



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO**

---

---

**FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES  
ZARAGOZA**

**EVALUACIÓN EXPERIMENTAL DE LA VISCOSIDAD  
EXTENSIONAL UNIAXIAL A PARTIR DE UN FLUJO  
CONTRACCIÓN-EXPANSIÓN RECTANGULAR  
EMPLEANDO FLUIDOS VISCOELÁSTICOS  
COMPLEJOS.**

**TESIS**

**PARA OBTENER EL TITULO DE INGENIERA  
QUIMICA, PRESENTA:**

**QUEZADA PÉREZ ANA PAULINA**

**ASESOR:  
DR. MARIANO PÉREZ CAMACHO**



**CIUDAD DE MÉXICO, 2017**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

FACULTAD DE ESTUDIOS  
SUPERIORES "ZARAGOZA"

DIRECCIÓN

JEFE DE LA UNIDAD DE ADMINISTRACIÓN  
ESCOLAR  
PRESENTE.

Comunico a usted que al alumno(a) **Quezada Pérez Ana Paulina**, con número de cuenta **30319955-5** de la carrera **Ingeniería Química**, se le ha fijado el día **17** del mes de **Marzo** de **2017** a las **15:00 horas** para presentar su examen profesional, que tendrá lugar en la sala de exámenes profesionales del Campus II de esta Facultad, con el siguiente jurado:

PRESIDENTE	M. EN I. ESTEBAN MINOR PÉREZ
VOCAL	DR. MARIANO PÉREZ CAMACHO
SECRETARIO	DRA. BLANCA ESTELA GARCÍA ROJAS
SUPLENTE	M. EN C. YENNIFER PAOLA ARAUZ TORRES
SUPLENTE	M. EN I. FRANCISCO JAVIER ALMAZÁN RUÍZ

*[Firma manuscrita]*  
 \_\_\_\_\_  
**HORADO PÉREZ CAMACHO**  
 \_\_\_\_\_  
*[Firma manuscrita]*  
 \_\_\_\_\_  
*[Firma manuscrita]*  
 \_\_\_\_\_

El título de la tesis que se presenta es: "Evaluación experimental de la viscosidad extensional uniaxial a partir de un flujo contracción-expansión rectangular empleando fluidos viscoelásticos complejos".

Opción de Titulación: Convencional

ATENTAMENTE  
"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"

México, D. F. a 02 de Marzo de 2017.

*[Firma manuscrita]*  
 DR. VÍCTOR MANUEL MENDOZA NUÑEZ  
 DIRECTOR

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES "ZARAGOZA"  
 I. Q. DOMINGA OLIVERA BAUTISTA  
 JEFA DE LA CARRERA DE I. Q.

RECIBI  
 OFICINA DE EXÁMENES PROFESIONALES  
 Y DE GRADO

## Agradecimientos:

- Principalmente a Dios, por permitirme culminar esta etapa de mi vida. Y por no olvidarse de mi a pesar que yo muchas veces me he olvidado de él.
- A la Universidad Nacional Autónoma de México, por ser mi segunda casa y darme todas las herramientas para crecer profesionalmente. Pertener a la máxima casa de estudios es mi más grande orgullo.
- A la Facultad De Estudios Superiores Zaragoza y a la Carrera de Ingeniería Química, por ponerme a prueba en toda mi formación académica y hacerme crecer como persona.
- Al Dr. Mariano Pérez Camacho, que sin su ayuda, éste proyecto de vida no hubiera sido posible. Por la confianza que tuvo en mí para poner en mis manos éste trabajo. Gracias no solo por ser mi profesor, si no muchas veces por ser un amigo y brindarme apoyo. Estaré siempre en deuda.
- Al Dr. Edson Emilio Herrera Valencia, porque a pesar de jamás haber tenido la oportunidad de ser su alumna, la ayuda que brindó al proyecto me dio el placer de conocerlo como profesor y hacer más ameno la realización de este trabajo.
- Al M. en I. Esteban Minor Pérez, a la Dr. Blanca Estela García Rojas, a la M. en C. Yennifer Paola Arauz Torres y al M. en I. Francisco Javier Almazán Ruíz, por el tiempo cedido para el mejoramiento de éste trabajo.
- **Al Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (PAPIIT) de la UNAM <<IN115615>> Fenómenos de Transporte y Reología de Fluidos Complejos Aplicados a Sistemas Biológicos. Y al Programa de Apoyo a Proyectos para la Innovación y Mejoramiento de la Enseñanza (PAPIME) <<PE112716>> Material didáctico Teórico, protocolos experimentales y aula virtual de las materias de Fenómenos de Transporte (cuarto semestre) y Transferencia de Masa (Séptimo Semestre) correspondientes a los ciclos intermedio y terminal de la carrera de Ingeniería Química.**

## Dedicatorias:

Todo esto no es más que la suma del esfuerzo de las dos personas más importantes en mi vida, mis padres. Que solo han dado lo mejor de sí para ofrecernos las oportunidades de ser mejores personas a mis hermanas y a mí. Y la culminación de este proyecto de vida solo fue posible gracias a ellos.

A mi madre **Ana Bertha**, por ser mi ejemplo de superación. Gracias por el apoyo, las pláticas y los regaños que han servido para forjar la persona que soy hoy. Sabes que sin tu apoyo no sería nada. Y agradezco a Dios por darme a una mamá con mucho carácter de quien aprender. Mi cariño por ti es inmenso.

A mi padre **Bernabé**, que siempre has estado detrás de mí para superarme profesionalmente. Eres un ser digno de admiración y sabes que todo esto es para remunerar un poco todo el esfuerzo que has puesto en mí, espero que te sientas orgulloso. Te quiero mucho Chinito.

A **Argelia**, que no solo eres una hermana sino que también eres una amiga. Tú eres la persona que me ha hecho crecer profesionalmente con su ejemplo. Tú siempre serás mi modelo a seguir. Tanto tú como **Alejandro** son personas que me han mostrado que con esfuerzo y dedicación todo se puede. Son un orgullo para la familia.

A **Irlanda**, por enseñarme que a pesar de todas las dificultades se puede salir adelante. Y por ser un ejemplo de esfuerzo sin importar las circunstancias. Gracias por apoyarme en momentos difíciles.

A **Karen, Kenia y Valeria**, que son las personas por las que quiero seguir superándome. Por ustedes quiero ser una mejor persona y un ejemplo a seguir. Cada una tiene todo lo que se necesita para superarse en la vida. Gracias por ser las personitas que muchas veces alegraron mis días, a todas las quiero muchísimo.

A **Christian**, "*my partner in crime*". Desde que llegaste solo me has dado muchos momentos de felicidad. Gracias por no dejar que perdiera la cordura y levantarme cuando más lo necesitaba. Has llenado de música y de suerte mi vida. Estaré para ti siempre como tú lo has hecho para mí.

A **Adriana**, que eres mi mejor amiga y que a pesar de no conocernos desde el principio te convertiste en mi apoyo y mi confidente. Gracias por estar detrás de mí todo momento para poder terminar la carrera.

A **Hiram**, que es el mejor amigo que la carrera me dio. Eres un soporte importante y que gracias a ti pude salir adelante cuando se veía todo perdido. Sabes que no hubiera podido llegar hasta aquí sin tu ayuda. Te estaré agradecida eternamente.

A **Gerardo González**, que siempre fuiste un gran amigo, a ti te debo el haberme enseñado cuando tenía dudas y que aprendí de ti a valerme por mi misma.

A **Ramón**, que a pesar de que la vida separo nuestros caminos, estuviste ahí desde un comienzo, eres la persona más brillante que conozco y que mucho de lo que soy ahora es gracias a ti.

Gracias a cada una de las personas con las que curse esta travesía, cada uno dejo huella en mí, Miguel Alejandro, Dulce, Osvaldo, Ernesto, Silvino, Gonzalo, Viridiana, Jonathan. Y faltan muchos más por nombrar, aun así saben que de todos me llevo muy buenos recuerdos. A todos Gracias.

## Índice

<b>Simbología</b> .....	<b>1</b>
<b>Resumen:</b> .....	<b>4</b>
<b>Planteamiento del problema:</b> .....	<b>5</b>
<b>Objetivos:</b> .....	<b>5</b>
<b>Hipótesis:</b> .....	<b>5</b>
<b>Capítulo 1 ANTECEDENTES DE LOS FLUJOS EN CONTRACCIÓN</b> .....	<b>6</b>
<b>1.1 Introducción</b> .....	<b>6</b>
1.1.1 Contracción simple y contracción/expansión .....	6
1.1.2 Longitudes características durante la formación de vórtices. ....	8
1.1.3 Antecedentes. ....	10
<b>1.2 Fundamentos Teóricos</b> .....	<b>17</b>
1.2.1 Introducción.....	17
1.2.2 Flujo extensional uniaxial. ....	17
1.2.3 Flujo Cortante Simple.....	21
1.2.4 Comportamiento de un Fluido Newtoniano en una Rendija .....	26
1.2.5 Comportamiento de un Fluido a través de un Sistema de Flujo contracción/expansión rectangular.....	27
<b>1.3 Ecuaciones Constitutivas</b> .....	<b>30</b>
1.3.1 Modelo Bautista-Manero-Puig.....	30
1.3.2. Modelo Oldroyd B.....	35
1.3.3 Modelo de la Mancuerna (FENE-CR).....	36
1.3.4 Desarrollo del modelo FENE-CR Para el caso de un flujo extensional uniaxial <sup>40</sup>	
<b>Capítulo 2 DESARROLLO EXPERIMENTAL</b> .....	<b>43</b>
<b>2.1 Introducción</b> .....	<b>43</b>
<b>2.2 Equipo Experimental</b> .....	<b>44</b>
2.2.1 Descripción del equipo .....	44
2.2.2 Zona de suministro del fluido .....	45
2.2.3 Zona de prueba .....	45
2.2.4 Zona de control electrónico .....	47
2.2.5 Zona de recolección del fluido .....	48
<b>2.3 Fundamentos Teóricos</b> .....	<b>48</b>
2.3.1 Preparación de soluciones .....	48

• Solución Hase al 2.5%.....	48
• Solución de Boger .....	49
<b>2.4 Reología de las Soluciones .....</b>	<b>51</b>
2.4.1 Solución de Hase al 2.5% en peso.....	51
2.4.2 Reología oscilatoria.....	54
2.4.3 Reología extensional.....	54
2.4.4 Solución de Boger .....	55
<b>2.5 Evaluación Experimental de la Caída de Presión .....</b>	<b>57</b>
2.5.1 Calibración de los sensores .....	57
<b>2.6 Caídas de Presión.....</b>	<b>61</b>
2.6.1 Caída de Presión Total.....	62
<b>2.7 Operación del Equipo.....</b>	<b>63</b>
2.7.1 Calibración de los Sensores en el Equipo .....	63
2.7.2 Llenado del Equipo .....	63
<b>2.8 Corridas Experimentales.....</b>	<b>64</b>
<b>2.9 Visualización de Vórtices.....</b>	<b>65</b>
<b>Capítulo 3 ANÁLISIS DE RESULTADOS EXPERIMENTALES .....</b>	<b>68</b>
<b>3.1 Análisis de la Dinámica de Flujo .....</b>	<b>68</b>
3.1.1 Relación de Contracción 2:1:2.....	68
3.1.2 Relación de Contracción 4:1:4.....	72
3.1.3 Relación de Contracción 6:1:6.....	75
3.1.4 Relación de Contracción 8:1:8.....	78
3.1.5 Relación de Contracción 10:1:10.....	81
<b>3.2 Análisis de la trayectoria de la viscosidad extensional.....</b>	<b>84</b>
3.2.1 Contracción 2:1:2.....	84
3.2.2 Contracción 4:1:4 .....	85
3.2.3 Contracción 6:1:6.....	86
3.2.4 Contracción 8:1:8.....	88
3.2.5 Contracción 10:1:10.....	89
<b>Capítulo 4 CONCLUSIONES .....</b>	<b>90</b>
<b>Anexos .....</b>	<b>92</b>
<b>Apéndice A.....</b>	<b>92</b>
<b>Apéndice B.....</b>	<b>96</b>
<b>Referencias.....</b>	<b>99</b>

## Índice de Imágenes

• Fig. 1.1.1-1	Esquemas del flujo en contracción simple y contracción/expansión axisimétrica.....	6
• Fig. 1.1.1-2.	Formación de vórtices en un flujo en contracción simple y en contracción/expansión.....	8
• Fig. 1.1.2-1	Diferentes tipos de vórtices.....	9
• Fig. 1.1.3-1	Régimen de crecimiento del vórtice y régimen de flujo divergente.....	11
• Fig. 1.1-3-2	Comparación de la $epd$ vs $No. We$ en una contracción/ expansión 4:1:4.....	16
• Fig. 1.2.2-1	Esquema de diferentes tipos de flujos extensionales.....	19
• Fig. 1.2.3-1	Flujo cortante simple entre dos placas paralelas.....	21
• Fig. 1.2.4-1-(a)	Diferentes zonas en donde se desarrolla el flujo mixto al paso de un fluido a través de una contracción.....	23
• Fig. 1.2.4-1-(b)	Perfil de esfuerzos en diferentes zonas en el desarrollo de un flujo mixto a través de una contracción axisimétrica.....	23
• Fig. 1.2.4-2	Interacción de la primera diferencia de esfuerzos normales con los esfuerzos mixtos a lo largo del radio de la contracción.....	25
• Fig. 1.2.5	Representación de las coordenadas rectangulares en una rendija.....	26
• Fig. 1.2.6	Ubicación de los diferentes tipos de flujo en una Contracción/expansión Axisimétrica en coordenadas rectangulares.....	28
• Fig. 1.3.1-1	Estructura química del Hase.....	30
• Fig. 1.3.1-2	Tipos de asociaciones moleculares del Hase.....	31
• Fig. 1.3.1-3	Modelo de la Mancuerna.....	37
• Fig. 2.1-1	Etapas Experimentales del Trabajo de Investigación.....	43
• Fig. 2.2-1	Equipo Experimental.....	44
• Fig. 2.2-3	Datos rectangulares.....	46
• Fig. 2.2-4	Zona de control electrónico.....	47
• Fig. 2.3.2-1	Reología comparativa entre la solución de Hase al 2.5% y un fluido de Boger.....	51
• Fig. 2.4.1-1	Comparación de la viscosidad cortante teórica y experimental del Hase.....	53
• Fig. 2.4.1-2	Módulos de almacenamiento y de pérdida para una solución de Hase al 2.5% en peso.....	54
• Fig. 2.4.1-3	Comparación de la Reología cortante y extensional para el Hase 2.5%.....	55
• Fig. 2.4.2-1	Primera diferencia de esfuerzos normales dada por la Ec.1.2.6-13 respecto a los datos experimentales.....	56

- Fig. 2.4.2-2 Primera diferencia de esfuerzos normales y viscosidad extensional uniaxial empleando el modelo de la mancuerna.....57
- Fig. 2.5.1-1 Montaje experimental para la calibración de los sensores de presión.....58
- Fig. 2.5.1-2. Curvas de calibración de los sensores de presión.....60
- Fig. 2.6-1. Ilustración de las caídas de presión individuales que conforman a la caída de presión total.....61
- Fig. 2.9-1 Dimensiones de la cámara oscura para la visualización de vórtices.....65
- Fig. 2.9-2 Montaje de una cámara oscura para la visualización de vórtices.....66
- Fig. 2.9-3 Montaje de una cámara oscura para la visualización de vórtices.....66
- Fig. 3.1-1(a) Trayectoria de la caída de presión en exceso para la contracción 2:1:2.....70
- Fig. 3.1-1(b) Trayectoria de la viscosidad extensional para la relación de contracción 2:1:2.....71
- Fig. 3.1-2 (a) Trayectoria de la caída de presión en exceso para la contracción 4:1:4.....74
- Fig. 3.1-2 (b) Trayectoria de la viscosidad extensional para la relación de contracción 4:1:4.....74
- Fig. 3.1-3 (a) Trayectoria de la caída de presión en exceso para la contracción 6:1:6.....77
- Fig. 3.1-3 (b) Trayectoria de la viscosidad extensional para la relación de contracción 6:1:6.....77
- Fig. 3.1-4 (a) Trayectoria de la caída de presión en exceso para la contracción 8:1:8.....80
- Fig. 3.1-4 (b) Trayectoria de la viscosidad extensional para la relación de contracción 8:1:8.....80
- Fig. 3.1-5 (a) Trayectoria de la caída de presión en exceso para la contracción 10:1:10.....83
- Fig. 3.1-5 (b) Trayectoria de la viscosidad extensional para la relación de contracción 10:1:10.....83
- Fig. 1.2.5 Representación de las coordenadas rectangulares en una rendija.....92
- Figura 2.6.1-2 Representación de una pendiente.....97

## Simbología

$A$	Tensor de conformación
$C$	Corrección de Couette
$D_{ij}$	Tensor rapidez de deformación (Notación en índices)
$D$	Tensor rapidez de deformación ( Notación vectorial )
$D_1$	Diámetro del tubo antes de la contracción
$D_2$	Diámetro del tubo después de la contracción
$E_1, E_2$	Voltajes registrados en los sensores de presión
$E_C$	Energía Cinética
$E_P$	Energía Potencial
$E_{Presión}$	Energía de presión
$epd$	Extra pressure drop, (Caída de presión en exceso o caída de presión extra)
$G_o$	Módulo elástico
$L$	Longitud medida desde la placa de contracción a la toma de presión
$L'$	Extensibilidad de la mancuerna en el modelo de FENE-CR
$K$	Constante cinética asociada al rompimiento o cambio de estructura
$L_c$	Longitud de la contracción
$L_{ideal}$	Longitud ideal
$L_{ij}$	Tensor gradiente de velocidades (Notación en índices)
$L_v$	Altura del vórtice
$n$	Índice de comportamiento según la ecuación de la ley de la potencia
$N_1$	Primera diferencia de esfuerzos normales en corte
$P_1, P_2$	Presión registrada en cada uno de los dos sensores
$P_g$	Presión equivalente
$Q$	Flujo volumétrico aplicado al sistema
$R_1$	Radio del tubo de mayor diámetro
$R_2$	Radio de la contracción
$R_v$	Distancia desde el centro de la contracción al el centro del vórtice
$T_{ik}$	Tensor de esfuerzos ( notación en índices)
$T$	Tensor de esfuerzos total
$W_{ij}$	Tensor vorticidad ( Notación en índices)
$Tr A$	Traza del tensor de conformación
$Z_v$	Distancia del centro del vórtice a la placa de contracción

## NÚMEROS ADIMENSIONALES

$De = \lambda V_2/R_2$	No. de Deborah
$We = \lambda V_2/R_2$	No. de Weissenberg
$EI = \eta\lambda/\rho D^2$	No. de Elasticidad

$$C = \frac{(P_2 - P_1 - \Delta P_{Ext})_{r=0}}{2 \tau_w}$$

Corrección de Couette

$$\Xi = \frac{N1/\eta_o \gamma}{(\tau_{zz} - \tau_{rr})/\eta_o \epsilon}$$

Relación de esfuerzos normales

## LETRAS GRIEGAS

$\beta_o$	R2/R1 = Relación de contracción
$\beta$	$\lambda/\lambda_j$ Relación de tiempos de relajamiento
$\beta$	Relación de contracción en la Ec.4.1
$\chi$	$Lv/D$ = Crecimiento del vórtice adimensional
$\dot{\epsilon}$	Rapidez de extensión
$\epsilon$	Extensión de Hencky
$\Delta P_{Tot}$	Caída de presión total en el sistema
$\Delta P_{Exceso}$	Caída de presión extra o caída de presión en exceso
$\Delta P_{Norm}$	Caída de presión normalizada
$\nabla$	Derivada convectiva superior del tensor rapidez de deformación
$D$	
$\nabla$	Derivada convectiva superior del tensor de conformación
$\mathbf{A}$	
$\nabla$	Derivada convectiva superior del vector velocidad.
$\dot{\gamma}$	Rapidez de corte
$\gamma_w$	Rapidez de corte evaluada en la pared
$\gamma_{aw}$	Rapidez de corte aparente evaluada en la pared
$\eta$	Función viscosidad
$\eta_c$	Función Viscosidad evaluada en la contracción
$\eta_o$	Función viscosidad a cero rapidez de corte
$\eta_E$	Función viscosidad extensional
$\phi$	Fluidez o inverso de la viscosidad del fluido
$\phi_o$	Fluidez a cero rapidez de deformación
$\phi_\infty$	Fluidez a muy altos valores de rapidez de deformación
$\lambda$	Tiempo de relajamiento de la solución
$\lambda_j$	Tiempo de retardación de la solución
$\mu$	Viscosidad newtoniana

$\mu_0$	Viscosidad cortante a cero rapidez de corte
$\theta$	Ángulo de entrada a la contracción por parte del fluido
$\rho$	Densidad de la solución
$\tau$	Tensor de esfuerzos-extra
$\tau_{zz}, \tau_{rr}$	Componentes Normales del tensor de esfuerzos
$\tau_w$	Esfuerzo cortante evaluado en la pared.

## Resumen:

El presente trabajo es un estudio de la dinámica de flujo en el sistema contracción-expansión rectangular, empleando tres fluidos, dos de ellos de naturaleza viscoelástica y otro de características puramente viscosa, el cual éste último es tomado como referencia para observar las diferentes desviaciones de índole elástica que presentan los dos primeros, cuando se hacen fluir a través de cinco diferentes relaciones de contracción-expansión que son: 2:1:2, 4:1:4, 6:1:6, 8:1:8 y 10:1:10

En esta experimentación se ha elegido a un fluido de Boger de viscosidad cortante constante pero elástico y una solución de Hase al 2.5% en peso, de características elásticas pero adelgazante al corte.

Este trabajo realiza un análisis de la dinámica de flujo empleando resultados experimentales de caída de presión en exceso, la cual se ha encontrado que presenta una relación directa con el crecimiento de la viscosidad extensional a lo largo de la línea central de la contracción. Por otra parte, se considera de una manera comparativa el comportamiento de las caídas de presión en exceso como una función del No. de Deborah, y el efecto tanto de la reología cortante y extensional como de la relación de contracción experimentada.

Por primera vez en este trabajo, la caída de presión en exceso se considera como una medida indirecta de la viscosidad extensional, por lo que en el sistema contracción/expansión rectangular se utilizó como parámetro de medición para cada uno de los fluidos considerados en la experimentación.

## Fundamentación de la elección del tema:

Uno de los problema más importantes en el área de Ingeniería Química y en particular en el procesado de polímeros, es el conocimiento de la viscosidad extensional uniaxial, sin embargo a la fecha el conocimiento de ésta función material no está completamente definido, actualmente existe una gran variedad de investigaciones tanto teóricas como experimentales tendientes a esclarecer la manifestación y posterior evaluación de este parámetro.

## Planteamiento del problema:

La intención principal de ésta investigación está enfocada a desarrollar una metodología que permita seguir el desarrollo del flujo extensional uniaxial cuando un fluido viscoelástico circula a través de un sistema contracción-expansión, por medio de la medición de las caídas de presión en exceso dentro del sistema.

## Objetivos:

Estudiar experimentalmente la dinámica de flujo a fin de analizar el desarrollo del flujo extensional uniaxial de tres fluidos, el primero de ellos de viscosidad cortante constante pero elástico (fluido de Boger) el segundo de comportamiento adelgazante y elástico (Hase 2.5% W), y el tercero de características newtonianas que servirá como medio de referencia. Cuando los tres se hacen fluir a través de cinco relaciones de contracción (2:1:2, 4:1:4, 6:1.6, 8:1:8, 10:1:10), empleando geometrías axisimétricas y rectangulares.

## Hipótesis:

Si las caídas de presión en exceso siguen una trayectoria similar al desarrollo del flujo extensional uniaxial en un flujo contracción-expansión entonces las relaciones de contracción más altas provocaran caídas de presión en exceso más altas, sin embargo si entra en juego la presencia de la elasticidad del fluido estas se verán notablemente reducidas.

# Capítulo 1 ANTECEDENTES DE LOS FLUJOS EN CONTRACCIÓN

## 1.1 Introducción

Un flujo en contracción es el flujo de un fluido que es expuesto a una reducción súbita del área transversal de flujo, si la reducción permanece a lo largo de la experimentación se llama contracción simple, en cambio si esta contracción tiene una longitud limitada para posteriormente volver a las dimensiones del área inicial se le llama flujo contracción/expansión.

El caso de estudio de flujos en contracción se han centrado en conocer el comportamiento de tres casos en forma particular, como lo son: el flujo en contracción axisimétrica, el flujo en contracción planar y el flujo en contracción tridimensional triangular. Todos ellos con la similitud de sus variantes de contracción/expansión.

Cabe mencionar que es importante conocer las características principales de dos geometrías, la contracción simple y la contracción/expansión ambas de origen axisimétricas. Aunque el propósito de este trabajo es el de enfocarse únicamente en la geometría contracción/ expansión.

### 1.1.1 Contracción simple y contracción/expansión

Cable y Boger (7,8) son conocidos como los pioneros de los estudios de los flujos en contracción simple y contracción/expansión axisimétrica, son los primeros referentes dentro de la investigación de ambos tipos de flujo. En la figura 1.1.1-1, se encuentra la representación gráfica de cada uno de ellos.

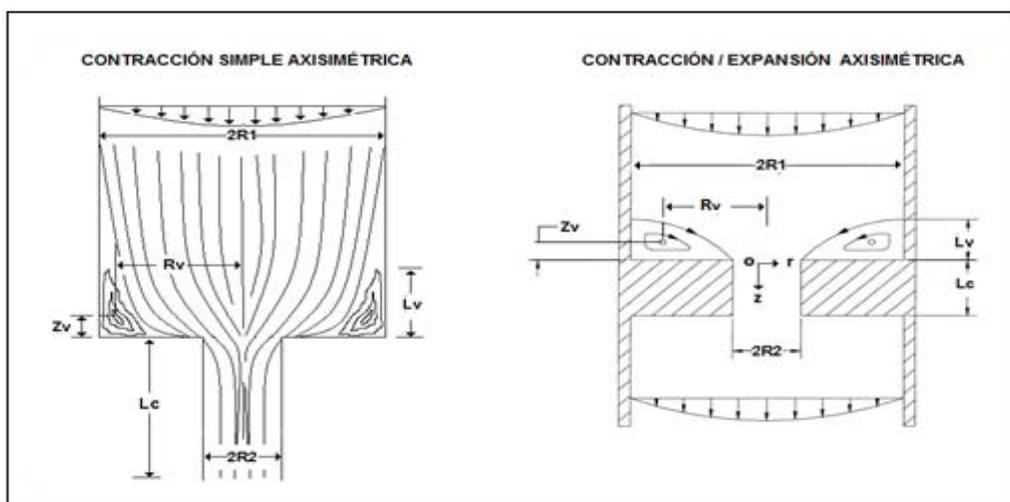


Fig. 1.1.1-1 Esquemas del flujo en contracción simple y contracción/expansión axisimétrica. (Estudio experimental de fluidos complejos en flujo contracción/expansión, Pérez C. Mariano, UNAM, 2016)

En ambos casos el fluido entra por la parte superior del ducto de radio  $R_1$ , que desciende en flujo cortante simple hacia la parte del ducto con un radio menor  $R_2$ , ahí el fluido se contrae hasta alcanzar un nuevo régimen de estado estacionario.

Habiendo un cambio en el contenido energético que tenía antes de entrar en la contracción. La característica axisimétrica está dada por el hecho de que en los dos flujos, el fluido proviene de un ducto con radio  $R_1$  y se dirige a una contracción con  $R_2$  que comparten el mismo eje de coordenadas que dividen en dos partes iguales al flujo, por lo que a este tipo de experimento se identifica como flujo axisimétrico.

En la contracción/ expansión, el fluido se contrae y se expande al salir de la contracción, donde recupera el contenido energético para fluir hacia un ducto con las mismas dimensiones de  $R_1$ . Rothstein y McKinley (16), mencionan que este tipo de flujo permite el conocer la capacidad de disipación de la energía que tiene el sistema y que en base a ella, puede medirse la caída de presión experimentalmente.

Una forma de diferenciar ambos tipos de flujo es cuando se manejan fluidos viscoelásticos, y que estos generan vórtices en la zona cercana a la contracción. Los vórtices son fotografiados para estudiar las trayectorias de las líneas de corriente, por lo que con esto se puede conocer el desarrollo del flujo y la importancia de la viscoelasticidad del fluido mediante la interpretación de las trayectorias generadas antes de la contracción. La experimentación se realiza en un ducto de vidrio, para aplicar un haz de luz que proviene de la emisión de un rayo láser que se coloca de forma perpendicular a la dirección de donde se toma la fotografía. En la figura 1.1.1-2 se muestra la formación de los vórtices para ambos tipos de flujo, así como el arreglo experimental para fotografiarlos.

Dentro de un ducto de forma cilíndrica, los vórtices se presentan en los ejes cartesianos  $r$  y  $z$ , por lo que el flujo es considerado bidimensional haciendo posible que sea el mismo en cualquier ángulo, mientras haya un ángulo de  $90^\circ$  entre la cámara fotográfica y el haz proyectado. Los vórtices son generados en la zona que comprende las trayectorias  $L_v$ ,  $Z_v$  y  $R_v$  representadas en la figura 1.1.1-1.

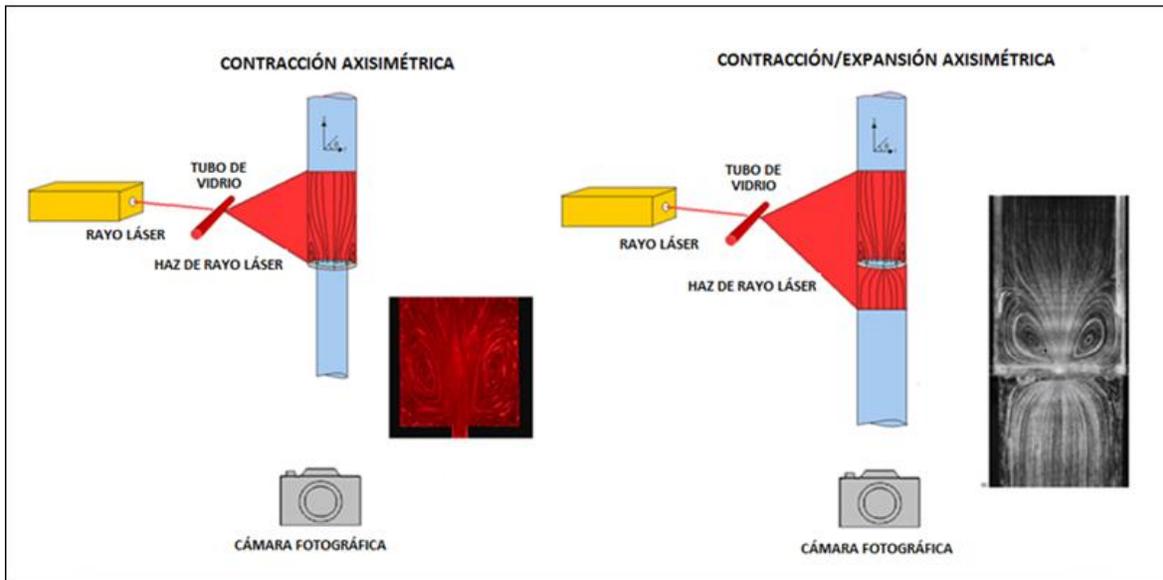


Fig. 1.1.1-2. Formación de vórtices en un flujo en contracción simple y en contracción/expansión. (Estudio experimental de fluidos complejos en flujo contracción/expansión, Pérez C. Mariano, UNAM, 2016)

El análisis de los fluidos al flujo en contracción y contracción/expansión depende de múltiples factores que dependen directamente del fluido incorporado al sistema como lo son su naturaleza reológica, el número de Deborah y la relación de contracción a la que es sometido. Por lo que el resultado es siempre de manera individual para cada tipo de fluido.

### 1.1.2 Longitudes características durante la formación de vórtices.

Durante el estudio de la formación de vórtices, se obtienen tres longitudes que dan información específica sobre el fluido, siendo la más relevante la longitud de crecimiento axial ( $L_v$ ). Esta distancia es medida desde la placa de contracción hasta los límites de crecimiento del vórtice. Ya que la relación entre el tamaño del vórtice y la energía que este disipa es directamente proporcional; por lo que si el crecimiento del vórtice es mayor, se considera que se ha disipado mayor cantidad de energía hacia su entorno.

White y Kondo (27) consideran que los vórtices son consecuencias de la liberación de esfuerzos por parte del flujo hacia su entorno, debido al exceso de energía que tienen un fluido al verse constantemente sometido a una contracción con un radio mucho menor al de su entrada. Los vórtices pueden presentar diferentes tamaños

y formas que son generados debido al número de Deborah <sup>1</sup> con la que es operado el sistema, por lo que se pueden clasificar en:

- 1.- Vórtices de Labio (Lip Vortex), que presentan números de Deborah bajos, inician su crecimiento sobre los bordes exteriores de la contracción.
- 2.- Vórtices de Esquina (Corner Vortex), que son considerados como una evolución del primer caso, con la diferencia que estos presentan números de Deborah altos y estos nacen sobre la parte de mayor diámetro del tubo antes de la contracción. Ambos casos pueden ser vistos en la figura 1.1.2-1 a y b.

Existe un tercer caso, que es identificado como vórtice secundario, que también como el vórtice de labio, se genera en la parte exterior de la contracción solo que es de menor dimensión, acompañado por una disminución de la distancia  $L_v$  del vórtice primario, lo que indica que el segundo vórtice tenga números de Deborah altos, por lo que cuando crece, llega a incorporar al vórtice primario que dimensionalmente va decreciendo y que provoca una única manifestación del vórtice. Este se puede identificar en la figura 1.1.2-1 c.

