



## **UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

PROGRAMA ÚNICO DE ESPECIALIZACIONES EN CIENCIAS BIOLÓGICAS,  
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS

ANÁLISIS GEOMÉTRICO DE LAS PINTURAS EN EL RENACIMIENTO

TESINA  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
ESPECIALISTA EN MATEMÁTICAS PARA EL BACHILLERATO

PRESENTA:  
BELEM IZETA GUTIÉRREZ

DIRECTOR DE LA TESINA  
M. EN C. JOSÉ RAFAEL MARTÍNEZ ENRÍQUEZ  
FACULTAD DE CIENCIAS

CD. UNIVERSITARIA, CD. MX. ENERO 2017



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# Índice

<b>Introducción</b>	<b>2</b>
<b>Capítulo 1.</b> <b>En búsqueda de la Copia Esencial</b>	<b>4</b>
<b>Capítulo 2.</b> <b>Perspectiva(s) Antecedentes Históricos</b>	<b>14</b>
<b>Capítulo 3.</b> <b>Un piso cuadrículado.</b>	<b>33</b>
<b>Capítulo 4.</b> <b>Del proceso artesanal a la justificación geométrica</b>	<b>51</b>
<b>Capítulo 5.</b> <b>La perspectiva en la Escuela de Atenas</b>	<b>58</b>
<b>Conclusiones</b>	<b>70</b>
<b>Fuentes de Consulta</b>	<b>73</b>

# Introducción

Después de algunos años de ejercer la enseñanza de matemáticas a nivel bachillerato, en un principio bajo el plan de estudio de escuelas incorporadas a la Universidad Nacional Autónoma de México, y posteriormente en el Instituto de Educación Media Superior del Distrito Federal, me encuentro ante la oportunidad de realizar la Especialización en Matemáticas para Bachillerato del Programa Único de Especializaciones en Ciencias Biológicas, Física y Matemáticas, Facultad de Ciencias, UNAM. La especialización implicó que me cuestionara no solo sobre el manejo y profundidad de los contenidos de los cursos que he impartido, sino también buscar nuevas estrategias y temáticas que le dieran una perspectiva diferente a los estudiantes sobre las matemáticas. Bajo esta idea me propuse conjuntar un fragmento de la historia de las matemáticas y de las artes en un periodo muy particular, el Renacimiento, de forma tal que se pueda apreciar el papel de la geometría plana en la evolución de la pintura mediante el desarrollo de **la “perspectiva lineal”, término con que se denota una herramienta desarrollada por los artistas (arquitectos y pintores) de la época para lograr el efecto de la tridimensionalidad en el plano pictórico.**

Presentar a los estudiantes la geometría plana, las construcciones con regla y compás, el manejo del espacio y su relación con la proporcionalidad de los diferentes elementos de un cuadro en relación con su ubicación, permite romper con esa primera impresión de lo **“bonito” y pasar a un pensamiento más racional,** en el que encuentren a las matemáticas como un recurso práctico y útil en la pintura, tanto durante el proceso de creación como de apreciación de la obra.

Este documento implicó salir del contexto de las matemáticas puras y mirar su aplicación en otras áreas, es decir, involucrarse en la historia de la pintura, sus

principales representantes durante el Renacimiento y el porqué de su evolución durante este periodo.

Además de apreciar el uso de las matemáticas y en particular de la geometrización de la óptica, pude maravillarme ante las grandes obras desde un punto geométrico, apreciar las construcciones y su exactitud, volverme consciente de la relación que se establece a través de la proporcionalidad en el espacio.

El resultado escrito de mi trabajo consistió en desarrollar cinco capítulos con el propósito de manejar en forma clara, y considerando el contexto de la pintura, cómo ésta pasó de ser una actividad artesanal a una que implicaba una formación académica, pudiéndose entender de esta manera el papel que juegan las matemáticas en este proceso, en particular en el establecimiento de la perspectiva lineal dentro del espacio pictórico.

Los dos primeros capítulos se enfocan en la pintura. Se inicia con su historia en general para continuar con los antecedentes históricos de la perspectiva, sus fundamentos y elementos. Aquí surgen dos nombres esenciales en el desarrollo geométrico de la perspectiva lineal: Leon Battista Alberti y Piero della Francesca.

En el tercer capítulo se trabajan las propuestas de Alberti y Piero para el trazo de un piso cuadriculado en perspectiva, señalando la construcción geométrica que cada uno de ellos utiliza. En el siguiente capítulo se pasa al contexto de la geometría plana, desarrollando las demostraciones que proporcionan un fundamento teórico de las construcciones propuestas por Leon Battista Alberti y Piero della Francesca.

Finalmente, y a manera de ejercicio práctico, en el quinto capítulo se desarrolla el análisis geométrico del piso recreado en perspectiva en el fresco *La escuela de Atenas*, obra del pintor renacentista Rafael Sanzio.

# Capítulo 1

## En búsqueda de la Copia Esencial

La pintura es una actividad que ha acompañado al ser humano desde el inicio de su historia. Eventualmente, después de estar ligado con situaciones que analiza la antropología, pasó a ser un elemento decorativo con múltiples connotaciones religiosas, las más de las veces en Occidente, para finalmente devenir, en el siglo XVII, en lo que hoy se denomina “**arte**”<sup>1</sup>. En sus inicios, simplemente, lo que hoy es arte jugaba el papel de una representación que hace el hombre de su entorno, pensamientos, fantasías y sueños.

Dibujar es una actividad propia del individuo, mediante la cual se expresa gráficamente usando figuras y colores. A medida que evolucionó, también su capacidad de dibujar lo hizo, pasando de las pinturas rupestres a las imágenes plasmadas en templos, utensilios, códices y hasta los cuadros de los grandes pintores. A lo largo de toda esta historia surgió la inquietud, aunque no en todas las culturas y tiempos, de poder llegar a la representación, lo más fiel posible, del entorno tridimensional en que nos desenvolvemos cotidianamente.

Los primeros vestigios que ilustran que el hombre buscó recrear en sus pinturas la sensación del espacio tridimensional se encuentran en las pinturas rupestres de las cuevas de Lascaux, Francia, con una antigüedad aproximada de 16 000 años. Al contemplar las diferentes escenas representadas, cacerías de ciervos y búfalos, bajo

---

<sup>1</sup> Jean Gimpel. *The Cult of Art: Against Art and the Artists*. Stein & Day. 1969. pp.49-51.

la tenue luz de una antorcha, se tiene la sensación de observar una imagen en tercera dimensión<sup>2</sup>.



*Cueva de Lascaux, Francia. Sala de los Toros*

En la historia de la Humanidad, la pintura surge a la par que la escritura, como un medio para expresar y registrar los diversos acontecimientos que marcaban la vida del hombre, y en general el de su grupo social, desde los rituales de caza y de fertilidad hasta los de mortalidad.

En la antigüedad, culturas como las de Egipto, China, India y Mesopotamia no mostraron interés por desarrollar en sus pinturas el efecto tridimensional, es decir, de profundidad o lejanía. Aun cuando eran muy dados a pintar escenas sociales, relacionadas con sus principales actividades económicas y religiosas (templos, palacios y monumentos funerarios), en todas estas pinturas se muestran las figuras sin volumen, frente a un fondo plano, colocadas unas encima de otras o superpuestas. El papel de la pintura estaba muy ligado con la escritura, una forma de dejar testimonio tanto de su vida cotidiana, como de sus creencias religiosas y sus concepciones acerca de la naturaleza.

---

<sup>2</sup> Fernández Sánchez, Manuel Carlos. *Imágenes en tres dimensiones*. Universidad de Sevilla. Revista Ámbitos No. 3-4,2000, p.1.

Pero esta situación no fue tan general. En la Grecia clásica se hace patente un gran interés por lograr una representación fiel de lo observado, “La pintura se pensó como una rivalidad entre los artistas para lograr la producción de una réplica perfecta de la naturaleza”<sup>3</sup>. Esto se puede apreciar en la leyenda de *Zeuxis de Heraclea* y *Parrasio de Éfeso*, dos pintores de gran renombre y reconocimiento en la Antigua Grecia (siglo V a.C), cuyo trabajo conjuntaban en forma mágica y maravillosa la veracidad y la imitación. Sus nombres y virtudes han podido ser conocidas hasta el día de hoy gracias a Plinio el Viejo (Cayo Plinio Segundo, 23d.C-79d.C), autor del tratado *Historia natural*, donde deja testimonio de la rivalidad entre Zeuxis y Parrasio al narrar el concurso convocado para determinar cuál era el mejor pintor de su época:

Zeuxis acepta participar en una competencia con Parrasio; cada uno presentó un cuadro cubierto por una cortinilla. *Zeuxis* al quitar la cortinilla que cubría su pintura, presentó el cuadro de unas uvas, logradas con tal realismo que las aves se acercaron volando a querer comerlas. Ante este hecho *Zeuxis* se sintió el vencedor pero al ver que *Parrasio* no descorría la cortinilla de su obra, se adelanta y al intentar hacerlo descubre que ésta es precisamente la obra presentada, ante lo cual concede a *Parrasio* la palma, diciéndole “*Yo he engañado a los pájaros, pero tú, Parrasio, me has engañado a mí. Por tanto, admito que eres mejor pintor que yo*”<sup>4</sup>.

La obra de Plinio conocida como *Historia natural*, es un tratado enciclopédico (37 libros) en el que recopila lo que consideraba casi todo el saber de la Antigüedad. Con relación a la historia del arte antiguo, los libros XXXIII al XXXVII tienen una particular importancia, ya que en ellos se enfoca, entre otros temas, en las artes

---

<sup>3</sup> Bryson, Norman. *Vision and painting, The Logic of the Gaze*. Yale University Press, p. 1.

<sup>4</sup> Del Rincón, Jesús María. *La Leyenda de Zeuxis y Parrasio*. Temas de Interés/ARTE.  
[https://www.galenusrevista.com/La-Leyenda\\_de-Zeuxis-y-Parrasio.html](https://www.galenusrevista.com/La-Leyenda_de-Zeuxis-y-Parrasio.html)

plásticas. No limitándose a hacer una reseña del arte que hasta ese momento se había desarrollado en la antigüedad clásica, Plinio esquematiza el desarrollo del arte antiguo a partir de su propio conocimiento y criterio sobre la materia.



*Plinio el Viejo*

Plinio hace referencia a que el propósito principal del pintor es la reproducción fiel de la realidad que percibe, considerando que Apolodoro<sup>5</sup> fue el primero que lo logra y dejando la puerta abierta a Zeuxis para seguir y superarlo. Plinio aprecia la pintura desde lo que Husserl<sup>6</sup> describe más tarde como una “**actitud natural**”:

**“Encuentro siempre presente y frente a mí una sola realidad espacio-temporal de la que yo mismo soy una parte, al igual que todos los demás hombres que se encuentran en ella y que se relacionan con ella de la misma manera. Esta “realidad”, como la palabra indica, encuentro existente allí y como lo recibo del mismo modo que se me presenta como algo que existe por ahí (*als daseiende sie nehme vor und, wie sie sich mir gibt, daseiende auch als, hin*).<sup>7</sup>**

---

<sup>5</sup> Apolodoro Skiagraphos (siglo V a.C). Pintor y tratadista ateniense que trabajó técnicas de perspectiva y claroscuro.

<sup>6</sup> Edmund Gustav Albrecht Husserl (1859-1938). Filósofo moravo, fundador de la fenomenología trascendental.

<sup>7</sup> *Como existente antes y tomarlos como lo son para mí, como existente de nuevo*

El mundo como realidad siempre está ahí: en la mayoría es aquí y allá "otro" de lo que se supone que debería y que podría ser necesario excluir tal o cual, bajo el título "producto de la imaginación", "alucinación", etc., me excluyo de este mundo que en la actitud de la tesis general es siempre el mundo existente por ahí. Es el objetivo de las ciencias que salen de la actitud natural para alcanzar el conocimiento del mundo más amplio, más fiable, y en todos los aspectos más perfecto que el ofrecido por la información recibida por la experiencia, y para resolver todos los problemas del conocimiento científico **que ofrecerse a sí mismos sobre su suelo**"<sup>8</sup>.

Bajo esta perspectiva se desarrolla la pintura de Occidente, cuya función principal es lograr el registro en todos los detalles de la realidad, tanto del cuerpo humano, la vestimenta, los adornos así como de los elementos que le rodean, la arquitectura y los paisajes. Y sin embargo para ello la pintura occidental no recurría a la mimesis, a la representación fiel de la realidad que imita: faltaba representar correctamente el espacio y los objetos que lo ocupan, es decir, faltaba que la geometría de los objetos representados correspondiera a la impresión visual que ellos producen. A pesar de ello la *Historia natural* de Plinio fue considerada como fundamental para el conocimiento "científico" durante la Edad Media, particularmente en lo referente a la pintura, por lo que prevaleció la **"actitud natural" durante** este periodo: el objetivo del pintor es lograr la réplica perfecta, la copia esencial de la realidad que presencia, esforzándose por superar los obstáculos que se lo impiden, desde las técnicas, materiales, esquemas e ideas. En este contexto, cada obstáculo superado es un avance en la eliminación de ese abismo que separa a la pintura de la copia esencial. El dominio de la pintura es el de la percepción del pintor que determina su estilo en la búsqueda de darle a la imagen un realismo perfecto ante el espectador, logrando lo que se llama la Copia Esencial. Sin embargo el estilo del pintor en sí mismo es un obstáculo para llegar a la Copia Esencial, ya que deja de

---

<sup>8</sup> Bryson, Norman. *Vision and painting, The Logic of the Gaze*. Yale University Press. p.5.

manifiesto sus propias ideas y forma de interpretar el objeto fuente de la imagen, distorsionando la luminosidad impersonal de la percepción.

Plinio, con su *Historia natural*, representa el punto de partida de la historia del arte, bajo la “actitud natural”; el siguiente paso corresponde a Vasari<sup>9</sup>, con su *Vida de los mejores arquitectos, pintores y escultores italianos*, obra publicada ya en el ocaso del Renacimiento italiano<sup>10</sup>.

Así como Plinio plantea que Apolodoro es superado por Zeuxis, Vasari asegura que Giotto<sup>11</sup> supera a Cimabue<sup>12</sup> en el realismo que logra alcanzar, cumpliéndose la tradición de avanzar sobre los logros de los anteriores pintores, bajo la idea de que la historia de la pintura es progresiva: retoma los conocimientos y avances de la antigüedad para gradualmente acrecentar el conocimiento artístico a fin de acercarse cada vez más a la Copia Esencial, donde el pintor cuenta con técnicas y esquemas de visualización de la realidad que le permiten presentar la imagen como un eco del referente real.



*Crucifixión, Cimabue*

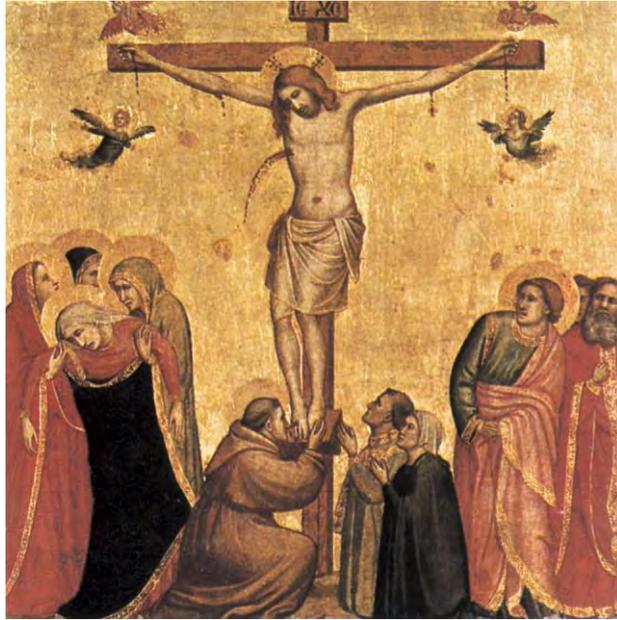
---

<sup>9</sup> Giorgio Vasari (1511-1574). Arquitecto, pintor y escritor italiano, historiador de arte.

<sup>10</sup> Bryson, Norman. *Tradición y Deseo de David a Delacroix*. Traducción de Alfredo Brotons Muñoz. p.26.

<sup>11</sup> Giotto di Bondone (1267-1337). Arquitecto y pintor italiano.

<sup>12</sup> Giovanni Cenni de Pepo Cimabue (1240-1302). Pintor, arquitecto y mosaísta florentino.



*Crucifixión, Giotto*

Fue en el Renacimiento temprano, que en este caso significa entre finales del siglo XIV hasta un siglo después, cuando se dieron a conocer los trabajos de Leon Battista Alberti<sup>13</sup> y Piero della Francesca<sup>14</sup>. En ellos se retoman algunos conocimientos alcanzados en la antigüedad, tales como el manejo del color, las técnicas de sombreado y se añaden los principios de la perspectiva, entre otros, para lograr un mayor realismo en la pintura, es decir, para alcanzar la Cópia Esencial. El objetivo es la comunicación entre el pintor y el espectador, dejando de lado el estilo, técnicas y materiales utilizados, así como las condiciones físicas en que la obra se ha conservado, y los aspectos sociales y culturales implicados en la obra misma.

---

<sup>13</sup> Leon Battista Alberti (1404-1472). Arquitecto, humanista, teórico de la pintura del siglo XV.

<sup>14</sup> Piero della Francesca (1416-1492). Pintor italiano del *Quattrocento*, autor de tratados sobre matemáticas y perspectiva.

