



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES CUAUTITLÁN**

---

**DISEÑO Y FABRICACIÓN DE UN DISPOSITIVO  
DIDÁCTICO PARA PRUEBAS DE TORSIÓN**

**TESIS QUE PARA OBTENER  
EL TÍTULO DE:  
INGENIERO MECÁNICO ELECTRICISTA**

**PRESENTAN:  
PEDRO ARTIAGA MARTÍNEZ  
SERGIO OMAR ROMERO LECUONA**

**ASESOR:  
M.I. FELIPE DÍAZ DEL CASTILLO RODRÍGUEZ**

Cuautitlán, Izcalli, Edo. De México.

2016



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# ÍNDICE

	Pág.
OBJETIVO.....	1
INTRODUCCIÓN.....	2

## CAPÍTULO 1

### ESTUDIO DE LA TORSIÓN

1.1 CONCEPTOS BÁSICOS.....	3
1.1.1 ESFUERZO NORMAL PROMEDIO.....	3
1.1.2 ESFUERZO CORTANTE PROMEDIO.....	5
1.1.3 DIAGRAMA ESFUERZO – DEFORMACIÓN EN INGENIERÍA.....	6
1.2 ELEMENTOS SOMETIDOS A TORSIÓN.....	8
1.2.1 FORMULA DE LA TORSIÓN.....	10
1.2.2 DEFORMACIÓN ANGULAR .....	12

## CAPÍTULO 2

### DISEÑO DEL DISPOSITIVO

2.1 DEFINICIÓN DE LA NECESIDAD.....	18
2.2. ESTÁNDARES ASTM APLICABLES.....	19
2.1.1 DIMENSIONES DE LA PROBETA.....	21
2.3 PLANOS PARA EL DISEÑO. ....	24

**CAPÍTULO 3**  
**FABRICACIÓN DEL DISPOSITIVO**

<b>3.1</b>	<b>HOJAS DE PROCESO.....</b>	<b>36</b>
<b>3.2</b>	<b>MONTAJE Y AJUSTE DEL DISPOSITIVO.....</b>	<b>41</b>

**CAPITULO 4**  
**PRUEBAS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS**

<b>4.1</b>	<b>INTRODUCCIÓN. ....</b>	<b>44</b>
<b>4.2</b>	<b>PRUEBAS EN LA PROBETA DE ACERO.....</b>	<b>46</b>
<b>4.3</b>	<b>PRUEBAS EN LA PROBETA DE ALUMINIO.....</b>	<b>49</b>
<b>4.4</b>	<b>PRUEBAS EN LA PROBETA DE LATÓN.....</b>	<b>52</b>

**CAPITULO 5**  
**DESARROLLO DE LA PRÁCTICA PRUEBA DE TORSIÓN**

<b>5.1</b>	<b>OBJETIVO.....</b>	<b>55</b>
<b>5.2</b>	<b>INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>55</b>
<b>5.3</b>	<b>MATERIAL Y EQUIPO.....</b>	<b>58</b>
<b>5.4</b>	<b>PROCEDIMIENTO.....</b>	<b>58</b>
<b>5.5</b>	<b><i>CUESTIONARIO</i>.....</b>	<b>59</b>

	<b>CONCLUSIONES.....</b>	<b>61</b>
	<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>62</b>

## **OBJETIVO**

- Aplicar los conocimientos adquiridos durante la carrera llevándolos a la práctica.
- Diseñar y construir un equipo relativamente sencillo y didáctico, así como funcional para la realización de la prueba de torsión.
- Apoyar con un equipo didáctico para la realización de la prueba de torsión en el laboratorio de Tecnología de Materiales.
- Realizar un ensayo de torsión apegado a normas internacionales de diversos organismos.

## INTRODUCCIÓN

El ensayo de torsión es ampliamente usado en ingeniería ya que proporciona información importante para el diseño con materiales sometidos a esta prueba. De aquí la gran importancia del ensayo, ya que se aplica en la industria para determinar constantes elásticas y propiedades de los materiales.

En el dispositivo para prueba de torsión que se diseñara en este proyecto se podrá colocar probetas solo de secciones circulares sólidas. La prueba consistirá en tomar una probeta y fijar uno de sus extremos mientras que en el otro se aplica un par de torsión gradualmente creciente con el fin de obtener algunas variables que permitan realizar diversos cálculos que ayuden a obtener el valor más confiable del módulo de elasticidad al corte, todo lo anterior se realizará en la zona elástica del material sin llegar a la deformación plástica o falla de la probeta. Durante la prueba se podrá medir el par de torsión aplicado para obtener el valor más confiable del módulo de elasticidad cortante del material, “G”.

En el diseño de elementos de maquinas la torsión juega un papel importante; particularmente en los ejes rotatorios, que transmiten movimiento y potencia de un punto a otro, ejemplos de ello son: cigüeñales, transmisiones de velocidad con engranes, motores eléctricos, transmisiones flexibles, ya sean de banda o cadena, bombas de diversos tipos, etc. En cualquiera de estos ejemplos al transmitir un movimiento rotatorio hay un eje que queda sometido a un par de torsión y en consecuencia posible deformación angular. Debido a esto es necesario conocer las características del material para diseñar un mecanismo que se usará de tal forma que los esfuerzos a los que vaya a estar sometido no sean excesivos, y el material no se fracture, de lo contrario alguno de los elementos que lo componen fallara en algún momento de la operación. El comportamiento mecánico de un material es el reflejo de la relación entre su respuesta o deformación ante una fuerza o carga aplicada.

A pesar de que la geometría de la sección transversal de un eje normalmente es circular, es posible encontrar gran variedad en el diseño de ejes dependiendo de los equipos y elementos a los que se debe de acoplar este.

# **CAPÍTULO 1**

## **ESTUDIO DE LA TORSIÓN**

Una de las ramas de la mecánica es la mecánica del cuerpo deformable, la cual se dedica al estudio de los efectos que provocan fuerzas externas en un cuerpo sometido, dichas fuerzas provocan la respuesta del material en forma de esfuerzo y deformación. Para el análisis en la mecánica del cuerpo deformable la estática juega un papel fundamental, ya que a las fuerzas que actúan en el sistema el cuerpo sometido responderá de la forma ya mencionada.

Por lo anterior se puede resumir que la mecánica del cuerpo deformable es un estudio de la relación entre cargas externas aplicadas, esfuerzo y deformación. Estas cargas externas pueden aplicarse a un cuerpo en forma de cargas distribuidas o, cargas concentradas (puntuales), cuando el área de contacto de la fuerza externa sea pequeña comparada con la superficie total del cuerpo.

### ***1.1 CONCEPTOS BÁSICOS***

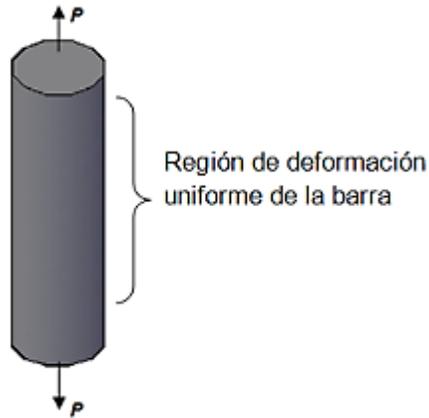
Para poder entender los efectos que produce una carga de torsión sobre un elemento como un eje, se debe conocer cómo se manifiesta un material ante la aplicación de cargas de diferentes tipos que someten a un cuerpo a diferentes situaciones.

Para contrarrestar la acción de una fuerza que tiende a mover un cuerpo se utilizan soportes, estos soportes producen una fuerza en dirección contraria a la dirección de la fuerza aplicada sobre el elemento al que se encuentra unido, provocando esfuerzos normales y esfuerzos cortantes en los elementos, en algunas situaciones estas cargas se presentan en forma de pares que tienden hacer girar a los miembros, produciendo esfuerzos cortantes y por consecuencia torsión.

#### ***1.1.1 ESFUERZO NORMAL PROMEDIO***

Para el cálculo del esfuerzo normal promedio tenemos una barra prismática de sección transversal cualquiera a la que se le aplica una carga,  $P$ , que pasa por el centroide de la sección

transversal de la barra a estudiar. Al aplicar esta carga suponemos que el material se deforma de manera uniforme en toda su longitud, como se muestra en la figura 1.1.



**Figura 1.1. Barra sometida a fuerzas axiales.**

Entonces, cada pequeña sección de área  $dA$  está sometida a una fuerza proporcional  $dF$  como se plantea en la ecuación 1.1.

$$dF = \sigma dA \dots\dots\dots(1.1)$$

Si se integran las diferenciales se tiene:

$$\int dF = \sigma \int dA \dots\dots\dots(1.2)$$

$$F = \sigma A \dots\dots\dots(1.3)$$

$$\sigma = \frac{F}{A} \dots\dots\dots(1.4)$$

Donde:

$\sigma$  = Esfuerzo normal promedio

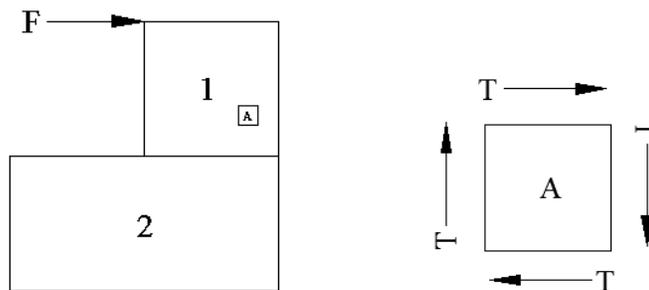
$F$  = Fuerza aplicada a la sección transversal.

$A$  = Área de la sección transversal perpendicular a la dirección de la fuerza.

### 1.1.2 ESFUERZO CORTANTE PROMEDIO

Estos esfuerzos se producen en un cuerpo cuando existe una fuerza o fuerzas que tienden a cortar o deslizar un cuerpo o una parte de él con respecto a la otra. Se presentan en elementos sometidos a corte directo como pernos, remaches, tornillos, cuñas, etc., y en elementos sometidos a torsión como flechas y resortes.

En la figura 1.2 se muestra un elemento sobre el cual actúa una fuerza que tiende a deslizar la cara inferior del cuerpo 1 con respecto a la cara superior del mismo, esto provoca la reacción del cuerpo en forma de esfuerzo cortante,  $\tau$ , la forma en que se manifiesta dicho esfuerzo se muestra en el acercamiento al segmento de área "A".



**Figura 1.2. Representación del esfuerzo cortante.**

El esfuerzo de corte que experimenta el área,  $A$ , se puede expresar como:

$$\tau = \frac{F}{A} \dots\dots\dots(1.5)$$

Dónde:

$\tau$  = Esfuerzo cortante promedio

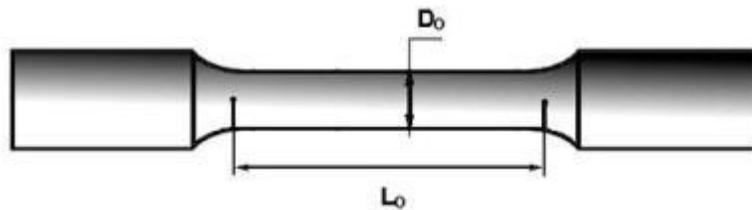
$F$  = Fuerza aplicada a la sección transversal.

$A$  = Área de la sección transversal paralela a la dirección de la fuerza.

Por lo anterior, se puede concluir que la diferencia entre el esfuerzo normal promedio y el esfuerzo cortante promedio radica en la naturaleza de sus variables, específicamente en el área de sección transversal, ya que para el caso del esfuerzo normal promedio el área que se toma en cuenta para el análisis es perpendicular a la fuerza aplicada, por otro lado, para el caso del esfuerzo cortante promedio el área que se toma en cuenta para el análisis es paralela a la dirección de la fuerza aplicada.

### ***1.1.3 DIAGRAMA ESFUERZO – DEFORMACIÓN EN INGENIERÍA***

Dado que no es posible preparar una probeta que coincida con los tamaños reales en cada aplicación particular, para este ensayo se debe contar con una probeta estándar con un diámetro,  $D_o$ , y una distancia entre puntos,  $L_o$ , como la que se muestra en la figura 1.3.



***Figura 1.3. Probeta estándar para examen de tensión.***

Donde:

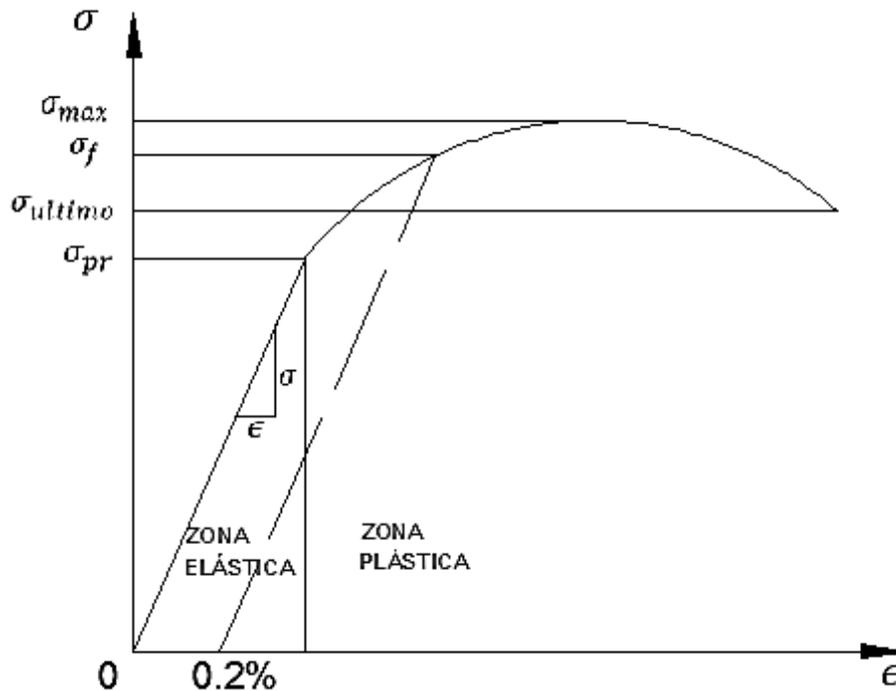
$D_o = 0.5$  Pulgadas, o su equivalente en milímetros

$L_o = 2$  Pulgadas, o su equivalente en milímetros

La probeta tiene una sección transversal circular con extremos más grandes, de modo que la falla no se produzca en las empuñaduras, antes de realizar la prueba es necesario hacer dos marcas sobre la superficie de la probeta que corresponden a la longitud,  $L_o$ .

El ensayo consiste en aplicar sobre la probeta una fuerza axial gradualmente creciente hasta provocarle la falla, durante la prueba es necesario realizar lecturas de la fuerza aplicada, la longitud entre puntos y el diámetro de la sección circular constante para posteriormente tabular la deformación longitudinal de la probeta, así como realizar el cálculo del esfuerzo

normal que experimentó la misma. Los datos obtenidos de este ensayo se registran en la gráfica mostrada en la figura 1.4.