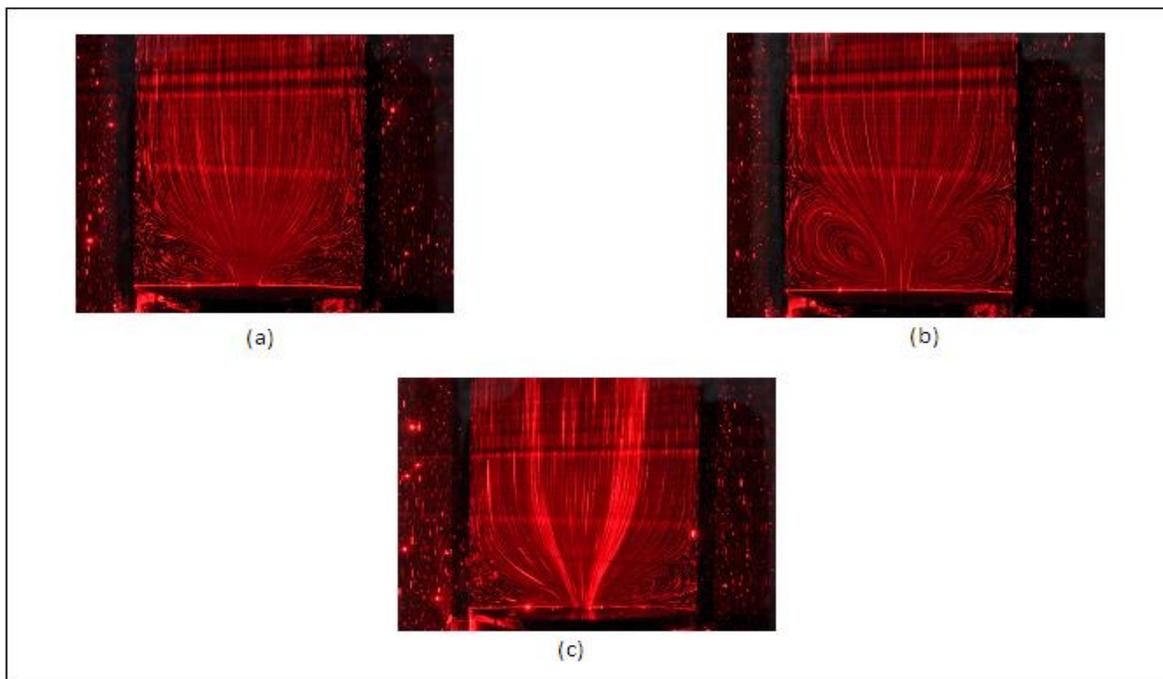


Fig. 1.1.2-1 Diferentes tipos de vórtices presentes en flujos en contracción/expansión (a) Lip vortex, (b) Corner vortex, (c) Vórtice secundario ( No.de Deborah altos) (Estudio experimental de fluidos complejos en flujo contracción/expansión, Pérez C. Mariano, UNAM, 2016)

<sup>1</sup> El número de Deborah es la relación del tiempo de relajamiento del material de un fenómeno entre el tiempo de observación del fenómeno.  $De = \frac{\text{Tiempo de relajamiento}}{\text{Tiempo de observación del fenómeno}} = \gamma \cdot \lambda$

Si Deborah es grande se trata de un fluido muy elástico mientras que si el Deborah es pequeño se trata de un tiempo de observación muy grande. En general se puede entender al número de Deborah como una rapidez de corte adimensional.

Sin embargo, Owens y Phillips (14) consideran que ha habido pocos intentos formales para tratar de explicar las diferentes formas y dimensiones de los vórtices que se pueden ver a través de experimentaciones, comparándolas a su vez con el tipo de fluido con el que se está trabajando. Así mismo, estas clasificaciones solo se basan en la longitud  $L_v$  (representada en la figura 1.1.1-1), por lo que no se contempla la distancia  $R_v$  que es la encargada de medir el desplazamiento del centro del vórtice a las paredes del tubo de mayor diámetro antes de la contracción, vistas desde la línea central que atraviesa la contracción. Y la distancia  $Z_v$ , que es similar a  $L_v$ , solo que ubica las dimensiones del centro del vórtice en relación a la placa de contracción.

### 1.1.3 Antecedentes.

La primera publicación y más importante acerca de los flujos en contracción de naturaleza viscoelástica fue realizada por Nguyen y Boger (13). Aquí, eliminaban los efectos iniciales y la naturaleza adelgazante que presenta la mayoría de los fluidos no newtonianos, diseñando un fluido con propiedades reológicas muy específicas, por lo que presentaban un fluido elástico y que su viscosidad cortante permanecía constante a lo largo del experimento. Por lo que a este tipo de fluido es conocido como Fluido de Boger, hecho de una preparación de glucosa de maíz y pequeñas cantidades de poliacrilamida.

Los autores enfocaron sus estudios al crecimiento de los vórtices de fluidos en flujos en contracción axisimétrica, definiendo una longitud de crecimiento adimensional dada por  $\chi = \frac{L_v}{D_1}$  y un parámetro adimensional definido por  $\frac{\beta_o \cdot We}{\chi}$  en

el que  $\beta_o$  es la relación de contracción y  $We$  es el No. de Weissenberg, el cual al ser graficado como una función del número de elasticidad definido como

$El = \frac{\eta \left( \dot{\gamma} \right) \lambda}{\rho D_1^2}$ , empleando una gran variedad de fluidos elásticos, incluyendo los de

comportamiento adelgazante, obteniendo una tendencia similar y trayectorias parecidas, por lo que se llegó a la conclusión que todos los fluidos de naturaleza elástica presentarían el mismo tipo de vórtices.

Aunque los autores no consideraron en la experimentación el simular, predecir el comportamiento reológico o interpretar la dinámica del flujo; si contemplaron su estudio de manera indirecta la participación del flujo cortante que se presentaba

en la contracción, condición que después sería fundamental para la descripción de la dinámica del flujo.

Boger y otros colaboradores (7,8), continuaron el estudio de este tipo de flujos, con la intención de conocer la naturaleza de los vórtices, por lo que experimentaron con geometrías axisimétricas con diferentes tipos de relaciones de contracción comprendidas entre  $4 < \beta_0 < 16$  con fluidos Boger reológicamente similares.

Utilizando primero una mezcla de glucosa y poliacrilamida y el segundo una mezcla de poliisobutileno y polibuteno (PIB/PB). Observaron una fuerte actividad en la formación de vórtices con el primer fluido de glucosa y poliacrilamida al variar la rapidez del corte evaluada en la contracción, sobre todo en la contracción 4:1, donde se reportaron cambios sustanciales en la trayectoria de las líneas de la corriente que delimitan a los vórtices. A valores bajos de rapidez de corte, los vórtices mostraron una serie de contornos de trayectoria cóncava hacia afuera, los cuales cambiaban a medida que se incrementaba la rapidez de corte, hasta que finalmente a valores de rapidez de corte altos, las líneas de corriente delimitaban vórtices de forma convexa.

Para el fluido de PIB/PB la aparición de vórtices fue inmediata a valores de rapidez de corte bajos ante una relación de contracción  $\beta_0 = 4$ . Sin embargo, este fluido mostró una dinámica de flujo muy diferente al anterior, se observó que al incrementar la rapidez de corte, la trayectoria ascendente de la longitud de crecimiento  $L_v$  de un vórtice identificado como vórtice de esquina (Corner Vortex), empezó a disminuir, mientras que simultáneamente, un segundo vórtice identificado como vórtice secundario con longitud de crecimiento muy pequeña, empezó a aparecer precisamente sobre labio exterior de la contracción. A medida que se incrementaba el flujo en el sistema, este vórtice secundario empezó a tomar el control del crecimiento de ambos vórtices ya que al incrementar la rapidez de corte la longitud  $L_v$  del vórtice secundario se incrementaba mientras que la del vórtice primario se reducía, hasta que finalmente éste era incorporado al crecimiento del vórtice secundario.

Aunque los autores no interpretaron los resultados de la experimentación, se habían encontrado condiciones de flujo dentro de la contracción que están ligadas directamente a las características reológicas del fluido estudiado. Por lo que Boger reconoció que estas condiciones del flujo eran provocadas por el desarrollo desigual de la viscosidad extensional que presentaban ambos fluidos ante la misma relación de contracción.

Era de suma importancia la interpretación dinámica del flujo, la existencia de un segundo flujo dentro de la contracción era de naturaleza extensional ahora, que puede ocasionar diferentes comportamientos en fluidos con características reológicas similares ante la misma relación de contracción y la rapidez de corte aplicada.

White y Kondo (27) por su parte, propusieron que los vórtices eran un mecanismo que presentaba el sistema de flujo para relevar esfuerzos. Mientras que Cable y Boger (5,16) reafirmaron sus primeras ideas, dándole importancia a la viscosidad extensional en la dinámica de flujo.

Entre los resultados se generaron dos propuestas referentes al régimen de flujo, “El régimen de crecimiento del vórtice” y “El régimen Divergente”, que se muestran a detalle en la figura 1.1.3-1. Donde de forma indirecta resaltaron el papel que desempeñaba la presencia del flujo cortante y el flujo extensional, en la dinámica de flujo.

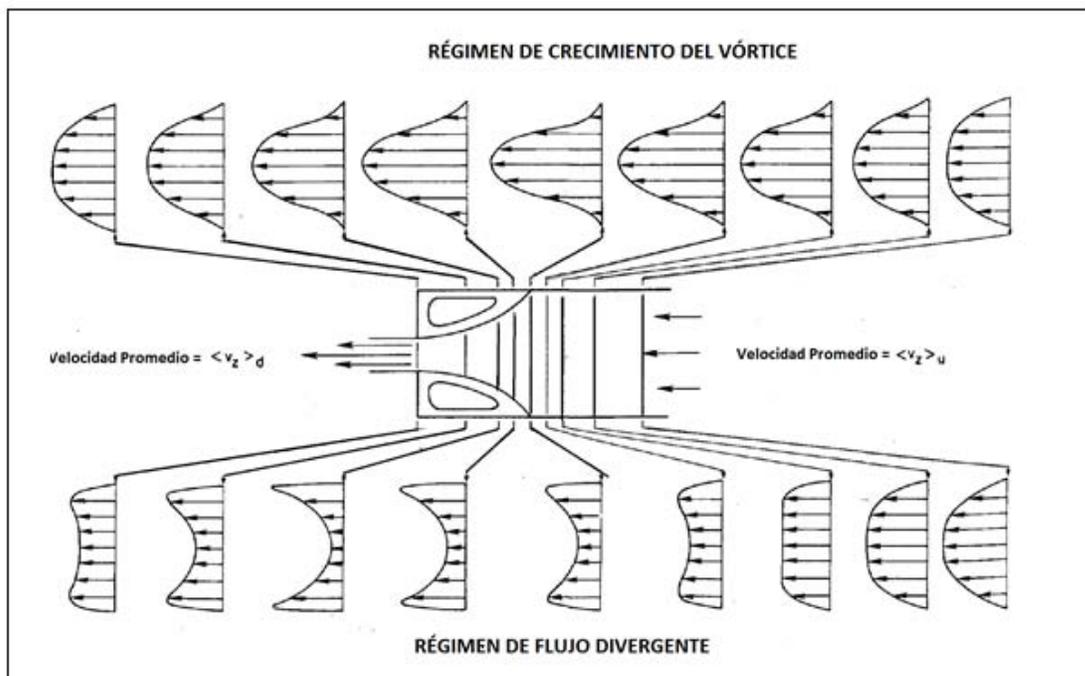


Fig. 1.1.3-1 Régimen de crecimiento del vórtice y régimen de flujo divergente  
(Cable and Boger AIChE Journal 24-1978-869)

En el régimen de crecimiento de vórtice, se observan el crecimiento de vórtices a partir del incremento de la rapidez de corte, mostrando trayectorias de las líneas de corriente cóncava hacia afuera.

Aunque los autores no fueron puntuales en la presencia de un flujo extensional, se puede dilucidar su existencia en el comentario:

*“No es claro, sin embargo, la causa de la desaceleración de las partículas del fluido en la línea central. Es casi como pensar que el fluido es confrontado por un obstáculo invisible corriente arriba del pequeño tubo de entrada y el fluido es forzado a fluir alrededor de este, resultando un flujo divergente y una velocidad máxima cerca de la pared”.*

Mientras tanto, en el régimen del flujo divergente, la viscosidad extensional uniaxial era la causante del comportamiento que se desconocía, además de la desaparición de los vórtices, esto debido a la presencia del flujo extensional.

Hasta 1991, Binding (2) trató de explicar por qué desaparecía el vórtice secundario, proponiendo por primera vez una dinámica de flujo en contracción que consideraba dos aspectos fundamentales: el flujo dominante que se presenta cuando el fluido pasa a través de la contracción y el efecto elástico de la solución, específicamente en flujo cortante, seguido de la primera diferencia de esfuerzos normales.

Binding propuso la existencia de dos mecanismos:

1.- Flujo Quasi-radial: Se distingue por valores bajos de rapidez de corte. Considera que si bien el flujo principal se lleva a cabo en la dirección axial, este flujo tiene una contribución radial que es generada por la elasticidad del fluido. Lo que comparada con la dinámica de flujo propuesta por Boger (8), esta zona sería la del crecimiento de vórtices.

2.- Flujo Tipo embudo: Se caracteriza por valores de alta rapidez de corte, las líneas de corriente se aproximan a la contracción formando una especie de embudo que se extiende hacia el interior de la contracción, por lo que favorece el desarrollo del flujo extensional uniaxial dentro de la contracción, ahora por encima del flujo cortante. Generalmente se presenta un segundo vórtice en el contorno exterior llamado “vórtice secundario”, que inhibe el crecimiento del primario para finalmente desaparecer o ser incorporado al crecimiento del vórtice secundario.

El conocimiento que hasta la fecha se tenía, apuntaba al hecho de que el tipo de flujo dominante en la contracción y la elasticidad del fluido determinaban el tamaño y el tipo de vórtice generado. Todo fundamentado en estudios tanto numéricos como experimentales con fluidos de Boger y relaciones de contracción 4:1 o 4:1:4, que como se sabe, cambian totalmente la dinámica de flujo si fuesen modificados.

Para esclarecer la aparición del vórtice secundario y el cambio de la dinámica de flujo dentro de la contracción, Rothstein y McKinley (16,17) realizaron un estudio empleando dos fluidos de Boger, el primero a base de Poliestireno (Ps/Ps) y el otro a base de Poliisobuteno/Polibuteno (PIB/PB), empleando relaciones de contracción de  $2 < \beta < 8$ . Las conclusiones fueron que para el fluido a base de poliestireno particularmente, la presencia de un vórtice de tipo labio en todo intervalo de rapidez de corte y para una relación de contracción de 2:1:2, el flujo cortante era el dominante. Pero al cambiar la relación de contracción a 4:1:4 o 8:1:8, los vórtices presentes era los de tipo esquina, lo que fueron asociados con la predominación del flujo extensional uniaxial. Por lo que el factor más importante descubierto en este estudio, fue que las relaciones de contracción jugaban un papel importante en el tipo de flujo que desarrollaba el sistema.

Con el segundo fluido de Boger a base de PIB/PB y con las mismas condiciones de flujo, no se observó que al cambiar las relaciones de contracción surgieran la transición del tipo de vórtice, por lo que se mostró un vórtice de tipo labio constante. Por lo que la explicación a este comportamiento fue atribuida a la rigidez de las moléculas entre ambos fluidos, agregando que probablemente el tipo de disolvente en la solución podía cambiar esta propiedad.

La relación entre el cambio del tipo de flujo y la relación de contracción, está dada por la siguiente relación:

$$\Xi = \frac{N1 / \dot{\gamma} \eta_o}{(\tau_{zz} - \tau_{rr}) / \dot{\epsilon} \eta_o}$$

Aunque esta relación no es aplicable a flujos extensionales que cambian a cortante y se mantienen en una relación de contracción fija por efecto del cambio del número de Deborah.

Los trabajos relacionados al estudio de la dinámica de flujo a partir de la estimación a la caída de presión son pocos, experimentalmente Cartalos y Piau (9) estudiaron soluciones con moléculas flexibles a base de poliacrilamida parcialmente hidrolizadas, disueltas en glucosa con agua y con polióxido de etileno disuelto en una solución de azúcar con agua, que se hacían pasar por una placa en flujo contracción/expansión. También experimentaron soluciones con moléculas semirrígidas preparadas a partir de poliacrilamida parcialmente hidrolizada en ausencia de sal.

Para la explicación de la caída de presión contra el gasto aplicado, se propusieron tres tipos de mecanismo:

1.- Régimen Viscoelástico Lineal: es para moléculas flexibles, se caracteriza por valores de rapidez de corte muy bajos, caídas de presión lineales a medida que aumenta el flujo y en este régimen hay una ligera deformación de las moléculas.

2.- Régimen Cuadrático Intermedio: La caída de presión varía linealmente con el gasto al cuadrado, las moléculas se extienden y desenvuelven por efecto del flujo que se asume que es de naturaleza extensional, lo que desarrolla esfuerzos extensionales de tipo elástico.

3.- Régimen Viscoso Final: Las moléculas sufren una tensión debido a la interacción hidrodinámica entre las moléculas de la solución y la corriente del disolvente, por lo que provoca que alcancen su máxima longitud, lo que se interpreta como un comportamiento newtoniano.

Mientras tanto Rhotstein y McKinley (17) estudiaron un fluido Boger a base de poliestireno en flujo reptante, a través de diferentes relaciones de contracción/expansión comprendidas en  $2 < \beta < 8$ . Lo que encontraron que a todas relaciones de contracción empleadas, siempre hubo un incremento de la caída de presión en exceso dimensional por encima de la consideración a un fluido newtoniano. Por lo que este descubrimiento originó un punto de vista en donde distan los resultados teóricos a los experimentales. Ambos resultados se muestran en las figuras 1.1.3-2 a y 1.1.3-2 b. Donde se puede observar que en el régimen de flujo reptante existe un ligero descenso en la caída de presión atribuido a la propiedad elástica de la solución, proveniente de la primera diferencia de esfuerzos normales en corte; cuando este alcanza el mínimo, la caída de presión en exceso muestra un ascenso atribuido al cambio del tipo de flujo que predomina en la zona de contracción, que va de cortante a extensional.

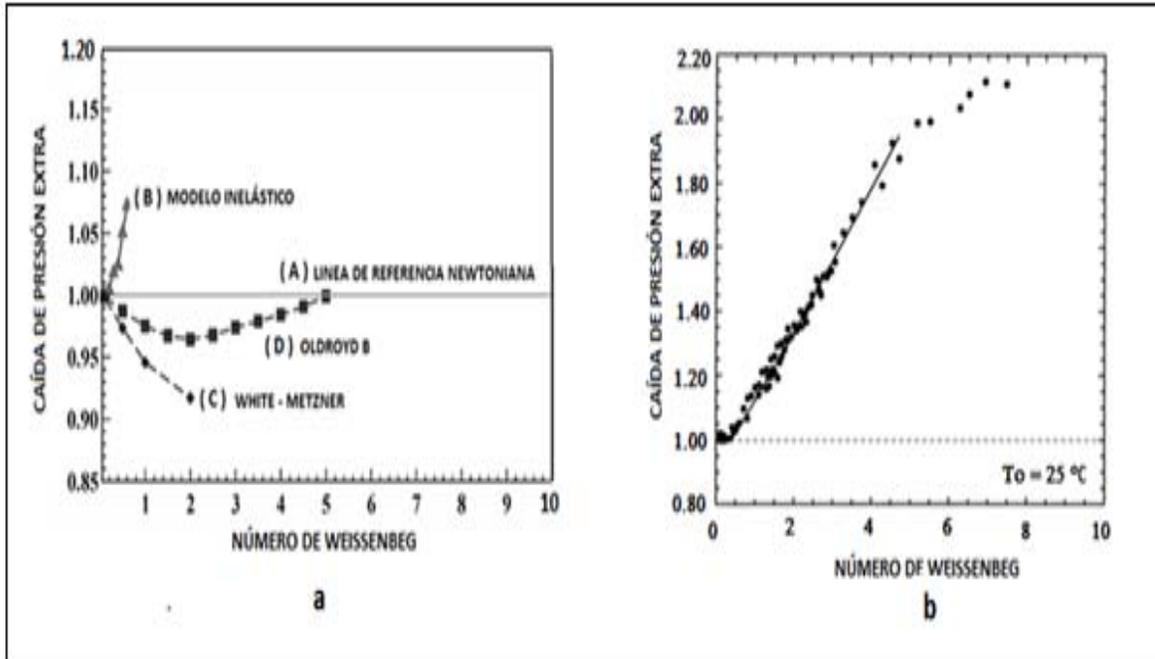


Fig. 1.1-3-2 Comparación de la epd vs No. We en una contracción/ expansión 4:1:4 (a) Resultados numéricos obtenidos por Walters, (b) Resultados experimentales por Rhotstein. (Walters et al. *Korea-Australia Rheology Journal* 21(4)-2009-939 Rothstein and McKinley. *Journal of Non Newtonian fluid Mechanics* 86-1999 -61)

Los diferentes avances que se han tenido en el estudio de la dinámica de flujo relacionada con la caída de presión son de tipo numérico (21,22). Todos ellos utilizando un fluido de Boger, que se hace pasar por una contracción axisimétrica y con valores bajos del número de Deborah, empleando el modelo de Oldroyd B., como ecuación reológica. Sin embargo, para varios investigadores (24,25,26), dicen que dichos estudios no predicen valores de caída de presión en exceso a valores de rapidez de corte altos aplicados, ya que según los resultados de la experimentación, las caídas de presión llegan a crecer numéricamente varios ordenes de magnitud en relación a caídas de presión que corresponden a fluidos newtonianos con viscosidad cortante similar, como se muestra en la figura 1.1.3-2.

## 1.2 Fundamentos Teóricos

### 1.2.1 Introducción.

Existen diversos factores que determinan el comportamiento de un fluido en un sistema, por lo que se ha visto, dependiendo el tipo de fluido y al sistema que es incorporado, sufre diferentes comportamientos debido a la propia naturaleza del fluido. Dependiendo de la solución se pueden obtener estimaciones que sean similares entre fluidos, más que la varianza está dada por calidad de los resultados que estos arrojen. Por ejemplo, algunas disoluciones de polímeros diluidas tienen alta elasticidad y a consecuencia se presenta un decrecimiento monótono de la viscosidad extensional a medida que se desarrolla la rapidez de extensión, a esto se le conoce en inglés como “Tension – Thinning”. Por lo que la contraparte, en las disoluciones en donde la viscosidad incrementa al aumentar la rapidez de extensión, es denominado al fenómeno como “Tension – Thickening”. Lo que nos da una clasificación del tipo de flujo que está manifestándose por la viscosidad del fluido a estudiar.

Reológicamente, la propiedad de la viscosidad está asociada a cualquier tipo de flujo extensional, pero presenta inconvenientes porque no es posible alcanzar este tipo de flujos en régimen estacionario, por lo que se obtienen viscosidades promedio. Y el mayor inconveniente es la dependencia que tiene la rapidez de extensión con la posición, lo que provoca que la viscosidad sea una propiedad que dependa también de la posición.

A continuación se mostrara de forma concisa las características de los dos tipos de flujo que se ven presentes en éste trabajo de investigación y su relación con las caídas de presión obtenidas de forma experimental, con el fin de predecir el comportamiento de un fluido complejo en un sistema de contracción/expansión.

### 1.2.2 Flujo extensional uniaxial.

Partiendo del tensor gradiente de velocidades que en forma general puede escribirse como:

$$L_{ij} = D_{ij} + W_{ij} \quad 1. 2.2-1$$

Dónde:

$L_{ij}$  = Componentes i, j del tensor gradiente de velocidad

$D_{ij}$  = Componentes i, j del tensor rapidez de deformación

$W_{ij}$  = Componentes i, j del tensor vorticidad

O puede ser expresada en notación de índices como:

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_j} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad 1.2.2-2$$

O en notación matricial en coordenadas rectangulares.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial v_x}{\partial x} & \frac{\partial v_x}{\partial y} & \frac{\partial v_x}{\partial z} \\ \frac{\partial v_y}{\partial x} & \frac{\partial v_y}{\partial y} & \frac{\partial v_y}{\partial z} \\ \frac{\partial v_z}{\partial x} & \frac{\partial v_z}{\partial y} & \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_x}{\partial x} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) & \frac{\partial v_y}{\partial y} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) & \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_x}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) & -\frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_z}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) \\ -\frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_x}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) & 0 & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_y}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_z}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) & -\frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_y}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) & 0 \end{bmatrix}$$

1.2.2-3

Un flujo extensional puro como el que se presenta en la línea central en un proceso de contracción/expansión, no presenta vorticidad ni componentes

cortantes, por lo que el tensor gradiente de velocidades dado por la ecuación 1.2.2-3 se reducirá a:

$$\underline{\underline{L}} = \nabla \underline{v} = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_x}{\partial x} & \frac{\partial v_x}{\partial y} & \frac{\partial v_x}{\partial z} \\ \frac{\partial v_y}{\partial x} & \frac{\partial v_y}{\partial y} & \frac{\partial v_y}{\partial z} \\ \frac{\partial v_z}{\partial x} & \frac{\partial v_z}{\partial y} & \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_x}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial v_y}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{bmatrix}$$

1.2.2-4

Para el caso de un flujo en contracción/expansión, cuando al sistema se le impone un flujo constante se genera una fuerza de tensión que actúa justamente entre la entrada y salida de la contracción que resulta ser equivalente al producto de la caída de presión medida en la zona de contracción multiplicada por el área del orificio, tal y como se muestra en (A) de la Fig. 1.2.2-1

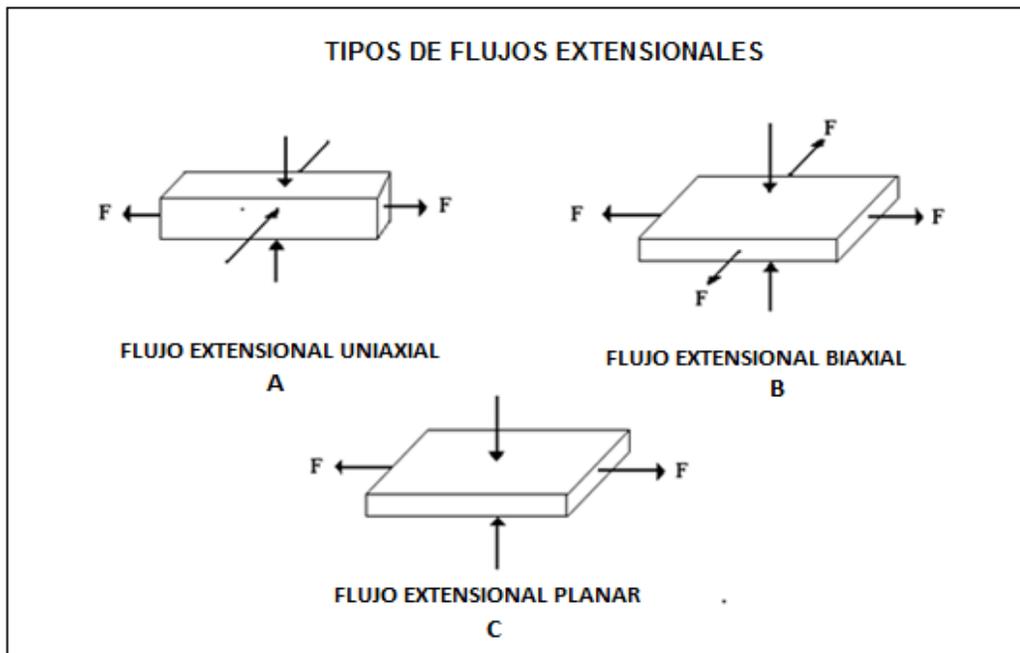


Fig. 1.2.2-1 Esquema de diferentes tipos de flujos extensionales ( An introduction to Rheology H.A.Barnes and K.Walters elsevier 1989)

A fin de establecer el campo de velocidades en este tipo de flujo se considera que por cada unidad que es extendido el fluido en la dirección principal del flujo, éste

se comprime en media unidad en las dos direcciones restantes, por lo que el tensor gradiente de velocidades podrá escribirse como:

$$\underline{\underline{L}} = \nabla \underline{v} = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_x}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial v_y}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_x}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \frac{\partial v_x}{\partial x} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \frac{\partial v_x}{\partial x} \end{bmatrix} = \dot{\varepsilon} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

1.2.2-5

La integración de cada uno de los tres términos de la Ec. 1.2.1-5 proporcionará el campo de velocidades correspondiente a este tipo de flujo:

$$v_x = \dot{\varepsilon} x, \quad v_y = -\frac{1}{2} \dot{\varepsilon} y, \quad v_z = -\frac{1}{2} \dot{\varepsilon} z \quad 1.2.2-6$$

Para un flujo extensional uniaxial, debido a que la dirección del flujo coincide con la del gradiente de velocidades, se reporta a la función viscosidad como única función material y su expresión está dada por:

$$\eta_E = \frac{\tau_{zz} - \tau_{yy}}{\dot{\varepsilon}} \quad 1.2.2-7$$

Siendo  $\dot{\varepsilon}$  la rapidez de extensión y  $\eta_E$  la viscosidad extensional uniaxial. Para el caso particular de un fluido newtoniano, puede demostrarse que en la zona de baja rapidez de extensión, se cumple que la relación entre la viscosidad extensional  $\eta_E$  y la viscosidad cortante  $\mu_0$ , tiene un valor constante e igual a tres, este cociente es conocido como la relación de Trouton.

$$\eta_E = 3 \mu_0 \quad 1.2.2-8$$

Donde  $\mu_0$ , es la viscosidad cortante a cero rapidez de corte.

Para soluciones de polímeros o fluidos no newtonianos la relación entre la viscosidad extensional y la viscosidad cortante discrepa sustancialmente de la ecuación 1.2.2-8, así por ejemplo, las soluciones de polímeros altamente elásticas que poseen una viscosidad cortante que decrece monótonamente o que presenta un comportamiento pseudoplástico, frecuentemente exhiben una viscosidad extensional que se incrementa drásticamente con la velocidad de extensión  $\dot{\epsilon}$ , o de manera inversa, hay fluidos cuyo comportamiento de viscosidad cortante aumenta con la rapidez de corte, mientras que este mismo fluido en condiciones de flujo extensional presenta una función viscosidad que decrece a medida que crece la rapidez de extensión .

### 1.2.3 Flujo Cortante Simple

La forma más sencilla de explicar este tipo de flujo, es suponer que hay un fluido que pasa a través de 2 capas, con una distancia que se conoce como L, que es la distancia a la que están separadas de forma paralela y es muy pequeña, como se muestra en la figura 1.2.3-1. El fluido entra en forma horizontal, generando a su entrada un perfil de velocidades que genera una línea recta. El fluido que entra en contacto directo con las placas, tanto en la parte superior como en la inferior, se considera con velocidad nula, ya que no hay un desplazamiento. Sin embargo, las otras secciones del fluido, tienen una velocidad constante, a través del trayecto que siguen entre las dos placas.