Una actitud natural, según Norman Bryson, postula cinco principios para considerar el grado de realismo de la imagen, basándose en el grado de exactitud con que se ha logrado la replicación<sup>15</sup>:

1. **Ausencia de la dimensión de la historia.** Los criterios para juzgar qué tanto se ha alcanzado la perfección pictórica de una obra son ajenos al proceso histórico, en tanto que la experiencia visual es universal y transhistórica, dado que la naturaleza del órgano de visión prácticamente no ha sufrido modificaciones a lo largo del tiempo. Esto significa que la apreciación visual de cualquier espectador es la misma en cualquier momento histórico.
2. **Dualismo.** Entre la realidad externa y la percepción interna que se tiene de ésta existe una barrera física: la membrana de la retina. Mientras que el mundo externo es luminoso y pleno, en el interior del ojo la percepción del pintor le presenta esta realidad en forma pasiva y especular, regida por estructuras anatómicas y neurológicas, obteniendo una imagen sistematizada y reducida. En la formulación clásica y albertiana<sup>16</sup>, el organismo perceptivo se ha simplificado en un solo ojo aislado del resto del cuerpo. Este ojo no interpreta, simplemente observa, despojando la percepción de cualquier filtro mental, procesal o crítico; no se tiene acceso directo a la experiencia de la profundidad espacial, determinando un campo visual bidimensional, tal como en un plano o lienzo. Es un proceso transparente, sin efectos en cuanto a los datos percibidos, en forma tal que la Copia Esencial se alcanza cuando la imagen llega a recrear la traslucidez pasiva del intervalo de la retina.

---

<sup>15</sup> Bryson, Norman. *Vision and painting, The Logic of the Gaze*. Yale University Press. pp.10-12.

<sup>16</sup> Término definido a partir de la obra de Leon Battista Alberti, autor del *De Pictura* (1435), primer texto acerca de teoría del arte. En su libro presenta los principios de los trazos en perspectiva de una figura plana yacente sobre el piso.

3. ***La importancia suprema de la percepción.*** Desde la perspectiva de la “actitud natural” la imagen no llega a ser la réplica exacta de la realidad porque el pintor percibe mal la verdad óptica o es incapaz de plasmarla por falta de habilidad o por exceso de estilo. Esto puede presentarse tanto si la imagen corresponde a un objeto imaginario o a uno real, ya que en ambos casos el campo visual que percibe el pintor es una visión personal desde su propia conciencia, la que transfiere directamente sobre el lienzo. En cualquier caso, la fuente u objeto a plasmar en la pintura existe antes de la creación de la Copia Esencial.
  
4. ***El estilo como limitación.*** La imagen es inmediata y se generaría íntegramente por la mirada del espectador; en el caso de la Copia Esencial no la distinguirá de la realidad, pero si no es así implicará que no se logró una réplica pura y perfecta. El estilo desvirtúa la percepción original, poniendo en manifiesto la incapacidad del pintor para someter sus propias inclinaciones, formación y hábitos en aras del objetivo final, la Copia Esencial. Una generación de pintores es incapaz de ver y superar las fórmulas heredadas.
  
5. ***El modelo de la comunicación.*** El contenido de la imagen está presente previamente a su representación física, es vista como el testimonio de una interpretación previa y más perfecta, con la capacidad de transmitir, lo más fielmente posible, lo percibido mentalmente por el pintor y transmitido al espectador, creando un intercambio de contenidos entre espacios mentales, de forma tal que se logra exitosamente cuando la imagen se anule como una realidad material independiente, sin permitir que la imagen imponga su propia condición física en la comunicación entre el pintor y el espectador.

Desde la “actitud natural”, la historia de la pintura nos muestra una evolución continua y permanente en los procesos y avances, incluyendo tanto las técnicas como los principios e ideales en que se formaron los pintores en busca de lograr la réplica perfecta, es decir la Copia Esencial de la realidad. La percepción del objeto, fuente de la imagen a crear como una réplica perfecta, generó la inquietud de crear técnicas y esquemas que permitieran transmitir la sensación de profundidad y lejanía en el lienzo, además de la del volumen, dando origen a las técnicas que en sus componentes geométricos vinieron a ser denominadas “**perspectiva**”. Se trata aquí del mismo término que antaño se usaba para traducir al latín el vocablo griego “**óptica**”, y con el que se denominaban los varios conjuntos de saberes – que hoy acomodaríamos en los nichos de la física, la psicología, la filosofía natural, las matemáticas, etcétera- que se ocupaban de la visión. La parte de todo esto que se integró a partir de principios geométricos, sobre los que nos enfocaremos más adelante, fue la denominada *perspectiva*.

# Capítulo 2

## Perspectiva(s)

### Antecedentes Históricos

La “perspectiva” es en cierta medida una estrategia pictórica que permite engañar al sentido de la vista, o más bien, al aparato cognitivo que interpreta las sensaciones que se producen en el ojo, produciendo la sensación de profundidad o de lejanía de los elementos presentes en un cuadro. Con ella se busca la forma de plasmar en el plano o lienzo, una superficie con dos dimensiones, es decir, altura y anchura, lo que existe como elemento tridimensional, es decir, que además de altura y anchura, también muestre una tercera dimensión: la profundidad. Esto constituye una ilusión óptica a través de la cual nuestro aparato cognitivo interpreta como tridimensional la imagen bidimensional que se le presenta.

La perspectiva se define como el arte de representar los objetos con la forma y la disposición con los que se perciben con el sentido de la vista desde la posición de un espectador dado.

Para generar la percepción de profundidad en un cuadro o pintura, así como mostrar la posición relativa de los diferentes objetos representados, es necesario recurrir a ciertos procedimientos geométricos que permiten engañar al sentido de la vista y hacer que nuestro aparato cognitivo perciba la profundidad en el plano.

Uno de los grandes maestros de la pintura que logró plasmar de forma impresionante la tridimensionalidad en sus obras fue el pintor español Diego Velázquez (1599-1660), tal y como se puede apreciar en su obra más emblemática *Las Meninas*. En este cuadro Velázquez juega con la luz y las sombras, generando espacios luminosos (la ventana del fondo) y mostrando el obscurecimiento gradual del color, y con efectos como que los cuadros que se encuentran al fondo se

aprecian difusos y poco nítidos. Por otra parte, el espacio se “cierra” hacia la parte final de la habitación. Además utiliza magistralmente los recursos ya establecidos por los pintores italianos, quienes habían comenzado la geometrización del espacio y los elementos distribuidos en la escena. En el caso de *Las Meninas*, disminuye el tamaño que tienen los personajes de acuerdo con su posición: el hombre de la puerta se observa más pequeño que la niña que aparece en el primer plano y sobre la zona central del cuadro.



*Las Meninas o la Familia de Felipe IV.*

Diego Velázquez, 1656

Durante la antigüedad los pintores se enfrentaron al reto de conseguir la ilusión de realidad, la *mimesis* entre los griegos. Con ello se refería a la imitación exacta de lo real. Pero este afán se olvidó durante la Edad Media y las imágenes generadas en esta época sólo buscaban la representación simbólica de enseñanzas y pasajes

importantes para el cristianismo. A partir del siglo XIV comenzó a generarse un cambio, que se puede describir como la búsqueda de representaciones más realistas que se imprimieran de mejor manera en la mente de quienes buscaban la verdad o la tranquilidad en las escenas religiosas. Fueron muchos los intentos por imitar sobre una superficie lo que la vista percibía en una escena real, desde estrategias intuitivas hasta la formalización mediante el uso de la geometría, no siempre la lineal, pues también se considero la esférica.

Las estrategias utilizadas para incluir la percepción de tridimensionalidad en un plano fueron varias. Comúnmente reciben los nombres bajo los que se identifican las diferentes estrategias. **Los siguientes nombres no son “oficiales”; más bien, son** descriptivos de los efectos que producen:

1. ***Perspectiva menguante***. Parte de la experiencia visual es la manera como se registra la realidad en nuestro aparato perceptivo. En ésta, los objetos y elementos ambientales que se observan a mayor distancia se perciben de menor tamaño y pierden su nitidez, sus contornos se hacen borrosos. Los casos particulares de la perspectiva menguante son:
  - ***Perspectiva caballera***. La escena representada se observa desde arriba, y ello aumenta el campo visual y la sensación de profundidad. Los objetos que se observan más lejos se colocan en la parte superior del cuadro y los más cercanos en la inferior, pero todos parecieran estar en el mismo plano frente al espectador. Esta estrategia responde simplemente a un postulado establecido por Euclides en un texto donde propone un modelo de la visión basado en la geometría de los rayos luminosos que emanan del ojo en todas direcciones: **“las magnitudes**

aparentes dependen de la amplitud del ángulo visual, no siendo la tasa de disminución aparente proporcional a la distancia...”<sup>17</sup>.



*San Pedro Salvador de las Aguas.* Lluís Borrassá, 1413

- **Perspectiva aérea.** Retomando el punto de vista del espectador desde lo alto, se pueden alternar planos iluminados con oscuros, usar un fondo ilimitado o infinito. Principalmente se recurre a representar los objetos lejanos con colores más opacos y con bordes más difusos o difuminados, que es el efecto que producen los volúmenes de aire que separan al ojo de un objeto.

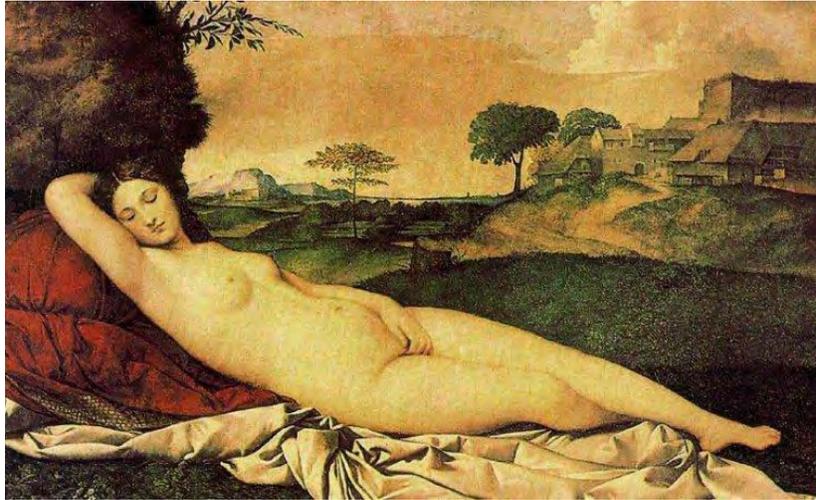
---

<sup>17</sup> Etayo Gordejuela, Miguel y Fernando. *Hasta el infinito y más allá.* Ediciones de la Universidad de Cantabria. D.L., Santander, 2011. p.55.

Giorgione (1478-1510), pintor renacentista italiano, utilizó la perspectiva aérea en forma magistral y gracias a ello alcanzó un grado de realismo impresionante en sus obras, al desvanecer el color de los elementos al igual que sus contornos conforme se observan a mayor distancia en el fondo del cuadro (*perspectiva del color*). También, en ocasiones, hace uso de un contraste entre la claridad del primer plano frente a fondos oscuros, lo que impacta con mayor fuerza, induciendo la percepción de profundidad. El mismo efecto lo logra intercalando elementos oscuros entre dos planos luminosos; se puede decir que maneja la luz para crear una atmósfera dentro de la composición.



*El juicio de Salomón.* Giorgione, (1496)



Venus dormida. Giorgione, (1510)

- ***Perspectiva atmosférica.*** Se ‘desenfoca’ el paisaje que se utiliza como fondo de la(s) figura(s) representadas en primer plano. Leonardo da Vinci crea la técnica a la que llamó “sfumato”, y que consiste en difuminar los contornos de los elementos del fondo del cuadro, creándose una atmósfera vaporosa y sugerente. El truco es lograr un ***sfumato*** gradual: el color se difumina desde colores vivos y luminosos hasta los tonos oscuros.



***Detalle de la Gioconda (Mona Lisa).***

Leonardo da Vinci, (1503-1507)

Leonardo no sólo aplicó el *sfumato* en los fondos; en algunos casos también lo usó en los rostros de los personajes principales, como en el cuadro de *La Virgen y el Niño con Santa Ana*.



*La Virgen y el Niño con Santa Ana.*

Leonardo da Vinci, (1503-1519)

2. ***Perspectiva Teológica.*** A lo largo de casi toda la Edad Media europea no pareció existir interés en representar la tridimensionalidad o, dicho de otra manera, lo terrenal pasó a dejar de tener importancia frente a lo religioso. Lo representado buscaba resaltar valores y conceptos de la vida espiritual, y por ello la imagen no se sujetaba a los cánones de la visión sino a los de la lectura teológica. En función de ello los pintores se enfocaban a subrayar la importancia y significancia de los personajes en sus obras mediante el tamaño. A esto se le conoció como **Perspectiva Teológica o ‘por importancia’**, y consistía en asignar tamaños a los personajes según la importancia culturalmente asignada. Ésta ya había sido utilizada desde la antigüedad por pueblos como los egipcios.

La pintura medieval (periodos Prerománico, Bizantino, Románico y Gótico) tenía como tema principal la religión cristiana, particularmente mostrando personajes que poseían significado por estar vinculados con mensajes religiosos de fácil lectura para los practicantes del cristianismo. Para producir un efecto más acentuado se establecieron reglas jerárquicas que igualaban el mundo terrenal con el celestial, de forma tal que los personajes de mayor importancia religiosa (Dios Padre, Jesucristo, la Virgen) se localizan al centro del cuadro y poseen un mayor tamaño que todos los demás elementos, los cuales pueden estar presentes a los lados (santos y ángeles) sin guardar una proporción correcta entre sí. Con referencia al manejo del espacio, éste se limita a las dos dimensiones del lienzo -largo y ancho- por lo que los fondos de los cuadros son planos. El uso del color también forma parte del aparato de significación de los protagonistas del cuadro, haciendo un uso importante del dorado, tanto en fondos como en las aureolas y ropajes de las figuras acorde con su cercanía con la divinidad.

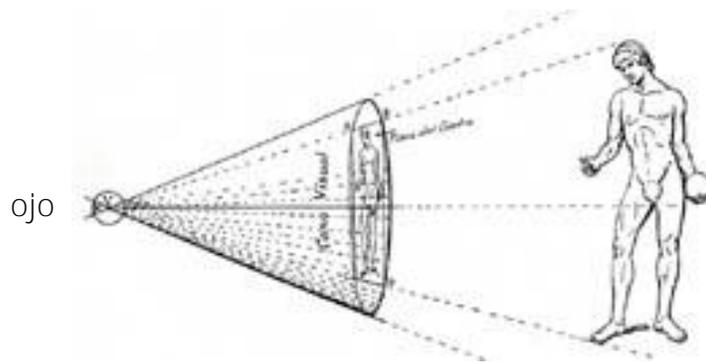


*Virgen de los Ángeles.* Pere Sierra, siglo XIV

3. *Perspectiva Axonométrica.* Es una descripción racional, a partir de principios geométricos, de la apreciación visual de la realidad (tridimensional) y su posterior representación en el lienzo o “plano figurativo” (bidimensional). Uno de sus fundamentos teóricos consiste en suponer la existencia de una “pirámide visual” formada a partir del centro visual (ojo) como vértice. A partir de este vértice se trazan rayos que lo unen con los diferentes puntos de la forma que se observa. “La pirámide visual es, pues, en cada instante, el ángulo sólido imaginario que tiene el ojo como vértice y el objeto mirado”<sup>18</sup>.

---

<sup>18</sup> Aumont, Jacques. *La imagen.* Ed. Paidós, Barcelona, 2007. p. 159.



*Pirámide visual*

A partir de la idea de la pirámide visual, recurriendo a la geometría de los rayos visuales se construye un espacio concebido en una representación como algo racional, infinito y homogéneo, que postula una **Perspectiva Central** bajo dos hipótesis fundamentales<sup>19</sup>:

- Se mira con un único ojo inmóvil.
- La intersección de un plano con la pirámide visual y los rayos que la constituyen debe considerarse como la generadora de una reproducción adecuada de la imagen visual.

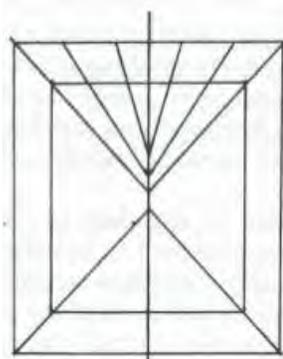
En la antigüedad clásica la pintura tiene como principio la Perspectiva Central entre quienes **van más allá de la creación “a mano alzada”**, es decir, entre quienes recurren a la geometría en la composición de un cuadro. Sin embargo, no usan las técnicas que en el siglo XV fueron agrupadas bajo el nombre de perspectiva artificial. En su lugar manejan una geometría esférica con el propósito de **reproducir la “imagen retínica”**, que equivale a decir que se basan en la forma en que **las partes “visibles” de los objetos** son proyectadas en una superficie cóncava. En esta perspectiva las líneas rectas

<sup>19</sup> Panofsky, Erwin. *La Perspectiva como “Forma Simbólica”*. Ed. Tusquets, Barcelona 1999. p. 12.

fuera del ojo, producen un efecto en el interior del ojo como si fueran curvas:  
“Lo recto es visto como curvo y lo curvo como recto”<sup>20</sup>.

Éste fue un primer intento de una esquematización del espacio tridimensional en el plano, el cual era tenido a fines de la Edad Media como la *perspectiva naturalis o comunis*, que sólo perseguía formular matemáticamente las leyes de la visión a través de relacionar las dimensiones visuales con los ángulos visuales.

Con base en una serie de avances de corte empírico, debido básicamente a los artesanos que se dedicaban a la pintura, a principios del siglo XV se desarrollan “reglas de taller” que eventualmente recibirían justificación gracias a un texto escrito 17 siglos antes, la *Óptica* de Euclides. Con base en esta obra se desarrolló la llamada *perspectiva artificialis*, una propuesta práctica aplicable a la representación artística, y cuyo resultado pictórico fue que las líneas de profundidad, que en una situación real son paralelas entre sí, se hacían converger por pares sobre un eje común, el llamado eje de fuga, dando origen con ello al esquema denominado en ocasiones como “espina de pescado”. Ésta fue una primera aproximación a la representación correcta de líneas que se alejan del observador y que son paralelas entre sí.

