UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

SOLVENCIA II: REQUERIMIENTO DE CAPITAL DE SOLVENCIA PARA RIESGO DE PRIMA DE LOS SEGUROS DE TERREMOTO MEDIANTE LA TEORÍA DE VALORES EXTREMOS

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

A C T U A R I O

P R E S E N T A

DAVID GARCÍA BENAVIDEZ

Tutor:

M. en F. JORGE LUIS REYES GARCÍA

2017

Ciudad Universitaria, CDMX

1. Datos del alumno
García
Benavidez
David
Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Ciencias
306084528

2. Datos del Tutor
Maestro en Finanzas
Reyes
García
Jorge Luis

3.- Sinodal 1
Actuaria
Vargas
Cruz
Karina

4.-Sinodal 2
Actuario
Roldan
López
Arturo

5. Sinodal 3
Actuario
Azcorra
Villegas
Ricardo

6. Sinodal 4
Actuario
Parrao
Guzmán
Alfonso

“SOLVENCIA II: REQUERIMIENTO DE CAPITAL DE SOLVENCIA PARA RIESGO DE PRIMA DE LOS SEGUROS DE TERREMOTO MEDIANTE TEORÍA DE VALORES EXTREMOS”
113 Páginas
2017

Dedicatoria

Dedico este trabajo a mi madre Leticia Benavidez Luna y padre Rito García Barrera que siempre estuvieron a mi lado y me brindaron su confianza. Ellos son mi mayor motivo para seguir adelante, son mi ejemplo a seguir.

A mis hermanos por su compañía, apoyo incondicional y porque forma un gran vínculo familiar.

A mis amigos que son considerados parte de mi familia, ellos me hicieron reír, bailar, cantar y principalmente me escucharon en el momento que necesite apoyo emocional.

Y por último a mi personita especial quien fue el motivo por el cual me decidiera a ser quien soy.

A todos gracias….

Agradecimiento

Expreso mi más profundo y sincero agradecimiento a todas las personas que me apoyaron en el transcurso de este proyecto; dando solución a mis dudas, guíndame y transmitiendo sus experiencias al presentar un trabajo similar a este.

En primer lugar menciono a mi tutor Jorge Luis Reyes García quien me ayudo a plantear mis ideas para realizar este trabajo, a mi amiga Amaranta González quien de acuerdo a su experiencia me explico los elementos principales del marco teórico, a mis amigas Elia Y Chantal que siempre me presionaron para titularme, junto con mi madre quien cada vez que podía me preguntaba, ¿Cuándo te vas a titular?, y a mi sinodal Karina Vargas que se tomó el tiempo de revisar detalladamente mi tesis.

Sin lugar a duda este fue un reto que me costó tiempo y esfuerzo, gracias por apoyarme: familia, tutor, sinodales y amigos.

CONTENIDO

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE CUADROS

Introducción

Durante la historia de la humanidad y en particular la del sistema financiero se han observado diversos quebrantos causados por una inadecuada administración de riesgos. El siglo XX fue escenario de una de las crisis financieras más significativa, provocada por los créditos subprime (créditos hipotecarios), de acuerdo a la información de los cuyos efectos alcanzaron múltiples impactos a nivel internacional.

Un claro ejemplo es la compañía American International Group, Inc. (AIG) institución con presencia internacional que brinda servicios de seguros y financieros, tuvo problemas de endeudamiento en esta crisis que causo que estuviera al borde de la quiebra, por lo que las autoridades de Estados Unidos de América para evitar que su derrumbe arrastrara con todo el sistema financiero mundial, fue nacionalizada mediante la reserva nacional.

Dado lo anterior y con el finalidad de reforzar al sector bancario se establece un nuevo acuerdo de Basilea II[1], anterior a éste existía el acuerdo de Basilea I, donde se plantear la necesidad de reforzar el cálculo de los riesgos crediticios. Por su parte el sector asegurador crea el proyecto de Solvencia II, con el objetivo de contar con el capital suficiente para hacer frente a las reclamaciones causadas por los riesgos expuestos y brindar protección al asegurado.

Cabe señalar que Solvencia II es el resultado de diversos estudios de impacto realizados en la Unión Europea (QIS's), donde se analizaron las variaciones del antiguo sistema detectando fallas y movimientos distintos a los esperados derivados de las necesidades causadas por la evolución del sector asegurador.

En particular en México, como soporte a la paulatina implementación del nuevo marco regulatorio Solvencia II, el 4 de abril de 2013 se publicó la Ley de Instituciones de Seguros y de Fianzas (en adelante, LISF), la cual entraría en vigor el 4 de abril de 2015. Para el sector asegurador mexicano, por lo que durante 2014 y 2015, la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas (en adelante, CNSF)[2] en conjunto con las

---

[1] Sistema de supervisión bancaria adaptada en junio de 2004 que tiene por objetivo la seguridad del ámbito financiero proponiendo un mayor énfasis a los controles internos en bancos, modelos y procesos de administración de riesgos.

[2] Es un Órgano Desconcentrado de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público, encargada de supervisar que la operación de los sectores asegurador y afianzador se apegue al marco normativo, preservando la solvencia y estabilidad financiera de las instituciones de Seguros y Fianzas, para garantizar los intereses del público

instituciones de seguros y fianzas, realizaron diversos estudios de impacto con el objetivo de conocer los puntos cualitativos y cuantitativos que fortalecerían al nuevo régimen, asimismo su objetivo era detectar como aquellos que no lo harían y a su vez eliminarlos.

El objetivo de esta tesis es crear un modelo para calcular el requerimiento de capital de solvencia en base en la cuantificación de las pérdidas agregadas causadas por terremotos o temblores que originen alguna perdida. Estos fenómenos forman parte de los riesgos catastróficos, debido a que se presenta de forma fortuita y con grandes pérdidas.

Así en el capítulo I, se abordarán los procesos que se llevaron a cabo para la implementación del nuevo régimen, donde se mencionan aquellas adaptaciones que se realizaron al sistema de la Unión Europea para su establecimiento en México. Cabe señalar que se prioriza el cálculo del Requerimiento de Capital de Solvencia para seguros de no vida con el objetivo de visualizar la situación financiera en la que se encuentran la institución de seguros para atender a las reclamaciones de sus asegurados.

En el capítulo II, se desarrollará la teoría del valor extremo que servirá para seleccionar una distribución que permita realizar un ajuste adecuada de las observaciones consideradas como valores extremos o valores atípicos.

La información estadística correspondiente a las reclamaciones (siniestros) causados por terremotos se obtendrá del portal de la CNSF en el apartado del Sistema Estadístico del Sector Asegurador (en adelante, SESA's) donde se encuentran los reportes anuales de las operaciones que realizan las compañías aseguradoras por ramo.

En el capítulo III, se identificaran los siniestros causados por terremotos, seleccionando todos aquellos valores que se consideren eventos extremos, es decir, que cuenten con baja frecuencia y alta severidad. Para saber cuáles son estos valores se tomaran los siniestros que superen el umbral[3], modelados mediante la teoría del valor extremo y los valores que se encuentren por debajo de éste, sean estudiados por la teoría habitual de probabilidad.

Una vez seleccionadas las funciones que ajusten los montos de siniestros que se encuentran por arriba y abajo del umbral, se obtendrá la distribución que describa la frecuencia de los siniestros de forma conjunta, para poder aplicar el modelo colectivo de riesgo, con el que se estimarán todas las reclamaciones posibles en un

3 El umbral es el valor mediante el cual todos los valores que se encuentren por arriba de este serán considerados como valores extremos. En el capítulo II se muestra una de las tantas formas para calcularlo.

periodo de tiempo determinado. Éste modelo servirá para calcular las pérdidas probables y en consecuencia el Requerimiento de Capital de Solvencia.

En el capítulo IV, se realizaran 10,000 escenarios para conocer los posibles valores que toma el Requerimiento de Capital de Solvencia, con esta información se determinaron supuestos estadísticos para estimar el valor al que se converger y que tan confiable es éste valor.

Para finalizar la investigación se mostrará que el modelo propuesto que se utiliza para determinar el valor del Requerimiento de Capital de Solvencia en cualquier escenario, de modo que se estresaran los valores que vaya tomando la función y crear escenarios donde el riesgo causado por terremoto sea indiferente.

Capítulo 1. Solvencia II

> *"Es importante que las regulaciones contengan estímulos positivos y, por ello, es importante que Solvencia II ofrezca recompensas por hacerlo bien en mayor medida que castigos por hacerlo mal"*
>
> *Pilar González De Frutos*

1.1 Contexto

La solvencia es la capacidad con la que cuentan las instituciones de seguros para enfrentar las obligaciones adquiridas, de acuerdo a las operaciones que cada una de éstas realiza. El capital es la base de ésta, y debe ser suficiente para respaldar las obligaciones contraídas, por lo que es necesario desarrollar técnicas eficientes que permitan inferir dicho monto en el futuro, y así prevenir una probable insolvencia o déficit en alguna de su sub-cartera, es importante resaltar que insolvencia no es sinónimo al termino jurídico de quiebra o bancarrota, sino más bien es un indicador que alerta a la compañía para encauzar acciones en la administración de sus riesgos, debido a que solvencia es la capacidad para enfrentar todos aquellos riesgos a los que está sometida la institución.

Es importante diferencial solvencia con liquidez, ya que ésta última se refiere a la transformación de los activos a dinero líquido para respaldadas las obligaciones contraídas a corto plazo, mientras que solvencia ampara los riesgos a corto y a largo plazo, la relación entre ambas, es que reflejan la disposición de pago.

Las metodologías para determinar si una institución es solvente o no, han sufrido modificaciones, lo anterior derivado de las nuevas crisis, los cambios tan abruptos de los mercados, etc..., ha sufrido diversas transformaciones provocadas por los cambios en los mercados, es por esto que la solvencia se considera en dos partes, una estática y otra dinámica. La estática es la parte más estable, debido a que contempla los negocios previamente estudiados para que no superen el valor medio de siniestralidad[5]. Por el contrario, la dinámica contempla el surgimiento de nuevos negocios durante la vida de la cartera y cualquier tipo de riesgo, aun cuando supere el valor esperado, los cuales pueden ser causados por cambios en la siniestralidad; alteraciones en las probabilidades de riesgo; inflación; inversiones con montos negativos; tipo de cambio; entre otros, los cuales cada vez son más comunes en el actual sistema financiero.

La parte dinámica requiere de un análisis complejo, por los factores de riesgo que asume la compañía, por lo que se requiere de la aplicación de métodos estadísticos

[5] Monto promedio del valor del siniestro ocurrido.

cuantitativos, que permitan estimar las pérdidas que pudieran ocurrir. También existen técnicas para el control y estrategias de gestión de riesgos, entre las que se pueden mencionar: las estrategias tradiciones, en donde resalta la diversificación y la cobertura o las estrategias *Alternative Rick Transfer*–ART, en donde se puede utilizar: los productos derivados, las inversiones o el reaseguro. La opción más usual, es ceder parte del riesgo asumido a una reaseguradora, con el propósito de disminuir, en gran medida, el requerimiento de capital solicitado a la institución.

Los métodos generalmente más utilizados para la estimación de la solvencia son:

a) Sistemas de *rating*: mide la capacidad con la que cuenta la compañía para atender sus obligaciones en tiempo y forma. Este estudio lo puede realizar la propia compañía o existen consultorías especializadas.

b) Teoría de riesgo colectivo: Este tópico aplica la hipótesis de que la siniestralidad queda definida como la convolución de variables aleatorias independientes y equidistribuibles, además puede ser aproximada mediante el teorema central del límite, o bien, con una función generadora de momentos que estime la distribución de dichas variables.

1.2 Antecedentes

La idea de cuantificar la solvencia de las compañías aseguradoras, no es un tema nuevo. Esta idea surge por la necesidad de saber cuáles el valor actual de las pérdidas que pueden llegar a suceder. En sus inicios, tenía como objetivo disminuir los efectos secundarios de las pérdidas. Los precursores de este tema fueron los finlandeses en la década de los 50´s, pero es hasta los 80´s en Canadá y los 90´s en Estados Unidos, donde se elaboraron modelos que tomaban en cuenta los riesgos expuestos. Uno de éstos es el *Risk Based Capital*[6](RBC) de Estados Unidos basado en normas específicas e incluye los riesgos de inversión de renta fija, variables e inmuebles, crédito, suscripción y filiares.

Los elementos que se están relacionados con la determinación de los requerimientos de capital son: las garantías mínimas y el margen de solvencia. Las garantías mínimas son mencionadas en las normas de seguros, debido a que otorgar protección al asegurado y a terceros, mediante la solicitud del requerimiento mínimo de capital, de acuerdo al ramo que opere cada una de las aseguradoras.

[6] RBC es un método para medir la cantidad mínima de capital adecuado para una entidad que informa para apoyar sus operaciones generales de la institución teniendo en cuenta su perfil de tamaño y riesgo.

Por otro lado, “el margen de solvencia se definido como aquel patrimonio libre para hacer frente a los riesgo expuestos, relacionado con el volumen total de las operaciones de la institución” (Garayeta Bajo, Iturricastillo Plazaola, & De La Peña Esteban, 2012). El objetivo de dichos preceptos, es que fueran adoptados y aplicados en toda la Unión Europea.

El 5 de noviembre del 2002 se decretó un nuevo acuerdo para la regulación de las aseguradoras y reaseguradoras, denominado Solvencia I, que contemplaba entre otros aspectos, los siguientes:

a) Se promueve la convergencia a un sólo modelo en los países de la Unión Europea.
b) Se implementa como nueva iniciativa, la separación de los ramos de vida y no vida, con métodos cuantitativos propios, para evitar que la situación desfavorable de uno no perjudicara al otro.
c) Un margen de solvencia, para respaldar las pérdidas en las que pueda incurrir la compañía, con base a su actividad.
d) Aumentar los fondos de garantía mínimos, considerando los cambios de la inflación y los gastos de operación.
e) Crear provisiones técnicas.

Solvencia I, fue un modelo que se relacionó con el sistema de contabilidad de seguros basado en tres principios:

1. Provisiones técnicas: calculada con base a métodos paramétricos.
2. Activos: limitaciones de compra, normas de inmunización, normas contables.
3. Margen de solvencia: ratios fijos.

La ventaja del modelo de Solvencia I es su rapidez y facilidad para calcular el requerimiento de capital que se exige a la compañía; sin embargo, se observaron algunas desventajas como:

a) En algunos casos, los modelos utilizados para calcular los recursos financieros no contemplan todos los elementos presenten en las coberturas y una de las consecuencias es la disminución de las tasas de retorno sobre capital (RAROC[8] o ROE[9])

---

[8]El RAROC (risk-adjusted returnon capital) es una medida relativa de la generación de rentabilidad por cada unidad de capital invertida.
[9] El ROE (returnonequity) se define como el cociente del beneficio neto después de impuestos entre los fondos propios, tradicionalmente ha sido un ratio utilizado para medir la rentabilidad de una compañía. Este ratio es

b) Está pensado desde un punto de vista estático

c) No refleja adecuadamente el efecto de la política de reaseguro cedido

d) Existen intereses en conflicto entre accionistas, gerencia, agencias de clasificación, tomadores de seguros, y la autoridad supervisora, respecto del capital de una entidad de seguros

e) Excluye la gestión del riesgo interna de su ámbito de aplicación.

En consecuencia se produjeron importantes cambios al modelo de Solvencia I, los cuales determinan que el margen de solvencia tiene limitaciones, debido a:

1. En el proceso de globalización de los mercados financieros, se requiere que los criterios para establecer el cálculo del margen de solvencia de las aseguradoras de la Unión Europea, sean homogéneos.
2. La creación de productos con una parte financiera importante, requiere que se apliquen criterios similares a los plantados por el comité de Basilea[12] (Basilea II).
3. De acuerdo al entorno cambiante que se sufre, es necesario implementar métodos de supervisión preventiva y dinámica, para evaluar la situación de solvencia en la que se encuentra la entidad a mediano y largo plazo.
4. La solvencia de una aseguradora en este modelo está basada en datos financieros, por lo que se requiere considerar otros aspectos como su exposición al riesgo.
5. Nuevas normas internacionales de contabilidad.

Aunque Solvencia I proporciona protección a los asegurados, deja de lado la parte dinámica de la compañía, por lo que existen riesgos del mercado que no son considerados.

Debido a que los bancos y las aseguradoras pertenecen al sector financiero, esta última se ve afectadas por los cambios que se presenten en el mercado, por lo que se transpone el Nuevo Acuerdo de Basilea al sector asegurador, éste convenio rige al sistema bancario mediante tres pilares, donde se detallan los lineamientos que deben cumplir los bancos, tanto cuantitativos como cualitativos, y se mencionan la información que debe transparentar al mercado para conocer su situación financiera.

---

utilizado como una medida de la rentabilidad de una compañía y permite hacer comparaciones estáticas de distintas compañías dentro de un mismo sector.

[12]Este comité fue creado por los gobernadores y presidentes de los bancos centrales que conforman el G-10 con el propósito de regular y supervisar los mercados bancarios internacionales.

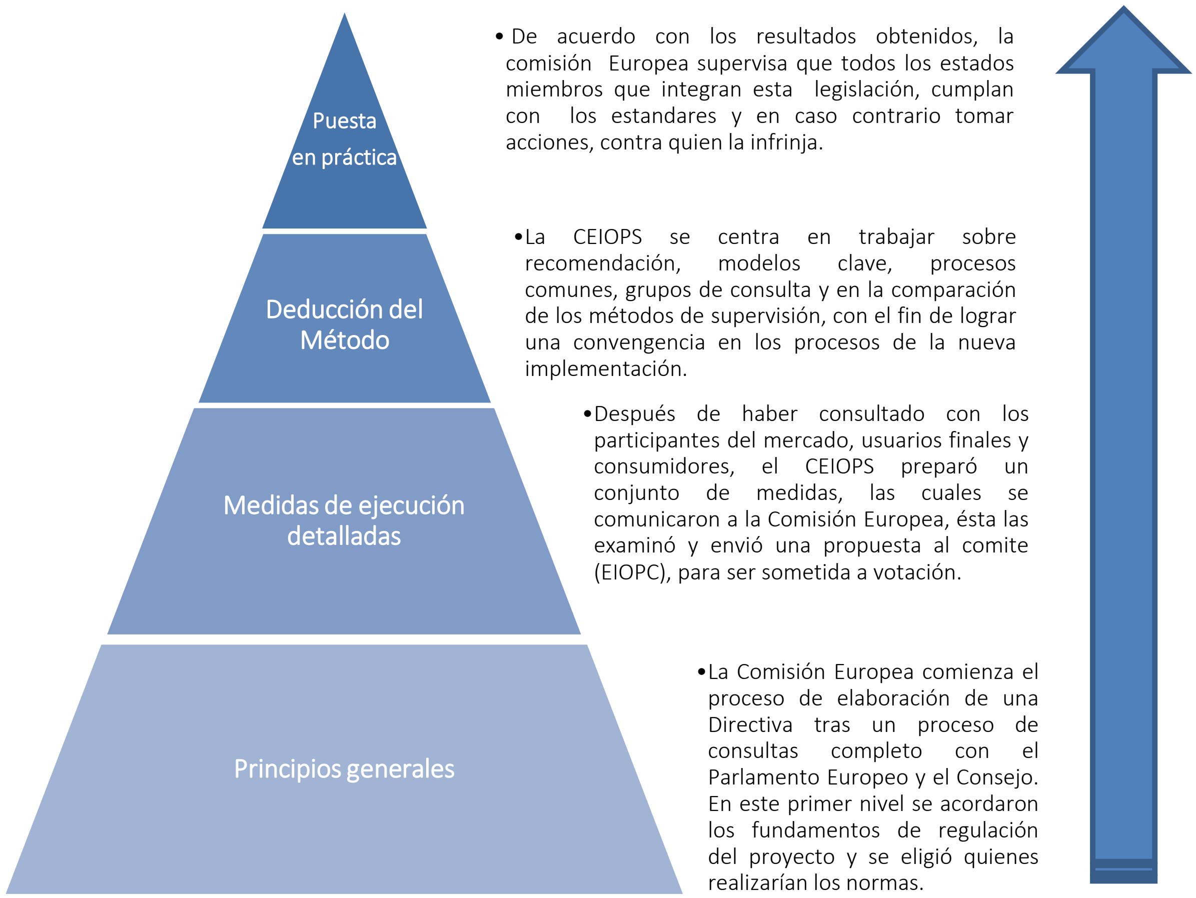
El comité de solvencia decide comenzar con un nuevo modelo de requerimientos de capital desarrollado por la Unión Europea mediante *The Committee of European Insurance and Occupational Pensions Supervisors* (en delante, CEIOPS)[15] y que se adaptó a las necesidades del sector y procuro resolver las debilidades de Solvencia I. Este acuerdo tuvo como objetivo, proteger a los usuarios mediante requerimientos de capital de acuerdo a los riesgos que afrontaban de forma certera para abrir paso a la participación en el mercado.

La idea de cuantificar el requerimiento de capital tomando en cuenta los riesgo asumidos, no solo fue idea de la Unión Europea, sino también en Suiza se creó un proyecto basado en este en foque, el cual es conocido como *Test* Suizo de Solvencia (SST), que comenzó en mayo de 2003, este fue mejorado tras el paso del tiempo, hasta que en el 2006 la Ley de Supervisión de Seguros exige a todas las compañías que utilicen el SST para sus cálculos. El cálculo del capital se realiza con un modelo estándar, sin embargo, también se impulsa a las compañías a utilizar modelos propios.

La implementación del nuevo modelo solvencia causo perturbaciones, debido a su importancia y respecto a los cambios que se requirieron hacer. Se incorporar el enfoque de Lamafalussy, con el que se pretende hacer más eficiente, efectiva y consistente la legislación, regulación y supervisión del sector. Éste planteamiento consta de cuatro niveles, los cuales se presentan a continuación.

[15]Tiene personalidad jurídica y debe rendir cuentas ante el Parlamento Europeo. Formalmente la nueva directiva de solvencia fue creada por él, pero fueron muchas las organizaciones que estuvieron involucradas en su proceso y desarrollo. Entre estas se encuentran: Bank for International Settlements (BIS), Basel Committee on Banking Supervision (BCBS), Comité Européen des Assurances (CEA), European Insurance and Occupational Pensions Committee (EIOPC), Groupe Consultatif, International Actuarial Association (IAA), International Association of Insurance Supervisors (IA IS), International Accounting Standards Committee (IASC) & International Accounting Standards Board (IASB)

Figura 1.1
Niveles del Enfoque de Lamafalussy



Fuentes: Elaboración propia con datos de Proyecto de Solvencia II, Aguilera Manuel, 2009, pág. 28

Por otro lado, se plantea realizar cambios de las normas de las organizaciones reguladoras, de las que se pueden mencionar: International *Association of Insurance Supervisors* (IAIS), *International Actuarial Association* (IAA), Consultores y auditores, Bancos, *International Accounting Standards Board* (IASB) , Agencias de rating, Comisión europea, *The International Association of Insurance Supervisors (IAIS)*[16]. Indican que el propósito de realizar cambios en la supervisión del sector asegurador, es procurar su eficiencia y salvaguardar la estabilidad del mercado. Para que esto sea cumplido, se requiere mantener los activos del capital por arriba de los pasivos.

[16] Es establecida en 1994, representa reguladores y supervisores de seguras de más de 20 jurisdicciones en casi 140 países.

1.3 Estudios de Impacto Cuantitativo

El proceso de la nueva iniciativa de solvencia ha sido extensa. En este camino la *CEIOPS* analizo el impacto que tendría Solvencia II en las instituciones de seguros europeas con la realización de diferentes pruebas *Quantitative Impact Study* (en adelante, QIS) con intención de formular un método general para la adecuada estimación de capital en riesgo. Para este fin, se partió de un modelo general y así, pasó a paso, ir delimitándolo. A continuación se mencionará los estudios realizados para llegar a las implicaciones de Solvencia II.

QIS1. En este estudio se mostró información acerca de la variabilidad de los cálculos que las instituciones debían utilizar, mediante el uso de aproximaciones. Se construyó una recolección de datos para dar información sobre si se logran resultados confiables, y hasta qué punto la variabilidad técnica y actuarial de las normas de valoración construidas era apropiada.

Una de las razones de este estudio era evaluar las provisiones técnicas en base al valor más probable, por lo que se requirió estimar el valor presente de los flujos asociados a cada una de las pólizas, el objetivo de esta evaluación era: definir un nivel de seguridad uniforme, la detección de las obligaciones a futuro, así como el cálculo de las cargas de seguridad para las respectivos tipos de seguros. En este estudio los participantes tenían la oportunidad de elegir el método para sus recargos de seguridad de acuerdo con el nivel actual de las provisiones técnicas.

En este estudio se concluyó que la mejor estimación del margen de riesgo tiende a ser inferior a lo dispuesto en las bases actuales, y que los márgenes de riesgo tienden a ser menores para la mayoría de las instituciones y clases de negocios.

QIS2. Este estudio concluyó en junio de 2006, donde participaron 514 compañías de 23 diferentes países. El tema central en este segundo QIS es la construcción del marco de un enfoque estándar para calcular el capital mínimo que garantiza la solvencia de la compañía, con el propósito de contar con una mejor estimación del valor de los activos y pasivos donde se debe mejorar la actividad de modelar y calibrar la fórmula para la determinación de los requerimientos de capital.

Los resultados del estudio determinaron que hay problemas en las calibración relacionadas con los factores de riesgo independientes, para las primas de no vida, riesgos de reserva, los factores de tamaño de suscripción aplicados en no vida, el trato de la inversión en acciones, entre otros; sin embargo, se dejó en claro que para la aproximación final prudencial y exacta el enfoque estándar será requerido. Un resultado adicional es que las instituciones solicitan mejorar los modelos para el cálculo de Requerimiento de Capital de Solvencia, ya que encontraron que su fórmula era demasiado compleja.

De acuerdo a la encuesta de realizada por *Ernst & Young*, el 61% de los seguros cree que Solvencia II reduce los riesgos y ayuda a mejorar el riesgo de gestión. Una conclusión adicional de QIS2 fue que el uso de modelos y experiencias propias es conveniente para modelar los riesgos, especialmente para el ramo de vida y en el caso de no vida se identificaron algunos tipos de riesgos como: renta variable, inmueble, tipos de cambio, diferencial de crédito, concentración en los mercados, entre otros, de los que se requiere realizar una mejor clasificación (Garayeta Bajo, Iturricastillo Plazaola, & De La Peña Esteban, 2012).

QIS3. Este estudio tenía como finalidad examinar y probar las nuevas normas para la valoración de la responsabilidad del requerimiento de capital mínimo (en adelante, RCM) y la forma de medir la solvencia de la institución. Este QIS estuvo fuertemente influenciado por el QIS2. La participación fue por mediante encuestas, donde se obtuvieron resultados valiosos para las aseguradoras y la CEIOPS. En el estudio se planteó que los activos deben ser valuados a valor de mercado y cuando estos valores fueran fiables serian asignados a los activos respectivos.

Las principales conclusiones fueron:

1. Mejorar el estudio del cálculo de las provisiones, el cálculo de Requerimiento de Capital de Solvencia, la evaluación de los recursos propios.
2. Proponer metodologías simples para la valuación de los activos y normas prescriptivas para el cálculo del Requerimiento de Capital de Solvencia y RCM.
3. Metodologías simples para calcular el RCM.
4. Guía para la valoración de los activos y una simplificación de la metodología para evaluar el capital disponible.
5. La simplificación de la metodología de las provisiones técnicas, normas para la evaluación de los recursos propios.
6. Profundización dentro de los diferentes sub-riesgos.

QIS4. Este estudio se enfocó en evaluar la variabilidad y las implicaciones de los QIS anteriores, el cual fue realizado por la CEIOPS. El cual, consistía en evaluar el riesgo de pérdida de acuerdo al valor de activos y pasivos con los que cuente las instituciones. Se concluyó que la evaluación deberá ser realizada con una valoración económica, relacionada con el valor de mercado de los activos y pasivos. En cuanto a las provisiones técnicas los participantes las deberán valuar de acuerdo a su valor de transferencia o liquides, entre partes interesadas y en condiciones de independencia recíproca (Garayeta Bajo, Iturricastillo Plazaola, & De La Peña Esteban, 2012).

QIS5. Éste fue el último test que se realiza antes de implementar Solvencia II por la CEIOPS. En el cual se intenta mejorar la valuación de los activos y pasivos en los que se exigía que sean cuantificados de acuerdo a una aproximación al valor de mercado, a su vez, las instituciones deberán considerar los riesgos que se originan de sus operaciones, donde utilizaran los supuestos que los participantes de mercado utilizan para evaluar los activos.

El seguimiento de la información de la institución será una obligación, al menos trimestralmente y en caso de utilizar modelos internos el seguimiento será continuo. Entonces si una entidad al utilizar el modelo estándar y su Requerimiento de Capital de Solvencia sobre pasa la cantidad estipula, no le resultará rentable aplicar un modelo interno.

El margen de seguridad utilizado en otras normativas se convierte en un margen de riesgo, el cual debe incluir todos los riesgos expuestos Además que debe otorgar el valor necesario al Requerimiento de Capital de Solvencia y al RCM, para respaldar los riesgos cubiertos y agrega los modelos dinámicos, basados en principios y escenarios. Solvencia II implica un cambio en método y filosofía, con una gestión integral de riesgos.

Se plantean las prioridades de las instituciones, identificar sus riesgos y delimitar cada uno de estos con una valoración de los riesgos expuestos. Para la administrar, gestionar y tomar de decisiones será necesario el desarrollo de un cuadro de mando que contemple: tipo de riesgo de acuerdo al producto, gastos, inflación, los pagos de los tomadores y a los beneficiarios, las garantías financieras o la separación por segmentos.

