



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE QUÍMICA

**“ANÁLISIS DEL DESEMPEÑO DE DOS ROTORES
NUEVOS PARA EL DESGASIFICADO DE ALUMINIO
ASISTIDO POR MODELADO FÍSICO Y MATEMÁTICO”**

TESIS

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
INGENIERA QUÍMICA**

PRESENTA

ITZAYANA PADILLA HERNÁNDEZ

Ciudad Universitaria, CDMX.

2017





Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**JURADO ASIGNADO:**

PRESIDENTE: DR. CARLOS GONZALEZ RIVERA
VOCAL: DR. MARCO AURELIO RAMÍREZ ARGÁEZ
SECRETARIO: DR. ADRIAN MANUEL AMARO VILLEDA
1er. SUPLENTE: DR. JUAN SOLORZANO LÓPEZ
2° SUPLENTE: M. EN I. AGUSTIN GERARDO RUIZ TAMAYO

SITIO DONDE SE DESARROLLÓ EL TEMA:

LABORATORIO 203 EDIFICIO D, FACULTAD DE QUÍMICA, UNAM.

ASESOR DEL TEMA: DR. MARCO AURELIO RAMÍREZ ARGÁEZ

SUSTENTANTE: ITZAYANA PADILLA HERNÁNDEZ



AGRADECIMIENTOS

AGRADEZCO LA BECA RECIBIDA A TRAVÉS DEL PROYECTO PAPIIT CLAVE IN114115, TITULADO "DISEÑO DE UN ROTOR Y OPTIMIZACIÓN DE UNA OLLA DE DESGASIFICADO DE ALUMINIO MEDIANTE MODELADO FÍSICO Y MATEMÁTICO" A CARGO DEL DR. MARCO AURELIO RAMÍREZ ARGÁEZ.



Índice

Índice de figuras

Figura 1. Diagrama de solubilidad de Hidrógeno en Aluminio en función de la temperatura.	10
Figura 2. Piezas de Aluminio a distintas condiciones de desgasificado.	10
Figura 3. Etapas de la formación de las porosidades durante la solidificación del aluminio líquido.	17
Figura 4. Mecanismo del transporte de masa,	25
Figura 5. Modelo físico de agua	35
Figura 6. Modelo físico a nivel laboratorio.	36
Figura 7. Equipo de medición que conforman al modelo físico	37
Figura 8. Rotor de 4 aspas.	39
Figura 9. Rotor de 5 aspas.	39
Figura 10. Diagrama general de la técnica PIV.	43
Figura 11. Fotografía de PIV.	45
Figura 12. Malla del rotor de 4 aspas	58
Figura 13. Malla del rotor de 5 aspas	59
Figura 14. Pantalla general con las características básicas del cálculo.	60
Figura 15. Modelo bifásico elegido.	61
Figura 16. Ecuaciones involucradas en la solución del problema.	62
Figura 17. Interacción entre las fases.	63
Figura 18. Aspectos numéricos.	64
Figura 19. Comparación de condiciones de modelo físico de agua	66
Figura 20. Corrida experimental para el rotor de 4 aspas 310 rpm.	69
Figura 11. Corrida experimental para rotor de 4 aspas 465 rpm.	70
Figura 22. Corrida experimental para rotor de 5 aspas 310 rpm.	71
Figura 23. Corrida experimental para rotor de 5 aspas a 465 rpm.	72
Figura 24. Gráfica de tiempo de desgasificado de modelo físico.	73
Figura 25. Cinética de desoxidación de agua del rotor de 4 aspas a 310 rpm.	74
Figura 26. Cinética de desoxidación de agua del rotor de 4 aspas a 465 rpm.	75
Figura 27. Cinética de desoxidación de agua del rotor de 5 aspas a 310 rpm.	76
Figura 28. Cinética de desoxigenación de agua del rotor de 5 aspas a 465 rpm.	77
Figura 29. Contornos de velocidad medidos con la técnica de PIV	81



Figura 30. Contornos de velocidad medidos con la técnica de PIV	83
Figura 31. Vectores de velocidad para el rotor de 4 aspas con la técnica de PIV.	87
Figura 32. Líneas de corriente para el rotor de 4 aspas con la técnica de PIV.	92
Figura 33. Líneas de corriente para el rotor de 5 aspas con la técnica de PIV.	94
Figura 34. Energía cinética turbulenta sin inyección de gas para el rotor de 4 aspas con la técnica de PIV.	97
Figura 35. Energía cinética turbulenta con inyección de gas para el rotor de 4 aspas con la técnica de PIV.	99
Figura 36. Fracción volumen de aire con inyección de gas para el rotor de 4 aspas del modelo numérico.	102
Figura 37. Fracción volumen de gas con inyección de gas para el rotor de 4 aspas.	103
Figura 38. Patrones de flujo con inyección de gas para el rotor de 4 aspas.	104
Figura 39. Contornos de presión con inyección de gas.	105
Figura 40. Contornos de viscosidad cinemática turbulenta con inyección de gas.	107
Figura 41. Contornos de energía cinética turbulenta con inyección de gas.	109
Figura 42. Comparación entre fracciones volumen de agua para modelos físico y matemático.	111
Figura 43. Comparación de contornos de energía cinética turbulenta para modelo físico y matemático.	114
Figura 44. Comparación de mapas vectoriales para modelo físico y matemático.	119



Índice de tablas

Tabla 1. Números adimensionales para criterios de similitud.	31
Tabla 2. Números adimensionales del modelo físico y del horno industrial.	31
Tabla 3. Condiciones de operación de los experimentos.	38
Tabla 4. Condiciones de experimentación en PIV.	44
Tabla 5. Equipo utilizado para análisis por PIV.	45
Tabla 6. Condiciones de disparo para pruebas de PIV.	46
Tabla 7. Propiedades de los fluidos.	53
Tabla 8. Número de elementos en la malla.	60
Tabla 9. Tiempo de desgasificado.	73
Tabla 10. Coeficientes cinéticos.	78



Capítulo 1. Introducción

1.1 Justificación

1.2 Marco Teórico

[1.2.1 Solubilidad de Hidrógeno en Aluminio](#)

[1.2.2 Formación de Porosidades](#)

[1.2.3 Proceso de Desgasificación de Aluminio](#)

[1.2.4 Técnica de Rotor-Inyector](#)

1.3 Objetivos

Capítulo 2. Metodología

2.1 Modelado físico

[2.1.1 Criterios de similitud](#)

2.2 Desoxidación de Agua

[2.2.1 Metodología para desoxidación de agua](#)

2.3. Velocimetría de imagen de partículas (PIV)

[2.3.1 Metodología para Velocimetría de imagen de partículas \(PIV\)](#)

[2.3.2. Experimentación PIV](#)

2.4 Modelado matemático

[2.4.1 Suposiciones](#)

[2.4.2. Ecuaciones gobernantes](#)

[2.4.3 Condiciones a la frontera](#)

[2.4.4 Condiciones Iniciales](#)

[2.4.5 Propiedades de los fluidos](#)

[2.4.6 Métodos de Solución](#)

[2.4.7 Metodología para el Modelado Matemático](#)

Capítulo 3. Resultados

3.1 Resultados de la cinética de desoxidación de agua

3.2 Resultados PIV

3.3 Resultados del Modelo matemático



3.4 Comparación de modelo físico contra matemático

Capítulo 4. Conclusiones

5. Referencias



Capítulo 1. Introducción

1.1 Justificación

El Aluminio es uno de los metales más importantes en la industria no ferrosa debido a sus propiedades que lo hacen único, tales como la alta conductividad eléctrica y calorífica, resistencia a la tensión, aunado a su ligereza y resistencia a la corrosión. Actualmente es utilizado ampliamente en la industria automotriz y aeronáutica, para estructuras de construcción, embalajes de alimentos, transmisión eléctrica, entre otras debido a las mencionadas propiedades.

Desafortunadamente en el proceso de la fabricación de piezas de aluminio, el metal en su estado líquido absorbe altas concentraciones de hidrógeno provenientes de la humedad del ambiente, al solidificar, la solubilidad del hidrógeno disminuye drásticamente, ocasionando porosidades en las piezas que disminuyen las propiedades mecánicas del material, conductividad eléctrica, entre otras (ver **Figuras 1 y 2**). Ante esta problemática uno de los procesos para el tratamiento de aluminio en estado líquido es la desgasificación mediante la técnica del Rotor-Inyector. La finalidad de este proceso de desgasificación es la de remover el hidrógeno disuelto en el metal líquido. El proceso de desgasificación de aluminio ha sido estudiado para analizar los factores que lo afectan y poder optimizar sus condiciones de operación.

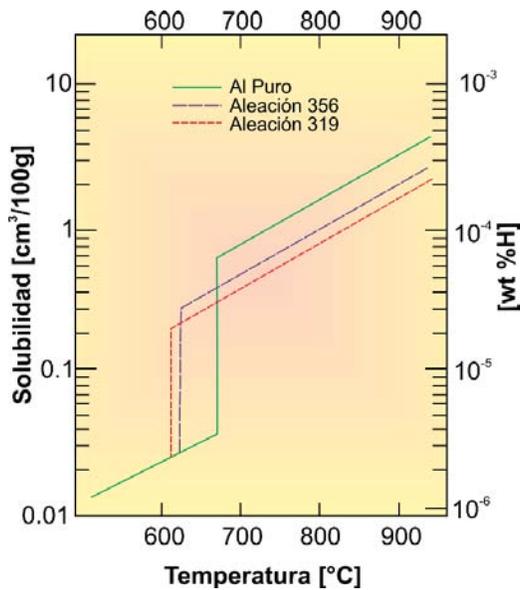


Figura 1. Diagrama de solubilidad de Hidrógeno en Aluminio en función de la temperatura. [1]

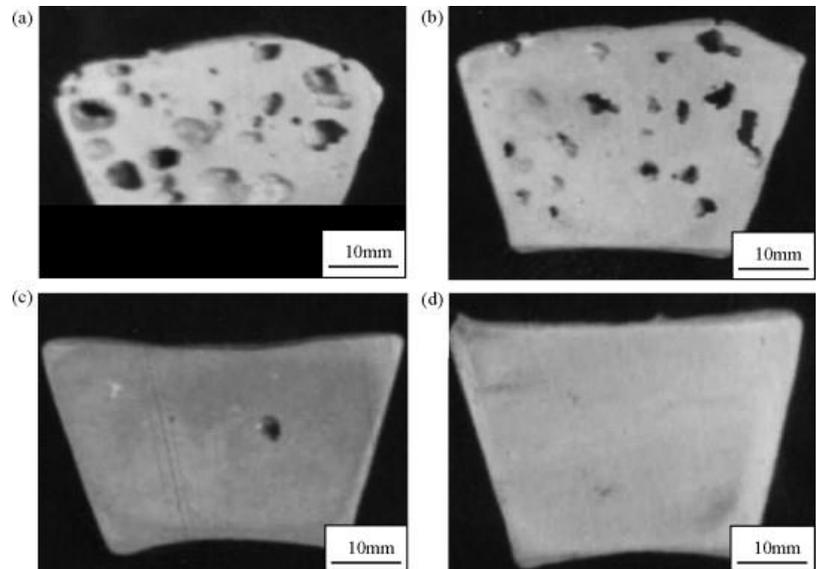


Figura 2. Piezas de Aluminio a distintas condiciones de desgasificado. a) Sin desgasificado b) después de 5 min de desgasificado c) después de 10 min d) después de 20 min [2]

Una manera de estudiar el proceso de desgasificación de aluminio es mediante modelado matemático a través de los principios de fenómenos de transporte. Recientemente el uso de software de flujo de fluidos computacional (CFD por sus siglas en inglés: Computational Fluid Dynamics) ha contribuido a describir de una forma cuantitativa estos procesos ayudando a comprenderlos y optimizarlos.

Otra forma de estudiar el proceso del fenómeno de flujo de fluidos y de transferencia de masa que ocurre en una olla de desgasificado es mediante modelos físicos debido a que las condiciones de seguridad y de transparencia del aluminio líquido no permiten medir ni analizar patrones



de flujo, el comportamiento de burbujas dentro del sistema, la interacción entre el rotor y las burbujas y entre el rotor y el líquido, entre otros muchos fenómenos de interés. En el modelado físico se utilizan otros materiales que sustituyan a los del proceso original, en este caso, agua y nitrógeno. La finalidad del uso de modelos físicos es estudiar un proceso con materiales que puedan ser manipulados fácilmente en un laboratorio y que las condiciones de operación sean más seguras. Así, en el modelo físico se sustituye el aluminio líquido, el hidrógeno disuelto y el gas de purga argón por agua, oxígeno y nitrógeno respectivamente, pero cuidando en todo momento satisfacer estrictos criterios de similitud. Las variables de operación y de diseño más importantes en el proceso batch de desgasificado son: el flujo de gas, la velocidad angular del rotor y se ha encontrado que el diseño geométrico del rotor juega también un papel importante en la cinética de desgasificado, lo cual incide en el tiempo del tratamiento y en la productividad de la planta de fundición.

Se han realizado estudios analizando distintas variables que afectan el proceso de desgasificado de aluminio mediante la técnica de rotor inyector, Guofa MI y colaboradores realizaron un estudio de la efectividad del desgasificado en relación a la forma del vórtice provocado por el movimiento y su relación con la altura del rotor concluyendo que la estructura del rotor, la alimentación del gas de purga y la velocidad del rotor son los factores decisivos para la efectividad del proceso y que el



diseño del rotor ayuda a incrementar el esfuerzo de corte turbulento en las burbujas de aire mejorando las condiciones de desgasificado. Mariola Saternus y Jan Botor encontraron que otros factores que afectan el proceso de desgasificado es el flujo de inyección de gas, el tamaño de burbuja y la velocidad de rotación del rotor inyector mediante modelo físico que posteriormente es comparado con un modelo matemático. O. Mirgoux, D. Ablitzer, E. Waz, y J.P. Bellot estudian mediante modelos numéricos los efectos del tamaño de burbuja y las incursiones en el proceso de desgasificado. Numerosos estudios confirman que el proceso de desgasificado de aluminio consta de muchas variables lo cual hace que su estudio y la optimización sean bastante complejos tanto en modelos físicos como matemáticos.

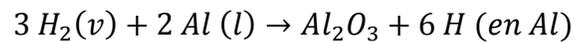
En el presente trabajo se realiza una comparación de la cinética de desgasificación del oxígeno disuelto en agua con el método de Rotor-Inyector, dos rotores de diferente geometría diseñados en el laboratorio son analizados a través de un modelo físico mediante desoxidación y velocimetría de partículas y a través de un modelo matemático usando una aproximación Euleriana y la consideración de burbujas de aire presentes como fase discreta.



1.2 Marco Teórico

1.2.1 Solubilidad de Hidrógeno en Aluminio

La razón por la cual el aluminio absorbe grandes cantidades de hidrógeno en su fase líquida se debe a sus propiedades químicas y fisicoquímicas. El aluminio en su estado líquido es altamente reactivo y descompone fácilmente el hidrógeno de la humedad que se encuentra en el ambiente de la siguiente manera:



Posteriormente, la solubilidad del gas en el aluminio sólido es mucho menor con respecto a la solubilidad del gas en el aluminio líquido, por lo tanto, el hidrógeno disuelto en el líquido es quien provoca porosidades en las piezas solidificadas de aluminio (ver **Figura 1**) [3].

La curva de solubilidad de hidrogeno en aluminio típicamente describe condiciones de equilibrio. A cierta temperatura no puede disolverse más hidrógeno que el indicado. Controlar las condiciones de su fusión y su tratamiento puede reducir sustancialmente los niveles de hidrógeno disuelto. Durante el enfriamiento y la solidificación el hidrógeno disuelto en exceso de la solubilidad en estado sólido puede precipitar dando como resultado la formación de huecos primarios y/o secundarios. Porosidades interdendríticas se forman cuando el contenido de hidrógeno es suficientemente alto tal que el hidrógeno es rechazado en la solidificación dando como resultado una saturación supercrítica y formación de



burbujas. Ocurren porosidades secundarias cuando los contenidos de hidrógeno disuelto son bajos y la formación de huecos ocurre a concentraciones de hidrogeno subcríticos. La formación de burbujas de hidrógeno es altamente estable por las fuerzas de tensión superficial, por el enfriamiento del líquido y la solidificación que afecta a la difusión, por la ausencia de sitios de nucleación para la precipitación de hidrógeno, la precipitación de hidrógeno obedece las leyes de nucleación y es similar a la formación de otras fases metalúrgicas durante la solidificación.

El proceso de la nucleación de hidrógeno consiste en:

1. La difusión de los átomos de hidrógeno en el baño de fusión.
2. Formación de núcleos subcríticos como una función del tiempo y del sobreenfriamiento.
3. Aparición aleatoria de precipitados estables que superan el tamaño crítico requerido para el crecimiento sostenido.
4. El crecimiento continuo mientras persistan los átomos libres de hidrógeno disuelto para difundirse a la burbuja de precipitado.

El resultado es una distribución de huecos ocurriendo a través de la estructura solidificada. Si la porosidad de hidrógeno está finamente distribuida puede no ser tan indeseable. La precipitación de hidrógeno puede alterar la forma y la distribución de la porosidad de contracción en partes mal alimentadas o secciones parciales. [4]



1.2.2 Formación de Porosidades

Existe un mecanismo aceptado sobre la formación de las porosidades, que consta de las siguientes etapas (ver **Figura 3**):

Etapa I. Durante la formación el líquido interdendrítico se enriquece gradualmente con hidrógeno conforme la fracción del metal sólido se incrementa, ya que la mayoría del hidrógeno es rechazado a través de la interface sólido-líquido. Conforme la solidificación progresa, el contenido de hidrógeno en el líquido continúa aumentando, excediendo el límite de solubilidad hasta alcanzar un valor en el cual los poros pueden formarse. Idealmente, un poro de gas debería nuclear en este punto, sin embargo, requiere el establecimiento de una nueva superficie y debido a esta barrera energética de superficie, el contenido de hidrógeno en el líquido continúa incrementándose por arriba del límite de su solubilidad hasta alcanzar el valor de formación del poro.

Etapa II. Comienza la nucleación de los poros. Tal nucleación ocurre predominantemente en la raíz de las dendritas o en otros sitios de heterogeneidades, tales como inclusiones. Al ser muy pequeño el diámetro del poro en formación (menor a 20 micrómetros) y su velocidad de crecimiento muy pequeña, la concentración de hidrógeno en el líquido no es severamente afectada durante este periodo. Después de que el poro ha crecido hasta su diámetro completo, la burbuja puede desprenderse



ella misma del brazo de la dendrita y puede ser transportada dentro del seno del líquido.

Etapa III. Durante este estado la burbuja crece instantáneamente y de ahí que el contenido de hidrógeno en el líquido descienda rápidamente.

Etapa IV. La velocidad de formación del poro disminuye ligeramente debido a que la concentración de hidrogeno en el líquido es disminuida por el crecimiento de poros. El crecimiento de los poros continúa hasta que la fase líquida haya solidificado completamente. La concentración de hidrógeno a la cual el poro comienza a nuclear es un valor crítico para la formación del poro. Sin embargo, ésta depende más de la velocidad de enfriamiento del metal debido a que los poros nuclean predominantemente en las raíces de las dendritas y el tamaño del poro estará determinado por el espacio interdendrítico.

Altos contenidos iniciales de hidrógeno proporcionan a los poros más tiempo para crecer, resultando en una gran cantidad de porosidad total y un mayor tamaño de poro. Cuando el contenido inicial de hidrógeno es por debajo de 0.05 ml/100g, la fracción sólida de umbral es 1.0, indicando que la formación de porosidad puede ser suprimida bajo estas condiciones. No obstante, Ransley y Neufeld encontraron que el umbral crítico de la concentración de hidrógeno para la formación de porosidad



en fundidos de aluminio es de 0.12 ml/100 g, lo cual es tres veces mayor que el valor de la solubilidad de hidrógeno en aluminio puro [5].

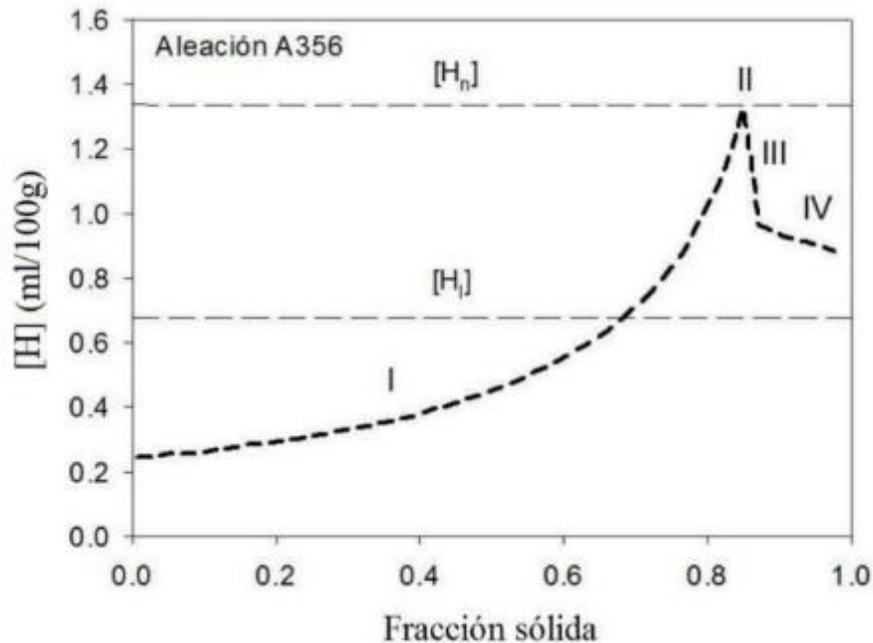


Figura 3. Etapas de la formación de las porosidades durante la solidificación del aluminio líquido. [6]

Las porosidades formadas por el hidrógeno contenido en el aluminio actúan como discontinuidades que influyen negativamente en las propiedades físicas y mecánicas del material. La presencia de estas irregularidades en una determinada zona sometida a esfuerzos mecánicos puede actuar de punto de partida para la formación de otros defectos como son los agrietamientos.

En las piezas de aluminio, el número, tamaño y forma de los poros de hidrógeno dependen del contenido de ese elemento, de la velocidad de



solidificación y del tipo de aleación utilizada en el proceso de fabricación. De este modo, para una misma aleación y un mismo contenido de hidrógeno, las velocidades de solidificación lentas generan poros de mayor tamaño y, por lo tanto, mayores rechazos en las piezas fabricadas que con velocidades de solidificación rápidas. Por otra parte, la presencia de pequeños cristales de Al_2O_3 en el aluminio líquido aumenta el riesgo de aparición de poros tras la solidificación de las piezas. Este efecto se debe a que dichos micro cristales funcionan como sitios de nucleación en los cuales puede formarse el gas cuando éste satura su solubilidad debido al enfriamiento del metal. Consecuentemente, es necesario eliminar la presencia de estas partículas en la aleación antes del proceso de colada en los moldes. [7]

Debido a ello, en aleaciones base aluminio resulta imprescindible llevar a cabo procesos de deshidrogenación del metal cuando aún esté líquido.

Simultáneamente se consigue la remoción de óxidos y otras impurezas que son arrastradas a la superficie en forma de escoria.

La eficiencia en la remoción de hidrógeno, punto central de este trabajo, se ve afectada por factores como la temperatura, el punto de inyección del gas, el flujo de inyección de gas, el tipo de gas de purga, el área de contacto o intercara burbuja-metal, el tiempo de residencia de las burbujas gas en el aluminio y la humedad del ambiente.



Consecuentemente varias técnicas de tratamiento de desgasificado han sido desarrolladas y empleadas con el fin de minimizar la concentración de hidrógeno en la fundición de aluminio y sus aleaciones.

La formación de porosidades en piezas de aluminio se presenta en el proceso de colada a presión que usan los hornos de reverbero, adicionalmente éste fenómeno puede agravarse o eliminar el efecto del tratamiento de desgasificación asociado al manejo y trasvase de aluminio líquido, desde la unidad o zona de tratamiento hasta el horno de retención. Por lo que resulta de vital importancia aplicar métodos de desgasificación que sean adecuados a los procesos de fusión y técnicas que aplica cada planta en particular. Estas pruebas deben realizarse en puntos específicos y adecuados, con equipo bien calibrado, así como realizar una correcta interpretación que se relacione con las condiciones de operación del proceso. Esto con el propósito de definir en base a ellas las medidas correctivas cuando sean necesarias. [8]

[1.2.3 Proceso de Desgasificación de Aluminio](#)

Existen varios procesos para la remoción del hidrógeno presente en el aluminio que se llevan a cabo antes del proceso de colada, a continuación, son presentados algunos de ellos.



Desgasificado Natural

Este proceso ocurre muy lentamente, usualmente requiere de algunas horas para alcanzar un grado de desgasificación útil. Este proceso es favorecido por las bajas temperaturas y atmósferas libres de hidrógeno, es decir, sin humedad. Un método para llevar a cabo la desgasificación natural es bajar la temperatura del baño de tal manera que disminuya la solubilidad y debido a esto el hidrógeno salga del baño líquido. Sin embargo, este proceso no es práctico a nivel industrial.

Desgasificado al Vacío

La eliminación de la presión atmosférica sobre el aluminio fundido promueve la formación de burbujas de hidrógeno, según la ley de Sieverts. El desgasificado también es promovido a través de una atmósfera libre de hidrógeno. Este es un método de desgasificado no contaminante, con el cual se pueden obtener concentraciones por debajo de 0.08 mL H₂/100 g de Al. Este tipo de procesos requiere un gran costo de inversión y de mantenimiento.

Vibración Ultrasónica

La vibración ultrasónica es eficiente para desgasificar solamente volúmenes pequeños de aluminio fundido, es por esto que esta técnica es



utilizada solamente para asistir a otros métodos de desgasificado haciéndolos más eficientes. [8]

Desgasificado con purga de gases

Esta técnica es la más usada de manera industrial para la desgasificación. Es un tratamiento con gas inerte, gas reactivo o una mezcla de ambos, en la cual se hacen pasar burbujas libres de hidrógeno a través del baño metálico. Ya que el hidrógeno se encuentra disuelto en su forma monoatómica (H) y no en su forma molecular (H_2), la diferencia de concentración de hidrógeno entre el aluminio líquido y la burbuja de gas inyectado es la fuerza motriz que provoca el transporte del hidrógeno monoatómico desde el seno del baño hasta la burbuja de gas inerte, en donde el hidrógeno reacciona para formar una molécula, la cual asciende a través de todo el metal hasta la superficie. La eficiencia de este proceso depende del comportamiento de las burbujas en el baño.

Regularmente se usan gases inertes como argón en concentraciones altamente puras, el uso de gas cloro se ha sustituido debido a su alta toxicidad y efectos corrosivos sobre los equipos de desgasificación y ductos de ventilación. Otro tipo de sustancias en desuso fueron las tabletas de hexacloroetano. En el baño el hexacloroetano forma cloruro de aluminio, una fase gaseosa muy estable e insoluble. La burbuja de gas del cloruro de aluminio sirve como colector y permite que el hidrógeno



sea absorbido por la burbuja y al subir a la superficie libera el hidrógeno a la atmósfera.

Las estrictas regulaciones en los niveles de contaminación, así como incrementos en las demandas de calidad han obligado a investigar nuevos métodos de desgasificación. Los desgasificantes tradicionales como cloro, hexacloroetano y diclorodifluorometano (Freón 12), tienden a ser sustituidos debido a su alta emisión de contaminantes que atacan la capa de ozono. Esto ha impulsado el desarrollo de nuevos métodos de desgasificación, tales como el uso de gases inertes los cuales tienen una influencia directa sobre el aumento de la calidad del producto, y una completa eliminación de los gases contaminantes.

La formación de estas porosidades es promovida por la presencia de inclusiones en el metal que actúan como sitios de nucleación para las burbujas durante la solidificación, de ahí que el objetivo de la desgasificación sea tanto reducir el nivel del Hidrógeno en el metal líquido, como el de reducir el número de inclusiones.

Uno de los parámetros más importantes de la desgasificación del aluminio que determina el grado de la eficiencia en la desgasificación, es el tamaño de la burbuja inyectada; cuando el tamaño de la burbuja es grande la desgasificación resulta inadecuada. Otros factores importantes son: el



suministro de un número suficiente de burbujas y la protección de la superficie del metal líquido para evitar la reabsorción del Hidrógeno. [9]

Los medios de inyección, pueden ser:

- Inyección mediante lanzas.
- Inyección mediante elementos porosos.
- Inyección mediante máquinas de impulsión rotativas.

La desgasificación con gas ofrece grandes ventajas sobre otros tratamientos en su tipo como son:

- Homogeneidad de la composición en el metal líquido.
- Homogeneidad de la temperatura del baño metálico.
- Es más económico en comparación con los tratamientos de desgasificación al vacío y agitación electromagnética.
- Se manejan condiciones más seguras de operación. [9]

El proceso de desgasificación con Rotor-Inyector es un método mediante un impulso rotativo, se basa en la deshidrogenación del aluminio en estado líquido mediante gases de purga, inyectado a través de una flecha con un rotor que opera alguna determinada condición. La inyección de flujo de gas, en conjunto con el movimiento del rotor dentro del aluminio permite que pequeñas burbujas de gas se difundan dentro del reactor y arrastren el hidrógeno disuelto en el aluminio, removiendo de esta manera las impurezas e inclusiones que provocan daños al material.



Las etapas en el proceso de remoción de hidrógeno se ilustran en la

Figura 4.

En la etapa 1. Transporte de hidrógeno disuelto desde el seno del aluminio líquido hacia la superficie de la burbuja del gas de purga, por mecanismo de transporte difusivo y convectivo.

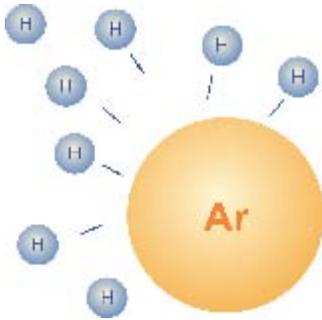
Etapa 2. Transporte de átomos de hidrógeno por difusión a través de una capa delgada del líquido que rodea la burbuja, llamada capa límite.

Etapa 3. Adsorción química de átomos de hidrógeno sobre la superficie de la burbuja.

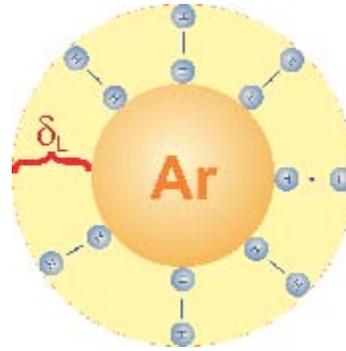
Etapa 4. Reacción de átomos de hidrógeno para formar una molécula diatómica y su posterior desorción de la superficie a la burbuja.

Etapa 5. Difusión de hidrógeno gaseoso dentro de la burbuja de gas inerte.

Etapa 6. Remoción de hidrógeno contenido en la burbuja al ser descargada en la superficie libre.



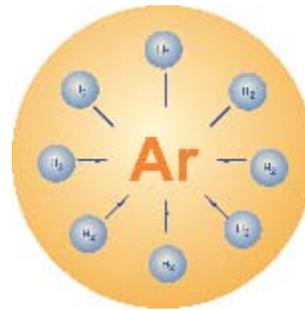
1.



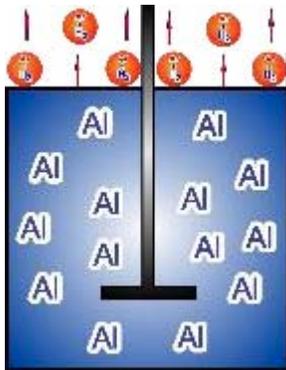
2.



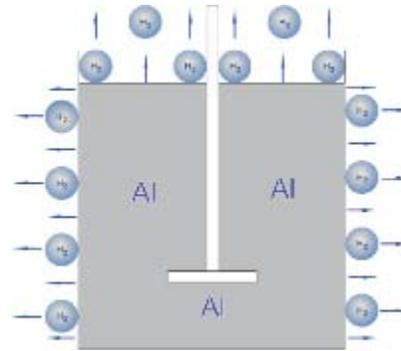
3.



4.



5.



6.

Figura 4. Mecanismo del transporte de masa, mostrando las etapas del desgasificado.



Los métodos de inyección se introducen de las siguientes maneras:

Lanza de grafito. Es el método más simple pero menos efectivo, consta de una lanza con un diámetro exterior de entre 2.5 a 5 cm y diámetro interno de 0.3 cm. La dificultad que resulta de este método es que la burbuja resultante es grande con una baja relación área/volumen. Por lo tanto, las burbujas de gas se elevan rápidamente con un tiempo de residencia mínimo para llevar a cabo las etapas necesarias para una remoción eficaz del hidrógeno.

Lanza con tapón poroso. Una dispersión mucho más fina de burbujas puede lograrse con el uso de tapones porosos sobre la lanza. Sin embargo, el mezclado entre las burbujas y el metal tampoco resulta tener la mejor eficiencia. [8]

[1.2.4 Técnica de Rotor-Inyector](#)

Esta es la técnica más eficiente de desgasificado de aluminio. En esta técnica, el gas inerte se introduce al aluminio fundido a través de una flecha y un rotor con toberas por las cuales sale el gas. El rotor está sujeto al extremo de la lanza que gira a determinada velocidad angular sumergido en el aluminio líquido. La función del rotor es crear un esfuerzo de corte fragmentando la entrada de gas en burbujas pequeñas que salen impulsadas con elevados momentos angulares y radiales, dando como



lugar una mejor dispersión de gas en forma de burbujas finas en un mayor volumen y aumentando así la relación área/volumen. [8]

El diseño del rotor tiene un considerable efecto en la dispersión de las burbujas para la remoción del hidrógeno, así como sus condiciones de operación, tales como la intensidad turbulenta. Otro factor muy importante de mencionar es que el diámetro de burbuja es determinante en la eficacia del proceso, ya que al tener burbujas más pequeñas existe una mayor área de transferencia para que el hidrógeno pueda ser atrapado y removido, el tiempo de residencia de estas burbujas también debe ser adecuado[10].

1.3 Objetivos

- Predecir la hidrodinámica de un equipo batch de desgasificación de aluminio a través de simulaciones numéricas empleando el software FluentAnsys ® para evaluar el desempeño de un rotor rediseñado.
- Comparar el desempeño de procesos de desgasificación entre un rotor rediseñado y el rotor de diseño original a través de modelado físico.



Capítulo 2. Metodología

2.1 Modelado físico

Un modelo físico representa un sistema a una escala menor o mayor, existen ciertas leyes entre magnitudes y dimensiones que se cumplen para otras leyes adimensionales, es decir, un sistema puede ser similar a otro si cumple con relaciones adimensionales, estas relaciones pueden ser aquellas que tienen una influencia primordial en el sistema y describen los fenómenos que ocurren en este.

En el análisis dimensional, se pueden obtener distintos valores que no tienen asociada ninguna dimensión física, estas cantidades llamadas números adimensionales resultan regularmente del cociente de distintas propiedades físicas y son de gran ayuda en análisis y diseño ingenieril. El valor de los números adimensionales refleja el comportamiento del sistema y al tener dos sistemas bajo el mismo comportamiento adimensional es posible realizar análisis de algún prototipo, comparaciones o predicciones del comportamiento de los sistemas.

Tales relaciones pueden obtenerse directamente de forma experimental o partiendo de alguna teoría conocida, otra forma consiste en establecer una relación tentativa (que después habrá que comprobarse o desecharse de acuerdo a algún experimento) usando el llamado Teorema Pi, el cual, es un método de análisis dimensional que permite obtener ciertos



parámetros del sistema que pueden brindar información acerca de su comportamiento. [11]

El modelo utilizado en este proyecto representa un reactor industrial utilizado en el desgasificado de aluminio de manera que su comportamiento se aproxime a la realidad a través de materiales distintos al del proceso original pero que puedan operarse de una forma más fácil y segura a nivel laboratorio.

La construcción de un modelo físico debe satisfacer las condiciones de la teoría de similitud. Debido a que este estudio se enfoca en la cinética de transferencia de masa del proceso, el mecanismo de convección es el de mayor importancia y, por lo tanto, la dinámica de flujo de fluidos debe satisfacer este criterio de similitud.

