.8, fue determinado el correspondiente valor de  $\Gamma^D$ , para los espectros de rayos X simulados a 35 y 45 kV, también respectivamente.

La integración numérica de cada espectro, se realizó en el software Wolfram Mathematica 10 (versión 10.0.2.0, Wolfram Research, Inc.). A continuación se muestran las subrutinas implementadas para la integración numérica de los espectros de 35 y 45 kV, para el caso de la estimación analítica de  $\Gamma$ ; por motivos de economía de espacio, se omiten las subrutinas relativas a la estimación del rendimiento de dosis en aire,  $\Gamma^D$ , pero el lector puede advertir fácilmente que el procedimiento es análogo al cálculo de  $\Gamma$ , sustituyendo adecuadamente los conjuntos de datos contenidos en las tablas A.7 y A.8.

Así, para el espectro generado a 35 kV:

```
Lista = {0, 2.98515 * 10^(-40), 6.35608 * 10^(-29), 0.000000000000000000000275,
0.0000000000000000000007933483, 0.000000000000012186517961, 0.000000000001555678031028,
0.0000000000059764598962832, 0.000000000893517513078793, 0.000000007584978896030410,
0.000000070797789369712400, 0.000000507401698308447000, 0.000000613079257150321000,
0.000001461700535283770000, 0.000003693820943758730000, 0.000002199725983989260000,
0.000001708818025660660000, 0.000002901299516375990000, 0.000002742771833968330000,
0.000002454830738931690000, 0.000002767747974762670000, 0.000003087535322661860000,
0.000003462081958299330000, 0.000003673682133448220000, 0.000003880762686312930000,
```

## APÉNDICE A. DESCRIPCIÓN DEL MODELO ANALÍTICO

```
0.000004076352699708600000, 0.000004254618395105090000, 0.000004232919617614950000,  
0.000004221707259291030000, 0.000004237260909991840000, 0.000004147415644616970000,  
0.000004039924111171480000, 0.000003968582242424830000, 0.000003863036768866950000,  
0.000003764773194384140000, 0.000003581014964107240000, 0.000003455155995427920000,  
0.000003285333048231110000, 0.000003121887746998160000, 0.000002966001857866260000,  
0.000002782112314418510000, 0.000002685392646320360000, 0.000002533256354783500000,  
0.000002336251718802260000, 0.000002199209450617170000, 0.000002060525007956860000,  
0.000001975201554715230000, 0.000001753326281500660000, 0.000001762206093982860000,  
0.000001624271672650960000, 0.000001525829815987540000, 0.000001407580450631820000,  
0.000001316412649321940000, 0.000001166576998246750000, 0.000001058953400624920000,  
0.000000979074970336936000, 0.000000923183915711213000, 0.000000834222197285571000,  
0.000000800738731289870000, 0.000000730501563893499000, 0.000000665451051283288000,  
0.000000622025579530343000, 0.000000539279501595166000, 0.000000461719060898232000,  
0.000000388293078761397000, 0};
```

```
n = 66; h = 0.5; y[j_] := Part[Lista, j];
```

```
N[(h/3) * (y[1] + 4 * Sum[y[j], {j, 2, n-1, 2}] + 2 * Sum[y[j], {j, 3, n-2, 2}] + y[n]), 16]
```

donde el elemento `Lista`, corresponde al conjunto de datos ( $n = 66$ ) contenido en la columna  $\gamma(E)$  de la Tabla A.5;  $h$ , el ancho de cada subintervalo de integración y  $y[j_]$ , el  $j$ -ésimo elemento de integración. El último renglón, corresponde al algoritmo de la regla compuesta de Simpson (ver Apéndice D).

Para el espectro generado a 45 kV:

```
Lista = {0, 4.41488*10^(-40), 9.91863*10^(-29), 0.000000000000000000000426,  
0.000000000000000011670828, 0.000000000000016463008890, 0.000000000001978106290619,  
0.0000000000074005720777636, 0.000000001098690416100120, 0.000000009772128556527340,  
0.000000101859917580112000, 0.000000670054748743020000, 0.000000823366365633819000,  
0.000002111067213274010000, 0.000005085561645998770000, 0.000002920743050439250000,  
0.000002140654597295430000, 0.000003608617091942210000, 0.000003307260713082940000,  
0.000002905503860192530000, 0.000003293819028985660000, 0.000003712767218793240000,  
0.000004168066555806990000, 0.000004497939244433430000, 0.000004802940927612430000,  
0.000005070840907766120000, 0.000005316124965028350000, 0.000005486162848149190000,  
0.0000055500112536360670000, 0.000005516072437323390000, 0.000005475514772064740000,  
0.000005440514847281500000, 0.000005396270725057730000, 0.000005251568468559110000,  
0.000005139963593791620000, 0.000005013547033210090000, 0.000004933108244965790000,  
0.000004830644584675070000, 0.000004686858738630130000, 0.000004524819585536880000,  
0.000004367696037844900000, 0.000004317527220539130000, 0.000004220612153799130000,  
0.000004050910814826920000, 0.000003946641287360830000, 0.000003839713711375660000,  
0.000003699284876089590000, 0.000003410944623935800000, 0.000003545637130097950000,  
0.000003331826953860290000, 0.000003243417810921810000, 0.000003026602657055000000,  
0.000003002961440796520000, 0.000002809270332444970000, 0.000002752373509838100000,  
0.000002637950159642620000, 0.000002540857626035730000, 0.000002379972248129670000,  
0.000002344359132240040000, 0.000002255968998776800000, 0.000002128822964453900000,  
0.000002027644760902710000, 0.000001910653580435360000, 0.000001807601486203310000,  
0.000001716959808233030000, 0.000001628927642827610000, 0.000001517727771737860000,  
0.000001426387283723880000, 0.000001363689929627780000, 0.000001305268088103620000,  
0.000001185632095782930000, 0.000001105278453957720000, 0.000001002102341711410000,  
0.000000921117083883720000, 0.000000821196606808497000, 0.000000748144165887063000,
```

## APÉNDICE A. DESCRIPCIÓN DEL MODELO ANALÍTICO

```
0.000000670236402021951000, 0.000000634996409434657000, 0.000000582115796161860000,  
0.000000519607022341703000, 0.000000479981767745619000, 0.000000432128647306207000,  
0.000000368572246987284000, 0.000000299171180144184000, 0.000000240778610122069000,  
0];
```

```
n = 86; h = 0.5; y[j_] := Part[Lista, j];
```

```
N[(h/3) * (y[1] + 4 * Sum[y[j], {j, 2, n-1, 2}] + 2 * Sum[y[j], {j, 3, n-2, 2}] + y[n]), 16]
```

con `List`, el conjunto de datos ( $n = 86$ ) contenido en la columna  $\gamma(E)$  de la Tabla A.6. La descripción de la subrutina anterior, es la misma para los parámetros  $h$ ,  $y[j_]$ . En el último reglón, se muestra el algoritmo de la regla compuesta de Simpson.

El resultado (en mGy/mAs a 1 m de distancia de la fuente) de cada una de las integraciones numéricas, se reporta en la Tabla 5.1, de la sección 5.1.1 de ésta tesis. Las incertidumbres  $\delta\Gamma$ , asociadas al rendimiento analítico del kerma en aire de cada haz, se calcularon a partir de la ecuación *d.27*, utilizando una subrutina similar para los términos integrales que involucran los valores  $\delta\gamma$  de las Tablas A.5 y A.6, según el caso.

### A.3 Estimación de la DIS por mAs

#### A.3.1 Factor $\tau$ de conversión de dosis en aire a dosis en agua

El factor de conversión de dosis impartida en aire a dosis impartida en agua, descrito en la sección 4.1.3 del actual trabajo y requerido para la estimación analítica de la dosis equivalente en superficie (DES), impartida a un roedor durante un estudio tomográfico en la unidad microCT, se estimó a partir del cociente de integrales de la ecuación 4.12, mismas que fueron calculadas por regla compuesta de Simpson, a partir de los datos contenidos en la Tabla A.9, para el haz de radiación simulado a 35 kV, y en la Tabla A.10, para el haz simulado a 45 kV. A recordar, la forma del integrando de cada integral en la ecuación 4.13, tiene la siguiente forma:

$$\varpi_{medio}(E) = \xi(E) \left( \frac{\mu_{en}(E)}{\rho} \right)_{medio} \quad (a.6)$$

Que corresponde al coeficiente másico de absorción del medio, asociado a la fluencia de fotones por mAs para una energía,  $E$ , dentro del espectro simulado. La incertidumbre propagada asociada, por su parte, tiene la forma:

$$\delta[\varpi_{medio}(E)] = \xi(E) \delta[\mu_{medio}(E)] \quad (a.7)$$

## APÉNDICE A. DESCRIPCIÓN DEL MODELO ANALÍTICO

Los valores de los coeficientes másicos de absorción para el agua (así como su incertidumbre asociada,  $\delta[\mu_{agua}(E)]$ ) como función de cada una de las energías de la distribución espectral en cuestión, fueron calculados a partir del procedimiento de interpolación para  $(\mu_{en}(E)/\rho)_{agua}$ , introducido en la sección 4.1.3 y descrito *in extenso* en el Apéndice B, del actual trabajo. La estimación de los coeficientes másicos de absorción del aire, como de su respectiva incertidumbre, para cada energía en el espectro en cuestión, son los estimados por interpolación, según el procedimiento descrito en la sección 4.1.2.

Tabla A.9. Datos de los coeficientes másicos de absorción en aire y en agua,  $\omega_{aire}$  y  $\omega_{agua}$ , respectivamente, asociados a cada una de las energías que conforman el espectro simulado de rendimiento para un haz de rayos X generado a 35 kV. Los términos  $\omega_{agua}$  y  $\omega_{aire}$ , fueron calculados en función de los datos de  $\xi(E)$ , contenidos en la Tabla A.3, en conformidad con la ecuación a.6.

E (keV)	$\omega_{aire} \pm \delta$ [fotones/(mAs·g)]	$\omega_{agua} \pm \delta$ [fotones/(mAs·g)]	E (keV)	$\omega_{aire} \pm \delta$ [fotones/(mAs·g)]	$\omega_{agua} \pm \delta$ [fotones/(mAs·g)]
2.9	0	0	19.4	8.498E+05 ± 4.340E+04	9.022E+05 ± 1.605E+05
3.4	5.475E-28 ± 1.251E-28	6.222E-28 ± 7.200E-29	19.9	7.943E+05 ± 4.130E+04	8.394E+05 ± 1.511E+05
3.9	1.011E-16 ± 2.371E-17	1.095E-16 ± 1.410E-17	20.4	7.247E+05 ± 3.836E+04	7.624E+05 ± 1.389E+05
4.4	3.842E-10 ± 9.538E-11	4.052E-10 ± 5.765E-11	20.9	6.707E+05 ± 3.612E+04	7.025E+05 ± 1.296E+05
4.9	9.868E-06 ± 2.596E-06	1.035E-05 ± 1.603E-06	21.4	6.114E+05 ± 3.351E+04	6.380E+05 ± 1.192E+05
5.4	1.361E-02 ± 3.783E-03	1.441E-02 ± 2.398E-03	21.9	5.568E+05 ± 3.104E+04	5.792E+05 ± 1.096E+05
5.9	1.573E+00 ± 4.606E-01	1.698E+00 ± 3.005E-01	22.4	5.066E+05 ± 2.871E+04	5.257E+05 ± 1.008E+05
6.4	5.570E+01 ± 7.481E+00	5.955E+01 ± 1.554E-02	22.9	4.559E+05 ± 4.849E+04	4.712E+05 ± 9.163E+04
6.9	7.616E+02 ± 1.003E+02	8.202E+02 ± 2.113E-01	23.4	4.222E+05 ± 4.512E+04	4.347E+05 ± 8.574E+04
7.4	5.966E+03 ± 7.742E+02	6.448E+03 ± 1.627E+00	23.9	3.818E+05 ± 4.102E+04	3.920E+05 ± 7.845E+04
7.9	5.175E+04 ± 6.682E+03	5.598E+04 ± 1.378E+01	24.4	3.375E+05 ± 3.645E+04	3.457E+05 ± 7.022E+04
8.4	3.466E+05 ± 4.501E+04	3.745E+05 ± 8.994E+01	24.9	3.043E+05 ± 3.306E+04	3.113E+05 ± 6.418E+04
8.9	3.929E+05 ± 5.181E+04	4.237E+05 ± 9.982E+01	25.4	2.730E+05 ± 2.984E+04	2.790E+05 ± 5.841E+04
9.4	8.814E+05 ± 1.189E+05	9.481E+05 ± 2.213E+02	25.9	2.505E+05 ± 2.757E+04	2.560E+05 ± 5.441E+04
9.9	2.099E+06 ± 2.911E+05	2.254E+06 ± 5.271E+02	26.4	2.128E+05 ± 2.359E+04	2.175E+05 ± 4.695E+04
10.4	1.179E+06 ± 1.685E+05	1.265E+06 ± 2.999E+02	26.9	2.047E+05 ± 2.287E+04	2.094E+05 ± 4.588E+04
10.9	8.643E+05 ± 1.274E+05	9.273E+05 ± 2.253E+02	27.4	1.805E+05 ± 2.034E+04	1.849E+05 ± 4.113E+04
11.4	1.385E+06 ± 2.104E+05	1.488E+06 ± 3.733E+02	27.9	1.623E+05 ± 1.845E+04	1.665E+05 ± 3.758E+04
11.9	1.236E+06 ± 1.933E+05	1.332E+06 ± 3.465E+02	28.4	1.433E+05 ± 1.644E+04	1.473E+05 ± 3.372E+04
12.4	1.044E+06 ± 1.679E+05	1.130E+06 ± 3.057E+02	28.9	1.282E+05 ± 1.487E+04	1.322E+05 ± 3.068E+04
12.9	1.117E+06 ± 5.045E+04	1.208E+06 ± 3.404E+02	29.4	1.088E+05 ± 1.275E+04	1.124E+05 ± 2.645E+04
13.4	1.184E+06 ± 5.341E+04	1.281E+06 ± 3.754E+02	29.9	9.455E+04 ± 1.121E+04	9.800E+04 ± 2.336E+04
13.9	1.265E+06 ± 5.706E+04	1.366E+06 ± 4.162E+02	30.4	8.374E+04 ± 1.005E+04	8.705E+04 ± 2.101E+04
14.4	1.283E+06 ± 5.798E+04	1.380E+06 ± 4.365E+02	30.9	7.566E+04 ± 9.188E+03	7.889E+04 ± 1.927E+04
14.9	1.299E+06 ± 5.896E+04	1.389E+06 ± 4.555E+02	31.4	6.554E+04 ± 8.060E+03	6.855E+04 ± 1.694E+04
15.4	1.296E+06 ± 5.917E+04	1.390E+06 ± 2.253E+05	31.9	6.033E+04 ± 7.517E+03	6.330E+04 ± 1.581E+04
15.9	1.284E+06 ± 5.911E+04	1.382E+06 ± 2.268E+05	32.4	5.281E+04 ± 6.668E+03	5.558E+04 ± 1.403E+04
16.4	1.215E+06 ± 5.655E+04	1.311E+06 ± 2.177E+05	32.9	4.618E+04 ± 5.910E+03	4.876E+04 ± 1.243E+04
16.9	1.155E+06 ± 5.444E+04	1.246E+06 ± 2.094E+05	33.4	4.146E+04 ± 5.379E+03	4.390E+04 ± 1.129E+04
17.4	1.108E+06 ± 5.293E+04	1.193E+06 ± 2.028E+05	33.9	3.455E+04 ± 4.544E+03	3.668E+04 ± 9.518E+03
17.9	1.037E+06 ± 5.032E+04	1.114E+06 ± 1.916E+05	34.4	2.844E+04 ± 3.793E+03	3.028E+04 ± 7.921E+03
18.4	9.671E+05 ± 4.771E+04	1.036E+06 ± 1.801E+05	34.9	2.301E+04 ± 3.112E+03	2.456E+04 ± 6.474E+03
18.9	9.104E+05 ± 4.569E+04	9.709E+05 ± 1.708E+05	35.0	0	0



## APÉNDICE A. DESCRIPCIÓN DEL MODELO ANALÍTICO

Tabla A.10. Coeficientes másicos de absorción en aire y en agua,  $\omega_{\text{aire}}$  y  $\omega_{\text{agua}}$ , respectivamente, asociados a cada una de las energías que conforman el espectro de rendimiento simulado para un haz de rayos X generado a 45 kV. Los términos  $\omega_{\text{agua}}$  y  $\omega_{\text{aire}}$ , fueron calculados con los datos de  $\xi(E)$ , contenidos en la Tabla A.4, a partir de la ecuación a.6.