1.4 Marco regulatorio de Solvencia II

Solvencia II es el resultado de diversos estudios realizados al sector asegurador de la Unión Europea. Este modelo parte de los métodos de revisión de suficiencia de capital para el ente asegurador, establecidos por: requerimientos de capital que contemplen riesgos tangibles, un gobierno corporativo más sólido, mejorar la administración de riesgos, revisiones más detalladas por el supervisor, mayor transparencia y revelación de información a los mercados.

Entre sus objetivos principales se pueden mencionar:

a. Promover la convergencia de la supervisión a todo el sector
b. Incentivar a las entidades a medir y gestionar sus riesgos adecuadamente.

c. Contribuir a una industria de seguros mejor gestionada y más competitiva.
d. Alentar a un mercado único europeo de los servicios financieros.
e. Proporcionar un mayor nivel de confianza hacia los asegurados.

El Acuerdo de Solvencia II se basa en principios sólidos, su aplicación es uniforme e incentiva a proponer métodos propios para calcular las provisiones necesarias para los riesgos expuestos. Este último punto es relevante, ya que cada compañía puede elegir o crear técnicas propias, para determinar los requerimientos adecuados en base a sus operaciones, así cada una de las aseguradoras, contará con procesos de valuación personalizados y podrán cumplir con los objetivos que se plantean.

El nuevo modelo sigue un esquema similar a Basilea II, acuerdo que consisten en recomendaciones sobre la legislación y regulación bancaria, el cual fue emitido por el Comité de supervisión bancaria de Basilea. En esta mejora se plantean tres pilares o principios: El primero de RCM, el segundo de la revisión de la entidad supervisora y el último del uso de la información del mercado para consolidar la disciplina y tener transparencia en la actividad comercial del sistema bancario. A continuación se muestra la comparación entre los dos esquemas.

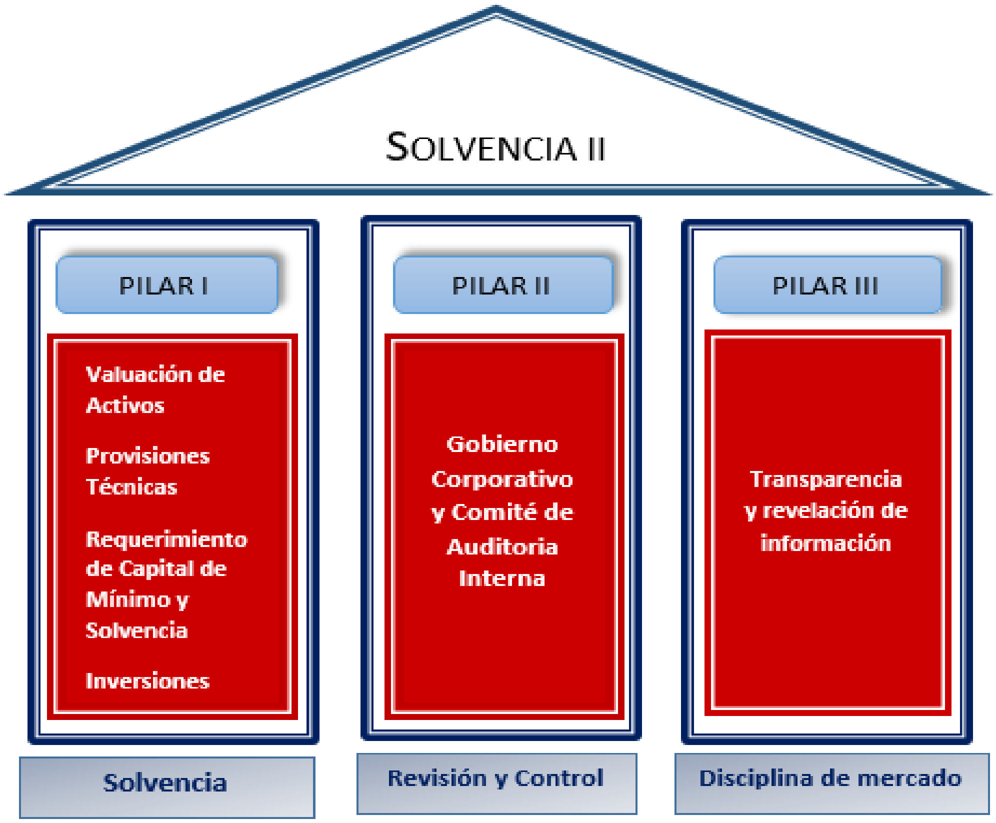
Cuadro 1.1
Comparativo: Basilea II & Solvencia II

	Basilea II	Solvencia II
Estructura	Tres pilares	Tres pilares
Objetivo final	Estabilidad del sistema bancario internacional	Defensa del asegurado
Ámbito de aplicación	En todos los bancos con actividad internacional	En todas las aseguradoras de a nivel internacional
Alcances del análisis	Activo bancario	Activo y Pasivo
Tratamiento de riesgos	Un modelo para cada riesgos	Un modelo que integre todos los riesgos

Fuentes: Elaboración propia con datos del documento titulado: *Ejes del proyecto y diferencias con Basilea II*, pág. 54

Los tres pilares de Solvencia II, fueron estudiados mediante el proceso de Lamafalussy donde se infiere que el análisis de la solvencia de las entidades sea similar al del sector bancario. Estos pilares están relacionados entre sí, debido a que se dividen en tres campos, cálculo, gestión y transparencia.

Figura 1. 2
Esquema general de solvencia II

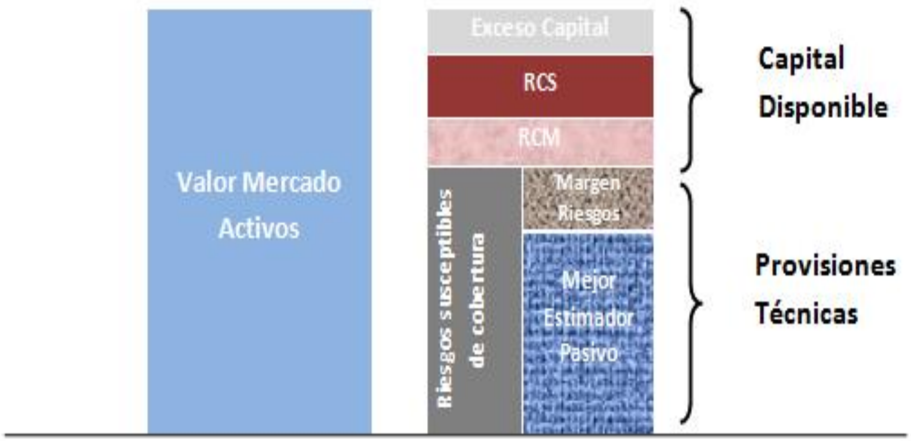


Fuente: Elaboración propia con datos de documento: *Proyecto de Solvencia II*, 2009, pág. 26

1.4.1 Pilar I. Suficiencia de recursos financieros

El primer pilar es un conjunto de reglas, tanto para seguro de vida como de no vida, que sirven para determinar el valor de activos y pasivos en el mercado, con el que se podrá calcular: las provisiones técnicas y los requerimientos de capital necesarios, conforme a diversos niveles de confianza de la aseguradora. Se estipula que los resultados que se obtengan sean sensibles a los riesgos. Los elementos que señala este pilar conforman la estructura (Figura 1.3) del balance general de la compañía, por lo que se utilizarán para medir su situación financiera.

Figura 1.3
Estructura del capital de las instituciones de seguros



Fuentes: Elaboración propia con datos del documento: *Evolución del capital de solvencia requerido en las aseguradoras españolas hasta solvencia II*, 2012, pág. 140

Para valuar los activos y pasivo se debe considerar el valor de mercado. En caso de no contar con éste, se tomarán otros factores como: analiza el valor de productos similares, y observar su liquidez, entre otras características del producto.

La provisión técnica es el valor que toma el pasivo en el mercado, es decir, es el importe que la institución tendría que pagar si transfiriera sus compromisos a un tercero (Garayeta Bajo, Iturricastillo Plazaola, & De La Peña Esteban, 2012). Se requiere un enorme cambio en la cuantificación de los pasivos de la compañía, de este planteamiento surge tres dificultades:

1. No se tiene certeza de cuál va ser el importe a pagar en el futuro.
2. Se desconoce el instante de tiempo en el cual sucederá el pago.
3. No existen mercados de compraventa para tales pasivos.

En el caso de riesgos financieros[19] gozan de tener una cobertura en el mercado; sin embargo, existen excepciones en las cuales no se cuenta con esta valoración[20]. En definitiva, si los pasivos son compromisos asociados a riesgos capaces de ser cubiertos mediante el uso de instrumentos financieros, entonces el valor de la

[19] Entre los principales riegos financieros se encuentran: mercado, crédito, descalce o reinversión, liquidez, depreciación, participación y en relación con el uso de instrumentos financieros derivados.

[20] Los riesgos sin cobertura son aquellos que no pueden ser cubiertos por activos negociables en mercado líquidos y transparentes o cuando los precios de estos activos no son creíbles.

provisión técnica será el costo de mercado de la cobertura de éstos, lo que se conoce como *marked-to-market*. En caso de que los riesgos no sean susceptibles a una cobertura, se obtendrá la provisión como la suma del mejor estimador más margen de riesgo, como se muestra a continuación.

Cuadro 1.2

Pasivos & Provisiones Técnicas

Pasivo asociado a	Valor de las provisiones técnicas
Riesgo susceptible de cobertura	**Valor de mercado de las coberturas**
Riesgos no susceptible de cobertura	**Mejor estimador + Margen de riesgo**

Fuentes: Elaboración propia con datos del documento titulado: *Ejes del proyecto y diferencias con Basilea II*, pág. 43

El Mejor Estimador es el importe asociado al valor presente esperado de los flujos futuros de pagos por siniestros, usando la curva de tipos libres de riesgos, basándose en información actual y en hipótesis realistas (CEIOPS, 2007). Se sugiere que el Mejor Estimador se debe basar en la media de la distribución de probabilidad del valor de las reclamaciones, se determina que para su cálculo debe emplear, al menos, dos técnicas diferentes que sean consideradas apropiadas, eligiéndose el más adecuado de ellos, es decir, el que mejor se adapte la naturaleza de los pasivos. Algunas formas de cálculo son:

1. Valuar una cartera que replique la que posee la aseguradora.
2. Modelar las obligaciones mediante un enfoque estocástico.
3. Utilizar factores de descuento o escenarios neutrales al riesgo que asegure la consistencia de la estimación.

El Margen de Riesgo corresponde al valor que garantiza que las provisiones técnicas sean iguales a las obligaciones del seguro. Se deberán calcular de forma que permita que las obligaciones puedan ser o bien transferidas, o bien liquidadas (CEIOPS, 2007).En caso que se requiera transferir una cartera, también se debe transferir este margen, debido a que no es un capital que corresponda a la aseguradora. En la práctica se calcula como el valor actual de los costos futuros en que la compañía incurre por mantener el nivel de Requerimiento de Capital de Solvencia. Estas consideraciones están señaladas en el modelo de *Test de Solvencia (SST)*.

En Solvencia II, plantea dos cifras de capital: el exigido, Requerimiento de Capital de Solvencia y RCM. El primero está basado en el riesgo tolerado por la aseguradora, que garantiza un capital para respaldar a los asegurados y mantener la estabilidad en el mercado; por lo cual, se deben considerar todos los riesgos, no sólo los técnicos. Este requerimiento será calculado mediante el uso de modelos estandarizados o propios.

En estos modelos se debe considerar:

1. Una medida del riesgo
2. Una cierta probabilidad o nivel de confianza
3. Un horizonte temporal

Y se tomaran como base las medidas siguientes:

VaR (*Value at Risk*) al 99.5%: pérdida esperada, es una técnica utilizada para valorar la probabilidad de pérdidas de un portafolio en base al análisis estadístico de datos históricos de tendencia.

TVaR (*Tail value at risk*) al 99%, esta técnica añade a la anterior VaR la pérdida adicional esperada y considera la utilización de la distribución de colas[23].

El RCM es la cantidad mínimo del Requerimiento de Capital de Solvencia, ya que si las operaciones de la aseguradora están por debajo de este nivel, se convertiría en un riesgo inadmisible. Para calcular el RCM se ha propuesto lo siguiente:

Que se base a los requisitos de capital del sistema de Solvencia I

1. Un porcentaje del Requerimiento de Capital de Solvencia
2. Una adaptación amplificada del Requerimiento de Capital de Solvencia
3. Un porcentaje de las provisiones técnicas

Solvencia II, permite utilizar a las instituciones aseguradoras modelos estandarizados o propios, para el cálculo del Requerimiento de Capital de Solvencia. Los modelos estandarizados manejan formulas relativamente simples, que relacionan los requisitos de capital con las categorías clave de riesgos.

Los modelos propios servirán para crear procesos de acuerdo a las necesidades de cada entidad, los cuales, deben de ser previamente aprobados por las autoridades reguladoras, éstas revisaran si los requerimientos de capital obtenidos son válidos.

Para concluir con este pilar, se menciona el riesgo de inversión, el cual se aborda en el tema de provisiones técnicas, señalando en los activos en donde se puede invertir y la cuota máxima. Todas la inversiones que mantengan las aseguradoras deben invertirse, gestionarse, y controlase con arreglo al principio de prudencia, que obliga a las compañías a invertir sólo en activos e instrumentos cuyos riesgos

---

[23] Distribuciones con mayor densidad en sus valores extremos

puedan vigilar, gestionar y controlar buscando siempre el mayor beneficio de los tomadores (Duran Santomil & Otero González, 2010).

1.4.2 Pilar II. Gobierno corporativo y revisión del supervisor

Es el proceso de supervisión que sirve para garantizar que las compañías tengan un correcto sistema de gestión y administración de riesgos; además de un apropiado nivel de capital.

Los principales puntos del segundo pilar son:

1. Señala la importancia de aspectos cuantitativos. Es necesario contener la base y los principios de control interno para la evaluación, que determinan la efectividad de los sistemas de gestión y de control de riesgos.
2. La exposición al riesgo de cada entidad, incluyendo el reaseguro.
3. Los modelos internos de gestión de riesgos
4. La honorabilidad y profesionalidad de la Dirección (Buen Gobierno Corporativo).
5. El posible descalce de activos y pasivos.
6. Unificación de escenarios y parámetros, homogenizar los procesos para obtener los requerimientos de capital
4. Unificación del proceso de supervisión en la Unión Europea
5. Pilar básico para la discriminación basada en carteras de riesgo.
6. Posibilidad de que los supervisores requieran capitales adicionales a los calculados sobre la base de los modelos aplicados en casos individuales.

El propósito de este pilar es que la entidad se encuentre regulada interna y externamente, y cumpla adecuadamente con los niveles de gestión de riesgos, para que esto suceda se requiere que la instituciones se comprometa con el proceso de supervisión de riesgos y cumpla con el capital solicitado de acuerdo a los riesgos, para que estos aspectos sean evaluados aspectos por un supervisor. También es necesario que la compañía este adecuadamente capitalizada.

Las inversiones son un punto fundamental para el Requerimiento de Capital de Solvencia. Debido a que las instituciones que inviertan en activos riesgosos deberán tener un mayor requerimiento, por esto se menciona que las inversiones sean realizadas de forma prudente, es decir, considerando el nivel de riesgo que puedan afrontar.

1.4.3 Pilar III. Transparencia y revelación de información

El Pilar III está diseñado para suministrar a los mercados de información relevante referente al capital de la aseguradora, la cual estará dirigida a los participantes del mercado tales como: accionistas, inversionistas en bonos, reaseguradoras y aseguradoras. La información que aporte al mercado, cada una de las entidades, está dividida en tres bloques.

Cuadro 1.3

Bloques de información del Pilar III

Bloque 1. Medidas sobre estados financieros: es la información contable tradicional, el balance financiero, los resultados y los flujos de caja. Esta información se encuentra generalmente estandarizada.
Bloque 2. Medidas de los perfiles de riesgo: generalmente la atención de los reguladores incluyen medidas sobre el nivel de riesgos y de diversificación de carteras, tales como el VaR o las pruebas de *stress-testing*, el nivel, la consistencia de la información en esta área son muy variadas.
Bloque 3. Medidas de la incertidumbre de la información en las anteriores agrupaciones: este tipo de información está menos desarrollada y puede incluir análisis de sensibilidad ante cambios en el valor de determinados parámetros y la comparación de resultados con anteriores estimadores.

Fuentes: Elaboración propia con datos de documento titulado: *Análisis del riesgo en seguros en el marco de Solvencia II: Técnicas estadísticas avanzadas Monte Carlo y Bootstrapping,* pág. 32

Para que el pilar tenga un funcionamiento ordenado, se plantean cuatro principales puntos de la regulación.

1. Promover la eficiencia de los mercados mediante la transparencia y accesibilidad de la información.
2. Para evitar duplicidad, los requerimientos de información deberán considerarse de acuerdo a los requerimientos contables existentes de la contabilidad IASB.
3. Establecer recomendaciones y requerimientos de información a las entidades para garantizar una mayor transparencia.
4. Facilitar el acceso a los participantes en el mercado a la información clave de las entidades.

Se busca impulsar la disciplina de mercado mediante una mayor transparencia, por lo que se debe incrementar la divulgación de información relativa a su nivel de solvencia, exposición al riesgo y mecanismos de control internos. Para cumplir con este fin, se requiere por parte de las compañías la elaboración de informes fidedignos, tales como:

a) SFCR (*Solvency and Financial Condition Report*): el informe de situación financiera y de solvencia anual.
b) RSR (*Regular Supervisory Reporting*): de carácter exclusivo y confidencial, ya que el supervisor es el único que puede tener acceso a la información contenida en él.
c) QRT: (*Quantitative Reporting Templates*): plantillas para ser completadas con la información económica, financiera y contable de la compañía aseguradora.

Se tiene en claro que tales requerimientos no podrán ser asumidos por algunas entidades, pero se espera que con el paso del tiempo todas converjan a la misma regulación teniendo en cuenta que, a mayor control, mayor calidad y mejor servicio a los clientes.

1.5 Riesgo de Prima de Seguros de No Vida

En el sector asegurador están divididos en dos clases principales de riesgos: de vida y no vida; algunas de los motivos de esta división son las siguientes:

1. Simplificar la complejidad del cálculo del capital asociado a los riesgos de vida y no vida.
2. Puede ser apropiado agregar resultados esperados usando matrices de correlación.
3. Bajo una perspectiva económica, beneficios esperados en seguros no vida se puede usar para cubrir pérdidas, independientemente de su origen.

Uno de los riesgos que intervienen en la creación del seguro, es el técnico de no vida, ya que engloban los siniestros futuros asociados al presente ejercicio y el resultado de la reserva. Se compone por los riesgos de primas, de reservas y catastrófico, los cuales surgen a causa de insuficiencia de la prima o por una estimación deficiente de las provisiones de los siniestros.

Los riesgos anteriores están relacionados al riesgo de prima, donde se menciona la posibilidad que el monto del cobro al asegurado sea insuficiente para cubrir los siniestros. Este riesgo se basa en un cierto nivel de probabilidad que hace referencia a futuros siniestros con montos no esperados.

Para prevenir la insuficiencia de la prima de riesgo, se deben considerar en su cálculo los puntos siguientes:

a) Realizar segmentaciones del negocio, es decir, tomar los riesgos de cada sub-ramo por separado. En cada uno de estos se aplica la credibilidad de los datos, la cual es un factor imprescindible para realizar predicciones, y viene influenciada por el volumen de datos y la homogeneidad de los datos. En los casos en los que estas fuerzas operen en sentidos opuestos debe buscarse la homogeneidad de los datos y en caso que exista escasez de datos se debe recurrir a información estadística del mercado.
b) Se menciona que es necesario el uso de parámetros específicos, en donde se plantea utilizar de la desviación estándar para éstos. La cual se determina en base a la volatilidad histórica de los ratios de siniestralidad.

El monto del riesgo de prima lo propone la institución y está en función de la estadística del mercado o la propia, en los casos complejos lo fija el reaseguro o se calcula con el Mejor Estimador más el Margen de Riesgo, donde se utilizan técnicas actuariales para la valuación. Las hipótesis que se obtengan acerca de parámetros, tasa de descuento, inflación de siniestros, entre otros, se pueden basar en experiencias históricas. La modelación se fundamenta en distribuciones de probabilidad y las pérdidas futuras; en este caso, el ajuste de algunas catástrofes se realiza mediante escenarios.

El Mejor Estimador está basado en la media de la función de probabilidad, por lo que en el cálculo se deben hacer mención de los puntos siguientes:

1. Origen y tipo de datos usados
2. Impacto de la inflación sobre el costo total de los siniestros
3. Impacto de los grandes siniestros sobre el costo total, realizando pronósticos de su posible trato por separado
4. En caso de no utilizar los métodos estadísticos, mencionar cómo se han obtenido las estimaciones.

Dado que se debe usar al menos dos métodos para realizar el cálculo del Mejor Estimador, se sugiere utilizar el método de triángulo de *run off*, el cual consiste en la utilización de una matriz donde se colocan los pagos realizados en cada año y éstos se triangulan.

El Margen de Riesgo usa la metodología del costo de capital, pero para el ramo de no vida si bien se acepta metodologías distintas, con distribuciones de probabilidad que presenten colas pesadas. Para llevar a cabo la evaluación del Margen de Riesgo se distinguirá entre el cálculo del Requerimiento de Capital de Solvencia para el primer año que corresponde y los años posteriores.

Estas consideraciones permiten calcular el Margen de Riesgo, en el que se utilizan tres posibles procedimientos.

1. Obtener la diferencia entre el valor obtenido para cierto nivel de confianza y el Mejor Estimador.
2. Mediante el uso del enfoque del costo del capital, esta metodología supone que la institución se encuentra diferentes panoramas financieros con temporalidad a un año, aquí se toma el valor de activo y pasivo, como él necesario para transferirlos a otra institución.
3. Se considera una tercera basada en la prueba de *stress test*, la cual especificará escenarios críticos para todos los factores de riesgo.

Los seguros catastróficos tienen asociados riesgos con probabilidad de ocurrencia con gran variabilidad, lo que provoca que el monto del riesgo de prima aumente, afectando directamente el Requerimiento de Capital de Solvencia.

1.6 Requerimiento de Capital por Riesgo de Prima

En el nuevo enfoque de Solvencia II, los requerimientos de capital, Requerimiento de Capital de Solvencia y RCM, donde se deben contemplar todos los riesgos que enfrenta una aseguradora, de acuerdo a su ramo. Ambas exigencias de capital tienen propósitos distintos.

a) El Requerimiento de Capital de Solvencia es el nivel de capital que permite a las compañías absorber las pérdidas que podrían llegar a ocurrir, por lo que trata con eventos inciertos.
b) El RCM es un sistema de seguridad que se define como la barrera mínima de recursos con los que debe contar la institución, para de igual forma enfrentar sus riesgos con una menor probabilidad de que ocurran.

El Requerimiento de Capital de Solvencia no depende del número de contratos, sino del número de riesgos inherentes a éstos. Es el capital asociado a cubrir el riesgo técnico que se basa en aspectos propios del negocio asegurador: la aseguradora debe garantizar el pago futuro de sus compromisos y el importe de éstos debe ser calculado con anticipación. Los riesgos técnicos de no vida se dividir en tres:

1. Riesgos asociados a las primas, el cual se presenta en el momento de emitir la prima y antes de que ocurra cualquier siniestro. Está asociado en los gastos que sean superiores a los contemplados en las primas.
2. Riesgo de reserva, está asociado a la frecuencia y monto de los siniestros que ocurrirá durante el periodo de vida de la póliza, por lo que surge cuando se superan los valores estimados.

3. Riesgos catastróficos, se presenta en siniestros que cuentan con baja frecuencias pero con montos de reclamaciones elevados, esto se da en seguros de naturaleza hidrometeorológica y todos aquellos que causen grandes perdidas.

Para cada uno de los seguros anteriores se deben identificar todos los riesgos a los que se encuentra expuesto el asegurado y así definir el Requerimiento de Capital de Solvencias adecuado.

El RCM es un monto menor al Requerimiento de Capital de Solvencia, por lo que su calculó está directamente asocia este y cumple con las características siguientes:

1. Simple
2. Debe reflejar la parte del perfil de riesgos, por lo que se incluirá información de éstos y de los gastos de liquidación
3. Debe señalar un nivel mínimo de las garantías

Puede ser calculado como un porcentaje del Requerimiento de Capital de Solvencia o mediante métodos propios, en los que se debe señalar su proceso.

El riesgo de prima en el modelo de solvencia II para los seguros de catastróficos, se identifica cuando la reserva es insuficiente para respaldar los pagos de los siniestros. Su análisis consiste en identificar la frecuencia y montos de los siniestros; donde se establece la posibilidad de emplear una única distribución de probabilidad o una distribución para la frecuencia relativa y otra para el costo promedio de los siniestros.

En cualquier caso, la distribución deberá ser ajustada a los datos históricos por lo que se calcularan los parámetros por el método de estimación de momentos y de la estimación de máxima verosimilitud. Entonces la estimación del capital de solvencia para el riesgo de prima de los seguros de no vida estará dado como la diferencia entre el valor del percentil al 99.5% de la distribución de siniestralidad agregada menos la prima de riesgo.

1.7 Marco regulatorio Mexicano de Solvencia II

La Secretaría de Hacienda y Crédito Público (en adelante, SHCP) es la entidad normativa y reguladora de mayor clasificación que se integra de organismos desconcentrado, para regular y supervisar el Sistema Financiero Mexicano. Las instituciones que la integran son Comisión Nacional Bancaria y de Valores, (en adelante, CNBV), CNSF, Comisión Nacional de los Sistemas de Ahorro para el Retiro (en adelante, CONSAR) y existe una institución dedicada a resguardar y defender a los usuarios del Sistema Financiero Mexicano, nombrado Comisión Nacional para la Protección y Defensa de los Usuarios de Servicios Financieros (en adelante, CONDUSEF) .

La CNSF, se dedica a supervisar y proporcionar las medidas adecuadas para el desarrollo óptimo del sector y que este se adhieran a un marco regulatorio, para mantener la solvencia y estabilidad financiera de las instituciones y garantice los intereses de los afiliados y se expandan las coberturas de sus servicios en la mayor parte de la población. El objetivo de intervenir en la estabilidad y solvencia financiera de las instituciones, es para proporcionar seguridad y confianza a los usuarios de los servicios financieros.

El sector segurador antes de entrar en vigor la nueva iniciativa de Solvencia II, se encontraba gobernado por la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros (en adelante. LGISMS) y por la Ley Federal de Instituciones de Fianzas (en adelante, LFIF), para englobar medidas de control financiero. La CNSF en relación con lo dispuesto en los artículos 108, fracción IV de la LGISMS y el artículos 68, fracción VI, de la LFIF, emite las Circulares Únicas de Seguros y Fianzas en las que se mencionan las Normas de Información Financiera (NIF) [25]mexicanas, en base a los requerimientos y el ramo que opera cada una de las instituciones. En estos documentos se estipula la forma y los términos a seguir para reportar a la CNSF, la información contable de las instituciones.

Una institución clave para la regulación de las aseguradoras es la Asociación Mexicana de Instituciones de Seguros (en adelante, AMIS)[26], que realiza diversas investigaciones sobre temas relacionados con el sector. Para el proyecto de Solvencia II, se forma el comité de solvencia, integrado por expertos en temas de Solvencia y riegos financieros. Este comité tenía como objetivo tratar los asuntos relacionados con el proyecto, el cual, mencionan los cambios que se realizaran para el ajuste de modelos y los requerimientos que deben de cumplir las compañías.

Para implementar el modelo de Solvencia II en México, se modifica la legislación de seguros y fianzas, por lo que en el 25 de octubre del 2012 la Cámara de Senadores del Congreso de la Unión recibió del Ejecutivo Federal la iniciativa de LISF, y

[25]Las NIF (Normas de Información Financiera) comprenden un conjunto de conceptos generales y normas particulares que regulan la elaboración y presentación de la información contenida en los estados financieros y que son aceptadas de manera generalizada en un lugar y a una fecha determinada.

[26]AMIS, es el organismo que agrupa al 80% de las compañías aseguradoras de México, las cuales emiten el 98% de las primas totales. Trabaja para promover que la población tenga acceso a mecanismos de protección ante los riesgos a los que está expuesta. Representa los intereses de las aseguradoras ante autoridades del sector público, privado o social y proporciona apoyo técnico a sus asociadas.

reformas a la Ley Sobre el Contrato se Seguro(en adelante, LSCS), donde el senado se decreta a favor el proyecto en diciembre del 2012 y fue aprobado por la Cámara de Diputados el día 28 de febrero del 2013. El objetivo de la nueva implementación de Solvencia, fue fusionar a la LGISMS Y la LFIF, para convertirlas en una sola ley y en base a esto, se crear la Circular Única de Seguros y Fianzas.

El punto clave de la fusión estados dos leyes es el "seguro de caución". Es el contrato en el que el asegurador se obliga a indemnizar al asegurado por los perjuicios que sufra en caso del tomador del seguro incumpla las obligaciones, legales o contractuales, que mantenga con éste, por esto es similar a la fianza mercantil[27], debido a que ambos garantizan el cumplimiento de obligaciones legales o contractuales.

El objetivo de la LISF es otorgar al marco jurídico asegurador y afianzador procesos de supervisión equivalentes a los establecidos bajo la Ley del Mercado de Valores y Ley de Instituciones de Crédito. A raíz de los cambios realizados en la regulación se realizó una redistribución de las facultades de las entidades. De acuerdo a la LISF las distribuciones quedan de la forma siguiente:

a) La SHCP cuenta con facultades específicas que se pueden definir como de nivel macro para el diseño y funcionamiento de los sistemas asegurador y afianzador.
b) La CNSF contará con facultades para autorizar procesos relacionados con las instituciones en lo particular, que van desde la constitución y operación hasta su revocación y liquidación. Se asigna la emisión de dispersiones generales que regulen a las instituciones, cargo que en la anterior regulación le correspondían a la SHCP.

