



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE POSGRADO DE CIENCIAS DE LA TIERRA
CENTRO DE CIENCIAS DE LA ATMÓSFERA**

*Análisis y evaluación de un esquema microfísico
parametrizado de dos momentos para el proceso de colisión-
coalescencia: Comparación con un modelo de microfísica
explícita.*

Tesis

**QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN CIENCIAS DE LA TIERRA**

PRESENTA:

Camilo Fernando Rodríguez Genó

TUTOR:

**Dr. Léster Augusto Alfonso Díaz
Universidad Autónoma de la Ciudad de México**

Ciudad Universitaria, Cd. Mx., junio de 2017



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

I. Resumen

En este trabajo se realiza la implementación del esquema parametrizado de dos momentos *WRF Double Moment 6-class* desarrollado por (Lim & Hong, 2009). La parametrización empleada se basa en el cálculo de la evolución de los momentos de una distribución gamma, obteniéndose las formulaciones para el proceso de colisión-coalescencia integrando de manera analítica la ecuación estocástica de colisión-coalescencia, obteniéndose ecuaciones para las razones de cambio de los contenidos de agua líquida y concentraciones de los hidrometeoros en nubes calientes a partir de los procesos de autoconversión, acreción y autocolección. Estos procesos fueron formulados utilizando la aproximación polinomial para el kernel de colección (Long, 1974). Se evaluó el comportamiento de la parametrización para unas condiciones y parámetros de la distribución dados. Se implementó el modelo de microfísica explícita desarrollado por (Bott, 1998) para la solución de la ecuación estocástica de colisión-coalescencia. Este modelo fue usado como referencia para comparar con la parametrización de dos momentos. De la comparación con el modelo de microfísica explícita se pudo observar como la parametrización de dos momentos subestima los espectros de gotas y cantidades totales de agua de nube, mientras que en los instantes iniciales sobreestima los mismos para el agua de lluvia. Además, se identificó la existencia de un aceleramiento artificial en la producción de gotas de lluvia, producido por un comportamiento anormal de la formulación de la fase inicial del proceso de autoconversión.

II. Abstract

In this work, the parameterized two moment microphysical scheme *WRF Double Moment 6-class*, developed by (Lim & Hong, 2009), is implemented. This parameterization is based on the calculation of the evolution of the moments of a gamma distribution, obtaining the formulations for each of the collision-coalescence processes by analytically integrating the stochastic collision-coalescence equation, obtaining equations for the ratios of liquid water content and concentrations of the hydrometeors in warm clouds for the processes of auto-conversion, accretion and self-collection. These processes were formulated using a polynomial approximation for the collection kernel (Long, 1974) and universal functions to establish similarity relationships. The behavior of the parameterization was evaluated for given conditions and parameters of the distribution. The explicit microphysics model developed by (Bott, 1998) was implemented to obtain the solution of the stochastic collision-coalescence equation. This model was used as reference to compare with the two-moment parameterization. From the comparison with the explicit microphysics model it was observed how the parameterization underestimates the drop spectra and bulk contents of cloud water, whereas in the initial instants it is overestimated for the rainwater classification. In addition, was identified the existence of an artificial acceleration in the raindrop production rate, due to an abnormal behavior of the formulation of the initial phase of the process of autoconversion.

III. Tabla de contenido

I.	Resumen.....	i
II.	Abstract.....	ii
III.	Tabla de contenido.....	iii
IV.	Introducción.....	v
	Procesos para la formación de nubes y precipitación.....	v
	Parametrización de los procesos de formación de lluvia cálida.....	vi
	Planteamiento del problema de investigación.....	viii
	Hipótesis de investigación.....	viii
	Estructura de la tesis.....	ix
1.	Marco teórico y estado del arte.....	1
1.1.	Microfísica explícita: modelo bin y método de los momentos.....	1
1.1.1.	Modelo microfísico tipo bin.....	2
1.1.2.	Método de los momentos.....	4
1.2.	Esquemas de parametrización microfísica tipo bulk.....	5
1.2.1.	Sistema de ecuaciones para los momentos de la distribución.....	5
1.2.2.	Aproximación de las distribuciones por tamaños empleando funciones maestras.....	6
1.2.3.	Técnicas empleadas para mejorar el comportamiento de los esquemas tipo bulk.....	8
1.3.	Representación del proceso de colisión-coalescencia en las parametrizaciones de microfísica explícita y tipo bulk.....	9
1.3.1.	Parametrizaciones de microfísica explícita.....	9
1.3.2.	Parametrizaciones tipo bulk.....	10
1.4.	Incertidumbre en los esquemas numéricos de microfísica de nubes.....	13
1.4.1.	Incertidumbre relacionada con las ecuaciones básicas.....	13
1.4.2.	Incertidumbre relacionada con los parámetros presentes en las ecuaciones básicas.....	14
1.4.3.	Incertidumbre relacionada con las observaciones.....	14
2.	Materiales y metodología de investigación.....	16
2.1.	Parametrización WDM6.....	16
2.1.1.	Sistema de ecuaciones.....	17
2.1.2.	Coalescencia.....	18
2.1.2.1.	Autoconversión.....	19
2.1.2.2.	Acreción y autocolcción.....	20

2.1.2.3.	Rompimiento de gotas de lluvia.....	22
2.1.3.	Implementación de la parametrización tipo bulk WDM6.....	22
2.2.	Parametrización de microfísica explícita.....	23
2.2.1.	Cambios realizados a la parametrización de microfísica explícita.....	27
2.3.	Metodología de comparación.....	29
2.4.	Condiciones iniciales y parámetros empleados.....	30
3.	Resultados y discusión.....	32
3.1.	Resultados de la parametrización WDM6.....	32
3.2.	Comparación entre los resultados de las simulaciones de microfísica explícita y la parametrización WDM6	34
3.2.1.	Comparación de las cantidades totales de concentración y contenido de agua de nube y lluvia	35
3.2.2.	Comparación de las distribuciones de concentración y contenido de agua de nube y lluvia.	37
4.	Conclusiones.....	41
5.	Recomendaciones.....	43
6.	Bibliografía.....	44

IV. Introducción

En la actualidad, los productos de los modelos numéricos para el pronóstico del tiempo, son un instrumento fundamental para los pronosticadores, investigadores, tomadores de decisiones y usuarios de forma general, debido a los procesos físicos que contemplan, el nivel de exactitud alcanzado y la información que brindan. Además, dichos modelos constituyen una herramienta de vital importancia para la investigación del comportamiento de la atmósfera en todas las escalas (microescala, mesoescala, escala sinóptica y escala global). Esto ha llevado a la formación a nivel mundial de científicos y especialistas dedicados a su investigación y desarrollo, con el objetivo de obtener una mayor calidad en el pronóstico, y un mayor entendimiento del comportamiento de la atmósfera.

Uno de los procesos más estudiados en el ámbito de modelación numérica del tiempo son los mecanismos de formación de precipitación. La modelación conduce a una mejor comprensión de los procesos físicos que dan inicio a la formación de nubes y precipitación, pero en muchos casos la demanda de recursos computacionales para resolver numéricamente los sistemas de ecuaciones físico-matemáticas que caracterizan la dinámica de la atmósfera es muy exigente, por lo que se recurre a la parametrización de dichos procesos. Los modelos parametrizados representan una simplificación de estos sistemas de ecuaciones, y por lo tanto de lo que ocurre realmente en la atmósfera. Esto introduce numerosos factores de error debido a la simplificación de estos procesos. Por ello requieren menos recursos de cómputo para su resolución, lo que es fundamental, ya que uno de los objetivos fundamentales de los modelos numéricos es realizar pronósticos del estado de la atmósfera en tiempo y con un grado de exactitud adecuado. Por ello recientemente, debido a la necesidad de representar cada vez mejor los procesos de formación de nubes y precipitación, se ha hecho un esfuerzo considerable en desarrollar parametrizaciones cada vez más precisas y complejas de procesos a una escala cada vez menor (microescala y mesoescala) como parte de los Modelos de Circulación General (**MCG**) (Grabowski & Smolarkiewicz, 1999) (Grabowski, 2003) (Grabowski, 2006) (F. Tao, Zhang, Liu, & Yokozawa, 2009) (W.-K. Tao & Moncrieff, 2009).

Procesos para la formación de nubes y precipitación

Basándonos en los rangos de temperaturas, el estado de agregación del agua, y los mecanismos que originan la precipitación en el interior de las nubes, la lluvia puede ser clasificada como “cálida” y “fría”, definiéndose la primera como aquella que no incluye la presencia de la fase sólida del agua en el desarrollo de la precipitación. Sin embargo, las nubes pueden tener ambos procesos de formación de

lluvia actuando de manera simultánea. Los procesos microfísicos que se deben tener en cuenta en una parametrización de lluvia “caliente” son los siguientes (Cotton & Anthes, 1989):

- La nucleación de gotas sobre partículas de aerosol atmosférico.
- La condensación y evaporación de gotas de nube, lluvia y llovizna.
- El desarrollo de un espectro de gotas de lluvia por la colisión y coalescencia de otras especies de hidrometeoros en estado líquido.
- La sedimentación diferencial de las diversas especies de gotas.

De acuerdo a nuestros propósitos en esta investigación, sólo se tratarán los procesos microfísicos responsables de la formación de la precipitación en nubes calientes. Esto nos limita al estudio del proceso fundamental que determina el desarrollo del espectro de gotas y la formación de precipitación en nubes calientes, que es denominado proceso de colisión-coalescencia de las gotas. Este se basa fundamentalmente en la diferencia de velocidad terminal entre las gotas que conforman la nube, sin embargo, cuenta con la limitante de no producir gotas suficientemente grandes de alrededor de 20 μm de radio (Pruppacher & Klett, 1997). Una forma de analizar este proceso sin tener en cuenta la evolución de cada gota, es separar el contenido de agua líquida en dos clases: gotas de nube y gotas de lluvia (Kessler, 1969).

Este enfoque es el más aceptado e implementado en los modelos atmosféricos (tanto para esquemas de uno o dos momentos), e implica el empleo de procesos discretos y artificiales que describan la transición de una clase a otra debido a la coalescencia de pares de gotas. Estos procesos son (Beheng, 2010):

- **Autoconversión:** Es cuando dos gotas de nube forman una gota de lluvia.
- **Autocolección:** Es el término usado para definir la coalescencia de dos gotas de la misma clase, resultando una gota que permanece en la misma.
- **Acreción:** Es cuando una gota de nube es capturada por una gota de lluvia.

Parametrización de los procesos de formación de lluvia cálida

Existen dos enfoques fundamentales para parametrizar el proceso de colisión-coalescencia. Estos son: el enfoque de microfísica explícita o métodos “bin”, y el empleo de modelos parametrizados basados en la separación del contenido de agua líquida en clases o modelos “bulk” (A. P. Khain et al., 2015).

Los esquemas tipo “bulk” representan las propiedades microfísicas más importantes de las nubes empleando una descripción de las distribuciones de partículas por tamaño (PSD por sus siglas en inglés)

donde “ m ” denota la masa de la partícula, por lo que son más eficientes computacionalmente. La eficiencia de estos esquemas microfísicos radica en que no consideran las ecuaciones para los PSD de los distintos hidrometeoros, sino para un cierto número de momentos de la distribución. El momento de orden k de una distribución está dado por
$$M_k = \int m^k N(m) dm$$
, siendo k un número entero.

Los esquemas que usan un solo momento de la distribución son conocidos como esquemas de un momento y usualmente calculan la masa de los hidrometeoros ($k=1$), mientras que los esquemas que emplean dos momentos calculan normalmente la concentración ($k=2$) y la masa ($k=1$) y son denominados esquemas de doble momento. El sistema de ecuaciones para calcular los momentos de la distribución no es cerrado ya que las ecuaciones para el momento k -ésimo incluye términos con momentos de orden superior (Seifert & Beheng, 2001). Este problema es resuelto representando la distribución en forma de funciones matemáticas específicas que están determinadas por un cierto número de parámetros, típicamente alguna variante de la función gamma es empleada.

El enfoque de microfísica explícita o “bin” se encuentra dirigido a simular de la manera más precisa posible los procesos microfísicos y de formación de la precipitación en nubes cálidas. Estos se basan en el cálculo de la evolución de la distribución resolviendo ecuaciones microfísicas explícitas. Para ello no se necesita información previa acerca de las características de la distribución. En su lugar, la evolución de la distribución es calculada en una rejilla en diferencias finitas que contiene un cierto número de secciones o “bins”. Los esquemas de microfísica explícita de primera generación (Clark, 1973) se diferencian ampliamente de los contemporáneos (A. P. Khain et al., 2015) (A. P. Khain, Leung, Lynn, & Ghan, 2009) fundamentalmente en el grado de detalle con que describen los procesos microfísicos. Esto es dado principalmente por el incremento de la capacidad de cómputo, que ha hecho posible describir de manera explícita la estructura de las nubes al nivel de microescala y desarrollar e implementar nuevos esquemas microfísicos de este tipo, aplicándolos en simulaciones de un amplio rango de fenómenos meteorológicos (A. P. Khain et al., 2015).

Las ecuaciones usadas en esquemas de microfísica explícita no están restringidas a situaciones meteorológicas específicas, por lo que una gran ventaja de este tipo de modelos es su portabilidad, ya que el mismo esquema puede ser usado sin modificarse en un amplio rango de simulaciones de fenómenos atmosféricos. En cambio, en los esquemas “bulk”, los parámetros microfísicos fijados deben ser escogidos en dependencia del sistema de nubes que se desea simular.

El número de ecuaciones a resolver en los esquemas explícitos es directamente proporcional al número de secciones que se empleen y al número de especies de hidrometeoros. Normalmente se calculan entre 200 y 300 variables, mientras que en los de tipo “bulk” el número se encuentra entre 6 y 18 variables, lo que hace que para estos últimos los requisitos computacionales sean sustancialmente menores que los de tipo “bin” (A. P. Khain et al., 2015).

En ocasiones es una tarea complicada el decidir qué tipo de enfoque microfísico emplear, por lo que deben ser valoradas cuidadosamente las ventajas y desventajas que presentan cada uno de ellos en dependencia del propósito, fenómeno y tipo de simulación a realizar (F. Tao et al., 2009). Por ello es de vital importancia identificar las debilidades de las parametrizaciones de cada uno de los fenómenos microfísicos e intentar mejorar dichos algoritmos de manera constante. Sin embargo, algunas de estas debilidades son intrínsecas a los esquemas microfísicos, por lo que resultan extremadamente difíciles de mejorar.

Una de las parametrizaciones implementadas y más usadas dentro del ampliamente usado modelo de pronóstico numérico *Weather Research and Forecast (WRF)* es la denominada *WRF Double Moment 6-class (WDM6)*. Dicho esquema fue desarrollado con el objetivo de obtener una nueva forma de calcular los procesos microfísicos que dan lugar a la formación de nubes y precipitación (Lim & Hong, 2009). Este esquema predice dos momentos de la distribución, empleando la clasificación enunciada por (Kessler, 1969) donde divide el espectro en gema de nube y agua de lluvia. Dicha parametrización es un ejemplo clásico del cálculo de la evolución del espectro de gotas por los procesos involucrados en la colisión-coalescencia, por lo que su análisis aportaría un punto de vista invaluable en cuanto a las ventajas y dificultades en la modelación numérica de estos procesos.

Planteamiento del problema de investigación

De lo expuesto anteriormente podemos concluir que el efecto general de los procesos de colisión-coalescencia, y de otros parámetros de la distribución cumplen un papel fundamental al formular parametrizaciones más exactas para pronosticar la formación de nubes y precipitación. Por ello nos planteamos como problema de investigación la siguiente pregunta:

¿Las parametrizaciones microfísicas actuales basadas en el cálculo de la evolución de los momentos de la distribución representan de manera adecuada los procesos de colisión y coalescencia?

Hipótesis de investigación

En base al problema de investigación planteado surge la siguiente *hipótesis*:

Mediante un análisis detallado de la parametrización microfísica de dos momentos WDM6, lograremos un mejor entendimiento de los procesos de colisión y coalescencia, y encontraremos limitaciones y ventajas que nos permitan mejorar en un futuro la modelación numérica de dichos procesos.

Por ello nos trazamos como *Objetivo General* del trabajo:

Objetivo general:

Evaluar y analizar la parametrización microfísica de dos momentos WDM6 a partir de su comparación con un esquema explícito.

Para alcanzar dicho objetivo nos proponemos como metas específicas:

Objetivos específicos:

- Asimilar la parametrización de dos momentos *WDM6* implementada en el *WRF*.
- Implementar la sección de colisión-coalescencia de la parametrización *WDM6*.
- Simular bajo unas condiciones iniciales y parámetros determinados los procesos de colisión-coalescencia.
- Evaluar los resultados de la simulación a través de la comparación con los resultados de la solución numérica de la ecuación estocástica de colisión-coalescencia.

Estructura de la tesis

El trabajo de diploma estará estructurado en tres capítulos. En el Capítulo 1 se expondrá el marco teórico y estado del arte respecto a los enfoques parametrizados de los procesos microfísicos de formación de la precipitación en nubes calientes. En el capítulo 2 se expondrán los materiales y métodos empleados en el desarrollo de la investigación, se expondrá de manera detallada la parametrización microfísica seleccionada, así como el método de microfísica explícita empleado para la evaluación, además de explicar con detalle la metodología de comparación desarrollada para hacer posible la evaluación. Finalmente, el Capítulo 3 estará dedicado a exponer los resultados y la discusión de los mismos. Se realizará un análisis de los resultados de las simulaciones, y se establecerá la comparación y evaluación del esquema microfísico *WDM6*.

1. Marco teórico y estado del arte

En este capítulo expondremos el marco teórico en que se basan las parametrizaciones de microfísica, enfocándonos en el proceso de colisión y coalescencia de gotas. Se abordarán las bases, técnicas y características de las parametrizaciones de nubes calientes contemporáneas.

1.1. Microfísica explícita: modelo *bin* y método de los momentos

La ecuación cinética para la evolución de la distribución correspondiente al hidrometeoro k empleada en los modelos de microfísica explícita puede ser expresada de la forma siguiente (Khain et al, 2015):

$$\frac{dN_k}{dt} = \left(\frac{dN_k}{dt} \right)_{\text{cond}} + \left(\frac{dN_k}{dt} \right)_{\text{evap}} + \left(\frac{dN_k}{dt} \right)_{\text{col}} + \left(\frac{dN_k}{dt} \right)_{\text{co}} + \left(\frac{dN_k}{dt} \right)_{\text{turb}}$$

donde u , v y w son las componentes de la velocidad del viento, W_t es la velocidad terminal que depende de la masa de la partícula, el tipo de hidrometeoro y la densidad del aire. Los términos del miembro derecho de la ecuación corresponden a las razones de producción de los distintos procesos microfísicos tales como nucleación, condensación y evaporación, congelación y fusión, colisión y coalescencia, etc. El último término corresponde a la mezcla turbulenta empleando el coeficiente de turbulencia K . En el presente trabajo sólo nos interesan los procesos relacionados con la colisión y coalescencia puramente, por lo que la ecuación anterior puede ser expresada de la siguiente forma:

$$\frac{dN_k}{dt} = \left(\frac{dN_k}{dt} \right)_{\text{col}} + \left(\frac{dN_k}{dt} \right)_{\text{co}}$$

Para calcular la evolución de la distribución según la ecuación (1) se emplean principalmente dos esquemas. Ellos son el modelo microfísico tipo *bin* (BM por sus siglas en inglés) y el método microfísico de los momentos (MMM) respectivamente.