E (keV)	$\omega_{\text{aire}} \pm \delta$ [fotones/(mAs·g)]	$\omega_{\text{agua}} \pm \delta$ [fotones/(mAs·g)]	E (keV)	$\omega_{\text{aire}} \pm \delta$ [fotones/(mAs·g)]	$\omega_{\text{agua}} \pm \delta$ [fotones/(mAs·g)]
2.9	0	0	24.4	5.851E+05 ± 6.320E+04	5.994E+05 ± 1.218E+05
3.4	8.097E-28 ± 1.850E-28	9.202E-28 ± 1.065E-28	24.9	5.461E+05 ± 5.932E+04	5.586E+05 ± 1.152E+05
3.9	1.578E-16 ± 3.699E-17	1.709E-16 ± 2.201E-17	25.4	5.087E+05 ± 5.561E+04	5.199E+05 ± 1.088E+05
4.4	5.952E-10 ± 1.478E-10	6.278E-10 ± 8.932E-11	25.9	4.692E+05 ± 5.163E+04	4.794E+05 ± 1.019E+05
4.9	1.452E-05 ± 3.819E-06	1.522E-05 ± 2.358E-06	26.4	4.140E+05 ± 4.589E+04	4.232E+05 ± 9.133E+04
5.4	1.839E-02 ± 5.110E-03	1.946E-02 ± 3.239E-03	26.9	4.118E+05 ± 4.601E+04	4.213E+05 ± 9.231E+04
5.9	2.000E+00 ± 5.857E-01	2.159E+00 ± 3.821E-01	27.4	3.703E+05 ± 4.172E+04	3.794E+05 ± 8.436E+04
6.4	6.897E+01 ± 9.263E+00	7.373E+01 ± 1.924E-02	27.9	3.449E+05 ± 3.922E+04	3.540E+05 ± 7.988E+04
6.9	9.365E+02 ± 1.233E+02	1.009E+03 ± 2.599E-01	28.4	3.080E+05 ± 3.536E+04	3.168E+05 ± 7.251E+04
7.4	7.686E+03 ± 9.974E+02	8.308E+03 ± 2.096E+00	28.9	2.925E+05 ± 3.392E+04	3.015E+05 ± 6.999E+04
7.9	7.446E+04 ± 9.614E+03	8.055E+04 ± 1.982E+01	29.4	2.620E+05 ± 3.071E+04	2.707E+05 ± 6.370E+04
8.4	4.577E+05 ± 5.943E+04	4.946E+05 ± 1.188E+02	29.9	2.458E+05 ± 2.914E+04	2.547E+05 ± 6.072E+04
8.9	5.277E+05 ± 6.958E+04	5.690E+05 ± 1.341E+02	30.4	2.256E+05 ± 2.707E+04	2.345E+05 ± 5.661E+04
9.4	1.273E+06 ± 1.717E+05	1.369E+06 ± 3.195E+02	30.9	2.082E+05 ± 2.529E+04	2.171E+05 ± 5.304E+04
9.9	2.890E+06 ± 4.008E+05	3.103E+06 ± 7.256E+02	31.4	1.870E+05 ± 2.300E+04	1.956E+05 ± 4.832E+04
10.4	1.565E+06 ± 2.238E+05	1.679E+06 ± 3.983E+02	31.9	1.766E+05 ± 2.201E+04	1.853E+05 ± 4.629E+04
10.9	1.083E+06 ± 1.596E+05	1.162E+06 ± 2.823E+02	32.4	1.631E+05 ± 2.059E+04	1.717E+05 ± 4.332E+04
11.4	1.723E+06 ± 2.617E+05	1.851E+06 ± 4.643E+02	32.9	1.477E+05 ± 1.891E+04	1.560E+05 ± 3.975E+04
11.9	1.490E+06 ± 2.331E+05	1.606E+06 ± 4.179E+02	33.4	1.352E+05 ± 1.753E+04	1.431E+05 ± 3.681E+04
12.4	1.235E+06 ± 1.987E+05	1.337E+06 ± 3.618E+02	33.9	1.224E+05 ± 1.610E+04	1.300E+05 ± 3.372E+04
12.9	1.329E+06 ± 6.004E+04	1.438E+06 ± 4.052E+02	34.4	1.113E+05 ± 1.485E+04	1.186E+05 ± 3.101E+04
13.4	1.424E+06 ± 6.422E+04	1.540E+06 ± 4.515E+02	34.9	1.018E+05 ± 1.376E+04	1.086E+05 ± 2.863E+04
13.9	1.523E+06 ± 6.870E+04	1.644E+06 ± 5.011E+02	35.4	9.294E+04 ± 1.274E+04	9.944E+04 ± 2.640E+04
14.4	1.571E+06 ± 7.099E+04	1.689E+06 ± 5.344E+02	35.9	8.341E+04 ± 1.159E+04	8.944E+04 ± 2.390E+04
14.9	1.608E+06 ± 7.297E+04	1.719E+06 ± 5.637E+02	36.4	7.556E+04 ± 1.064E+04	8.117E+04 ± 2.183E+04
15.4	1.612E+06 ± 7.361E+04	1.729E+06 ± 2.803E+05	36.9	6.966E+04 ± 9.947E+03	7.497E+04 ± 2.028E+04
15.9	1.604E+06 ± 7.386E+04	1.727E+06 ± 2.834E+05	37.4	6.434E+04 ± 9.309E+03	6.934E+04 ± 1.886E+04
16.4	1.575E+06 ± 7.329E+04	1.699E+06 ± 2.821E+05	37.9	5.642E+04 ± 8.271E+03	6.089E+04 ± 1.664E+04
16.9	1.505E+06 ± 7.093E+04	1.624E+06 ± 2.729E+05	38.4	5.081E+04 ± 7.545E+03	5.489E+04 ± 1.507E+04
17.4	1.442E+06 ± 6.890E+04	1.553E+06 ± 2.640E+05	38.9	4.453E+04 ± 6.695E+03	4.814E+04 ± 1.328E+04
17.9	1.369E+06 ± 6.644E+04	1.471E+06 ± 2.529E+05	39.4	3.958E+04 ± 6.025E+03	4.281E+04 ± 1.185E+04
18.4	1.302E+06 ± 6.425E+04	1.395E+06 ± 2.425E+05	39.9	3.414E+04 ± 5.260E+03	3.694E+04 ± 1.027E+04
18.9	1.238E+06 ± 6.213E+04	1.320E+06 ± 2.322E+05	40.4	3.011E+04 ± 4.694E+03	3.258E+04 ± 9.087E+03
19.4	1.155E+06 ± 5.901E+04	1.226E+06 ± 2.182E+05	40.9	2.613E+04 ± 4.120E+03	2.827E+04 ± 7.909E+03
19.9	1.084E+06 ± 5.638E+04	1.146E+06 ± 2.063E+05	41.4	2.399E+04 ± 3.826E+03	2.594E+04 ± 7.279E+03
20.4	1.015E+06 ± 5.370E+04	1.067E+06 ± 1.945E+05	41.9	2.132E+04 ± 3.437E+03	2.304E+04 ± 6.483E+03
20.9	9.575E+05 ± 5.158E+04	1.003E+06 ± 1.850E+05	42.4	1.845E+04 ± 3.008E+03	1.993E+04 ± 5.622E+03
21.4	8.990E+05 ± 4.927E+04	9.381E+05 ± 1.752E+05	42.9	1.654E+04 ± 2.724E+03	1.785E+04 ± 5.046E+03
21.9	8.359E+05 ± 4.659E+04	8.695E+05 ± 1.645E+05	43.4	1.446E+04 ± 2.405E+03	1.558E+04 ± 4.414E+03
22.4	7.728E+05 ± 4.380E+04	8.020E+05 ± 1.538E+05	43.9	1.197E+04 ± 2.012E+03	1.288E+04 ± 3.658E+03
22.9	7.158E+05 ± 7.613E+04	7.397E+05 ± 1.439E+05	44.4	9.441E+03 ± 1.602E+03	1.014E+04 ± 2.886E+03
23.4	6.788E+05 ± 7.254E+04	6.989E+05 ± 1.379E+05	44.9	7.385E+03 ± 1.265E+03	7.920E+03 ± 2.257E+03
23.9	6.362E+05 ± 6.834E+04	6.531E+05 ± 1.307E+05	45.0	0	0

## APÉNDICE A. DESCRIPCIÓN DEL MODELO ANALÍTICO

Con las columnas  $\varpi_{\text{aire}}$  y  $\varpi_{\text{agua}}$  de cada tabla, se realizó el cociente de integrales de la ecuación 4.13, para determinar el factor  $\tau$  asociado a los espectros de rayos X generados a 35 kV y a 45 kV, respectivamente. Las incertidumbres asociadas a cada valor de  $\varpi_{\text{aire}}$  y  $\varpi_{\text{agua}}$  fueron utilizadas para determinar la incertidumbre propagada asociada a la integración de las distribuciones espectrales de los coeficientes másicos de absorción relativos a las componentes energéticas de cada espectro, utilizando el criterio de cálculo de incertidumbres especificado en la sección I.2, del Apéndice D. La integración numérica para determinar el  $\tau$  asociado a cada haz de rayos X, se realizó a través de la regla compuesta de Simpson, implementando en Mathematica las subrutinas que a continuación se muestran. Los arreglos Agua y Aire, contienen el conjunto de datos de los coeficientes másicos de absorción en agua y en aire, respectivamente, para cada elemento de fluencia de fotones a una energía particular dentro del espectro. El número de datos varía en función de la distribución espectral, siendo  $n = 66$  (para cada coeficiente másico de absorción) para el espectro de rayos X simulado a 35 kV y  $n = 86$  (por cada coeficiente) para el espectro simulado a 45 kV.  $\text{IntAgua}$  e  $\text{IntAire}$  son la evaluación numérica por regla compuesta de Simpson, de los datos contenidos en Agua y Aire, respectivamente, con  $w[j\_]$ , el  $j$ -ésimo elemento de integración contenido en el arreglo Agua, y  $a[i\_]$ , el  $i$ -ésimo elemento de integración contenido en Aire. El tamaño del tamaño del subintervalo de integración para ambos haces, fue  $h = 0.5$ .

Así, para el haz de rayos X generado a 35 kV, se tiene la siguiente subrutina:

```

Agua = {0, 6.22227*10^(-28), 0.0000000000000010954, 0.00000000040516864500, 0.00001034529894672610,
0.01440545929775370000, 1.698016111079670, 59.5452970142514, 820.209928788947, 6448.3408715444, 55983.2302169908,
374533.28954671, 423692.114346425, 948142.157155222, 2253695.012501450, 1264710.421607060, 927316.8578334010,
1488241.359195130, 1331703.069881900, 1129605.498868080, 1208482.153653640, 1280650.084650130,
1365638.337962730, 1379542.467575930, 1388744.924126190, 1389998.569933630, 1382089.640943240,
1310537.884455100, 1246239.410992840, 1193012.679083020, 1114046.446210550, 1035534.971562950,
970905.6548479260, 902179.2072633170, 839438.5344148480, 762431.8921410350, 702529.001707010, 638021.8891612930,
579154.7592441450, 525699.4452136060, 471199.7188246030, 434697.7670421620, 392015.8428775830, 345697.2932974490,
311253.0241460280, 279014.0624104710, 255978.1655569620, 217545.7353316710, 209413.1858507310, 184942.961222710,
166531.8817094690, 147320.7175850340, 132182.7079032110, 112430.7114510310, 98002.5347166480, 87049.65798061310,
78891.90121391420, 68552.14077444030, 63303.22983272560, 55584.07755265980, 48756.79044153410, 43904.48810995150,
36684.62515544990, 30283.12842482650, 24564.82654769920, 0};

Aire = {0, 5.47484*10^(-28), 0.0000000000000010111, 0.00000000038418232378, 0.00000986847296750089,
0.0136106585243025, 1.572864860382820, 55.70095688252010, 761.6071035057180, 5965.726133424050, 51751.82574866630,
346612.2620457180, 392939.4351647730, 881369.3647245770, 2098934.766110160, 1179029.938135320, 864324.066905590,
1385024.570945360, 1235753.822327250, 1043792.194836640, 1116732.405674560, 1184002.671728830,
1265116.009309440, 1283015.041969060, 1299490.839246020, 1296101.619924900, 1283874.298843000,
1215208.951618130, 1155470.594593270, 1107602.224961580, 1036888.538575510, 967111.5041718340,
910440.9839577620, 849770.6927249130, 794327.8995979710, 724744.3858719140, 670659.6811667790, 611402.2447081530,
556756.4353988130, 506579.4532319750, 455936.1041773250, 422181.8433852410, 381847.5569915980, 337468.149548760,
304294.4830070150, 272999.8880800990, 250511.5884166530, 212822.8942596340, 204687.6687716890, 180528.4566399620,
162274.1837840360, 143254.3211411630, 128227.6157531690, 108779.9979940690, 94552.92904661830, 83736.75512588280,
75657.31574388620, 65536.93143534680, 60329.86929200940, 52809.19461798720, 46182.02334100930, 41463.40602810390,
34546.95863582840, 28441.87020809580, 23013.03685025310, 0};

n = 66; h = 0.5; w[j_] := Part[Agua, j]; a[i_] := Part[Aire, i];

IntAgua = N[(h/3) * (w[1] + 4 * Sum[w[j], {j, 2, n-1, 2}] + 2 * Sum[w[j], {j, 3, n-2, 2}] + w[n]), 16]

IntAire = N[(h/3) * (a[1] + 4 * Sum[a[i], {i, 2, n-1, 2}] + 2 * Sum[a[i], {i, 3, n-2, 2}] + a[n]), 16]

```



## APÉNDICE A. DESCRIPCIÓN DEL MODELO ANALÍTICO

Mientras que para el haz simulado a 45 kV, se tiene:

```
Agua = {0, 9.20241*10^(-28), 0.0000000000000017094, 0.00000000062776483268, 0.00001521881428936410  
0.0194606207651195, 2.1590948023351, 73.7341620446359, 1008.54966439937, 8307.73781137608,  
80545.55469228570, 494593.94806866100, 569019.14763622300, 1369358.34199767, 3102831.75385685,  
1679251.96211392, 1161659.73501079, 1851064.7299301, 1605780.39703, 1336985.51407428,  
1438180.62561684, 1539984.21269382, 1644118.06316289, 1689067.80142354, 1718749.73381504,  
1729109.85123042, 1726914.27569121, 1698549.67783223, 1623622.05305054, 1553065.64694876,  
1470790.07644421, 1394541.88559839, 1320186.76746577, 1226458.9133702, 1146067.31490605,  
1067431.49335635, 1003037.66754219, 938126.192545563, 869479.226789203, 801987.072091595,  
739746.24758239, 698899.449391064, 653130.437354549, 599416.96042624, 558566.186392979,  
519932.598229617, 479412.419554596, 423216.411126067, 421348.654859252, 379368.767863122,  
353992.604917892, 316771.432199111, 301531.267705355, 270747.891146278, 254722.804886325,  
234540.424506786, 217132.345376061, 195574.024671027, 185335.739560869, 171657.340630537,  
155976.27348374, 143117.434758028, 129972.695407226, 118556.569531937, 108621.096242956,  
99439.7787662021, 89438.4710294843, 81171.28393823060, 74967.2980666896, 69342.333132643,  
60888.726376993, 54889.2258891318, 48138.3079838744, 42814.0749907907, 36943.360738598,  
32584.5459764513, 28268.7329454625, 25942.4971811005, 23041.878269004, 19932.1002331037,  
17847.1908735329, 15578.2586994191, 12884.8440716032, 10144.0975248775, 7920.12039588409, 0};  
  
Aire = {0, 8.097*10^(-28), 0.0000015779, 0.00000000059524880611, 0.00001451736273503580, 0.0183869,  
1.9999600255081, 68.9737659690242, 936.490234614703, 7685.95977760264, 74457.6455325679,  
457722.536070644, 527718.253182553, 1272921.45260998, 2889761.66048844, 1565487.48486547,  
1082747.99281756, 1722684.37342049, 1490083.86954005, 1235418.06905046, 1328991.83077217,  
1423765.51105124, 1523097.31286921, 1570882.69992872, 1608286.37084274, 1612305.31288594,  
1604194.68403793, 1574996.64660823, 1505366.88415146, 1441878.19310858, 1368924.40894459,  
1302396.86504851, 1237970.06802665, 1155212.65844143, 1084478.73873433, 1014667.65764539,  
957536.159614183, 898985.551570739, 835852.848023311, 772818.339791465, 715783.581203824,  
678776.56674558, 636189.241919412, 585148.1523436, 546078.578288476, 508725.402223861,  
469174.2612, 414028.532330012, 411840.704074396, 370313.407479514, 344942.124228512,  
308027.799622989, 292509.028951049, 261956.494588386, 245756.779318085, 225614.374021082,  
208229.870995045, 186971.862593952, 176630.496933425, 163087.81773658, 147739.419216026,  
135160.129693614, 122398.997209149, 111348.157813843, 101759.370688012, 92939.8889108796,  
83412.9782735031, 75556.1446813746, 69661.439914898, 64338.4494721061, 56423.6561200962,  
50811.93567394, 44527.32128, 39580.591514442, 34142.4263912516, 30111.5528701471,  
26127.0899029035, 23985.9831022056, 21316.7158846188, 18454.6287844739, 16541.0256019746,  
14455.7101369136, 11973.2572930924, 9441.49597602075, 7384.68438673977, 0};  
  
n = 86; h = 0.5; w[j_] := Part[Agua, j]; a[i_] := Part[Aire, i];  
  
IntAgua = N[(h/3) * (w[1] + 4 * Sum[w[j], {j, 2, n-1, 2}] + 2 * Sum[w[j], {j, 3, n-2, 2}] + w[n]), 16]  
IntAire = N[(h/3) * (a[1] + 4 * Sum[a[i], {i, 2, n-1, 2}] + 2 * Sum[a[i], {i, 3, n-2, 2}] + a[n]), 16]
```

Puede añadirse una línea de código al final de cada subrutina para calcular el valor numérico de  $\tau$  a partir de los valores computados para IntAgua e IntAire en cada caso, *e. g.*,  $\text{Tau} = \text{IntAgua}/\text{IntAire}$ .

Los factores de conversión  $\tau$  para cada uno de los haces, así como su incertidumbre propagada asociada, se reportan en la Tabla 5.5.