**Figura 1.4. Diagrama esfuerzo-deformación en ingeniería.**

A esta gráfica se le conoce como “diagrama esfuerzo-deformación de ingeniería” y de ella pueden obtenerse varias propiedades mecánicas de un material, por ejemplo:

- Límite de proporcionalidad o límite elástico ( $\sigma_{pr}$ ): representa la frontera entre la zona de deformación elástica y la zona de deformación plástica.
- Esfuerzo de fluencia ( $\sigma_f$ ): quizás la propiedad obtenida de este diagrama que tiene más uso en ingeniería, ya que es fácil de determinar y, a pesar de que se encuentra dentro de la zona plástica, se considera que el material no ha sufrido una deformación permanente considerable.
- Esfuerzo máximo ( $\sigma_{max}$ ): representa el esfuerzo más alto que puede resistir un material, a pesar de representar un valor límite, es poco usado en ingeniería debido a

que cuando el material llega a este valor ya experimenta una deformación plástica considerable y por lo tanto, no apta para el diseño.

- Esfuerzo último o de ruptura ( $\sigma_{\text{último}}$ ): después de llegar a su esfuerzo máximo el material comienza a sufrir endurecimiento por deformación, lo cual lo lleva a disminuir su resistencia hasta que se produce la falla, a este punto se le conoce como esfuerzo último.

Además de las propiedades ya mencionadas las cuales se pueden visualizar directamente en el diagrama, existen otras propiedades que pueden ser calculadas mediante los datos obtenidos de la prueba.

Por ejemplo:

$$\text{Porcentaje de elongación} = \frac{L_f - L_0}{L_0} \times 100 \dots\dots\dots(1.6)$$

$$\text{Porcentaje de reducción de área} = \frac{A_0 - A_f}{A_0} \times 100 \dots\dots\dots(1.7)$$

$$\text{Módulo de elasticidad } E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \dots\dots\dots(1.8)$$

## ***1.2 ELEMENTOS SOMETIDOS A TORSIÓN***

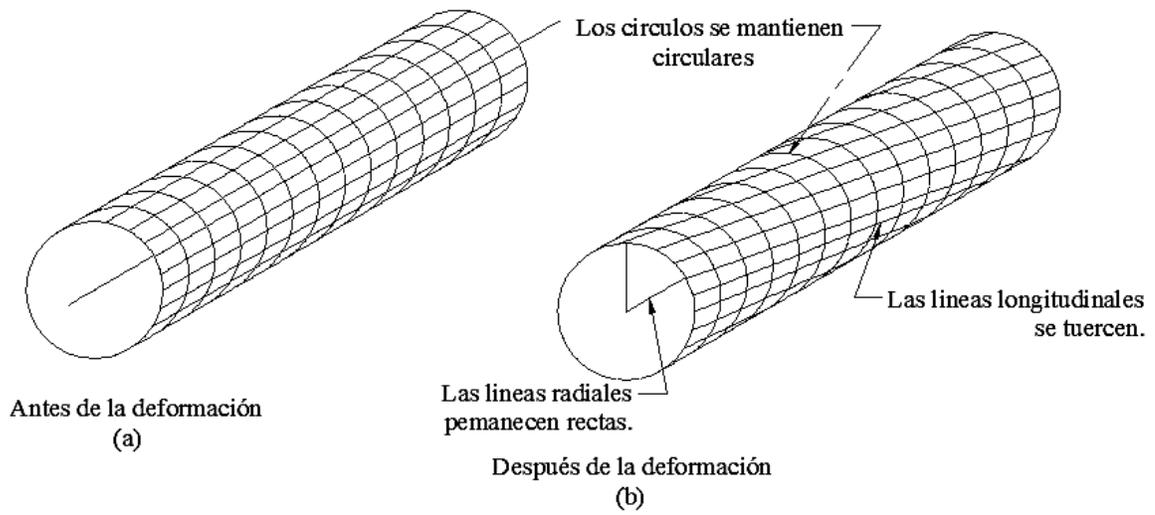
El objetivo de este subtema es estudiar los efectos que provoca la aplicación de un momento de torsión sobre un eje rotatorio.

A la carga que tiende a torcer una barra alrededor de su propio eje se conoce como momento de torsión, los elementos circulares son comúnmente asociados a este tipo de prácticas y se presentan en muchas aplicaciones en ingeniería. Las cargas de torsión se crean normalmente por poleas o engranes que se mueven mediante flechas.

Cuando un momento de torsión se aplica sobre un eje tiende a deformarlo angularmente, esto es, la rotación de una parte del elemento con respecto a la otra, esta tendencia provoca la reacción del material en forma de esfuerzo cortante. Sin embargo, este esfuerzo no es uniforme en la sección transversal. Para establecer una relación entre el esfuerzo cortante

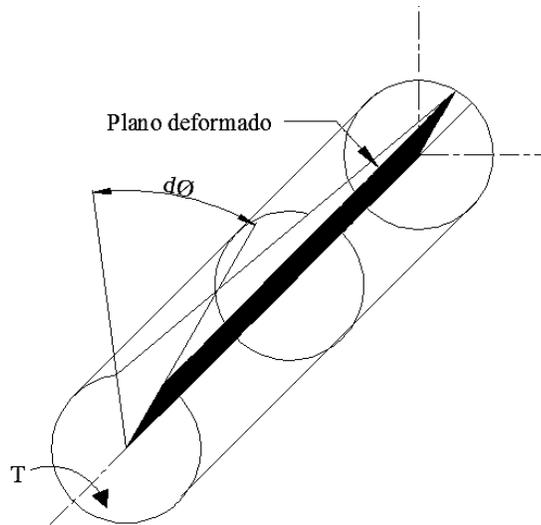
interno y la deformación que produce este en miembros de sección transversal circular se deben establecer las siguientes suposiciones:

1. Una sección transversal plana y perpendicular al eje de una pieza, de sección transversal circular, permanece plana después de la aplicación de un momento de torsión. Figura 1.5.



**Figura 1.5. Efecto de la torsión en una barra de sección transversal circular.**

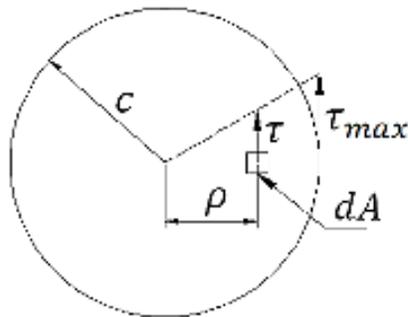
2. Los esfuerzos a los que se somete el elemento siempre estarán dentro del rango elástico.
3. Una pieza de sección transversal cualquiera que se somete a un momento de torsión experimentara deformación angular, y esta será lineal a lo largo de su eje longitudinal. Figura 1.6.



**Figura 1.6. Angulo de torsión.**

### 1.2.1 FORMULA DE LA TORSIÓN

Si el material permanece en el rango elástico, entonces se aplica la ley de Hooke,  $\tau = G \gamma$ , en consecuencia la deformación será proporcional al esfuerzo cortante, el cual actúa en un plano paralelo a la sección transversal del eje y varía linealmente en cualquier eje radial desde el centro de la pieza hasta su superficie siendo mayor en el punto más alejado del centro. El valor del esfuerzo cortante máximo se representa con la nomenclatura  $\tau_{max}$ , como se ilustra en la figura 1.7.



**Figura 1.7. Representación del esfuerzo cortante máximo.**

Dado que el esfuerzo cortante varía linealmente, se puede concluir que en cualquier punto a una distancia  $\rho$  del centro el esfuerzo cortante será;

$$T = \frac{\rho}{c} \tau_{max} \dots\dots\dots(1.9)$$

La ecuación anterior, expresa la variación del esfuerzo cortante en función de la posición radial,  $\rho$ . Se puede asumir que el momento de torsión aplicado sobre el elemento es igual al momento de torsión interno que genera la pieza para mantener el equilibrio. La suma de todos los momentos de torsión que actúan a una distancia  $\rho$  del centro sobre la sección transversal del eje representa el momento de torsión aplicado.

Cada elemento de área  $dA$  ubicado a una distancia  $\rho$  del centro, está sometido a una fuerza  $F = \tau dA$ , el par de torsión producido por esta fuerza es  $dT = \rho(\tau dA)$ . Por lo que para toda sección transversal circular se tiene:

$$T = \int_A \rho \tau dA = \int_A \rho \frac{\rho}{c} \tau_{max} dA \dots\dots\dots(1.10)$$

Dado que el esfuerzo cortante máximo y el radio,  $C$ , del círculo son constantes tenemos:

$$T = \frac{\tau_{max}}{c} \int_A \rho^2 dA \dots\dots\dots(1.11)$$

La integral sobre el área  $\int_A \rho^2 dA$  se conoce como momento polar de inercia.

El momento polar de inercia es una cantidad utilizada para predecir la resistencia a la torsión de un elemento y es constante en toda la sección transversal del elemento sometido a torsión.

Dicho momento es representado con la letra  $J$ .

Por ejemplo para la sección transversal circular que se está analizando este momento será:

$$J = \int_A \rho^2 dA \dots\dots\dots(1.12)$$

Donde:

$$dA = 2\pi\rho d\rho \dots\dots\dots(1.13)$$

Entonces:

$$J = \int_0^c \rho^2 2\pi\rho d\rho = J = 2\pi \int_0^c \rho^3 d\rho \dots\dots(1.14)$$

$$J = \frac{\pi c^4}{2} \quad \text{ó} \quad J = \frac{\pi D^4}{32} \dots\dots(1.15)$$

Las unidades de  $J$  son unidades lineales a la cuarta potencia.

Por lo tanto la fórmula para calcular el momento de torsión será:

$$T = \frac{\tau_{max}}{c} \int_A \rho^2 dA = \frac{\tau_{max}}{c} J \dots\dots(1.16)$$

Despejando  $\tau_{max}$  tenemos:

$$\tau_{max} = \frac{T c}{J} \dots\dots(1.17)$$

Donde:

$\tau_{max}$  = *Esfuerzo cortante maximo*

$T$  = *Momento de torsion interno que actua sobre la sección transversal*

$C$  = *Radio exterior del eje*

$J$  = *Momento polar de inercia*

Esta ecuación es conocida como fórmula de la torsión y solo debe usarse si el material es homogéneo y se comporta de forma elástico lineal, puesto que su deducción depende de la ley de Hooke.

### **1.2.2 DEFORMACIÓN ANGULAR**

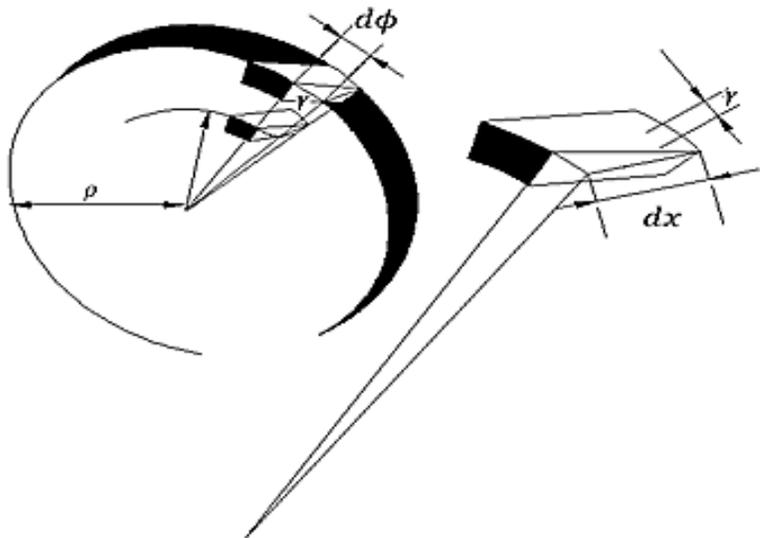
En ocasiones el diseño se puede restringir en función a la deformación angular que sufre un elemento sometido a un momento de torsión, por lo anterior, es importante poder calcular el ángulo de torsión o deformación angular del eje.

La deformación angular se da cuando existe una rotación de un extremo del eje con respecto a otro, como ya se mencionó, en un eje cualquiera esta deformación angular es gradualmente creciente desde un extremo hasta el otro.

Para el análisis de la deformación angular, suponemos un elemento de espesor  $dx$  que fue deformado por un momento de torsión situado en una posición  $x$ , genero un par interno de torsión  $T(x)$ , debido a este momento de torsión  $T(x)$  se crea una rotación relativa  $d\phi$  de una sección transversal con respecto a la otra, en consecuencia, un elemento diferencial que se encuentra a un radio  $\rho$  del centro experimenta una deformación angular,  $\gamma$  como se muestra en la figura 1.8.

La siguiente ecuación relaciona  $\gamma$  y  $d\phi$ .

$$d\phi = \gamma \frac{dx}{\rho} \dots\dots\dots(1.18)$$



**Figura 1.8. Deformación angular sobre un diferencial de espesor.**

La ley de Hook establece que el esfuerzo es proporcional a la deformación, y que para transformar en igualdad esta relación se agrega una constante de proporcionalidad que corresponde a G que representa el módulo de elasticidad al corte de un material cualquiera.

$$\tau = G \gamma \dots\dots\dots(1.19)$$

Como ya se demostró antes, el esfuerzo cortante también puede ser expresado en función del torque aplicado, el brazo de palanca y el momento polar de inercia.

$$\tau = \frac{T(x) \rho}{J} \dots\dots\dots(1.20)$$

Si sustituimos  $\tau$  en la ley de Hook y despejamos la deformación angular obtendremos:

$$\gamma = \frac{T(x) \rho}{J \cdot G} \dots\dots\dots(1.21)$$

Ahora substituiremos el valor de la deformación angular  $\gamma$  en la ecuación que la relaciona con el ángulo de giro o ángulo de torsión.

$$d\phi = \frac{T(x)}{J \cdot G} dx \dots\dots\dots(1.22)$$

Esta ecuación representa el ángulo rotatorio de torsión que se presenta entre dos secciones transversales inmediatas, separadas por una distancia  $dx$ .

Para hallar el ángulo total de torsión, es necesario sumar el ángulo de torsión que se presenta en cada una de las secciones que conforman un eje, tomando en cuenta la dirección del momento de torsión, ya que este define la dirección del ángulo de torsión, esta suma, es representada con la integral de la misma ecuación como se muestra a continuación.

$$d\phi = \int_0^x \frac{T(x)}{J \cdot G} dx + C \dots\dots\dots(1.23)$$

Dónde:

$\phi$  = *Angulo de giro de un extremo de la seccion a estudiar, con respecto a la otra*

$T(x)$  = *Par de torsion interno situado en una posicion adbitriaria "x"*

$J$  = *Momento polar de inercia de la seccion transversal del eje sometido.*

$G$  = *Modulo de elasticidad al corte del material*

$x$  = *Longitud de la seccion de eje a estudiar*

$C$  = *Angulo de giro anterior a la seccion a evaluar*

Resolviendo la ecuación 1.23 en términos de  $x$ , la cual por conveniencia la sustituiremos por  $L$ , quedaría una ecuación que permite calcular el Angulo de torsión con una longitud determinada.

$$\phi = \frac{TL}{JG} \dots\dots\dots (1.24)$$

Dónde:

$\phi$  = Angulo de giro de un extremo de la seccion a estudiar, en radianes

$T$  = Par de torsion en lb.plg o N.m

$L$  = Longitud de la seccion de eje a estudiar en plg o en m.

$G$  = Modulo de elasticidad al corte del material en  $\frac{lb}{plg^2}$  o  $\frac{N}{m^2}$ .