Figura 1. Rejilla de masa empleada para representar una distribución según el enfoque de microfísica explícita

1.1.1. Modelo microfísico tipo bin

Este método se remonta a los estudios realizados por Berry y Reinhardt, en donde la distribución se encuentra definida por una rejilla de masa logarítmica que contiene un cierto número de secciones (Figura 1). Uno de los parámetros más importantes para la construcción de la malla es la razón r (Edwin X. Berry & Reinhardt, 1974a). En la mayoría de los modelos de este tipo se considera $r = 1.05$, en dependencia del problema a solucionar y al número de secciones deseadas. La gran ventaja que presenta este diseño de rejilla es que su resolución es mayor para las partículas más pequeñas, y disminuye de manera gradual a medida que se incrementa la masa de la partícula. La concentración de las partículas N y el contenido de agua líquida (masa) M , pueden ser calculados integrando la ecuación de la distribución:

$$\int_{m_1}^{m_{max}} N(m) dm = M$$

Por definición, las unidades de la distribución son kg^{-1} . Además, es conveniente definir otra distribución normalizada (Edwin X. Berry & Reinhardt, 1974a):

$$f(m) = \frac{N(m)}{M}$$

$$f(m) = \frac{N(m)}{M}$$

siendo r el radio de la esfera equivalente de masa m . Las funciones de la distribución $N(m)$ y $f(m)$ se relacionan de la forma $N(m) = M f(m)$. Entonces la anterior relación de las distribuciones expresada en diferencias finitas sería (Edwin X. Berry & Reinhardt, 1974a):

donde i es un número entero que representa la sección o *bin*. Entonces la representación en diferencias finitas de la ecuación (3) en una rejilla logarítmica equidistante significaría que

$\frac{m_i - m_{i-1}}{\Delta x_i}$. Por lo tanto, la concentración y la masa pueden ser expresados sencillamente como $\frac{m_i}{\Delta x_i}$ y m_i respectivamente. La concentración total y la masa total pueden ser calculadas como la suma de sus valores correspondientes en todas las secciones:

$$\sum_{i=1}^N \frac{m_i}{\Delta x_i} \quad \text{y} \quad \sum_{i=1}^N m_i$$

Esta forma de presentar la distribución de manera discreta en una rejilla de masa es fácil de incorporar a simulaciones numéricas. La ecuación (5) relaciona únicamente la concentración numérica y la masa presente en las secciones. Entonces aplicando lo anterior a la ecuación (1), la ecuación cinética para la distribución en una rejilla de masa puede ser representada por un sistema de ecuaciones para los valores de la distribución en la sección i -ésima (A. P. Khain et al., 2015):

$$\frac{dm_i}{dt} = \dots$$

La característica fundamental en este tipo de esquemas explícitos es la masa de la gota. Realmente, gotas de la misma masa poseen diferentes características tales como densidad, salinidad, etc, por lo que deberían ser categorizadas por otros parámetros. Sin embargo, el enfoque típico empleado en modelos de nube es promediar los valores de dichos parámetros para las partículas ubicadas en determinada sección de la rejilla. Con esta simplificación, todos los parámetros de las partículas tales como densidad o radio equivalente pueden ser expresados a través de la masa empleando relaciones empíricas (Pruppacher & Klett, 1997). Gracias a ello, la distribución de un hidrometeoro determinado se considera unidimensional, dependiendo únicamente de la masa de la partícula o gota, siendo el número total de ecuaciones para las distribuciones igual al número de secciones en que está dividida la rejilla multiplicado por la cantidad de hidrometeoros de diferentes clases.

La ventaja de este método es su sencillez, ya que puede ser fácilmente modificado para añadir nuevas características, tipos de hidrometeoros, o nuevos parámetros para las gotas y partículas que componen una nube. Además, permite la utilización de cualquier tipo de kernel de colisión, ya sea polinomial o de otro tipo. Estas ventajas explican la amplia implementación de diferentes tipos de parametrizaciones de microfísica explícita tipo *bin* en modelos a escala de nube, así como en modelos regionales y de mesoescala como el *WRF* (Weather Research and Forecast) (A. P. Khain et al., 2009), el *GCE* (Goddard Cumulus Ensemble) (W.-K. Tao et al., 2007) (Li, Tao, Khain, Simpson, & Johnson, 2009a) (Li, Tao, Khain, Simpson, & Johnson, 2009b) y otros.

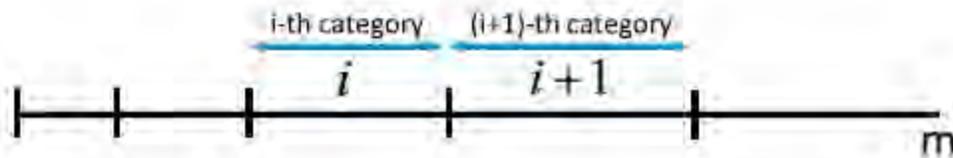


Figura 2. Separación del eje de masa en categorías a partir del método de los momentos

1.1.2 Método de los momentos

En el método de los momentos, el eje de masa es separado en categorías (Figura 2) de tal manera que las fronteras de cada una forman una rejilla logarítmica equidistante. En cada categoría la distribución es caracterizada por un determinado número de momentos de la distribución, por ejemplo, masa y concentración numérica (Tzivion (Tzitzvashvili), Feingold, & Levin, 1987) (Tzivion (Tzitzvashvili), Feingold, & Levin, 1988). Por lo tanto, las ecuaciones para cada categoría no son formuladas para la distribución, sino para sus momentos, que son definidos para cada categoría como:

$$\int ()$$

por lo que el momento de orden cero representa la concentración numérica para la i -ésima sección, el momento de orden 1 está relacionado con la masa, y el momento de orden 2 es proporcional a la reflectividad. Para poder calcular estas integrales es necesario realizar cierto número de suposiciones sobre el comportamiento de la distribución dentro de cada categoría: son consideradas continuas y se asume que presentan una relación lineal con la masa. Varios autores han resuelto sistemas de ecuaciones para calcular los momentos de orden cero y orden 1 para cada categoría (Tzivion (Tzitzvashvili) et al., 1987) (Yin, Levin, Reisin, & Tzivion, 2000) (Saleeby & Cotton, 2004) (Xue, Teller, Rasmussen, Geresdi, & Pan, 2010) (Teller & Levin, 2008). La forma de las ecuaciones es similar a la ecuación (6). Para calcular las cantidades totales de concentración y masa de un hidrometeoro determinado, el MMM emplea un esquema numérico análogo al método de los trapecios para resolver las integrales expresadas en la ecuación (2).

El número de ecuaciones en el método de los momentos es igual a la multiplicación del número de hidrometeoros, el número de categorías y el número de momentos calculados en cada categoría. El MMM

resuelve dos ecuaciones para los momentos en cada categoría, por lo que opera con el doble de variables que el método *bin*. Con el objetivo de simplificar las operaciones, se emplea el kernel de colisión elaborado por (Low & List, 1982a) (Low & List, 1982b). Diversos estudios han demostrado que empleando 36 categorías se obtienen resultados con una precisión similar a aquellos empleando 72 y 144 categorías (Tzivion (Tzitzvashvili) et al., 1987).

El esquema MMM ha sido empleado en el estudio de nubes orográficas (Xue et al., 2010), convección tropical profunda (Yin et al., 2012), entre otros.

1.2. Esquemas de parametrización microfísica tipo *bulk*

Otro tipo de esquemas microfísicos son los denominados *bulk*, los que se basan en dividir el espectro de gotas en clasificaciones bastante amplias, y calcular los momentos de la distribución y su evolución en el tiempo.

1.2.1. Sistema de ecuaciones para los momentos de la distribución

Al multiplicar la ecuación (1) por m^k e integrar sobre la masa, se obtiene el sistema de ecuaciones para el momento k -ésimo de la distribución por masa para el meteoro k ,

$$\frac{dM_k}{dt} = \dots$$

El significado físico de los términos de la ecuación (8) es similar a aquellos en la ecuación (1), considerando que todas las razones de producción de los procesos microfísicos están expresadas para los momentos de la distribución. Por lo tanto, el número de ecuaciones de (8) es igual al número de momentos empleados en el esquema microfísico multiplicado por el número de clases de hidrometeoros. En consecuencia, el número de ecuaciones en las parametrizaciones tipo *bulk* es usualmente un orden de magnitud menor que en los métodos de microfísica explícita. Desde su origen el número de momentos calculados se ha incrementado, así como la complejidad de las parametrizaciones, de dos en el esquema de Kessler (Kessler, 1969) hasta 18 en el esquema de Milbrandt y Yau (Milbrandt & Yau, 2005b) (Milbrandt & Yau, 2006).

1.2.2. Aproximación de las distribuciones por tamaños empleando funciones maestras

La inmensa mayoría de los esquemas tipo *bulk* usan la distribución gamma como función maestra para aproximar las distribuciones de los distintos hidrometeoros. Esta distribución tiene la forma siguiente (Seifert & Beheng, 2001):

$$f(m) = \frac{1}{\Gamma(k)} \left(\frac{m}{\theta}\right)^{k-1} \exp\left(-\frac{m}{\theta}\right) \quad (9)$$

donde θ es el intercepto, k es el parámetro de forma, θ/k es la pendiente o el parámetro de escala, y θ es el parámetro de dispersión. Los parámetros k y θ determinan la forma de la distribución a una masa muy pequeña (parámetro de forma inicial) y a masas muy grandes (parámetro de forma final) respectivamente. En algunos casos se emplea como variable independiente el radio r o el diámetro efectivo D en lugar de la masa. En estos casos la distribución puede expresarse como (Schoenberg Ferrier, 1994) (Milbrandt & McTaggart-Cowan, 2010):

$$f(r) = \frac{1}{\Gamma(k)} \left(\frac{r}{\theta}\right)^{k-1} \exp\left(-\frac{r}{\theta}\right) \quad (10)$$

En el caso de una relación uno a uno entre el radio y la masa, así como para partículas esféricas, se pueden convertir fácilmente las respectivas distribuciones. Usando la relación $m = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$ (siendo ρ la densidad del hidrometeoro), se pueden obtener las siguientes relaciones entre los parámetros de las ecuaciones (9) y (10): $k = \frac{3}{2}k_r$ y $\theta = \frac{2}{3}\theta_r$ (A. P. Khain et al., 2015). También son usadas otros tipos de expresiones como es (Saleeby & Cotton, 2004):

$$f(m) = \frac{1}{\Gamma(k)} \left(\frac{m}{\theta}\right)^{k-1} \exp\left(-\frac{m}{\theta}\right) \quad (11)$$

La distribución gamma presentada en la ecuación (9) es igual a cero en $m=0$, tiene un máximo y posteriormente tiende a cero cuando $m \rightarrow \infty$. Ya que las distribuciones de gotas observadas tienen como regla dos modos, el primero corresponde a gotas de nube con radios menores a $10 \mu\text{m}$ y centrado en $5 \mu\text{m}$, y el segundo corresponde a gotas de lluvia con radios tan grandes como 3-4 mm en algunas ocasiones (Pruppacher & Klett, 1997), entonces las distribuciones por tamaño que incluyen tanto gotas de nube como de lluvia evidentemente no son caracterizadas por una sola distribución gamma. Para evitar este tipo de situaciones todos los esquemas tipo *bulk*, sin excepción, hacen una distinción entre gotas de nube, contempladas en una distribución gamma, y gotas de lluvia, caracterizadas normalmente, aunque no exclusivamente, por una distribución exponencial. En consecuencia, las gotas en estado líquido son representadas por dos tipos de hidrometeoros: gotas de nube y gotas de lluvia.

4 parameters formula :
(gamma distribution)

$$f(m) = N_0 m^\nu e^{-\lambda m^\mu}$$

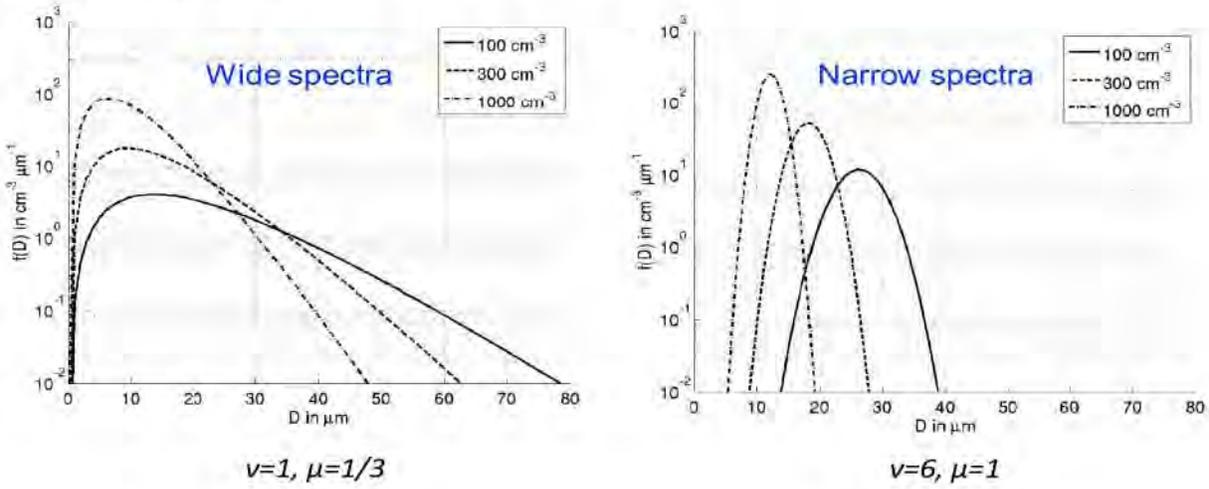


Figura 3: Ejemplos de distribuciones gamma seleccionadas para aproximar un espectro de gotas ancho (izquierda) y uno estrecho (derecha). Los parámetros ν y μ son mostrados.

Dicha clasificación está argumentada con bases físicas, ya que el proceso de colisión produce un modo de gotas de nube separado de las gotas de lluvia, con un mínimo bien acentuado separando ambos modos, usualmente localizados en radios entre 25 a 60 μm . Es aceptado que el radio que separa ambos modos es igual a 30 μm . La figura 3 muestra ejemplos de distribuciones gamma generales empleadas para aproximar espectros tanto anchos como estrechos en esquemas de parametrización tipo *bulk*. Una gran ventaja de emplear funciones gamma es que las tasas de producción de los procesos microfísicos pueden ser calculadas de manera sencilla (Morrison & Gettelman, 2008). Se ha demostrado que los espectros de gotas promediados sobre grandes distancias y grupos numerosos de nubes pueden ser aproximados de manera razonable con una distribución gamma, empleando el diámetro de las gotas como variable independiente (Mazin, Khrgian, & Imyanitov, 1989).

Diversos análisis de datos observacionales mostraron que la forma de los espectros de gotas en las nubes evoluciona en el tiempo y la altura de tal forma que todos los parámetros de las distribuciones gamma deben cambiar para preservar la aproximación a los espectros, y estos cambios resultaron estar relacionados (Tampieri & Tomasi, 1976) (Dooley, 2008). Estrictamente hablando, para determinar cuatro parámetros en la expresión (8) de una distribución gamma, se requiere la solución de cuatro ecuaciones, por lo que deberían ser usados esquemas tipo “bulk” de cuatro momentos. Sin embargo, los esquemas recientes no usan más de tres momentos, por lo que, en esquemas de uno, dos y tres momentos, hay 3, 2 y

1 parámetros respectivamente que deben ser fijados previamente o calculados empleando relaciones semiempíricas adicionales (A. P. Khain et al., 2015).

1.2.3. Técnicas empleadas para mejorar el comportamiento de los esquemas tipo *bulk*

Tres enfoques fundamentales son empleados para mejorar la aproximación de las distribuciones a partir de funciones gamma en esquemas de parametrización tipo *bulk*. El primero de ellos es ampliamente usado en esquemas de doble momento, e involucra la implementación de relaciones entre los distintos parámetros de las funciones gamma empleadas. Dichas relaciones han sido aplicadas en esquemas microfísicos, y fueron obtenidas de simulaciones empleando esquemas microfísicos explícitos. Por ejemplo, se ha usado la relación entre λ y la razón de mezcla de agua de lluvia para describir la distribución por tamaños de la lluvia (Thompson, Rasmussen, & Manning, 2004). Nótese que el empleo de estas relaciones entre parámetros de la misma distribución mantiene un solo modo en la misma. Sin embargo, se han hallado espectros bimodales de gotas en observaciones realizadas en nubes tipo estratocúmulo (Korolev, 1994) (Korolev, 1995), y en diversas simulaciones numéricas realizadas (Magaritz, Pinsky, Krasnov, & Khain, 2009) (Magaritz, Pinsky, & Khain, 2010). Por lo tanto, la caracterización de los espectros de gotas a partir de distribuciones gamma con un solo modo no representan de forma adecuada la estructura microfísica de las nubes y los procesos microfísicos asociados.

El segundo enfoque consiste en implementar modos adicionales en las distribuciones empleadas. Ejemplo de ello es la implementación de un tercer modo adicional para la llovizna, localizado entre los modos correspondientes al agua de nube y agua de lluvia, en el modelo *RAMS* (Saleeby & Cotton, 2004). La implementación de este tercer ha dado como resultado la demora del proceso de formación de lluvia y ha conducido a mejoras importantes al ser implementados en simulaciones de nubes tipo estratocúmulo y ser comparados con datos observacionales (Sant, Lohmann, & Seifert, 2012).

El tercer enfoque consiste en la utilización de esquemas de tres momentos, permitiendo de esta forma el cálculo de tres parámetros en las ecuaciones (9) a (11). Esta variante ha sido aplicada en diversas parametrizaciones (Milbrandt & Yau, 2006) (Loftus & Cotton, 2014).