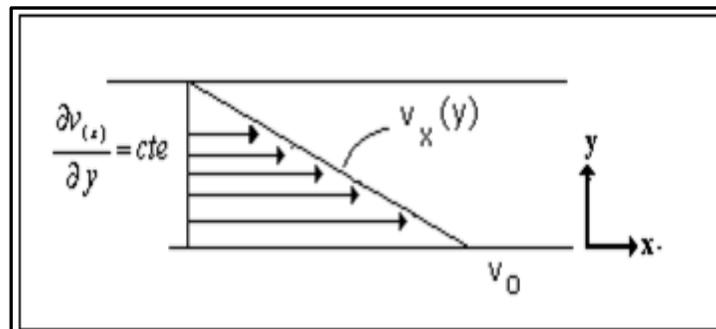


Fig. 1.2.3-1 Flujo cortante simple entre dos placas paralelas ( *Transport Phenomena Bird, Stewart, Lightfoot, John wiley ans Sons 1960* )

El tensor gradiente de velocidades dado por la Ec.1.2.2-3 se reducirá a:

$$\underline{\underline{L}} = \nabla \underline{v} = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_x}{\partial x} & \frac{\partial v_x}{\partial y} & \frac{\partial v_x}{\partial z} \\ \frac{\partial v_y}{\partial x} & \frac{\partial v_y}{\partial y} & \frac{\partial v_y}{\partial z} \\ \frac{\partial v_z}{\partial x} & \frac{\partial v_z}{\partial y} & \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} \frac{\partial v_x}{\partial y} & 0 \\ \frac{1}{2} \frac{\partial v_x}{\partial y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} \frac{\partial v_x}{\partial y} & 0 \\ -\frac{1}{2} \frac{\partial v_x}{\partial y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial v_x}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{L}} = \nabla \underline{v} = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_x}{\partial x} & \frac{\partial v_x}{\partial y} & \frac{\partial v_x}{\partial z} \\ \frac{\partial v_y}{\partial x} & \frac{\partial v_y}{\partial y} & \frac{\partial v_y}{\partial z} \\ \frac{\partial v_z}{\partial x} & \frac{\partial v_z}{\partial y} & \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{bmatrix} = \dot{\gamma} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

1. 2.3-1

La integración de esta ecuación lleva al campo de velocidades:

$$v_x = \dot{\gamma} y$$

1. 2.3-2

Para un flujo cortante simple, la dirección del flujo es perpendicular a donde se presenta el gradiente de velocidades , solo un componente del tensor de esfuerzos y no dos como el flujo extensional, es necesario para definir la viscosidad cortante:

$$\mu = \frac{\tau_{xy}}{\dot{\gamma}}$$

1. 2.3-3

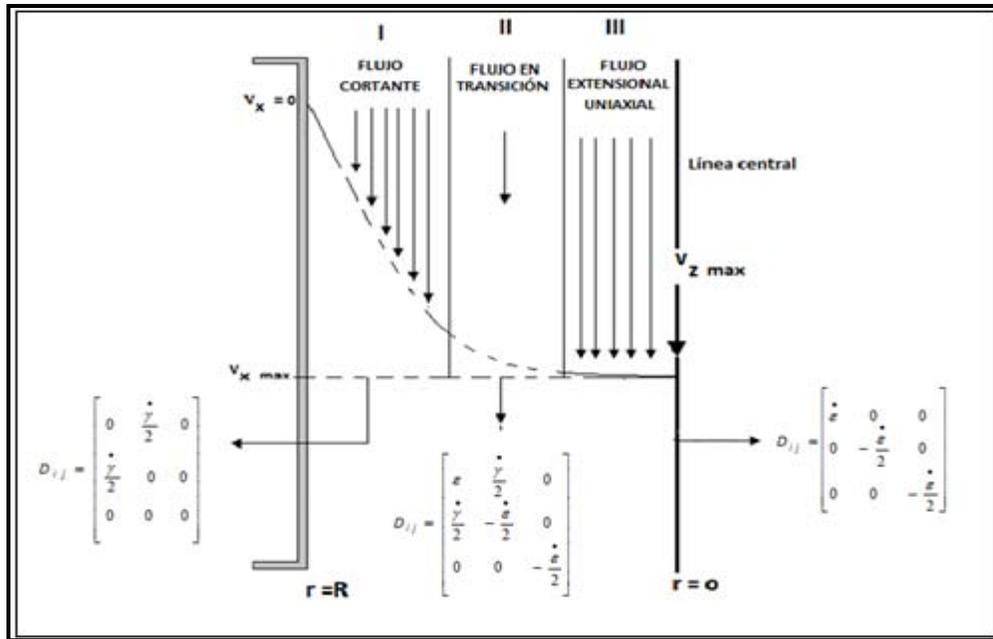


Fig.1.2.4-1-(a) Diferentes zonas en donde se desarrolla el flujo mixto al paso de un fluido a través de una contracción.

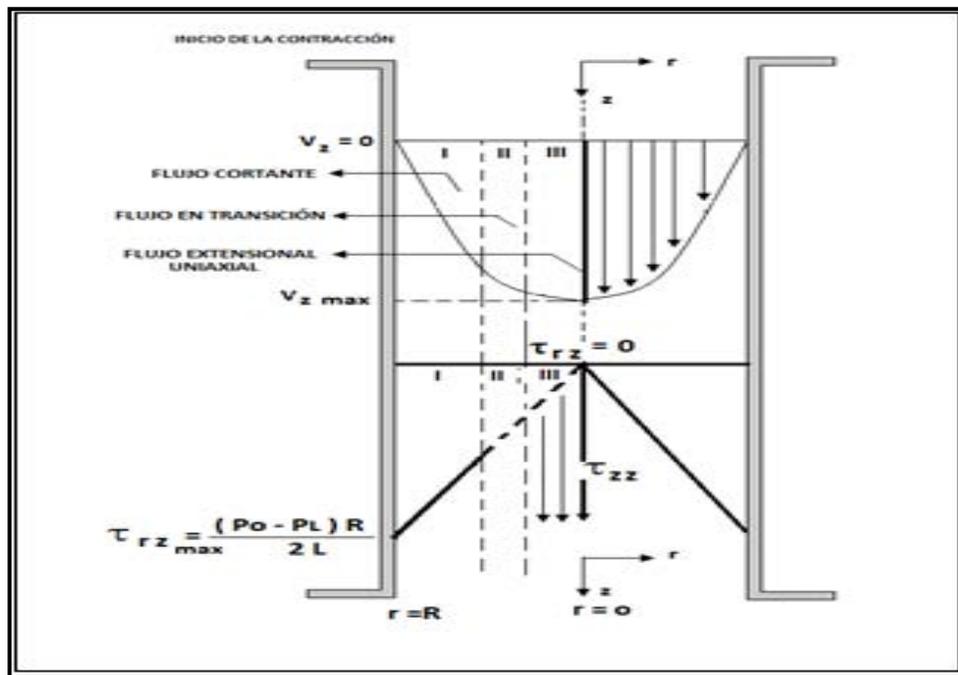


Fig.1.2.4-1-(b) Perfil de esfuerzos en diferentes zonas en el desarrollo de un flujo mixto a través de una contracción axisimétrica ( *Transport Phenomena Bird, Stewart, Lighfoot, John wiley ans Sons 1960* )

El segundo flujo que se genera es que es causado por pasar un fluido en un tubo que se compone por dos secciones, una con un diámetro mayor y después una contracción con diámetro menor. Lo que provoca que el fluido como menciona Binding (2), forme una especie de cono, lo que la parte central del mismo, entre libremente en la contracción, como se muestra en la figura 1.2.4-1 a.

Si se segmenta este cono en líneas paralelas horizontales al acomodo de las paredes del tubo, se puede ver que las líneas vecinas a la línea central, conservan las características del flujo que dicha línea muestra, así mismo, si nos desplazamos a los extremos del cono en ambos lados hacia las paredes del tubo, estas líneas son representativas del flujo cortante, ya que el fluido tiene contacto con las paredes. Por lo que dividimos la zona en tres secciones (I,II,III) como se muestra en la figura 1.2.4-1 b. Y es la sección en donde se lleva a cabo la transición del flujo cortante a extensional uniaxial. Se puede visualizar también el tensor de rapidez de deformación, aunque sus propiedades reológicas no estén del todo definidas.

El flujo de la contracción es una consecuencia del gradiente de presión, que es generada por la coexistencia de las tres zonas donde se desarrollan los flujos, dos puros como lo son el flujo cortante y extensional uniaxial, y el tercero que es una combinación de ambos. Esta zona se le denomina como “Flujo Mixto”. Donde el cambio del tipo de flujo está dado por la rapidez del corte, que si es baja, predominara en la contracción un flujo mixto de características mayormente cortantes, mientras que si el flujo es alto así como la relación de la contracción, el flujo mixto tendrá mayormente características de flujo extensional.

Aún no ha habido atribuciones para el comportamiento del flujo de fluidos viscoelásticos, ya que pueden presentar variaciones en la distribución de velocidad y esfuerzos que se generan en la zona mixta, por lo que a ciertos valores de rapidez de corte, llegan a presentar comportamiento elástico. Aunado a esto, a números de Deborah bajos, pueden cambiar las características del flujo.

Si bien, el tipo de flujo permite la manifestación de elasticidad del fluido, es debido a que necesariamente la primera diferencia de esfuerzos normales desempeña un papel importante y a su vez de debe explicar la segmentación de la zona mixta, para predecir su comportamiento. Esta primera diferencia de esfuerzos normales en corte dentro de la zona de flujo mixto está representada en la figura 1.2.4-2.

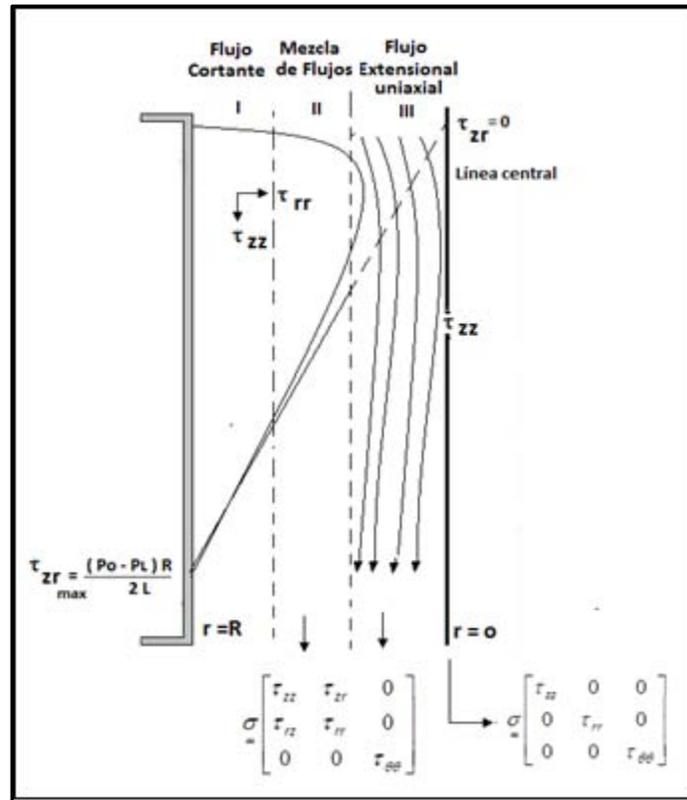


Fig.1.2.4-2 Interacción de la primera diferencia de esfuerzos normales con los esfuerzos mixtos a lo largo del radio de la contracción. ( *Transport Phenomena Bird, Stewart, Lightfoot, John Wiley and Sons 1960* )

Si el sistema opera a bajos números de Deborah, las trayectorias extensionales de los esfuerzos en  $\tau_{zz}$  están marcados por la línea central que interactuara en la primera línea de esfuerzos cortantes denominada N1 y que principalmente se desarrolla en la dirección  $\tau_{rr}$ , que es el que crece en las paredes de la contracción hacia adentro de ella. Si  $\tau_{rr} > \tau_{zz}$ , se puede decir que el flujo en la contracción es en corte. Donde la primera línea de esfuerzos cortantes es de tipo elástico y predomina sobre el flujo extensional. Por lo que si un fluido de Boger es incorporado a este sistema, se dirá que a números de Deborah altos, los esfuerzos extensionales crecerán hasta llegar a superar el dominio cortante que predomina en la contracción y que se toma como el mínimo en la trayectoria de la caída de presión en exceso que fue mostrado en la figura 1.1.3-2. Lo que determina que el flujo extensional empieza a dominar sobre el flujo cortante y modifica el comportamiento del flujo dentro de la contracción.

### 1.2.4 Comportamiento de un Fluido Newtoniano en una Rendija

Si bien, la mayoría de los estudios se han realizado en geometrías cilíndricas; este trabajo se enfoca en analizar como es el comportamiento de la dinámica de flujo dentro de geometrías rectangulares.

Una rendija es una estructura que contiene una abertura estrecha que queda entre dos estructuras solidas como se muestra en la figura 1.2.5 (4).

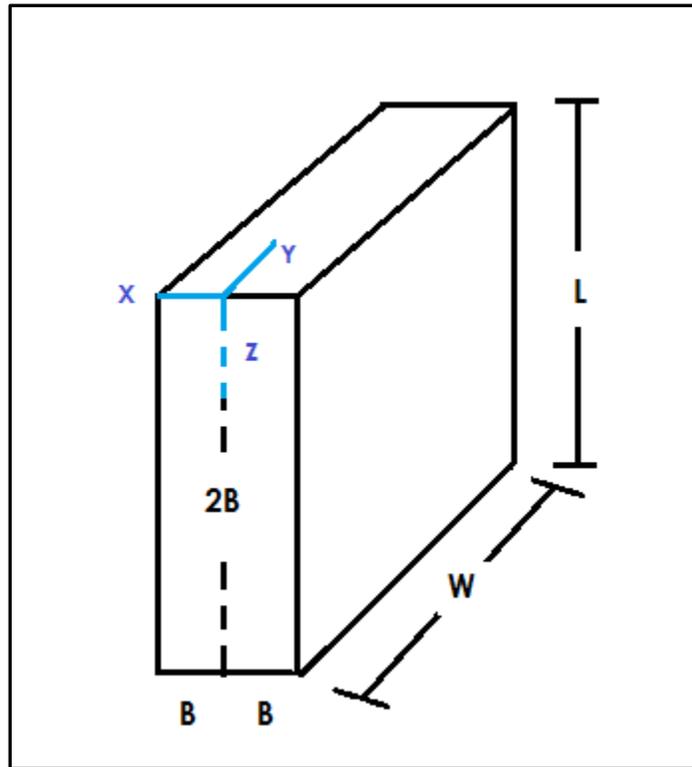


Fig. 1.2.5 Representación de las coordenadas rectangulares en una rendija.

El movimiento del fluido introducido en una rendija se rige bajo la ecuación de movimiento en coordenadas rectangulares de Navier – Stokes (4) basada en la aplicación de la segunda ley de Newton y la ley de conservación de la masa que en función del esfuerzo cortante se representa como:

Componente x

$$\rho \left( \frac{\delta v_x}{\delta t} + V_x \frac{\delta v_x}{\delta x} + V_y \frac{\delta v_x}{\delta y} + V_z \frac{\delta v_x}{\delta z} \right) = -\frac{\delta P}{\delta x} - \left( \frac{\delta \tau_{xx}}{\delta x} + \frac{\delta \tau_{yx}}{\delta y} + \frac{\delta \tau_{zx}}{\delta z} \right) + \rho g_x \quad 1.2.5-1$$

Componente y

$$\rho \left( \frac{\delta v_y}{\delta t} + V_x \frac{\delta v_y}{\delta x} + V_y \frac{\delta v_y}{\delta y} + V_z \frac{\delta v_y}{\delta z} \right) = -\frac{\delta P}{\delta y} - \left( \frac{\delta \tau_{xy}}{\delta x} + \frac{\delta \tau_{yy}}{\delta y} + \frac{\delta \tau_{zy}}{\delta z} \right) + \rho g_y \quad 1.2.5-2$$

Componente z

$$\rho \left( \frac{\delta v_z}{\delta t} + V_x \frac{\delta v_z}{\delta x} + V_y \frac{\delta v_z}{\delta y} + V_z \frac{\delta v_z}{\delta z} \right) = -\frac{\delta P}{\delta z} - \left( \frac{\delta \tau_{xz}}{\delta x} + \frac{\delta \tau_{yz}}{\delta y} + \frac{\delta \tau_{zz}}{\delta z} \right) + \rho g_z \quad 1.2.5-3$$

En el caso de la figura 1.2.5 el movimiento se genera en el componente z, considerando de la misma manera que es un sistema en estado estacionario, por lo que los términos que no cumplan ambas condiciones son cancelados, reduciendo la ecuación a:

$$-\frac{\delta P}{\delta z} - \frac{\delta \tau_{xz}}{\delta x} + \rho g_z = 0 \quad 1.2.5-4$$

Despejando  $\Delta P$  a través de la rendija como se muestra en el desarrollo en el apéndice A se obtiene:

$$\Delta P = \frac{Q^3 \mu L}{2B^3 W} \quad 1.2.5-21$$

### 1.2.5 Comportamiento de un Fluido a través de un Sistema de Flujo contracción/expansión rectangular.

El objetivo de este trabajo es el estudiar el comportamiento de un fluido dentro de un sistema de flujo contracción/expansión en forma rectangular, la ubicación de los diferentes tipos de flujo involucrados en la operación, un flujo cortante a la entrada y a la salida de la contracción, uno más dentro de la misma, y un flujo extensional uniaxial que se desarrolla sobre la línea central a lo largo del espesor  $L_c$  de la placa de contracción como se muestra en la figura 1.2.6.

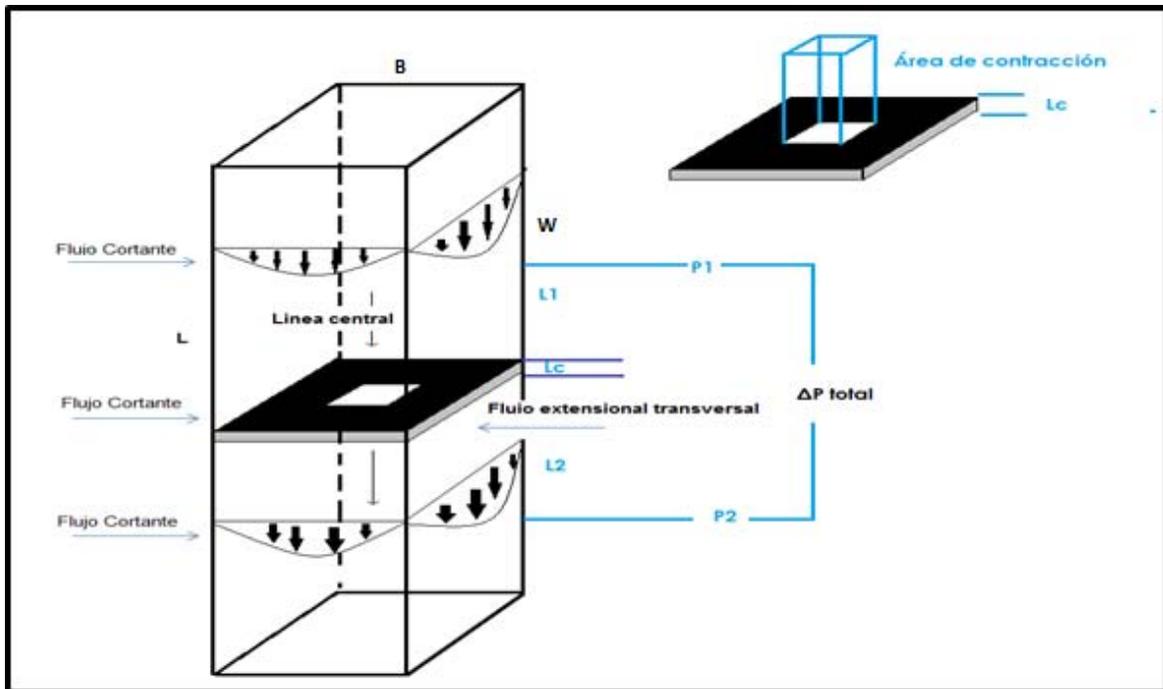


Fig. 1.2.6 Ubicación de los diferentes tipos de flujo en una Contracción/expansión Axisimétrica en coordenadas rectangulares.

En la figura 1.2.6 se representa el sistema de flujo contracción/expansión axisimétrica y la ubicación de los tipos de flujos involucrados en la operación, un flujo cortante a la entrada y a la salida de la contracción y un flujo extensional uniaxial dentro de la contracción que se desarrolla en la línea central a lo largo de la placa de contracción  $L_c$ .

Es de suma importancia aclarar que la ecuación 1.2.5-21, se basa en el modelo de la rendija y no es aplicable para calcular la caída de presión en un tubo rectangular, a pesar en que ambos son geometrías rectangulares, en un tubo rectangular se generan dos perfiles de movimiento, por lo que para su cálculo se debe utilizar la siguiente ecuación:

$$\Delta P = \frac{Q\mu L}{0.563B^4} \quad 1.2.6-1$$

Dónde:

$\Delta P$  = La diferencia de presiones a lo largo de la rendija

$Q$  = Flujo Volumétrico

$\mu$  = La viscosidad para un fluido newtoniano

$B$  = Longitud de la base de la rendija

En un sistema con una rendija, la diferencia de presiones está determinada por la interacción del fluido y la contracción. Por lo que el sistema se divide en 3 zonas como ya se había mencionado. En la figura 1.2.6 son representadas por L1, L2 y LC, L1 y L2 son las longitudes que están antes y después de la contracción respectivamente, mientras que LC es la longitud dentro de la contracción.

Por lo tanto:

$$\Delta P_{total} = \frac{Q\mu L1}{0.563B^4} + \frac{Q\mu L2}{0.563B^4} + \frac{Q\mu LC}{0.563B^4} + \Delta P_e \quad 1.2.6-2$$

La  $\Delta P_e$  se conoce como la diferencia de presión en exceso y es provocada por la entrada del fluido a la contracción, es importante mencionar según Coswell (10) que esta  $\Delta P_e$ , en fluidos viscoelásticos es provocada en su mayor parte por la presencia del flujo extensional que se desarrolla principalmente sobre la línea central de la contracción.

La  $\Delta P_{total}$  es un parámetro que mide experimentalmente la caída de presión antes, en y después de la contracción para un fluido newtoniano con una viscosidad ( $\mu$ ) conocida que puede estimarse fácilmente con la ecuación 1.2.6-2.

Sin embargo la caída de presión en exceso a diferencia de las geometrías axisimétricas es desconocida por lo que debe estimarse mediante un despeje de la ecuación 1.2.6-2. Que para un fluido viscoelástico es calculada de la misma manera ya que  $\eta$  es la viscosidad aparente para fluidos viscoelásticos.

### 1.3. Ecuaciones Constitutivas

#### 1.3.1 Modelo Bautista-Manero-Puig

El Hase, se puede definir como emulsiones asociativas alcalinas-solubles que han sido hidrofóbicamente modificadas, que tienen la particularidad de formar estructuras micelares que se modifican por efectos del flujo. Esta propiedad de restructuración, es una característica que debe repercutir en la caída de presión que es del interés de este trabajo.

La estructura del Hase se puede observar en la figura 1.3.1-1, que como se muestra, consiste de una cadena hidrofílica de ácido metacrílico soluble en agua, unida por un extremo a una molécula de acrilato de etilo, mientras que por el otro lado, se encuentra una molécula con grupos hidrofóbicos insolubles en agua

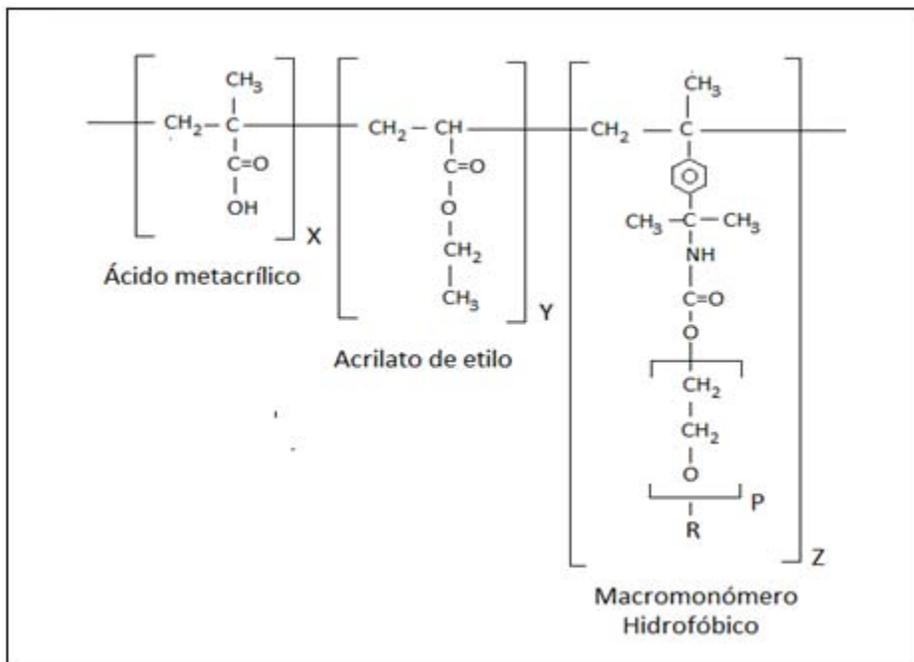


Fig. 1.3.1-1 Estructura química del Hase  
(Tan H, Tirtaatmadja V, Jenkins R.D.J. Non-Newtonian Fluid Mech. 92(2000)167)

La emulsión que se forma, se aprecia como un látex insoluble disperso en un medio acuoso a valores bajos de pH, que es donde predominan asociaciones intramoleculares de tipo hidrofóbico que se pueden apreciar en la Figura 1.3.1-2.

Si se agrega un agente neutralizante de carácter básico como el AMP (2 amino-2metil-1propanol), con el fin de aumentar el pH en la solución, el conglomerado de moléculas sufre una expansión debido a la repulsión entre cargas electrostáticas negativas existentes en la cadena polimérica; por lo que el polímero se solubiliza en un medio acuoso y los grupos hidrofóbicos se asocian con otros grupos de características similares de cadenas de polímeros cercanos para formar grupos hidrofóbicos del tipo intermolecular, por lo que crecen hasta formar redes complejas, que reológicamente brindan a la solución características viscoelásticas interesantes.

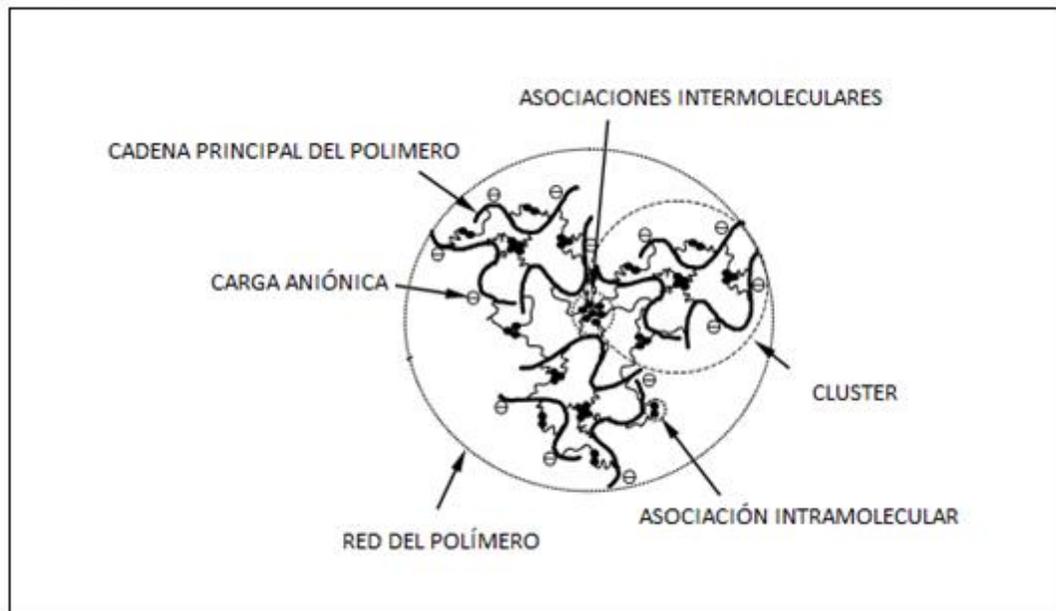


Fig. 1.3.1-2 Tipos de asociaciones moleculares del Hase  
(Tan H, Tirtaatmadja V, Jenkins R.D.J. Non-Newtonian Fluid Mech. 92(2000)167)

A valores bajos de rapidez de corte, la viscosidad es constante aproximadamente las tres primeras décadas en una escala logarítmica, todo dependiendo de la cantidad del agente neutralizante que se haya añadido. Por el contrario, a valores de rapidez de corte más altos, el fluido comienza a mostrar adelgazamiento al corte, lo que provoca un descenso de su viscosidad, que puede ser valores tan bajos que puede llegar a alcanzar la viscosidad del disolvente.

Cabe mencionar que las razones del adelgazamiento aun es motivo de debate, sin embargo, se cuenta con evidencia experimental (19,20) que indica que durante el corte existe una restructuración que presenta primordialmente asociaciones de tipo intramoleculares en lugar de asociaciones intermoleculares.

Si se desea captar este tipo de cambio de interacciones en un estudio de contracción/expansión, es necesario utilizar una ecuación constitutiva, que prediga el comportamiento de la viscosidad con la rapidez de corte, debido a los cambios de asociaciones por efecto de la modificación del gasto. Para ello, el modelo propuesto por Bautista-Manero-Puig (1), ha sido aprobado con éxito con diferentes tipos de soluciones de polímeros asociativos y que está basado en la fluidez o inverso de la viscosidad propuesto por Frederickson (11).

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\partial \eta^{-1}}{\partial t} = \frac{\varphi_0 - \varphi}{\lambda} + K (\varphi_\infty - \varphi) \underline{\underline{\tau}} : \underline{\underline{D}} \quad 1.3.1-1$$

Dónde:

- $\varphi = \eta^{-1}$  Fluidez o inverso de la viscosidad del fluido
- $\varphi_0 =$  Fluidez a cero rapidez de corte
- $\varphi_\infty =$  Fluidez a muy altos valores de rapidez de corte
- $\lambda =$  Tiempo de relajamiento asociado a algún cambio de estructura
- $K =$  Constante cinética asociada al rompimiento o cambio de estructura.
- $\underline{\underline{\tau}} : \underline{\underline{D}}$  Disipación viscosa asociada al rompimiento o cambio de estructura.

Y el modelo Oldroyd B.:

$$\underline{\underline{\tau}} + \frac{\eta}{G_0} \overset{\nabla}{\underline{\underline{\tau}}} = 2\eta \left( \underline{\underline{D}} + \lambda_j \overset{\nabla}{\underline{\underline{D}}} \right) \quad 1.3.1-2$$

Siendo:

- $\lambda_j =$  Tiempo de retardación
- $G_0 =$  Módulo elástico
- $\overset{\nabla}{\underline{\underline{\tau}}}$  = Derivada convectiva superior del tensor de esfuerzos.

Para flujo cortante simple en estado estacionario Bautista et al (1) han reportado las siguientes ecuaciones:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\partial \eta^{-1}}{\partial t} = \frac{\varphi_o - \varphi}{\lambda} + K (\varphi_\infty - \varphi) \tau_{12} \dot{\gamma} \quad 1.3.1-3$$

$$\tau_{12} + \frac{1}{G_o \varphi} \frac{d\tau_{12}}{dt} - \frac{\tau_{22}}{G_o \varphi} = \frac{\dot{\gamma}}{\varphi} \quad 1.3.1-4$$

$$N_1 + \frac{1}{G_o \varphi} \frac{dN_1}{dt} = \frac{2 \tau_{12} \dot{\gamma}}{G_o \varphi} \quad 1.3.1-5$$

Una ecuación para la fluidez, que es muy útil experimentalmente hablando, se encuentra propuesta por Boek et al (5), la cual se obtiene combinando las ecuaciones 1.3.1-3 y 1.3.1-4, bajo condiciones estacionarias e igualando a cero las derivadas temporales obtenemos:

$$\varphi_{ss} = \frac{1}{2} \left[ - \left( K_i \lambda_i \dot{\gamma}^2 - \varphi_o \right) + \left( \left( K_i \lambda_i \dot{\gamma}^2 - \varphi_o \right)^2 + 4 K_i \lambda_i \dot{\gamma}^2 \varphi_\infty \right)^{1/2} \right] \quad 1.3.1-6$$

Donde se muestra la dependencia de la fluidez  $\varphi_{ss}$  con la rapidez de corte  $\dot{\gamma}$  en función de  $\varphi_o$  y  $\varphi_\infty$  que se obtienen experimentalmente. El tiempo de relajamiento asociado al cambio de estructura  $\lambda$  y la constante cinética K se obtienen ajustando las predicciones de la Ec. 1.3.1-6 con los datos experimentales.

Para flujo extensional uniaxial Boek et al (5) han propuesto mejoras al modelo de Bautista-Manero-Puig, de aquí que para evaluar la fluidez en flujo extensional uniaxial propone:

$$(\varphi - \varphi_0) \left( G_0 \varphi - 2 \dot{\varepsilon} \right) \left( G_0 \varphi + \dot{\varepsilon} \right) = 3 \lambda \left( \frac{\kappa}{\eta_\infty} \right) G_0^2 \varphi \dot{\varepsilon}^2 \quad 1.3.1-7$$

Que resulta ser una ecuación cúbica en  $\varphi$  que debe resolverse numéricamente o analíticamente, esta ecuación está relacionada con la primera diferencia de esfuerzos normales N1 por:

$$N1 = \frac{\varphi - \varphi_0}{\lambda (\kappa/\eta_\infty) \dot{\varepsilon}} + 3 \eta_{sln} \dot{\varepsilon} \quad 1.3.1-8$$

Que finalmente permite estimar la viscosidad extensional uniaxial mediante:

$$\eta_E = \frac{N1}{\dot{\varepsilon}} \quad 1.3.1-9$$

Sin embargo, para este trabajo, se utilizó la siguiente ecuación obtenida por Thomas y colaboradores (23). Siendo la ecuación del cálculo de la viscosidad más reciente que se ha obtenido:

$$\eta_{E,a} = \frac{1}{\varepsilon H} \frac{\Delta P_e}{\gamma} \quad 1.3.1-10$$

Dónde:

$\eta_{E,a}$ : Viscosidad extensional

$\varepsilon H$  : Extensión de Hencky

$\Delta P_e$  : Caída de Presión en Exceso

$\gamma$  : Rapidez de corte

Mientras que para evaluar la extensión de Hencky obtuvieron la siguiente ecuación:

$$\varepsilon H (x) = \int_0^t \gamma dt' = \ln \left( \frac{Wu}{w(x)} \right) \quad 1.3.1-1$$

Dónde:

$Wu$  : Lado de Contracción

$\gamma$  : Rapidez de corte

$\frac{Wu}{w(x)}$ : Relación de longitudes de la contracción

### 1.3.2. Modelo Oldroyd B.

El segundo fluido empleado en la experimentación para este trabajo es el Fluido de Boger, que está compuesto de una mezcla de glucosa de maíz y pequeñas adiciones de poliacrilamida, que fue seleccionado como fluido de referencia, ya que su comportamiento reológico es similar al de un fluido newtoniano con la característica de que presenta mayor elasticidad a medida de que se adiciona pequeñas cantidades de poliacrilamida a la mezcla.