La etapa que concierne a la estimación analítica de la DIS *per se*, impartida a un maniquí de dimensiones y composición material similares a las de un ratón en la unidad microCT, con parámetros particulares de corriente y tiempo de adquisición (mAs), se describe en la sección 4.1.3 del actual trabajo.

## Apéndice B

### Datos de las curvas de interpolación utilizadas

#### B.1 Curvas de interpolación para $\left(\frac{\mu_{tr}(E)}{\rho}\right)_{aire}$

##### B.1.1 Tabla de valores utilizados para los ajustes

Para las energías típicas de radiodiagnóstico y para elementos de bajo número atómico,  $(\mu(E)/\rho) = (\mu_{tr}(E)/\rho)$  [14, 15, 20, 41, 42], por lo que para determinar las curvas interpolantes de  $(\mu_{tr}(E)/\rho)_{aire}$ , en este trabajo fueron utilizados los valores los coeficientes máscicos totales de atenuación en aire,  $(\mu(E)/\rho)_{aire}$ , para distintas energías,  $E$ , reportados por el NIST [43]. Los coeficientes para cada una de las energías que conforman los espectros simulados de fluencia de rayos X, se listan en la Tabla B.1.

Tabla B.1. Coeficientes máscicos totales de atenuación en aire energéticamente dependientes,  $(\mu(E)/\rho)_{aire}$ , en el intervalo 2–50 keV. Los valores mostrados, son los reportados por el NIST [43].

$E$ (keV)	$(\mu/\rho)_{aire}(E)$ ( $\text{cm}^2\text{g}^{-1}$ )
2.00	527.9000
3.00	162.5000
3.20	134.0000
4.00	77.8800
5.00	40.2700
6.00	23.4100
8.00	9.9210
10.00	5.1200
15.00	1.6140
20.00	0.7779
30.00	0.3538
40.00	0.2485
50.00	0.2080

## APÉNDICE B. DATOS DE LAS CURVAS DE INTERPOLACIÓN

### B.1.2 Procedimiento de interpolación

Como se enunció en la sección 4.1.2 del capítulo 4, el procedimiento de interpolación para los  $(\mu_{tr}(E)/\rho)_{aire}$  asociados a las energías de los espectros simulados, consistió en graficar subconjuntos de 5 o 6 coeficientes de la Tabla B.1, para obtener, para cada subconjunto, la curva de ajuste con el coeficiente  $R^2$  tan cercano a 1, como razonablemente fuera posible. La justificación del criterio de ajuste por subconjuntos de datos, subyace en que para el ajuste de la distribución gráfica del total de los datos contenidos en la Tabla B.1 a una sola función analítica, deviene en dispersiones prohibitivamente grandes del error, al realizarse la interpolación con dicha función.

Los datos de  $(\mu(E)/\rho)_{aire}$ , contenidos en la Tabla B.1 fueron seleccionados por subintervalos de energía para su graficado y posterior ajuste estadístico, de la siguiente manera:

El primer subconjunto, *A*, de valores de los coeficientes  $(\mu(E)/\rho)_{aire}$ , fue graficado con los elementos de la Tabla B.1, en el intervalo de energía de 2–6 keV. El subconjunto *B*, por su parte, fue graficado con los valores de  $(\mu(E)/\rho)_{aire}$  en el intervalo 6–15 keV; finalmente, los valores de los coeficientes en el intervalo energético 15–50 keV, corresponden al subconjunto *C*.

Con el software de análisis estadístico SigmaPlot (versión 10.0, Systat Software Inc.), se determinó que la mejor curva de ajuste para la gráfica de los datos de cada subconjunto, corresponde a una función exponencial decreciente de segundo orden con cuatro parámetros, cuya forma general es:

$$M(E) = ae^{-bE} + ce^{-dE}, \quad (b.1)$$

donde  $a, b, c$ , y  $d$ , son los parámetros (o coeficientes) de ajuste determinados por SigmaPlot.

Puesto que el software calcula también el error estándar asociado a cada coeficiente de la función de ajuste, puede deducirse una expresión analítica para  $\delta_M(E)$ , la incertidumbre asociada a la interpolación, propagando la ecuación *b.1*, esto es:

$$\delta_M(E) = \sqrt{e^{-2bE}[(\delta_a)^2 + (aE\delta_b)^2] + e^{-2dE}[(\delta_c)^2 + (cE\delta_d)^2]}, \quad (b.2)$$

donde  $\delta_a, \delta_b, \delta_c$  y  $\delta_d$ , son los errores estándar asociados a los coeficientes  $a, b, c$ , y  $d$ , respectivamente. En la Tabla B.2, se muestran los valores de los términos que aparecen en las ecuaciones *b.1* y *b.2*, para las funciones de ajuste de cada

## APÉNDICE B. DATOS DE LAS CURVAS DE INTERPOLACIÓN

subconjunto graficado, mientras que la Figura B.1, se muestran las respectivas gráficas.

Tabla B.2. Coeficientes para cada una de las funciones  $M(E)$  que mejor ajustan la respectiva gráfica de los subconjuntos de datos  $A$ ,  $B$  y  $C$ , tomados de la Tabla B.1. Los valores  $\delta$ , corresponden al error estándar asociado, también de manera respectiva, a cada coeficiente de ajuste (e. g.,  $\delta_b$  es el error estándar asociada al coeficiente  $b$ ).

coeficiente de ajuste	funciones de ajuste		
	$M_A(E)$	$M_B(E)$	$M_C(E)$
$a$	27717.4575	25.3527	0.5469
$b$	2.2748	0.1856	0.0197
$c$	751.2763	710.7800	30.7984
$d$	0.5814	0.6421	0.2160
$\delta_a$	15604.8995	3.2959	0.0747
$\delta_b$	0.3391	0.0241	0.0032
$\delta_c$	187.0775	92.4014	3.4432
$\delta_d$	0.0509	0.0835	0.0091

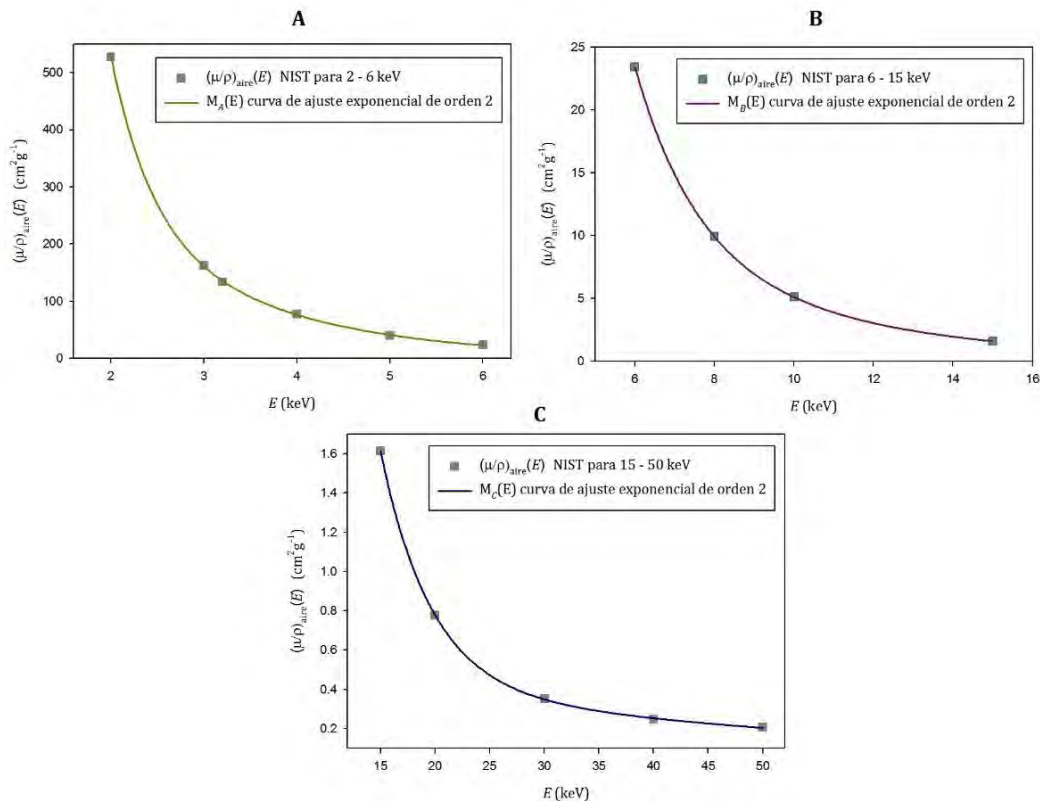


Figura B.1. Gráficas y curvas de ajuste de los subconjuntos de datos contenidos en la Tabla B.1. A, contiene el subconjunto de los  $(\mu(E)/\rho)_{\text{aire}}$  graficados en el intervalo 2–6 keV; B, contiene la gráfica de  $(\mu(E)/\rho)_{\text{aire}}$  para las energías,  $E$ , en el intervalo 6–15 keV y, finalmente, C es la gráfica para el intervalo 15–50 keV. Los coeficientes de las formas funcionales de las curvas de ajuste, se describen en la Tabla B.2

## APÉNDICE B. DATOS DE LAS CURVAS DE INTERPOLACIÓN

Para las funciones  $M_A(E)$ ,  $M_B(E)$  y  $M_C(E)$ , el cómputo de SigmaPlot para el cuadrado del coeficiente de correlación,  $R^2$ , tiene una precisión no menor a  $10^{-6}$  unidades, por lo que, para efectos prácticos,  $R^2 = 1$ , para el total de los ajustes.

Entonces, para efectuar la interpolación de los  $(\mu(E)/\rho)_{aire}$  para cada una de las energías,  $E$ , que conforman los espectros de rayos X simulados a 35 y 45 kV, a partir de las funciones de ajuste  $M_A(E)$ ,  $M_B(E)$  y  $M_C(E)$ , debe satisfacerse el siguiente criterio, para toda  $E$ :

$$\left(\frac{\mu(E)}{\rho}\right)_{aire} = \begin{cases} M_A(E) & \text{si } 2 \leq E \leq 6 \text{ keV} \\ M_B(E) & \text{si } 6 < E \leq 15 \text{ keV} \\ M_C(E) & \text{si } 15 < E \leq 50 \text{ keV} \end{cases} \quad (b.3)$$

### B.1.3 Tabla de valores interpolados de $(\mu_{tr}(E)/\rho)_{aire}$ , para las energías de los espectros de rayos X simulados a 35 y 45 kV

A continuación, en la Tabla B.3, se muestran los valores de  $(\mu_{tr}/\rho)_{aire}(E)$ , interpolados según el procedimiento descrito en la sección previa, para cada una de las energías que conforman los espectros simulados, tanto a 35 kV, como a 45 kV. Puesto que los valores de los coeficientes no dependen de la fluencia asociada a una energía particular dentro del espectro simulado, estos son los mismos para ambas distribuciones espectrales. Las incertidumbres asociadas a cada término, fueron calculadas a partir de la ecuación b.2.

Tabla B.3. Valores de  $(\mu_{tr}/\rho)_{aire}(E)$  calculados a partir de la función patrón definida por la ecuación b.3, para las energías que conforman los espectros simulados a 35 y 45 kV.

$E$ (keV)	$(\mu_{tr}/\rho)_{aire}(E)$ ( $\text{cm}^2\text{g}^{-1}$ )	$\delta_{(\mu/\rho)}$ ( $\text{cm}^2\text{g}^{-1}$ )	$E$ (keV)	$(\mu_{tr}/\rho)_{aire}(E)$ ( $\text{cm}^2\text{g}^{-1}$ )	$\delta_{(\mu/\rho)}$ ( $\text{cm}^2\text{g}^{-1}$ )
2.9	176.994662	58.820656	24.4	0.496534	0.066186
3.4	116.192538	35.184962	24.9	0.477009	0.063983
3.9	81.702176	25.402648	25.4	0.459175	0.062055
4.4	59.431126	19.587733	25.9	0.442863	0.060368
4.9	43.906472	15.349443	26.4	0.427921	0.058893
5.4	32.659859	12.067991	26.9	0.414210	0.057604
5.9	24.366326	9.490135	27.4	0.401607	0.056474
6.4	19.398359	6.602724	27.9	0.390003	0.055484
6.9	15.508919	5.214648	28.4	0.379298	0.054613
7.4	12.560163	4.126996	28.9	0.369402	0.053845
7.9	10.305059	3.283895	29.4	0.360235	0.053165
8.4	8.563412	2.637582	29.9	0.351726	0.052560
8.9	7.203597	2.147663	30.4	0.343810	0.052020
9.4	6.129307	1.780127	30.9	0.336429	0.051533
9.9	5.269923	1.506436	31.4	0.329531	0.051093
10.4	4.573528	1.302899	31.9	0.323070	0.050692
10.9	4.001833	1.150326	32.4	0.317002	0.050324

## APÉNDICE B. DATOS DE LAS CURVAS DE INTERPOLACIÓN

Continuación...

$E$ (keV)	$(\mu_{tr}/\rho)_{aire}(E)$ (cm <sup>2</sup> g <sup>-1</sup> )	$\delta_{(\mu/\rho)}$ (cm <sup>2</sup> g <sup>-1</sup> )	$E$ (keV)	$(\mu_{tr}/\rho)_{aire}(E)$ (cm <sup>2</sup> g <sup>-1</sup> )	$\delta_{(\mu/\rho)}$ (cm <sup>2</sup> g <sup>-1</sup> )
11.4	3.526492	1.033758	32.9	0.311291	0.049984
11.9	3.126418	0.942066	33.4	0.305902	0.049669
12.4	2.785840	0.867352	33.9	0.300806	0.049373
12.9	2.492884	0.804236	34.4	0.295974	0.049094
13.4	2.238541	0.749169	34.9	0.291383	0.048830
13.9	2.015914	0.699866	35.4	0.287009	0.048579
14.4	1.819673	0.654871	35.9	0.282834	0.048337
14.9	1.645653	0.613263	36.4	0.278839	0.048105
15.4	1.510132	0.206821	36.9	0.275008	0.047880
15.9	1.392915	0.190708	37.4	0.271328	0.047662
16.4	1.287332	0.176030	37.9	0.267784	0.047449
16.9	1.192194	0.162673	38.4	0.264366	0.047242
17.4	1.106437	0.150534	38.9	0.261062	0.047038
17.9	1.029103	0.139519	39.4	0.257863	0.046838
18.4	0.959334	0.129540	39.9	0.254762	0.046640
18.9	0.896358	0.120519	40.4	0.251749	0.046446
19.4	0.839484	0.112380	40.9	0.248819	0.046254
19.9	0.788091	0.105053	41.4	0.245965	0.046064
20.4	0.741620	0.098475	41.9	0.243182	0.045876
20.9	0.699571	0.092585	42.4	0.240464	0.045689
21.4	0.661495	0.087326	42.9	0.237806	0.045504
21.9	0.626988	0.082643	43.4	0.235206	0.045320
22.4	0.595688	0.078486	43.9	0.232658	0.045137
22.9	0.567269	0.074806	44.4	0.230161	0.044955
23.4	0.541441	0.071558	44.9	0.227710	0.044774
23.9	0.517941	0.068698	45.0	0.102939	0.050102

El procedimiento de ajuste por subconjuntos de datos para la interpolación de los  $(\mu_{tr}(E)/\rho)_{aire}$  asociados a las energías que conforman los espectros simulados de rayos X, presentado en esta sección, es extensible, sin pérdida de generalidad, para la interpolación de otros coeficientes másicos presentados en las siguientes secciones de este apéndice, por lo que se prescindirá de aquellas descripciones que resulten en información redundante con la aquí mostrada.

### B.2 Curvas de interpolación para $\left(\frac{\mu_{en}(E)}{\rho}\right)_{aire}$

#### B.2.1 Tablas de valores utilizados para los ajustes

El procedimiento para interpolar valores del coeficientes másico de absorción del aire,  $(\mu_{en}(E)/\rho)_{aire}$ , para cada energía de los espectros simulados, es análogo al descrito en la sección B.1, *i. e.*, obteniendo curvas de ajuste para subconjuntos de datos definidos en un intervalo energético, pero ésta vez haciendo uso de los datos de la Tabla B.4, con los  $(\mu_{en}(E)/\rho)_{aire}$  para el intervalo 2–8 keV, reportados por el

## APÉNDICE B. DATOS DE LAS CURVAS DE INTERPOLACIÓN

NIST [43], en combinación con los reportados por Buhr *et al.* [41], determinados experimentalmente para el intervalo 8–45 keV. El *leitmotif* de la combinación, estriba en que Buhr reporta valores  $(\mu_{en}(E)/\rho)_{aire}$  a intervalos energéticos de menor espacio (cada 2 o 5 keV), en comparación con los provistos por el NIST (cada 10 keV, a partir de 8 keV); este criterio de combinación deviene en un mayor número de puntos para construir cada gráfica por subintervalos y, con ello, reducir la incertidumbre asociada a la respectiva función de ajuste.

*Tabla B.4.* Coeficientes máxicos absorción en aire energéticamente dependientes,  $(\mu_{en}(E)/\rho)_{aire}$ , en el intervalo 2–45 keV. Los valores mostrados, son los reportados por el NIST [43], en combinación con los experimentales, reportados por Buhr *et al.* [41].