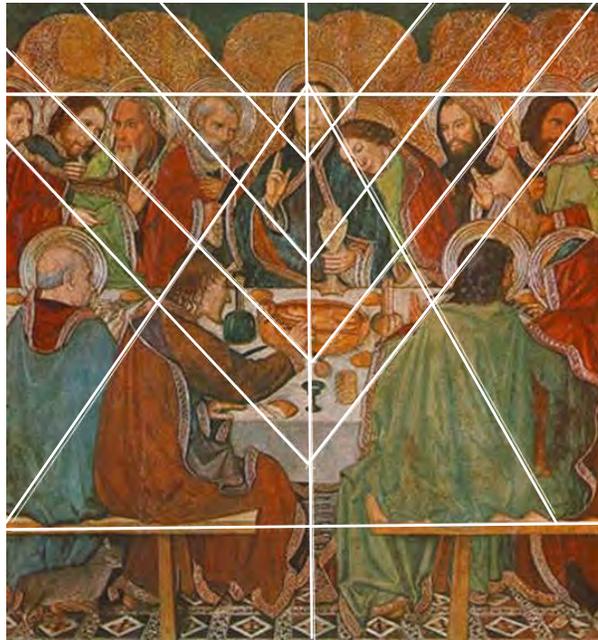


*Eje central vertical de fuga*

---

<sup>20</sup> *Ídem*. p. 18.

En la Edad Media algunos pintores utilizaron la “espina de pescado” buscando recrear la sensación de tridimensionalidad en sus obras; sin embargo no lo lograron plenamente y la ilusión de espacialidad seguía siendo principalmente generada mediante la superposición de los diversos objetos que aparecían en el cuadro.



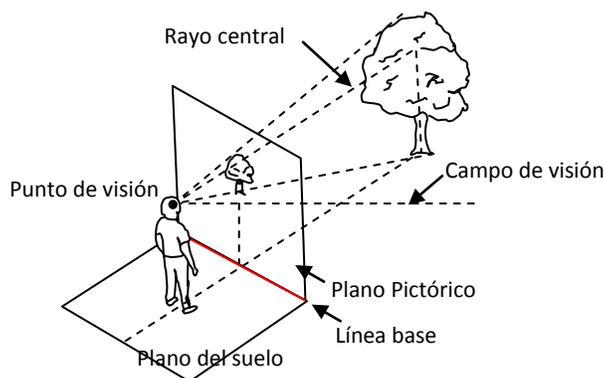
*La Santa Cena.* Jaime Huguet, (1463-1475)

Por ejemplo, en el cuadro de *La Santa Cena*, de J. Huguet, la estructura geométrica generada produce el efecto visual de que el espectador observa una escena en la que el piso parece elevarse conforme se aleja del observador, de manera más acelerada de cómo se observa en la realidad. Esto es porque el espacio está organizado por un sistema de relaciones constantes establecido por los puntos de intersección de las líneas de profundidad en el eje central y no en un punto.

El resultado obtenido a partir del eje de fuga es un espacio inestable e incoherente dado que no se logra un efecto totalmente realista. Las búsquedas de los pintores

que trabajaron entre fines del siglo XIV y principios del XV llevaron eventualmente a otro modelo geométrico al que se le conoció como *perspectiva lineal*.

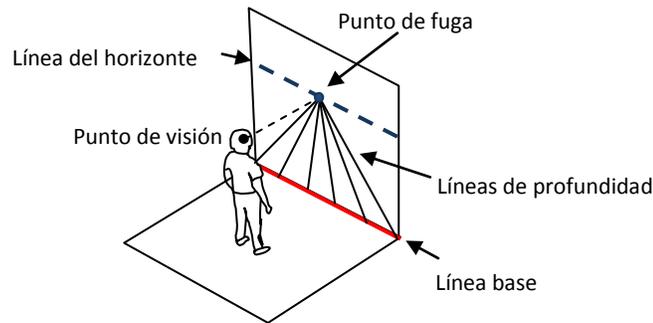
- **Perspectiva Lineal.** Se parte también de la “pirámide visual”, solo que ahora el ojo del espectador es el vértice y el lienzo el plano de proyección. El espacio es considerado como un cubo, el plano inferior corresponde al piso y se ubica al espectador parado sobre un punto fijo de éste, con el lienzo, cuadro o plano pictórico, directamente frente a él. El cuadro es tomado como una ventana por la que pasan los rayos de luz, que provienen del objeto y convergen en el ojo del espectador (Punto de vista). Al estar el lienzo entre éste y el objeto, los rayos de luz marcan puntos en el plano pictórico, formando así una imagen a escala del objeto.



**Fig. 1** La línea de intersección del Plano del suelo y del Plano Pictórico se llama línea base.

El concepto más importante en la perspectiva lineal es lo que hoy se conoce como *punto de fuga*, el punto donde convergen las líneas de profundidad. Cuando originalmente fue postulado, por Leon Battista Alberti en su libro *De Pictura* (1435), se le llamó “punto céntrico”. Puede que sólo se tenga un punto de fuga o que se tengan dos o tres, pero todos deben estar ubicados en la línea del horizonte, que es una

línea imaginaria sobre el lienzo que se halla delante del espectador y a la altura de sus ojos, siendo además paralela a la línea base.

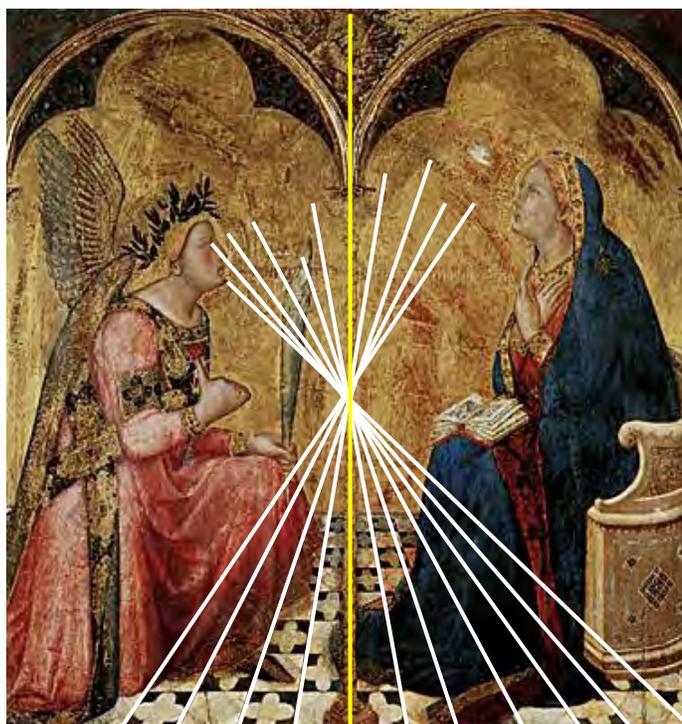


**Fig. 2** El punto de fuga en el plano pictórico.

La perspectiva lineal con un punto de fuga es un planteamiento abstracto. Se sustenta en la idea de un punto de observación fijo colocado a una distancia determinada de la escena representada y supone la visión de un solo ojo totalmente inmóvil. Los primeros intentos de generar esta perspectiva se presentaron poco antes del Renacimiento.

“La importancia de un cuadro como *La Anunciación* (1344) de Ambrogio Lorenzetti (1290-1348) reside, por un lado en el hecho de que todas las ortogonales visibles del plano de base están por primera vez orientadas sin duda alguna, y con plena conciencia matemática, hacia un punto. Según W. Panofsky, uno de los pioneros en el estudio del uso de la geometría en la pintura y a la vez un historiador del arte de altura académica casi legendaria, el descubrimiento del punto de fuga como “imagen del punto lejano de todas las líneas de profundidad” es al mismo tiempo el símbolo concreto del descubrimiento del infinito”.<sup>21</sup>

<sup>21</sup> Panofsky, Erwin. *La Perspectiva como "Forma Simbólica"*. Ed. Tusquets, Barcelona 1999. p. 39.



*La Anunciación.* Ambrogio Lorenzetti de Siena, 1344

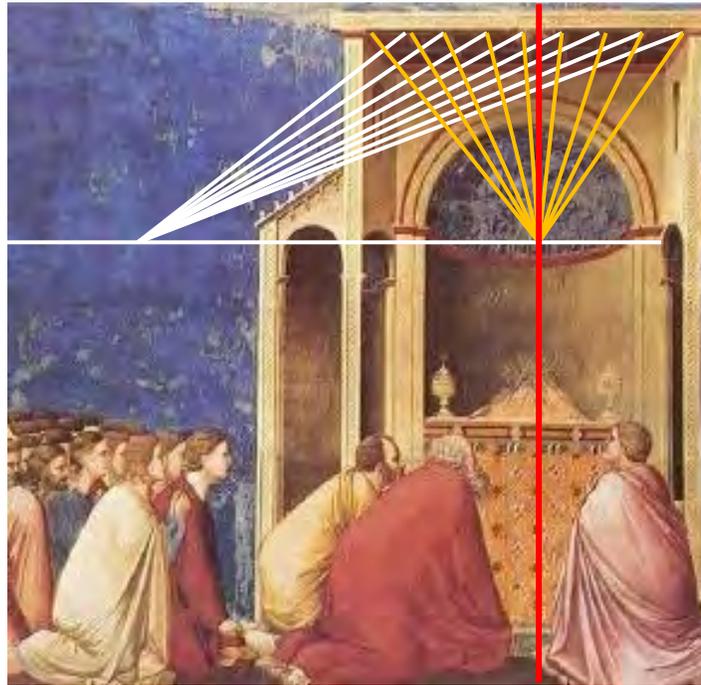
Durante la Edad Media fueron varios los pintores que empezaron a utilizar la idea del punto de convergencia de las líneas de profundidad, si bien en forma artesanal, manejando simultáneamente el eje vertical de **simetría como eje de fuga**: “...para alcanzar un efecto adecuado de profundidad, la pintura medieval disponía en una primera instancia de las ortogonales al plano que definen una superficie continua (como en el caso de los techos y los pavimentos) en forma paralela a la derecha e **izquierda de este eje...**”<sup>22</sup>.

Otros puntos de convergencia eran localizados mediante las diagonales de los cuadrados formados por las líneas ortogonales y las paralelas a la línea de base, misma que podían aparecer en el techo y/O el suelo. Así

---

<sup>22</sup> De Mesa Gisbert, Andrés. *El “Fantasma” del punto de fuga en los estudios sobre la sistematización geométrica de la pintura del siglo XIV.* p. 31.

ocurre en el fresco *Oración por el florecimiento de las varas* de Giotto (1267-1337), quien formuló una serie de reglas para construir los trazos en perspectiva.<sup>23</sup>



*Oración por el florecimiento de las varas.*

Giotto di Bondone, (1302-05)

Si bien durante el siglo XIV se tuvieron avances, apoyándose en herramientas y conceptos geométricos, el efecto de profundidad no se logró plenamente pues el principio del eje vertical de simetría se seguía arraigando como una especie de eje de fuga. Los métodos empleados durante esta época cumplen tres características<sup>24</sup>:

<sup>23</sup> Sáiz Pardo, Adrián. *Perspectiva Lineal en Brunelleschi*. Universidad de Valencia. p. 1.  
<http://www.uv.es/mahiques/ENCICLOPEDIA/BRUNELLESCHI/perspectiva.pdf>

<sup>24</sup> De Mesa Gisbert, Andrés. *El "Fantasma" del punto de fuga en los estudios sobre la sistematización geométrica de la pintura del siglo XIV*. p. 48.

- A. Los argumentos geométricos que definen todas sus operaciones gráficas únicamente corresponden al paralelismo, la proporcionalidad y la simetría.
- B. Ninguno de ellos emplea trazados gráficos fuera del área que delimita el dibujo que se va a representar.
- C. Su aplicación corresponde a la resolución de problemas específicos que siempre están pensados en forma aislada y exclusivamente a partir de la superficie de representación.

Aun cuando en la Edad Media no se habían logrado establecer ni el procedimiento ni los conceptos que forman parte de la perspectiva lineal, se obtuvieron buenas sistematizaciones gráficas que permitieron acercarse a resolver el problema que implicaba la representación de la **tercera dimensión en la pintura “cuyo resultado es la atribución del concepto de “fuga” como un “fantasma” que siempre perseguiría a una sistematización geométrica de carácter empírico como la de la pintura del siglo XIV**”.<sup>25</sup> Estos avances fueron los antecedentes inmediatos de la perspectiva lograda y formalizada en el Renacimiento.

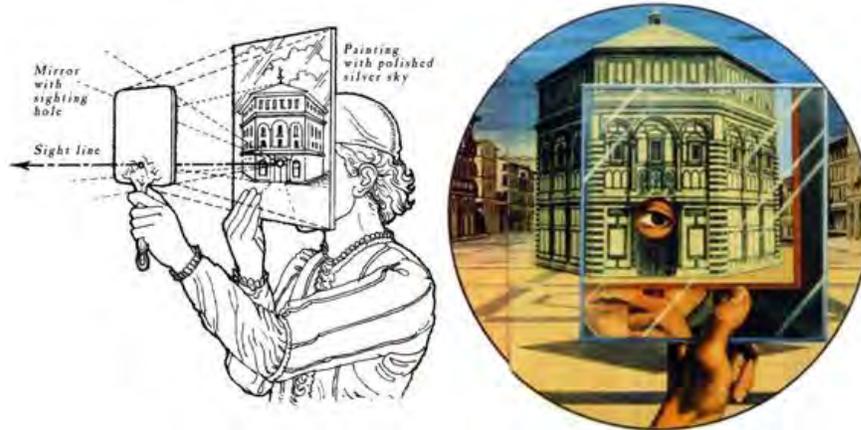
Se considera que Filippo Brunelleschi<sup>26</sup> (1377-1446) es el **“descubridor”** o el introductor de la perspectiva lineal. A él se atribuye el haber diseñado un método matemático enfocado a representar el espacio tridimensional tal y como lo percibe el ojo humano. Realizó diferentes experimentos, y aplicando conocimientos de matemáticas y óptica, logró **que el arte imitara a la naturaleza: su “técnica”** consistía en que todas las líneas del dibujo que corresponden a rectas que se alejan del observador convergen en un mismo punto de fuga, creando una sensación de

---

<sup>25</sup> *Ídem.* p. 50.

<sup>26</sup> Filippo Brunelleschi. Arquitecto, escultor y orfebre renacentista italiano.

profundidad<sup>27</sup> en la que la proporción entre los tamaños de los elementos representados juega un papel fundamental.



### *Baptisterio de Florencia.*

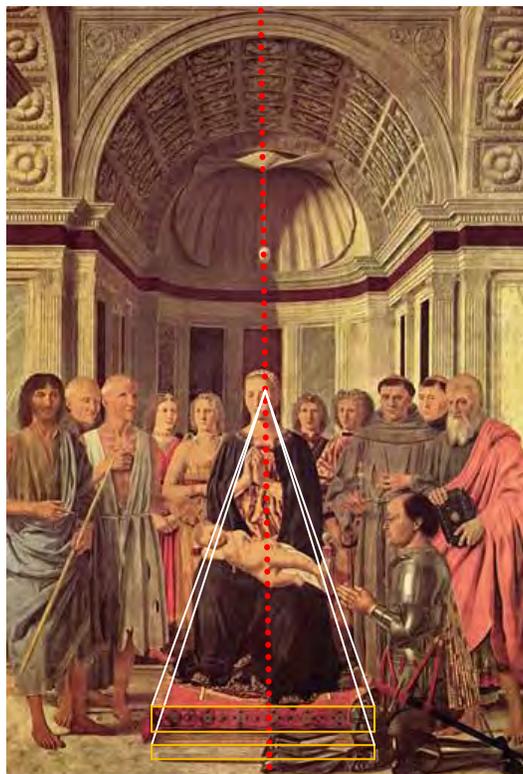
Representación de acuerdo con las reglas de perspectiva de Brunelleschi

Leon Battista Alberti<sup>28</sup> (1404-1472) escribió el tratado *Della pittura* (1435), traducido por él mismo al italiano con el título *De Pictura* (1436), en el cual se supone que teoriza sobre los resultados obtenidos por Brunelleschi. Se centra el objeto de la perspectiva no en el cuadro en sí, sino en un punto externo a éste, en el punto de vista del espectador. Retoma el principio de la pirámide visual y considera que el espacio es algo medurable, lo que permite reproducirlo en cuanto a dimensiones, medidas, distancias y escalas, y donde las medidas del hombre son la referencia y medida de todo lo representado.

<sup>27</sup> Sáiz Pardo, Adrián. *Perspectiva Lineal en Brunelleschi*. Universidad de Valencia. p. 2.

<sup>28</sup> Leon Battista Alberti. Arquitecto y escritor italiano, estudio las leyes de perspectiva postuladas por Brunelleschi, considerado el primer teórico de arte del Renacimiento.

Piero della Francesca<sup>29</sup> (1416-1492) retoma los conocimientos y construcciones geométricas aportados por Alberti para la construcción en perspectiva. Particularmente, en el cuadro *La Virgen con el Niño* (óleo sobre tabla, 1472), Piero muestra un escenario arquitectónico con una perspectiva muy precisa, y es evidente que el punto de fuga se localiza en la cara de la Virgen. Presenta además un eje vertical de simetría.



*Virgen con el niño*. Piero della Francesca, 1475.

En el siguiente capítulo se trabajarán con mayor detalle las propuestas de construcciones en perspectiva de Alberti y de Piero della Francesca.

---

<sup>29</sup> Piero della Francesca. Pintor, geómetra y matemático italiano. Uno de los principales representantes del periodo denominado como el *Quattrocento*. Escribió un tratado sobre perspectiva llamado *De prospectiva pingendi*, además de un par de textos más de matemáticas.