[2.1.1 Criterios de similitud](#)

Entre los criterios de similitud empleados se encuentra la **similitud geométrica**, la cual establece que todas las dimensiones entre el sistema real y el modelo conserven la misma relación a través de un factor de escalamiento. En este caso el factor de escala utilizado es la unidad debido a que el modelo tiene una escala 1:1 del reactor industrial y por lo tanto, todas las dimensiones entre el modelo físico y el reactor industrial son las mismas.



El criterio de *similitud dinámica* establece relaciones similares de fuerzas entre el sistema real y el modelo físico. Dichas fuerzas se caracterizan con números adimensionales, los cuales se obtienen al formar los cocientes de las fuerzas involucradas, y que promueven el flujo de fluidos en el proceso. Al asegurarse que el valor numérico de estos números adimensionales es el mismo en el reactor real y en el modelo, se puede aseverar que los resultados obtenidos pueden ser utilizados o escalados de alguna forma al reactor industrial.

Los números adimensionales característicos en este proceso son el número de **Reynolds** [12] (fuerzas inerciales entre fuerzas viscosas) y el número de **Froude modificado** [13] (fuerzas inerciales entre fuerzas gravitacionales o boyantes). Estos dos números adimensionales gobiernan la dinámica de fluidos de la deshidrogenación del aluminio o de la desoxidación del agua en el modelo físico ya que las fuerzas inerciales y viscosas son determinantes cuando el rotor gira y las fuerzas boyantes se incluyen cuando la fase gaseosa es inyectada y asciende a través del líquido (ver **Tabla 1**).



Tabla 1. Números adimensionales para criterios de similitud

Reynolds	Froude Modificado
$Re = \frac{d_{imp}^2 * N}{\nu}$	$Fr = \frac{\rho_l * v^2}{(\rho_l - \rho_g) * g * d_{imp}}$
$d_{imp} = \text{diámetro del rotor (m)}$ $N = \text{velocidad del rotor (round/s)}$ $\nu = \text{viscosidad cinemática } \left(\frac{m^2}{s}\right)$	$\rho_l = \text{densidad del líquido } \left(\frac{kg}{m^3}\right)$ $\rho_g = \text{densidad del gas } \left(\frac{kg}{m^3}\right)$ $v = \text{velocidad lineal } \left(\frac{m}{s}\right)$ $g = 9.81 \text{ m/s}^2$

Para comparar el modelo físico con un reactor industrial se comparan en la **Tabla 2** las dimensiones y los números adimensionales de ambos sistemas.

Tabla 2. Números adimensionales del modelo físico y del horno industrial.

	Horno Industrial	Modelo Físico
Altura del líquido (m)	0.6	0.6
Diámetro del horno (m)	0.5	0.5
Diámetro del rotor (m)	0.16	0.16



Para describir la contribución de la fase gaseosa inyectada al sistema, se consideran los números de Weber y Froude modificado, lo que involucra las densidades y tensión superficial de los fluidos. El número de Weber relaciona las fuerzas inerciales y las fuerzas de tensión superficial, lo que determina la estabilidad de las burbujas del gas de purga, y como se mencionó anteriormente dicta una de las principales restricciones del uso del modelo físico de agua.

Finalmente, debido a que las burbujas del gas de purga inyectado se forman justo debajo del punto de inyección cuando el gas abandona el rotor y se encuentran con el metal fundido, el cual está siendo fuertemente agitado, la estabilidad de las burbujas dependen de un cierto tamaño, el cual está determinado por la relación entre las fuerzas centrífugas y las fuerzas de tensión superficial, asumiendo burbujas de forma esférica. Es decir, si las fuerzas de tensión superficial dominan, la burbuja será estable con el tamaño de salida del punto de inyección, pero si las fuerzas de campo centrífugas dominan, la burbuja perderá estabilidad y se romperá en burbujas de menores tamaños. Esta condición es importante debido a que determina la diferencia de diámetros de burbujas entre el sistema con aluminio líquido y el sistema con agua.

El criterio de *similitud cinemática* observa fundamentalmente si las velocidades en los puntos correspondientes de los dos sistemas se



encuentran en la misma relación fija y deriva de la propiedad intrínseca de los líquidos a fluir, es decir, la viscosidad cinemática. En este caso particular, este criterio aplica para el movimiento de ambas fases involucradas, es decir, en el movimiento del gas y del líquido tanto del modelo como del sistema real. Una relación de fuerzas constante en ambos sistemas satisface la similitud cinemática siempre y cuando se utilice en el modelo físico un fluido con un valor similar de viscosidad cinemática al fluido real. En este sentido, las viscosidades cinemáticas del agua a temperatura ambiente y el aluminio en el rango de temperaturas de 700 a 800°C son similares y poseen el mismo orden de magnitud. En este caso en específico, los criterios de similitud térmica y química no aplican debido a que se considera un proceso isotérmico y las reacciones químicas no intervienen en dicho proceso.

Existen distintas técnicas en laboratorio con las cuales es posible realizar un análisis del comportamiento del sistema para el desgasificado de aluminio, es posible realizar técnicas sencillas como la desoxidación de agua, técnicas de colorimetría, desgasificado de aluminio con distintas similitudes geométricas e incluso pruebas más complejas como PIV (Particle Image Velocimetry). Para este proyecto se han realizado dos métodos para el análisis hidrodinámico del sistema en el modelo físico,



uno de ellos es la desoxidación de agua y el otro es el análisis mediante PIV los cuales se explican y describen a continuación.

2.2 Desoxidación de Agua

La desoxidación de agua consiste en arrastrar el oxígeno presente en el agua mediante la inyección de un gas de purga a través de un rotor inyector, la concentración de oxígeno disuelto se mide durante el proceso de arrastre hasta que ya no se registra presencia de oxígeno.

El equipo para llevar a cabo la desgasificación consta de un recipiente de acrílico (modelo físico), un rotor inyector, el cual consiste en una flecha que gira a distintas velocidades y a su extremo se colocan los diferentes rotores diseñados en este laboratorio, por medio de este es inyectado el gas de purga el cual es impulsado y distribuido mediante pequeñas burbujas en todo el reactor, encontrar las condiciones que permitan la distribución óptima del gas de purga dentro del reactor es obtener un mejor desgasificado para el proceso, en este trabajo se probaron dos distintas geometrías de rotor, uno de ellos tiene 4 aspas y el otro tiene 5 aspas, se busca comparar el desempeño de estos dos rotores mediante esta técnica.

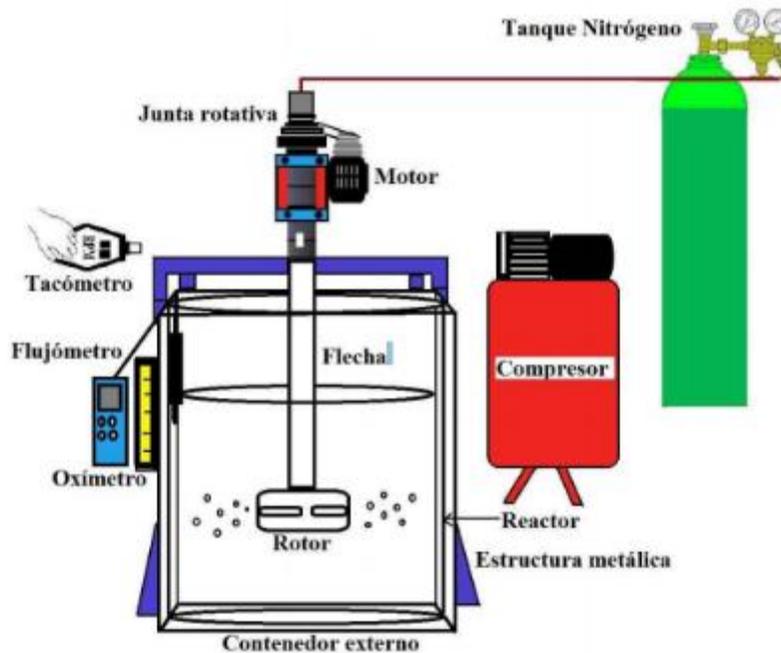


Figura 5. Modelo físico de agua. [5]

El modelo físico a nivel laboratorio se conforma por el siguiente equipo: Reactor batch, soporte del reactor, tanque de gas de purga, junta rotativa, flecha y rotor inyector, flujómetro, medidor de oxígeno, y compresora de aire (ver **Figura 5**).

2.2.1 Metodología para desoxidación de agua

El equipo de laboratorio para la medición de la desoxidación de agua mediante gas de purga (Nitrógeno para este caso) se muestra en la fotografía de la **Figura 6**. Este sistema permite hacer análisis cuantitativos como cualitativos ya que sus materiales y su fácil manipulación permiten recrear condiciones de un proceso que es más costoso y delicado de mantener.

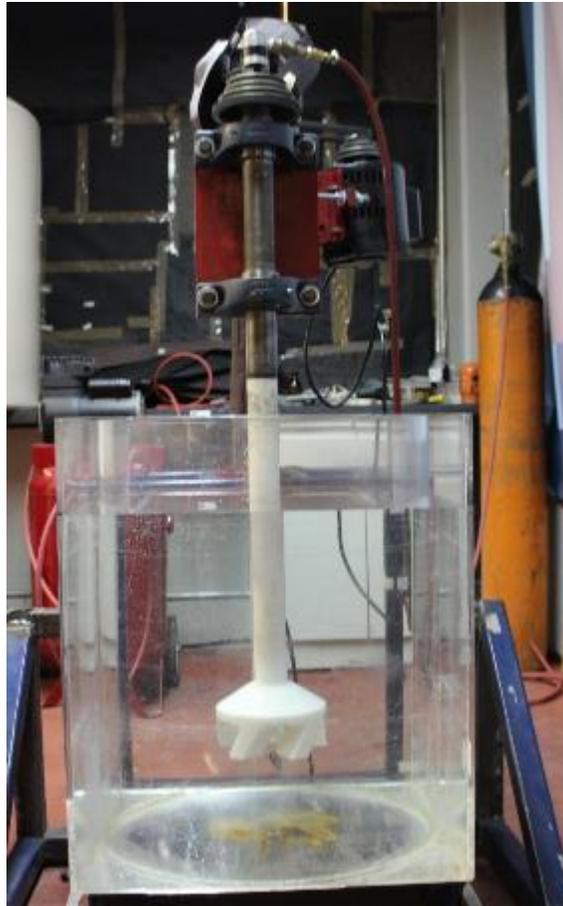


Figura 6. Modelo físico a nivel laboratorio.

Los equipos de medición que conforman el modelo físico también incluyen un oxímetro, un tacómetro y un flujómetro, estos equipos tienen una especial importancia ya que son los que arrojan los datos medibles a nivel laboratorio, su correcta calibración y manipulación se verá directamente reflejado en los resultados de las pruebas experimentales. Para las mediciones de oxígeno se utilizó el oxímetro **HANNA HI98194**, para la medición del flujo de nitrógeno inyectado se utilizó el flujómetro **Cole Parmer**, ambos presentados en la **Figura 7**.



a)

b)

Figura 7. Equipo de medición que conforman al modelo físico. a) Medidor de oxígeno disuelto HANNA 98194. b) Medidor del flujo de inyección Cole Parmer.

La desoxidación de agua se llevó a cabo mediante la inyección de nitrógeno de grado industrial con un flujo de 40 L/min a través de un rotor inyector variando la geometría del rotor y las revoluciones por minuto del mismo, las cuales fueron medidas con un tacómetro para cada corrida experimental. La **Tabla 3** muestran las condiciones de velocidad y el tipo de rotor que se utilizó, esto lleva a tener 4 experimentos, cada uno se realizó tres veces.



Tabla 3. Condiciones de operación de los experimentos.

Experimento/Variable	RPM	ROTOR	FLUJO DE GAS
1	310	4 aspas	40 L/MIN
2	465	4 aspas	40 L/MIN
3	310	5 aspas	40 L/MIN
4	465	5 aspas	40 L/MIN

Los dos rotores a comparar en este trabajo fueron maquinados de material Nylamid® y a una escala 1:1 de un rotor industrial, los cuales, son de grafito. La geometría del primero (Ver **Figura 8**) fue diseñado en trabajos anteriores de doctorado [5], mientras que el segundo rotor (ver **Figura 9**) se está proponiendo en este proyecto. Este segundo rotor es un rediseño del primero basado en los resultados promisorios pero perfectibles que arrojó el rotor de la **Figura 8**. Se observó que la sección tronco-cónica del rotor no contribuía a la agitación y que un aspa más podría mejorar la distribución de las burbujas y a generar burbujas más finas.

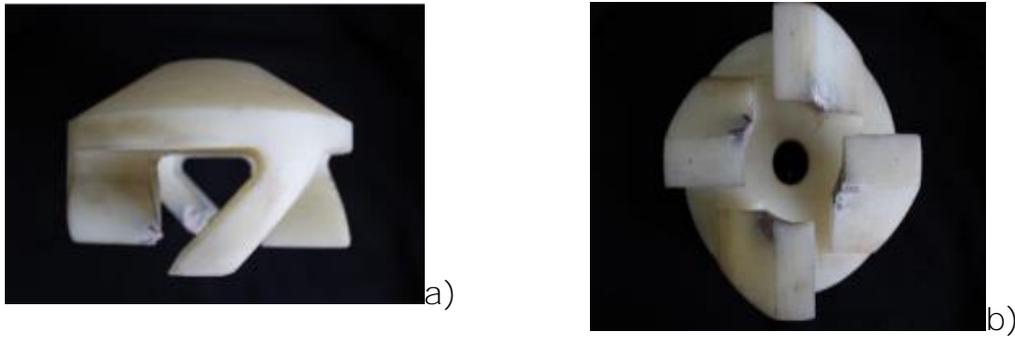


Figura 8. a) Rotor de 4 aspas vista frontal. b) Rotor 4 aspas vista inferior.

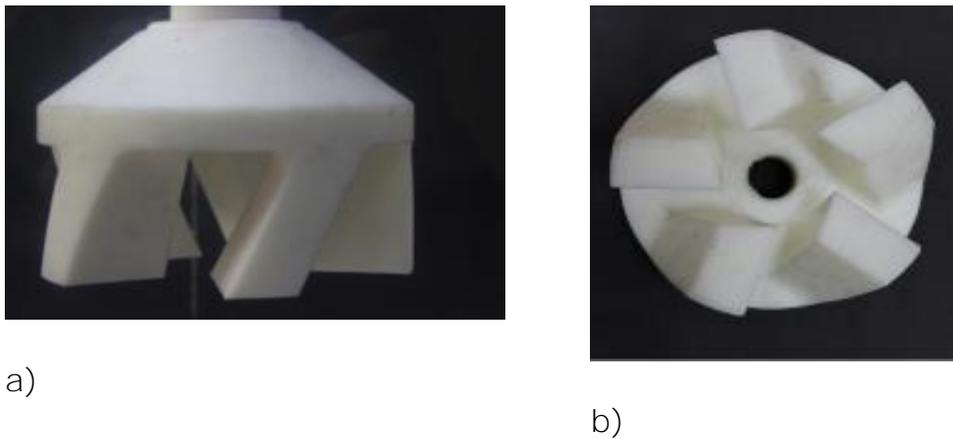


Figura 9. a) Rotor de 5 aspas vista frontal. b) Rotor 5 aspas vista inferior.

El procedimiento para llevar a cabo las pruebas de desgasificado en modelado físico consta de dos partes:

1. La saturación de oxígeno disuelto en agua.

1.1 Llenar la olla hasta un nivel de 0.6 m.

1.2 Verificar con rotámetro que la velocidad del rotor sea la que indican las bandas del motor.

1.3 Saturar el agua con oxígeno mediante el burbujeo de aire a través de un compresor.



1.4 Verificar con oxímetro la concentración máxima de oxígeno a las condiciones de presión y temperatura del laboratorio, aproximadamente 6 ppm.

2. La desgasificación del oxígeno mediante inyección de gas de purga.

2.1 Iniciar la desgasificación conectando el rotor y abriendo la válvula del gas de purga, en este caso Nitrógeno, cuidando el valor indicado del flujo de gas en el flujómetro.

2.2 Introducir el medidor del oxímetro en el agua y monitorear los valores de oxígeno disuelto, procurando dar movimiento a la punta del oxímetro para evitar que burbujas de aire alteraran la medición con el dispositivo.

2.3 Monitorear el proceso hasta que los valores de oxígeno disuelto disminuyeran lo más cercano a cero, habiendo removido casi por completo el oxígeno en el agua.

Los factores que pueden alterar los resultados de las pruebas experimentales son:

- La calibración de flujómetros, rotámetro y oxímetro.
- Introducir correctamente el electrodo del oxímetro en el agua, este debe ser hasta la parte ancha del mango.
- Introducir el electrodo en una ubicación lejos del vórtice que genera el movimiento del rotor.



- La agitación adecuada del electrodo para evitar que burbujas de aire puedan alterar los valores de medición.
- Que el nivel de agua en la olla sea la misma en cada medición.
- Mantener condiciones de limpieza en instrumentos como en el laboratorio para evitar que partículas de polvo caigan en el agua alterando resultados.
- Llevar a cabo las pruebas experimentales en condiciones de clima similares cada vez que se reproduzca la prueba, ya que la temperatura no solamente afecta la solubilidad del oxígeno en agua sino también al coeficiente de difusión de oxígeno en agua.
- Las mediciones tomadas se realizaron al tiempo en el que se iniciaba la inyección del gas con el rotor en movimiento a una velocidad de 310 rpm y 465 rpm, y se detenía la prueba experimental cuando las mediciones de oxígeno disuelto llegaban a cero.
- Cada caso se realizó por triplicado.



2.3. Velocimetría de imagen de partículas (PIV)

La velocimetría de partículas (Particle Image Velocimetry por sus siglas en inglés) es una técnica óptica para la medición de componentes de velocidad en dos o tres dimensiones aplicada a una variedad de flujos. La aplicación de esta técnica es ampliamente usada debido a la facilidad de uso y la precisión de la representación de sus datos.

El principio de esta técnica consiste en un pulso láser el cual ilumina una sección o un volumen de un campo de flujo con partículas suspendidas en él. La dispersión de luz que reflejan las partículas es captada mediante cámaras de alta velocidad en dos imágenes consecutivas, las imágenes son subdivididas en pequeñas áreas para calcular el desplazamiento promedio de las partículas. El desplazamiento es calculado mediante técnicas de correlación o mediante técnicas de empalme de áreas. Ya que el tiempo entre el pulso del láser es conocido, la velocidad de las partículas puede ser determinada y representada en distintos perfiles que brindan información acerca del sistema en estudio. La **Figura 10** representa el principio de medición de la técnica mediante pulsación láser.

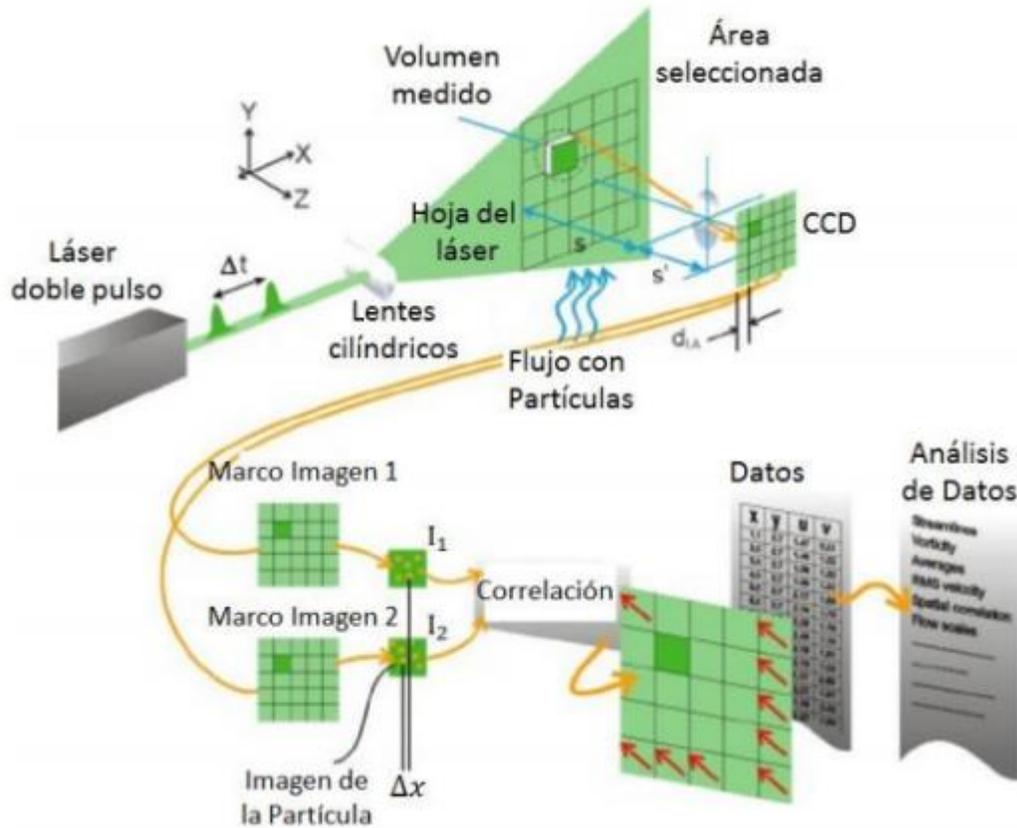


Figura 10. Diagrama general de la técnica PIV. [14]

2.3.1 Metodología para Velocimetría de imagen de partículas (PIV)

El equipo de medición en laboratorio cuenta con un láser de doble pulsación, el cual ilumina un volumen muy pequeño del modelo físico descrito anteriormente. Dos imágenes con dos pulsos laser separados un lapso conocido de tiempo, son captadas mediante una cámara de alta velocidad y posteriormente los datos son procesados en el software donde se lleva a cabo la correlación para la obtención de los perfiles de velocidad del modelo físico bajo las condiciones estudiadas en este trabajo, particularmente se agrega para esta técnica una condición extra que es



la fluidodinámica sin inyección de gas a las mismas condiciones de revolución angular. Se resumen las condiciones de PIV en la **Tabla 4**.

Tabla 4. Condiciones de experimentación en PIV.

Experimento/Variable	RPM	ROTOR	FLUJO DE GAS
1	310	4 aspas	40 L/MIN
2	465	4 aspas	40 L/MIN
3	310	5 aspas	40 L/MIN
4	465	5 aspas	40 L/MIN
5	310	4 aspas	0 L/MIN
6	465	4 aspas	0 L/MIN
7	310	5 aspas	0 L/MIN
8	465	5 aspas	0 L/MIN

La precisión de las mediciones bajo esta técnica depende del correcto alineamiento del modelo físico, la calibración del láser y la cámara, la frecuencia del pulso láser, del número de imágenes captadas por la cámara y del procesamiento posterior de las imágenes obtenidas. Un arreglo correcto de todos estos factores puede garantizar la obtención más fiel de los patrones de flujo generados por el proceso.

El arreglo experimental en laboratorio se presenta en la Figura 11 y consta del equipo presentado en la **Tabla 5**.

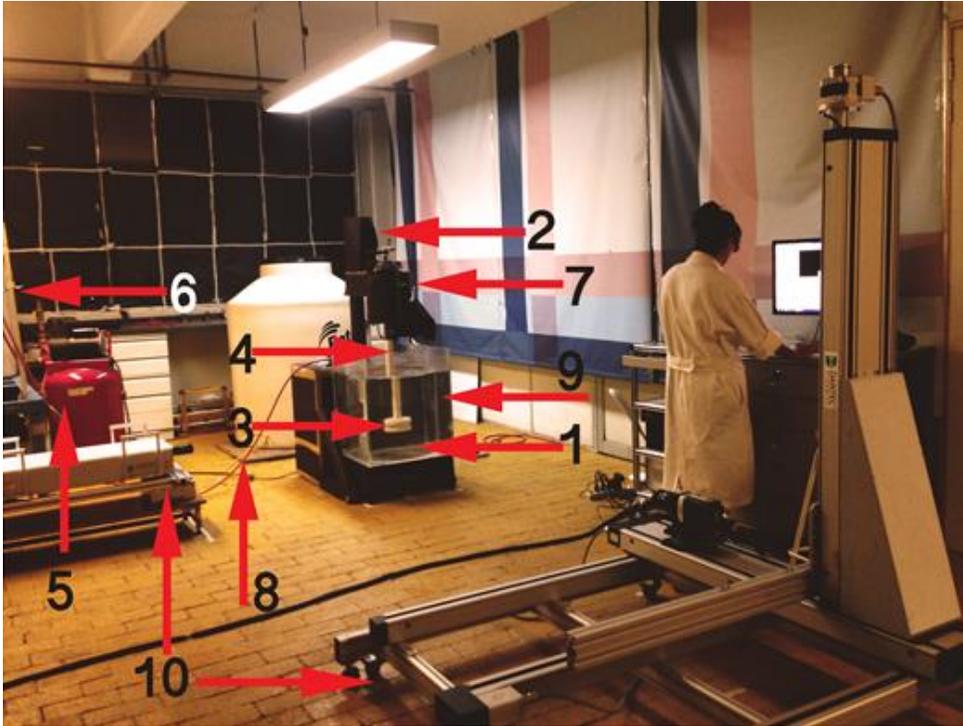


Figura 11. Fotografía de PIV.

Tabla 5. Equipo utilizado para análisis por PIV.

Componente	Equipo
1	Modelo físico
2	Rotor Inyector
3	Rotor de Nylamid
4	Flecha de Nylamid
5	Compresor de aire.
6	Flujometro Cole-Parmer (150 mm)



7	Motor de bandas
8	Conexiones para flujo de aire.
9	Chaqueta del modelo físico.
10	Fuente láser (Dual Power LDY302 Litron Laser) y Traverse (controlador de cámara)

2.3.2. Experimentación PIV

Las pruebas con PIV se realizaron con disparos láser al 70% de la potencia total con una frecuencia de 900 Hz y bajo *single frame mode* tomando 700 imágenes por cada prueba estudiada en este trabajo. Todas las condiciones mencionadas se muestran en la **Tabla 6**.

Tabla 6. Condiciones de disparo para pruebas de PIV.

Potencia	70%
Frecuencia de disparo	900 Hz
Tipo de marco	Marco único
N° de imágenes	700

2.4 Modelado matemático

El proceso de desgasificado de aluminio puede modelarse mediante las ecuaciones que gobiernan los fenómenos de transporte, estableciendo un sistema de estudio adecuado es posible llevar a cabo un análisis de los fenómenos que gobiernan un determinado proceso. Para el caso de un



proceso de desgasificado de aluminio los principales fenómenos de transporte son la ***transferencia de momentum*** debido a que la velocidad del rotor transfiere energía de agitación a todo el sistema generando un perfil de velocidades en la olla de desgasificado, ***la transferencia de masa***, el cual es el fenómeno más importante durante el proceso ya que el transporte del hidrógeno presente en el aluminio es el parámetro de eficiencia primordial para este sistema de estudio, la transferencia de energía no es un fenómeno que afecte este fenómeno ya que el proceso no se lleva a cabo en un rango de temperaturas, sino que se realiza a la temperatura a la cual el aluminio aún está fundido.

La representación de un fenómeno de transporte requiere el uso de los principios de conservación que son expresiones matemáticas que llegan a ser tan complejas que se requiere el uso de métodos numéricos para dar una aproximación a la solución.

2.4.1 Suposiciones

- Flujo de fluidos bifásicos (líquido-gas) con una fase gas interpenetrada en el líquido.
- Sistema en estado transitorio.
- Sin generación de energía, sin reacción química.



- Flujo es en tres dimensiones, pero el dominio el sistema tiene simetría en 1/5 (rotor 5 aspas) y 1/4 (rotor de 4 aspas) en la dirección angular.
- Propiedades físico químicas constantes en todo el dominio.
- Fluidos incompresibles y Newtonianos.
- Flujo turbulento solo en el líquido.
- Se debe considerar la contribución de la gravedad en el eje z.

2.4.2. Ecuaciones gobernantes

La ecuación de continuidad se resuelve en función de las fracciones volumen de acuerdo al número de fases presentes en el sistema, para este caso se establecen dos fases, líquido (*l*) y gas (*g*) como se muestra a continuación en las ecuaciones 1 y 2:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_l \rho_l) + \nabla \cdot (\alpha_l \rho_l \vec{v}_l) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_g \rho_g) + \nabla \cdot (\alpha_g \rho_g \vec{v}_g) = 0 \quad (2)$$

Donde \vec{v} , α y ρ son el vector de velocidad, α la fracción volumen del componente y la densidad del fluido respectivamente.

Las ecuaciones de conservación de momentum para ambos componentes son las siguientes:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_l \rho_l \vec{v}_l) + \nabla \cdot (\alpha_l \rho_l \vec{v}_l \vec{v}_l) = -\alpha_l \nabla P + \nabla \cdot \mu_{eff} \nabla \vec{v}_l \alpha_l + \alpha_l \rho_l \vec{g} + \overline{F_{lg}} + R_l \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_g \rho_g \vec{v}_g) + \nabla \cdot (\alpha_g \rho_g \vec{v}_g \vec{v}_g) = -\alpha_g \nabla P + \nabla \cdot \mu_g \nabla \vec{v}_g \alpha_g + \alpha_g \rho_g \vec{g} + \overline{F_{gl}} \quad (4)$$

Donde \vec{g} , \vec{F} , y μ_{eff} corresponden a la constante gravitacional, el



intercambio de momentum entre las fases y la viscosidad efectiva respectivamente. La viscosidad efectiva es la suma de la viscosidad molecular y turbulenta. \vec{F}_{lg} y \vec{F}_{gl} son el mismo valor pero de diferente signo y pueden ser expresadas de la siguiente manera:

$$\vec{F}_{lg} = \vec{F}_{gl} = \vec{F}_{ij} = K_{ij}(\vec{v}_i - \vec{v}_j) \quad (5)$$

Donde los subíndices i y j pueden ser l o g y corresponde al coeficiente de intercambio del líquido y el gas que está definido como:

$$K_{lg} = K_{gl} = \frac{\rho_g \eta_B C_f}{6\tau_g} d_g A_i \quad (6)$$

En la ecuación (6) d_g corresponde al diámetro de la burbuja, A_i es el área de concentración interfacial y C_f corresponde a la función de arrastre en términos del coeficiente de arrastre C_D , η_B son modificaciones de coeficientes de arrastre basadas en la correlación Brucato [15] y τ_g es parámetro de relajación del tiempo.

$$\tau_g = \frac{\rho_g d_g^2}{18\mu_l} \quad (7)$$

$$A_i = \frac{6\alpha_g}{d_g} \quad (8)$$

$$C_f = \frac{C_D Re}{24} \quad (9)$$

Donde Re es el número de Reynolds que incluye la velocidad relativa ($\vec{v}_l - \vec{v}_g$). Se tomó el coeficiente de arrastre de la correlación Schiller-Naumann [16].



$$C_D = \begin{cases} \frac{24(1+0.15Re^{0.687})}{Re} & Re \leq 1000 \\ 0.44 & Re > 1000 \end{cases} \quad (10)$$

El término fuente R_l corresponde a las fuerzas centrífugas Coriolis y se relacionan de la siguiente manera:

$$R_l = -2\alpha_l \rho_l \vec{N} \times \vec{v}_l - \alpha_l \rho_l \vec{N} \times (\vec{N} \times \vec{r}) \quad (11)$$

Donde \vec{N} es la velocidad angular y \vec{r} es el vector de la posición radial. Este término es necesario para transformar los flujos de momentum y masa del marco rotatorio a un marco estático de referencia.

Se utilizó el más simple y completo modelo para la turbulencia y disipación de velocidad **K-ε**, este modelo propuesto por Launder y Spalding [17] está basado en las ecuaciones de transporte y considera parámetros de energía cinética turbulenta (**K**) y su velocidad de disipación (**ε**), la consideración principal de este modelo es que el flujo es completamente turbulento y los efectos de viscosidad molecular son despreciables, es por esto que el modelo **K-ε** es válido únicamente para flujos completamente turbulentos.

El modelo **RNG K-ε** (Re-Normalisation Group) incluye algunas modificaciones y refinamientos como los siguientes:

- El modelo **RNG** tiene un término adicional en la ecuación correspondiente al término **K-ε** que mejora la precisión para flujos de alta velocidad.



- Considera parámetros que mejoran la precisión en flujos de remolino o vórtices con turbulencia.
- La teoría **RNG** provee fórmulas analíticas para números de Prandtl turbulentos.
- La teoría **RNG** también provee parámetros de viscosidad efectiva para efectos con bajo número de Reynolds.
- El modelo de turbulencia **RNG k-ε** se deriva de las ecuaciones de Navier-Stokes usando una técnica matemática llamada "Grupo de Renormalización".

Para el modelo **k-ε** las ecuaciones son:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_l \rho_l k) + \nabla \cdot (\alpha_l \rho_l k \vec{v}_l) = \nabla \cdot (\alpha_l a_k \mu_{eff} \nabla k) + \alpha_l G_k - \alpha_l \rho_l \varepsilon + \alpha_l \Pi_k \quad (12)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_l \rho_l \varepsilon) + \nabla \cdot (\alpha_l \rho_l \varepsilon \vec{v}_l) = \nabla \cdot (\alpha_l a_\varepsilon \mu_{eff} \nabla \varepsilon) + \alpha_l C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} G_k - \alpha_l C_{2\varepsilon} \rho_l \frac{\varepsilon^2}{k} - \alpha_l R_\varepsilon + \alpha_l \Pi_\varepsilon \quad (13)$$

Donde G_k representa la generación de energía cinética turbulenta debido a los gradientes de velocidad, Las constantes $C_\mu = 0.0845$, $C_{1\varepsilon} = 1.42$, $C_{2\varepsilon} = 1.68$ y los números para a_k y a_ε son ambos igual a 2.5. La relación entre el modelo turbulento y la ecuación de turbulencia de Navier-Stokes corresponde a la viscosidad turbulenta y se define para el modelo **RNG k-ε** como:

$$\mu_{t0} = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (14)$$



Este valor es afectado por la rotación en el flujo y por lo tanto puede utilizarse una modificación por remolino de la forma:

$$\mu_t = \mu_{t0} f\left(\alpha_s, \Omega, \frac{k}{\varepsilon}\right) \quad (15)$$

Donde Ω es un número característico de la modificación por remolino y α_s es una constante con valor de 0.07.

El término R_ε funciona para el modelo estandar **k-ε** para Corrientes tensas y corresponde a la siguiente ecuación:

$$R_\varepsilon = \frac{C_\mu \rho \eta^3 (1 - \eta/\eta_0) \varepsilon^2}{1 + \beta \eta^3} \frac{1}{k} \quad (16)$$

$$\Pi_k = C_{k\varepsilon} \alpha_l K_{gl} |\vec{v}_g - \vec{v}_l|^2 \quad (17)$$

$$\Pi_\varepsilon = C_{td} \frac{1}{\tau_g} \Pi_k \quad (18)$$

Donde $C_{td} = 0.45$ and $C_{k\varepsilon} = 0.75$.

G_b es la generación de energía cinética turbulenta debido a las fuerzas boyantes, Y_M representa la contribución de la dilatación fluctuante en la turbulencia compresible sobre la velocidad de disipación. α_ε y α_k corresponden a los inversos de los números de Prandtl efectivos para ε y k respectivamente, S_ε y S_k son términos fuente definidos por el usuario y que corresponden a la turbulencia provocada por burbujas.

2.4.3 Condiciones a la frontera

- Salida de presión (outlet) = 101325 Pa (sólo gas escapa del sistema)



- Condición de no deslizamiento en todas las paredes.
- Fronteras cíclicas para sólo simular 1 tobera, lo que implica $\frac{1}{4}$ del dominio para el rotor de 4 aspas y $\frac{1}{5}$ del dominio para el rotor de 5 aspas.
- Velocidad del rotor = 310 rpm y 465 rpm.
- Entrada de gas en la ranura del rotor en donde sólo sale gas con una velocidad tal que el gasto de gas sean los 40L/min.

2.4.4 Condiciones Iniciales

Al inicio se parte de un baño estático sin gas presente en el dominio.

El cálculo se realizó en estado transitorio hasta alcanzar un estado cuasi-estable a los 40 segundos.

