

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO



FACULTAD DE INGENIERÍA

**SISTEMA PARA DETERMINAR EL CENTRO DE
MASA Y LOS MOMENTOS DE INERCIA DE UN
NANOSATÉLITE**

TESIS

Que para obtener el título de

INGENIERO ELÉCTRICO ELECTRÓNICO

P R E S E N T A

JORGE PRADO MORALES

DIRECTOR DE TESIS

Dr. CARLOS ROMO FUENTES



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2017



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Dedicatoria

A mi padre Jorge Prado, que es un ejemplo de constancia y perseverancia, me ha motivado a enfrentar nuevos retos, con el trabajo duro como fórmula del éxito, su apoyo incondicional fue pieza clave para poder concluir esta etapa de mi vida.

A mi madre Marina Morales, su amor, comprensión y dedicación durante toda mi vida, este éxito le pertenece.

A mi hermano Luis Daniel, mi cómplice, que ha estado a mi lado en los momentos buenos y malos de mi vida, este trabajo significa un paso más en el cumplimiento de nuestras metas.

A Melisa Mancilla, por compartir su vida conmigo y crecer juntos.

A mi hermana Rebeca, por sus consejos y cariño.

A mis abuelas: Benita y † Mariquita, por quererme y apoyarme siempre.

A toda mi familia: tíos, primos; que siempre me han dado palabras de ánimo y me ha motivado a seguir adelante. Espero que este esfuerzo, les sirva de motivación a mis sobrinos a emprender nuevos retos.

A mis amigos: Jonás Gonzáles, Javier Lemus, Sebastián Dozal, Alan Elihú, Mariana Huerta, Amílcar Taddei, Einar Díaz, Marco Ramírez, Alan Suarez. Por brindarme su amistad y apoyo.

A mis compañeros de carrera y amigos: Fabián Ramírez, Iván sarmiento, Brayan Osorio, Juan Cortes, Hugo Alarcón, Gustavo Peñaloza, Diego Dorantes, Misael Jiménez, Emilio Mondragón, Eliab Vega, Rogelio Beltrán, Yair Balcázar, Gilberto Allende, Maximiliano Balderas, Aarón Ramírez, Brandon Ortega, Adán Ramírez, Felipe García, José Cruz, Pablo López, Gabriel Tentle y † Diego Ramírez. Formamos un grupo que superó la barrera del aula, apoyándonos durante nuestra formación tanto personal como profesional.

A mis compañeros de laboratorio: Humberto, Juan Alejandro, Julio, Toño y Lothar, sus consejos y apoyo fueron claves para la realización de este trabajo.

Reconocimientos

A la Universidad Nacional Autónoma de México, baluarte del cambio social en el país.

A la Facultad de Ingeniería, cuna de excelentes profesionistas y seres humanos.

A mis profesores, que con todo su esfuerzo y dedicación logran cambiar la vida de miles de personas, sin ser reconocidos la mayoría de las veces.

Al Dr. Domingo Vera, por compartir tanto con nuestro equipo de trabajo.

Al Dr. Carlos Romo Fuentes, por sus consejos y apoyo durante el proceso de realización de este trabajo.

Índice

Dedicatoria	i
Reconocimientos	ii
Índice.....	iii
Resumen.....	vi
Capítulo 1: Introducción	1
1.1 Definición de centro de masa y momento de inercia.	1
1.1.1. Centro de masa.....	1
1.1.2. Momento de inercia.....	2
1.1.3. Utilización del centro de masa y los momentos de inercia para el control de orientación satelital.	2
1.1.3.1. Marco de Referencia Orbital.....	2
1.1.3.2. Sistema de Referencia Fijo al satélite.	3
1.1.3.3. Utilización de los momentos de inercia para el control de orientación satelital.	4
1.2 Métodos de obtención del centro de masa.....	4
1.3 Métodos de obtención de los momentos de inercia.....	5
1.3.1 Métodos pendulares.....	5
Capítulo 2: Determinación del centro de masa de un nanosatélite.	7
2.1 Diseño de los sistemas para la obtención del centro de masa.	7
2.2. Método de suspensión co-lineal con las aristas del nanosatélite.	8
2.2.1. Diseño mecánico.	11
2.2.2 Marco.	11
2.2.3 Apuntamiento láser.	12
2.3. Método de determinación del CM midiendo la desviación de la horizontal.....	13
2.3.1.Equilibrio mecánico.	13
2.3.2. Condición necesaria de equilibrio.	14
2.3.3. Diseño y explicación del instrumento.....	14
2.3.4. Cojinete neumático esférico.	15

2.3.5. Diseño mecánico de la base.	15
2.3.6. Sistema Electrónico.	16
2.3.7. Sistema de transmisión inalámbrica.	16
2.3.8. Acelerómetro.	17
2.3.9. Convertidor A/D.	17
2.3.10. Microcontrolador.	18
2.3.11. Batería.	19
2.3.12. Elevador de voltaje.	19
2.3.13. Módulo cargador de baterías.	20
2.3.14. Diagrama electrónico.	20
2.3.15. Diseño de PCB del circuito.	21
2.3.16. Programación del microcontrolador.	22
2.3.17. El bus SPI.	23
2.3.18. Diagrama de flujo del programa de envío de datos a LabVIEW®.	23
2.4. Programa de despliegue en LabVIEW. ®.	24
2.4.1. Pruebas de funcionamiento.	25
Capítulo 3: Determinación de los momentos de inercia de un nanosatélite.....	26
3.1 Diseño del sistema para la obtención de los momentos de inercia.	26
3.2 Péndulo Trifilar.	27
3.2.1 Modelado del Péndulo Trifilar.	28
3.3 Diseño mecánico.	30
3.3.1 Disco o plataforma del péndulo.	31
3.3.2 Estructura de soporte.	32
3.3.3 Ajuste del péndulo.	33
3.4 Diseño del sistema electrónico para determinar la frecuencia de oscilación.	34
3.4.1 Circuito de medición de la frecuencia de la plataforma oscilatoria.	34
3.4.2 Programa en LabVIEW®.	41
3.4.3 transformada de Fourier.	43
Capítulo 4: Calibración del Sistema.....	45
4. Calibración.	45

4.1. Definiciones.	46
4.2 Calibración del sistema de obtención del centro de masa.	47
4.2.1 Objetos patrón.	47
4.2.2. Ejemplo de determinación del centro de masa.	48
4.2.3. Tablas de comparación de valores teórico- práctico obtenidos y curvas de calibración para cada coordenada.	50
4.3 Calibración del sistema de obtención de los momentos de inercia.	53
4.3.1 Calibración del instrumento virtual para la medición de frecuencia.	53
4.3.2. Calibración del péndulo trifilar.	54
4.3.3. Objetos patrón.	55
4.3.4. Ejemplo de momentos de inercia obtenidos usando el programa SolidWorks®.	55
4.3.5. Tablas de comparación de valores teóricos y prácticos obtenidos, con diferentes cuerpos.	57
4.3.6. Curva de calibración y caracterización del instrumento.	59
Capítulo 5: Resultados.	61
5.1. Balanceo con plataforma basada en un balero de aire.	62
5.2. Centro de masa.	62
5.3. Momentos de inercia.	63
Capítulo 6: Conclusiones y Recomendaciones.	64
Apéndice A: Diseño mecánico medidor centro de casa.	66
Apéndice B: Base para sujeción del nanosatelite 3U.	71
Apéndice C: Diseño mecánico del péndulo trifilar.	72
Apéndice D: Programas de Arduino y LabVIEW para la plataforma.	77
Apéndice E: Programa del instrumento virtual para medir la frecuencia y despliegue de los momentos de inercia en LabVIEW.	80
Apéndice F: Diseño mecánico de la estructura de un nanosatelite 3U.	83
Referencias.	84

Sistema para Determinar los Momentos de Inercia y el Centro de Masa de un Nanosatelite

Resumen.

Se llevó a cabo el diseño, la construcción y las pruebas de validación de dos sistemas que permiten obtener los momentos de inercia y el centro de masa de nanosatélites tipo CubeSat. Para medir los momentos de inercia, un marco metálico sostiene a un péndulo trifilar torsional que tiene una base circular en donde se coloca el nanosatélite bajo prueba. A partir de las mediciones de la frecuencia de oscilación es posible determinar los momentos de inercia principales. Esto se logra cambiando la posición del satélite, de tal manera que dichos ejes principales puedan ser medidos. El sistema ha sido instrumentado con un sensor optoelectrónico que genera una señal de pulsos cuadrados, que se envía a un programa de LabVIEW® que lleva a cabo el cálculo de la frecuencia por medio de la transformada de Fourier y despliega los resultados numéricos de los momentos de inercia del nanosatélite.

Para llevar a cabo la obtención del centro de masa, se utiliza un marco diferente para suspender sobre un cable de acero al nanosatélite. Esto se lleva a cabo de manera longitudinal sobre cada uno de los 3 ejes coordenados. Se mide la posición de un rayo láser que sale de la base, que es colineal con el cable y que intercepta a tres de las caras. Estas posiciones son medidas y mediante la solución de un sistema de ecuaciones, que es donde ocurre la intersección de las rectas, se obtiene la posición del centro de masa. Otro sistema, que hace uso de un cojinete neumático esférico, cuenta con una base especial que sirve de soporte al nanosatélite; se mide la diferencia entre la horizontal local, y mediante previa calibración, se establece la desviación del centro de masa.

Se describe la teoría utilizada para determinar los momentos de inercia y el centro de masa, los circuitos electrónicos implementados y los programas de cálculo y despliegue.

Los resultados obtenidos con el sistema de determinación de los momentos de inercia se encuentran dentro del 6% de error, en comparación con un 10 % que presentan los métodos analíticos. En el caso del sistema que determina el centro de masa, el error se encuentra en el orden de 1 cm.

Objetivo

El objetivo inicial de este trabajo de tesis fue el diseñar, construir y calibrar un sistema electromecánico que permita obtener el centro de masa y los momentos de inercia principales de nanosatélites tipo CubeSat 3U.

Definición del problema

El desarrollo de los sistemas de control de orientación en satélites, lleva implícito el uso de los conceptos de centro de masa y de momentos de inercia en el tratamiento de las ecuaciones de movimiento que sirven para determinar los pares necesarios que se deben aplicar al satélite, para mantener un apuntamiento estable a lo largo de toda su trayectoria orbital.

Una vez en órbita, el manejo adecuado del centro de masa; localizándolo en el centro geométrico de la nave, reduce significativamente los pares perturbadores externos; como aquellos producidos por el viento solar y el arrastre atmosférico.

Los métodos analíticos para determinar el centro de masa y los momentos de inercia en donde se considera a todos los elementos que componen el satélite como objetos con una geometría regular y una posición establecida dentro del marco de referencia ortogonal del satélite, son inexactos. Esto se debe a que muchas veces no tienen una forma geométrica definida. El caso más extremo es el del cableado que sigue trayectorias que no son fáciles de modelar utilizando esta metodología, ya que tienen una forma irregular al establecer la conexión eléctrica entre los diferentes componentes del satélite.

Para obtener estos dos parámetros se emprendió la tarea de desarrollar un sistema que haciendo uso de sensores, circuitos electrónicos de acondicionamiento y procedimientos de filtrado y despliegue de señales, permita obtener el centro de masa y los momentos de inercia con un menor error, con respecto a los métodos analíticos.

Metodología

- Revisión de los métodos analíticos para la obtención del centro de masa y de los momentos de inercia.
- Revisión de las ecuaciones que se utilizan para determinar los momentos de inercia.
- Determinación de los momentos de inercia, a partir de la medición de la frecuencia de oscilación en un péndulo trifilar.
- Diseñar un sistema que sea capaz de soportar mecánicamente al péndulo y al satélite bajo prueba y que tenga la rigidez necesaria para que no influya en el resultado de las pruebas.

-
- Diseñar y construir el sistema electrónico de medición de la frecuencia, que de manera indirecta establece los momentos de inercia de un cuerpo.
 - Escribir el programa de LabVIEW® que determine las frecuencias a través de la transformada de Fourier y que despliegue los resultados obtenidos.
 - Hacer pruebas de calibración con objetos de dimensiones y masas conocidas.
 - Hacer pruebas de funcionamiento del sistema de determinación de los momentos de inercia.
 - Determinar los errores del sistema.
 - Diseñar un método para la medición del centro de masa, a partir de la suspensión del satélite por medio de cables colocados de manera colineal en los ejes coordenados del satélite.
 - Selección de los componentes electrónicos para lograr una solución adecuada al problema planteado (microcontroladores, sensores, circuitos, lenguajes de programación, etc.)
 - Diseñar y construir el sistema para medición del centro de masa.
 - Escribir el programa en LabVIEW® para determinar el centro de masa.
 - Determinar los errores del sistema.

Resultados Esperados:

- Contar con un sistema electromecánico que permita obtener el centro de masa de nanosatélites tipo CubeSat 3U.
- Contar con un sistema electromecánico que permita obtener los momentos de inercia principales de nanosatélites tipo CubeSat.
- Llevar a cabo la calibración de ambos sistemas para determinar cuál es el porcentaje de error que entregan.

En lo referente al método de obtención de los momentos de inercia, se espera que con este sistema el error se encuentre dentro del 6%, en comparación con un 10% que presentan los métodos analíticos. En cuanto a la determinación del centro de masa, se espera obtener un error de 1 cm. Por tanto, se tiene la expectativa de que los sistemas desarrollados, representen efectivamente una ventaja en su utilización.

Capítulo**1****Introducción.**

Los conceptos de centro de masa y de momentos de inercia son esenciales para llevar a cabo el desarrollo de los sistemas de control de orientación de satélites, ya que para determinar la magnitud de los pares de control para mantener un apuntamiento estable a largo de su órbita, es necesario determinar estos parámetros.

Los métodos desarrollados en este trabajo de tesis, para determinar el centro de masa y los momentos de inercia, tuvieron como objetivo generar una herramienta que permitiera cuantificarlos con un menor error, con respecto a los métodos analíticos.

1.1 Definición de centro de masa y momento de inercia.**1.1.1. Centro de masa**

Para el tratamiento de cuerpos rígidos, y para efectos de las fuerzas y pares externos, el centro de masa es el punto donde se supone está concentrada toda la masa del sistema. El concepto se utiliza para análisis físicos en los que no es indispensable considerar la distribución de masa [1].

Los conceptos de: centroide, centro de gravedad y centro de masa, bajo ciertas circunstancias, pueden coincidir entre sí; aunque indiquen diferentes parámetros del cuerpo. El centroide es un concepto geométrico; el centro de masa depende de la distribución de materia, mientras que el centro de gravedad depende del campo gravitatorio. Así tendremos que:

- a. El centro de masa coincide con el centroide cuando la densidad es uniforme o cuando la distribución de materia en el sistema tiene ciertas propiedades, tales como simetría.
- b. El centro de masa coincide con el centro de gravedad, cuando el sistema se encuentra en un campo gravitatorio uniforme, donde el módulo y la dirección de la fuerza de gravedad son constantes.

Para el caso de los satélites, es indispensable ubicar el centro de masa y el centroide en el mismo lugar ya que este es el origen del sistema de referencia, especialmente importante cuando la nave se encuentra operando en su posición orbital.

1.1.2. Momento de inercia.

El momento de inercia refleja la distribución de masa de un cuerpo o de un sistema de partículas en rotación, respecto a un eje de giro.

Cuando un cuerpo está girando, alrededor de un eje, para cambiar su momento angular debe aplicarse un par. La cantidad de par necesario para causar cualquier aceleración angular es proporcional al momento de inercia del cuerpo. El momento de inercia puede expresarse en kilogramos por metro cuadrado ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$), en unidades del SI

El momento de inercia solo depende de la geometría del cuerpo y de la posición del eje de giro; pero no depende de las fuerzas que intervienen en el movimiento [2].

Cuando un cuerpo gira en torno a uno de los ejes principales de inercia, la inercia rotacional puede ser representada como una magnitud escalar. Sin embargo, en el caso más general la inercia rotacional debe representarse por medio de un conjunto de momentos de inercia y componentes que forman la matriz de inercia [2].

La matriz de inercia es parte fundamental en las ecuaciones de movimiento del satélite por tanto, del sistema de control de orientación del mismo.

1.1.3. Utilización del centro de masa y los momentos de inercia para el control de orientación satelital.

La localización del centro de masa es un parámetro de suma importancia para el control de orientación del satélite, además es un punto a considerar en la lista de especificaciones de diseño de todo tipo de naves espaciales, los que a nosotros nos interesa por ahora son los nanosatélites de tipo CubeSat.

El diseño de nanosatélites tipo CubeSat que se rigen bajo el estándar creado en la California Polytechnic State University, San Luis Obispo y el Stanford University's Space Systems Development Lab en 1999; el cual dicta que el centro de masa no puede estar a más de dos centímetros del centro geométrico o centroide [3]. Un Cubesat 1 U tiene dimensiones de 10x10x10 cm y 1 kg de masa, el 2U es de 10x10x20 cm y 2 kg, mientras que el 3U es de 10x10x30 cm, con 4.2 kg de masa.

El centro de masa, desde el punto de vista del control de orientación, puede servir para localizar el origen del sistema de coordenadas de referencia. Enseguida se describen dos de los muchos marcos de referencia utilizados en una misión espacial en los que el centro de masa se emplea como referencia:

1.1.3.1. Marco de Referencia Orbital.

Este marco de referencia se encuentra fijo a la órbita, con el eje Z_O apuntando hacia el centro de la Tierra, el eje X_O es tangencial a la órbita y va en la dirección en la que viaja el satélite y, el eje Y_O completa el sistema con la regla de la mano derecha [4] (ver Figura 1.1).

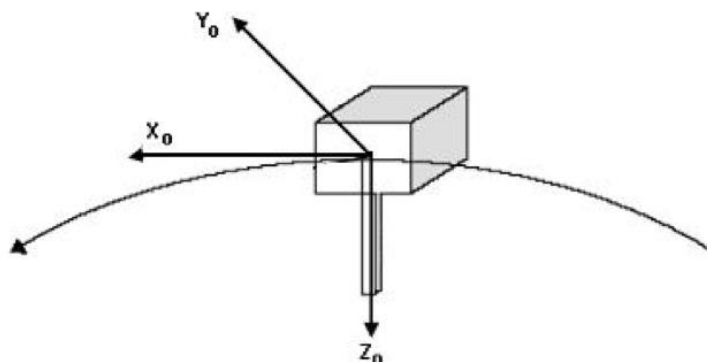


Fig. 1.1 Marco de referencia orbital, localizado sobre la trayectoria de la órbita y cuyo origen de coordenadas internas, se encuentra en el centro de masa del satélite.

1.1.3.2. Sistema de Referencia Fijo al satélite.

Para este sistema de coordenadas, denotado por B, se establece el origen en el centro de masa del satélite, por lo que es una referencia fija al cuerpo de la nave. Los ejes coordenados Z_B , X_B y Y_B , se hacen coincidir con los ejes de inercia del aparato espacial (Figura 1.2). La orientación de la nave se determina con respecto a un sistema inercialmente fijo, mientras que la velocidad angular se expresa en el sistema fijo al satélite. La rotación que presentan los ejes de este sistema con respecto al sistema de referencia inercial se conocen como ángulos de cabeceo, alabeo y guiñada, que se representan por θ , ϕ y ψ , respectivamente. De igual manera, a los ejes del sistema fijo al cuerpo del satélite se les conoce como (X_B) de cabeceo, (Y_B) de alabeo y (Z_B) de guiñada [4].

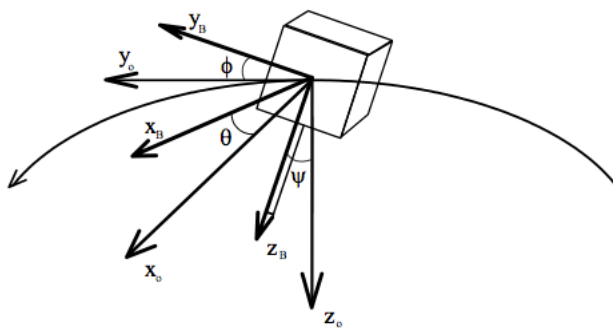


Fig. 1.2. Sistemas de referencia orbital y fija al cuerpo del satélite.

1.1.3.3. Utilización de los momentos de inercia para el control de orientación satelital.

Es común utilizar las ecuaciones de Euler para la determinación de la orientación de un cuerpo rígido, con diferentes simplificaciones, escritas de la siguiente manera: [5]

$$\begin{aligned} T_1 &= I_{xx}\dot{\omega}_x + (I_{zz} - I_{yy})\omega_y\omega_z \\ T_2 &= I_{yy}\dot{\omega}_y + (I_{xx} - I_{zz})\omega_x\omega_z \\ T_3 &= I_{zz}\dot{\omega}_z + (I_{yy} - I_{xx})\omega_x\omega_y \end{aligned} \quad (1.1)$$

Donde T_1, T_2, T_3 son los momentos externos alrededor de los ejes principales;

I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} son los momentos de inercia principales, y

$\omega_x, \omega_y, \omega_z$ son las velocidades angulares alrededor de los mismos ejes principales [5].

Como se puede observar, dentro de las ecuaciones que determinan los pares de control necesarios para mantener la orientación del satélite, se encuentran involucrados los momentos de inercia principales. Por lo que si se determinan los valores de éstos con el menor error posible, el control de orientación será más eficiente.

El desarrollo y obtención de estas ecuaciones salen del alcance de esta tesis.

1.2 Métodos de obtención del centro de masa.

Dependiendo de la aplicación, se pueden utilizar varios métodos para la determinación del centro de masa:

El método analítico es muy útil cuando los objetos de análisis tienen figuras geométricas bien definidas y densidad uniforme. Al hacer el análisis de un cuerpo compuesto, se deben realizar aproximaciones a cuerpos geométricos definidos, tales como: cubos, cilindros, paralelepípedos, esferas, etc. Y tras encontrar los centros de masa correspondientes, éstos se suman y se obtiene un centro de masas total, el cual ya acarrea errores de aproximación, además de considerar que los cuerpos son de densidad uniforme, también introduce un error. El resultado final es un método con un error fuera de tolerancia para nuestra aplicación.

El modelado en CAD, que resulta ser una herramienta útil cuando se tienen figuras de geometría irregular, tiene la desventaja de la complejidad en el diseño de todos los elementos del satélite; así como las diferentes distribuciones de masa de los mismos. El ejemplo más crítico, es el sistema de actuadores formado por: motores, ruedas inerciales, bobinas magnéticas, que no tienen una distribución de masa uniforme.

El tercer método contemplado fue el experimental, que ve al satélite como un todo, consiste en colgar el cuerpo desde 2 vértices, al tener forma de paralelepípedo esto no representa ningún problema. Se obtiene un sistema de ecuaciones cuya solución da como resultado el centro de

masa del cuerpo; si está bien realizado el procedimiento, se pueden lograr errores por debajo del 2%, siendo para nosotros la mejor opción para encontrar este parámetro.

1.3 Métodos de obtención de los momentos de inercia.

Existen varios métodos para determinar los momentos de inercia de un cuerpo. De manera análoga a los existentes para encontrar el centro de masa del satélite, se tomaron en cuenta: el analítico, el modelado en CAD y el experimental. Una vez más, debido a la geometría irregular y una distribución de masa no homogénea de un satélite, se descartaron los dos primeros, por lo que los métodos experimentales resultan una solución viable que prometen una reducción en el error.

Existe un método para determinar los momentos de inercia, que consiste en montar el objeto de estudio en una mesa soportada por celdas de carga (fig. 1.3), a esta combinación de objetos se le aplica una fuerza sinusoidal que entrega datos en las componentes que representa cada celda y se encuentra la matriz de inercia que mejor satisface las ecuaciones de movimiento, por un ajuste de mínimos cuadrados [7]. Este procedimiento resulta ser complicado en su implementación por lo que fue descartado.

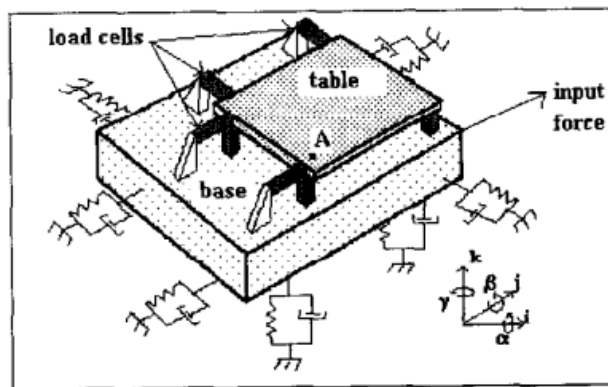


Fig. 1.3 Sistema para medir las propiedades físicas de un cuerpo rígido basado en celdas de carga. [7]

1.3.1 Métodos pendulares.

Una manera usualmente utilizada para encontrar los momentos de inercia de un cuerpo, es el uso del péndulo torsional, ya sea en una configuración bifilar o trifilar y que si se construye de manera óptima, tiene un potencial de obtener un error menor al 5% [8].

La metodología consiste en colocar el objeto a analizar sobre el péndulo haciendo coincidir el centro de masa de éste y el eje de rotación del plato S (ver figura 1.4). Se hace girar el cuerpo y se mide el periodo de oscilación completo, para esto se toma como punto de referencia al eje de giro K.

La frecuencia de oscilación cambia con respecto a la posición en la que se coloque el cuerpo, por lo que, si se realizan seis mediciones; en los ejes principales y en los cruzados, al obtener estos seis momentos de inercia se puede conocer la matriz de inercia, la cual es utilizada para las ecuaciones de control de orientación del satélite, como se mencionó con anterioridad.

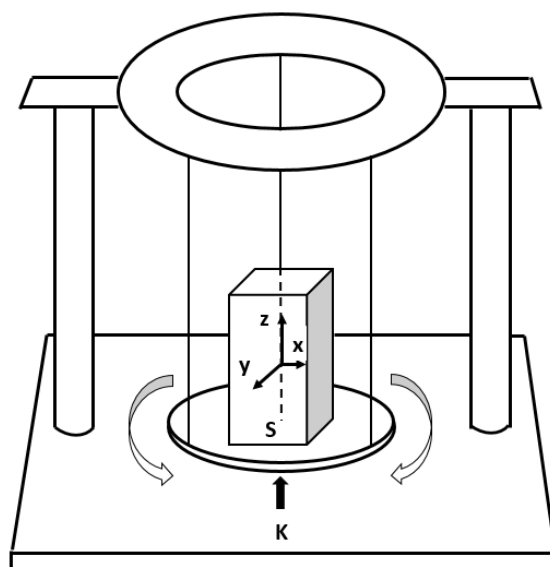


Fig. 1.4 arreglo de un péndulo trifilar. El objeto a medir se coloca sobre la plataforma y se hace girar sobre el eje K.

Este fue el método que se desarrolló en esta tesis, ya que representa una mejor alternativa en cuanto al error obtenido.

El sistema fue instrumentado con un circuito optoelectrónico para la detección del centro del eje K y de esta forma, tras hacer un manejo y procesamiento de señales por medio de un programa de LabVIEW®, obtener las frecuencias y con éstas la matriz de inercia.

En el tercer capítulo se explica cómo se diseñó el sistema y la instrumentación necesaria para su funcionamiento, su calibración y el error que entrega.

Capítulo

2

Determinación del centro de masa de un nanosatélite.

Como se mencionó en el capítulo anterior, el manejo del centro de masa para el control de orientación de nanosatélites permite reducir el efecto de pares externos, logrando un ahorro de energía, además de ser un parámetro de diseño dictado por el estándar CubeSat.