Se ha estudiado el comportamiento reológico de este fluido en flujo cortante simple empleando el modelo de Oldroyd B (24,25) y con el cual se han obtenido resultados exitosos a través de la ecuación:

$$\tau_{ik} + \lambda_1 \overset{\nabla}{\tau}_{ik} = 2\eta_o \left[ D_{ik} + \lambda_2 \overset{\nabla}{D}_{ik} \right] \quad 1.3.1-12$$

La cual también se puede expresar en términos del disolvente y el polímero de la forma:

$$\tau_{ik}^S = 2\beta D_{ik} \quad 1.3.1-13$$

$$\tau_{ik}^P + \lambda_1 \overset{\nabla}{\tau}_{ik}^P = 2\eta_o (1 - \beta) D_{ik} \quad 1.3.1-14$$

Dónde:

$$\beta = \frac{\lambda}{\lambda_j}$$

Uno de los fluidos más estudiados con este modelo es el fluido de Boger que posee una alta elasticidad pero su viscosidad cortante es constante comportándose reológicamente como un fluido Newtoniano de características elásticas.

El desarrollo de las ecuaciones 1.2.7-10 y 1.2.7-12 para flujo cortante arrojan las siguientes funciones materiales (25):

$$\begin{aligned} \eta &= \eta_o \\ N1 &= 2\eta_o (1 - \beta)\lambda_1 \dot{\gamma}^2, \quad N2 = 0 \\ \eta_E &= 3\beta\eta_o + 3(1 - \beta)\eta_o \left[ \frac{1}{1 - \lambda_1 \epsilon - 2\lambda_1^2 \dot{\epsilon}^2} \right] \end{aligned} \quad 1.3.1-13$$

Como se puede mostrar en el anterior grupo de ecuaciones (1.3.1-13), el modelo de Oldroyd B aplicado a un fluido de Boger, predice la viscosidad cortante constante a lo largo de la historia de deformación del fluido, así como una primera diferencia de esfuerzos normales N1, que tiene características cuadráticas y por lo tanto, una viscosidad extensional muy alta, que diverge en la mayoría de los casos. Sin embargo, para la experimentación esto representa un problema, ya que no es fácil ajustar los resultados a este modelo en un amplio intervalo de valores de rapidez de extensión.

### 1.3.3 Modelo de la Mancuerna (FENE-CR)

Walters y colaboradores (27,28), han propuesto el uso del modelo FENE-CR (Finite Extendible Non-Linear Elasticity – Chilcott – Rallison) el cual, tiene la característica de predecir valores de viscosidad extensional uniaxial constante a valores de rapidez de extensión, lo que es sumamente necesario en el comportamiento reológico de un fluido de Boger.

El modelo considera que la evolución del flujo puede representarse como el resultado de la interacción de dos esferas conectadas por un resorte como se muestra en la Figura 1.3.1-3

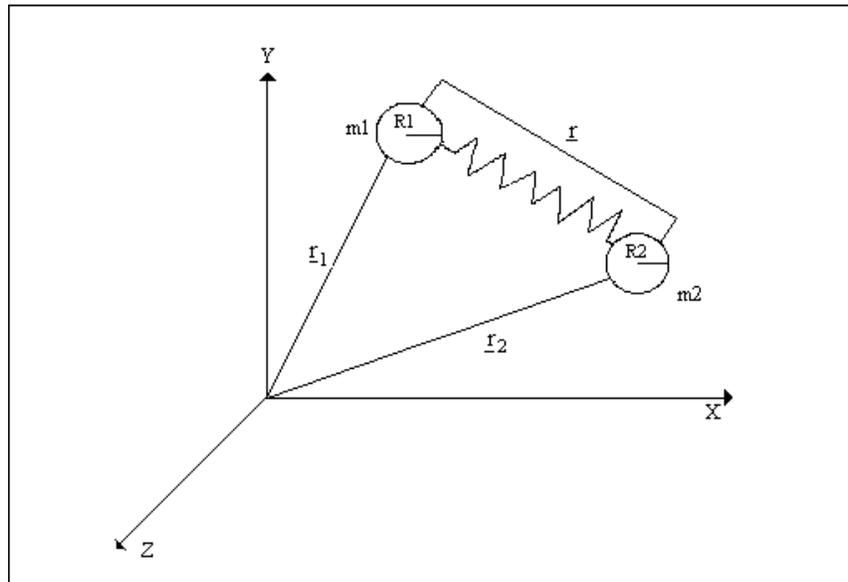


Fig. 1.3.1-3 Modelo de la Mancuerna  
 ( Dynamics of polymeric liquids. Vol 2 R.B.Bird et al. Jhon Wiley and Sons 1987)

Las esferas tienen masas  $m_1$  y  $m_2$  y radios  $R_1$  y  $R_2$  respectivamente: La localización de cada uno de los centros de las esferas está dada por los vectores de posición  $r_1$  y  $r_2$ , con respecto a un sistema de coordenadas fijo. El Vector de Conformación  $r = r_1 - r_2$ , especifica la orientación de la mancuerna en el espacio y la distancia instantánea entre los centros de masa de las esferas.

El desarrollo del modelo contempla las siguientes consideraciones:

1. La solución es lo suficientemente diluida lo cual provoca que las mancuernas no interactúen entre sí.
2. Cuando se induce un flujo extensional en la solución, las mancuernas experimentan arrastre hidrodinámico por efecto del disolvente, lo que provoca que se puedan orientar y extender en la dirección del campo de flujo.
3. Hay  $n$  mancuernas por unidad de volumen contenidas en un disolvente de características newtonianas, de tal manera que en la solución no se presentan gradientes de concentración.

Es fundamental establecer con claridad el campo de flujo en que las mancuernas se encuentran inmersas, por lo que éste modelo analiza la respuesta que tiene la molécula al estar expuesta al flujo del disolvente.

El modelo de Chilcott-Rallison (10) en forma adimensional propone que la evolución del tensor de conformación está dada por:

$$f\left(\text{Tr}\left(\underline{\underline{A}}\right)\right)\underline{\underline{A}} + \text{De} \overset{\nabla}{\underline{\underline{A}}} - f\left(\text{Tr}\underline{\underline{A}}\right)\underline{\underline{I}} = 0 \quad 1.3.1-14$$

Donde  $f(\text{Tr}(\underline{\underline{A}}))$  representa al conector o resorte de tipo Hookeano que une a las dos esferas que conforman el modelo de la mancuerna, dado por la siguiente relación:

$$f\left(\text{Tr}\left(\underline{\underline{A}}\right)\right) = \frac{1}{1 - \left[\frac{\text{Tr}\underline{\underline{A}}}{L^2}\right]} \quad 1.3.1-15$$

Donde  $\overset{\nabla}{\underline{\underline{A}}}$  es la derivada convectiva superior del tensor de conformación:

$$\overset{\nabla}{\underline{\underline{A}}} = \frac{\partial \underline{\underline{A}}}{\partial t} + \underline{\underline{u}} \cdot \overset{\nabla}{\underline{\underline{A}}} - \left(\nabla \underline{\underline{u}}\right)^T \cdot \underline{\underline{A}} - \underline{\underline{A}} \cdot \overset{\nabla}{\underline{\underline{u}}} \quad 1.3.1-16$$

Resulta importante observar que la ecuación que describe el comportamiento del conector dada por la Ec. 1.2.6-15, el factor  $f(\text{Tr} \underline{\underline{A}})$ , depende de la extensibilidad de la mancuerna  $L^2$  que representa la elasticidad de la solución y que este es un parámetro experimental característico que debe especificarse debidamente.

Por otro lado el factor  $f(\text{Tr} \underline{\underline{A}})$ , depende del cociente entre la traza del tensor de conformación  $\underline{\underline{A}}$  y la extensibilidad de la mancuerna y su valor oscila entre cero y uno:

$$0 \leq \frac{\text{Tr } \underline{A}}{L^2} \leq 1 \quad 1.3.1-17$$

Indicando que si este cociente toma el valor de cero, las esferas que componen la mancuerna se sobre enciman una a la otra indicando que la molécula no se ha extendido y que puede considerarse que se encuentra en su condición de equilibrio, por el contrario si el cociente dado por la Ec. 1.2.7-17 toma el valor de uno indicará que la traza del vector de configuración se ha desarrollado tanto que la mancuerna ha adquirido su máxima extensión posible cuyo valor coincide con el cuadrado de la extensibilidad  $L$ .

En particular el tensor de conformación  $\underline{A}$  para el caso de un flujo extensional uniaxial en términos de los vectores de conformación puede escribirse de la siguiente manera:

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} r_x r_x & 0 & 0 \\ 0 & r_y r_y & 0 \\ 0 & 0 & r_z r_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & r_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & r_{zz} \end{bmatrix} \quad 1.3.1-18$$

En un fluido de Boger el contenido de polímero se encuentra en pequeñas cantidades por lo que su contribución al tensor de esfuerzos es despreciable, quedando únicamente definido por la contribución del disolvente.

$$\underline{\tau} = \frac{(1-\beta) f(\text{Tr}(\underline{A}))(\underline{A}-1)}{De} \quad 1.3.1-19$$

Las funciones reométricas asociadas a un modelo de FENE-CR son:

$$\begin{aligned} \eta &= \eta_o \\ N1 &= \frac{2\eta_o (1-\beta) De \gamma^2}{f^2} \\ \eta_E &= 3\beta\eta_o + 3(1-\beta)\eta_o \left[ \frac{f^2}{f^2 - f De - 2 De^2} \right] \end{aligned} \quad 1.3.1-20$$

Dónde:  $f = f(\text{Tr}(\underline{A}))$

La ecuación 1.2-7-20 sugiere que la viscosidad extensional a bajos números de We está determinada por la relación de Trouton y que existe un punto crítico en donde el término entre corchetes que corresponde a la expresión asociada a la elasticidad, empieza a ser determinante sobre el valor de la de la viscosidad extensional  $\eta_E$  a medida que el flujo extensional crece seguido a partir del aumento en el valor de la traza del tensor de configuración.

### 1.3.4 Desarrollo del modelo FENE-CR Para el caso de un flujo extensional uniaxial

El campo de velocidades dimensional para un flujo extensional está dado directamente por la ecuación 1.2.3-1

$$\underline{\underline{L}} = \nabla \underline{v} = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_x}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial v_y}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_x}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \frac{\partial v_x}{\partial x} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \frac{\partial v_x}{\partial x} \end{bmatrix} = \dot{\underline{\underline{\epsilon}}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

1.2.3-1

Si se definen los siguientes parámetros adimensionales

$$U = \frac{V_x}{V_o} \quad \text{y} \quad \xi = \frac{x}{L}$$

Dónde:

$V_o$  = Velocidad del elemento del fluido en la línea central

$V_x$  = Velocidad puntual del elemento de fluido a lo largo de la zona de contracción

$L$  = Espesor de la placa de contracción

La Ec. 1.2.3-1 podrá escribirse como:

$$\underline{\underline{\nabla}} \underline{\underline{v}} = \frac{\partial \underline{\underline{V}}_x}{\partial \underline{\underline{x}}} = \frac{V_o}{L} \left( \frac{\partial U_X}{\partial \xi} \right) = \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}} \left( \frac{\partial U_X}{\partial \xi} \right) = \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}} \underline{\underline{\nabla}} U \quad 1.3.1-21$$

Igualando Ecs. 1.2.6-21 y 1.2.2-5 se obtiene el campo de velocidades adimensional para un flujo extensional uniaxial:

$$\underline{\underline{\nabla}} U = \frac{\partial U}{\partial \xi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & -1/2 \end{bmatrix} \quad 1.3.1-22$$

Si se asume que durante el desarrollo del flujo en contracción/expansión hay régimen permanente y dado que la velocidad del fluido en la contracción es pequeña, se pueden despreciar los efectos inerciales, por lo que el tensor de conformación dado por la Ec. 1.2.6-16 se reduce a:

$$\underline{\underline{\overset{\nabla}{\mathbf{A}}}} = - \left( \underline{\underline{\nabla}} \underline{\underline{u}} \right)^T \cdot \underline{\underline{\mathbf{A}}} - \underline{\underline{\mathbf{A}}} \cdot \underline{\underline{\nabla}} \underline{\underline{u}} \quad 1.3.1-23$$

Al hacer uso de la ec.1.2.6-17, el tensor de conformación dado por la Ec. 1.3.1-23 se expresa como:

$$\underline{\underline{\overset{\nabla}{\mathbf{A}}}} = - \begin{bmatrix} r_x r_x & 0 & 0 \\ 0 & -1/2 r_y r_y & 0 \\ 0 & 0 & -1/2 r_z r_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} r_x r_x & 0 & 0 \\ 0 & -1/2 r_y r_y & 0 \\ 0 & 0 & -1/2 r_z r_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 r_x r_x & 0 & 0 \\ 0 & r_y r_y & 0 \\ 0 & 0 & r_z r_z \end{bmatrix} \quad 1.3.1-24$$

El cual al ser sustituido en el modelo de Chilcott-Rallison dado por la Ec. 1.3.1-14 se llega al siguiente sistema de ecuaciones:

$$f(\text{Tr}A) (r_{xx}) - 2De(r_{xx}) - f(\text{Tr}A) = 0$$

$$f(\text{Tr}A) (r_{yy}) + De(r_{yy}) - f(\text{Tr}A) = 0 \quad 1.3.1-25$$

$$f(\text{Tr}A) (r_{zz}) + De(r_{zz}) - f(\text{Tr}A) = 0$$

La solución simultánea de las ecuaciones 1.2.7-25 junto a la ecuación que representa al conector que une a las dos esferas dado por la ecuación 1.3.1-15 y la restricción 1.3.1-17 proporcionan tanto el valor del factor  $f(\text{Tr} \underline{A})$  y el número de Deborah necesarios para predecir el valor de la viscosidad extensional uniaxial dado por la Ec. 1.3.1-2.

## Capítulo 2 DESARROLLO EXPERIMENTAL

### 2.1 Introducción

El presente trabajo consiste en el estudio de una experimentación que se dividió en cuatro etapas que abarcan operación del equipo experimental, la evaluación de caídas de presión, toma de fotografías y evaluación de los vórtices formados a través de las diferentes contracciones. El diagrama del desarrollo experimental propuesto se representa en la figura 2.1-1.

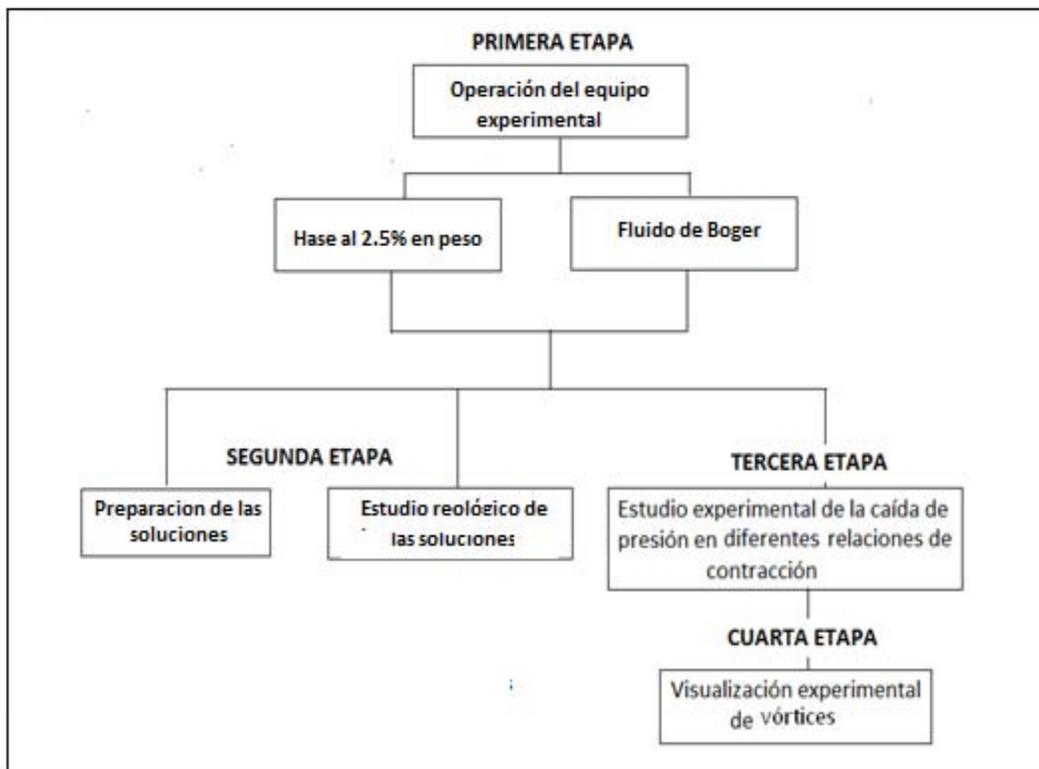


Fig.2.1-1. Etapas Experimentales del Trabajo de Investigación

## 2.2 Equipo Experimental

### 2.2.1 Descripción del equipo

El equipo diseñado y construido que se muestra en la figura 2.1-1 se divide en cuatro zonas:

1. Zona de suministro del fluido
2. Zona de prueba
3. Zona de control eléctrico
4. Zona de recolección del fluido

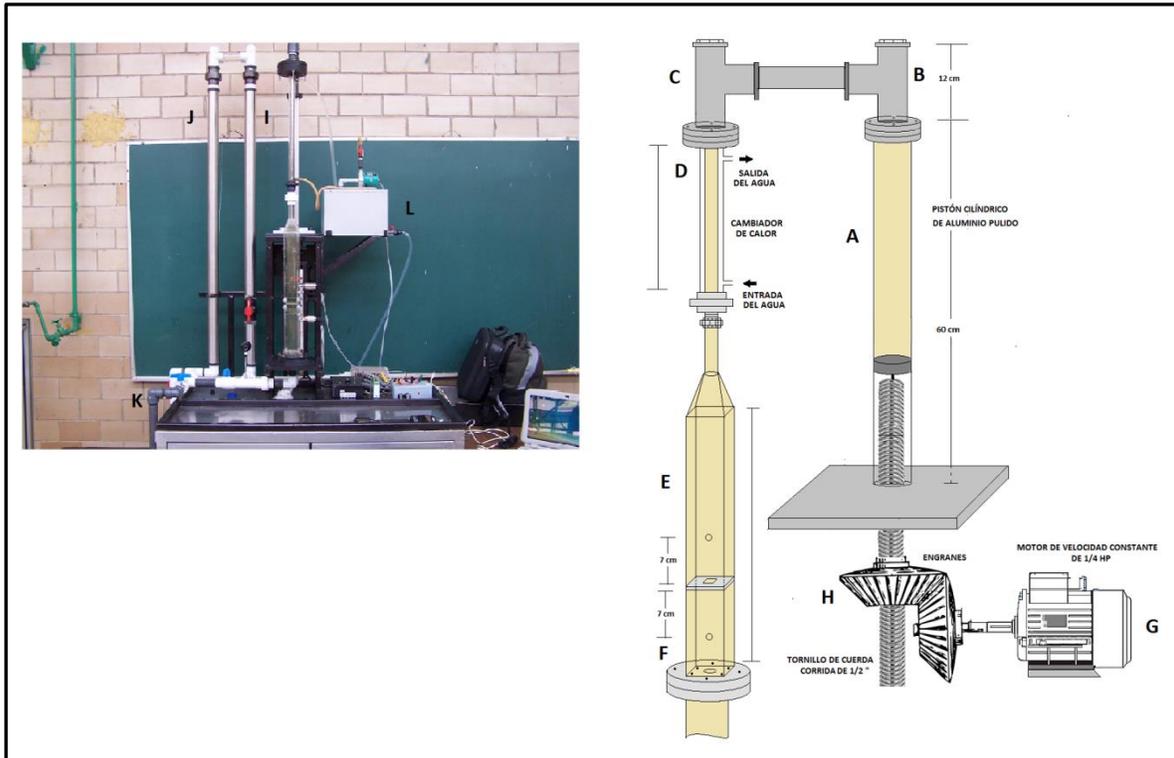


Figura 2.2-1. Equipo Experimental

### 2.2.2 Zona de suministro del fluido

Un motor trifásico (**G**) de 1/12 de HP de velocidad variable al que se le ha adaptado un reductor de velocidad, suministra al fluido a gastos muy pequeños de hasta 0.01 ml/s. El motor mueve un par de engranes (**H**) con una relación 2:1 que puede variar fácilmente a 4:1 u 8:1, que permite el desplazamiento del embolo de un pistón a valores requeridos para la investigación.

El pistón (**A**) está construido de aluminio pulido de 3 cm de diámetro al cual se le ha colocado a la superficie de su embolo, dos estabilizadores que permiten un desplazamiento uniforme y continuo a lo largo de su trayectoria.

El equipo permite el cambio de pistón y se cuenta con además del ya mencionado de 3 cm de diámetro interno con otro de 10 cm. El primero es capaz de suministrar fluido a gastos bajos de entre 0 y 1.5 ml/s lo que garantiza en todo momento un régimen en flujo reptante en la contracción mientras que el pistón de 10 cm permite un suministro del fluido a gastos de entre 4 y 10 ml/s. En estos intervalos de flujo en la contracción 2:1:2 alcanzan valores de flujo reptante y laminar con valores del no. de Reynolds superiores a 1, por lo que estudiar regímenes de flujo con contribuciones inerciales.

### 2.2.3 Zona de prueba

La zona de prueba tiene dos secciones, la primera de ellas consistente de un intercambiador de calor de tubos concéntricos (**D**), y un baño térmico (**L**), este último proporciona agua a una temperatura controlada con el que opera el intercambiador a fin de rectificar la temperatura del fluido en estudio. El tubo interno tiene una longitud de 65 cm con un diámetro interno de 5.2 cm y 6.27 cm para el tubo externo. El fluido experimental proveniente del pistón pasa a través del tubo interno del cambiador de calor a fin de rectificar su temperatura a las condiciones que requiera la investigación.

La segunda sección consiste de un tubo recto de acrílico (**E**) de 5.2 cm de diámetro interno y una longitud de 55.5 cm coincidente con el tubo interno del cambiador de calor, en este tubo se encuentra colocado un disco de Nylamid intercambiable que genera la zona de contracción/expansión. Las placas tienen las características mostradas en la Tabla 2.2-2.

Tabla 2.2-2 Relación de placas y relación de apariencia

Relación Contracción/expansión	Longitud de la placa W (cm)	Ancho de la placa 2B(cm)	Espesor de la contracción L <sub>c</sub> (cm)	Relación de Apariencia L <sub>c</sub> /2B
2:1:2	2.25	2.25	0.6	0.2666
4:1:4	1.125	1.125	0.6	0.5333
6:1:6	0.75	0.75	0.6	0.8
8:1:8	0.5625	0.5625	0.6	1.0666
10:1:10	0.45	0.45	0.6	1.3333

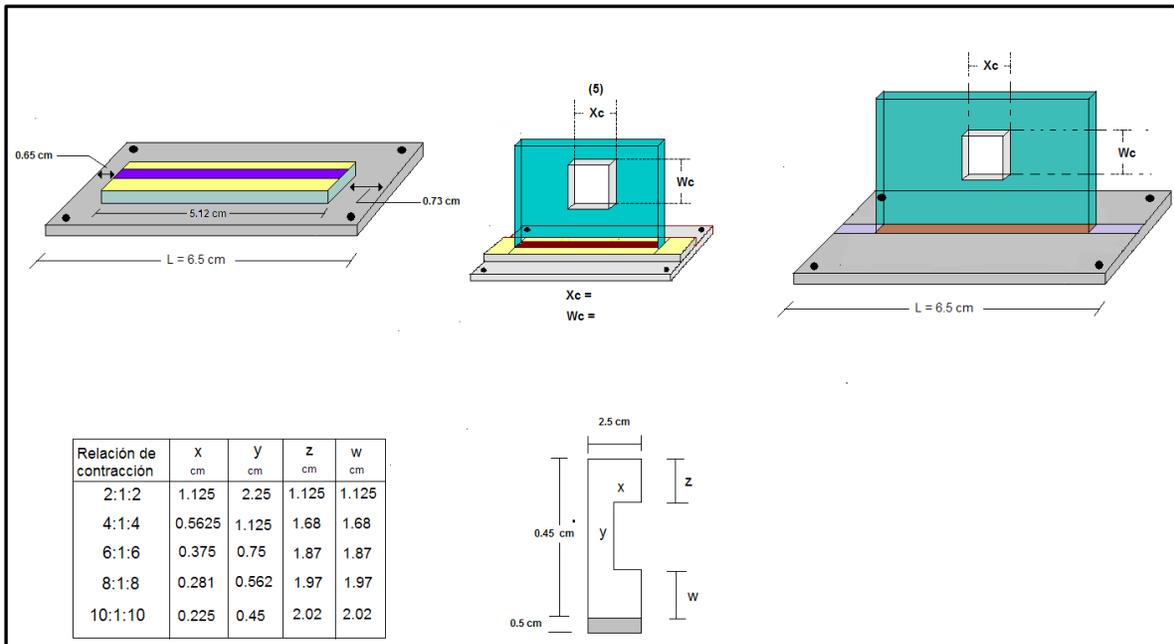


Fig. 2.2-3 Datos rectangulares

## 2.2.4 Zona de control electrónico

El equipo cuenta en la zona de prueba con dos transductores de presión Marca Piezotronic con un rango de 0 a 10 lb/in<sup>2</sup> colocados a 7 cm por encima y por debajo de la placa de contracción a fin de tener un registro lo suficientemente claro de la caída de presión y también evitar que la formación de vórtices pueda interferir con la señal.

En La Fig. 2.2-3 se muestra la zona de control electrónico del equipo experimental.

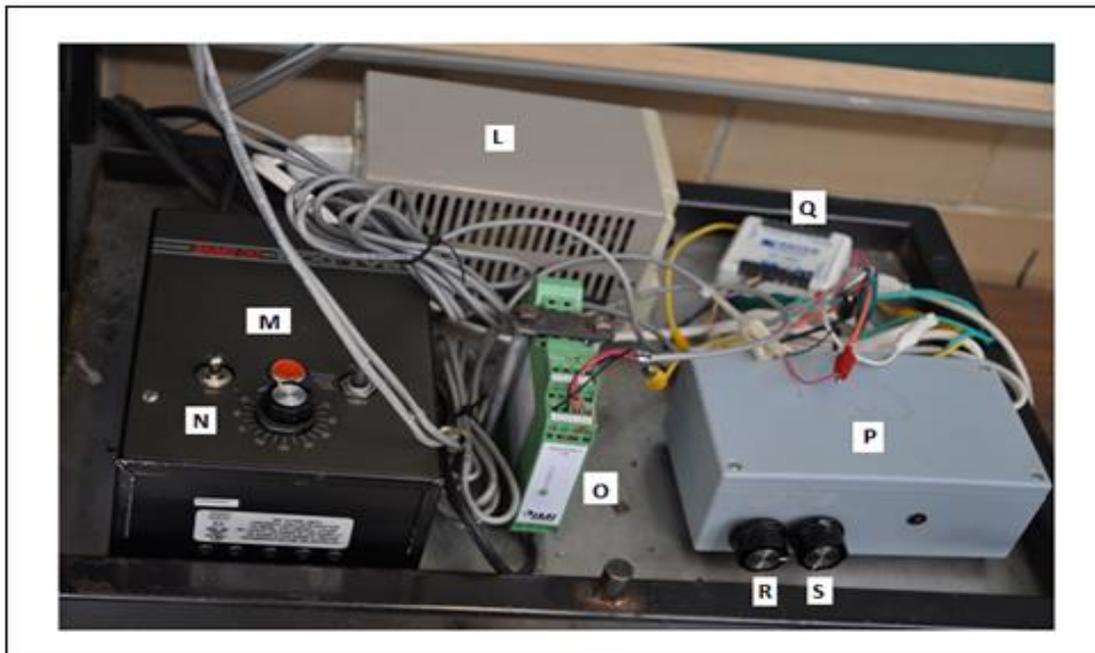


Fig. 2.2-4. Zona de control electrónico

En la figura 2.2-4 la señal proveniente de los transductores se recibe en un equipo de adquisición de datos (**Q**) Marca Dataq modelo DI-158, que envía la señal en forma de voltaje a una computadora en donde es grabada en tiempo real durante toda la experimentación.

El flujo del fluido de prueba se regula a partir de un controlador de voltaje (**M**) Marca Baldor BC 140 de 115 volts acoplado al motor que mueve los engranes y

estos a su vez desplacen el embolo del pistón, de tal manera que mediante el registro del tiempo, el área transversal del pistón y la longitud de desplazamiento del émbolo puede estimarse con precisión el flujo volumétrico del fluido.

Antes de iniciar la experimentación los transductores de presión deben ser ajustados a voltaje cero que corresponde a la presión atmosférica. Para esto se adaptó una fuente de poder **(P)** que suministra voltajes de hasta 0.0001 volts según lo necesite el experimentador, con la intención de que al inicio se parta en cada sensor a un voltaje de cero.

### 2.2.5 Zona de recolección del fluido

El fluido proveniente de la parte inferior de la zona de prueba no puede descargarse directamente a la presión atmosférica ya que el efecto de la gravedad interfiere en el flujo impuesto en el regulador de voltaje. Para esto, al equipo se le adaptó un segundo tubo de acero inoxidable **(I)** de idénticas dimensiones que el tubo de prueba. Estos dos tubos que funcionan como vasos comunicantes que permiten regular la salida del fluido en ausencia de la gravedad, pero ocasiona que el fluido se descargue por la parte superior del equipo, por lo que se debió colocar un tercer tubo **(J)** que conduzca al fluido hacia un tanque recolector para su posterior uso.

## 2.3 Fundamentos Teóricos

### 2.3.1 Preparación de soluciones

- **Solución Hase al 2.5%**

Para la experimentación se requieren 10 litros de la solución Hase en total.

1. Preparar una solución de 500 mL de una solución del agente neutralizante de 0.1m 2 amino - 2 metil - 1 propanol (AMP), la cual se deja reposar por 24 horas y a temperatura ambiente.
2. Emplear Acrisol TT-935 9 suministrado por Rom and Has, que es la suspensión lechosa de Hase disuelta en agua en una concentración del 30% en peso.

3. Añadir lentamente 833.33ml de la suspensión preparada a 9.166 litros de agua destilada, agitando mecánicamente y de forma continua durante 30 minutos y se deja reposar por 72 horas.
4. Pasando el tiempo agregar lentamente a la solución 10 ml de AMP a la solución disuelta de Hase en agua cada 15 minutos con agitación constante a 150 rpm. Antes de agregar la solución se debe medir el pH con la finalidad de alcanzar un valor de 9.5, que es el valor en el cual se neutraliza el ácido metacrílico contenido en la solución lechosa de Hase.
5. Pasando las dos semanas se debe medir su viscosidad, si se mide antes, ya que su viscosidad antes de ese periodo arroja valores cambiantes.
6. Guardar la solución en recipientes herméticos.

En la figura 2.3.2-1 se puede apreciar la viscosidad a bajos valores de rapidez de corte, obteniendo un valor de 13.5 Pa.s, que se tomó como referencia para fijar el valor de la viscosidad a la que debía prepararse el fluido de Boger.

- **Solución de Boger**

La preparación de esta solución debe hacerse de forma meticulosa, ya que se deben obtener valores de viscosidad de 13.5 Pa.s, con el propósito de tener lecturas de caídas de presión experimentalmente comparables entre ambas soluciones.

La solución de Boger está constituida de una solución concentrada de glucosa de maíz en agua añadiendo cantidades muy pequeñas de una solución diluida de poliacrilamida.

1. Preparar independientemente 50 mL de una solución de poliacrilamida en agua en una concentración de 0.1% en peso.
2. Preparar 10litros de una solución de glucosa y agua monitoreada en todo momento para poder obtener una viscosidad lo más cercana a 13.5 Pa.s

3. Teniendo ese valor, agregar pequeñas cantidades de la solución de poliacrilamida diluida cuidando de no cambiar sustancialmente su viscosidad y poder alcanzar una diferencia de esfuerzos normales de 2000 Pa a una rapidez de corte de  $300 \text{ s}^{-1}$  que es equiparable a la solución de Hase.

Las mediciones experimentales se realizaron con un reómetro de esfuerzo controlado marca TA Instruments modelo G2 con un usillo tipo cono-plato de 40 mm de diámetro y un ángulo de  $1^\circ$ .

En la figura 2.3.2-1 se muestra una gráfica de viscosidad cortante y diferencia de esfuerzos normales contra la rapidez de corte de las dos soluciones empleadas arrojando las siguientes observaciones:

- a) La viscosidad del fluido de Boger a bajos valores de rapidez de corte se muestra superior a la solución de Hase al 2.5%, solamente por 0.99 Pa.s. Lo cual es insignificante para los objetivos experimentales.
- b) La viscosidad constante y de igual magnitud en ambas soluciones se mantiene solamente en las tres primeras décadas de rapidez de corte aplicada. El fluido de Boger fue constante con una viscosidad de 13.5 Pa.s en todo momento. Mientras que el fluido de Hase mostro un comportamiento adelgazante que dio inicio a un valor de rapidez de corte de  $7 \text{ s}^{-1}$  provocando el descenso de su viscosidad hasta 1.3 Pa.s a una rapidez de corte de  $300 \text{ s}^{-1}$ .
- c) A bajos valores de rapidez de corte, ambas soluciones muestran comportamientos elásticos totalmente diferentes entre sí. El fluido de Hase mostro comportamiento elástico a valores de rapidez de corte de  $0.6 \text{ s}^{-1}$  con una diferencia de esfuerzos normales de 4 Pa. Mientras que Boger se mostró elástico a valores de rapidez de corte diez veces más granes, es decir  $\dot{\gamma} = 6 \text{ s}^{-1}$ . Sin embargo, la máxima rapidez de corte programada en el reómetro en ambas soluciones se registraron valores de  $N_1$  muy cercanos a los 2000 Pa, por lo que ambas soluciones mostraron comportamiento elástico muy semejante a valores altos de rapidez de corte, mientras que a valores bajos, el fluido de Hase manifestó elasticidad de manera temprana comparado con la del fluido de Boger. Esto se puede apreciar en la figura 2.3.2-1.