2.4.5 Propiedades de los fluidos

Los materiales utilizados fueron agua como la fase continua y aire como la fase dispersa y en la **Tabla 7** se presentan esas propiedades.

Tabla 7. Propiedades de los fluidos [17].

Propiedad/Fluido	Agua (l)	Aire (g)
Densidad (kg/m ³)	998.2	1.225
Viscosidad (kg/ms)	1.003e-03	1.7894e-05



2.4.6 Métodos de Solución

Dado que el sistema a estudiar es un problema que se modela con las ecuaciones y balances de los fenómenos de transporte y debido a la compleja resolución de sus ecuaciones, la dinámica de fluidos computacional determina una solución numérica para las ecuaciones gobernantes del flujo de fluidos mientras avanza en la solución a través del espacio o tiempo para obtener una descripción numérica del flujo de fluidos de interés. El aspecto más importante en esta herramienta es entender la relación entre el flujo y el objetivo del diseño. Los métodos de la dinámica de fluidos están basados en los principios fundamentales de conservación de masa, de cantidad de movimiento y de energía. Estos métodos involucran la solución de las ecuaciones de conservación. La solución numérica involucra satisfacer los principios de conservación de todas las cantidades conservadas dividiendo el dominio de cómputo del espacio y del tiempo en una cantidad finita de puntos discretos en el espacio y en el tiempo dentro del dominio de estudio, denominadas celdas o subdominios o nodos. La solución obtenida proviene de transformar el problema de un sistema de ecuaciones diferenciales parciales acopladas en la solución de varios sistemas de ecuaciones lineales algebraicas que se pueden resolver iterativamente y cuya solución convergida final provee el valor de las cantidades conservadas en el espacio y en el tiempo en forma de variables



dependientes tales como velocidad, presión, temperatura, densidad, concentración, etc. La disponibilidad y avances en los software comerciales hacen más atractiva y confortable el uso de esta herramienta para el entendimiento y diseño de una amplia gama de procesos. Los códigos de CFD (Computational Fluid Dynamics) contienen principalmente tres elementos: i) un pre-procesamiento, ii) un procesamiento y iii) un post-procesamiento. En el pre-procesamiento se diseña la geometría del dominio y se genera la división o discretización del mismo en un número mucho más pequeño de sub-dominios, los cuales no pueden traslaparse, dicha división se conoce como malla y ésta contiene los elementos o volúmenes que conforman el dominio. En el pre-procesamiento se indica el tamaño del sistema en el espacio y en el tiempo, las dimensiones, coordenadas y simetrías del sistema. Asimismo, se determinan los materiales, las ecuaciones gobernantes y las condiciones iniciales y de frontera a emplearse así como algunos parámetros numéricos. Por esto, el pre-procesamiento es la etapa más importante del modelado CFD. En el procesador las ecuaciones diferenciales parciales gobernantes con las condiciones de frontera específicas son resueltas a través de algoritmos y métodos numéricos. En el post-procesamiento los resultados se analizan a través de gráficos de vectores, contornos y otras ayudas visuales y también se obtienen balances específicos, entre otros



resultados. Existen diferentes formas de resolver las ecuaciones no lineales de Navier-Stokes. Entre los métodos más utilizados se encuentran el método de diferencias finitas, el método de volumen finito y el método de elemento finito. El software comercial ANSYS FLUENT 14.5 utiliza el método de volumen finito. En este método el dominio computacional se divide en un número de pequeños bloques denominados celdas y a través de la discretización del dominio es posible la solución de las ecuaciones diferenciales parciales como un conjunto de ecuaciones algebraicas, las cuales se resuelven con técnicas iterativas. La base central de los métodos de solución es el balance general de una propiedad transportada por unidad de masa y que esta además se conserva, dentro del volumen de control, en donde esa propiedad puede ser la energía (temperatura), la cantidad de movimiento, la masa de un fluido o la concentración de especies químicas.

Las teoría de dinámica de fluidos computacional en la cual está basado ANSYS FLUENT está disponible en una extensa serie de estudios. El presente estudio utilizará dicho software para la simulación de la dinámica de fluidos de la desgasificación de aluminio a través de la técnica de rotor inyector y por lo tanto, la teoría base y las ecuaciones de los modelos utilizados serán seleccionados de la teoría de ANSYS. El presente trabajo modela las ecuaciones de los fenómenos de transporte que gobiernan el proceso de desgasificado de aluminio y se



resuelven numéricamente en el software FLUENT ANSYS en su versión 14.5. La modelación del proceso completo consta de una sección de diseño del proceso (design modeler), una sección de mallado del dominio (meshing), la sección que resuelve las ecuaciones de fenómenos de transporte que mejor representen el proceso mediante métodos numéricos (Set up) y una sección de post procesamiento la cual arroja los resultados obtenidos y mediante los cuales es posible optimizar el proceso.

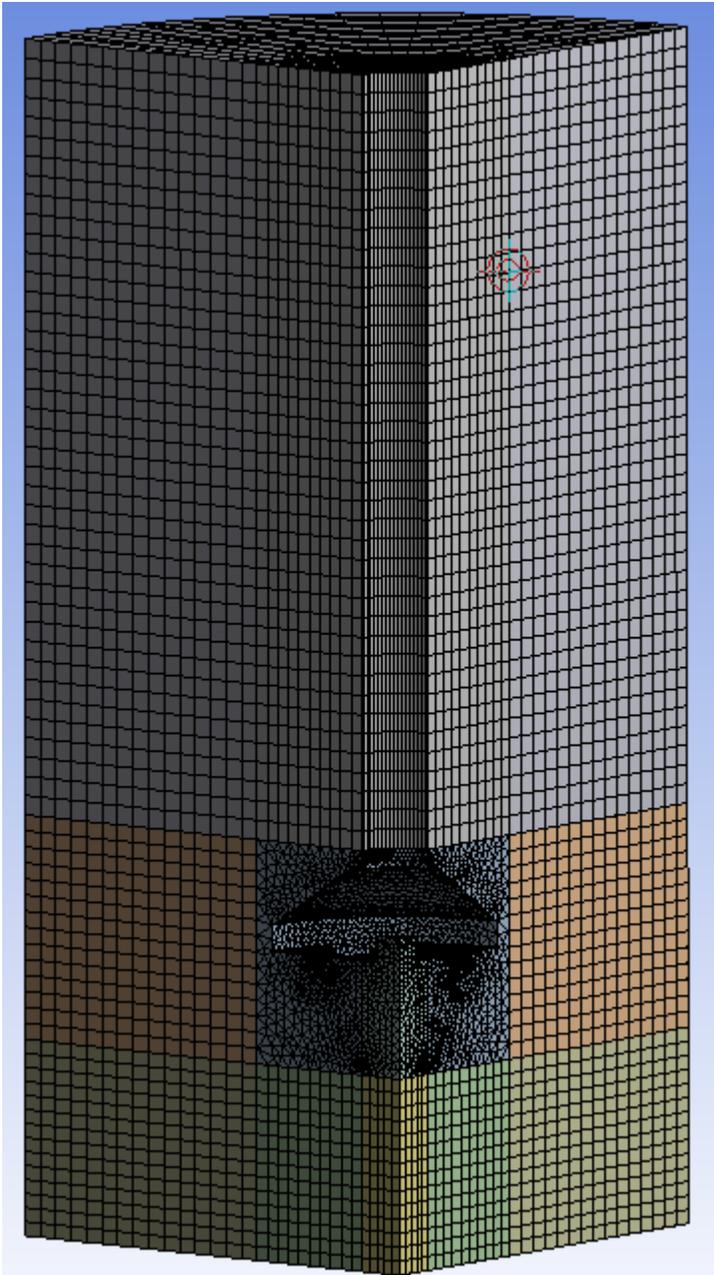
[2.4.7 Metodología para el Modelado Matemático](#)

1. Se dibujó la geometría de la olla y el rotor.
2. Se realizó la malla del sistema.
3. Se plantearon las condiciones del problema a resolver y se corrieron las simulaciones.
4. Se hizo un análisis cuantitativo y cualitativo de los resultados de las simulaciones.
5. Se llevó a cabo el mismo procedimiento para los dos rotores estudiados.

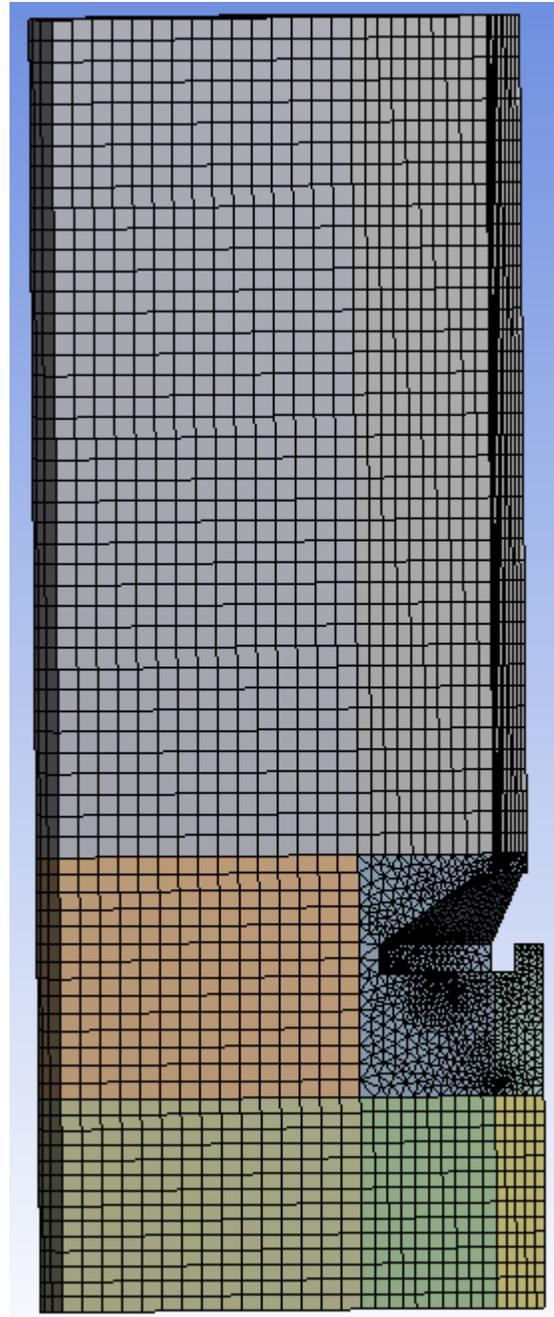
Cada uno de los casos estudiados se modela en el software y se resuelven bajo el mismo modelo y condiciones de operación de forma que puedan ser comparables entre sí al obtener los resultados.



El sistema fue mallado para ambos rotores de forma que el dominio del fluido fue dividido en cientos de elementos octogonales y el dominio del rotor fue mallado en elementos tetraédricos y por lo tanto el número total de elementos para cada rotor es diferente. Se muestran en las Figuras 12 y 13 las mallas para los rotores de 4 aspas y de 5 aspas respectivamente.

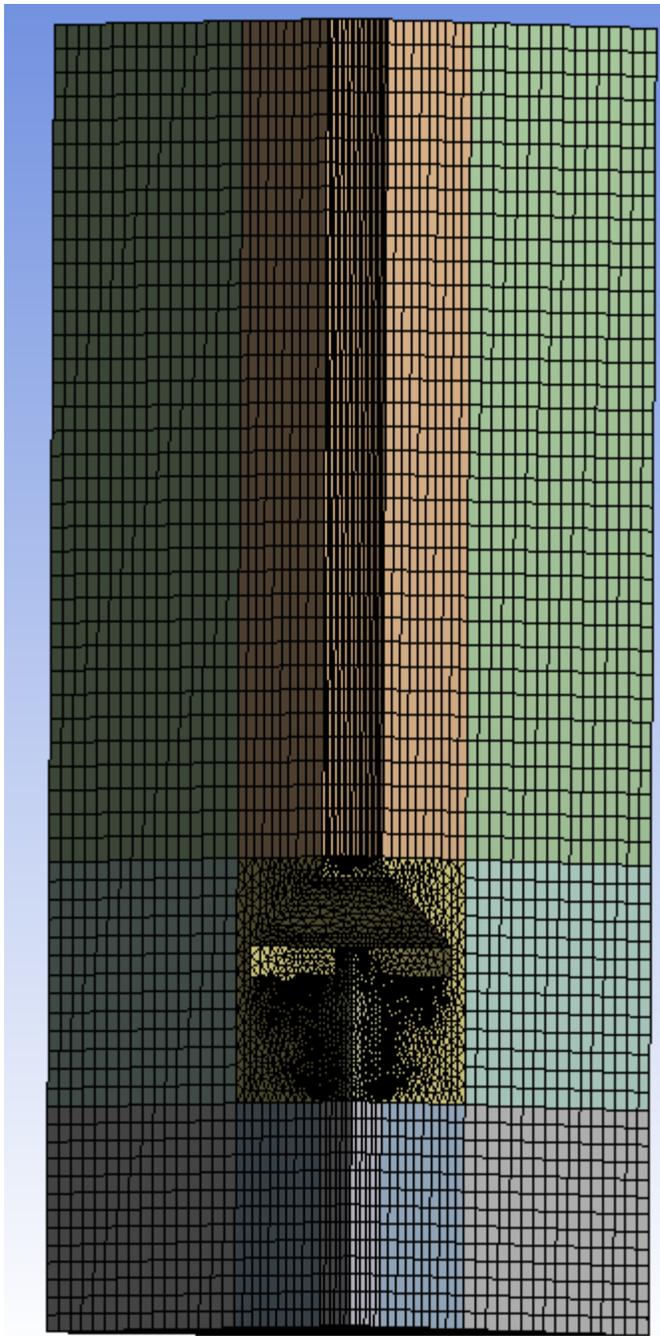


a)

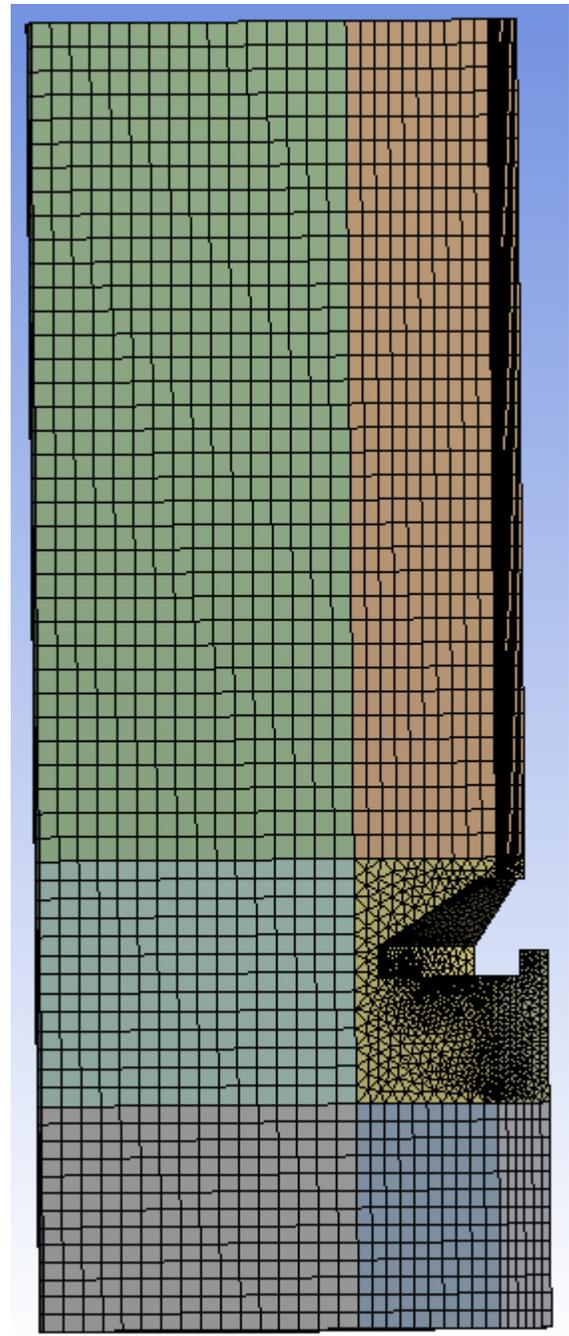


b)

Figura 12. a) Malla del rotor de 4 aspas, vista en perspectiva. b) Malla del rotor de 4 aspas, vista lateral.



a)



b)

Figura 13. a) Malla del rotor de 5 aspas, vista en perspectiva. b) Malla del rotor de 5 aspas, vista lateral.

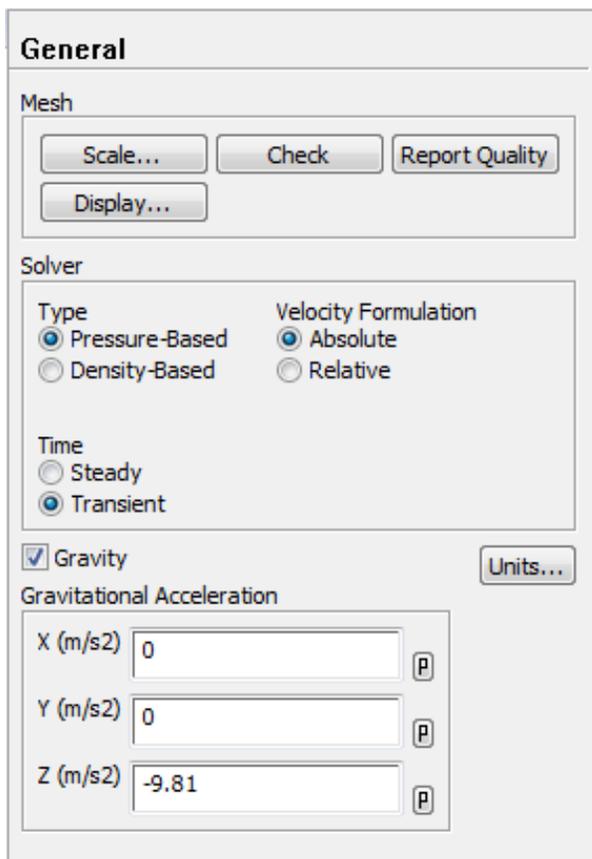


El número de elementos para cada rotor se presenta en la **Tabla 8**.

Tabla 8. Número de elementos en la malla.

Rotor	Número de elementos
4 aspas	77686
5 aspas	99762

El set up para la introducción del modelo matemático se muestra en las figuras siguientes de la **Figura 14** a la **Figura 20**, que muestran la pantalla general (**Figura 14**), el modelo elegido para simular el sistema bifásico (Euleriano en la **Figura 15**), las ecuaciones gobernantes



involucradas (**Figura 16**), interacciones entre las fases (**Figura 17**), y aspectos numéricos como los parámetros de relajación, delta de tiempo y número de iteraciones, y esquemas de convección y el acoplamiento presión velocidad (**Figura 18**).

Figura 14. Pantalla general con las características básicas del cálculo.

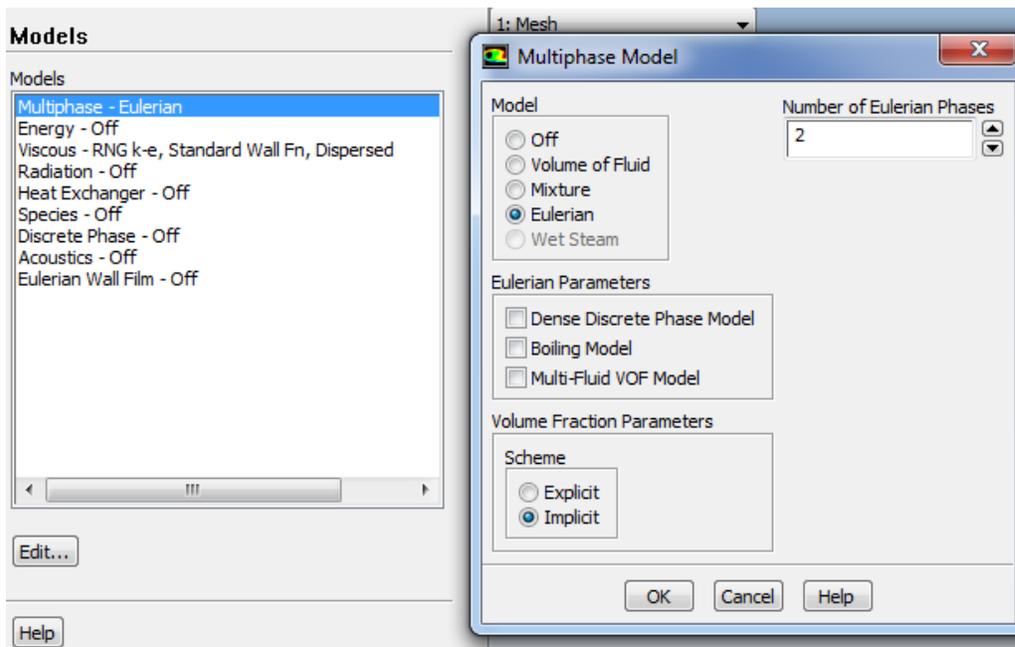


Figura 15. Modelo bifásico elegido.

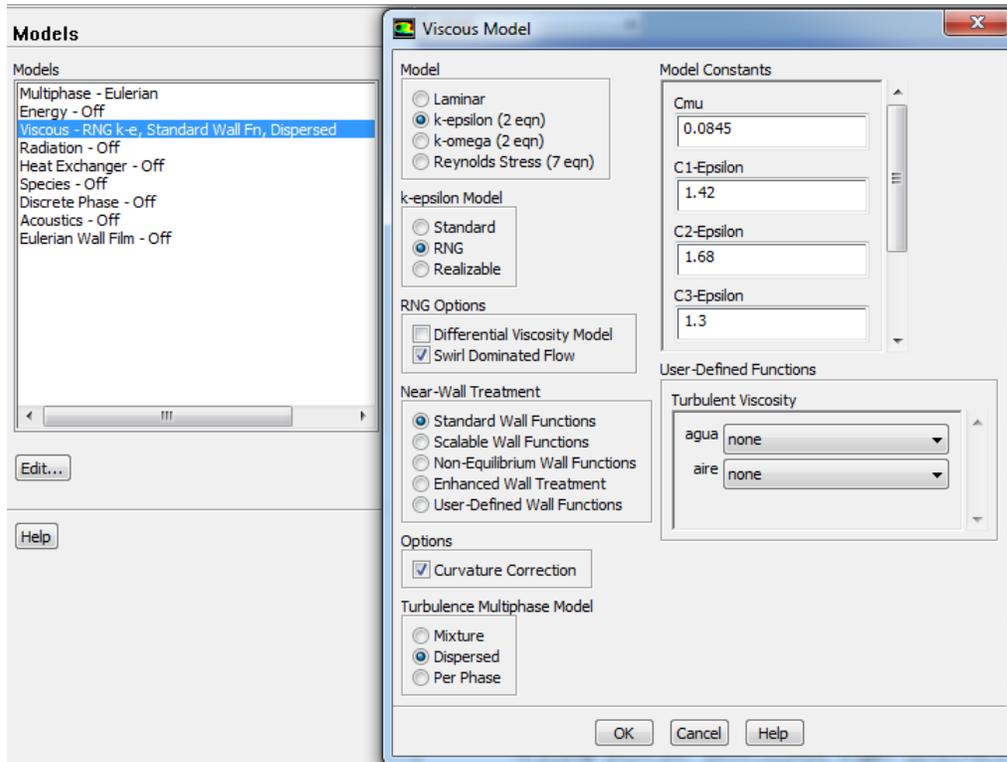


Figura 16. Ecuaciones involucradas en la solución del problema.

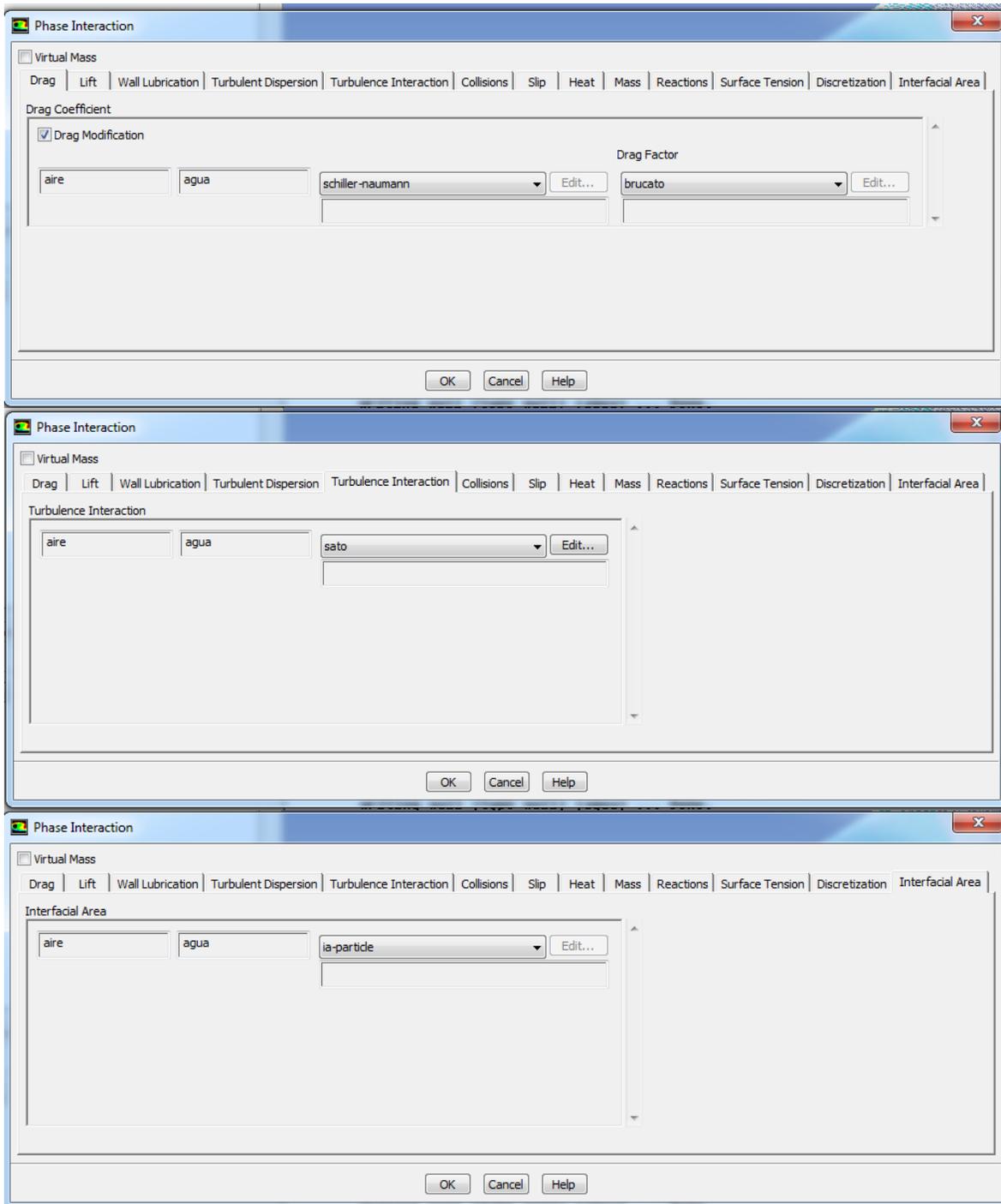


Figura 17. Interacción entre las fases.



Solution Controls

Flow Courant Number
200

Explicit Relaxation Factors

Momentum 0.1

Pressure 0.1

Under-Relaxation Factors

Body Forces
1

Volume Fraction
0.5

Turbulent Kinetic Energy
0.1

Turbulent Dissipation Rate
0.1

Turbulent Viscosity
0.1

Default

Equations... Limits... Advanced...

a)

Run Calculation

Check Case... Preview Mesh Motion...

Time Stepping Method: Fixed

Time Step Size (s): 0.01

Settings...

Number of Time Steps: 4000

Options

Extrapolate Variables

Data Sampling for Time Statistics

Sampling Interval: 1

Sampling Options...

Time Sampled (s): 0

Max Iterations/Time Step: 70

Reporting Interval: 1

Profile Update Interval: 1

Data File Quantities... Acoustic Signals...

Calculate

b)

Solution Methods

Pressure-Velocity Coupling

Scheme: Coupled

Coupled with Volume Fractions

Spatial Discretization

Gradient: Least Squares Cell Based

Momentum: Second Order Upwind

Volume Fraction: First Order Upwind

Turbulent Kinetic Energy: Second Order Upwind

Turbulent Dissipation Rate: Second Order Upwind

Transient Formulation: First Order Implicit

Non-Iterative Time Advancement

Frozen Flux Formulation

High Order Term Relaxation

Options...

Default

c)

Figura 18. Aspectos numéricos. a) Coeficientes de relajación, b) paso de tiempo, tiempo total y número de iteraciones y c) esquemas de convección y acoplamiento presión-velocidad.



Como se mencionó anteriormente los principales fenómenos de transporte que participan en el desgasificado de aluminio son la *transferencia de momentum* y la *transferencia de masa* por lo que se introducen al set up de fluent modelos para la viscosidad, un modelo que considera la fase líquida y gaseosa y un modelo de arrastre para la inyección de gas de purga.

La plataforma de la sección de fluent contiene sub secciones en donde se deben introducir todas las condiciones generales del sistema, los modelos que gobiernan el sistema, los materiales presentes, las fases que se involucran, condiciones a la frontera, entre otras.

Para el sistema estudiado se utilizó un modelo multi fase Euleriano el cual es el modelo multi fase más complejo en FLUENT, este modelo resuelve un conjunto de n ecuaciones de momentum y continuidad para cada fase. La aproximación Euleriana permite utilizar coeficientes de arrastre, los cuales son apropiados para distintos tipos de regímenes multifase serán introducidos para simular la inyección de gas a la entrada. La aplicación de modelos eulerianos incluye columnas de burbujas, partículas en suspensión y camas fluidizadas.

Capítulo 3. Resultados

3.1 Resultados de la cinética de desoxidación de agua

Se muestra en la Figura 19, una comparación de los dos rotores con y sin inyección de gas de purga a dos distintas velocidades (310rpm y 465 rpm).

Velocidad Rotor de 4 aspas

310 rpm



a)

Rotor de 5 aspas



b)

310 rpm



c)



d)

465 rpm



e)



f)

465 rpm



g)



h)

Figura 19. Modelo físico de agua, a) Rotor de 4 aspas girando a 310 rpm sin inyección de gas b) Rotor de 5 aspas girando a 310 rpm sin inyección de gas c) Rotor de 4 aspas girando a 310 rpm con inyección de gas d) Rotor de 5 aspas girando a 310 rpm con inyección de gas e) Rotor de 4 aspas girando a 465 rpm sin inyección de gas f) Rotor de 5 aspas girando a 465 rpm sin inyección de gas g) Rotor de 4 aspas girando a 465 rpm con inyección de gas h) Rotor de 5 aspas girando a 465 rpm con inyección de gas.

En la **Figura 19**, se muestra el rotor de 4 aspas sin rotación (a), con rotación y sin inyección de gas (c) y con rotación e inyección de gas (e) a las mencionadas condiciones (**Tabla 4**). Para el rotor de 5 aspas las fotografías de las **Figuras 19(b), 10(d) y 10(f)** muestran el rotor sin girar ni inyección de gas, girando sin inyección y girando con inyección de gas respectivamente.

En la **Figura 20, Figura 21, Figura 22 y Figura 23** se muestran las corridas experimentales para cada condición de operación, se observa que



para los 4 casos los datos experimentales son bastante precisos y las fluctuaciones entre los valores de concentración de oxígeno son casi nulas para los 4 casos.

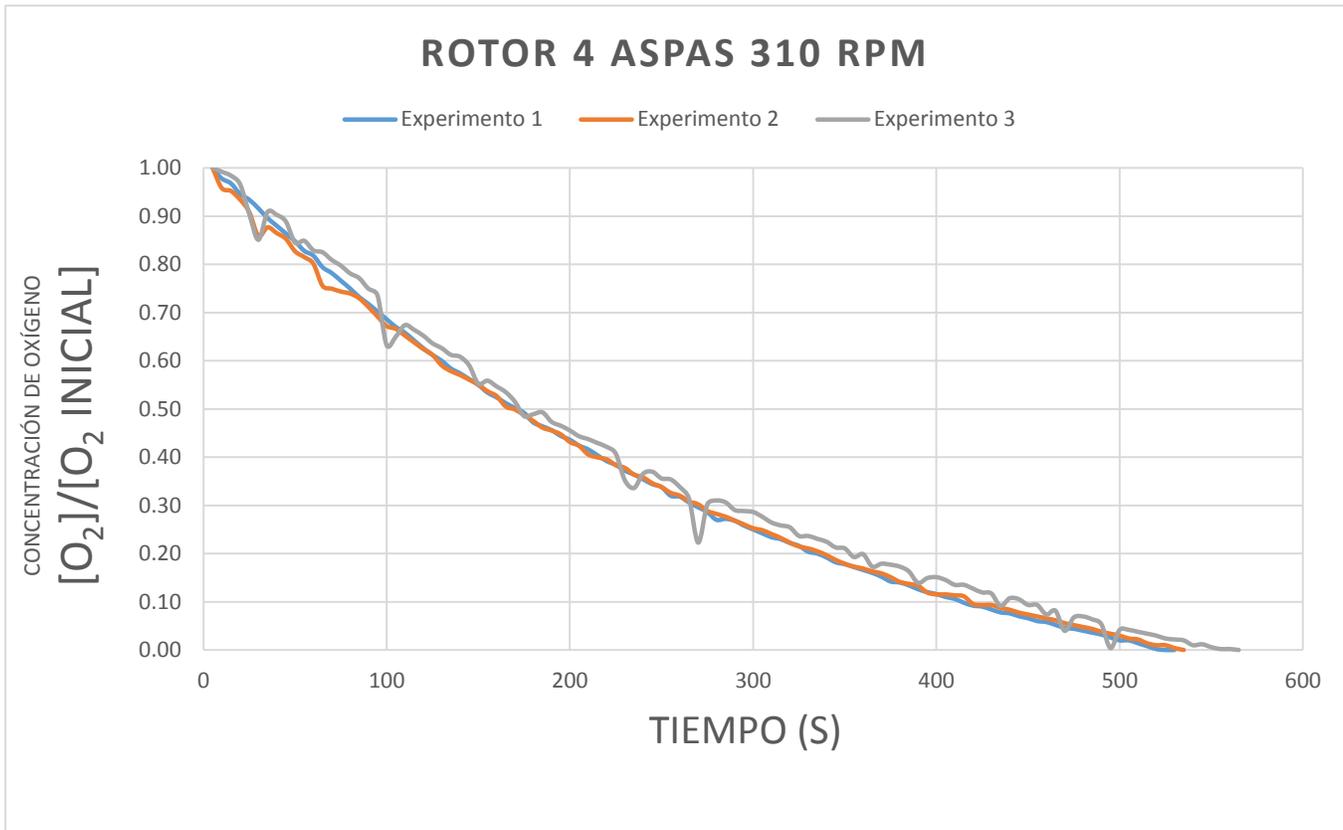


Figura 20. Corrida experimental para el rotor de 4 aspas y 310 rpm.