# Capítulo 3

## Un piso cuadriculado.

Durante los siglos XIV y XV se gesta uno de los movimientos culturales más importantes en la historia de la humanidad, abarcando diversas áreas del conocimiento, como la política, la filosofía, las ciencias y el arte. A este periodo se le conoce como el Renacimiento. Surge en Italia, de donde se expande lentamente por Europa Occidental; no es una casualidad que tenga sus orígenes en las principales ciudades del centro y norte de Italia, como Florencia, Siena, Milán, Mantua y Venecia, con un florecimiento económico y político que permitió financiar y apoyar una amplia gama de proyectos que, globalmente, redefinieron la visión que el hombre tenía de sí mismo. Tal vez el texto que mejor ejemplifica esto es la *La oración por la dignidad del hombre*, de Piero de la Mirandola (1463-1494). En él aparece una maravillosa descripción de lo que debería ser el hombre:

**“La naturaleza encierra a otras especies dentro de unas leyes por mí establecidas. Pero tú, a quien nada limita, por tu propio arbitrio, entre cuyas manos yo te he entregado, te defines a ti mismo. Te coloqué en medio del mundo para que pudieras contemplar mejor lo que el mundo contiene. No te he hecho ni celeste, ni terrestre, ni mortal, ni inmortal, a fin de que tú mismo, libremente, a la manera de un buen pintor o un hábil escultor, remates tu propia forma”<sup>30</sup>.**

Esta descripción tiene eco en otra, adscrita a Hermes Trismegisto, y que celebra cómo en **el hombre algo recrea a un dios: “Oh, Asclepio, qué gran milagro es el**

---

<sup>30</sup> Citado en Poggeler Otto, *Martin Heidegger, en el camino de pensar*. Trad. Duque Pajuelo. Ed. Alianza, Madrid, 1986. p. 284.

hombre, ser digno de reverencia y honor. Pues pasa a la naturaleza de un dios, como si él mismo fuese un dios...”<sup>31</sup>.

Como ya se dijo, a los logros culturales alcanzados durante esta etapa se le conoce como el Renacimiento Italiano.

El Renacimiento italiano es un periodo que culturalmente se caracteriza por una nueva forma de concebir al hombre y su mundo. Se le llama Humanismo por haberse originado a partir de la lectura de los clásicos griegos y latinos. Inspirado en la literatura, la filosofía y el arte de la Antigüedad, aprovecha todo el caudal de material al que ahora se tenía un mayor acceso gracias a la imprenta y a las traducciones que se hicieron de las obras de los grandes autores clásicos, cuyas lenguas vernáculas eran el griego o latín, y en cuyas obras se ocupaban del hombre, por lo que recibían el nombre de *studia humanitatis*, y de ahí vino lo de Humanismo.

El Humanismo enfrenta las ideas del Medioevo, en que todo gira en torno de la doctrina cristiana, sus dogmas y personajes, y en su lugar plantea que el centro del mundo es el ser humano, generando un gran interés en el estudio de su pensamiento, historia y anatomía. Así mismo se centra en la búsqueda de la verdad a través de la razón y la experiencia, lo que gesta una revolución en las ciencias y las tecnologías en el que la observación y una incipiente experimentación empiezan a cobrar importancia.

Cabe decir que no fue una ruptura total y definitiva con la cultura medieval. Algunos humanistas buscaron encontrar un punto de unión entre la nueva postura que imponía el humanismo con los valores cristianos, particularmente en el terreno del arte: el tema principal siguió siendo de carácter religioso, además de que la Iglesia era el principal promotor del mismo.

---

<sup>31</sup>Yates, Frances (2005). *El arte de la memoria*. Ed. Siruela, Madrid, 2005. p. 171.

En la pintura hay una lenta y gradual pero definitiva transformación, pasando de la postura rígida, plana y la yuxtaposición típica de la tradición pictórica medieval al manejo de conceptos como el de volumen anatómico, perspectiva y naturalismo. Precursores de la cultura humanista, los pintores del Renacimiento se enfocaron en replicar la belleza natural del mundo y del mismo hombre.

Pictóricamente se pueden definir dos periodos importantes en el Renacimiento italiano, el *Quattrocento* y el *Cinquecento*, es decir, los siglos XV y XVI. Durante éste último se da la etapa culminante del Renacimiento en la pintura.

Durante el *Quattrocento* el arte pasa de tener un carácter artesanal a ser considerado también una actividad intelectual, por lo que los pintores se convierten en personajes instruidos en diversas áreas como la geometría, historia, cultura clásica, ciencias y naturaleza. Además, el arte despierta el interés de personajes acaudalados y, muchas veces, políticamente sobresalientes, que no sólo pagan generosamente las obras sino que además se convierten en los mecenas de los nuevos artistas. Las exigencias y requerimientos de estos personajes hace que la pintura no se enfoque únicamente en el tema religioso. Los pintores tienen la posibilidad de tomar temas más mundanos como los retratos y paisajes, sin dejar de mencionar los desnudos e imágenes inspiradas en la mitología.

Todo lo anterior, es decir, las temáticas, los nuevos centros de interés para ser representados, se vio sujeto a una nueva arquitectura de la representación: se trataba de representar las escenas como si éstas fueran reales, como si el observador de la pintura estuviera contemplando una escena real. Por ello Leon Battista Alberti introduce una nueva forma de concebir y por ende representar el objeto pictórico fundamental: el espacio pictórico. Éste ahora se va a concebir **como una “ventana” a través de la cual se ve el espacio representado en la pintura** como una unidad, completo, y no sólo como yuxtaposición de objetos individuales

existentes en él. Esta nueva forma de concebir el espacio pictórico implica el surgimiento y formalización de una serie de trazos geométricos que constituyeron, como ya se dijo, la llamada perspectiva lineal. Este procedimiento era un método **para crear un “espacio sistema” en el que los diferentes elementos del cuadro son ubicados en forma precisa y en referencia unos con los otros, organizados en forma ordenada y unitaria**<sup>32</sup>. **Para lograr este “espacio sistema” se recurre a la geometría, retomando los textos de Euclides, y a la óptica, basándose en una tradición que se remonta a la Óptica de Euclides, las cuales sustentaron el surgimiento de la perspectiva como una disciplina. “La perspectiva consiste en una colección de reglas geométricas esenciales y [en la] que los métodos individuales son instancias de esas reglas”**<sup>33</sup>.

El humanismo aún en formación en el siglo XV presentó nuevos retos a los pintores, ya que para alcanzar los fines pictóricos que se proponían no les era suficiente su formación como artesanos, ni el aprendizaje de nuevas técnicas y manejo de materiales. Debieron además adquirir conocimientos y nociones teóricas sobre geometría, teoría de proporciones, óptica y manejo de luz y sombras, esquemas de colores y anatomía, entre otras cosas. Romper con la tradición de los talleres fue un proceso lento y gradual, y sin bien muchos de los textos utilizados en la instrucción de los aprendices fueron teóricos, también muchos eran principalmente prácticos y de nuevo cuño. Es en este contexto que aparece en escena el arquitecto italiano Leon Battista Alberti, con su tratado *Della pittura* – publicado entre 1435 y 1436- considerado el primer tratado moderno sobre la teoría de la pintura: “*De la pintura* puede ser leído como un manifiesto del nuevo estilo artístico y, sin embargo, no es un manual técnico para el entrenamiento de

---

<sup>32</sup> Martínez Enríquez, José Rafael. *¿Con qué vara medirás la inmensidad? la ilusión del espacio en el Renacimiento*. Ciencias 113-114. Abril-Septiembre 2014 p.4

<sup>33</sup> Elkins, James. *Renaissance Perspectives*. Journal of the History of Ideas. Vol. 53, No. 2 (Apr. – Jun., 1992), p. 211

los artistas. Sus propósitos son más altos: elevar la pintura al nivel de la piedra que corona las demás artes...”<sup>34</sup>.

Alberti lo escribe originalmente en latín, como lo marcaba la tradición académica de la época. Sin embargo él mismo hizo una traducción al italiano, para que fuera utilizado como un posible “manual práctico” en los talleres donde se preparaban los jóvenes pintores. *Della pittura* exhibe una fuerte inclinación hacia la filosofía natural: “a fin de pintar bien un artista debe tener una buena comprensión de la teoría de la visión”<sup>35</sup>, refiriéndose a la naturaleza de la luz y la anatomía del ojo humano.



Portada *La pittura.- Della statua*. Leon Battista Alberti

Traducción de Ludovico Domenichini, Venezia: Gabriel Giolito, 1547<sup>36</sup>

<sup>34</sup> Alberti, Leon Battista, *De pictura* (en latín 1435), *Della pittura* (en italiano, 1436), *De la pintura*, en español, con Introducción y notas de J. V. Field y estudio introductorio y traducción de J. Rafael Martínez, Colección Mathema, México: Facultad de Ciencias, UNAM, 1996. p.5.

<sup>35</sup> Field, J. V. *Alberti, the Abacus and Piero della Francesca's proof of perspective*. Renaissance Studies Vol. II No.2. The Society for Renaissance Studies, Oxford University Press. 1997, p. 63.

<sup>36</sup> Exposición Virtual, Biblioteca Nacional de España.

[www.bne.es/es/Micrositios/Exposiciones/Leonardo/Exposicion/Seccion4/subsec5/obra05.html?origen=galeria](http://www.bne.es/es/Micrositios/Exposiciones/Leonardo/Exposicion/Seccion4/subsec5/obra05.html?origen=galeria)

El manual de Alberti constituye un verdadero manifiesto de su pensamiento, gracias al cual presenta el método de construcción en perspectiva. En su *Della pittura* parte de que el conocimiento pictórico se genera a partir de las experiencias sensoriales, produciendo percepciones que el hombre compara entre sí y con las experiencias previas, para posteriormente llegar a conclusiones generales que estructura a partir de construcciones geométricas y percepciones visuales y las consiguientes interpretaciones –psicológicas, se diría hoy- que llevaba a cabo el alma del observador. Son tres los temas en que estructura el tratado:

- *La piú grassa Minerva*, o el conocimiento de los hechos materiales. El acercamiento a la realidad visible mediante el estudio de la materia y su relación con el espacio y la luz.
- *La matematica*. Las matemáticas son un medio para estructurar y construir el espacio tridimensional en el plano del lienzo.
- *la istoria*. La manifestación del humanismo en el arte, el manejo de las emociones de los personajes es lo que permite elaborar un discurso pictórico que ofrece una narrativa visual. A esto le denomina *la istoria*.

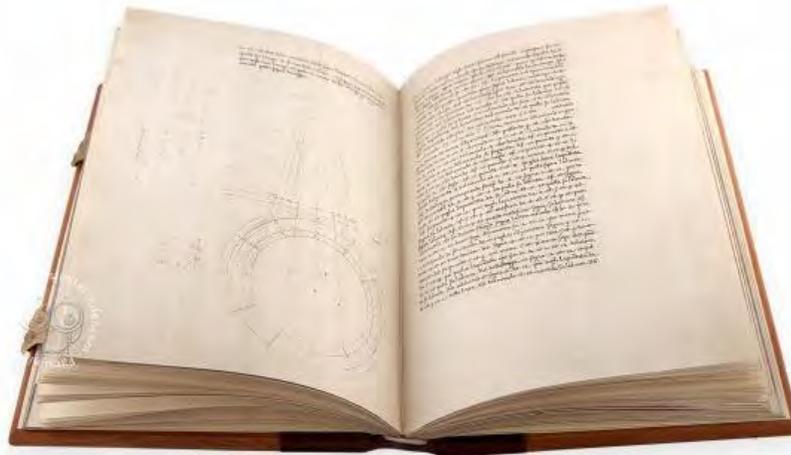
Las matemáticas utilizadas por Alberti en *Della pittura* son más de carácter práctico que teórico. Se apoya en la óptica y la geometría de Euclides para crear su propuesta para la construcción geométrica del espacio pictórico en perspectiva. En general se basa en dos principios, muy semejantes a lo ya mencionado sobre perspectiva axonométrica:

1. Considera una visión monocular.
2. El punto desde donde el espectador observa el cuadro es fijo y el mismo en que se ubica el pintor para llevar a cabo los trazos geométricos dictados por el método de la perspectiva.

Quienes han estudiado y leído la obra de Alberti han interpretado o traducido para nuestro entendimiento los principios matemáticos de la perspectiva, y nos

muestran en forma clara y precisa las construcciones geométricas que se conjugan con la óptica para generar la ilusión espacial. Alberti mismo no es muy claro al respecto, su obra no cuenta con diagramas que ilustren las descripciones verbales contenidas en el *Della pittura*. Alberti da por sentado que los lectores a quienes está dirigido el tratado no tienen un mayor interés en la formalización y la teoría matemática, además de que la omisión de las demostraciones matemáticas le permite ser adecuadamente breve y práctico.

Treinta años después de la publicación de *De pictura* o *Della pittura*, el pintor italiano Piero della Francesca retoma las construcciones geométricas de Alberti y se da a la tarea de demostrar su validez para generar ilusiones espaciales. Esto lo hace en su tratado *De prospectiva pingendi* (“Haciendo perspectiva” sería su traducción al español).



*De Prospectiva Pingendi*. Piero della Francesca.

Versión facsímil. Tratado original 1472-1475. Biblioteca Panizzi, Italia.

El problema que ambos autores, Alberti y della Francesca, toman como la base de su construcción en perspectiva es el trazo de un piso cuadrículado. Cada uno de estos autores proporciona una construcción geométrica que ofrece una visualización convincente y realista de cómo ve un piso cuadrículado un observador colocado frente a dicho piso. Pero las instrucciones correspondientes a cada

método son ligeramente diferentes. Sin embargo, ambas son matemáticamente correctas y equivalentes. El resultado que se obtiene es una rejilla en el plano horizontal de la imagen, como el que se puede apreciar en *Madona con San Juan Bautista y San Donato* de Verrocchio<sup>37</sup>.



*Madona con San Juan Bautista y San Donato.* Verrocchio, 1478

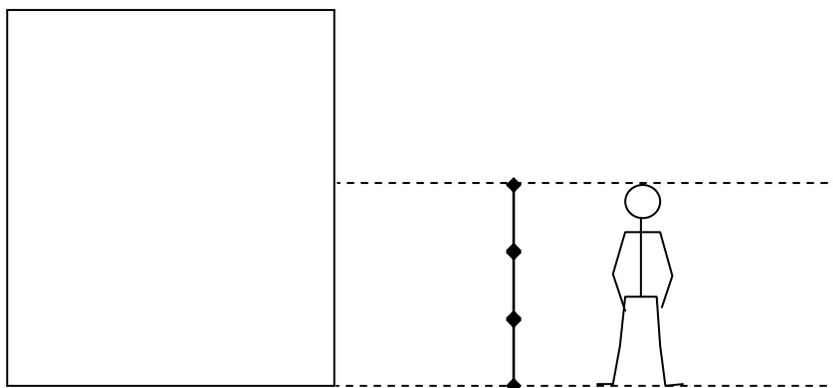
---

<sup>37</sup> Andrea di Michele Cioni (1435-1488). Orfebre, pintor y escultor italiano, mejor conocido como Verrocchio, perteneció al *Quattrocento*.

## La Construcción de Alberti.

*Della pittura*, el libro de Alberti, consta de tres libros. En el primero expone y explica los elementos y construcciones geométricas relacionadas con la perspectiva, haciendo referencia a cómo representar sobre un cuadro un piso de baldosas.

Antes que nada determina el espacio en que realizará la pintura: “...inscribo un rectángulo tan grande como lo deseo, el cual se considera que es una ventana abierta a través de la cual veo lo que quiero pintar”<sup>38</sup>. El siguiente paso es determinar el tamaño de la figura humana presente en el cuadro. Parte de que todo varón mide 3 *braccia* de estatura, siendo un *braccio* el tamaño ideal de un brazo, es decir, de la extremidad superior de un varón. Posteriormente, a la figura humana la divide en tres segmentos del mismo tamaño, proporcionales a un *braccio* -aproximadamente 66 cm.

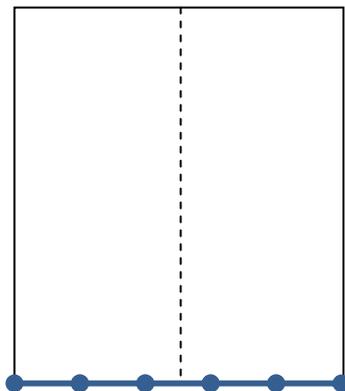


**Fig. 1** Se define el plano pictórico en que se trabajará así como el tamaño de los personajes del cuadro. Alberti considera, generalmente, que un varón mide 3 *braccia*.

---

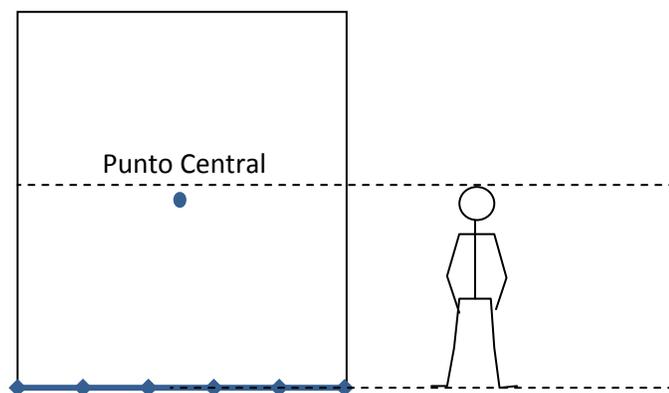
<sup>38</sup> *Ídem*. p. 67

A continuación se divide la base del rectángulo usando la longitud correspondiente al *braccio*.



**Fig. 2** Alberti considera que la base del rectángulo es proporcional a la dimensión transversal de la escena representada.

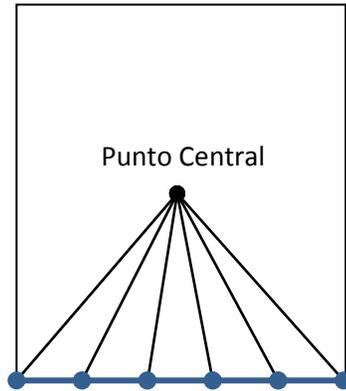
Lo siguiente es ubicar el punto central, que corresponde al punto donde el rayo central<sup>39</sup> corta al plano pictórico. Alberti dice colocarlo donde él quiere, siempre y cuando no esté más arriba que la altura asignada a los personajes representados.



**Fig. 3** El punto central se debe colocar sobre la paralela a la base del plano y a la altura del ojo del personaje.

<sup>39</sup> Alberti define el rayo central a partir de los rayos visuales, es decir, los rayos que forman una pirámide (no hueca) con vértice en el ojo del espectador y base en el plano observado. El rayo central es aquel que saliendo del ojo, es perpendicular al plano.