$J$  = Momento polar de inercia de la seccion transversal del eje sometido a torsión en  $plg^4$  o  $m^4$ .

La ecuación 1.24 deja ver que el ángulo de torsión es directamente proporcional a la longitud del eje, en otras palabras esté varia o aumenta a medida que la longitud del elemento lo hace.

## **CAPÍTULO 2**

### **DISEÑO DEL DISPOSITIVO**

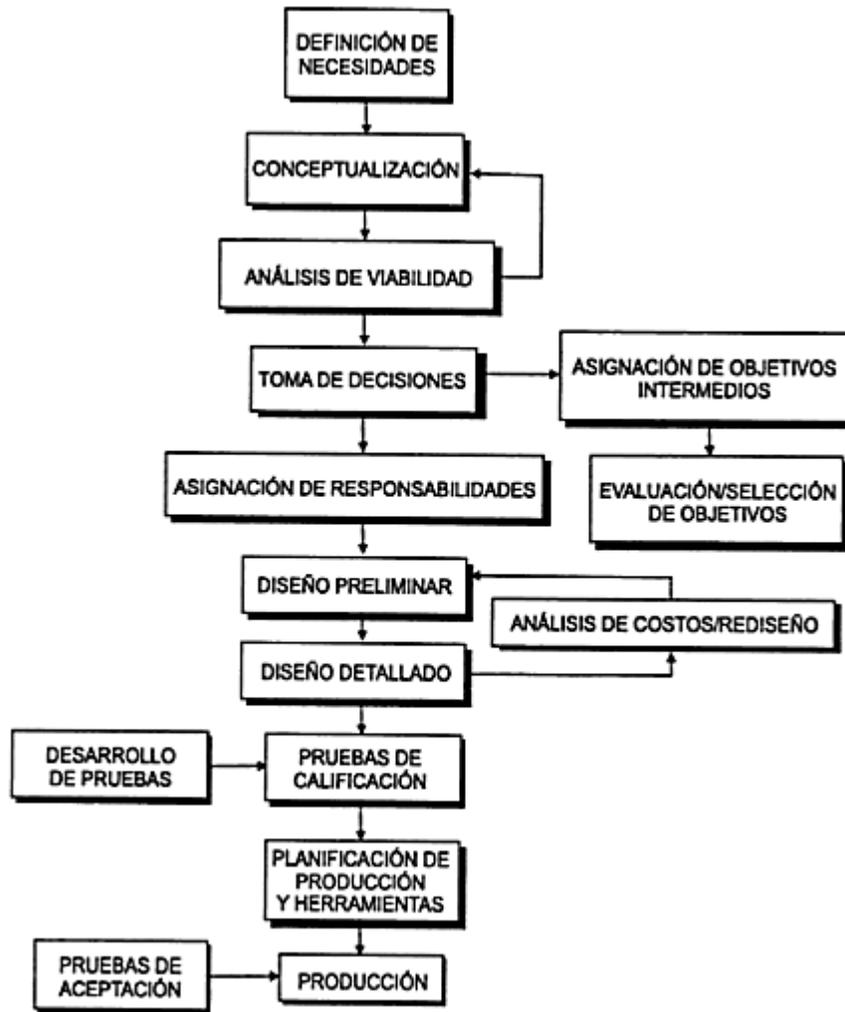
La selección de la probeta que se usará en el dispositivo fue hecha bajo los estándares de la American Society for Testing and Materials (ASTM). La ASTM, es una sociedad internacional que fue fundada en 1898 con el propósito de hacer estándares de calidad y pruebas mecánicas ya que en ese entonces la creciente industria ferrocarrilera enfrentaba constantes fracturas en los rieles utilizados.

Hoy en día, la ASTM es un organismo que desarrolla y publica acuerdos voluntarios de normas técnicas para una amplia gama de materiales, y mantiene el liderazgo en la definición de materiales y métodos de prueba en casi todas las industrias. Por lo anteriormente citado, elegimos el método de prueba ASTM como base para fabricar nuestro dispositivo.

El diseño de ingeniería se puede definir como; “El proceso de aplicar las diversas técnicas y principios científicos con el objeto de definir un dispositivo, un proceso o un sistema con suficiente detalle para permitir su realización”.

El proceso que se requiere seguir durante el diseño es algo donde se tendría que hablar de una secuencia de pasos que permitan seguir un orden lógico, pero esto no implica una progresión lineal de tareas. De hecho gran parte del proceso es iterativo, es decir, se parte de suposiciones válidas que se prueban, se comparan, se corrigen y se vuelven a probar a través de un ciclo de operaciones, hasta satisfacer las condiciones y requerimientos del problema.

El diseño y fabricación del mecanismo, idealmente, tendría que seguir el proceso mostrado en la figura 2.1 para un adecuado diseño. Sin embargo, solamente se apegará lo más posible y se ajustará en algunos puntos donde se considere conveniente.



*Figura 2.1. Metodología para el diseño de un dispositivo*

Los requerimientos esenciales para el diseño, en general, se agrupan de la siguiente manera.

- 1) Necesidad.
- 2) Motivación.
- 3) Creatividad.
- 4) Conocimiento.
- 5) Recursos.

Basado en todo lo anterior se procederá a realizar el diseño del dispositivo para pruebas de torsión.

## 2.1 DEFINICIÓN DE LA NECESIDAD.

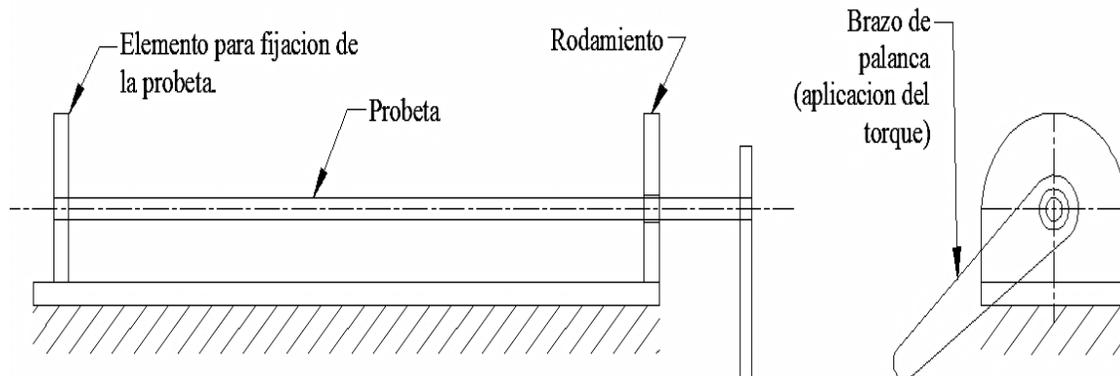
El ensayo de torsión consiste en aplicar un par de torsión a una probeta por medio de un dispositivo, esto para medir el ángulo de torsión resultante en el extremo de la probeta.

Los ensayos de torsión resultan útiles para el cálculo de elementos de máquinas sometidos a torsión tales como ejes de transmisión, tornillos, flechas de transmisión, etc.

Se necesita un dispositivo que permita realizar el ensayo de torsión, este debe cumplir con las siguientes funciones;

- Sujetar una probeta a la cual se le aplicará un torque en uno de sus extremos.
- Permitir medir los diferentes parámetros que se necesitan para obtener los resultados deseados, ángulo de torsión.
- El torque aplicado en kg.m o lb.ft tiene que ser un parámetro controlado y conocido al inicio de la prueba así que se necesita un sistema que permita medirlo y controlarlo.

En la figura 2.2 se muestra un esquema del mecanismo a desarrollar.



**Figura 2.2. Prototipo para dispositivo**

El diseño del dispositivo contiene los elementos mencionados para un adecuado funcionamiento, cumplir con el objetivo propuesto y la función deseada. Todos los elementos que conformaran el dispositivo serán de un diseño simple

Lo primero que se definió fue la dimensión y el diámetro de las probetas basado en las normas, lo cual define, hasta cierto punto, las dimensiones que se requerirán para el dispositivo y dan una idea de los elementos que posiblemente serán requeridos, como por ejemplo un rodamiento, básicamente se puede usar una chumacera que cumple prácticamente con todos los requerimientos, un elemento de sujeción que permita fijar a la probeta en uno de sus extremos, posiblemente un bloque en V, que se definirá más adelante, un brazo de palanca que permita aplicar el torque requerido, como un torquímetro comercial, el cual a su vez permitirá medir el torque aplicado a la probeta. Para la selección del torquímetro se tendrá que realizar el cálculo para ubicar el rango de torque que se utilizara.

Para un dispositivo más completo se requiere un mecanismo que permita medir el ángulo de torsión de la probeta, el cual se diseñará de una forma que permita un uso práctico y sencillo.

Todos estos elementos se colocaran sobre una base que podrá fijarse, lo cual hará que el dispositivo sea fácil de manejar, instalar y usar en casi cualquier sitio, de esta forma se elimina la opción de fabricar un base fija.

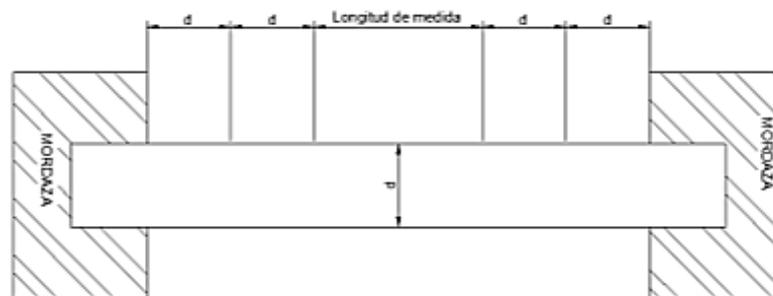
## ***2.2. ESTÁNDARES ASTM APLICABLES.***

Como se mencionó anteriormente, la probeta que se utilizará en el dispositivo fue hecha bajo los estándares de la ASTM, específicamente de acuerdo a la sección ASTM E 143, 1998 “Método de Prueba Estándar para Módulos Cortantes a Temperatura Ambiente” la cual se refiere al método para obtener el módulo de elasticidad al corte de materiales estructurales. En los apartados 7 y 8 de la sección ASTM ya mencionada se hace referencia a algunas características generales que debe tener un dispositivo para realizar pruebas de torsión, como son:

- Mordazas: los extremos del espécimen deben ser sujetos firmemente entre las mordazas de la máquina de pruebas que ha sido diseñada para provocar una condición de giro uniforme dentro de la longitud de medida.

- Ángulo de giro: el ángulo de giro puede ser medido por un par de ligeras pero rígidas sujeciones, cada sujeción debe ser aplicada al diámetro del extremo de la probeta en por lo menos tres puntos.
- Probeta: las probetas deben de ser elegidas por su forma sólida, limpieza de material y escasas de imperfecciones cerca de la superficie, ya que las fracturas podrían tener un efecto negativo en la determinación de valores de la prueba. Las probetas en forma de cilindro solido deben tener un diámetro uniforme por una longitud igual a la longitud de medida más dos a cuatro veces el valor del diámetro. La longitud de medida debe ser por lo menos cuatro veces el valor del diámetro. La longitud de la probeta debe de ser suficiente para una libre longitud entre las mordazas, igual a la longitud de medida más dos a cuatro veces el valor del diámetro a menos que otra cosa sea pre escrita en las especificaciones del producto.

En la figura 2.3<sup>1</sup> se esquematiza un ejemplo de una probeta para prueba de torsión, la cual como ya se mencionó antes tiene una longitud de medida que equivale a cuatro veces el valor del diámetro más cuatro veces el valor del diámetro antes de llegar a la zona de mordazas. A pesar que la ASTM E 143 y la ASTM E 8 no especifican la longitud que debe tener la probeta dentro de las mordazas, la ASTM E 8 menciona que esta longitud debe de ser suficiente para lograr una sujeción apropiada, como lo muestra la figura 2.3.



**Figura 2.3. Representación de la figura 11 del estándar ASTM E 8**

<sup>1</sup> Figura 11 de la ASTM E 8

### **2.1.1 DIMENSIONES DE LA PROBETA.**

Según lo mencionado en el subtema 2.1., la probeta que será utilizada para la prueba se muestra en el plano de la figura 2.4

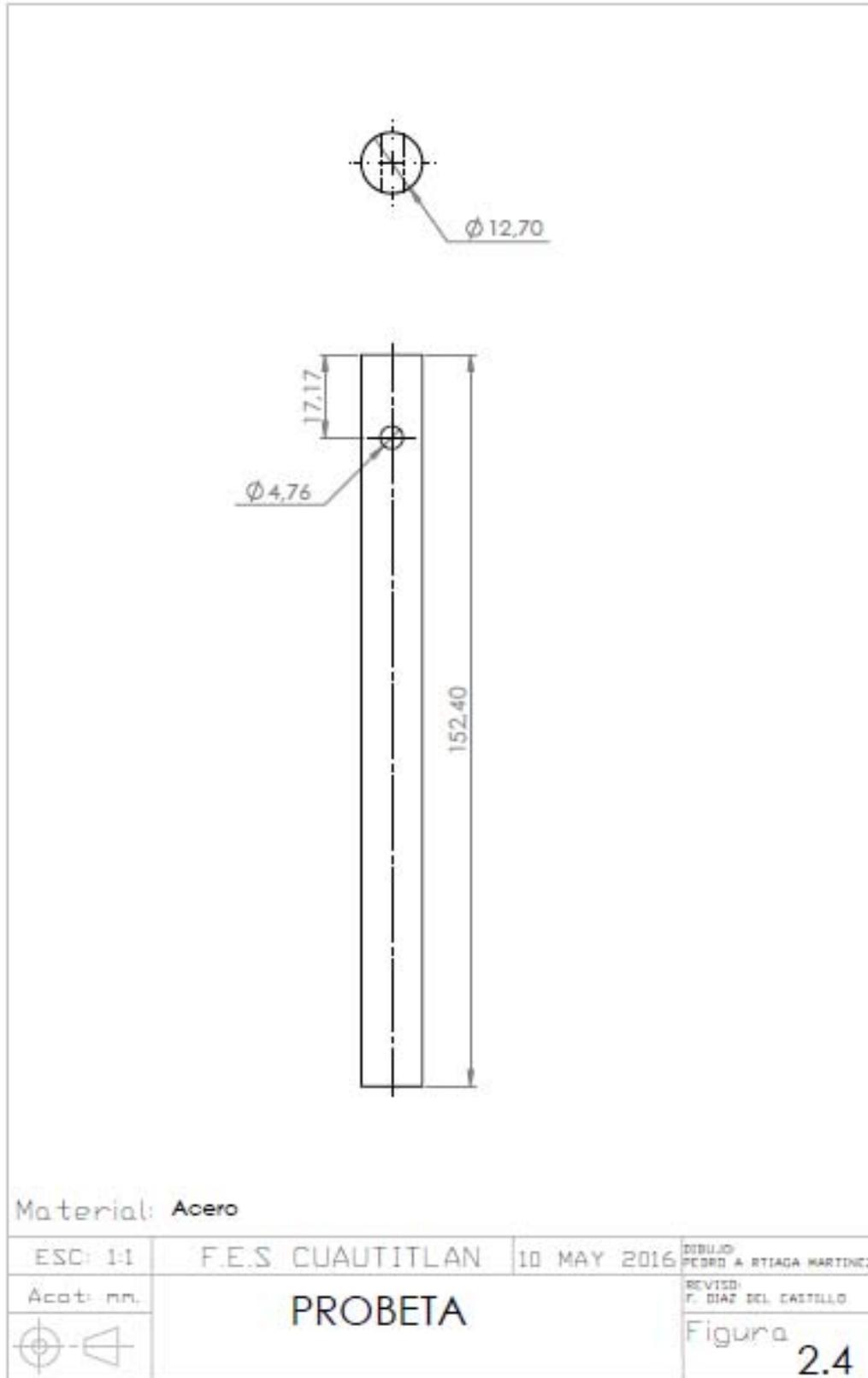
Considerando que la probeta tiene un diámetro de 12.7 mm y según el estándar ya mencionado en la norma, se propone una probeta que en su longitud total contiene:

1. Una longitud de medida de 4 veces el diámetro
2. Dos veces el valor del diámetro (en cada extremo) antes de llegar a la zona de mordazas.
3. Cuatro diámetros (en cada extremo) para la sujeción dentro de la mordaza.