En este capítulo se muestra el desarrollo de dos sistemas para la determinación del centro de masa, se identifican y describen sus parámetros fundamentales, así como la fabricación e implementación de los mismos.

Se realizó un análisis analítico y de modelado CAD con objetos de geometría definida y distribución de masa uniforme, con el fin de comprobar que los métodos experimentales no difieran de éstos y así poder utilizarlos con confianza para determinar el centro de masa en un nanosatélite CubeSat o de otro tipo.

2.1 Diseño de los sistemas para la obtención del centro de masa.

El primer sistema se basa en un método conocido como suspensión colineal, que consiste en permitir que el satélite sea sostenido por un cable, en por lo menos tres de sus aristas o ejes. Se generan tres vectores que al intersectarse nos indican el lugar donde se encuentra el centro de masa. Un segundo sistema desarrollado, utiliza un balero de aire esférico que consiste de una semiesfera de bronce de 10 cm de diámetro que flota sobre una copa por la que fluye aire desde su interior, formando un colchón, que constituye un medio con fricción casi nula. Sobre la semiesfera se fija una base, encima de la cual se coloca el nanosatélite. La desviación de la horizontal de dicha base, indica la desviación del centro de masa del satélite. Éste se rota de tal manera que se pueden medir las desviaciones del centro de masa, con respecto a cada uno de los tres ejes del nanosatélite (X, Y, Z).

2.2. Método de suspensión co-lineal con las aristas del nanosatélite.

El método para obtener el centro de masa (X_g, Y_g, Z_g) de un nanosatélite, consiste en colocar un sistema coordenado OXYZ derecho, en uno de sus vértices, como se muestra en la [figura 2.1](#).

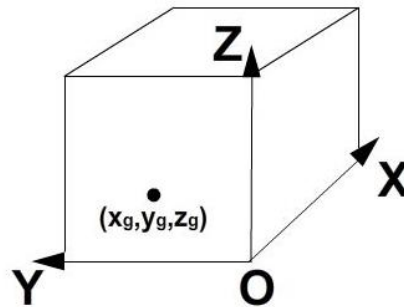


Fig. 2.1. Sistema coordenado utilizado para determinar el centro de masa del nanosatélite.

Teóricamente es suficiente colgar el satélite de dos vértices $V1(x_{v1}, y_{v1}, z_{v1})$ y $V2(x_{v2}, y_{v2}, z_{v2})$. La recta que pasa por el vértice V y el centro de gravedad, pasa por un tercer punto $C(x_c, y_c, z_c)$ el cual puede detectarse en una de las caras del satélite por un punto proyectado por un rayo láser que coincide con la vertical, el cual debe emerger del plano horizontal del equipo de prueba.

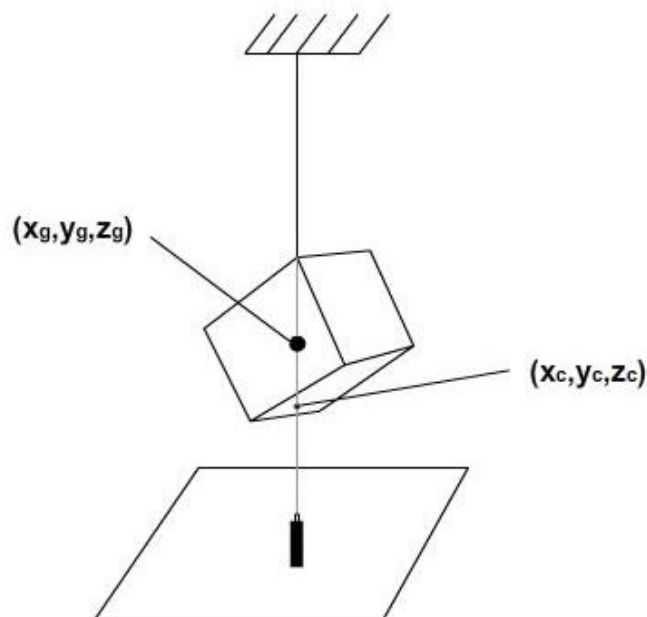


Fig. 2.2. Al colgar el nanosatélite en dos vértices, es posible determinar su centro de masa.

Para un primer vértice:

La ecuación de esta recta que pasa por los puntos V1 (x_{v1}, y_{v1}, z_{v1}) y C1 (x_{c1}, y_{c1}, z_{c1}) es de la forma:

$$\frac{x_g - x_{v1}}{x_{c1} - x_{v1}} = \frac{y_g - y_{v1}}{y_{c1} - y_{v1}} = \frac{z_g - z_{v1}}{z_{c1} - z_{v1}} \quad (2.1)$$

La dirección de la recta está dada por

$$(\Delta 1x, \Delta 1y, \Delta 1z) = (x_{c1} - x_{v1}, y_{c1} - y_{v1}, z_{c1} - z_{v1}) \quad (2.2)$$

Sustituyendo:

$$\frac{x_g - x_{v1}}{\Delta 1x} = \frac{y_g - y_{v1}}{\Delta 1y} \quad (2.3)$$

Despejando:

$$(x_g - x_{v1})\Delta 1y = (y_g - y_{v1})\Delta 1x \quad (2.4)$$

Con lo que obtenemos la ecuación para x y y:

$$x_g\Delta 1y - y_g\Delta 1x = x_{v1}\Delta 1y - y_{v1}\Delta 1x \quad (2.5)$$

De manera análoga para x y z:

$$\frac{x_g - x_{v1}}{\Delta 1x} = \frac{z_g - z_{v1}}{\Delta 1z} \quad (2.6)$$

$$(x_g - x_{v1})\Delta 1z = (z_g - z_{v1})\Delta 1x \quad (2.7)$$

Con lo que obtenemos la ecuación para x y z:

$$x_g\Delta 1z - z_g\Delta 1x = x_{v1}\Delta 1z - z_{v1}\Delta 1x \quad (2.8)$$

Juntando las ecuaciones (2.5) y (2.8) obtenemos un sistema de dos ecuaciones con tres incógnitas.

$$x_g\Delta 1y - y_g\Delta 1x = x_{v1}\Delta 1y - y_{v1}\Delta 1x$$

$$x_g\Delta 1z - z_g\Delta 1x = x_{v1}\Delta 1z - z_{v1}\Delta 1x$$

Como el número de ecuaciones es menor al número de incógnitas es necesario hacer el análisis de otro punto como mínimo, del siguiente análisis se obtendrán dos ecuaciones restantes de manera análoga al paso anterior.

La ecuación de esta recta que pasa por los puntos V2 (x_{v2}, y_{v2}, z_{v2}) y C2 (x_{c2}, y_{c2}, z_{c2}) es de la forma:

$$\frac{x_g - x_{v2}}{x_{c2} - x_{v2}} = \frac{y_g - y_{v2}}{y_{c2} - y_{v2}} = \frac{z_g - z_{v2}}{z_{c2} - z_{v2}} \quad (2.9)$$

La dirección de la recta está dada por:

$$(\Delta 2x, \Delta 2y, \Delta 2z) = (x_{c2} - x_{v2}, y_{c2} - y_{v2}, z_{c2} - z_{v2}) \quad (2.10)$$

Sustituyendo:

$$\frac{x_g - x_{v2}}{\Delta 2x} = \frac{y_g - y_{v2}}{\Delta 2y} \quad (2.11)$$

$$(x_g - x_{v2})\Delta 2y = (y_g - y_{v2})\Delta 2x \quad (2.12)$$

Con lo que obtenemos la ecuación para x y y:

$$x_g\Delta 2y - y_g\Delta 2x = x_{v2}\Delta 2y - y_{v2}\Delta 2x \quad (2.13)$$

De manera análoga para x y z:

$$\frac{x_g - x_{v2}}{\Delta 2x} = \frac{z_g - z_{v2}}{\Delta 2z} \quad (2.14)$$

$$(x_g - x_{v2})\Delta 2z = (z_g - z_{v2})\Delta 2x \quad (2.15)$$

Con lo que obtenemos la ecuación para x y z:

$$x_g\Delta 2z - z_g\Delta 2x = x_{v2}\Delta 2z - z_{v2}\Delta 2x \quad (2.16)$$

Juntando las ecuaciones (2.13) y (2.16) obtenemos un sistema de dos ecuaciones con tres incógnitas.

$$x_g\Delta 2y - y_g\Delta 2x = x_{v2}\Delta 2y - y_{v2}\Delta 2x$$

$$x_g\Delta 2z - z_g\Delta 2x = x_{v2}\Delta 2z - z_{v2}\Delta 2x$$

Uniando las ecuaciones obtenidas para los dos experimentos se tienen cuatro ecuaciones lineales para tres incógnitas

$$x_g \Delta 1y - y_g \Delta 1x = x_{v1} \Delta 1y - y_{v1} \Delta 1x$$

$$x_g \Delta 1z - z_g \Delta 1x = x_{v1} \Delta 1z - z_{v1} \Delta 1x$$

$$x_g \Delta 2y - y_g \Delta 2x = x_{v2} \Delta 2y - y_{v2} \Delta 2x$$

$$x_g \Delta 2z - z_g \Delta 2x = x_{v2} \Delta 2z - z_{v2} \Delta 2x$$

Basta elegir tres de estas ecuaciones para obtener el centro de masa.

Al colgar al satélite de un tercer vértice, obtendremos una tercera recta. Al dibujar en el espacio a las tres rectas obtendremos una intersección, que en el caso de error cero, éstas se intersectarían en un solo punto, y cuando el método tiene errores, tendríamos un triángulo. Éste permite evaluar el error en la determinación del centro de gravedad, tal como se muestra en la [Figura 2. 3](#).

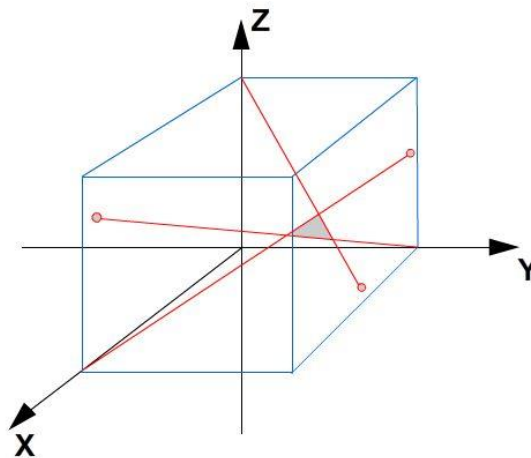


Fig. 2.3. La intersección de tres rectas en el espacio determinan la posición del centro de masa del nanosatélite.

2.2.1. Diseño mecánico.

Para poder llevar a cabo el procedimiento de suspender el nanosatélite de al menos tres de sus vértices, es necesario contar con un medio adecuado para hacerlo. Un chasis o marco mecánico fue diseñado y construido para cumplir con este propósito, los dibujos a detalle de las partes que lo componen se encuentran en el [apéndice A](#).

2.2.2 Marco.

El marco consiste en una placa de aluminio de $\frac{1}{4}$ de pulgada de grosor colocada como base, que sostiene un par de tubos de 6 cm de diámetro externo y en su parte superior tienen una placa de $\frac{3}{8}$ de espesor, que sirve para mantener unidos los tubos y contiene la base que a su vez sostiene

el alambre de acero que sirve para suspender el nanosatélite de alguno de sus vértices. La altura del marco es suficiente para colocar el satélite en forma vertical y tiene de sobra la resistencia para soportarlo, haciendo de este un sistema muy robusto.



Fig. 2.4. Equipo de medición del centro de masa. El nanosatélite pende de uno de sus vértices. En este caso se trata de un nanosatélite estándar CubeSat 3U.

2.2.3 Apuntamiento láser.

Se agregó como instrumentación, un láser, cuyo apuntamiento se hace coincidir con el eje de sujeción del alambre de acero que sostiene al nanosatélite. Esto sirve como medio de localización del punto de intersección del mencionado eje, con una de las paredes del satélite.

El mecanismo de apuntamiento consta de un par de placas, una que está fija a la base del marco, y otra móvil; en la cual está contenido el emisor láser. Para su correcto posicionamiento se colocó una plomada colgada desde la barra superior del marco. Al hacer girar una triada de tuercas, que cuentan con resortes sobre el eje de su respectivo tornillo, se hace coincidir el haz producido por el láser, con el eje.

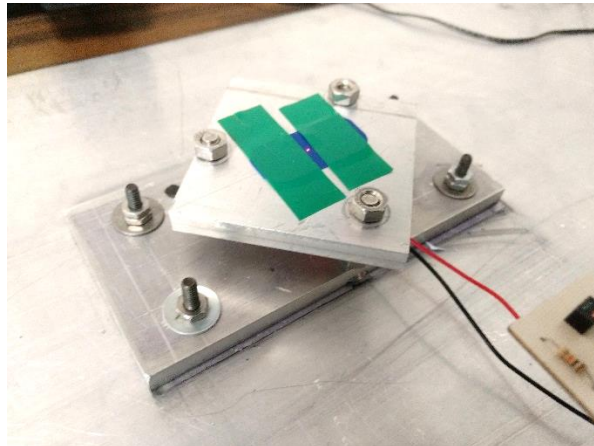


Fig. 2.5. Mecanismo de ajuste de láser. Las tuercas sirven para lograr un apuntamiento del haz, para hacerlo coincidente con el eje del que pende el alambre de acero.

2.3. Método de determinación del CM midiendo la desviación de la horizontal.

Como se mencionó en el capítulo anterior, el estándar Cubesat determina que las coordenadas del centro de masa de un satélite, deben coincidir con las del centro geométrico. Al contar con un satélite instrumentado sería muy tedioso realizar el procedimiento de colgar el satélite en el marco, conocer su centro de masa y reubicar los elementos de este, por lo que se ideó este instrumento el cual permite manipular al satélite, y hacer una prueba de balanceo rápida, para posteriormente conocer el centro de masa por el método de suspensión co-lineal el cual es más exacto.

Se trata de una plataforma suspendida sobre un cojinete neumático esférico, que flota en un medio con fricción casi nula.

El fundamento de este dispositivo es que la plataforma al estar alineada con la horizontal, no tiene fuerzas o pares externos actuando sobre el sistema, por tanto, el centro de masa del satélite se encuentra coincidente con el centro geométrico de la plataforma. Para lograr esto, se diseñó y construyó una plataforma especial, impresa en 3D para lograr una buena precisión en sus dimensiones y una distribución homogénea en su masa.

2.3.1. Equilibrio mecánico.

El equilibrio mecánico es un estado estacionario en el que se cumple alguna de estas dos condiciones:

- Un sistema está en equilibrio mecánico cuando la suma de fuerzas y momentos sobre cada partícula del sistema es cero.
- Un sistema está en equilibrio mecánico si su posición en el espacio de configuración es un punto en el que el gradiente de energía potencial es cero.

La segunda definición es más general y útil, especialmente en mecánica de medios continuos.

2.3.2. Condición necesaria de equilibrio.

Las ecuaciones necesarias de equilibrio mecánico son:

Una partícula o un sólido rígido está en equilibrio de traslación cuando: la suma de todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo es cero. [6]

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0 \quad (2.17)$$

Un sólido rígido está en equilibrio de rotación cuando la suma de las componentes de los momentos que actúan sobre él, es cero. [6]

$$\sum_{i=1}^n \vec{M}_i = 0 \quad (2.18)$$

Un sólido rígido está en equilibrio si está en equilibrio de traslación y de rotación.

2.3.3. Diseño y explicación del instrumento.

Se trata de un equipo que consiste de un cojinete neumático esférico sobre el que se coloca una plataforma o base. Esto resulta en una plataforma sin fricción, que al permanecer en la horizontal implica que no hay pares o fuerzas actuando fuera del centro de masa. El satélite es colocado sobre la base que fue especialmente diseñada y construida para sostenerlo y que a su vez se sujeta firmemente a la semiesfera. Cuando el sistema está en la horizontal, el centro de masa del nanosatélite coincide con su propio centro geométrico y por el alineamiento preciso de todos los componentes, también es coincidente con el centro geométrico de la base y del cojinete neumático. Para medir la posición de la plataforma, el sistema ha sido instrumentado con acelerómetros. La información que éstos proporcionan se envía de manera inalámbrica hacia una pantalla de despliegue en LabVIEW.®



Fig. 2.6 Sistema diseñado y construido para determinar el centro de masa del nanosatélite.

2.3.4. Cojinete neumático esférico.

Un cojinete neumático esférico está formado por una semiesfera y una copa. Por ésta fluye aire desde su interior para formar un colchón de aire entre ella y la semiesfera. Es un medio con fricción prácticamente nula [5].



Fig. 2.7 Cojinete neumático esférico, compuesto de una copa que suministra aire a presión y una semiesfera.

2.3.5. Diseño mecánico de la base.

El diseño de la base se realizó en el software SolidWorks®, su función es la servir de unión entre el nanosatélite y el cojinete neumático. Fue impresa en 3D para lograr alta precisión en su manufactura. El diseño se muestra a detalle en el [apéndice B](#).

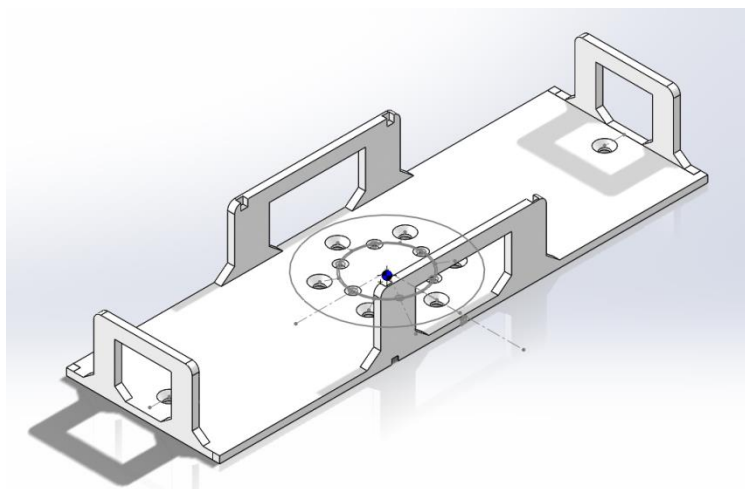


Fig. 2.8 Diseño de la base que soporta al nano satélite, sus medidas coinciden con las de un nanosatelite estándar 3U

2.3.6. Sistema Electrónico.

Debido a las necesidad del sistema, la transmisión de datos desde la plataforma sin fricción debe hacerse de manera inalámbrica. Los componentes electrónicos deben ser de dimensiones reducidas debido a las limitaciones de espacio, ya que por necesidades de medición, los acelerómetros deben colocarse en el centro del balero de aire esférico, por lo que la elección de componentes tiene como parámetro principal las dimensiones de éste.

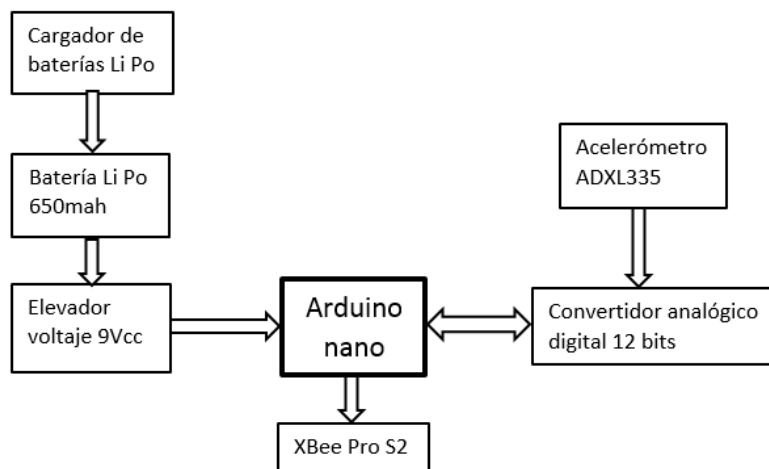


Fig. 2.9 diagrama de bloques del sistema electrónico que determina la desviación del centro de masa del nanosatélite.

2.3.7. Sistema de transmisión inalámbrica.

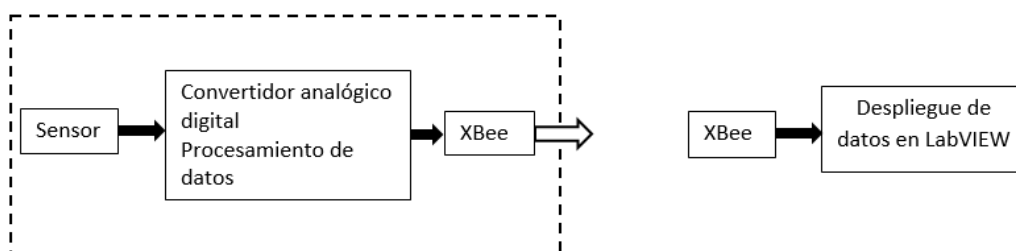


Fig. 2.10 Sistema de transmisión inalámbrico y despliegue de la información en LabView.®

Se utilizaron los módulos de radiofrecuencia XBee que tienen el objetivo de simular un cable de transmisión de datos por protocolo serial. Son ligeros, de bajo consumo de potencia y de fácil programación e implementación, tiene un alcance de hasta 30 metros, por estas características fueron la opción elegida para su uso.



Fig. 2.11 Circuito de transmisión inalámbrica XBee.

2.3.8. Acelerómetro.

El sensor ADXL335 es un acelerómetro de tamaño reducido, de baja potencia y capaz de determinar la aceleración en 3 ejes, con salidas de tensión con señal acondicionada. El dispositivo mide la aceleración con un intervalo de $\pm 3 \text{ g}$.

Contiene un sensor micro-maquinado de superficie de polisilicio y circuitos de acondicionamiento de señal para implementar una medición de aceleración. Las señales de salida son tensiones analógicas que son proporcionales a la aceleración. El dispositivo puede medir la aceleración estática de la gravedad en aplicaciones de detección de inclinación, así como la aceleración dinámica resultante del movimiento, choque o vibración.[13]

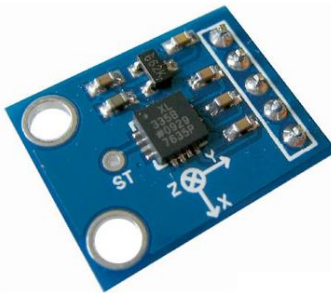


Fig. 2.12 Acelerómetro analógico ADXL335, proporciona señales en tres ejes ortogonales.

2.3.9. Convertidor A/D.

Se utiliza el circuito MCP3202 que es un convertidor analógico-digital de dos canales con una resolución de 12 bits. La comunicación con el dispositivo se realiza mediante una interfaz serie

sencilla compatible con el protocolo SPI [14]. Tras hacer una prueba con el convertidor analógico digital de 10 bits incluido en el microcontrolador, resultó que esa resolución era insuficiente para la aplicación que nos ocupa, por lo que se toma la decisión de aumentar el número de bits del convertidor a 12.

$$\frac{\Delta \text{grados}}{\Delta \text{lectura ADC}} = \text{resolución}$$

Tabla 1. Mediciones con un ADC de 10 bits.

	ADC 10 BITS	
Grados	0°	180°
Lectura ADC	317	473
Resolución	1.153 grados/lectura	

Tabla 2. Mediciones con un ADC de 12 bits.

	ADC 12 BITS	
Grados	0°	180°
Lectura ADC	1090	1618
Resolución	0.3409	

2.3.10. Microcontrolador.

Se eligió el microcontrolador ATmega 328 ya que contiene las librerías necesarias para la comunicación serial y la comunicación SPI necesaria para servir de maestro del convertidor analógico digital externo. Para la implementación de este dispositivo se utilizó la placa de desarrollo Arduino nano, la cual contiene el microcontrolador mencionado, la característica principal para su utilización fueron sus dimensiones reducidas.



Fig. 2.13 Tarjeta de desarrollo Arduino nano, utilizada en esta aplicación, fundamentalmente por sus dimensiones reducidas.

2.3.11. Batería.

Se utilizó una batería Li Po, con un voltaje nominal de 3.7 [V] y con capacidad de 650 (mAh). Las principales características de estas baterías son: su tamaño y masa reducidos, una elevada densidad de carga, un mínimo efecto de memoria y una baja tasa de auto descarga (6% mensual). Esto hace de esta batería, una buena opción para alimentar el sistema.



Fig. 2.14 Batería Li Po de 3.7 volts y capacidad de 650 mAh.

2.3.12. Elevador de voltaje.

Se utilizó el circuito U3V12F9, que es un elevador de voltaje (step-up) que entrega a la salida 9V, con tensiones de entrada a partir de 2,5 V. Es una fuente conmutada, con una eficiencia típica entre el 80% y el 90%. La corriente de salida disponible está en función de: la tensión de entrada, la tensión de salida y la eficiencia.

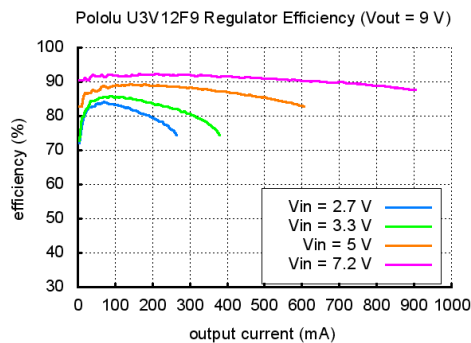


Fig. 2.15 La máxima corriente de salida es proporcional a la relación entre la tensión de entrada y la de salida. Si la corriente de entrada excede la corriente del conmutador (Normalmente entre 1.4 y 2 A), el voltaje de salida comenzará a decaer.



Fig. 2.16 Pololu 9V Step-Up Voltage Regulator U3V12F9

2.3.13. Módulo cargador de baterías.

También se utilizó un cargador de baterías, el circuito TP4056 es un cargador de corriente constante, para baterías Li Po de una celda. Su bajo número de componentes externos convierten al TP4056 en un dispositivo ideal para aplicaciones portátiles. El voltaje de carga se fija en 4.2V, y la corriente se puede modificar externamente con una resistencia. El TP4056 finaliza automáticamente el ciclo de carga cuando la corriente cae a 1/10 del valor programado.