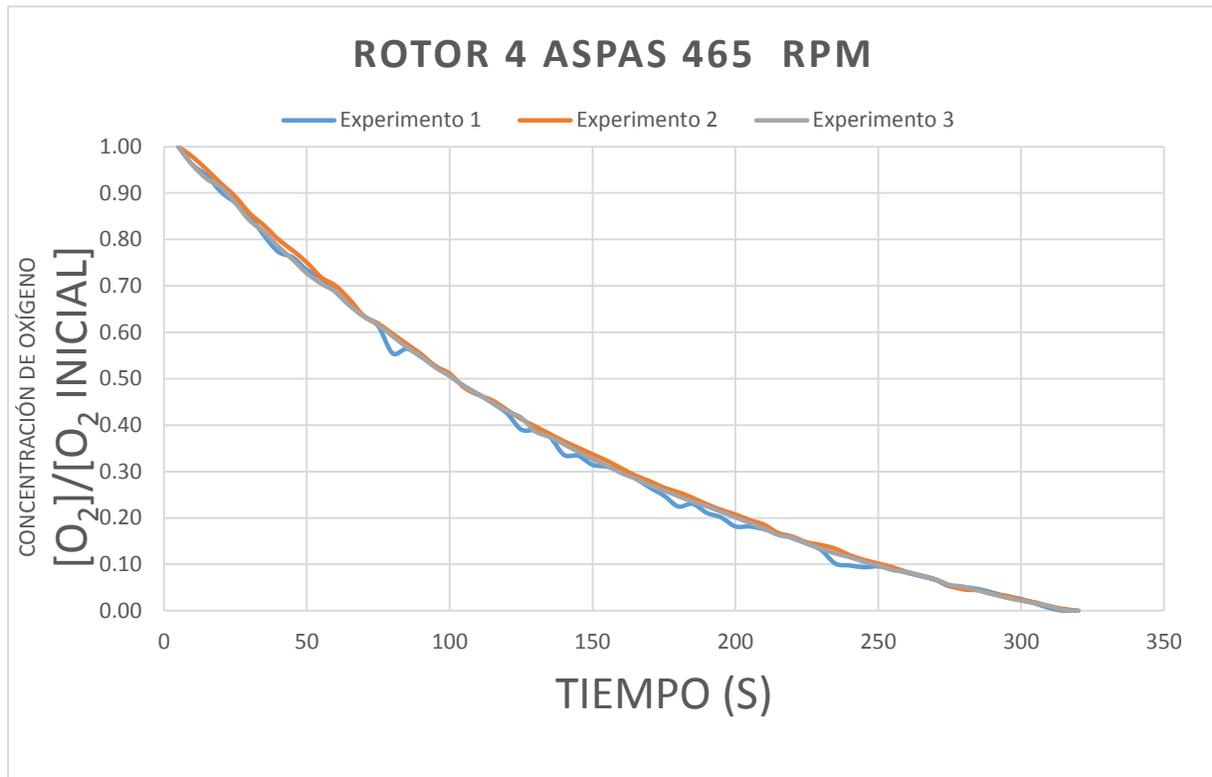


Figura 21. Corrida experimental para rotor de 4 aspas y 465 rpm.

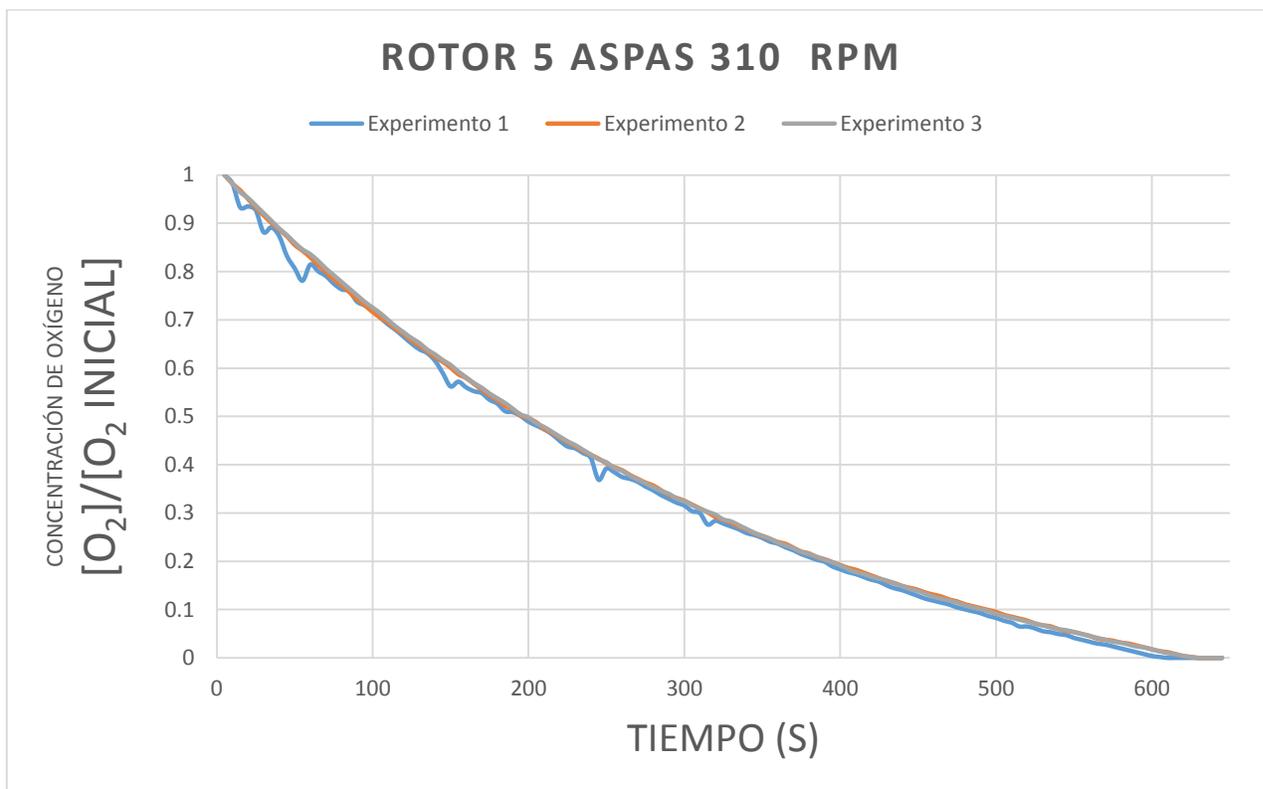


Figura 22. Corrida experimental para rotor de 5 aspas y 310 rpm.

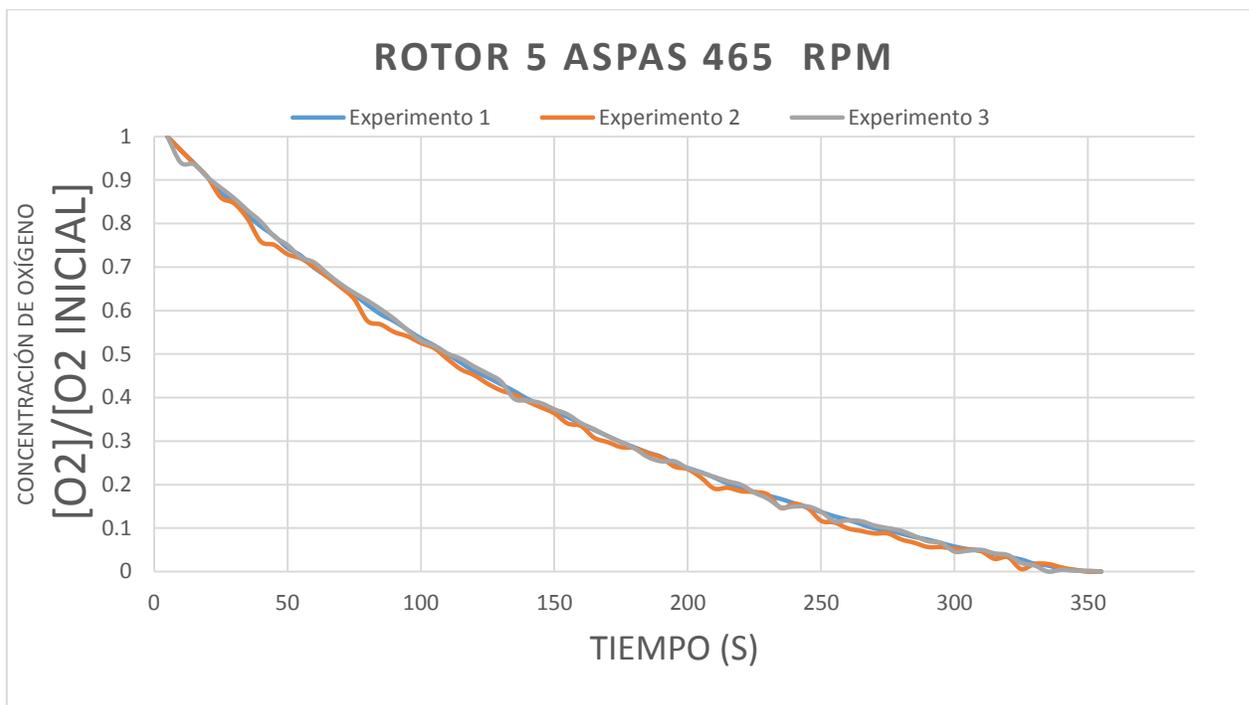


Figura 23. Corrida experimental para rotor de 5 aspas y 465 rpm.

Todos los resultados juntos obtenidos de las pruebas de desoxidación se muestran en la **Figura 24** y se comparan los dos rotores (4 y 5 aspas) bajo las condiciones de operación de la **Tabla 3**. Se observa que para condiciones de baja velocidad (310 rpm) la cinética de desgasificado es más lenta en comparación con el tiempo de desgasificado a 465 rpm, para ambas velocidades el rotor de 4 aspas es el que tiene menor tiempo de desgasificado.

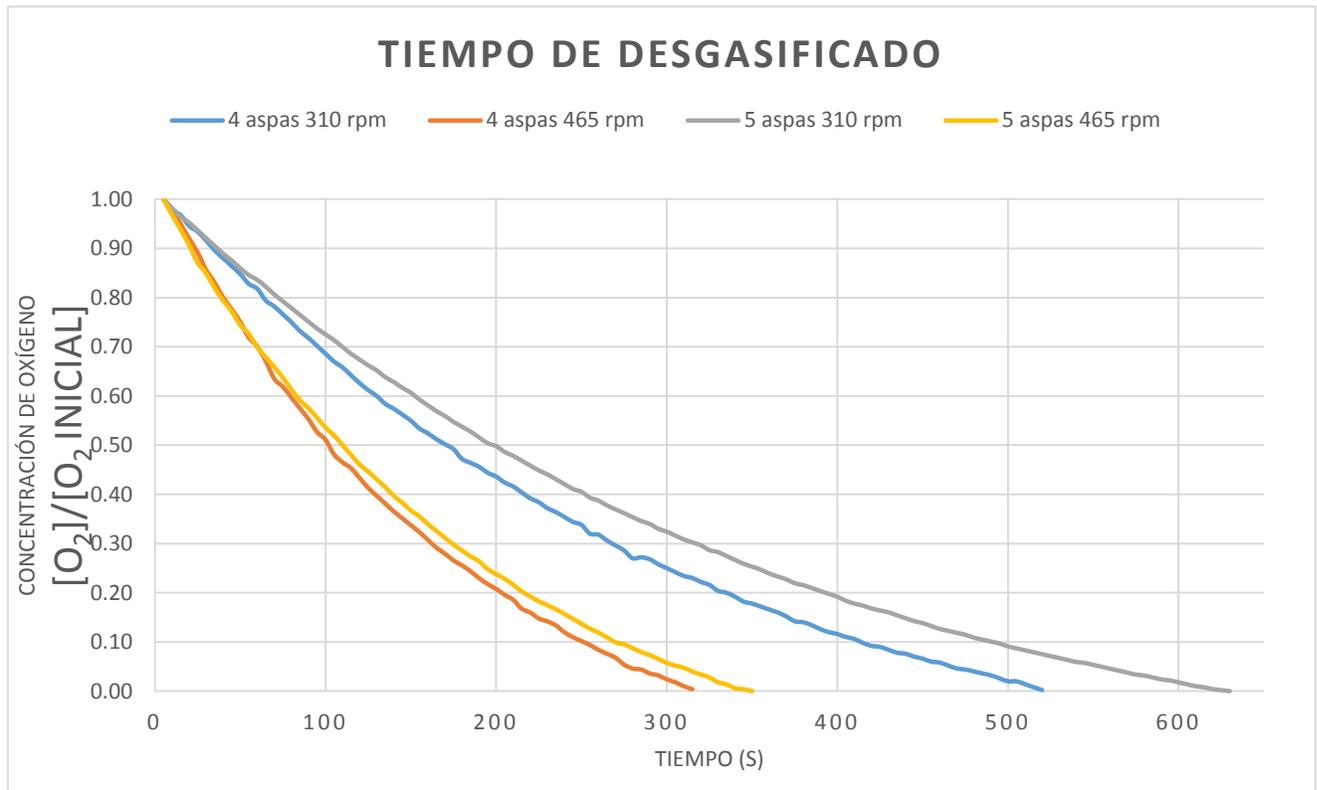


Figura 24. Gráfica de tiempo de desgasificado de modelo físico.

En la **Tabla 9** se reportan los tiempos de desgasificado respecto a cada rotor y de acuerdo a su condición de operación.

Tabla 9. Tiempo de desgasificado.

Rotor/velocidad	310 rpm	465 rpm
4 aspas	525 segundos	320 segundos
5 aspas	630 segundos	345 segundos



Los resultados obtenidos se ajustaron en el software *TableCurve 2D* a una cinética de decaimiento de oxígeno para las distintas condiciones de operación, mediante este ajuste es posible obtener parámetros cinéticos y una correlación muy precisa respecto a los datos medidos.

Las siguientes gráficas son ajustes de datos experimentales a una ecuación cinética de decaimiento de primer orden. Las **Figuras 25, 26, 27** y **28** contienen el ajuste de datos con sus correspondientes coeficientes cinéticos, coeficiente de correlación y la ecuación cinética que corresponden a los casos estudiados.

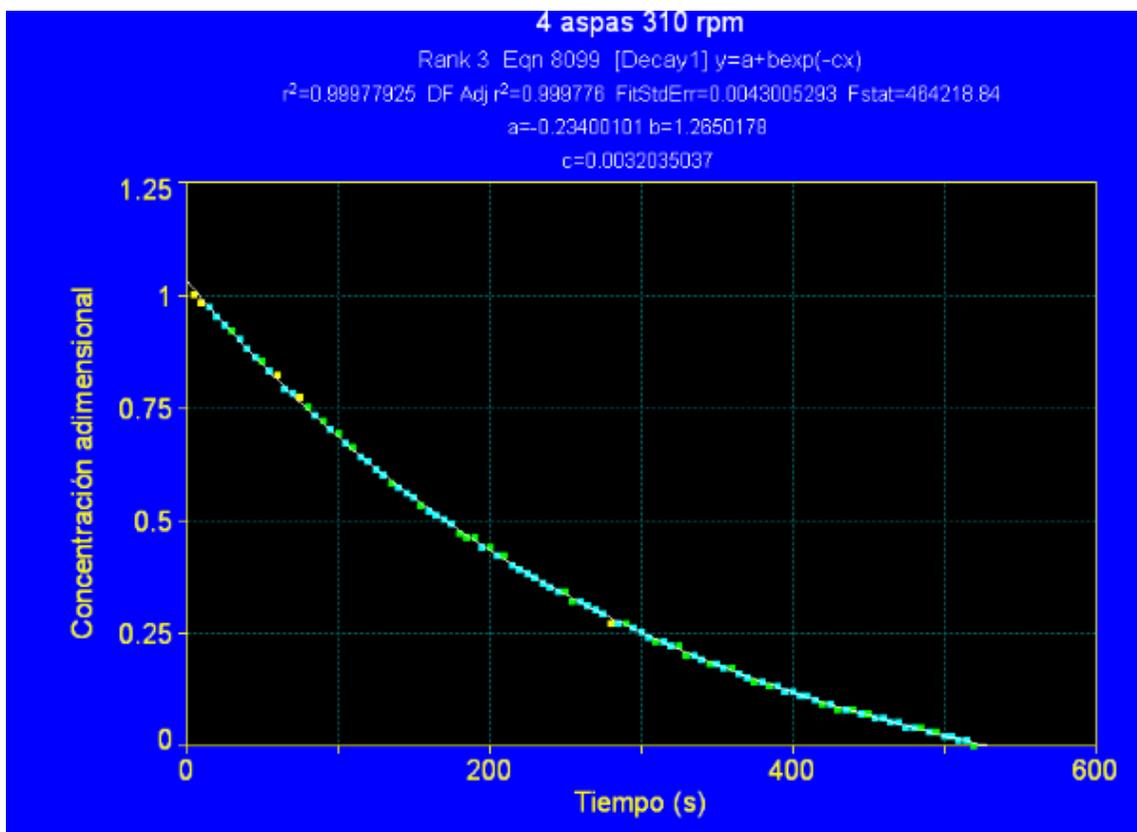


Figura 25. Cinética de desoxidación de agua del rotor de 4 aspas a 310 rpm.

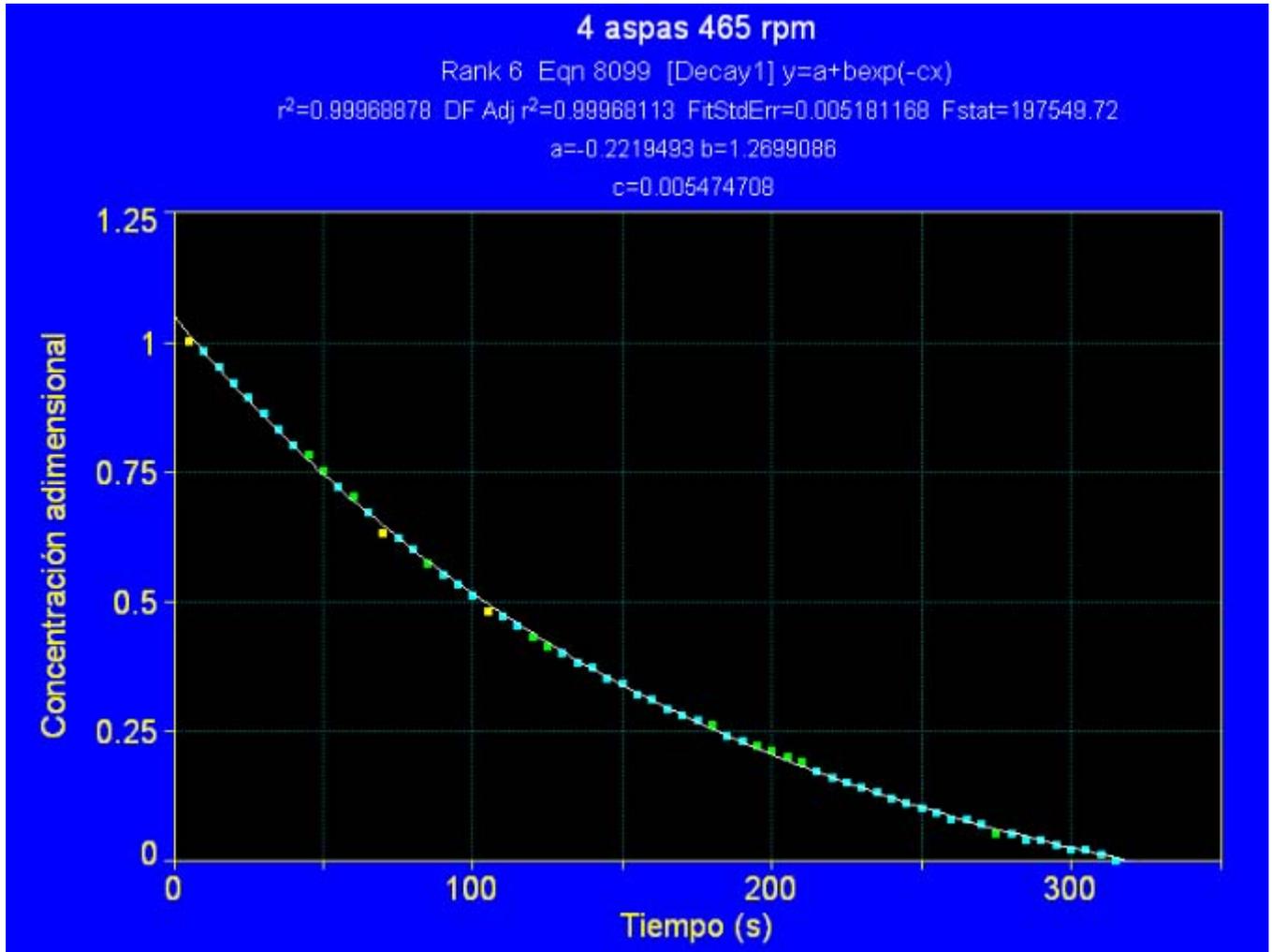


Figura 26. Cinética de desoxidación de agua del rotor de 4 aspas a 465 rpm.

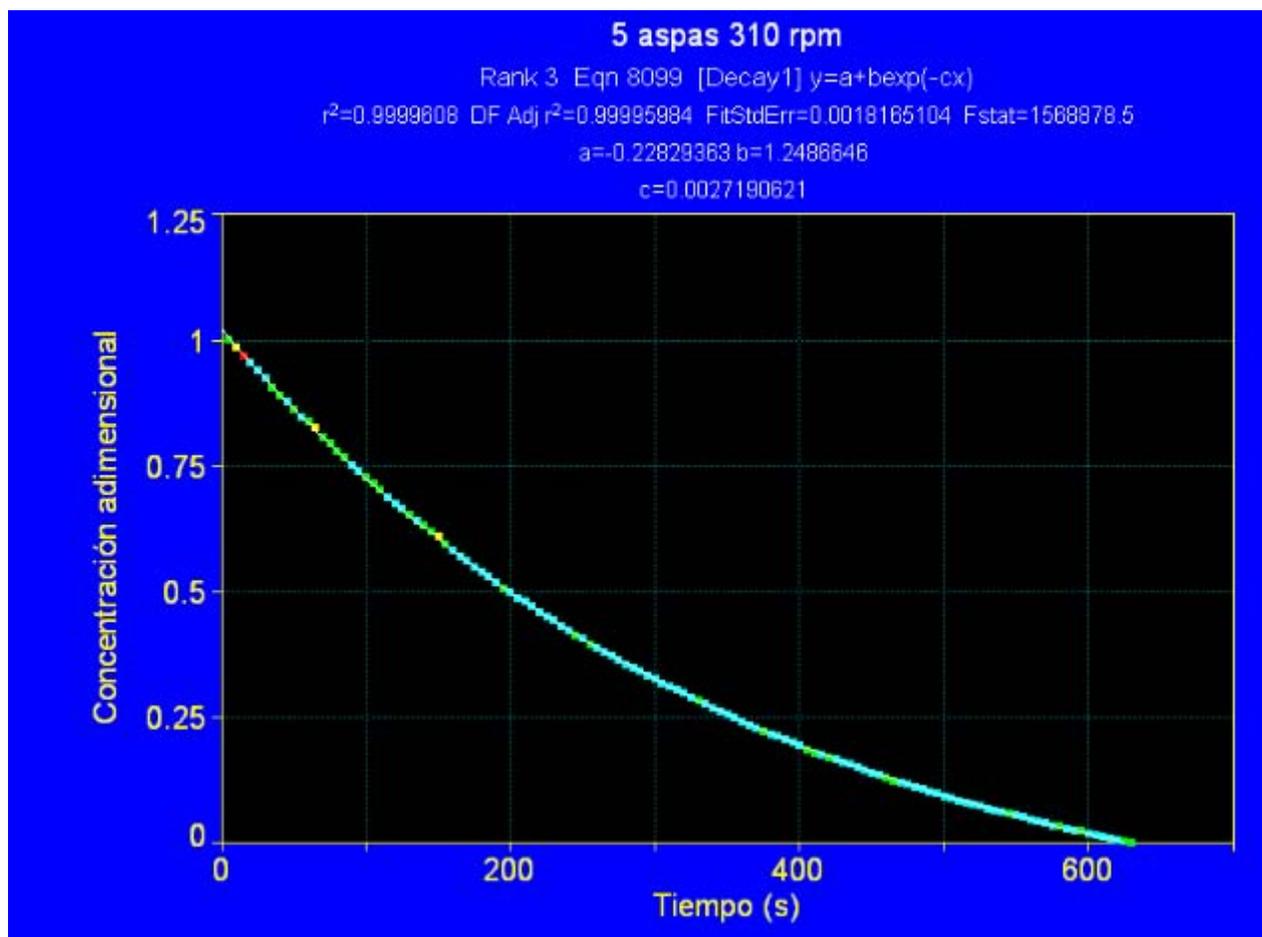


Figura 27. Cinética de desoxidación de agua del rotor de 5 aspas a 310 rpm.

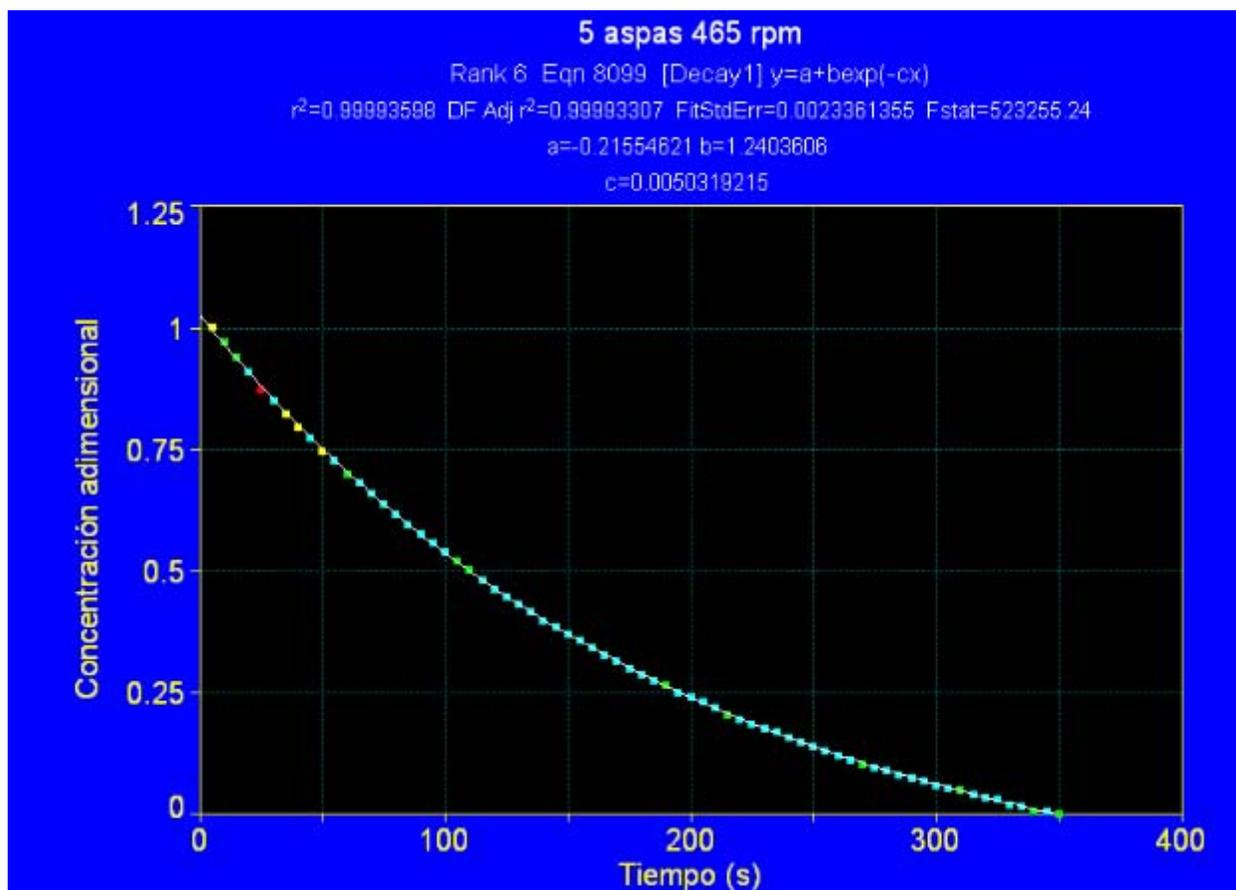


Figura 28. Cinética de desoxigenación de agua del rotor de 5 aspas a 465 rpm.



Todas las ecuaciones ajustadas presentan un decaimiento exponencial típico de una cinética de primer orden y tiene la siguiente expresión:

$$y = a + b e^{-ct} \quad (19)$$

Los coeficientes a, b y c de la ecuación 2 para cada caso se presentan en la **Tabla 10**.

Tabla 10. Coeficientes cinéticos.

RPM	Rotor	a	b	c	r ²
310	4 aspas	-0.234	1.2650	0.003203	0.9997
	5 aspas	-0.22829	1.2486	0.002719	0.9999
465	4 aspas	-0.22194	1.2699	0.005474	0.9996
	5 aspas	-0.21554	1.2403	0.005031	0.9999

Los datos obtenidos para cada experimento presentan un comportamiento similar para los 4 casos pero se observa que para el caso del rotor de 4 aspas a 465 rpm presenta los coeficientes más altos, de estos valores el coeficiente c corresponde al coeficiente exponencial de la ecuación cinética y por lo tanto se relaciona con el coeficiente $k_m \cdot A$ de transferencia de masa[5] confirmándose de esta manera que el rotor de 4 aspas a velocidades altas es mejor para los objetivos de este trabajo, mientras que el rotor de 5 aspas a ambas velocidades no presenta una mejoría en el proceso de desgasificado.



3.2 Resultados PIV

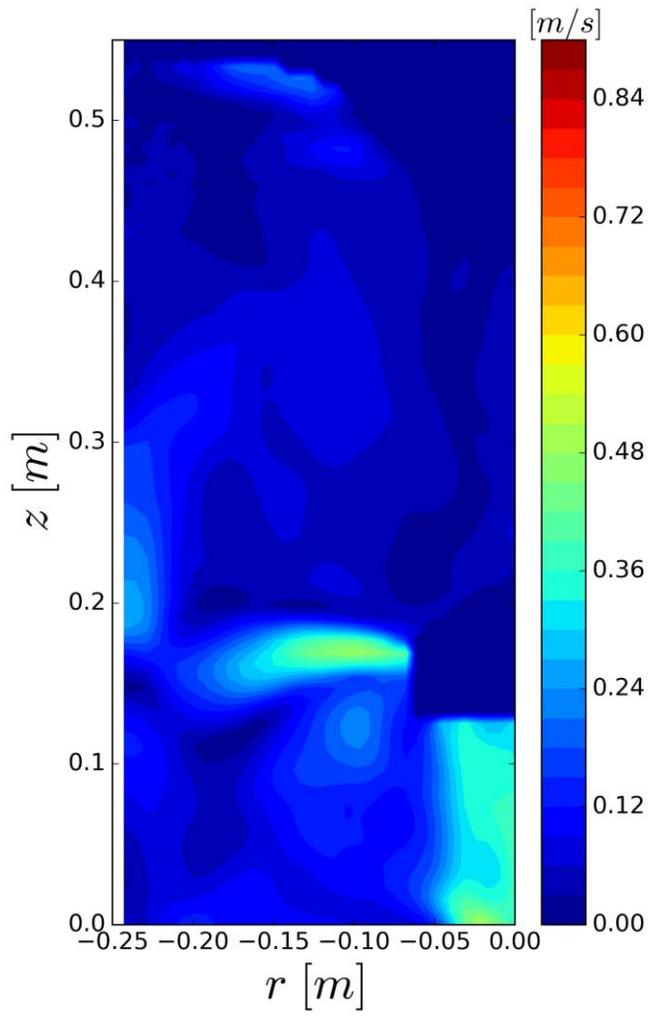
El estudio de este sistema se limita a analizar el sistema de desgasificado para una sección en 2D de la vista frontal del sistema, el procesamiento posterior a los resultados arrojados por la técnica de PIV consta de un análisis estadístico llevado a cabo en el software Visual Studio de Dantec Dynamics el cual consta de un enmascaramiento de las zonas que no tienen interés de estudio como pueden ser las paredes del modelo, posteriormente se realiza dicho análisis estadístico de los valores de velocidad **con el fin de crear una imagen más "limpia" que permita apreciar el comportamiento fluido dinámico del sistema.** Una vez hecho este procesamiento es posible analizar estos resultados mediante contornos de velocidad, mapas vectoriales, mediante propiedades como energía cinética turbulenta y líneas de corriente como los que se muestran a continuación.

En la **Figura 29** se muestran los contornos de velocidad con la técnica de PIV para el rotor de 4 aspas girando a 310 rpm (a), girando a 465 rpm (b), y el rotor de 5 aspas a girando a 310 (c), girando a 465 (d) sin inyección de gas de purga, esto con el fin de observar la hidrodinámica del sistema sin la perturbación de la inyección de gas, se observa que la magnitud más grande de velocidades se encuentra por debajo del rotor y a un costado del rotor con un ángulo horizontal que es donde predomina el movimiento y es la zona principal que difunde el movimiento en todo

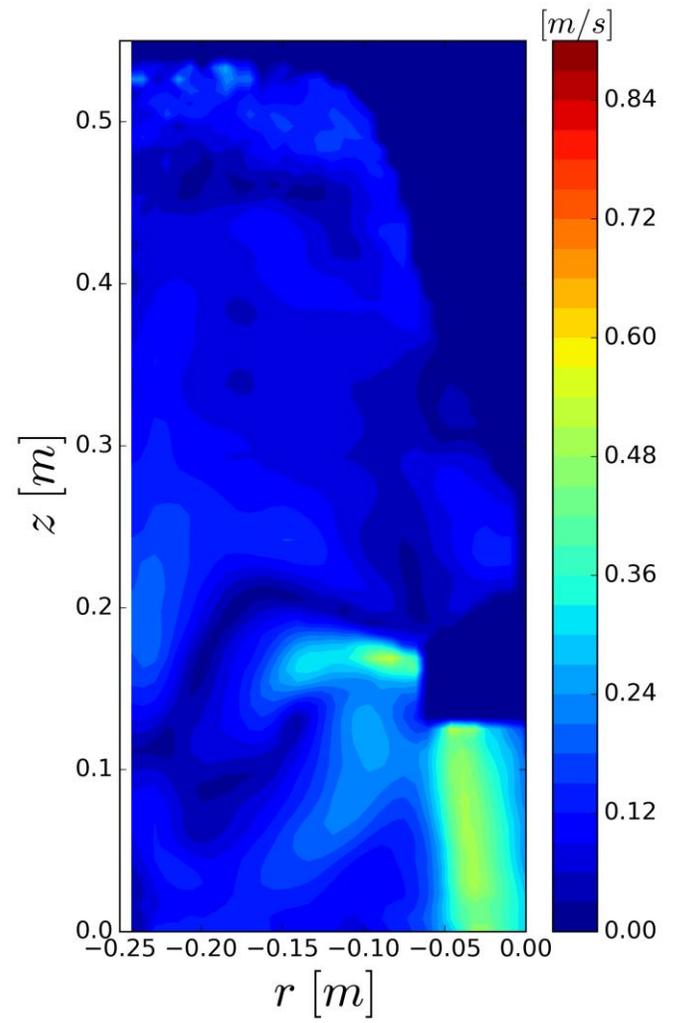


el sistema como se observa en la **Figura 30** la cual corresponde a las mismas condiciones para el rotor de 4 aspas girando a 310 rpm (a), girando a 465 rpm (b), y el rotor de 5 aspas a girando a 310 (c), girando a 465 (d) pero con una inyección de 40 L/min de gas de purga, en este caso se aprecia que la velocidad en todo el sistema se incrementa y se reparte en mejor forma para los casos de altas velocidades de rotación.