A manera de resumen, podemos decir que el empleo de distribuciones gamma para representar espectros de gotas se muestra demasiado simple para describir de manera adecuada la variabilidad y algunas características específicas de distribuciones locales en nubes. Así mismo, no es sencillo determinar el error producido por la forma del espectro calculado, que se propaga a los resultados de los modelos tales

como precipitación y temperatura, ya que las variables pronosticadas son afectadas por muchos factores, siendo los procesos microfísicos sólo uno de ellos. Por otra parte, algunas de las cantidades integrales calculadas por los modelos (por ejemplo, acumulados de precipitación) pueden ser muy sensibles al contenido y concentración de los hidrometeoros presentes, pasando a un segundo plano a la forma del espectro.

1.3. Representación del proceso de colisión-coalescencia en las parametrizaciones de microfísica explícita y tipo *bulk*

En esta sección les mostraremos es tratamiento de manera específica de los procesos que intervienen en la colisión y coalescencia de gotas, en ambos tipos de parametrizaciones vistos hasta el momento.

1.3.1. Parametrizaciones de microfísica explícita

La evolución del espectro de gotas debido a colisiones entre gotas líquidas, sin considerar el rompimiento de las mismas, es descrita por la ecuación estocástica de colisión-coalescencia (*SCE* por sus siglas en inglés) (Pruppacher & Klett, 1997):

$$\frac{dN(m)}{dt} = \int_0^m K(m, m') N(m') N(m - m') dm' - \int_0^m K(m, m') N(m) N(m') dm'$$

La primera integral del miembro derecho de la ecuación describe la tasa de generación de gotas de masa m por coalescencia con gotas de masa m' y $m - m'$, mientras que la segunda integral describe la disminución en la concentración de gotas con masa m . El kernel de colisión es dado por:

$$K(m, m') = E(m, m') \frac{m + m'}{2} |v - v'|$$

donde $E(m, m')$ representa la eficiencia de colección entre dos gotas de masa m y m' . En todos los esquemas de microfísica explícita las colisiones son calculadas resolviendo la ecuación (12). El kernel de colisión depende de la masa de la gota colectora y tiene en cuenta los efectos causados por la forma de la gota. Este kernel de colisión se basa en la diferencia de velocidades terminales que ocurre con la disminución de la densidad del aire. Se ha demostrado que un incremento en la diferencia de las velocidades terminales conduce a un aumento en la eficiencia de colisión. Como consecuencia de ello, para algunos pares de gotas, el kernel de colisión a una altitud de 5 a 6 km es el doble que en la superficie.

Existen varios métodos para resolver el SCE (A. Khain, Ovtchinnikov, Pinsky, Pokrovsky, & Krugliak, 2000) (Straka, 2009), siendo uno de los más conocidos el desarrollado por Bott (Bott, 1998). Estos métodos son bastante precisos y están en concordancia con soluciones analíticas conocidas (Golovin, 1963) (Feingold, Tzivion (Tzitzvashvili), & Leviv, 1988). Ya que la ecuación (12) es resuelta de manera explícita para todo el espectro, sin separarlo en gotas de nubes y gotas de lluvia, los problemas relacionados con la autoconversión, acreción, y otros procesos relacionados a la conversión de gotas de nube a gotas de lluvia, no son considerados.

1.3.2. Parametrizaciones tipo *bulk*

La colisión de gotas en el interior de las nubes contempla varios procesos que se analizan de manera diferenciada. Estos son:

- Autocolección (*sc*): Se refiere a las colisiones entre gotas pertenecientes a la misma clase de hidrometeoros que dan como resultado gotas del mismo tipo.
- Autoconversión (*au*): Es el proceso en que dos gotas de nube colisionan, creando una gota de lluvia.
- Acreción (*acc*): Contempla la colisión de gotas de lluvia con gotas de nube, conduciendo a un crecimiento de las gotas de lluvia.

Para describir las tasas de producción correspondientes a los procesos microfísicos ya mencionados, se calculan los momentos de la distribución usando la ecuación (12) (Beheng, 2010):

$$\frac{d\langle r^k \rangle}{dt} = \int_0^\infty \int_0^\infty (r_1^k + r_2^k - (r_1 + r_2)^k) N(r_1, r_2) dr_1 dr_2 + \int_0^\infty \int_0^\infty (r_1^k + r_2^k - (r_1 + r_2)^k) N(r_1, r_2) dr_1 dr_2$$

$$\frac{d\langle r^k \rangle}{dt} = \int_0^\infty \int_0^\infty (r_1^k + r_2^k - (r_1 + r_2)^k) N(r_1, r_2) dr_1 dr_2 + \int_0^\infty \int_0^\infty (r_1^k + r_2^k - (r_1 + r_2)^k) N(r_1, r_2) dr_1 dr_2$$

$$\frac{d\langle r^k \rangle}{dt} = \int_0^\infty \int_0^\infty (r_1^k + r_2^k - (r_1 + r_2)^k) N(r_1, r_2) dr_1 dr_2 + \int_0^\infty \int_0^\infty (r_1^k + r_2^k - (r_1 + r_2)^k) N(r_1, r_2) dr_1 dr_2$$

Las ecuaciones (14) y (15) representan los momentos de las distribuciones de las gotas de nube y lluvia correspondientes a la integral de pérdida de la SCE, mientras que la ecuación (16) representa la integral de ganancia, reflejando la tasa de producción de gotas de lluvia (A. P. Khain et al., 2015).

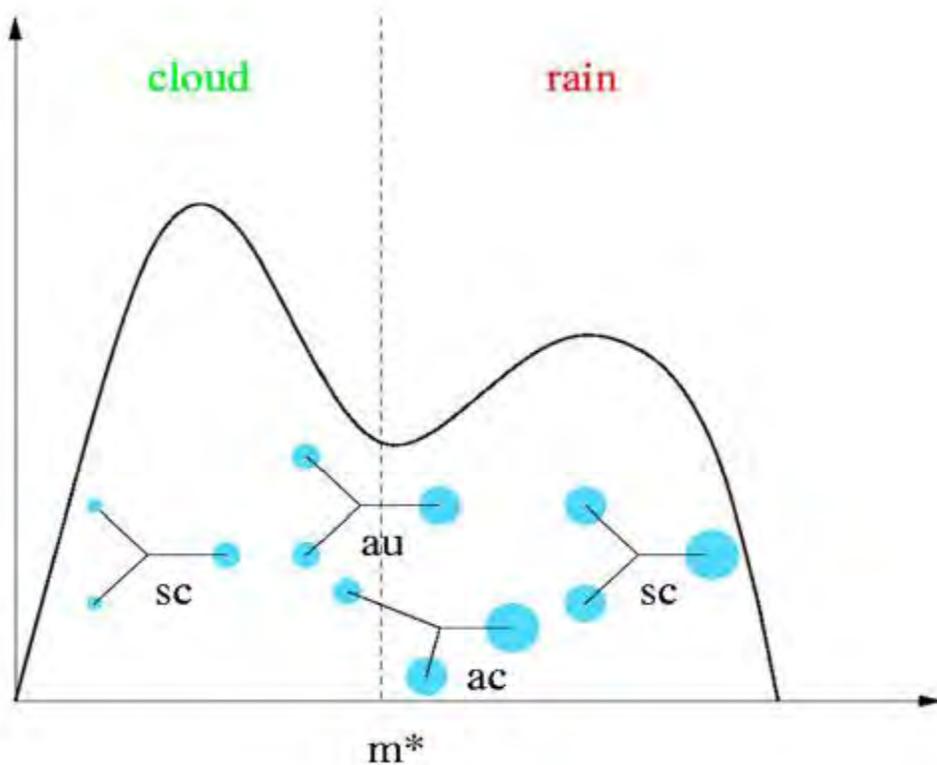


Figura 4: Esquema del espectro de gotas separado en gotas de nube y lluvia y definición de los procesos de colisión-coalescencia. (Tomada de Beheng, 2012).

Escribir el término de autoconversión de forma analítica en el marco de las parametrizaciones tipo *bulk* ha demostrado ser una tarea difícil (Yano & Bouniol, 2010). Sin embargo, los términos concernientes a la acreción y autoconversión son relativamente sencillos de formular. La primera parametrización empírica del proceso de autoconversión fue propuesta por Kessler (Kessler, 1969). Según su teoría, la tasa de producción de agua de lluvia producto de la colisión de gotas es directamente proporcional a la razón de mezcla de las gotas de nube (λ).

$$\frac{dW_r}{dt} = k \lambda \frac{W_c}{W_r} \left(\frac{dW_c}{dt} \right) \quad (17)$$

En la ecuación (17), W_c y W_r son los contenidos de agua de nube y de lluvia respectivamente, k y λ son parámetros del modelo que deben ser calibrados con el objetivo de simular la formación de la precipitación de diferentes tipos de nubes. El valor umbral λ normalmente tiene valores que varían en un rango entre 0.5 y 1, mientras que k (Straka, 2009). A pesar del hecho de que esta formulación no considera la forma del espectro de gotas, es ampliamente usada en parametrizaciones tipo *bulk* (Lin, Farley, & Orville, 1983) (Reisner, Rasmussen, & Bruintjes, 1998). Por ello, la ecuación (17) predice tasas de producción de gotas de lluvia similares cuando los contenidos de agua de nube son los

mismos, incluso si los espectros de gotas son diferentes. Sin embargo, varios estudios han demostrado que la formación de lluvia depende enormemente de los parámetros de la distribución, incluso teniendo los mismos contenidos de agua (Straka, 2009) (A. P. Khain et al., 2015). Una de las mayores ventajas de parametrización de Kessler es su sencillez y fácil implementación en cualquier tipo de simulación, pero precisamente por eso no guarda relación alguna con la solución de la *SCE* (12). Específicamente, este esquema asume incorrectamente que la eficiencia de colección es independiente del tamaño de las gotas. Por ello se han realizado estudios para mejorar este enfoque, como por ejemplo se ha generalizado la ecuación (17) para tener en cuenta de manera explícita la concentración de gotas y la dispersión relativa del espectro de gotas de nube (Liu, Daum, & Yum, 2006).

En la mayoría de los esquemas de doble momento, la autoconversión es calculada a partir del trabajo de Berry y Reinhardt (Edwin X. Berry & Reinhardt, 1974b). En dicho trabajo se obtuvo una parametrización al analizar cierto número de soluciones numéricas de la ecuación (12), empleando las eficiencias de colisión calculadas por (Hocking & Jonas, 1970), sin embargo, estos valores no son considerados precisos. Los valores de eficiencia de colisión calculados en ese estudio difieren significativamente de aquellos reportados por otros investigadores (Pinsky, Khain, & Shapiro, 2001) (Wang et al., 2005). Además, el rango de condiciones empleado en (Edwin X. Berry & Reinhardt, 1974b) fue muy estricto. De hecho, tomaron el espectro inicial de gotas en la forma de una distribución gamma, el radio promedio fue establecido entre de 10 a 18 μm , y el contenido de agua líquida establecido en 1 g m^{-3} . El tiempo en que el radio alcanza los 50 μm fue calculado durante las simulaciones. La tasa de autoconversión fue establecida como la razón entre el contenido de agua de lluvia entre g m^{-3} . Además, el proceso de autoconversión calculado de esta forma no discrimina entre acreción y la autoconversión como tal (Beheng & Doms, 1986).

Ya que esta parametrización está basada en pocas simulaciones y empleando un solo valor de contenido de agua líquida, los autores recomiendan tener cuidado con las posibles extrapolaciones de estos resultados que puedan realizarse (Edwin X. Berry & Reinhardt, 1974b). En la actualidad existen más de 10 parametrizaciones de este tipo (Gilmore & Straka, 2008). Estos esquemas difieren del original en cuestiones relacionadas con la forma del espectro inicial de gotas, y en el uso de diferentes definiciones de la escala de tiempo característica para la formación de las primeras gotas de lluvia (Cohard & Pinty, 2000) (Milbrandt & Yau, 2005a) (Milbrandt & Yau, 2005b). A pesar del hecho de que la mayor parte de las formulaciones desarrolladas para el proceso de autoconversión son aplicables solamente a la etapa inicial de formación de gotas de lluvia, los resultados de las mismas difieren en varios órdenes de magnitud (Gilmore & Straka, 2008). Esto está dado por la naturaleza intrínsecamente no lineal de la *SCE*, donde las tasas dependen de la forma del espectro, su evolución en el tiempo y del contenido de agua.

Sólo Seifert y Beheng (Seifert & Beheng, 2001) han desarrollado un esquema que aborda la producción de gotas de lluvia cuando estas superan los 80 μm de diámetro. Con el objetivo de contemplar la evolución en el tiempo del proceso de autoconversión y empleando un kernel de colisión más realista, estos investigadores introdujeron funciones universales que varían con la fracción de masa de las gotas de lluvia respecto al contenido de agua líquida total (Seifert & Beheng, 2001). Dichas funciones universales fueron obtenidas a través de comparaciones con la solución exacta de la *SCE* empleando un tipo específico de kernel polinomial, conocido como kernel de Long (Long, 1974). En caso de emplear otros tipos de kernel, las expresiones de las funciones universales deben ser cambiadas.

1.4. Incertidumbre en los esquemas numéricos de microfísica de nubes

Las incertidumbres existentes en las simulaciones numéricas de procesos microfísicos se encuentran relacionadas con tres factores fundamentales: las ecuaciones básicas de física de nubes, incertidumbre en los parámetros y coeficientes presentes en estas ecuaciones, y por último la incertidumbre asociada a los datos observacionales.

1.4.1. Incertidumbre relacionada con las ecuaciones básicas

Como vimos anteriormente, todos los enfoques de microfísica de nubes están basados en el mismo sistema de ecuaciones del espectro de gotas. Por ello debemos tener en cuenta que (A. P. Khain et al., 2015), en primer lugar, la microfísica de nubes trata con sistemas coloidales (ambientes gaseosos que contienen partículas sólidas o líquidas en suspensión), cuya descripción aún presenta muchos problemas teóricos (Pruppacher & Klett, 1997).

En segundo lugar, el hecho de que los procesos microfísicos tienen lugar en un medio turbulento introduce un factor de incertidumbre. A pesar del uso que se hace de la *SCE* en microfísica explícita y en el cálculo de las razones de colisión en parametrizaciones *bulk*, se carece de una justificación debidamente argumentada para su aplicación en ambientes turbulentos como es el interior de las nubes. Algunos trabajos nos brindan un análisis detallado de las condiciones donde es válida la aplicación de la *SCE* (Voloshuk & Sedunov, 1975). Cuando el espectro de partículas es definido sobre una rejilla de masa, el uso de la ecuación cinética para describir el proceso de colisión es válida únicamente si existe el suficiente número de partículas pertenecientes a cada sección o categoría de la malla. Para que esto ocurra, el volumen de aire debe ser suficientemente grande y homogéneo. Ya que la atmósfera es

heterogénea por naturaleza a cualquier escala, es razonable cuestionar si tal escala existe. Los esquemas microfísicos actuales emplean una resolución bastante pequeña para poder asumir que el proceso de colisión y coalescencia es homogéneo en dichos volúmenes. Además, al imponer *a priori* un kernel de colisión, se pierde el factor aleatorio de la *SCE* (A. P. Khain et al., 2015).

1.4.2. Incertidumbre relacionada con los parámetros presentes en las ecuaciones básicas

Colisión de partículas: Existe gran incertidumbre en los kernels de colisión empleados, ya que varían con la temperatura del aire, el tamaño y la velocidad terminal de las partículas, así como con las eficiencias de colisión (Siewert, Kunnen, Meinke, & Schröder, 2014).

Aerosoles: La discriminación entre partículas de aerosol y núcleos de condensación de nube no es lo suficientemente rigurosa. Debido a la complejidad química de los aerosoles, una misma partícula puede contener componentes solubles e insolubles, por lo que puede servir como núcleo de condensación de nube o de hielo. El componente insoluble es caracterizado a menudo por su composición principal. Estas características controlan la concentración de gotas, sin embargo, no son muy bien explicadas actualmente (Phillips, DeMott, & Andronache, 2008).

Conversión de los hidrometeoros: También existe incertidumbre relacionada con la conversión hidrometeoros de una clase a otra como resultado de las colisiones y otros procesos en nubes mixtas.

1.4.3. Incertidumbre relacionada con las observaciones

Mediciones de núcleos de condensación de nube: La concentración de las gotas y otras variables son cantidades que se encuentran en función de la distribución que sigue el espectro de núcleos de condensación de nube (*CCN*). El crecimiento continuo de la concentración de *CCN* tiene lugar para sobresaturaciones tan altas como 5-10% (Pruppacher & Klett, 1997). Sin embargo, las mediciones actuales de *CCN* se realizan en ambientes cuya sobresaturación no supera el 0.6% (Prabha et al., 2011) donde, debido al nivel de sobresaturación, los *CCN* más pequeños no se activan y por lo tanto no pueden ser identificados. Otro problema es la poca disponibilidad de mediciones confiables de las concentraciones de *CNN* gigantes (*GCCN*), debido a la baja concentración que presentan en la atmósfera. Numerosos estudios sugieren una alta sensibilidad a los *GCCN* por parte de los procesos microfísicos de

formación de lluvia (van den Heever & Cotton, 2007) (A. P. Khain, Phillips, Benmoshe, & Pokrovsky, 2011).

Espectro local de gotas: La mayoría de las mediciones *in situ* se realizan a una frecuencia de 1Hz, en escalas que oscilan entre 100 y 200 metros, la cuales no resultan adecuadas para detectar procesos de pequeña escala y sus efectos en las distribuciones de gotas. Mediciones realizadas a escalas menores (10-20 metros) revelan numerosas parcelas o volúmenes adiabáticos en el interior de las nubes, que pueden jugar un papel importante en la etapa inicial de formación de gotas de lluvia (A. Khain, Prabha, Benmoshe, Pandithurai, & Ovchinnikov, 2013).

Sobresaturación: La sobresaturación en el interior de las nubes es un parámetro que no ha medido. Algunos estudios han presentado estimaciones de valores de sobresaturación cuasi-estacionarios (Prabha et al., 2011).

Al valorar estas fuentes de incertidumbre, es necesario tener en cuenta la importancia relativa de cada una de ellas. El papel que juegan dichas incertidumbres depende fundamentalmente del problema particular que se encuentra bajo investigación.

2. Materiales y metodología de investigación

En este capítulo se abordará con gran detalle la formulación y derivación de la parametrización de dos momentos *WDM6* y se analizará cada uno de los procesos que la componen. Además, se explicará el modelo de microfísica explícita usado, así como la metodología de comparación desarrollada, además de las condiciones iniciales y parámetros empleados en las simulaciones.