Fig. 2.17 Módulo cargador de baterías basado en el circuito integrado TP4056

2.3.14. Diagrama electrónico.

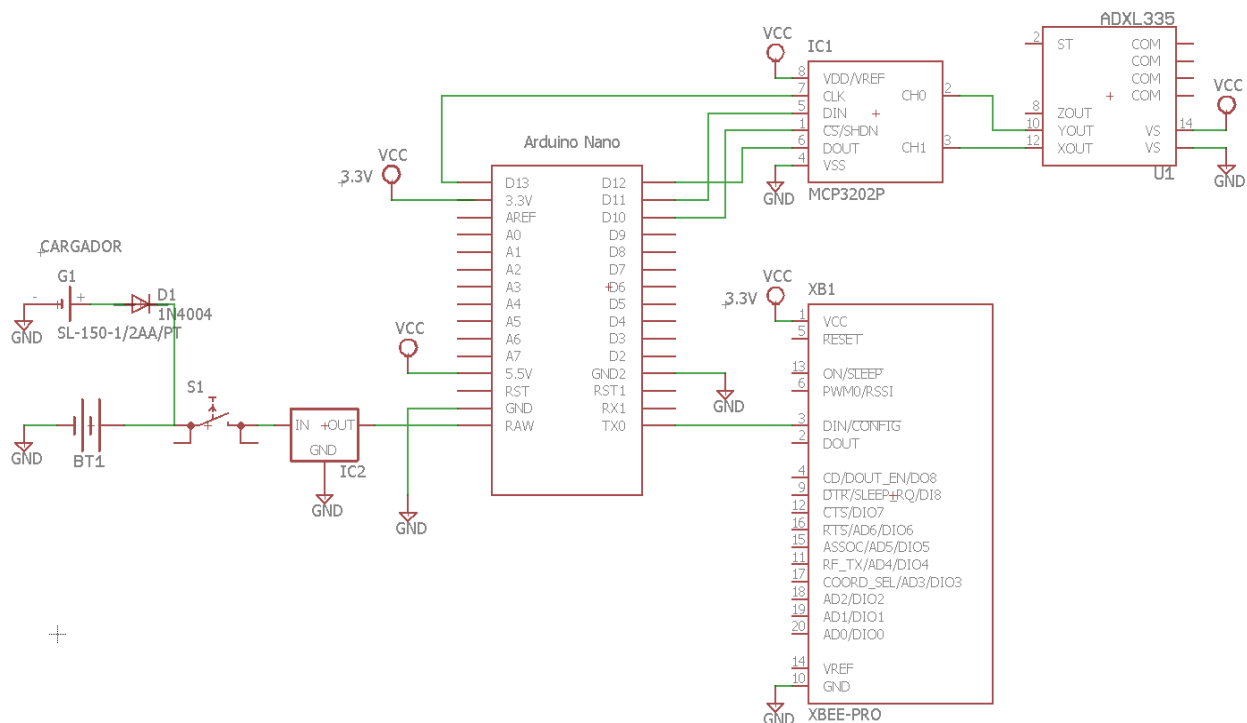


Fig. 2.18. Diagrama electrónico del sistema que detecta el desvío del centro de masa de un nanosatélite

2.3.15. Diseño de PCB del circuito.

Para el diseño de la tarjeta que integra todos los componentes electrónicos, se optó por una placa a dos caras. El diseño se realizó en el programa EAGLE 7.7.0, este es un software especializado para el diseño de tarjetas PCB, con el agregado de contar con la librería PCB-GCODE que convierte el diseño electrónico, al lenguaje que utiliza la máquina de control numérico con la que se fabricaron las tarjetas.

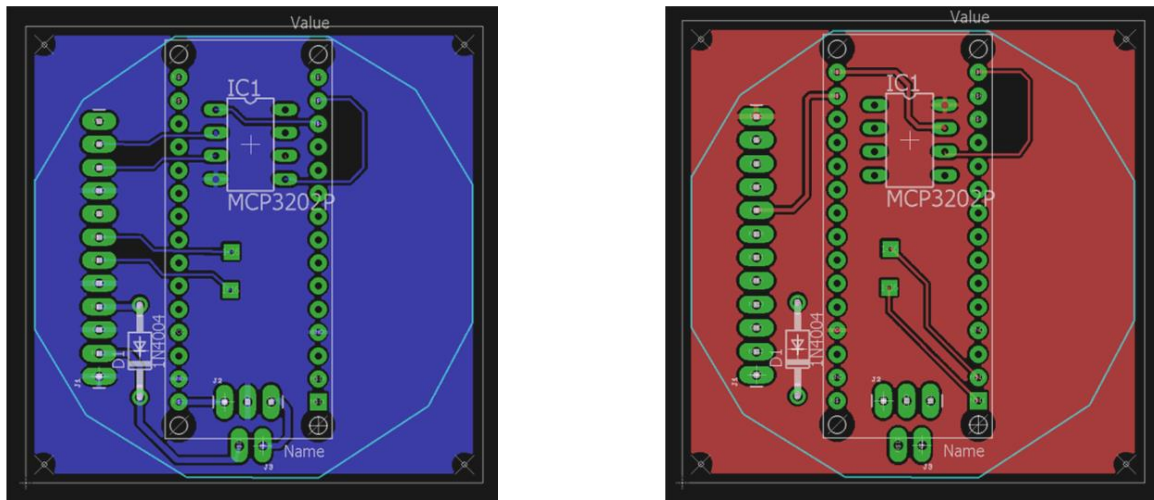


Fig. 2.19 Diseño de la placa impresa usando el programa EAGLE 7.7.0

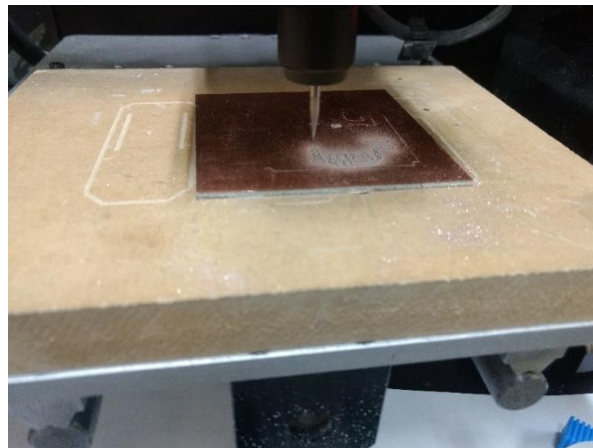


Fig. 2.20 Proceso de manufactura de la placa impresa, con una máquina de control numérico.

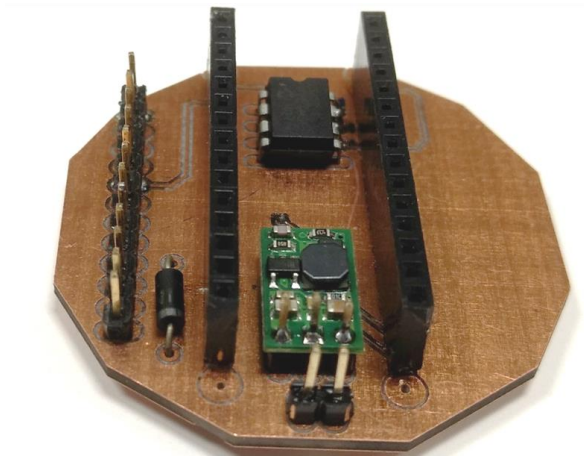


Fig. 2.21 Tarjeta electrónica con todos los componentes integrados

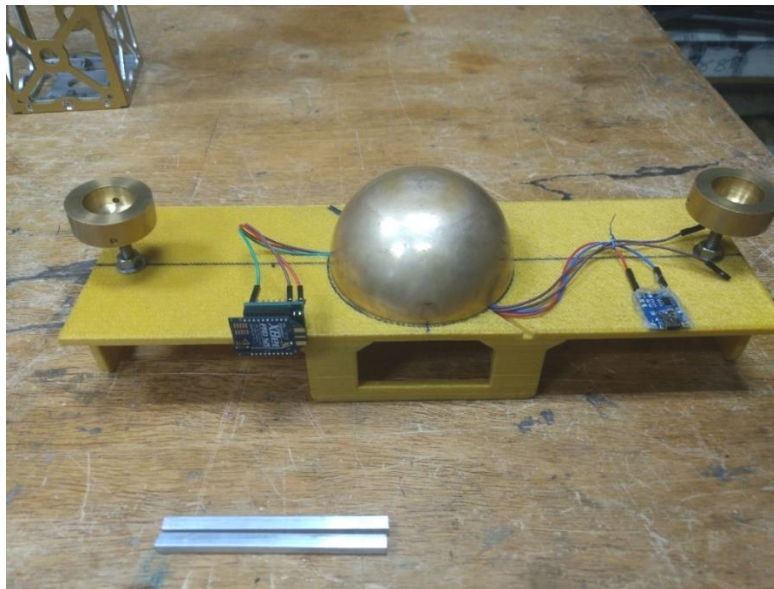


Fig. 2.22 Instrumento para medir el desvío de centro de masa de un nanosatelite, con todos sus elementos integrados

2.3.16. Programación del microcontrolador

El programa consiste en recibir los datos del acelerómetro y después hacer un cambio de valor del convertidor analógico digital, a grados: El programa detecta cuando el sistema se encuentra en el estado de equilibrio, esto es, cuando el valor equivalente en grados de ambos ejes es igual a cero, aunque se dio un umbral de un grado para hacer menos sensible al sistema. El programa manda mediante comunicación serial, una cadena de datos que contiene la información correspondiente al valor en grados de los ejes (X, Y) y si la plataforma está o no en equilibrio. En la [figura 2.24](#) se muestra el diagrama de flujo del programa y en el [apéndice D](#) se muestra el programa comentado.

2.3.17. El bus SPI.

La comunicación SPI es un sistema de bus. Donde existe un maestro y pueden existir uno o más esclavos. El maestro selecciona a un esclavo mediante el uso del puerto SS, le envía la señal para pedir los datos del convertidor, finalmente, éste envía los datos al maestro para poder procesarlos. En este caso solo se usa un esclavo debido a que el convertidor analógico digital es de dos canales, suficientes para la aplicación.

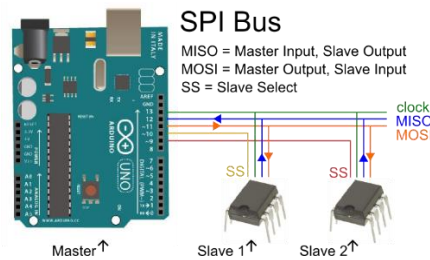


fig. 2.23 Esquema de conexión por bus SPI

2.3.18. Diagrama de flujo del programa de envío de datos a LabVIEW®.

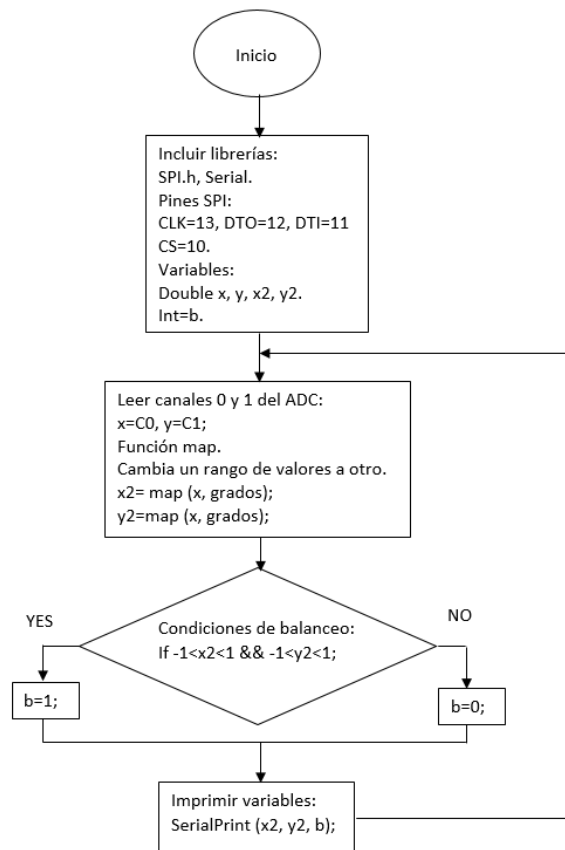


Fig. 2.24 diagrama de flujo del programa de Arduino.

2.4. Programa de despliegue en LabVIEW. ®

La función del programa es el despliegue de datos, este recibe la cadena de caracteres y la separa, de manera que pueda mostrar los valores de los ejes (X, Y) del acelerómetro y la condición de balanceo. En la [figura 2.25](#) se describe el programa con diagrama de flujo y en el [apéndice D](#) se muestra el programa completo; en la [figura 2.26](#) se muestra la interfaz con el usuario.

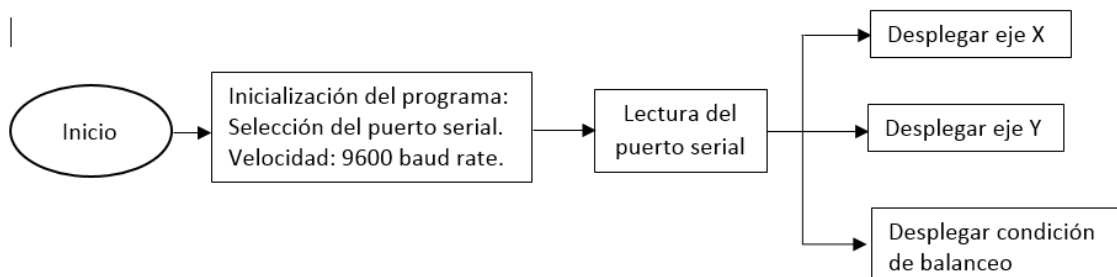


Fig. 2.25 Diagrama de flujo del programa para el despliegue de datos

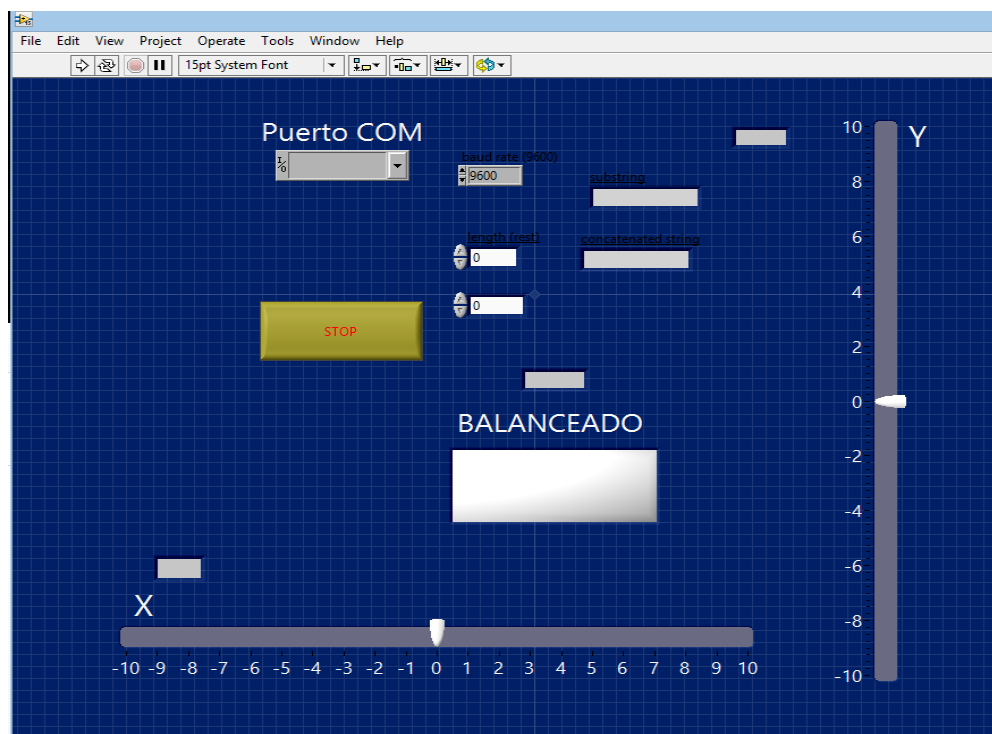


Fig. 2.26 Interfaz gráfica para desplegar la desviación de la plataforma con respecto a la horizontal.

2.4.1. Pruebas de funcionamiento.

Para este instrumento se realizó una calibración para convertir los valores del sensor a una desviación en grados con un rango de -90° a 90° .

El método consistió en colocar el instrumento en una mesa, la cual se verificó que estuviese a nivel, una vez hecho esto, se colocó el sistema a 90° y -90° grados en los ejes Y y X, estos valores fueron almacenados.

El acelerómetro ADXL335 tiene un comportamiento lineal [13] por lo que se puede utilizar un ajuste de este tipo para cambiar el rango de valores, de una lectura ADC a un valor en grados como se muestra en la ecuación 2.19

$$\text{Valor en grados} = \frac{(V_{inADC} - V_{mínADC}) * (V_{omáx} - V_{omín})}{(V_{máxADC} - V_{mínADC})} + V_{omín} \quad (2.19)$$

Donde:

V_{inADC} = valor del ADC leído.

$V_{mínADC}$ = valor del ADC registrado a $V_{omín} = -90^\circ$.

$V_{máxADC}$ = Valor del ADC registrado a $V_{omáx} = 90^\circ$

Capítulo

3

Determinación de los momentos de inercia de un nanosatélite.

Como se mencionó en el primer capítulo, los momentos de inercia son parámetros que están directamente relacionados con el control de orientación del satélite. En este capítulo se describe el sistema que se diseñó para su determinación; el cual consta de un péndulo trifilar. Este cuenta con un circuito transductor que detecta una marca en la base del péndulo para medir su frecuencia de oscilación, un circuito electrónico de comunicación inalámbrica, así como el programa que permite el procesamiento de la señal.

3.1 Diseño del sistema para la obtención de los momentos de inercia.

Para el diseño del péndulo, fue necesario atacar el problema desde dos perspectivas:

La mecánica: la cual consistió en revisar en primera instancia el modelo matemático, para la fabricación de la estructura se consideró incluir un diseño robusto. Para su construcción se hizo una discriminación de materiales así como una elección de técnicas de fabricación con el fin de obtener un instrumento que agregue el menor error posible a las mediciones.

La electrónica: se analizaron los métodos para la medición de frecuencia, se hizo la elección del transductor, microcontrolador, se eligió la forma de hacer el procesamiento de la señal y el despliegue de la información.

Por condiciones de diseño y al tener una longitud de 1.82 metros, la parte de la armadura metálica se sujetó a un muro del Laboratorio, para darle suficiente rigidez. De esta armadura se sostiene un péndulo trifilar torsional que tiene al final una base circular en donde se coloca el nanosatélite bajo prueba. A partir de las mediciones de la frecuencia de oscilación es posible determinar los momentos de inercia principales. Esto se logra cambiando la posición del satélite, de tal manera que los tres ejes principales puedan ser medidos.

El sistema ha sido instrumentado con un sensor optoelectrónico que opera en el infrarrojo, que detecta el paso de una marca localizada en la parte inferior de la plataforma, generando una señal que es acondicionada por un circuito analógico, posteriormente es digitalizada por un microcontrolador y enviada de manera inalámbrica, por medio de un radio XBEE, a un programa de LabView® que lleva a cabo el cálculo de la frecuencia y el despliegue de los momentos de inercia del satélite.

En [Figura 3.1](#) se muestra el diagrama del sistema, durante el desarrollo del capítulo se explicará cada una de las partes que lo componen.

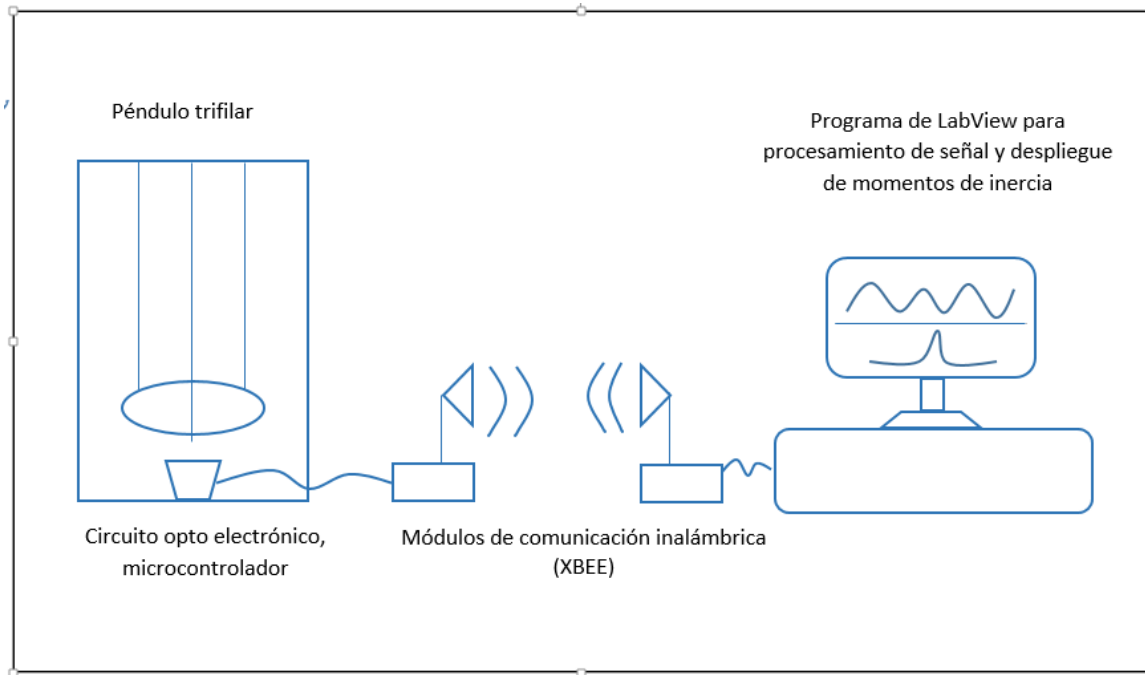


Fig. 3.1 Diagrama general del sistema para determinar los momentos de inercia

3.2 Péndulo Trifilar.

El momento de inercia de un cuerpo desconocido se encuentra a través de los siguientes pasos:

- (1) Obtener su masa.
- (2) Montarlo en el dispositivo de sujeción;
- (3) Impartir una oscilación al conjunto;
- (4) Determinar la frecuencia de oscilación.
- (5) Calcular el momento de inercia experimental.
- (6) Encontrar el punto en la curva de calibración cuya ordenada es esta cantidad;

Estos sistemas se utilizan de manera común para determinar los momentos de inercia en industrias como la automotriz o la aeroespacial.

En su forma más simple, un péndulo trifilar es un disco que gira alrededor de un punto o eje de rotación a través de una triada de cuerdas verticales separadas uniformemente y sujetas al disco.

Cuando al disco se le imprime una rotación, las cuerdas se giran un ángulo y el disco se levanta ligeramente, al soltarlo las cuerdas imprimen un par en el disco, que lo hace girar al otro sentido. El periodo de esta oscilación es proporcional al momento de inercia, de manera que se puede conocer este parámetro con el periodo de oscilación.

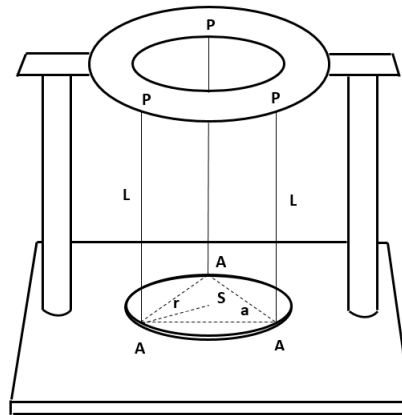


Fig. 3.2. Arreglo mecánico de un péndulo trifilar torsional|.

3.2.1 Modelado del Péndulo Trifilar.

Determinar la ecuación general de movimiento del disco sería bastante complicado ya que el movimiento es tridimensional, sin embargo, el movimiento del disco puede ser simplificado a dos dimensiones usando una aproximación de ángulo pequeño, junto con una proporción muy grande entre la longitud de las cuerdas y el radio del disco. [10]

El comportamiento del péndulo puede ser determinado al hacer el análisis de uno de los hilos como se muestra en la figura. 3.3. junto con su diagrama de fuerzas.

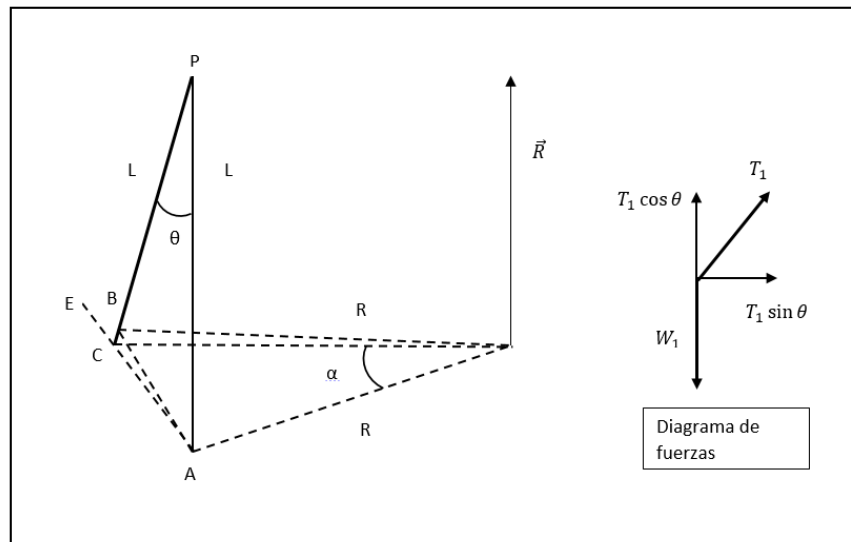


Fig. 3.3 Diagrama esquemático para un hilo, cuando el plato se mueve un ángulo α

Sea P el punto desde el cual cuelga uno de los hilos, su otro extremo está en un punto A, justo debajo de P. Cuando el péndulo gira un ángulo α , el extremo inferior del hilo se mueve al punto B. La línea AC sea la proyección del arco AB en un plano perpendicular a línea AP, la línea AC es aproximadamente igual en longitud al arco AB. [10]

Por lo que:

$$\frac{|AC|}{L} = \frac{S}{L} \doteq \tan \theta \quad (3.1)$$

y

$$\frac{|AC|}{R} = \frac{S}{R} \doteq \tan \alpha \quad (3.2)$$

Si θ y α se mantienen pequeños

$$S \doteq L\theta \quad (3.3)$$

y

$$S \doteq R\alpha \quad (3.4)$$

Combinando

$$\theta = \frac{R\alpha}{L} \quad (3.5)$$

Sea T_1 la tensión en el hilo y W_1 el peso dirigido hacia abajo en el hilo. Puesto que T_1 y W_1 se cancelan en reposo: $|T|_1 = |W|_1$

Cuando el plato se hace girar, existe una fuerza lateral:

$$F = -T_1 \sin \theta \quad (3.6)$$

Si se mantiene θ pequeño de modo que $\sin \theta = \theta$ entonces,

$$F = -T_1 \theta \quad (3.7)$$

Esta fuerza actúa a través de un brazo de momento de longitud R, por lo que hay un par restaurador,

$$T_1 = -T_1 R \theta \quad (3.8)$$

En general $\sum T = I \ddot{\alpha}$, $\ddot{\alpha}$ es la aceleración angular, por lo que:

$$T_1 + T_2 + T_3 = I \ddot{\alpha} \quad (3.9)$$

Suponiendo que θ es el igual para los tres hilos,

$$-R\theta(T_1 + T_2 + T_3) = I \ddot{\alpha} \quad (3.10)$$

Las tensiones se suman al peso total, sin asumir que tiene la misma tensión cada hilo. Juntando esta relación y (3.6),

$$I \ddot{\alpha} + \frac{R^2 \alpha W}{L} = 0 \quad (3.12)$$

Esta es una ecuación de movimiento armónico, la frecuencia es,

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{R^2 W}{IL}} \quad (3.13)$$

Elevando al cuadrado y despejando el momento de inercia,

$$I = \frac{R^2 W}{4\pi^2 L f^2} \quad (3.14)$$

Despejando $W=mg$ se obtiene:

$$I = \frac{R^2 mg}{4\pi^2 L f^2} \quad (3.15)$$

Al agregar un objeto para obtener su momento de inercia la ecuación queda de la siguiente forma:

$$I_{aa} = \frac{gr^2}{4\pi^2 L f^2} (m_p + m_o) - I_p \quad (3.16)$$

Donde:

I_{aa} , es el momento de inercia alrededor del eje de rotación.

m_p , es la masa del disco.

m_o , es la masa del objeto a estudiar.

g , es la aceleración de la gravedad.

r , es la distancia del eje de rotación a un cable A.

L , es la longitud del cable.

f , es la frecuencia de oscilación torsional.

I_p , es el momento de inercia del disco.