La LISF contempla la incorporación de nuevos mecanismos de gobierno corporativo y el robustecimiento de los que contenían la LGSMS y la LFIF. Los cambios están centrados en determinar las facultades específicas del consejo de administración de las instituciones, para indicar sus políticas de inversión de acuerdo a criterios de concentración de riesgo. Se flexibiliza la inversión en activos, por lo que se permite invertir el capital en valores negociables en mercados financieros y en cuanto a la deuda la CNSF le debe de asignar una calificación mínima.

[27] Fianza mercantil o también conocida de fianza de empresa: es un contrato accesorio, por medio del cual una Institución de Fianzas, autorizada por la S.H.C.P., se compromete a título oneroso, con un Acreedor (beneficiario) a garantizar el cumplimiento de las obligaciones de su deudor (fiado)

Se reemplaza la figura del contralor normativo[28] por la de un comité de auditoría. En cuanto la contraloría interna adquiere facultades para la revisión periódica del cumplimiento de la regulación y los riesgos. Por su parte, la CNSF añade medidas de transparencia, sobre las calificaciones de calidad crediticia que deberán obtener las instituciones, y deberán dotar al público con información acerca del perfil de riesgo y su nivel de capital.

De todas la implementaciones mencionadas se deriva del modelo se Solvencia II, el cual tiene la tarea de fundar un esquema común en la administración de riesgos, mediante el requerimiento de capital de solvencia, así como disponer de procesos y procedimientos para identificar, medir y gestionar los niveles de riesgo asumidos. Esta nueva iniciativa señala que la solvencia de institución de seguros no solo está relacionada con datos financieros, sino que se debe considerar otros componentes que también se encuentran expuestos a riesgos, tales como en los procesos operativos, en la tecnología de información, en los recursos humanos o cualquier otro evento externo adverso relacionado con la operación de las Instituciones y Sociedades Mutualistas (AMIS, 2010).

En el sector asegurador mexicano como en el europeo, Solvencia II está diseñada sobre un esquema de tres pilares: el primero radica en implementar un sistema de análisis de las reservas técnicas, deducir las inversiones de activos y pasivos para cubrir las obligaciones de las pólizas, cuantificar los requerimientos de capital y ampliar los mecanismos de transferencia de riesgos; el segundo establece las reglas del gobierno corporativo, control interno y supervisión; y el tercero menciona las obligaciones de información las compañías deben facilitar al mercado.

1.7.1 Estudios de Impacto de la Unión Europea & México

De igual forma que en la Unión Europea, en México se realizaron Estudios de Impacto Cuantitativo (en adelante, EIQ) para la regulación de Solvencia II. Estos estudios fuero realizados por medio de tres etapas:

Etapa 1. Se llevó a cabo una serie de sesiones con representantes de las organizaciones del sector asegurador e instituciones, para conocer los lineamientos generales del esquema de solvencia que llevan cabo en cada una, para la constitución y valuación de la reserva técnica, requerimiento de capital de solvencia, margen de riesgo, base de inversión, fondos propios y balance general

[28]Establece los mecanismos y procedimientos necesarios para asegurar que se cumpla con lo dispuesto en el reglamento, en relación al régimen de inversiones y las políticas definidas por la junta directiva en materia de inversiones, y, en general, toda la normatividad y medidas internas de buen gobierno corporativo, código de control interno y transparencia comercial.

Etapa 2. En base a los resultados de la etapa 1, se realiza el proceso para el cálculo del requerimiento de capital de solvencia, en el que las instituciones se deben basar para realizar sus cálculos y se incluye el uso métodos estatutarios[30] para la estimación de la reserva técnica. Se establece un plazo para que las instituciones entreguen los resultados obtenidos de dichos cálculos a la CNSF.

Etapa 3. La CNSF recopila la información de las instituciones y se incluye el proceso de consulta en la Circular Única de Seguros y Fianzas (CUSF). [31]

En base a los resultados se comparan el EIQ-México con los QIS- Unión Europea. El análisis es realizado a los factores que afectan al Requerimiento de Capital de Solvencia.

- Riesgo de suscripción de vida, contempla los sub-riesgos de mortalidad, supervivencia, invalidez y gastos. Para el cálculo del requerimiento de capital se obtiene en base al mejor estimador menos el factor de estrés[32], a continuación se muestran los factores de los sub-riesgos.

Cuadro 1.5

Comparativo de Factor de estrés para riesgo de vida

Riesgo de Suscripción de Vida		
Sub-riesgo	**Factor de Estrés QIS4**	**Factor de Estrés EIQ**
Mortalidad	10%	8.69%
Sobrevivencia	25%	24%
Invalidez	35%	41.16%
Gastos	10% e incrementa en inflación esperada del 1%	8.34% e incrementa en inflación esperada de 1%

Fuentes: Elaboración propia con datos del documento titulado: *Proyecto de Solvencia II Avances*, pág. 8

Riesgo de suscripción no vida, contempla los riesgos de primas y catastróficos .El procedimiento que se emplea para calcular el Requerimiento de Capital de Solvencia, está relacionado con la cantidad de información con la que cuenta la compañía, debido a que si tiene suficiente información puede emplear métodos propios.

---

[30] Método actuarial, donde se asignan los parámetros financieros y técnicos, que las instituciones deberán emplear para la constitución y valuación de la reserva técnica

[31] También llamada regulación secundaria que instrumenta y da operatividad a la nueva LISF

[32] El factor de estrés, es un porcentaje que se refiere a la volatilidad que sufren los riesgos en diversos escenarios del mercado.

Cuadro 1.6

Comparativo de Metodologías para riesgo de no vida

Riesgos de Suscripción de No Vida		
Sub-riesgo	**Metodología QIS4**	**Metodología EIQ**
Prima	Método estándar basado en una Log Normal	Modelo Colectivo de Riesgo
Reserva	Método estándar basado en una Log Normal	Método Bootstrap
		Método de Chain Ladder
		Método Mack
		Métodos estocásticos

Fuentes: Elaboración propia con datos del documento titulado: *Proyecto de Solvencia II Avances*, pág. 9

- Riesgo de contraparte o de crédito, contempla los sub-riesgos de reaseguro, derivados, otros deudores y se agregan elementos que incrementan el riesgo. Este riesgo tiene asociada una probabilidad de *default* o incumplimiento, que está relacionada con la calificación crediticia de la contraparte.

Cuadro 1.7

Comparativo de metodologías para riesgos de contraparte

Riesgo de Contraparte		
Sub-riesgo	**Metodología QIS4**	**Metodología EIQ**
Reaseguro	Probabilidad de default por reaseguro	Probabilidad de default Por reaseguro
Derivados	Probabilidad de default por calificación	Probabilidad de default por calificación
Otros deudores	Probabilidad de default del 30.51%	Probabilidad de default del 30.51%
Elementos Adicionales	Incluye un factor geográfico	No incluye factor geográfico
	Incluye efecto del reaseguro en el Requerimiento de Capital de Solvencia	Incluye efecto del reaseguro en el Requerimiento de Capital de Solvencia

Fuentes: Elaboración propia con datos del documento titulado: *Proyecto de Solvencia II Avances*, pág. 11

- Riesgo de mercado, contempla los sub-riesgos de tasa de interés, renta variable, divisa, concentración, *spread* e inmueble. El Requerimiento de Capital de Solvencia se obtiene mediante la diferencia del mejor estimado con el factor de estrés.

Cuadro 1.8

Comparativo de Factor de estrés para riesgo de mercado

Riesgo de Mercado		
Sub-riesgo	**Factor de Estrés QIS4**	**Factor de Estrés EIQ**
Tasa de interés	Sobre las curvas de Euro Swap a 30 años	Sobre las curvas de: Cetes, Cetes con impuestos, UMS
	Un solo factor de estrés hacia arriba	Una curva completa a una fecha como factor de estrés
	No limita el activo que cubre al pasivo	Condicionando el calce del activo y el pasivo para no castigar el requerimiento.
Renta Variable	Factor de estrés sobre índice	Factor de estrés sobre IPC y MCI Word
Spread	Formula parametrizada	Matriz de transiciones, matriz de sobretasas, duración y convexidad
Concentración	Fórmulas parametrizada basada en umbrales por calificación crediticia. Si se excede el 3% o el 5%en un emisor se genera un requerimiento	Incluido en el riesgo spread
Inmuebles	Factor de estrés del 20%	Factor de estrés del 8%

Fuentes: Elaboración propia con datos del documento titulado: *Proyecto de Solvencia II Avances*, pág. 13

Por último, se menciona el método para calcular el Requerimiento de Capital de solvencias para los sub-riesgos operativos y catastróficos.

Cuadro 1.9

Comparativo de riesgos de operativos y catastróficos

Sub-riesgo	Metodología QIS4	Metodología EIQ
Riesgos Operativos	Formula basada en primas y reservas	Formula basada en primas y reservas
Riesgo catastrófico	Percentil 99.5% menos el mejor estimador o conforme a regulación local	Percentil al 99.5% menos la prima de riesgo

Fuentes: Elaboración propia con datos del documento titulado: *Proyecto de Solvencia II Avances*, pág. 14

Los resultados se presentan en abril del 2010, en donde se observaron los elementos siguientes:[33]

1. El número de aseguradoras en los últimos 9 años ha pasado de 70 a 98. De las 98 compañías que integran el mercado asegurador, 57 operan con capital mayoritario extranjero

[33]Gil, Juan Ignacio, Impacto de solvencia II en la gestión de los riesgos en las compañías de seguros, Asociación Mexicana de Instituciones de Seguros, México, 2011, 34

2. Las instituciones con capital extranjero generan primas que representan el 65% del mercado
3. Un dato importante de los estudios es que el índice CR-5, que mide la participación con base en primas de las cinco compañías más grandes del mercado, ha descendido de 72% en 1994 a 53% en 2009, y 47% en 2010.

1.7.2 Comparación de modelo de Solvencia II Unión Europea& México

La iniciativa de Solvencia II en México es consecuencia de la realizada en la Unión Europea, en las dos regulaciones se mencionan los tres pilares, que sirven para regular las operaciones de las instituciones por ramo. En el primer pilar de ambas se propone el cálculo y revisión de seis indicares: valoración de activos y pasivo, provisiones técnicas, fondos propios, requerimientos de capital de solvencia, requerimiento mínimo de capital e inversiones. Principales diferencias del Pilar I entre la Unión Europea & México (Anexo A)

El segundo pilar cuenta con un doble impacto en las instituciones, por un lado solicita que se haga una revisión de los indicadores de forma interna y, por el otro, se realizado por un organismo descentralizado, forma externa. Esto sirve para tener con una análisis objetivo de su situación financiera. Principales diferencias del Pilar II entre la Unión Europea & México (Anexo A)

El tercer pilar se enfoca en determinar la información que las instituciones deben compartir, destinada para crear un mercado financiero eficiente y así los reguladores y accionista cuente con la información necesaria para la toma de decisiones. Esta información es obtenida en los pilares I y II. Principales diferencias del Pilar III entre la Unión Europea & México (Anexo A)

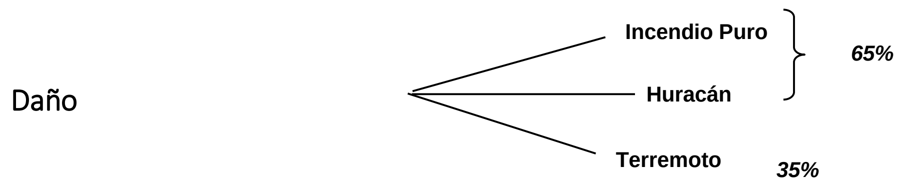
1.8 Seguros Terremoto

En los inicios del seguro de terremoto se considera como un sub-ramo del seguro de incendios, a raíz de que este ramo fue uno de los primeros en surgir. En 1676 se establece *Hamburger General Fauerkasse*, la primera compañía de seguros contra incendios del mundo. Sin embargo en México surge años después y el seguro de terremoto se clasifico dentro del ramo de incendio, ya que representaba el 35% de las primas captadas, el 65% restante lo ocupó incendio puro y huracanes.

Figura 1.4
Participación del seguro por terremoto en el ramo de incendio

1. Responsabilidad civil;
2. Marítimo y transporte;
3. Incendio;
4. Agrícola;
5. Automóviles;

0



Fuentes: Elaboración propia con datos del documento titulado: *Medidas para el seguro de terremoto*, pág.5

Esta consideración se da por efectos contables y administrativos, a causa de no contar en ese momento con un ramo que describiera eventos con baja frecuencia y grandes pérdidas. A raíz de esto surge la necesidad de contar con una nueva clasificación, debido a la presencia de eventos con alto impacto de siniestros. El resultado de esto, se añaden nuevos ramos que cuenta con coberturas que cubren sucesos específicos.

Tras el paso del tiempo la clasificación de los ramos de seguros han presentado diversos cambios, con el propósito de identificar de cada uno de los riesgos por ramo y así obtener cifras confiables del requerimiento que la CNSF solicita a las instituciones.

En las última actualización realizada a los ramos y sub-ramos de sector asegurados, se presentaron en la LISF, donde se facilita el control de las afectaciones de las cuentas de Pasivo. El cuadro que se presenta a continuación muestra la última actualización enfocada a los objetivos de Solvencia II.

Cuadro 1.10

Principales ramos del sector asegurador

Ramo Vida	Ramo No Vida
010. Vida **011. Vida Individual**	040. Responsabilidad Civil y Riesgos Profesionales

012. Vida Grupo **013. Vida Colectivo** **020. Pensiones IMSS** **021. Incapacidad permanente** **022. Muerte** **023. Invalidez** **024. Muerte** **025. Jubilación ISSSTE** **201. Incapacidad Permanente** **201. Muerte** **202. Invalidez** **203. Jubilación** **030. Accidentes y Enfermedades** **031. Accidentes Personales Individual** **032. Accidentes Personales Grupo** **033. Accidentes Personales Colectivo** **034. Gastos Médicos Individuales** **035. Gastos Médicos Grupo** **036. Gastos Médicos Colectivo** **037. Salud Individual** **038. Salud Grupo** **039. Salud Colectivo**	041. General 042. Aviones y Barcos 043. Viajes 044. Otros 050. Marítimo y transporte 051. Carga 052. Cascos 060. Incendios 070. Terremoto y otros riesgos catastróficos 071. Terremoto y Erupciones Volcánicas 073. Huracanes y otros riesgos naturales 075. Otros 080. Agrícola y Ganadero 081. Agrícola 082. Pecuario 083. Otros 090 Automóviles 091. Automóviles Residentes 092. Camiones Residentes 093. Automóviles Turistas 094. Otros 095. Obligatorios 100. Crédito 103. Crédito a la Vivienda 106. Garantía Financiera 110. Divisos

Elaboración propia con datos: *Ley de Instituciones de Seguros y de Fianzas*

Los seguros catastróficos con origen en hechos o acontecimientos de carácter extraordinario, cuya propia naturaleza anormal (baja frecuencia) y cuantía de los daños que de ellos pueden derivarse (alta severidad) impiden que su cobertura quede garantizada en una póliza de seguro ordinario, es decir, que se tomen con casos especiales. Dentro de estos se pueden mencionar los riesgos por terremoto, erupción volcánica, huracán, y otros de naturaleza hidrometeorológica. El ramo de terremoto y otros riesgos catastróficos en el 2013 reporta una participación daños del 10.84% en el sector asegurador. Algunas características de estos riesgos son:

a) Cuentan con baja frecuencia y están delimitadas a determinadas zonas geográficas, esto los hace excepcionales

b) El hombre puede intervenir en la intensidad de un evento catastrófico provocado por la naturaleza, mediante, el tipo de construcción y la eficiencia de los sistemas de prevención.

En el nuevo régimen de solvencia, se platea la idea de incrementar la participación de las compañías en la administración de riesgos catastróficos, con estudios que tengan los propósitos siguientes:

1. Obtener información sobre los riesgos a los que está expuesta la población más vulnerable
2. Implementar mejores medidas de prevención
3. Incrementar la eficiencia y tiempo de respuesta de los servicios, y recursos necesarios para atender la etapa de emergencia después de una catástrofe
4. Generar estrategias para enfrentar a los riesgos expuestos

Por su parte la LISF se señala que en el cálculo de la prima de los seguros catastróficos, se debe considera la perdida máxima probable, que para el caso de seguros de terremoto se define como el monto total de las pérdidas monetarias de los bienes asegurados, por la ocurrencia de un terremoto de alta intensidad, dentro de un período específico de tiempo, llamado período de recurrencia, y se expresa en porcentaje de la suma *asegurada* (Izquierdo & Avilés Torres , 1993).

Solvencia II, señala que se pueden utilizar métodos implementados por la CNSF o crear nuevos que se adapten a la exposición de riesgos de la entidad, con el propósito de que el sector tenga un crecimiento en las operaciones que realiza en el país.

Capítulo 2. Teoría de Valores Extremos

"La teoría del valor extremo es una disciplina estadística que desarrolla técnicas y modelos para describir lo inusual en lugar de lo usual"

Coles, S. (2001)

2.1 Introducción

La Teoría del Valor Extremo, se basa en una serie de técnicas estadísticas para identificar y ajustar observaciones inusuales con la finalidad de contar con una mejor estimación de los procesos de pérdida. Se encarga de identifica los eventos de menor y mayor magnitud de pérdida de un fenómeno aleatorio, para estos últimos se busca la distribución del máximo, la cual, selecciona los datos con baja frecuencia y alta severidad.

En esta teoría hay dos enfoques: bloque máximos donde se realizan particiones a las observaciones todas de un mismo tamaño para ajustar una distribución de valor extremo; y los excesos sobre el umbral, toman todos los valores que exceden un valor llamado umbral, el cual se define en la introducción del capítulo uno. Los valores resultantes se modelan con la Distribución Generalizada de Pareto.

En las últimas cinco décadas se han realizado importantes avances en esta teoría, siendo así cada vez más amplia su aplicación en diversas disciplinas, como los mercados financieros, el sector asegurador, ingeniería, biología, hidrología, medio ambiente, entre otras. Su estudio resulta de interés para el sector reasegurador, donde, fundamentalmente los contratos no proporcionales, cubren exclusivamente los altos niveles de siniestralidad.

El objetivo principal de utilizar la Teoría del Valor Extremo, es modelar aquellos eventos que no se ajustar a una distribución normal, es decir, que se quedan fuera del ajuste de valores centrales. Para lógralo se utiliza las distribuciones de esta teoría (Gumbel, Frechet y Weibull). [38]

No obstante, la ejecución de esta teoría afronta retos diversos retos; con el número de observaciones, debido a que la información que se tiene de eventos extremos suele ser mínima; los datos no suelen estar dispersos; la elección de un modelo para la estimación de parámetros necesarios y la elección del umbral, si se utiliza este enfoque.

2.1.1 Distribución del Máximo

La intención es encontrar una distribución límite que ajuste a la cola de distribución empírica, y de esta manera el estudio de la distribución del máximo y su comportamiento, así como las posibilidades de convergencia pueden ser definidas a través de sus valores extremos, como:

[38] Son distribuciones con alta probabilidad en la cola en comparación con la distribución normal. Se pueden identificar por que el valor del coeficiente de curtosis es mayor a 3.

Sean $x_1, x_2, x_3, \ldots., x_n$ los estadísticos de orden[39] de una población con función de distribución $F(x)$, entonces para $k = 1,2, \ldots, n$

$$F(x) = P(X_{k,n} \leq x)$$

Se toma M_n como:

$$M_n = m\acute{a}x\,.\left\{\{X_{i,n}\}_{i=1}^{n}\right\} = m\acute{a}x.\{X_{1,n}, X_{2,n}, \ldots, X_{n,n}\}$$

El producto de las probabilidades conduce a la convolución enésima de la función $F(x)$

$$P(M_n \leq x) = P\big(X_{1,n} \leq x_1, \ldots, X_{n,n} \leq x_n\big) = \prod_{i=1}^{n} P\big(X_{i,n} \leq x_n\big) = F(x)^n$$

De tal forma que si conocemos F también se conocerá la distribución del máximo F^n, aunque su expresión sea complicada.

Según de Haan y Ferreira (2006), dicha función converge en probabilidad a cero, si $x < x^*$ y a uno si $x \geq x^*$, donde $x^* = \sup\{x: F(x) < 1\}$, la cual es conocida como función degenerada[40]. Lo que sugiere realizar una transformación lineal[41], similar al Teorema Central del Límite, con las constantes adecuadas, de tal forma que F^n converja a una distribución no degenerada.

$$\frac{M_n - a_n}{b_n} \rightarrow Y$$

Donde Y es una variable con f.d. no degenerada.

Por lo tanto

$$P\left(\frac{M_n - b_n}{a_n} \leq x\right) = F(Y \leq x) = G(x)\ cuando\ n \rightarrow \infty$$

Se trata de estandarizar M_n mediante una transformación lineal y cuando n tiende a infinito, el límite existe y es una distribución asintótica $G(x)$ que ajusta dicho máximo normalizado con $b_n > 0$ y $a_n \in \mathbb{R}$

[39] Anexo B

[40] Una variable aleatoria tiene función de distribución degenerada en el punto c si tiene toda la probabilidad concentrada en dicho punto.

$$P(x = c) = 1 \qquad\qquad P(x \neq c) = 0$$

[41] Anexo B

2.1.2 Distribuciones del Valor Extremo

Después de estandarizar M_n bajo una transformación lineal con las constantes adecuadas, se dan a conocer la familia de distribuciones, a las cuales convergen los valores extremos de una serie de datos. Así se tiene el teorema siguiente:

Teorema 1: (Fisher-Tippett-Gnedenko). Sea $X_1, X_2, \ldots, X_n$, variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas y sea $M_n = \max\{X_i; i \leq n\}$. Si existen constantes $B_n > 0$ y $A_n \in \mathbb{R}$ para n > 1 y una distribución G propia y no concentrada en algún punto tal que

$$\frac{M_n - A_n}{B_n} \rightarrow G(x)$$

Entonces G pertenece a alguna de las siguientes distribuciones.

$$Gumbel: \qquad G_1(x) = e^{-e^{-x}} \quad cuando\ x \in \mathbb{R}$$

$$Frechet: \qquad G_2(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ e^{-x^{-\propto}}, & x > 0 \end{cases} con\ \alpha > 0$$

$$Weibull: \qquad G_3(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ e^{-(-x)^{-\propto}}, & x \leq 0 \end{cases} \quad con\ \alpha < 0$$

Cada una de las distribuciones representa una familia de distribuciones, si se agregan los parámetros de ubicación (μ) y escala (σ).

$$Gumbel: \qquad G_1(x) = e^{-e^{-\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)}} \quad cuando\ x \in \mathbb{R}$$

$$Frechet: \qquad G_2(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ e^{-\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^{-\propto}}, & x > 0 \end{cases} con\ \alpha > 0$$

$$Weibull: \qquad G_3(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ e^{\left(-\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right)^{-\propto}}, & x \leq 0 \end{cases} \quad con\ \alpha < 0$$

Sin embargo el teorema de Fisher-Tippet no garantiza la existencia de un límite no degenerado para M_n. Lo que implica es que, existe una distribución límite no degenerada.

Adicionalmente es posible inferir algunos puntos sobre el comportamiento de las colas de cada conjunto de datos a partir de la distribución seleccionada, las cuales respetan la relación siguiente:

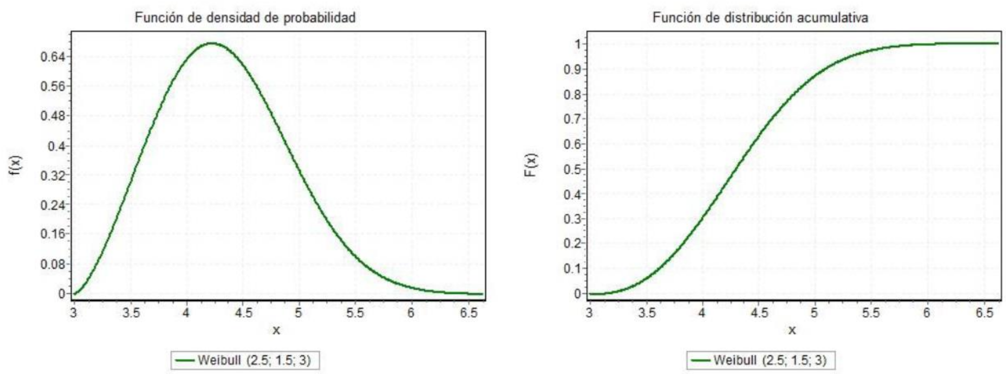
a. Distribución de Gumbel – colas medias
b. Distribución de Frechet – colas gruesas
c. Distribución de Weibull – cola suave

La clasificación de la cola de la distribución está determinada de acuerdo al peso de ésta.

Distribución Weibull

Es definida en el intervalo $(-\infty, 0)$, es decir presenta punto final derecho finito, además es una distribución que presenta cola suave. Es común utilizar esta distribución para modelar valores mínimos.

Figura 2.1
Gráficos de la distribución Weibull

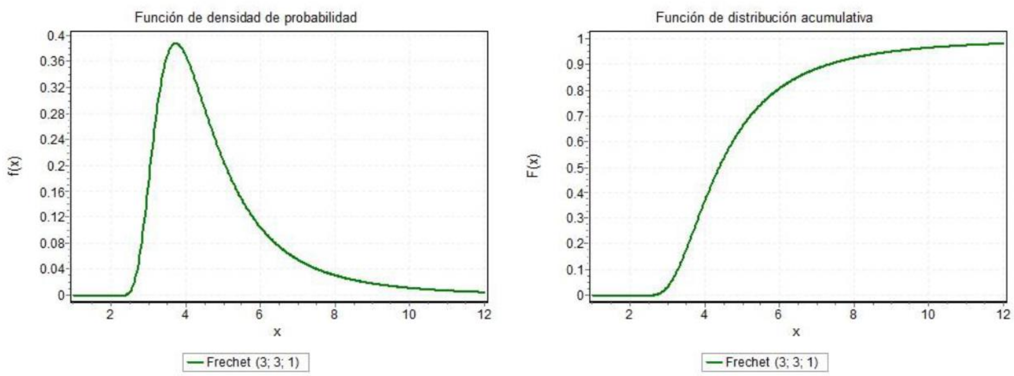


Fuente: Documento *Análisis estadístico de valores extremos y aplicación*

Distribución Frechet

Es definida en el intervalo $(0, \infty)$. Por lo tanto tiene punto extremo izquierdo finito. Es una distribución de colas pesadas o gruesa.

Figura 2.2
Gráficos de la distribución Frechet

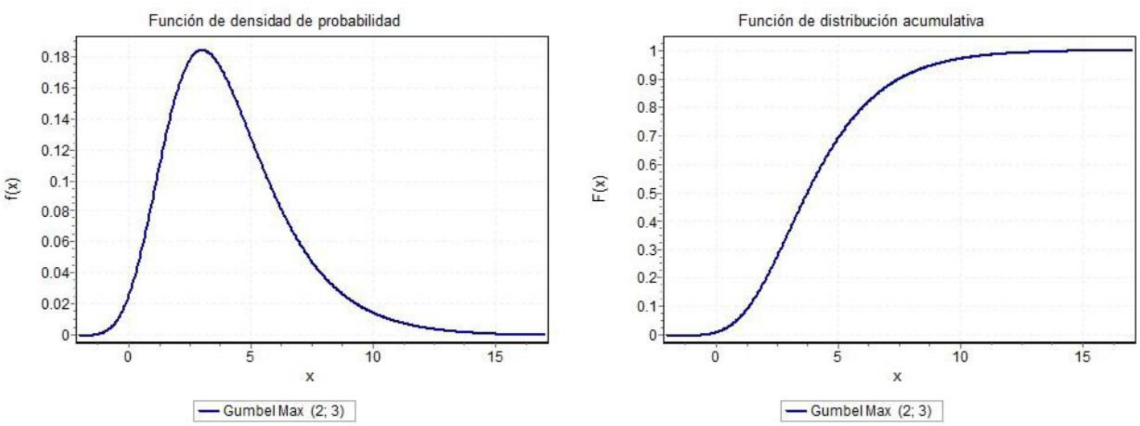


Fuente: Documento *Análisis estadístico de valores extremos y aplicación*

Distribución Gumbel

Es definida en el intervalo $(-\infty, \infty)$, por lo que ambos puntos finales son no finitos. Sin embargo, presenta un decrecimiento de forma exponencial en las colas con momentos finitos de cualquier orden. De forma que presenta colas medias o menos densas que las de la distribución Frechet.

Figura 2.3
Gráficos de la distribución Gumbel



Fuente: Documento *Análisis estadístico de valores extremos y aplicación*

2.1.3 Distribución Generalizada del Valor Extremo

Todas las funciones anteriores se pueden condensar en una sola, que es la Distribución de Valores Extremos Generalizada (GEV), cuya función de distribución es la siguiente:

$$G_{\varepsilon}(x) = e^{-\left[1+\xi\left(\frac{x-a_n}{b_n}\right)\right]^{\frac{-1}{\xi}}} \quad \varepsilon, a_n \in \mathbb{R} \ y \ b_n > 0$$

En donde los parámetros corresponden a:

μ Parámetro de posición
σ parámetro de escala
ξ parámetro de forma

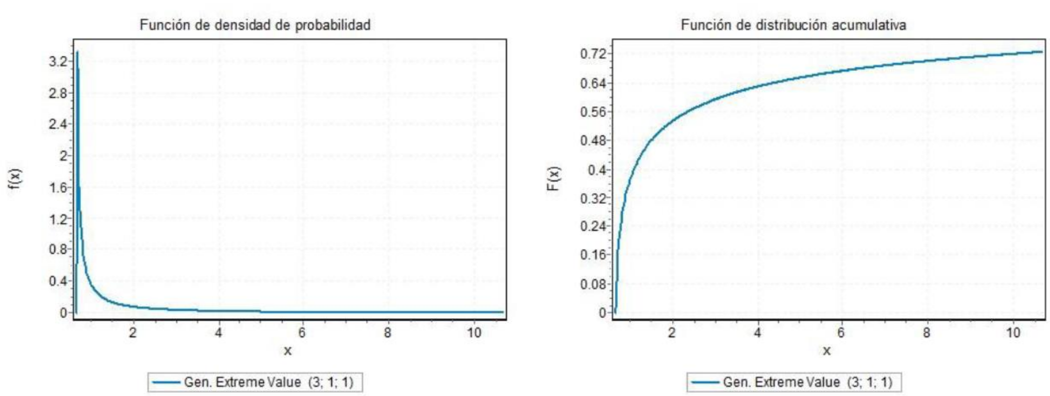
El parámetro de forma o índice de cola, identifica la distribución de la cola y determina el peso de la misma. En cuanto mayor sea ese índice, más gruesa será la cola.