E (keV)	$(\mu_{en}/\rho)_{aire}(E)$ (cm <sup>2</sup> g <sup>-1</sup> )
2.00	526.2000
3.00	161.4000
4.00	76.3600
5.00	39.3100
6.00	22.7000
8.00	9.1620
9.00	6.3750
10.00	4.5950
12.50	2.2960
15.00	1.2880
17.47	0.7959
20.00	0.5223
22.50	0.3598
25.01	0.2592
27.51	0.1933
30.00	0.1492
35.00	0.0957
40.00	0.0667
45.00	0.0502

La figura B.2, muestra las gráficas por subintervalos de energía, así como las correspondientes curvas de ajuste, cuya expresión matemática satisface, en todos los casos, la ecuación *b.3*; por su parte, la Tabla B.5 muestra los coeficientes de las expresiones de ajuste.



## APÉNDICE B. DATOS DE LAS CURVAS DE INTERPOLACIÓN

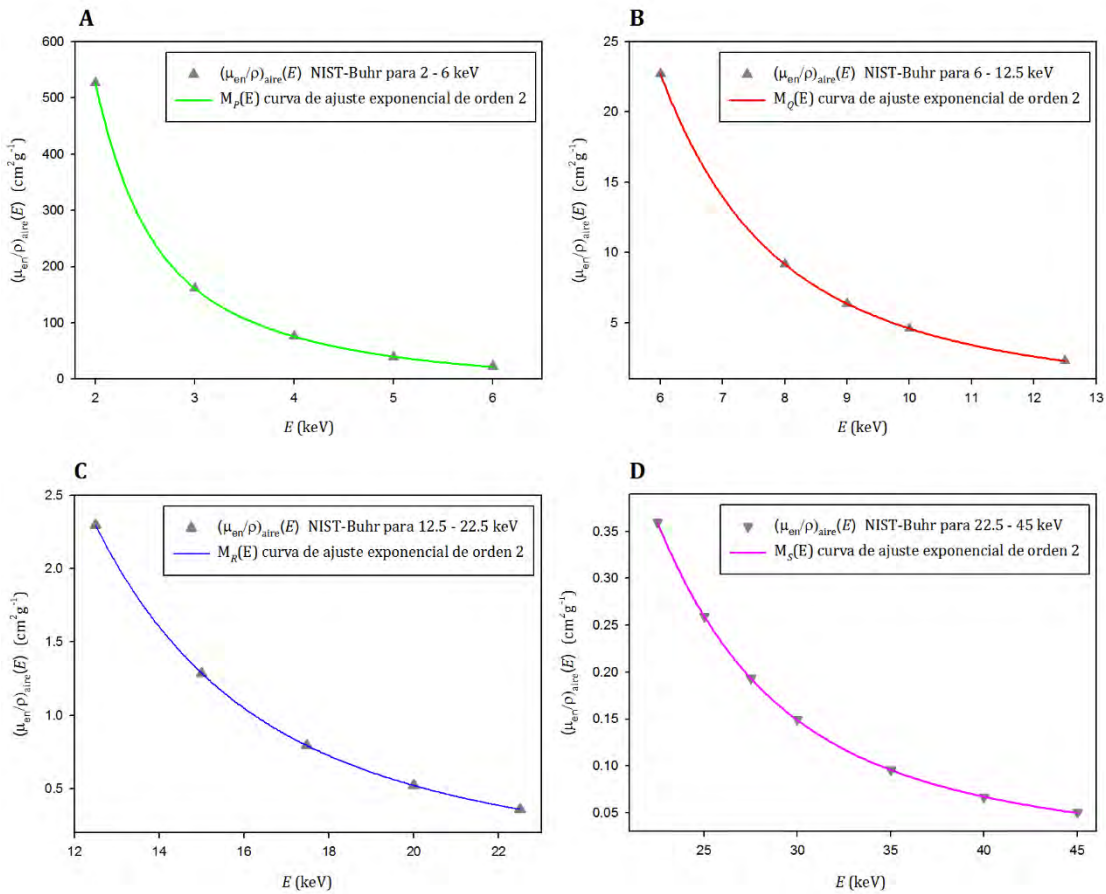


Figura B.2. Gráficas y curvas de ajuste para los datos de  $(\mu_{en}(E)/\rho)_{aire}$  contenidos en la Tabla B.4. A, es la gráfica de los  $(\mu_{en}(E)/\rho)_{aire}$  en el intervalo 2-6 keV; B, contiene la gráfica de  $(\mu_{en}(E)/\rho)_{aire}$  para las energías,  $E$ , en el intervalo 6-12.5 keV; C es la gráfica para el intervalo 12.5-22.5 keV y D, corresponde al intervalo 22.5-45 keV. Los datos de las curvas  $M_P(E)$ ,  $M_Q(E)$ ,  $M_R(E)$  y  $M_S(E)$ , se describen en la Tabla B.5.

Tabla B.5. Coeficientes de las funciones  $M(E)$  que mejor ajustan cada gráfica de la figura B.2. Los valores  $\delta$ , corresponden al error estándar asociado a cada coeficiente de ajuste.

coeficiente	funciones de ajuste			
	$M_P(E)$	$M_Q(E)$	$M_R(E)$	$M_S(E)$
$a$	821.1352	44.9589	5.5061	15.8038
$b$	0.6041	0.2411	0.1244	0.1885
$c$	29577.2991	1182.0542	134.6079	0.3767
$d$	2.3284	0.7634	0.3822	0.0464
$\delta_a$	153.4889	5.4022	0.2467	1.2844
$\delta_b$	0.0383	0.0093	0.0018	0.0053
$\delta_c$	13604.5647	155.5081	5.5532	0.0499
$\delta_d$	0.2769	0.0311	0.0051	0.0028



## APÉNDICE B. DATOS DE LAS CURVAS DE INTERPOLACIÓN

En el ajuste para el total de funciones graficadas en la figura B.2, SigmaPlot computó  $R^2$  con una precisión no menor a  $10^{-6}$  unidades, de modo que, para efectos prácticos,  $R^2 = 1$  para dichas funciones.

Dado el conjunto de funciones  $M_P(E)$  a  $M_S(E)$ , la interpolación de los coeficientes  $(\mu_{en}(E)/\rho)_{aire}$  para las energías de los espectros simulados, para toda  $E$ , debe satisfacer:

$$\left(\frac{\mu_{en}(E)}{\rho}\right)_{aire} = \begin{cases} M_P(E) & \text{si } 2.0 \leq E \leq 6.0 \text{ keV} \\ M_Q(E) & \text{si } 6.0 < E \leq 12.5 \text{ keV} \\ M_R(E) & \text{si } 12.5 < E \leq 22.5 \text{ keV} \\ M_S(E) & \text{si } 22.5 < E \leq 45 \text{ keV} \end{cases} \quad (b.4)$$

### B.2.2 Tabla de valores interpolados de $(\mu_{en}(E)/\rho)_{aire}$ , para las energías de los espectros de rayos X simulados a 35 y 45 kV

A continuación, en la Tabla B.6, se muestran los  $(\mu_{en}(E)/\rho)_{aire}$ , interpolados para cada energía de las distribuciones espectrales simuladas, según el criterio dado por la ecuación b.4.

Tabla B.6. Coeficientes másicos de absorción del aire,  $(\mu_{en}(E)/\rho)_{aire}$ , interpolados para cada energía,  $E$ , según la ecuación b.4.

$E$ (keV)	$(\mu_{en}/\rho)_{aire}(E)$ ( $\text{cm}^2\text{g}^{-1}$ )	$\delta_{(\mu_{en}/\rho)}$ ( $\text{cm}^2\text{g}^{-1}$ )	$E$ (keV)	$(\mu_{en}/\rho)_{aire}(E)$ ( $\text{cm}^2\text{g}^{-1}$ )	$\delta_{(\mu_{en}/\rho)}$ ( $\text{cm}^2\text{g}^{-1}$ )
2.9	44.511090	25.151446	24.4	0.030281	10.800204
3.4	26.515742	22.842923	24.9	0.028602	10.862939
3.9	19.040456	23.445884	25.4	0.027061	10.930871
4.4	14.548205	24.825993	25.9	0.025648	11.004650
4.9	11.279418	26.307914	26.4	0.024352	11.084860
5.4	8.770194	27.791502	26.9	0.023165	11.172001
5.9	6.819870	29.286855	27.4	0.022076	11.266474
6.4	2.489607	13.430049	27.9	0.021077	11.368579
6.9	1.923613	13.163443	28.4	0.020161	11.478502
7.4	1.519876	12.977252	28.9	0.019319	11.596315
7.9	1.231042	12.912185	29.4	0.018546	11.721979
8.4	1.022180	12.984338	29.9	0.017835	11.855343
8.9	0.868033	13.185551	30.4	0.017180	11.996155
9.4	0.750897	13.491246	30.9	0.016576	12.144072
9.9	0.658794	13.870678	31.4	0.016017	12.298670
10.4	0.583868	14.294999	31.9	0.015499	12.459458
10.9	0.521069	14.741433	32.4	0.015019	12.625892
11.4	0.467176	15.194213	32.9	0.014572	12.797388
11.9	0.420112	15.643705	33.4	0.014156	12.973338
12.4	0.378510	16.084883	33.9	0.013766	13.153121
12.9	0.093910	4.517579	34.4	0.013400	13.336115
13.4	0.083126	4.510644	34.9	0.013056	13.521709

## APÉNDICE B. DATOS DE LAS CURVAS DE INTERPOLACIÓN

Continuación...

$E$ (keV)	$(\mu_{en}/\rho)_{aire}(E)$ (cm <sup>2</sup> g <sup>-1</sup> )	$\delta_{(\mu_{en}/\rho)}$ (cm <sup>2</sup> g <sup>-1</sup> )	$E$ (keV)	$(\mu_{en}/\rho)_{aire}(E)$ (cm <sup>2</sup> g <sup>-1</sup> )	$\delta_{(\mu_{en}/\rho)}$ (cm <sup>2</sup> g <sup>-1</sup> )
13.9	0.073995	4.510569	35.4	0.012732	13.709310
14.4	0.066254	4.518969	35.9	0.012426	13.898354
14.9	0.059682	4.537016	36.4	0.012135	14.088306
15.4	0.054084	4.565380	36.9	0.011858	14.278671
15.9	0.049298	4.604226	37.4	0.011595	14.468992
16.4	0.045185	4.653250	37.9	0.011343	14.658857
16.9	0.041627	4.711761	38.4	0.011102	14.847893
17.4	0.038528	4.778774	38.9	0.010870	15.035774
17.9	0.035808	4.853123	39.4	0.010647	15.222212
18.4	0.033400	4.933556	39.9	0.010432	15.406963
18.9	0.031250	5.018822	40.4	0.010224	15.589819
19.4	0.029316	5.107735	40.9	0.010023	15.770610
19.9	0.027562	5.199221	41.4	0.009829	15.949199
20.4	0.025961	5.292341	41.9	0.009640	16.125481
20.9	0.024490	5.386305	42.4	0.009456	16.299378
21.4	0.023131	5.480467	42.9	0.009277	16.470840
21.9	0.021869	5.574319	43.4	0.009103	16.639836
22.4	0.020693	5.667477	43.9	0.008934	16.806359
22.9	0.036276	10.635977	44.4	0.008768	16.970418
23.4	0.034105	10.687472	44.9	0.008607	17.132039
23.9	0.032112	10.741962	45.0	0.049959	0.008575

### B.3 Curvas de interpolación para $\left(\frac{\mu_{en}(E)}{\rho}\right)_{agua}$

#### B.3.1 Tabla de valores utilizados para los ajustes

Tabla B.7. Coeficientes másicos de absorción en agua, dependientes de la energía,  $(\mu_{en}(E)/\rho)_{agua}$ , para el intervalo 2–50 keV, dados por el NIST [44].

$E$ (keV)	$(\mu_{en}/\rho)_{agua}(E)$ (cm <sup>2</sup> g <sup>-1</sup> )
2.0	615.2000
3.0	191.7000
4.0	81.9100
5.0	41.8800
6.0	24.0500
8.0	9.9150
10.0	4.9440
15.0	1.3740
20.0	0.5503
30.0	0.1557
40.0	0.0695
50.0	0.0422

## APÉNDICE B. DATOS DE LAS CURVAS DE INTERPOLACIÓN

En la Tabla B.7 se encuentran los coeficientes másicos de absorción en agua,  $(\mu_{en}(E)/\rho)_{agua}$ , obtenidos del NIST [44], para energías en el intervalo 2–50 keV. Estos coeficientes másicos fueron utilizados para determinar el conjunto de curvas patrón para la interpolación de  $(\mu_{en}(E)/\rho)_{agua}$ , en las energías asociadas a los espectros simulados. El procedimiento de ajuste, es análogo al descrito en las secciones B.1 y B.2, por lo que, a continuación, únicamente se muestran las figuras y tablas con información trascendente.

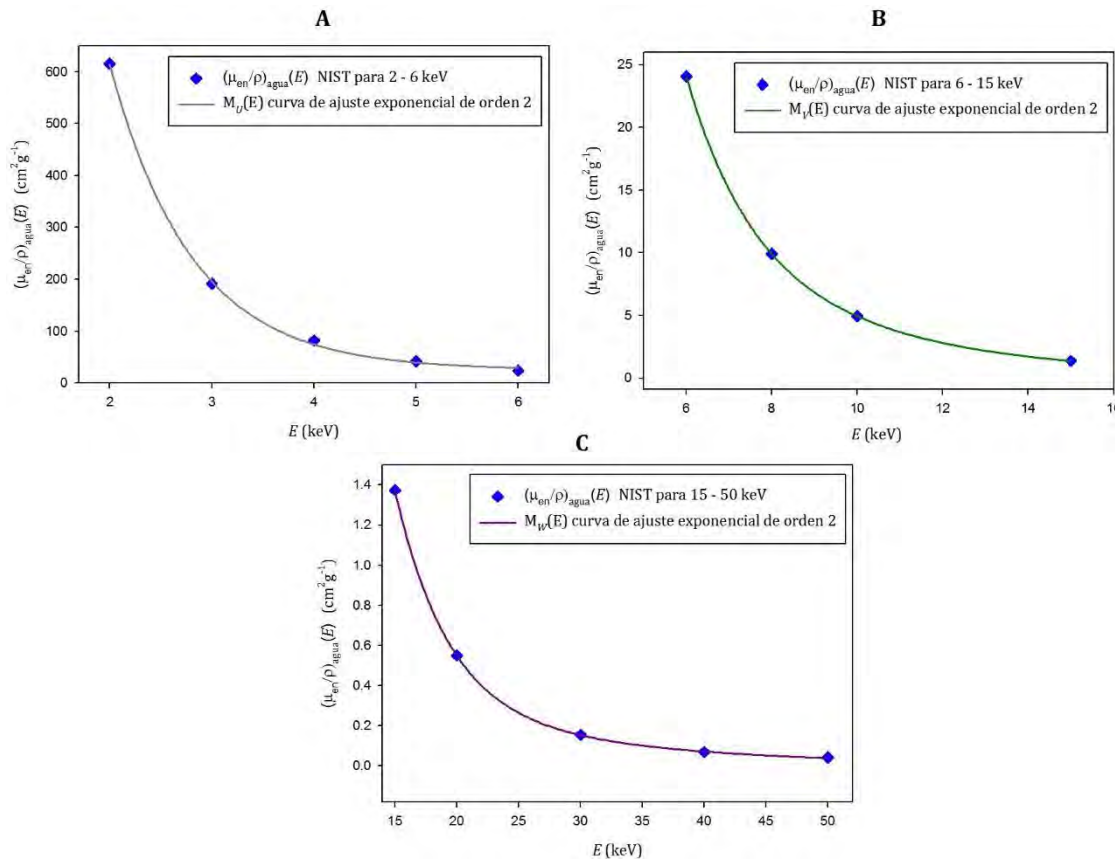


Figura B.3. Datos y ajustes graficados por subconjuntos, de los valores de  $(\mu_{en}(E)/\rho)_{agua}$ , en la Tabla B.7. A, B y C, corresponden a la gráfica de los  $(\mu_{en}(E)/\rho)_{aire}$  en el intervalo 2–6 keV, 6–15 keV y 15–50 keV, respectivamente. Los datos de las curvas  $M_U(E)$ ,  $M_V(E)$  y  $M_W(E)$ , se muestran en la Tabla B.8.

## APÉNDICE B. DATOS DE LAS CURVAS DE INTERPOLACIÓN

Tabla B.8. Coeficientes y errores estándar asociados, de las funciones de ajuste,  $M(E)$ , mostradas en la Figura B.6. SigmaPlot computó  $R^2$  con una precisión no menor a  $10^{-6}$  unidades para todas las funciones, por lo que se considera  $R^2 = 1$ .

coeficiente	funciones de ajuste		
	$M_U(E)$	$M_V(E)$	$M_W(E)$
$a$	12635.0704	33.8140	37.2524
$b$	1.7049	0.2153	0.2355
$c$	575.3947	815.5081	0.6660
$d$	0.5343	0.6687	0.0564
$\delta_a$	830.4826	0.0034	4.0615
$\delta_b$	0.0507	0.0000	0.0102
$\delta_c$	70.5830	0.0816	0.1919
$\delta_d$	0.0225	0.0001	0.0007

La interpolación de  $(\mu_{en}(E)/\rho)_{agua}$  para las  $E$  que conforman las simulaciones de espectros de rayos X, debe satisfacer:

$$\left(\frac{\mu_{en}(E)}{\rho}\right)_{agua} = \begin{cases} M_U(E) & \text{si } 2 \leq E \leq 6 \text{ keV} \\ M_V(E) & \text{si } 6 < E \leq 15 \text{ keV} \\ M_W(E) & \text{si } 15 < E \leq 50 \text{ keV} \end{cases} \quad (b.5)$$

### B.3.2 Tabla de valores interpolados de $(\mu_{en}(E)/\rho)_{agua}$ , para las energías de los espectros de rayos X simulados a 35 y 45 kV

Tabla B.9. Valores de  $(\mu/\rho)_{agua}(E)$  como función de la energía, para cada uno de los términos energéticos de las distribuciones espectrales simuladas.