Esta ecuación es válida solo si el centro de masa del cuerpo es colineal al eje de rotación S del disco, si los hilos que sostienen el disco son mucho más largos que el radio de este (aproximándose 16 veces la relación), y que el ángulo de oscilación sea menor a 20° [10]

3.3 Diseño mecánico.

Para la armadura metálica que soporta el péndulo se tomaron en cuenta principalmente las dimensiones de un nanosatélite 3U, que es el de mayor volumen, siendo útil para los estándares de menor tamaño (2U, 1.5U y 1U).

Se utilizó aluminio de aleación 6061 para su fabricación, por sus buenas propiedades mecánicas: es resistente, fácil de maquinar, y anticorrosivo. Además de ser de bajo costo y de alta disponibilidad.

En la [figura 3.4](#) se muestra el esquema general del diseño del péndulo trifilar; los componentes principales son: la estructura de soporte, bases de sujeción y ajuste de altura del péndulo y finalmente, el péndulo. En el [apéndice C](#) se muestran a detalle los diseños de las piezas.

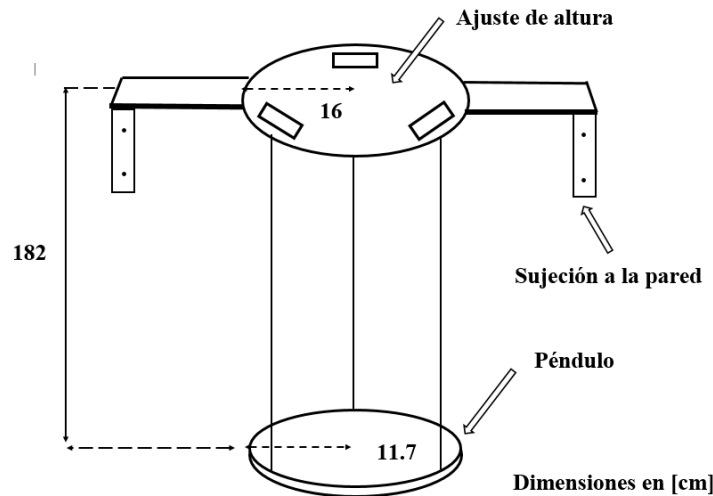


Fig. 3.4. Diagrama general de la estructura del péndulo trifilar y sus componentes.

3.3.1 Disco o plataforma del péndulo

El disco del dispositivo fue lo primero en diseñarse ya que del radio de este, depende el largo de los hilos que lo sostienen y por tanto, las dimensiones de la estructura de sujeción.

Fue diseñado en función del estándar 3U de nanosatélite cuyas medidas son: (34.5X10X10) [cm], [3] por lo que el radio del cual se sostienen los hilos debe ser mayor a 10cm, para este diseño se fabricó un disco de fibra de carbón a 11.7 cm de radio, quedando colocando la distancia entre hilos a 11cm, esta distancia permite una oscilación de más de 20° sin chocar con el objeto de estudio.

Se eligió la fibra de carbón por ser un material ligero, resistente y con un bajo coeficiente de expansión térmico, por lo que el momento de inercia sobre el eje de rotación no será significativo comparado con un nanosatélite 3U, resultando así, un elemento que reduce la sensibilidad del instrumento.

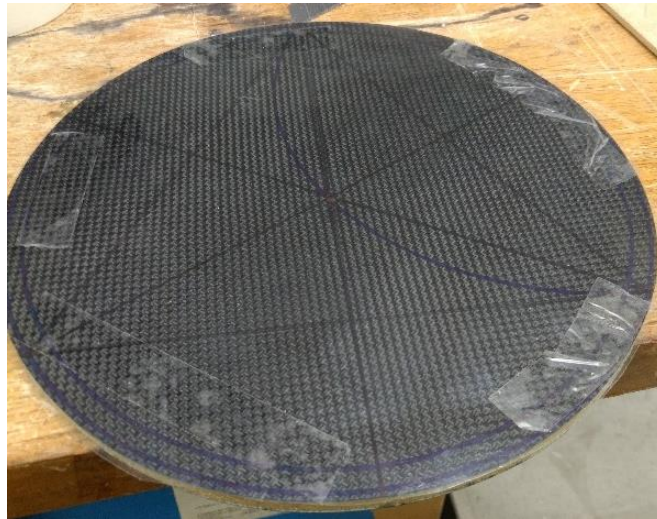


Fig. 3.5 Base circular fabricada con fibra de carbono.

Para saber el momento de inercia de un disco se utiliza la expresión:

$$I = \frac{1}{2} m * r^2 \quad (3.17)$$

Donde:

m es la masa del disco; en este caso 120g.

r es el radio del mismo; 11.7 cm.

El momento de inercia del disco es: $I = 8213.4 \text{ g}\cdot\text{cm}^2$

3.3.1 Estructura de soporte.

Como se mencionó con anterioridad, el largo de los hilos que sujetan al péndulo depende del radio de este; con el fin de que el modelo matemático sea aplicado en 2 dimensiones. En los textos analizados para la realización de este trabajo no se menciona con exactitud esta relación, pero en todos los casos es mayor a 16 veces [10], [11], [12], quedando así una altura de 182 cm para un disco de 11cm de radio.

Se fabricaron un par de ménsulas con un ángulo de aluminio 6061 de 1 1/2 X 3/16 pulgadas, que fueron fijadas a la pared del laboratorio. Estas tienen una placa que sostienen a los mecanismos de ajuste de altura del péndulo. Se revisó que la plataforma circular no estuviese fuera de la horizontal usando un nivel de gota en dos ejes.



Figura 3. 6. Ménsulas y base de sujeción de los tres hilos de acero inoxidable del péndulo.

3.3.3 Ajuste del péndulo.

La base del péndulo debe estar ajustada a 90° con respecto al eje central del sistema, motivo por el cual se diseñó y construyó un mecanismo para controlar la longitud de los hilos. Para el diseño de dicho mecanismo se fabricaron tres paralelepípedos que tienen un tornillo que al hacerse girar cambia la longitud del hilo. El diseño de este mecanismo se ve con más claridad en el apéndice C.

Para verificar la correcta posición de la base se colocó un nivel de burbuja de dos ejes, y de manera manual se hizo el ajuste, esto se aprecia en la [figura 3.7](#).

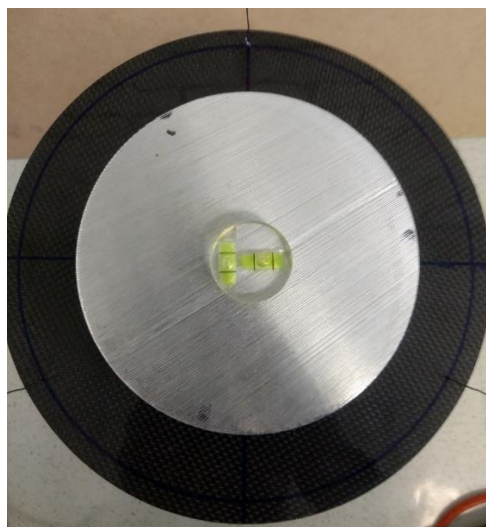


Fig. 3.7 Ajuste de la horizontal de la base circular del péndulo trifilar.

Una vez obtenidos los parámetros de diseño del sistema, éstos se sustituyen en la ecuación 3.16 dando como resultado la ecuación 3.18, con la que se realizaron las pruebas de funcionamiento:

$$I_{aa} = \frac{977.9 * 11^2}{4\pi^2 * 182 * f^2} (120 + m_o) - 8213.4 I \quad [\text{gr} * \text{cm}^2] \quad (3.18)$$

3.4 Diseño del sistema electrónico para determinar la frecuencia de oscilación.

El péndulo se instrumentó con la finalidad de conocer la frecuencia de oscilación y por tanto, los momentos de inercia del objeto bajo prueba. Para este propósito se diseñó un sistema como el mostrado en el diagrama de bloques de la [figura 3.8](#).

Se implementó un sistema de sensado optoelectrónico y de envío de información de manera inalámbrica, mientras que el procesamiento de la señal se llevó a cabo LabVIEW®, que además de esto, sirve como interfaz con el usuario.

Durante el proceso de diseño se hizo un estudio de componentes donde los parámetros de decisión fueron: robustez, sensibilidad al ruido y disponibilidad en el mercado.

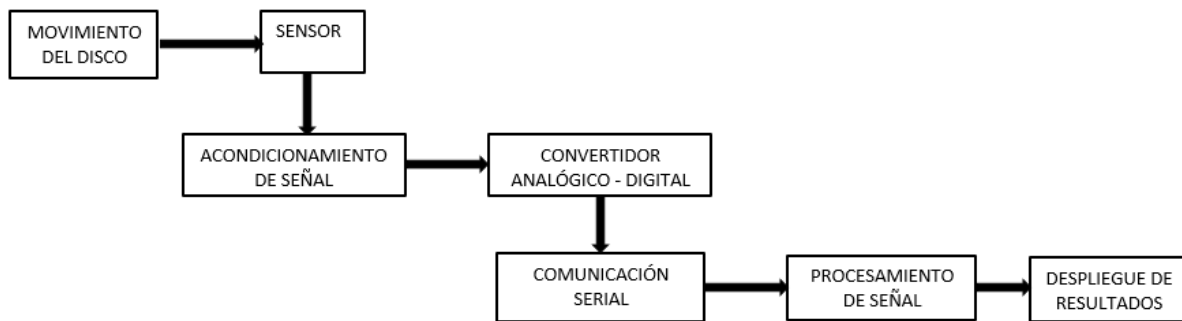


Fig. 3.8 Diagrama de bloques del sistema electrónico de sensado, procesamiento y despliegue de resultados.

3.4.1 Circuito de medición de la frecuencia de la plataforma oscilatoria.

De la revisión de los métodos para medir la frecuencia de oscilación del péndulo, se puede decir que existen maneras desde lo más elementales, como la de colocar una marca en el disco y contar el número de repeticiones en un tiempo determinado [11]. Por supuesto que este método fue descartado por lo impreciso que puede llegar a ser, ya que la medición depende de un observador que controla un cronómetro de manera manual. Otro sistema utiliza un encoder óptico que envía una señal proporcional al ángulo que se desvía el disco, dicha señal es procesada y de ella se obtiene la frecuencia [12]; para este método es necesario maquinar todo el disco, la fidelidad de la medición, depende de la ubicación y cercanía de los orificios por donde pasa el haz infrarrojo, por

lo que se decidió no utilizarlo. También se revisó un método en que se coloca un espejo en el disco, el cual refleja un haz de luz a una fotocelda que entrega un pulso a causa del efecto fotoeléctrico, siempre que la luz incida en la celda; esta señal junto, con un contador digital, dan como resultado la frecuencia de oscilación [10]. Este método es muy susceptible al ruido ambiental además de que requiere la colocación del reflejante en el disco, esto cambia sus propiedades inerciales, por lo que también fue descartada.

Para el diseño descrito en este trabajo se hizo una mejora al último método mencionado, cambiando el espejo del disco por una estampa circular que contiene una marca de color negro, la cual es detectada por un sensor infrarrojo; haciéndolo inmune al ruido causado por la luz visible. Para el procesamiento de la señal se diseñó un programa en la plataforma LabVIEW®, evitando que el sistema requiera algún tipo de maquinado de precisión y siendo inmune al ruido de la luz ambiente.

Sensor

El sensor utilizado es un dispositivo que consta de un diodo emisor de luz infrarroja cuya intensidad es controlada por una resistencia que limita el paso de la corriente.

Un fototransistor en configuración emisor común, que recibe la luz del diodo al ser reflejada sobre la superficie, el color blanco refleja mayor cantidad luz, caso contrario al negro que la absorbe, estos cambios, hacen variar la zona de operación al transistor en corte al recibir la mayor cantidad de luz (blanco), y saturación al no recibir luz (negro).[15]

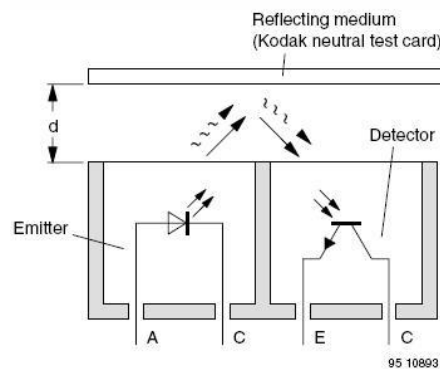


Fig. 3.9 Principio de funcionamiento del sensor foto reflectivo.

Esta característica del sensor fue útil ya que resulta un método no invasivo, solo es necesario colocar una estampa en el disco con una marca negra, que al ser detectada nos proporciona una manera de calcular la frecuencia.

Se realizó una comparación entre sensores refractivos, los parámetros de elección fueron: la distancia de medición, inmunidad al ruido, tiempo de respuesta de subida y bajada. En la tabla 1 se muestran los resultados.

Tabla 3.1. Comparativa de sensores; parámetros obtenidos de sus hojas de datos.

Sensor	Distancia de funcionamiento máx.	Filtro de luz ambiental	Tiempo de subida	Tiempo de bajada
QRD1113/1114	5mm	si	10 μ S	50 μ S
CNY70	5mm	si	10 μ S	50 μ S
TCRT1000	4mm	si	10 μ S	10 μ S
TCRT5000	15mm	si	10 μ S	10 μ S

Al analizar los datos obtenidos, se decidió utilizar el sensor TRCT5000 de Vishay Semiconductors, debido a su tiempo de respuesta y a contar con un mayor intervalo de distancia de operación.

El siguiente paso fue realizar una prueba del dispositivo en protoboard, se colocó un patrón en el disco impreso en papel bond, como lo recomienda el fabricante [15], con una separación de 2mm y se obtuvo la respuesta del sensor. Esta se ve en el oscilograma de la [Figura 3.10](#).

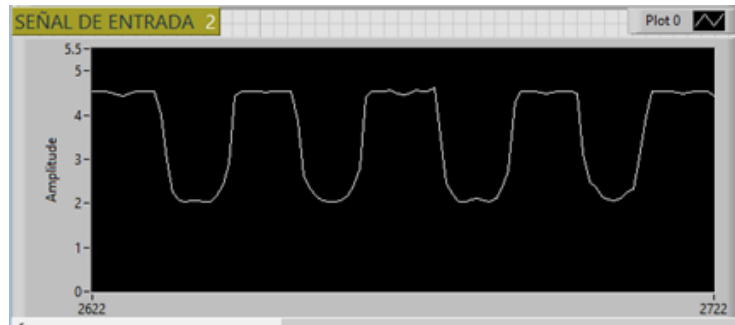


Fig. 3.10. Oscilograma que muestra la señal obtenida del sensor, sin acondicionamiento.

Como se puede ver en la [figura 3.10](#), la señal contiene ruido no deseado, debido a que el sensor no llega al estado estable, esto afecta la medición de la frecuencia, por tal motivo fue necesario aplicar un acondicionamiento a la señal, implementando un circuito seguidor de señal, junto con un comparador por histéresis.

Acondicionamiento de señal y disparador Schmitt

Se implementó un circuito seguidor de voltaje y un disparador Schmitt con histéresis para suprimir el ruido que afecta a la señal original que causa disparos en falso, al rebasar el voltaje de referencia. Para su implementación en aplicaciones de baja frecuencia, es común utilizar un amplificador operacional con realimentación positiva, que provoca una inestabilidad por lo que su salida se saturará en los dos niveles de alimentación del amplificador. [16]

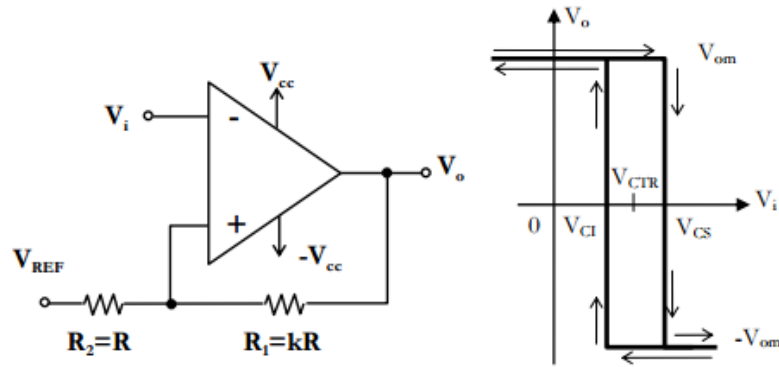


Fig. 3.11. Comparador regenerativo inversor.

Para este circuito, los puntos de su característica estática son:

$$V_{CI} = -\frac{1}{1+k}V_{om} + \frac{k}{1+k}V_{REF} \quad (3.19)$$

$$V_{CS} = \frac{1}{1+k}V_{om} + \frac{k}{1+k}V_{REF} \quad (3.20)$$

$$V_H = V_{CS} - V_{CI} = \frac{2V_{om}}{1+k} \quad (3.21)$$

$$V_{CTR} = \frac{V_{CS} + V_{CI}}{2} = \frac{k}{1+k}V_{REF} \quad (3.22)$$

Por lo que el circuito quedó de la siguiente forma:

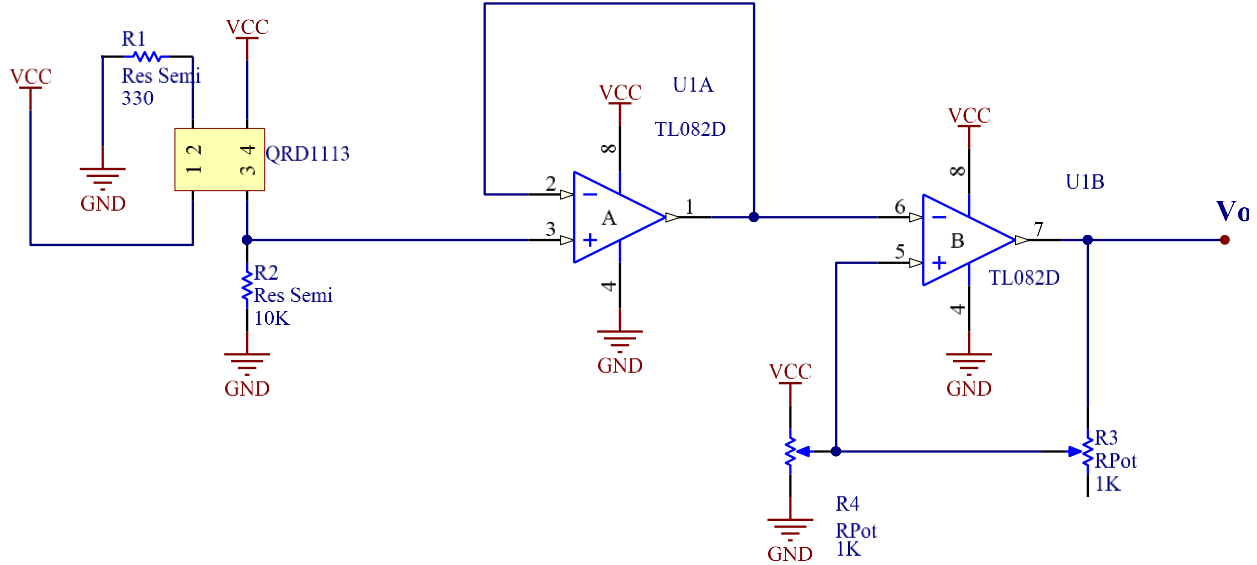


Fig. 3.12. Circuito electrónico completo que incluye al sensor, la etapa de acondicionamiento de señal y el disparador schmitt.

El circuito se probó en protoboard y se obtuvo una respuesta satisfactoria, la señal de salida estaba libre de ruido, evitando así posibles errores en la medición de frecuencia provocados por disparos en falso. En el oscilograma de la [Figura 3.13](#) se puede ver en la parte inferior de la imagen la señal original de entrada con ruido y en la parte superior la señal, tras pasar por el circuito de acondicionamiento y disparo.

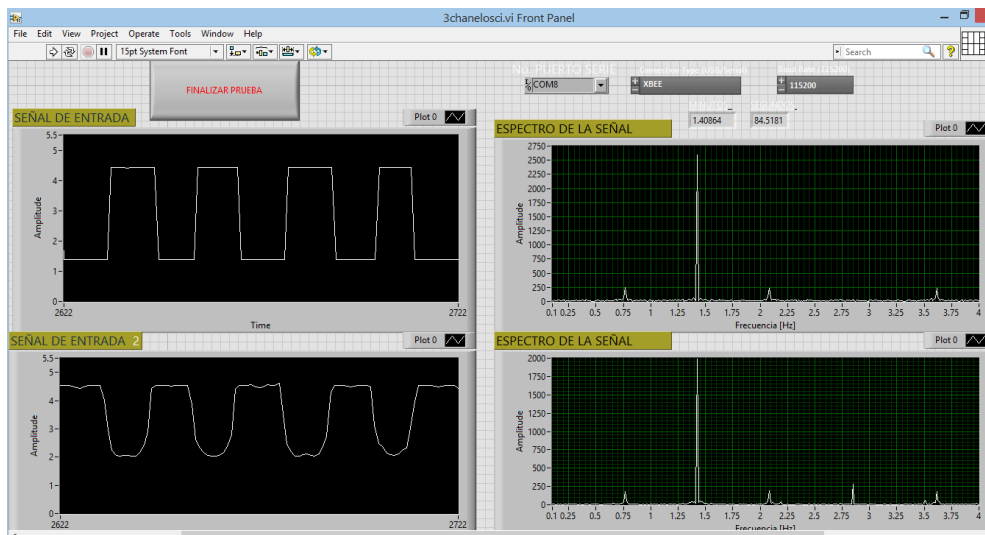


Fig. 3.13 Comparación de señal con y sin acondicionamiento.

Diseño de PCB del circuito.

Con la finalidad de obtener un dispositivo más robusto y evitar el ruido, posiblemente provocado por la tarjeta protoboard, se fabricó el circuito en PCB. El diseño se realizó en el programa EAGLE 7.7.0, y la tarjeta se fabricó con una máquina de control numérico.

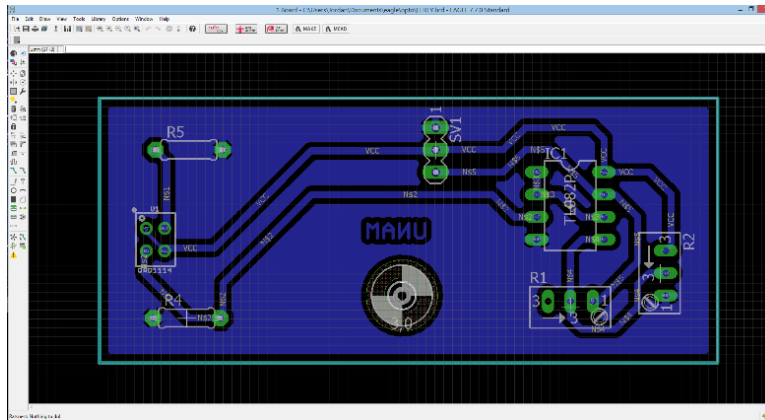


Fig. 3.14 Diseño en PCB de la tarjeta de acondicionamiento y disparo.

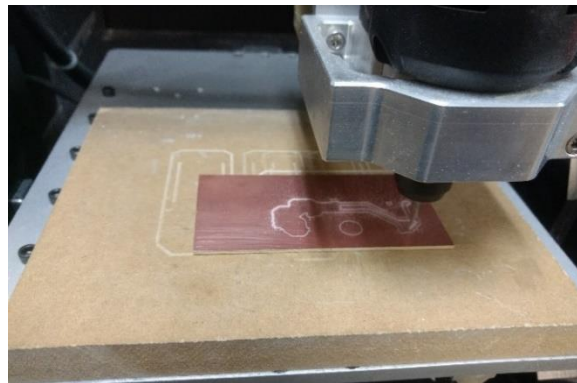


Fig. 3.15. Fabricación de la tarjeta electrónica con una máquina de control numérico.

Convertidor Analógico/Digital y comunicación serial inalámbrica

Para la comunicación inalámbrica se utilizaron los módulos de radiofrecuencia XBee PRO S2, fabricados por Digi International. La función de estos es enviar la señal del microcontrolador, que tiene integrado el ADC, hacia la computadora donde se realiza el procesamiento de los datos.

Se eligió el microcontrolador ATmega 328 ya que tiene las librerías necesarias para la comunicación serial, cuenta con 6 puertos, convertidor analógico digital de 10 bits de resolución

(1024 diferentes valores), que para la señal que se desea digitalizar (cuadrada) es más que suficiente. Para la implementación se utilizó la placa de desarrollo Arduino UNO que permite conectar directamente el radio XBee lo cual evita la construcción de electrónica extra para su implementación, siendo esta característica, el factor de elección de esta tarjeta de desarrollo.

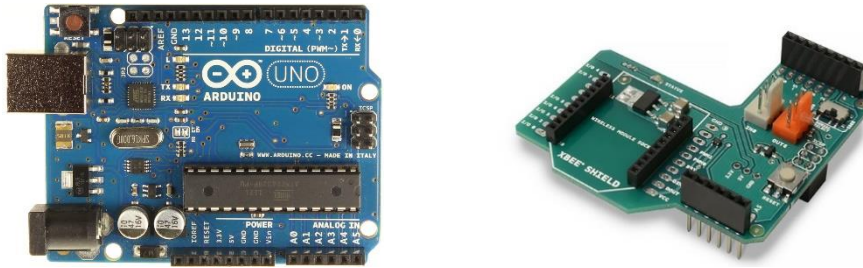


Fig. 3.16. Tarjeta de desarrollo Arduino UNO y shield para XBee.

Comunicación entre microcontrolador y la computadora

El microcontrolador envía los datos obtenidos del sensor optoelectrónico hacia la computadora por comunicación serial asíncrona, a través de los módulos de radiofrecuencia XBee. Éstos pueden trabajar en tres modos de comunicación: punto a punto, punto a multipunto y red mesh (malla). Los elementos de una red son: [17]

- **Coordinador.** Encargado de controlar la red
- **Router.** Sirve de no de interconexión para dispositivos alejados, también puede ser utilizado como dispositivo de recepción.
- **Dispositivo final.** Sirve como dispositivo de recepción de datos, no envía información, puede conectarse a un coordinador o a un router.

Para el sistema descrito en este trabajo se utilizó una configuración punto a punto, ya que son suficientes dos radios: uno conectado a la computadora (coordinador) y otro a la tarjeta Arduino (Router).

Para utilizar la comunicación serial asíncrona (RS-232) entre los radios, es necesario configurar algunos parámetros como: velocidad, paridad, bits de datos y bits de parada. Para efectuar esta configuración se utiliza el software distribuido por Digi International X-CTU, que además de incluir los parámetros antes mencionados, se debe tener la dirección de cada dispositivo compuesta por los elementos: DH (Destination Address High) y DL (Destination Address Low), el coordinador debe guardar la dirección del router y viceversa.

Para conectar la antena al microcontrolador solo es necesario montar el shield y colocar el radio.

Para la conexión con la computadora se utiliza una interfaz USB-Serial para el radio XBee, la cual permite emular un puerto serie en la computadora, así como dar acceso a los pines de

programación del radio, estos dispositivos funcionan, también, para programar los radios desde el programa X-CTU.