Siendo así la longitud de medida suma lo siguiente:

$$L = 4(d) + (2)(2d) + 4(d) = 12(d) \quad \dots\dots(2.1)$$

$$L = 12(12.7mm) = 152.4mm$$



*Figura 2.4. Plano de la probeta a utilizar*

En base al diámetro de la probeta se seleccionará un torquímetro con un rango adecuado para la aplicación del torque.

Contamos con una probeta de  $D = 12.7 \text{ mm}$ .

Para la selección del torquímetro se recurrió a encontrar el torque máximo aplicable a la probeta hecha del material más resistente a utilizar, en este caso es el acero, el torque aplicado no debe hacer que la pieza sobrepase su límite elástico.

Para realizar el cálculo se consideró un acero comercial ASTM A36 el cual tiene un módulo de elasticidad al corte de 80 GPa, y se evitará no sobrepasar  $4^\circ$  de ángulo de giro.

$$d\phi = \int_0^x \frac{T(x)}{J \cdot G} dx + C \dots\dots\dots(2.2)$$

De la ecuación 2.2 se despeja la variable del torque y queda de la siguiente forma.

$$T = \frac{G \pi C^4 \phi}{2L} \dots\dots\dots(2.3)$$

$$T = \frac{(80000000000 \text{ Pa})(.00635 \text{ m})^4(3.1416)(.0698133)}{2(.0762\text{m})} = 187.19 \text{ N.m}$$

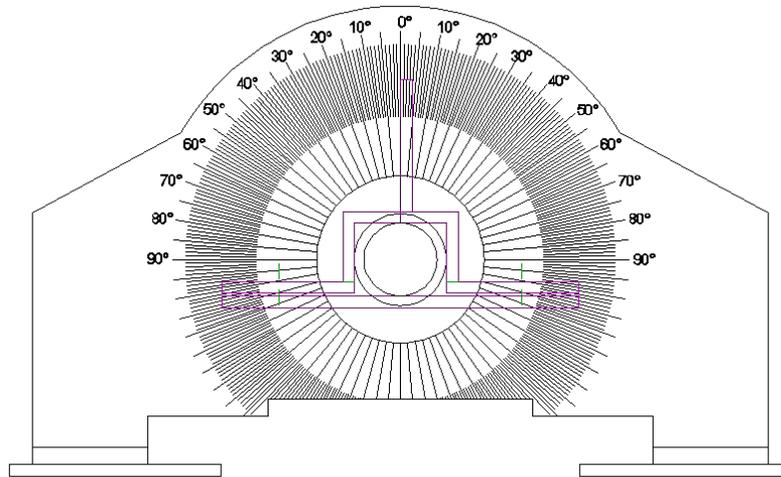
$$T = 19.08 \text{ kg.m}$$

Este parámetro permite hacer una adecuada selección del torquímetro a utilizar.

El dispositivo de sujeción seleccionado permite la plena inmovilización de un extremo de la probeta, especialmente para sujeción de piezas que no cuentan con caras planas. Se le realizó una pequeña modificación para ajustarlo mejor al diseño y contar con dos superficies en V, se le colocaron 4 opuestas entre sí para tener más área de contacto entre la probeta y el dispositivo de sujeción.

Otro elemento que formara parte del dispositivo es el adaptador que permitirá sujetar la probeta. Este elemento servirá como buje para adaptarlo directamente al rodamiento de la chumacera y a su vez sujetara la probeta para transmitir en torque directamente del torquímetro.

Se diseñó un dispositivo sencillo para la medición del ángulo de giro en la probeta, el cual consta de varios elementos que permiten la medición, como una caratula fija a la cual se le colocará una escala graduada con intervalos de  $1^\circ$ , este elemento será atravesado por la probeta con el objetivo de colocar ambos elementos en el mismo eje y de esta forma cuando la probeta gire arrastre el indicador con ella permitiendo hacer la indicación del desplazamiento angular que tendrá lugar en la probeta. Este dispositivo se muestra en la figura 2.5.



**Figura 2.5. Dispositivo graduado para realizar la medición.**

La base consta de conexiones para facilitar la colocación de todos los elementos que forman parte del dispositivo. Se seleccionó un material que fuese rígido y en cierta forma ligero por lo cual la base y la mayoría de sus componentes se diseñaron con placas de lámina de acero inoxidable para una mejor resistencia a la intemperie.

### **2.3. PLANOS PARA EL DISEÑO.**

Las dimensiones de la probeta y la altura de la chumacera fueron los factores críticos a considerar en este diseño, ya que las dimensiones del bloque en V inferior que se muestra en la figura 2.11 fueron asignadas considerando la altura de la chumacera, así como las dimensiones de la probeta, ya que el ángulo de apertura en la V y la profundidad de esta están diseñadas para brindar un ajuste ligeramente forzado a la probeta.

A continuación se muestran los planos del dispositivo.

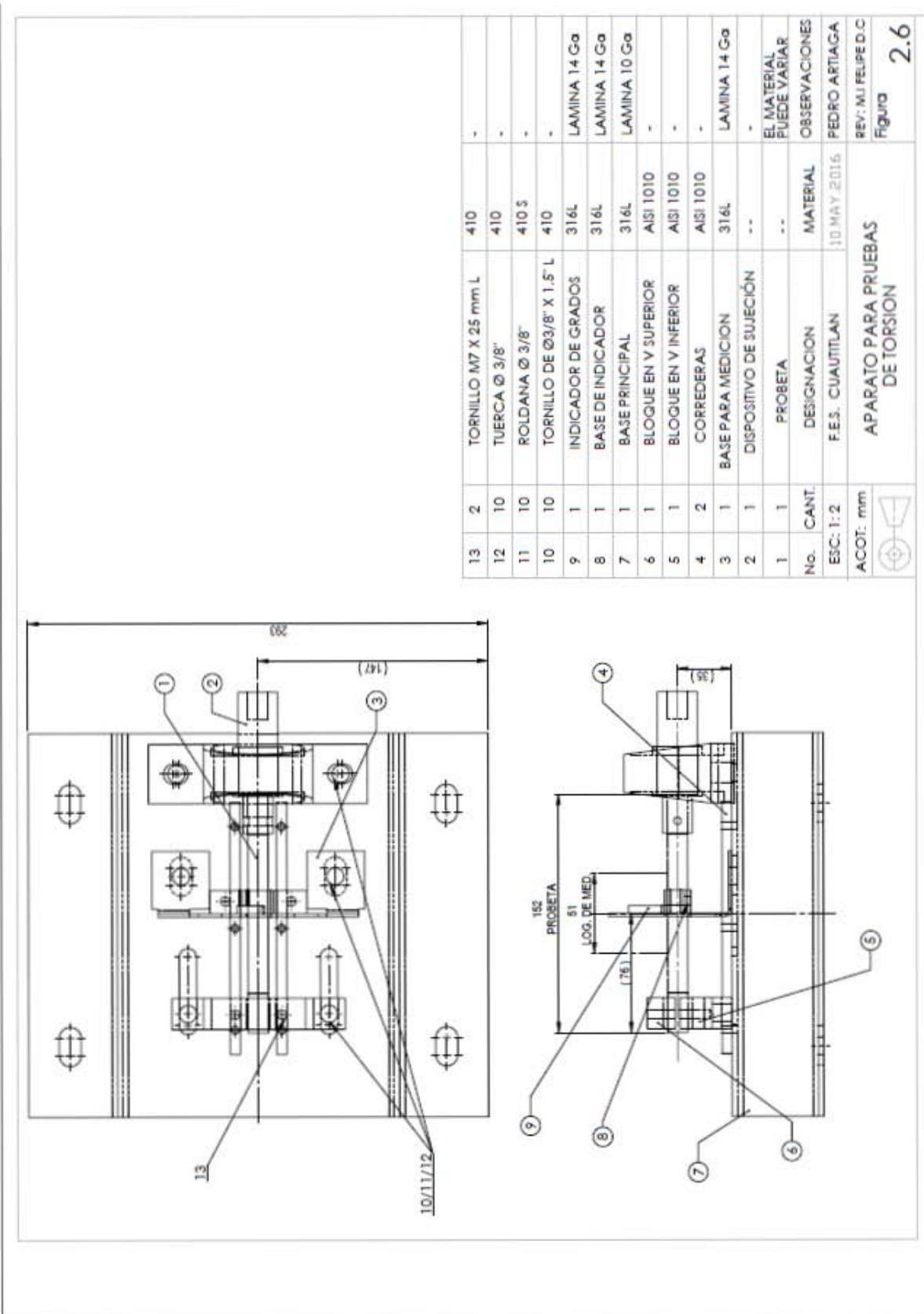
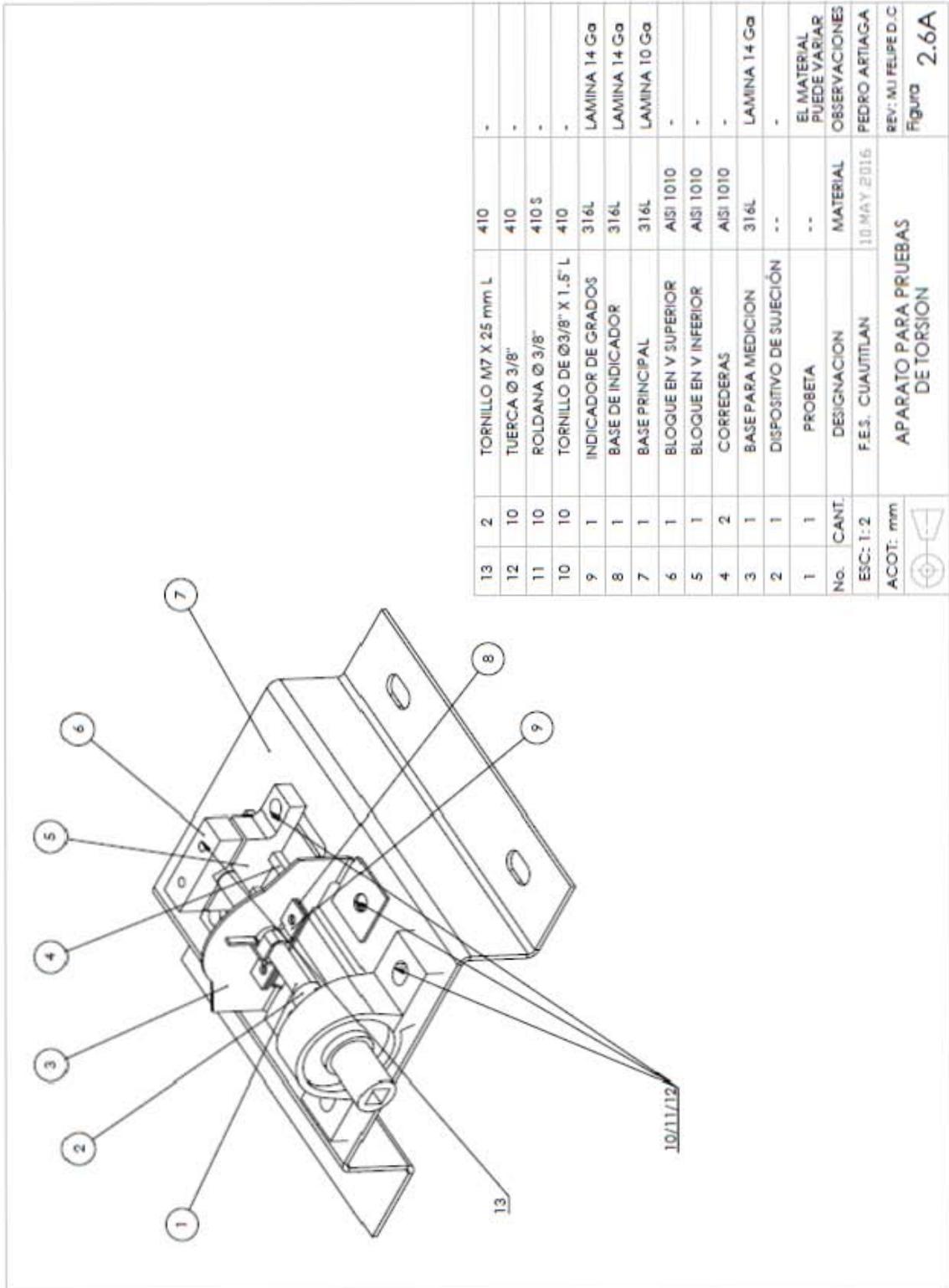
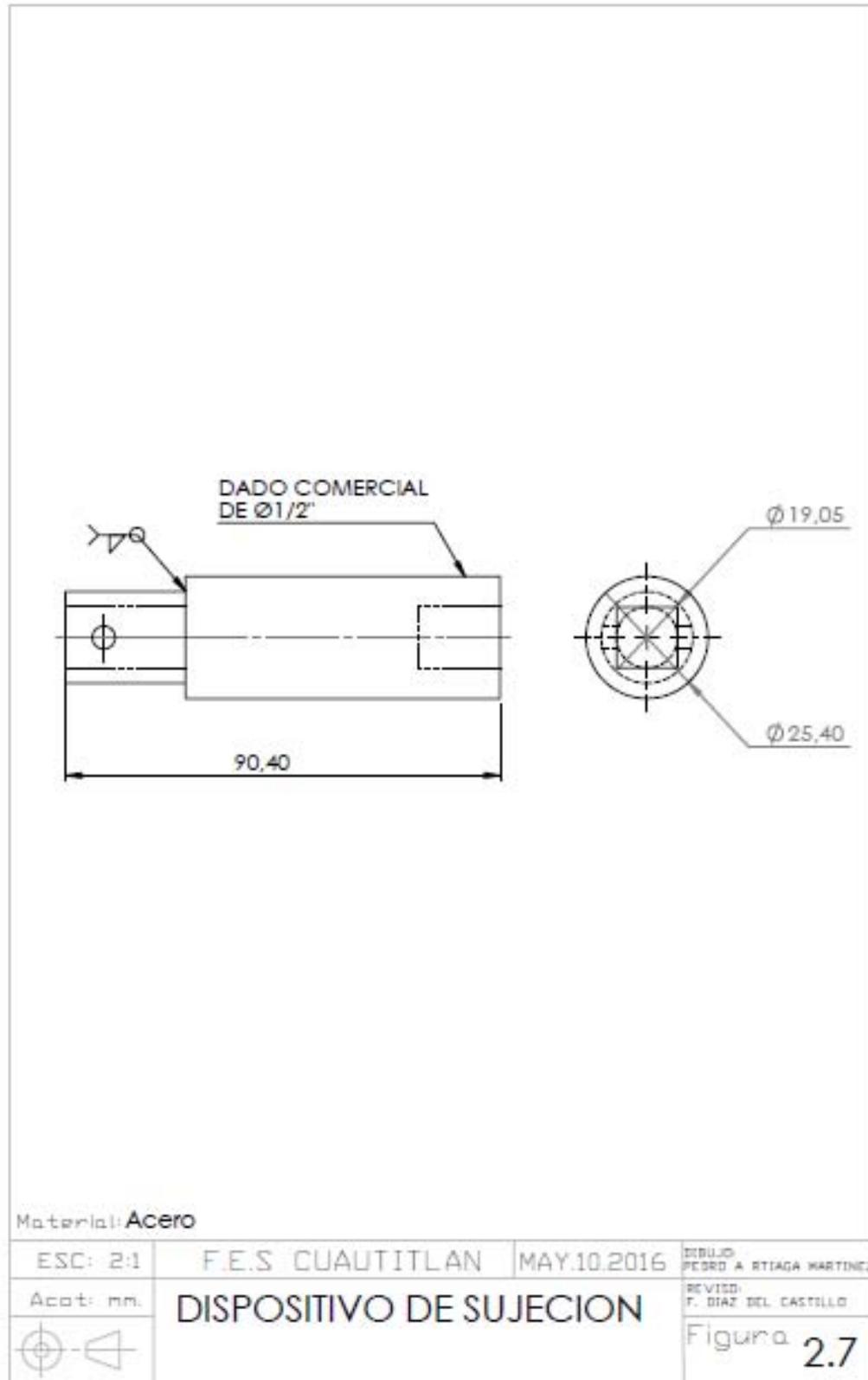