Cuadro 2.1
Relación de las distribuciones de la TVE

$\xi > 0$	Distribución de Frechet
$\xi < 0$	Distribución de Weibull
$\xi = 0$	Distribución de Gumbel

Fuentes: Elaboración propia con datos del documento titulado: La teoría del valor extremo: una aplicación al sector asegurador, pág.8

Figura 2.4
Gráficos de la distribución GEV



Fuente: Documento *Análisis estadístico de valores extremos y aplicación*

El índice de cola ξ muestra el desarrollo asintótico, el cual corresponde a las tres funciones antes mencionada.

TIPO I: **Distribución de Gumbel**

TIPO II: **Distribución de Frechet**

TIPO III: **Distribución de Weibull**

Estas consideraciones son importantes, ya que la distribución límite $G_{\xi}(x)$ siempre corresponde a alguna de estas tres distribuciones.

Existe cierta relación entre las distribuciones de probabilidad con las distribuciones límite la cual se muestra a continuación.

Cuadro 2.2

Relación de las distribuciones con el tipo de cola

Distribución de probabilidad F(x)	**Distribución límite para los máximo $G_{\xi}(x)$**
Exponencial Gamma Normal Log-normal	**TIPO I**
Pareto Cauchy Burr Log-gamma	**TIPO II**
Uniforme Beta	**TIPO III**

Fuentes: Elaboración propia con datos del documento titulado: *La teoría del valor extremo: una aplicación al sector asegurador*, pág.32

2.1.4 Distribución Generalizada Pareto

Esta teoría parte de los datos originales $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, en donde se fija un umbral u, mediante el cual, los valores $y_k = x_k - u$, si $x_k > u$ reciben el nombre de excedencias o superaciones del umbral, es decir, describe el comportamiento de la perdida extrema, en excesos de dicho umbral.

Definición 1: Sea X una variable aleatoria unidimensional[43], y sea u un umbral fijado. Se dice que el suceso $X = x$ es una excedencia del umbral u, si cumple $x > u$.

Este método consiste en determinar una distribución condicionada a los valores que superado el umbral u y de acuerdo al teorema de la probabilidad condicionada se llega al cociente entre la probabilidad conjunta y la probabilidad del suceso condicionante. El desarrollo de la distribución se muestra a continuación.

Se define $F^u(x)$ como la función de distribución condicionada a que X excede el umbral u.

$$F^u(x) = F^u(y+u) = P\ (X \leq y+u |\ X > u) = \frac{P(X \leq y+u\ \cap X \geq u)}{P(X \geq u)}$$

$$= \frac{P(u \leq X \leq y+u)}{1-P(X<u)} = \frac{P(u \leq X \leq y+u)}{1-F(u)}$$

$$= \frac{P(X \leq y+u) - P(X \leq u)}{1-F(u)} = \frac{F(y+u) - F(u)}{1-F(u)}$$

Por lo tanto

$$F^u(x) = \frac{F(y+u) - F(u)}{1-F(u)}$$

En consecuencia del resultado anterior se obtiene la función de supervivencia $[1 - F^u(x)]$

$$1 - F^u(x) = 1 - \frac{F(y+u) - F(u)}{1-F(u)} = \frac{1-F(u)}{1-F(u)} - \frac{F(y+u) - F(u)}{1-F(u)}$$

$$\frac{1-F(u) - F(y+u) + F(u)}{1-F(u)} = \frac{1-F(y+u)}{1-F(u)}$$

Por lo tanto

$$1 - F^u(x) = \frac{1-F(y+u)}{1-F(u)}$$

De la expresión de función de distribución condicional surge la distribución Generalizada Pareto:

---

[43] La variable aleatoria puede ser continua o discreta.

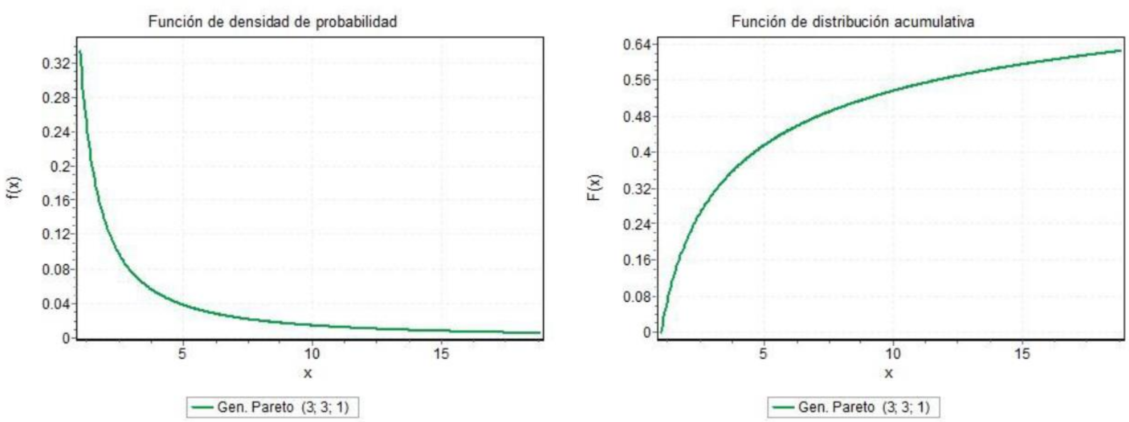
$$F^u(x) = P\,(X \leq y + u |\, X > u) = P\,(X - u > y \,|\, X > u) \approx W_\xi(y)$$

$$para\;\; 0 < y > x_0 - u$$

$$W_\xi(x) = 1 - \left[1 + \xi\left(\frac{X - \mu}{\sigma}\right)\right]^{-\frac{1}{\xi}} \begin{cases} x > 0\; si\; \xi > 0 \\ 0 < x < \dfrac{1}{|\xi|}\; si\; \xi < 0 \end{cases}$$

$$W_{\xi=0}(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)}, x \geq 0$$

Figura 2.5
Gráficos de la distribución Pareto Generalizada



Fuente: Documento *Análisis estadístico de valores extremos y aplicación*

A continuación se presenta un teorema que señala que si una variable aleatoria tiene una distribución que pertenece a los valores máximos de una función de los valores $G_\varepsilon(x)$, entonces la distribución condicionada de la variable aleatoria excesos respecto al umbral sigue una distribución Pareto Generalizada.

Teorema 2 (Pickands-Balkema-de Haan)**:** Sea $x_n,\; n \in N$ una sucesión de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con función de distribución F y sea $M_n = max\{x_n\}$.

Se supone que la distribución M_n es tal que,

$$P\{M_n \leq Z\} \approx G_\varepsilon(z) \quad\;\; \mu > 0$$

Donde $G_\varepsilon(x)$ es una de las distribuciones señaladas en la teoría del valor extremo.

Entonces la distribución condicionada converge a:

$$P\ (X - u > y \mid X > u) \sim W_{\xi}(y)$$

$W_{\xi}(y)$ Se denomina distribución de Pareto Generalizada.

2.2 Estimadores de Colas

Los modelos de colas pesadas corresponden a una mayor densidad probabilidad en los extremos de la distribución. El análisis de colas de la distribución deja de lado el supuesto de normalidad por el uso de la metodología del Valor Extremo.

Las medidas más habituales para estudiar el peso de las colas es el coeficiente de curtosis. Si el coeficiente de curtosis es mayor a tres entonces se emplean distribuciones de colas pesadas para ajustar los datos.

Otra medida que se utiliza para el estudiar del comportamiento de colas pesada es el coeficiente de variación. Cuando el coeficiente de variación es mayo que uno la cola de la distribución es pesada y menor a uno cuando la distribución tiene cola ligera.

Estos métodos cuentan con una interpretación gráfica, la cual da paso a un análisis analítica, dado que ayudan al estudio de los casos donde los valores no se comportan de forma normal. Este tipo de técnicas son utilizadas con frecuencia en el sector financiero y asegurador.

2.2.1 El Exceso Curtosis

El coeficiente de curtosis muestra el grado de concentración que presentan los valores en la región central de la distribución. Una mayor curtosis implica mayor concentración de datos a la media de la distribución, coexistiendo al mismo tiempo con una elevada frecuencia de datos muy alejados de la misma.

Sea x una variable aleatoria de media μ y varianza σ^2, el coeficiente de curtosis se define como:

$$K(x) = \frac{E\{(x-\mu)^4\}}{\sigma^4}$$

Donde:

μ Media

σ Desviación estándar

Esta definición del coeficiente de curtosis se puede ajustar para la teoría de colas pesadas, mediante el exceso curtosis, el cual se define a continuación:

Sea x una variable aleatoria de media μ y varianza σ^2, el exceso curtosis se define mediante la ecuación:

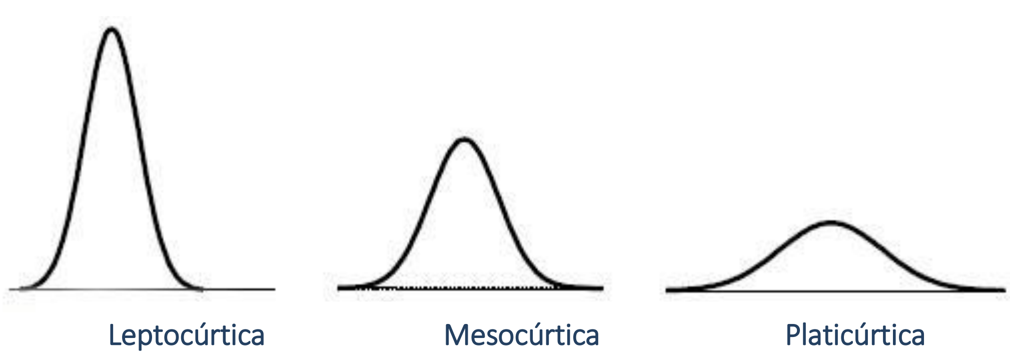
$$Ku(x) = \frac{E\{(x-\mu)^4\}}{\sigma^4} - 3$$

El exceso curtosis de la distribución normal es igual a cero. Una curtosis más elevada que la distribución normal se debe a la concentración de los datos alrededor de la media o a los valores extremos que no se pueden ajustar a la distribución normal.

Si se toma como referencia la distribución normal, se pueden realizar las relaciones siguientes:

- Más puntiaguda y con colas más anchas (pesada) que la normal - leptocúrtica.
- Menos puntiaguda y con colas menos anchas (ligera) que la normal - platicúrtica.
- La distribución normal - mesocúrtica.

Figura 2.6
Clasificación del coeficiente de curtosis



Fuente: Elaboración propia con información de wikispace

Para la distribución normal se cumple $\mu_4 = 3\sigma^4$, tomando esto en cuenta se tiene:

Si la distribución es leptocúrtica $K(x) > 3 \;\; y \; Ku(x) > 0$

Si la distribución es platicúrtica $K(x) < 3 \;\; y \; Ku(x) < 0$

Si la distribución es mesocúrtica $K(x) = 3 \;\; y \; Ku(x) = 0$

2.2.2 Coeficiente de Variación

El coeficiente de variación se utiliza para comparar la variabilidad de los datos no negativos respecto a la media y se define como:

$$C.V = \frac{\sigma}{|\mu|}$$

Donde σ es la desviación típica o estándar y μ es la media, esta último debe ser distinta de cero. También se puede dar en tanto porciento mediante:

$$\% \, C.V = \frac{\sigma}{|\mu|} * 100$$

El coeficiente de variación es invariante[44] por cambio de escala, en el sentido de que si cada observación es por una constante el valor del coeficiente es el mismo.

Propiedades

1. El coeficiente de variación no posee unidades.
2. El coeficiente de variación es típicamente menor que uno
3. El coeficiente de variación suele ser menor a uno, sin embargo existe distribuciones donde es mayor por ejemplo las distribuciones de colas pesadas
4. El coeficiente de variación mayor que uno corresponde a una distribuciones de colas pesadas
5. El Coeficiente de variación menor a uno de una distribución se considera de "baja varianza" y mayor a uno de "alta varianza"

Aplicación

El coeficiente de variación es común en varios campos de la probabilidad aplicada, como teoría de renovación y teoría de colas. En estos campos la distribución exponencial a menudo es más importante que la distribución normal. La desviación

[44] invariante significa que no cambia al aplicarle un conjunto de transformaciones.

típica de una distribución exponencial es igual a su media, por lo que su coeficiente de variación es uno.

2.3 Selección del Umbral

Al seleccionar el umbral se debe considerar que sea lo suficientemente alto como para que el teorema de Pickands Balkema de Haan pueda ser aplicado y bajo como para contar con información suficiente. Un umbral demasiado pequeño tendría como resultados estimadores sesgados y una varianza alta, por el contrario, un umbral elevado reduce el número de observaciones, lo que provoca que la estimación de los parámetros sea no converja a un valor.

El umbral, deben ajustarse a factores representativos de las observaciones como los son: el tamaño de los valores que superar el umbral, la conglomeración de datos y picos en la función. Teniendo en cuenta estos factores, se realizan pruebas para determinar cuál es la distribución de la teoría del valor extremo que representa mejor a los datos.

Existen dos enfoques gráficos para la elección del umbral apropiado, los cuales son: el gráfico del exceso sobre la media (*mean excess*) y el gráfico del coeficiente de Hill.

2.3.1 Gráfico de Excesos sobre la Media

La función empírica de exceso sobre la media se estima con la siguiente expresión dada una muestra ordenada de forma descendente $\left(X_{1,n} \geq \cdots \geq X_{k,n} \geq \cdots \geq X_{n,n}\right)$

$$e_n(u) = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_{i,n} - u\right)^{+}}{\sum_{i=1}^{1} 1_{(X_{i,n}>u)}}$$

En el numerador se encuentra la suma de los excesos sobre la prioridad y en el denominador el número de valores que cumplen la condición de ser superiores al umbral, determinando la media aritmética de los valores que exceden u.

En la práctica se utilizan los valores de la muestra como umbrales, es decir, $u = X_{k+1}$. En tal caso, la función de excesos sobre la media empírica que resulta, es la media aritmética de los k valores de la muestra.

$$E_{k,n} = e_n(X_K) = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{k} - X_{k+1} \;\; con\; K = 1,2,3, \dots, n-1$$

Para representar el gráfico de exceso medio se toma la función empírica $E_{k,n}$ como variable dependiente y como variable independiente los valores de la prioridad $\mathrm{u} = \mathrm{X}_{\mathrm{k+1}}$, es decir se gráfica:

$$\{(u, E_{k,n}): k = 1,2,3 \dots n\}$$

El umbral seleccionado será aquel que se encuentre en un intervalo donde la gráfica sea lineal.

2.3.2 Gráfico de Hill

Una metodología alternativa utilizada para la selección del umbral se basa en el estimador de Hill. Para comenzar se debe tener una muestra ordenada de forma descendente $(X_{1,n} \geq \cdots \geq X_{k,n} \geq \cdots \geq X_{n,n})$. El estimador de Hill, es el estimador de máxima verosimilitud de la función de Distribución Generalizada de Pareto (DGP), el estimador tiene la función siguiente:

$$\alpha_{k,n} = \left(\frac{1}{k}\sum_{j=1}^{k}(In\, X_{j,n} - InX_{k,n})\right)^{-1}$$

$\mathrm{k} = \mathrm{N}_{\mathrm{U}}$ es el número de observaciones que son mayores al umbral.

Como primer dato, el valor del umbral seleccionado será aquel donde la gráfica converja. De acuerdo a este criterio, se realizan pruebas para comprobar que los valores que se encuentren después del umbral son extremos.

Una vez obtenido el umbral se estima el parámetro de forma en base a los dos métodos siguientes:

$Método\ I$: $$\hat{\xi}_k = \left(\frac{1}{k-1}\sum_{i=1}^{k-1} ln(x_i)\right) - ln(x_k)$$

$Método\ II$: $$\hat{\xi}_k = \left(\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k-1} ln(x_i)\right) - ln(x_k)$$

Se aplican los métodos uno y dos, con el objetivo de determinar cuál de ellos describe manera más real el fenómeno de estudio.

Capítulo 3. Datos y Metodología

3.1 Análisis de las fuentes estadísticas

En este análisis serán inspeccionados, depurados y transformados los datos con el objetivo de realizar el estudio detallado de la información a la que se aplicará el modelo de la Teoría de Valores Extremos, mediante la descripción de los datos y la identificación de patrones que los describan. El análisis de datos tiene múltiples facetas y enfoques, que abarca diversas técnicas con una gran variedad de nombres, en diferentes ámbitos como tecnológicos, y los dominios de las ciencias sociales.

Los riesgos de terremoto por su naturales catastrófica requieren de un estudio detallado por sus causas y efectos, debido a que provocar grandes pérdidas económicas y humanas. Es por esto, que la metodología que sea utilizada para su análisis cuenta con un alto grado de variabilidad de los datos.

El asegurador es el mediador que adquiere una porción de este tipo de riesgos, por medio de un contrato donde se estipulan las coberturas que ofrece al asegurado. Por lo cual, resulta de interés estudiar su frecuencia y las pérdidas económicas que pueda llegar a causar este tipo de evento.

Las compañías aseguradoras, conforme a las disposiciones legales, deben cumplir con presentar año con años los informes y pruebas (reportes regulatorios) sobre su organización, operaciones, contabilidad, inversión y patrimonio que se les solicita para fines de regulación, supervisión, control, inspección, vigilancia y obtener información estadística (Estadísticas y Vigilancia, CNSF).

Los principales Reportes Regulatorios que solicita CNSF, para efectos de monitoreo de las instituciones del sector en México son:

a) El Reporte Regulatorio sobre Información Corporativa (RR-1)

b) El Reporte Regulatorio sobre Gobierno Corporativo (RR-2)

c) El Reporte Regulatorio sobre Reservas Técnicas (RR-3)

d) El Reporte Regulatorio sobre Requerimientos de Capital (RR-4)

e) El Reporte Regulatorio sobre Activos e Inversiones (RR-5)

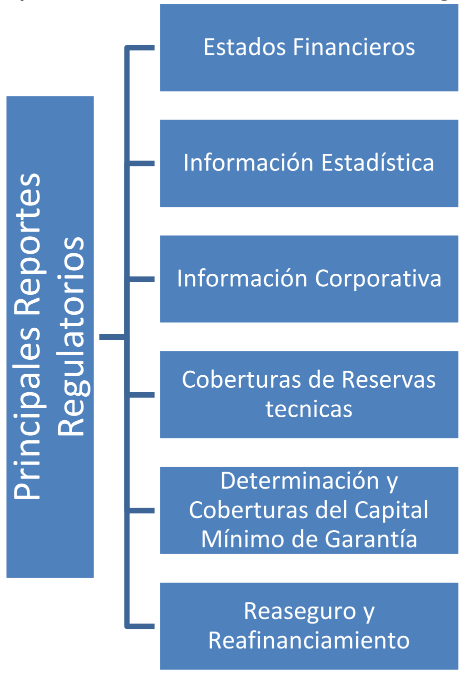
f) El Reporte Regulatorio sobre Reaseguro y Reafianzamiento (RR-6)

g) El Reporte Regulatorio sobre Estados Financieros (RR-7)

h) El Reporte Regulatorio sobre Información Estadística (RR-8)

i) El Reporte Regulatorio sobre Operaciones Contratadas con Terceros (RR-9

Figura 3.1
Reportes de las instituciones de seguros



Fuentes: Elaboración propia con datos del documento titulado: *Estadística y Vigilancia*, pág. 5

3.1.1 Sistema Estadístico del Sector Asegurador

La información estadística son reportes que realizan las entidades aseguradoras de acuerdo a los tipos de ramos que operan, donde muestran sus movimientos durante un periodo determinado. Existen dos tipos de reportes estadísticos:

1. Información estadística consolidada del sector asegurador: Es la información consolidada por operación, ramo o tipo de seguro a nivel mercado, correspondiente a las cifras reportadas en las Formas Estadísticas de Seguros (FES) y en relación a los riesgos asegurados y las reclamaciones, es presentada de forma trimestral.
2. Información estadística detallada del sector asegurador: Es la información precisa corresponde a las cifras reportadas en cada uno de los Sistemas Estadísticos de Seguros, a nivel mercado, es presentada de forman anual.

Esta información es analizada y publicada por AMIS y la CNSF en sus portales para proporcionar información a los mercados de la situación financiera de las instituciones, con el objetivo central de promover el firme, sano y transparente desarrollo del sector asegurador. Estos factores motivarán la mejora y/o la promoción de nuevos productos y nuevas oportunidades de negocio.

La información detallada es lo que se conoce como el Sistema Estadístico del Sector Asegurador (SESA), que para el caso el ramo de daños está conformado por tres archivo planos de texto[46].

1. Datos Generales, en este archivo se reportarán las pólizas por ubicación que estuvieron expuestas del 1º de enero al 31 de diciembre del año de reporte y/o tuvieron algún movimiento (emisión, cancelación, reinstalación, rehabilitación, endosos, etc.), que haya afectado la contabilidad.
2. Emisión: en este archivo se reportará la suma de todos los movimientos (emisión, cancelación, reinstalación, rehabilitación, endosos, etc.) que haya afectado la contabilidad al final del período estadístico de reporte o a la fecha de fin de vigencia de la póliza para cada una de las coberturas contratadas por ubicación, tipo de bien y cobertura.
3. Siniestros: En este archivo se reportarán las pólizas por ubicación, tipo de bien, cobertura, causa de siniestro y número de siniestro, tanto del ejercicio de reporte como de ejercicios anteriores, que hayan tenido movimientos en siniestros durante el período de reporte, indicando el lugar y fecha de ocurrencia así como los montos de cada siniestro de las coberturas que aplicaron. Habrá tantos registros por pólizas dentro de este archivo, como número de siniestros.

La CNSF recopila la información que envían las compañías y forma un reporte de todas éstas por ramo. En el portal se presentan dos tipos de reportes en los periodos de 1999-2006 y 2006-2013.

El primer periodo contiene las hojas de trabajo siguientes:

SESA1: Primas y Siniestros por Riesgo, Tipo de Bien, Altura y Zona Sísmica

SESA2: Primas y Siniestros por Riesgo, Tipo de Bien y Zona Sísmica

Y en el segundo periodo se muestran las siguientes:

Emisión: son las pólizas que estuvieron expuestas del 1 de enero al 31 de diciembre del año de reporte y/o tuvieron algún movimiento en el periodo de reporte (emisión, cancelación, reinstalación, rehabilitación, endosos).

Suma Asegurada: Contiene la suma asegurada de las pólizas que estuvieron vigentes al menos un día en el periodo de reporte.

[46] Los archivos de texto plano son aquellos que están compuestos únicamente por texto sin formato, sólo caracteres. Estos caracteres se pueden codificar de distintos modos dependiendo de la lengua usada. Algunos de los sistemas de codificación más usados son: ASCII, ISO-8859-1 o Latín-1, Unicode, etc.

Siniestros: Son las pólizas que tuvieron movimientos en siniestros durante el periodo de reporte.

Los dos formatos tienen en común que están a nivel póliza y contiene información relacionada con ésta. Las variables que se consideran en las dos partes de los seguros de terremotos se definen a continuación.

El Riesgo y Tipo de Cartera

Estas dos columnas guardan una relación, dado que el tipo de cartera es la clasificación de las pólizas según las características de los valores asegurables, los coaseguros y los deducibles, así como las consideraciones para los casos con límite a primer riesgo, éstos guardan la clasificación siguiente:

a) Riesgos normales: Son aquellos riesgos que al momento de la contratación, incluyendo edificio, instalaciones, maquinaria y existencias, tengan una suma asegurada por ubicación superior a 1.5 millones de dólares (U.S.).
b) Ordinaria: Se refiere a pólizas que amparan inmuebles, contenidos y pérdidas consecuenciales de la cartera de una institución o sociedad mutualista de seguros que no se definan ni formen parte de las carteras hipotecarias o de grandes riesgos.
c) Hipotecarias: Se refiere a pólizas de una institución que cubren seguros de inmuebles, contenidos o pérdidas consecuenciales contratados para garantizar créditos hipotecarios.
d) Grandes Riesgos: Se refiere a aquellas pólizas de seguros que amparan inmuebles, contenidos o pérdidas consecuenciales pertenecientes a un ente o grupo de empresas con un interés asegurable.

Zona Sísmica

Los sismos se definen como el proceso de liberación súbita de energía mecánica acumulada dentro de la corteza terrestre a lo largo de largos periodos de tiempo. México es uno de los países con mayor actividad sísmica. De acuerdo con información estadística se registran más de 90 sismos al año con magnitud de superior a 4 grados en la escala de Richter (Ley de Instituciones de Seguros y de Fianzas, 2014).

La República Mexicana se encuentra dividida en cuatro zonas (A, B, C y D), clasificadas de acuerdo a los niveles de riesgos de exposición del suelo y subsuelo. A su vez, Ciudad de México se encuentra sub dividido en cuatro micro-zonas (E, F, G y H) y el puerto de Acapulco en dos (I y J), en relación a la frecuencia de los temblores o terremotos.

Cuadro 3.1

Zonas Sísmicas de la República Mexicana

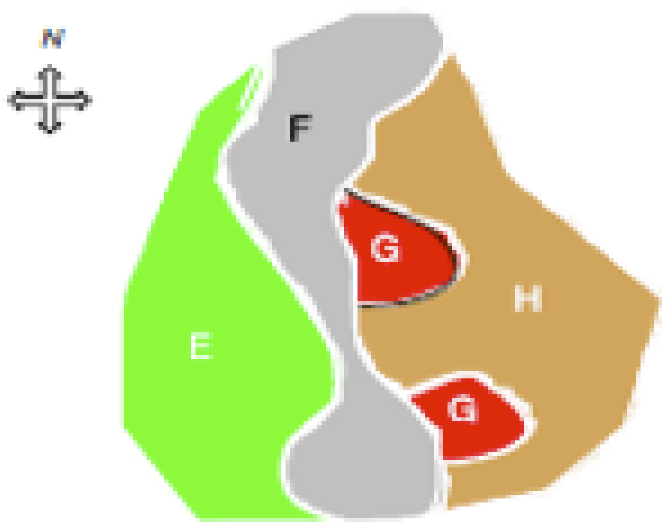
A	B	C	D
• Aguascalientes • Coahuila • Chihuahua • Durango • Nuevo León • Quintana Roo • San Luis Potosí • Tamaulipas • Yucatán • Zacatecas	• Estados de Baja California • Campeche • Guanajuato • Hidalgo • Estado de México • Morelos • Nayarit • Puebla • Querétaro	• Municipios de Baja California • Guerrero • Jalisco • Michoacán • Oaxaca • Sonora • Veracruz	• Estados de Colima y Chiapas • Municipios de Guerrero, Jalisco, Michoacan, Oaxaca, Sonora y Veracruz. Veracruz

Fuentes: Elaboración propia con datos del documento titulado: *Medidas para el Seguro de Terremotos*, pág.

Para la Ciudad de México se muestra a continuación el mapa donde se marcan cada una de las zonas sísmicas.

Figura 3.2

Zona Sismica del Distrito Federal



Fuente: Asociación Mexicana de Instituciones de Seguros

Riesgos Expuestos

Mide la proporción en tiempo de la exposición del riesgo durante el periodo estadístico de reporte. Se calcula como la relación de los días que el riesgo estuvo expuesto entre el número de días del periodo estadístico de reporte, incluyendo tanto pólizas emitidas en éste, como las emitidas en ejercicios anteriores con vigencia en el periodo estadístico de reporte.

Se reportarán en unidades con cuatro decimales y su forma de cálculo es la siguiente:

$$RE = \frac{DR}{DT}$$

$donde$

$RE = Riesgo\ expuesto$

$DR = Número\ de\ días\ de\ exposición\ durante\ el\ periodo\ estadístico\ de\ reporte$

$\mathrm{DT} = \text{Número de días del periodo estadístico de reporte}$

Prima Emitida

Es el monto por concepto de emisión de la prima neta, correspondiente a los documentos expedidos durante el periodo estadístico de reporte, más endosos de aumento “A” y menos endosos de disminución “D” y cancelaciones.

Prima Devengada

Se refiere a la parte de la prima emitida que se devengó durante el periodo estadístico de reporte. Por ello, deben considerarse pólizas y endosos emitidos tanto en el periodo de referencia, como los emitidos en periodos anteriores y que estuvieron vigentes en el periodo estadístico de reporte.