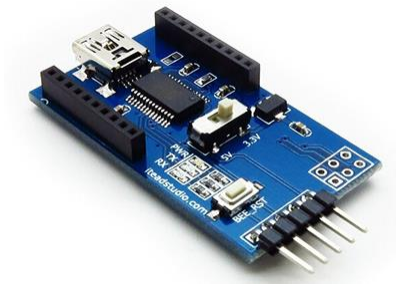


Fig. 3.17. Interfaz USB-Serial para radio XBee

3.4.2 Programa en LabVIEW®.

LabVIEW® y Arduino

LabVIEW® es un entorno de desarrollo orientado a científicos e ingenieros, que tiene como objetivo facilitar la programación al hacerlo de una manera visual gráfica. Además, tiene bibliotecas integradas, específicas para ingeniería, funciones de interface a hardware y características para análisis, visualización y exportación de datos

Para la conexión entre el microcontrolador y el programa de procesamiento se utilizó una herramienta que permite controlar al Arduino desde el PC. La interfaz de LabVIEW® para Arduino (LIFA) Toolkit es una herramienta gratuita que se puede descargar desde el servidor de NI (National Instruments) y que permite a los usuarios de Arduino adquirir datos del microcontrolador y procesarlos en el entorno de programación gráfica. [18]

Solo es necesario programar la tarjeta Arduino desde su IDE con las bibliotecas que se incluyen en el toolkit y conectar vía USB o con los radios XBee para empezar a recibir datos.

El programa consta en recibir los datos del convertidor analógico digital del Arduino, obtener la transformada rápida de Fourier de estos y con el dato de frecuencia que se obtiene de este procesamiento calcular el momento de inercia del cuerpo con la ecuación 3.16.

El funcionamiento básico del programa se describe en el siguiente diagrama de flujo en el anexo BLA se encuentra el programa.

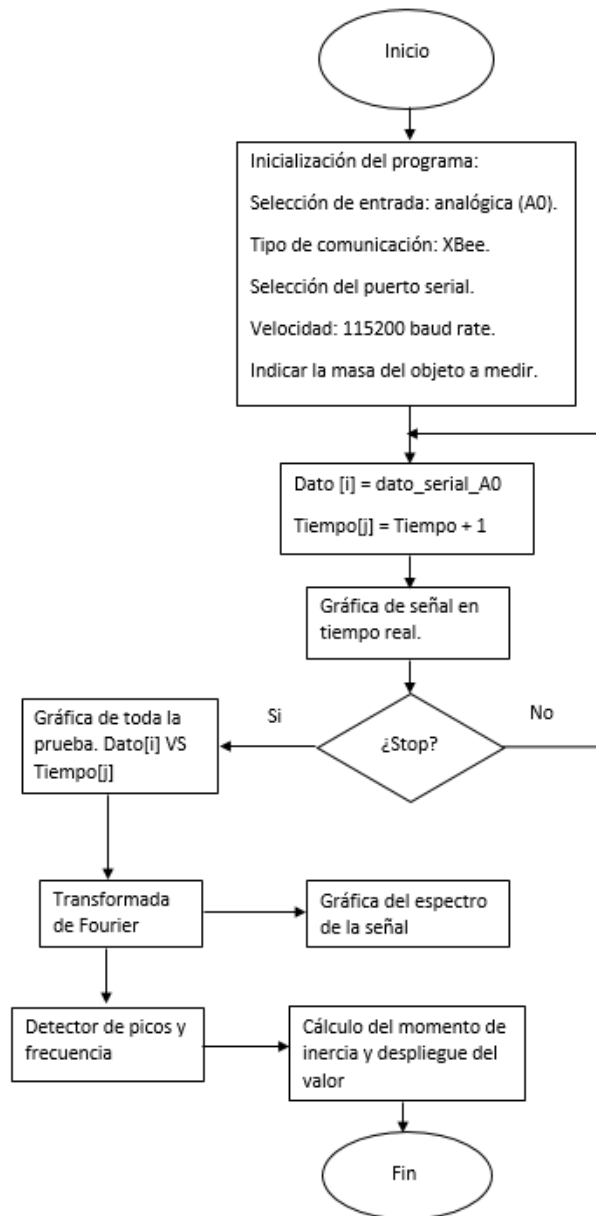


Fig. 3.21. Diagrama de flujo programa para el cálculo de momentos de inercia.

En lo que respecta a la interfaz con el usuario hay algunos parámetros que se deben ajustar antes de empezar a tomar mediciones:

- Se elige el puerto serial al que está conectado el XBee
- Se selecciona ese modo de conexión (XBee).
- Se coloca la masa del objeto a medir en gramos.
- Se inicia el programa.

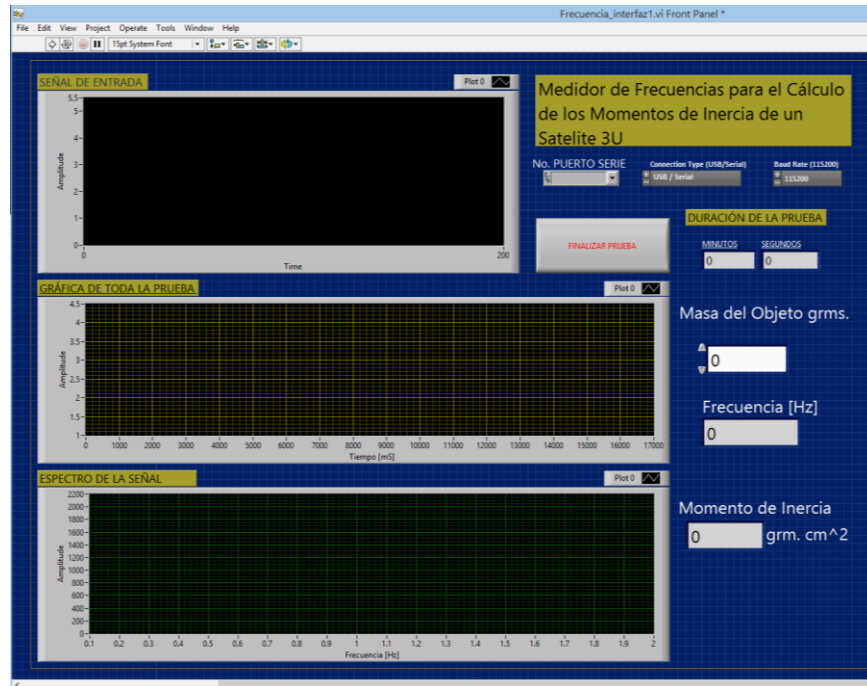


Fig. 3.21. Instrumento virtual para el cálculo de momentos de inercia

3.4.3 transformada de Fourier.

La transformada de Fourier convierte las funciones de dominio del tiempo al dominio de la frecuencia, de esta operación se puede encontrar la frecuencia fundamental de la señal y con este dato obtener el momento de inercia del objeto de estudio. La transformada rápida de Fourier se deriva de la siguiente ecuación. [19]

$$X(f) = F\{x(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j2\pi ft} dt \quad (3.23)$$

Donde $x(t)$ es la señal del dominio del tiempo, $X(f)$ es la FFT, y ft es la frecuencia a analizar.

De forma similar, la transformada discreta de Fourier (DFT) mapea secuencias de tiempo discreto en representaciones de frecuencia discreta. DFT se da por la siguiente ecuación:

$$X_k = \sum_{i=0}^{n-1} x_i e^{-j2\pi ik/n} \quad \text{para } k = 0,1,2, \dots, n-1 \quad (3.24)$$

Donde x es la secuencia de entrada, X es la DFT y n es el número de muestras en los dominios de tiempo discreto y de frecuencia discreta.

La implementación directa de la DFT, como se muestra en la ecuación 2, requiere aproximadamente n^2 operaciones complejas. Sin embargo, algoritmos computacionalmente eficientes pueden requerir tan poco como $n \log_2(n)$ operaciones. Estos algoritmos son FFT, como se muestra en las ecuaciones 4,5 y 6. Usando la DFT, la transformada de Fourier de cualquier secuencia x , ya sea real o compleja, siempre da como resultado una secuencia de salida compleja X de la siguiente forma: [19]

$$F\{x\} = X = X_{Re} + jX_{Im} = Re\{X\} + jIm\{X\} \quad (3.25)$$

Una propiedad DFT inherente es la siguiente:

$$X_{n-i} = X_{-i} \quad (3.26)$$

Donde el elemento $(n-i)$ ésimo de X contiene el resultado enésimo el armónico. Además, si x es real, el i -ésimo armónico y el $-i$ -ésimo armónico son conjugados complejos:

$$X_{n-i} = X_{-i} = X_i^* \quad (3.27)$$

Por lo que:

$$Re\{X_{-i}\} = Re\{X_{n-i}\} \quad (3.28)$$

Y

$$Im\{X_{-i}\} = Im\{X_{n-i}\} \quad (3.29)$$

Estas propiedades simétricas de Fourier de secuencias reales se denominan conjugadas simétricas 3.27, simétricas o incluso simétricas 3.28 y asimétricas o impares-simétricas .

Capítulo**4****Calibración del Sistema.****4. Calibración.**

La calibración es el proceso de comparar los valores obtenidos por un instrumento de medición, con la medida correspondiente de un patrón de referencia (o estándar).

Para calibrar un instrumento o un estándar, se necesita disponer de uno de mayor precisión (patrón) que proporcione el valor convencionalmente verificable, el cual se utilizará para compararlo con la indicación del instrumento que está siendo sometido a la calibración. Esto se realiza mediante una cadena ininterrumpida y completamente documentada de comparaciones hasta llegar al patrón primario, que constituye lo que se conoce como trazabilidad [20] [21].

El objetivo de la calibración es mantener y verificar el buen funcionamiento de los equipos, responder a los requisitos establecidos en las normas de calidad y garantizar la fiabilidad y la trazabilidad de las medidas. Los instrumentos requieren ser calibrados con más frecuencia cuanto más exactas sean sus muestras, es decir, cuanto menor sean las tolerancias de error.

Los principales motivos que pueden provocar la necesidad de que se realice la calibración de los instrumentos de medición son:

- Se trata de un nuevo instrumento.
- Se ha agotado un periodo de tiempo específico.
- Se ha agotado un determinado volumen de uso (horas de trabajo)
- Cuando un instrumento ha recibido un golpe o vibraciones fuertes que pueden haber causado que este se descalibre.
- Existen cambios de temperatura superiores a los aceptables.
- Las observaciones obtenidas sean cuestionables.

Los resultados obtenidos han de ser informados a través de un certificado de calibración, en el que se identifica el instrumento a calibrar, la fecha, el método con el que se calibra, las condiciones; como la temperatura, los resultados y las incertidumbres obtenidas, y la firma y acreditación. Además se pueden incluir tablas o gráficas que ayuden a la comprensión y representación de los resultados de la calibración.

4.1. Definiciones.

Exactitud

Se denomina exactitud a la capacidad de un instrumento de acercarse al valor de la magnitud real. La exactitud depende de los errores sistemáticos que intervienen en la medición, denotando la proximidad de una medida al verdadero valor y, en consecuencia, la validez de la medida. [20]

El valor exacto de una magnitud física es un concepto utópico, ya que es imposible conocerlo sin incertidumbre alguna.

Precisión

Se denomina precisión a la capacidad de un instrumento de dar el mismo resultado en mediciones diferentes realizadas en las mismas condiciones. Esta cualidad debe evaluarse a corto plazo. La precisión refleja la proximidad de distintas medidas entre sí, y es función exclusiva de los errores accidentales. [20]

Resolución

La resolución de un instrumento es el menor cambio en la magnitud de entrada que se aprecia en la magnitud de salida. Sin embargo, la precisión es el máximo error esperado en la medida. [20]

Repetibilidad

Se denomina repetibilidad a la capacidad de un instrumento de dar el mismo resultado en mediciones diferentes realizadas en las mismas condiciones a lo largo de periodos largos de tiempo. La repetibilidad debe evaluarse a largo plazo; esta es la gran diferencia con precisión que debe, en cambio, ser evaluada a corto plazo. [20]

Trazabilidad

El término trazabilidad es definido por la Organización Internacional para la Estandarización (ISO 9001:2008), en su *International Vocabulary of Basic and General Terms in Metrology*, como: La propiedad del resultado de una medida o del valor de un estándar donde éste pueda estar relacionado con referencias especificadas, usualmente estándares nacionales o internacionales, a través de una cadena continua de comparaciones todas con incertidumbres especificadas.

4.2 Calibración del sistema de obtención del centro de masa.

Para la calibración del sistema para determinar el centro de masa por el método de suspensión co-lineal, se realizó una curva de calibración que compara los valores experimentales contra los valores teóricos.

Esta curva se obtiene:

1. Calculando las coordenadas del centro de masa de los objetos patrón con el modelo de SolidWorks®.
2. Se obtienen las coordenadas del centro de masa de manera experimental: el objeto es colgado de cuatro vértices.
3. Los datos obtenidos son graficados: donde la ordenada es el valor teórico del patrón y la abscisa es el valor que se obtuvo de manera experimental
4. Se obtiene una solución por mínimos cuadrados de esta gráfica y la función que se obtiene es el ajuste que se aplica a las mediciones.

4.2.1 Objetos patrón.

Se eligieron 5 objetos patrón de los cuales se realizaron sus modelos en SolidWorks® su principal característica es: tener una geometría bien definida y distribución de masa uniforme.

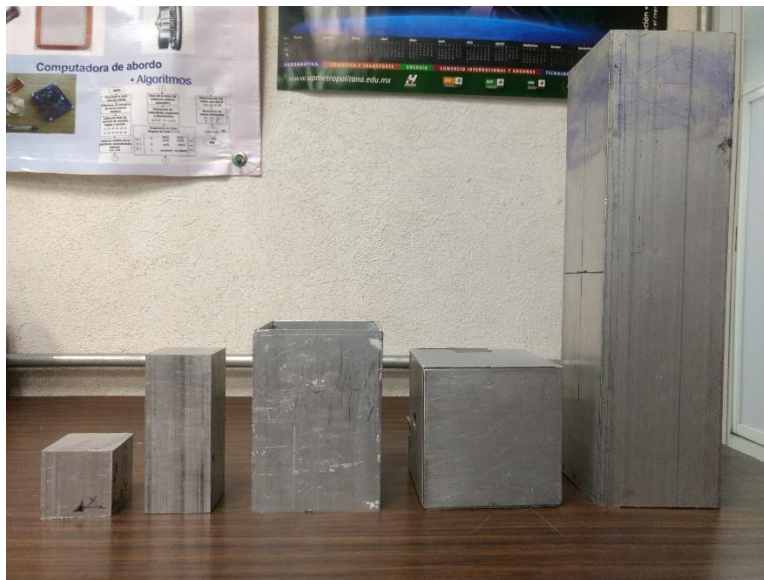


Fig. 4.1 Objetos patrón utilizados para calibrar el sistema de medición del centro de masa.

4.2.2. Ejemplo de determinación del centro de masa.

El procedimiento consiste en colocar un papel milimétrico en la superficie del objeto, una vez hecho esto se coloca un sistema de referencia ortogonal (x, y, z) en uno de los vértices del objeto. El patrón es colgado de cuatro puntos con el fin de obtener 2 mediciones de centro de masa, para después ser promediadas y comparadas con el valor teórico.

Para este ejemplo se eligió como patrón un tubo cuadrado de aluminio aleación 6061, con medidas 10.1x10.1x38.2 [cm] fue colgado en sus vértices a aproximadamente 0.5 cm de la arista.

De la medición se obtienen los puntos:

Puntos V1(10.1,10.1,37.7), C1(0.0,0.8), V2(10.1,0,37.8), C2(0,10.1,0.8)

Ecuación de dirección de la recta de manera general:

$$(\Delta i x, \Delta i y, \Delta i z) = (x_{ci} - x_{vi}, y_{ci} - y_{vi}, z_{ci} - z_{vi})$$

Sustituimos para los puntos:

$$(\Delta 1 x, \Delta 1 y, \Delta 1 z) = (-10.1, -10.1, -36.9)$$

$$(\Delta 2 x, \Delta 2 y, \Delta 2 z) = (-10.1, 10.1, -37)$$

Sistema de ecuaciones, cuya solución son las coordenadas del centro de masa.

$$x_g \Delta 1 y - y_g \Delta 1 x = x_{v1} \Delta 1 y - y_{v1} \Delta 1 x$$

$$x_g \Delta 1 z - z_g \Delta 1 x = x_{v1} \Delta 1 z - z_{v1} \Delta 1 x$$

$$x_g \Delta 2 y - y_g \Delta 2 x = x_{v2} \Delta 2 y - y_{v2} \Delta 2 x$$

$$x_g \Delta 2 z - z_g \Delta 2 x = x_{v2} \Delta 2 z - z_{v2} \Delta 2 x$$

Sustituyendo:

$$-10.1x_g + 10.1y_g + 0z_g = 0$$

$$-36.9x_g + 0y_g + 10.1z_g = 8.08$$

$$10.1x_g + 10.1y_g + 0z_g = 102.01$$

$$-37x_g + 0y_g + 10.1z_g = 8.08$$

Se resuelve el sistema de ecuaciones:

El resultado tomando las tres primeras ecuaciones es $(x_g, y_g, z_g) = (5.05, 5.05, 19.25)$.

El resultado tomando la primera, cuarta y tercera $(x_g, y_g, z_g) = (5.05, 5.05, 19.3)$.

El resto de soluciones son incongruentes.

De manera análoga para los puntos 3 y 4:

V3 (0, 0,37.7), C3 (10.1, 10.1, 0.7) V4 (0,10.1, 37.7), C4 (10.1, 0,0.6)

La dirección de las rectas es:

$$(\Delta 3x, \Delta 3y, \Delta 3z) = (10.1, 10.1 - 37)$$

$$(\Delta 4x, \Delta 4y, \Delta 4z) = (10.1, -10.1, -37.1)$$

El sistema de ecuaciones queda de la siguiente forma:

$$10.1x_g - 10.1y_g + 0z_g = 0$$

$$-37x_g + 0y_g - 10.1z_g = -380.77$$

$$-10.1x_g - 10.1y_g + 0z_g = -102.01$$

$$-37.1x_g + 0y_g - 10.1z_g = -380.77$$

Se resuelve el sistema de ecuaciones:

El resultado tomando las tres primeras ecuaciones es $(x_g, y_g, z_g) = (5.05, 5.05, 19.2)$

El resultado tomando la primera, cuarta y tercera $(x_g, y_g, z_g) = (5.05, 5.05, 19.15)$

El resto de soluciones son incongruentes

Por otra parte se realizó el modelo CAD en SolidWorks®, de esto se obtienen los valores teóricos del centro de masa para después poder ser comparados con los teóricos

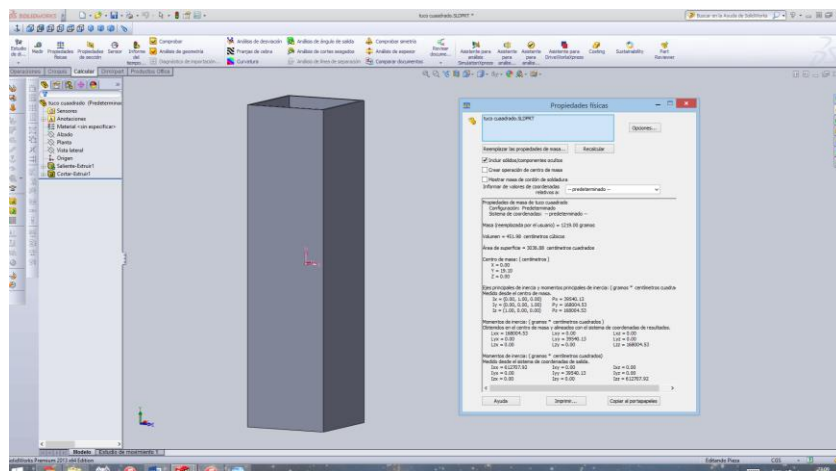


Fig. 4.2 Obtención del centro de masa del objeto patrón visto en el ejemplo por medio de Solidworks®

4.2.3. Tablas de comparación de valores teórico- práctico obtenidos y curvas de calibración para cada coordenada.

Las mediciones expresadas en la siguiente tabla son con respecto a un sistema de referencia ubicado en un vértice del objeto patrón.

Tabla 4.1 Tubo cuadrado No. 1 aluminio.

Objeto	Dimensiones [cm]	Centro de masa teórico [cm]			Centro de masa experimental [cm]		
		X	Y	Z	X	Y	Y
Tubo cuadrado1	a=10.1 b=10.1 l=38.2 Espesor 0.6	5.05	5.05	19.1	5.05	5.05	19.225

Tabla 4.2 Tubo cuadrado No. 2 aluminio.

Objeto	Dimensiones [cm]	Centro de masa teórico [cm]			Centro de masa experimental [cm]		
		X	Y	Z	X	Y	Y
Tubo cuadrado2	a=10.1 b=10.1 l=14.3 Espesor 0.6	5.05	5.05	7.15	5.132	5.119	7.275

Tabla 4.3 Paralelepípedo aluminio.

Objeto	Dimensiones [cm]	Centro de masa teórico [cm]			Centro de masa experimental [cm]		
		X	Y	Z	X	Y	Y
Paralelepípedo	a=5.1 b=5.1 l=12.3	2.55	2.55	6.15	2.671	2.502	6.034

Tabla 4.4 cubo No. 1 aluminio.

Objeto	Dimensiones [cm]	Centro de masa teórico [cm]			Centro de masa experimental [cm]		
		X	Y	Z	X	Y	Y
Cubo1	5.1 x lado	2.55	2.55	2.55	2.477	2.593	2.496

Tabla 4.5 cubo No. 2 aluminio.

Objeto	Dimensiones [cm]	Centro de masa teórico [cm]			Centro de masa experimental [cm]		
		X	Y	Z	X	Y	Y
Cubo2	11.5 x lado	5.75	5.75	5.75	5.713	5.713	5.768

Con los datos anteriores se realizaron tres curvas de calibración, una por cada coordenada y se hizo un ajuste por mínimos cuadrados.

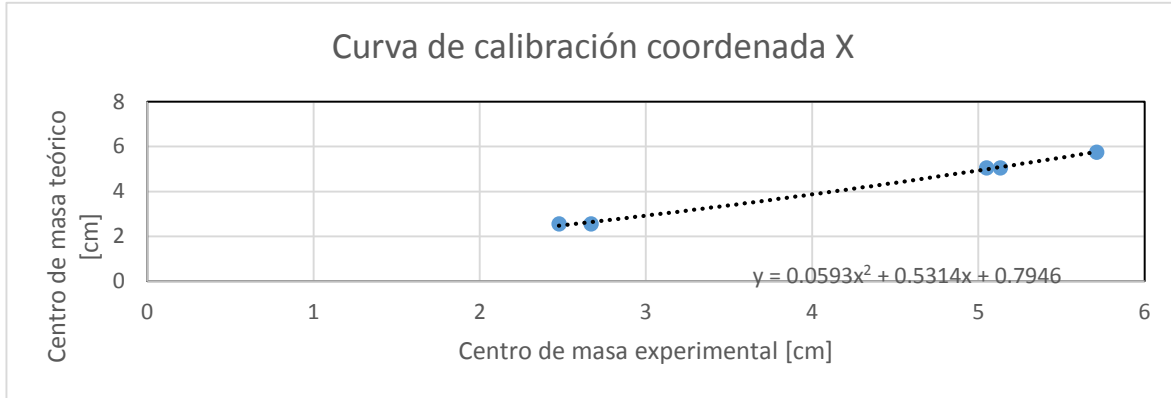


Figura 4.3 Curva de calibración para determinar la coordenada x del centro de masa.

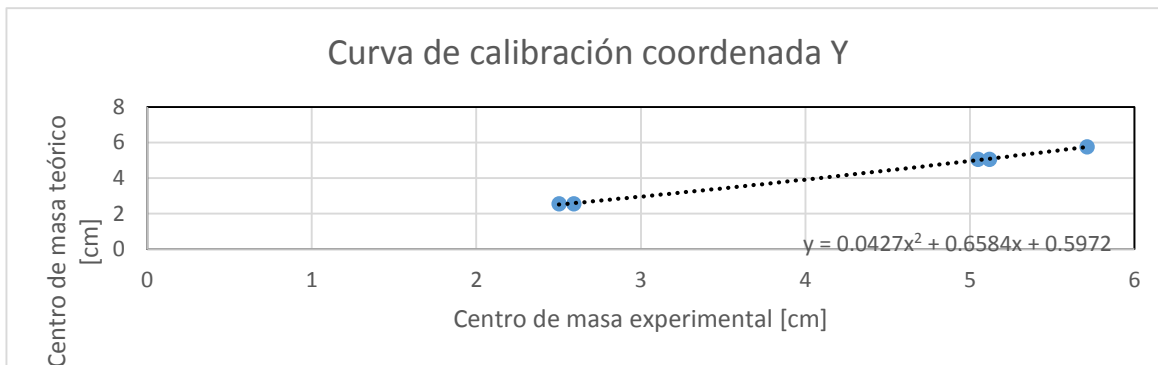


Figura 4.4 Curva de calibración para determinar la coordenada y del centro de masa.

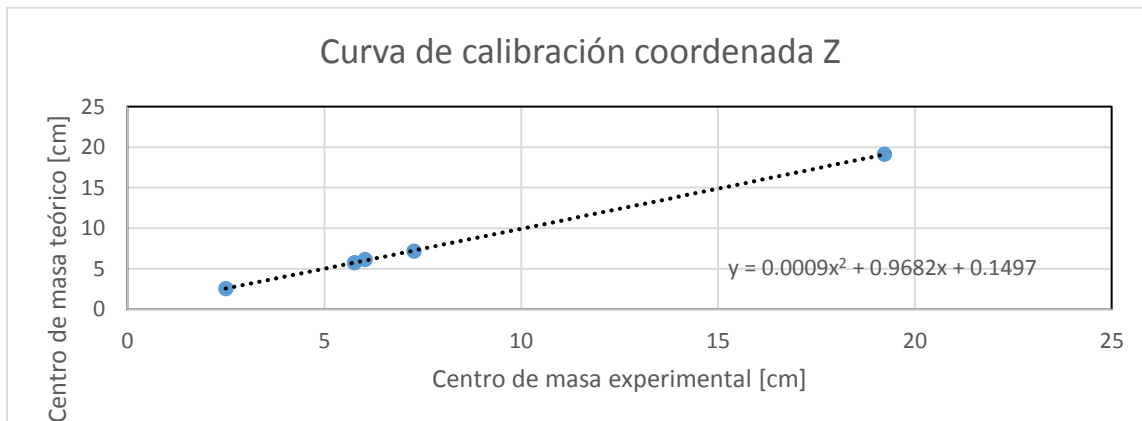


Figura 4.5. Curva de calibración para determinar la coordenada z del centro de masa.

De las curvas se obtuvieron las siguientes ecuaciones para su ajuste:

$$X \text{ ajustada} = 0.0593x^2 + 0.5314x + 0.7946 \quad (4.1)$$

$$Y \text{ ajustada} = 0.0427y^2 + 0.6584y + 0.5972 \quad (4.2)$$

$$Z \text{ ajustada} = 0.0009z^2 + 0.9682z + 0.1497 \quad (4.3)$$

Se calculó el error porcentual con la siguiente expresión:

$$\text{error \%} = \left| \frac{\text{valor experimental} - \text{valor teórico}}{\text{valor teórico}} \right| * 100 \quad (4.4)$$

Tabla 4.6 Comparativa entre los valores teóricos contra los experimentales ajustados

Objeto	Centro de masa teórico [cm]			Centro de masa experimental ajustado [cm]			Error porcentual		
	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
Tubo cuadrado1	5.05	5.05	19.1	4.9905	5.011	19.096	1.17	0.772	0.0209
Tubo cuadrado2	5.05	5.05	7.15	5.0836	5.0865	7.241	0.665	0.722	1.27
Paralelepípedo	2.55	2.55	6.15	2.637	2.5118	6.024	3.411	1.498	2.048
Cubo1	2.55	2.55	2.55	2.4747	2.5915	2.5716	2.952	1.627	1.627
Cubo2	5.75	5.75	5.75	5.7659	5.7523	5.7642	0.276	0.04	0.2469
Promedio							1.6948	0.9318	1.0425

Se caracterizó el instrumento y se obtuvieron los parámetros de la siguiente tabla:

Tabla 4.7 caracterización del instrumento para medir el centro de masa por el método de suspensión co-lineal, con un papel milimétrico

Resolución	1[mm]
Exactitud	$x \pm 1.6948\%$, $y \pm 0.9318\%$, $z \pm 1.0425\%$, [mm]

4.3 Calibración del sistema de obtención de los momentos de inercia.

4.3.1 Calibración del instrumento virtual para la medición de frecuencia.

Para la calibración de la frecuencia se utilizó el generador de señales MATRIX MFG-8215A. El método consistió en introducir una señal de frecuencia y amplitud conocidas al sistema, y verificar que el valor de la frecuencia desplegada por el instrumento virtual, fuese la misma.