2.1. Parametrización *WDM6*

El esquema parametrizado *WRF Double Moment 6-class (WDM6)* fue desarrollado con el objetivo de obtener una nueva forma de calcular los procesos microfísicos que dan lugar a la formación de nubes y precipitación, aplicable a modelos numéricos de mesoescala y de circulación general (Lim & Hong, 2009). Este esquema predice la concentración numérica (momento de orden 0) de las especies pertenecientes a la fase cálida (agua de nube y lluvia), adicionalmente a la masa (momento de orden 3), la cual es pronosticada para seis especies en total, entre las cuales se incluye: agua de nube, agua de lluvia, graupel, hielo, nieve y vapor de agua (Lim & Hong, 2009).

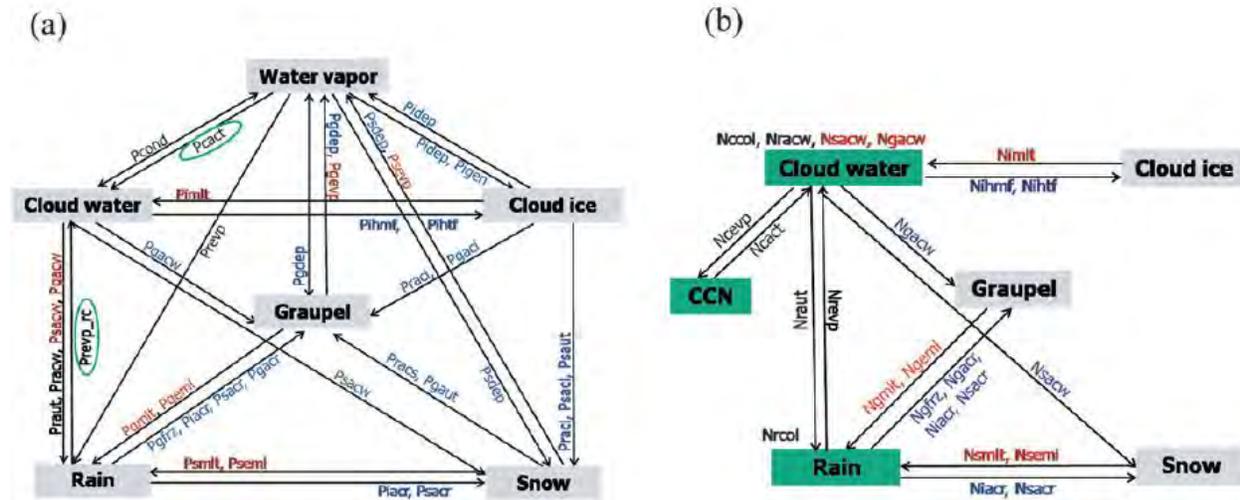


Figura 5: Diagrama de flujo de las ecuaciones pronóstico de razón de mezcla (a) y concentración (b) de los procesos microfísicos incluidos en *WDM6* (Tomada de (Lim & Hong, 2009)).

Este esquema fue diseñado como una extensión del esquema *WRF Single Moment 6-class (WSM6)* (Hong, Dudhia, & Chen, 2004) (Hong & Lim, 2006), siendo la fase sólida idéntica en ambos esquemas. El esquema *WDM6* también reconoce la importancia de las interacciones aerosol-nube, incluyendo en su formulación una ecuación pronóstico para el tratamiento de los núcleos de condensación de nube (*CCN*)

en el proceso de activación de gotas de nube. Las propiedades microfísicas de esta parametrización son mostradas en la Figura 5. En este capítulo contemplaremos aquellos procesos de *WDM6* relacionados directamente con los procesos de colisión-coalescencia, por lo que excluirémos de nuestro análisis lo referente a la fase fría, los procesos que influyen en la activación de las gotas de nube, así como los procesos de condensación y evaporación de gotas.

La formulación de los procesos de la fase cálida de *WDM6* está basada en estudios previos realizados por (Cohard & Pinty, 2000). El presente esquema emplea una distribución gamma generalizada, ya que esta combina numerosas ventajas entre las que se encuentran su aplicabilidad tanto al espectro de agua de nube como de agua de lluvia, la posibilidad de realizar integraciones de forma analítica y su flexibilidad para ajustar la dispersión de ambos espectros (Cohard & Pinty, 2000). Por ello, se asume que las distribuciones por tamaños siguen la siguiente forma normalizada de la distribución gamma:

$$f(r) = \frac{v^\alpha}{\Gamma(\alpha)} r^{\alpha-1} e^{-vr} \quad (18)$$

donde el índice α representa al agua de nube o agua de lluvia respectivamente (Cohard & Pinty, 2000). A partir de (18) se calculan dos momentos de la distribución, siendo estos el momento de orden cero M_0 , y el momento de orden tres M_3 , considerando fijos los parámetros α y v , que se encuentran relacionados con la amplitud y la forma del espectro. Aplicando la ecuación del método de los momentos ilustrada en (7) al caso que nos ocupa obtenemos (Cohard & Pinty, 2000):

$$\int_0^\infty r^n f(r) dr = \frac{M_n}{M_0} \quad (19)$$

calculando la pendiente de la distribución de la forma siguiente:

$$\frac{d \ln f(r)}{d \ln r} = \frac{\alpha - 1}{r} - v \quad (20)$$

2.1.1. Sistema de ecuaciones

El sistema de ecuaciones para el cálculo de las distintas cantidades microfísicas contempladas en los procesos de colisión-coalescencia son las siguientes (Cohard & Pinty, 2000):

$$\begin{aligned}
 & \dots & () \\
 \text{---} & & () \\
 & \dots & () \\
 \text{---} & & () \\
 & \dots & () \\
 \text{---} & & ()
 \end{aligned}$$

donde N representa concentración de gotas, Q y P indican contenido de agua líquida, y los subíndices reflejan el proceso de colisión coalescencia al que pertenecen.

2.1.2. Coalescencia

La coalescencia es el proceso más exigente del esquema microfísico, ya que es el responsable de la formación de los primeros hidrometeoros y por la resolución numérica de la evolución del espectro de gotas. Reescribiendo la ecuación (12) en función de la distribución empleada, obtenemos (Cohard & Pinty, 2000):

$$\frac{\partial N(x,t)}{\partial t} = \int_0^x K(x,y) N(y,t) N(x-y,t) dy - N(x,t) \int_0^\infty K(x,y) N(y,t) dy$$

donde $K(x,y)$ es el kernel de colección de una gota de masa x con otra gota de masa y , y $N(x,t)$ es la distribución por tamaño de las gotas en un tiempo t . Considerando que el espectro está compuesto por dos distribuciones gamma generalizadas Γ_1 y Γ_2 , la ecuación (25) puede ser reformulada de la manera siguiente:

$$\frac{\partial N(x,t)}{\partial t} = \int_0^x K(x,y) N_1(y,t) N_2(x-y,t) dy + \int_0^x K(x,y) N_2(y,t) N_1(x-y,t) dy - N(x,t) \int_0^\infty K(x,y) N(y,t) dy$$

$$\left(\frac{1}{\tau} \right) \quad \left(\frac{1}{\tau} \right) \quad \left(\frac{1}{\tau} \right) \quad \left(\frac{1}{\tau} \right)$$

$$\left(\frac{1}{\tau} \right)$$

donde τ es la SCE correspondiente a $\left(\frac{1}{\tau} \right)$ (Cohard & Pinty, 2000). En base a ello y considerando lo planteado en (Ziegler, 1983), si las distribuciones $\left(\frac{1}{\tau} \right)$ y $\left(\frac{1}{\tau} \right)$ no se superponen demasiado, entonces los términos $\left(\frac{1}{\tau} \right)$ y $\left(\frac{1}{\tau} \right)$ corresponden a la autocolectión de agua de nube y agua de lluvia respectivamente; $\left(\frac{1}{\tau} \right)$ corresponde al proceso de acreción de (gotas) de nube por las gotas de lluvia, afectando al espectro de gotas de lluvia; y el último término $\left(\frac{1}{\tau} \right)$ representa la pérdida de gotas de nube por acreción (Cohard & Pinty, 2000).

2.1.2.1. Autoconversión

Es conveniente discriminar dos fases en la parametrización de autoconversión. La primera es la *fase inicial*, donde la moda de gotas de lluvia es apenas notable, y la segunda es la *fase de alimentación*, donde ya existe una moda de gotas de lluvia claramente distinguible (Cohard & Pinty, 2000). En el presente esquema se considera la formulación para parametrizar la autoconversión desarrollada por (Edwin X. Berry & Reinhardt, 1974a), la cual está basada en la observación del resultado de numerosas simulaciones, que muestran que el contenido de agua característico (L) de gotas pequeñas se desarrolla de manera continua en una escala de tiempo característica (τ). Estas dos cantidades positivas están expresadas en los rangos $\left(\frac{1}{\tau} \right)$ y $\left(\frac{1}{\tau} \right)$ por las siguientes expresiones (Edwin X. Berry & Reinhardt, 1974a):

$$\left(\frac{1}{\tau} \right) = \frac{1}{\tau} \left(\frac{1}{\tau} \right)$$

$$\left(\frac{1}{\tau} \right) = \frac{1}{\tau} \left(\frac{1}{\tau} \right)$$

donde, empleando la ecuación (3):

$$\left\{ \frac{1}{\tau} \right\} \left\{ \frac{1}{\tau} \right\} / \left\{ \frac{1}{\tau} \right\}$$

$$\left\{ \frac{1}{\tau} \right\} \left[\frac{1}{\tau} \right] \left\{ \frac{1}{\tau} \right\} / \left[\frac{1}{\tau} \right] \left\{ \frac{1}{\tau} \right\}$$

son el diámetro medio de las gotas y la desviación estándar de la distribución de gotas de nube respectivamente. Por ello, para ciertas condiciones dadas, la tasa media para la masa en autoconversión

puede ser calculada únicamente si el espectro es lo suficientemente amplio, dígase . Las siguientes ecuaciones resumen las tasas de autoconversión para ambos momentos de la distribución en la *fase inicial* (Cohard & Pinty, 2000):

$$-$$

$$—$$

Este tipo de parametrización incluye todos los procesos de colección que ocurren de manera simultánea durante la etapa inicial de la autoconversión (Ziegler, 1985) (Beheng, 1994). Esto significa que los procesos de acreción y autocolección deben ser excluidos o limitados en esta etapa, con el objetivo de evitar un conteo doble, hasta que surja una moda distinta que represente el agua de lluvia. Según (Edwin X. Berry & Reinhardt, 1974a), esto ocurre tras un tiempo estimado de . Como el proceso de autoconversión todavía produce gotas de lluvia al mismo ritmo durante este tiempo extra, los procesos de acreción y autocolección de agua de lluvia no son considerados hasta que (Cohard & Pinty, 2000).

Una vez que se encuentra presente el espectro de gotas de lluvia, la autoconversión pasa a la *fase de alimentación*. Para esta etapa se mantiene la misma tasa de transferencia de masa que en la fase anterior, mientras que, considerando que los parámetros y son de mucho mayor interés que , se asume que el diámetro medio de las gotas de lluvia no es afectado por el proceso de autoconversión, y se reformula el cálculo de la concentración de la siguiente forma (Cohard & Pinty, 2000):

—

2.1.2.2. Acreción y autocolección

La formulación de los procesos de acreción y autocolección se obtiene de integrar analíticamente las *SCE* correspondientes. Esto es posible empleando un kernel de colección de tipo polinomial y una distribución gamma para las distribuciones de gotas (Ziegler, 1985). Para este esquema fue considerado el kernel polinomial de Long (Long, 1974):

$$\left(\begin{matrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{matrix} \right)$$

donde y . Este tipo de kernels son lo suficientemente precisos si son empleados en lugar de kernels más explícitos, con el objetivo de obtener soluciones

numéricas de la ecuación (25) (Pruppacher & Klett, 1997). Sin embargo, los autores expresan que, aunque el uso de la ecuación (35) es prometedor, son necesarias futuras evaluaciones numéricas de la ecuación (25) (Cohard & Pinty, 2000). ()

En el caso de la acreción (), es suficiente considerar el término de la ecuación (27), ya que incluye el efecto de este proceso en el espectro de gotas de nube. Teniendo en cuenta que la ecuación (25) conserva la masa, es bastante claro que cualquier cambio en la masa producido por el término es exactamente anulado por un cambio en la masa debido al término . Además, es posible deducir que el momento de orden cero de es cero, por lo que el efecto de acreción en y se limita al cálculo del momento de orden cero de para obtener el término . Considerando lo anterior se asume que el proceso de acreción produce gotas de lluvia exclusivamente (Cohard & Pinty, 2000). Las expresiones siguientes resumen la formulación del proceso de acreción para :

$$\left\{ \frac{\dots}{\dots} / \frac{\dots}{\dots} / \dots \right\}$$

mientras que, si

$$\left\{ \dots : \dots / \dots \right\}$$

$$\left\{ \frac{\dots}{\dots} / \frac{\dots}{\dots} / \dots \right\}$$

En cuanto al proceso de autocollección, resulta sencillo obtener una solución analítica para los términos . Es posible demostrar que el momento de orden cero del primer término del miembro derecho de la ecuación (25) es exactamente la mitad que el segundo término, lo que es posible gracias a que las funciones son siempre positivas. Por lo tanto, se presenta la formulación para el proceso de autocollección de la siguiente manera (Cohard & Pinty, 2000):

$$\frac{\dots}{\dots}$$

2.1.2.3. Rompimiento de gotas de lluvia

El único efecto de rompimiento considerado en este esquema es el rompimiento por colisión, ya que contribuye significativamente al cálculo de \bar{N} en el extremo de las distribuciones de gotas de lluvia (Srivastava, 1978). Este proceso posee tres modos de rompimiento de las gotas (Low & List, 1982a) (Low & List, 1982b). Cuando el proceso de rompimiento se considera de manera simultánea al de coalescencia, se hace tan complicado que es preferible interpretar el rompimiento como una perturbación que afecta el cálculo del término \bar{N} . Para ello se considera el término E_c , el cual reduce de manera general la eficiencia de colección en \bar{N} (Cohard & Pinty, 2000):

{

2.1.3. Implementación de la parametrización tipo *bulk WDM6*

Con el objetivo de realizar simulaciones para analizar el comportamiento de los resultados de la parametrización, se implementó un programa en lenguaje *Python 2.7*, con el sistema de ecuaciones planteado en (21) – (24), incluyendo el cálculo de todos los procesos relativos a la colisión coalescencia que han sido explicados anteriormente en esta sección. Para su solución numérica se discretizó el sistema de ecuaciones descrito, quedando de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} & \frac{dN_i}{dt} = \dots \\ & \dots \\ & \dots \\ & \dots \end{aligned}$$

donde Δt es el tiempo de integración. Sustituyendo la relación anterior en el sistema de ecuaciones discretizado, y despejando el término N_i^{n+1} , se obtiene un esquema de diferencias finitas hacia atrás, como se muestra a continuación: $N_i^{n+1} = \dots$

$$(\quad)$$

$$(\quad)$$

$$(\quad)$$

siendo este el esquema de integración empleado para resolver el sistema de ecuaciones de modelo.

2.2. Parametrización de microfísica explícita

Para calcular la evolución del espectro de gotas de manera más precisa se empleó el método de flujo para la solución numérica de la ecuación estocástica de colección desarrollado por Bott (Bott, 1998)(1998). Este esquema es conservativo respecto a la masa y muy eficiente computacionalmente hablando. Se basa en la integración numérica de la ecuación (12), que reescrita de una manera más conveniente queda expresada como se muestra a continuación:

$$\frac{dN(x,t)}{dt} = \int_0^x K(x-x',x')N(x-x',t)N(x',t)dx' - \int_0^x K(x,x')N(x,t)N(x',t)dx'$$

donde $N(x,t)$ es la distribución de gotas en el tiempo t y $K(x,x')$ representa el kernel de colección que describe la tasa a la que una gota de masa $x-x'$ es atrapada por una gota de masa x' formando una gota de masa x . En la ecuación (51), x' representa la masa de la gota más pequeña involucrada en el proceso de colección, y $x-x'$ (Bott, 1998). Para hacer más sencillos los cálculos, se introduce la función de distribución por masa (E. X. Berry, 1967):

$$n(x,t) = \frac{N(x,t)}{x} \quad (52)$$

donde r y r' es el radio de las gotas de masa x . Sustituyendo (53) en (51) se obtiene la SCE para la distribución de masa (Bott, 1998)(Bott, 1998):

$$\frac{dn(x,t)}{dt} = \int_0^x K(x-x',x')n(x-x',t)n(x',t)dx' - \int_0^x K(x,x')n(x,t)n(x',t)dx'$$

La primera integral del miembro derecho de (54) describe la ganancia de gotas de masa x por la colisión y coalescencia de dos gotas más pequeñas, mientras que la segunda integral representa la pérdida de gotas

de masa x debido a su captura por otras gotas de mayor tamaño (Bott, 1998). Para la solución numérica de (54) se emplea una rejilla logarítmica equidistante construida de la siguiente forma: $(\)$

/

estructurando la rejilla por las y de manera equidistante, $(\)$. Nótese que m es el total de puntos de la malla (Bott, 1998).

En su forma discreta, los choques de gotas de masa $(\)$ con gotas de masa $(\)$ resulta en un cambio en las distribuciones de masa correspondientes y : $(\)$

$$(\) \quad \frac{\overline{(\)}}{\quad} \quad (\)$$

En las ecuaciones anteriores y $(\)$ son las distribuciones de masa en los puntos de la malla i y j antes del proceso de colisión, mientras que $(\)$ y $(\)$ representan las nuevas distribuciones de masa después de las colisiones. Además, $(\)$ es un valor promedio del kernel de colección empleado, obtenido a través de una interpolación lineal bidimensional (Bott, 1998): $(\)$ $(\)$ $(\)$ $(\)$ $(\)$ $(\)$ $(\)$ $(\)$ $(\)$ $(\)$

$$- \quad \overline{(\)} \quad \overline{(\)}$$

Nótese que el kernel empleado es simétrico tanto por i como por j , por lo que $(\)$ y $(\)$. Debido a la colisión de gotas en el punto i con gotas del punto j se producen nuevas gotas de masa $(\)$ $(\)$ $(\)$ (Bott, 1998): $(\)$ $(\)$

$$\frac{\quad}{\quad} \quad (\)$$

Ahora surge el problema de que normalmente $(\)$ no coincide con los puntos discretos $(\)$ obtenidos a través de (55). En cambio, se tiene $(\)$

$$(\)$$

Por ello la función de densidad de masa $(\)$ tiene que ser dividida en puntos discretos $(\)$ $k+1$. En este esquema se realiza a través de un procedimiento de dos pasos (Bott, 1998). Primero $(\)$ se añade por completo al punto k , obteniéndose $(\)$

En el segundo paso, una parte determinada de la nueva masa se transporta al punto $k+1$. Este transporte es calculado mediante un proceso de advección a través de la frontera $k+1/2$ entre los puntos k y $k+1$. Este proceso se representa de manera esquemática en la Figura 6. En ella las líneas discontinuas indican la distribución inicial en los puntos i, j, k y $k+1$. Las líneas continuas representan la distribución después del proceso de que la colisión tuvo lugar. El área punteada en el punto k denota la masa que será transportada al punto $k+1$, mientras que las áreas sombreadas oscuras indican el incremento final de masa en los puntos k y $k+1$ (Bott, 1998). La fase de advección puede ser formulada formalmente de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} \rho \\ u \end{pmatrix}_k = \begin{pmatrix} \rho \\ u \end{pmatrix}_k + \frac{\Delta t}{\Delta x} \begin{pmatrix} \rho \\ u \end{pmatrix}_{k+1} - \frac{\Delta t}{\Delta x} \begin{pmatrix} \rho \\ u \end{pmatrix}_{k-1}$$

donde $\frac{\Delta t}{\Delta x} \begin{pmatrix} \rho \\ u \end{pmatrix}_{k+1}$ — es el flujo de masa a través de la frontera $k+1/2$.