Es el momento de unir el punto central con los puntos de la base, obtenidos por la partición. Estas líneas corresponden a las ortogonales a la dimensión transversal del piso, es decir son las líneas que se alejan del observador, paralelas al rayo central que sale del ojo.



**Fig. 4** “Estas líneas me indican cómo cambian visualmente, hasta una distancia infinita, las cantidades transversales sucesivas”<sup>40</sup>.

Hasta aquí se tiene la imagen de un piso formado sólo por tablones colocados en forma perpendicular a la parte transversal del piso. Para que sea un piso de baldosas cuadradas el pintor necesita trazar líneas paralelas a la base del cuadro, pero de forma tal que exista una relación entre las dimensiones que separan a una transversal de otra y la distancia a la que se observan unas y otras.

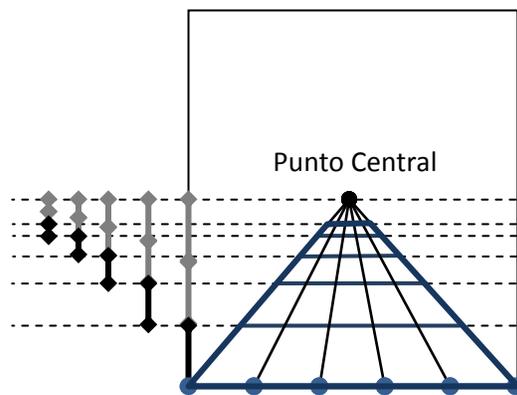
Una vez que Alberti retomó la idea de la pirámide visual, a partir de ésta desarrolla una regla a considerar y que da sentido a las dimensiones (proporcionales) que se observan en la construcción<sup>41</sup>:

- Conforme el ángulo dentro del ojo se vuelve más agudo, así la dimensión observada parece ser menor. Objetos de igual dimensión se ven de diferente tamaño dependiendo de la distancia a la que se encuentren: entre más cerca más grandes parecerán.

<sup>40</sup>Alberti, Leon Battista, *De pictura* (en latín 1435), *Della pittura* (en italiano, 1436), *De la pintura*, en español, con Introducción y notas de J. V. Field y estudio introductorio y traducción de J. Rafael Martínez, Colección Mathema, México: Facultad de Ciencias, UNAM, 1996. pp.89-90.

<sup>41</sup>*Idem.* pp.79-85.

Una solución para tomar la distancia entre las paralelas horizontales, muy popular en el siglo XIV, es la siguiente: para trazar las líneas paralelas a la dimensión transversal del piso se procede a dividir en tres partes iguales la distancia que hay – medida sobre la vertical que pasa por el punto central- de la base del cuadro al punto central. Gráficamente esto se puede hacer sobre una de las laterales del cuadro. Se procede trazando una paralela a la base en el primer punto, y en las dos terceras partes que quedan se repite el proceso, tantas veces como sea necesario para representar todo el piso.



**Fig. 5** En esta construcción se puede observar que a medida que las paralelas a la base se sitúan más cerca del punto central, la distancia entre ellas va disminuyendo gradualmente.

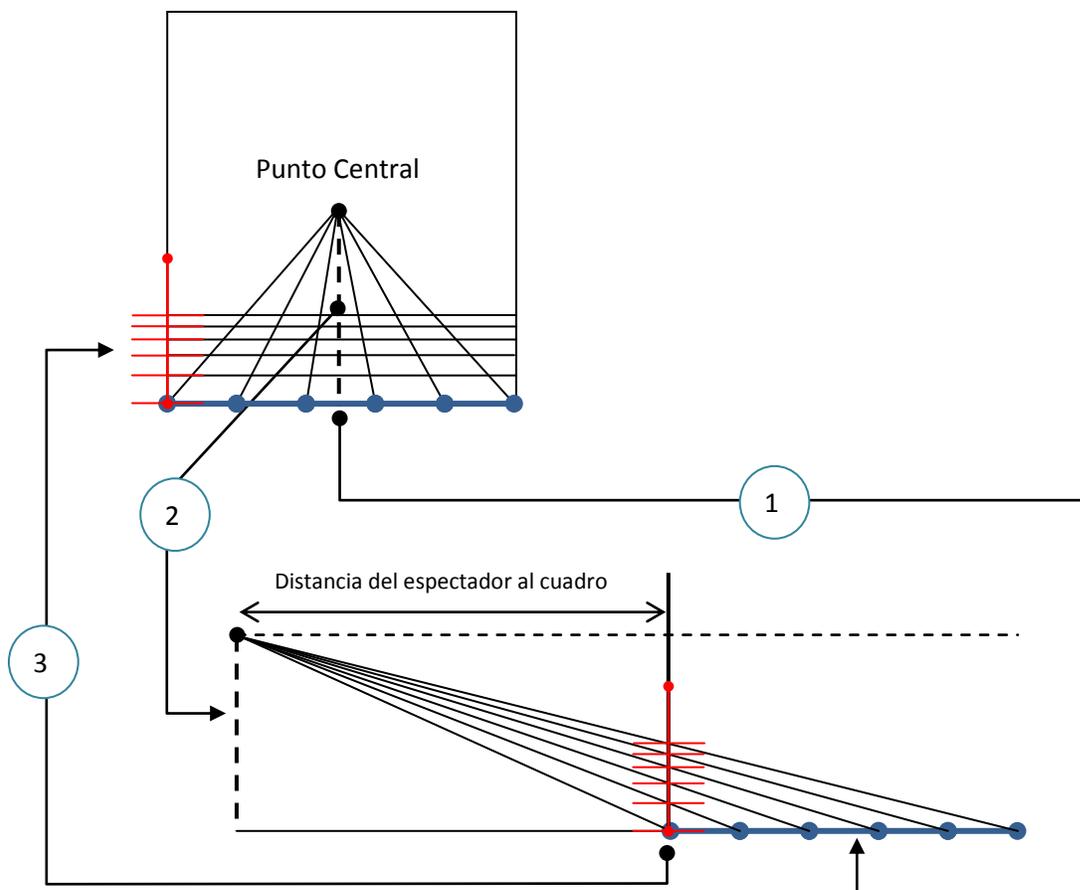
Alberti, seguramente preocupado por los errores de trazo que este método implicaba, proporcionó un método alternativo, conocido en su momento como *costruzione legittima*, en español “construcción legítima”. Resumiéndolo, y mostrándolo de manera más clara a como lo presentó Alberti, el método consisten en lo siguiente:

**Paso 1.** El trazo de las líneas ortogonales es el mismo y cambia para el trazo de las transversales. A continuación se traza, fuera del cuadro, una línea horizontal auxiliar – línea base-y se divide de igual manera a como se dividió la base del cuadro (utilizando segmentos de la misma dimensión). Se traza una perpendicular

a la línea base con pie en el primer punto a la izquierda, esta línea vertical corresponde al lado izquierdo del cuadro. (Ver Fig.6)

**Paso 2.** Se dibuja una línea paralela a la línea base, a la misma altura que tiene el punto central con respecto a la base del cuadro; sobre esta línea se localiza un punto que corresponde al ojo del espectador (no hace mayor referencia de cómo determina la distancia del espectador al cuadro). Se trazan líneas de éste punto a los correspondientes en la línea base.

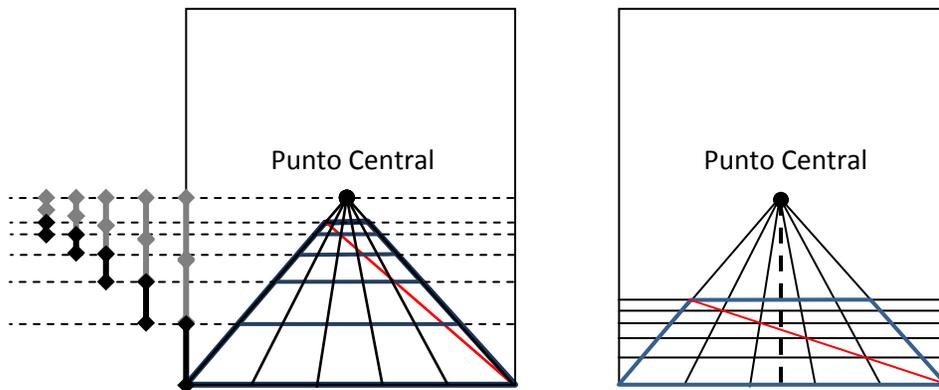
**Paso 3.** Las líneas trazadas en el paso anterior cruzan la vertical, dejando un patrón de puntos que se traslada al borde del cuadro, para finalmente trazar líneas paralelas a la base del cuadro por cada uno de éstos.



**Fig. 6.** Diagrama del método de construcción propuesto por Alberti.

Hay que hacer una observación con respecto al trabajo de Alberti: faltan indicaciones para localizar sin ambigüedad el punto central, así como la distancia del espectador al cuadro, con lo que estas cuestiones quedan, en ambos casos, en manos de los historiadores del arte o de la ciencia para que mediante criterios que ellos propongan se defina un procedimiento racional y coherente que supuestamente acomode a la propuesta albertiana.

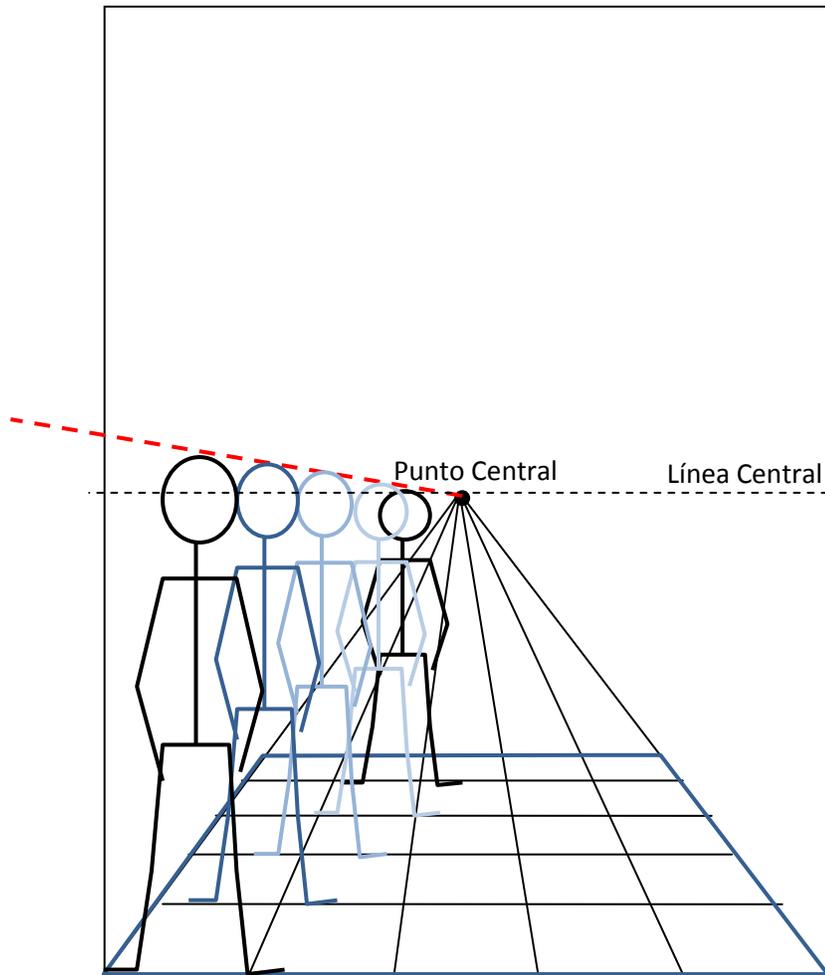
**Alberti propone además la “prueba de la diagonal”, la cual sirve para verificar que la construcción es correcta.** Esta prueba consiste en trazar una diagonal en la rejilla obtenida, y dicha diagonal debe coincidir –superponerse- con las diagonales de los cuadros que atraviesa.



**Fig. 7. Prueba de la Diagonal.** La primera construcción no es correcta.

La construcción anterior también sirve para determinar el tamaño de los personajes que se ubican en ella. Para tal fin se traza una línea paralela a la base del cuadro y que pase por el punto central –línea central-, esta línea es un límite superior para las transversales que integran el piso cuadrículado. Es intuitivo pensar que el tamaño de los objetos disminuye en su representación conforme más se alejan del observador. Esto queda confirmado por la construcción en perspectiva. Para definir el tamaño que le corresponde a un personaje según su posición sobre el piso embaldosado, se coloca la figura original sobre la línea base y se traza una línea desde su cabeza hasta el punto central. Su representación en

cualquiera de las siguientes baldosas (hacia atrás) corresponderá a la dimensión que le corresponda entre la horizontal sobre la que esté colocado y la línea trazada.

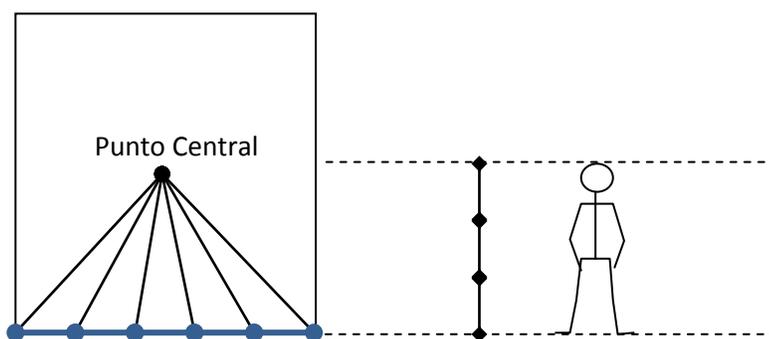


**Fig. 8.** Determinación del tamaño del personaje en relación a su ubicación.

## La Construcción de Piero della Francesca.

Piero della Francesca, pintor perteneciente al *Quattrocento*, fue también matemático y encontró la forma de conjuntar sus dos profesiones al ilustrar sus tratados de matemáticas, retomando para ello sus conocimientos geométricos, mismos que a la vez aplicó a la pintura. Al final de su vida escribió tres tratados que nos han llegado hasta el día de hoy: *De prospectiva pingendi*, *Trattato d'abaco* y *De quinque corporibus regularibus*<sup>42</sup>.

Es en *De prospectiva pingendi* donde propone una construcción geométrica para resolver el problema de dibujar en perspectiva un piso cuadrículado. Como punto de partida toma la construcción de Alberti, pues el trazado de las líneas ortogonales es igual; donde su procedimiento cambia es en la parte correspondiente a la construcción de las líneas paralelas a las transversales del piso. En este último caso utiliza la diagonal, igual que como la trazó Alberti, pero no para comprobar si la construcción fue la correcta. Para Piero esta diagonal es el elemento principal de su construcción y se determina a partir del punto de distancia, es decir, desde donde se supone se observa el cuadro. Su construcción se conoce bajo el nombre de “*Método de la diagonal o del punto de distancia*”. Para mostrar en qué consiste se parte de la primera construcción de Alberti, la correspondiente al trazo de las líneas de profundidad u ortogonales.

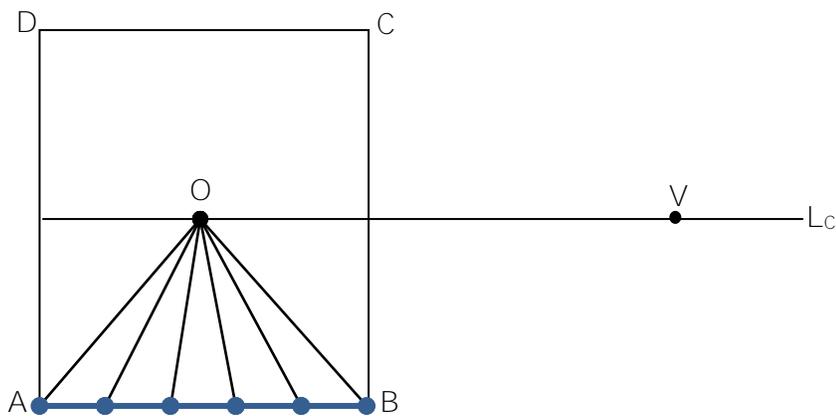


**Fig. 9.** La primera parte del método de Piero es exactamente la misma construcción propuesta por Alberti.

<sup>42</sup> Casalderrey, Francisco Martín. *Piero della Francesca y el engaño de los ojos*. Revista Suma No.61, Junio 2009, p. 64.

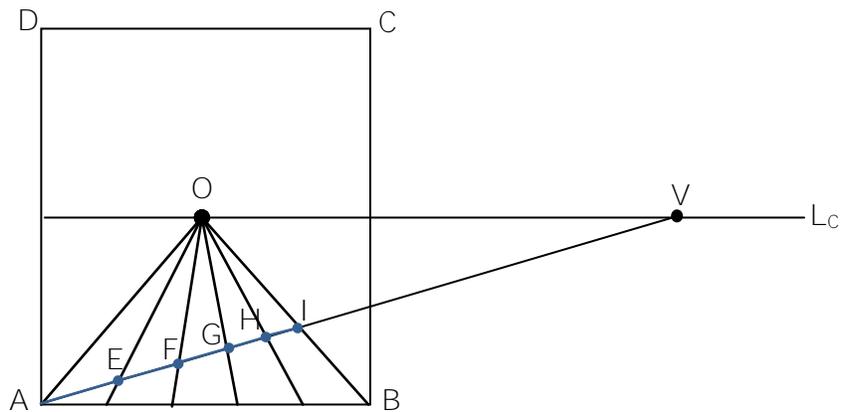
Retomando los elementos utilizados por Alberti, resulta que:

- El rectángulo ABCD es el plano pictórico.
- El punto O es el punto Central
- El punto V es el “**punto de distancia**”. Corresponde al ojo del espectador y se sitúa sobre la línea central  $L_c$ . La magnitud OV corresponde a la distancia a la que se sitúa el observador colocado frente al cuadro y se mide desde la base AB.