Al tratar de determinar la frecuencia de una señal, es fundamental tener un reloj que sea lo más exacto posible, por lo que el programa cuenta con un ajuste de este parámetro figura 4.6. El programa trunca el dato obtenido a una resolución de 1 milésima de Hz, esto se hizo con la finalidad de hacer al instrumento menos sensible y poder obtener una mejor repetibilidad en las mediciones.

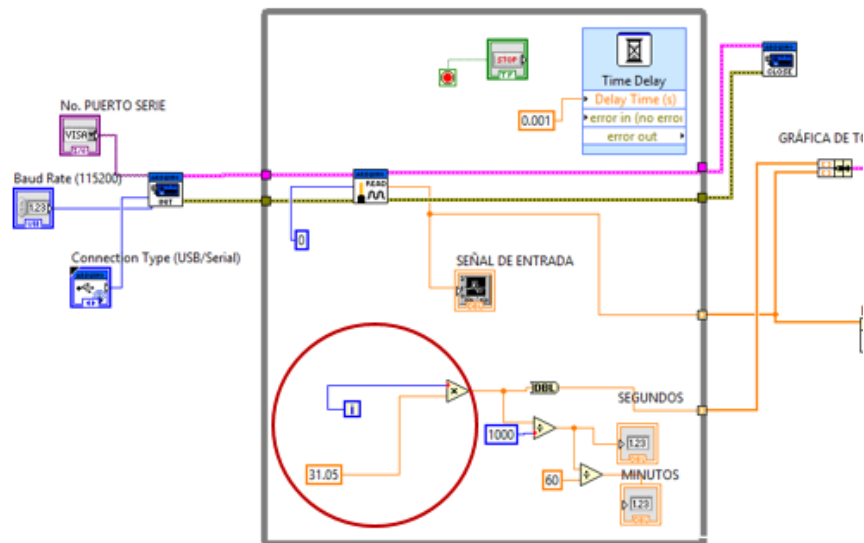


Figura 4.6 Sistema virtual para la medición de la frecuencia de oscilación.

Para esta calibración se introdujo una señal senoidal de 3V a 1 Hz. hasta que se determinó un valor de ajuste para el reloj; una vez hecho esto, tras tomar 30 muestras se caracterizó al instrumento.

Tabla 4.8 Muestreo de la señal de referencia para caracterizar el sistema de medición de frecuencia.

No. muestras	Promedio	Media	Varianza	Desviación estándar
30	0.9996	0.9995	1.11429x10-06	0.001055597

De estos valores obtenidos el más importante es el de la desviación estándar, el cual indica que tanto se separan las muestras de la media, en este caso fue de un poco más de una milésima de Hz, esto quiere decir que el instrumento tiene una precisión de ± 0.00105 Hz

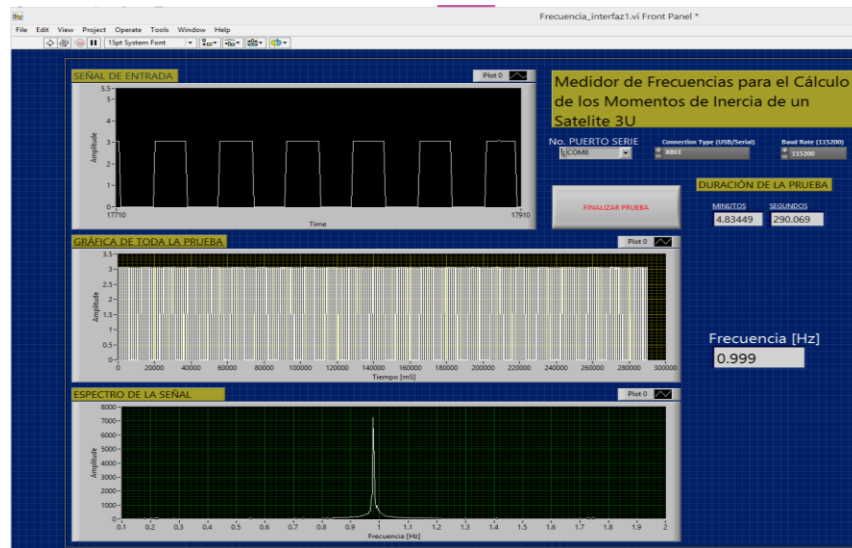


Figura 4.7 Despliegue de las señales de frecuencia y su espectro obtenido por transformada rápida de Fourier.

4.3.2. Calibración del péndulo trifilar.

La técnica utilizada en la determinación de los momentos de inercia de los sólidos no homogéneos, desconocidos, mediante el uso del péndulo trifilar implica el uso de una curva de calibración [10].

Esta curva se obtiene:

1. Calculando los valores de los momentos de inercia de los objetos patrón de manera teórica (en este caso también se utilizó el modelo de SolidWorks®).
2. Obtener el momento de inercia del péndulo: éste se pone a oscilar sin ningún objeto y al obtener la frecuencia, se determina el offset del sistema.
3. Se obtiene el momento de inercia experimental de cada patrón; se toman 10 muestras y el promedio es el dato que se toma en cuenta.
4. Se hace una gráfica: donde la ordenada es el valor teórico del patrón y la abscisa es el valor que se obtuvo de manera experimental
5. Se obtiene una solución por mínimos cuadrados de esta gráfica y la función que se obtiene es el ajuste que se aplica a las mediciones.

Tabla 4.9 Momentos de inercia de diferentes objetos utilizados como referencia para efectuar la calibración del sistema desarrollado en este trabajo de tesis. [22]

Body	Figure	Mass Center	Moments of Inertia
Rectangular Parallelepiped		-	$I_{xx} = \frac{1}{12} m(a^2 + l^2)$ $I_{yy} = \frac{1}{12} m(b^2 + l^2)$ $I_{zz} = \frac{1}{12} m(a^2 + b^2)$ $I_{y_1y_1} = \frac{1}{12} mb^2 + \frac{1}{3} ml^2$
Circular Cylinder		-	$I_{xx} = \frac{1}{4} mr^2 + \frac{1}{12} ml^2$ $I_{x_1x_1} = \frac{1}{4} mr^2 + \frac{1}{3} ml^2$ $I_{zz} = \frac{1}{2} mr^2$
Semicylinder		$\bar{x} = \frac{4r}{3\pi}$	$I_{xx} = I_{yy} = \frac{1}{4} mr^2 + \frac{1}{12} ml^2$ $I_{x_1x_1} = I_{y_1y_1} = \frac{1}{4} mr^2 + \frac{1}{3} ml^2$ $I_{zz} = \frac{1}{2} mr^2$
Circular Cylindrical Shell		-	$I_{xx} = \frac{1}{2} mr^2 + \frac{1}{12} ml^2$ $I_{x_1x_1} = \frac{1}{2} mr^2 + \frac{1}{3} ml^2$ $I_{zz} = mr^2$
Half Cylindrical Shell		$\bar{x} = \frac{2r}{\pi}$	$I_{xx} = I_{yy} = \frac{1}{2} mr^2 + \frac{1}{12} ml^2$ $I_{x_1x_1} = I_{y_1y_1} = \frac{1}{2} mr^2 + \frac{1}{3} ml^2$ $I_{zz} = mr^2$
Sphere		-	$I_{zz} = \frac{2}{5} mr^2$
Spherical Shell		-	$I_{zz} = \frac{2}{3} mr^2$
Hemisphere		$\bar{x} = \frac{3r}{8}$	$I_{xx} = I_{yy} = I_{zz} = \frac{2}{5} mr^2$
Hemispherical Shell		$\bar{x} = \frac{r}{2}$	$I_{xx} = I_{yy} = I_{zz} = \frac{2}{3} mr^2$
Uniform Slender Rod		-	$I_{yy} = \frac{1}{12} ml^2$ $I_{y_1y_1} = \frac{1}{3} ml^2$

4.3.5. Tablas de comparación de valores teóricos y prácticos obtenidos, con diferentes cuerpos.

Para obtener los valores experimentales se hicieron 10 pruebas, en las tablas de la 4.3 a la 4.9, se registra el promedio de la frecuencia y el momento de inercia teórico.

Tabla 4.10. Paralelepípedo de aluminio aleación 6061

Masa [g]	Dimensiones[cm]	MOI teórico [g·cm ²]			MOI SolidWorks [g·cm ²]		
		lxx	lyy	lzz	lxx	lyy	zz
387	a=5.08 b=5.08 l=12.3	12647.63	12647.63	3686.01	12647.63	12647.63	3686.01

Tabla 4.11. Barra aluminio

Masa[g]	Dimensiones[cm]	MOI teórico [g·cm ²]			MOI SolidWorks [g·cm ²]		
		lxx	lyy	lzz	lxx	lyy	zz
911	a=6.23 b=18.7 l=1.23	1300.51	11326.29	12529.22	1300.51	11326.29	12529.22

Tabla 4.12. Tubo cuadrado

Masa[g]	Dimensiones[cm]	MOI teórico [g·cm ²]			MOI SolidWorks [g·cm ²]		
		lxx	lyy	lzz	lxx	lyy	zz
1219	a=10.16 b=10.16 l=38.2 Espesor 0.6	168004.53	168004.53	39540.13	168004.53	168004.53	39540.13

Tabla 4.13. Disco de aluminio aleación 6061

Masa [g]	Dimensiones[cm]	MOI teórico [g·cm ²]			MOI SolidWorks [g·cm ²]		
		lxx	lyy	lzz	lxx	lyy	zz
712	$\Phi=15.27$ l=1.9	10590.39	10590.39	20752.39	10590.39	10590.39	20752.39

Tabla 4.14. Cilindro de acero

Masa [g]	Dimensiones[cm]	MOI teórico [g·cm ²]			MOI SolidWorks [g·cm ²]		
		lxx	lyy	lzz	lxx	lyy	zz
911	$\Phi=3.81$ l=10.25	8798.17	8798.17	1644.36	8798.17	8798.17	1644.36

Tabla 4.15. Cilindro de Bronce 1

Masa[g]	Dimensiones[cm]	MOI teórico [g·cm ²]			MOI SolidWorks [g·cm ²]		
		lxx	lyy	lzz	lxx	lyy	zz
867	Φ=3.81 l=8.94	6561.07	6561.07	1573.18	6561.07	6561.07	1573.18

Tabla 4.16. Cilindro de Bronce 2

Masa[g]	Dimensiones[cm]	MOI teórico [g·cm ²]			MOI SolidWorks [g·cm ²]		
		lxx	lyy	lzz	lxx	lyy	zz
1012	Φ=5.08 l=5.9	4567.90	4567.90	3264.51	4567.90	4567.90	3264.51

Tabla 4.17. Semiesfera de bronce

masa[g]	Dimensiones[cm]	MOI teórico [g·cm ²]			MOI SolidWorks [g·cm ²]		
		lxx	lyy	lzz	lxx	lyy	zz
1756	Φ=10	20831.93			20831.93		

Con estos datos se llenó la tabla 4.18 y posteriormente se generó la gráfica para obtener la curva de calibración.

Se calculó el error porcentual con la ecuación 4.1

$$\text{error \%} = \left| \frac{\text{valor experimental} - \text{valor teórico}}{\text{valor teórico}} \right| * 100$$

Tabla 4.18. Condensado de valores de momentos de inercia teóricos y aquellos medidos con el sistema desarrollado en este trabajo de tesis.

Objeto	Masa [gr]	Frecuencia promedio [Hz]	MOI Experimental Promedio	MOI teórico	MOI CAD	% error
Paralelepípedo lxx	857	0.8978	11582.54	12647.63	12647.63	8.4212
Paralelepípedo lyy		0.8975	11594.68	12647.63	12647.63	8.3252
Paralelepípedo lzz		1.1808	3463.868	3686.01	3686.01	6.0266
Barra aluminio	387	0.6652	10530.16	12525.98	12525.98	15.9334

Tubo cuadrado lzz	1219	0.7052	35089.72	39540.13	39540.13	11.2554
Tubo cuadrado lxx		0.362	154553.4	168004.53	168004.53	8.0064
Tubo cuadrado lyy		0.3616	154910.4	168004.53	168004.53	7.7939
Disco aluminio	712	0.7126	18350.56	20752.39	20752.39	11.5737
Cilindro acero lzz	911	1.3134	1828.034	1644.36	1644.36	11.1699
Cilindro acero lxx		1.0224	7997.848	8798.17	8798.17	9.0964
Cilindro Bronce 1 lzz	867	1.2922	1723.628	1573.18	1573.18	9.5633
Cilindro Bronce 1 lxx		1.0674	6092.4	6561.07	6561.07	7.1431
Cilindro Bronce 2 lzz	1012	1.2872	3185.964	3264.51	3264.51	2.4060
Cilindro Bronce 2 lxx		1.2222	4370.472	4567.90	4567.90	4.322
Semiesfera bronce	1764	1.049	19519.54	20831.93	20831.93	6.2998
Promedio						8.489087

4.3.6. Curva de calibración y caracterización del instrumento.

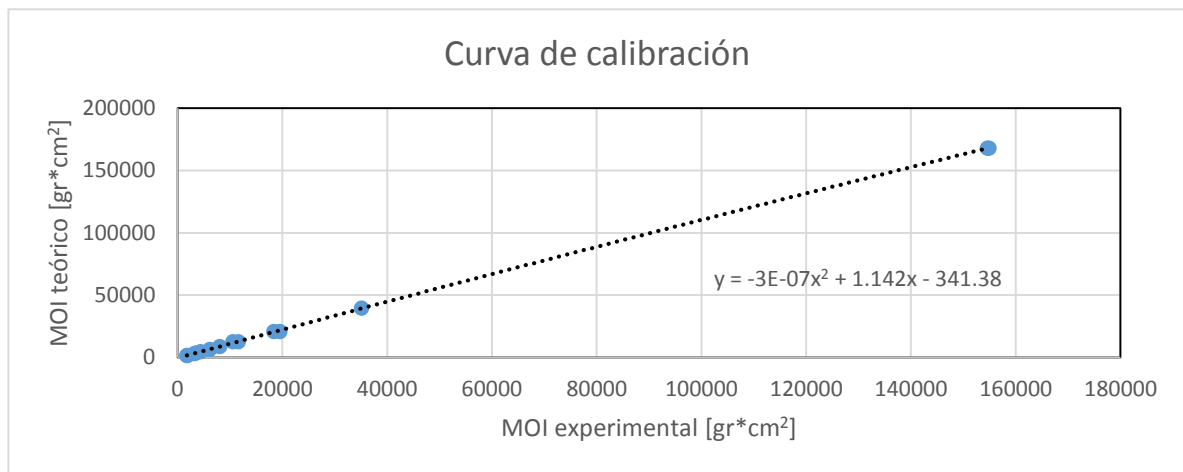


Figura 4.11. Curva de calibración para determinar los momentos de inercia ajustados.

De la curva de calibración se tuvo la siguiente ecuación de ajuste:

$$\text{Momento de inercia ajustado} = -3E-07x^2 + 1.142x - 341.38 \quad (4.5)$$

Esta ecuación fue agregada al instrumento virtual para que entregue una medición ya ajustada

Tabla 4. 19. Datos donde se muestran los momentos de inercia ajustados.

Objeto/eje principal	MOI Experimental Promedio	MOI Ajustado	MOI teórico	%Error
Paralelepípedo lxx	11582.54	12845.63	12647.63	1.5655
Paralelepípedo lyy	11594.68	12859.41	12647.63	1.6744
Paralelepípedo lzz	3463.868	3610.75	3686.01	2.0417
Barra aluminio	10530.16	11650.79	12525.98	6.9869
Tubo cuadrado lzz	35089.72	39361.69	39540.13	0.4512
Tubo cuadrado lxx	154553.4	168992.57	168004.53	0.5881
Tubo cuadrado lyy	154910.4	169367.12	168004.53	0.8110
Disco aluminio	18350.56	20513.93	20752.39	1.1490
Cilindro acero lzz	1828.034	1745.23	1644.36	6.1343
Cilindro acero lxx	7997.848	8772.97	8798.17	0.2864
Cilindro Bronce 1 lzz	1723.628	1626.11	1573.18	3.3645
Cilindro Bronce 1 lxx	6092.4	6605.0	6561.07	0.6695
Cilindro Bronce 2 lzz	3185.964	3293.94	3264.51	0.9015
Cilindro Bronce 2 lxx	4370.472	4643.96	4567.90	1.6650
Semiesfera bronce	19519.54	21835.63	20831.93	4.8180
Promedio				2.207133

Se caracterizó el instrumento y se obtuvieron los parámetros de la siguiente tabla:

Tabla 4.20 caracterización del péndulo trifilar

Resolución	0.001 [Hz]
Precisión	± 0.00105 [Hz]
Exactitud	$\pm 2.2071\%$ [g·cm ²]

Capítulo

5

Resultados

En esta sección se muestra el análisis realizado a una estructura de un nanosatélite 3U. Se hizo un modelo en SolidWorks, ver [apendice F](#), el cual servirá de punto de referencia, al ser una figura sencilla los cálculos que entrega del centro de masa y de momentos de inercia fueron tomados como reales.

Para la caracterización de la estructura se realizaron los siguientes pasos:

1. Debido a que la estructura contine tornillos y pequeñas piezas de aluminio para su ensamble, es necesesario balancearla con la ayuda de la plataforma basada en un cojinete neumático esférico.
2. Medir el centro de masa de la estructura con el instrumento basado en el método de suspensión co-lineal.
3. Determinar los momentos de inercia principales, haciendo coincidir el punto del centro de masa, con el eje de rotación del péndulo trifilar.

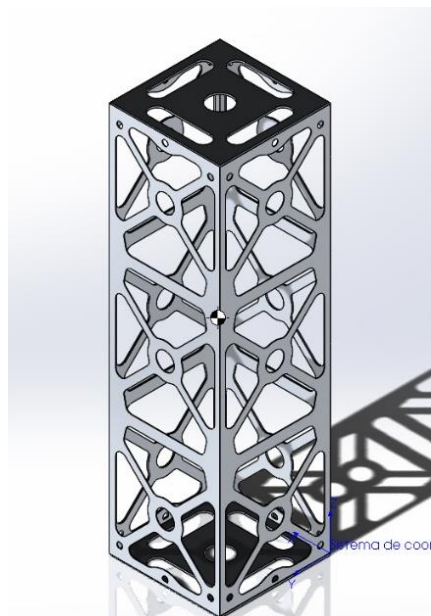


Fig. 5.1 Modelo en CAD de estructura del nanosatélite 3U, el cual sirvió de referencia en las mediciones experimentales

5.1. Balanceo con plataforma basada en un cojinete neumático esférico.

La estructura fue colocada de tal manera que se lograra el equilibrio en los planos (x,y), (x,z) y (y,z). en cada caso se agregó una masa para lograr el equilibrio. El instrumento entrega la lectura en grados de cada eje, los cuales fueron registrados en la siguiente tabla.

Tabla 5.1. Mediciones del desvío de la plataforma con respecto a la horizontal, en los ejes de la estructura del satélite.

Eje del satellite	Desvío de la horizontal [grados]
X	0.34
Y	0.6818
Z	0.34

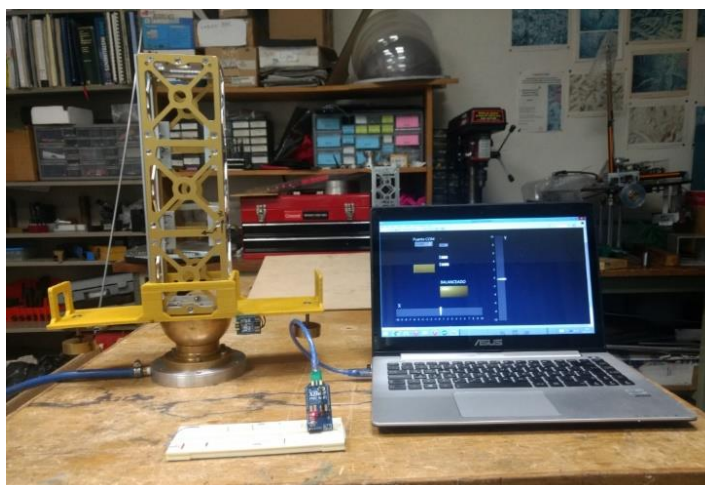


Fig. 5.1 Prueba de medición del centro de masa en los ejes X, Y.

5.2. Centro de masa.

Se calculó el error porcentual con la [ecuación 4.1](#) entre las mediciones ajustadas obtenidas por el método de suspensión co-lineal y las obtenidas del modelado en CAD:

Tabla 5.2. Comparación entre mediciones experimentales y las del modelo en CAD el cual fue tomado como verdadero para este estudio.

Centro de masa experimental [cm]			Centro de masa experimental ajustado [cm]			Centro de masa del modelo de SolidWorks [cm]			Error porcentual.		
X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
5.0629	5.1039	16.6636	5.0051	5.0699	16.5333	5	5	16.5	0.102	1.398	0.201

5.3. Momentos de inercia

Se calculó el error porcentual con la [ecuación 4.1](#) entre las mediciones obtenidas por el instrumento virtual y las obtenidas del modelado en CAD:



Fig. 5.1 Prueba de medición del momento de inercia con respecto al eje XX.

Tabla 5.3. Comparación entre mediciones experimentales de los momentos de inercia en los ejes principales de la estructura y las del modelo en CAD el cual fue tomado como verdadero para este estudio.

Eje	Masa [g]	Frecuencia medida	Momento de inercia experimental [g·cm ²]	Momento de inercia experimental ajustado [g·cm ²]	Momento de inercia SolidWorks [g·cm ²]	Error porcentual.
ZZ	739	0.6928	20751.26	23227.3744	22653.26	2.534
XX		0.3712	91307.7	101430.884	100093.12	1.3365
YY		0.3728	90460	100509.036	100093.12	0.4155

Capítulo

6

Conclusiones y Recomendaciones

Después del trabajo realizado, se pueden desprender las siguientes conclusiones y recomendaciones:

6.1. Conclusiones.

- Se llevó a cabo el diseño, fabricación, calibración y pruebas de funcionamiento de tres sistemas que tienen como finalidad determinar el centro de masa, detectar el estado de balanceo y llevar a cabo la medición de los momentos de inercia en los ejes principales, de un nano satélite tipo CubeSat 3U.
- El instrumento basado en el método de suspensión co-lineal con las aristas del nanosatélite, fue calibrado con un conjunto de objetos patrón de los cuales era conocida la posición del centro de masa. Con estos datos, junto con los obtenidos de manera experimental, se obtuvieron tres curvas de calibración, con la cuales se realizan los ajustes en las mediciones, obteniendo un error menor al 2 % en la exactitud por cada coordenada. Este instrumento cuenta con una resolución de 1mm en sus mediciones.
- Para la plataforma de balanceo del satélite basado en un cojinete neumático esférico, se construyó una base con impresión 3d debido a la exactitud alcanzada en sus dimensiones. Se diseñó y construyó un sistema electrónico que está ubicado en el interior del balero, el cual mide los datos de un acelerómetro y los convierte en desviación en grados con respecto a la horizontal, este instrumento cuenta con una resolución de 0.34° .
- Para el péndulo trifilar se diseñó un instrumento virtual en el entorno de programación gráfico LabVIEW®, el cual fue calibrado inicialmente con un generador de funciones, con el fin de tener una base de tiempo lo más cerca de la realidad. La precisión de las mediciones en frecuencia es de ± 0.00105 [Hz] y cuenta con una resolución de 0.001[Hz].
- Se utilizaron una serie de objetos patrón, de los cuales se obtuvieron sus momentos de inercia por medio del uso de tablas y ayuda del software SolidWorks estos valores se

tomaron como valores sin incertidumbre y junto con los datos obtenidos de manera experimental, se realizó una curva de calibración de la cual se obtuvo una ecuación de ajuste, esta se agregó al instrumento virtual y se obtuvo un error de hasta $\pm 2.2071\%$ [g·cm²].

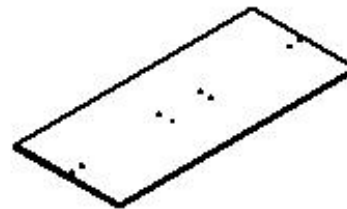
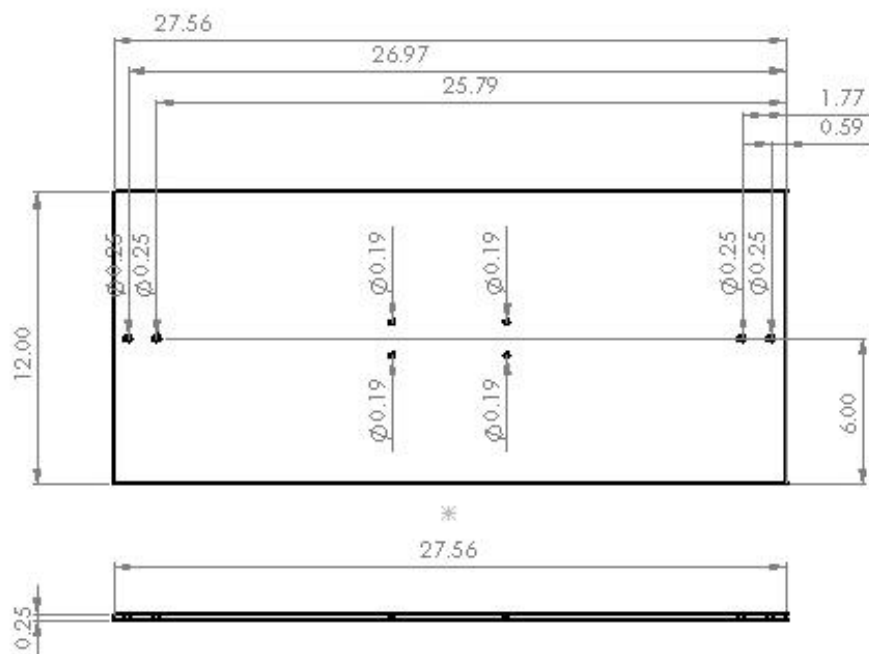
- Tras el análisis de esta información se puede afirmar que los métodos experimentales son una opción viable para la obtención de los parámetros físicos de un nano satélite 3U, ya que el error en su exactitud tiene menos del 3%.

6.2. RECOMENDACIONES.

- Todos los instrumentos deben ser recalibrados periódicamente para no perder la exactitud en sus mediciones.
- En el momento de realizar las mediciones se debe tener un ambiente semicontrolado, ya que pequeñas corrientes de aire pueden provocar error en las mediciones de los 3 instrumentos.

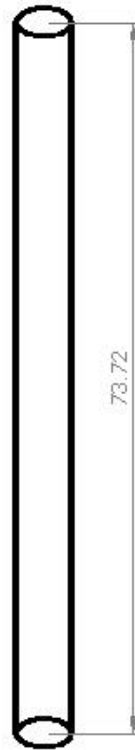
Apéndice A

Diseño mecánico medidor centro de masa.