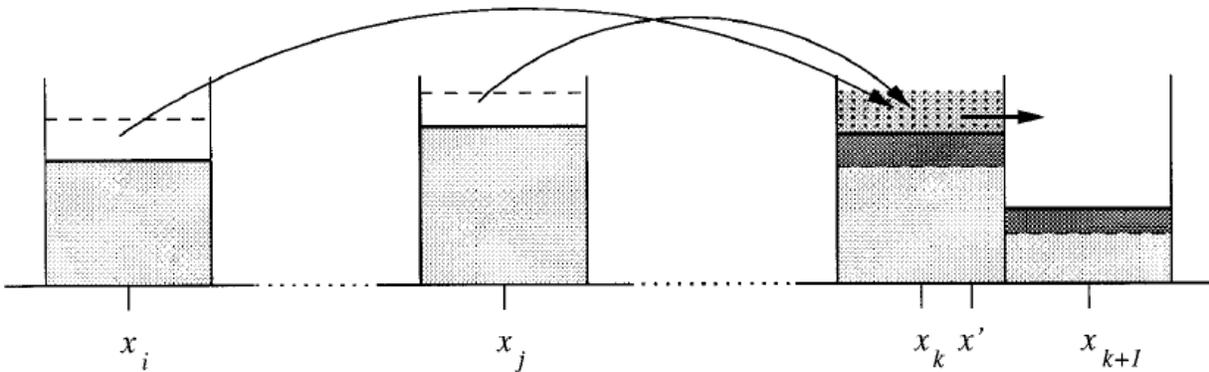


Figura 6: Representación esquemática del método de flujo (Tomada de Bott, 1998).

La forma más sencilla de calcular $\frac{\Delta t}{\Delta x} \begin{pmatrix} \rho \\ u \end{pmatrix}_{k+1}$ (es) a través del esquema $\begin{pmatrix} \rho \\ u \end{pmatrix}_k = \begin{pmatrix} \rho \\ u \end{pmatrix}_k + \frac{\Delta t}{\Delta x} \begin{pmatrix} \rho \\ u \end{pmatrix}_{k+1} - \frac{\Delta t}{\Delta x} \begin{pmatrix} \rho \\ u \end{pmatrix}_{k-1}$

donde $\frac{\Delta t}{\Delta x} \begin{pmatrix} \rho \\ u \end{pmatrix}_{k+1}$ puede ser interpretado como un número de Courant, el cual es calculado en función de la posición de $\begin{pmatrix} \rho \\ u \end{pmatrix}_{k+1}$ entre los puntos k y $k+1$ (Bott, 1998):

$$\begin{pmatrix} \rho \\ u \end{pmatrix}_{k+1}$$

En la ecuación (63), la función de peso w_k se introdujo debido a que, al contrario de un proceso advectivo normal, para w_k (o sea $w_{k+1/2}$) el flujo advectivo a través de la frontera $k + 1/2$ está dado por $w_{k+1/2}$ y no por w_k , por lo que w_k $w_{k+1/2}$

Si sustituimos (65) en (63) obtenemos una expresión sencilla para el cálculo de $w_{k+1/2}$:

Con el objetivo de reducir la difusividad numérica del método de flujo planteado será calculado siguiendo el esquema advectivo de orden superior planteado en (Bott, 1989). Este esquema es definido positivo, por lo que se evita la ocurrencia de masas o concentraciones negativas. Para aplicar este esquema se reemplaza el valor de w_k por un polinomio de orden l en el punto k :

$$w_k = \sum_{j=0}^l a_j (x - x_k)^j$$

considerando $w_{k+1/2}$ y $w_{k-1/2}$. A continuación, el término w_k de la ecuación (63) es reemplazado por la integral (Bott, 1998):

$$\int_{x_{k-1/2}}^{x_{k+1/2}} w(x) dx = \sum_{j=0}^l a_j \int_{x_{k-1/2}}^{x_{k+1/2}} (x - x_k)^j dx$$

Obteniendo el flujo de masas a través de la frontera como:

$$F_{k+1/2} = \sum_{j=0}^l a_j \int_{x_{k-1/2}}^{x_{k+1/2}} (x - x_k)^j dx$$

Los coeficientes a_j se obtienen interpolando la función de distribución (Bott, 1989). Esta interpolación puede ser lineal ($l=1$) o parabólica ($l=2$). La definición positiva de este esquema viene al limitar el flujo de masa de la siguiente manera: $w_{k+1/2} \geq 0$ $w_{k-1/2} \geq 0$

Con el objetivo de tener en cuenta todas las colisiones de gotas que ocurren en el tiempo t , se aplica un proceso iterativo. Denotando los puntos de la malla donde encontramos las gotas más pequeñas y más grandes involucradas en el proceso de colisión como i e j , respectivamente, entonces en el primer paso, la colisión de las gotas más pequeñas con las gotas del punto j es calculada,

obteniendo los nuevos valores ρ , ρ_w y ρ_{ice} , de acuerdo a las ecuaciones (56), (57) y (62). En el paso siguiente se calcula la colisión de las gotas restantes en el punto r con las gotas en el punto r' , siguiendo la nueva función de distribución $N(r)$. Este proceso continúa hasta que se resuelven todas las colisiones de las gotas en r con las gotas en los puntos r_1, r_2, \dots, r_n . Este procedimiento se repite para todas las gotas r_1, r_2, \dots, r_n . Debido al empleo de este esquema iterativo, después de cada colisión la distribución de gotas debe ser actualizada, antes de calcular el próximo proceso de colisión (Bott, 1998).

De las ecuaciones (56) y (57) se puede apreciar que ρ y ρ_w pueden dar un resultado negativo, incumpliendo de esta manera la definición positiva del método de flujo. Para evitar dicha situación, el paso de tiempo Δt es limitado de la siguiente forma (Bott, 1998):

$$\Delta t = \frac{(\rho_w)^{-1}(\rho)}{\rho}$$

y

$$\Delta t = \frac{(\rho_w)^{-1}(\rho)}{\rho}$$

2.2.1. Cambios realizados a la parametrización de microfísica explícita

Ciertas modificaciones fueron realizadas a la implementación en lenguaje de programación *FORTRAN 77* realizada por Bott de su esquema de microfísica explícita, para obtener también, además de la función de densidad de masa ρ , el valor de la concentración numérica de los hidrometeoros. Para la resolución numérica de este método se emplea una rejilla logarítmica equidistante, entonces se obtiene como resultado el valor de $N(r)$. Además, el método de microfísica explícita de Bott trabaja en unidades de μm y g/m^3 , mientras que la parametrización *WDM6* lo hace en μm y g/m^3 , por lo que se hace necesaria una transformación para lograr una equivalencia de unidades entre ambas parametrizaciones, con el objetivo de establecer una comparación certera. Para obtener la concentración de gotas se empleó la siguiente relación para convertir de una rejilla logarítmica equidistante a la concentración en función del diámetro en metros:

$$N(r) = \frac{N(r')}{r}$$

donde $scal$ representa el factor de escala empleado para construir la rejilla y es igual a . Para obtener el contenido de agua líquida en unidades similares a (73) (*kilogramos*), fue realizado el siguiente procedimiento, según (Berry y Reinhardt, 1967):

$$(\quad)$$

Por lo que se obtuvieron como resultado del modelo de Bott las distribuciones de concentración de gotas y de contenido de agua líquida en las mismas unidades que en la parametrización *WDM6*, lo que representa una gran ventaja a la hora de comparar ambos modelos.

Además, se modificó este método de microfísica explícita para que nos brindara la cantidad total de concentración de gotas, clasificada en agua de nube y agua de lluvia, para tener otro punto de vista en la evaluación de la parametrización *WDM6*, esto fue logrado integrando el espectro en cada paso de tiempo, considerando una división entre agua de nube y agua de lluvia en el valor de . Este cálculo fue realizado de la siguiente forma:

$$\int (\quad)$$

$$\int (\quad)$$

donde representa el paso temporal en el que es realizada la integración. Para obtener las cantidades totales de contenido de agua líquida empleando la misma clasificación, se utilizó un procedimiento similar, esta vez considerando la función de densidad de masa:

$$\int (\quad)$$

$$\int (\quad)$$

$$(\quad)$$

donde – , considerando el diámetro D en metros, igual que la parametrización *WDM6*.

2.3. Metodología de comparación

Para hacer posible la comparación de los resultados de ambas parametrizaciones, se creó una rejilla común a ambos esquemas, empleando la ecuación (Edwin X. Berry & Reinhardt, 1974a). En el caso del método de microfísica explícita de Bott, esta rejilla fue utilizada para integrar la *SCE* mediante el método de flujo desarrollado por (Bott, 1998), obteniéndose directamente las distribuciones de todo el espectro para cada paso temporal, ya que los cálculos se basan en la función de densidad de masa ρ . Sin embargo, *WDM6* trabaja fundamentalmente en función del *diámetro* D , sumado a esto, las unidades del método de Bott (1998) son distintas de la parametrización a analizar (como se mostró en el epígrafe anterior). Esto trajo como consecuencia que se recurriera a transformaciones en la parametrización *WDM6* para poder establecer una comparación correcta de ambos resultados. Para lograr esto se calculó el diámetro en función de la rejilla logarítmica equidistante en función de la masa, donde, considerando las distintas unidades, se formuló de la siguiente manera:

$$\left(\frac{D}{\rho} \right) = \left(\frac{D}{\rho} \right)$$

Otra diferencia fundamental a salvar es que la parametrización tipo *bulk WDM6* nos ofrece como resultado las cantidades totales clasificadas en agua de nube (N_c) y agua de lluvia (N_r). Para obtener el espectro de gotas a partir de estos resultados, es necesario integrar la función de distribución (18) sobre la rejilla común ya estructurada, como se presenta en la siguiente ecuación:

$$\int \left(\frac{dN}{dD} \right) \left(\frac{dN}{dD} \right) []$$

Para la integración se empleó la cuadratura de Gauss-Legendre con m puntos, garantizando así la exactitud en el cálculo numérico de dicha integral en cada paso temporal. Para obtener un espectro comparable con la microfísica explícita, se procede a sumar las distribuciones obtenidas a partir de la integral anterior de la forma

obteniendo así una distribución que contemple ambas clasificaciones de la parametrización *WDM6* en cada instante de tiempo. De igual manera que en el método de Bott, el cálculo de la distribución del contenido de agua líquida se realizó multiplicando la concentración por la masa de cada sección de la rejilla (Berry, 1967):

2.4. Condiciones iniciales y parámetros empleados

Para garantizar una correcta comparación entre ambos métodos, fueron empleadas las mismas condiciones iniciales y parámetros del modelo. Se empleó en ambas parametrizaciones la función de distribución formulada en (18). Como parámetros de la distribución se empleó μ y σ , tanto para agua de nube como para agua de lluvia, con un diámetro medio d_m para el instante inicial, que corresponde a una pendiente inicial de $\frac{d_m}{dt}$, mientras que el contenido de agua líquida para $t=0$ fue Q_0 . El paso temporal empleado fue Δt . Se simuló un tiempo total de 1800 s, intervalo suficiente para que se desarrolle el espectro de gotas de manera adecuada para analizar sus características.

3. Resultados y discusión

En el capítulo 2 se describió el desarrollo llevado a cabo por (Lim & Hong, 2009), basados en los estudios de (Cohard & Pinty, 2000) para implementar la parametrización de dos momentos *WDM6*, enfocada en los procesos microfísicos de colisión-coalescencia: auto-conversión, acreción y autocoalección. En este capítulo se simulará y analizarán los resultados de esta parametrización. La evaluación del esquema tendrá como objetivo comprobar que tan eficiente y acertada es la parametrización para representar la evolución de los momentos de los distintos hidrometeoros. Los procesos microfísicos serán simulados de forma cero-dimensional para ver su evolución en el tiempo. Primeramente, se mostrarán los resultados de la parametrización *WDM6* y posteriormente se discutirá la comparación de esta con el modelo de microfísica explícita de Bott (1998).

3.1. Resultados de la parametrización *WDM6*

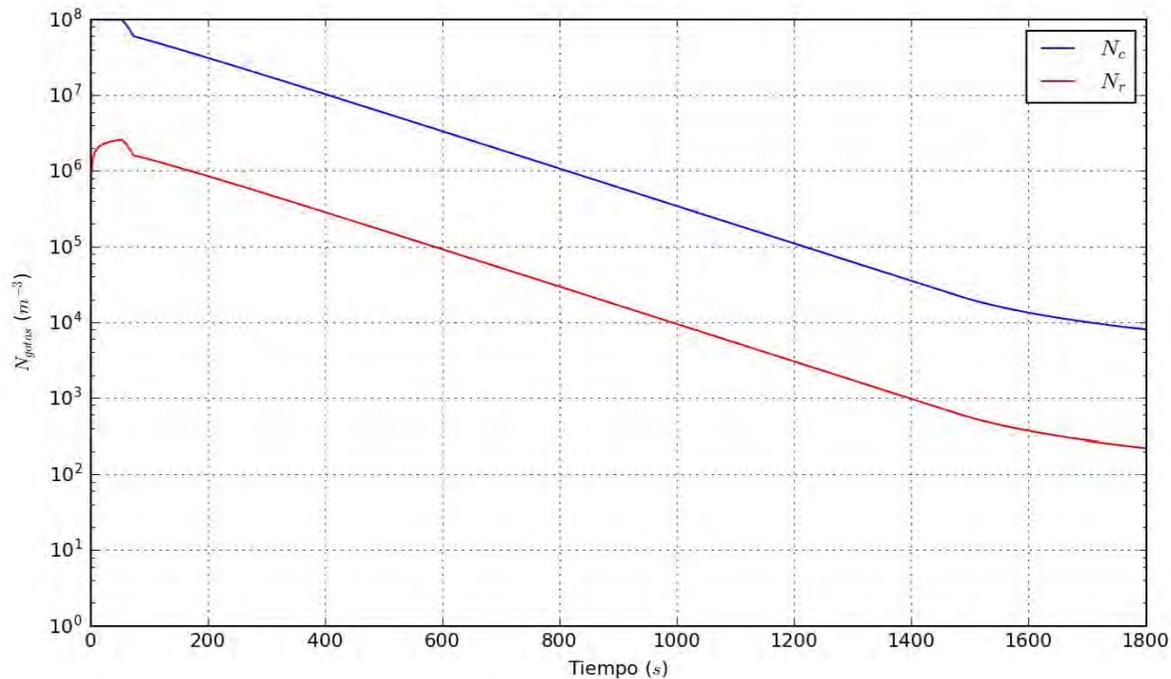


Figura 7: Concentración de gotas de nube y lluvia producto de la simulación empleando la parametrización *WDM6*. La línea azul representa la concentración de gotas de nube, y la línea roja la concentración de gotas de lluvia.

La parametrización microfísica tipo *bulk WDM6* nos ofrece como resultado las cantidades totales clasificadas en agua de nube (N_c) y agua de lluvia (N_r). Empleando las condiciones iniciales y parámetros

expuestos en el capítulo anterior, se obtuvieron los resultados mostrados en la Figura 7. En ella se aprecia una disminución en la concentración de agua de nube, inicialmente debido a los procesos de autoconversión y autocolectión, y posteriormente se suma el proceso de acreción por parte de las gotas de lluvia. También se observa un rapidísimo incremento en la concentración de gotas de lluvia, producto a un aceleramiento artificial de la evolución del espectro provocada por la parametrización de autoconversión, apreciándose que en los primeros segundos de la simulación esta crece hasta alcanzar el orden de 10^6 en los primeros 60 segundos. La posterior disminución en la concentración de gotas de lluvia está dada fundamentalmente por el proceso de autocolectión, ya que la acreción de gotas de nube no afecta la concentración de gotas de lluvia, incrementando sólo su masa.

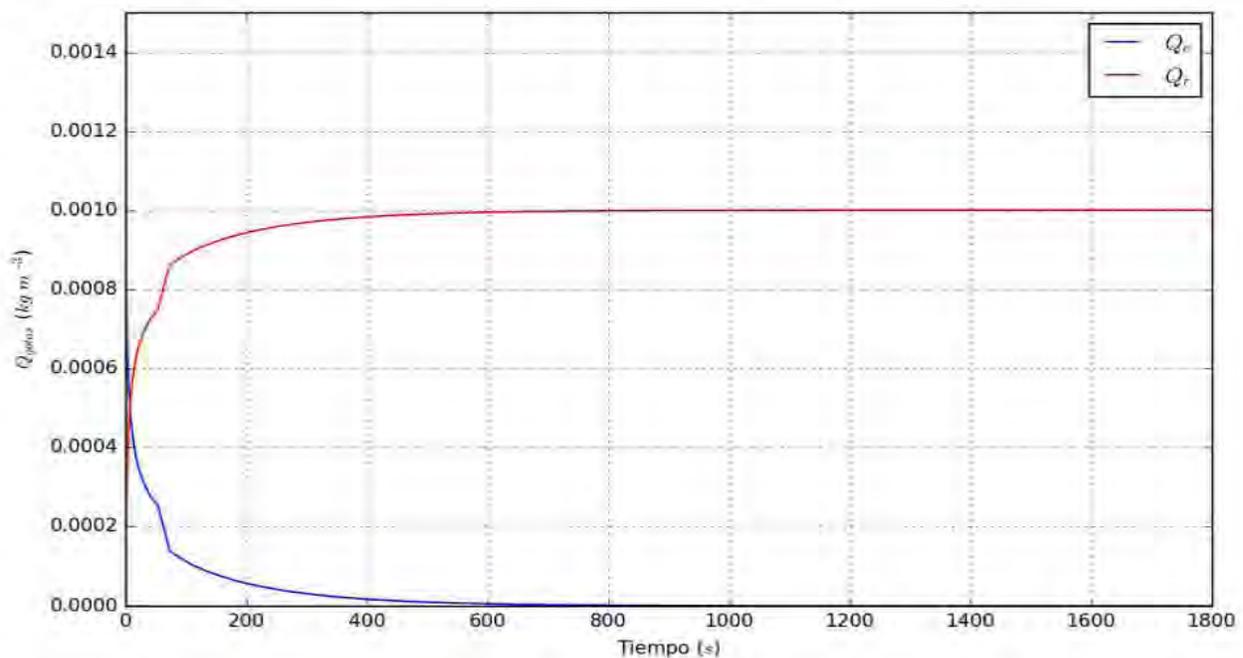


Figura 8: Contenido de agua líquida de gotas de agua de nube y lluvia producto de la simulación empleando la parametrización WDM6. La línea azul representa el contenido de agua de nube, y la línea roja el contenido de agua de lluvia.