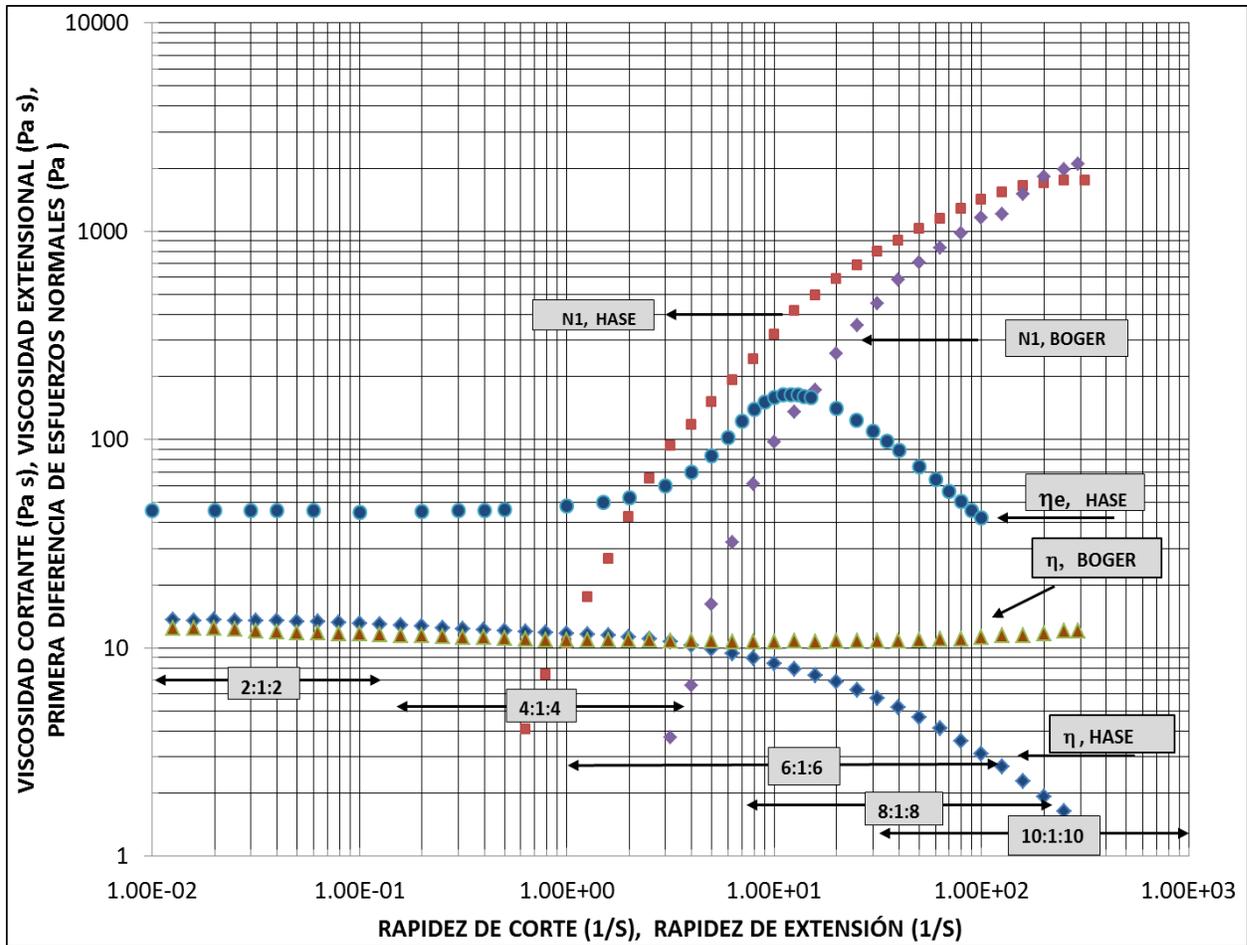


Fig.2.3.2-1 Reología comparativa entre la solución de Hase al 2.5% y un fluido de Boger. (Estudio experimental de fluidos complejos en flujo contracción/expansión, Pérez C. Mariano, UNAM, 2016)

## 2.4 Reología de las Soluciones

### 2.4.1 Solución de Hase al 2.5% en peso

#### Reología cortante

El seguimiento de la caída de presión total en un flujo de contracción/expansión puede monitorearse a partir de las Ecs.1.2.6-6, pero esta ecuación requiere el conocimiento de la viscosidad en el mismo momento en que se hace la

experimentación. Para un fluido newtoniano como la solución de Boger o glucosa la viscosidad es constante no así para el Hase cuyo comportamiento adelgazante lo hace dependiente de la rapidez de corte.

La rapidez de corte aparente evaluada en la contracción se estimó a partir de la ecuación de Rabinowitsch dada por la Ec. 1.2.5-2 pero para conocer su relación con la viscosidad debe emplearse una ecuación constitutiva que relacione a ambos, la fluidez o inverso de la viscosidad con la rapidez de corte, la Ec. 1.2.6-6 del modelo BMP parece ser la ecuación más adecuada para este tipo de fluido. Su expresión en su forma multimodal es:

$$\varphi_{ss} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \left[ -(\mathbf{K}_i \lambda_i \gamma^2 - \varphi_o) + \left( (\mathbf{K}_i \lambda_i \gamma^2 - \varphi_o)^2 + 4 \mathbf{K}_i \lambda_i \gamma^2 \varphi_\infty \right)^{1/2} \right] \quad 2.4.1-1$$

Entonces a partir de los datos reométricos  $\varphi_o$  y  $\varphi_\infty$  ya conocidos, pudo hacerse un ajuste de los parámetros desconocidos  $K_i$  y  $\lambda_i$  hasta igualar los datos experimentales de la viscosidad y las predicciones dadas por la ecuación 2.4.1-1 en la forma  $\eta = \frac{1}{\varphi_{ss}}$ , de los resultados experimentales se concluyó que la solución

de Hase al 2.5% en peso fueron necesarios 2 modos por lo que la ecuación 2.4.1-1 para este caso puede escribirse como:

$$\varphi_{ss} = \frac{1}{2} \left[ -(\mathbf{K}_1 \lambda_1 \gamma^2 - \varphi_o) + \left( (\mathbf{K}_1 \lambda_1 \gamma^2 - \varphi_o)^2 + 4 \mathbf{K}_1 \lambda_1 \gamma^2 \varphi_\infty \right)^{1/2} \right] + \frac{1}{2} \left[ -(\mathbf{K}_2 \lambda_2 \gamma^2 - \varphi_o) + \left( (\mathbf{K}_2 \lambda_2 \gamma^2 - \varphi_o)^2 + 4 \mathbf{K}_2 \lambda_2 \gamma^2 \varphi_\infty \right)^{1/2} \right] \quad 2.4.2-2$$

En la Tabla 2.4-1 se muestran los parámetros de ajuste en el modelo BMP para una solución de Hase al 2.5%

Tabla.2.4.1-1 Parámetros de ajuste en flujo cortante simple para el modelo Bautista-Manero-Puig

Modo	$\varphi_o$ (1/Pa.s)	$\varphi_\infty$ (1/Pa.s)	<b>K (1/Pa)</b>	$\lambda$ (s)
1	0.074	0.1	2000	0.00005
2	0.0001	1.66	0.000053	0.05197

La comparación entre los resultados experimentales de la viscosidad y los predichos por la ec.2.4.1-2 se presentan en la Fig. 2.4.1-1, la parte media presenta pequeñas desviaciones que no pudieron ser corregidas empleando un tercer modo, sin embargo son lo suficientemente pequeñas que se consideraron despreciables.

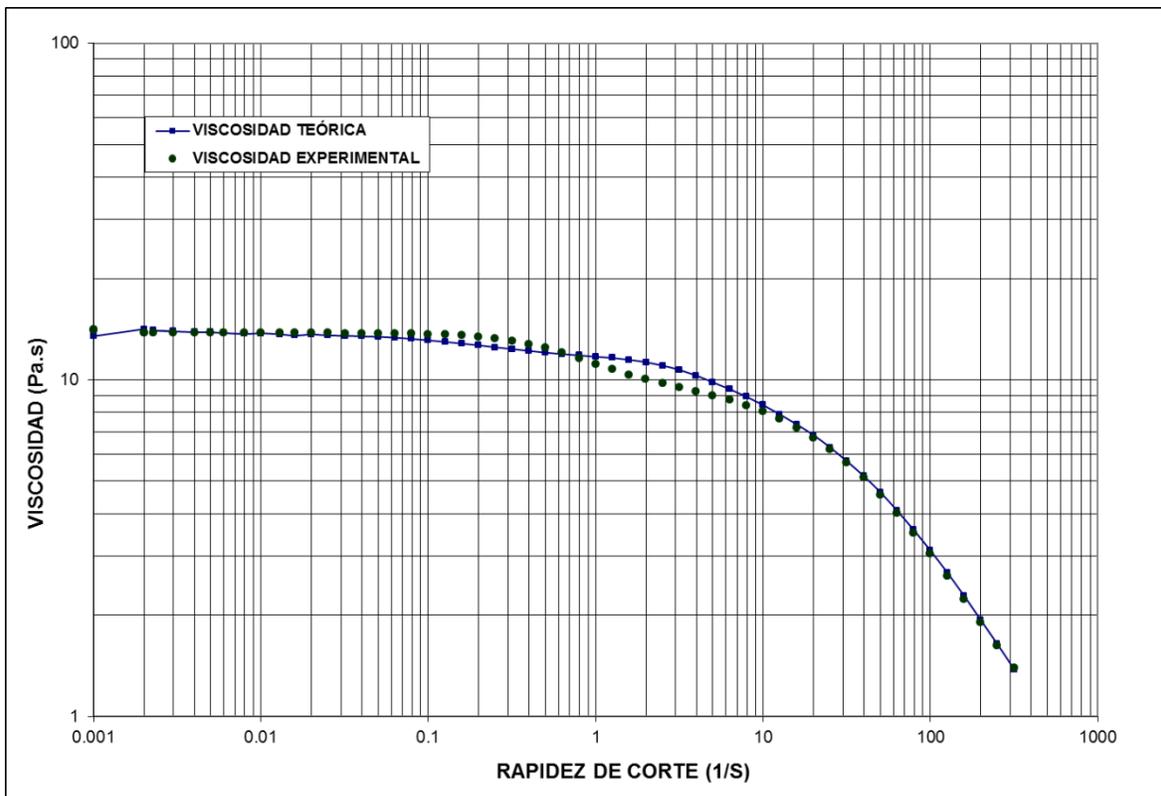


Fig. 2.4.1-1. Comparación de la viscosidad cortante teórica y experimental del Hase (Estudio experimental de fluidos complejos en flujo contracción/expansión, Pérez C. Mariano, UNAM, 2016)

### 2.4.2 Reología oscilatoria

Para la estimación del tiempo de relajamiento de la solución, se realizó un estudio de la reología oscilatoria a una temperatura de 22°C con el fin de estimar los módulos de almacenamiento  $G'$  y pérdida  $G''$  como se muestra en la Fig. 2.4.1-2. Encontrándose un tiempo de relajamiento de 0.05197 s.

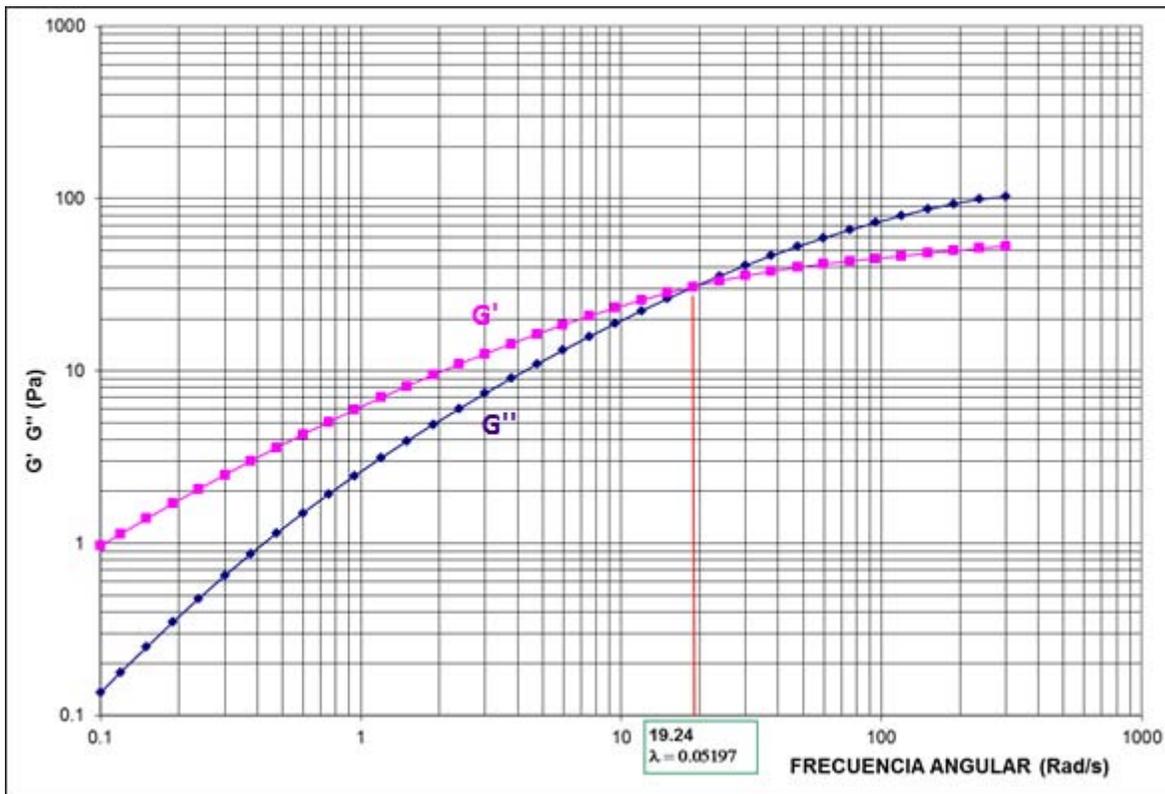


Fig. 2.4.1-2. Módulos de almacenamiento y de pérdida para una solución de Hase al 2.5% en peso. (Estudio experimental de fluidos complejos en flujo contracción/expansión, Pérez C. Mariano, UNAM, 2016)

### 2.4.3 Reología extensional

La predicción teórica de la reología extensional teórica se llevó a cabo a partir de las ecuaciones 1.2.6-7 y 1.2.6-8 propuestas por Boek y colaboradores (5), los resultados se muestran en la Fig.2.4.1-3.

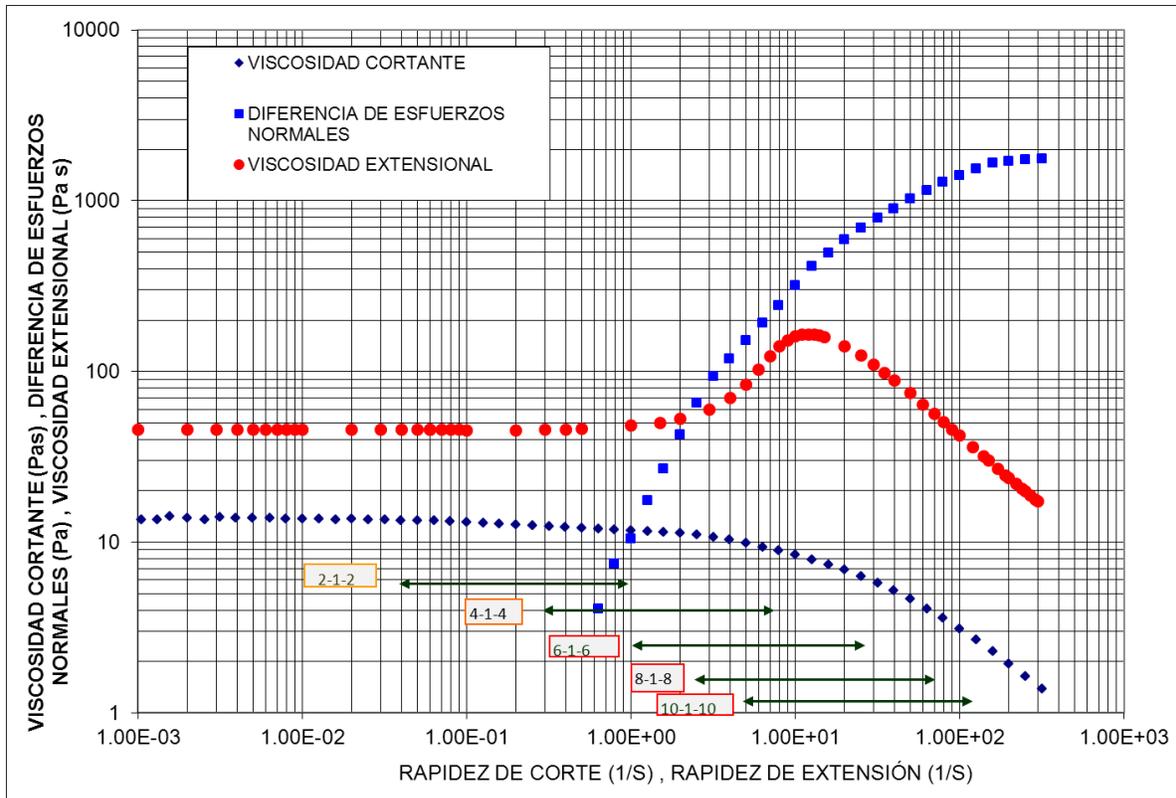


Fig.2.4.1-3 Comparación de la Reología cortante y extensional para el Hase 2.5%. (Estudio experimental de fluidos complejos en flujo contracción/expansión, Pérez C. Mariano, UNAM, 2016)

### 2.4.4 Solución de Boger

Una de las diferencias más notorias entre la solución de Boger y la solución de Hase es que la de Boger tiene una viscosidad constante; por lo que no es necesario caracterizar el comportamiento de su viscosidad con respecto a la rapidez de deformación. Sin embargo, es importante enfatizar que en el caso del desarrollo experimental es necesario que el fluido de Boger presente una viscosidad cortante lo más cercana a la del fluido de Hase, que se fijó en 13.5 Pa.s.

Para eso se usó el modelo de Oldroyd dado por la Ec.1.2.6-13, empleando un valor de  $\beta = 0.85$ , y una viscosidad de  $\eta = 13.5$  Pa.s, en el intervalo de valores de

rapidez de corte alcanzada en cada una de las 5 diferentes relaciones de contracción estudiadas. Modificando el valor del tiempo de relajamiento  $\lambda=0.174$  s, se ajustó la pendiente tal que cubriera la zona cuadrática de la gráfica experimental, tal y como se muestra en la figura 2.4.2-1.

Como puede observarse esta solución muestra valores altos de  $N1$  en un buen intervalo de rapidez de corte, que corresponde a la zona cuadrática de la ecuación 1.2.6-13.

Sin embargo, su predicción es pobre a valores de rapidez de corte de  $30\text{ s}^{-1}$ , por lo que se decidió emplear el modelo de FENE-CR dado por las ecuaciones 1.2.6-20 para estimar el tiempo de relajamiento y 1.2.6-25 para explorar los valores de viscosidad extensional, variando la extensibilidad de la mancuerna hasta un valor de  $L'=10$  como se muestra en la figura 2.4.2-2, llegando a coincidir el valor del tiempo de relajamiento de  $\lambda=0.174$  s.

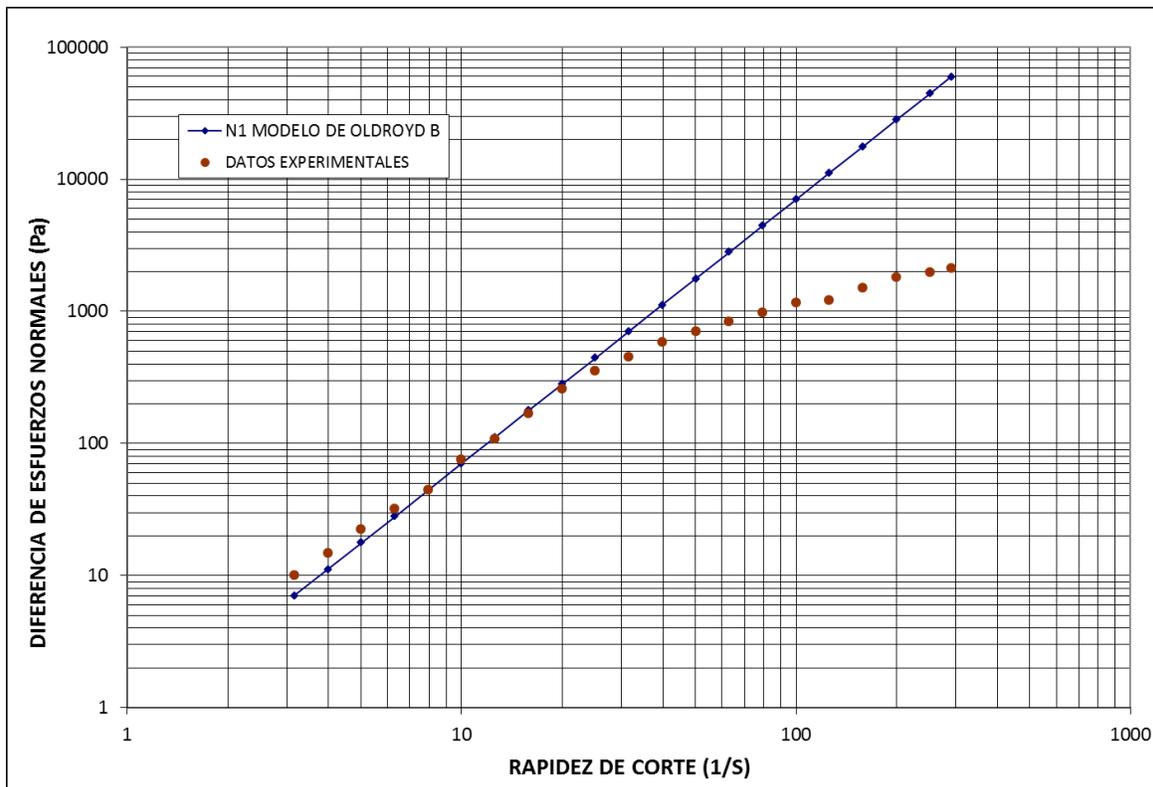


Fig.2.4.2-1. Primera diferencia de esfuerzos normales dada por la Ec.1.2.6-13 respecto a los datos experimentales. Estudio experimental de fluidos complejos en flujo contracción/expansión, Pérez C. Mariano, UNAM, 2016

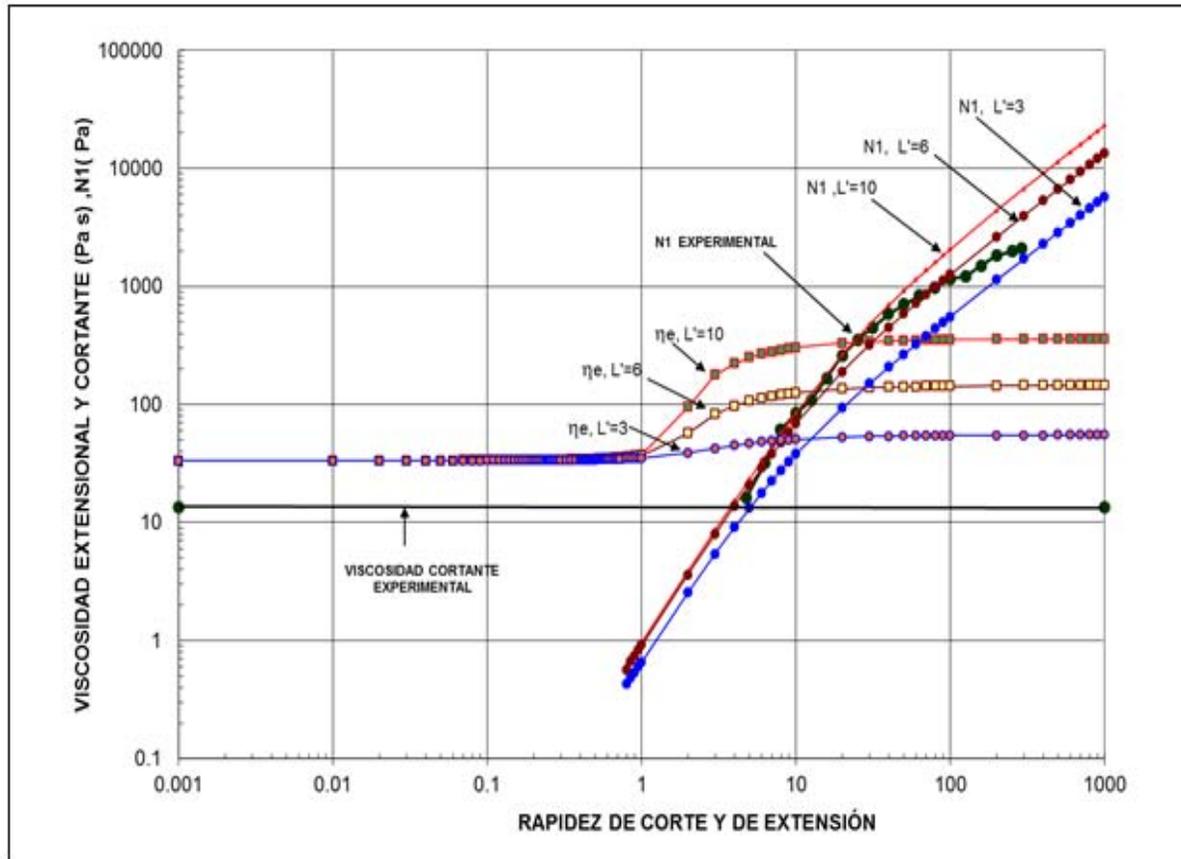


Fig.2.4.2-2. Primera diferencia de esfuerzos normales y viscosidad extensional uniaxial empleando el modelo de la mancuerna. (Estudio experimental de fluidos complejos en flujo contracción/expansión, Pérez C. Mariano, UNAM, 2016)

## 2.5 Evaluación Experimental de la Caída de Presión

### 2.5.1 Calibración de los sensores

Se construyó un dispositivo para calibrar los sensores de presión como se muestra en la Fig. 2.5-1, consistente de un tubo de vidrio de 1cm de diámetro y 40 cm de longitud, en su parte lateral se ha colocado una regla milimétrica, mientras que en la parte inferior se encuentra un soporte de naylamid en el que puede enroscarse los dos sensores de presión.

La calibración se lleva a cabo agregando con una jeringa pequeñas cantidades de mercurio hasta una altura milimétricamente medible en la regleta, el mercurio ejercerá una presión hidrostática dada por la siguiente relación:

$$P=\rho gh$$

2.5.1-1

Esta será directamente proporcional al voltaje producido por cada uno de los dos sensores, la pendiente de la línea voltaje contra presión aplicada dará la calibración del sensor, el valor de esta pendiente se corroboró cada vez que se cambió la placa de contracción en el equipo.

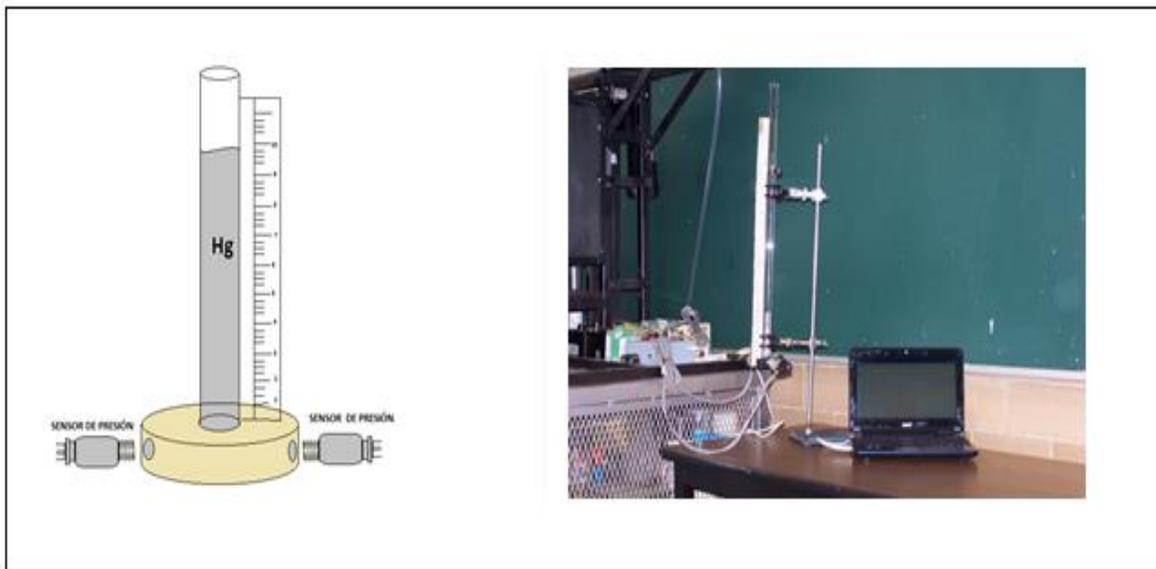


Fig.2.5.1-1. Montaje experimental para la calibración de los sensores de presión.

Tabla 2.5.1-1. Datos experimentales para la calibración de los sensores de presión.

Altura (h) [cm]	P hidrostática [lb/in <sup>2</sup> ]	P hidrostática [lb/ft <sup>2</sup> ]	P hidrostática [Pa]	E1 [v]	E2[v]
13.0	2.511	361.725	17319.018	1.5127	1.4368
12.5	2.415	347.812	16652.902	1.4443	1.3716
11.9	2.299	331.117	15853.562	1.3877	1.3157
11.4	2.202	317.205	15187.446	1.3232	1.2537
11.0	2.125	306.075	14654.553	1.2793	1.2107
10.4	2.009	289.380	13855.214	1.2036	1.1399
9.8	1.893	272.685	13055.875	1.1418	1.0781
9.4	1.816	261.555	12522.982	1.0891	1.0266
8.9	1.719	247.642	11856.866	1.0359	0.9766
8.5	1.642	236.512	11323.973	0.9832	0.9258
7.9	1.526	219.817	10524.634	0.9155	0.8611
7.4	1.429	205.905	9858.518	0.8584	0.8052
7.0	1.352	194.775	9325.625	0.8047	0.7524
6.3	1.217	175.297	8393.062	0.7361	0.6877
5.9	1.140	164.167	7860.169	0.6838	0.6377
5.5	1.062	153.037	7327.276	0.6453	0.5991
3.8	0.734	105.735	5062.482	0.4507	0.4113
3.4	0.656	94.605	4529.58	0.4019	0.3645
2.9	0.560	80.692	3863.473	0.3396	0.3044
2.3	0.444	63.997	3064.134	0.2668	0.2361

En la Tabla 2.5.1-1 se muestran los resultados experimentales obtenidos y se confirmó que prácticamente permanecieron constantes a lo largo de toda la experimentación con las siguientes ecuaciones de ajuste.

$$\text{Sensor 1 } P_1 = 11,770 E_1 = \text{Pa} \quad 2.5.1-2$$

$$\text{Sensor 2 } P_2 = 11,615 E_2 = \text{Pa} \quad 2.5.1-3$$

E<sub>1</sub> y E<sub>2</sub> = volt

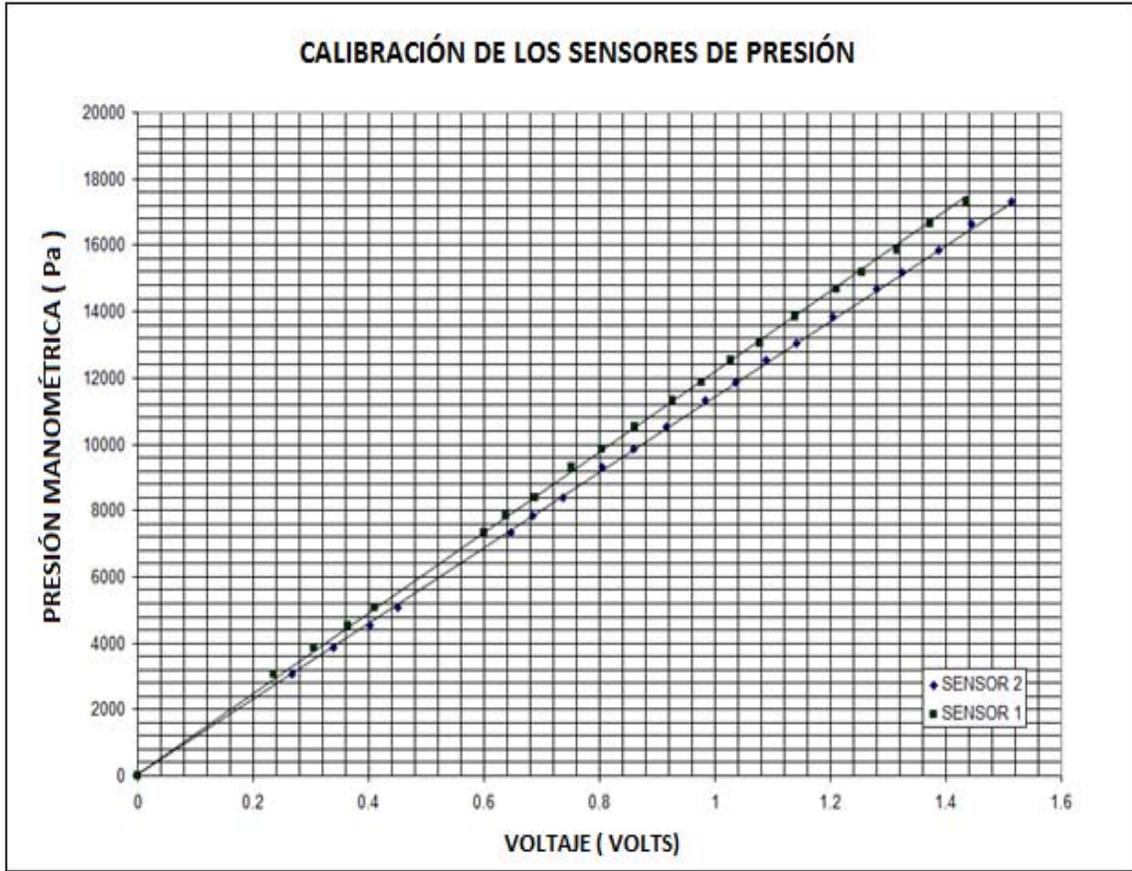


Fig. 2.5.1-2. Curvas de calibración de los sensores de presión.