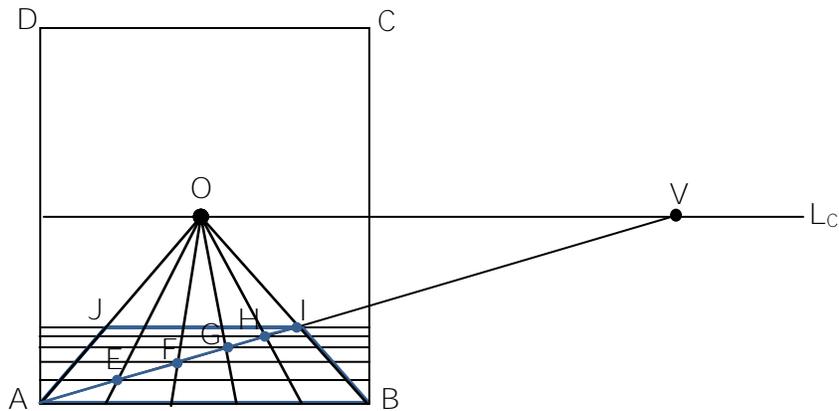
**Fig. 10.** Planteamiento geométrico de la construcción de Piero.

Se unen los puntos AV. El segmento que queda en el triángulo ABO corresponde a la diagonal del piso, sean E, F, G, H, I los puntos en que se interseca con las ortogonales sucesivas.



**Fig. 11.** El segmento AI corresponderá a la diagonal del piso.

Para concluir se trazan paralelas a AB por los puntos E, F, G, H, I. Sea J el punto de intersección de la paralela en I con AO. La recta JI marca el extremo posterior del embaldosado tal y como es percibido por un observador situado frente al cuadro.



**Fig. 12.** El trapezoido ABIJ corresponde a la proyección del piso en la pintura.

Piero no sólo demostró que este procedimiento de construcción de un piso cuadrado visto en perspectiva era equivalente al método de Alberti, sino que además justificó el que matemáticamente fuera correcto. Esto último lo presentaremos en el siguiente capítulo.

# Capítulo 4

## Del proceso artesanal a la justificación geométrica.

El problema de trazar un piso cuadrado que a su vez ha sido cuadrículado sobre una superficie en el plano fue resuelto por Leon Battista Alberti y justificado matemáticamente por Piero della Francesca. El procedimiento de Alberti fue el más usado por los pintores de la época en comparación con el de Piero della Francesca, que resultaba más económico.

El método Albertiano y el método de Piero no son iguales, aun cuando los recursos geométricos utilizados son casi los mismos: trazo de las ortogonales a la línea de base del cuadro e identificación de un conjunto de puntos que determinan el trazo de las líneas paralelas a la base del cuadro, correspondiente a la dimensión transversal del piso. Ambos procedimientos parten de:

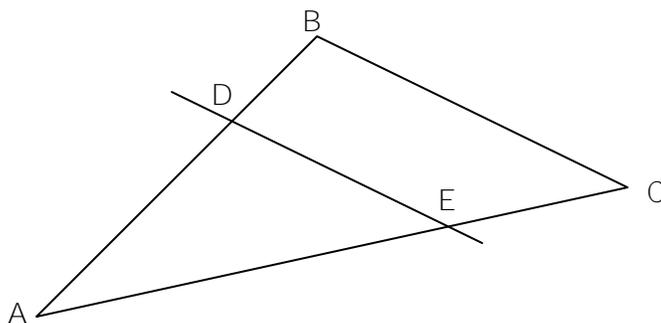
- 1) **El establecimiento de un punto, el “*punto céntrico*”, y que se coloca** sobre el cuadro a la altura donde estaría el ojo del observador.
- 2) El tamaño que se le dará al personaje o a algún objeto representado.
- 3) El establecimiento de la distancia a la que el ojo observa la escena, y con base en **ello se coloca el llamado “*punto de distancia*”.**
- 4) El punto correspondiente al ojo del espectador fuera del lienzo.
- 5) El trazo de la diagonal con objetivos diferentes, como se puede ver en el capítulo anterior.

Piero, además de pintor fue matemático. Se esforzó en fundamentar la perspectiva mediante teoremas geométricos abstractos, aunque basados en los principios de la *Óptica* de Euclides. Fue por ello que no se limitó a dar la construcción del “*método*”

*de punto de distancia*”, sino que aportó una demostración geométrica de la validez formal de esta construcción.

Piero desarrolló la demostración con apego a la tradición del siglo XV, utilizando la proporcionalidad existente entre triángulos semejantes. Su fundamento es el llamado primer Teorema de Tales:

**“Dado un triángulo, al trazar un segmento paralelo a cualquiera de los lados y que corte a los otros dos, se obtiene un triángulo semejante al primero, es decir que sus lados son proporcionales”.**



Sea el triángulo ABC.

Se traza DE paralela a BC.

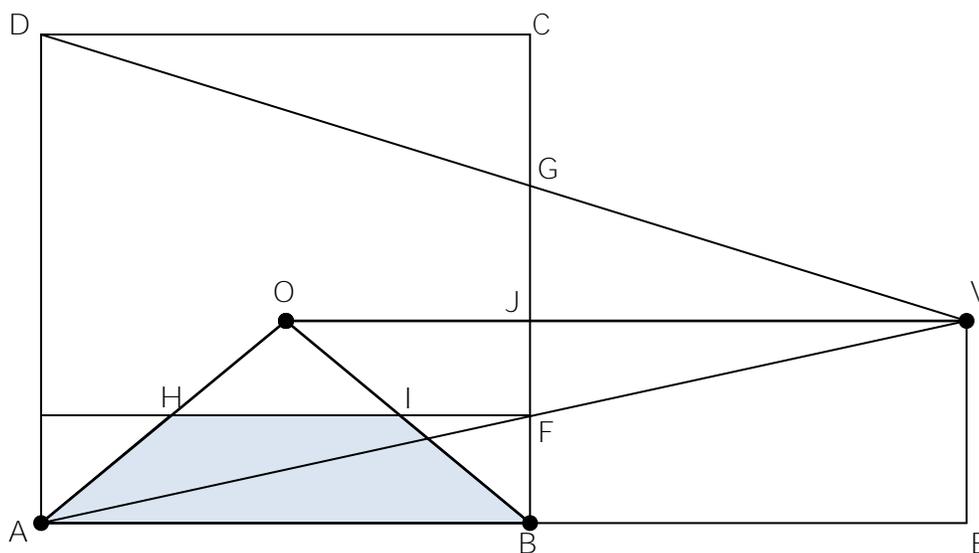
Entonces los triángulos ABC y ADE son semejantes, lo que implica que

$$\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE} = \frac{CA}{EA}$$

Los segmentos que se obtienen sobre el triángulo ABC también son proporcionales, lo que implica  $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

A continuación se desarrolla la demostración de Piero<sup>43</sup>, retomando los elementos de la construcción hecha anteriormente. El planteamiento geométrico es:

- El plano pictórico es el cuadrado ABCD
- El punto central es O
- El punto correspondiente al ojo del espectador es V, que se ubica sobre la línea central, también llamada línea del horizonte, y la distancia JV es la distancia a la que el observador, si estuviera colocado frente al cuadro, vería dicha superficie.
- E es el pie de la perpendicular a AB y que pasa por V, es decir, BE es también la distancia de observación
- Se unen A y B con O
- Se unen A y D con V; sean F y G los puntos donde estas líneas cortan al lado BC
- Por F se traza una paralela a AB; sean H e I los puntos donde esta paralela corta a AO y BO, respectivamente.



**Fig. 1** Planteamiento gráfico de la construcción de Piero. Se ha modificado la notación utilizada por Piero; ésta es una versión en términos de la exposición geométrica actual.

<sup>43</sup> Field, J.V. *Piero della Francesca and the "Distance Point Method" of perspective construction*. Birkbeck College, University of London. pp.227-229

El trapecio ABIH corresponde a la proyección del piso, que visto desde arriba es el cuadrado ABCD. Lo que Piero demuestra es que dado este segmento AD es percibido desde el punto V como el segmento FG, y al tratarse de un piso cuadrado, entonces la prueba se centra en demostrar que HI=FG, siendo HI el lado más alejado del cuadrado visto por un observador parado sobre el piso a una distancia igual a la distancia JV.

Demostración

- Dado que AB, HI y OV son paralelas, los triángulos AOV y AHF son semejantes. Por lo tanto se tiene  $\frac{AV}{FV} = \frac{AO}{HO}$  (1)

- También los triángulos AVD y FVG son semejantes, de donde se obtiene

$$\frac{VF}{VA} = \frac{FG}{AD} \quad (2)$$

- Tomando el recíproco de (1) para relacionarlo con (2) resulta

$$\frac{HO}{AO} = \frac{FV}{AV} = \frac{FG}{AD} \rightarrow \frac{HO}{AO} = \frac{FG}{AD} \quad (3)$$

- De la semejanza de los triángulos AOB y HOI se concluye que

$$\frac{HI}{AB} = \frac{HO}{AO} \quad (4)$$

- Conjuntando (4) y (3) se llega a que

$$\frac{HI}{AB} = \frac{HO}{AO} = \frac{FG}{AD} \Rightarrow \frac{HI}{AB} = \frac{FG}{AD}$$

- Finalmente, como AB=AD  $\Rightarrow$  HI=FG, que es lo que se quería demostrar, ya que FG corresponde a cómo se percibe el lado AD desde el punto V, y al



Lo que se busca es demostrar que  $OO'$  coincide con la distancia de observación, es decir que  $OO'=BE$ .

Demostración

- Por construcción  $HI$  y  $OV$  son segmentos paralelos. Entonces los triángulos

$AOO'$  y  $AHI$  son semejantes, lo que implica que  $\frac{OO'}{HI} = \frac{AO}{AH}$  (1)

- También los triángulos  $AOB$  y  $HOI$  son semejantes, de donde

$$\frac{HI}{AB} = \frac{HO}{AO} \quad (2)$$

- Multiplicando (1) y (2) se obtiene

$$\frac{OO'}{HI} \left( \frac{HI}{AB} \right) = \frac{AO}{AH} \left( \frac{HO}{AO} \right) \Rightarrow \frac{OO'}{AB} = \frac{HO}{AH} \quad (3)$$

- Tomando los triángulos  $AOV$  y  $AHF$  resulta que también son semejantes. Por construcción  $HF$  es paralela a  $OV$ , de donde

$$\frac{HO}{AH} = \frac{FV}{AF} \quad (4)$$

- Ahora se toman los triángulos  $AVE$  y  $AFB$ , que también son semejantes. Aquí  $BC$  y  $EV$  son paralelas, por lo que

$$\frac{FV}{AF} = \frac{BE}{AB} \quad (5)$$

- Conjuntando (3), (4) y (5) se llega a que

$$\frac{OO'}{AB} = \frac{HO}{AH} = \frac{FV}{AF} = \frac{BE}{AB} \Rightarrow \frac{OO'}{AB} = \frac{BE}{AB}$$

De donde se concluye que  $OO'=BE$ .

Este resultado muestra **que la construcción del “Método del punto de distancia” es matemáticamente correcta**, pues resulta equivalente al método de Alberti, mismo que encontraba justificación a través de su construcción geométrica, la cual se guiaba por las leyes de la óptica tal y como aparecían en la *Óptica* o *Perspectiva* de Euclides.

Las construcciones geométricas consideradas y las demostraciones **correspondientes son un claro ejemplo de la matematización de la técnica: “...de un problema ‘no estrictamente matemático’ en su origen que proporciona la base intuitiva sobre la que se elaboran nuevos conocimientos matemáticos”<sup>44</sup>.**

En el próximo capítulo aplicaremos la construcción de Alberti para verificar que el piso de *La escuela de Atenas*, fresco ubicado en el Museo del Vaticano y realizado por Rafael Sanzio, es geométricamente correcto. También, mediante el método del punto de distancia de Piero della Francesca, se determinará la distancia al cuadro en que Rafael ubicó al espectador, así como las magnitudes de otros elementos que aparecen en esta representación.

---

<sup>44</sup> Maza Gómez, Carlos. *El dibujo del embaldosado: un ejemplo de matematización*. Revista *Suma* No.21, Febrero, 1996. p. 95.

# Capítulo 5

## La perspectiva en la Escuela de Atenas

La *Escuela de Atenas* es una pintura al fresco de 5 m por 7.7 m, que se encuentra en la Sala de la Signatura, en el Palacio Pontificio, en el Vaticano. Es una de las obras más famosas de Rafael Sanzio<sup>45</sup> (1483-1520), quien fue invitado en 1508 por el Papa Julio II (1503-1513) para decorar cuatro estancias en el Palacio del Vaticano.



*La Escuela de Atenas.* Rafael Sanzio. (1511)

En *La Escuela de Atenas*, Rafael refleja la idea del renacer de la Antigüedad, representando la sabiduría del pasado a través de sus creadores, los grandes

---

<sup>45</sup> Rafael Sanzio o Raffaello Santi. Pintor y arquitecto italiano, perteneciente al periodo del Alto Renacimiento.

pensadores griegos. Se trata de una especie de juego en que los genios del Renacimiento aparecen encarnando a los sabios griegos, quienes son presentados escribiendo, dialogando, dibujando, filosofando....

A Euclides lo reencarna el arquitecto Angelo Bramante (Urbino, 1444-1514), maestro y protector de Rafael Sanzio. En el centro están Platón y Aristóteles, el primero representado por la figura de Leonardo da Vinci. Apoyado en una mesa de piedra se puede ver al filósofo Heráclito, que algunos aseguran que es Miguel Ángel, en particular por las botas de piel que se dice nunca se quitaba.



*Platón*

*Detalle de la Escuela de Atenas*



*Autorretrato*

Leonardo da Vinci. (1512)

Rafael expresa en este trabajo la concepción propiamente renacentista de la obra artística entendida como lo expresó Leon Battista Alberti en 1535, el primer teórico del arte pictórico, como un discurso mental, no sólo traducido de forma visible sino también como búsqueda de la “**idea**”. **Se ha interpretado a *La Escuela de Atenas*** como una representación de las siete artes liberales:

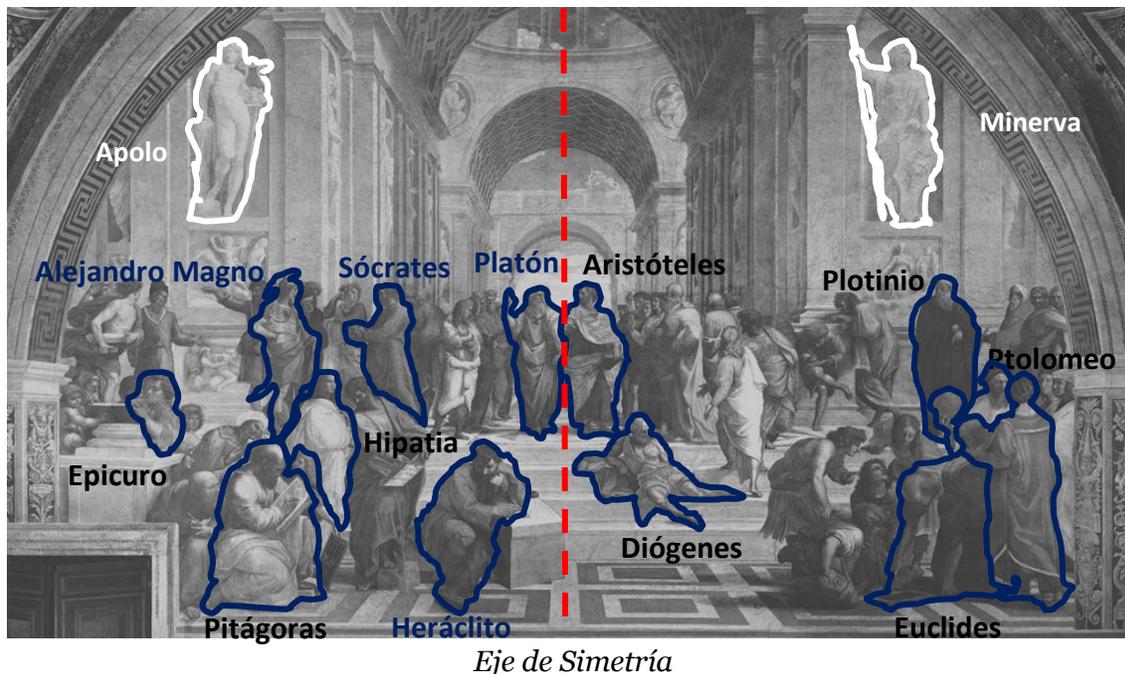
Gramática, Aritmética y Música ----- A la Izquierda

Geometría y Astronomía ----- A la Derecha

Retórica y Dialéctica ----- Al centro, en lo alto de la escalinata

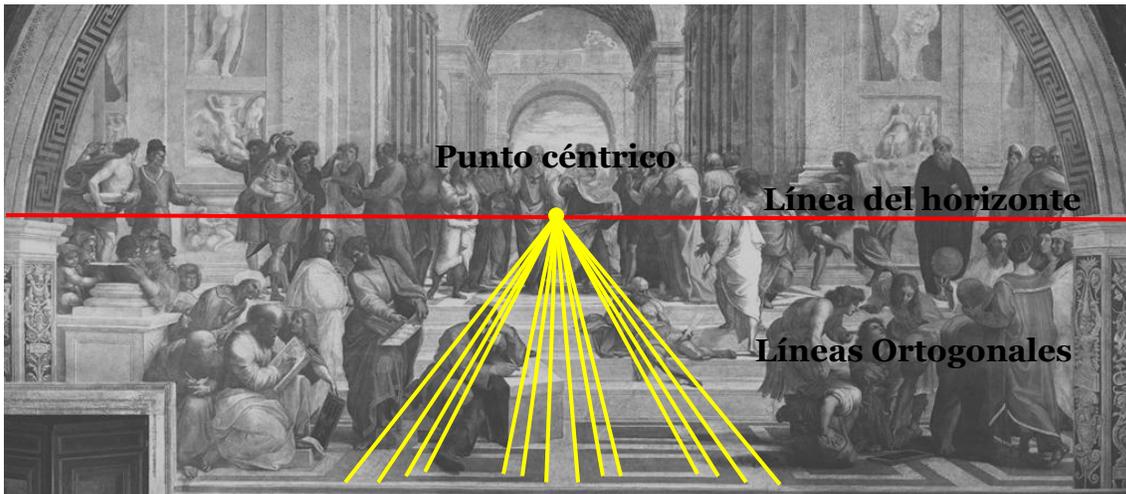
*La Escuela de Atenas* es una de las imágenes más grandiosas de la pintura italiana. Rafael ubica la escena en un templo romano, sobre la base de una construcción geométrica a la manera de una perspectiva con un punto de fuga. Recurre al uso del piso de baldosas cuadradas como referente tanto para asignar el tamaño de cada uno de los 58 personajes presentes en relación con su ubicación, como el de los elementos arquitectónicos tales como molduras, columnas, bóvedas acanaladas, estatuas y nichos.