Para efectos de devengamiento de la prima emitida ésta deberá considerarse desde la fecha de inicio de vigencia de la póliza; sin embargo, si el inicio de la vigencia corresponde a periodos anteriores, el devengamiento de la prima será a partir del 1º de enero del periodo estadístico de reporte. Su cálculo es el siguiente:

$$PD = PE * \frac{DR}{DV}$$

$donde$

$PD\ =\ Prima\ devengada$

$PE = Prima\ emitida\ correspondiente\ a\ los\ riesgos\ expuestos\ en\ el\ periodo$

$DR = Número\ de\ dias\ de\ exposición\ durante\ el\ periodo\ estadístico$

$DV = Número\ de\ días\ de\ vigencia\ de\ la\ póliza$

Suma Asegurada Expuesta

Es el monto correspondiente a la Suma Asegurada de los riesgos que estuvieron expuestos durante el periodo estadístico de reporte. Se deberán incluir sumas aseguradas de pólizas, más endosos de aumento “A” menos endosos de disminución “D”.

Número de Siniestros

Se reportará el número total de siniestros reclamados procedentes en el periodo estadístico de reporte. Se reportan en unidades.

Monto de Siniestros

Es el monto por concepto de siniestros, considerando los importes de pagos efectuados en el periodo estadístico de reporte más los saldos pendientes, es decir:

Monto de Siniestros = Siniestros Pagados + Saldos Pendientes

Importante: En el monto de siniestros ocurridos se debe registrar el monto de los siniestros neto de deducibles y coaseguro de los movimientos registrados durante el periodo de reporte, independientes de la fecha de ocurrencia. Este considera los importes de las reservas estimadas más/menos los ajustes a las reservas.

Gastos de Ajuste

Se reportará el importe pagado en el periodo estadístico de reporte, para la atención de siniestros.

Monto de Salvamentos

Se reportarán los importes recuperados en el periodo estadístico de reporte, por concepto de siniestros.

Saldos Pendientes

Se reportará el monto de los saldos pendientes a la fecha de corte del periodo estadístico de reporte, por concepto de siniestros.

Monto de Deducible

Se reportarán los importes a cargo del asegurado correspondientes a su participación en los siniestros pagados dentro del periodo estadístico de reporte.

Monto de Coaseguro

Es el importe que corresponde al porcentaje de participación del asegurado en la pérdida, dentro del periodo estadístico de reporte.

3.1.2 Ajuste de la información

La información estadística (SESA's) obtenida en enero del 2015, se agrupada con el fin de conseguir una única base donde se muestren los siniestros con su respectivo monto, los cuales, son llevados al año 2013 para realizar el análisis de toda la base en conjunto.

De las bases anuales de las SESA´s se toma por años las columnas siguientes:

- Año
- Riesgos o tipo de cartera
- Zona Sísmica
- Estado o Municipio
- Número de Siniestros
- Monto de siniestros

En el caso donde el número de siniestros fuera mayor que uno, para saber la cantidad de cada siniestro, se dividió el monto de siniestro entre el número de siniestros.

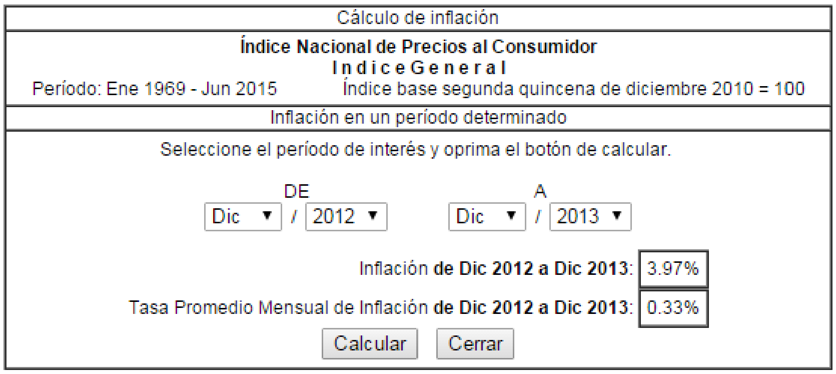
Después se filtran todos los registros donde el monto de siniestros sea mayor o igual a uno, debido a que los montos negativos no presentan un egreso para la institución.

En estos procesos se identificó un problema, donde se contratan montos menores a mil pesos. Para tener consistencia en la información, todos estos registros se sumaron uno a uno con otros registros con mayor monto y las mismas características, es decir, el mismo: año, riesgos y zona sísmica.

Aplicación de la inflación

A continuación, se aplica la inflación a los montos de siniestros para llevar el valor de los montos de cada año al 2013. La inflación se obtuvo de la página del Instituto Nacional de Estadística y Geografía con ayuda de la calculadora siguiente:

Figura 3.3
Calculadora de inflación de INEGI



Fuente: Instituto Nacional de Estadística y Geografía

Para calcular la inflación del año k (k es cualquier año), se selecciona el mes de diciembre de en los cuadros, después de lado izquierdo se coloca el año k-1 y del otro lado el k. Esta herramienta calcula dos tipos de tasas de inflación: la mensual y la anual, para fines del proyecto será utilizada la tasa anual. El cuadro 3.2 muestra la tasa de inflación anual del 1999 al 2013.

Cuadro 3.2
Inflación por periodo

Periodo	Inflación
1998-1999	12.32%
1999-2000	9%
2000-2001	4.40%
2001-2002	5.70%
2002-2003	3.98%
2003-2004	5.19%
2004-2005	3.33%
2005-2006	4.05%
2006-2007	3.76%
2007-2008	6.53%
2008-2009	3.57%
2009-2010	4.40%
2010-2011	3.82%
2011-2012	3.57%
2012-2013	3.97%

Fuente: Elaboración propia con datos del Instituto Nacional de Estadística y Geografía

Una vez obtenida la inflación por año, se aplica la fórmula del valor futuro para llevar todos los montos de siniestros a la fecha focal (2013). Esta fórmula va acumulado la inflación de acuerdo al número de periodos hasta llegar al 2013. A continuación se muestra la fórmula.

$$VF = VP * (1 + i\%_1) * (1 + i\%_2) * (1 + i\%_3) * \ldots$$

$donde$

$VF = Valor\ Futuro$

$VP = Valor\ Presente$

$i\% = Inflación\ del\ periodo$

Cuadro 3.3

Acumulado de la inflación por año

Año	Acumulado de inflación
1999	2.1220
2000	2.0410
2001	1.9707
2002	1.8981
2003	1.8181
2004	1.7555
2005	1.6479
2006	1.5882
2007	1.5263
2008	1.4771
2009	1.4043
2010	1.3505
2011	1.2777
2012	1.2238
2013	1.0000

Fuente: Elaboración propia

Para finalizar se aplica la fórmula de valor presenta a cada año y se agrupa la información en una única base, para realizar los ajustes con la teoría de probabilidad y la del Valores Extremos.

3.2 Aplicación numérica

En este apartado se trabajara con la selección de la distribución o distribuciones que mejor ajuste los montos causados por los siniestros, para lo cual, será necesario dividir los valores en dos partes (montos antes y después del umbra).

En el desarrollo de los métodos para encontrar la distribución, se utilizaran técnicas estadísticas que determinen los parámetros y se aplican pruebas como la Bondad de ajuste, chi-cuadrada y Kolmogorov Smirnov, para encontrar la distribución que mejor ajuste a los valores.

Los datos que se encuentran antes del umbral seleccionado se le aplicara la teoría de probabilidad y para los valores que superan el umbra se aplicara la teoría del Valor Extremo, a causa de que la mayoría superan el valor medio del siniestro.

3.2.1 Inferencia estadística de los datos

Ya que se tiene la información reunida en una única base, se procede a realizar el análisis de la dispersión tanto de las frecuencias como de la severidad donde se destacan las propiedades importantes de ésta y, así mismo, se justifica la utilización de la Teoría del Valor Extremo. Para este análisis se aplica inferencia estadística (análisis descriptivo, cálculo de probabilidades y contraste de hipótesis).

El objetivo de la inferencia estadística es determinar cuál es el comportamiento de una determinada población para asignar una función de probabilidad a las variables aleatorias que proviene de ésta. De acuerdo a la información que se obtenga de la población se utilizan métodos para la asignación de parámetros.

El primer paso consiste en identificar las características de la base, en la tabla 3.4 se muestran las propiedades de ésta.

Cuadro 3.4

Características de la base de terremotos 1999-2013

Número de Observaciones	Máximo	Mínimo	Media	Varianza	Suma
3,394	1,059,254,329	1000	1,007,712	365,282,413,684,976	3,420,175,649

Fuente: Elaboración propia

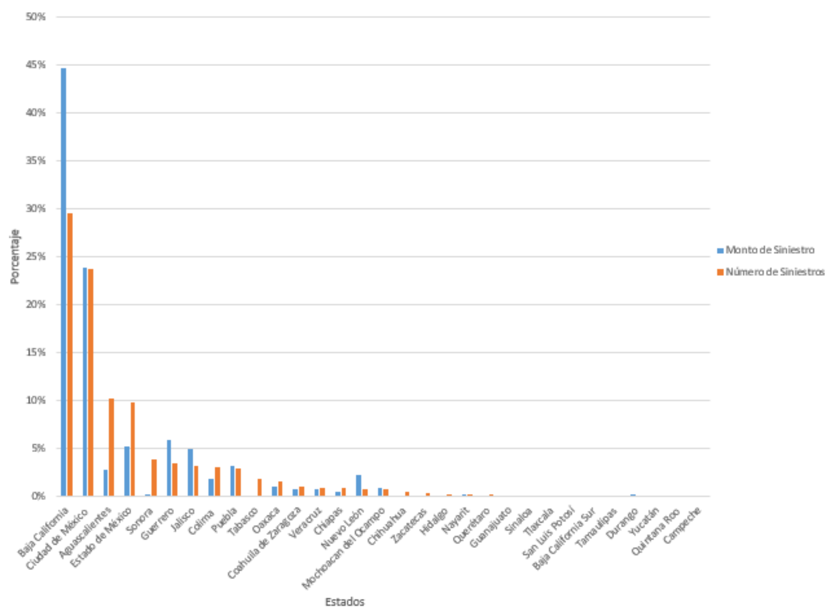
En resumen se tiene una muestra con 3,394 datos, donde el valor mínimo es 1,000 y el máximo 1,059,254,329 con media 1,007,712 y con una alta variabilidad, debido a que el coeficiente de variación [47]es mayor a uno, es decir, existe dispersos entre los datos .

A continuación se muestra el comportamiento de los montos y número de siniestros

[47] Anexo B

Figura 3.4

Monto y Número de siniestros por estado de la Republica Mexicana



Fuente: Elaboración propia con datos de las SESA's

En el gráfico se puede observas que los estados que ocupan el lugar de mayor número de siniestros también lo hacen con el monto de siniestros.

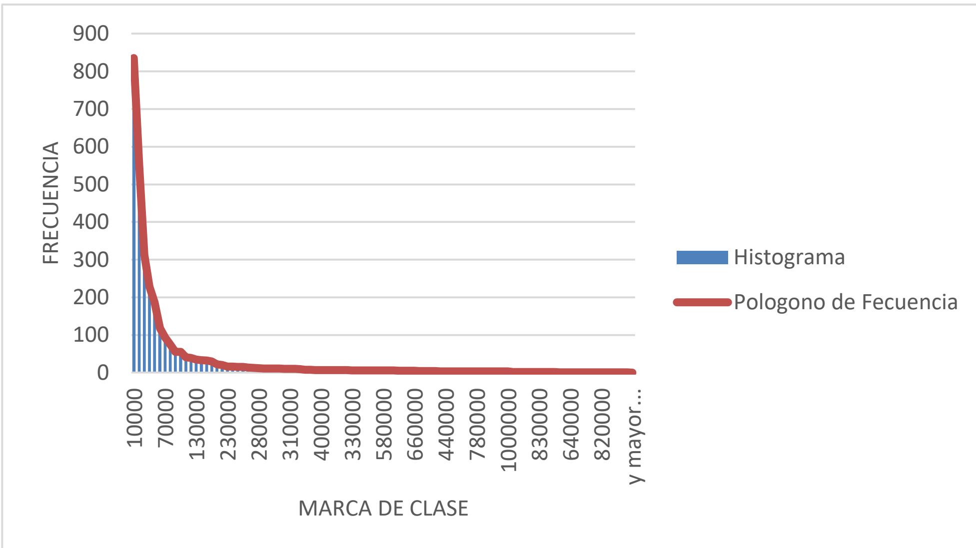
Ahora se procede a realizar una tabla de frecuencias, que ayudara a obtener la distribución que mejor ajuste a las observaciones. En la tabla de frecuencias se definen las siguientes variables.

a) Múltiplos, es el valor que se fija de acuerdo a los intervalos provocados por la dispersión de los datos, que se pueden considerar como el límite máximo y mínimo.
b) Frecuencia Absoluta, es el número total los datos que se encuentra entre dos múltiplos consecutivos.
c) Frecuencia Relativa es el cociente que resulta de dividir la frecuencia relativa del mismo múltiplo entre el número total de los datos.
d) Frecuencia Acumulada Ascendente, se obtiene sumando las frecuencias relativas de los múltiplos anteriores con la del propio múltiplo.
e) Frecuencia Acumulada Descendente, se obtiene por diferencia de uno menos la frecuencia Acumulada Ascendente.
f) El histograma y el polígono de frecuencias son representaciones graficas de la tabla de frecuencias.

El histograma presenta en el eje de las abscisas los valores de la variable clasificados según intervalos de clase (múltiplos de 10,000) y en la ordenada, la frecuencia de datos en cada intervalo de clase.

A continuación se presenta el gráfico del polígono de frecuencias, el cual, está construido a partir de segmentos de línea que unen los valores medios de los intervalos del histograma.

Figura 3.5
Histograma y Polígono de Frecuencia



Fuente: Elaboración propia con base de terremotos

La figura anterior muestra la distribución de los siniestros de acuerdo a su monto. Se puede observar que para cantidades menores a los 500,000 se encuentra el mayor número de siniestros y, para los intervalos consecutivos se tiene una disminución en la frecuencia y aumenta el monto de siniestros.

Para tener una idea de cómo se distribuye la función de los montos de siniestros se grafican la ojiva ascendente y descendente de frecuencias acumulada, las cuales permitirá observar el comportamiento de los montos de siniestros.

3.2.2 Determinación del Umbral

Para la selección del umbral se utilizan dos métodos: Excesos sobre la media y el coeficiente de Hill, donde se realizan pruebas con los escenarios necesarios obtener el umbral apropiado y mediante los estadísticos: media, varianza, desviación estándar, coeficiente de variación, error estándar, asimetría y exceso curtosis, se seleccionan los umbrales que agrupen la mejor muestra de los valores que podrían ser definidos como valores extremos.

Con los resultados obtenidos por los dos métodos se toman los valores para el umbral que tenga la menor variabilidad y así crear un intervalo donde se defina el umbral definitivo. Éste deberá someterse a las pruebas de colas pesadas para probar que cumple con las propiedades asintóticas y así aplicar la teoría del Valor Extremo a los valores que superen éste nivel.

A continuación se aplican los dos métodos a la base de terremotos que se trajo al año 2013 mediante la inflación, con el objetivo de saber cuál es el mejor modelo que se ajuste la base, se realiza una comparación entre ambos.

Aplicación del método Excesos sobre la media

El calculó de exceso sobre la media se realiza por medio de la macro en Excel [48], el cual, hace n número de simulaciones para encontrar el umbral adecuado. La macro solicita el tamaño de la base y el número de simulaciones del umbral.

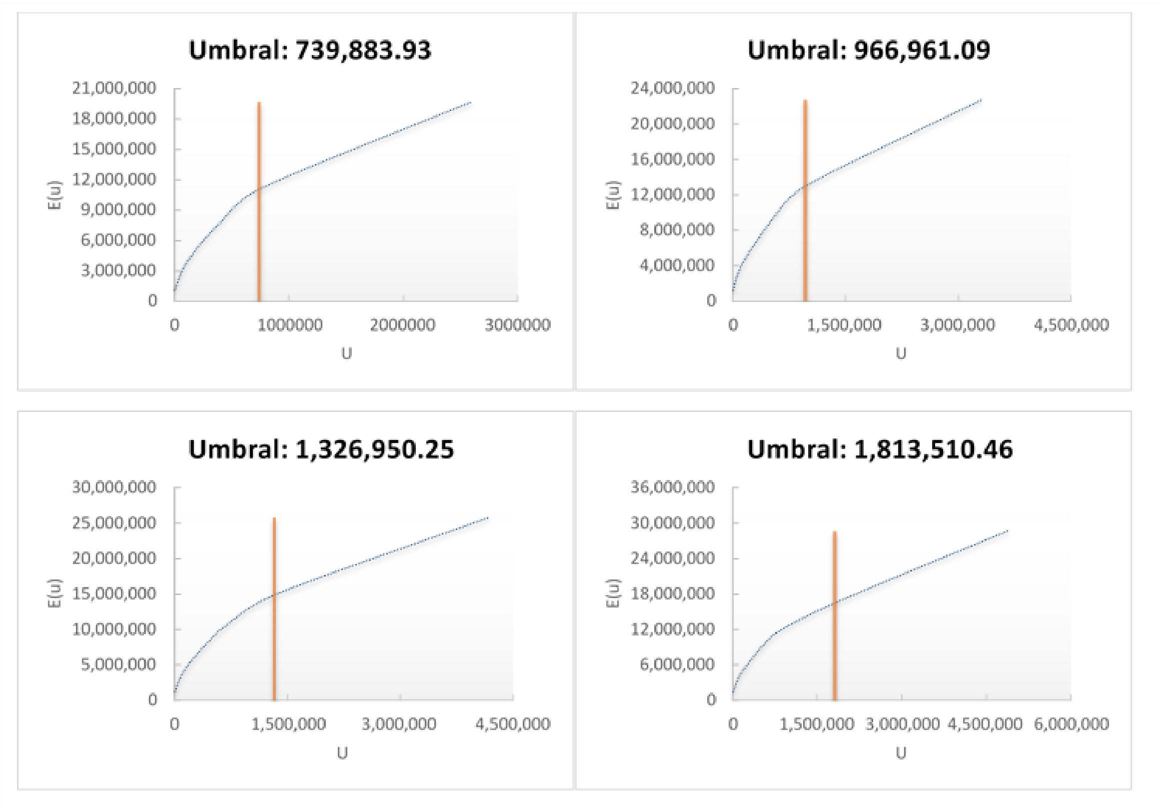
Se realizan cuatro escenarios de tamaño: 25, 30, 35 y 40 de excesos sobre la media, debido a que es el valor donde se presenta mayo variabilidad. El umbral seleccionado en cada una de éstos, fue aquel que presentara linealidad y pendiente positiva después del punto seleccionado como umbral.

En la figura siguiente se muestran los gráficos de cada una de los escenarios, donde los valores que se encuentran después del umbral seleccionado deben presentar linealidad y una distribución crecientes, esto es para poder decir que cuentan con una pendiente positiva

[48] El código con el que se calculó el exceso sobre la media se encuentra en el apéndice C1.

Figura 3.6

Gráfica de Excesos sobre la Media



Fuente: Elaboración propia con base de terremotos

$E(u)$ es la función de excesos sobre la media y la línea roja representa el umbral donde su valor está en la parte superior de cada gráfico. Se observa los valores que se encuentran después de los umbrales seleccionados corresponde a un línea. En seguida se presenta un cuadro donde se dan las propiedades estadísticas de los escenarios.

Cuadro 3.5

Estadística descriptiva (Excesos sobre la media)

Umbral	Tamaño de la Muestra	Media	Desviación Estándar	Coef. de Variación	Error Estándar	Asimetría	Exceso Curtosis
739,883.93	269.00	11,847,123.81	67,086,148.36	5.66	4,090,314.66	14.48	224.23
966,961.09	225.00	13,996,972.34	73,186,097.78	5.23	4,879,073.19	13.28	188.18
1,326,950.25	191.00	16,288,689.70	79,244,829.80	4.87	5,733,954.64	12.26	160.29
1,813,510.46	167.00	18,405,777.37	84,568,138.76	4.59	6,544,079.05	11.49	140.57

Fuente: Elaboración propia con base de terremotos

Se detectó que los coeficientes de variación son mayores a uno y los excesos de curtosis superan el cero, por lo que se puede decir, que los valores que se encuentran después de los umbrales son colas pesadas. Esto sucede porque los valores mayores al umbral son los montos de mayor tamaño (severidad más importante) y están dispersos (varianza más significativa).

Los resultados obtenidos por el método de excesos sobre la media resultaron ser candidatos para el umbral, debido a que tiene las características de valores extremos. Por lo que se tomara como primer intervalo (739,883.93 a 1,813,510.46), para seleccionar el umbral.

Aplicación del coeficiente de Hill

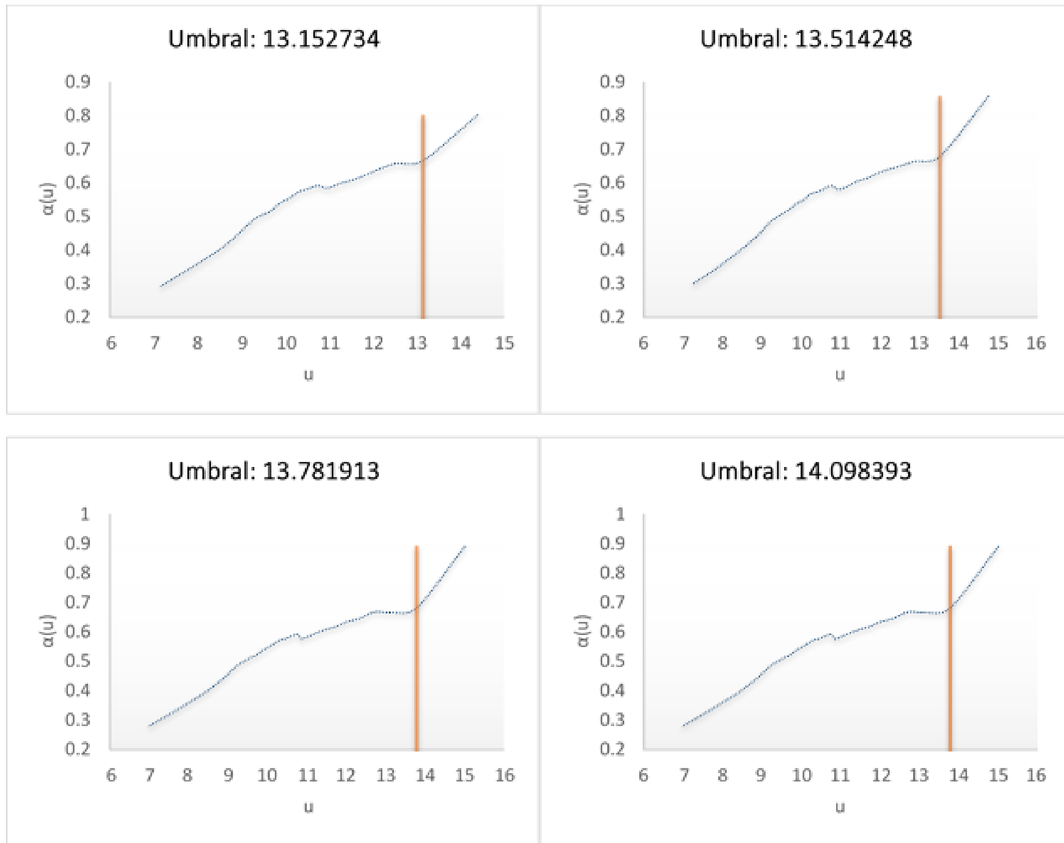
Para calcular el Coeficiente de Hill se obtiene del logaritmo natural de los valores de la base de terremotos y posteriormente se corre una macro en Excel[49] donde se programa el método descrito en el capítulo 2, el cual, solicita el tamaño de la base y el número de coeficientes de hill (umbrales) que se van a calcular.

Se realizaran cuatro escenarios del coeficiente de Hill de tamaño; 20, 25, 30 y 35, en cada una de éstos será seleccionado un umbral con los mismos criterios que para el modelo de excesos sobre la media. Para ver el comportamiento se quita el escenario de tamaño 40.

A continuación se muestra los gráficos de cada uno de éstos.

Figura 3.7
Gráfica del Coeficiente de Hill

[49] El código de la macro se encuentra en el apéndice C2.



Fuente: Elaboración propia con base de terremotos

En los gráficos del coeficiente de Hill, muestran que los valores que se encuentran después del umbral toman una forma lineal con pendiente positiva. Las cuatro graficas cuentan con las mismas características, lo que obedece a lo estipulado en este coeficiente, el cual dice que el umbral no es único.

Enseguida se muestra una tabla que contiene los estadísticos de las cuatro bases.

Cuadro 3.6

Estadística descriptiva (Coeficiente de Hill)

Ln(Umbral)	Tamaño de la Muestra	Media	Desviación Estándar	Coef. de Variación	Error Estándar	Asimetría	Exceso Curtosis
13.15	337.00	9,581,425.08	60,084,056.18	6.27	3,272,987.10	16.17	279.88
13.51	269.00	11,847,123.81	67,086,148.36	5.66	4,090,314.66	14.48	224.23
13.78	225.00	13,996,972.34	73,186,097.78	5.23	4,879,073.19	13.28	188.18
14.10	191.00	16,288,689.70	79,244,829.80	4.87	5,733,954.64	12.26	160.29

Fuente: Elaboración propia con base de terremotos

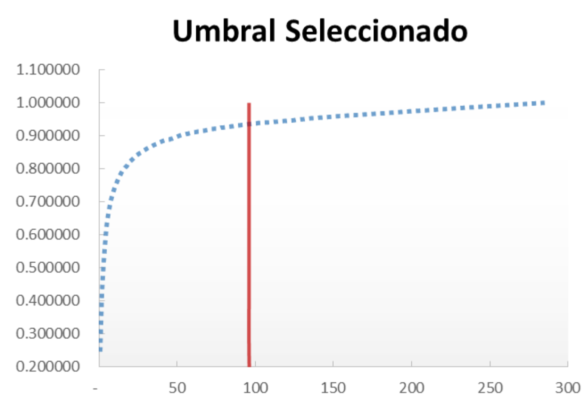
La tabla muestra que en los cuatro escenarios de los valores que se encuentran después del umbral son de cola pesada y se obtiene que el coeficiente de variación es mayor a uno y el exceso de curtosis mayor a cero.

Al hacer la comparación de los resultados obtenidos por los dos métodos, se observó que los umbrales seleccionados en los escenarios son iguales, por lo que, la selección del intervalo donde se encuentra el umbral fue inmediata $[515{,}418.27 - 1{,}813{,}510.46]$. Mediantes estos métodos el intervalo donde se encuentra el umbral se redujo.

Otro elemento considerado para la selección del umbral es el coeficiente de variación. Se obtuvo que el mejor valor para el umbral es 1,025, 496.07, debido a que el coeficiente de variación para datos que se encuentran antes de este valor es 0.1508, lo que quieres decir que la variación respecto a la media es menor a uno. En conclusión el umbral seleccionado es 1,025, 496.07, el cual, se encuentra dentro del intervalo obtenido por los dos métodos anteriores.

Figura 3.8
Umbral seleccinado

Estadística	Valor
Tamaño de la muestra	218
Umbral	1,025,496.07
Media	14,414,457.95
Varianza	5.5234E+15
Desviación estándar	74,319,294.76
Coef. de variación	5.1559
Error estándar	5,033,537.79
Asimetría	13.074
Exceso Curtosis	182.44



Fuente: Elaboración propia con base de terremotos

En el cuadro se describen los estimadores de los valores que se encuentran después del umbral seleccionado en donde se observa que los resultados del coeficiente de variación y el exceso curtosis corresponden a lo señalado en la teoría de colas pesadas.

La gráfica muestra la función de distribución empírica que se obtuvo mediante la tabla de frecuencias y la línea roja cruza la función al nivel donde se encuentra el umbral seleccionado.

3.3 Estimación de los parámetros

Existen dos métodos principales para estimar los parámetros de las distribuciones, los cuales son: máxima verosimilitud y momentos, que corresponden a modelos lineales, ya que se utilizan para calcular parámetros que provienen de un sistema de ecuaciones que tiene la forma de un polinomio de primer grado. Sin embargo, hay distribuciones que no cuentan con un sistema de ecuaciones lineales, por lo que se aplican otros métodos de estimación basado en procesos iterativos.

Un modelo no lineal, es aquel, en el que sus primeras derivadas con respecto a los parámetros son funciones no lineales. El método que se utiliza para resolver las ecuaciones que resulta de estos modelos es el Mínimos Cuadrados.

Método de Mínimos Cuadrados

Si se tiene el modelo:

$$y_t = g(x_t, \beta) + \varepsilon_t$$

Donde

- $g(x_t, \beta) = f(x_2, \dots, x_k, \beta_1, \dots, \beta_k)$
- f es una función no lineal de los $k-1$ variables independientes $x_2, \dots, x_k$ y los k coeficientes $\beta_2, \dots, \beta_k$
- ε_t es el error

Para resolver los parámetros de esta función se aplica el estimador de mínimos cuadrados el cual, consiste en minimiza la suma de cuadrados residuales:

$$S(\beta) = \sum \varepsilon_t^2 = \sum [y_t - g(x_t - \beta)]^2$$

Si ε_t se distribuye normal, entonces el estimador de mínimos cuadrados no lineal coincide con el estimador de máxima verosimilitud.

Para aplicar el método de mínimos cuadrados se deben cumplir las condiciones de las derivadas de primero y segundo orden sean positivas, las cuales vienen dadas por:

$$\frac{\partial S(\beta)}{\partial \beta} = -2 \sum [y_t - g(x_t, \beta)] \frac{\partial g(x_t - \beta)}{\partial \beta} = 0$$

$$\frac{\partial^2 S(\beta)}{\partial\beta\partial\beta'} = 2\left\{\sum \frac{\partial g(x_t,\beta)}{\partial\beta}\frac{\partial g(x_t,\beta)}{\partial\beta'} - \sum [y_t - g(x_t - \beta)]\frac{\partial^2 g(x_t - \beta)}{\partial\beta\partial\beta'}\right\} = 0$$

Esto facilita el cálculo de las Distribuciones de la teoría del Valor Extremo, a causa de que las derivadas de las distribuciones Frechet, Weibull y Gumbel resultan ecuaciones no lineales.