En cuanto al contenido de agua líquida, representado en la Figura 8, se observa claramente el carácter conservativo de la parametrización, ya que el contenido de agua de lluvia se incrementa al mismo ritmo de disminución del contenido de agua de nube, llegando asintóticamente al contenido inicial de agua líquida en los momentos finales de la simulación, de la misma manera en que el contenido agua de nube se acerca de la misma forma a 0. En dicha gráfica también se aprecia claramente cómo en los primeros 60 segundos de simulación el contenido de agua de lluvia crece de manera acelerada, cambiando su ritmo de crecimiento al pasar de la etapa inicial a la etapa de alimentación del proceso de autoconversión, lo que

nos indica que el crecimiento artificial y acelerado, tanto de la concentración como del contenido de agua de lluvia, es producido por la fase inicial del proceso de autoconversión, que es la responsable de desarrollar inicialmente el espectro de gotas de lluvia.

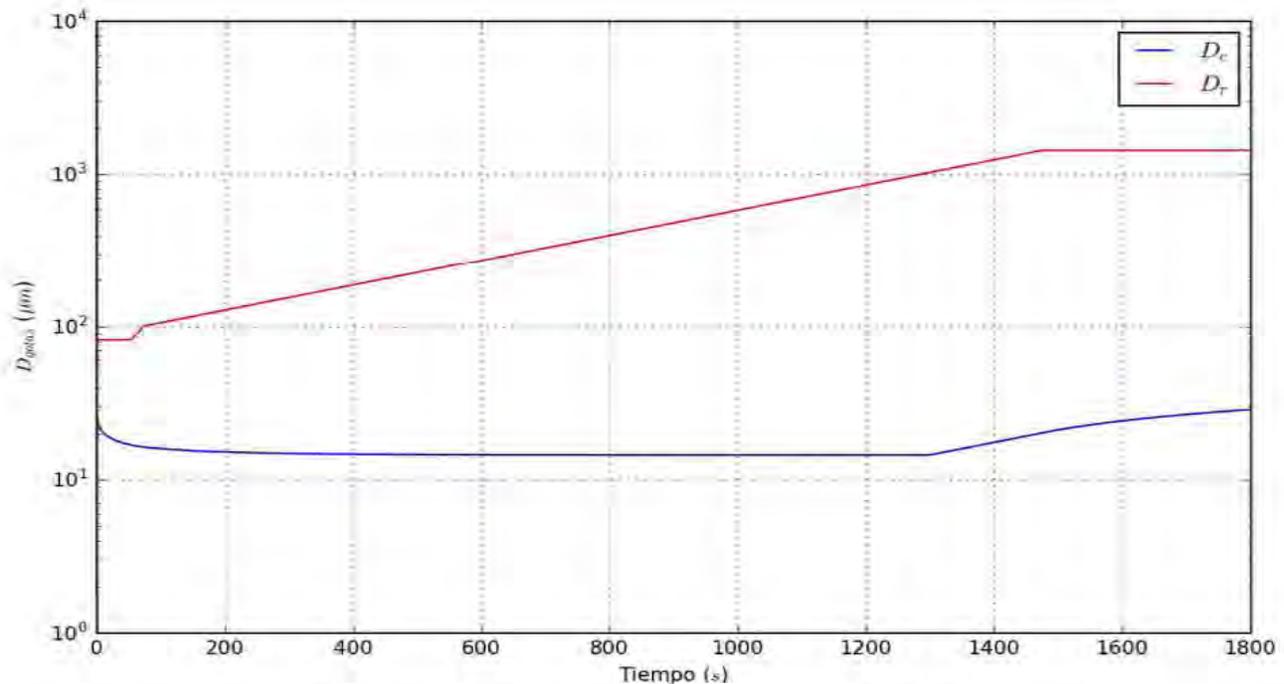


Figura 9: Diámetro medio de las gotas de agua de nube y lluvia producto de la simulación empleando la parametrización WDM6. La línea azul representa el agua de nube, y la línea roja el agua de lluvia.

En la Figura 9 se muestra la evolución en el tiempo del diámetro medio de las gotas de nube y lluvia. En ella se aprecia claramente una disminución inicial del tamaño de las gotas de nube, consecuencia del rápido incremento en contenido y concentración de agua de lluvia dado por una acelerada etapa inicial del proceso de autoconversión, mientras que en los momentos finales de la simulación se observa un incremento producto de la influencia del proceso de autocolcción. En cuanto al tamaño de las gotas de lluvia, se observa un incremento rápido en los momentos iniciales por las causas ya señaladas, y una disminución del ritmo de crecimiento en momentos posteriores, debido fundamentalmente al proceso de autocolcción, mientras que se estabiliza el diámetro medio en los instantes finales de la simulación por causa de la estabilización en la concentración y el incremento del contenido de agua de lluvia.

3.2. Comparación entre los resultados de las simulaciones de microfísica explícita y la parametrización WDM6

Con el objetivo de establecer una comparación realista entre ambos modelos, y de esta manera evaluar los resultados de la parametrización *WDM6*, se realizaron simulaciones con el modelo microfísica explícita desarrollado por Bott (1998), teniendo en cuenta las mismas condiciones iniciales y parámetros de la distribución, obteniéndose tanto las cantidades totales como la concentración de gotas de nube y lluvia. A continuación, les mostramos estos resultados.

3.2.1. Comparación de las cantidades totales de concentración y contenido de agua de nube y lluvia

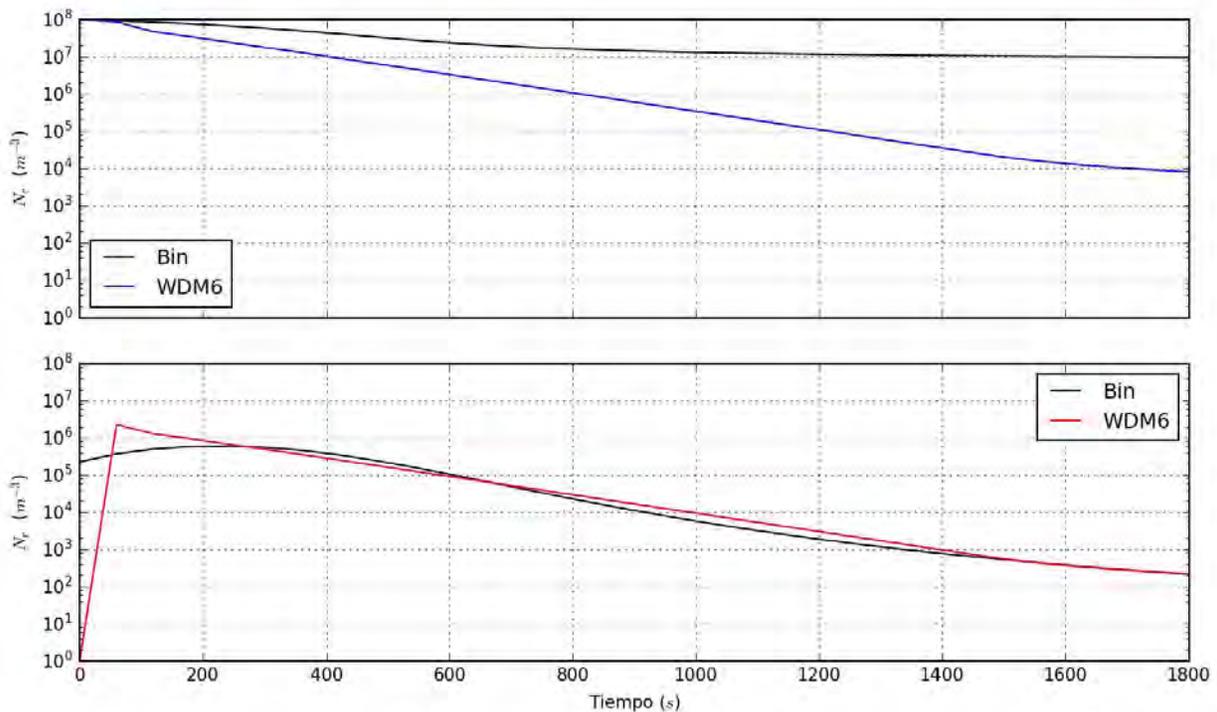


Figura 10: Comparación de la concentración de gotas de agua de nube (arriba) y lluvia (abajo). La línea sólida negra representa el resultado del modelo de microfísica explícita (*bin*), mientras que las líneas sólidas azul y roja indican la concentración de gotas de nube y lluvia respectivamente, calculadas por la parametrización *WDM6*.

La Figura 10 muestra la comparación de las concentraciones de gotas tanto de nube como de lluvia. Se observa claramente cómo se subestima la concentración de gotas de nube durante toda la simulación, haciéndose particularmente acentuada esta característica en los instantes finales, siendo la diferencia de tres órdenes de magnitud. Esto se debe a dos factores fundamentales, la eficiencia de la etapa inicial del proceso de autoconversión, que produce una gran cantidad de gotas de lluvia en un período de tiempo muy pequeño, y producto de esto, al proceso de acreción que actúa más rápidamente sobre la concentración de gotas de nube. En cuanto a la concentración de gotas de lluvia, se observa el rápido

incremento ya mencionado, sobreestimando inicialmente (60 segundos de simulación) la concentración calculada a partir del modelo explícito, mientras que en el resto de la simulación se ajusta de manera adecuada, dando resultados mucho mejores que la concentración de gotas de nube, descartando la posibilidad de un comportamiento errático de los procesos de acreción y autocolcción. Esto nos confirma que la causa de esta perturbación en las concentraciones de gotas de nube y lluvia es un aceleramiento artificial de la producción de gotas de lluvia en la fase inicial del proceso de autoconversión, encargada de generar en primera instancia el espectro de gotas de lluvia.

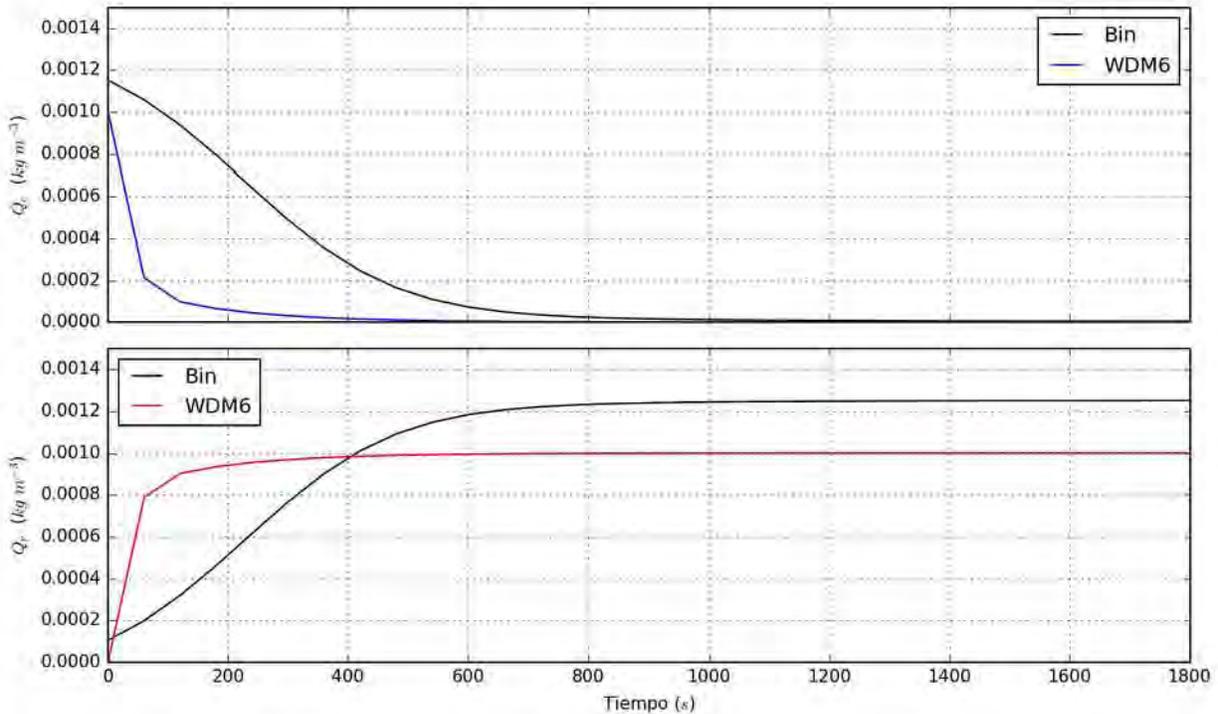


Figura 11: Comparación del contenido de agua de nube (arriba) y lluvia (abajo). La línea sólida negra representa el resultado del modelo de microfísica explícita (bin), mientras que las líneas sólidas azul y roja indican el contenido de agua de nube y lluvia respectivamente, calculados por la parametrización WDM6.

En la Figura 11 se parecía claramente el carácter conservativo de ambos modelos, incrementándose el contenido de agua de lluvia al mismo ritmo que decrece el agua de nube. Como era de esperar, se observa un incremento rápido del contenido de agua de lluvia en los primeros 60 segundos de simulación, sobreestimando claramente lo pronosticado por el modelo de microfísica explícita, por las razones que ya conocemos. Ya que la parametrización WDM6 mantiene su carácter conservativo, y que el cálculo del contenido de agua de nube en la etapa inicial del proceso de autoconversión está vinculado a la concentración de gotas, se descarta un comportamiento errático de estas formulaciones, reduciendo la fuente de error al cálculo de la concentración de gotas en la fase inicial del proceso de autoconversión.

3.2.2. Comparación de las distribuciones de concentración y contenido de agua de nube y lluvia

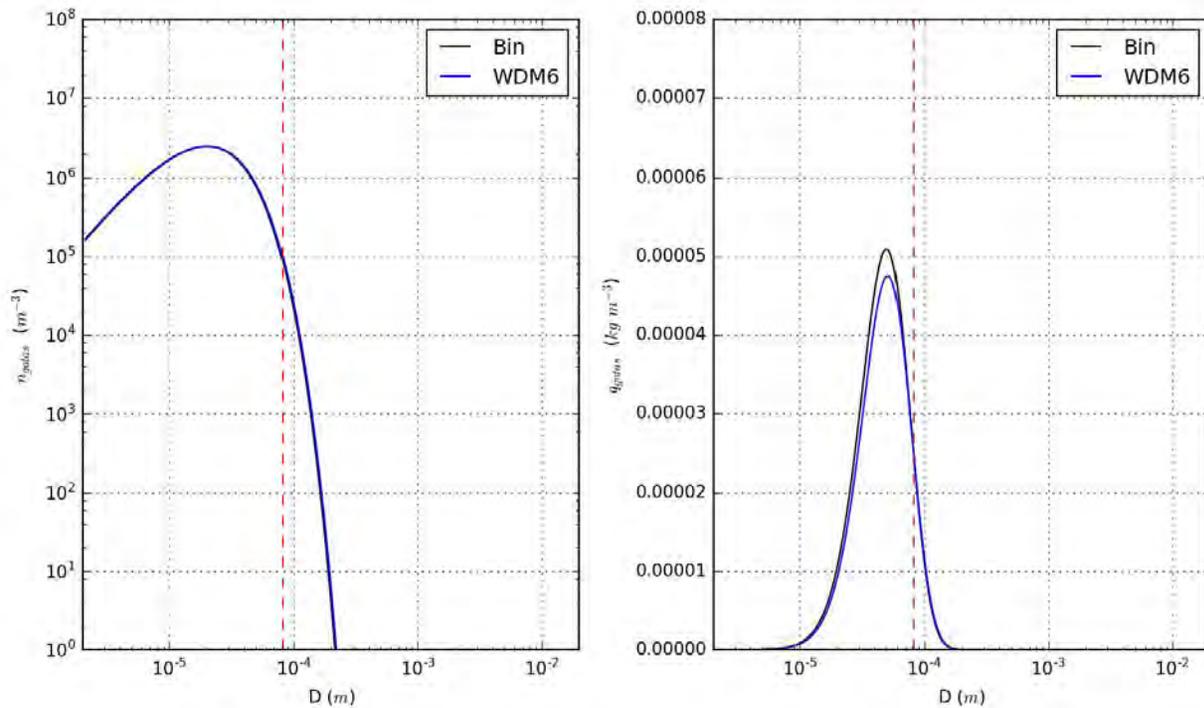


Figura 52: Distribución inicial de concentración de gotas (izquierda) y contenido de agua líquida (derecha). La línea sólida negra representa la distribución resultado del modelo de microfísica explícita (bin), mientras que la línea sólida azul indica la distribución producto de la parametrización WDM6. La línea punteada vertical de color rojo representa el punto de división entre agua de nube y agua de lluvia según los modelos empleados ().

Con el objetivo de realizar de manera adecuada la comparación entre las distribuciones obtenidas por ambos modelos, se tomaron las mismas condiciones iniciales y se empleó la misma distribución con los mismos parámetros. Esta igualdad de condiciones se aprecia en la Figura 12, donde se muestra el espectro inicial de concentración de gota, prácticamente superponiéndose, mientras que en la distribución inicial del contenido de agua líquida se observan solamente pequeñas diferencias, por lo que se puede afirmar que ambos modelos parten del mismo punto al contar con las mismas condiciones iniciales.