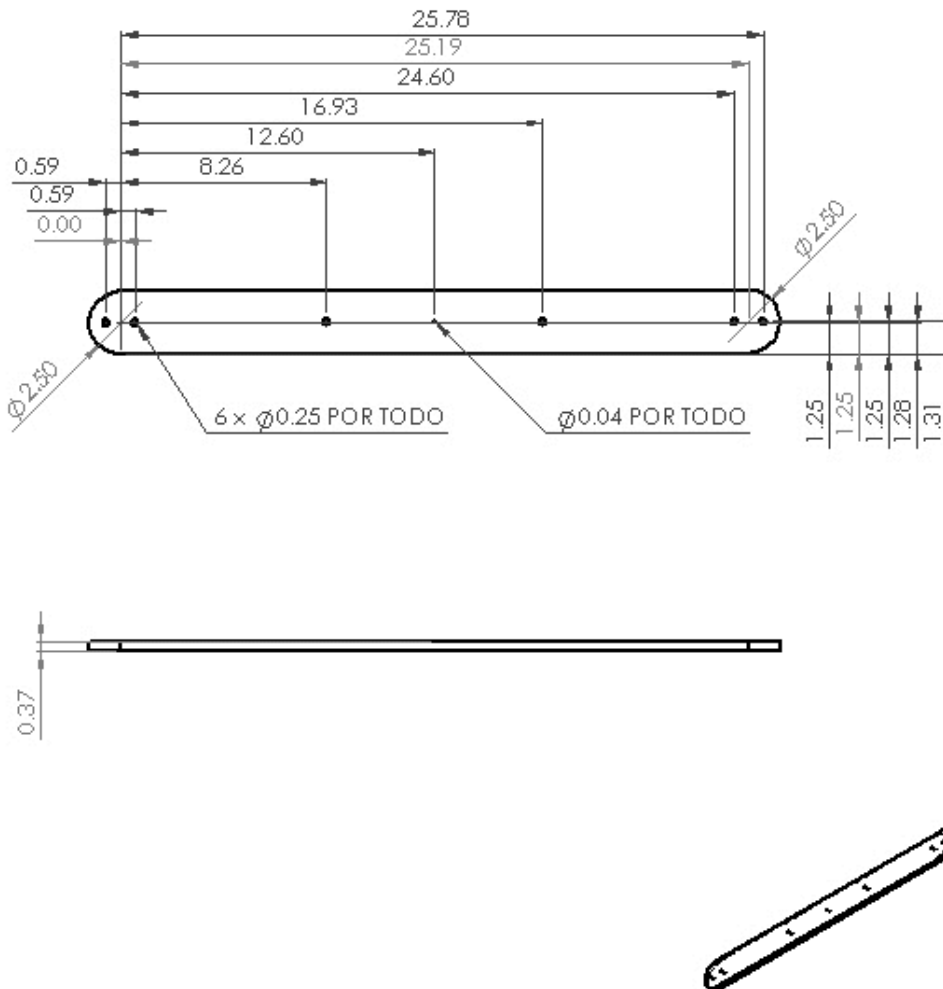
COTAS EN: PULGADAS	MATERIAL: PLACA DE 1/4" ALUMINIO 6061	UNAM
FECHA: 20/08/2016	No. PARTE: 1	DESCRIPCION: BASE DEL MARCO

Fig. A.1 Base del marco del medidor de centro de masa.



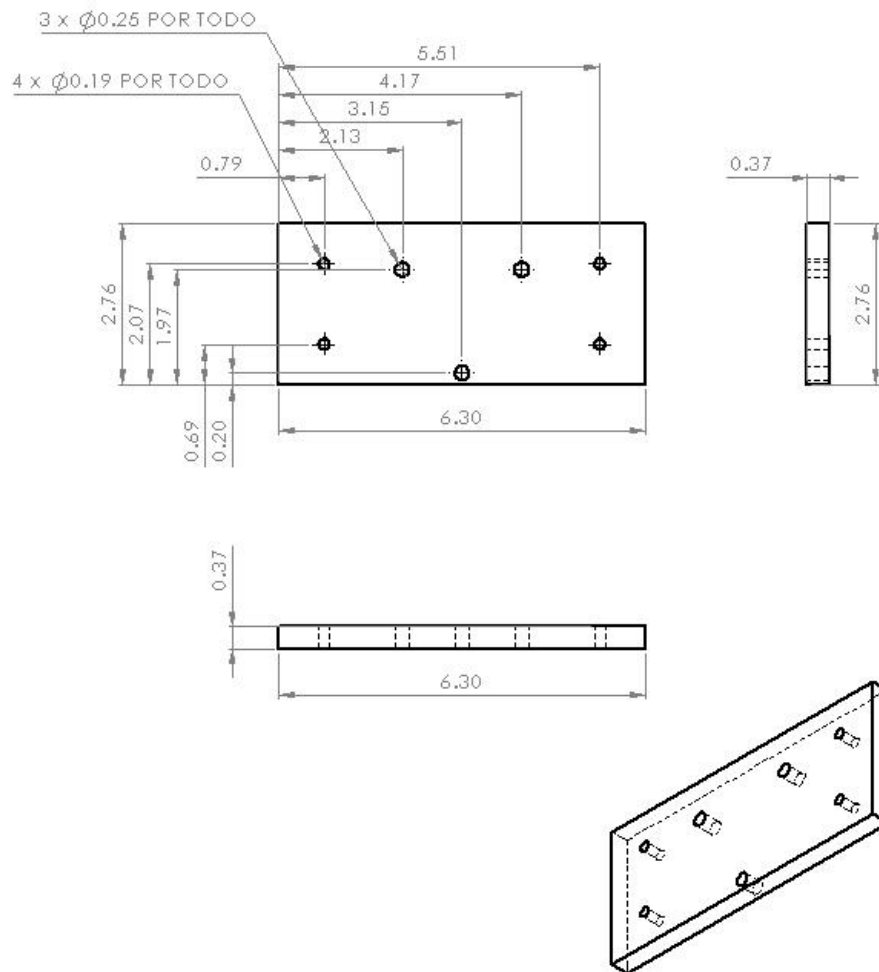
COTAS EN: CENTIMETROS	MATERIAL: DOS TUBOS ALUMINIO 6061	UNAM
FECHA: 20/08/2016	Nº. PARTE: 2	DESCRIPCION: TUBOS PARA MARCO

Fig. A.2 Tubos de soporte para barra superior del marco.



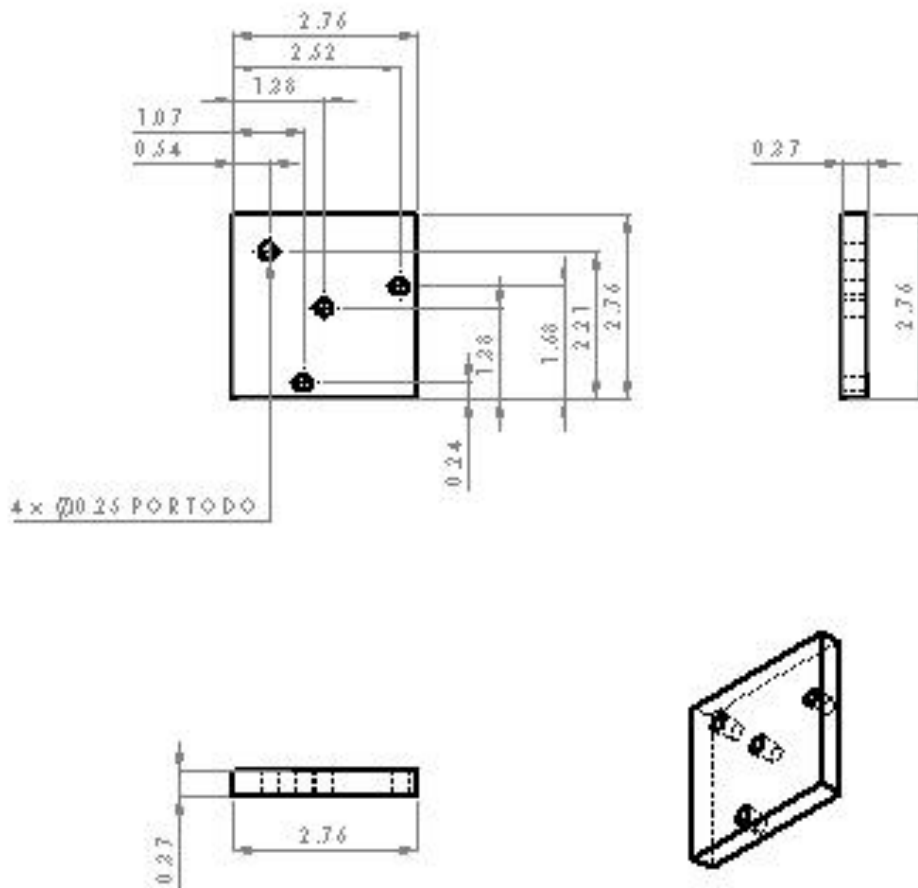
COTAS EN: PULGADAS	MATERIAL: SOLERA 3/8" ALUMINIO 6061	UNAM
FECHA: 20/08/2016	Nº. PARTE: 3	DESCRIPCION: BARRA SUPERIOR DE MARCO

Fig. A.3 Barra superior del marco, cuenta con perforaciones para unirse al tubo, además de una para hacer pasar el hilo para suspender el nanosatélite.



COTAS EN: PULGADAS	MATERIAL: SOLERA 3/8" ALUMINIO 6061	UNAM
FECHA: 20/08/2016	No. PARTE: 4	DESCRIPCION: BASE MECANISMO LASER

Fig. A.4 Base del láser contiene perforaciones para sujetarse a la base con tolerancia para moverse en ejes.



COTAS EN: PULGADAS	MATERIAL: SOLERA 3/8" ALUMINIO 60 61	UNAM
FECHA: 20/08/2016	No. PARTE: 5	DESCRIPCION: MECANISMO LASER APUNTADOR

Fig. A.4 Placa para sujeción del láser contiene perforaciones donde van una triada de tornillos con resorte para el ajuste del desvío del láser.

Apéndice B

Base para sujeción del nanosatelite 3U

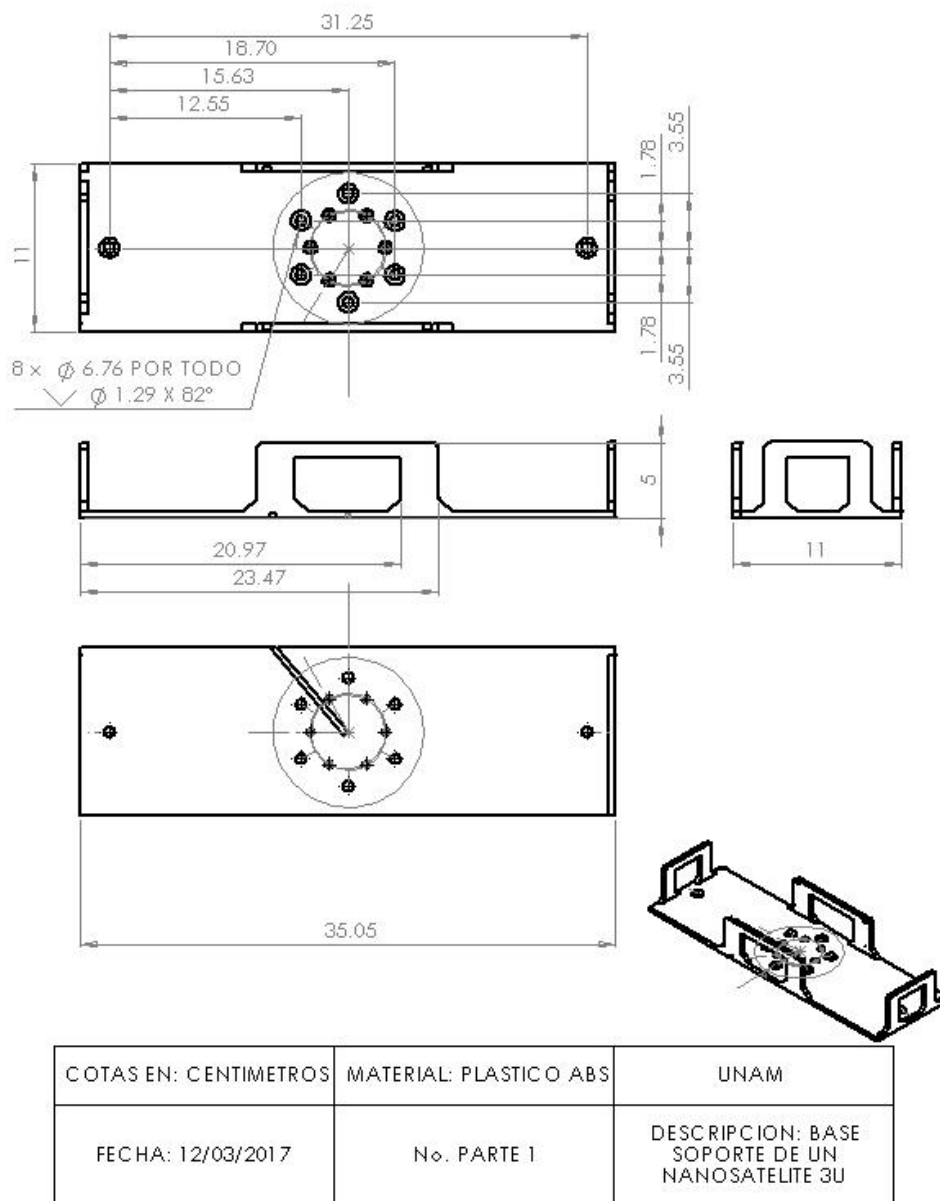
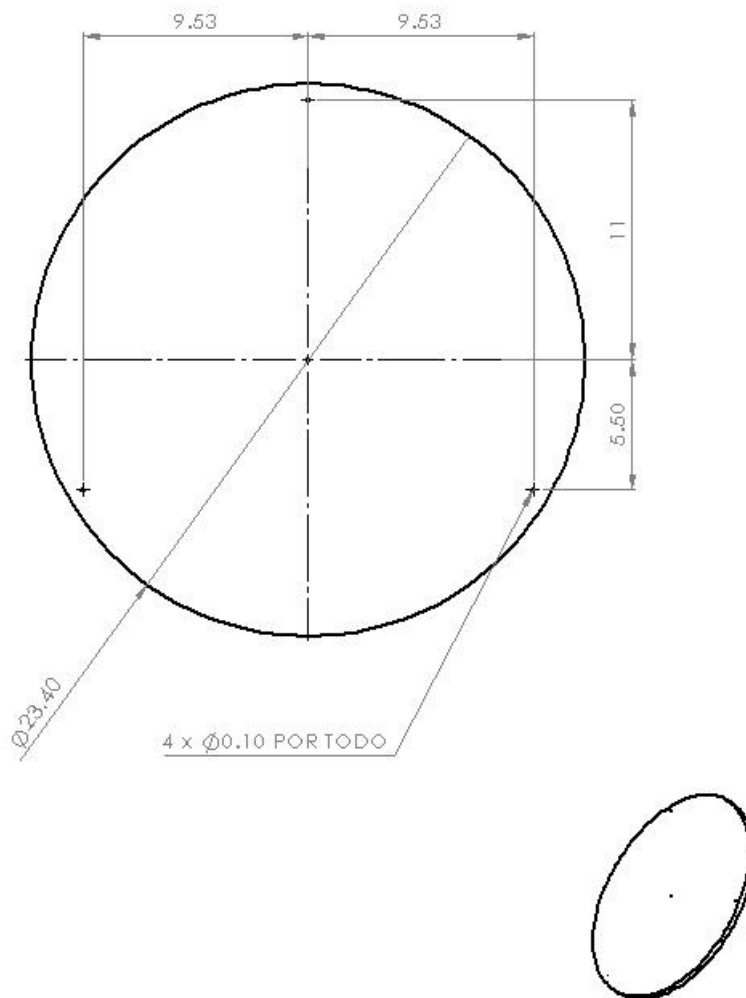


Fig. B.1 Base para sujetar un nanosatelite estándar 3U fabricada por impresión 3D

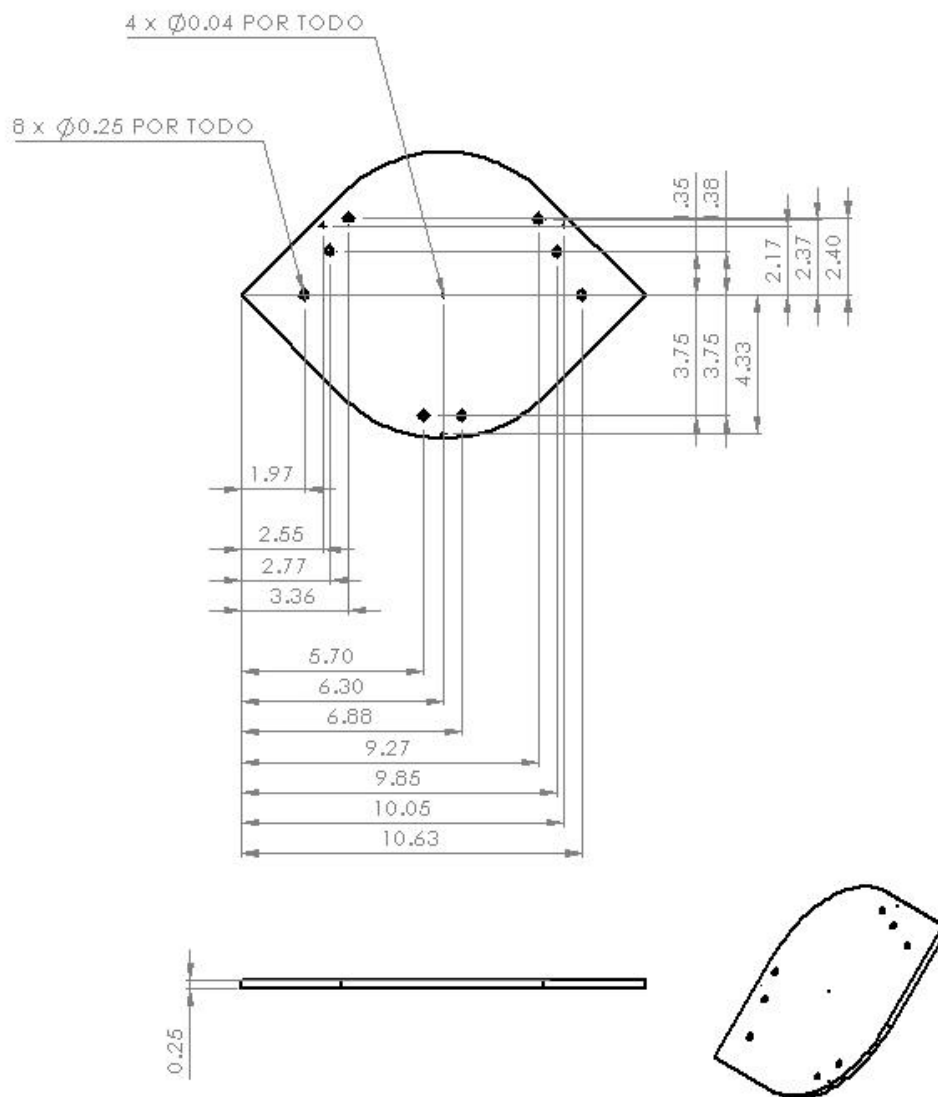
Apéndice C

Diseño mecánico del péndulo trifilar.



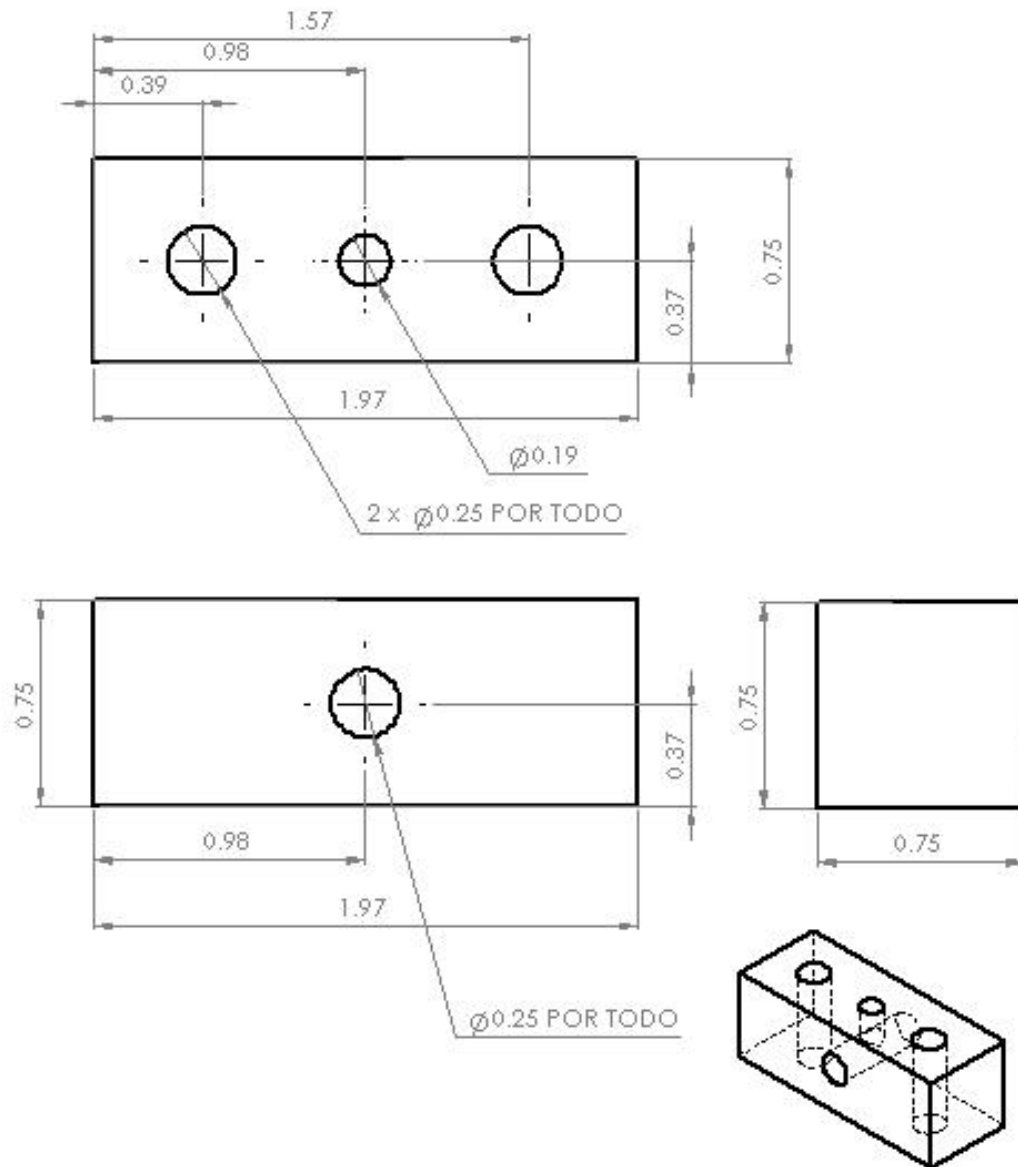
COTAS EN: CENTÍMETROS	MATERIAL: FIBRA DE CARBÓN	UNAM
FECHA: 20/08/2016	No. PARTE: 1	DESCRIPCION: PÉNDULO

Fig. C.1 Péndulo de fibra de carbón contiene perforaciones equidistantes que sirven para sujetarlo al soporte.



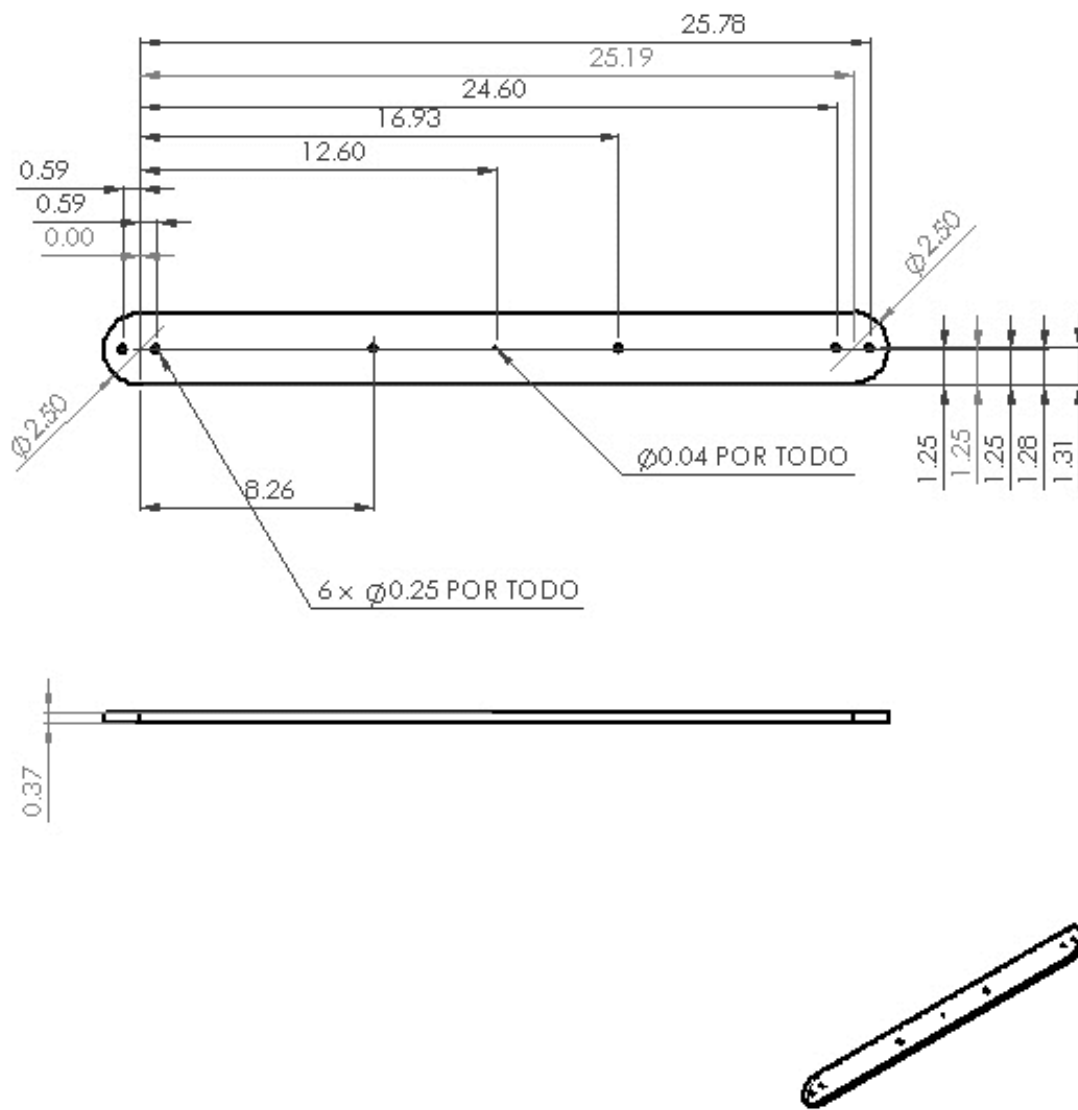
COTAS EN: PULGADAS	MATERIAL: PLACA 1/4" ALUMINIO 6061	UNAM
FECHA: 20/08/2016	No. PARTE: 2	DESCRIPCION: BASE DE CONTROL DE ALTURA

Fig. C.2 Placa para sujeción del péndulo, contiene perforaciones para el mecanismo de control de altura.