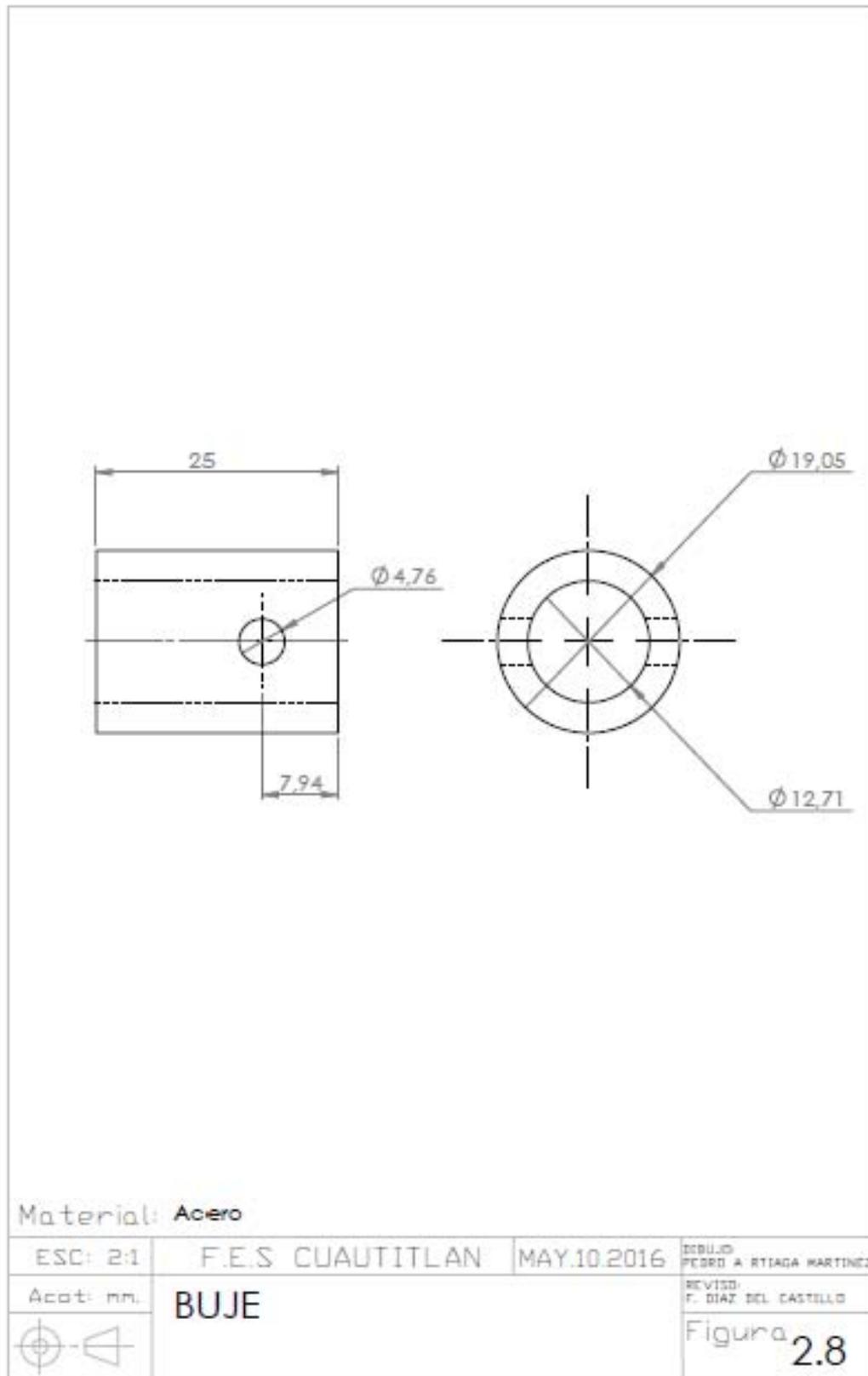
Figura 2.6 Plano de ensamble del dispositivo