Esta técnica es muy poderosa por el hecho de que es posible analizar el comportamiento fluidodinámico del sistema, a estas condiciones el gas es descargado por debajo del rotor pero el movimiento angular provoca el rompimiento de gas en pequeñas burbujas y que estas choquen en las paredes de la olla con un ángulo horizontal a la altura del rotor y generen dos recirculaciones, una arriba y otra ligeramente por debajo del punto de choque, posteriormente las burbujas migran a la superficie del sistema. Estas recirculaciones dentro del sistema pueden aprovecharse para obtener un desgasificado más homogéneo ya que las pequeñas burbujas de gas son arrastradas por todo el sistema, permitiendo así un mayor tiempo de residencia y por lo tanto un mejor arrastre de impurezas.



a)



b)

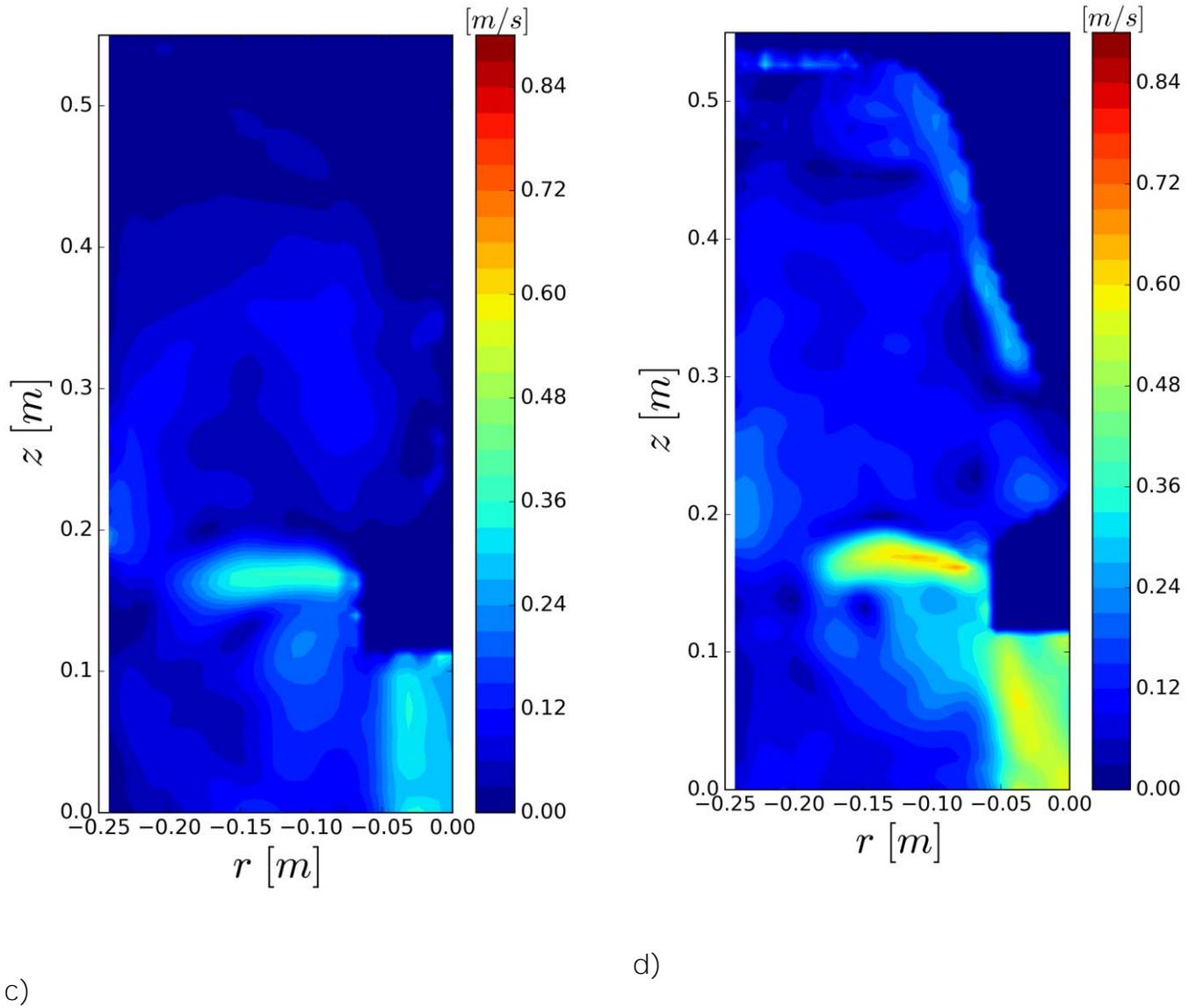
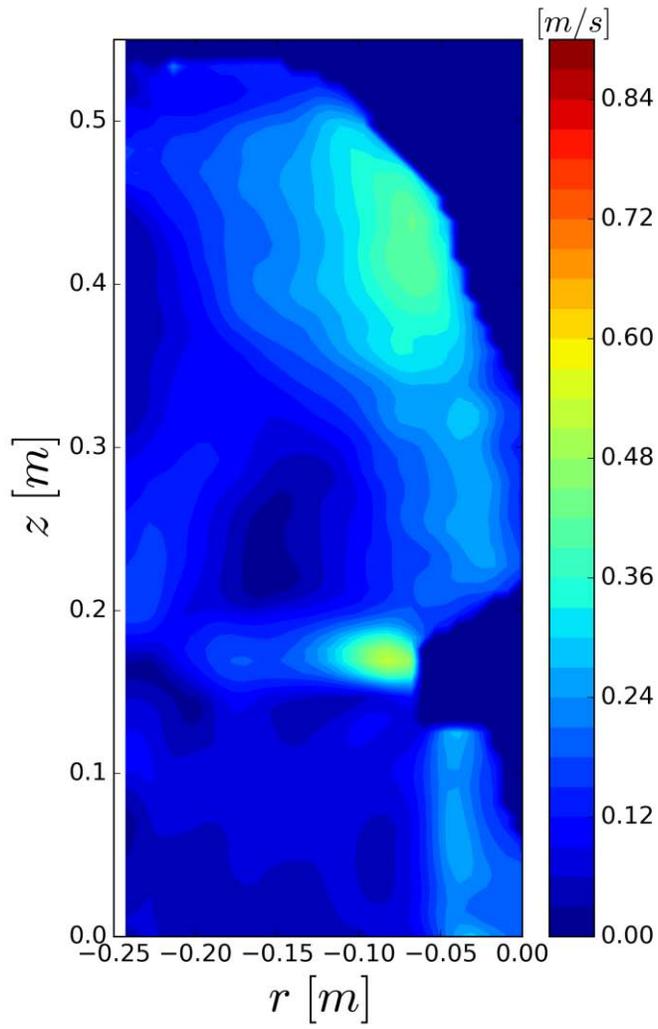
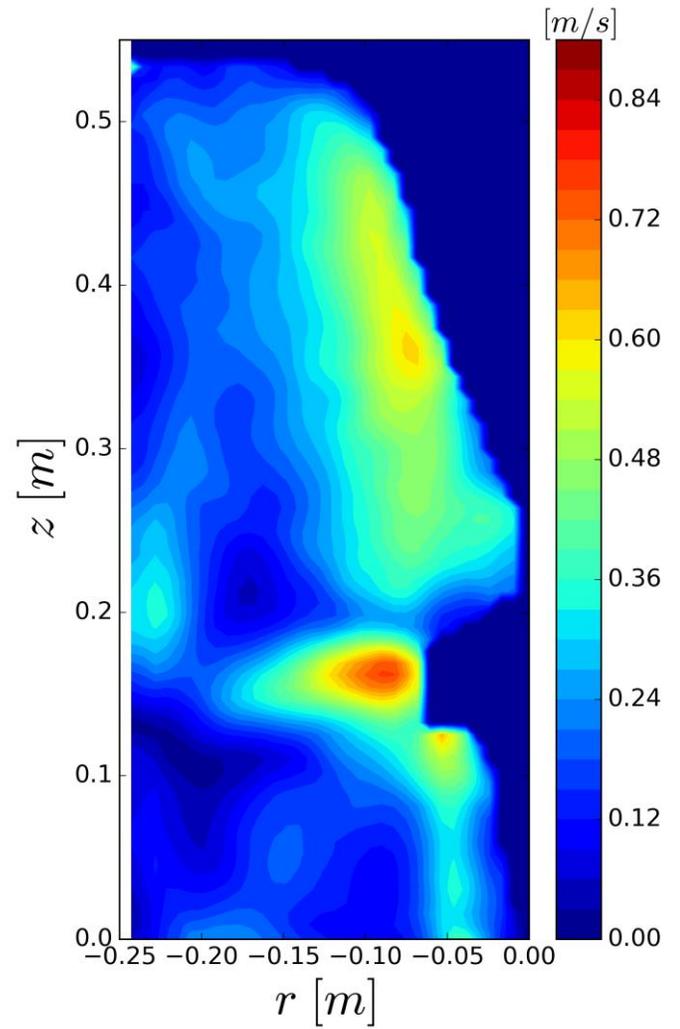


Figura 29. Contornos de velocidad medidos con la técnica de PIV para el rotor de 4 aspas girando a 310 rpm (a), 465 rpm (b), y el rotor de 5 aspas girando a 310 (c), a 465 (d) sin inyección de gas.



a)



b)

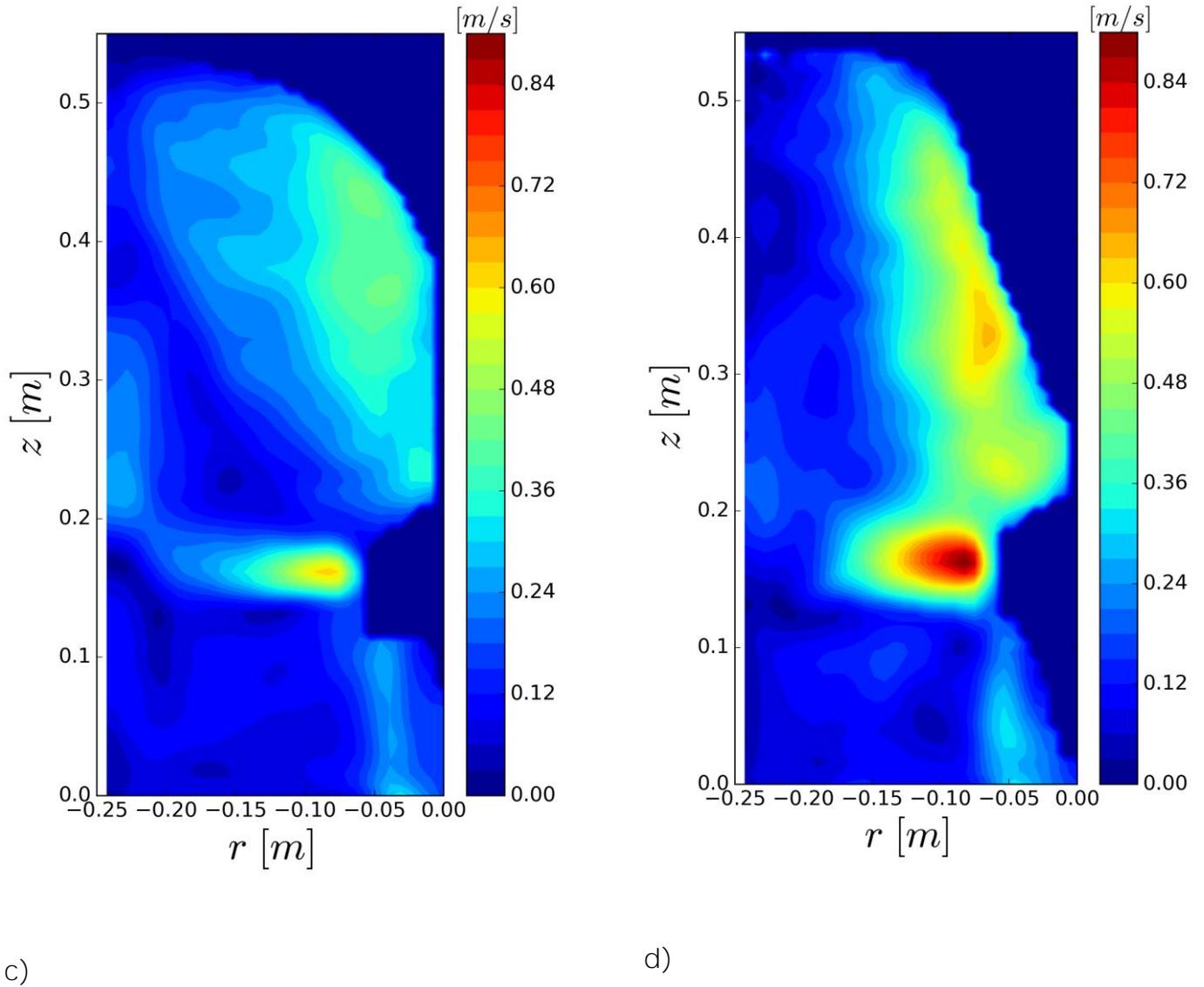


Figura 30. Contornos de velocidad medidos con la técnica de PIV para el rotor de 4 aspas girando a 310 rpm (a), 465 rpm (b), y el rotor de 5 aspas girando a 310 (c), a 465 (d) con inyección de gas.

La **Figura 31** muestra los vectores de velocidad para el rotor de 4 aspas girando a 310 rpm (a), girando a 465 rpm (b), y el rotor de 5 aspas girando a 310 (c) y girando a 465 (d) sin inyección de gas y también



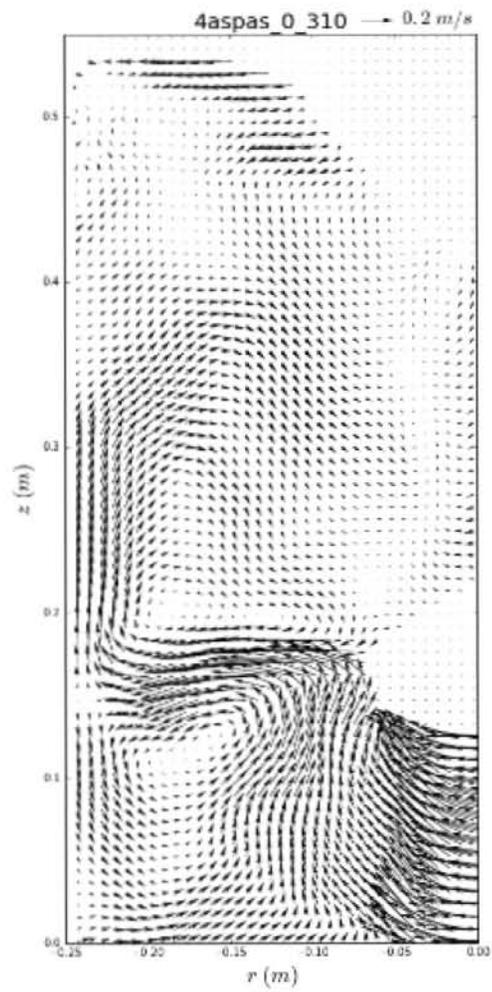
muestra mapas vectoriales para el rotor de 4 aspas girando a 310 rpm (e), girando a 465 rpm (f), y el rotor de 5 aspas a girando a 310 (g) y girando a 465 rpm (h) con inyección de 40 L/min. Los mapas vectoriales brindan información de la dirección de flujo dentro del sistema y la magnitud de la velocidad, esto permite observar que para las condiciones sin inyección de gas la magnitud de la velocidad es mayor en las zonas cercanas al rotor para los casos a), b), c) y d) y para las condiciones con inyección la magnitud de la velocidad es más homogéneo en todo el sistema (casos e), f), g) y h) tanto para la zona del rotor como en la zona donde se genera el vórtice. El chorro de fluido que se aprecia que sale del rotor radialmente hacia la pared de la olla es producido por el efecto de bombeo que se produce al girar del rotor. Este efecto se localiza debajo del rotor y se aprecia en las figuras mediante los vectores de alta magnitud debajo del rotor como resultado de la succión que provoca la baja presión creada con el giro del rotor y a lo que se conoce como efecto bombeo.

Hay diferencias encontradas al elevar la velocidad del rotor que resulta en un aumento en la magnitud de las velocidades para ambos rotores con y sin inyección de gas. Sin inyección de gas, e independientemente de las revoluciones del rotor y del tipo de rotor, se generan dos recirculaciones, una arriba y otra por debajo de la línea del rotor y que provienen del chorro de fluido que es expulsado desde el rotor hacia la

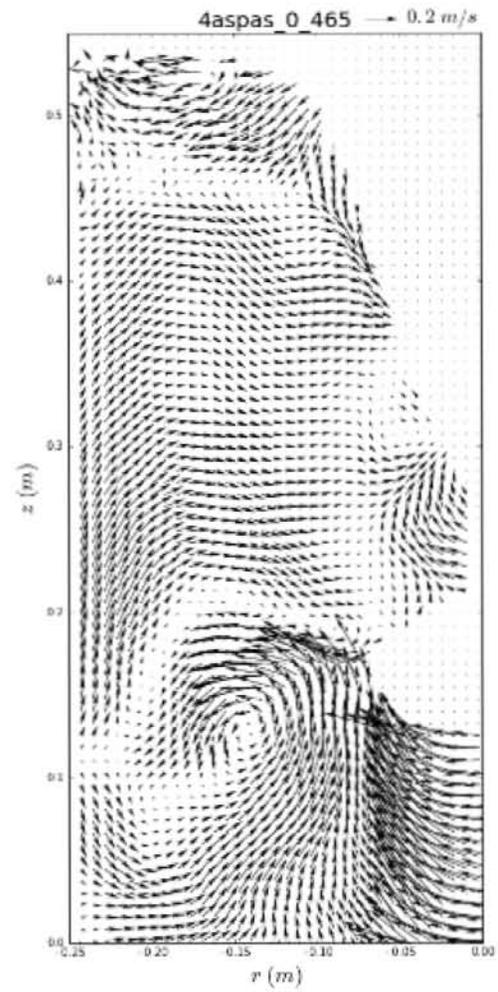


pared de la olla en dirección radial. La inyección de gas promueve movimiento hacia arriba del fluido y por eso destruye una de las dos recirculaciones (la que estaba arriba de la línea del rotor sin inyección de gas).

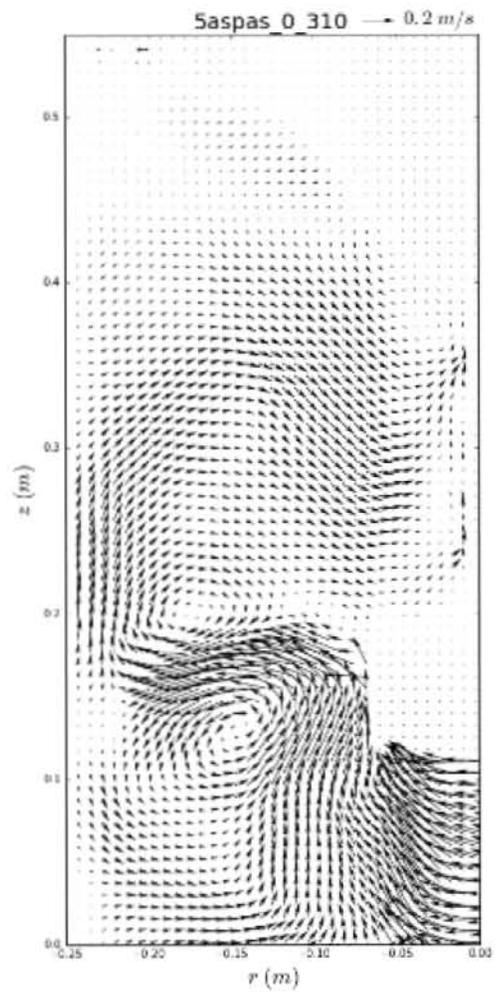
También se observa que en la esquina superior izquierda de los casos b), d) y h) existe una pequeña recirculación del fluido, sin embargo estos valores podrían corresponder a un error de post procesamiento ya que en condiciones normales no tendría por qué haber una formación de recirculación en la superficie de la olla y muy lejos del rotor o la flecha del rotor y debido a estos valores en esta zona los contornos de energía cinética turbulenta se verán afectados en su comportamiento.



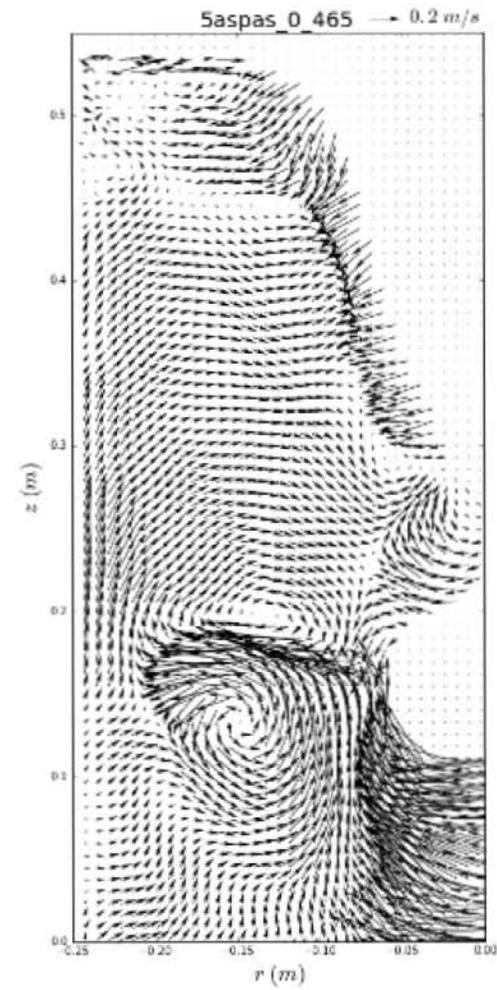
a)



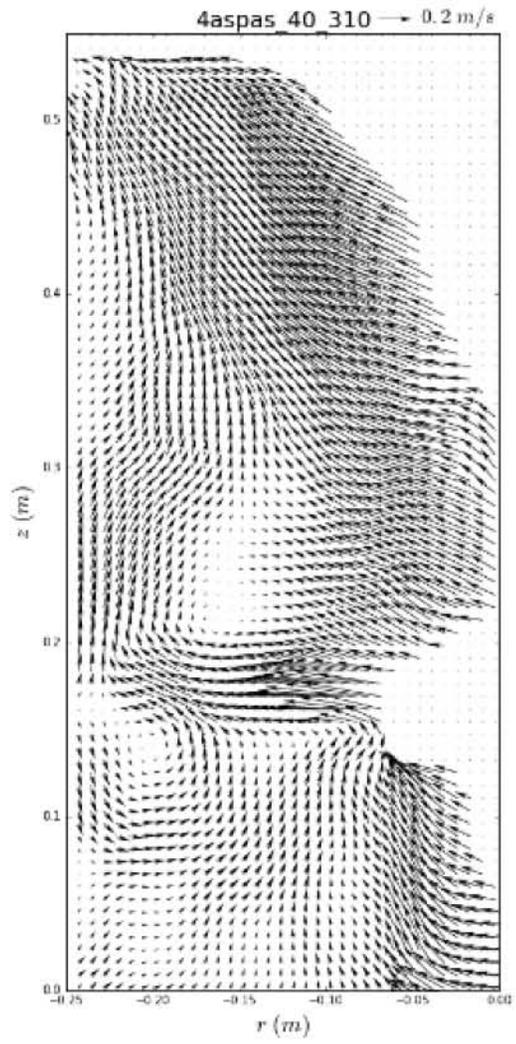
b)



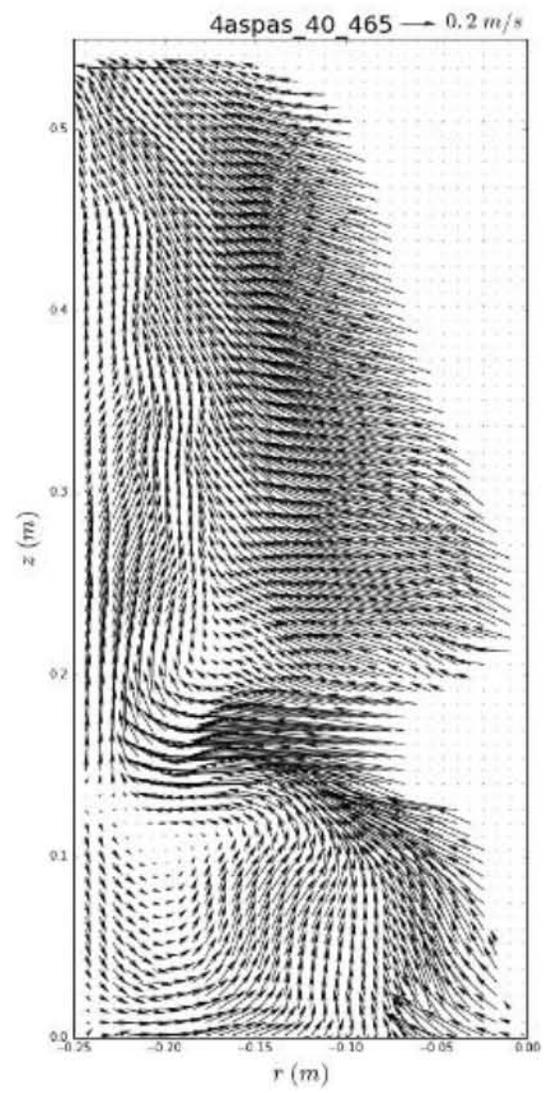
c)



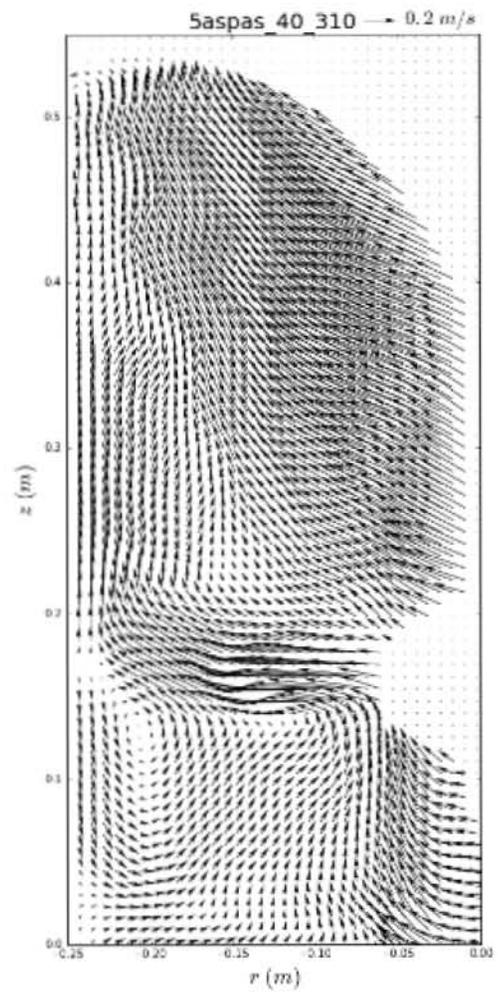
d)



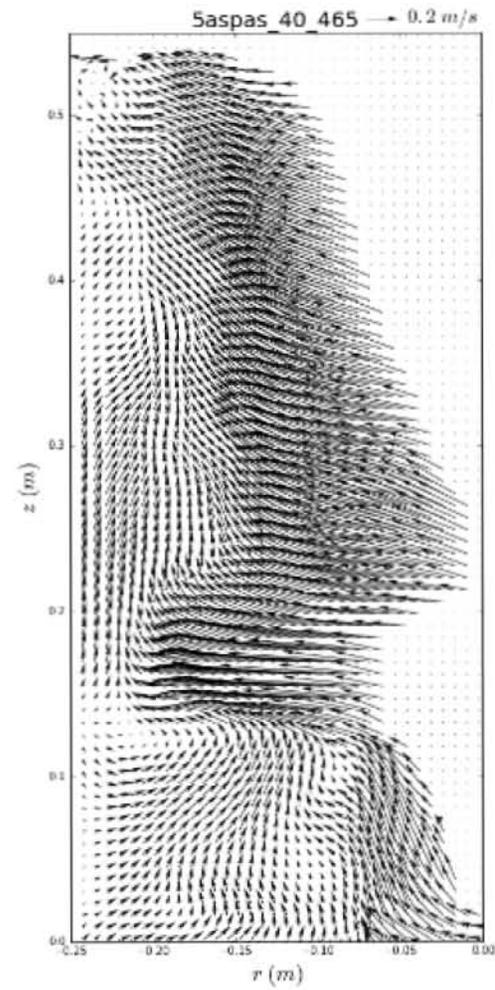
e)



f)



g)



h)

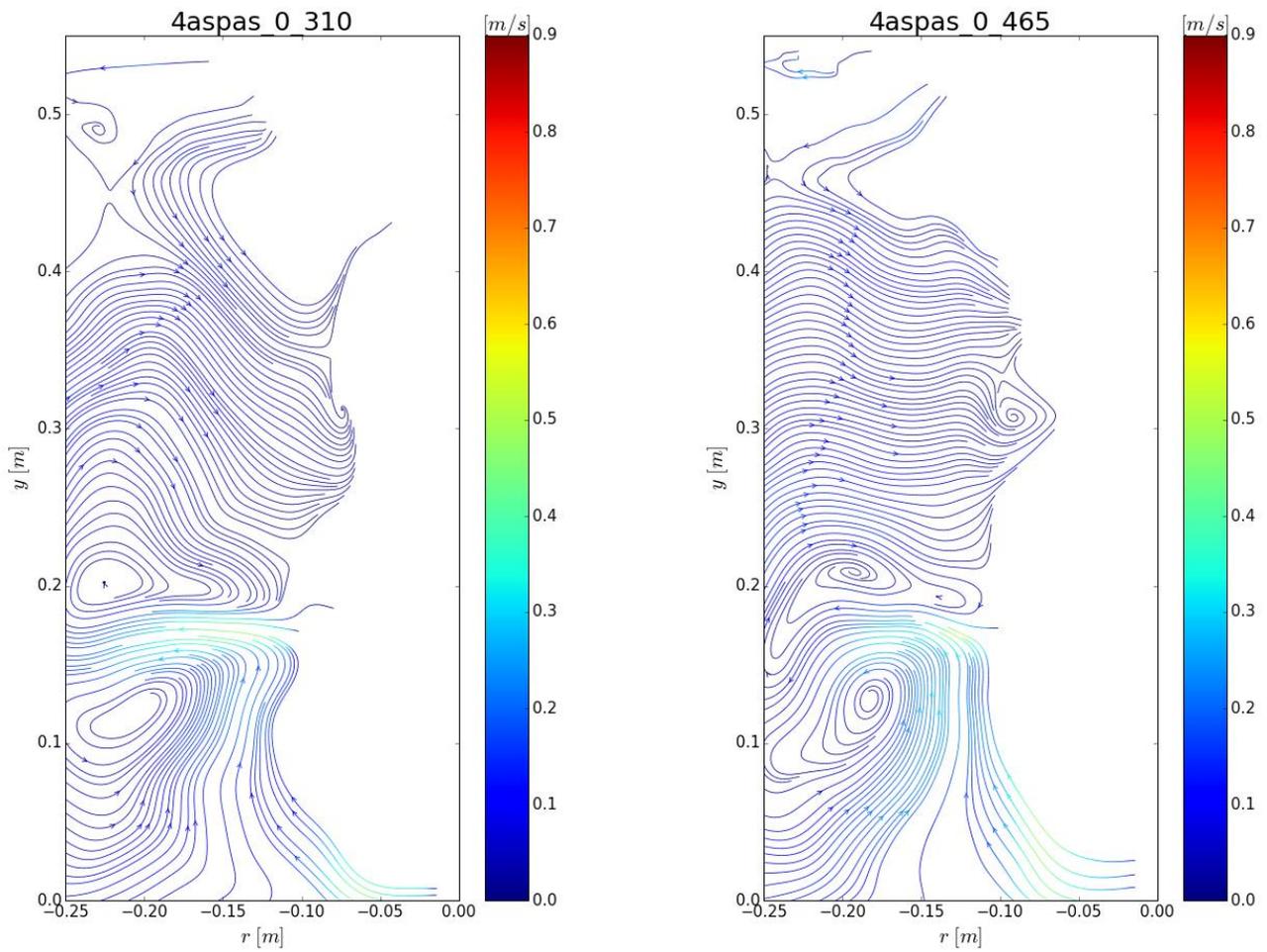


Figura 31. *Vectores de velocidad para el rotor de 4 aspas girando a 310 rpm (a), a 465 rpm (b), y el rotor de 5 aspas a girando a 310 (c) y 465 rpm (d) sin inyección de gas, Vectores para el rotor de 4 aspas girando a 310 rpm (e), a 465 rpm (f), y el rotor de 5 aspas a girando a 310 (g) a 465 rpm (h) con inyección de 40 L/min.*

La **Figura 32** muestra una comparación de las líneas de corriente bajo las mismas condiciones para el rotor de 4 aspas girando a 310 rpm (a), girando a 465 rpm (b), y el rotor de 5 aspas a girando a 310 (c), girando a 465 (d) sin inyección de gas.

La **Figura 33** muestra una comparación de las líneas de corriente bajo las mismas condiciones para el rotor de 4 aspas girando a 310 rpm (a), girando a 465 rpm (b), y el rotor de 5 aspas a girando a 310 (c), girando a 465 (d) con inyección de 40 L/min.

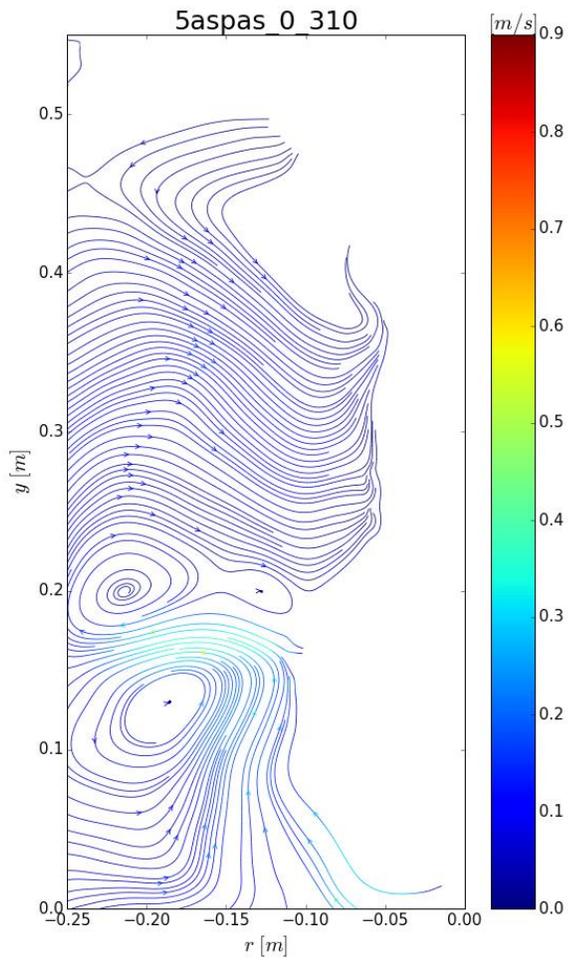
Se aprecian con mayor claridad las dos recirculaciones referidas sin inyección de gas, una por arriba y otra por debajo de la línea del rotor y que son provocadas por la expulsión radial horizontal de fluido desde el rotor hacia la pared lateral de la olla. Con inyección de gas prevalece la recirculación por debajo de la línea del rotor pero la de arriba de la línea del rotor desaparece por la presencia de burbujas de gas que arrastra fluido hacia arriba.



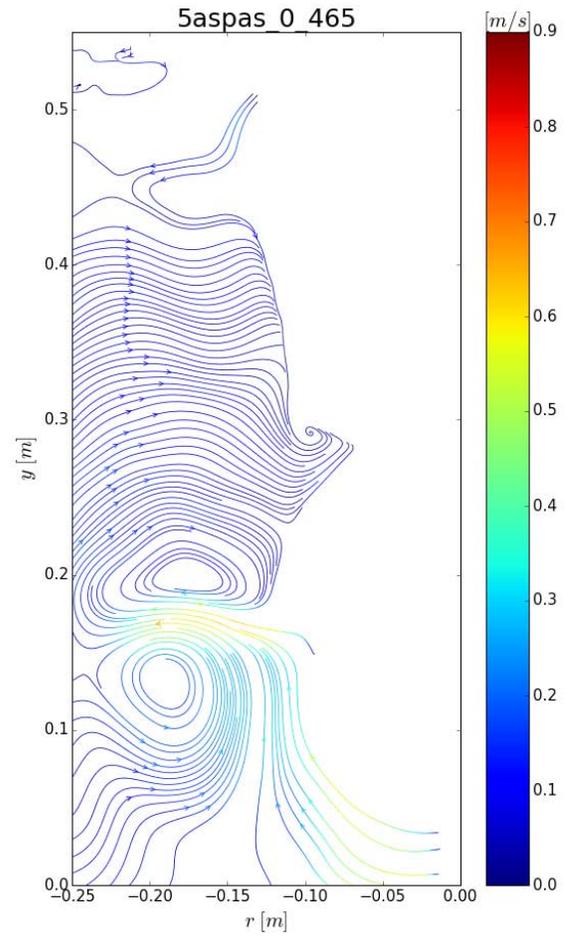
a)

b)

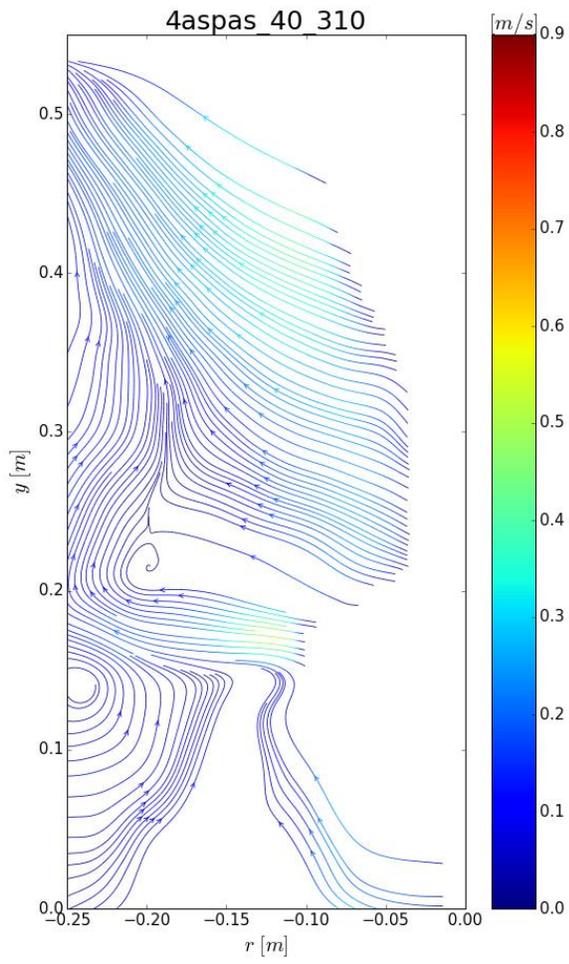
Figura 32. Líneas de corriente para el rotor de 4 aspas girando a 310 rpm (a), 465 rpm (b), y el rotor de 5 aspas a girando a 310 (c), 465 rpm (d) sin inyección de gas.