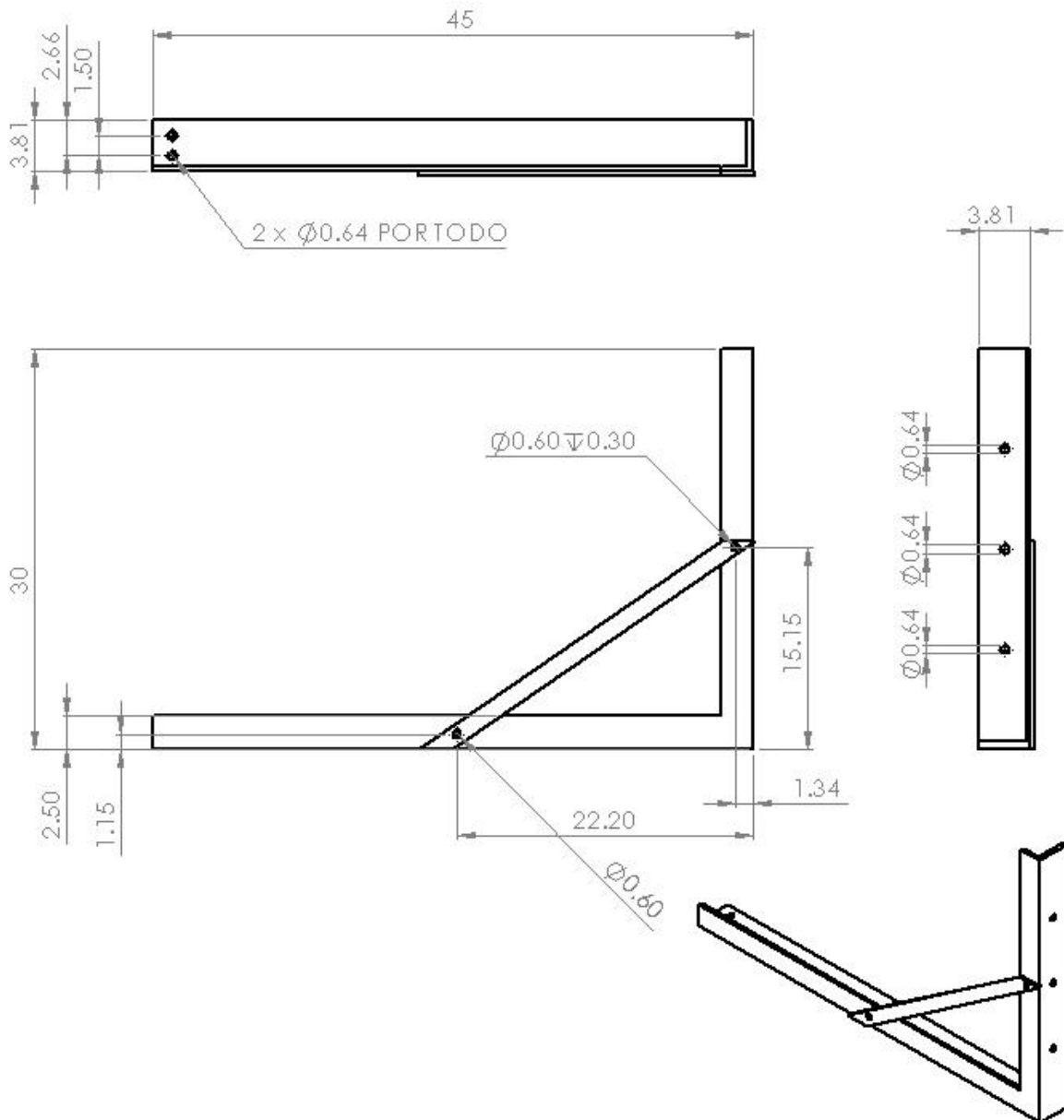
COTAS EN: PULGADAS	MATERIAL: BARRA 3/4" ALUMINIO 6061	UNAM
FECHA: 20/08/2016	No. PARTE: 3	DESCRIPCION: MECANISMO CONTROL DE ALTURA

Fig. C.3 Mecanismo de control de altura.



COTAS EN: PULGADAS	MATERIAL: SOLERA 3/8" ALUMINIO 6061	UNAM
FECHA: 20/08/2016	No. PARTE: 4	DESCRIPCION: BARRA SOPORTE DE PÉNDULO

Fig. C.4 Barra de soporte para el péndulo.



COTAS EN: CENTÍMETROS	MATERIAL: ÁNGULO 1 1/2" ALUMINIO 6061	UNAM
FECHA: 20/08/2016	No. PARTE: 5	DESCRIPCION: SOPORTES DEL PENDULO

Fig. C.5 Ménsulas que son atornilladas a la pared y que soportan todo el sistema.

Apéndice

D

Programas de Arduino y LabVIEW para la plataforma.

```
#define CS_3202 10
void setup()

{
  Serial.begin(9600);           //velocidad de transferencia
  pinMode(CS_3202,OUTPUT);     //pin de recepción de datos SPI
  digitalWrite(CS_3202,HIGH);
  SPI.begin();                 //inicio librería de comunicación SPI
  SPI.setClockDivider(SPI_CLOCK_DIV8);
}

void loop()
{
  float x,y;                   //declaración de variables
  double x2,y2;
  int b;

  x= Read3202(0,CS_3202);      //lectura de los canales 0 y 1 del ADC
  y=Read3202(1,CS_3202);

  x2=map(x,1090,1618,-90,90);  //cambio de rango del ADC a valor angular con la
función map
  y2=map(y,1084,1612,-90,90);

  if ( (x<1357&& x>1361)&&(y<1355&&y>1358))
  {                             //condición de equilibrio b=1 si es
verdadero
    b=1;
  }
  else
  {
    b=0;
  }
  //impresión de los valor de la desviación en grados de X, Y y de la condición de
balanceo
```

```
Serial.print(b);
Serial.print(" ");
Serial.print(x);
Serial.print(" ");
Serial.print(y);
Serial.print(" ");
delay(300);
}
```

```
//función de lectura de datos del ADC mcp3002
```

```
int Read3202(int CHANNEL, int CS){
  int msb;
  int lsb;
  int commandBytes = B10100000 ; // registro para lectura canal 0
  if (CHANNEL==1) commandBytes = B11100000 ; // registro para lectura canal 0
  digitalWrite(CS, LOW);
  SPI.transfer (B00000001); // empieza la lectura
  msb = SPI.transfer(commandBytes) ;
  msb = msb & B00001111;
  lsb = SPI.transfer(0x00);
  digitalWrite(CS, HIGH);
  return ((int) msb) <<8 | lsb; //valor del ADC
}
```

```
// función map para cambiar el rango de valores de lectura ADC a un valor angular
```

```
double map(double value, float in_min, float in_max, float out_min, float out_max)
{
  return (out_min + (((out_max - out_min)/(in_max - in_min)) * (value - in_min)));
}
```

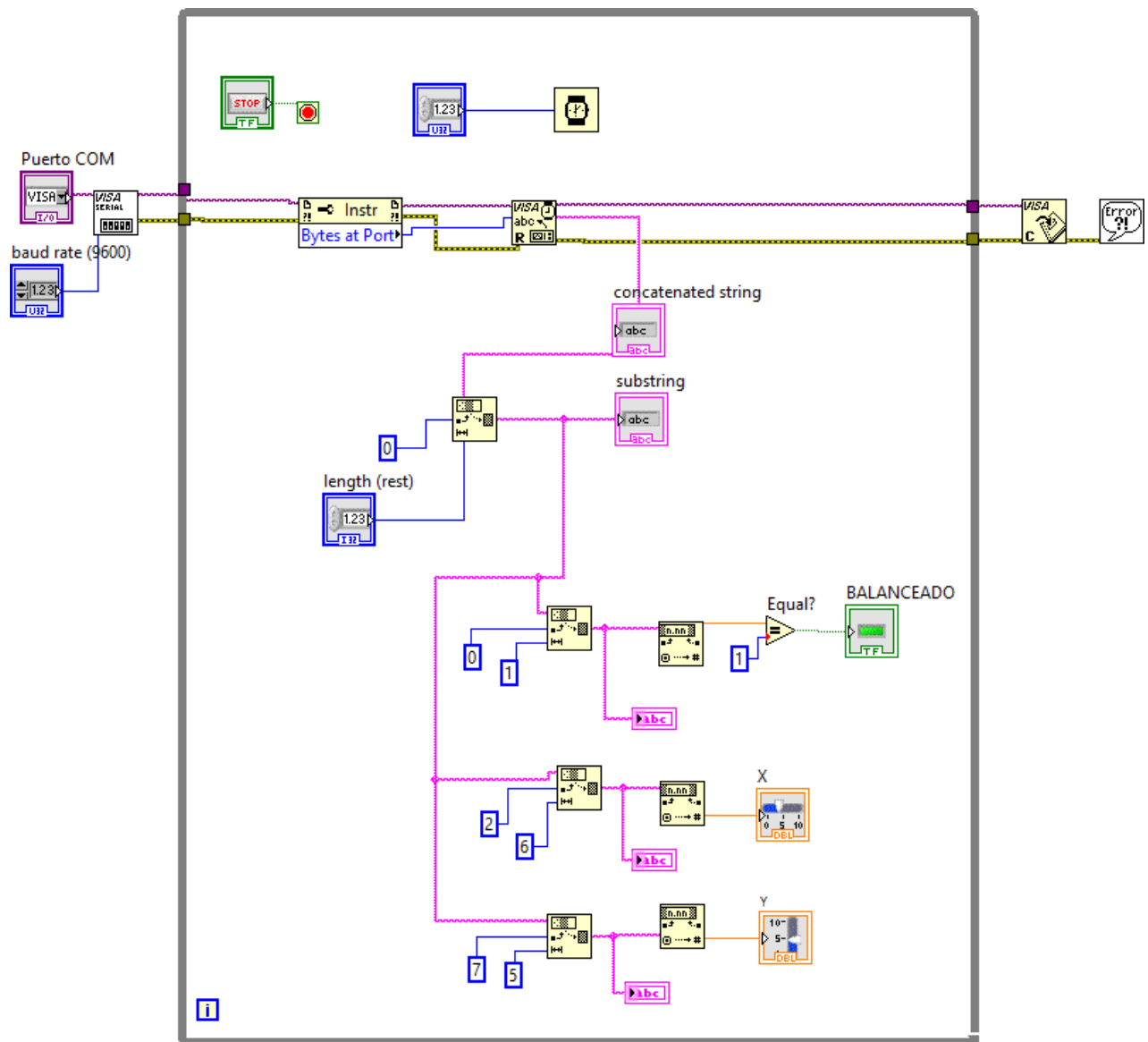



Fig. D.1 Programa de LabVIEW para el despliegue de datos provenientes del microcontrolador se utiliza un puerto serial donde se reciben la información, el programa separa la cadena de datos para poder visualizar cada uno de los elementos que la componen, el valor de los ejes X, Y además de la condición de balanceo.

Apéndice E

Programa del instrumento virtual para medir la frecuencia y despliegue de los momentos de inercia en LabVIEW.

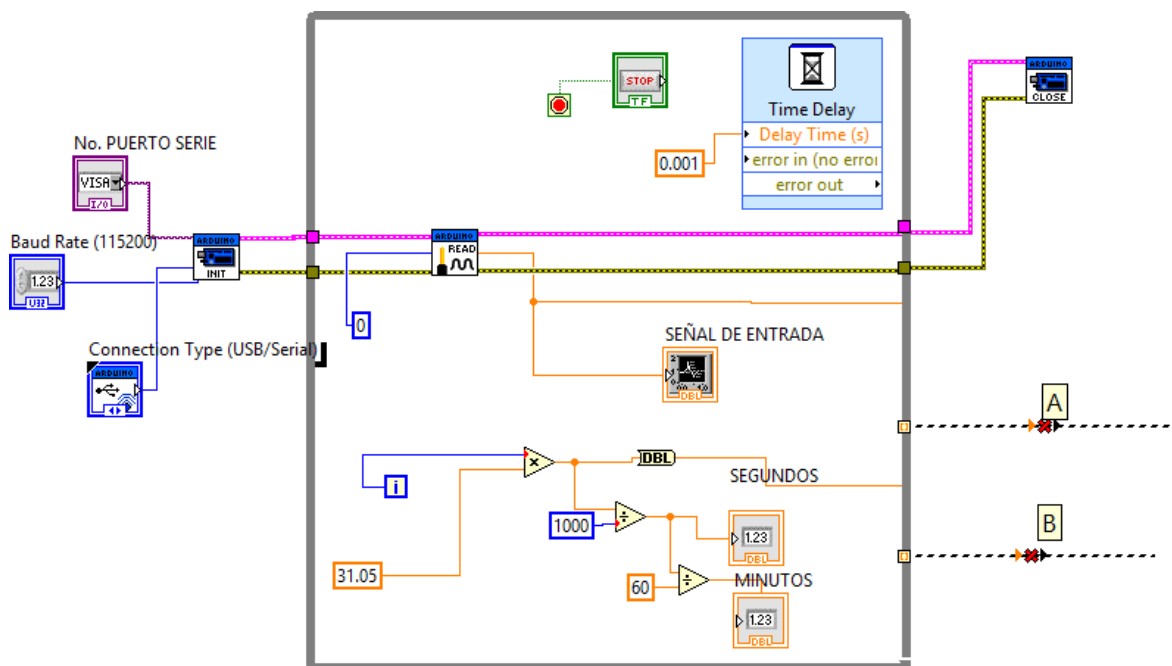


Fig.E.1. Configuración del puerto serial (velocidad, puerto,) selección del pin del convertidor analógico digital del Arduino, ajuste del reloj, despliegue de señal en tiempo real, las salidas A y B corresponden a amplitud [V] y tiempo [ms] respectivamente.

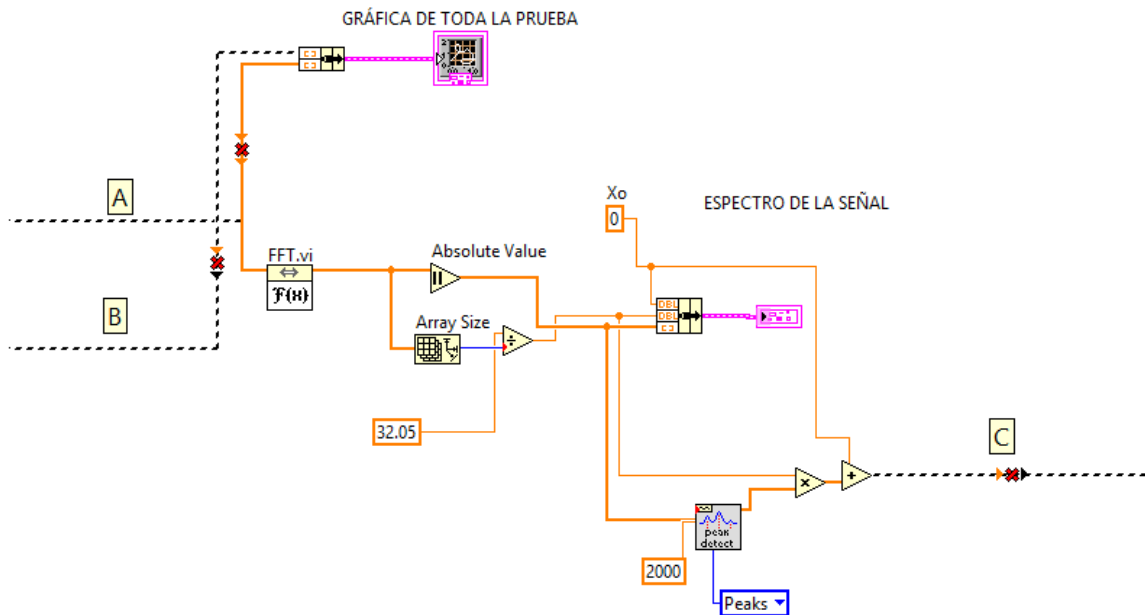


Fig. E.2 Entren las señales de amplitud y tiempo, entran a dos bloques: uno los grafica en el tiempo y el otro obtiene la trasformada rápida de Fourier, de esta última se busca la frecuencia del pico de mayor amplitud, con este dato se calcularan los momentos de inercia.

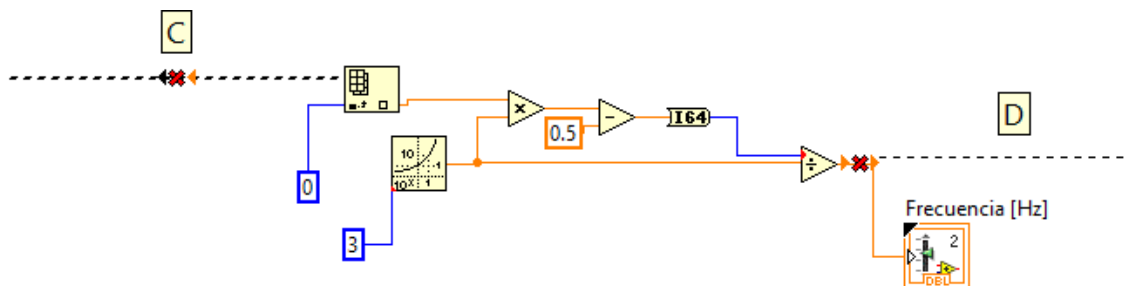


Fig. E.3. truncamiento del valor de frecuencia a 3 decimales, a la salida se imprime el valor de frecuencia truncado, este es usado para el cálculo de los momentos de inercia.

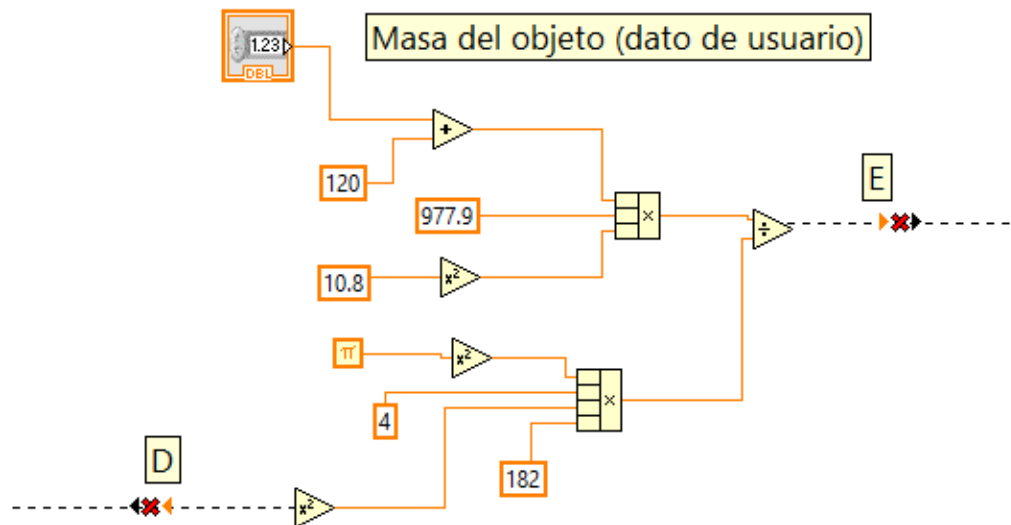


Fig. E.4. El valor de frecuencia es operado con la ecuación 3.18 de forma que determina el momento de inercia experimental, el usuario determina la masa del cuerpo que va a medir.

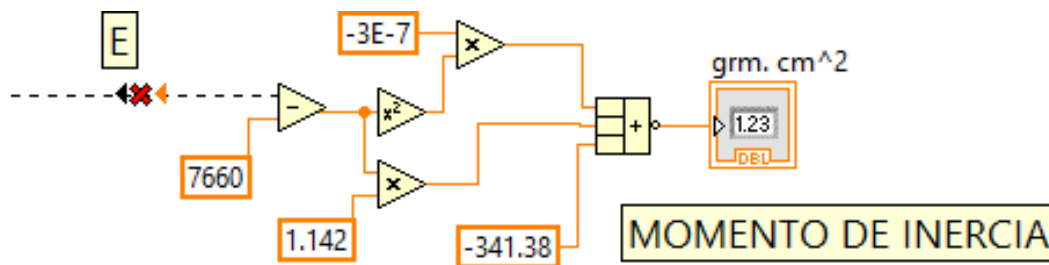
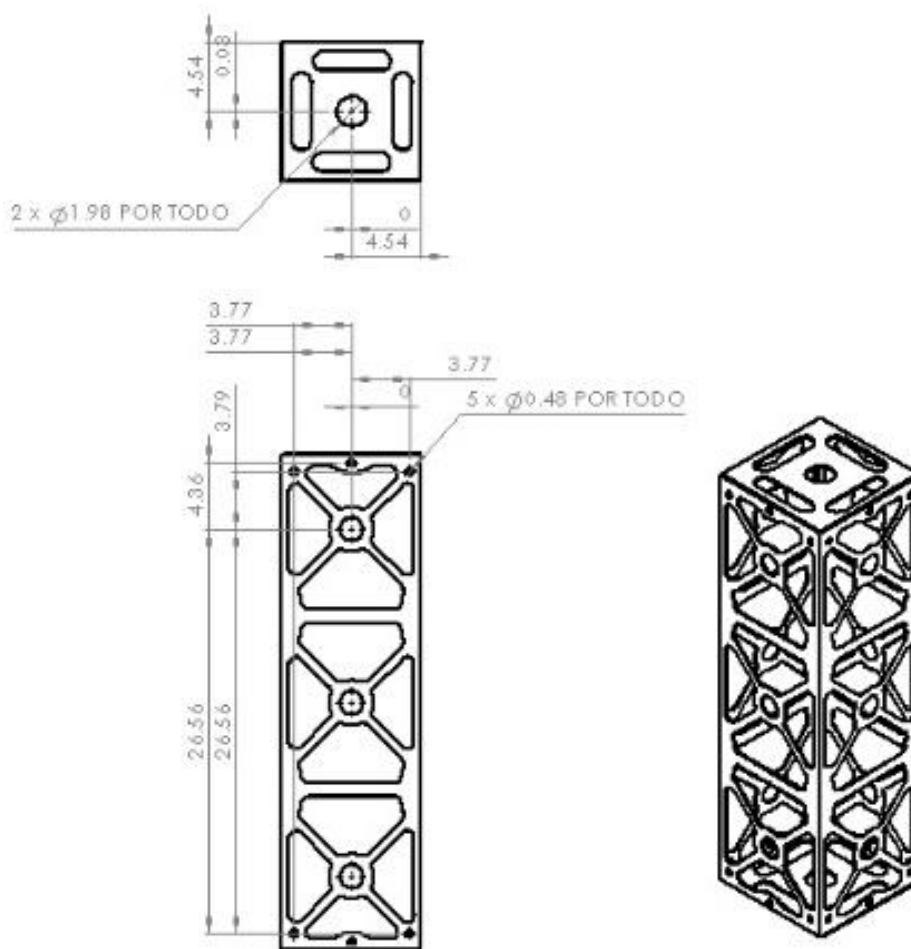


Fig. E.5. En esa parte el programa hace el ajuste por medio de la ecuación 4.5 obtenida de la calibración, y da como resultado el momento de inercia que el usuario ve.

Apéndice F

Diseño mecánico de la estructura de un nanosatélite 3U.



COTAS EN: CENTÍMETROS	MATERIAL: PLACA ALUMINIO 6061 T6	UNAM
FECHA: 10/02/2017	No. PARTE: EI	DESCRIPCIÓN: ESTRUCTURA SATELITE 3U

Fig. F.1 diseño mecánico de la estructura de un nanosatélite 3U el diseño se realizó en SolidWorks, y la fabricación fue por corte láser con el fin de obtener una buena exactitud en los cortes.

Referencias

- [1]. Elwood Russell Johnston, Ferdinand Pierre Beer. (2010). "Mecánica Vectorial Para Ingenieros: Estática". (9na ed.) McGraw-Hill. México.
- [2]. Landau, Lifshitz (1994). "Curso de Física Teórica Vol. 1: Mecánica" (2da Ed.) Reverté. España.
- [3] California Polytechnic State University, San Luis Obispo and Stanford University's Space Systems Development Lab (enero, 2017). 1U-3U CubeSat Design Specification Rev. 13.
- [4]. Hernández Arias, H. (2013). "Diseño de algoritmos de control de orientación para satélites pequeños". Tesis de maestría UNAM, México DF, México.
- [5]. Prado, J. (2007). "Sistema de simulación para pruebas de algoritmos de orientación y control de satélites pequeños". Tesis de doctorado UNAM, México DF, México.
- [6]. Hibbeler R. C., "Ingeniería Mecánica, Estática", (12va ed.), Pearson Educación, México, 2010
- [7]. Magnus J.A., Passarello, and Van Karsen (1993) "Estimating rigid body properties from force reaction measurements." 11th Int. Modal Analysis Conf. Kissimmee, FL.
- [8]. Olsen, Tanya A. (1995). "Design of an Adaptative Balancign Scheme for the Small Satellite Attitude Control Simulator (SACCS)". Master Thesis, Utah State University.
- [9] "APLICAÇÃO DO MÉTODO PENDULAR TRIFILAR PARA DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DE PROPRIEDADES INERCIAIS DE CORPOS RÍGIDOS"
- [10] Korr, A. L., Paul Hyer (1962) "A TRIFILAR PENDULUM FOR THE DETERMINATION OF MOMENTS OF INERTIA". FRANKFORD ARSENAL RESERCH AND DEVELOPMENT GROUP PITMAN- DUNN LABORATORIES. PHILADELPHIA 37, PA.
- [11] System Characterization and Online Mass Property Identification of the SPHERES Formation Flight Testbed Dustin Berkovitz, Prof. David Miller
- [12] OLIN COLLEGE Trifilar Pendulum: Measurement and Error Analysis Myles Cooper and Paul Titchener December 17, 2013
- [13] "Small, Low Power, 3-Axis \pm g Accelerometer ADXL335", (REV 0), Analog Devices, Norwood, Massachusetts, Estados Unidos, 2009
- [14] "2.7V Dual Channel 12-Bit A/D Converter with SPI Serial Interface", Microchip Technology Inc, 2011
- [15] "Application of Optical Reflex Sensors TCRT1000, TCRT5000, CNY70", Vishay Semiconductors
- [16] Sergio Franco, (2005), "Diseño con amplificadores operacionales y circuitos integrados analógicos", (3ra ed.), Mc Graw Hill

-
- [17] “XBee™ ZNet 2.5/XBee-PRO™ ZNet 2.5 OEM RF Modules”, Digi International Inc.
11001 Bren Road East Minnetonka, MN 55343,2008
- [18] “LABVIEW INTERFACE FOR ARDUINO DOCUMENTS” [online], National Instruments,
Disponible en: <http://forums.ni.com/t5/LabVIEW-Interface-for-Arduino/tkb-p/7306/>
- [19] “Using Fast Fourier Transforms and Power Spectra in LabVIEW”, [online], National
Instruments, Disponible en: <http://www.ni.com/white-paper/4541/en/>
- [20] “International vocabulary of metrology — Basic and general concepts and associated terms
(VIM)” JCGM 2008
- [21] Instrumentation, Systems and Automation Society. 2013.
- [22] Ferdinand P. Beer & E. Russell Johnston Jr. “Vector Mechanics for Engineers (Dynamics)”
McGraw-Hill Book Company Inc. 1977