$E$ (keV)	$(\mu/\rho)_{agua}(E)$ ( $\text{cm}^2\text{g}^{-1}$ )	$\delta_{(\mu/\rho)}$ ( $\text{cm}^2\text{g}^{-1}$ )	$E$ (keV)	$(\mu/\rho)_{agua}(E)$ ( $\text{cm}^2\text{g}^{-1}$ )	$\delta_{(\mu/\rho)}$ ( $\text{cm}^2\text{g}^{-1}$ )
2.9	212.210178	22.325474	24.4	0.287214	0.058337
3.4	131.925752	15.265114	24.9	0.269316	0.055530
3.9	87.978307	11.326486	25.4	0.253017	0.052966
4.4	61.801816	8.793243	25.9	0.238150	0.050619
4.9	44.946241	6.964516	26.4	0.224566	0.048462
5.4	33.399900	5.559158	26.9	0.212134	0.046475
5.9	25.139334	4.449242	27.4	0.200734	0.044638
6.4	19.817006	0.005171	27.9	0.190263	0.042934
6.9	15.737733	0.004055	28.4	0.180625	0.041347
7.4	12.659316	0.003194	28.9	0.171739	0.039865
7.9	10.313485	0.002538	29.4	0.163529	0.038475
8.4	8.506565	0.002043	29.9	0.155929	0.037168
8.9	7.098438	0.001672	30.4	0.148879	0.035934
9.4	5.987478	0.001397	30.9	0.142327	0.034767
9.9	5.099744	0.001193	31.4	0.136225	0.033659
10.4	4.381237	0.001039	31.9	0.130530	0.032605

## APÉNDICE B. DATOS DE LAS CURVAS DE INTERPOLACIÓN

Continuación...

$E$ (keV)	$(\mu/\rho)_{\text{agua}}(E)$ ( $\text{cm}^2\text{g}^{-1}$ )	$\delta_{(\mu/\rho)}$ ( $\text{cm}^2\text{g}^{-1}$ )	$E$ (keV)	$(\mu/\rho)_{\text{agua}}(E)$ ( $\text{cm}^2\text{g}^{-1}$ )	$\delta_{(\mu/\rho)}$ ( $\text{cm}^2\text{g}^{-1}$ )
10.9	3.792341	0.000921	32.4	0.125206	0.031599
11.4	3.303833	0.000829	32.9	0.120218	0.030638
11.9	2.894019	0.000753	33.4	0.115537	0.029717
12.4	2.546670	0.000689	33.9	0.111134	0.028833
12.9	2.249547	0.000634	34.4	0.106986	0.027983
13.4	1.993324	0.000584	34.9	0.103070	0.027166
13.9	1.770821	0.000540	35.4	0.099368	0.026378
14.4	1.576446	0.000499	35.9	0.095862	0.025617
14.9	1.405787	0.000461	36.4	0.092536	0.024883
15.4	1.270480	0.205917	36.9	0.089375	0.024173
15.9	1.152622	0.189143	37.4	0.086368	0.023486
16.4	1.047209	0.173928	37.9	0.083503	0.022821
16.9	0.952877	0.160133	38.4	0.080768	0.022177
17.4	0.868411	0.147633	38.9	0.078156	0.021553
17.9	0.792733	0.136315	39.4	0.075657	0.020948
18.4	0.724884	0.126072	39.9	0.073263	0.020361
18.9	0.664010	0.116807	40.4	0.070969	0.019791
19.4	0.609351	0.108432	40.9	0.068766	0.019238
19.9	0.560233	0.100864	41.4	0.066651	0.018702
20.4	0.516055	0.094026	41.9	0.064616	0.018181
20.9	0.476282	0.087850	42.4	0.062659	0.017675
21.4	0.440439	0.082271	42.9	0.060774	0.017183
21.9	0.408103	0.077229	43.4	0.058957	0.016706
22.4	0.378898	0.072671	43.9	0.057204	0.016242
22.9	0.352488	0.068546	44.4	0.055513	0.015791
23.4	0.328577	0.064810	44.9	0.053881	0.015353
23.9	0.306897	0.061419	45.0	0.053561	0.015267

### B.4 Curvas de interpolación para $\left(\frac{\mu(E)}{\rho}\right)_{Al}$

#### B.4.1 Tablas de valores utilizados para los ajustes

Los valores del NIST [47] utilizados para determinar las curvas de ajuste para el cálculo por interpolación del coeficiente másico total de atenuación del aluminio,  $(\mu(E)/\rho)_{Al}$ , para las energías que conforman los espectros de rayos X simulados, se muestran en la Tabla B.10. El procedimiento de ajuste, así como el de interpolación, es similar al descrito en las secciones previas de éste apéndice, por lo que, por economía de espacio, se omite información que resulte redundante con lo ya descrito.

## APÉNDICE B. DATOS DE LAS CURVAS DE INTERPOLACIÓN

Tabla B.10. Coeficientes másicos totales de atenuación en aluminio,  $(\mu(E)/\rho)_{Al}$ , en el intervalo 2.90–44.79 keV, reportados por el NIST [47].

$E$ (keV)	$(\mu/\rho)_{Al}(E)$ (cm <sup>2</sup> g <sup>-1</sup> )	$E$ (keV)	$(\mu/\rho)_{Al}(E)$ (cm <sup>2</sup> g <sup>-1</sup> )
2.905	847.650	11.793	14.961
3.105	709.060	12.607	12.202
3.319	587.620	13.477	9.953
3.548	486.760	14.407	8.118
3.793	403.240	15.401	6.622
4.055	334.050	16.464	5.401
4.335	276.750	17.600	4.406
4.634	229.290	18.814	3.594
4.954	189.980	20.112	2.931
5.295	157.410	21.500	2.391
5.661	130.430	22.983	1.951
6.051	108.080	24.569	1.591
6.469	89.558	26.265	1.298
6.915	74.022	28.077	1.054
7.393	60.881	30.014	0.855
7.903	50.073	32.085	0.693
8.448	41.186	34.299	0.561
9.031	33.814	36.666	0.453
9.654	27.577	39.195	0.366
10.320	22.491	41.900	0.296
11.032	18.343	44.791	0.239

Para el ajuste por subconjuntos de  $(\mu(E)/\rho)_{Al}$ , se tomaron los valores de la Tabla B.10, distribuidos de la siguiente manera: el subconjunto,  $A$ , fue graficado con valores de  $(\mu(E)/\rho)_{Al}$  tales que para la energía,  $E$ ,  $2.905 \leq E \leq 4.954$  keV; el subconjunto  $B$ , fue graficado para energías tales que,  $5.295 \leq E \leq 7.903$  keV;  $C$ , por su parte, fue graficado con los coeficientes másicos en  $8.448 \leq E \leq 12.607$  keV; Los subconjuntos  $P$ ,  $Q$  y  $R$ , fueron graficados con los  $(\mu(E)/\rho)_{Al}$  en los intervalos  $12.607 \leq E \leq 17.6$  keV,  $17.6 \leq E \leq 26.265$  keV y  $26.265 \leq E \leq 44.791$  keV. Se determinó que la función que representa el mejor ajuste ( $R^2 \approx 1$ ) para la gráfica de  $A$ ,  $B$  y  $C$  subconjuntos, es un polinomio de tercer orden, cuya forma general es:

$$P(E) = y_0 + aE + bE^2 + cE^3 \quad (b.6)$$

La incertidumbre asociada a esta función, tiene la forma:

$$\delta_P(E) = \sqrt{\delta_{y_0} + E^2[(\delta_a)^2 + E^2(\delta_b)^2 + E^4(\delta_c)^2]} \quad (b.7)$$

## APÉNDICE B. DATOS DE LAS CURVAS DE INTERPOLACIÓN

En lo que concierne a las gráficas de  $P$ ,  $Q$  y  $R$  subconjuntos, se encontró el mejor ajuste en una función exponencial decreciente de primer orden, cuya forma general es:

$$F(E) = \psi_0 + ae^{-bE} \quad (b.8)$$

Propagando la expresión anterior, se tiene que la incertidumbre asociada al ajuste, es:

$$\delta_F(E) = \sqrt{(\delta_{\psi_0})^2 + e^{-2bE}[(\delta_a)^2 + (ab\delta_b)^2]} \quad (b.9)$$

Los coeficientes asociados a cada función de ajuste, se muestran en la Tabla B.11. Por razones de economía de espacio, se omiten las gráficas de los subconjuntos de datos descritas.

*Tabla B.11.* Coeficientes y errores estándar asociados de las funciones de ajuste,  $P(E)$  (ecuaciones b.6 y b.7) y  $F(E)$  (ecuaciones b.8 y b.9), para los  $(\mu(E)/\rho)_{Al}$  en los intervalos de energía definidos por los subconjuntos  $A, B, C, P, Q$  y  $R$ . Se muestra, además, el cuadrado del coeficiente de correlación,  $R^2$ , computado por SigmaPlot para cada ajuste.

coeficiente	funciones de ajuste					
	$P_A(E)$	$P_B(E)$	$P_C(E)$	$F_P(E)$	$F_Q(E)$	$F_R(E)$
$R^2$	0.99994	0.99995	0.99999	0.99997	0.99992	0.99992
$\psi_0$	7106.347	1627.412	448.770	1.469	0.470	0.114
$a$	-4047.292	-554.029	-96.034	274.811	90.366	26.544
$b$	816.252	67.120	7.253	0.258	0.179	0.119
$c$	-56.752	-2.818	-0.189	—	—	—
$\delta_{\psi_0}$	203.512	81.455	10.471	0.079	0.031	0.007
$\delta_a$	160.072	37.685	3.037	14.043	5.442	1.341
$\delta_b$	41.335	5.759	0.291	0.004	0.004	0.002
$\delta_c$	3.506	0.291	0.009	—	—	—

La interpolación de  $(\mu(E)/\rho)_{Al}$  para las energías de las distribuciones espectrales de rayos X estudiadas en el presente trabajo, satisface:

$$\left(\frac{\mu(E)}{\rho}\right)_{Al} = \begin{cases} P_A(E) & \text{si } 2.9 < E \leq 4.9 \text{ keV} \\ P_B(E) & \text{si } 4.9 < E \leq 7.9 \text{ keV} \\ P_C(E) & \text{si } 7.9 < E \leq 12.4 \text{ keV} \\ F_P(E) & \text{si } 12.4 < E \leq 17.4 \text{ keV} \\ F_Q(E) & \text{si } 17.4 < E \leq 25.9 \text{ keV} \\ F_R(E) & \text{si } 25.9 < E \leq 44.9 \text{ keV} \end{cases} \quad (b.10)$$

## Apéndice C

### Tablas de datos experimentales

#### C.1 Datos de la dosimetría termoluminiscente

##### C.1.1 Datos de la caracterización de los dosímetros TLD-100

En la Tabla C.1 se encuentran las lecturas de la señal termoluminiscente (STL) para cada uno de los 60 dosímetros TLD-100 del lote inicial, descrito en la sección 4.2.1.

*Tabla C.1.* Datos de la señal termoluminiscente medida, en  $\mu\text{C}$ , para cada dosímetro TLD-100, previamente identificado de acuerdo a su posición en una plancheta metálica. Los renglones sombreados corresponden a los valores que, por su notable discrepancia, no son de utilidad estadística.

TLD ID.	STL ( $\mu\text{C}$ )	TLD ID.	STL ( $\mu\text{C}$ )	TLD ID.	STL ( $\mu\text{C}$ )
1A	3.135	5A	3.208	9A	3.153
1B	3.051	5B	5.726	9B	3.044
1C	2.822	5C	3.282	9C	3.253
1D	2.963	5D	3.297	9D	3.249
1E	3.070	5E	3.065	9E	3.187
2A	3.030	6A	3.248	10A	2.994
2B	2.943	6B	2.936	10B	3.178
2C	3.153	6C	3.036	10C	3.284
2D	3.101	6D	2.905	10D	3.159
2E	2.876	6E	3.015	10E	3.327
3A	1.421	7A	2.875	1G	3.226
3B	3.042	7B	5.947	2G	3.022
3C	3.221	7C	3.152	3G	3.125
3D	3.062	7D	3.070	4G	3.182
3E	2.975	7E	2.623	5G	3.185
4A	3.006	8A	2.827	6G	3.059
4B	2.519	8B	3.246	7G	3.161
4C	3.156	8C	3.022	8G	3.110
4D	3.037	8D	3.105	9G	3.049
4E	2.942	8E	2.989	10G	2.987



## APÉNDICE C. TABLAS DE DATOS EXPERIMENTALES

El valor promedio de los datos de la STL mostrados en la Tabla C.1, despreciando aquellos que no son estadísticamente útiles, es de  $3.069 \mu\text{C}$ , en tanto la desviación estándar  $\sigma_{\text{STL}} = 0.155 \mu\text{C}$ . Los dosímetros que fueron considerados de utilidad, *i. e.*, los que garantizaron reproducibilidad en la medición, son aquellos cuyo valor de STL está dentro del intervalo de tolerancia  $[\overline{\text{STL}} - \sigma_{\text{STL}}, \overline{\text{STL}} + \sigma_{\text{STL}}]$  (con  $\overline{\text{STL}}$ , el valor promedio de la STL), de acuerdo con el protocolo de caracterización descrito en el Capítulo 4. Así, los dosímetros *útiles* ( $n = 42$ ) son los reportados en la Tabla C.2.

*Tabla C.2.* Dosímetros considerados de utilidad para éste trabajo, a partir del intervalo de tolerancia fijado en su caracterización. Por practicidad, su etiqueta de identificación se preservó.

TLD ID.	STL ( $\mu\text{C}$ )	TLD ID.	STL ( $\mu\text{C}$ )
<b>1A</b>	3.135	<b>6E</b>	3.015
<b>1B</b>	3.051	<b>7C</b>	3.152
<b>1D</b>	2.963	<b>7D</b>	3.070
<b>1E</b>	3.070	<b>8C</b>	3.022
<b>2A</b>	3.030	<b>8D</b>	3.105
<b>2B</b>	2.943	<b>8E</b>	2.989
<b>2C</b>	3.153	<b>9A</b>	3.153
<b>2D</b>	3.101	<b>9B</b>	3.044
<b>3B</b>	3.042	<b>9E</b>	3.187
<b>3C</b>	3.221	<b>10A</b>	2.994
<b>3D</b>	3.062	<b>10B</b>	3.178
<b>3E</b>	2.975	<b>10D</b>	3.159
<b>4A</b>	3.006	<b>2G</b>	3.022
<b>4C</b>	3.156	<b>3G</b>	3.125
<b>4D</b>	3.037	<b>4G</b>	3.182
<b>4E</b>	2.942	<b>5G</b>	3.185
<b>5A</b>	3.208	<b>6G</b>	3.059
<b>5C</b>	3.282	<b>7G</b>	3.161
<b>5E</b>	3.065	<b>8G</b>	3.110
<b>6B</b>	2.936	<b>9G</b>	3.049
<b>6C</b>	3.036	<b>10G</b>	2.987

### C.1.2 Datos de los TLD-100 irradiados con $^{60}\text{Co}$ para la determinación de la curva de calibración de dosis en agua como función de la STL promedio

Las lecturas de STL relativas a las ternas de dosímetros irradiados con fotones emitidos por  $^{60}\text{Co}$ , en el intervalo de dosis 100–500 mGy, en apego a la metodología descrita en la sección 4.2.3, se muestran en la Tabla C.3. Con el promedio de las STL de cada terna, se obtuvo la tabla 5.12, con la que se calculó, por ajuste estadístico

## APÉNDICE C. TABLAS DE DATOS EXPERIMENTALES

de los datos en ella contenidos, la ecuación 5.2, correspondiente a la curva de calibración de dosis en agua como función de la STL (ver Figura 5.3, Capítulo 5).

*Tabla C.3.* Lecturas de la STL por terna de TLD-100 irradiados con Cobalto-60 en el intervalo de dosis 100-500 mGy, A la terna de dosímetros no irradiados, se le asigna el valor de dosis 0 mGy para su tratamiento estadístico.

D (mGy)	TLD ID.	STL ( $\mu\text{C}$ )
0	9A	0.0011
	4D	0.0013
	2G	0.0011
100	1E	0.7641
	3G	0.8085
	10D	0.8220
200	2B	1.4970
	10B	1.6660
	9G	1.5800
300	2C	2.4150
	8D	2.3160
	2A	2.3090
400	6E	3.1680
	5G	3.1830
	7G	3.2220
500	3C	3.6130
	7C	4.0530
	4E	3.8440

Dado  $\dot{D} = 538.2$  mGy/min, el rendimiento de la fuente, corregido por efecto del decaimiento radiactivo del  $^{60}\text{Co}$  a la fecha de irradiación de los dosímetros (ver sección 4.2.3) y considerando la corrección por efecto de la distribución de dosis en profundidad (TMR = 0.994, donde TMR es la Razón Tejido-Máximo o *Tissue-Maximum Ratio*, por sus siglas en inglés [64-66, 74]), el tiempo  $t_{ex}$ , que se requiere exponer los dosímetros al campo de radiación de la fuente, para obtener un valor particular de dosis impartida,  $D_{\text{TLD}}$ , en mGy, está dado por la siguiente ecuación:

$$t_{ex} = \frac{D_{\text{TLD}}}{\text{TMR} \cdot \dot{D}} \quad (\text{c. 1})$$

La Tabla c.4, contiene los  $t_{ex}$  estimados a partir de la ecuación c.1, mismos que fueron introducidos en la consola de operación del equipo Theratron Phoenix de radioterapia externa con Cobalto-60, para obtener valores  $D_{\text{TLD}}$ , de la dosis impartida a los dosímetros TLD-100, en el intervalo 100-500 mGy, cada 100 mGy.