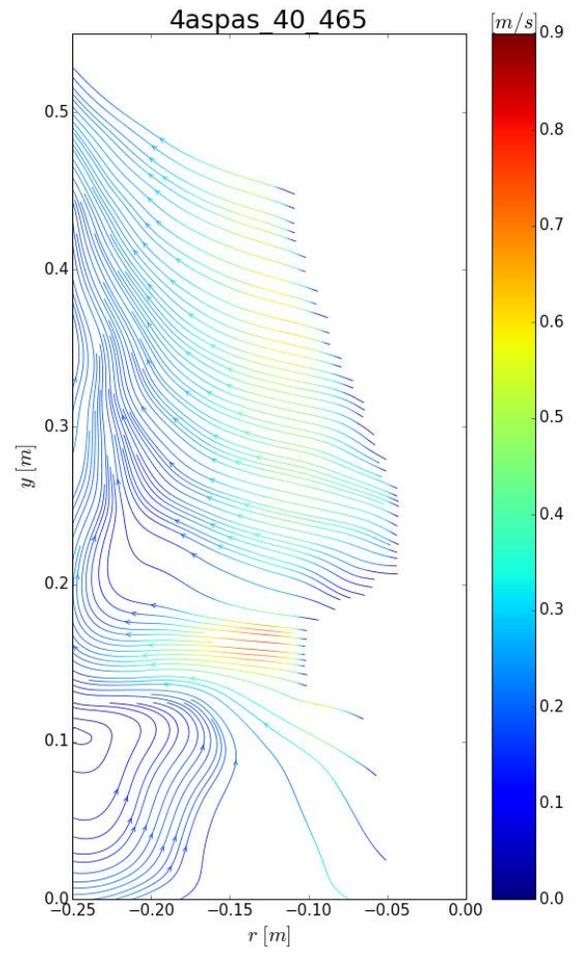
c)



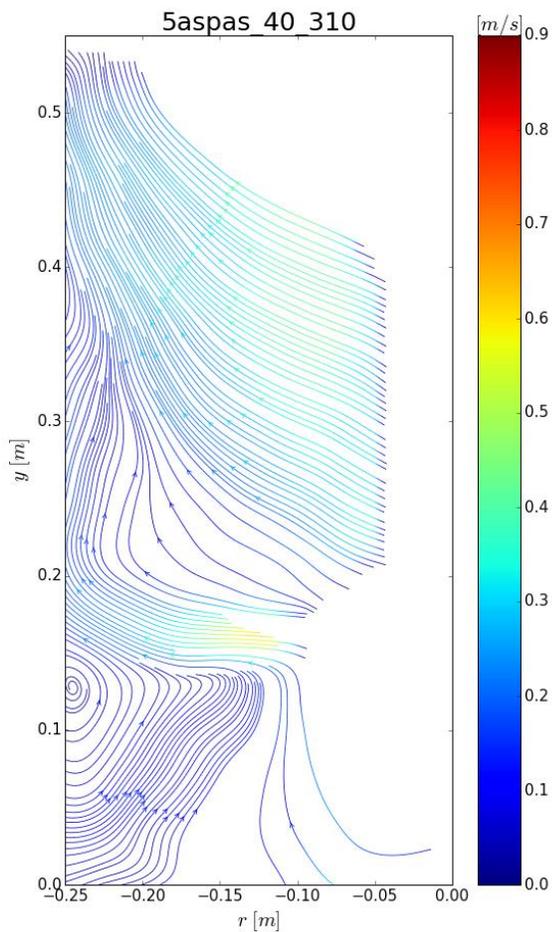
d)



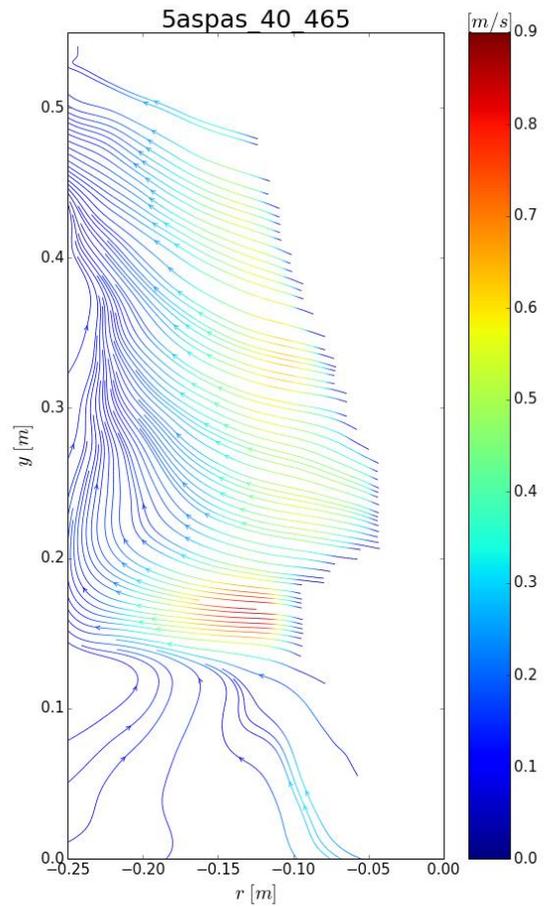
a)



b)



c)



d)

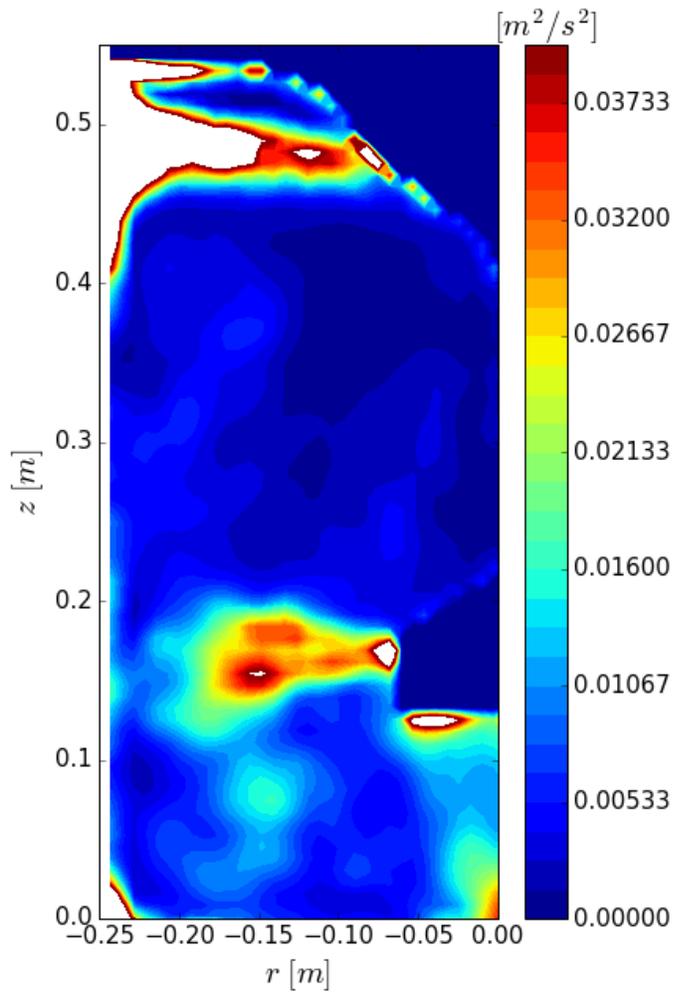
Figura 33. Líneas de corriente para el rotor de 4 aspas girando a 310 rpm (a), 465 rpm (b), y el rotor de 5 aspas a girando a 310 (c), 465 rpm (d) sin inyección de gas.

Las **Figuras 34** y **35** corresponden a los contornos de energía cinética turbulenta la cual es una buena medida de la turbulencia dentro del sistema, la Figura 34 corresponde a las condiciones sin inyección de gas

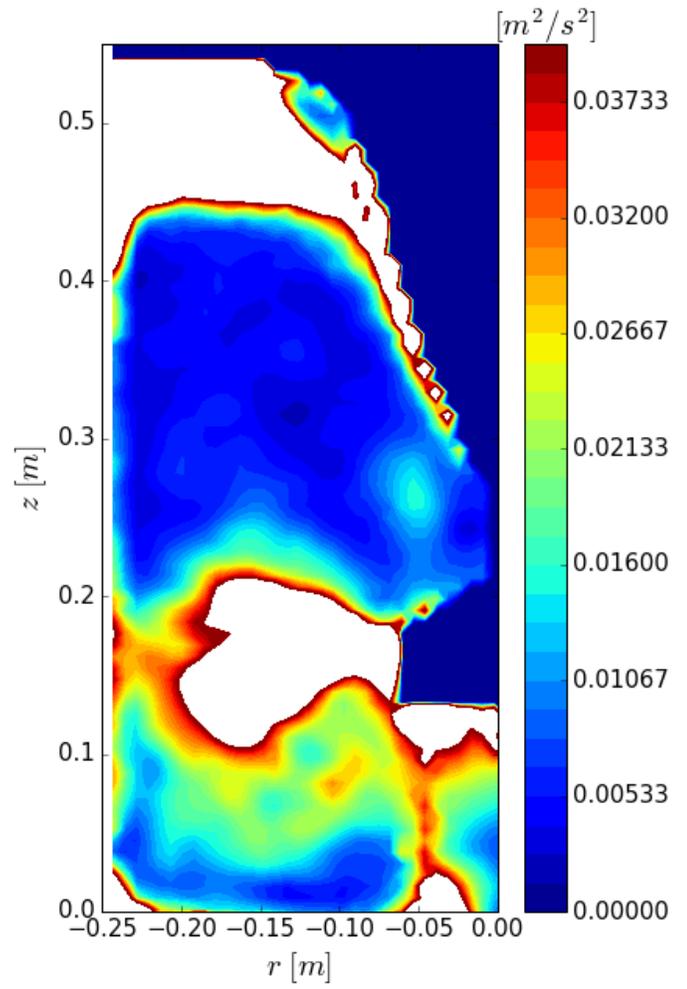


para el rotor de 4 aspas girando a 310 rpm (a), girando a 465 rpm (b), y el rotor de 5 aspas a girando a 310 (c), girando a 465 (d), mientras que la Figura 35 corresponde a las condiciones con inyección de gas para el rotor de 4 aspas girando a 310 rpm (a), girando a 465 rpm (b), y el rotor de 5 aspas a girando a 310 (c), girando a 465 (d).

Se aprecia que el grado de la turbulencia en la olla depende en gran medida de las revoluciones del rotor y que la inyección de gas añade turbulencia en la olla por encima de la línea del rotor y que el tipo de rotor es la variable que menos afecta la turbulencia. Finalmente, se ve que las zonas de mayor turbulencia coinciden con las descargas radiales de fluido desde los rotores y que sin inyección de gas la zona inferior de la olla es más turbulenta que la zona superior, mientras que con la inyección de gas, la presencia de burbujas mejora la turbulencia por encima de la altura del rotor.



a)



b)

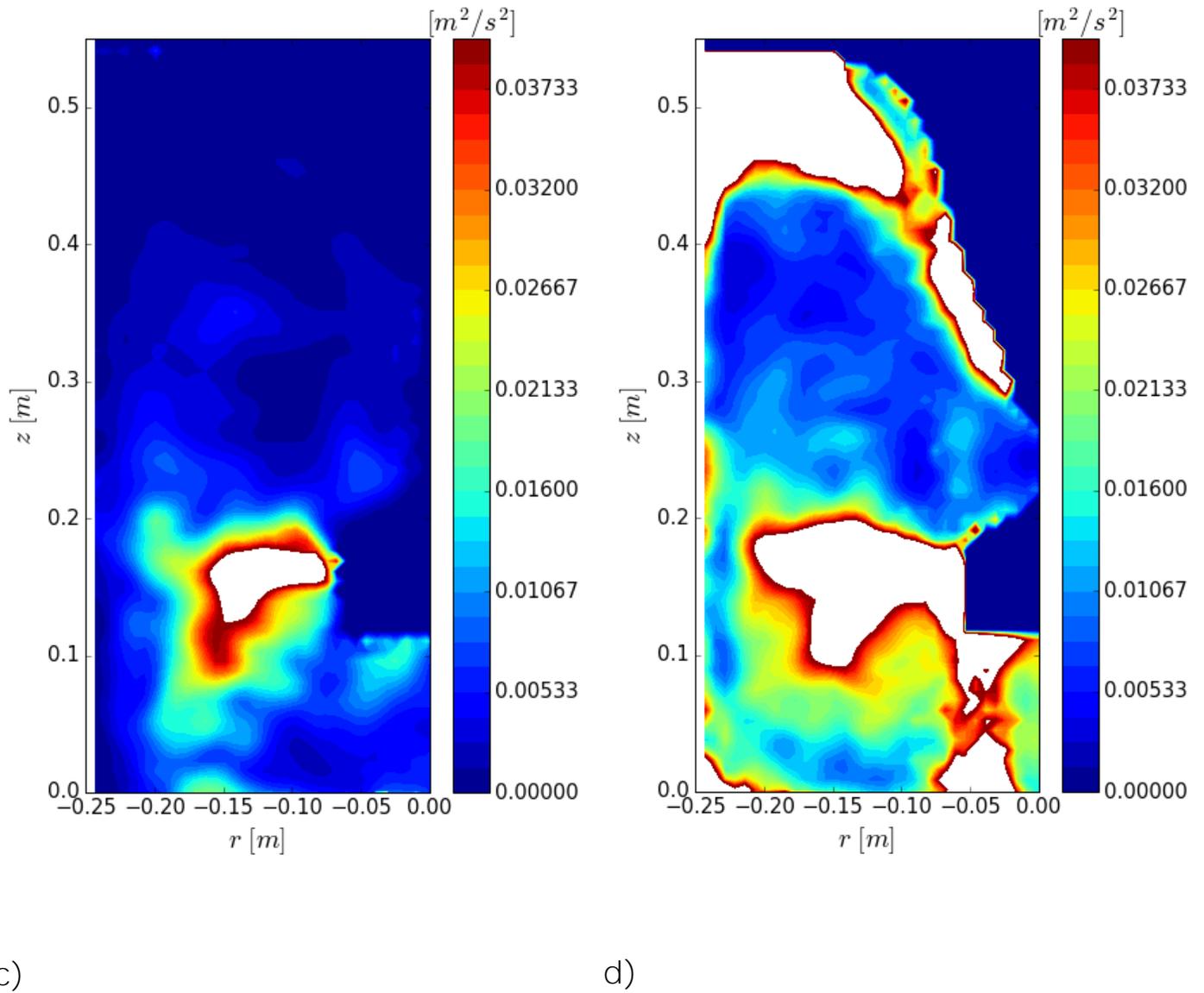
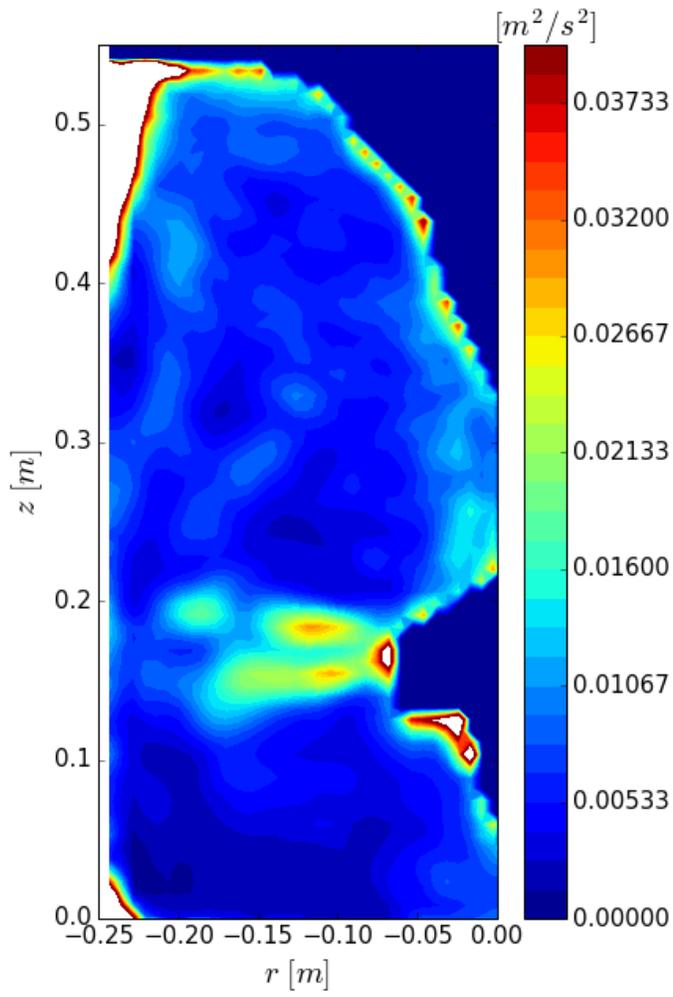
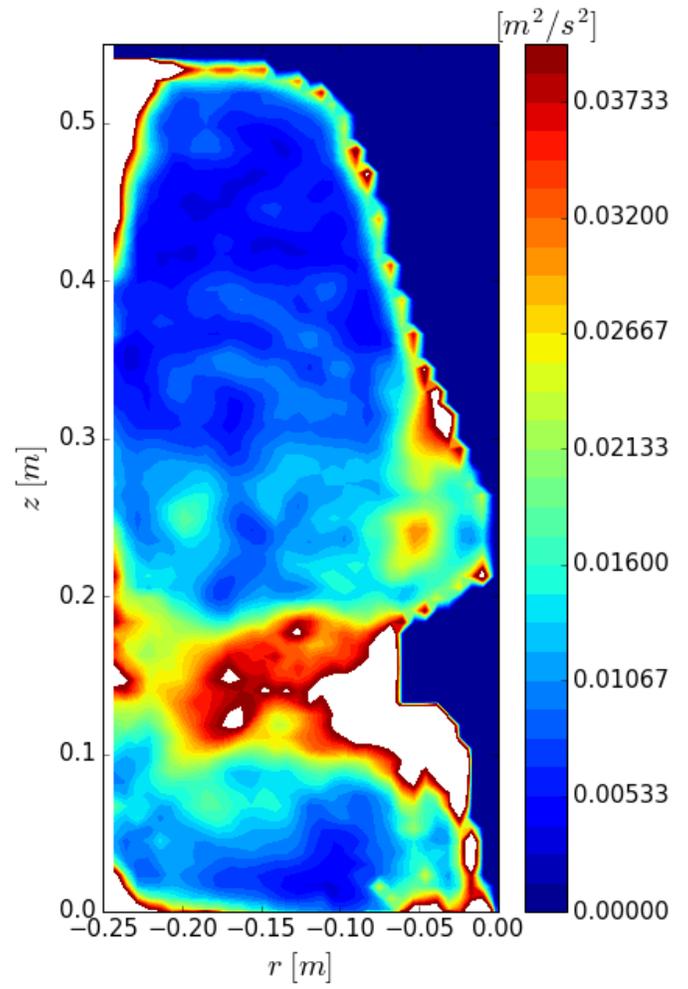


Figura 34. Energía cinética turbulenta sin inyección de gas para el rotor de 4 aspas girando a 310 rpm (a), 465 rpm (b), y el rotor de 5 aspas a girando a 310 (c), 465 (d).



a)



b)

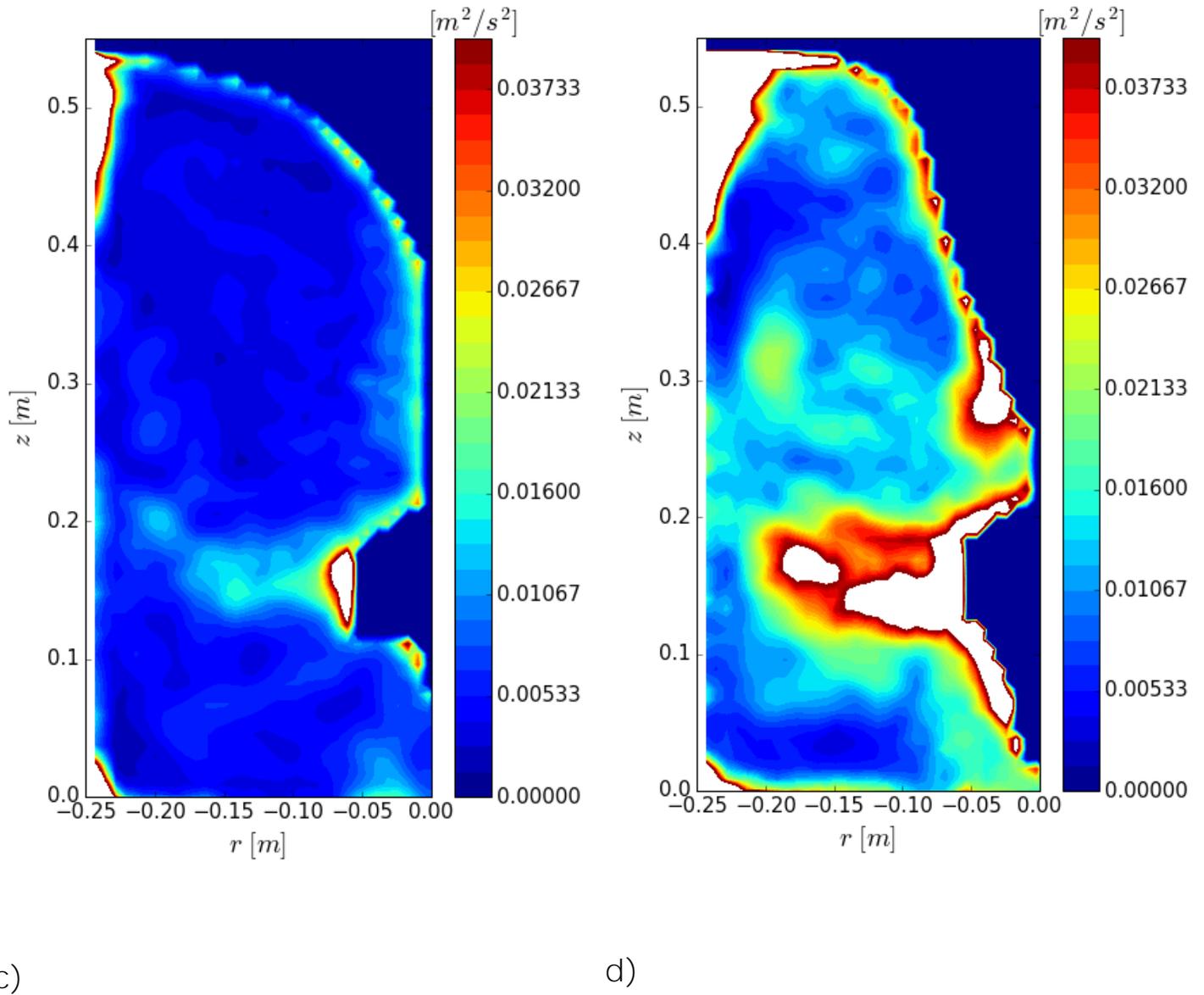


Figura 35. Energía cinética turbulenta con inyección de gas para el rotor de 4 aspas girando a 310 rpm (a), 465 rpm (b), y el rotor de 5 aspas a girando a 310 (c), 465 rpm (d).



3.3 Resultados del Modelo matemático

En la **Figura 36** se aprecia el tamaño y la forma de los vórtices que generan el rotor de 4 aspas girando a 310 rpm (a) y 465 (b) el de 5 aspas girando a 310 rpm (c) y 465 rpm (d) con inyección de gas. Se aprecia que el rotor de 5 aspas genera un vórtice ligeramente mayor que el rotor de 4 aspas, aunque la diferencia no es tan grande. En cambio, al aumentar de 310 a 465rpm la velocidad angular del rotor, se nota un incremento significativo en el tamaño del vórtice. El vórtice grande no es una característica deseable en el proceso de desgasificado ya que provocaría un incremento en la absorción de hidrógeno de la humedad del ambiente y regasificaría al aluminio líquido. Una manera de evitar la formación del vórtice es con el uso de deflectores, que son protuberancias sobre la superficie cilíndrica del horno que mitigan el vórtice y hacen más plana la superficie libre del líquido evitando la regasificación del aluminio y permitiendo usar velocidades altas de rotación.

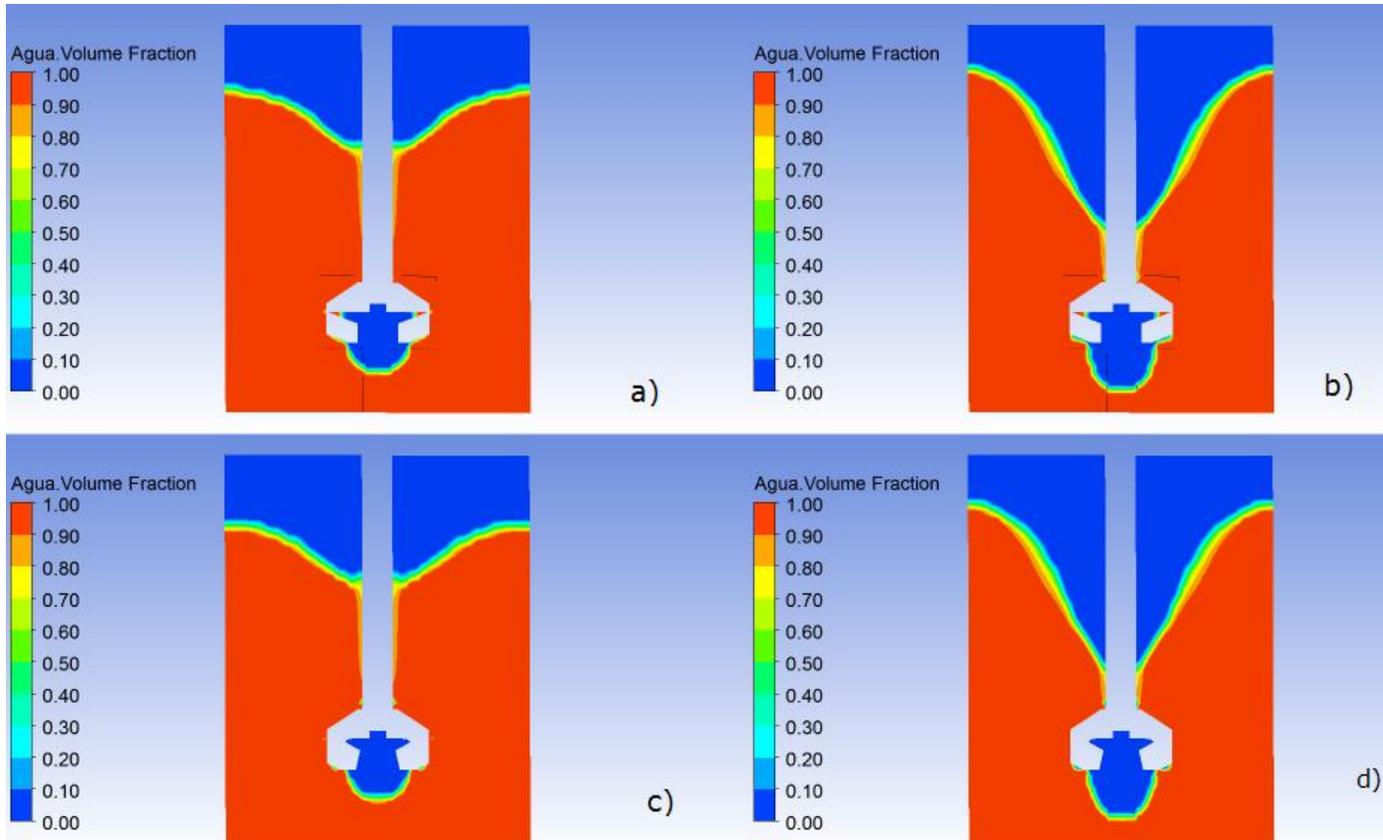


Figura 36. Fracción volumen de aire con inyección de gas para el rotor de 4 aspas girando a 310 rpm (a), 465 rpm (b), y el rotor de 5 aspas a girando a 310 (c), 465 rpm (d).

La **Figura 37** muestra las fracciones de aire inyectado en el sistema con una escala de 0 a 5% de gas, se aprecian que el gas se mueve de acuerdo a los patrones de flujo que generan el rotor de 4 aspas girando a 310 rpm (a) y 465 rpm (b) el de 5 aspas girando a 310 rpm (c) y 465 rpm (d) con inyección de gas. El gas es distribuido por la rotación del rotor, se observa que para los 4 casos la mayor concentración de gas se encuentra sobre el ángulo de la descarga de líquido, por lo que se infiere que las burbujas se arrastran por el líquido. El gas es distribuido más homogéneamente



con velocidades altas de rotación, pero con bajas rpm existe una acumulación de gas en el centro cerca de la flecha. No se aprecia presencia de gas debajo de la línea del rotor cerca de las paredes del horno.

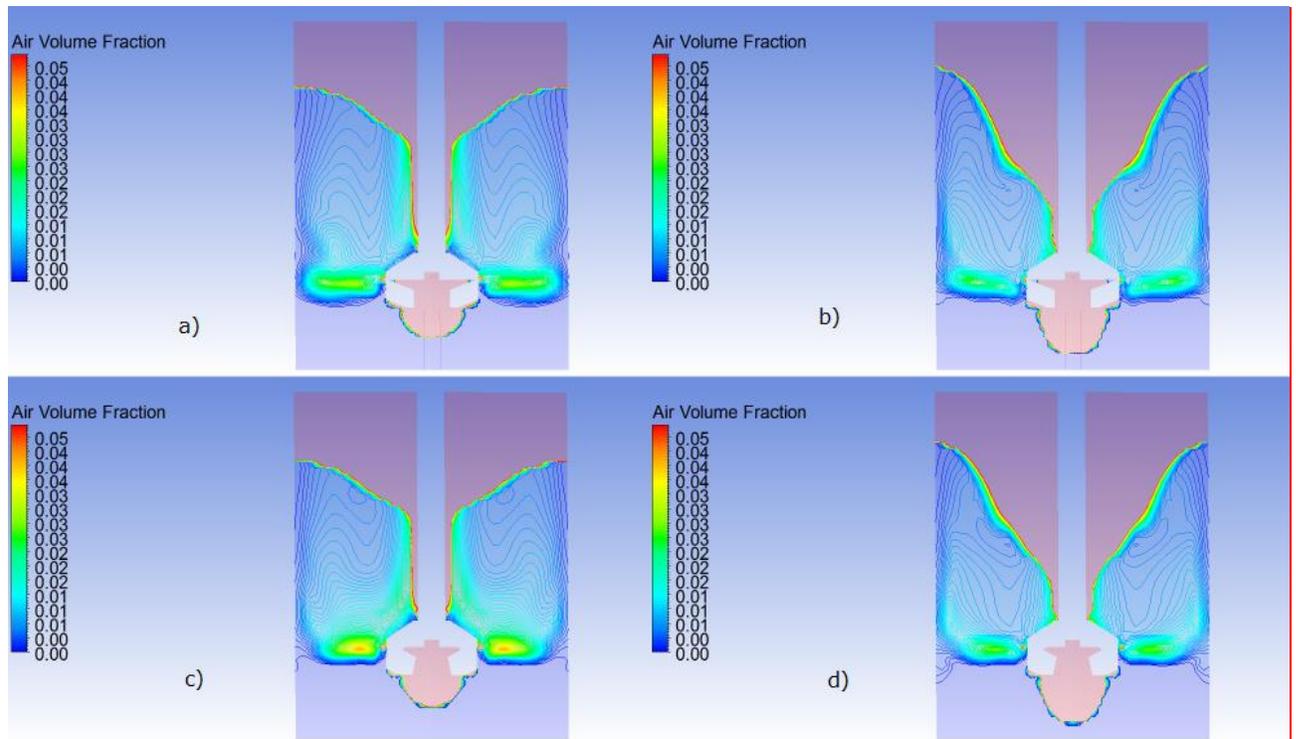


Figura 37. Fracción volumen de gas con inyección de gas para el rotor de 4 aspas girando a 310 rpm (a), 465 rpm (b), y el rotor de 5 aspas a girando a 310 rpm (c), 465 rpm (d).

En la **Figura 38** se aprecian los patrones de flujo que generan el rotor de 4 aspas girando a 310 rpm (a) y 465 (b) el de 5 aspas girando a 310 rpm (c) y 465 rpm (d) con inyección de gas. Se aprecia que el rotor de 5 aspas genera un patrón de agitación menor que el de 4 aspas a ambas velocidades de rotación y la descarga del gas a la entrada es distribuido casi en su totalidad con un ángulo horizontal, aunque este



comportamiento es parecido en ambos rotors se observa que para el caso b) se tiene una mayor recirculación de corriente puesto que el arrastre de burbujas de gas crearía una mejor distribución dentro de la olla de desgasificado y permitiría un mayor tiempo de residencia de burbujas. Se aprecia que incrementar la velocidad del rotor provoca mayor magnitud en los patrones de flujo al transferirse mayor cantidad de movimiento del rotor hacia el líquido. El bombeo se mejora también al incrementar la velocidad de giro del rotor.