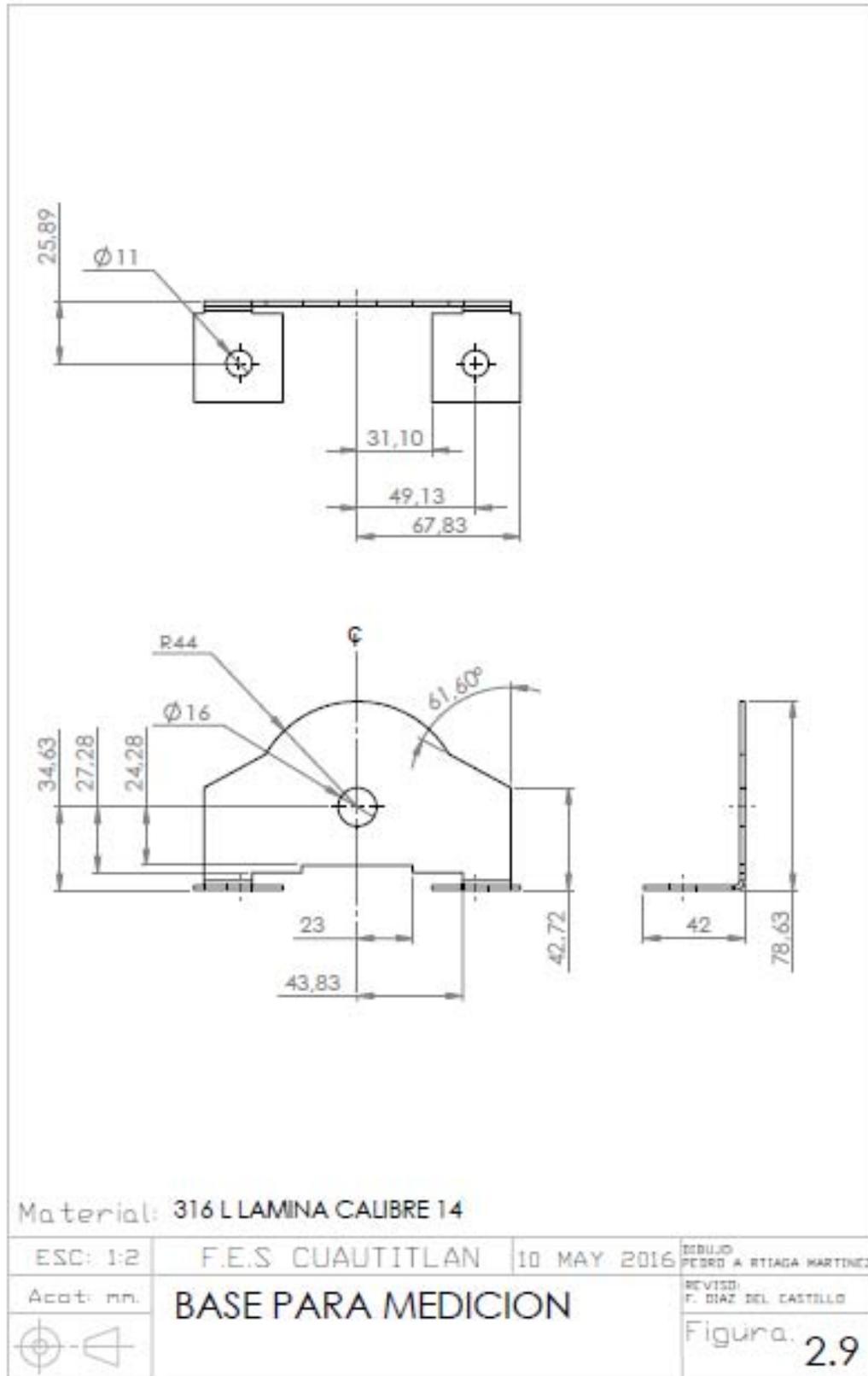
**Figura 2.6 Lista de materiales**



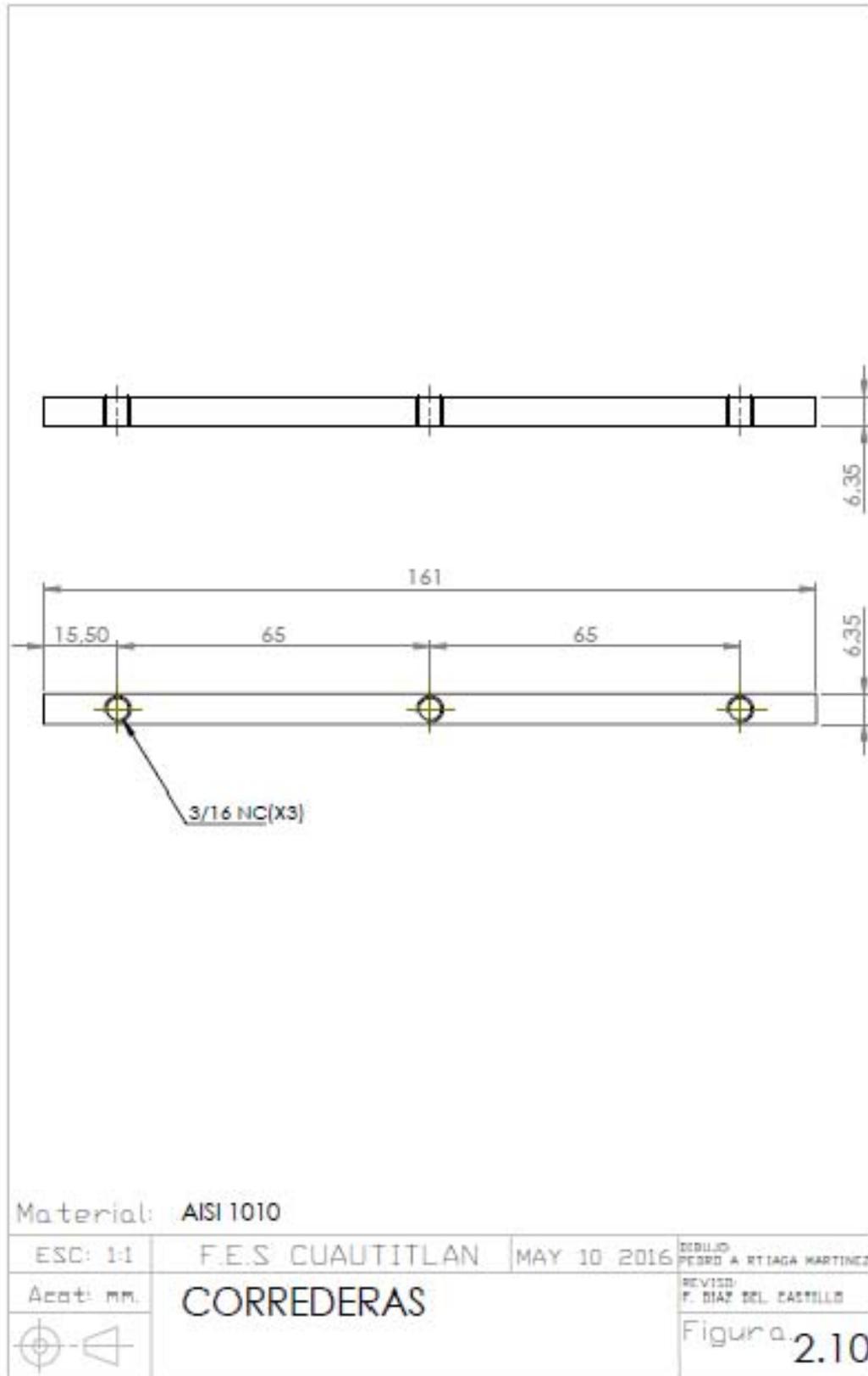
*Figura 2.7 Dispositivo de sujeción.*



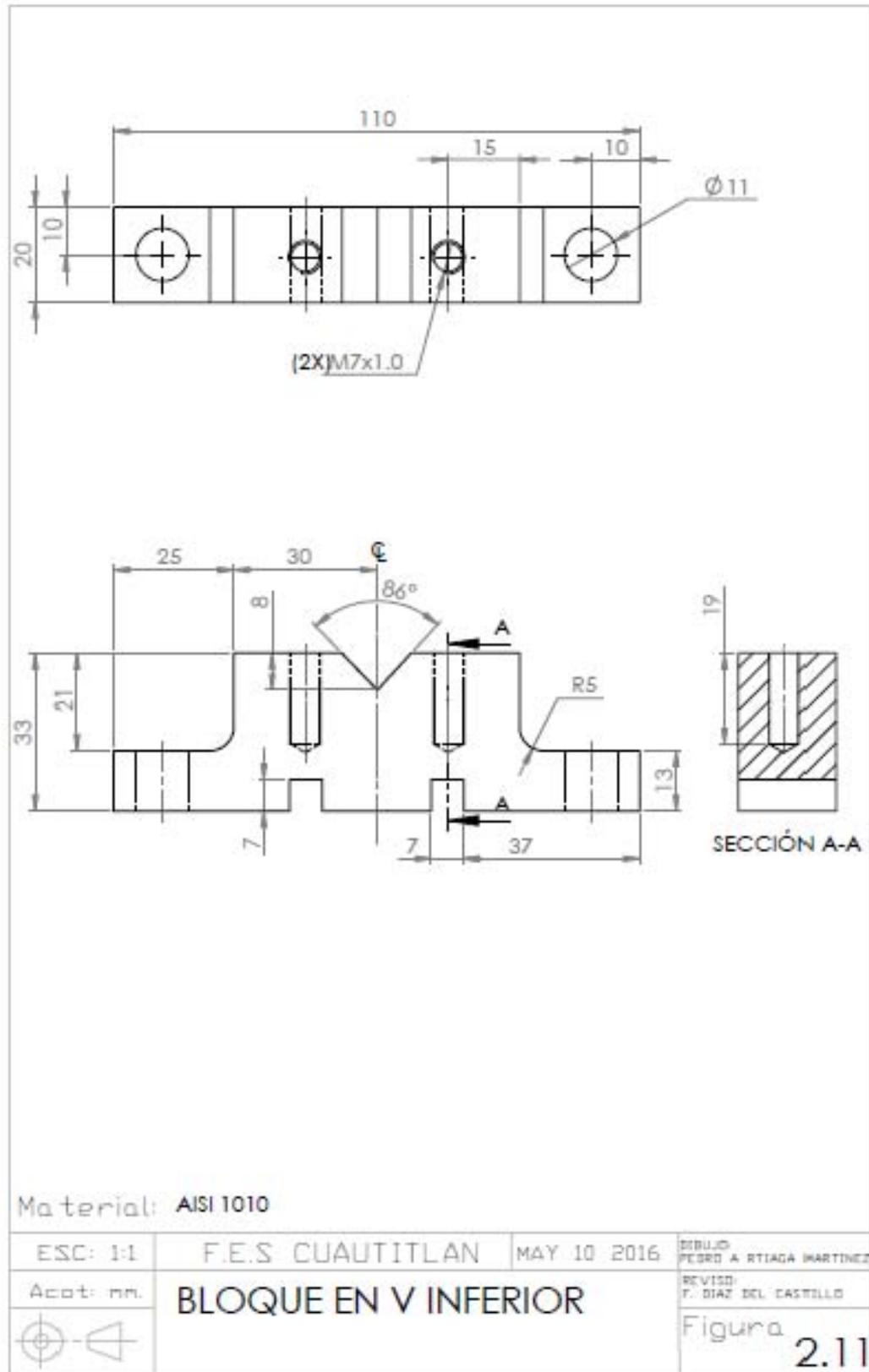
*Figura 2.8 Buje.*



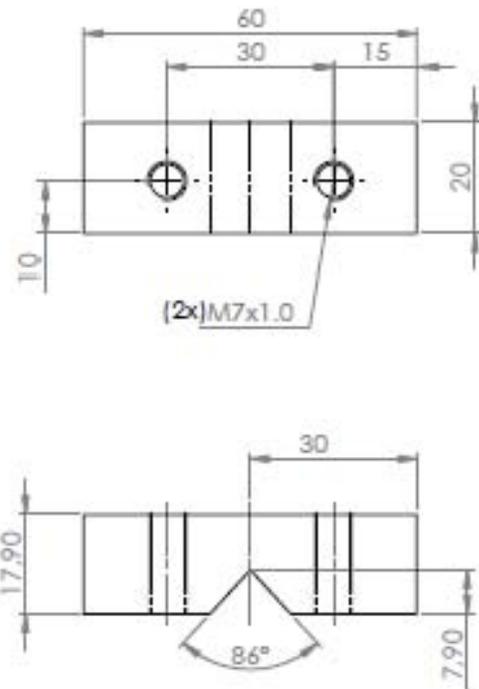
*Figura 2.9 Base para medición.*



*Figura 2.10 corredera.*



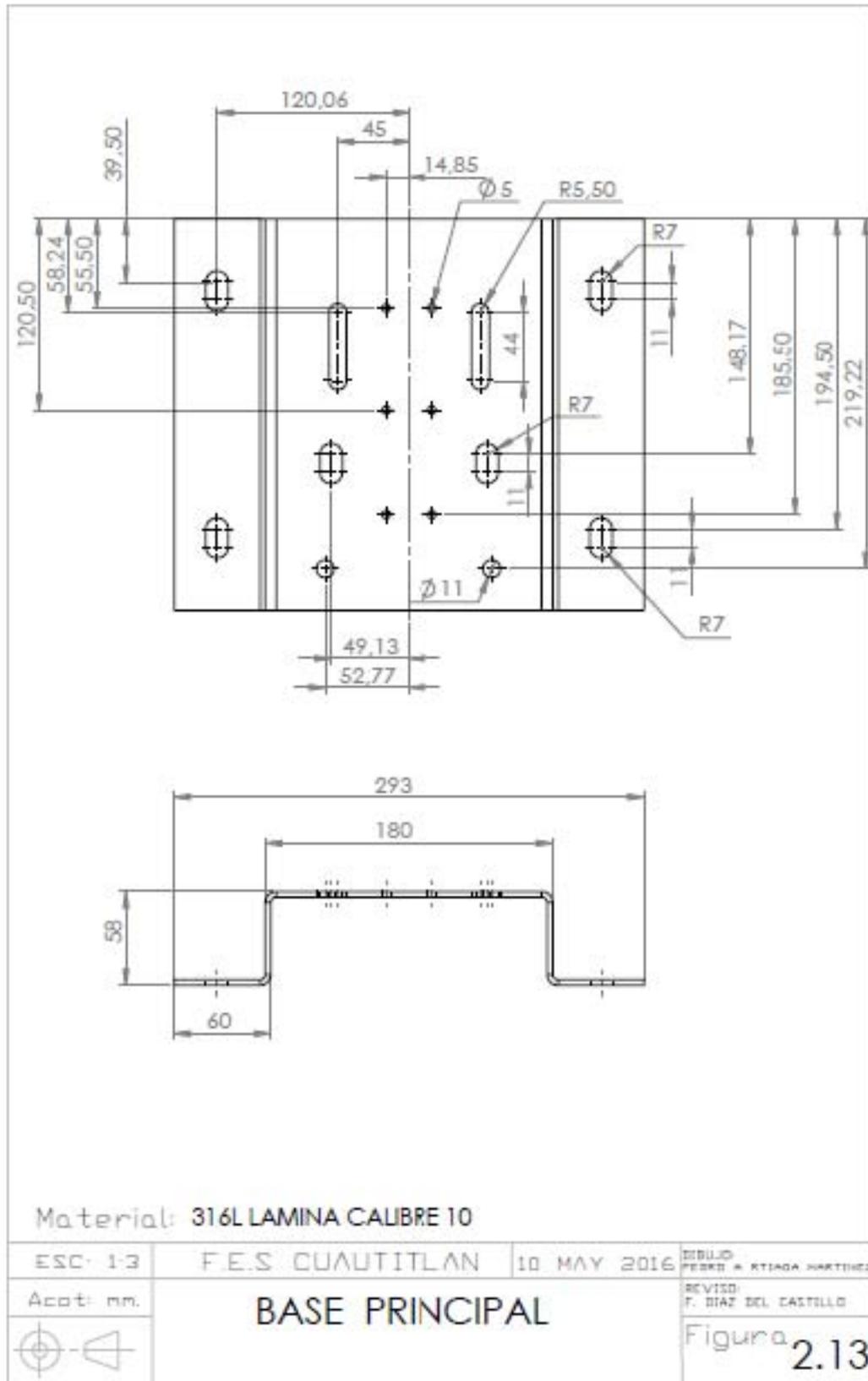
*Figura 2.11 Bloque en V inferior.*



Material: AISI 1010

ESC: 1:1	F.E.S CUAUTILAN	MAY 10 2016	DEBILDO PEDRO A RTIAGA MARTINEZ
Acat: nn.	<b>BLOQUE EN V SUPERIOR</b>		REVISO: F. DIAZ DEL CASTILLO
			Figura 2.12

*Figura 2.12 Bloque en V superior.*



*Figura 2.13 Base principal.*

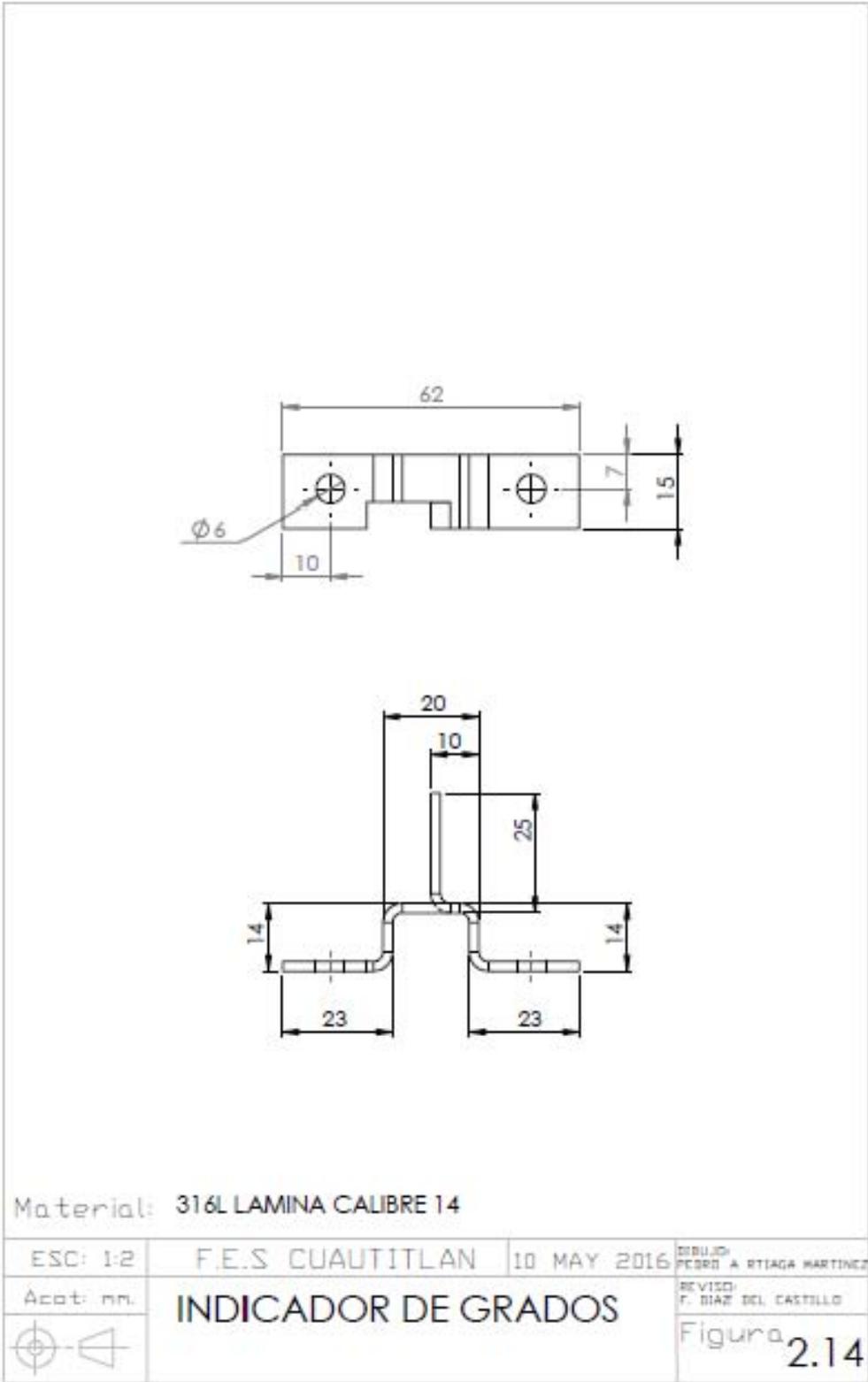
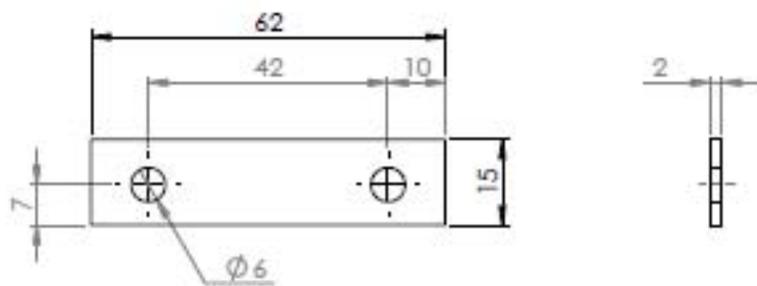


Figura 2.14 Indicador de grados.



Material: 316L LAMINA CALIBRE 14

ESC: 1-2	F.E.S CUAUTITLAN	10 MAY 2016	DEBJO PEDRO A RTIAGA MARTINEZ
Acot: nn.	BASE DE INDICADOR		REVISO F. DIAZ DEL CASTILLO
			Figura 2.15

*Figura 2.15 Base de indicador.*

## CAPÍTULO 3

### FABRICACIÓN DEL DISPOSITIVO

Los planos mostrados en la sección 2.2. Son la base para la elaboración de las hojas de proceso que se anexan a continuación. Para la elaboración de estas no fue considerado el tiempo ya que por ser un prototipo el tiempo de fabricación es muy diferente a lo que se podría calcular.

#### *3.1 HOJAS DE PROCESO.*

##### **Probeta**

HOJA DE PROCESO No.		1		CROQUIS	
ENSAMBLE	Máquina de Torsión				
SUBENSAMBLE	N/A				
MATERIAL	Acero, Aluminio, Latón				
DEMANDA	1				
					Probeta
OPERACIÓN No.	OPERACIÓN	MÁQUINA	HERRAMIENTA	DISPOSITIVO DE SUJECCIÓN	LUBRICANTE
1	CORTE	CORTADORA SIN FIN	SEGUETA	TORNILLO DE BANCO	SI
2	BARRENADO	FRESADORA VERTICAL	BROCA DE 3/16	TORNILLO DE BANCO	SI

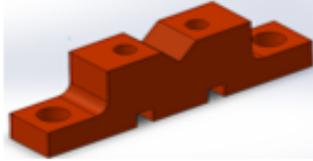
### Buje de sujeción

HOJA DE PROCESO No.		2		CROQUIS	
ENSAMBLE	Máquina de Torsión				
SUBENSAMBLE	N/A				
MATERIAL	Acero simple				
DEMANDA	1				
<b>DISPOSITIVO DE SUJECIÓN</b>					
OPERACIÓN No.	OPERACIÓN	MÁQUINA	HERRAMIENTA	DISPOSITIVO DE SUJECIÓN	LUBRICANTE
1	CORTE	CORTADORA SIN FIN	SEGUETA	TORNILLO DE BANCO	NO
2	CILINDRADO	TORNO	BURIL	MORDAZA UNIVERSAL	SI
3	BARRENADO 1	FRESADORA VERTICAL	BROCA DE 3/16	TORNILLO DE BANCO	NO
4	BARRENADO 2	FRESADORA VERTICAL	CORTADOR HELICOIDAL 1/2	TORNILLO DE BANCO	NO
5	SOLDADURA	MÁQUINA PARA SOLDAR	MANERAL Y ELECTRODO	TORNILLO DE BANCO	NO

### Guía

HOJA DE PROCESO No.		3		CROQUIS	
ENSAMBLE	Máquina de Torsión				
SUBENSAMBLE	N/A				
MATERIAL	Acero simple				
DEMANDA	2				
<b>CORREDERA</b>					
OPERACIÓN No.	OPERACIÓN	MÁQUINA	HERRAMIENTA	DISPOSITIVO DE SUJECIÓN	LUBRICANTE
1	CORTE	CORTADORA SIN FIN	SEGUETA	TORNILLO DE BANCO	NO
2	BARRENADO	FRESADORA VERTICAL	BROCA DE 3/16	TORNILLO DE BANCO	NO
3	ROSCADO	MANIVELA	MACHUELO	TORNILLO DE BANCO	SI