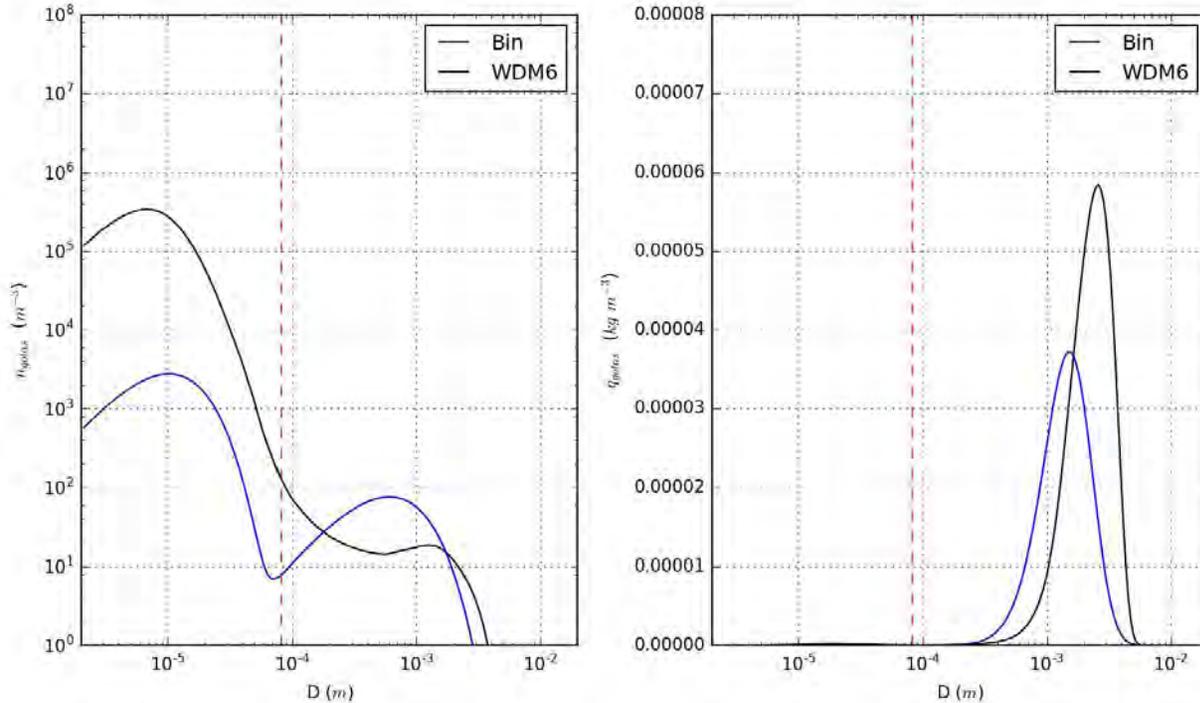


Figura 13: Distribución de concentración de gotas (izquierda) y contenido de agua líquida (derecha) a los 20 minutos de simulación. La línea sólida negra representa la distribución resultado del modelo de microfísica explícita (bin), mientras que la línea sólida azul indica la distribución producto de la parametrización WDM6. La línea punteada vertical de color rojo representa el punto de división entre agua de nube y agua de lluvia según los modelos empleados ().

Al evolucionar las distribuciones en el tiempo se van haciendo más evidentes las diferencias entre ambos modelos. Por ejemplo, en la Figura 13 se muestran las distribuciones obtenidas a los 20 minutos de simulación. Se aprecia claramente cómo se subestima la concentración de gotas de nube, mientras que la concentración de gotas de lluvia es sobrestimada ligeramente, ya que las diferencias no superan un orden de magnitud, lo que corresponde con lo observado en la comparación con las concentraciones totales mostradas en la Figura 10; Además se aprecia poca evolución en el diámetro medio de las gotas de nube, lo que corresponde con el análisis de la Figura 9. Sin embargo, en la distribución del contenido de agua líquida, se observa cierto atraso en la evolución del espectro calculado por la parametrización WDM6 respecto a la microfísica explícita, teniendo un valor medio menor en cuanto a los diámetros, mientras que el contenido es casi nulo para la sección de la gráfica correspondiente al agua de nube, lo que se ajusta a lo mostrado en la Figura 11.

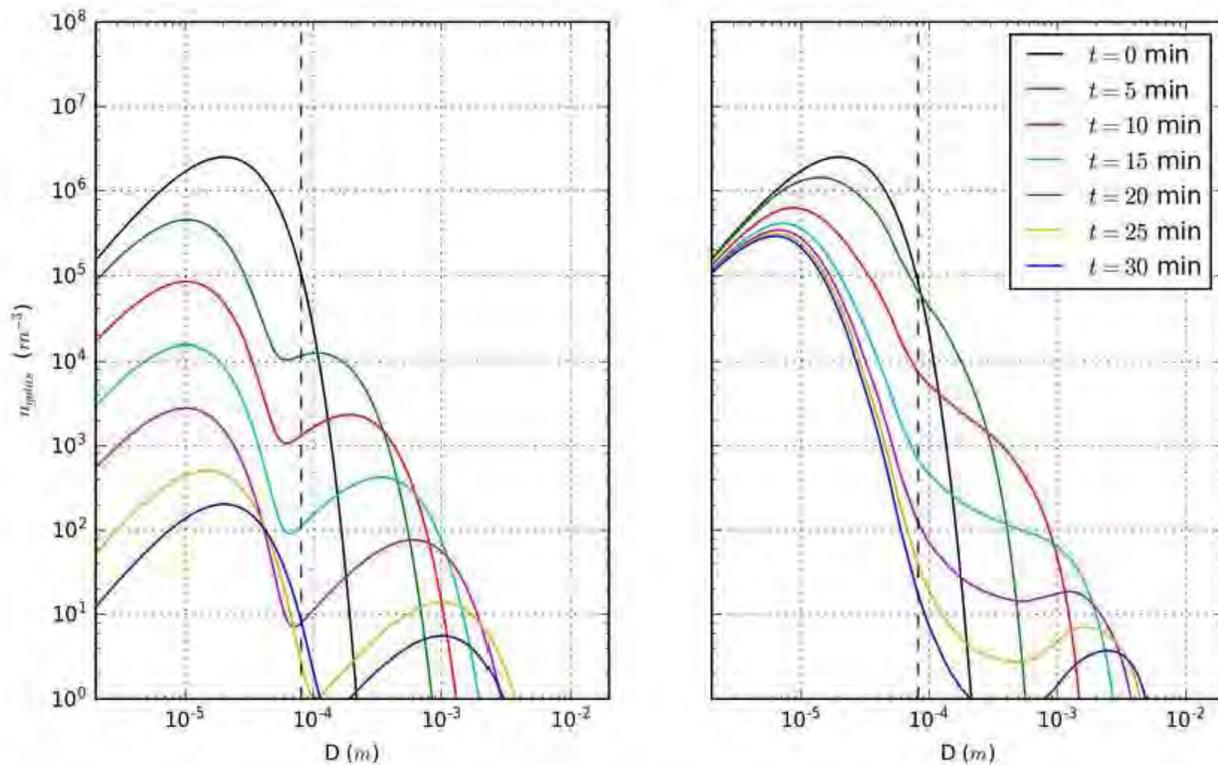


Figura 14: Distribución de concentración de gotas obtenida de la parametrización *WDM6* (izquierda) y del modelo de microfísica explícita (derecha) cada 5 minutos de simulación. La línea punteada vertical de color negro representa el punto de división entre agua de nube y agua de lluvia según los modelos empleados ().

En cuanto a la evolución temporal del espectro de gotas, es evidente en la Figura 14 el efecto del aceleramiento artificial que ocurre en la etapa inicial del proceso de autoconversión. Desde un inicio se observa la subestimación de la concentración de gotas de nube, lo que se traduce en una mayor transferencia a gotas de lluvia, siendo sobreestimada esta última de manera general. A pesar de ajustarse de manera satisfactoria las cantidades totales de concentración de gotas de lluvia, se observa en la evolución del espectro, que estas no se encuentran distribuidas de la misma forma, ya que el diámetro medio de los resultados producidos por la parametrización *WDM6* son generalmente menores que los del espectro del modelo de microfísica explícita. Además, de manera general existe una deficiente representación de la distribución en la zona de la rejilla que corresponde a la transición entre agua de nube y agua de lluvia, ya que estas clasificaciones son creadas de manera artificial para calcular la evolución de los momentos de la distribución, y por lo tanto se centran en una u otra clasificación. Esto genera la interrogante de que usando más momentos de la distribución, que no necesariamente tengan un sentido físico, pueda representarse mejor el espectro total de gotas.

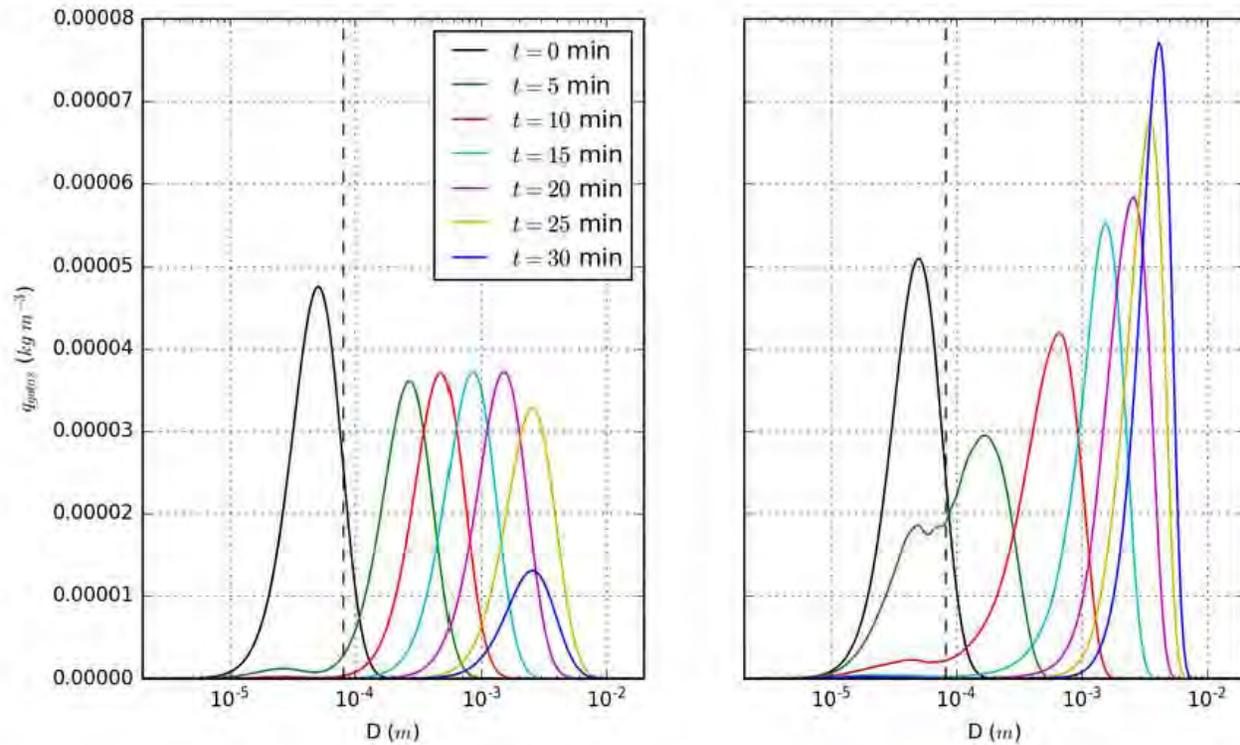


Figura 15: Distribución del contenido de agua líquida obtenida de la parametrización WDM6 (izquierda) y del modelo de microfísica explícita (derecha) cada 5 minutos de simulación. La línea punteada vertical de color negro representa el punto de división entre agua de nube y agua de lluvia según los modelos empleados ().

De la misma manera que en la evolución de la distribución de la concentración de gotas, en la evolución del espectro del contenido de agua líquida se destaca la rápida transferencia de masa entre el agua de nube y agua de lluvia en los momentos iniciales de la simulación, como se aprecia en la Figura 15. Además, se observa un valor máximo constante en la evolución de la distribución calculada por la parametrización WDM6, valor que disminuye en los últimos 10 minutos de simulación debido a la disminución de la concentración por el proceso de autocoalescencia. En contraste con ello, los resultados del modelo de microfísica explícita muestran una tendencia al incremento de su valor máximo, a expensas de una disminución en la dispersión del espectro, o sea, se obtienen gotas con mayor masa en un intervalo menor.

4. Conclusiones

- En el presente trabajo de diploma se asimiló de manera adecuada la sección correspondiente a los procesos de colisión y coalescencia de la parametrización microfísica de dos momentos *WRF Double Moment 6-class*. Además, esta fue implementada empleando un método de diferencias finitas hacia atrás, integrándose de esta forma el sistema de ecuaciones correspondiente a dicha parametrización.
- Además, se asimiló e implementó el método de flujo desarrollado por (Bott, 1998) para solucionar numéricamente la ecuación estocástica de colisión-coalescencia. Dicho método tuvo que ser modificado para emplear las mismas condiciones iniciales y la misma distribución de gotas, y para salvar las diferencias fundamentales de unidades de medida en que están formuladas ambas parametrizaciones.
- Se establecieron condiciones iniciales y parámetros de simulación comunes para las simulaciones realizadas, con el objetivo de hacer posible la comparación entre el modelo de microfísica explícita y la parametrización *WDM6*.
- Los resultados de la simulación con la parametrización *WDM6* mostraron un incremento acelerado de forma artificial en la concentración de gotas de nube, particularmente durante los primeros 60 segundos de simulación.
- Se comprobó el carácter conservativo respecto a la masa de la parametrización *WDM6*.
- Se llevó a cabo la evaluación de la parametrización de dos momentos *WDM6*, a través de la comparación con los resultados del modelo de microfísica explícita de Bott (Bott, 1998).
- Se determinó que la parametrización *WDM6* subestimó de manera general las cantidades totales de concentración de gotas de nube durante toda la simulación.
- Se determinó que la parametrización *WDM6* sobreestima la concentración de gotas de lluvia durante los momentos iniciales de la simulación, sin embargo, sus resultados se ajustan de manera adecuada a los obtenidos a partir del modelo explícito a medida que avanza en el tiempo la simulación.
- Se determinó a partir de la comparación entre los resultados de las simulaciones con ambos esquemas, que la aceleración artificial de la producción de concentración de gotas de lluvia se debe a un comportamiento anormal de la formulación de la *fase inicial* del proceso de autoconversión.
- Se observa que, a pesar de ajustarse de manera satisfactoria las cantidades totales de concentración de gotas de lluvia, la evolución del espectro de gotas no se encuentra distribuida de

la misma forma, ya que el diámetro medio de los resultados producidos por la parametrización *WDM6* son generalmente menores que los del espectro del modelo de microfísica explícita.

- Se determinó que existe una deficiente representación de las distribuciones en la zona de la rejilla que corresponde a la transición entre agua de nube y agua de lluvia, ya que estas clasificaciones son creadas de manera artificial para calcular la evolución de los momentos de la distribución, y por lo tanto se centran en una u otra clasificación.
- Se determinó a partir de la comparación de la evolución del espectro del contenido de agua líquida, que ocurre una rápida transferencia de masa entre agua de nube y agua de lluvia en los momentos iniciales de la simulación.
- Se observó un valor máximo constante en la evolución de la distribución calculada por la parametrización *WDM6*, el cual disminuye en los últimos 10 minutos de simulación debido a la disminución de la concentración por el proceso de autocollección.

5. Recomendaciones

- Reformular la fase inicial del proceso de autoconversión con el objetivo de eliminar o mitigar la aceleración artificial de la concentración de gotas de lluvia.
- Trabajar con una distribución en función de la masa en lugar del diámetro, ya que la primera es una variable extensiva, lo que hace más fácil la formulación de los distintos procesos.
- Añadir el cálculo de los núcleos de condensación de nube, y por lo tanto del proceso de activación.
- Considerar la influencia de los procesos de condensación y evaporación sobre el espectro de gotas.
- Considerar el proceso de sedimentación de las gotas, y el sumidero de concentración y contenido de agua líquida que representa.
- Integrar la formulación de la parametrización estudiada con la dinámica, para poder determinar los efectos de la advección y convección en el espectro de gotas.

6. Bibliografía

- Beheng, K. D. (1994). A parameterization of warm cloud microphysical conversion processes. *Atmospheric Research*, 33(1), 193–206. [https://doi.org/10.1016/0169-8095\(94\)90020-5](https://doi.org/10.1016/0169-8095(94)90020-5)
- Beheng, K. D. (2010). The Evolution of Raindrop Spectra: A Review of Microphysical Essentials. En F. Y. Testik & M. Gebremichael (Eds.), *Rainfall: State of the Science* (pp. 29–48). American Geophysical Union. <https://doi.org/10.1029/2010GM000957>
- Beheng, K. D., & Doms, G. (1986). A general formulation of collection rates of cloud and raindrops using the kinetic equation and comparison with parameterizations. *Beiträge Zur Physik Der Atmosphäre*, 59(1), 66–84.
- Berry, E. X. (1967). Cloud Droplet Growth by Collection. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 24(6), 688–701. [https://doi.org/10.1175/1520-0469\(1967\)024<0688:CDGBC>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(1967)024<0688:CDGBC>2.0.CO;2)
- Berry, Edwin X., & Reinhardt, R. L. (1974a). An Analysis of Cloud Drop Growth by Collection: Part I. Double Distributions. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 31(7), 1814–1824. [https://doi.org/10.1175/1520-0469\(1974\)031<1814:AAOCDG>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(1974)031<1814:AAOCDG>2.0.CO;2)
- Berry, Edwin X., & Reinhardt, R. L. (1974b). An Analysis of Cloud Drop Growth by Collection Part II. Single Initial Distributions. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 31(7), 1825–1831. [https://doi.org/10.1175/1520-0469\(1974\)031<1825:AAOCDG>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(1974)031<1825:AAOCDG>2.0.CO;2)
- Bott, A. (1989). A Positive Definite Advection Scheme Obtained by Nonlinear Renormalization of the Advective Fluxes. *Monthly Weather Review*, 117(5), 1006–1016. [https://doi.org/10.1175/1520-0493\(1989\)117<1006:APDASO>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0493(1989)117<1006:APDASO>2.0.CO;2)
- Bott, A. (1998). A Flux Method for the Numerical Solution of the Stochastic Collection Equation. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 55(13), 2284–2293. [https://doi.org/10.1175/1520-0469\(1998\)055<2284:AFMFTN>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(1998)055<2284:AFMFTN>2.0.CO;2)