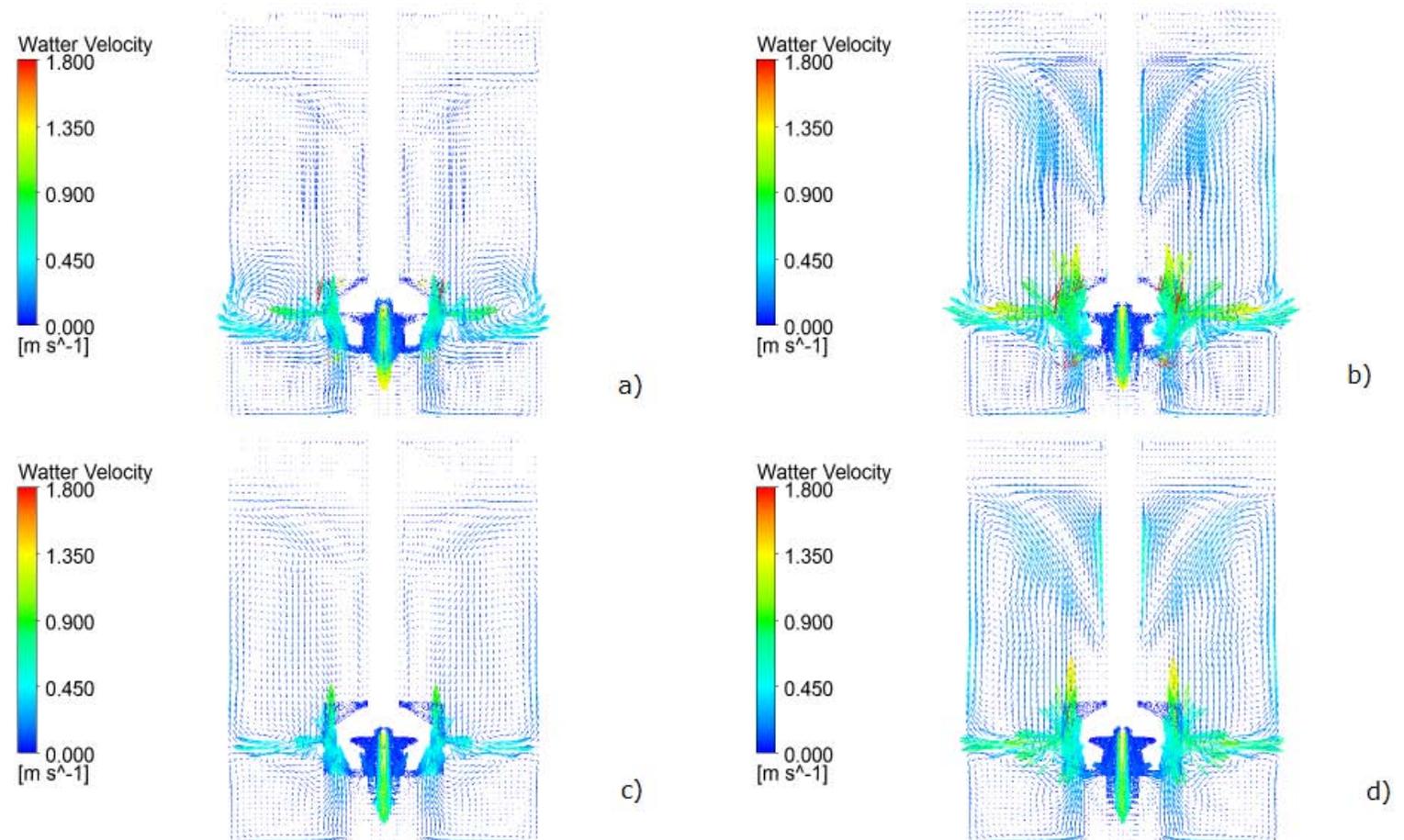




Figura 38. *Patrones de flujo con inyección de gas para el rotor de 4 aspas girando a 310 rpm (a), 465 rpm (b), y el rotor de 5 aspas a girando a 310 (c), 465 rpm (d).*

En la **Figura 39** se aprecian los contornos de presión que generan el rotor de 4 aspas girando a 310 rpm (a) y 465 (b) el de 5 aspas girando a 310 rpm (c) y 465 rpm (d) con inyección de gas. Se aprecia que ambos rotores generan caídas de presión similares (efecto de bombeo que se le conoce en la literatura especializada de tanques agitados). Se observa que un aumento de 310 a 465 rpm de velocidad angular incrementa notoriamente la caída de presión debajo del rotor y esto explica el incremento en el tamaño del vórtice y también en el grado de agitación en el desgasificador. El efecto bombeo expresado en la caída de presión de bajo del rotor al girar, surge para equilibrar la fuerza centrífuga y poder satisfacer el balance de fuerzas radiales mediante este gradiente de presión radial.

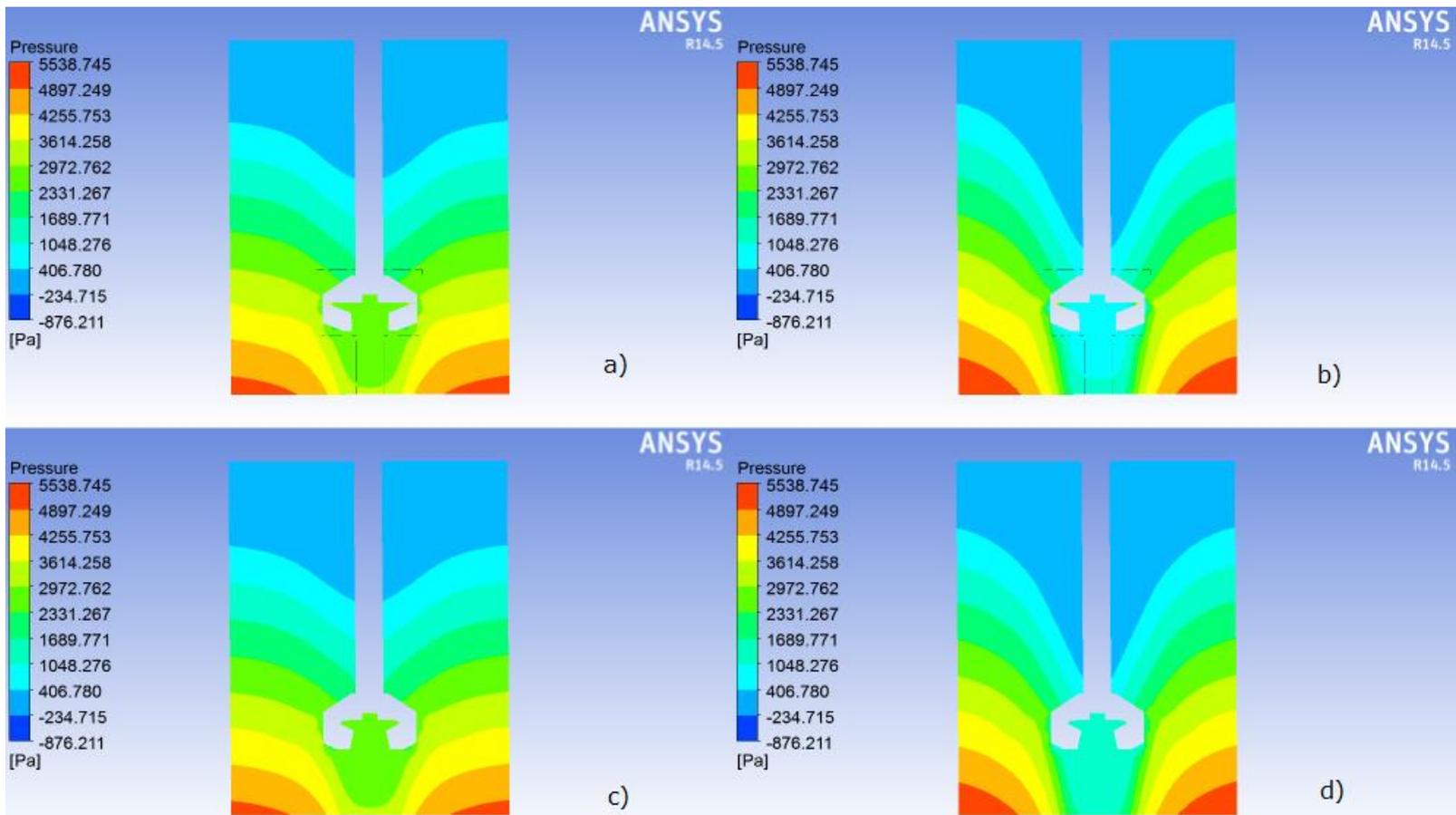


Figura 39. Contornos de presión con inyección de gas para el rotor de 4 espas girando a 310 rpm (a), 465 rpm (b), y el rotor de 5 espas a girando a 310 (c), 465 rpm (d).

En la **Figura 40** se aprecian los contornos de la viscosidad cinemática turbulenta que generan el rotor de 4 espas girando a 310 rpm (a) y 465 (b) el de 5 espas girando a 310 rpm (c) y 465 rpm (d) con inyección de gas. La viscosidad cinemática turbulenta es una buena medida del grado de turbulencia que existe en el tanque agitado y puede tomarse como parámetro para indicar en qué caso se tendrá un transporte de masa más



rápido. Se aprecia que la generación de flujo turbulento no es muy diferente para los dos rotores pero que a altas velocidades de rotor presentan una mayor turbulencia. El mecanismo turbulento de transporte de masa es fundamental en el proceso de desgasificado. Este incremento de turbulencia con el aumento en las rpm de los rotores explica porque el mayor efecto en la cinética de desgasificado se da por un aumento de rpm mas que por el cambio en la geometría del rotor.

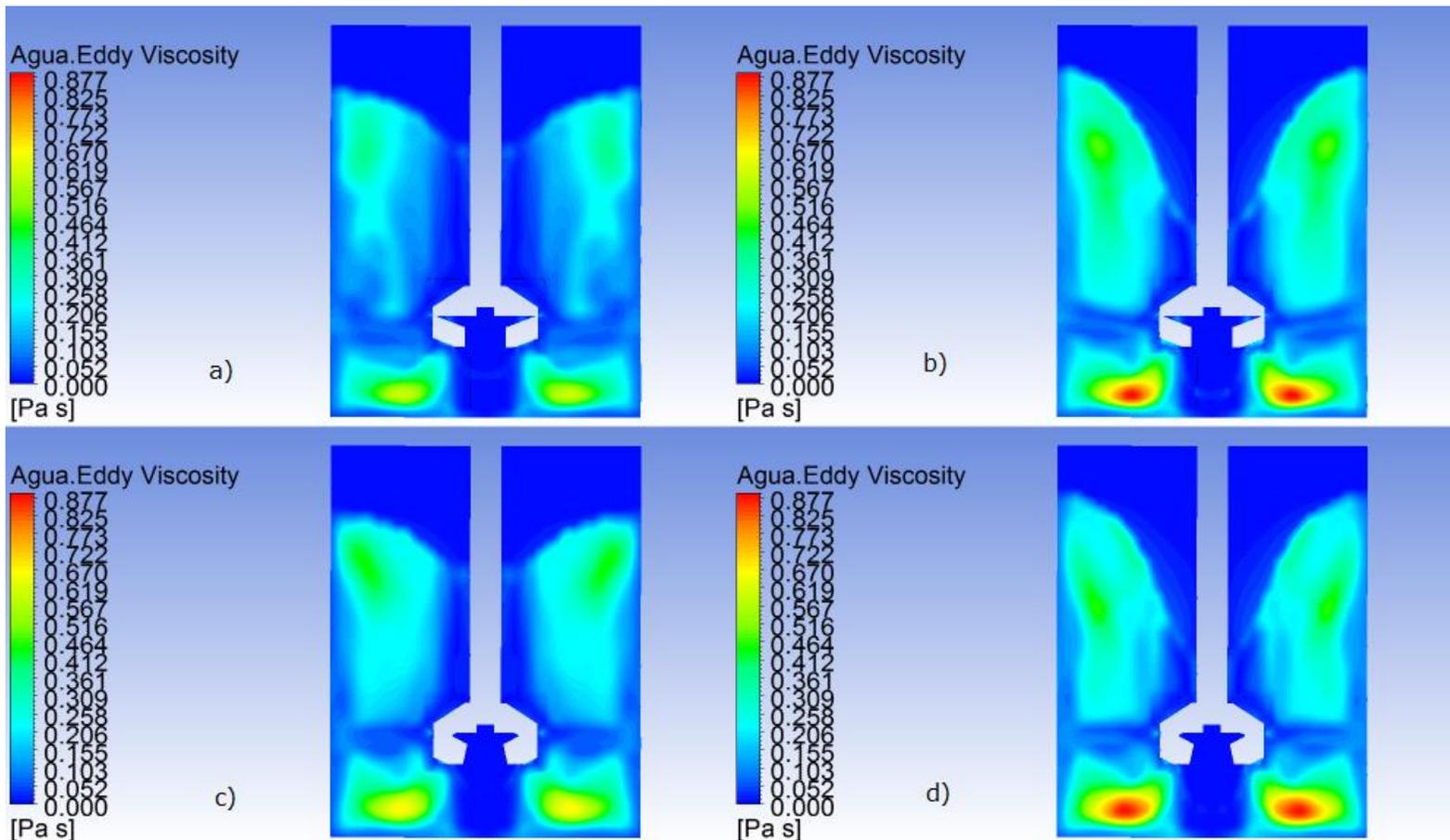


Figura 40. Contornos de viscosidad cinemática turbulenta con inyección de gas para el rotor de 4 aspas girando a 310 rpm (a), 465 rpm (b), y el rotor de 5 aspas a girando a 310 (c), 465 rpm (d).



La **Figura 41** muestra los contornos de energía cinética turbulenta la cual es otro parámetro que muestra la velocidad de las componentes del sistema y por lo tanto brinda información del movimiento turbulento dentro del sistema, se muestran los casos del rotor de 4 aspas girando a 310 rpm (a) y 465 (b) el de 5 aspas girando a 310 rpm (c) y 465 rpm (d) CON Inyección de gas. Es claro que los mayores valores de la energía cinética turbulenta se encuentran en el caso b) y que se genera debajo del rotor, aunque también es apreciable este comportamiento para el caso d) existe una mayor turbulencia en todo el sistema para el rotor de 4 aspas a 465 rpm y en menor proporción para el caso de bajas revoluciones (310 rpm). Otra vez, para este parámetro turbulento es más significativo el cambio de rpm que el cambio de rotor.

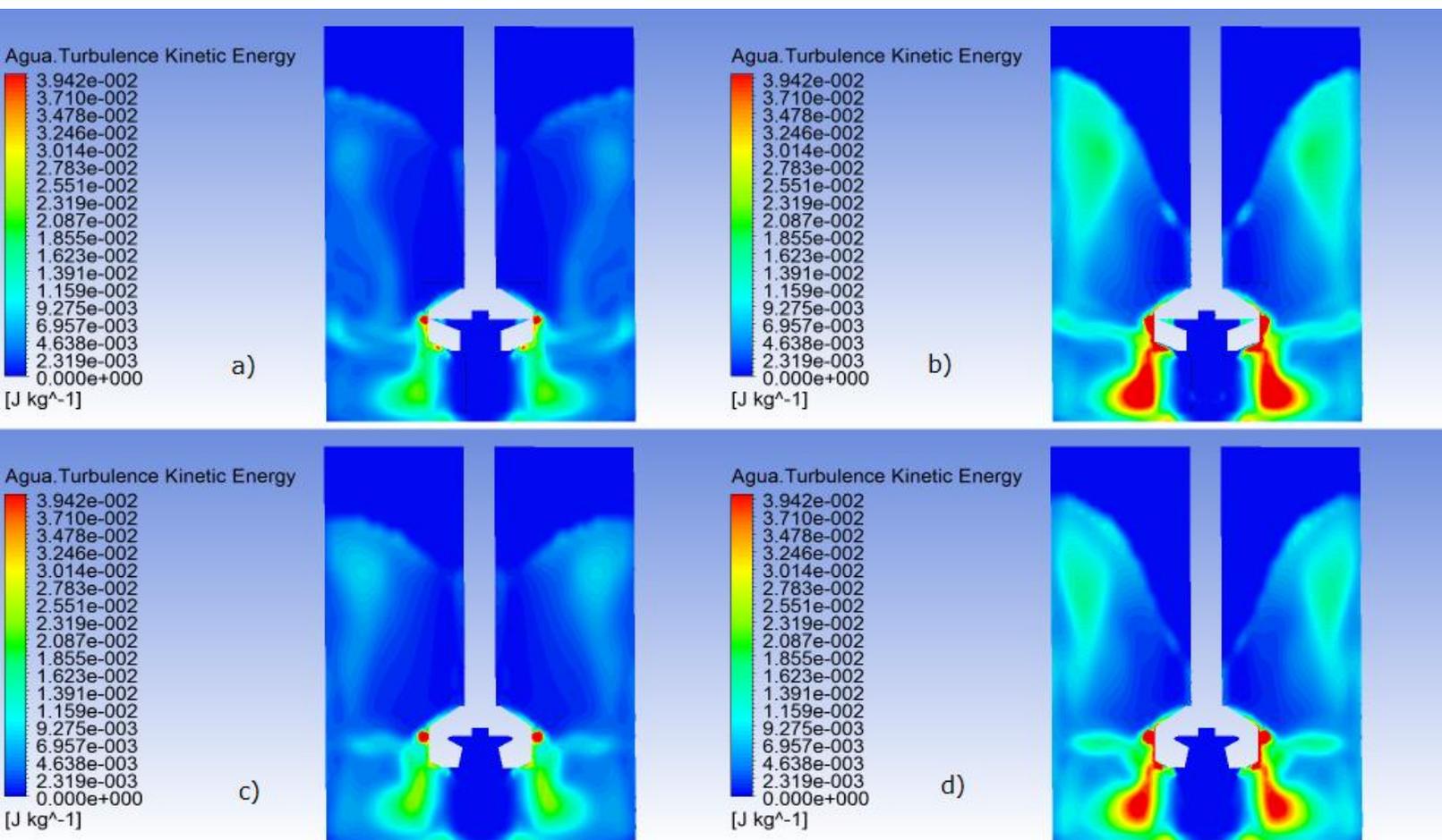


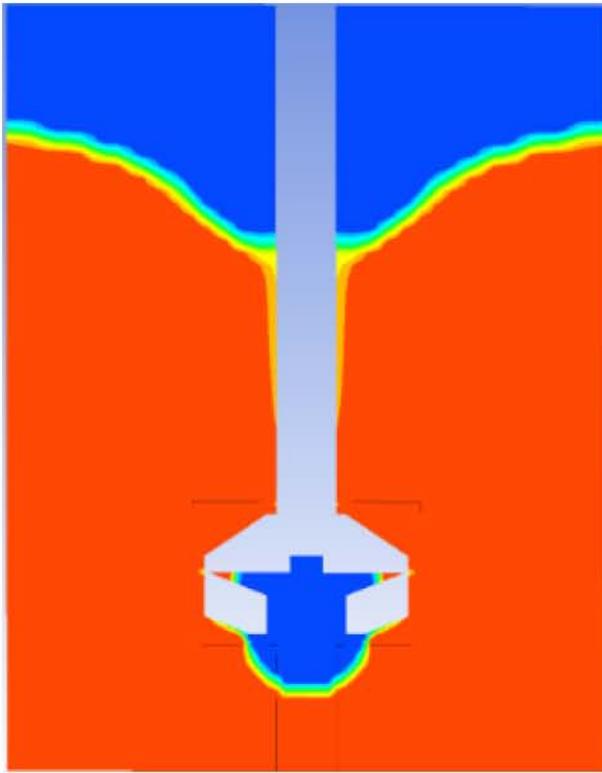
Figura 41. Contornos de energía cinética turbulenta con inyección de gas para el rotor de 4 aspas girando a 310 rpm (a), 465 rpm (b), y el rotor de 5 aspas girando a 310 (c), 465 rpm (d).

3.4 Comparación de modelo físico contra matemático

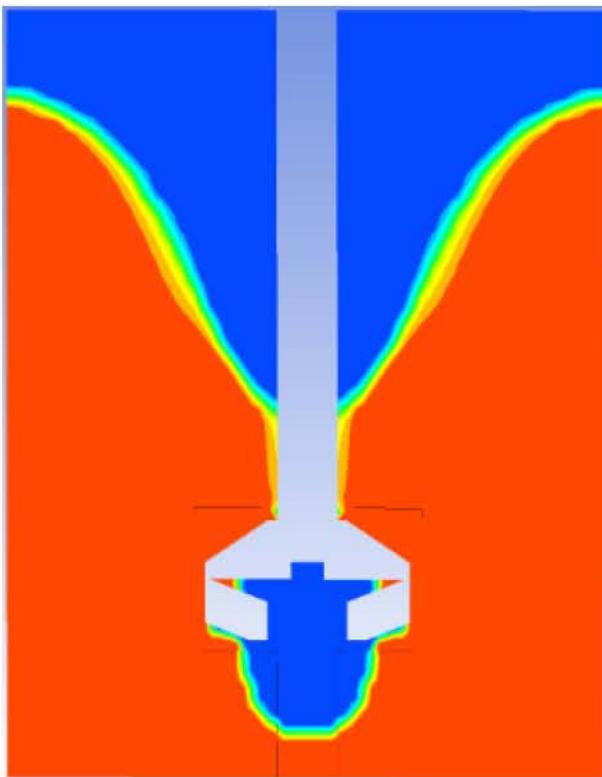
Se comparan los resultados numéricos con los obtenidos experimentalmente para validar el modelo matemático. Se presenta a continuación la comparación para las fracciones volumen, mapas vectoriales y contornos de energía cinética turbulenta.



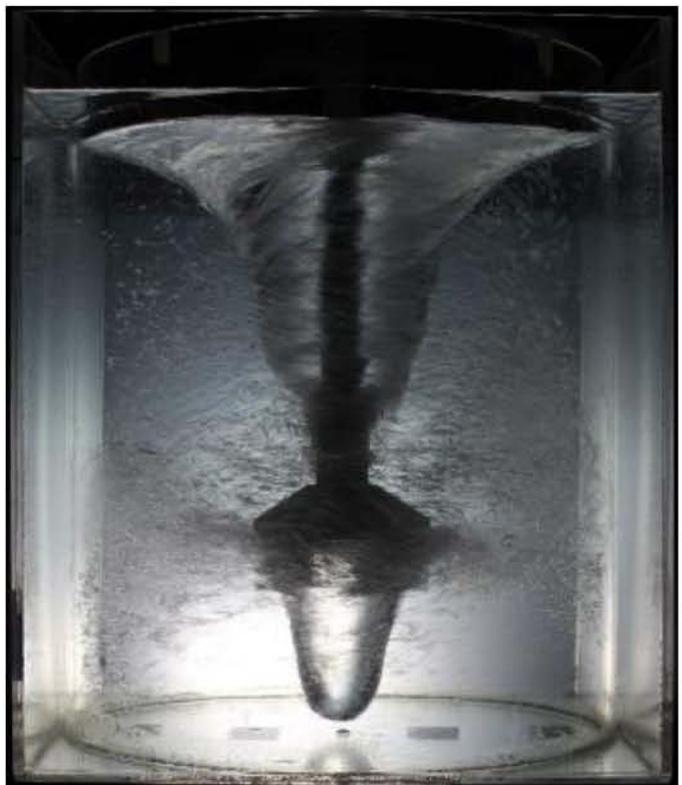
La comparación de las fracciones volumen de agua se muestran en la **Figura 42**, del lado izquierdo corresponde a la fracción calculada por el modelo matemático mediante FLUENT y del lado derecho corresponden a las fotografías del modelo físico. El inciso a) corresponde a las condiciones del rotor de 4 aspas a 310 rpm, el inciso b) corresponde al rotor de 4 aspas con una velocidad de 465 rpm, el inciso c) al rotor de 5 aspas a 310 rpm y el inciso d) corresponde al rotor de 5 aspas girando a 465 rpm, todas con inyección de gas. Se aprecia una muy buena concordancia entre la forma y el tamaño del vórtice predicho por las simulaciones y los vórtices vistos en las fotografías, lo que indica que la fluido dinámica del sistema y por ende la generación del vórtice están siendo representadas con mucha fidelidad por el modelo matemático. También coinciden en forma y tamaño las predicciones con las fotos de la burbuja formada debajo del rotor.

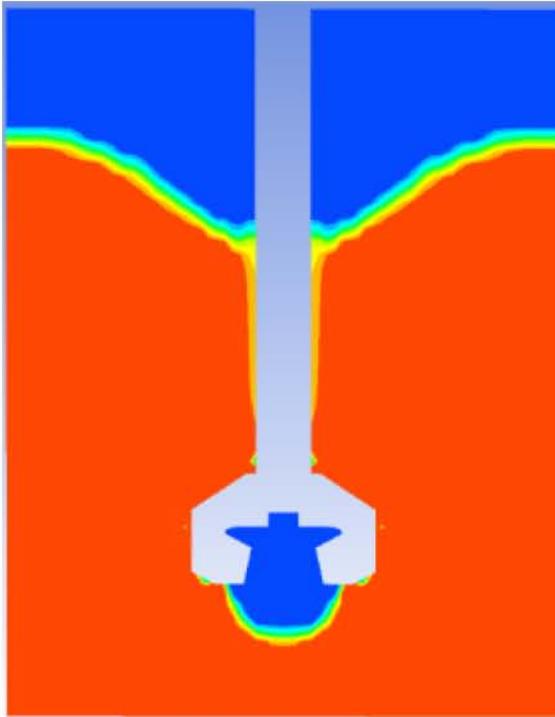


a)

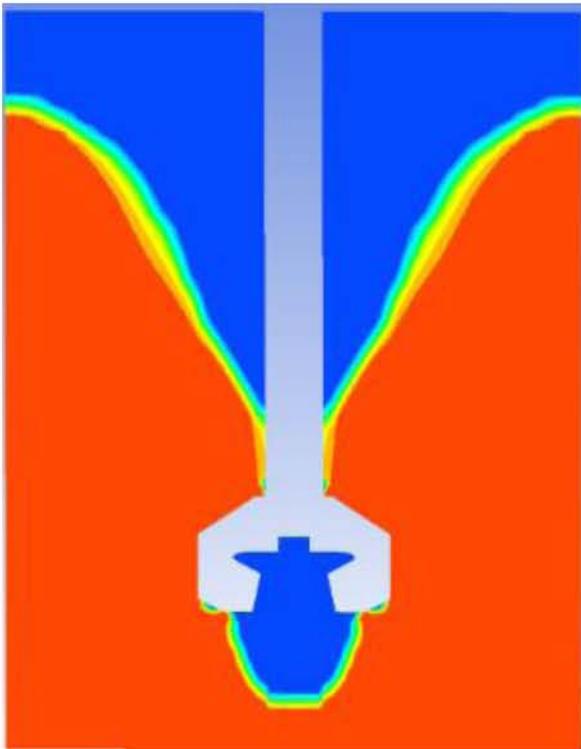


b)





c)



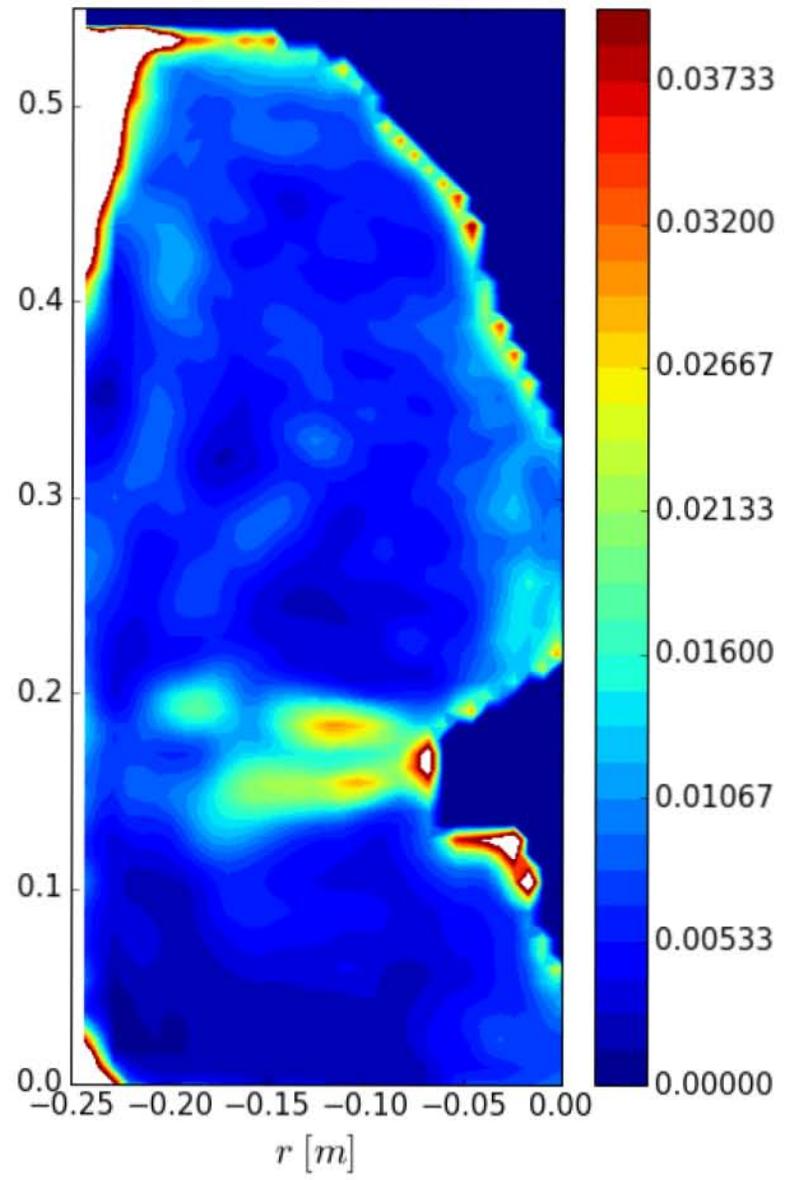
d)



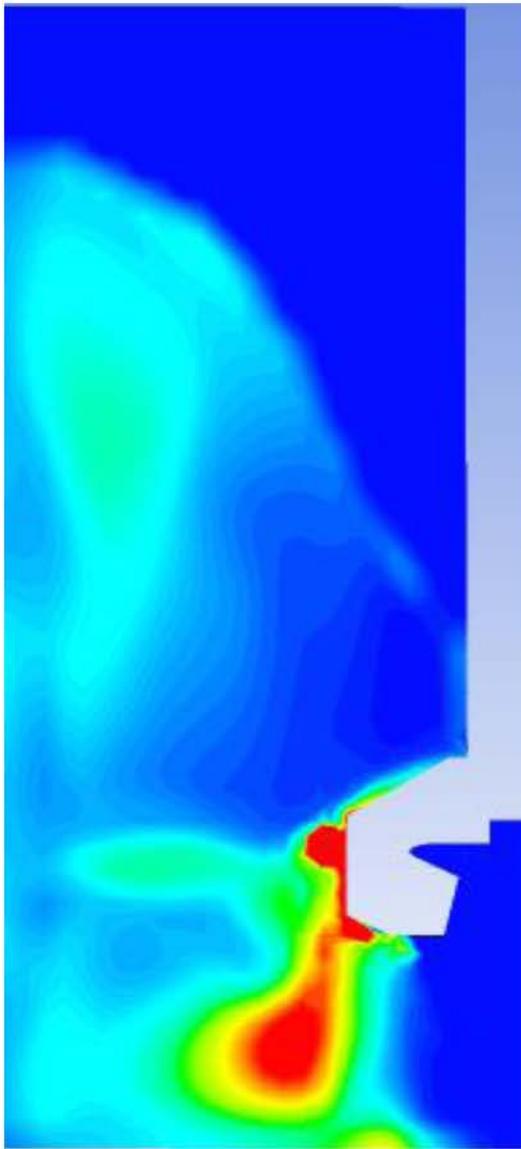
Figura 42 a) Comparación entre predicciones (izquierda) y mediciones (derecha) de a) rotor de 4 aspas a 310 rpm, b) rotor de 4 aspas con una velocidad de 465 rpm, c) rotor de 5 aspas a 310 rpm y d) rotor de 5 aspas girando a 465 rpm



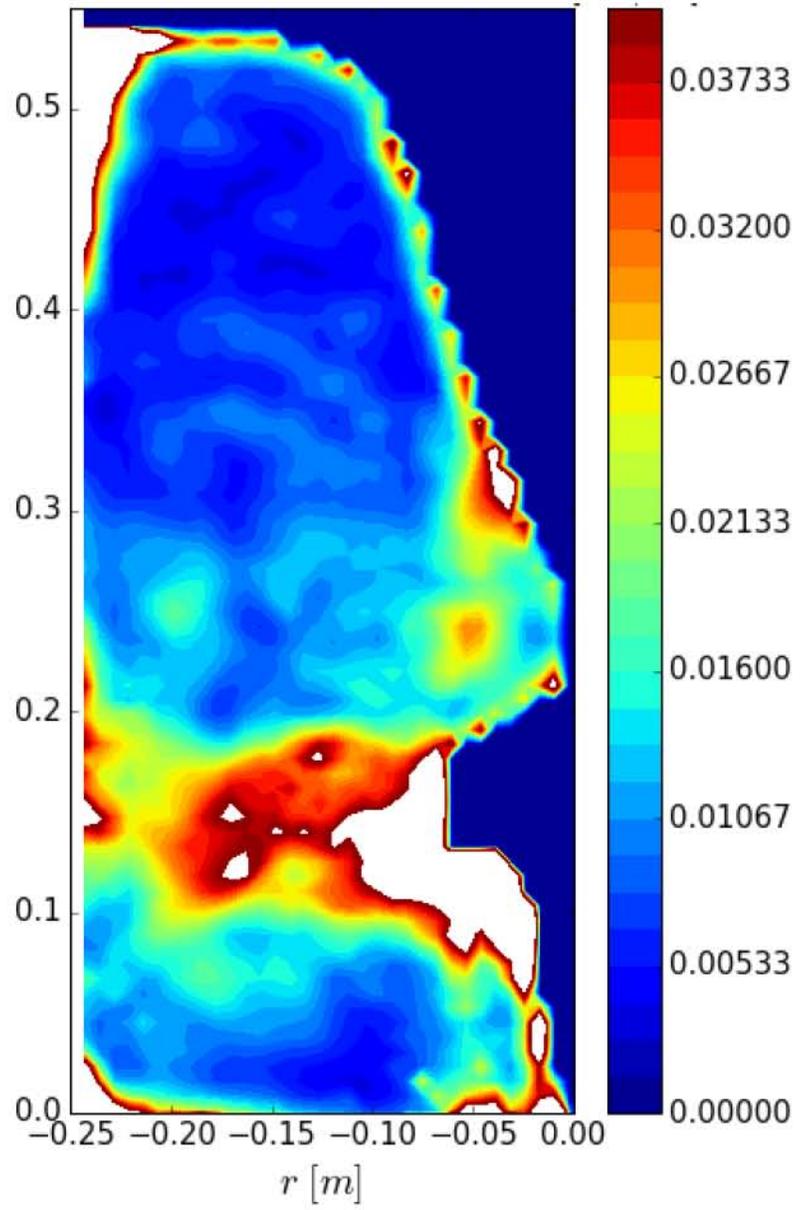
La **Figura 43** presenta los valores de energía cinética turbulenta del sistema, del lado izquierdo corresponde al valor calculado por el modelo matemático mediante FLUENT y del lado derecho corresponden a los contornos generados mediante PIV del modelo físico, el inciso a) corresponde a las condiciones del rotor de 4 aspas a 310 rpm, el inciso b) corresponde al rotor de 4 aspas con una velocidad de 465 rpm, el inciso c) al rotor de 5 aspas a 310 rpm y el inciso d) corresponde al rotor de 5 aspas girando a 465 rpm, todas estas condiciones simuladas y operadas con inyección de gas.