## APÉNDICE C. TABLAS DE DATOS EXPERIMENTALES

Tabla C.6. Valores de STL, medidos en los dosímetros TLD-100 expuestos al campo de rayos X generado a 45 kV, en combinación con distintos parámetros de tiempo (modalidad) de adquisición y de corriente catódica. Los valores de DIS, son los obtenidos por interpolación de STL en la curva de calibración para dosis en agua (ecuación 5.2), corregida por  $1/R(E)$ , el factor de dependencia energética del campo de rayos X (ecuación 4.20). Las incertidumbres se estimaron con la ecuación de propagación asociada a la curva patrón (ecuación 5.3).

45 kV						
0.2 mA			0.4 mA			
modalidad	ID	STL ( $\mu\text{C}$ )	DIS (mGy)	ID	STL ( $\mu\text{C}$ )	DIS (mGy)
Standard	5C	0.8776	93.69 $\pm$ 5.50	1B	1.5690	169.24 $\pm$ 9.27
	5A	0.8609	91.86 $\pm$ 5.41	10G	1.5320	165.19 $\pm$ 9.07
	4A	0.7952	84.68 $\pm$ 5.07	2D	1.6100	173.72 $\pm$ 9.50
Good	8E	1.2210	131.21 $\pm$ 7.35	4C	2.4890	269.76 $\pm$ 14.46
	6C	1.2400	133.29 $\pm$ 7.45	3C	2.6110	283.10 $\pm$ 15.15
	6B	1.1710	125.75 $\pm$ 7.08	8G	2.4780	268.56 $\pm$ 14.40
Best	1A	1.7890	193.28 $\pm$ 10.50	5E	3.5490	385.59 $\pm$ 20.49
	9B	1.7880	193.17 $\pm$ 10.50	1D	3.4510	374.88 $\pm$ 19.93
	7D	1.7790	192.18 $\pm$ 10.45	3D	3.6090	392.15 $\pm$ 20.84

Tabla C.7. Datos experimentales de la señal termoluminiscente, STL, medida en los dosímetros TLD-100 insertados a nivel subdérmico en ratones BALB/c eutanizados, irradiados en la unidad microCT de del sistema Albira, con un campo de rayos X generado a 45 kV, en combinación con distintos parámetros de tiempo (modalidad) de adquisición y de corriente catódica. Se muestran, además, los valores de DIS, obtenidos por interpolación de la STL en la curva de calibración para dosis en agua (ecuación 5.2), corregida por  $1/R(E)$ , el factor de dependencia energética del campo de rayos X (ecuación 4.20). Las incertidumbres se estimaron con la ecuación de propagación asociada a la curva patrón (ecuación 5.3).

evaluación dosimétrica post mortem (45 kV)									
ratón 1 (Standard, 0.2 mA)			ratón 2 (Good, 0.2 mA)			ratón 3 (Best, 0.2 mA)			
inserción	ID	STL ( $\mu\text{C}$ )	D (mGy)	ID	STL ( $\mu\text{C}$ )	D (mGy)	ID	STL ( $\mu\text{C}$ )	DES (mGy)
Sup. der.	9A	0.8164	87.00 $\pm$ 5.18	5G	0.8891	94.94 $\pm$ 5.56	1E	1.3570	146.07 $\pm$ 8.10
Sup. izq.	7D	0.6807	72.17 $\pm$ 4.49	4E	0.8666	92.48 $\pm$ 5.44	6E	1.1630	124.87 $\pm$ 7.03
Inf. der.	3G	0.6209	65.64 $\pm$ 4.19	9B	0.8029	85.52 $\pm$ 5.11	3B	0.9293	99.34 $\pm$ 5.77
Inf. izq.	10D	-	-	8C	-	-	9G	1.2400	133.29 $\pm$ 7.45
ratón 4 (Standard, 0.4 mA)			ratón 5 (HR, 0.4 mA)						
Sup. der.	3D	1.0720	114.93 $\pm$ 6.54	3E	1.7650	190.65 $\pm$ 10.37			
Sup. izq.	5E	1.1020	118.21 $\pm$ 6.70	2D	2.9120	315.99 $\pm$ 16.86			
Inf. der.	4G	1.0790	115.69 $\pm$ 6.58	1B	3.0980	336.31 $\pm$ 17.92			
Inf. izq.	2C	1.2140	130.44 $\pm$ 7.31	7C	3.0220	328.01 $\pm$ 17.49			

### **C.2 Valores de exposición y de kerma en aire como función de la filtración añadida de aluminio para evaluación de CHR**

Los valores de exposición medidos con la cámara de ionización 20X6-6M, para distintos espesores de aluminio, se muestran en la Tabla C.7, para voltaje fijo de 35 kV en el tubo de rayos X, en combinación con corrientes de 0.2 mA y 0.4 mA, en la modalidad de radiografía convencional; y en la Tabla C.8, para voltaje fijo de 45 kV, en combinación con los mismos valores de corriente en la misma modalidad. En ambas tablas, se reportan: el valor de exposición  $X_i$ , correspondiente a la lectura dada por el electrómetro a los 1:23 minutos cronometrados por la consola del sistema Albira y  $X_f$ , la exposición medida en el instante de finalización del estudio radiográfico. En la sección C.2.1, se describe exhaustivamente el procedimiento de medición. El valor de exposición  $\Delta X$ , corresponde a la diferencia  $X_f - X_i$ ; los valores  $\Delta X$  medidos por cuadruplicado para cada espesor de filtración de aluminio (para las distintas combinaciones de imagen radiográfica), fueron promediados y estos valores se reportan en la Tabla 5.8 del Capítulo 5 y, por motivos de economía de espacio, en las Tablas C.9 a C.11, de ésta sección, mostrándose, además, en cada una de ellas, el procedimiento de cálculo de CHR, según las ecuaciones 4.15 y 4.16.

## APÉNDICE C. TABLAS DE DATOS EXPERIMENTALES

Tabla C.7 Exposición medida, en mR, como función de la filtración añadida de aluminio, en mm Al, para voltaje fijo de 35 kV en el tubo de rayos X, en combinación con corrientes catódicas de 0.2 y 0.4 mA.  $X_i$  corresponde a una primera lectura realizada en  $t = 75$  segundos, durante el estudio radiográfico y  $X_f$  a la lectura de exposición el instante de finalización del estudio ( $t = 83$  s);  $\Delta X$ , corresponde a la diferencia de las dos lecturas.

		35 kV					
		0.2 mA			0.4 mA		
mm Al	$X_i$ (mR)	$X_f$ (mR)	$\Delta X$ (mR)	$X_i$ (mR)	$X_f$ (mR)	$\Delta X$ (mR)	
0	29.60	194.90	165.30	58.30	343.00	284.70	
	29.47	199.40	169.93	58.20	377.00	318.80	
	29.43	196.90	167.47	58.20	339.00	280.80	
	29.43	188.40	158.97	58.20	370.00	311.80	
0.1	21.57	143.20	121.63	43.00	276.60	233.60	
	21.66	132.70	111.04	43.00	270.70	227.70	
	21.67	135.00	113.33	43.10	276.40	233.30	
	21.58	138.50	116.92	43.00	274.70	231.70	
0.2	18.06	105.50	87.44	35.90	221.60	185.70	
	18.06	108.20	90.14	35.90	219.80	183.90	
	18.06	113.90	95.84	36.00	221.00	185.00	
	18.06	112.20	94.14	35.80	229.70	193.90	
0.3	15.53	92.60	77.07	30.76	189.90	159.14	
	15.53	97.80	82.27	30.76	187.70	156.94	
	15.58	97.30	81.72	30.80	194.00	163.20	
	15.58	93.30	77.72	30.72	185.80	155.08	
0.4	13.62	83.90	70.28	26.73	178.30	151.57	
	13.62	83.70	70.08	26.73	154.90	128.17	
	13.58	86.50	72.92	29.73	166.60	136.87	
	13.62	78.20	64.58	23.68	167.10	143.42	
0.5	12.06	73.90	61.84	23.80	150.20	126.40	
	12.02	77.40	65.38	23.81	148.50	124.69	
	12.06	76.40	64.34	23.73	141.10	117.37	
	11.97	71.10	59.13	23.68	132.30	108.60	

## APÉNDICE C. TABLAS DE DATOS EXPERIMENTALES

Tabla C.8 Exposición medida, en mR, como función del espesor añadido de aluminio, en mm Al, para voltaje fijo de 45 kV en el tubo de rayos X, en combinación con corrientes de 0.2 y 0.4 mA.  $\Delta X$  corresponde a la diferencia de los valores  $X_f$ , la lectura de exposición en el instante final del estudio radiográfico, y  $X_i$ , la lectura de exposición en el instante  $t = 75$  segundos antes de finalizado el estudio.

45 kV						
0.2 mA			0.4 mA			
mm Al	$X_i$ (mR)	$X_f$ (mR)	$\Delta X$ (mR)	$X_i$ (mR)	$X_f$ (mR)	$\Delta X$ (mR)
0	40.60	272.40	231.80	81.80	1237.00	1155.20
	40.60	252.10	211.50	81.60	503.00	421.40
	40.60	264.70	224.10	81.60	490.00	408.40
	40.70	261.40	220.70	81.90	482.00	400.10
0.1	31.20	191.30	160.10	62.40	412.00	349.60
	31.27	185.70	154.43	62.50	396.00	333.50
	31.34	183.70	152.36	62.40	373.00	310.60
	31.42	184.60	153.18	62.40	372.00	309.60
0.2	26.92	173.30	146.38	53.50	327.40	273.90
	26.93	161.60	134.67	53.60	319.80	266.20
	26.94	166.50	139.56	53.60	332.00	278.40
	29.90	160.90	131.00	53.50	325.20	271.70
0.3	23.80	154.00	130.20	47.00	270.80	223.80
	23.71	146.10	122.39	46.90	263.70	216.80
	23.80	156.80	133.00	47.00	260.10	213.10
	23.80	151.00	127.20	46.90	293.90	247.00
0.4	21.19	138.90	117.71	42.10	260.10	218.00
	21.28	131.80	110.52	42.10	259.10	217.00
	21.25	135.00	113.75	42.10	264.40	222.30
	21.16	134.70	113.54	42.20	270.10	227.90
0.5	19.28	300.80	281.52	38.10	227.80	189.70
	19.37	120.70	101.33	38.10	257.60	219.50
	19.28	121.50	102.22	38.10	242.40	204.30
	19.28	110.90	91.62	38.10	222.70	184.60
0.6	17.82	285.00	267.18	34.80	202.30	167.50
	17.78	113.10	95.32	34.90	212.90	178.00
	17.78	105.20	87.42	34.90	222.30	187.40
	17.73	109.40	91.67	34.80	221.40	186.60

## APÉNDICE C. TABLAS DE DATOS EXPERIMENTALES

*Tabla C.9* Datos del kerma en aire promedio,  $K$ , como función del espesor añadido de aluminio,  $s$ , para el haz de rayos X generado a 35 kV y corriente en el filamento de 0.4 mA. En la tercera columna, se muestran la incertidumbre  $\sigma_K$  asociada a  $K$ .

35 kV, 0.4 mA		
$s$ (mm Al)	$K$ (mGy)	$\sigma_K$ (mGy)
0	2.62	0.17
0.1	2.03	0.02
0.2	1.64	0.04
0.3	1.39	0.03
0.4	1.23	0.09
0.5	1.05	0.07

Los datos de la Tabla C.9 que satisfacen las ecuaciones 4.15 y 4.16 para la estimación de la CHR, son: para  $s = 0$ ,  $K_0 = 2.62$  mGy ( $\delta_{K_0} = 0.17$  mGy);  $K_a = 1.39$  mGy ( $\delta_{K_a} = 0.03$  mGy), medido a  $s_a = 0.3$  mm Al;  $K_b = 1.23$  mGy ( $\delta_{K_b} = 0.09$  mGy), obtenido a  $s_b = 0.4$  mm Al. Así, CHR =  $0.35 \pm 0.07$  mm Al.

*Tabla C.10* Datos del kerma en aire promedio,  $K$ , como función del espesor añadido de aluminio,  $s$ , para el haz de rayos X generado a 45 kV y corriente de 0.2 mA.

45 kV, 0.2 mA		
$s$ (mm Al)	$K$ (mGy)	$\sigma_K$ (mGy)
0	1.94	0.07
0.1	1.36	0.03
0.2	1.21	0.06
0.3	1.12	0.04
0.4	1.00	0.03
0.5	0.86	0.05
0.6	0.80	0.03

Para el haz de 45 kV y 0.2 mA, el cálculo de CHR (y su respectiva incertidumbre), se hace con los valores mostrados en la Tabla C.10, de manera que,  $K_0 = 1.94$  mGy ( $\delta_{K_0} = 0.07$  mGy);  $K_a = 1.00$  mGy ( $\delta_{K_a} = 0.03$  mGy), obtenido a  $s_a = 0.4$  mm Al;  $K_b = 0.86$  mGy ( $\delta_{K_b} = 0.05$  mGy), obtenido a  $s_b = 0.5$  mm Al. El valor estimado de capa hemirreductora es CHR =  $0.42 \pm 0.05$  mm Al.



## APÉNDICE C. TABLAS DE DATOS EXPERIMENTALES

Tabla C.11 Datos del kerma en aire promedio,  $K$ , como función del espesor añadido de aluminio,  $s$ , para el haz de rayos X generado a 45 kV y corriente de 0.4 mA..

45 kV, 0.4 mA		
$s$ (mm Al)	$K$ (mGy)	$\sigma_K$ (mGy)
0	3.59	0.09
0.1	2.85	0.17
0.2	2.39	0.04
0.3	1.97	0.13
0.4	1.94	0.04
0.5	1.75	0.14
0.6	1.58	0.08

Finalmente, en lo que concierne al haz de rayos X generado a 45 kV y corriente de 0.4 mA, la CHR se calculó con los datos de la Tabla C.11, tomando  $K_0 = 3.59$  mGy ( $\delta_{K0} = 0.09$  mGy);  $K_a = 1.94$  mGy ( $\delta_{Ka} = 0.04$  mGy), obtenido a  $s_a = 0.4$  mm Al;  $K_b = 1.75$  mGy ( $\delta_{Kb} = 0.14$  mGy), obtenido a  $s_b = 0.5$  mm Al. Así, CHR =  $0.48 \pm 0.07$  mm Al.

### C.2.1 Aspectos relativos al criterio de elección de la metodología experimental seguida en la determinación de la CHR

En la modalidad de imagen radiográfica convencional (bidimensional), elegida convenientemente para realizar las mediciones de kerma en aire (*ergo*, de la CHR), durante el disparo, el haz de radiación se mantiene perpendicular al área de sensible de la cámara de ionización, por lo que se asumió que la pérdida de información en las mediciones realizadas es mucho menor que la que supondría haberlas realizado en la modalidad de adquisición tomográfica, donde la pérdida de información, reflejada en lecturas dispersas de kerma en aire en cada medición repetida, puede atribuirse a la variación de posición radial y angular del tubo de rayos X a lo largo de la trayectoria de éste alrededor de la cámara.

Debido a que la formación de la imagen radiográfica, para un voltaje fijo, depende fundamentalmente de la carga provista por el tubo de rayos X (corriente en el filamento y tiempo de exposición) y el sistema Albira limita la elección únicamente a dos valores de corriente, se asume entonces que la mejor calidad de imagen se obtiene con la mayor corriente catódica y con el mayor tiempo de exposición que puede permitir el sistema. A saber, una imagen radiográfica planar típica, se obtiene en fracciones de segundo [11], por lo que elegir una calidad de imagen (dada en términos del tiempo de exposición) inferior a la máxima permisible en el sistema Albira para realizar las mediciones, implica menor producción de fotones y, por ende, un menor número de eventos de ionización en la cámara.

## APÉNDICE C. TABLAS DE DATOS EXPERIMENTALES

Como se enunció en la sección de Metodología, la duración promedio del estudio radiográfico planar en la modalidad utilizada, *High Resolution (HR)*, es de 83 segundos (no obstante, Berumen reporta una duración promedio de aproximadamente 95 s [56]); la mayor parte de este tiempo involucra el incremento gradual de los valores de voltaje en el tubo y de corriente en el filamento antes de alcanzar el valor máximo de operación seleccionado [59, 67], no obstante, y como fue observado en ensayos previos a las lecturas de exposición finales, en dicho lapso, ocurre también producción de rayos X (no hay información técnica disponible que permita conocer si estos eventos de producción de fotones son registrados por el sistema de detección y contribuyen a la formación final de la imagen). De esta observación y a fin de discriminar las posibles variaciones en el voltaje que impliquen variaciones en la forma espectral del haz de radiación, devino el criterio de acotar el intervalo del tiempo de la medición a tres segundos antes de finalizar la adquisición, es decir, el electrómetro de la cámara de ionización fue activado para cuantificar los eventos de ionización, cuando en la consola del sistema Albira, el cronómetro del tubo de rayos X marcaba 1:20 minutos. De este modo, para un espesor particular de filtración añadida de aluminio, en mm, el valor neto de exposición, en mR, se calculó de la diferencia entre  $X_0$ , el valor de exposición registrado en el tiempo 1:20 minutos y  $X_f$ , el valor final de exposición registrado al concluir el estudio (Tablas C.7 y C.8). Este último procedimiento, fue realizado por cuadruplicado, tal como se describe en la Sección 4.2.2, a fin de obtener valores promedio de la exposición y luego, del kerma en aire.