## 2.6 Caídas de Presión

Es importante mencionar que la principal motivación del realizar éste trabajo, es encontrar una relación entre las caídas de presión en exceso y la viscosidad extensional. Para ello, se debe partir de que en la dinámica de flujo de un fluido en contracción/expansión, intervienen tres tipos de caídas de presión, las cuales son:

- Caída de presión total
- Caída de presión en exceso (por efectos de entrada)
- Caída de presión en exceso normalizada

Estas caídas de presión se analizaran por medio de las cinco diferentes relaciones de contracción. Para ello se emplearon dos sensores que miden las caídas de presión al inicio del ducto rectangular y al final como se muestra en la Figura 2.6-1.

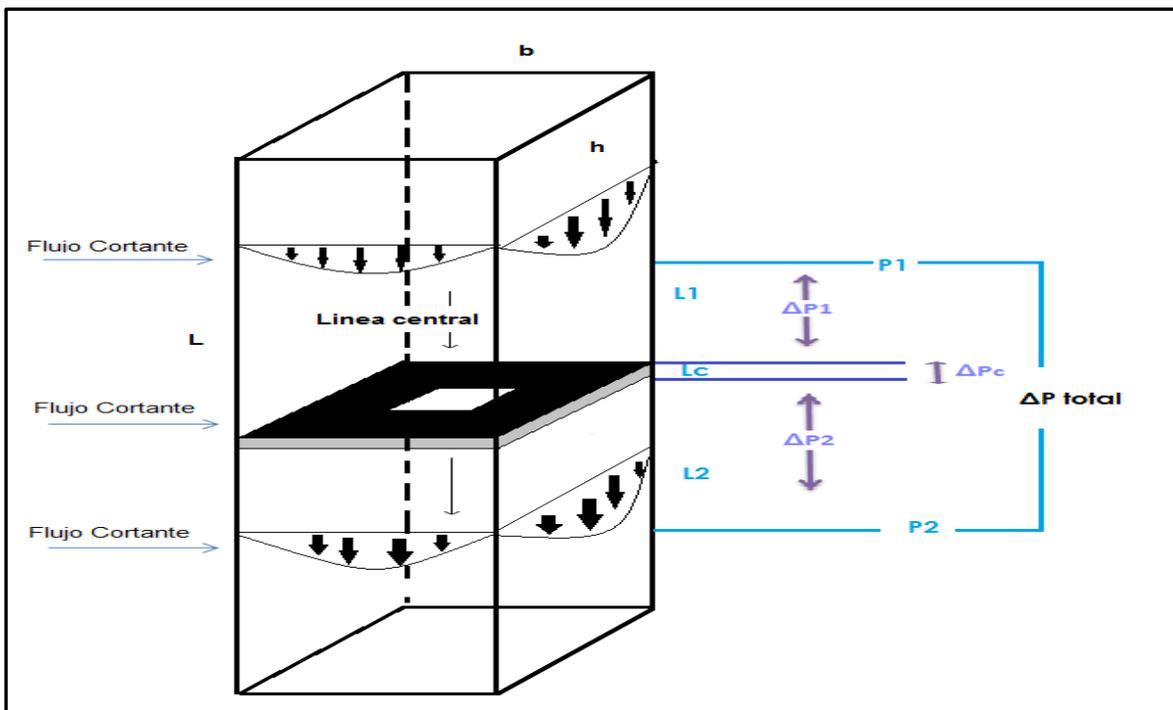


Fig. .2.6-1. Ilustración de las caídas de presión individuales que conforman a la caída de presión total.

### 2.6.1 Caída de Presión Total

La caída de presión total se define como la suma total de todas las caídas de presión individuales involucradas dentro de un sistema de flujo como se muestra en la siguiente ecuación:

$$\Delta P_{\text{Total}} = \Delta P_1 + \Delta P_2 + \Delta P_C + \Delta P_{\text{Exceso}} \quad 2.6.1$$

$\Delta P_1$  = Caída de presión en el ducto superior

$\Delta P_2$  = Caída de presión en el ducto inferior

$\Delta P_C$  = Caída de presión en la contracción

$\Delta P_{\text{Exceso}}$  = Caída de presión extra o en exceso

Las caídas de presión  $\Delta P_1$ ,  $\Delta P_2$ ,  $\Delta P_C$ , son de naturaleza viscosa y se manifiestan debido a la interacción de las paredes con de los tubos y la contracción. Sin embargo la caída de presión en exceso es producto de la dificultad que tiene el fluido para entrar en la contracción y la única forma de medirla es de forma experimental; sin embargo, para los fluidos newtonianos, puede ser evaluada teóricamente con la ecuación de Sampson, de la cual su deducción se puede ver a detalle en el apéndice B:

$$\Delta P_{\text{total}} = \left[ \frac{X_{\text{sampson}} Q \eta}{B^4} + \left( \frac{\mu(L_1+L_2)Q}{0.563B^4} \right) + \left( \frac{\mu(L_c)Q}{0.563B^4} \right) \right] \quad 2.6.1-1$$

Para los fluidos newtonianos, la viscosidad cortante “ $\eta$ ” es constante, mientras que para los fluidos no newtonianos como el Fluido de Boger y Hase, no hay una ecuación directa de la caída de presión en exceso y debe ser medida experimentalmente, ya que  $\eta$  es función de la rapidez de corte aparente y su caída de presión en exceso es desconocida.

## 2.7 Operación del Equipo

### 2.7.1 Calibración de los Sensores en el Equipo

Antes de iniciar el llenado del pistón se deben colocar los sensores de presión en el equipo conectados directamente al equipo de adquisición de datos identificado por la letra **(O)** en la Fig. 2.2-3 y este a su vez a la computadora con el programa DATAQ operando. El primer paso que se debe realizar es la calibración de los sensores haciendo que su señal marque exactamente cero, para esto será necesario generalmente, emplear los botones **(R)** y **(S)** del compensador de voltaje **(P)**. Esta condición indicará que ambos sensores marcan una presión manométrica de cero. El proceso de llenado del pistón no podrá iniciarse si esta condición operativa no es satisfecha debidamente.

### 2.7.2 Llenado del Equipo

En referencia a la Fig.2.2-1, el llenado del pistón identificado por la letra **(A)**, debe iniciarse por la parte superior del tubo **(I)**, el cual está conectado con el tubo de contracción principal **(C-F)**, de tal manera que el fluido de experimentación entra por la parte inferior de la contracción **(F)** y toca por primera vez al sensor inferior, que empezará a enviar registros de presión a medida que se suministre más fluido por la parte superior del tubo **(I)**.

El fluido seguirá llenando al tubo principal **(C-F)**, pasando por la contracción, el sensor superior que iniciará su registro de presión y el cambiador de calor **(D)**. El fluido al llegar a la Te identificada por la letra **(C)**, empezará a suministrar fluido al Pistón **(A)** pasando por la Te **(B)**.

El sistema se considerará que se encuentra completamente lleno cuando por inspección visual se observa su nivel en las Te **(C)** y **(B)**.

Antes de iniciar se deben realizar dos movimientos importantes. Colocar los tapones del tubo **(I)** y de las Te **(C)** y **(B)** en su lugar para evitar su derrame durante la operación y con los botones **(R)** y **(S)** del compensador regresar nuevamente las lecturas de los dos sensores a cero. Esta condición permitirá que en los registros de presión quede ausente el efecto de la gravedad.

## 2.8 Corridas Experimentales

Esta actividad consiste en hacer evaluaciones experimentales de caída de presión total y flujo volumétrico aplicado al sistema. La caída de presión se obtendrá a partir del registro de las presiones individuales de cada sensor que serán capturadas en la computadora a partir de programa DATAQ. Las lecturas de presión quedarán grabadas en la memoria de la computadora cada décima de segundo hasta que visualmente se observe que el sistema haya adquirido el régimen permanente.

El flujo volumétrico aplicado al sistema se evaluará considerando el diámetro del pistón, la longitud de desplazamiento y el tiempo de recorrido, que debe evaluarse con ayuda de un cronómetro.

### 2.8.1 Caídas de presión extra o en exceso

Para este trabajo, el principal interés es la caída de presión en exceso, la cual es despejada de la ecuación 1.2.6-2, que es la caída de presión total, por lo que realizando el respectivo despeje de la caída de presión en exceso queda como:

Para un fluido newtoniano, como el Fluido de Boger:

$$\Delta P_{exceso} = \Delta P_{Total} - \left[ \left( \frac{\mu(L1+L2)Q}{0.563B^4} \right) - \left( \frac{\mu(Lc)Q}{0.563B^4} \right) \right] \quad 2.8-1$$

Para un fluido no newtoniano viscoelástico como el Hase:

$$\Delta P_{exceso} = \Delta P_{Total} - \left[ \left( \frac{\eta(L1+L2)Q}{0.563B^4} \right) - \left( \frac{\eta(Lc)Q}{0.563B^4} \right) \right] \quad 2.8-2$$

La caída de presión en exceso normalizada se obtiene a partir del cociente entre las ecuaciones 2.8-1 o la 2.8-2 con la ecuación 1.2.6-1:

Para el Fluido de Boger:

$$\Delta P_{\text{exceso normalizada}} = \frac{\Delta P_{\text{Total}} - \left[ \left( \frac{\mu(L_1+L_2)Q}{0.563B^4} \right) - \left( \frac{\mu(L_c)Q}{0.563B^4} \right) \right]}{\frac{Q\mu L}{0.563B^4}} \quad 2.8-3$$

Para Hase:

$$\Delta P_{\text{exceso normalizada}} = \frac{\Delta P_{\text{Total}} - \left[ \left( \frac{\eta(L_1+L_2)Q}{0.563B^4} \right) - \left( \frac{\eta(L_c)Q}{0.563B^4} \right) \right]}{\frac{Q\eta L}{0.563B^4}} \quad 2.8-4$$

## 2.9 Visualización de Vórtices

Para llevar a cabo el estudio del crecimiento de los vórtices tanto de la solución de Hase como la de Boger, se montó una cámara oscura 45cm x 45 cm x 40 cm alrededor de la zona de contracción/expansión tal y como lo muestra la Fig. 2.9-1.

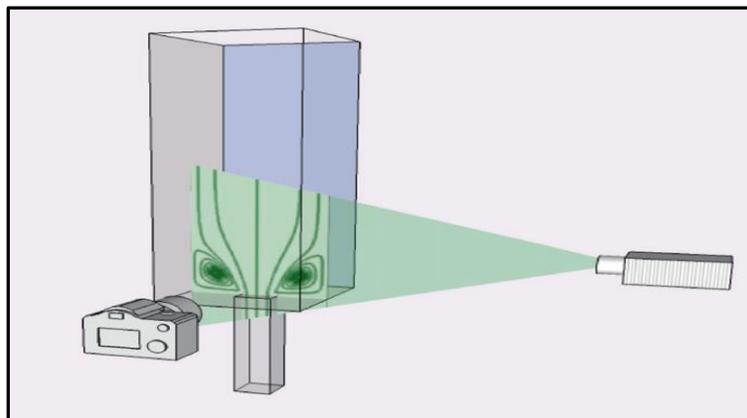


Fig. 2.9-1 Cámara oscura para la visualización de vórtices. (Estudio experimental de fluidos complejos en flujo contracción/expansión, Pérez C. Mariano, UNAM, 2016)

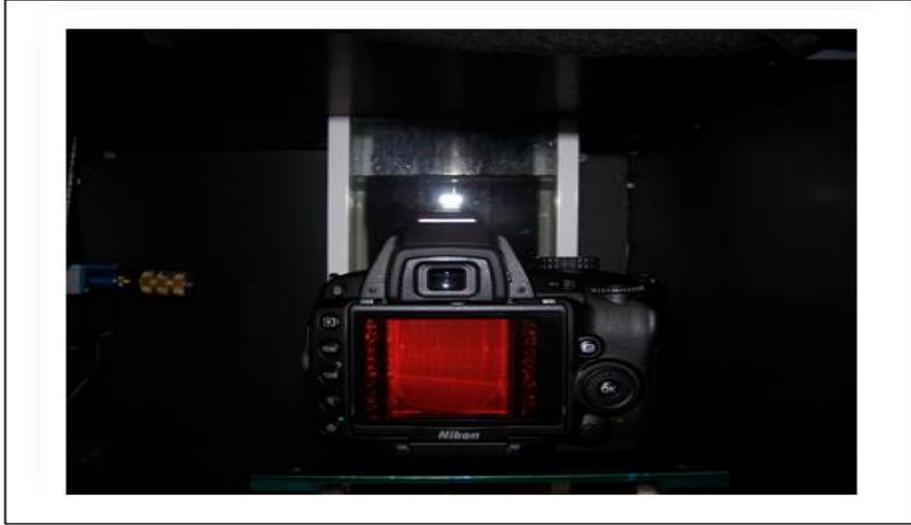


Fig. 2.9-2 Montaje de una cámara oscura para la visualización de vórtices.

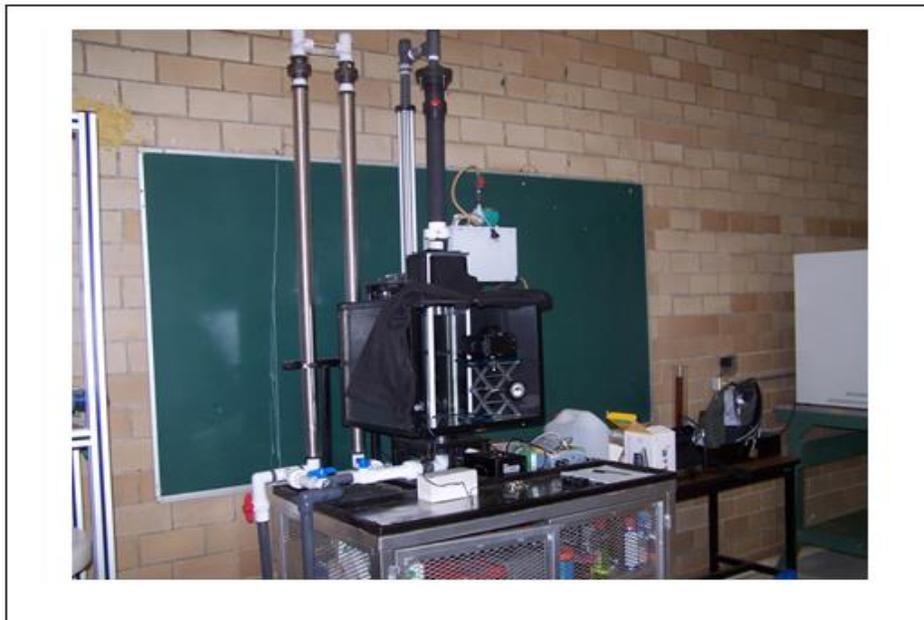


Fig. 2.9-3 Montaje de una cámara oscura para la visualización de vórtices.

Las imágenes fotográficas se tomaron con una cámara fotográfica tipo réflex marca Nikon modelo D5300 , la cual se fijó para que en todo momento estuviera en la misma posición durante toda la experimentación, el tiempo de obturación fue de 35 segundos obteniéndolo de un promedio entre el tiempo que se requería para obtener una adecuada fotografía a gastos pequeños y altos, las dimensiones de los vórtices se midieron empleando el programa imageJ de libre uso proporcionado por Java applications. Este programa proporciona las dimensiones medidas en pixeles por lo que fue necesario calibrar las fotografías tomadas, para esto se usó el diámetro interno de 4.5 cm del tubo de mayor diámetro del sistema de flujo y se obtuvo la relación de 0.00195cm/pixel que se usó para hacer todas las mediciones relacionadas con los vórtices de cada una de las cinco relaciones de contracción.

## Capítulo 3 ANÁLISIS DE RESULTADOS EXPERIMENTALES

### 3.1 Análisis de la Dinámica de Flujo

En esta sección se analiza la dinámica de flujo de cada uno de los tres fluidos y la influencia que ejercen la reología de cada uno de los tres fluidos estudiados ante las cinco diferentes relaciones de contracción elegidas para este estudio.

#### 3.1.1 Relación de Contracción 2:1:2

- Fluido Newtoniano

En la Figura 3.1-1(a) se muestran las diferentes trayectorias de la caída de presión en exceso (epd) para los tres fluidos estudiados en este trabajo. Los valores de epd normalizados son estimados como lo muestra la ecuación 2.8-3 como un cociente entre la caída de presión en exceso del fluido en estudio y la caída de presión en exceso de un fluido newtoniano, obviamente para un fluido newtoniano en todo momento será igual a la unidad como se muestra en la Figura 3.1-1(a).

Resulta importante explicar la información que proporciona esta línea horizontal correspondiente a la trayectoria Newtoniana, debido a que la predicción de la caída de presión en exceso ha sido modelada a partir de una ecuación de Sampson como se muestra en el apéndice 1 de este trabajo, puede asumirse que la trayectoria de la epd vs  $No.$  De es indicativo de que en la contracción se presenta un flujo cortante a pesar de que el fluido está expuesto a esfuerzos extensionales, solo que para un fluido inelástico como el fluido Newtoniano no se desarrollan respuestas elásticas, por lo que comparativamente hablando, toda aquella trayectoria desarrollada por los otros dos fluidos viscoelásticos estudiados que no se apeguen a su correspondiente trayectoria newtoniana, será indicativo de una presencia elástica asociada al desarrollo del flujo extensional uniaxial.

- Fluido de Boger

En la Figura 3.1-1(a) se muestra la trayectoria la caída de presión en exceso normalizada contra el  $No.$  De Deborah para el fluido de Boger, de esta grafica se distinguen claramente tres etapas, una trayectoria horizontal de coincidencia

parcial con su correspondiente trayectoria newtoniana. Desde el punto de vista de la dinámica del flujo puede concluirse que durante el progreso de esta trayectoria el fluido en estudio desarrolla preferencialmente un flujo cortante delimitado por el No. De Deborah crítico  $De_c = 0.002$  como se indica en la Figura 3.1-1(a), el cual se ha interpretado como el inicio del predominio del flujo extensional sobre el cortante debido a que se manifiestan preferencialmente los esfuerzos extensionales por encima de los esfuerzos cortantes.

La segunda etapa, posterior a la aparición del No. De Deborah crítico, la trayectoria de la epd deja de seguir una manifestación similar a la Newtoniana desarrollando súbitamente los valores de epd hasta alcanzar valores de  $epd_{max} = 1.7$  o sea 70% superiores a los alcanzados por el fluido newtoniano, la cual puede entenderse como aquella condición de extensión súbita máxima que se puede alcanzar con este fluido en esta relación de contracción, sin embargo, los resultados experimentales muestran una tercera etapa de trayectoria lineal aproximada a una recta horizontal con una ligera pendiente descendente, esta trayectoria no indica necesariamente que el flujo extensional deja de desarrollarse a medida que se incrementa el No. Deborah en el sistema, realmente esta condición indica que a medida que se incrementa el gasto en el sistema el flujo extensional desarrollado por el Hase sobre la línea central crece en menor proporción a como lo hace el flujo cortante del mismo fluido sobre las paredes de la contracción.

- Hase 2.5% peso

En relación al Hase al 2.5% en peso mostró una trayectoria de 3 etapas similar al fluido de Boger solo que el dominio del flujo cortante en esta relación de contracción se extendió a valores del No. De Deborah de  $De_c = 0.008$  que resulta ser 4 veces más alto que su correspondiente fluido de Boger, esto puede atribuirse exclusivamente a una mayor interacción de este fluido con las paredes de la contracción ya que como lo muestra la Figura 1.2.4-2, ambos fluidos presentan la misma viscosidad cortante en el intervalo de experimentación.

Una vez superado el valor del No. De Deborah crítico de  $De_c = 0.008$ , este fluido en su segunda etapa de desarrollo, muestra un fuerte crecimiento de la epd en relación a como lo hace el fluido Newtoniano, alcanzando un valor máximo de  $epd_{max} = 2.1$ , superando al valor máximo alcanzado por el fluido de Boger, esto necesariamente debe ser explicado en términos de un mayor desarrollo de los esfuerzos extensionales que tiene el Hase en relación al fluido de Boger.

Finalmente la tercera etapa que corresponde a valores de  $epd = 2.1$  se observa una pequeña trayectoria horizontal la cual puede asumirse que el crecimiento del flujo extensional y el flujo cortante del mismo fluido lo hacen en igual proporción

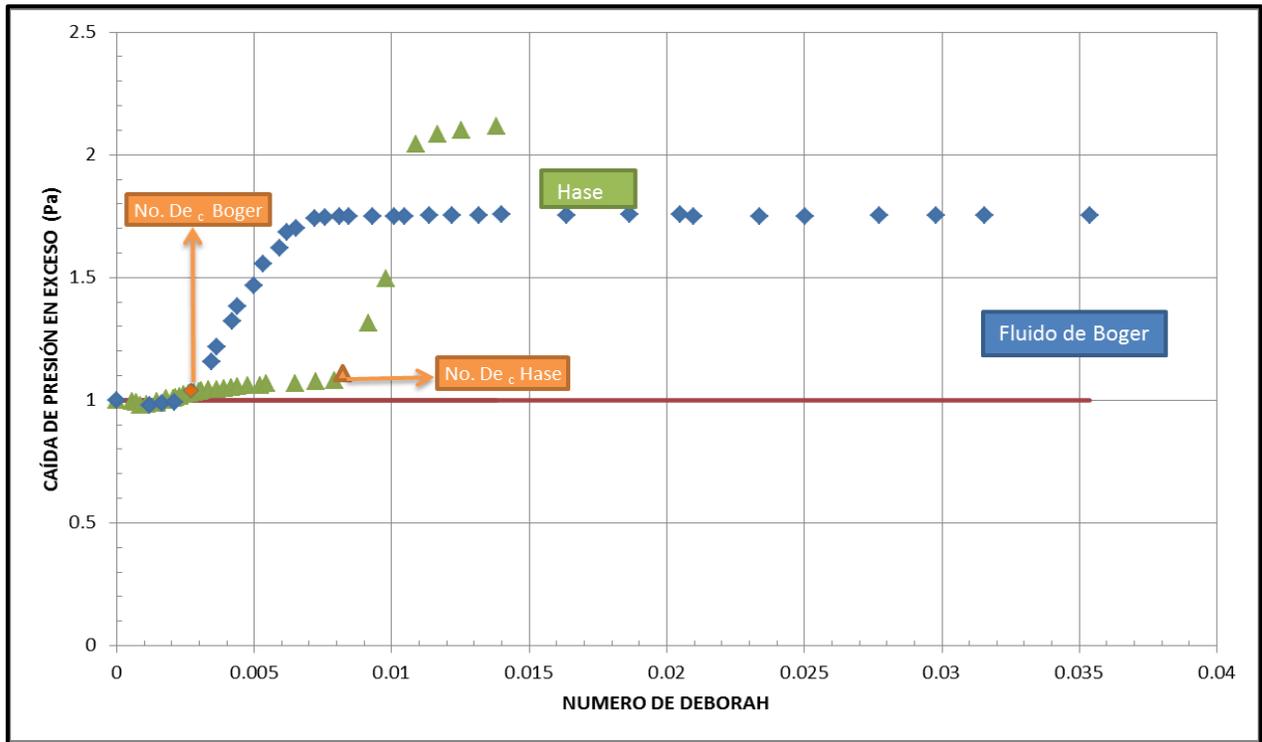


Fig. 3.1-1(a) Trayectoria de la caída de presión en exceso para la contracción 2:1:2

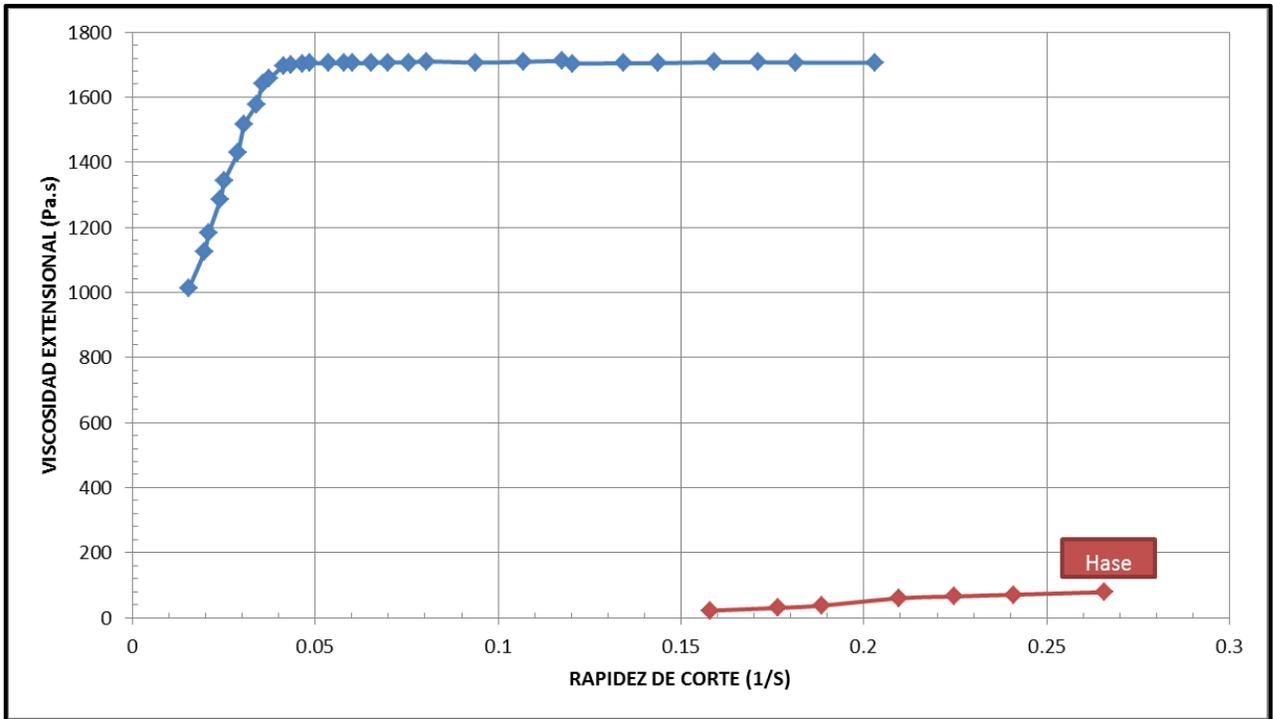


Fig. 3.1-1(b) Trayectoria de la viscosidad extensional para la relación de contracción 2:1:2

### 3.1.2 Relación de Contracción 4:1:4

- Fluido de Boger

En la Figura 3.1-2 (a) se muestra la trayectoria de la  $epd$  vs  $No. De$  y el efecto de reducir 4 veces el área de flujo cuadrada de la contracción, al parecer en esta nueva condición se favorece sustancialmente el desarrollo del flujo cortante sobre el extensional.

Como puede observarse en la Figura 3.1-2 (a), el fluido de Boger incrementa la zona de coincidencia con la trayectoria newtoniana a valores del  $No. De$  Deborah crítico de  $De_c = 0.03$  es decir el dominio del flujo cortante se incrementa en 15 veces en relación a la contracción anterior, mientras que el valor de la caída de presión en exceso máxima alcanza valores de  $epd_{max} = 1.3$ , la cual resulta ser 30% más baja que  $epd_{max}$  alcanzada en la relación de contracción anterior, esto no resulta tan desconcertante si se explica en términos de que el desarrollo preferencial del flujo cortante en esta relación de contracción debe interferir directamente sobre el desarrollo del flujo extensional.

- Hase 2.5% peso

En relación a la trayectoria del Hase en esta relación de contracción, muestra un comportamiento desconcertante ya que la  $epd$  normalizada ahora se desarrolla por debajo de la trayectoria newtoniana a pesar de que tanto el fluido newtoniano como esta solución en estudio presentan la misma viscosidad dentro de la ventana de experimentación llevada a cabo en esta contracción como lo muestra la Figura 3.1-2 (a).

Como se observa en la Figura 3.1-2 (a), la trayectoria de la  $epd$  tiene una zona de concordancia con su correspondiente trayectoria newtoniana muy pequeña hasta valores del  $No. De$  Deborah de 0.001 aproximadamente, posteriormente muestra un descenso de dichos valores hasta alcanzar un mínimo con un  $No. de$  Deborah (al que se identificará como crítico) de  $De_c = 0.02$ . Posteriormente inicia un ascenso en los valores de la  $epd$  con pendiente muy pequeña pero sin alcanzar en ningún momento los valores de la  $epd$  del fluido newtoniano.

Este fenómeno se conoce en la literatura (2) como efecto Binding y ha sido explicado en detalle en la sección 1.2.3 de este trabajo.

Como se muestra en la Figura 3.1-2 (a), en la ventana de experimentación correspondiente a esta relación de contracción se observa en primera instancia que a estos valores de rapidez de corte el Hase aún presenta comportamiento newtoniano, por lo que su naturaleza cortante no forma parte de este análisis, en segunda instancia la presencia de la primera diferencia de esfuerzos normales en

corte (N1) indica que el comportamiento del fluido tiene una fuerte injerencia de la elasticidad

En un principio a valores muy bajos del No. de Deborah la presencia de la primera diferencia de esfuerzos normales en corte N1 ( $\sigma_{zz} - \sigma_{rr}$ ) presentes en la contracción hacen que las líneas de corriente tengan un fuerte componente en la dirección "r" los cuales compiten favorablemente con los esfuerzos extensionales  $\sigma_{zz}$  que desarrollan al aún incipiente flujo extensional, ocasionando que las lecturas de caídas de presión en exceso sean aún inferiores a las que presenta un fluido newtoniano por lo que las lecturas muestran una trayectoria por debajo de las que genera este fluido. Sin embargo, existe una condición de flujo en donde los esfuerzos extensionales empiezan a superar en magnitud a la componente  $\sigma_{rr}$  proveniente de la primera diferencia de esfuerzos normales en corte que hacen que la trayectoria de la epd muestre un mínimo como se observa en la Figura 2.3.2-1. El flujo extensional uniaxial en su papel de flujo fuerte, tiende a crecer más a medida que se incrementa el No. de Deborah en el sistema. Sin embargo, como lo muestra Figura 2.3.2-1 en la trayectoria teórica de la viscosidad extensional, esta no crece sustancialmente por lo que los valores de epd registrados experimentalmente al término de la experimentación no logran alcanzar a sus correspondientes valores de epd del fluido newtoniano.