La composición muestra una gran simetría y los personajes presentes están ubicados buscando un equilibrio en la composición general del cuadro. También se puede apreciar al fondo una luz diáfana que en parte ilumina el espacio físico de la escena en general, aportando elementos que resaltan la profundidad y proporcionen un mayor realismo.



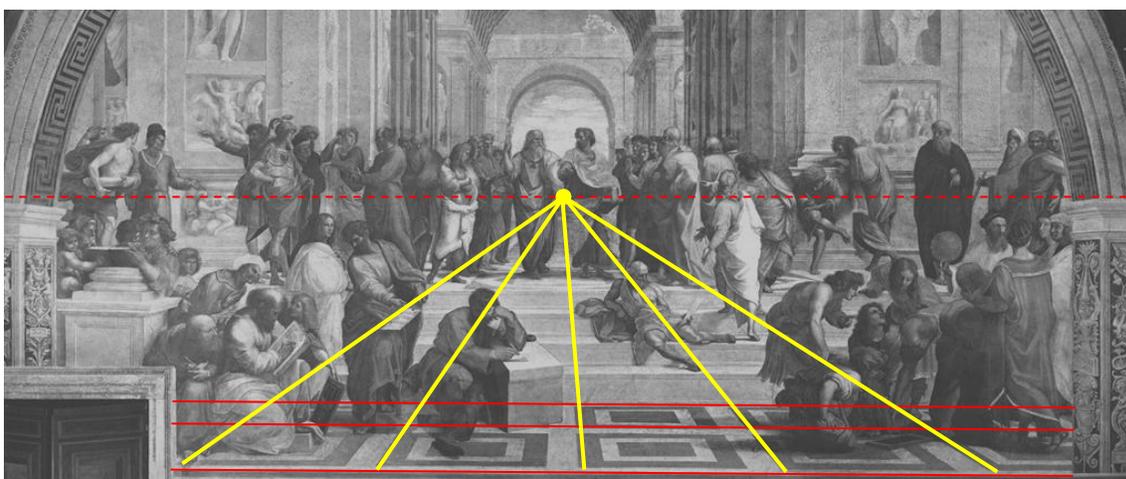
**Fig. 1** Platón y Aristóteles se ubican en la zona central de la escena, a cada lado del eje de simetría del espacio arquitectónico.

Para poder apreciar la construcción geométrica del piso de baldosas, se trazan las líneas ortogonales a la dimensión transversal del piso. El punto donde todas éstas coinciden corresponde al punto céntrico o punto de fuga.



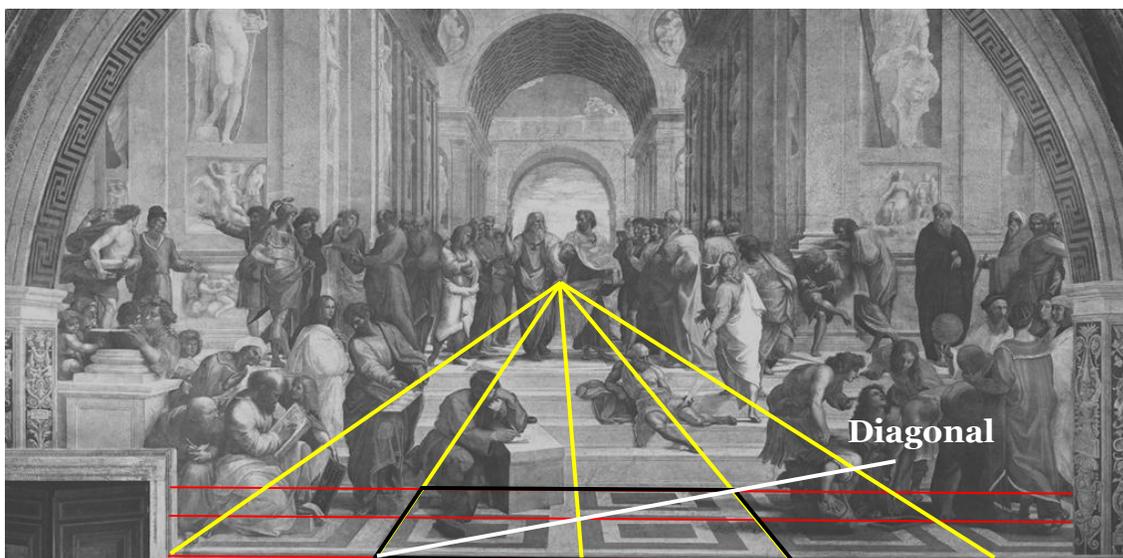
**Fig. 2** La línea paralela a la dimensión transversal del piso que pasa por el punto céntrico es la línea del horizonte.

Tomando sólo los cuadros mayores del piso se puede observar el trazo del piso dibujando las líneas ortogonales y las transversales.



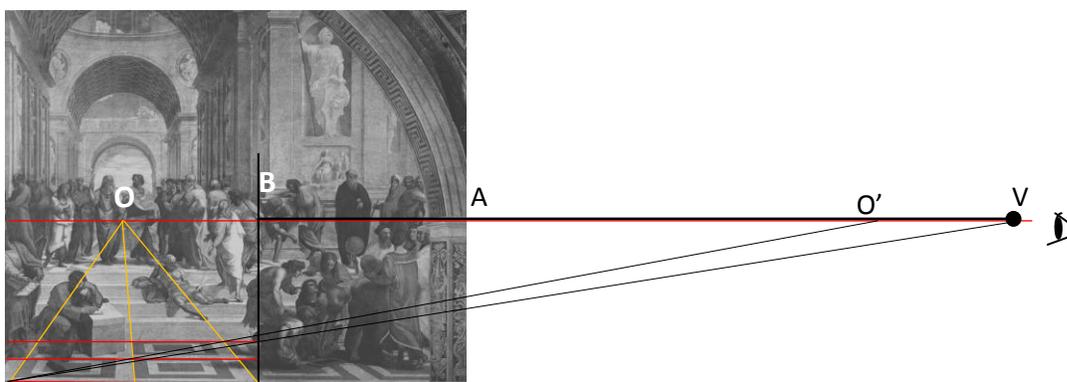
**Fig. 3** Con el cuadrículado del piso se puede apreciar que el punto céntrico coincide con el punto medio de la línea del horizonte.

Usando la prueba de la diagonal, propuesta por Alberti, se puede observar que la construcción es correcta.



**Fig. 4** Tomando el trapecio central, su diagonal coincide con la diagonal de los cuadros que atraviesa.

Suponiendo el uso de la construcción de Piero della Francesca, a partir del trapecio central se puede determinar el punto de distancia, el cual se encuentra sobre la línea del horizonte. Se requiere trazar una vertical con pie en el vértice inferior derecho del trapecio.



**Fig. 5** El punto O corresponde al *punto céntrico*, el punto V marca la distancia AV que corresponde a la distancia desde la base del cuadro hasta la base del pie del observador.

Considerando que las dimensiones reales del fresco son 5 m de alto por 7.7 m de base, mediante la teoría de proporciones se deduce que físicamente la distancia OA corresponde a 3.85 m. En la Figura 3 se tiene que OA mide 4.58 cm, y AV, que corresponde a la distancia del observador al cuadro, mide 10.4 cm. Recurriendo a las proporcionalidades que se muestran en esta construcción se obtiene la distancia real en la que se ubica al espectador.

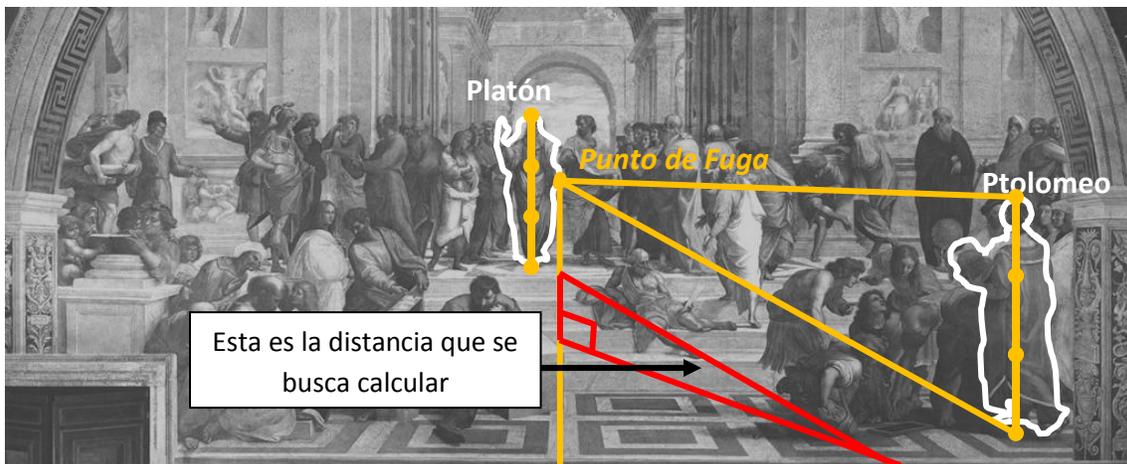
$$\frac{4.58\text{cm}}{3.85\text{m}} = \frac{10.4\text{cm}}{\text{distancia del espectador real}}$$

por lo que

$$\text{distancia del espectador real} = \frac{3.85\text{m} \times 10.4\text{cm}}{4.58\text{cm}} = 8.74\text{m}$$

El espectador ideal se ubica a 8.74m del fresco.

La construcción geométrica permite determinar la distancia que existe entre los diversos elementos que se pueden apreciar en el fresco. Por ejemplo, si se quiere calcular la distancia desde donde se inicia la escena a donde se ubican Platón y Aristóteles, esto se puede hacer si se supone que Ptolomeo y Platón miden ambos 3 *braccia*, la medida que el Renacimiento asignaba al hombre ideal.



**Fig. 6** En esta imagen Platón mide 2.02 cm y Ptolomeo 3.15 cm, por lo que la proporción con que disminuyó la altura con que se representan ambos personajes es  $\frac{2.02}{3.15} = 0.64$ .

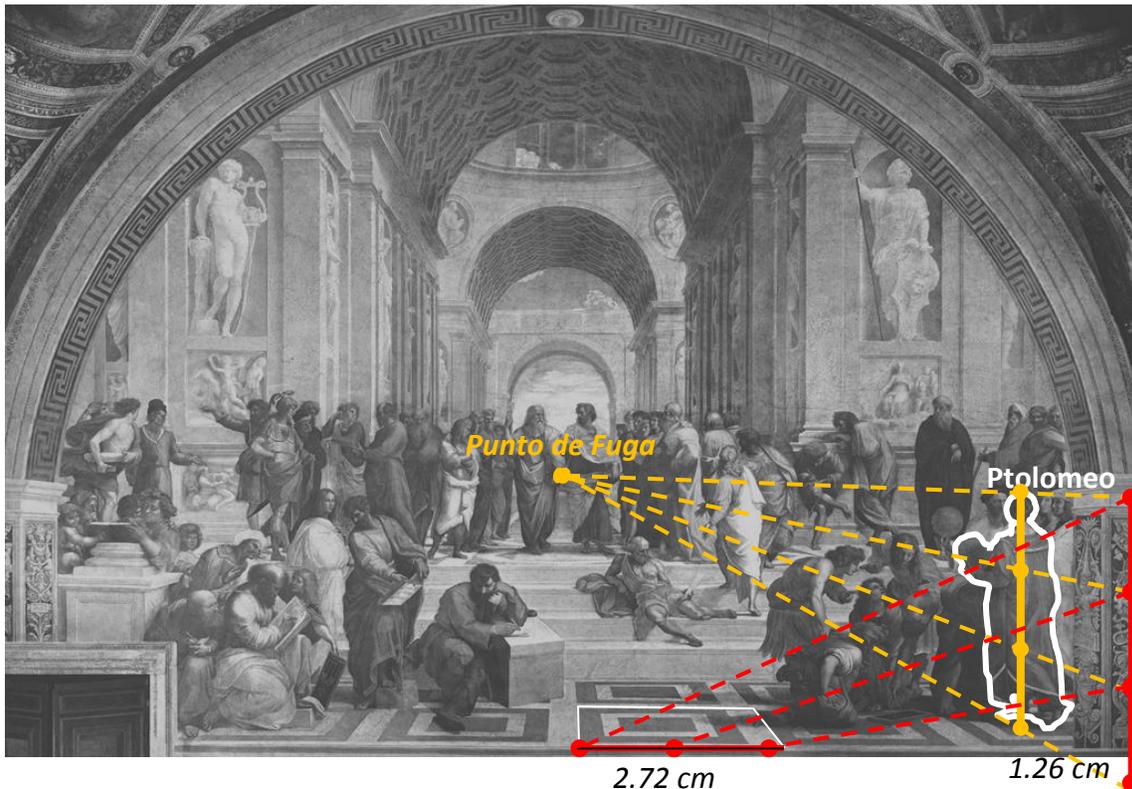
El siguiente paso para poder determinar la distancia a la que se encuentra Platón y Aristóteles de la base de la baldosa más cercana al espectador, es medir una de las baldosas tomando como referente las *braccia* correspondiente a la altura de Ptolomeo, la que se proyecta sobre el lado derecho del fresco. Con ello se determina el tamaño correspondiente de las *braccia* en el primer plano, con la que se hace la medición de una de las baldosas correspondientes al inicio del piso.

En el siguiente gráfico, un *braccio* mide 1.26 cm y la base de la baldosa 2.72 cm, aplicando proporciones se tiene

$$\frac{1 \text{ braccio}}{1.26 \text{ cm}} = \frac{\text{base de la baldosa}}{2.72 \text{ cm}}$$

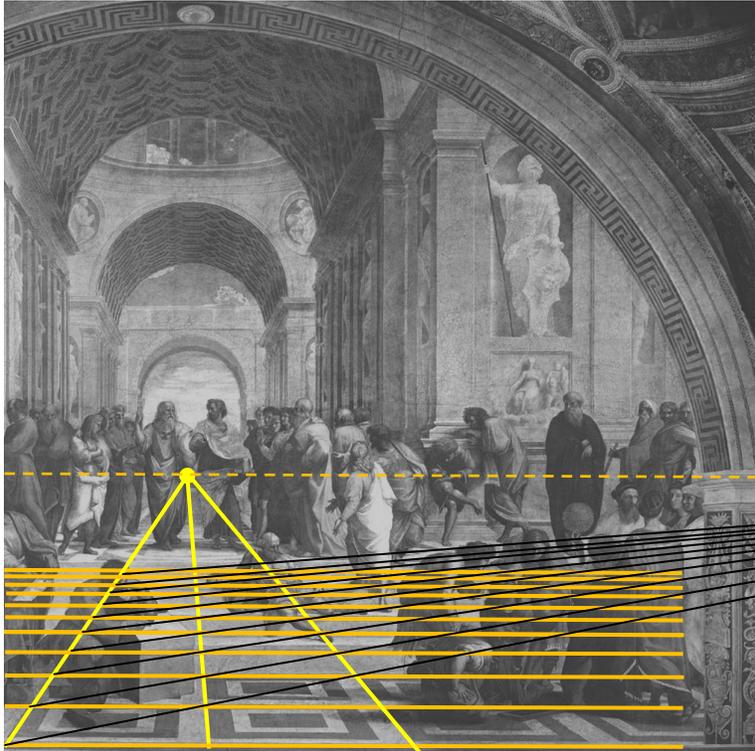
de donde

$$\text{base de la baldosa} = \frac{(1 \text{ braccio})2.72 \text{ cm}}{1.26 \text{ cm}} = 2.15 \text{ braccia}$$



**Fig. 7** Cada baldosa mide 2.15 *braccia* de cada lado.

Ahora se procederá a contar cuántas baldosas hay entre el inicio del fresco hasta donde se encuentran Platón y Aristóteles. Para ello se utiliza la construcción geométrica del piso cuadrículado.



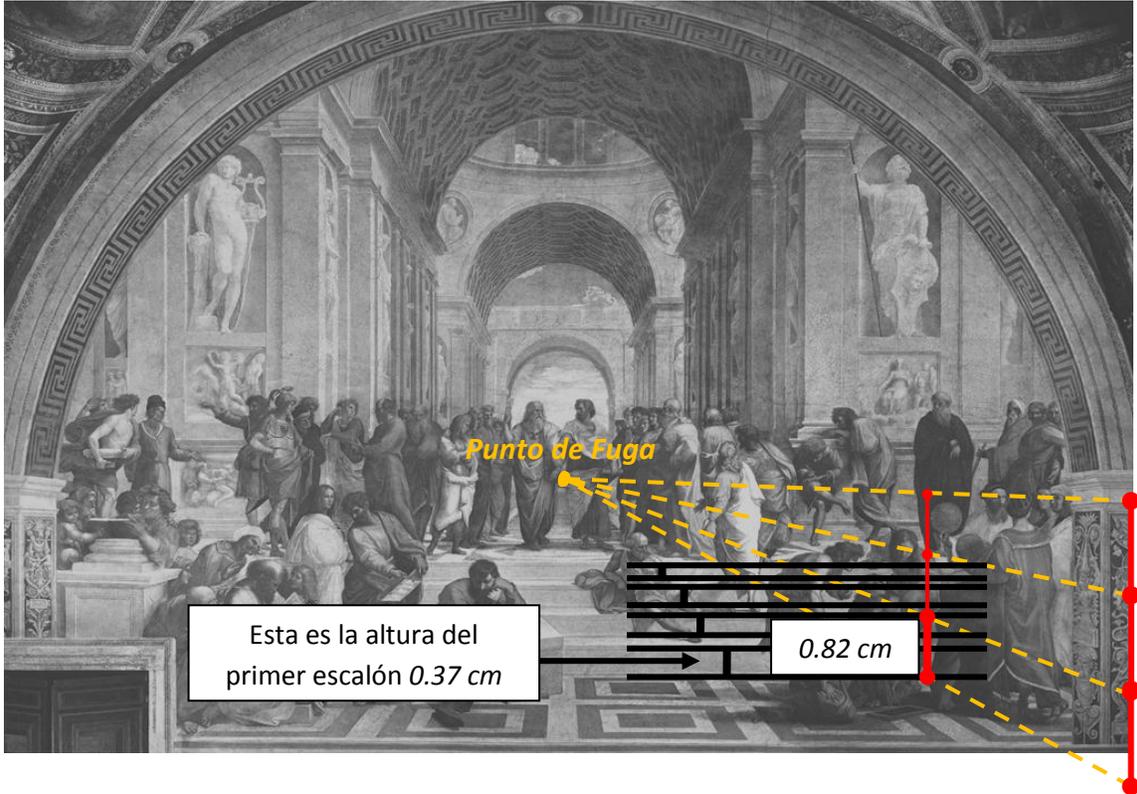
**Fig. 8** Son 10 baldosas en perspectiva las que se cuentan, cada una de 2.15 *braccia* por lado, es decir que la distancia buscada corresponde a 21.5 *braccia*, sin considerar la escalinata.