## Apéndice D

# Integración numérica por regla compuesta de Simpson

La integración numérica se define como la aproximación computacional del cálculo de una integral definida, utilizando técnicas numéricas [40, 68]. Si bien hay numerosas técnicas de integración numérica, las más socorridas son las que se fundamentan en la *fórmula de Newton-Cotes*, la cual consiste en la aproximación por polinomios de varios grados, a la integral de una función tabulada a intervalos regularmente espaciados [40]. Si los puntos que fungen como límites de integración están contenidos en la tabulación, la fórmula de Newton-Cotes que considera tres puntos sucesivos de la función, se conoce como *regla compuesta de Simpson*. En la primera sección de éste apéndice, se describen los fundamentos matemáticos de la regla compuesta de Simpson, utilizada en el actual trabajo como técnica de integración numérica para evaluar el área bajo la curva de las distribuciones espectrales simuladas de rayos X, así como de sus cantidades asociadas. En una sección posterior, se describe el formalismo para el cálculo de incertidumbres de integraciones numéricas de distribuciones espectrales, particularmente aplicado a la técnica de integración aquí utilizada.

### D.1 Regla compuesta de Simpson

La notación a continuación presentada para los términos de integración, es la misma que la utilizada en la descripción del procedimiento de evaluación analítica de la dosis impartida en aire, *i. e.*, la sección 4.1, del capítulo de Metodología.

Sea:

$$\Gamma(E) = \int_{E_{min}}^{E_{max}} \gamma(E) dE \quad (d.1)$$

la integral a evaluar numéricamente por la regla compuesta de Simpson, para determinar la dosis absorbida en aire, normalizada por mAs,  $\Gamma(E)$ ; donde la siguiente ecuación es el integrando cuyos términos se describen en la sección 4.1.2.

## APÉNDICE D. INTEGRACIÓN NUMÉRICA

$$\gamma(E) = \kappa \xi(E) \left( \frac{\mu_{en}(E)}{\rho} \right)_{aire} E \quad (d.2)$$

Dado que las distribuciones espectrales simuladas de rayos X, están conformadas por términos  $\xi(E)$ , de la fluencia normalizada por mAs, a intervalos de energía,  $E$ , igualmente espaciados cada  $h = 0.5$  keV (ver Figura 4.1, así como Tablas F.3 y F.4), entonces, dada la región de integración comprendida entre los valores de energía  $E_{min}$  y  $E_{max}$ , los *nodos* en los cuales se evaluará numéricamente la función  $\Gamma(E)$ , están definidos por:

$$E_i = E_{mín} + ih, \quad i = 0, 1, \dots, n \quad (d.3)$$

con  $E_i$ , el  $i$ -ésimo valor de energía que conforma el espectro y  $h = (E_{máx} - E_{mín})/n$ , con  $n$ , el número de subintervalos o *nodos* en que se divide el intervalo  $[E_{min}, E_{max}]$ .

La regla de Simpson, permite aproximar la función  $\gamma(E)$  en cada subintervalo por una función polinomial de segundo orden,  $p(E)$ . La función interpolante debe satisfacer  $p(E) = a + b(E - E_{mín}) + c(E - E_{mín})(E - E_1)$ , con  $a$ ,  $b$  y  $c$ , coeficientes en  $\mathbb{R}$ . Puesto que las funciones polinomiales de segundo orden constituyen un espacio vectorial [69], el conjunto  $\{1, (E - E_{mín}), (E - E_{mín})(E - E_1)\}$  es una base de dicho espacio y, entonces, los coeficientes  $a$ ,  $b$  y  $c$ , pueden determinarse como sigue:

$$a = p(E_{mín}) = \gamma(E_{mín}) \equiv \gamma_{mín} \quad (d.4)$$

por otro lado, se tiene que:

$$p(E_1) = \gamma_{mín} + b(E_1 - E_{mín}) = \gamma_1 \quad (d.5)$$

entonces, combinando las ecuaciones  $d.3$  y  $d.4$ , y definido ( $d.3$ ):

$$b = \frac{\gamma_1 - \gamma_{mín}}{E_1 - E_{mín}} = \frac{\gamma_1 - \gamma_{mín}}{h} \quad (d.6)$$

de la misma forma, dado:

$$p(E_2) = \gamma_{mín} + b(E_1 - E_{mín}) + c(E_2 - E_{mín})(E_2 - E_1) = \gamma_2 \quad (d.7)$$

al combinar las ecuaciones anteriores y considerando que  $E_2 - E_{mín} = 2h$ , el tercer coeficiente tiene por expresión:

$$c = \frac{\gamma_2 - \gamma_1 + \gamma_{mín}}{2h^2} \quad (d.8)$$

## APÉNDICE D. INTEGRACIÓN NUMÉRICA

Por tanto, la función polinomial interpolante tiene la forma:

$$p(E) = \gamma_{mín} + \frac{\gamma_1 - \gamma_{mín}}{h}(E - E_{mín}) + \frac{\gamma_2 - \gamma_1 + \gamma_{mín}}{2h^2}(E - E_{mín})(E - E_1) \quad (d.9)$$

de manera que la integral de  $p(E)$ , en el intervalo  $[E_{mín}, E_2]$ , escrita en términos de la ecuación *d.9*, es:

$$\int_{E_{mín}}^{E_2} \left[ \gamma_{mín} + \frac{\gamma_1 - \gamma_{mín}}{h}(E - E_{mín}) + \frac{\gamma_2 - \gamma_1 + \gamma_{mín}}{2h^2}(E - E_{mín})(E - E_1) \right] dE \quad (d.10)$$

o bien, haciendo el álgebra correspondiente:

$$\int_{E_{mín}}^{E_2} p(E)dE = \frac{h}{3}[\gamma_{mín} + 4\gamma_1 + \gamma_2] \quad (d.11)$$

En particular, los espectros de rayos X, simulados a 35 y 45 kV, respectivamente, fueron convenientemente generados de manera que  $n$ , el número de subintervalos en su distribución, fuera par, es decir, ambas simulaciones se realizaron fijando  $E_{mín} = 2.9$  keV, valor para el que la fluencia normalizada por la carga, es cero, *i. e.*,  $\xi(E_{mín}) = 0$  (ver Apéndice A). No obstante que la parametrización de Moya, permite simular espectros a partir de  $E = 1.9$  keV, los valores correspondientes de fluencia se desprecian en la simulación, toda vez que para toda  $E \leq 2.9$  keV  $\Rightarrow \xi(E) = 0$ , y éstos no constituyen información de utilidad para el propósito de la dosimetría analítica. Que  $n$  sea par, es condición suficiente y necesaria para que  $\gamma(E)$  sea integrable numéricamente por regla de Simpson en  $[E_{mín}, E_{máx}]$ . De esta manera, la integral en (*d.1*) puede aproximarse según la siguiente expresión:

$$\int_{E_{mín}}^{E_{máx}} \gamma(E)dE = \int_{E_{mín}}^{E_2} \gamma(E)dE + \int_{E_2}^{E_4} \gamma(E)dE + \dots + \int_{E_{n-2}}^{E_n} \gamma(E)dE \quad (d.12)$$

con  $E_n = E_{máx}$ .

Así, al reemplazar las integrales en el lado derecho de la ecuación *d.12*, por integrales escritas en términos de la función interpolante (ecuación. *d.11*), se obtiene:

$$\begin{aligned} \int_{E_{mín}}^{E_{máx}} \gamma(E)dE &= \frac{h}{3}[\gamma_{mín} + 4\gamma_1 + \gamma_2] + \frac{h}{3}[\gamma_2 + 4\gamma_3 + \gamma_4] \dots + \frac{h}{3}[\gamma_{n-2} + 4\gamma_{n-1} + \gamma_n] \\ &= \frac{h}{3}[\gamma_{mín} + 4\gamma_1 + 2\gamma_2 + \dots + 2\gamma_{n-2} + 4\gamma_{n-1} + \gamma_n] \end{aligned}$$

## APÉNDICE D. INTEGRACIÓN NUMÉRICA

$$= \frac{h}{3} \left[ \gamma_{\min} + 4 \sum_{j=1}^{n/2} \gamma_{2j-1} + 2 \sum_{j=1}^{n/2} \gamma_{2j} + \gamma_{\max} \right] \quad (d.13)$$

La ecuación *d.13*, representa la integración numérica de la función  $\gamma(E)$  por la técnica de la regla compuesta de Simpson. El algoritmo computacional que recurre a éste formalismo para la estimación analítica de la dosis impartida asociada a los espectros simulados de Rayos X, se encuentra en la sección A.2 del Apéndice A.

### D.2 Propagación de la incertidumbre asociada a la integración numérica por regla compuesta de Simpson para distribuciones espectrales

El criterio seguido en éste trabajo para el cálculo de la incertidumbre asociada a la integración numérica de las distribuciones espectrales de rayos X simuladas, está fundamentado en la metodología estándar seguida en los campos de radiometría y fotometría para la estimación de incertidumbres asociadas a integrales de cantidades espectrales [70–72]. A continuación, se describe brevemente ésta metodología aplicada a las integraciones numéricas realizadas en la actual tesis.

Considérese la integral de la ecuación *d.1*, con el integrando en su forma explícita, esto es:

$$\Gamma(E) = \kappa \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} \xi(E) \left( \frac{\mu_{en}(E)}{\rho} \right)_{aire} EdE \quad (d.14)$$

El integrando en la ecuación *d.14* está definido como el producto entre una cantidad exacta, *i. e.*, una cantidad sin una respectiva incertidumbre asociada –a saber,  $\xi(E)$ , calculada a partir del modelo de Moya– y una cantidad con incertidumbre asociada,  $(\mu_{en}(E)/\rho)_{aire}$ , donde ésta incertidumbre se da en términos del error de ajuste de la función de interpolación para dicha cantidad (ecuación *b.4*). Por otro lado, el modelo de parametrización de espectros de Moya, permite también asumir que no hay incertidumbres asociadas a los valores de energía  $E$ , ni a su espaciamiento. Reescribiendo el producto de las cantidades exactas del integrando, como  $\kappa E \xi(E) = G(E)$  y haciendo  $(\mu_{en}(E)/\rho)_{aire} = \mu(E)$ , la integral en (*d.14*), puede escribirse en términos de la regla compuesta de Simpson como:

## APÉNDICE D. INTEGRACIÓN NUMÉRICA

$$\Gamma = \frac{h}{3} \left[ G_{\min} \mu_{\min} + 4 \sum_{j=1}^{n/2} G_{2j-1} \mu_{2j-1} + 2 \sum_{j=1}^{n/2} G_{2j} \mu_{2j} + G_{\max} \mu_{\max} \right] \quad (d.15)$$

Por otro lado, escribiendo  $\mu(E)$  en términos del modelo de error reportado en [71], se tiene la expresión:

$$\mu(E_j) = \mu_V(E_j)(1 + S)(1 + R_j) \quad (d.16)$$

Con  $S$ , un valor esperado igual a cero y una incertidumbre debida a efectos sistemáticos (es decir, una incertidumbre que prevalezca de un término a otro, correlacionándolos);  $R_j$ , un valor esperado igual a cero y una incertidumbre debida a efectos aleatorios (es decir, que varían de un valor  $E_j$  a otro,  $E_{j+1}$ ), que puede ser definida en términos de la incertidumbre asociada a la interpolación de  $\mu(E_j)$  para un  $E_j$  particular; y, finalmente,  $\mu_V(E_j)$ , el valor *verdadero* de  $\mu(E)$  en  $E_j$ .

Combinando *d.15* y *d.16*, se obtiene la siguiente expresión:

$$\Gamma = \frac{h}{3} (1 + S) \left[ G_{\min}(\mu_V)_{\min} (1 + R_{\min}) + 4 \sum_{j=1}^{n/2} G_{2j-1}(\mu_V)_{2j-1} (1 + R_{2j-1}) + 2 \sum_{j=1}^{n/2} G_{2j}(\mu_V)_{2j} (1 + R_{2j}) + G_{\max}(\mu_V)_{\max} (1 + R_{\max}) \right] \quad (d.17)$$

Aplicando la ley de propagación de incertidumbres (ver Apéndice E) a la ecuación *d.15*, se puede determinar la incertidumbre estándar absoluta,  $u^2(\Gamma)$ , considerando:

$$\frac{\partial}{\partial S} \Gamma = \frac{\Gamma}{1 + S} \quad (d.18)$$

y

$$\frac{\partial}{\partial R_j} \Gamma = \frac{h}{3} (1 + S) \left[ \begin{array}{c} G_{\min}(\mu_V)_{\min} + 4 \sum_{j=1}^{\frac{n}{2}} G_{2j-1}(\mu_V)_{2j-1} \\ + 2 \sum_{j=1}^{\frac{n}{2}} G_{2j}(\mu_V)_{2j} + G_{\max}(\mu_V)_{\max} \end{array} \right] \quad (d.19)$$

se tiene que:

## APÉNDICE D. INTEGRACIÓN NUMÉRICA

$$u^2(\Gamma) = \left(\frac{\partial}{\partial S}\Gamma\right)^2 u^2(S) + \left(\frac{\partial}{\partial R_j}\Gamma\right)^2 u^2(R_j) \quad (d.20)$$

$$\Rightarrow u^2(\Gamma) = \left(\frac{\Gamma}{1+S}\right)^2 u^2(S) + [(1+S)\Gamma_V]^2 u^2(R_j) \quad (d.21)$$

$$\text{Con } \Gamma_V = \frac{h}{3} \left[ G_{\min}(\mu_V)_{\min} + 4 \sum_{j=1}^{\frac{n}{2}} G_{2j-1}(\mu_V)_{2j-1} + 2 \sum_{j=1}^{\frac{n}{2}} G_{2j}(\mu_V)_{2j} + G_{\max}(\mu_V)_{\max} \right]$$

Puesto que, en el mejor de los casos,  $1+S=1$ , entonces,  $\mu_V(E_j)$  es el valor interpolado  $\mu(E_j)$ , por lo que, aplicando ésta condición y dividiendo ambos lados de la ecuación *d.21* por  $\Gamma^2$ , se tiene que:

$$\delta^2(\Gamma) = \frac{u^2(\Gamma)}{\Gamma^2} = u^2(S) + \left(\frac{\Gamma_V}{\Gamma} u(R_j)\right)^2 \quad (d.22)$$

Puesto que en el modelo analítico presentado en éste trabajo, no se asumen efectos sistemáticos,  $u^2(S)$  es despreciable, por lo que, considerando únicamente efectos aleatorios multiplicativos, la ecuación *d.22*, toma la forma:

$$\delta^2(\Gamma) = \left( \frac{h}{3} \frac{(G\mu)_{\min} + 4 \sum_{j=1}^{\frac{n}{2}} (G\mu)_{2j-1} + 2 \sum_{j=1}^{\frac{n}{2}} (G\mu)_{2j} + (G\mu)_{\max}}{\Gamma} u(R_j) \right)^2 \quad (d.23)$$

Obsérvese que haciendo  $u(R_j) = u_j$ , el numerador puede reescribirse como:

$$\left\{ \frac{h}{3} \left[ (G\mu)_{\min} u_{\min} + 4 \sum_{j=1}^{\frac{n}{2}} (G\mu)_{2j-1} u_{2j-1} + 2 \sum_{j=1}^{\frac{n}{2}} (G\mu)_{2j} u_{2j} + (G\mu)_{\max} u_{\max} \right] \right\}^2 \quad (d.24)$$

El producto  $\mu_j u_j$ , corresponde al valor de la incertidumbre asociada a la interpolación para  $\mu(E)$ , *i. e.*,  $\delta_{\mu_{aire}(E)}$ , por lo que, haciendo  $\delta_{\mu_{aire}(E)} = (\delta_\mu)_j$ , se tiene  $\mu_j u_j = (\delta_\mu)_j$ ; así, el término al interior del cuadrado en la ec. *d.24*, queda reescrito como:

$$\frac{h}{3} \left[ (G\delta_\mu)_{\min} + 4 \sum_{j=1}^{\frac{n}{2}} (G\delta_\mu)_{2j-1} + 2 \sum_{j=1}^{\frac{n}{2}} (G\delta_\mu)_{2j} + (G\delta_\mu)_{\max} \right] \quad (d.25)$$



## APÉNDICE D. INTEGRACIÓN NUMÉRICA

Nótese que ésta expresión tiene la forma de la regla compuesta de Simpson, por ende, la ecuación *d.25* corresponde a evaluar numéricamente una integral cuya expresión está dada por:

$$\kappa \int_{E_{min}}^{E_{max}} \xi(E) \delta_{\mu_{aire}(E)} E dE \quad (d. 26)$$

La integral anterior equivale a la sustitución de  $(\mu_{en}(E)/\rho)_{aire}$ , por el de su incertidumbre asociada,  $\delta_{\mu_{aire}(E)}$ , en la expresión *d.14*, de manera que la ecuación *d.23*, puede escribirse en términos de integrales, como:

$$\delta(\Gamma) = \frac{\int_{E_{min}}^{E_{max}} \xi(E) \delta_{\mu_{aire}(E)} E dE}{\int_{E_{min}}^{E_{max}} \xi(E) \left( \frac{\mu_{en}(E)}{\rho} \right)_{aire} E dE} \quad (d. 27)$$

Dicho de otro modo,  $\delta(\Gamma)$ , la incertidumbre asociada a la integración numérica por regla de Simpson de las distribuciones espectrales simuladas de rayos X, corresponde al cociente de integrales mostrado en la ecuación *d.27*, mismas que también se evalúan numéricamente por la misma regla. El procedimiento de cálculo de incertidumbres descrito en ésta sección, también es aplicado en éste trabajo a otras cantidades relacionadas con las distribuciones espectrales simuladas, mismas que requieren ser integradas por la regla compuesta de Simpson, *e. g.*, el factor de conversión de dosis en aire a dosis en agua (ecuación 4.13).