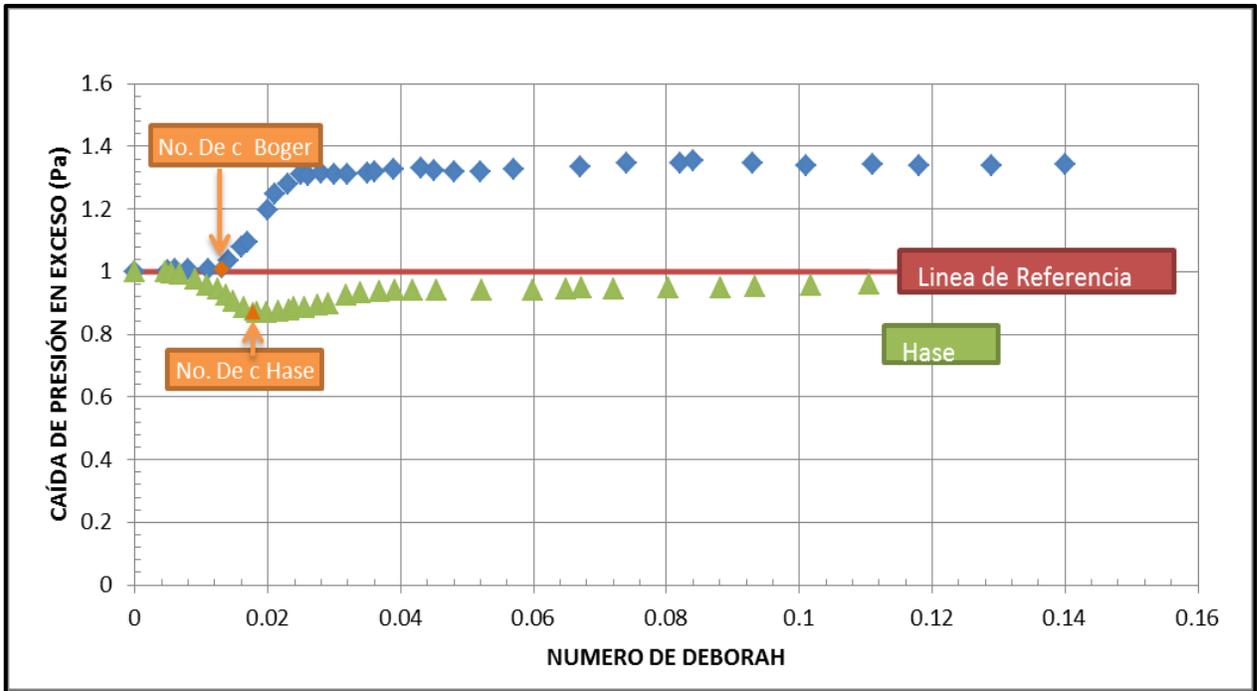


Fig. 3.1-2 (a) Trayectoria de la caída de presión en exceso para la contracción 4:1:4

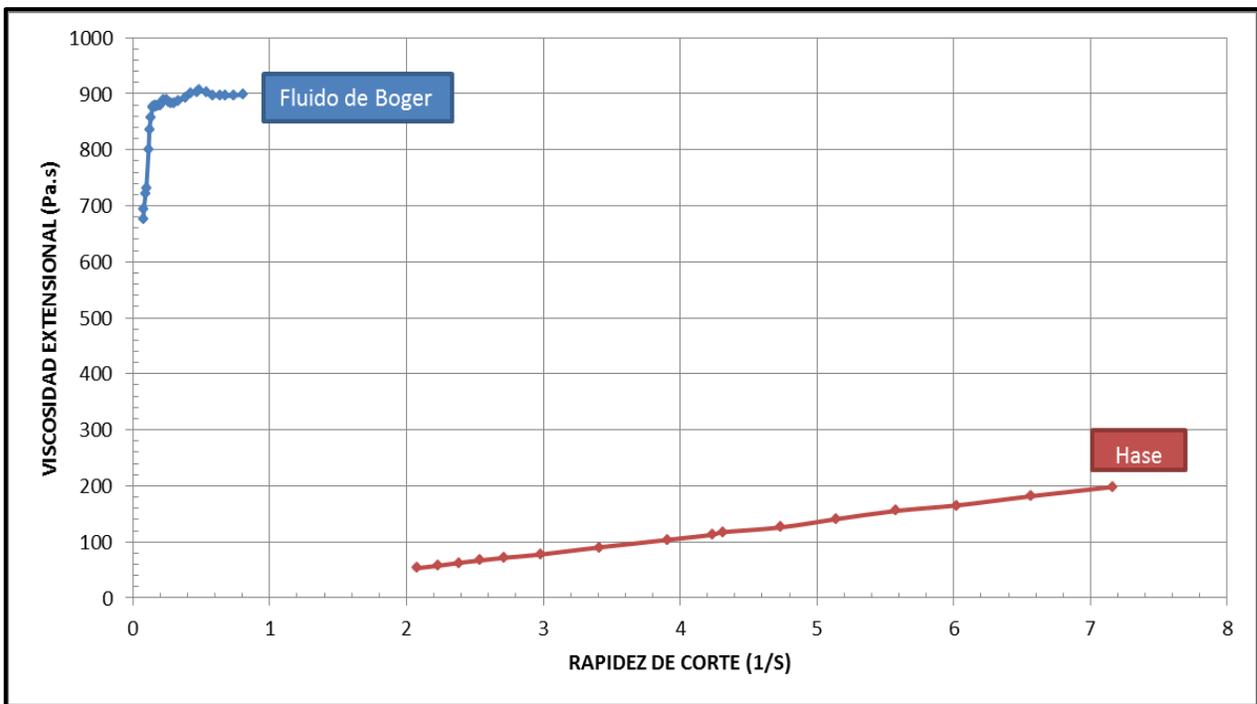


Fig. 3.1-2 (b) Trayectoria de la viscosidad extensional para la relación de contracción 4:1:4

### 3.1.3 Relación de Contracción 6:1:6

- Fluido de Boger

El ingreso de una nueva variable como lo es la elasticidad del fluido de Boger en esta relación de contracción, permite observar una dinámica de flujo cada vez más compleja.

Hasta la relación de contracción anterior se concluyó que la presencia de la primera diferencia de esfuerzos normales en corte a valores muy bajos del No. de Deborah ocasionaba un descenso en las trayectorias de las epd por debajo de su correspondiente trayectoria newtoniana. Sin embargo, ahora ese efecto no se observa en detalle sino más bien una ampliación del dominio del flujo cortante ahora hasta No. de  $De_c = 0.2$  lo que hace que el flujo cortante se haya incrementado en 6.6 veces en comparación a la relación de contracción 4:1:4 evidentemente hasta este momento se concluye que un aumento en la relación de contracción incrementa muy sustancialmente el dominio del flujo cortante.

En esta relación de contracción la lectura de la epd máxima es de  $epd_{max} = 1.3$  que resulta ser igual a la lectura de la relación de contracción anterior, sin embargo, esto no quiere decir que el flujo extensional no se haya desarrollado, lo que quiere decir es que el desarrollo de la epd del Hase y del fluido newtoniano conservan la misma relación.

Resulta conveniente ahora comentar la razón por la cual el efecto Binding no se presenta en esta relación de contracción a pesar de que el fluido ya presenta primera diferencia de esfuerzos normales en este experimento.

Como puede observarse en la Figura 2.3.2-1, la primera diferencia de esfuerzos normales en corte oscila entre 4 y 1000 Pa, si bien, este intervalo de esfuerzos es amplio su componente  $\sigma_{rr}$  no es lo suficientemente grande como para competir con los esfuerzos extensionales provenientes del desarrollo del flujo extensional, estos últimos no son lo suficientemente grandes que durante la interacción entre los dos esfuerzos, el componente  $\sigma_{rr}$  y no es capaz de provocar un descenso en la caída de presión extra, por lo que el flujo extensional se desarrolla sin dificultad.

- Hase 2.5% peso

En esta relación de contracción el Hase muestra una dinámica de flujo mucho más compleja ya que se anexa un efecto más como lo es el adelgazamiento de la solución por efecto del corte.

En la Fig. 3.1-3 (a), se observa una vez más que la trayectoria de la epd normalizada se desarrolla por debajo de la trayectoria newtoniana.

Como se observa en la Figura 2.3.2-1 en la ventana de experimentación correspondiente a esta relación de contracción, el fluido exhibe una trayectoria cortante muy pequeña, por lo que puede concluirse que el flujo extensional se desarrolla en mayor proporción, sin embargo las trayectorias de las epd siguen por debajo de su correspondiente newtoniana. A valores muy bajos del No. de Deborah, el adelgazamiento de la solución apenas es perceptible por lo que el efecto Binding es necesariamente el responsable del descenso de la caída de presión en exceso. Sin embargo, se observa que la trayectoria de descenso hasta adquirir el No. de Deborah crítico se ha incrementado a un valor de  $De_c = 0.1$  esto es el efecto Binding se Prolongó a valores del No. de Deborah 5 veces más grandes, la razón de esto es atribuible al fuerte descenso de la viscosidad que sufre el fluido por efecto del corte, al disminuir la viscosidad se incrementa el efecto elástico ya que ambos son opuestos por lo que el componente radial de la primera diferencia de esfuerzos en cortante adquiere valores más grandes que compiten favorablemente con los esfuerzos extensionales ocasionando que el No. de Deborah crítico se alcance más tardíamente.

Resulta interesante la trayectoria posterior a haber alcanzado el No. de  $De_c = 0.1$ , ya que entran en competencia los esfuerzos extensionales que son de origen elástico con el adelgazamiento de la solución, en la trayectoria posterior al No.  $De_c$  se observa un ascenso en el valor de las epd aún sin superar la trayectoria newtoniana, esto indica que ahora en la dinámica de flujo aunque hay competencia entre el flujo cortante y el extensional, entran en la determinación de las trayectorias, la competencia entre la elasticidad del fluido y el adelgazamiento al corte que sufre este, y puede verse que en este caso la elasticidad supera al adelgazamiento al corte que sufre el fluido.

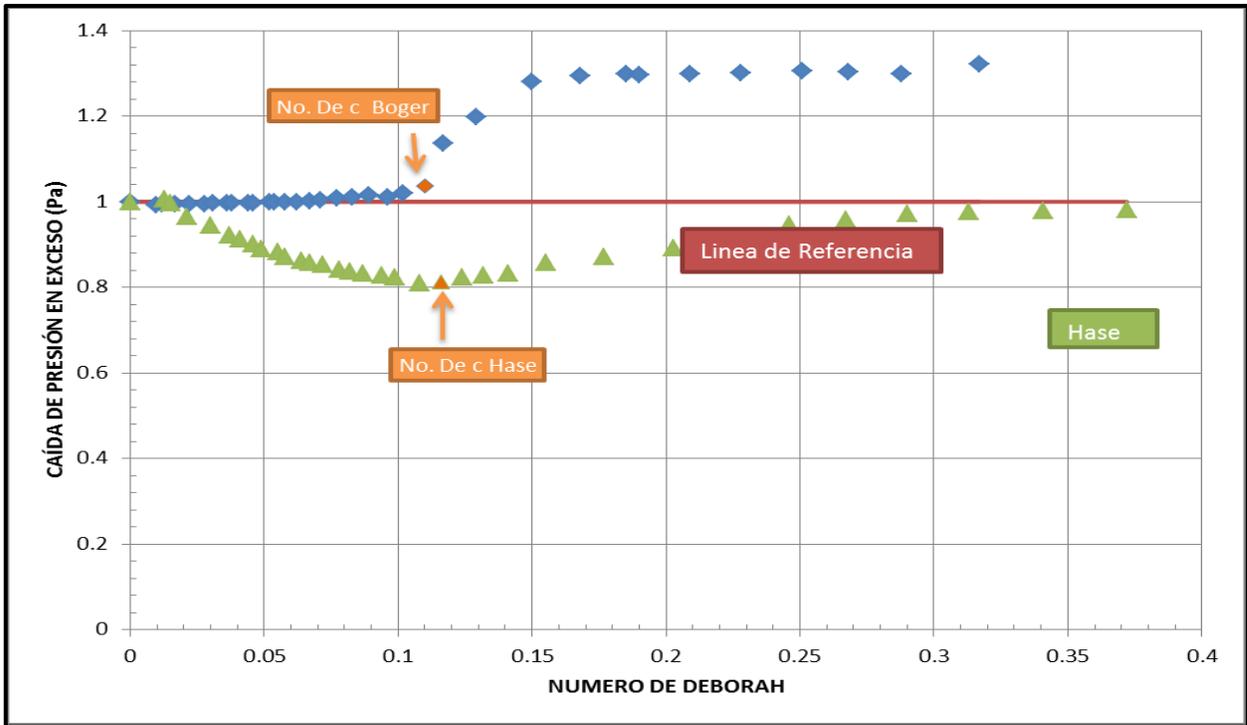


Fig. 3.1-3 (a) Trayectoria de la caída de presión en exceso para la contracción 6:1:6

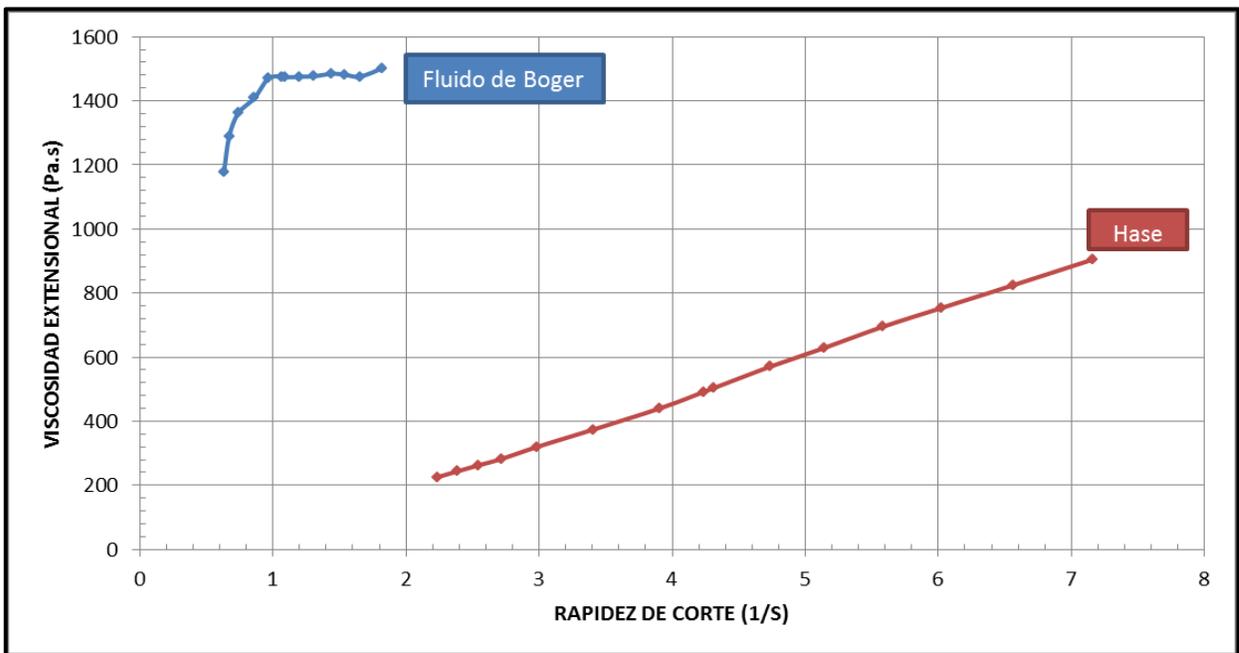


Fig. 3.1-3 (b) Trayectoria de la viscosidad extensional para la relación de contracción 6:1:6

### 3.1.4 Relación de Contracción 8:1:8

- Fluido de Boger

En la Figura 3.1-4 (a) se muestra la trayectoria de la caída de presión extra para el fluido de Boger en una contracción 8:1:8, en ella se puede observar que en esta relación de contracción se presenta un fuerte descenso del dominio del flujo cortante, el No. de Deborah crítico ahora resulta de  $De_c = 0.006$ , es decir ahora el dominio de este flujo se ha reducido en 20 veces en relación a la contracción anterior 6:1:6, sin embargo extrañamente la trayectoria de la epd máxima alcanzó un valor de  $epd_{max} = 1.3$ , un valor idéntico al alcanzado en la contracción 6:1:6, evidentemente atribuir un mayor desarrollo del flujo extensional como consecuencia de radical descenso del flujo cortante es un error, es como si algún evento ajeno a este análisis tomara el control de las características dominantes del flujo en la contracción.

Pérez Camacho y colaboradores (15) encontraron un evento similar en una contracción axisimétrica con una relación de contracción igual 8:1:8 empleando también un fluido de Boger y explicaron que la formación de vórtices característicos de los fluidos viscoelásticos alrededor de la contracción era otro evento que venía a desplazar el dominio del flujo cortante o extensional como acontece aquí. Lo que sucede aquí según su explicación, es que en el trayecto del fluido desde el tubo de mayores dimensiones a la contracción (en este caso 6 veces más pequeñas), el fluido debe liberar energía en busca de que a su paso por la contracción alcance el régimen permanente, la aparición y posterior incremento de tamaño de los vórtices con el aumento en el No. de Deborah en el sistema, no permite el desarrollo preferencial de alguno de los dos flujos en competencia (cortante y extensional) dentro de la contracción, que es lo que sucede en esta parte de nuestro estudio, de aquí que en particular en este experimento aunque se distinguen claramente la presencia de ambos flujos puede decirse que el evento de formación y posterior liberación de energía por parte del sistema es el fenómeno que gobierna las características del flujo en la contracción.

- Hase 2.5% peso

La trayectoria de la epd vs No. de Deborah se muestra en la Figura 3.1-4 (a), y una vez más se desarrolla por debajo de la trayectoria newtoniana. Al igual que la relación de contracción anterior existe un intervalo de coincidencia de la caída de presión en exceso con su correspondiente trayectoria newtoniana hasta un valor del No. de Deborah crítico de  $No. De_c = 0.001$ , esto es indicativo de que en estos valores de relaciones de contracción y con este fluido, la contribución cortante del flujo se ve minimizada y toma control o bien el flujo extensional, la naturaleza

adelgazante del fluido o la formación de vórtices como sucede con el fluido de Boger.

El descenso de la trayectoria de la epd posterior al pequeño dominio cortante que se presenta al inicio del experimento, necesariamente debe ser atribuido a la naturaleza adelgazante del Hase, esta condición es indicativo de un dominio adelgazante de este fluido sobre la elasticidad del fluido. Sin embargo, a un valor del No.  $De_c = 0.2$  existe una recuperación de la epd, la cual debe ser atribuida ahora a la competencia favorable del fluido en flujo extensional (desarrollo de esfuerzos extensionales) sobre el adelgazamiento de la solución. Resulta contrastante la competencia entre estos dos mecanismos si se compara esta trayectoria de las epd de este mismo fluido con la relación de contracción 6:1:6. En esta, la trayectoria de la epd casi iguala a su correspondiente newtoniana demostrando que los esfuerzos extensionales predominan sobre la naturaleza adelgazante del fluido, mientras que en la relación e 8:1:8 apenas sobre pasa el valor de 0.8, lo que indica que al cambiar de contracción de 6:1:6 a 8:1:8 sigue dominando la presencia del flujo extensional sobre el adelgazamiento al corte de la solución pero que este tiende a tomar el control sobre las características del flujo en la contracción.

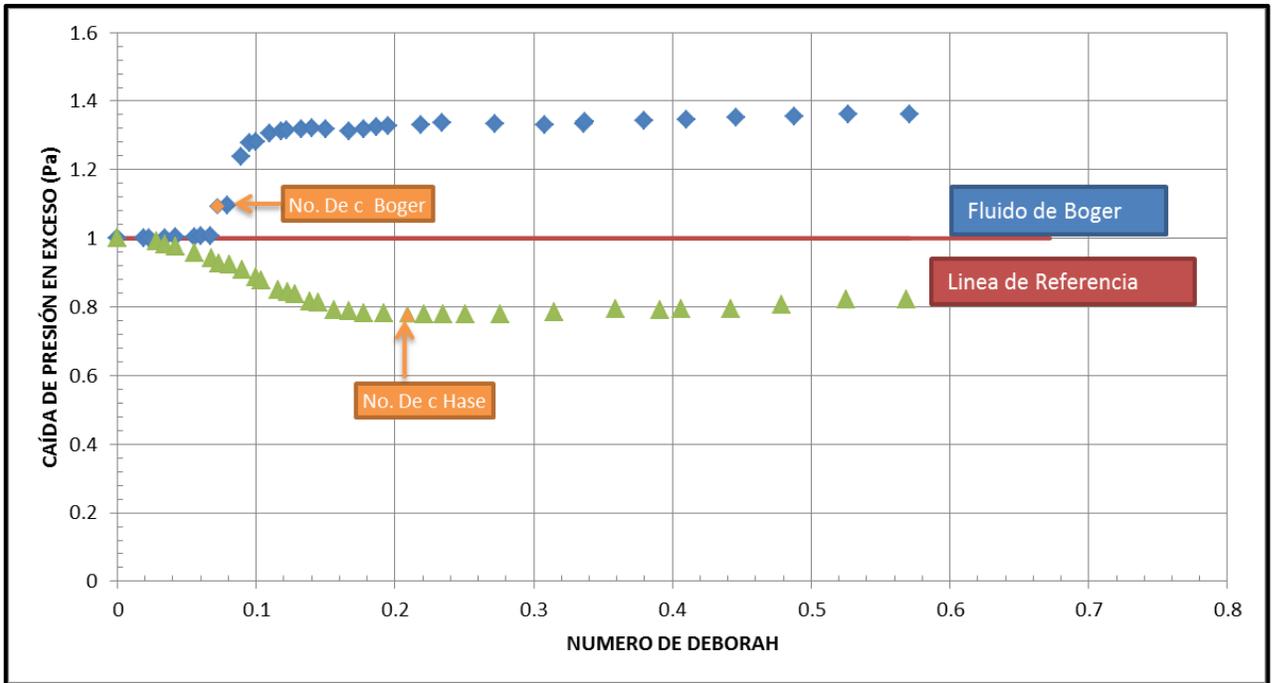


Fig. 3.1-4 (a) Trayectoria de la caída de presión en exceso para la contracción 8:1:8

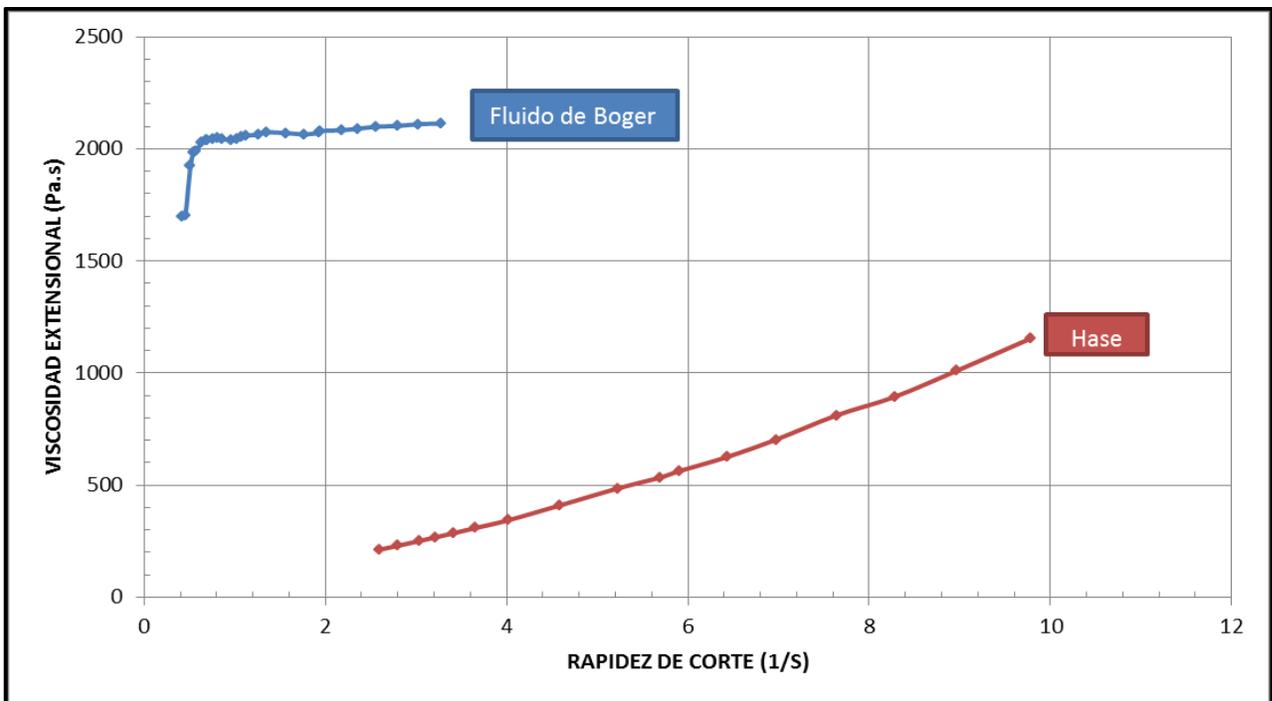


Fig. 3.1-4 (b) Trayectoria de la viscosidad extensional para la relación de contracción 8:1:8

### 3.1.5 Relación de Contracción 10:1:10

- Fluido de Boger

La reducción de 10 veces el área de la contracción respecto a la del ducto principal ocasiona una vez más que se desarrolle tanto el flujo cortante como el extensional. En la Fig. 3.1-5 (a) se observa que este fluido presenta una coincidencia en los valores de epd con su correspondiente trayectoria newtoniana a valores del No. de Deborah crítico de  $De_c = 0.144$  que resulta ser el doble de la relación anterior 8:1:8 y la epd máxima ahora es de  $epd_{max} = 1.8$  mientras que su correspondiente en la contracción 6:1:6 fue de  $epd_{max} = 1.3$  que resulta ser un 38% más alto, evidentemente el control por parte del crecimiento de los vórtices ha dejado de ser el fenómeno controlante en el sistema.

- Hase 2.5% peso

Sin lugar a dudas la trayectoria de la epd de este fluido y en esta relación de contracción es la más descriptiva y completa de cualquiera de las 2 anteriores.

Para observar en detalle la información que es capaz de describir este estudio en esta relación de contracción, es necesario observar lo complejo que resulta reológicamente el comportamiento de este fluido. En la C se muestra la trayectoria teórica que sigue este fluido en flujo extensional, a bajos valores de rapidez de extensión se presenta un comportamiento newtoniano que corresponde a la ligera extensión que sufre el filamento pero sin ocasionar un incremento en su viscosidad extensional, a valores de  $\dot{\epsilon} = 3$ , posteriormente la viscosidad extensional crece súbitamente a valores 180 Pa.s hasta alcanzar un máximo, este valor en la literatura en particular Jenkins y colaboradores (20) lo han interpretado como aquella condición en donde este fluido de características micelares se reestructura, pasa de tener enlaces intermoleculares a enlaces intramoleculares, una explicación en detalle puede verse en la sección 1.3.1 de este trabajo de tesis. Evidentemente una de las razones por las cuales las trayectorias de las epd en las relaciones de contracción anteriores no sobrepasan la trayectoria newtoniana, es porque el fluido está cambiando de estructura.

Una vez que la viscosidad extensional del fluido ha experimentado su valor máximo, inicia un adelgazamiento en extensión hasta alcanzar valores muy cercanos a la viscosidad del disolvente.

Si se observa la Figura 2.3.2-1, la trayectoria de la epd normalizada, inicialmente muestra una primera zona coincidente con la trayectoria newtoniana hasta alcanzar un No.  $De_c = 0.116$ , posteriormente inicia un ascenso de la viscosidad hasta alcanzar una caída de presión en exceso máxima de  $epd_{max} = 1.062$ , la cual

representa el cambio de estructura del polímero hacia enlaces intramoleculares, los cuales al parecer generan un abatimiento de la viscosidad extensional, iniciando así un descenso de la  $epd$  hasta alcanzar un valor de  $epd = 0.624$  que resulta ser el más pequeño de todos los registros.

En este descenso puede verse claramente la competencia favorable del descenso de la viscosidad con la elasticidad del fluido producto del crecimiento del flujo extensional, en esta relación de contracción es tan baja la viscosidad que ha adquirido el fluido por efectos del incremento del flujo cortante, que domina al fuerte efecto elástico provocado por el desarrollo de los esfuerzos extensionales.

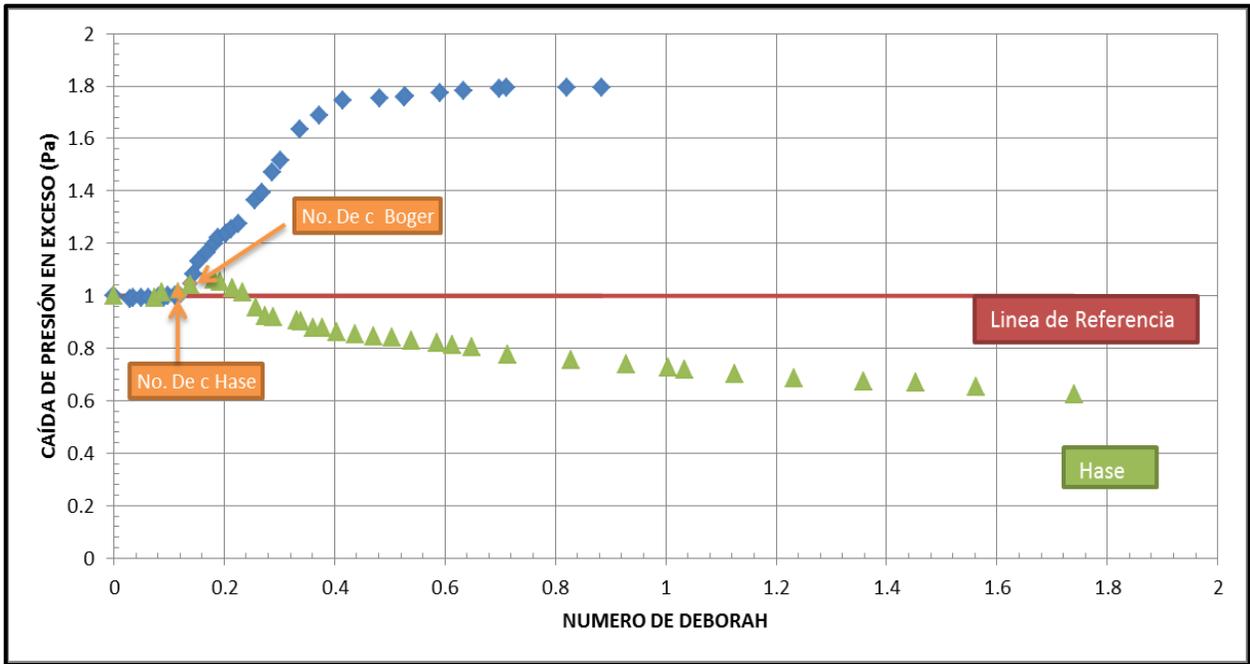


Fig. 3.1-5 (a) Trayectoria de la caída de presión en exceso para la contracción 10:1:10

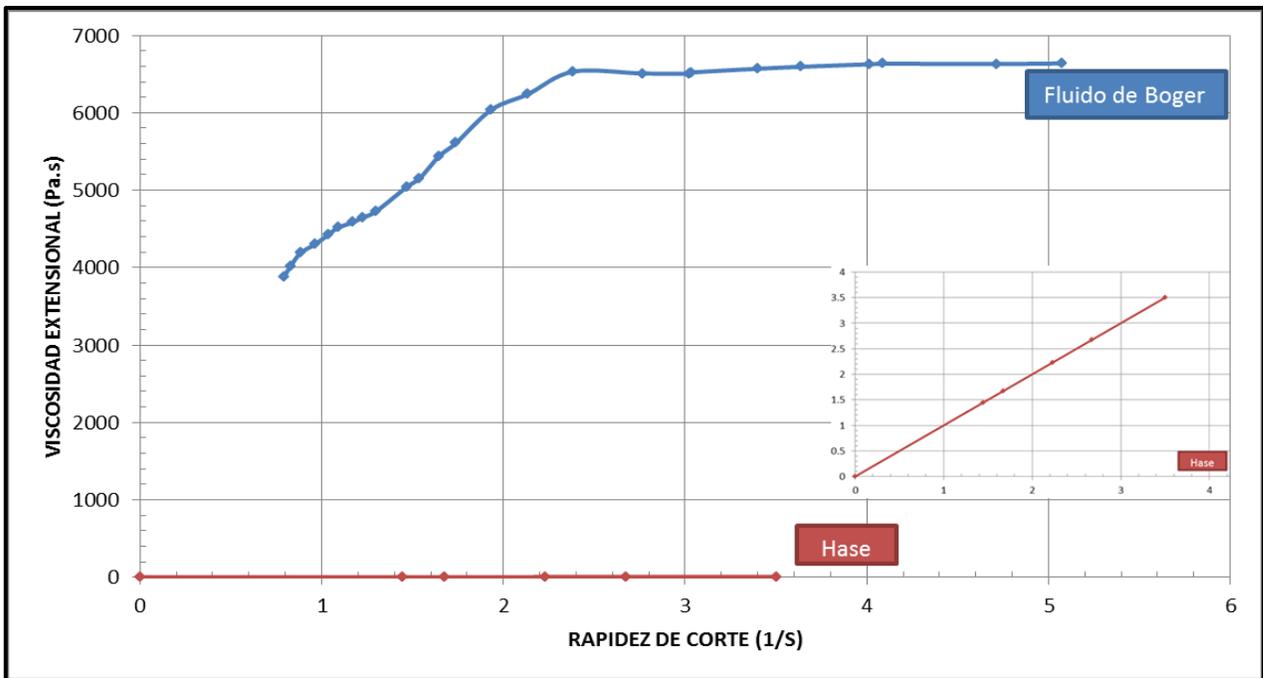


Fig. 3.1-5 (b) Trayectoria de la viscosidad extensional para la relación de contracción 10:1:10

## 3.2 Análisis de la trayectoria de la viscosidad extensional.

La principal motivación para este trabajo, fue el encontrar una relación entre la caída de presión en exceso como medida indirecta de la viscosidad extensional. Para ello, por medio de la experimentación se obtuvieron las siguientes curvas que analizan la dinámica de flujo de los fluidos estudiados para conocer si dichas curvas, tienen relación con la caída de presión en exceso. Cabe mencionar que las siguientes curvas, se generaron a partir de la  $\dot{\gamma}$  que se obtuvo en las gráficas de rapidez de corte contra caída de presión en exceso, ya que solo es a partir de este dato, que comienza a manifestarse la presencia de la primera diferencia de esfuerzos normales en extensión, la que es asociada con la viscosidad extensional.

### 3.2.1 Contracción 2:1:2

- Fluido de Boger

En esta relación de contracción Figura 3.1-1(b), se muestra a las curvas generadas para los dos fluidos estudiados; tanto para el fluido de Boger, como para Hase. El hecho de que no aparezca una tercera línea como en las gráficas anteriores, es debido a que los fluidos newtonianos no presentan primera diferencia de esfuerzos normales en extensión, por lo que ahora no se representa gráficamente.

Se puede observar que la trayectoria del fluido de Boger se encuentra muy por encima de la generada por Hase, esto es debido a que en él se manifiesta la primera diferencia de esfuerzos normales en extensión a valores pequeños de rapidez de corte. Así mismo, el crecimiento súbito de su viscosidad extensional se puede ver entre valores que van desde 1012.88 a 1696.66 (Pa.s), sin embargo, el Fluido de Boger después de alcanzar una viscosidad extensional máxima de 1696.66 (Pa.s), presenta valores de viscosidad extensional similares, que van en un intervalo de 1500 a 1700 (Pa.s). El hecho de que el Fluido de Boger presente una trayectoria aparentemente recta a lo largo que aumenta la rapidez de corte, es debido a que la contracción 2:1:2, no puede deformar más el fluido, por lo que el filamento que se forma solo se extiende debido a que su viscosidad aumenta casi un 70% en comparación de su viscosidad inicial.