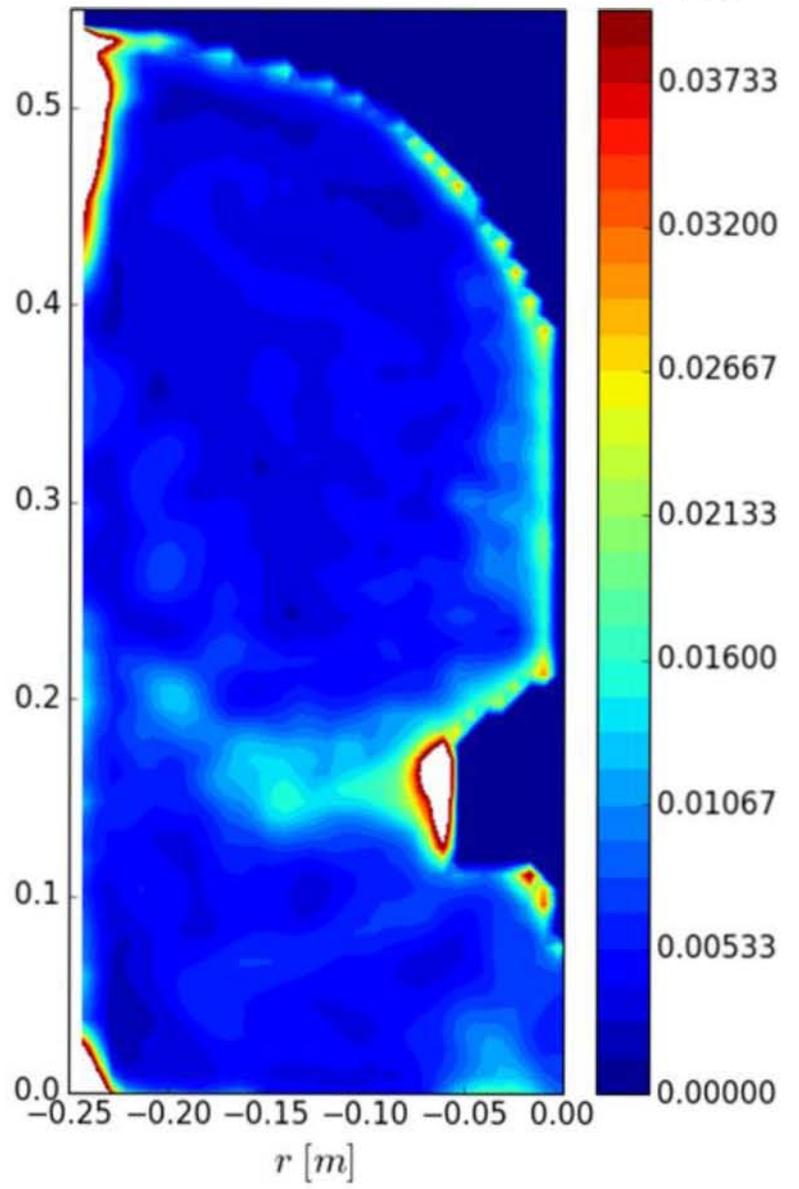
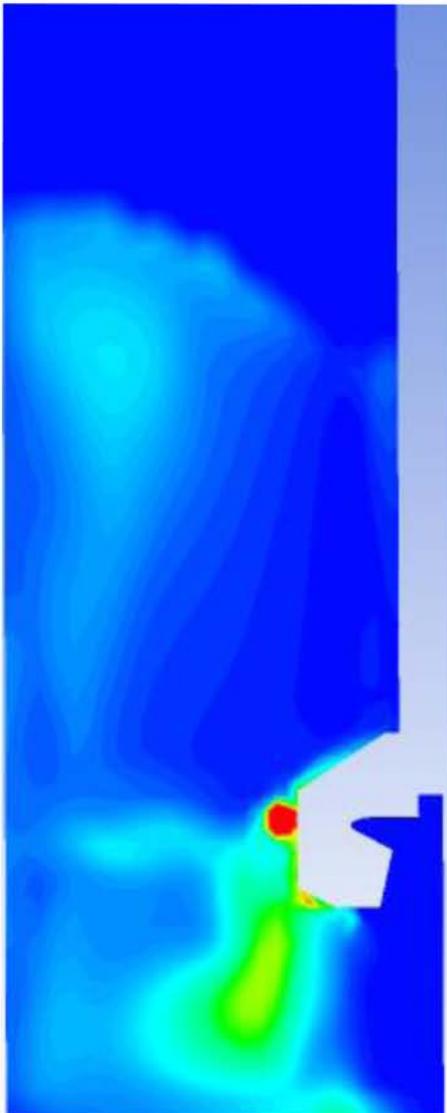


a)

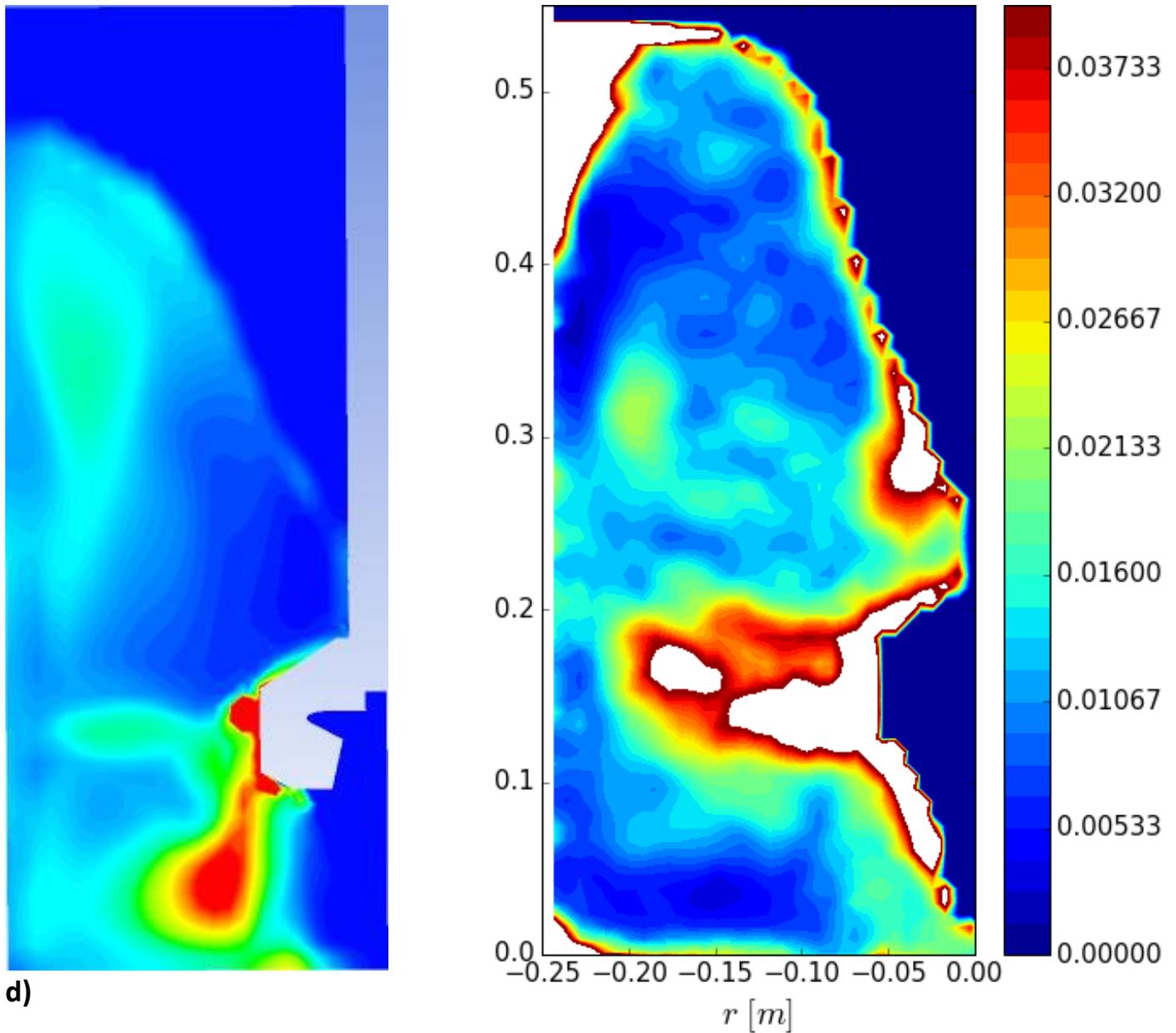


b)





c)



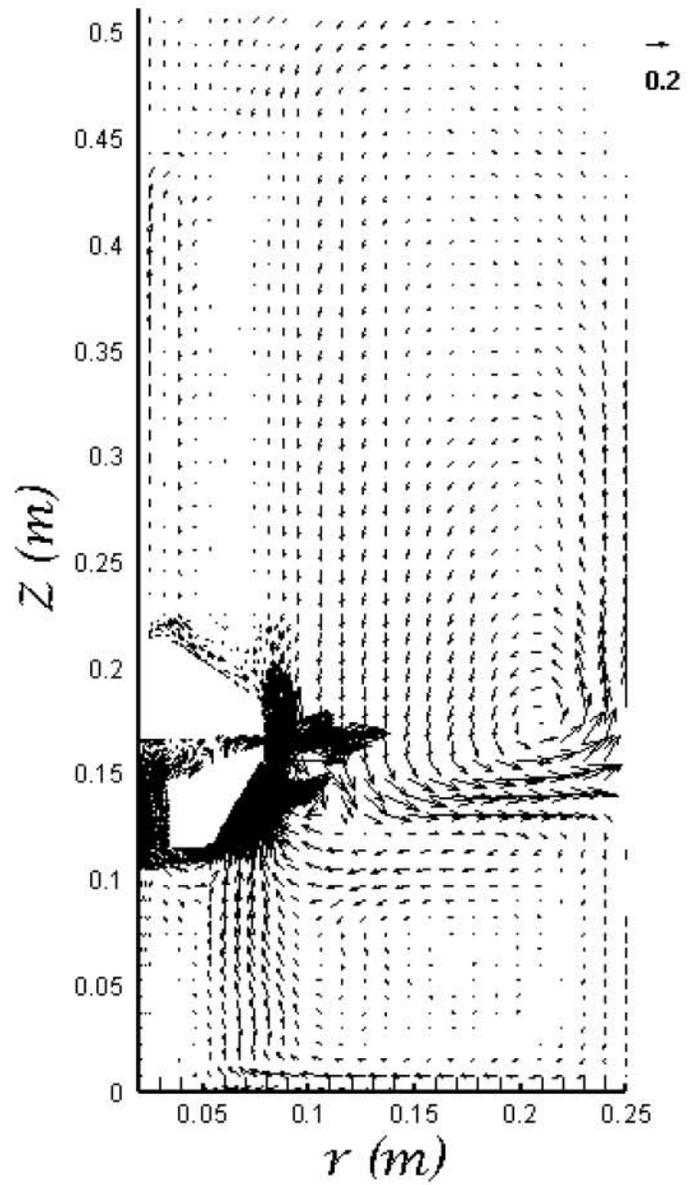
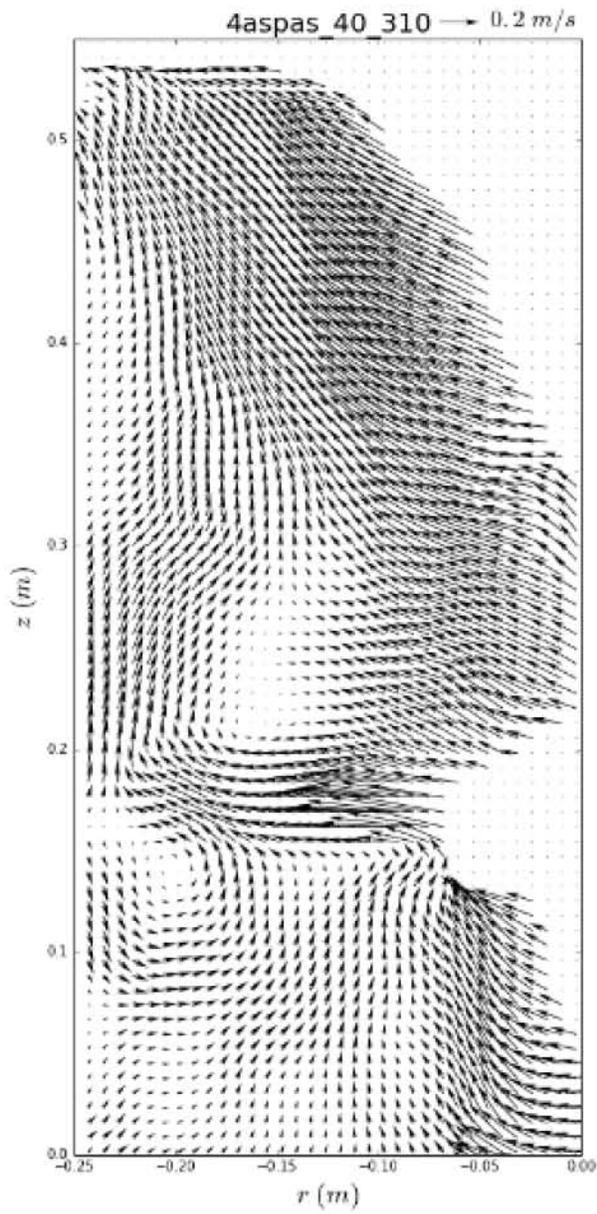
d)

Figura 43. Energía cinética turbulenta predichas numéricamente (izquierda) y medidas con PIV (derecha) de a) rotor de 4 aspas a 310 rpm, b) rotor de 4 aspas a 465 rpm, c) rotor de 5 aspas a 310 rpm y d) rotor de 5 aspas girando a 465 rpm, todas con inyección de gas.

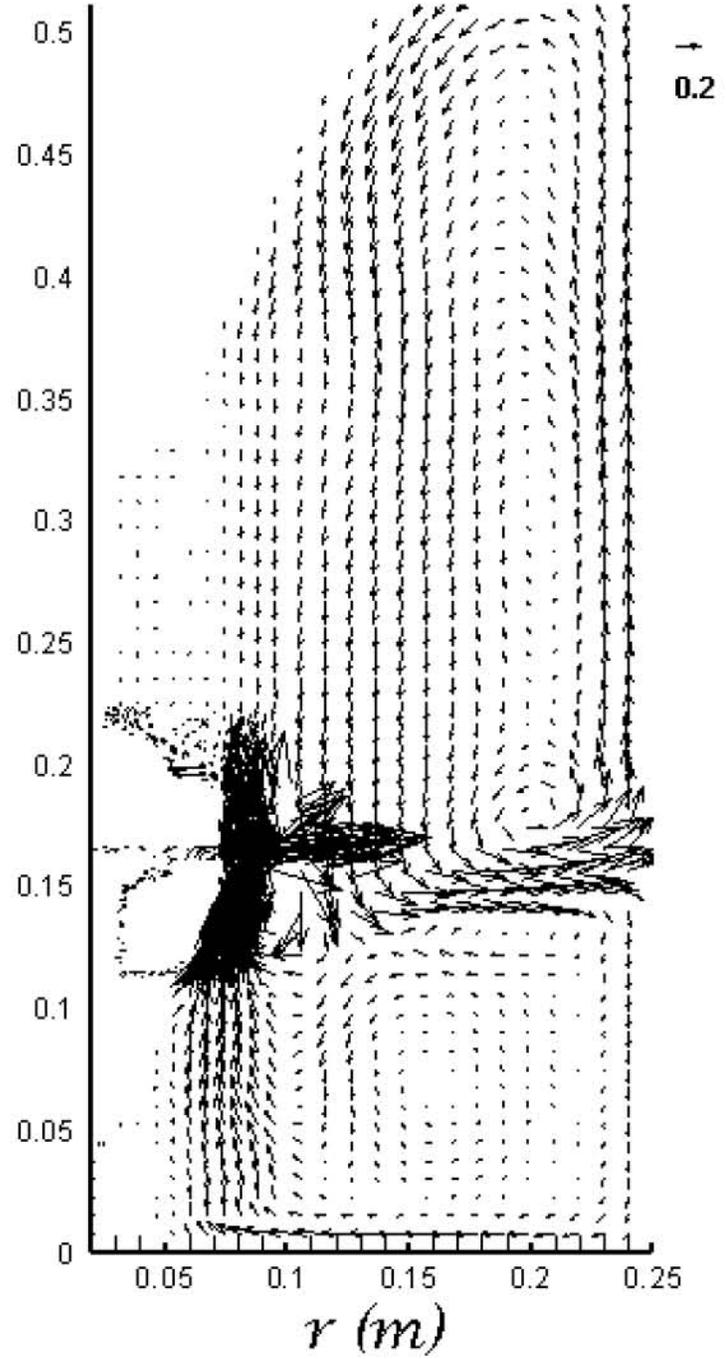
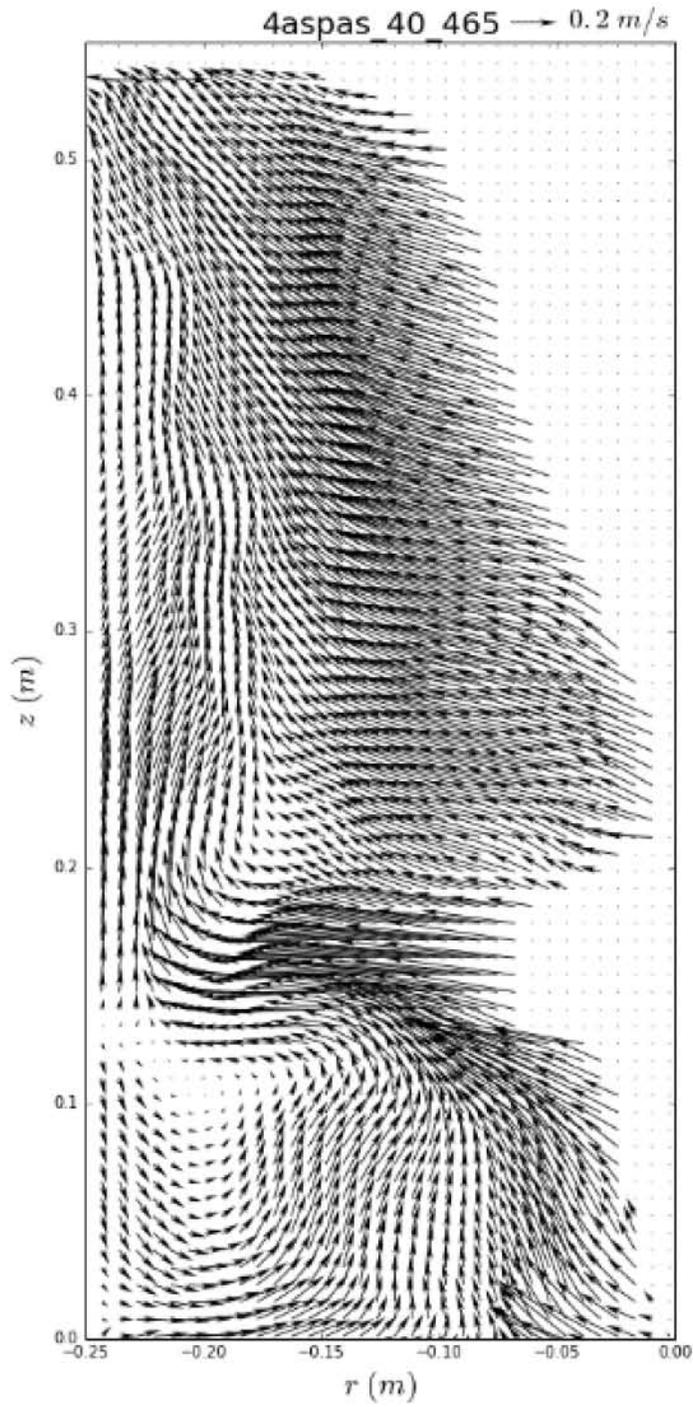


Se observa para los cuatro casos el modelo utilizado para los cálculos numéricos predice de manera muy cercana el verdadero comportamiento, existen pequeñas variaciones como en el caso b) y en el caso d) donde la mayor turbulencia se localiza en el modelo numérico ligeramente por debajo del rotor cuando en el modelo físico muestra que tiene un ángulo de descarga horizontal a la altura del rotor, ambos casos pertenecen a las condiciones de mayor velocidad y se aprecia que en ambos existe una homogeneidad en los valores de turbulencia en todo el dominio, en el caso a) y c) no existe una turbulencia muy alta pero se observa que el modelo numérico concuerda muy bien con el comportamiento del modelo físico, este es un buen parámetro para poder predecir el comportamiento del sistema mediante el modelo numérico utilizado en cuanto al modelo de turbulencia e indica que el modelo k-epsilon RNG muestra buen desempeño a bajas revoluciones del rotor pero que este desempeño empeora al incrementar las rpm del rotor.

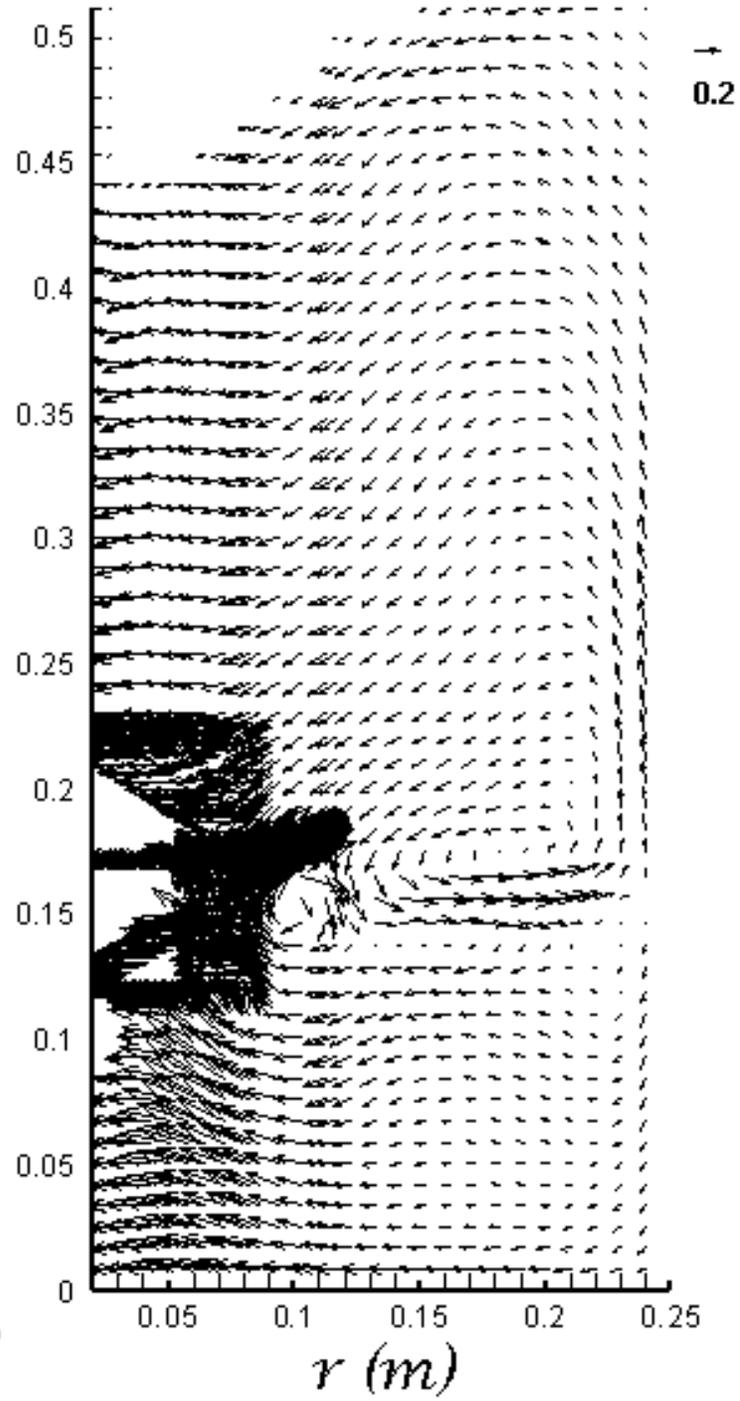
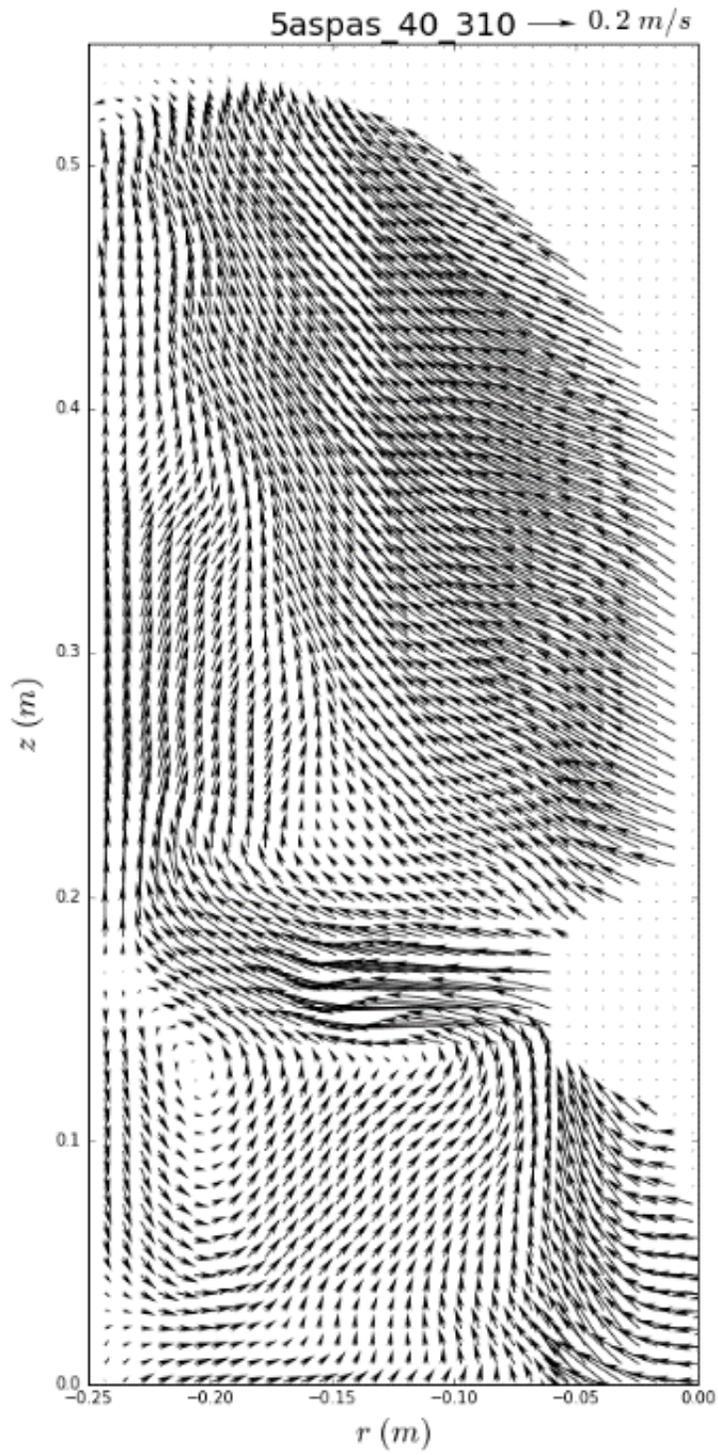
La **Figura 44** corresponde a los mapas vectoriales comparando en este caso el modelo físico del lado izquierdo y el modelo numérico del lado derecho, se presenta el inciso a) para las condiciones del rotor de 4 aspas a 310 rpm, el inciso b) corresponde al rotor de 4 aspas con una velocidad de 465 rpm, el inciso c) al rotor de 5 aspas a 310 rpm y el inciso d) corresponde al rotor de 5 aspas girando a 465 rpm, todas las condiciones fueron realizadas con inyección de gas.



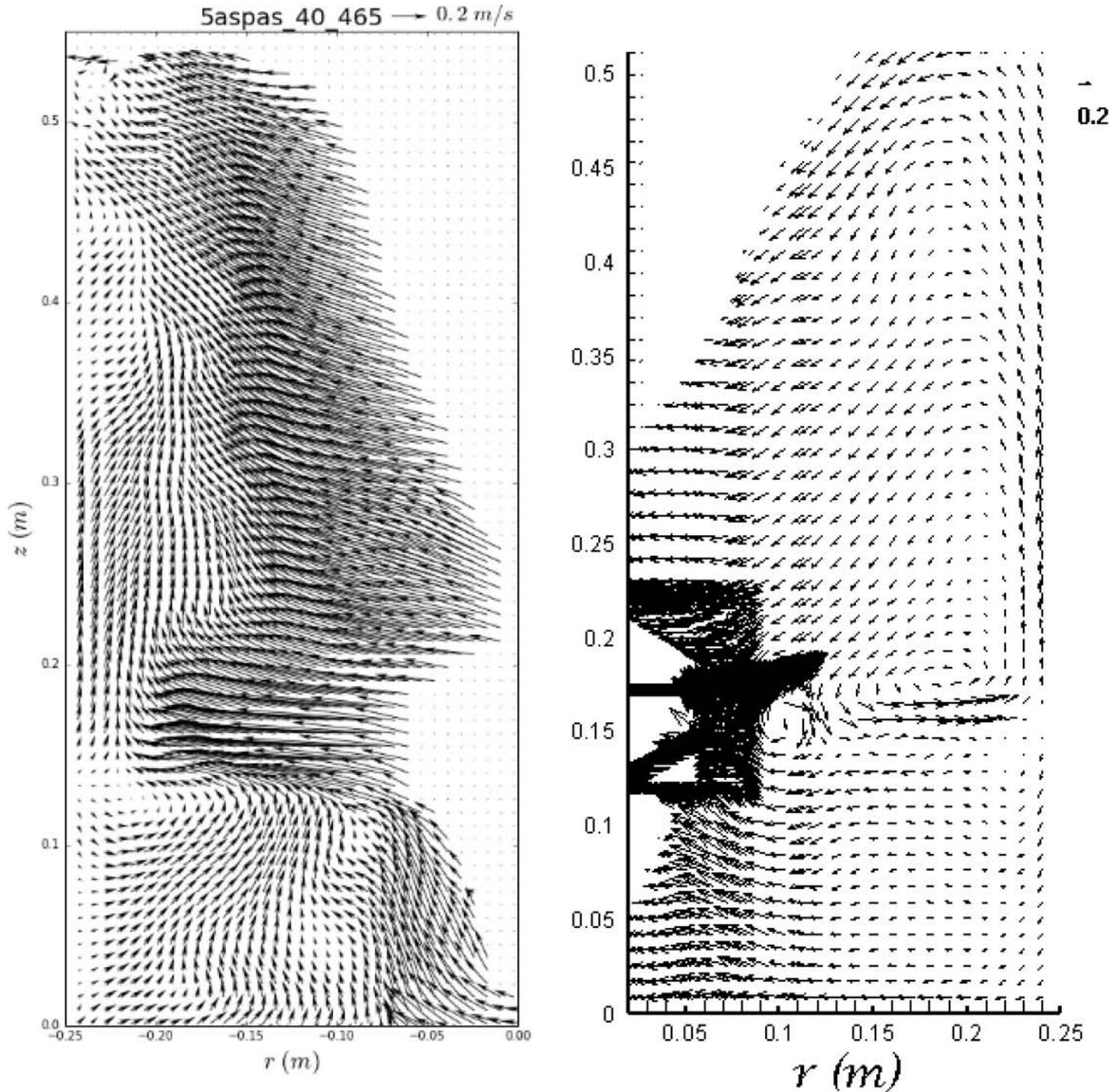
a)



b)



c)



d)

Figura 44. Mapas vectoriales medidos con PIV (izquierdo) y predicciones numéricas (derecha) de: a) rotor de 4 aspas a 310 rpm, b) rotor de 4 aspas a 465 rpm, c) rotor de 5 aspas a 310 rpm y d) rotor de 5 aspas a 465 rpm.



En el caso a) y c) se observa que en la imagen izquierda, correspondiente al modelo físico, hay una pequeña recirculación debajo del ángulo de descarga del rotor, esta recirculación permite que parte del flujo inyectado recorra las áreas inferiores del reactor, lo cual beneficia el proceso de desgasificado, la imagen derecha, correspondiente al modelo numérico presenta el un comportamiento muy similar tanto en la zona turbulenta como en la zona por debajo del ángulo de descarga, lo cual corresponde a confirmar que el modelo numérico y las consideraciones utilizadas en el método de solución como son el modelo **RNG κ - ϵ** y las interacciones de fases son muy precisas para este proceso. El mismo comportamiento sucede en el caso b) y d) en donde la velocidad ha aumentado y por lo tanto se observa mayor turbulencia en ambos modelos, mayor distribución de gas y eso conlleva a tener un mejor desgasificado. Por lo tanto los patrones de flujo demuestran que el aumento de la velocidad en el proceso es más significativa que el cambio del rotor del modelo físico.

Capítulo 4. Conclusiones

- Se analizaron los desempeños de dos rotores para el proceso de desgasificado de aluminio con distinta geometría, un rotor de 4 aspas y un rotor de 5 aspas, con dos velocidades distintas de rotación y un flujo de 40 L/min de inyección de gas mediante



modelado físico. Para su análisis se llevó a cabo una desoxidación de agua y se encontró que las mejores condiciones de desoxidación fueron utilizar el rotor de 4 aspas y altas velocidades de rotación ya que se desoxidó en menos tiempo y se obtuvieron mayores cinéticas para la desoxidación de agua.

- Se analizaron las causas hidrodinámicas que determinan los desempeños de cada rotor y velocidad de agitación, por lo que se realizaron pruebas mediante velocimetría de imagen de partículas (PIV) y se modeló numéricamente el sistema de desoxidación de agua mediante el software ANSYS FLUENT utilizando el modelo **RNG K- ϵ** con interacción bifásica y coeficiente de arrastre. Se encontró que al comparar los patrones de flujo obtenidos por el modelo numérico y los medidos con PIV del modelo físico, el modelo numérico predice de manera muy precisa el proceso de desgasificado y por lo tanto los fenómenos de transporte que gobiernan el proceso y se considera que el modelo fue validado exitosamente.
- Se observa que bajo las técnicas utilizadas para el análisis de la fluidodinámica del proceso de desgasificado (PIV y modelo matemático), la variable de la geometría distinta del rotor es poco significativa comparada con la variable de velocidad de rotación en el proceso sobre cinética de desgasificado, patrones de flujo,



turbulencia, dispersión de gas, y presiones dentro del sistema. Al aumentar la rotación del rotor se mejora significativamente la cinética de desgasificación, mientras que el rotor de 4 aspas es ligeramente superior al de 5 aspas.

- En cuanto a las variables, la velocidad de rotación es la más influyente en el proceso y un aumento de esta variable acelera la desgasificación, aumenta convección, turbulencia, mejora la dispersión de gas en la olla, y aumenta el efecto de bombeo al disminuir la presión debajo del rotor. El gas de purga tiene como efecto eliminar la recirculación en el plano $r-z$ que está por arriba de la línea del rotor. Finalmente, ambos rotores presentan muy parecidos contornos de presión, turbulencia y fracción de gas pero hay diferencias en cuanto a los patrones de flujo donde el de 4 aspas presenta más agitación y recirculaciones más definidas que el de 5 aspas, lo que puede explicar la ligera superioridad del rotor de 4 aspas con respecto al de 5 aspas.



5. Referencias

[1] Neff, D.V., "Understanding aluminium degassing", Modern Casting.

2012. 95(5). Pág.95.

[2] GuofaMi y colaboradores, "Research on water simulation experiment of the rotating impeller degassing process", Materials Science and Engineering A 499 (2009) 195–199.

[3] Sigworth, G.K., "A Scientific Basis for Degassing Aluminum", Reading Foundry Products, Exton, PA, Pág 1.

[4] Gilbert J.,Rooy E., "Aluminium Alloy Castings: Properties, Processes and Applications", American Foundry Society, 2004, p. 47.

[5] Hernández, M, "Estudio de la cinética de desgasificación de aluminio con rotor inyector variando el punto de inyección de gas y el diseño del rotor asistido por modelado matemático y planta piloto". Tesis 2014.

[6]Ransley, C.E. and H. Neufeld, "Solubility of Hydrogen liquid and solid Aluminium", J. Inst. Metal, 1947, p.559-620

[7] Loizaga, A., y colaboradores "Defectos metalúrgicos generados por la presencia de gases en el metal fundido", Investigación Química, 2008, Pág.117.



[8] López, F, "Evaluación de la desgasificación mediante el método de Rotor- Inyector en aleaciones de aluminio líquido para piezas de colada a presión (DCP)". Pág.9, Tesis 2015.

[9] "Desgasificado de Aluminio N2 • Ar"

[10]Guofa, MI, y colaboradores, "Analyses of the Influencing Factors of Rotating Impeller Degassing Process and Water Simulation Experiment", Materials Science Forum Volus. 575-578, pp 1258-1265.

[11] Quintanar, M., Luis, "El Teorema Pi y la modelación", Instituto Superior de Matemáticas, Aguascalientes.

[12] V. Santos-Moreau et al., Numerical CFD simulation of a batch stirred tank reactor with stationary catalytic basket, Chem. Eng. J. (2012), <http://dx.doi.org/10.1016/j.cej.2012.07.020>

[13] P. Incropera, Frank, "Fundamentos de Transferencia de calor", Cuarta Edición, Prentice Hall México, 1999.

[14] A/S Dantec Dynamics dantecdynamics.com

[15] Brucato A., Grisafi F., and Montante G. "Particle drag coefficients in turbulent fluids". Chemical Engineering Science (1998), Vol. 53, pp. 3295-3314.



[16] Schiller L., Naumann Z., A drag coefficient correlation. Vdi Zeitung, 1935, vol. 77, no 318, p. 51.

[17] Fluent User's guide