3.3.1 Datos antes del Umbral

La base de siniestros por terremoto se divide en dos partes, una en donde se encuentran los valores por abajo del umbral y la otra con los valores que superan al umbral. Primero se trabaja con las observaciones que se encuentran antes del umbral, las cuales se describen a continuación.

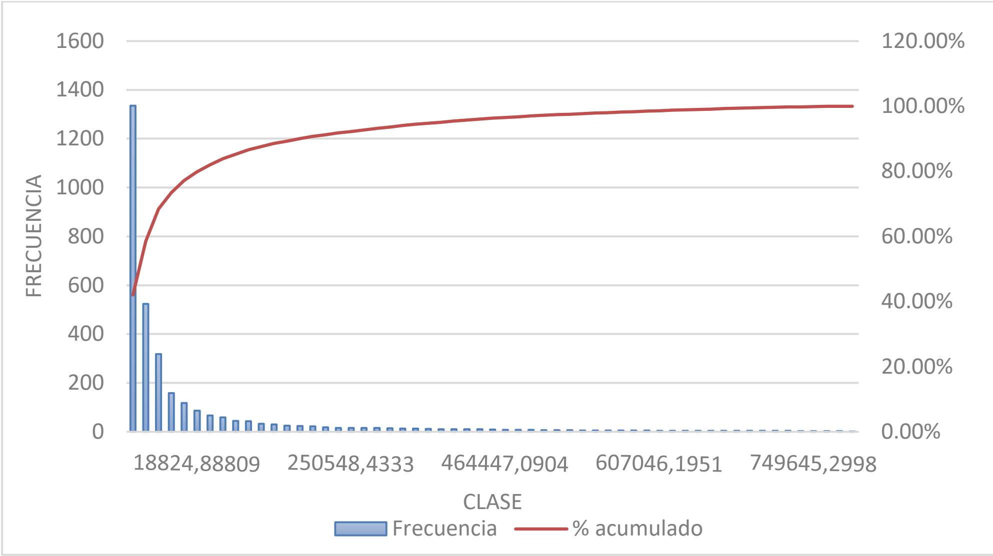
Cuadro 3.7
Valores de antes del umbral

Número de Observaciones	**Máximo**	**Mínimo**	**Media**	**Varianza**	**Suma**
3,179	999,194	1000	88,123.28	25,944,794,705	280,143,907
Percentiles (q)		Valores para el percentil		Numero de valores por encima	
q = 0,25 q = 0,50 q = 0,75 q = 0,90		$X_{0,25}$ = 9439 $X_{0,50}$ = 25969 $X_{0,75}$ = 78252 $X_{0,90}$ = 246130		K = 793 K = 1585 K = 2383 K = 2858	

Fuente: Elaboración propia

Para tener una idea de la distribución a la que pertenecen estos valores se realizar al histograma de frecuencias junto con la función acumulada.

Figura 3.9
Histograma con función de distribución acumulada



Fuente: Elaboración propia con base de terremotos

La descripción de las curvas con las que se trabajara para modelar los datos, son mencionadas a continuación.

Distribución Burr se emplea habitualmente para estudiar las pérdidas que puedan ocasionar en carteras de seguros.

Distribución Weibull su utilidad habitual es modelas los fallos un sistema, en el caso de seguro las fallas corresponden a los montos de siniestros.

Distribución Lognormal es idónea para parámetros que corresponde a numerosos registros aleatorias.

Distribución Logística es de utilidad en los estudios de población, propagación de epidemias, difusión y ventas de nuevos productos, mortalidad de población, en definitiva procesos de crecimiento en los que se produzcan estados de saturación.

Distribución Pareto es adecuada para aquellas circunstancias en las que quiera establecerse una distribución de magnitud acumulada entre pocos que acumulan grandes cantidades y muchos que acumulan poca cantidad.

Después de definir las distribuciones [50] que serán utilizados para ajustar los valores de los siniestros por terremoto, se proceden a calcular los parámetros de éstas mediante el método de mínimos cuadrados.

En el siguiente cuadro se muestran estos parámetros de las distribuciones seleccionadas junto con algunos estimadores.

Cuadro 3.8

Parámetros de las distribuciones

Modelo	K	α	β	α2	µ	R2
Burr	2.0680	0.7656	88,552.6928			0.9937
Weibull		0.5240	48,573.8142			0.9875
Lognormal				1.6822	10.1812	0.9954
Logistic				98,461.7239	3,661.5702	0.9012
Pareto		1.1310	32,712.8433			0.9916

Fuente: Elaboración propia

En la última columna se muestra el coeficiente de correlación al cuadrado (en adelante, R2) de cada una de las distribuciones con la muestra empírica, este estadístico cuenta con la interpretación siguiente:

Si R2= -1 => existe relación lineal negativa perfecta entre x e y

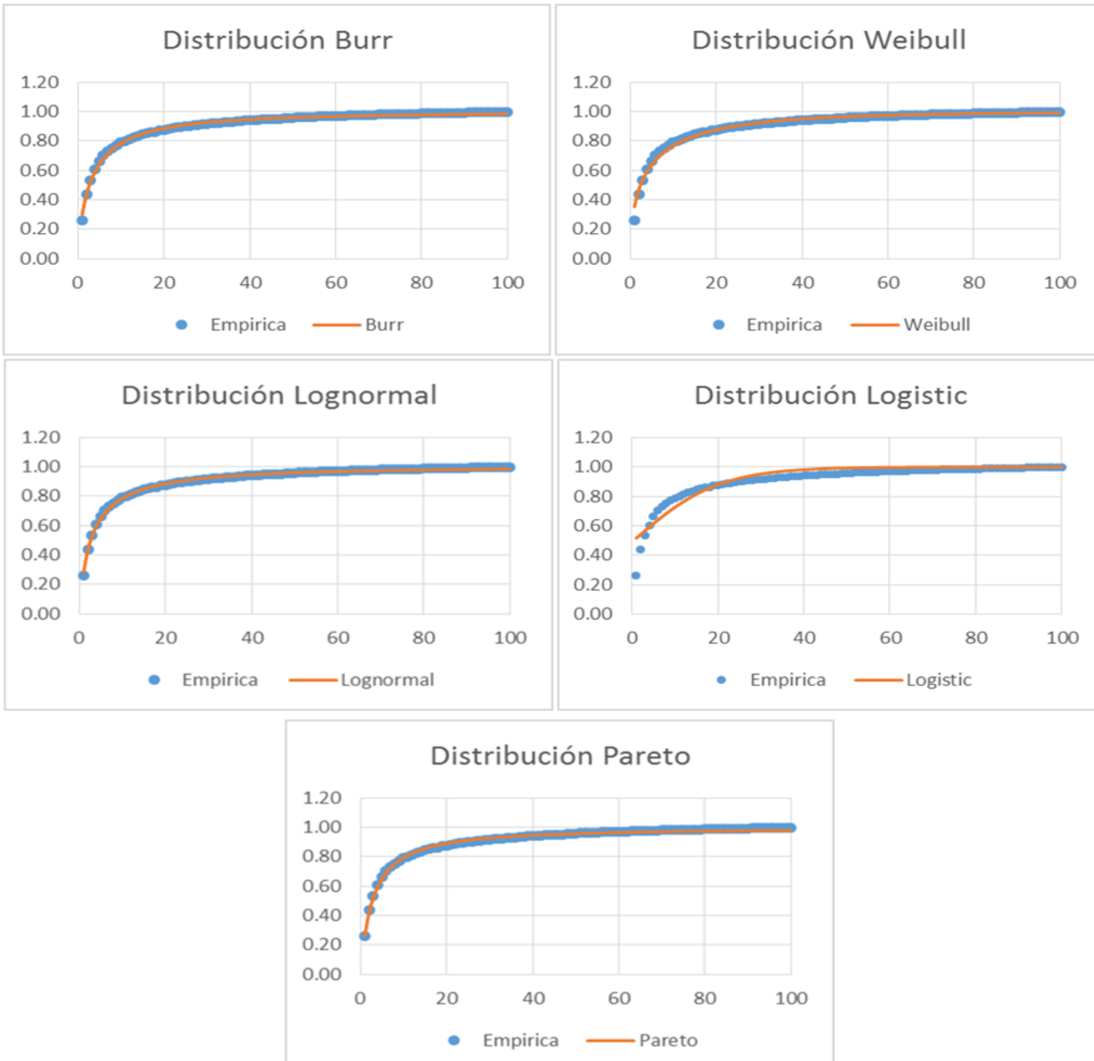
Si R2= 1 => existe relación lineal positiva perfecta entre x e y

Si R2= 0 => no existe ninguna relación lineal entre x e

Como se puede observar los valores de R2 se encuentran en el intervalo (0.9012, 0.9954), lo que señala que tiene buena relación lineal cada una de las distribuciones, esto se muestra gráficamente a continuación.

[50] La forma de cada distribución se define en el Anexo E.

Figura 3.10
Comparación de las funciones de distribución



Fuente: Elaboración propia con base de terremotos

Para señal cual es la curva que mejor describe el comportamiento de los siniestros, se realiza un análisis consistente conocido como la prueba de Kolmogorov Smirnov[51], donde se toman las hipótesis siguientes:

H_0 : Los datos analizados siguen una distribución G.

H_1: Los datos analizados no siguen una distribución.

[51] La descripción de la prueba de Kolmogorov Smirnov se encuentra en el Anexo B.

α: Nivel de significancia [52] del 0.05

Donde G representa a cada una de las cinco distribuciones señaladas anteriormente.

Para realizar la prueba se tomó una muestra con α = 0.05, para que se aplique el criterio de la tabla 1 del Anexo D, donde si D es menor al valor que resulte de la tabla se acepta H_0 en caso contrario se aplica H_1.

Cuadro 3.9

Prueba de Kolmogorov Smirnov

Distribución	Prueba de Kolmogorov Smirnov		Desición
Burr	D = 0.2525	p-value = 0.003496	Se rechaza
Weibull	D = 0.1313	p-value = 0.3621	**Se acepta**
Lognormal	D = 0.2323	p-value = 0.009356	Se rechaza
Logistic	D = 0.4141	p-value = 5.505e-08	Se rechaza
Pareto	D = 0.3131	p-value = 0.0001086	Se rechaza

Fuente: Elaboración propia

De las cinco distribuciones la única que se acepta H_0 es la Weibull, ya que la diferencia (D) es la menor, después se verifica si **el** valor de D es menor al que se encuentra en la tabla de Kolmogorov Smirnov (D_α).

Cuadro 3.10

Resultados de la prueba

D	D_α	$p - value$	α
0.1313	0.136	0.3621	0.05

Fuente: Elaboración propia

Como se puede observar $D \leq D_\alpha$ por lo tanto se **ACEPTA** H_0 y $p - value > \alpha$, lo que señala que la distribución Weibull es la que ajusta a los datos que se encuentran antes del umbral.

[52] El nivel de significancia se puede interpretar como la probabilidad del error, es decir, probabilidad de no ocurrencia

3.3.2 Datos después del Umbral

En la segunda se aplicara la Teoría del Valor Extremo, a causa de que los valores que se encuentran aquí representan los montos mayores de la pérdida, los cuales, muestran bajas frecuencias. Éstos cuentan con los descriptores siguientes:

Cuadro 3.11
Valores de la muestra que están después del umbral

Número de Observaciones	**Máximo**	**Mínimo**	**Media**	**Varianza**	**Suma**
218	1,059,254,328.54	1,031,668.15	14,414,457.95	5.5E+15	3,142,351,833.14
Percentiles (q)		Valores para el percentil		Numero de valores por encima	
q = 0,25		$X_{0,25} = 1,824,954$		K = 54	
q = 0,50		$X_{0,50} = 3,678,422$		K = 109	
q = 0,75		$X_{0,75} = 7,813,563$		K = 164	
q = 0,90		$X_{0.90} = 20,169,345$		K = 198	

Fuente: Elaboración propia

Es evidente que estos valores cumplen con los principios de la Teoría del Valor Extremo, debido a que el monto de los siniestros representa 92% con 6% del total del número de siniestros

Una vez que se sabe que los datos corresponden a valores extremos se procede a calcular el parámetro de forma ξ, para deducir cual es la distribución de la Teoría del Valor Extremo que le corresponde. El método para calcular este parámetro se menciona al final del Tema 2.3.2.

Los resultados obtenidos al aplicar el método se mencionan en el cuadro siguiente:

Cuadro 3.12
Parámetro de forma

Parámetros	**Valor**
Desviación estándar	74,319,294.76
Índice de cola (**Método I**)	1.45
Índice de cola (**Método II**)	1.43
Coeficiente de asimetría	13.07
Exceso de Curtosis	182.44

Fuente: Elaboración propia

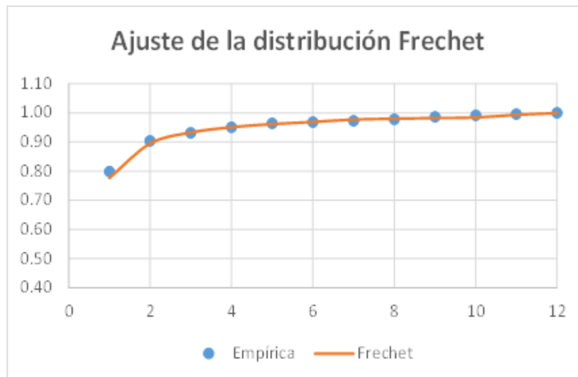
En la tabla se observa que para los dos métodos ξ es mayor que cero y la distribución a elegir debe ser de cola pesada, dado que el coeficiente de asimetría es mayo a uno. Estas dos propiedades las cumple la distribución Frechet de la

Teoría Valores Extremos, por lo que esta será la distribución utilizada para modelar los valores que rebasan el umbral.

A continuación se procede a calcular los parámetros de la distribución Frechet, por el método de mínimos cuadrados, donde el valor que toma ξ no debe variar mucho con el obtenido mediante el método I y II.

Cuadro 3.13
Parámetros de la distribución Frechet

Frechet	
ξ	1.0956
σ	2,563,181.3862
μ	1,011,443.0226
R2	0.9947



Fuente: Elaboración propia

Se puede observar que ξ sigue siendo positivo. Por otro lado el coeficiente de correlación tiene un valor cercano a uno, lo que dice que se tiene un buen ajuste, lo cual, también se observa en el gráfico.

Para confirmar los resultados se realiza la prueba de Kolmogorov Smirnov con las hipótesis siguientes:

H_0 : Los datos analizados siguen una distribución Frechet.

H_1: Los datos analizados no siguen una distribución Frechet.

α : Nivel de significancia del 0.05

Donde el tamaño de la muestra es de 12 y α = 0.05, entonces le corresponde un valor de 0.375 de acuerdo a la tabla del Anexo D. Los resultados de la prueba se muestran a continuación.

Cuadro 3.14

Resultados de la prueba

D	D_{α}	$p-value$	α
0.1818	0.375	0.9971	0.05

Fuente: Elaboración propia

Como se puede observar $D \leq D_{\alpha}$ por lo que se **ACEPTA** H_0 y $p-value > \alpha$, lo cual comprueba que Frechet es la distribución que ajusta a los datos.

> *El teorema 2 dice que si la distribución del máximo pertenece a la distribución del valor extremo, entonces la distribución condicionada de esta converge a la Distribución Generalizada de Pareto.*

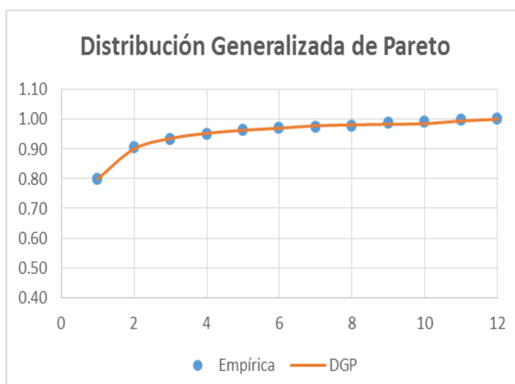
Dado que la distribución del valor extremo corresponde a la distribución Frechet cuando ξ es mayor que cero y se puedes condicionar por la participación de la reaseguradora, entonces se puede aplicar el teorema 2.

Nuevamente se aplica el método de mínimos cuadrados para obtener los parámetros de la distribución Generalizada de Pareto.

Cuadro 3.15

Parámetros de la Distribución Generalizada de Pareto

DGP	
ξ	0.8905
σ	2,489,193.5621
μ	1,144,470.0212
R2	0.9962



Fuente: Elaboración propia con base de terremotos

Del mismo modo ξ tiene un valor mayor que cero y el coeficiente de correlación es cerca a uno, lo que refleja un buen ajuste.

El coeficiente de Hill señala que el valor del umbral seleccionado corresponder al estimador de máxima verosimilitud de la función Generalizada de Pareto. Por consiguiente, el umbral tiene el valor de 1,025,498.07, el cual, es cercano al parámetro μ, tanto de la distribución Generaliza de Pareto como de la Frechet. Esto muestra que se realizó una buena selección del umbral

Después se aplica la prueba de Kolmogorov a la Distribución Generalizada de Pareto y se obtiene:

Cuadro 3.16

Resultados de la prueba

	D_α	$p - value$	α
0.2018	0.375	0.9771	0.05

Fuente: Elaboración propia

Como se puede observar $D \leq D_\alpha$ por lo que se **ACEPTA** H_0 y $p - value > \alpha$, lo cual comprueba que la Distribución Generalizada de Pareto, también ajusta a los datos que se encuentran después del umbral.

3.4 Distribución de Pérdida Agregada

La distribución de pérdida agregada es un método aplicado en el campo actuarial dado que asocia la distribución de perdida con la distribución de frecuencia, las cuales sirven para determinar una función que muestre el número de reclamaciones con base al modelo colectivo de la Teoría del Riesgos.

Modelo Colectivo

Bajo este enfoque el portafolio es considerado como un todo, es decir, se considera un conjunto de un número no determinado de contratos de seguros con vigencia en un cierto intervalo de tiempo.

El monto de reclamaciones causada por pérdidas en este caso de eventos catastróficos pueden ser vistas como una suma S de un número aleatorio N, denotados como:

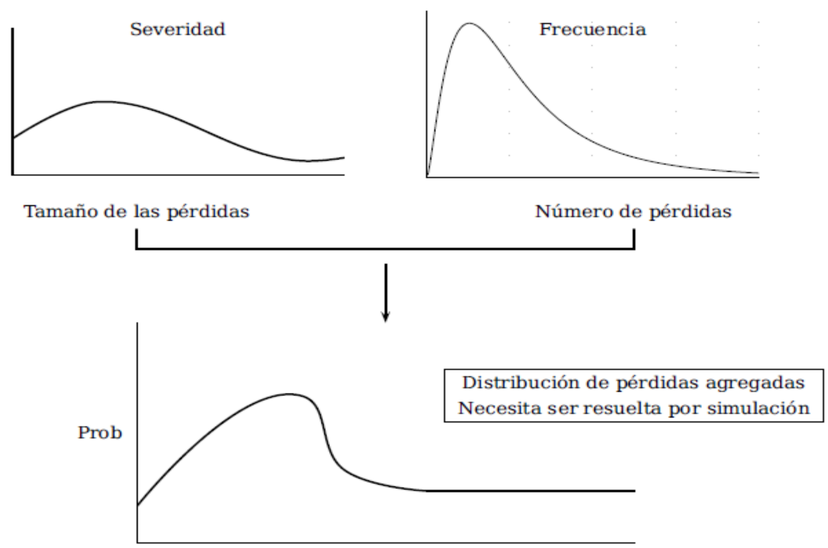
$$S = X_1 + X_2 + \cdots + X_N = \sum_{i=0}^{N} X_i$$

Este modelo asume que cada X_i representa la i-ésimo reclamación y son variables aleatorias independientes e igualmente distribuidas donde la distribución de N (Frecuencia) es independiente de los valores de X_i (severidad).

Las pérdidas agregadas se obtienen en base a la distribución de frecuencias de las pérdidas $p_n = P(N = n)$ y la función de la severidad económica de las pérdidas $f_X(X)$ o función de distribución acumulada $F_X(X) = P(X \leq x)$.

Al tener calculados por separado las funciones de severidad y frecuencia, se combinan ambos curvas por medio del modelo colectivo para obtener una función de pérdida agregada que permita definir una curva que refleje el comportamiento de las reclamaciones de riesgo expuesto como se muestra en la figura siguiente:

Figura 3.11
Distribución de la Perdida Agregada



Fuente: Modelos de pérdidas agregadas (LDA) y de la teoría del valor extremo para cuantificar el riesgo operativo, teoría y aplicaciones, página 89

Mediante la ley de probabilidad total se encuentra la función de distribución de las pérdidas agregadas:

$$P(S \leq x) = \sum_{n=0}^{\infty} P(N = n) P(X_1 + X_2 + \cdots + X_n \leq x | \, N = n)$$

$$G_s(X) = \sum_{n=0}^{\infty} P(N = n) \, F_X^{*n}(X)$$

Donde $F_X^{*n}(X)$ se refiere a la n-ésima convolución de $F_X(X)$ consigo misma.

$$P(X_1 + X_2 + \cdots + X_n \leq x) = F^* F^* \ldots \, F^*(x) = \; F_X^{*n}(X)$$

Sus principales momentos son:

$E(S) = E(N)E(X)$.

$E(S^2) = E(N)E(X^2) + E\big(N(N-1)\big)E^2(X).$

$Var(S) = Var(N)E^2(X) + Var(X)E(N).$

y la función generadora de momento:

$M_s(t) = M_N\big(\ln\big(M_X(t)\big)\big).$

Se prosigue en mostrar que distribuciones para N son aplicables para modelar el número de reclamaciones.

3.4.1 Modelos de la Distribución de Frecuencia

El número de reclamaciones por terremotos es una variable aleatoria que sigue una distribución discreta, el problema es encontrar la distribución que ajusta a la frecuencia. La Teoría de Riesgo reconoce fundamentalmente tres modelos: distribución Binomial, Binomial Negativa y Poisson.

Para seleccionar la distribución adecuada se toma el criterio siguiente:

Si la $\mu = \sigma^2$ los datos se distribuyen Poisson

Si $\mu > \sigma^2$ los datos se distribuyen Binomial

Si $\mu < \sigma^2$ los datos se distribuyen Binomial Negativa

Donde

$\mu :=$ Media

$\sigma^2 :=$ Varianza

Modelo para un proceso Binomial

Consideré que se tienen riesgos individuales $S = z_1 + z_2 + \cdots + z_n$ (con n constante), de los cuales r representa el número de pólizas que tuvieron reclamación y n-r las que no, esto se presenta de la forma siguiente:

$$S = X_1 + X_2 + \cdots + X_r + O_{r+1} + O_{r+2} + \cdots + O_n$$

Es evidente que $O_{r+1} + O_{r+2} + \cdots + O_n = 0$ con esto se obtiene la suma de las reclamaciones:

$$S = X_1 + X_2 + \cdots + X_r$$

Donde la variable aleatoria r tiene distribución binomial con parámetro n y q. Resulta que la distribución de esta suma aleatoria se representa como:

$$G_s(X) = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} q^k (1-q)^{n-k} F_X^{*k}(X)$$

Cuando el número de las reclamaciones N tiene una distribución binomial $Bin(n,p)$ se dice que el riesgo $S(X)$ tiene una distribución binomial compuesta, y se representa como $S \sim Bin\,comp(n,p,G)$, en donde G es la distribución de cada sumando. De acuerdo a esta hipótesis se tiene los resultados siguientes:

Proposición. Si N tiene distribución $Bin(n,p)$, entonces

$a)\ E(S) = np\mu$

$b)\ E(S^2) = np\mu_2 + n(n-1)p^2\mu^2$

$c)\ Var(S) = np(\mu_2 - p\mu^2)$

$d)\ M_s(t) = (1 - p + p\, M_X(t))^n$

Modelos para un proceso Binomial Negativo

La distribución binomial negativa es un modelo utilizado para tratar aquellos procesos en los que se repite una determinada prueba o experimento hasta conseguir un número de ensayos favorables. En este modelo se representan las siguientes condiciones:

- El proceso concluirá cuando se tenga un determinado número de eventos favorables.
- Cada prueba puede dar dos tipos de resultas posibles excluyentes A y no A
- Las probabilidades de éxito y fracaso son constantes en toda la prueba
- Todas las pruebas son independientes.

La distribución de pérdida agregada se presenta de la siguiente forma:

$$G_s(X) = \sum_{k=0}^{n} \binom{n-\propto -1}{n} q^{\propto} (1-q)^n F_X^{*n}(X)$$

Cuando el número de las reclamaciones N tiene una distribución binomial negativa se dice que el riesgo S tiene una distribución binomial negativa compuesta. Si $N \sim Bin\ Neg\ (k,p)$, entonces $S \sim Bin\ Neg\ Com(k,p,G)$, donde G es la distribución de la suma de S. La cual tiene las propiedades siguientes:

Proposición. Si N tiene distribución $Bin\ Neg\ Com(k, p, G)$, entonces

$a) E(S) = k\left(\frac{1}{p-1}\right)\mu$

$b)\ Var(S) = k\left(\frac{1}{p-1}\right)\left(\frac{1}{p}\right)\mu^2 + k\left(\frac{1}{p-1}\right)(\mu_2 + \mu^2)$

$c)\ M_S\,(t) = \left(\frac{p}{1-(1-p)M_X(t)}\right)^K$

Modelo para un proceso Poisson

El modelo es utilizado cuando el número de reclamaciones satisface las siguientes tres condiciones:

1. Independencia de incrementos: se describen cuando los eventos que ocurren en intervalos distintos de tiempo son independientes.
2. Estacionalidad de incrementos: Los eventos en un intervalo de tiempo dependen únicamente de la longitud de dicho intervalo.
3. Exclusión de eventos múltiples: La probabilidad de que en un mismo instante en el tiempo ocurran dos o más eventos y la probabilidad de que en un intervalo finito ocurran un número infinito de eventos es cero.

Si cumple esta tres condiciones la distribución de pérdidas agregadas queda de la forma siguiente:

$$G_s(X) = \sum_{k=0}^{n} e^{-\lambda}\frac{\lambda^n}{n!}F_X^{*n}(X)$$

Cuando el número de las reclamaciones N tiene una distribución Poisson se dice que S tiene una distribución Poisson Compuesta y se escribe $S \sim Poisson\ comp(\lambda, G)$ donde λ es el parámetro de la distribución y G es la distribución de la suma. Este modelo cumple con las propiedades siguientes:

$a)\ E(S) = \lambda\mu$

$b)\ E(S^2) = \lambda\mu_2 + \lambda^2\mu^2$

$c)\ Var(S) = \lambda\mu_2$

$d)\ M_S(t) = e^{[\lambda(M_X(t)-1)]}$

3.5 Requerimiento de capital de solvencia para riesgo de prima

La LISF, señala la posibilidad de crear modelos internos para el cálculo mensual del requerimiento de capital de solvencias. Por esta razón se describe la forma de este cálculo mediante la utilización de la prima de riesgo, que a su vez hace referencia a la insuficiencia de la reserva.

El riesgo de prima se refiere a la posibilidad de que las primas de riesgo de un portafolio sean insuficientes para cubrir su siniestralidad total, con un cierto nivel de probabilidad (99.5%) durante un horizonte de tiempo a un año. Para realizar esta estimación se modela la variable aleatoria del monto de siniestralidad agregada del portafolio de riesgo, esto se realizara mediante la utilización del modelo colectivo de riesgo que fue definido en el capítulo anterior.

El cálculo del capital de solvencia para riesgo de prima de los seguros de no vida, está dado como la diferencia entre el percentil al 99.5% $(X_{99.5\%})$ de la distribución agregada, donde se considera la pérdida máxima probable, menos la prima de riesgo suscrita del portafolio de riesgos bajo análisis.

$$RCS = X_{99.5\%} - Prima\ de\ Riesgo$$

La distribución compuesta para modelar los siniestros agregados para cada cartera de riesgo se obtendrá a través de la simulación Monte Carlo[53], en la cual se realiza el análisis de riesgo con la creación de modelos de posibles resultados mediante la sustitución de un rango de valores. La simulación Monte Carlo produce distribuciones de valores de los resultados posibles.

Por otro lado, la prima de riesgo en el medio de los seguros suele darse en términos del costo medios de siniestralidad que corresponde al siniestro cubierto, el cual, no considera gastos de administración, costos de adquisición, margen de utilidad ni otros tipos de gatos.

Otra forma de obtener la prima de riesgo utilizando el modelo colectivo de riesgo es mediante la pérdida total esperada. Como se sabe S representa la suma de las reclamaciones por lo que se obtiene su esperanza y queda así:

---

[53] Es un método no determinista o estadístico numérico, usado para aproximar expresiones matemáticas complejas y costosas de evaluar con exactitud.

$$E[S] = E\left[\sum_{i=0}^{N} X_i\right]$$

Y de manera formal se calcula la prima de riesgo como el producto de la frecuencia de la siniestralidad con el costo de siniestralidad o mejor dicho severidad, con la hipótesis de que la frecuencia y siniestralidad con independientes.

La frecuencia de siniestralidad (Fr_i) para el riesgo i, se calcula como:

$$Fr_i = \frac{Número\ de\ Siniestros\ Ocurridos}{Número\ de\ Siniestros\ Expuesto}\quad para\ el\ riesgo\ i$$

La severidad (Sr_i) para el riesgo i es:

$$Sr_i = \frac{Monto\ de\ Siniestros\ Ocurridos}{Número\ de\ Siniestros\ Ocurridos}$$

Entonces la Prima de Riesgo (PR_i) para el riesgo i, queda como:

$$PR_i = Fr_i * Sr_i$$

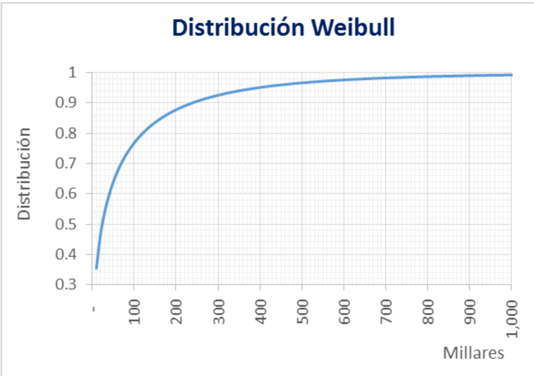
Algunas instituciones cuentan con modelos propios para el cálculo anterior.