- Hase 2.5% peso

Hase, se ubica muy por debajo del Fluido de Boger, a pesar de que alcanza valores de rapidez de corte mucho mayores, sin embargo, el hecho en el que a valores de rapidez de corte bajos predomine la primera diferencia de esfuerzos normales en corte muy por encima de la primera diferencia de esfuerzos extensionales, provoca valores de viscosidad mucho más bajos que los del fluido de Boger, a pesar que inclusive llegue a crecer su viscosidad de 22.009 a 78.684 (Pa.s), no es lo suficientemente significativo para si quiera tener valores similares a Boger, sin embargo, representa un crecimiento de un 258%. Así bien, se puede observar que Hase alcanza valores de rapidez de corte mayores al Fluido de Boger, esto es debido a la interacción del fluido con las paredes de la contracción, sin embargo, su paso por la contracción no logra deformarlo lo suficiente para poder desarrollar flujo extensional, repercutiendo en valores de viscosidad mucho menores al Fluido de Boger.

### 3.2.2 Contracción 4:1:4

- Fluido de Boger

Esta relación de contracción (4:1:4) está representada en la Figura 3.1-2 (b), denota trayectorias diferentes para cada uno de los fluidos estudiados, por lo que se puede observar primero al fluido de Boger, que nuevamente se coloca muy por encima de la trayectoria del Hase. Así bien, es notorio que todo el desarrollo del fluido se manifiesta a pequeños valores de rapidez de corte llegando hasta 0.8036 (1/s). A pesar de ello, su viscosidad nuevamente, adquiere valores muy por encima de Hase, empezando en 675.786 y creciendo abruptamente hasta llegar a los 878.225 (Pa.s). Este crecimiento, como ya se ha dicho anteriormente, es provocado por la primera diferencia de esfuerzos normales en extensión, que predominan sobre la primera diferencia de esfuerzos normales en corte, provocando un incremento en la viscosidad extensional del fluido. Puede notarse que a partir de los 882.311 (Pa.s), su viscosidad se mantiene en el mismo intervalo de valores, sin embargo, comparándolo con la relación 2:1:2, éste alcanza un pico en su viscosidad de 906.986 (Pa.s), para después disminuir su viscosidad antes del rompimiento del filamento de fluido. Pero es importante mencionar, que el Fluido de Boger presenta en su trayectoria una pendiente que se genera desde el inicio hasta la viscosidad máxima, lo que representa que en esa zona haya un flujo extensional casi puro, lo que llamaremos Flujo Extensional

Isométrico, eso quiere decir que en cualquier parte del filamento del fluido formado al pasar por la contracción, en cualquier punto de éste, la viscosidad es la misma, lo cual se ha analizado a lo largo de éste trabajo.

- Hase 2.5% peso

Sin embargo Hase, muestra una trayectoria más clara, que se caracteriza de inicio por tener valores mayores de rapidez de corte, que de igual forma se pudo mostrar en la Figura 3.1-1 (b), que pertenece a la contracción 2:1:2. Así bien, la viscosidad extensional sufre un crecimiento gradual, ya que no muestra un cambio de trayectoria, mostrando una única zona, a diferencia del Fluido de Boger. A pesar de ello, Hase nuevamente no logra alcanzar valores de viscosidad por encima de los 200 (Pa.s), debido a que en esta relación de contracción, como se muestra en la Fig.2.3.2-1, mantiene la misma trayectoria que se genera por el hecho del predominio de primera diferencia de esfuerzos normales en corte. Aclarando, que la primera diferencia de esfuerzos normales en extensión, son las causantes de que el haya un amento de su viscosidad, aun así, no son lo suficientemente fuertes para alcanzar valores de viscosidad que se acerquen al fluido newtoniano. Es un fluido que muestra la competencia del flujo cortante con el extensional y que a pesar de que se nota el predominio de la diferencia de esfuerzos normales en extensión que repercute en el aumento de la viscosidad, no es lo suficientemente intensa para poder alcanzar viscosidades cercanas al fluido newtoniano, por lo que provoca que su trayectoria se coloque muy por debajo de la trayectoria del Fluido de Boger.

### 3.2.3 Contracción 6:1:6

La Figura 3.1-3 (b) representa la trayectoria de la viscosidad de los fluidos en la contracción 6:1:6. A pesar de las similitudes que existen entre las relaciones de contracción que se han analizado hasta el momento, es notable destacar que se presentan ciertas similitudes en trayectoria de la viscosidad extensional de los fluidos estudiados, por ejemplo de que en ambas el Fluido de Boger presenta valores de viscosidad muy altos a bajos valores de rapidez de corte; por lo que Hase se ubica muy por debajo, a pesar de presentar un crecimiento paulatino en su viscosidad. Por lo que en esta relación de contracción, el comportamiento de ambos fluidos muestra esas mismas características.

- Fluido de Boger

La viscosidad del fluido de Boger crece de manera súbita casi un 25% con respecto a su viscosidad inicial, sin embargo, comparado con la relación de contracción 2:1:2 que presentó un incremento en su viscosidad de un 68% y la relación de contracción 4:1:4 un incremento del 68%, podemos notar que el incremento deja de ser de manera drástica conforme se reduce el área de contracción. Así mismo, es interesante notar que el Fluido de Boger en la contracción 4:1:4, se registran valores de viscosidad menores comparados con las contracción 6:1:6 e inclusive la contracción 2:1:2. Esto puede explicarse, si se ve la dinámica de flujo que está representada en la Fig.2.3.2-1, donde podemos notar que hay un decremento muy ligero en la viscosidad que va de la contracción 2:1:2 a la contracción 4:1:4, sin embargo, en la contracción 6:1:6, comienza a ver una recuperación ligera de la tendencia ascendente. Sin embargo, en la Figura 3.1-3 (b), el hecho de que el Fluido de Boger se encuentre nuevamente en la parte superior de la gráfica, nos muestra que es debido a que en él se presenta la primera diferencia de esfuerzos normales en extensión mucho antes que en el Hase, así mismo, con mayor intensidad. Lo que provoca que tenga valores muy por encima de lo que registra el Hase.

- Hase al 2.5% peso

Sin embargo, el Hase, comenzara a presentar una competencia de tres interacciones diferentes que son, la competencia de la primera diferencia de esfuerzos normales en corte contra la primera diferencia de esfuerzos en extensión y por último, el efecto del adelgazamiento, que se adjudica a la propiedad del fluido de reestructurarse. Como se vio en la Fig. 1.3.1-2, Hase presenta asociaciones intermoleculares e intramoleculares, lo que conforme pasa el fluido por la contracción, adquiere una propiedad de reestructuración, cambiando dichas interacciones, pasando e interacciones intermoleculares a intramoleculares. Lo que provoca que el fluido de Hase muestre adelgazamiento. A pesar de ello, en la contracción 6:1:6, favorece de sobremanera el incremento de la viscosidad en poco más de un 300%, por lo que se traduce como el predominio del flujo extensional sobre el cortante favorecido por la contracción, aun así, siendo mucho menor que en el Fluido de Boger.

### 3.2.4 Contracción 8:1:8

- Fluido de Boger

La relación de contracción 8:1:8 que se ve representada en la Figura 3.1-4 (b), el fluido de Boger presenta una trayectoria similar que en la relación de contracción 4:1:4, en donde el crecimiento súbito de la viscosidad extensional se ve representado en una zona, donde la trayectoria genera una pendiente recta a valores bajos de rapidez de corte antes de alcanzar la viscosidad máxima, es lo que conocemos como Flujo Extensional Isométrico que se explicó en la contracción 4:1:4. Lo que quieres decir que se favorece el flujo extensional sobre el cortante por efecto de la interacción del fluido con la contracción. Así bien, la siguiente zona, mantiene valores de viscosidad que aumenta gradualmente, por lo que a pesar de que prevalezcan los esfuerzos extensionales sobre los esfuerzos cortantes, permiten ver conforme va creciendo la rapidez de corte, como los esfuerzos cortantes no permiten que el fluido aumente su viscosidad no más de un 6%, con respecto a su viscosidad máxima. También, cabe mencionar que comparado con las relaciones de contracción anteriores, muestra valores de viscosidad más altos, lo que da a relacionar que la reducción del área de contracción favorece el flujo extensional y por ende, aumenta su viscosidad.

- Hase al 2.5 % peso

Mientras tanto, el Hase denota un mayor crecimiento en su viscosidad extensional, ya que ahora crece un 400%, por lo que a pesar de que en primera instancia, mantiene una trayectoria cortante, para después comenzar a presentar flujo extensional, que en medida provoca el aumento de su viscosidad extensional. Sin embargo nuevamente, la magnitud con que se presenta, impide que aun alcance valores de viscosidad de un Fluido Newtoniano, por lo que se coloca muy por debajo de la trayectoria del Fluido de Boger. Aquí, el efecto del adelgazamiento se hace presente con mayor fuerza, sin embargo no impide el crecimiento de su viscosidad que con respecto a las relaciones de contracción anteriores, sigue aumentando, alcanzando un valor máximo de 1153.383 Pa.s. Valor que previamente no se había alcanzado en ninguna de las anteriores relaciones de contracción, lo que es debido al favorecimiento del flujo extensional provocado por la reducción del área de contracción.

### 3.2.5 Contracción 10:1:10

- Fluido de Boger

Como se ha mostrado anteriormente, en las diferentes relaciones de contracción, el Fluido de Boger se coloca por encima del fluido de Hase, debido a los altos valores de viscosidad extensional que registra. Las similitudes de las trayectorias a simple vista se mantienen. La representación gráfica del comportamiento de los fluidos en la contracción 10:1:10 se presenta en la Figura 3.1-5 (b). Así mismo, la trayectoria del fluido de Boger presenta dos zonas marcadas, la primera, por el crecimiento abrupto de la viscosidad que va desde los 3878.786 a los 6533.062 Pa.s. Este crecimiento del 68% en su viscosidad extensional, denota el predominio del flujo extensional sobre el cortante, a pesar de que el fluido interactúe mayormente con las paredes de la contracción, esto favorece que se desarrolle la primera diferencia de esfuerzos normales en extensión, incrementando su viscosidad extensional. Si se compara con las anteriores relaciones de contracción, el Fluido de Boger tiende a tener un crecimiento en su viscosidad extensional derivado de la reducción del área en la contracción, a su vez, en la contracción 10:1:10, es donde se observan los valores más altos de viscosidad extensional comparado contra las anteriores relaciones de contracción.

- Hase 2.5% peso

En cambio Hase tiene los valores de viscosidad más bajos comparados con las relaciones de contracción anteriores. Esto se explica remontándose a la Fig. 1.3.1-2, donde la reología del fluido muestra mayor efecto del adelgazamiento por la restructuración de sus interacciones moleculares como ya se ha explicado en la relación contracción 6:1:6. Lo que provoca el abatimiento de la viscosidad extensional, lo que también es provocado por el predominio de la primera diferencia de esfuerzos normales en corte. A pesar de ello, dentro de esa constante competencia de esfuerzos, en la contracción 10:1:10 se favorece el flujo extensional, ya que se registró un crecimiento de poco más del 140% de su viscosidad extensional con respecto a su viscosidad inicial. Aun así, comparado con el Fluido de Boger, son valores mucho menores, por lo que gráficamente se encuentra muy por debajo, ya que la viscosidad máxima que presenta es de 3.5020 Pa.s, mientras que el Fluido de Boger tiene valores de viscosidad extensional de 6533.062 Pa.s.

## Capítulo 4 CONCLUSIONES

1.- En la relación de contracción 2:1:2, el desarrollo de la viscosidad extensional estuvo por encima de la trayectoria de referencia newtoniana en ambos fluidos, esto quiere decir que esta relación de contracción favorece un mayor desarrollo del flujo extensional debido a que la rapidez de corte es muy pequeña minimizando la presencia del flujo cortante.

2.- La existencia de una primera diferencia de esfuerzos normales en corte a bajos valores de No. De Deborah favorece sustancialmente la aparición del efecto Binding, el cual solo fue observado en el Hase al 2.5% peso en todas las relaciones de contracción y sirvió para explicar el por qué las trayectorias de las epd para el Hase se desarrollaron preferentemente por debajo de las trayectorias newtonianas.

El efecto Binding no se observó en ninguna de las trayectorias para el fluido de Boger, debido a que la diferencia de esfuerzos normales en corte se presentan a altos valores del No. De Deborah aplicado al sistema

3.- A partir de la relación de contracción 6:1:6 la competencia natural entre los dos tipos de flujo cortante y extensional, se presentaron dos efectos más. El primero en el fluido de Boger apareció como fenómeno principal, la competencia entre el crecimiento de la caída de presión en exceso y el crecimiento de vórtices alrededor de la contracción, particularmente en la contracción 8:1:8 se observó que no hubo desarrollo de ninguno de los dos flujos estudiados debido al fuerte crecimiento de vórtices que se desarrolló alrededor de la contracción.

En cuanto al Hase se observó fuertemente la competencia entre el crecimiento de las trayectorias de la caída de presión en exceso y el adelgazamiento al corte que presenta este fluido.

4.- El reducir el área de contracción, facilita el desarrollo de la viscosidad extensional, sin embargo en ningún momento quiere decir que se minimice la presencia del flujo cortante, ya que este también se desarrolla sustancialmente.

5.- Hase, a pesar de que aumenta su viscosidad extensional debido al predominio de la primera diferencia de esfuerzos normales en extensión, el efecto del adelgazamiento que sufre por su restructuración, no le permite alcanzar valores de viscosidad cercanos al Fluido de Boger.

6.- En las relaciones de contracción 4:1:4 y la 8:1:8, son las únicas en las que el Fluido de Boger desarrolla viscosidad extensional bajo condiciones de un flujo extensional reométrico u homogéneo.

7.- La geometría cuadrada demostró que en las relaciones de contracción 4:1:4 y 8:1:8 solamente para el Fluido de Boger se pudo observar el desarrollo del flujo extensional homogéneo, sin embargo, no fue suficiente para hacer un estudio más detallado de este flujo, por lo que se recomienda realizarlo en otro tipo de geometrías como la hiperbólica, parabólica o cónica.

## Anexos

### Apéndice A

#### Capítulo 1

#### 1.2.5 Comportamiento de un fluido newtoniano en una rendija.

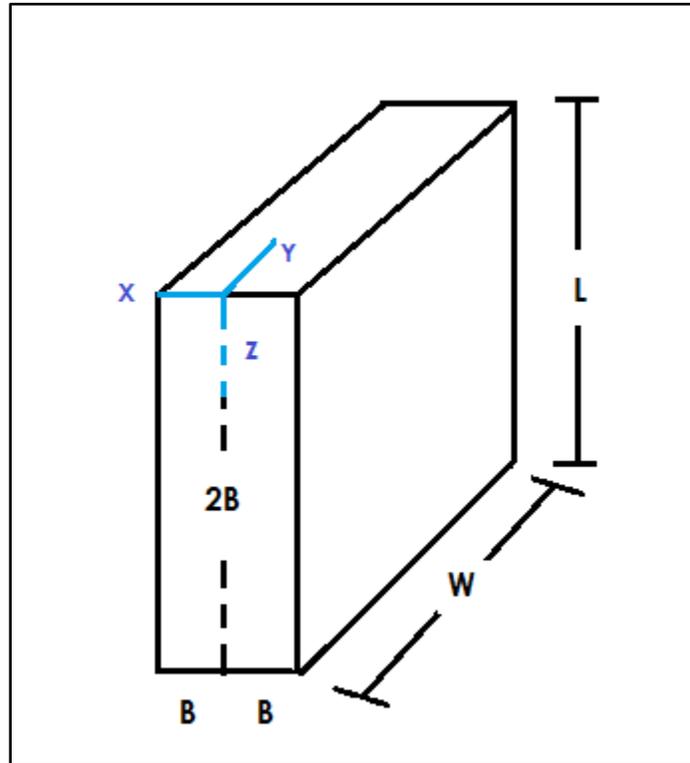


Fig. 1.2.5 Representación de las coordenadas rectangulares en una rendija.

El movimiento del fluido introducido en una rendija se rige bajo la ecuación de movimiento en coordenadas rectangulares de Navier – Stokes (4) basada en la aplicación de la segunda ley de Newton y la ley de conservación de la masa que en función del esfuerzo cortante se representa como:

Componente x

$$\rho \left( \frac{\delta v_x}{\delta t} + V_x \frac{\delta v_x}{\delta x} + V_y \frac{\delta v_x}{\delta y} + V_z \frac{\delta v_x}{\delta z} \right) = -\frac{\delta P}{\delta x} - \left( \frac{\delta \tau_{xx}}{\delta x} + \frac{\delta \tau_{yx}}{\delta y} + \frac{\delta \tau_{zx}}{\delta z} \right) + \rho g_x \quad 1.2.5-1$$

Componente y

$$\rho \left( \frac{\delta v_y}{\delta t} + V_x \frac{\delta v_y}{\delta x} + V_y \frac{\delta v_y}{\delta y} + V_z \frac{\delta v_y}{\delta z} \right) = -\frac{\delta P}{\delta x} - \left( \frac{\delta \tau_{xy}}{\delta x} + \frac{\delta \tau_{yy}}{\delta y} + \frac{\delta \tau_{zy}}{\delta z} \right) + \rho g_y \quad 1.2.5-2$$

Componente z

$$\rho \left( \frac{\delta v_z}{\delta t} + V_x \frac{\delta v_z}{\delta x} + V_y \frac{\delta v_z}{\delta y} + V_z \frac{\delta v_z}{\delta z} \right) = -\frac{\delta P}{\delta z} - \left( \frac{\delta \tau_{xz}}{\delta x} + \frac{\delta \tau_{yz}}{\delta y} + \frac{\delta \tau_{zz}}{\delta z} \right) + \rho g_z \quad 1.2.5-3$$

En el caso de la figura 1.2.5 el movimiento se genera en el componente z, considerando de la misma manera que es un sistema en estado estacionario, por lo que los términos que no cumplan ambas condiciones son cancelados, reduciendo la ecuación a:

$$-\frac{\delta P}{\delta z} - \frac{\delta \tau_{xz}}{\delta x} + \rho g_z = 0 \quad 1.2.5-4$$

Despejando  $\frac{\delta \tau_{xz}}{\delta x}$ :

$$\frac{\delta \tau_{xz}}{\delta x} = \rho g_z - \frac{\delta P}{\delta z} \quad 1.2.5-5$$

Contemplamos la presión a la entrada de la rendija y la presión hidrostática por lo que:

$$\frac{\delta \tau_{xz}}{\delta x} = -\frac{\delta}{\delta z} (P + \rho g_z Z) \quad 1.2.5-6$$

Obteniendo una nueva P que se representa con la letra p por lo tanto:

$$\frac{\delta \tau_{xz}}{\delta x} = \frac{\delta p}{\delta z} \quad 1.2.5-7$$

El fluido es Newtoniano:

$$\tau_{xz} = -\mu \frac{dV_z}{dx} \quad 1.2.5-8$$

Sustituyendo 1.2.5-8 en la ecuación 1.2.5-7 se tiene:

$$-\mu \frac{\delta}{\delta x} \left( \frac{dV_z}{dx} \right) = \frac{\delta p}{\delta z} \quad 1.2.5-9$$

Hay un cambio de variables en donde  $\delta z = L$  y  $\delta p = \Delta P$  por lo que:

$$-\mu \frac{\delta}{\delta x} \left( \frac{dV_z}{dx} \right) = \frac{\Delta P}{L} \quad 1.2.5-10$$

Despejando  $\left( \frac{dV_z}{dx} \right)$  obtenemos y multiplicando por dx:

$$\left( \frac{dV_z}{dx} \right) = -\frac{\Delta P}{\mu L} dx \quad 1.2.5-11$$

Integrando se tiene:

$$\frac{dV_z}{dx} = -\frac{\Delta P}{\mu L} x + C_1 \quad 1.2.5-12$$

Multiplicando por dx:

$$dV_z = -\frac{\Delta P}{\mu L} x dx + C_1 dx \quad 1.2.5-13$$

Integrando nuevamente:

$$V_z = -\frac{\Delta P}{\mu L} \left(\frac{x^2}{2}\right) + C_1 x + C_2 \quad 1.2.5-14$$

Para obtener las constantes debemos conocer las condiciones a la frontera que tiene nuestro sistema por lo que  $X=B$  por lo tanto  $V_z=0$  y  $X=-B$  por lo tanto  $V_z=0$  así que ambas condiciones se sustituyen en la ecuación 1.2.4-14 por lo que:

$$-\frac{\Delta P}{\mu L} \left(\frac{B^2}{2}\right) + C_1 B + C_2 = 0 \quad ; \quad -\frac{\Delta P}{\mu L} \left(\frac{-B^2}{2}\right) - C_1 B + C_2 = 0 \quad 1.2.5-15a \text{ y } 1.2.5-15b$$

Igualando ambas ecuaciones y reduciendo términos se obtiene que  $C_1 = 0$  y se sustituye en la segunda condición, por lo que se obtiene  $C_2 = \frac{\Delta P}{\mu L} \left(\frac{B^2}{2}\right)$  y se sustituyen en la ecuación de velocidad  $V_z$  (ec.1.2.5-14) y se obtiene:

$$V_z = \frac{\Delta P B^2}{2\mu L} \left[1 - \left(\frac{x}{B}\right)^2\right] \quad 1.2.5-16$$

Y se sabe que en  $x=0$  se tiene la velocidad máxima del fluido, por lo que:

$$V_{zmax} = \frac{\Delta P B^2}{2\mu L} \quad 1.2.5-17$$

A partir de la relación del gasto entre el área, se obtiene una ecuación de velocidad que es:

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{\int_0^W \int_0^B V_z dx dy}{\int_0^W \int_0^B dx dy} \quad 1.2.5-18$$

En ella se sustituye la ecuación de  $V_z$  por lo que tenemos:

$$V_z = \frac{\int_0^W \int_0^B \frac{\Delta P B^2}{2\mu L} \left[1 - \left(\frac{x}{B}\right)^2\right] dx dy}{\int_0^W \int_0^B dx dy} \quad 1.2.5-19$$

Integrando y simplificando obtenemos:

$$\langle V_z \rangle = \frac{\frac{W \Delta P B^3}{3\mu L}}{WB} = \frac{\Delta P B^2}{3\mu L} \quad 1.2.5-20$$

Por lo que para obtener a Q, es la multiplicación de Vz por el área; por lo que el desarrollo queda como:

$$Q = \langle V_z \rangle A = \left( \frac{\Delta P B^2}{3\mu L} \right) (2BW) = \frac{\Delta P 2B^3 W}{3\mu L} \quad 1.2.5-21$$

Despejando  $\Delta P$  a través de la rendija se obtiene:

$$\Delta P = \frac{Q 3\mu L}{2B^3 W} \quad 1.2.5-21$$

## Apéndice B

### Capítulo 2

#### 2.6.1 Caída de Presión Total

La deducción de la Ecuación de Sampson comienza la relación de caídas de presión en un poro hipotético que se define como:

$$\Delta P_{poro} = \Delta P_{contracción} + \Delta P_{exceso} \quad 2.6.1-1$$

Dónde:

$\Delta P_{poro}$ : La caída de presión total

$\Delta P_{contracción}$ : La caída de presión por la interacción del fluido con las paredes del tubo

$\Delta P_{exceso}$ : La caída de presión debido a la dificultad del fluido al pasar por la contracción.

("Autor") ha propuesto que la caída de presión a través de un tubo rectangular de un fluido newtoniano está dada por:

$$\Delta P_{poro} = \frac{Q\mu L}{0.563B^4} \quad 2.6.1-2$$

Dónde:

Q= Flujo volumétrico del fluido en el tubo

B= Lado del tubo rectangular (ver figura 2.6.1)

L= Longitud entre toma y toma donde se evalúa la caída de presión

$\mu$ = Viscosidad del fluido newtoniano

Debido a que la caída de presión en exceso es de naturaleza no viscosa y por lo tanto no se conoce la longitud a la que se le atribuye, se propone una  $L_{ideal}$ , para atribuir al modelo el fenómeno no viscoso por lo que la ecuación 2.6.1-1 podrá escribirse como:

$$\Delta P_{poro} = \frac{Q\mu L}{0.563 B^4} + \frac{Q\mu L_{ideal}}{0.563 B^4} \quad 2.6.1-3$$

Factorizando:

$$\Delta P_{poro} = \frac{Q\mu}{B^4} \left( \frac{L}{0.563} + \frac{L_{ideal}}{0.563} \right) \quad 2.6.1-4$$

Se considera al término  $\left(\frac{L}{0.563B} + \frac{L_{ideal}}{0.563B}\right)$  como función de  $\Omega$  por lo tanto:

$$\Delta P_{poro} = \Omega(L) \frac{1}{0.563} \frac{Q\mu}{B^3} \quad 2.6.1-5$$

Despejando  $\Omega$  se obtiene:

$$\Omega = \frac{L}{0.563 B} + \frac{L_{ideal}}{0.563B} \quad 2.6.1-6$$

Se propone una relación de longitudes, la cual es llamada “relación de apariencia” que se define como:

$$L' = \frac{L}{B} \quad 2.6.1-7$$

Sustituyendo la Ec. 2.6.1-7 en 2.6.1-6 se obtiene:

$$\Omega = \frac{1}{0.563} L' + \frac{1}{0.563} L'_{ideal} \quad 2.6.1-8$$

El término  $\frac{1}{0.563} L'_{ideal}$  será igual a  $X_{Sampson}$  por lo que se puede escribirse como:

$$\Delta P_{poro} = \frac{Q\mu L}{0.563 B^4} + X_{Sampson} \quad 2.6.1-9$$

Para evaluar a  $X$  (18), una forma puede ser mediante una gráfica, debido a que la ecuación 2.6.1-9 es similar a la ecuación de una línea recta, por lo que obteniendo su pendiente podremos conocer  $X_{Sampson}$  como se muestra en la siguiente figura:

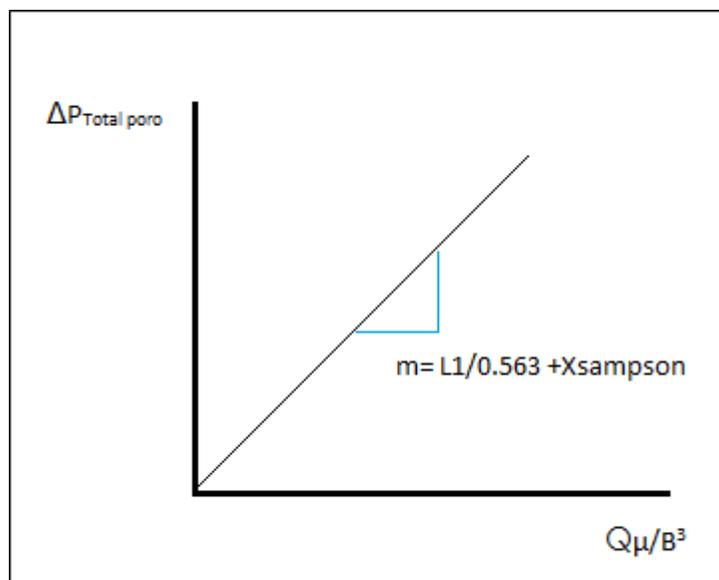


Figura 2.6.1-2 Representación de una pendiente

Resolviendo la ecuación de una línea recta, por lo que la constante de Sampson "X", puede evaluarse a partir de la estimación experimental de la pendiente igual a:

$$m = \frac{L1}{0.563} + X_{sampson} \quad 2.6.1-10$$

Por lo tanto la ecuación 2.6.1-1 se puede escribir como:

$$\Delta P_{poro} = \frac{Q\mu L'}{0.563 B^3} + \frac{Q\mu L'_{ideal}}{0.563 B^3} = \frac{Q\mu L'}{0.563 B^3} + \frac{Q\mu X_{sampson}}{B^3} \quad 2.6.1-11$$

## Referencias

- [1] Bautista F. de Santos J.M, Puig J.E., Manero O. Understanding thixotropic and antithixotropic behavior of viscoelastic micellar solutions and liquid crystalline dispersions, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 80 (1999) 93-113.
- [2] Binding D.M., Further considerations of axisymmetric contraction flows, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 41 (1991) 27-42.
- [3] Binding D.M, Phillips P.M, Phillips T.N., Contraction/expansion flows: the pressure drop and related issues, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 137 (2006) 31-38.
- [4] Bird, Stewart, Lightfoot., *Transport Phenomena*. Asano. Welty. Mass Transport. Fundamentals of M, H&M Transfer, Part II, Handout, (2008), 64-71
- [5] Boek E.S., Paffing J.T., Anderson V.J., Tardy P.M.J., Crawshaw P., Pearson J.R.A., Constitutive equations for extensional flow of wormlike micelles: Stability analysis of Bautista-Manero Model, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 126 (2005) 39-46.
- [6] Boger D.V. Viscoelastic Flows Through contractions *Ann. Rev. Fluid Mech.* (1987). 19: 157-182
- [7] Cable P.J. and Boger D.V. ,A Comprehensive Experimental Investigation of Tubular Entry Flow of Viscoelastic Fluids, Part I. Vortex Characteristic in Stable Flow, *AIChE Journal.* 24 (1978)869
- [8] Cable P.J. and Boger D.V., A Comprehensive Experimental Investigation of Tubular Entry Flow of Viscoelastic Fluids, Part II. Vortex Characteristic in Stable Flow, *AIChE Journal.* 24 (1978)992
- [9] Cartalos U. and J.M. Piau J.M., Creeping flow regimes of low concentration polymer solutions in thick solvents through an orifice die, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mech.* 45 (1992) 231-285.
- [10] Chilcott M.D., Rallison J.M, Creeping flow of dilute polymer solutions past cylinders and spheres, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 29 (1988) 381-432.
- [11] Fredricson A.G , A model for the tixotropy of suspensions, *AIChE Journal* 16(1970) 436
- [12] Keiller R.A., Entry-flow calculations for the Oldroyd-B and FENE equations, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 46 (1993) 143-178.
- [13] Nguyen G.H. and Boger D.V., The Kinematics and Stability of die entry flows, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 5 (1979) 353-368.
- [14] Owens R.G., Phillips T.N., *Computational Rheology*, Imperial College Press 2002.
- [15] Pérez C. Mariano, Estudio experimental de fluidos complejos en flujo contracción/expansión, Tesis que para obtener el grado de Doctorado en Ingeniería, UNAM, (2016).
- [16] Rothstein J.P., McKinley G.H., Extensional flow of a polystyrene Boger fluid through a 4:1:4 axisymmetric contraction/expansion, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 86 (1999) 61-88.
- [17] Rothstein J.P., McKinley G.H., The axisymmetric contraction-expansion: the role of extensional rheology on vortex growth dynamics and the enhanced pressure drop, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 98 (2001) 33-63.

- [18] Sampson R.A; on Stokes's current function, Philosophical Transactions of the Royal Society of London A; Vol 182 (1891) 449-518
- [19] Seng W.P., Tam K.C., Jenkins R.D., Rheological properties of model alkali-soluble associative (HASE) polymer in ionic and non-ionic surfactant solutions, Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Eng. Aspects 154 (1999) 365-382.
- [20] Tan H., Tam K.C., Tirtaatmadja V., Jenkins R.D., Bassett R.D., Extensional properties of model hydrophobically modified alkali-soluble associative (HASE) polymer solutions, J. Non-Newtonian Fluid Mech. 92 (2000) 167-185.
- [21] Tamaddon-Jahromi H.R., Webster M.F., Walters K., *Predicting numerically the large increases in extra pressure drop when Boger fluids flow through axisymmetric contractions*, J. Nat. Sci. 2 (2010) 1-11.
- [22] Tamaddon-Jahromi H.R., Webster M.F., Williams P.R., Excess pressure drop and drag calculations for strain-hardening fluids with mild shear-thinning: contraction and falling sphere problems, J. Non-Newtonian Fluid Mech. 166 (2011) 939-950.
- [23] Thomas J. Ober, Simon J. Haward, Christopher J. Pipe, Johannes Soulages, Gareth H. McKinley, Microfluidic extensional rheometry using a hyperbolic contraction geometry, Springer – Verlag Berlin Heidenberg, (2013), 529-545.
- [24] Walters K., Tamaddon-Jahromi H.R, Webster M.F., Tomé M.F., S McKee, The competing roles of extensional viscosity and normal stress differences in complex flows of elastic liquids, Korea-Australia Rheology Journal 21 (4) (2009) 225-233.
- [25] Walters K., M.F. Webster M.F, Tamaddon-Jahromi H.R., Experimental and Computational aspects of some contraction flows of highly elastic liquids and their impact on the relevance of the Couette correction in extensional Rheology, Proc. 2nd Southern African Conference on Rheology (SASOR 2), 2008, pp. 1-6.
- [26] Walters K, Webster M.F., Tamaddon-Jahromi M.F, The numerical simulation of some contraction flows of highly elastic liquids and their impact on the relevance of the Couette correction in extensional rheology, Chemical Engineering Science 64 (2009) 4632-4639.
- [27] White J.L. and Kondo A., Flow Patterns in Polyethelene and Polystyrene Melts During Extrusion Through a die Entry Region: Measurements and Interpretation J. Non-Newtonian Fluid Mech. 3 (1977) 41-64.