- Clark, T. L. (1973). Numerical Modeling of the Dynamics and Microphysics of Warm Cumulus Convection. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 30(5), 857–878. [https://doi.org/10.1175/1520-0469\(1973\)030<0857:NMOTDA>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(1973)030<0857:NMOTDA>2.0.CO;2)
- Cohard, J.-M., & Pinty, J.-P. (2000). A comprehensive two-moment warm microphysical bulk scheme. I: Description and tests. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 126(566), 1815–1842. <https://doi.org/10.1002/qj.49712656613>
- Cotton, W. R., Anthes, R. A., Cotton, W. R., & Anthes, R. A. (1989). *Storm and Cloud Dynamics (International geophysics series; v. 44)*. Academic Press.
- Dooley, A. L. (2008). *Ice microphysics observations in tropical cyclones from NAMMA*.
- Feingold, G., Tzivion (Tzitzvashvili), S., & Leviv, Z. (1988). Evolution of Raindrop Spectra. Part I: Solution to the Stochastic Collection/Breakup Equation Using the Method of Moments. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 45(22), 3387–3399. [https://doi.org/10.1175/1520-0469\(1988\)045<3387:EORSPI>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(1988)045<3387:EORSPI>2.0.CO;2)
- Gilmore, M. S., & Straka, J. M. (2008). The Berry and Reinhardt Autoconversion Parameterization: A Digest. *Journal of Applied Meteorology and Climatology*, 47(2), 375–396. <https://doi.org/10.1175/2007JAMC1573.1>
- Golovin, A. M. (1963). The solution of the coagulation equation for cloud droplets in a rising air current. *Izv. Geophys. Ser*, 5, 482–487.
- Grabowski, W. W. (2003). MJO-like Coherent Structures: Sensitivity Simulations Using the Cloud-Resolving Convection Parameterization (CRCP). *Journal of the Atmospheric Sciences*, 60(6), 847–864. [https://doi.org/10.1175/1520-0469\(2003\)060<0847:MLCSSS>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(2003)060<0847:MLCSSS>2.0.CO;2)
- Grabowski, W. W. (2006). Indirect Impact of Atmospheric Aerosols in Idealized Simulations of Convective–Radiative Quasi Equilibrium. *Journal of Climate*, 19(18), 4664–4682. <https://doi.org/10.1175/JCLI3857.1>

- Grabowski, W. W., & Smolarkiewicz, P. K. (1999). CRCP: a Cloud Resolving Convection Parameterization for modeling the tropical convecting atmosphere. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, *133*(1), 171–178. [https://doi.org/10.1016/S0167-2789\(99\)00104-9](https://doi.org/10.1016/S0167-2789(99)00104-9)
- Hocking, L. M., & Jonas, P. R. (1970). The collision efficiency of small drops. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, *96*(410), 722–729. <https://doi.org/10.1002/qj.49709641013>
- Hong, S.-Y., Dudhia, J., & Chen, S.-H. (2004). A Revised Approach to Ice Microphysical Processes for the Bulk Parameterization of Clouds and Precipitation. *Monthly Weather Review*, *132*(1), 103–120. [https://doi.org/10.1175/1520-0493\(2004\)132<0103:ARATIM>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0493(2004)132<0103:ARATIM>2.0.CO;2)
- Hong, S.-Y., & Lim, J.-O. J. (2006). The WRF single-moment 6-class microphysics scheme (WSM6). *J. Korean Meteor. Soc*, *42*(2), 129–151.
- Kessler, E. (1969). On the distribution and continuity of water substance in atmospheric circulations. En *On the Distribution and Continuity of Water Substance in Atmospheric Circulations* (pp. 1–84). Springer. Recuperado a partir de http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-1-935704-36-2_1
- Khain, A., Ovtchinnikov, M., Pinsky, M., Pokrovsky, A., & Krugliak, H. (2000). Notes on the state-of-the-art numerical modeling of cloud microphysics. *Atmospheric Research*, *55*(3), 159–224. [https://doi.org/10.1016/S0169-8095\(00\)00064-8](https://doi.org/10.1016/S0169-8095(00)00064-8)
- Khain, A. P., Beheng, K. D., Heymsfield, A., Korolev, A., Krichak, S. O., Levin, Z., ... Yano, J.-I. (2015). Representation of microphysical processes in cloud-resolving models: Spectral (bin) microphysics versus bulk parameterization. *Reviews of Geophysics*, *53*(2), 2014RG000468. <https://doi.org/10.1002/2014RG000468>
- Khain, A. P., Leung, L. R., Lynn, B., & Ghan, S. (2009). Effects of aerosols on the dynamics and microphysics of squall lines simulated by spectral bin and bulk parameterization schemes.

- Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, 114(D22), D22203.
<https://doi.org/10.1029/2009JD011902>
- Khain, A. P., Phillips, V., Benmoshe, N., & Pokrovsky, A. (2011). The Role of Small Soluble Aerosols in the Microphysics of Deep Maritime Clouds. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 69(9), 2787–2807.
<https://doi.org/10.1175/2011JAS3649.1>
- Khain, A., Prabha, T. V., Benmoshe, N., Pandithurai, G., & Ovchinnikov, M. (2013). The mechanism of first raindrops formation in deep convective clouds. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, 118(16), 9123–9140. <https://doi.org/10.1002/jgrd.50641>
- Korolev, A. V. (1994). A study of bimodal droplet size distributions in stratiform clouds. *Atmospheric Research*, 32(1), 143–170. [https://doi.org/10.1016/0169-8095\(94\)90057-4](https://doi.org/10.1016/0169-8095(94)90057-4)
- Korolev, A. V. (1995). The Influence of Supersaturation Fluctuations on Droplet Size Spectra Formation. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 52(20), 3620–3634. [https://doi.org/10.1175/1520-0469\(1995\)052<3620:TIOSFO>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(1995)052<3620:TIOSFO>2.0.CO;2)
- Li, X., Tao, W.-K., Khain, A. P., Simpson, J., & Johnson, D. E. (2009a). Sensitivity of a Cloud-Resolving Model to Bulk and Explicit Bin Microphysical Schemes. Part I: Comparisons. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 66(1), 3–21. <https://doi.org/10.1175/2008JAS2646.1>
- Li, X., Tao, W.-K., Khain, A. P., Simpson, J., & Johnson, D. E. (2009b). Sensitivity of a Cloud-Resolving Model to Bulk and Explicit Bin Microphysical Schemes. Part II: Cloud Microphysics and Storm Dynamics Interactions. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 66(1), 22–40.
<https://doi.org/10.1175/2008JAS2647.1>
- Lim, K.-S. S., & Hong, S.-Y. (2009). Development of an Effective Double-Moment Cloud Microphysics Scheme with Prognostic Cloud Condensation Nuclei (CCN) for Weather and Climate Models. *Monthly Weather Review*, 138(5), 1587–1612. <https://doi.org/10.1175/2009MWR2968.1>

- Lin, Y.-L., Farley, R. D., & Orville, H. D. (1983). Bulk Parameterization of the Snow Field in a Cloud Model. *Journal of Climate and Applied Meteorology*, 22(6), 1065–1092. [https://doi.org/10.1175/1520-0450\(1983\)022<1065:BPOTSF>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0450(1983)022<1065:BPOTSF>2.0.CO;2)
- Liu, Y., Daum, P. H., & Yum, S. S. (2006). Analytical expression for the relative dispersion of the cloud droplet size distribution. *Geophysical Research Letters*, 33(2), L02810. <https://doi.org/10.1029/2005GL024052>
- Loftus, A. M., & Cotton, W. R. (2014). Examination of CCN impacts on hail in a simulated supercell storm with triple-moment hail bulk microphysics. *Atmospheric Research*, 147–148, 183–204. <https://doi.org/10.1016/j.atmosres.2014.04.017>
- Long, A. B. (1974). Solutions to the Droplet Collection Equation for Polynomial Kernels. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 31(4), 1040–1052. [https://doi.org/10.1175/1520-0469\(1974\)031<1040:STTDCE>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(1974)031<1040:STTDCE>2.0.CO;2)
- Low, T. B., & List, R. (1982a). Collision, Coalescence and Breakup of Raindrops. Part I: Experimentally Established Coalescence Efficiencies and Fragment Size Distributions in Breakup. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 39(7), 1591–1606. [https://doi.org/10.1175/1520-0469\(1982\)039<1591:CCABOR>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(1982)039<1591:CCABOR>2.0.CO;2)
- Low, T. B., & List, R. (1982b). Collision, Coalescence and Breakup of Raindrops. Part II: Parameterization of Fragment Size Distributions. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 39(7), 1607–1619. [https://doi.org/10.1175/1520-0469\(1982\)039<1607:CCABOR>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(1982)039<1607:CCABOR>2.0.CO;2)
- Magaritz, L., Pinsky, M., & Khain, A. (2010). Effects of stratocumulus clouds on aerosols in the maritime boundary layer. *Atmospheric Research*, 97(4), 498–512. <https://doi.org/10.1016/j.atmosres.2010.06.010>

- Magaritz, L., Pinsky, M., Krasnov, O., & Khain, A. (2009). Investigation of Droplet Size Distributions and Drizzle Formation Using A New Trajectory Ensemble Model. Part II: Lucky Parcels. *Journal of the Atmospheric Sciences*, *66*(4), 781–805. <https://doi.org/10.1175/2008JAS2789.1>
- Mazin, I. P., Khrgian, A. K., & Imyanitov, I. M. (1989). Handbook of clouds and cloudy atmosphere. *Gidrometeoizdat, Leningrad*, 336–338.
- Milbrandt, J. A., & McTaggart-Cowan, R. (2010). Sedimentation-Induced Errors in Bulk Microphysics Schemes. *Journal of the Atmospheric Sciences*, *67*(12), 3931–3948. <https://doi.org/10.1175/2010JAS3541.1>
- Milbrandt, J. A., & Yau, M. K. (2005a). A Multimoment Bulk Microphysics Parameterization. Part I: Analysis of the Role of the Spectral Shape Parameter. *Journal of the Atmospheric Sciences*, *62*(9), 3051–3064. <https://doi.org/10.1175/JAS3534.1>
- Milbrandt, J. A., & Yau, M. K. (2005b). A Multimoment Bulk Microphysics Parameterization. Part II: A Proposed Three-Moment Closure and Scheme Description. *Journal of the Atmospheric Sciences*, *62*(9), 3065–3081. <https://doi.org/10.1175/JAS3535.1>
- Milbrandt, J. A., & Yau, M. K. (2006). A Multimoment Bulk Microphysics Parameterization. Part III: Control Simulation of a Hailstorm. *Journal of the Atmospheric Sciences*, *63*(12), 3114–3136. <https://doi.org/10.1175/JAS3816.1>
- Morrison, H., & Gettelman, A. (2008). A New Two-Moment Bulk Stratiform Cloud Microphysics Scheme in the Community Atmosphere Model, Version 3 (CAM3). Part I: Description and Numerical Tests. *Journal of Climate*, *21*(15), 3642–3659. <https://doi.org/10.1175/2008JCLI2105.1>
- Phillips, V. T. J., DeMott, P. J., & Andronache, C. (2008). An Empirical Parameterization of Heterogeneous Ice Nucleation for Multiple Chemical Species of Aerosol. *Journal of the Atmospheric Sciences*, *65*(9), 2757–2783. <https://doi.org/10.1175/2007JAS2546.1>

- Pinsky, M., Khain, A., & Shapiro, M. (2001). Collision Efficiency of Drops in a Wide Range of Reynolds Numbers: Effects of Pressure on Spectrum Evolution. *Journal of the Atmospheric Sciences*, *58*(7), 742–764. [https://doi.org/10.1175/1520-0469\(2001\)058<0742:CEODIA>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(2001)058<0742:CEODIA>2.0.CO;2)
- Prabha, T. V., Khain, A., Maheshkumar, R. S., Pandithurai, G., Kulkarni, J. R., Konwar, M., & Goswami, B. N. (2011). Microphysics of Premonsoon and Monsoon Clouds as Seen from In Situ Measurements during the Cloud Aerosol Interaction and Precipitation Enhancement Experiment (CAIPEEX). *Journal of the Atmospheric Sciences*, *68*(9), 1882–1901. <https://doi.org/10.1175/2011JAS3707.1>
- Pruppacher, H. R., & Klett, J. D. (1997). *Microphysics of Clouds and Precipitation: With an Introduction to Cloud Chemistry and Cloud Electricity*, 954 pp. Springer, New York.
- Reisner, J., Rasmussen, R. M., & Bruintjes, R. T. (1998). Explicit forecasting of supercooled liquid water in winter storms using the MM5 mesoscale model. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, *124*(548), 1071–1107. <https://doi.org/10.1002/qj.49712454804>
- Saleeby, S. M., & Cotton, W. R. (2004). A Large-Droplet Mode and Prognostic Number Concentration of Cloud Droplets in the Colorado State University Regional Atmospheric Modeling System (RAMS). Part I: Module Descriptions and Supercell Test Simulations. *Journal of Applied Meteorology*, *43*(1), 182–195. [https://doi.org/10.1175/1520-0450\(2004\)043<0182:ALMAPN>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0450(2004)043<0182:ALMAPN>2.0.CO;2)
- Sant, V., Lohmann, U., & Seifert, A. (2012). Performance of a Triclass Parameterization for the Collision–Coalescence Process in Shallow Clouds. *Journal of the Atmospheric Sciences*, *70*(6), 1744–1767. <https://doi.org/10.1175/JAS-D-12-0154.1>
- Schoenberg Ferrier, B. (1994). A Double-Moment Multiple-Phase Four-Class Bulk Ice Scheme. Part I: Description. *Journal of the Atmospheric Sciences*, *51*(2), 249–280. [https://doi.org/10.1175/1520-0469\(1994\)051<0249:ADMMPF>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(1994)051<0249:ADMMPF>2.0.CO;2)

- Seifert, A., & Beheng, K. D. (2001). A double-moment parameterization for simulating autoconversion, accretion and selfcollection. *Atmospheric Research*, *59*, 265–281.
[https://doi.org/10.1016/S0169-8095\(01\)00126-0](https://doi.org/10.1016/S0169-8095(01)00126-0)
- Siewert, C., Kunnen, R. P. J., Meinke, M., & Schröder, W. (2014). Orientation statistics and settling velocity of ellipsoids in decaying turbulence. *Atmospheric Research*, *142*, 45–56.
<https://doi.org/10.1016/j.atmosres.2013.08.011>
- Srivastava, R. C. (1978). Parameterization of Raindrop Size Distributions. *Journal of the Atmospheric Sciences*, *35*(1), 108–117. [https://doi.org/10.1175/1520-0469\(1978\)035<0108:PORSDD>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(1978)035<0108:PORSDD>2.0.CO;2)
- Straka, J. M. (2009). *Cloud and Precipitation Microphysics: Principles and Parameterizations*. Cambridge University Press.
- Tampieri, F., & Tomasi, C. (1976). Size distribution models of fog and cloud droplets in terms of the modified gamma function. *Tellus*, *28*(4), 333–347. <https://doi.org/10.1111/j.2153-3490.1976.tb00682.x>
- Tao, F., Zhang, Z., Liu, J., & Yokozawa, M. (2009). Modelling the impacts of weather and climate variability on crop productivity over a large area: A new super-ensemble-based probabilistic projection. *Agricultural and Forest Meteorology*, *149*(8), 1266–1278.
<https://doi.org/10.1016/j.agrformet.2009.02.015>
- Tao, W.-K., Li, X., Khain, A., Matsui, T., Lang, S., & Simpson, J. (2007). Role of atmospheric aerosol concentration on deep convective precipitation: Cloud-resolving model simulations. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, *112*(D24), D24S18. <https://doi.org/10.1029/2007JD008728>
- Tao, W.-K., & Moncrieff, M. W. (2009). Multiscale cloud system modeling. *Reviews of Geophysics*, *47*(4), RG4002. <https://doi.org/10.1029/2008RG000276>
- Teller, A., & Levin, Z. (2008). Factorial method as a tool for estimating the relative contribution to precipitation of cloud microphysical processes and environmental conditions: Method and

- application. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, 113(D2), D02202.
<https://doi.org/10.1029/2007JD008960>
- Thompson, G., Rasmussen, R. M., & Manning, K. (2004). Explicit Forecasts of Winter Precipitation Using an Improved Bulk Microphysics Scheme. Part I: Description and Sensitivity Analysis. *Monthly Weather Review*, 132(2), 519–542. [https://doi.org/10.1175/1520-0493\(2004\)132<0519:EFOWPU>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0493(2004)132<0519:EFOWPU>2.0.CO;2)
- Tzivion (Tzitzvashvili), S., Feingold, G., & Levin, Z. (1987). An Efficient Numerical Solution to the Stochastic Collection Equation. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 44(21), 3139–3149. [https://doi.org/10.1175/1520-0469\(1987\)044<3139:AENSTT>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(1987)044<3139:AENSTT>2.0.CO;2)
- Tzivion (Tzitzvashvili), S., Feingold, G., & Levin, Z. (1988). The Evolution of Raindrop Spectra. Part II: Collisional Collection/Breakup and Evaporation in a Rainshaft. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 46(21), 3312–3328. [https://doi.org/10.1175/1520-0469\(1989\)046<3312:TEORSP>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(1989)046<3312:TEORSP>2.0.CO;2)
- van den Heever, S. C., & Cotton, W. R. (2007). Urban Aerosol Impacts on Downwind Convective Storms. *Journal of Applied Meteorology and Climatology*, 46(6), 828–850.
<https://doi.org/10.1175/JAM2492.1>
- Voloshuk, V. M., & Sedunov, Y. S. (1975). *Coagulation Processes in dispersive Systems*. 320 p. Gidrometizdat.
- Wang, B., Ding, Q., Fu, X., Kang, I.-S., Jin, K., Shukla, J., & Doblus-Reyes, F. (2005). Fundamental challenge in simulation and prediction of summer monsoon rainfall. *Geophysical Research Letters*, 32(15), L15711. <https://doi.org/10.1029/2005GL022734>
- Xue, L., Teller, A., Rasmussen, R., Geresdi, I., & Pan, Z. (2010). Effects of Aerosol Solubility and Regeneration on Warm-Phase Orographic Clouds and Precipitation Simulated by a Detailed Bin

- Microphysical Scheme. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 67(10), 3336–3354.
<https://doi.org/10.1175/2010JAS3511.1>
- Yano, J.-I., & Bouniol, D. (2010). A minimum bulk microphysics. *Atmospheric Chemistry and Physics Discussions*, 10(12), 30305–30345.
- Yin, Y., Chen, Q., Jin, L., Chen, B., Zhu, S., & Zhang, X. (2012). The effects of deep convection on the concentration and size distribution of aerosol particles within the upper troposphere: A case study. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, 117(D22), D22202.
<https://doi.org/10.1029/2012JD017827>
- Yin, Y., Levin, Z., Reisin, T., & Tzivion, S. (2000). Seeding Convective Clouds with Hygroscopic Flares: Numerical Simulations Using a Cloud Model with Detailed Microphysics. *Journal of Applied Meteorology*, 39(9), 1460–1472. [https://doi.org/10.1175/1520-0450\(2000\)039<1460:SCCWHF>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0450(2000)039<1460:SCCWHF>2.0.CO;2)
- Ziegler, C. L. (1985). Retrieval of Thermal and Microphysical Variables in Observed Convective Storms. Part 1: Model Development and Preliminary Testing. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 42(14), 1487–1509. [https://doi.org/10.1175/1520-0469\(1985\)042<1487:ROTAMV>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(1985)042<1487:ROTAMV>2.0.CO;2)