**Bloque en V inferior.**

HOJA DE PROCESO No.		4		CROQUIS	
ENSAMBLE	Máquina de Torsión				
SUBENSAMBLE	N/A				
MATERIAL	Acero simple				
DEMANDA	1				
OPERACIÓN No.	OPERACIÓN	MÁQUINA	HERRAMIENTA	DISPOSITIVO DE SUJECIÓN	LUBRICANTE
1	CORTAR DE SILUETA	CORTADORA SIN FIN	SEGUETA	N/A	SI
2	BARRENADO EN 2 PUNTOS	FRESADORA VERTICAL	BROCA DE 7/16	TORNILLO DE BANCO	NO
3	CORTE DE SILUETA 6.60X6.85	FRESADORA VERTICAL	CORTADOR HELICOIDAL	TORNILLO DE BANCO	NO
4	CORTE DE SILUETA EN V A 86°	A CONVENIR	A CONVENIR	TORNILLO DE BANCO	NO
5	BARRENADO EN 2 PUNTOS	FRESADORA VERTICAL	CORTADOR HELICOIDAL	TORNILLO DE BANCO	NO
6	ROSCADO EN 2 PUNTOS	MANIVELA	MACHUELO M7	TORNILLO DE BANCO	SI

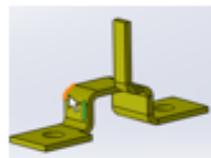
**Bloque en V superior.**

HOJA DE PROCESO No.		5		CROQUIS	
ENSAMBLE	Máquina de Torsión				
SUBENSAMBLE	N/A				
MATERIAL	Acero simple				
DEMANDA	1				
OPERACIÓN No.	OPERACIÓN	MÁQUINA	HERRAMIENTA	DISPOSITIVO DE SUJECIÓN	LUBRICANTE
1	CORTE DE SILUETA	CORTADOR A SIN FIN	SEGUETA	N/A	SI
2	BARRENADO EN 2 PUNTOS	FRESADORA VERTICAL	BROCA	TORNILLO DE BANDO	NO
3	CORTE DE SILUETA EN V	A CONVENIR	A CONVENIR	TORNILLO DE BANCO	NO

### Dispositivo para escala.

HOJA DE PROCESO No.		6	CROQUIS		
ENSAMBLE	Máquina de Torsión				BASE PARA MEDICIÓN
SUBENSAMBLE	N/A				
MATERIAL	LÁMINA CALIBRE 14,316L				
DEMANDA	1				
OPERACIÓN No.	OPERACIÓN	MÁQUINA	HERRAMIENTA	DISPOSITIVO DE SUJECCIÓN	LUBRICANTE
1	CORTE	CIZALLA	CIZALLA INDUSTRIAL	PRENSA HIDRÁULICA	SI
2	CORTE POR LÁSER	CORTADORA CNC TRUMATIC 7000	CORTE POR LÁSER	MORDAZA NEUMÁTICA	NO
3	DOBLADO	DOBLADORA HIDRÁULICA	DADO PARA LÁMINA CALIBRE 14	BLOQUE LIMITADOR	NO
4	DIMENSIONES	NO	FLEXOMETRO	NO	NO

### Indicador (superior)

HOJA DE PROCESO No.		7	CROQUIS		
ENSAMBLE	Máquina de Torsión				INDICADOR DE GRADOS
SUBENSAMBLE	N/A				
MATERIAL	LÁMINA CALIBRE 14,316L				
DEMANDA	1				
OPERACIÓN No.	OPERACIÓN	MÁQUINA	HERRAMIENTA	DISPOSITIVO DE SUJECCIÓN	LUBRICANTE
1	CORTE	CIZALLA	CIZALLA INDUSTRIAL	PRENSA HIDRÁULICA	SI
2	CORTE POR LÁSER	CORTADORA CNC TRUMATIC 7000	CORTE POR LÁSER	MORDAZA NEUMÁTICA	NO
3	DOBLADO	DOBLADORA HIDRÁULICA	DADO PARA LÁMINA CALIBRE 14	BLOQUE LIMITADOR	NO
4	DIMENSIONES	NO	FLEXOMETRO	NO	NO

**Indicador (inferior)**

HOJA DE PROCESO No.		8		CROQUIS	
ENSAMBLE	Máquina de Torsión				
SUBENSAMBLE	N/A				
MATERIAL	LÁMINA CALIBRE 14,316L				
DEMANDA	1				
OPERACIÓN No.	OPERACIÓN	MÁQUINA	HERRAMIENTA	DISPOSITIVO DE SUJECIÓN	LUBRICANTE
1	CORTE	CIZALLA	CIZALLA INDUSTRIAL	PRENSA HIDRÁULICA	SI
2	PUNZONADO	PUNZONADORA CNC TRUMATIC 7000	PUNZONES DE ACERO	MORDAZA NEUMÁTICA	SI
4	DIMENSIONES	NO	FLEXOMETRO	NO	NO

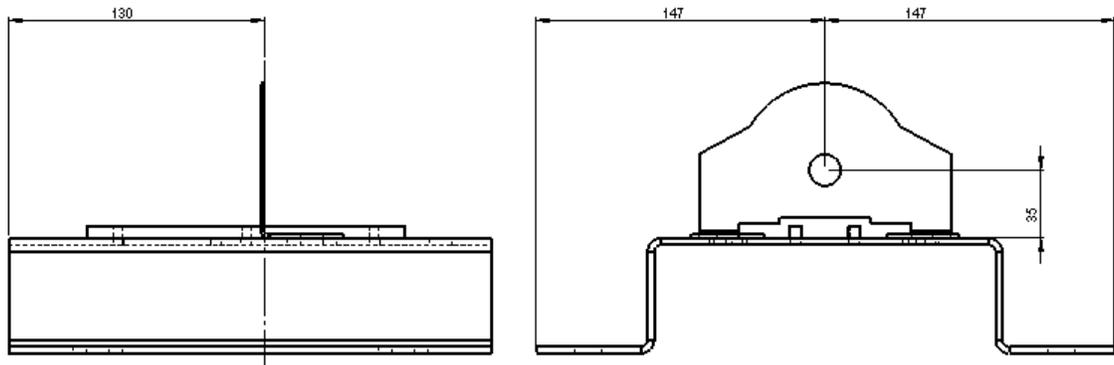
**Base.**

HOJA DE PROCESO No.		9		CROQUIS	
ENSAMBLE	Máquina de Torsión				
SUBENSAMB	N/A				
MATERIAL	LÁMINA CALIBRE 10,316L				
DEMANDA	1				
OPERACIÓN No.	OPERACIÓN	MÁQUINA	HERRAMIENTA	DISPOSITIVO DE SUJECIÓN	LUBRICANTE
1	CORTE	CIZALLA	CIZALLA INDUSTRIAL	PRENSA HIDRÁULICA	SI
2	PUNZONADO	PUNZONADORA CNC TRUMATIC 7000	PUNZONES DE ACERO	MORDAZA NEUMÁTICA	SI
3	CORTE POR LÁSER	CORTADORA CNC TRUMATIC 7000	CORTE POR LÁSER	MORDAZA NEUMÁTICA	NO
4	DOBLADO	DOBLADORA HIDRAULICA	DADO PARA LÁMINA CALIBRE 14	BLOQUE LIMITADOR	NO
5	DIMENSIONES	NO	FLEXOMETRO	NO	NO

### 3.2 MONTAJE Y AJUSTE DEL DISPOSITIVO.

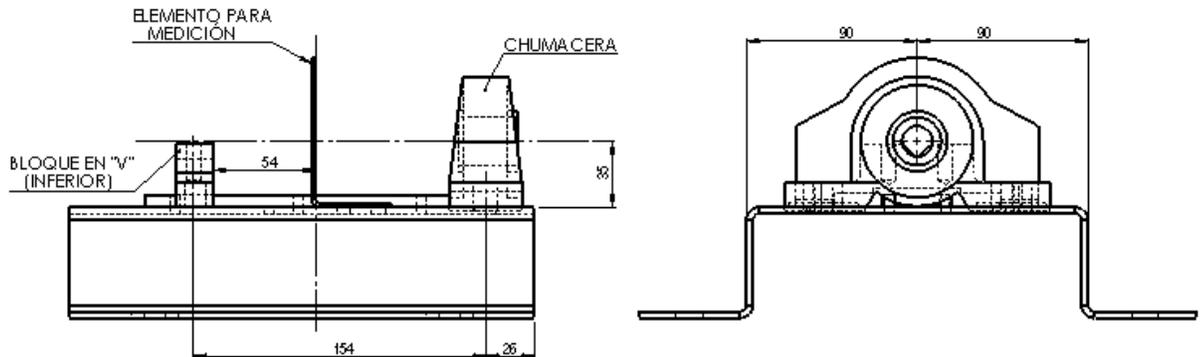
El dispositivo diseñado requiere un montaje específico, tanto de los componentes y subensambles que lo conforman, y de la probeta misma. En esta sección se muestran ciertos ajustes en los que es necesario hacer hincapié para un mejor funcionamiento del dispositivo.

1. Se coloca la base y sobre ella las barras guía o correderas posteriormente se coloca la escala de medición para grados, la cual permitirá en conjunto con el indicador tomar la lectura. El montaje se muestra en la figura 3.1.



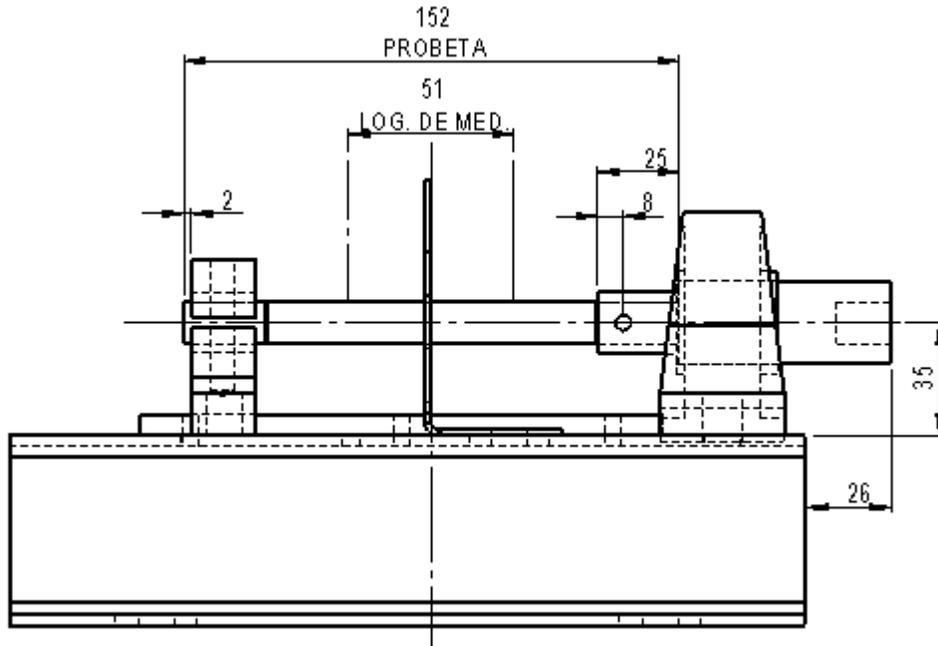
*Figura 3.1 Montaje de la escala de medición.*

2. Se colocan las bases para la probeta, específicamente la chumacera, que hará la función de rodamiento en uno de los extremos. En el otro extremo se coloca la parte inferior del elemento de sujeción, bloque en V, el ensamble se muestra en la figura 3.2.



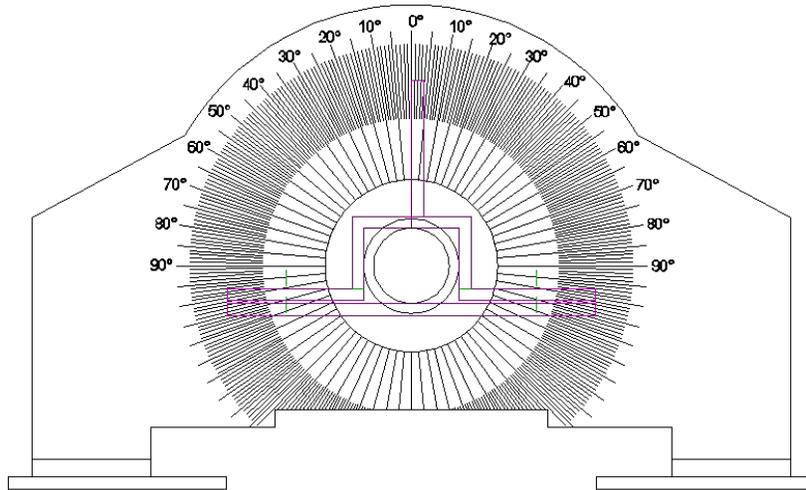
*Figura 3.2. Ensamble de bloque en V y chumacera*

3. Para la colocación de la probeta debe de respetarse la longitud de medida especificada anteriormente y la longitud que se consideró para sujeción en cada mordaza. En la figura 3.3 se muestra un arreglo con las dimensiones a considerar.



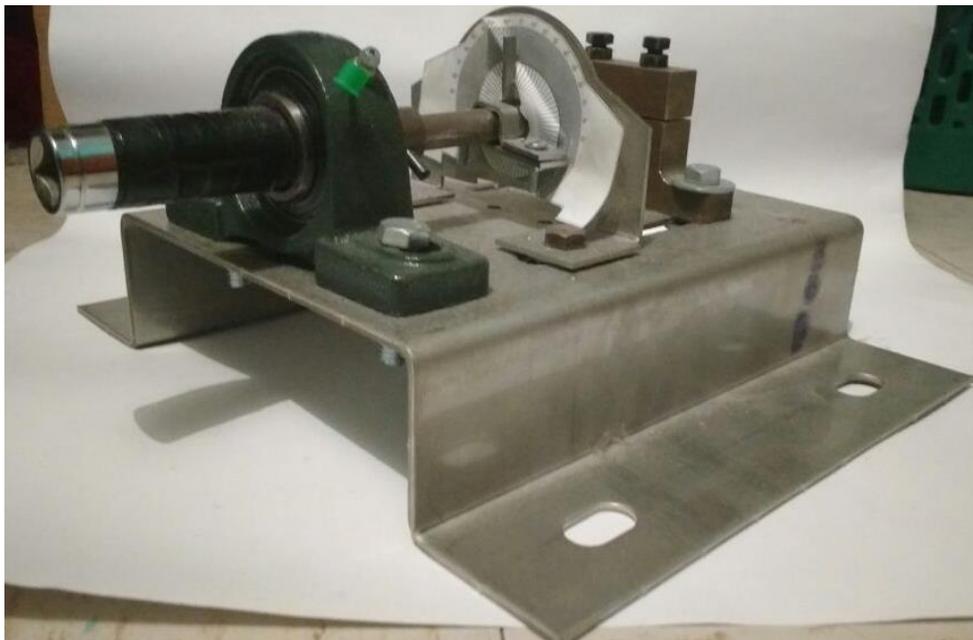
*Figura 3.3. Montaje de probeta*

4. Para la colocación de indicador solamente hay que seguir la siguiente recomendación, el ajuste y calibración del mismo es de forma manual ya que la persona que lo coloque deberá de asegurarse de poner en cero para comenzar con la lectura, además de asegurarse de que quede lo suficientemente fija en la probeta para una mejor operación del dispositivo como se muestra en la figura 3.4.