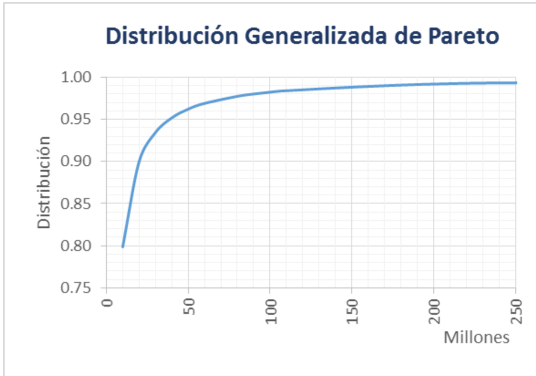
Capítulo 4. Resultados empíricos

4.1 Variable aleatoria de Severidad

En el capítulo 3.3 se obtuvieron las distribuciones de la severidad donde resultó que los estadísticos de la base no corresponden a una distribución normal. Las conclusiones de este apartado fueron que los valores que están antes del umbral se ajustan a una curva Weibull y para los que están después del umbral se ajusta a una Distribución Generalizada de Pareto.

Figura 4.1
Distribuciones de severidad de la base de Terremotos





Fuente: Elaboración propia con base de terremotos

Después de obtener las distribuciones de las dos partes de las observaciones se calcularon sus parámetros y los resultados son los siguientes:

Cuadro 4.1
Parámetros de las Distribuciones de Severidad

Weibull	
σ	0.52396941
β	48,573.81

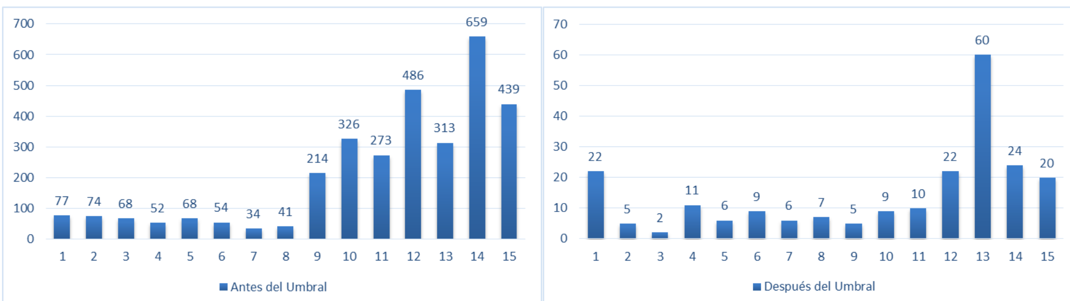
DPG	
ξ	0.89051
σ	2,489,193.56
μ	1,144,470.02

Fuente: Elaboración propia con las bases ajustadas de terremotos

4.2 Variable aleatoria de frecuencia

Saber, cual es la distribución que ajusta las variables aleatorias de la frecuencia con que se presentan los siniestros es necesario, dado que se utiliza para aplicar el modelo colectivo de la teoría de riesgo, con el que se podrán realizar alrededor de 10 mil simulaciones para estimar a qué valor converge la perdida esperada. En este caso el modelo contara con dos frecuencias de acuerdo a los valores que se encuentran antes y después del umbral.

Figura 4.2
Frecuencia de los siniestros



Fuente: Elaboración propia

Enseguida se calcula la media y varianza, para aplicar los criterios señalados en el capítulo 3.4.1.

Cuadro 4.2
Media y Desviación Estándar de las Frecuencias

	Antes del Umbral	Después del Umbral
Media	420	26
Varianza	291,126	1,060

Fuente: Elaboración propia

En los dos casos se cumple que $\mu < \sigma^2$, entonces las variables aleatorias de las frecuencias corresponden a una función Binomial Negativa, ésta distribución tiene dos parámetros: probabilidad de éxito y número de éxitos, éste hace referencia a la ocurrencia de un sismo o terremoto.

Cuadro 4.3
Parámetros de la distribución Binomial Negativa

	P	R
Antes del Umbral	0.043419548	Número de éxitos
Después del Umbral	0.002714583	

Fuente: Elaboración propia

El resultado favorece a las condiciones de esta distribución, debido a que platea que se deben especificar el número de éxitos. Con esto se podrá delimitar el modelo que sea plateado y así conocer a que valor converge el requerimiento de capital de solvencia.

4.3 Resultados de los modelos de simulación

La simulación de los montos de los montos de siniestros se realizó con ayuda de la aplicación de Excel, *Visual Basic*, donde se creó un programa que sirve para simular la frecuencia y severidad de los siniestros, por medio de las distribuciones asignadas.

Simulaciones

El primer programa en *Visual Basic* [54], sirve para generar valores que caigan antes del umbral mediante la distribución Weibull. Con los resultados obtenidos se toman cuatro escenarios al azar, los cuales se comparan con la base original con la intensión de ver si se tiene el mismo comportamiento respecto a la base original. En seguida se muestran los resultados.

Cuadro 4.4

Escenarios de simulaciones antes del umbral

Muestras	Suma	Media	Desviación Estándar	Coeficiente Variación	Percentil		
					0.5	0.75	0.9
Original	280,143,907	88,123	161,074	1.83	25,969	78,252	246,130
Escenario 1	286,446,855	90,106	144,533	1.60	32,907	103,504	254,387
Escenario 2	288,365,853	90,710	146,074	1.61	33,089	102,645	251,752
Escenario 3	263,391,656	82,854	133,093	1.61	30,893	93,840	231,193
Escenario 4	295,551,136	92,970	149,200	1.60	33,366	107,242	252,587

Fuente: Elaboración propia con las simulaciones de la macro

En cada escenario se realizaron 3,179 simulaciones de monto de siniestros, debido a que es el número de siniestros que se encuentran antes del umbral (valor del umbral de 1,025, 496.07) en base original.

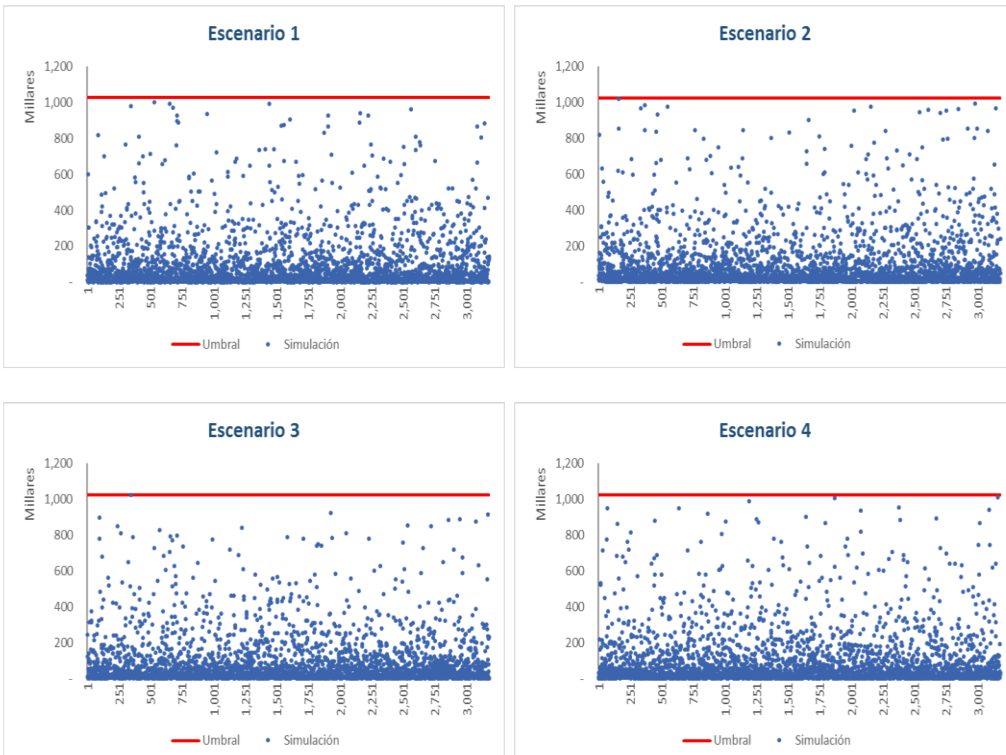
En este caso la suma, representa el monto de siniestros total por escenario, donde el valor máximo es de 300 mdp y el mínimo de 263 mdp. Por otro lado, el siniestro medio se encuentra en un rango de 80 a 93 mil pesos.

[54] El programa para generar siniestros con montos que se quedan antes umbral, Anexo E.

En los escenarios del cuadro 4.4, se muestra que el coeficiente de variación está en el rango (1.60 – 1.83). Esto comprueba que la distribución Weibull es una buena elección para ajustar los datos, debido a que su coeficiente de variación debe ser mayor a uno.

A continuación se muestran las gráficas de casa escenario.

Figura 4.3
Simulaciones de los siniestros antes del umbral



Fuente: Elaboración propia

La línea roja representa el umbral, el eje de las abscisas el número del siniestro y el eje de la ordenada el monto del siniestro. Se observa que conforme aumenta los montos de los siniestros las observaciones disminuyen, debido al comportamiento de los riesgos de terremoto.

Los campos de cada escenario del cuadro 4.4 oscilan entorno a los valores de la base original, por lo que se toma este programa para el modelo final, con el que serán generados los montos de siniestros que se encuentren antes del umbral.

Ahora se realizan simulaciones para la Distribución Generaliza Pareto, con un programa en *visual basic*[55]. De igual forma que en el procedimiento anterior se toman cuatro escenarios, que serán analizados y comparados con las observaciones. En seguida se muestra los cuatro escenarios.

Cuadro 4.5

Escenarios de simulaciones después del umbral

Muestras	Suma	Media	Desviación Estándar	Coeficiente Variación	Percentil		
					0.5	0.75	0.9
Original	3,142,351,833	14,414,458	74,319,295	5.16	3, 678,422	7,813,563	20,169,345
Escenario 1	5,397,224,434	24,757,910	199,376,105	8.05	3,511,079	7,620,849	19,758,614
Escenario 2	6,204,988,923	28,463,252	283,000,625	9.94	4,011,901	9,026,754	22,048,494
Escenario 3	3,976,315,377	18,239,979	159,090,449	8.72	3,414,331	6,777,253	13,760,583
Escenario 4	2,783,139,733	12,766,696	37,058,698	2.90	3,443,641	8,933,727	23,016,008

Fuente: Elaboración propio con simulaciones en base a la distribución seleccionada

En cada escenario se realizaron 218 simulaciones, este número corresponde a la cantidad de valores que se encuentra después del umbral en la base original. Esto sirve para comparar los valores que arroja el programa con los originales y con esto saber si se tiene una buena aproximación. En la tabla se puede observar los puntos siguientes:

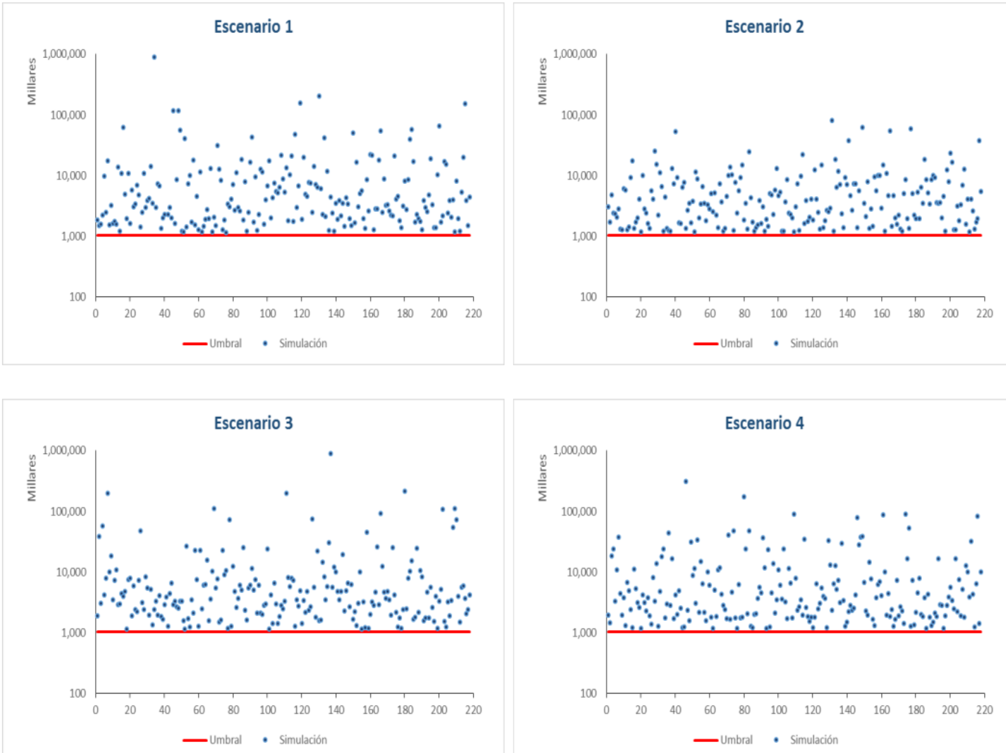
La suma del monto de siniestros presenta diferencias de uno a seis millones, en consecuencia de los valores extremos. Por otro lado, al realizar 218 simulaciones por escenarios el siniestro medio se encuentra en el rango de 12 a 28 mdp, aquí también puede caer el monto más alto de algunos escenarios.

Por último se observa que el valor del coeficiente de variación de cada escenario es mayor a uno, incluso mayor al que se presenta en la distribución Weibull, esto muestra que se realizó una selección objetiva del umbra. Esto comprueba la selección de la función de distribución, ya que el coeficiente de variación tiene que ser mayor a uno.

A continuación se presenta la gráfica de cada escenario.

[55] Programa para generar siniestros con montos que superan el umbral, Anexo E.

Figura 4.4
Simulaciones de los siniestros después del umbral



Fuente: Elaboración propia

La línea roja representa el umbral, el eje de las abscisas el número del siniestro y el eje de la ordenada el monto del siniestro. Se muestra una mayor dispersión en estas gráficas.

En las dos partes de estas simulaciones se presentó el comportamiento que se describe para eventos catastróficos. En el modelo final se utiliza la distribución generalizada de Pareto y Weibull, solo que ahora el número de simulaciones por escenario queda determinado por la función de frecuencia seleccionada, es decir, la distribución binomial negativa.

Para seguir con la línea de análisis, se eligen al azar cuatro escenarios de las simulaciones, los cuales, serán comparados con la base original, ésta contiene los montos de sinestros que se encuentren antes y después del umbral. El siguiente cuadro muestra la información de la base original y de cada escenario.

Cuadro 4.6

Escenarios de simulaciones de forma conjunta

Muestras	Suma	Media	Desviación Estándar	Coeficiente Variación	Percentil		
					0.5	0.75	0.9
Original	3,420,175,649	1,007,712	19,120,992	18.97	23,309	80,000	20,169,345
Escenario 1	3,553,923,827	800,253	7,005,774	8.75	40,830	146,035	29,134,941
Escenario 2	6,155,604,881	1,423,920	24,278,940	17.05	40,027	147,765	26,929,319
Escenario 3	5,265,192,780	1,217,667	25,662,987	21.08	40,497	146,348	28,165,803
Escenario 4	3,007,555,818	677,530	3,957,545	5.84	41,231	144,898	21,884,142

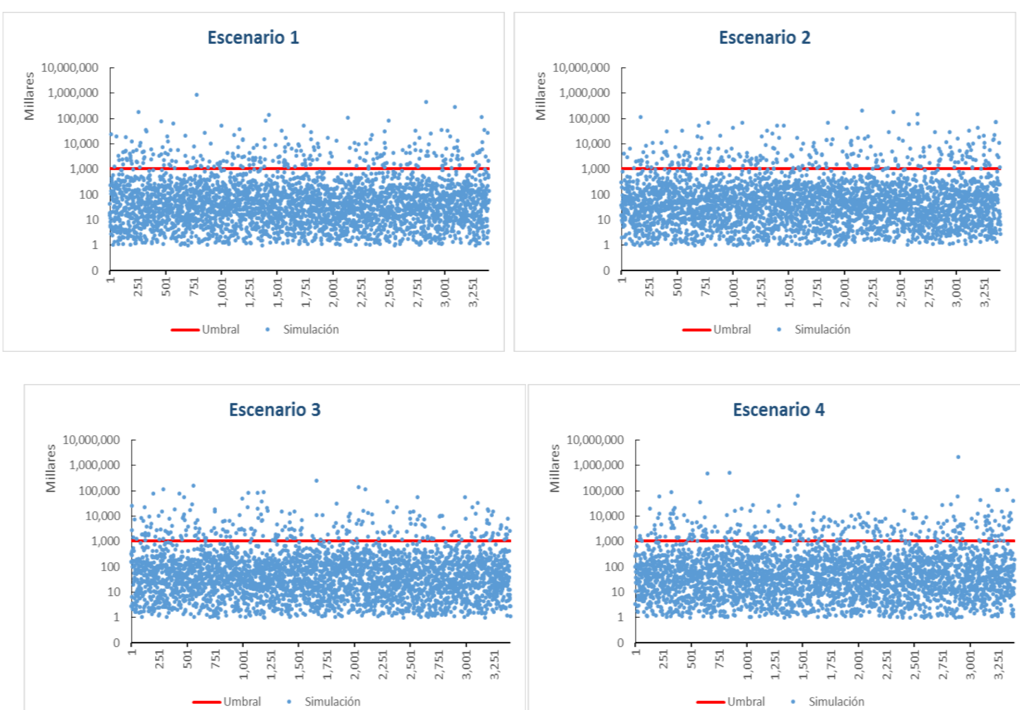
Fuente: Elaboración propia con valores obtenidos de la simulaciones

Se presentó una gran variabilidad en el monto total de siniestros de cada uno de los escenarios, la media oscila ente el valor de un millón esto sucede por los valores que se encuentran antes del umbral, ya que aquí se encuentra la mayor concentración de los siniestros, por otro lado el coeficiente de variación se sigue presentando mayor a uno, que es un dato que se puede predecir al tratarse de riesgos de terremoto.

Los percentiles de 0.5 y 0.75 muestran un comportamiento similar a las simulaciones de los montos antes del umbral y en el 0.90 es donde oscilan los valores cercanos al umbral.

Figura 4.5

Simulaciones de los siniestros de forma conjunta



Fuente: Elaboración propia con datos generados por el programa

La línea roja representa el umbral, el eje de las abscisas el número del siniestro y el eje de la ordenada el monto del siniestro.

En seguida realizara el cálculo del Requerimiento de Capital de Solvencia, mediante el programa que engloba las distribuciones Generalizada de Pareto, Weibull para los montos de siniestros y la Binomial Negativa utilizada para la frecuencia.

4.4 Resultados del requerimiento de capital bajo cada simulación

El Requerimiento de Capital de Solvencia es la base de este proyecto. En el primer capítulo, se describe y señala que es una de las partes que forman el primer pilar de Solvencia II. En el capítulo tercero, se menciona la forma de calcularlo, la cual, corresponde al percentil al 99.5%, donde es considerada la perdida máxima probable, menos la prima de riesgo, éste último elemento se generalizar tomando la media es igual la prima de riesgo, debido a que cambia la forma de calcularse por institución.

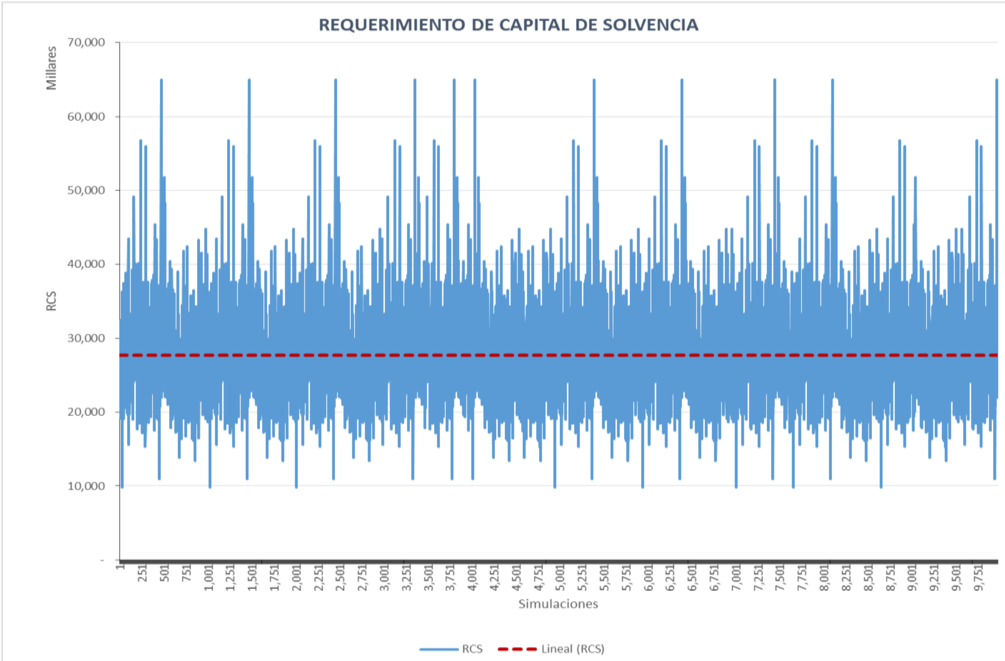
Para conjuntar la severidad con la frecuencia de los riesgos de terremoto, se utiliza el modelo colectivo de la teoría del riesgo, con el cual se calcula el valor al que converge el Requerimiento de Capital de Solvencia.

El modelo colectivo se realiza en un programa en visual Basic [56] donde se toman las funciones programadas en el apartado anterior. Una vez que se tiene el modelo final se realizan diez mil escenarios simulados, en cada uno de estos es calculado el percentil al 99.5% junto con la media para calcular el Requerimiento de Capital de Solvencia.

El comportamiento del Requerimiento de Capital de Solvencia de todos los escenarios se muestran en el gráfico siguiente:

[56]Código para obtener el requerimiento de Capital de Solvencia mediante el modelo colectivo de riesgo AnexoE

Figura 4.6
Simulaciones del Requerimiento de Capital de Solvencia



Fuente: Elaboración propia con base del Requerimiento de Capital de Solvencia

La gráfica muestra que el Requerimiento de Capital de Solvencia se encuentra por abajo de los 30,000 millones, el cual, se aproxima al valor obtenido con el programa en Visual Basic, los resultados se muestran en el cuadro siguiente:

Cuadro 4.7
Requerimiento de Capital de Solvencia

Número de simulaciones	Media	Desv. Est.	Mínimo	99.5%	Requerimiento de Capital de Solvencia
10,000	1,651,092	4,057,391	1,004	29,082,916	27,431,824

Fuente: Elaboración propia con datos de las simulaciones

El Requerimiento de Capital de Solvencia con el que debe contar la compañía de forma anual es de 27,431,83 para riegos de terremoto. Se observa que al realizar un número mayor de simulaciones el valor del máximo se triplica en comparación con la muestra original.

Ahora se modificara el parámetro de forma ξ, ya que este define el grueso de la cola y servirá para estresar los valores que toma la distribución agregada. Este análisis es una propuesta que se plantea en Solvencia II, con la intención de prevenir cualquier falta de Solvencia.

A continuación se muestran los resultados obtenidos al modificar el parámetro ξ.

Cuadro 4.8

Requerimiento de Capital de Solvencia, estresando los parámetros

ξ	Media	Desv. Est.	Máximo	Mínimo	99.5%	Requerimiento de Capital de Solvencia
0.89	1,651,092	4,057,391	3,222,509,351	1,004	29,082,916	27,431,824
0.90	1,244,850	391,547	1,102,322,923	1,002	29,818,869	28,574,018
0.95	1,697,848	1,260,044	2,128,515,491	1,002	32,100,200	30,402,352
1.00	1,221,224	322,925	964,461,956	1,003	33,148,570	31,927,346
1.05	2,916,408	2,838,638	5,287,361,557	1,004	44,959,831	42,043,423
1.10	2,810,838	2,176,562	4,285,098,377	1,004	44,142,610	41,331,772
1.15	1,855,171	7,007,320	1,414,583,379	1,005	46,191,510	44,336,339
1.20	2,263,722	1,250,207	3,595,882,045	1,003	49,139,398	46,875,676

Fuente: Elaboración propia con datos de las simulaciones

El cuadro 4.8, muestra ocho escenarios diferentes donde se cambia el índice de cola y en cada uno se realizan mil simulaciones para conocer a que valor converge el Requerimiento de Capital de Solvencia.

Observaciones

La media, desviación estándar y el máximo no presentan un comportamiento relacionado en la variación del parámetro ξ. Sin embargo, el percentil al 99.5% muestra un comportamiento creciente, lo que provoca que el Requerimiento de Capital de Solvencia también sea creciente. Se los siguientes puntos se pueden concluir:

- Los Valores extremos, es decir, los que se encuentra después del umbral afectan al percentil al 99.5%
- Lo Valores que están antes del umbral afectan a la media

Estos dos puntos muestran el comportamiento creciente del Requerimiento de Capital de Solvencia, cuando se cambia el parámetro del grueso de la cola.

Capítulo 5. Conclusiones

En esta tesis se presentaron los principales puntos del antiguo régimen de solvencia donde se muestran las necesidades que llevaron al surgimiento del nuevo sistema nombrado Solvencia II impulsado en la Unión Europea. Dado que esta nueva iniciativa se expandió alrededor del mundo. En México se creó la LISF, donde se platean la forma en que las instituciones de seguros mexicanas deben operar.

Con esta iniciativa el sector asegurador podrá evitar cualquier situación de insolvencia, debido a que se estipula que los activos y pasivos de las compañías deberán ser valuados a valor de transferencia, en el caso de los pasivos este valor se define como el importe que la institución tendría que pagar si transfiriere sus compromisos a un tercero, en caso de no contar con éste se calcula como el mejor estimador más el margen de riesgo. Esto servirá para conocer la situación financiera de la institución y tomaran medidas preventivas en caso que se requiera. Así mismo, el marco regulatorio de este nuevo sistema menciona la necesidad de los requerimientos de capital y otros como: la administración de riesgos, control y auditorías internas, la supervisión, transparencia y revelación de información.

El Requerimiento de Capital de Solvencia es un elemento principal dentro del marco regulatorio de Solvencia II, debido a que respalda las operaciones que realiza el sector asegurador. Para el cálculo de éste se menciona la utilización de métodos definidos por la CNSF o la creación métodos propios. Este último punto es relevante, ya que cada compañía puede crear sus técnicas propias para evaluar los requerimientos adecuados en base a las operaciones que realiza, así cada una de las aseguradoras contará con procesos de valuación personalizados y podrán cumplir con los objetivos que se plantean.

A través del tiempo los fenómenos catastróficos han aumentado como consecuencia del cambio climático. Estos eventos provocan pérdidas de vidas humanas, daños materiales y pérdidas económicas, los cuales, afectan directamente la capacidad con la que cuentan las compañías aseguradoras para resarcir los daños causados. Por esta razón se creó un modelo para calcular el Requerimiento de Capital de Solvencia necesarios para cubrir los riesgos de catastróficos del tipo de terremotos.

Los datos históricos de los montos causados por terremotos se obtuvieron de las SESA’s, información estadística que reportan las compañías aseguradoras a la CNSF, ésta corresponde de 1999 al 2013 donde se toma este último año de enfoque y los demás se llevaron a éste por medio del cálculo del valor presente tomando como factor la inflación reportada por el INEGI.

De acuerdo al análisis que se realizó de esta información se encontraron montos negativos, los cuales, corresponden a los ajustes que realizan las compañías pero que no representan un siniestro en específico. Puesto que el objetivo de esta tesis es mostrar los requerimientos de capital necesarios, estos valores fuero omitidos y únicamente se tomaron montos positivos.

Los resultados obtenidos son los siguientes:

Se obtuvieron 3,398 observaciones con un monto de siniestros de 3,422 mil millones de pesos (mmdp), de los cuales, el 1% representa el 74% de las observaciones y el 31% constituyen el valor del máximo. De acuerdo al análisis de las frecuencias la mayor concentración se encuentra entre los montos de mil y cien mil, después de estos valores la frecuencia disminuye considerablemente hasta llegar al monto de un millón donde se muestran de cero a cuatro siniestros por clase.

La solución que se le da a la dispersión de los datos, fue partir la base en dos. Una donde se tengan la mayor concentración de las observaciones y otra donde contenga los montos grandes. Para realizar este proceso se da pauta al enfoque de excesos sobre el umbral de la teoría del valor extremo, la cual, se utiliza para seleccionar el umbral que es el punto donde la base se parte en dos.

En la selección del umbral se realizan los métodos de excesos sobre la media y el coeficiente del Hill, los cuales, señalan un intervalo en el que cualquier valor dentro de éste puede representar el umbral, para seleccionar un valor único se considera la tabla de frecuencias donde existen clases vacías a partir del monte de un millón de pesos, por lo que se concluye que el valor del umbral es 1,025, 496.07. Se observa que el 94% de las observaciones representan el cuerpo hasta el umbral y el 6% los valores extremos o la cola.