## Apéndice E

### Propagación de incertidumbres

Las incertidumbres asociadas a las curvas de interpolación descritas en el Apéndice B, fueron propagadas a partir de la ley de propagación de incertidumbres [73], cuya expresión general se muestra a continuación:

$$\delta(\mathcal{y}) = \sqrt{\sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_j}\right)^2 \delta^2(x_j) + 2 \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{k=j+1}^n \frac{\partial f}{\partial x_j} \frac{\partial f}{\partial x_k} \delta(x_j, x_k)} \quad (e. 1)$$

Donde  $\delta(\mathcal{y})$  es la incertidumbre asociada a una estimación  $\mathcal{y}$  de una cantidad  $Y$ , cuyo modelo de medida está dado por la forma funcional:

$$Y = f(X_1, X_2, X_3, \dots, X_j, \dots) \quad (e. 2)$$

De modo que  $x_j$  es el valor estimado de una cantidad  $X_j$  de la que depende  $Y$ , y su incertidumbre asociada es  $\delta(x_j)$ . Obsérvese que el radicando en la ecuación e.1 es una suma de dos términos, donde el primero corresponde a la suma de todos los productos definidos por el cuadrado de un *coeficiente de sensibilidad* (dado por una derivada parcial) relativo a un efecto individual en el  $j$ -ésimo término, y el cuadrado de la  $j$ -ésima incertidumbre estándar,  $\delta(x_j)$ ; el segundo término, la doble suma, se corresponde con la covarianza de cantidades correlacionadas. Puesto que las cantidades de las que dependen las curvas de interpolación estimadas por el ajuste estadístico de una distribución de datos particular, son no correlacionadas, éste término se desprecia en la propagación.

Sírvase el lector del siguiente ejemplo, para la aplicación de la ley de propagación de incertidumbres en éste trabajo.

Sea la función polinomial dada por la ecuación e.3, la que mejor ajusta a la distribución de datos graficados en la Figura 4.6 (Capítulo 4):

$$R(E) = w_0 + fE + gE^2 \quad (e. 3)$$

## APÉNDICE E. PROPAGACIÓN DE INCERTIDUMBRES

De modo que  $w_0$ ,  $f$  y  $g$ , corresponden a los coeficientes del ajuste, cada uno con un error estándar asociado,  $\delta w_0$ ,  $\delta f$  y  $\delta g$ , respectivamente. Por lo tanto, la incertidumbre asociada al ajuste, *i. e.*, la incertidumbre asociada a la función polinomial  $R(E)$ , se estima como sigue, según la ecuación e.1:

$$\delta(R) = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial w_0}\right)^2 (\delta w_0)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial f}\right)^2 (\delta f)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial g}\right)^2 (\delta g)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial E}\right)^2 (\delta E)^2} \quad (e.4)$$

Evaluando cada una de las derivadas parciales, se obtiene la ecuación 4.22, mostrada en el Capítulo 4, es decir:

$$\delta R = \sqrt{(\delta w_0)^2 + [(\delta f)^2 + (\delta g)^2]E^2 + (f + 2gE)^2 (\delta E)^2} \quad (e.5)$$

En lo que concierne a la incertidumbre asociada a los promedios de los datos experimentales mostrados en las tablas de la sección 5.2 del capítulo referente a los Resultados, se utilizó la desviación estándar como medida de la incertidumbre, toda vez que es la que mejor representa la dispersión de los valores respecto a un valor promedio. Para un conjunto de  $n$  datos experimentales  $\{a_1, a_2, \dots, a_j, a_{j+1}, \dots, a_n\}$ , cuyo valor promedio es  $\bar{a}$ , la desviación estándar asociada,  $\sigma$ , está dada por:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (a_j - \bar{a})^2}{n - 1}} \quad (e.6)$$

## Bibliografía

- [1] Traducción personal de la entrevista a Röntgen hecha por H.J.W. Dam (1896) The New Marvel in Photography. *McClure's Magazine*. **4:5**, 413.
- [2] Boone JM en *Handbook of Medical Imaging*, editado por Beutel J, Kundel HL y Van Metter RL. SPIE, Washington, 2000, Vol. 1.
- [3] Paulus JM et al. (2000). High Resolution X-ray Computed Tomography: An Emerging Tool for Small Animal Cancer Research. *Neoplasia*. **62**: 62–70.
- [4] Oncovision, GEM-Imaging S.A. *Albira Technical Report*. Rev. 2.8, 2011.
- [5] Kesermans, Veerle et al. (2011). Micro-CT for Anatomic Referencing in PET and SPECT: Radiation Dose, Biologic Damage, and Image Quality. *The Journal of Nuclear Medicine*. **52**: 1827–1833.
- [6] Bushberg JT. *The Essential Physics of Medical Imaging*. Lippincott Williams & Wilkins. 2da edición. 2002.
- [7] Rodríguez-Villafuerte M. en *Fronteras de la física en el siglo XXI*, editado por Volke K y Miramontes O. CopIt-arXives. 2013. México, D. F.
- [8] Moya UE, Brandan ME, Martínez-Dávalos A, Ruiz-Trejo C, Rodríguez-Villafuerte M (2010). Parametrization of X-ray spectra appropriate for microCT scanners. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*. **613**: 152–155
- [9] Boone JM, Velazquez O, Cherry SR (2004). *Small-Animal X-ray Dose from Micro-CT*. *Molecular Imaging*. **3**: 149 -158.
- [10] Hendee WR, Ritenour ER. *Medical Imaging Physics*. Wiley-Liss. 4a edición. 2002.
- [11] Langland OE, Sippy FH & Langlais RP. *Textbook of Dental Radiology*. Charles C. Thomas Publisher. Segunda edición. 1984.
- [12] Griffiths DJ. *Introduction to electrodynamics*. Prentice Hall. 3ra edición. 1999.

## BIBLIOGRAFÍA

- [13] Hobbie RK & Roth BJ. *Intermediate Physics for Medicine and Biology*. Springer. 4ta edición. 2007.
- [14] Seibert JA (2004). X-Ray Imaging Physics for Nuclear Medicine Technologists. Part 1: Basic Principles of X-Ray Production. *J. Nucl. Med. Technol.* **32**:139–147.
- [15] Attix FH. *Introduction to radiological physics and radiation dosimetry*. WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. 2004.
- [16] Boone JM, Seibert A (1997). An accurate method for computer-generating tungsten anode x-ray spectra from 30 to 140 kV. *Medical Physics*. **24**: 1661–1670.
- [17] Boone JM, Fewell TR, Jennings RJ (1997). Molybdenum, rhodium, and tungsten anode spectral models using interpolating polynomials with application to mammography. *Medical Physics*. **24**: 1863–1874.
- [18] Fewell TR, Shuping RE (1977). Photon energy distribution of some typical diagnostic x-ray beams. *Medical Physics*. **4**: 187–197.
- [19] Fewell TR, Shuping RE. *Handbook of Mammographic X-ray Spectra*. U. S. Government Printing Office, 1978.
- [20] Seibert JA, Boone JM (2005). X-Ray Imaging Physics for Nuclear Medicine Technologists. Part 2: X-Ray Interactions and Image Formation. *Journal of Nuclear Medicine Technology* **33**: 3–18.
- [21] Fewell TR, Shuping RE. *Handbook of Computed Tomography X-ray Spectra*. U. S. Government Printing Office, 1981.
- [22] Johns HE, Cunningham JR. *The Physics of Radiology*. Charles C Thomas. 4a edición. 1983.
- [23] Dowsett DJ. *Radiological Sciences Dictionary. Keywords, names and definitions*. Hodder Arnold. 2009. Búsqueda por su nombre en inglés, *Half Value Layer*.
- [24] Moya-Sánchez UE. *Medición de espectros de rayos X para un microtomógrafo computarizado*. Tesis de maestría (Física Médica). PCF-UNAM. 2008.
- [25] Atomic Spectroscopy. A compendium of Basic Ideas, Notation, Data and Formulas. *National Institute of Standards and Technology (NIST)*. <http://physics.nist.gov/Pubs/AtSpec/node01.html> (revisado 3 de enero de 2015).
- [26] Podgoršak EB. *Radiation Physics for Medical Physicists*. Springer. 2006.

## BIBLIOGRAFÍA

[27] Gracia-Ezpeleta A en *Fundamentos de Física Médica*, editado por Brosed A. Sociedad española de física médica. Vol. 1. 2010.

[28] Chair CM, Coffey CW *et al.* (2001). AAPM protocol for 40-300 kV x-ray beam dosimetry in radiotherapy and radiobiology. *Med. Phys.* 28(6): 868–893.

[29] International Atomic Energy Agency, editor. *Dosimetry in diagnostic radiology: an international code of practice*. Technical Reports Series No. 457, 2007. Capítulos 4 y 8.

[30] Seguin FH *et al.* (1985). X-ray computed tomography with 50- $\mu$ m resolution. *Applied Optics*. 24: 4117–4123.

[31] Stock SR. *MicroComputed Tomography: Methodology and Applications*. CRC Press. Taylor & Francis Group. 2011.

[32] Ford NL *et al.* (2003). Fundamental image quality limits for microcomputed tomography in small animals. *Med. Phys.* 30(11): 2869–2877.

[33] Herrera-Márquez A. *Análisis cuantitativo de la dosis absorbida en radiocirugía estereotáxica*. Tesis de licenciatura (Ingeniería en energía). UAM-I, 2000.

[34] Moscovitch M & Horowitz YS (2007). Thermoluminescent materials for medical applications: LiF:Mg,Ti y LiF:Mg,Cu,P. *Radiation Measurements*. 41: S71–S77.

[35] Figueroa SD *et al.* (2008). TLD assessment of mouse dosimetry during microCT imaging. *Med. Phys.* 39(9): 3866–3874.

[36] Sanchez F *et al.* (2013). ALBIRA: A small animal PET/SPECT/CT imaging system. *Med. Phys.* 40: 051906-1 – 051906-11.

[37] Oncovisión, GEM-Imaging SA. Hoja de especificaciones *Albira CT Dose*. Registro Mercantil de la Provincia de Valencia. Tomo 7331; Libro 4632; Folio 155; Sección 8; Hoja V-86640. Julio de 2010.

[38] Horowitz YS *et al.* (2011). Mysteries of LiF TLD response following high ionization density irradiation: A glow curve shapes, dose response, the unified interaction model and modified track structure theory. *Radiat. Prot. Dosim.* 46: 1342–1348.

## BIBLIOGRAFÍA

- [39] Coeficientes polinomiales de la parametrización de los espectros de Rayos X realizada por Moya y colaboradores para el tubo Apogee (Oxford Instruments) con ánodo de tungsteno. <http://www.fisica.unam.mx/~brandan/spectra/AW.pdf> (revisado 28 de agosto de 2014)
- [40] Burden RL & Faires JD. *Análisis numérico*. Thomson Learning, 7ª edición. 2001.
- [41] Buhr H *et al.* (2012). Measurement of the mass energy-absorption coefficient of air x-rays in the range from 3 to 60 keV. *Phys. Med. Biol.* **57**: 8231–8247.
- [42] Reporte 74, sección 2: Specification of X-Ray Beams. *Journal of the ICRU*. 5(2). 21–24.
- [43] Tabla del NIST de los coeficientes másicos de atenuación en aire como función de la energía de rayos X monoenergéticos.  
<http://physics.nist.gov/PhysRefData/XrayMassCoef/ComTab/air.html>  
(Revisado: 26 de septiembre de 2016).
- [44] Tabla del NIST de los coeficientes másicos de absorción en agua como función de la energía de rayos X monoenergéticos.  
<http://physics.nist.gov/PhysRefData/XrayMassCoef/ComTab/water.html>  
(revisado 06 de octubre de 2014)
- [45] Buenfil AE & Ruiz CG. Manual interno del Laboratorio de Dosimetría del Instituto de Física de la UNAM.
- [46] Correspondencia personal con el Maestro en Ciencias Eduardo López Pineda, responsable del Laboratorio de Dosimetría del Instituto de Física de la UNAM. 2013.
- [47] Tabla del NIST de los coeficientes lineales de atenuación en aluminio como función de la energía de rayos X monoenergéticos.  
<http://1.usa.gov/W1xS2g> (revisado el 23 de septiembre de 2015).
- [48] Información provista por el Departamento de Radioterapia del Instituto Nacional de Cancerología. 2013.
- [49] Nunn AA *et al.* (2008). LiF:Mg,Tl TLD response as a function of photon energy for moderately filtered x-ray spectra in the range of 20-250 kVp relative to <sup>60</sup>Co. *Med. Phys.* 35(5): 1859–1869.
- [50] Lizuain-Arroyo MC en *Fundamentos de Física Médica*, editado por Brosed A. Sociedad española de física médica. Vol. 3. 2010.

## BIBLIOGRAFÍA

[51] Correspondencia personal con Vicente Carrilero, encargado de Seguridad Radiológica de Oncovision (España). 2014.

[52] ICRP (1977). Recommendations of the International Commission of Radiological Protection. Publication 26. *Ann. ICRP* **1**(3).

[53] Jaeger SS & Harnisch BD (1983). Corrected F factors for photons from 10 keV to 2 MeV. *Med. Phys.* **10**(5): 714–715.

[54] Cherry SR, Sorenson JA & Phelps ME. *Physics in Nuclear Medicine*. Saunders Elsevier. 4ta edición. 2012.

[55] Oxford Instruments, X-Ray Technologies, Inc. *Series 5000, Packed X-Ray Tubes: Technical Data Sheet*. Clave de documento: DS006 Rev. G.

[56] Berumen-Murillo F. *Caracterización de un microtomógrafo de rayos-X para estudios preclínicos utilizando resta de imágenes con medio de contraste*. Tesis de maestría (Física Médica). PCF-UNAM. 2016.

[57] AAPM TG-61 Report on Kilovoltage X-Ray Dosimetry: Formalisms and Applications. *Proceedings of the 22nd Annual EMBS International Conference*, AAMPG. Julio, 2000. 2308–2312.

[58] Hosseini Pooya SM & Orouji T (2014). Evaluation of Effective Sources in Uncertainty Measurements of Personal Dosimetry by a Harshaw TLD System. *J Biomed Phys Eng* **4**(2): 43–48.

[59] Correspondencia personal con el Maestro en Ciencias Francisco Berumen Murillo. 2016.

[60] Zoetelief J *et al.* (1997). Calculated energy response corrected factors for LiF thermoluminescent dosimeters employed in the seventh EULEP dosimetry intercomparison. *Phys. Med. Biol.* **42**: 1491–1504.

[61] Mole RH (1956). Quantitative observations on recovery from whole body irradiation in mice. I. Recovery after single large doses of radiation. *Br J Radiol.* **29**(346): 563–569.

[62] Yonezawa M (2006). Induction of Radio-resistance by Low Dose X-irradiation. *Yakugaku Zasshi.* **125**(10): 833–840.

[63] Amundson *et al.* (2001) Induction of gene expression as a monitor of exposure to ionizing radiation. *Radiat. Res.* **156**: 657–661.



## BIBLIOGRAFÍA

[64] McDermott PN & Orton CG. *The Physics and Technology of Radiation Therapy*. Medical Physics Publishing. 2010.

[65] *Isotope Browser*. Aplicación para teléfono móvil. IAEA Nuclear Data Section, Versión 2.5.23.

[66] Xu XG & Eckerman KF. *Handbook of anatomical models for radiation dosimetry*. Series in Medical Physics and Biomedical Engineering. CRC Press. Taylor & Francis Group. 2010.

[67] Correspondencia personal con los Maestros en Ciencias César Ruiz Trejo e Iván Domingo Muñoz. 2013.

[68] Cheney W & Kincaid D. *Numerical Mathematics and Computing*. Brooks/Cole. 6ta edición. 2007.

[69] Grossman SI. *Algebra lineal*. McGraw Hill. 5ta edición. 1994.

[70] Gardner JL. *Uncertainties in Photometric Integrals*. Commonwealth of Australia. Primera edición. 2005.

[71] Woolliams ER. *Determining the uncertainty associated with integrals of spectral quantities*. European Association of National Metrology Institutes (EURAMET). Reporte EMRP-ENG05-1.3.1, versión 1.0. 2013.

[72] Bergman R *et al.* *CALiPER Exploratory Study: Accounting for Uncertainty in Lumen Measurements*. Pacific Northwest National Laboratory. U. S. Department of Energy. Marzo, 2011.

[73] Guía para la expresión de incertidumbre en la medición (GUM, por sus siglas en inglés). *Joint Committee for Guides in Metrology*.

<http://www.bipm.org/en/publications/guides/gum.html>

(Revisado: 26 de septiembre de 2016).

[74] Khan F. *The Physics of Radiation Therapy*. Lippincott Williams & Wilkins. 4ta edición. 2010.