Para calcular las dimensiones de la escalinata, se toma como referencia los *braccia* medidos en el lado derecho del fresco y se hace una proyección desde el punto de fuga. A la altura del primer escalón resulta ser de 0.37 cm y un *braccio* corresponde a 0.8 cm. Utilizando proporciones se tiene que la altura del escalón es de 0.46 *braccio*.

$$\frac{1 \text{ braccio}}{0.8 \text{ cm}} = \frac{\text{altura del escalón}}{0.37 \text{ cm}}$$

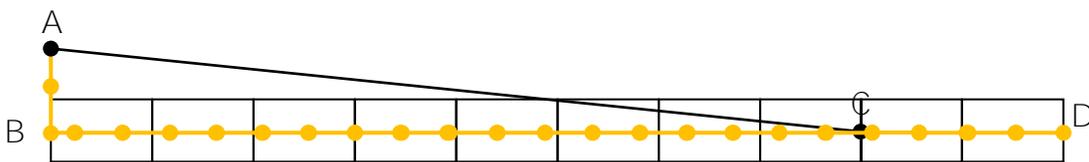
lo que implica que

$$\text{altura del escalón} = \frac{(1 \text{ braccio})0.37 \text{ cm}}{0.8 \text{ cm}} = 0.46 \text{ braccia}$$



**Fig. 9** La altura de cada escalón corresponde a 0.46 *braccio*; contando 4 escalones, en total son 1.84 *braccia* los que corresponden a la altura de la escalinata

Para plantear la situación a la que da lugar la escalinata se puede utilizar la siguiente construcción:



**Fig. 10** La escalera inicia a partir de la segunda baldosa CD, con aproximadamente 4.3 *braccias*. A BC le corresponden 8 baldosas, es decir, 17.2 *braccia* en total. Y finalmente AB, la altura de la escalinata, es de 1.84 *braccia*.

Aplicando el teorema de Pitágoras se obtiene la longitud de la escalinata, correspondiente al segmento AC.

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{1.84^2 + 17.2^2} = \sqrt{3.3856 + 295.84} = \sqrt{299.2256} = 17.29$$

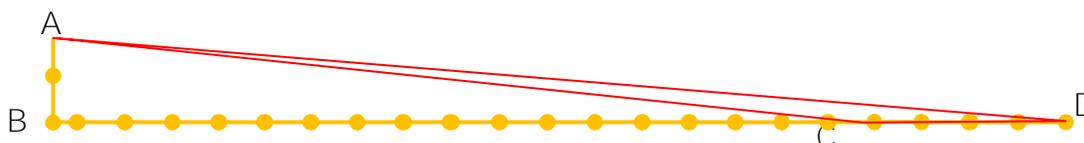
Usando razones trigonométricas se calcula el ángulo  $\sphericalangle ACB$

$$\sphericalangle ACB = \tan^{-1}\left(\frac{AB}{BC}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1.84}{17.2}\right) = \tan^{-1}(0.10697) = 6.10^\circ$$

Por ángulos suplementarios

$$\sphericalangle DCA = 180^\circ - 6.10^\circ = 173.90^\circ$$

Retomando la construcción de la Figura 10, tenemos que la distancia desde el inicio de la escena hasta donde se encuentran Platón y Aristóteles es precisamente AD



**Fig. 11** La distancia que se busca corresponde al segmento AD.

Utilizando la Ley de los cosenos se obtiene la longitud de AD

$$\begin{aligned} AD &= \sqrt{AC^2 + CD^2 - 2(AC)CD\cos\sphericalangle DCA} \\ &= \sqrt{17.29^2 + 4.3^2 - 2(17.29)4.3\cos 173.90^\circ} \\ &= \sqrt{298.9441 + 18.49 - 148.694(-0.9943)} \\ &= \sqrt{317.4341 + 147.84644} = \sqrt{465.28054} = 21.570362 \end{aligned}$$



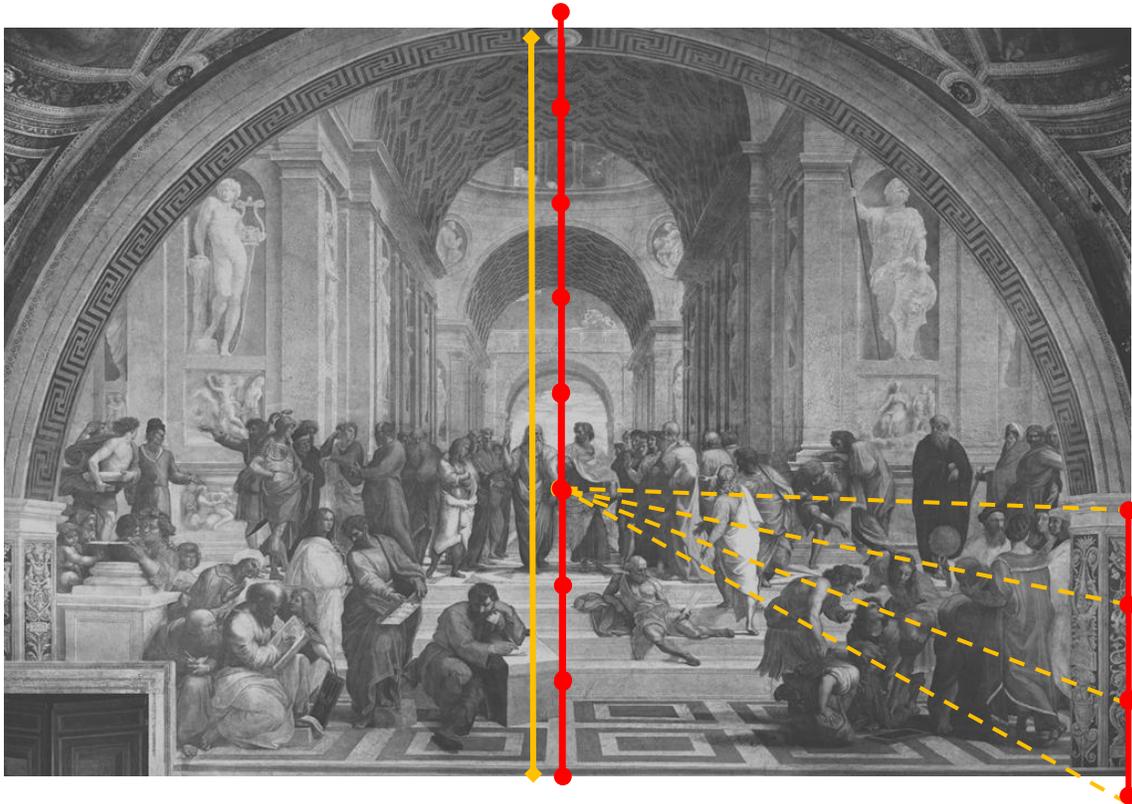
**Fig. 12** Platón y Aristóteles están a 21.57 *braccia* del inicio de la escena.

Usando la medida del *braccio* lateral, que es de 1.26 cm, se puede determinar la altura del primer arco con respecto a la parte inferior de la escena hasta el punto central del primer arco. En la imagen corresponde a 9.79 cm. Aplicando proporciones se tiene que

$$\frac{1 \text{ braccio}}{1.26 \text{ cm}} = \frac{\text{altura del arco}}{9.79 \text{ cm}}$$

de donde

$$\text{altura del arco} = \frac{(1 \text{ braccio})9.79 \text{ cm}}{1.26 \text{ cm}} = 7.76 \text{ braccia}$$



**Fig. 13** La altura del fresco corresponde a la altura del primer arco, 7.76 *braccia*, alrededor dos personas y media de altura.

La estructura geométrica – es decir, las mediciones de sus elementos – sobre la cual está realizada toda la escena de *La Escuela de Atenas* permite tener un mayor realismo y conocimiento de la obra, al identificarla como un todo y no como un conjunto de elementos sin conexión entre ellos. Y eso es precisamente lo que perseguía la técnica de representación en perspectiva: la escena representada es un espacio sistema, en el cual los objetos ocupan posiciones precisas unos con respecto a otros y se organizan de un modo ordenado y unitario. Es como si el espacio fuera un receptáculo tridimensional, homogéneo, anisótropo e infinito. Para representarlo correctamente conviene recurrir a la geometría. Y la geometría da armonía, unidad y totalidad.

# Conclusiones

La pintura es un arte que ha acompañado al hombre a lo largo de toda su historia, siendo un medio de expresión de sus pensamientos, avances y logros, y por ende una manifestación en sí misma de la evolución del ser humano.

Desde un inicio se presentó la inquietud de presentar la realidad del entorno con toda fidelidad. Este reto que implicó establecer diversas reglas y estrategias para producir la sensación del espacio tridimensional en el plano pictórico, es decir, pasar de las dos dimensiones (ancho y largo) que existen en sí en el plano, a la tercera, lo cual conlleva crear el efecto de la profundidad.

En la época de los griegos se tienen avances importantes que permiten a los pintores lograr una reproducción fiel de la realidad que perciben y plasmarla en el lienzo, basándose en el estudio de la geometría y la óptica. Sin embargo, estos avances se pierden a fines de la Antigüedad y, posteriormente, durante el Medioevo predomina la representación simbólica inspirada por el cristianismo.

En el Renacimiento, particularmente en Italia, surge la corriente cultural hoy **conocida como “humanismo”, la cual retoma los tratados y escritos de los filósofos** y pensadores de la antigua Grecia y de Roma, cuestionando los principios y reglas que durante la Edad Media habían determinado el desarrollo de la pintura.

Los pintores pasan de ser meros artesanos, reproductores de las técnicas de los maestros, a tener una formación académica: estudian geometría, anatomía, la fisiología del ojo, la naturaleza y física de la luz, desarrollan estrategias para crear la sensación de lejanía o profundidad en sus obras, surgiendo así diferentes convenciones de representación inspiradas en los propósitos y efectos que se

buscaban producir en un espectador. Estas convenciones o **“técnicas” hoy reciben** nombres como Perspectiva menguante (Caballera, Aérea, Atmosférica), Perspectiva Teológica y Perspectiva Axonométrica (Central y Lineal). De ellas la que me propuse estudiar fue la llamada **“perspectiva lineal”, pues fue su inserción en la** pintura la que provocó una revolución cultural que para algunos es la primera semilla de la revolución científica de los siglos posteriores.

A finales del siglo XIV y principios del siglo XV se desarrolla el modelo geométrico correspondiente a la perspectiva lineal, siendo postulado originalmente por Leon Battista Alberti en su libro *De Pictura* (1435) y retomado posteriormente por Piero della Francesca en su tratado *De prospectiva pingendi* (redactado aproximadamente en 1465, aunque no publicado sino siglos después).

Alberti propone una construcción geométrica para el trazo de un piso cuadrulado en perspectiva. Sin embargo no da mayores explicaciones teóricas y lo deja en un plano práctico. De cualquier manera proporciona una especie de prueba para verificar que el trazo logrado fuera el correcto.

Piero della Francesca retoma el trabajo de Alberti, generando una construcción **más “económica”, y se da a la tarea de demostrar formalmente la validez de la** construcción.

Retomar la construcción geométrica de la perspectiva lineal permite utilizar diversos elementos y resultados geométricos, todos ellos considerados en los planes de estudio del bachillerato, y que van desde los elementos básicos de la geometría hasta los principios de semejanza y proporcionalidad.

La geometría como un fundamento de la construcción en perspectiva en una pintura permite ir desde las construcciones con regla y compás, retomar temas como la semejanza de triángulos, resolución de triángulos rectángulos (teorema de

Pitágoras y razones trigonométricas) hasta la aplicación de las leyes de senos y de cosenos.

**El análisis geométrico de la “perspectiva” en diferentes obras del periodo del Renacimiento** permite mostrarles a los estudiantes de bachillerato otra visión de las matemáticas, pues su aplicación en la pintura constituye un recurso que permite recrear la realidad de lo que se observa, en una forma clara y precisa, fundamentada y coherente con lo que se percibe visualmente.

La geometría pasa a ser un instrumento que permite apreciar en forma más integral y armónica el plano pictórico, como un espacio unificado, en el que los elementos representados están relacionados (proporcionalmente) unos con otros, en función de su ubicación y las distancias existentes entre ellos, definiendo los tamaños relativos con que son percibidos dentro de la composición de la obra.

# Fuentes de Consulta

- Alberti, Leon Battista, *De pictura* (en latín 1435), *Della pittura* (en italiano, 1436), *De la pintura*, en español, con Introducción y notas de J. V. Field y estudio introductorio y traducción de J. Rafael Martínez, Colección Mathema, México: Facultad de Ciencias, UNAM, 1996.
- Alberti, Leon Battista. *Tratado de pintura*. Traducción al español a partir de la versión inglesa de John R. Spencer por Carlos Pérez Infante. Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Azcapotzalco. México 1998.  
[https://zaloamati.azc.uam.mx/bitstream/handle/11191/2435/Tratado\\_de\\_pintura\\_BAJO\\_Azcapotzalco.pdf](https://zaloamati.azc.uam.mx/bitstream/handle/11191/2435/Tratado_de_pintura_BAJO_Azcapotzalco.pdf)
- Aumont, Jacques. *La imagen*. Ed. Paidós, Barcelona 2007.  
<https://pvunoserranogomez.files.wordpress.com/2013/04/la-imagen.aumont1.pdf>
- Bryson, Norman. *Tradición y Deseo de David a Delacroix*. Traducción de Alfredo Brotons Muñoz. Edición original publicada por Cambridge University Press 1984. Ediciones Akal, S.A. 2002, Madrid España.
- Bryson, Norman. *Vision and Painting, The Logic of the Gaze*. Yale University Press. New Haven and London, 1983.
- Casalderrey, Francisco Martín. *Piero della Francesca y el engaño de los ojos*. Revista *Suma* No. 61, Junio 2009.  
<https://revistasuma.es/IMG/pdf/61/063-070.pdf>

- De Mesa Gisbert, Andrés. *El “Fantasma” del punto de fuga en los estudios sobre la sistematización geométrica de la pintura del siglo XIV*.  
Universidad Politécnica de Catalunya.  
<https://www.raco.cat/index.php/Dart/article/download/100253/150942>
- Del Rincón, Jesús María. *La Leyenda de Zeuxis y Parrasio*. Temas de Interés/ARTE  
[https://www.galenusrevista.com/La-Leyenda\\_de-Zeuxis-y-Parrasio.html](https://www.galenusrevista.com/La-Leyenda_de-Zeuxis-y-Parrasio.html)
- Elkins, James. *Renaissance Perspectives*. Journal of the History of Ideas. Vol. 53, No.2, Apr.-Jun., 1992
- Etayo Gordejuela, Miguel y Fernando. *Hasta el infinito y más allá*. Ediciones de la Universidad de Cantabria. D.L. Santander, 2011.
- Exposición Virtual, Biblioteca Nacional de España.  
<http://www.bne.es/es/Micrositios/Exposiciones/Leonardo/Exposicion/Seccion4>
- Fernández Sánchez, Manuel Carlos. *Imágenes en tres dimensiones*. Universidad de Sevilla. Revista Ámbitos No.3-4. 2000
- Field, J. V. *Alberti, the Abacus and Piero della Francesca’s proof of Perspective*. Renaissance Studies Vol. II No.2. The Society for Renaissance Studies, Oxford University Press, 1997.
- Field, J. V. *Piero della Francesca and the “Distance Point Method” of perspective construction*. Birkbeck College, University of London, 1995.

- Jean Gimpel. *The Cult of Art: Against Art and the Artists*. Stein & Day. 1969.
- Martínez Enríquez, José Rafael. *¿Con qué vara medirás la inmensidad? la ilusión del espacio en el Renacimiento*. Revista *Ciencias*, Abril-Septiembre 2014, pp. 4-19.
- Maza Gómez, Carlos. *El dibujo del embaldosado: un ejemplo de matematización*. Revista *Suma* No. 21, Febrero 1996.  
<https://revistasuma.es/IMG/pdf/21/089-096.pdf>
- Panofsky, Erwin. *La Perspectiva como "Forma Simbólica"*. Ed. Tusquets, Barcelona, 1999.
- Poggeler Otto, *Martin Heidegger, en el camino de pensar*. Trad. Duque Pajuelo. Ed. Alianza. Madrid, 1986.
- Sáiz Pardo, Adrián. *Perspectiva Lineal en Brunelleschi*. Universidad de Valencia.  
<http://www.uv.es/mahiques/ENCICLOPEDIA/BRUNELLESCHI/perspectiva.pdf>
- Yates, Frances. *El arte de la memoria*. Ed. Siruela. Madrid, 2005.