Mediante el análisis de la tabla de frecuencias del cuerpo hasta el umbral se ajustaron las distribuciones: Burr, Weibull, Lognormal, Logística y Pareto, en las que gráficamente se mostró que solo la logística no presentaba un buen ajuste, sin embargo, mediante la prueba de Kolmogorov Smirnov se determinó que solo la función Weibull mostraba el mejor ajuste de los datos y los parámetros de ésta se obtuvieron por el método de mínimos cuadrados.

En la segunda parte de los datos se utilizó la Teoría del Valor Extremo. En primer lugar se calculó el índice de cola con el que resulta que la función apropiada para el ajuste es la Frechet, que corresponde a series que presenta cola pesada, este resultado fue confirmado con el cálculo del coeficiente de asimetría. Después se obtuvieron los parámetros de la función y se realizó la prueba de kolmogorov

Smirnov, en la cual que se acepta que los datos corresponden a una función Frechet.

Un resultado importante del enfoque de excesos sobre el umbral es que el teorema Pickands-Balkema-de Haan señala que una función que describe los excesos sobre un umbral lo suficientemente grades, se puede aproximar a una Distribución Generalizada de Pareto. Se comprobó que el umbra elegido es lo sufrientemente grande para aplicar el teorema, debido a que fue realizado el ajuste de los datos a esta distribución y en la prueba de kolmogorov Smirnov resultó que se acepta que los datos corresponden a una Distribución Generalizada de Pareto.

Los resultados de las simulaciones presentaron que los montos que se encuentran antes del umbral se presentó un coeficiente de variación mayor a uno, esto también ocurrió con la muestra original. Esto comprueba que los datos se ajusten a una curva Weibull, ya que esta pertenece a una función de cola pesada.

En el caso de los valores que se encuentran después del umbral, de igual se presenta un coeficiente de variación mayor a uno, pero aún más grande del que se presenta en los valores antes del umbral, y los percentiles muestran un crecimiento exponencial a partir del 95%, este suele ser el comportamiento de los valores extremos.

Para cumplir con el cálculo del Requerimiento del Capital de Solvencia, para calcular el percentil al 99%, se aplica el modelo perdido agregado, donde se toman las distribuciones Weibull y Generalizada de Pareto para la severidad y la frecuencia la describe la distribución Binomial Negativa, las cuales son independientes una de la otra. Y para el prima el valor medio que presente estas, debido a que es un modelo general para cualquier compañías, pero ésta podrá utilizar el su método propio para calcular la prima de riesgos.

Se realizaron diez mil simulaciones para ver a qué valor converge el requerimiento de capital de Solvencia, el cual resulto ser 27,431,824 y se aproxima a la línea de tendencia que resulto de las simulaciones.

Para concluir se estresa el modelo aumentado el valor del parámetro de forman y se observa que conforme éste crece también lo hace el requerimiento, este punto es señalado por el régimen de Solvencia II, ya que busca considerar en el Requerimiento de Capital todos los posibles casos que puedan ocurrir.

Anexos

Anexo A. Solvencia II: Unión Europea vs México

Principales diferencias del Pilar I de Solvencia II entre la Unión Europea & México

Unión Europea	México
El proyecto de Solvencia II comienza en Noviembre del 2003	El proyecto de Solvencia II se aprueba el 28 de febrero del 2013
Se realizan cinco Estudios de impacto para realizar determinar los tres pilares.	Se realiza cinco Estudio de impacto para definir los tres pilares.
Primer pilar - **Se menciona los requerimientos de capital con los que debe contar la institución** - **Señala la utilización de métodos estándar y propios para el requerimiento de capital** - **Valoración de los activos y pasivos de acuerdo a su valor en el mercado** - **Mediante el valor de las coberturas de la activos y pasivo se podrá calcular los fondos propios** - **Define los conceptos de Mejor estimador y Margen de riesgo** - **Valoración de las provisiones técnicas de acuerdo a su cobertura en el mercado.** - **Utiliza el Mejor Estimador y el margen de riesgo para aquellas provisiones que no cuentan con una cobertura** - **Valoración del Requerimiento capital mínimo de acuerdo al Requerimiento de Capital de Solvencia o provisiones técnicas.** - **Permite transferir un porcentaje del riesgo** - **Se debe aplicar el concepto de prudencia para las inversiones.**	Primer pilar - Se menciona los requerimientos de capital con los que debe contar la institución - Señala la utilización de métodos estándar y propios para calcular los requerimientos de capital - Valoración de activos y pasivos de acuerdo al valor de mercado - Los fondos propios se toman como la diferencia del valor de mercados de los activos y pasivos, éstos deberán suficientes para cubrir los requerimientos de capital. - Define los conceptos de Mejor estimador y Margen de riesgo - Valoración de reserva técnica por medio del Mejor Estimado más el Margen de Riesgo - Valoración Requerimiento mínimo de garantía de acuerdo al Requerimiento de Capital de Solvencia o las provisiones técnicas. - Permite transferir una parte del riesgo mediante el reaseguro o por medio de bursatilizaciones - Señala que las inversiones deben realizarse de forma prudente.

Principales diferencias del Pilar II entre la Unión Europea & México

Unión Europea	México
- **Un proceso de supervisión interno que sirva para tener un correcto sistema de gestión de riesgos.** - **Contará con una administración de los riesgos.** - **El Requerimiento de Capital de Solvencia es solicitado de manera grupal y el Requerimiento de Capital de Solvencia por entidad** - **Existen reglas que son válidas fuera de la UE** - **Se realizará una auditoría interna y externa** - **Cumplimiento de los requerimientos de capital** - **Mide la exposición al riesgo de las carteras**	- Deberá contar con un sistema de gobierno corporativo que garantice la gestión adecuada de la compañía - Contará con una administración de riesgos (Procedimientos y políticas para vigilar, medir, controlas y mitigar los riesgos) - El Requerimiento de Capital de Solvencia y RCM de solicita a cada entidad - Procesos de supervisión por parte de un organismo descentralizado - Se realizará una auditoría interna - Mide la exposición al riesgo de las carteras

Principales diferencias del Pilar III entre la Unión Europea & México

Unión Europea México	México
- Promueve la transparencia de información, misma que servirá para la toma de decisiones de accionistas, bonistas, reaseguradores y aseguradoras. La información que reporte cada entidad se dividirá en: - Medidas sobre estados financieros - Medidas de los perfiles de riesgo - Medidas de incertidumbre por los riesgos - Los principales temas a mejorar de esta regulación son: - Promover la eficiencia de los mercados - Evitar duplicación de información - Establecer recomendaciones y requerimientos de información, para un sano ejercicio - Facilitar el acceso a los participantes del mercado	- Promueve la divulgación de información sobre la situación financiera de las entidades, misma que servirá para los reguladores y accionistas interesados en el negocio. La información publicada será la siguiente: ▪ Información contable tradicional (Balance genera y estado de resultados) ▪ Información relativa de las medidas de riesgo ▪ Revelación de las medidas de riesgo y su metodología de calculo ▪ Información de incumplimiento ▪ Información sobre pruebas de sensibilidad realizadas en diversos panoramas - Los principales objetivos son: ▪ Evaluar la solvencia de las entidades se seguros ▪ Valuar el impacto cuantitativo que tendrá Solvencia II ▪ Evaluar la factibilidad de los cálculos

Anexo B. Glosario de Términos

BEL (Best Estimate Liabilities): La media de la función de probabilidad de los valores actuales esperados de los flujos de caja originados por los pasivos considerados.

Bursatilizaciones: Es una técnica financiera que reúne activos y los convierte en títulos negociables.

Cobertura: Es una técnica financiera que intenta reducir el riesgo de pérdida debido a movimientos desfavorables de precios en materia de tipos de interés, o tipos de cambio, y que consiste en tomar una posición a plazo que sea equivalente u opuesta a otra posición existente o anticipada sobre el mercado al contado

Coeficiente de variación: Sirve para medir la dispersión de los datos de una muestra, entre más pequeño sea este indicador la dispersión será mínima.

Costo de Capital (CoC): Es el rendimiento requerido sobre los distintos tipos de financiamiento.

Costos de mercado (marked-to-market): Es el precio al que se podría reponer las existencias de un adyacente si se compra en la fecha en que se ha estimado su valor.

Estadísticos de orden: Dada una muestra $x_1, x_2, \dots, x_n$ sea $\left(x_{1,n}, x_{2,n}, \dots, x_{n,n}\right)$ el conjunto formado por los mismos elementos de la muestra, puestos en orden creciente de manera que $x_{1,n} \leq x_{2,n} \leq \cdots \leq x_{n,n}$, son conocidos como estadísticos de orden.

Ernst & Young: Empresa que proporciona servicios globales de estudios de consulta en cuatro áreas principales: aseguramiento, impuesto, asesoría y transacciones

Transformación Lineal: Sea $(v,+,*)$ y $(w,+,*)$ dos k-espacios vectoriales. Una función $f\colon V \to W$ se llama una transformación lineal de V EN W si cumple:

I. $f(u +_v \mu) = f(u) +_W f(\mu) \;\; \forall\, u, \mu \in V.$

II. $f(\alpha \, *_v \, u) = \alpha *_v f(u) \;\; \forall\, \alpha \in K, \forall\, u \in V.$

Gobierno corporativo: es un conjunto de principios y normas que regulan el diseño, integración y funcionamiento de los órganos de gobierno de una institución.

Índice Herfindahl: Es una medida, empleada en economía, que informa sobre la concentración económica de un mercado

Inflación: Es el aumento generalizado y sostenido de los precios de los bienes y servicios existentes en el mercado durante un período de tiempo.

Insolvencia: Una institución se tiene insolvente cuando no puede hacer frente al pago de sus obligaciones en los correspondientes vencimientos de una cartera.

Método Bootstrap: Se usa frecuentemente para aproximar el sesgo o la varianza de un análisis estadístico, así como para construir intervalos de confianza o realizar contrastes de hipótesis sobre parámetros de interés.

Provisión: Es una reserva de reserva de recursos que se realiza con el objetivo de cubrir pagos futuros que se tendrán que realizar.

Ratios: Conocidos como indicadores o índices financieros, son razones que permiten analizar los aspectos favorables y desfavorables de la situación económica y financiera de una empresa.

Valores extremos: Son valores que presentan baja frecuencias y alta severidad, a los que se les puede aplicar la Teoría del Valor Extremo.

Anexo C. Funciones de distribución

Distribuciones Discretas

Distribución Binomial

$X \sim Bin(\mathrm{n}, \mathrm{p}) \ \text{con} \ \mathrm{n} = \{1,2,3,\ldots\} \, \mathrm{y} \, \mathrm{p} \in (0,1)$

$$f(x) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

$$(x) = \sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

$$E(x) = np$$

$$Var(x) = np(1-p)$$

Distribución Binomial Negativa

$X \sim Bin\ Neg(\mathrm{r}, \mathrm{p}) \ \text{con} \ \mathrm{r} = \{1,2,3,\ldots\} \, \mathrm{y} \, \mathrm{p} \in (0,1)$

$$f(x) = \binom{x-r-1}{x} p^r (1-p)$$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x > 0 \\ \sum_{k=1}^{n} \binom{x-r-1}{x} p^r (1-p)^k & x \geq 0 \end{cases}$$

$$E(x) = \frac{r(1-p)}{p}$$

$$Var(x) = \frac{r(1-p)}{p^2}$$

Distribución Poisson

$X \sim Poisson(\lambda)$ con $\lambda \geq 0$

$$f(x) = e^{-\lambda}\frac{\lambda^x}{x!}$$

$$F(x) = \sum_{k=0}^{x} e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!}$$

$$E(x) = \lambda$$

$$Var(x) = \lambda$$

Distribuciones Continuas

Distribución Burr

$X \sim Burr(\alpha, \lambda, \tau)$ con $\alpha, \lambda, \tau > 0$

$$f(x) = \frac{\alpha\tau\lambda^{\sigma}x^{\tau-1}}{(\lambda - x^{\tau})^{(\alpha+1)}}$$

$$F(x) = 1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda + x^{\tau}}\right)^{\alpha}$$

$$E(x) = \frac{\lambda^{\frac{1}{\tau}}\,\Gamma\left(\alpha - \frac{1}{\tau}\right)\Gamma\left(1 + \frac{1}{\tau}\right)}{\Gamma(\alpha)}$$

$$Var(x) = \left[\frac{\lambda^{\frac{2}{\tau}}\,\Gamma\left(\alpha - \frac{2}{\tau}\right)\Gamma\left(1 + \frac{2}{\tau}\right)}{\Gamma(\alpha)}\right] - \left[\frac{\lambda^{\frac{1}{\tau}}\,\Gamma\left(\alpha - \frac{1}{\tau}\right)\Gamma\left(1 + \frac{1}{\tau}\right)}{\Gamma(\alpha)}\right]^2$$

Distribución Weibull de dos parámetros

$X \sim Weibull(\alpha, \beta)$ con $\alpha, \beta > 0$

$$f(x) = \frac{\alpha}{\beta^{\alpha}} x^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}}$$

$$F(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}}$$

$$E(x) = \beta\Gamma\left(\frac{1}{\alpha} + 1\right)$$

$$Var(x) = \beta^2 \left[\Gamma\left(\frac{2}{\alpha} + 1\right) - \Gamma\left(\frac{1}{\alpha} + 1\right)^2\right]$$

Distribución Lognormal

$X \sim Lognormal(\mu, \sigma^2)$ con $\mu \in \mathbb{R}$ y $\sigma > 0$

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(In(x)-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$(x) = \phi\left(\frac{In(x) - \mu}{\sigma}\right)$$

$$E(x) = e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}}$$

$$Var(x) = (e^{\sigma^2} - 1)e^{2\mu + \sigma^2}$$

Distribución Logística

$X \sim Logistica(\alpha, \beta)$ con $\alpha \in \mathbb{R}$ y $\beta > 0$

$$f(x) = \frac{e^{-\frac{x-y}{\beta}}}{\beta\left(1 + e^{-\frac{x-\alpha}{\beta}}\right)^2}$$

$$F(x) = \frac{1}{1 + e^{-\frac{x-\alpha}{\beta}}}$$

$$E(x) = \alpha$$

$$Var(x) = \frac{\pi^3}{3}\beta^2$$

Distribución Pareto

$X \sim Pareto(\alpha, \lambda)$ con $\alpha, \lambda > 0$

$$f(x) = \frac{\alpha\lambda^\alpha}{(\lambda - x)}$$

$$F(x) = 1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda + x}\right)^\alpha$$

$$E(x) = \frac{\alpha\lambda^2}{(\alpha - 1)}$$

$$Var(x) = \frac{\alpha\lambda}{[(\alpha - 1)^2(\alpha - 2)]} \quad para\ \sigma > 2$$

Anexo D. Prueba de Kolmogorov Smirnov

Es una prueba no paramétrica que determina la bondad de dos distribuciones de probabilidad entre sí. El método es el siguiente:

Hipótesis de contaste

H_0 : Los datos analizados siguen una distribución G.

H_1: Los datos analizados no siguen una distribución G.

Estadístico de contaste

$$D = Sup_{1 \leq i \leq n} \left| \widehat{F_n}(X_i) - F_0(X_i) \right|$$

Donde:

- x_i es el i-ésimo valor observado de la muestra (cuyos valores se ordenada previamente de menor a mayor)
- $\widehat{F_n}(X_i)$ es la probabilidad o proporción teórica de valores que deben ser iguales o menores que x_i suponiendo cierta la hipótesis planteada
- $F_0(X_i)$ es la función de distribución obtenida en la muestra

D es la mayor diferencia absoluta observada entre la frecuencias acumulada observada $\widehat{F_n}(X_i)$ y la frecuencia acumulada teórica $F_0(X_i)$, obtenida a partir de la distribución de probabilidad que se especifica como hipótesis nula.

Si los valores observados $\widehat{F_n}(X_i)$ son similares a los esperados $F_0(X_i)$, el valor de D será pequeño. Cuanto mayor sea la diferencia entre la distribución empírica $\widehat{F_n}(X_i)$ y la distribución teórica, mayor será el valor de D.

Por tanto, el criterio para la toma de la decisión entre las dos hipótesis será de la forma:

Si $D \leq D_\alpha$ → Acepta H_0

Si $D > D_\alpha$ → Rechaza H_0

De acuerdo al nivel de significancia α se obtiene D_α de la tabla siguiente:

Distribución del estadístico de Kolmogorov-Smirnov (D_n).
Se tabula d tal que $P(D_n > d) = \alpha$.

n	0'2	0'1	α 0'05	0'02	0'01	n	0'2	0'1	α 0'05	0'02	0'01
1	0'900	0'950	0'975	0'990	0'995	21	0'226	0'259	0'287	0'321	0'344
2	0'684	0'776	0'842	0'900	0'929	22	0'221	0'253	0'281	0'314	0'337
3	0'565	0'636	0'780	0'785	0'829	23	0'216	0'247	0'275	0'307	0'330
4	0'493	0'565	0'624	0'689	0'734	24	0'212	0'242	0'269	0'301	0'323
5	0'447	0'509	0'563	0'627	0'669	25	0'208	0'238	0'264	0'295	0'317
6	0'410	0'468	0'519	0'577	0'617	26	0'204	0'233	0'259	0'290	0'311
7	0'381	0'436	0'483	0'538	0'576	27	0'200	0'229	0'254	0'284	0'305
8	0'358	0'410	0'454	0'507	0'542	28	0'197	0'225	0'250	0'279	0'300
9	0'339	0'387	0'430	0'480	0'513	29	0'193	0'221	0'246	0'275	0'295
10	0'323	0'369	0'409	0'457	0'489	30	0'190	0'218	0'242	0'270	0'290
11	0'308	0'352	0'391	0'437	0'468	31	0'187	0'214	0'238	0'266	0'285
12	0'296	0'338	0'375	0'419	0'449	32	0'184	0'211	0'234	0'262	0'281
13	0'285	0'325	0'361	0'404	0'432	33	0'182	0'208	0'231	0'258	0'277
14	0'275	0'314	0'349	0'390	0'418	34	0'179	0'205	0'227	0'254	0'273
15	0'266	0'304	0'338	0'377	0'404	35	0'177	0'202	0'224	0'251	0'269
16	0'258	0'295	0'327	0'366	0'392	36	0'174	0'199	0'221	0'247	0'265
17	0'250	0'286	0'318	0'355	0'381	37	0'172	0'196	0'218	0'244	0'262
18	0'244	0'279	0'309	0'346	0'371	38	0'170	0'194	0'215	0'241	0'258
19	0'237	0'271	0'301	0'337	0'361	39	0'168	0'191	0'213	0'238	0'255
20	0'232	0'265	0'294	0'329	0'352	40	0'165	0'189	0'21	0'235	0'252
						> 40	$\frac{1'07}{\sqrt{n}}$	$\frac{1'22}{\sqrt{n}}$	$\frac{1'36}{\sqrt{n}}$	$\frac{1'52}{\sqrt{n}}$	$\frac{1'63}{\sqrt{n}}$

El código para realizar la prueba de Kolmogorov Smirnov en R es el siguiente:

```
datos<-read.csv('C:/Users/Davis/Desktop/PRUEBAS DE R/KS/des_umbral.csv')
X<-datos [,1]
Y<-datos [,2]
ks.test(X, Y)
```

Donde:

X y Y son las dos series que se compara para ver si tiene la misma función G

Anexo E. Códigos

Código para calcular el Exceso sobre la media.

```
Sub Excesos_sobre_perdida ()

Dim M, U, K, H, i, j As Integer
Dim P As Double

M = InputBox ("Ingresa el tamaño de la muestra")
U = InputBox ("Ingresa el número de Umbrales")
K = Int (M / U)
H = K

For i = 0 To U - 1
  P = 0
      For j = 0 To K - 1
        P = ActiveSheet.Range ("A" & (2 + j)) + P//monto de la perdida
      Next j
  ActiveSheet.Range ("F" & 2 + i) = P / K //número de umbrales
  ActiveSheet.Range ("E" & 2 + i) = ActiveSheet.Range ("A" & K + 1)
  //número de valores por arriba del umbral
  ActiveSheet.Range ("G" & 2 + i) = (ActiveSheet.Range ("F" & 2 + i) -
  ActiveSheet.Range ("E" & 2 + i))//estimador de exceso sobre la media
  K = K + H
Next i
End Sub
```

C2. Código para calcular el Coeficiente de Hill

```
Sub Coeficiente_Hill ()

Dim M, U, K, H, i, j As Integer
Dim P As Double

M = InputBox ("Ingresa el tamaño de la muestra")
U = InputBox ("Ingresa el número de Umbrales")
K = Int (M / U)
H = K

For i = 0 To U - 1
```

```
        P = 0

        For j = 0 To K - 1

              P = ActiveSheet.Range ("B" & (2 + j)) + P//monto de la perdida

        Next j

        ActiveSheet.Range ("G" & 2 + i) = P / K //número de umbrales
        ActiveSheet.Range ("F" & 2 + i) = ActiveSheet.Range ("B" & K + 1)
        //valores por arriba del umbral
        ActiveSheet.Range ("H" & 2 + i) = ActiveSheet.Range ("G" & 2 + i) -
        ActiveSheet.Range ("F" & 2 + i)
        ActiveSheet.Range ("I" & 2 + i) = (ActiveSheet.Range ("H" & 2 + i))
        ^ -1 //estimador de Hill

        K = K + H

Next i

End Sub
```

C3. Código para simular los montos de siniestros que se encuentren antes del umbral

```
Private Sub CommandButton1_Click ()

Dim a, b, u As Double
Dim alpha, p, beta, y As Double
Dim n, i, j As Integer

Worksheets ("Parametros").Activate

alpha = ActiveSheet.Range("L5")
beta = ActiveSheet.Range("L6")
p = ActiveSheet.Range("L25")
n = InputBox ("Ingresa el número de simulaciones")

'Distribución de Valores Extremos (Severidad)

Worksheets ("Antes").Activate

For i = 1 To n

    a = Rnd ()
    b = beta * ((-Application.WorksheetFunction.Ln (1 - a)) ^ (1 / alpha))

        If b <= 1025496.75 And b >= 1000 Then

            Range ("B" & i + 2).Value = a //números aleatorios entre 0 y 1
            Range ("C" & i + 2).Value = b //valor de la función
```

```
            Range ("A" & i + 2).Value = I //contador de las reclamaciones
        Else
        i = i - 1
        End If
Next i
End Sub
```

C4. Código para simular siniestros que se encuentren después del umbral

```
Private Sub CommandButton1_Click()

Dim a, b, u As Double
Dim p As Double
Dim n, j As Integer
Dim epsilon, sigma, miu As Double

Worksheets ("Parametros").Activate

epsilon = ActiveSheet.Range ("N12")
sigma = ActiveSheet.Range ("n13")
miu = ActiveSheet.Range ("N14")
p = ActiveSheet.Range ("M25")
n = InputBox ("Ingresa el número de simulaciones")
Worksheets ("Despues").Activate

For i = 1 To n

      a = Rnd ()
      b = (((((1 - a) ^ (-epsilon)) - 1) / epsilon) * sigma) + miu
      Range ("A" & i + 2).Value = I //Contador del número de reclamaciones

      If b >= 1025496.7 Then

            Range ("B" & i + 2) = Range ("B" & i + 1) * a
            Range ("C" & i + 2).Value = b //generador de valores de la
      función

      Else

      i = i - 1

End If

Next i

End Sub
```

C5. Código del modelo colectivo de riesgo para obtener el Requerimiento de Capital de Solvencia.

```
Private Sub CommandButton1_Click()

Dim a, b, u As Double
Dim p As Double
Dim n, i, j, l, k As Integer
Dim epsilon, sigma, miu As Double
Dim alpha, beta As Double

Worksheets ("Parametros").Activate

epsilon = ActiveSheet.Range ("N12")
sigma = ActiveSheet.Range ("N13")
miu = ActiveSheet.Range ("N14")
Alpha = ActiveSheet.Range ("L5")
beta = ActiveSheet.Range ("L6")
p = ActiveSheet.Range ("L25")

Worksheets ("Conjuntas").Activate

For j = 1 To 1

n = Int ((Rnd * 2000)) + 2500
Range ("N2").Value = n

For i = 1 To n

    u = Rnd

    If u < 0.935769004 Then

    'Distribución Inversa Weibull

    a = Rnd()
    b = beta * ((-Application.WorksheetFunction.Ln (1 - a)) ^ (1 / alpha))
    Range ("A" & i + 2).Value = i

    Else

    'Distribución Inversa Generalizada de Pareto

    a = Rnd ()
    b = (((((1 - a) ^ (-epsilon)) - 1) / epsilon) * sigma) + miu
    Range ("A" & i + 2).Value = I //contador

    End If

    If b >= 1000 Then
```

```
     Range ("C" & i + 2).Value =

    Else

     i = i - 1

    End If

Next i

Range ("N" & j + 2).Value = Range ("N2").Value //Contador de reclamaciones
Range ("O" & j + 2).Value = Range ("O2").Value //suma de reclamaciones
Range ("P" & j + 2).Value = Range ("P2").Value //media
Range ("Q" & j + 2).Value = Range ("Q2").Value //desviación estandar
Range ("R" & j + 2).Value = Range ("R2").Value //coeficiente de variación
Range ("S" & j + 2).Value = Range ("S2").Value //percentil al 50%
Range ("T" & j + 2).Value = Range ("T2").Value //percentile al 75%
Range ("U" & j + 2).Value = Range ("U2").Value //percentile al 90%
Range ("V" & j + 2).Value = Range ("V2").Value //percentile al 99.5%
Range ("X" & j + 2).Value = Range ("X2").Value //RCS

'Después de copiar los registros se borran

k = Range ("N2").Value

For l = 1 To 4500

    Do While Range ("a" & i + 2).Value <> ""

        Range ("a" & i + 2).Value = ""

    Loop

    Do While Range ("c" & i + 2).Value <> ""

        Range ("c" & i + 2).Value = ""

    Loop

Next l

Next j

End Sub
```

Bibliografía

Aguilar Beltran, P. (2008). Solvencia II: Los Conceptos Básico. México: Comisión Nacional de Seguros y Fianzas.

Aguilar Beltran, P. (2013). Margen de Riesgo. México: XXVI Congreso Nacional de Actuarios.

Aguilera Verduzco, M. (2009). Proyecto Solvencia II en México. México: XXIV Congreso Nacional de Actuarios.

Alonso González, P. (s.f.). Solvencia II: Ejes del proyecto y diferencias con Basile II. Madrid: Departamento de Estadística.

AMIS. (2010). Solvencia II. México: Asociación Mexicana de Instituciones de Seguros.

Arias Pineda, G. L. (2010). Modelos de Perdidas Agregadas (LDA) Y de la Teoría del Valor Extremo para cuantificar el riesgo operativo teoría y aplicación. Medellin, Colombia: Universidad EAFIT.

Castillo Ron , E. (1988). Estadística de Valores Extremos. Distribución Asintótica. España: Universidad de Catabria.

Daoudi, J. (2009). Nuevos modelos y técnicas estadísticas para el estudio de datos financieros. Barcelona: Departamento de matemáticas.

De los Angeles Yañez, M. (2010). Proyecto de solvencia II . México : Colegio Nacional de Actuarios .

Del Pozo García , E. M., Gil Fana, J. A., & Vilar Zanón, J. L. (s.f.). Regulación del margen de solvencia en seguros no vida. Madrid: Universidad complutense de Madrid.

Duran Santomil , P., & Otero González, L. (2010). El análisis financiero dinámico como herramienta para el desarrollo de modelos internos en el marco de Solvencia II. España: Fundación Mafre.

Garayeta Bajo, A., Iturricastillo Plazaola, I., & De La Peña Esteban, I. (2012). Evolución del capitral de solvencia requerimiento en las aseguradoras españolas hasta solvecia II. España: Anales del instituto de Actiarios Españoles.

García Pérez, A. (2004). LA TEORIA DEL VALOR EXTREMO: UNA APLICACIÓN AL SECTOR ASEGURADOR. Castilla: VII congreso Hispano – Italiano de Matemáticas Financieras y Actuariales.

Gil Antón , J. (2011). Impacto de solvencia II en la gestión de los riesgos en las compañias de seguros . México: Asociación méxicana de las Intituciones de Seguros .

Hernández, & Hernández Rangel, D. (1997). Modelos de la Teoria del riesgo para la solvencia del sector asegurador . México : Comisión Nacional de Seguros Y Fianzas.

Hogg, R., & Klugman , S. (s.f.). Loss Distributions. United States of America : Department of Statistics and Actuarial Science .

Ibáñez , R. A. (2011). Análisis Estadístico de los valores extremos y aplicacines. Granada , España: Departamento de Estadística e Investigación Operativa.

Ibarrán Lozanp, I., & Alonso Gonzáles, P. (s.f.).

Izquierdo, E., & Avilés Torres , I. (1993). Medidas para el Seguros de Terremotos. México : Comisión Nacional de Seguros y Fianzas .

Melo Veladia , L. F., & Becerra Camargo, O. R. (2005). Medidas de riesgo, características y técnicas de medición: una aplicación del VaR y el ES a la tasa interbancaria de Colombia. Colombia: Banco de las Republica.

Murillos Goméz, J. (2009). Revista Ingenierías. *LA TEORÍA DE VALOR EXTREMO Y EL RIESGO OPERACIONAL:UNA APLICACIÓN EN UNA ENTIDAD FINANCIERA*. Medellin, Colombia: Universidad de Medellin.

Pérez Fructoso, M. J., & García Pérez, A. (2004). Aplicación de la teoría del valor extremo al ajuste y modelación de catástrofes. Madrid: Fundación MAFRE.

Peréz, L., & De la Fuente , M. (2013). Nueva Ley de Instiruciones de Seguros y de Fianzas. México: Nader, Hayaux y Goebel .

Rincón , L. (2012). Introducción a la teoría del riesgo. Ciudad Universitaria, México: Departamento de Matemáticas.

Serra Mochales , I. (2013). Modelos estadísticos para valores extremos y aplicación. Barcelona: Departamento de Matemáticas.