**Figura 3.4. Ajuste de indicador**

5. Una vez realizados todos los ajustes y que los elementos se encuentren en su posición se pueden realizar el intercambio fácilmente de las probetas con los diversos materiales a someter a prueba de torsión esto se logrará quitando el indicador y retirando la parte superior del bloque en V.
6. En la figura 3.5 se puede apreciar del ensamble final del dispositivo.



**Figura 3.5. Ensamble del dispositivo**

## CAPITULO 4

### PRUEBAS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

#### 4.1. INTRODUCCIÓN.

Según lo planteado en el capítulo uno, Estudio de la torsión, el objetivo de la prueba se enfoca en obtener el valor más confiable del módulo de elasticidad al corte,  $G$ , el cual está incluido en la ecuación 4.1.

$$d\phi = \int_0^x \frac{T(x)}{J \cdot G} dx + C \dots\dots\dots (4.1)$$

Dónde:

$\phi$  = Ángulo de giro de un extremo de la sección a estudiar, con respecto a la otra

$T(x)$  = Par de torsión interno situado en una posición arbitraria "x"

$J$  = Momento polar de inercia de la sección transversal del eje sometido.

$G$  = Módulo de elasticidad al corte del material

$x$  = Longitud de la sección de eje a estudiar

$C$  = Ángulo de giro anterior a la sección a evaluar

Para este caso de estudio la variable  $C$  que representa el ángulo de giro de la sección anterior será igualado a cero puesto que la probeta comienza a sufrir deformación angular en la sección a analizar, por lo anterior la ecuación queda de la siguiente forma:

$$d\phi = \int_0^x \frac{T(x)}{J \cdot G} dx \dots\dots\dots (4.2)$$

Las variables fueron definidas anteriormente.

Como ya se ha mencionado, el objetivo es obtener el valor de la variable  $G$ . Para ello se despejará y a continuación se presenta la serie de pasos para realizar el despeje.

a) Resolución de la integral.

$$\phi = \frac{T \cdot x}{J \cdot G} \dots \dots \dots (4.3)$$

b) Multiplicar la ecuación por la variable  $G$

$$G (\phi) = \left( \frac{T \cdot x}{J \cdot G} \right) G \dots \dots \dots (4.4)$$

$$G (\phi) = \left( \frac{T \cdot x}{J} \right) \dots \dots \dots (4.5)$$

c) Dividir la igualdad entre el ángulo de torsión (variable  $\phi$ )

$$\frac{G (\phi)}{\phi} = \left( \frac{T \cdot x}{J \cdot \phi} \right) \dots \dots \dots (4.6)$$

$$G = \left( \frac{T \cdot x}{J \cdot \phi} \right) \dots \dots \dots (4.7)$$

La ecuación obtenida servirá para llevar a cabo el análisis de resultados ya que representa el objetivo del ensayo de torsión.

Si se sustituye el momento polar de inercia en función del radio en la ecuación 4.7 se obtendrá lo siguiente.

Si:

$$J = \frac{\pi \cdot c^4}{2} \dots \dots \dots (4.8)$$

Entonces:

$$G = \left( \frac{2 T \cdot x}{\pi \cdot c^4 \cdot \phi} \right) \dots \dots \dots (4.9)$$

La ecuación 4.9 será la base para la práctica del ensayo de torsión que se realizará en el dispositivo. Es muy importante mencionar las unidades de cada una de las variables en la ecuación, el análisis dimensional de la ecuación dará las unidades en las que se obtendrá el valor del módulo de elasticidad cortante.

Unidades designadas a cada variable en el sistema internacional de unidades:

$$\phi = rad$$

$$T(x) = N \cdot m$$

$$J = m^4$$

$$x = m$$

Efectuando el análisis dimensional se obtiene:

$$G = \frac{N \cdot m \cdot m}{m^4} = \frac{N}{m^2}$$

$$G = Pa$$

Según lo deducido en el análisis anterior el módulo de elasticidad al corte, G, será dado en pascuales siempre y cuando los valores de la ecuación sean introducidos en las unidades especificadas anteriormente.

#### 4.2 PRUEBAS EN LA PROBETA DE ACERO

En el caso de la probeta de acero se realizaron cuatro pruebas sobre el mismo espécimen, con las dimensiones descritas en la figura 2.4, de la prueba se obtuvieron los resultados que se resumen en la tabla 4.2.

PROBETA DE ACERO

NÚMERO DE LECTURA	TORQUE APLICADO (kg·m)	TORQUE APLICADO (N·m)	ÁNGULO DE TORSIÓN (°)	ÁNGULO DE TORSIÓN (rad)	RADIO DE LA PROBETA (m)	LONGITUD (m)
1	6,9	67,689	1,4	0,024437075	0,0635	0,0762
2	8,3	81,423	1,8	0,031419096	0,0635	0,0762
3	9,7	95,157	2	0,034910106	0,0635	0,0762
4	9,7	95,157	2	0,034910106	0,0635	0,0762

Tabla 4.2. Resultados de la prueba en la probeta de acero

La probeta de acero está hecha de un acero simple y su módulo de elasticidad al corte se considerara de 80.8 GPa. Por lo cual ese será el valor a comparar.

Los datos obtenidos serán procesados con la ecuación 4.10.

$$G = \left( \frac{2 T \cdot x}{\pi \cdot c^4 \cdot \phi} \right) \dots\dots\dots(4.10)$$

Según lo especificado en la norma<sup>2</sup> la medición del ángulo de torsión fue tomada a la mitad de la probeta lo que nos da un valor  $x = 0.00762m$ . Para substituir los valores obtenidos durante el ensayo es necesario convertirlo a las unidades del sistema internacional anteriormente mencionadas, para el caso del torque usaremos el siguiente método de conversión.

$$T = \left( \frac{kg}{1} \left[ \frac{9.81N}{kg} \right] \right) m \dots\dots\dots(4.11)$$

Por ejemplo, sí para la primera lectura se tiene:

NÚMERO DE LECTURA	TORQUE APLICADO (kg·m)	TORQUE APLICADO (N·m)
1	6,9	67,689

Para el caso del ángulo de giro se utilizó:

$$\phi = [^\circ] \left[ \frac{rad}{57.2956^\circ} \right] \dots\dots\dots(4.12)$$

Por ejemplo para la primera lectura se tiene:

NÚMERO DE LECTURA	TORQUE APLICADO (kg·m)	TORQUE APLICADO (N·m)	ÁNGULO DE TORSIÓN (°)	ÁNGULO DE TORSIÓN (rad)	RADIO DE LA PROBETA (m)	LONGITUD (m)
1	6,9	67,689	1,4	0,024437075	0,00635	0,0762

<sup>2</sup> ASTM 143

Una vez convertidos los valores a las unidades que se requieren en el sistema internacional se procede a realizar el cálculo. Para la primera lectura se tiene lo siguiente.

$$G = \left( \frac{2 T \cdot x}{\pi \cdot c^4 \cdot \phi} \right) \dots \dots \dots (4.13)$$

$$G = \left( \frac{2 (67.689) (0.0762)}{\pi (0.00635)^4 (0,02443)} \right) \dots \dots \dots (4.14)$$

$$G = 82.6433 \text{ GPa}$$

Se realiza el ejercicio para todas las lecturas tomadas.

NÚMERO DE LECTURA	TORQUE APLICADO (kg·m)	TORQUE APLICADO (N·m)	ÁNGULO DE TORSIÓN (°)	ÁNGULO DE TORSIÓN (rad)	LONGITUD (m)	MÓDULO DE ELASTICIDAD AL CORTE (N/m <sup>2</sup> )	MÓDULO DE ELASTICIDAD AL CORTE (GPa)
1	6,9	67,689	1,4	0,024437075	0,0762	82643378353	82,64337835
2	8,3	81,423	1,8	0,031419096	0,0762	77320133370	77,32013337
3	9,7	95,157	2	0,034910106	0,0762	81325875219	81,32587522
4	9,7	95,157	2	0,034910106	0,0762	81325875219	81,32587522

Si se calcula el promedio de los de los resultados de módulo de elasticidad al corte obtenidos se obtiene lo siguiente:

MÓDULO DE ELASTICIDAD AL CORTE (GPa)	
	82.64337835
	77.32013337
	81.32587522
	81.32587522
PROMEDIO	80.65381554

Ahora se compara este valor promedio con el valor proveniente de la bibliografía mencionada y se calcula el porcentaje de error como valor absoluto con la siguiente fórmula.

$$\%e = \frac{V_{teorica} - V_{obtenida}}{V_{teorica}} \times 100 \dots\dots\dots(4.15)$$

$$\%e = \frac{80.8 - 80.6}{80.8} \times 100 \dots\dots\dots(4.16)$$

$$\%e = 0.247\%$$

### 4.3 PRUEBAS EN LA PROBETA DE ALUMINIO

En el caso de la probeta de aluminio se realizaron tres pruebas sobre la misma probeta con las dimensiones descritas en la figura 2.4, de la prueba se obtuvieron los resultados que se resumen en la siguiente tabla.

PROBETA DE ALUMINIO

NÚMERO DE LECTURA	TORQUE APLICADO (kg·m)	TORQUE APLICADO (N·m)	ÁNGULO DE TORSIÓN (°)	ÁNGULO DE TORSIÓN (rad)	RADIO DE LA PROBETA (m)	LONGITUD (m)
1	2.8	27.468	1.5	0.02618258	0.00635	0.0762
2	4.3	42.183	2.5	0.043637633	0.00635	0.0762
3	5.5	53.955	3.5	0.061092686	0.00635	0.0762

**Tabla 4.3. Resultados de la prueba en la probeta de aluminio**

En el caso de esta probeta el módulo de elasticidad al corte es 26.8 GPa<sup>3</sup>, que es el valor nominal para una aleación de aluminio, este valor será la base a comparar para esta probeta.

Los datos obtenidos serán procesados con la ecuación 4.17.

$$G = \left( \frac{2 T \cdot x}{\pi \cdot c^4 \cdot \phi} \right) \dots\dots\dots(4.17)$$

<sup>3</sup> Apéndice C, “Diseño de máquinas” Robert L Norton, Primera Edición

Según lo especificado en la norma<sup>4</sup> la medición del ángulo de torsión fue tomada a la mitad de la probeta, lo que da un valor de  $x = 0.00762m$ . Para sustituir los valores obtenidos durante el ensayo es necesario convertirlo a las unidades del sistema internacional anteriormente mencionadas, para el caso del torque se usa el siguiente método de conversión.

$$T = \left( \frac{kg}{1} \left[ \frac{9.81N}{kg} \right] \right) m \dots\dots\dots(4.18)$$

Por ejemplo, para la primera lectura se tiene:

NÚMERO DE LECTURA	TORQUE APLICADO (kg·m)	TORQUE APLICADO (N·m)
1	2.8	27.468

Para el cálculo del ángulo de giro se utiliza:

$$\phi = [^\circ] \left[ \frac{rad}{57.2956^\circ} \right] \dots\dots\dots(4.19)$$

Por ejemplo para la primera lectura tenemos:

NÚMERO DE LECTURA	TORQUE APLICADO (kg·m)	TORQUE APLICADO (N·m)	ÁNGULO DE TORSIÓN (°)	ÁNGULO DE TORSIÓN (rad)
1	2.8	27.468	1.5	0.02618258

Una vez convertidos los valores a las unidades del sistema internacional se procede a realizar el cálculo. Para la primera lectura se tiene lo siguiente.

$$G = \left( \frac{2 T \cdot x}{\pi \cdot c^4 \cdot \phi} \right) \dots\dots\dots(4.20)$$

$$G = \left( \frac{2 (27.468) (0.0762)}{\pi (0.00635)^4 (0,026182)} \right) \dots\dots\dots(4.21)$$

---

<sup>4</sup> ASTM E143

$$G = 31.3006 \text{ GPa}$$

Se realiza el ejercicio para todas las lecturas tomadas:

NÚMERO DE LECTURA	TORQUE APLICADO (Kg/m)	TORQUE APLICADO (N/m)	ÁNGULO DE TORSIÓN (°)	ÁNGULO DE TORSIÓN (rad)	RADIO DE LA PROBETA (m)	LONGITUD (m)	MÓDULO DE ELASTICIDAD AL CORTE (N/m <sup>2</sup> )	MÓDULO DE ELASTICIDAD AL CORTE (GPa)
1	2.8	27.468	1.5	0.02618258	0.00635	0.0762	31300680497	31.3006805
2	4.3	42.183	2.5	0.043637633	0.00635	0.0762	28841341315	28.84134131
3	5.5	53.955	3.5	0.061092686	0.00635	0.0762	26350062663	26.35006266

Si se calcula el promedio de los de los resultados de módulo de elasticidad al corte obtenidos se obtiene lo siguiente.

MÓDULO DE ELASTICIDAD AL CORTE (GPa)	
	31.3006805
	28.84134131
	26.35006266
PROMEDIO	28.83069482

Por último, se compara este valor promedio con el valor proveniente de la bibliografía mencionada y se calcula el porcentaje de error como valor absoluto con la siguiente fórmula.

$$\%e = \frac{V_{teorica} - V_{obtenida}}{V_{teorica}} \times 100 \dots\dots\dots(4.22)$$

$$\%e = \frac{26.8 - 28.83}{26.8} \times 100 \dots\dots\dots(4.23)$$

$$\%e = 7.574\%$$

#### 4.4 PRUEBAS EN LA PROBETA DE LATÓN

En el caso de la probeta de latón se realizaron tres pruebas sobre la misma probeta con las dimensiones descritas en la figura 2.4, de la prueba se obtuvieron los resultados que se resumen en la siguiente tabla.

PROBETA DE LATÓN						
NÚMERO DE LECTURA	TORQUE APLICADO (kg·m)	TORQUE APLICADO (N·m)	ÁNGULO DE TORSIÓN (°)	ÁNGULO DE TORSIÓN (rad)	RADIO DE LA PROBETA (m)	LONGITUD (m)
1	2.8	27.468	1.1	0.01974	0.00635	0.0762
2	4.3	42.183	1.6	0.03032	0.00635	0.0762
3	5.5	53.955	2.1	0.03879	0.00635	0.0762

*Tabla 4.4. Resultados de la prueba en la probeta de latón.*

En el caso de esta probeta el módulo de elasticidad al corte es 41.5 GPa<sup>5</sup>, que es el valor nominal para una aleación de latón, bronce, este valor será la base a comparar para esta probeta.

Los datos obtenidos serán procesados con la ecuación 4.24.

$$G = \left( \frac{2T \cdot x}{\pi \cdot c^4 \cdot \phi} \right) \dots \dots \dots (4.24)$$

Según lo especificado en la norma<sup>6</sup> la medición del ángulo de torsión fue tomada a la mitad de la probeta lo que nos da un valor  $x = 0.00762m$ . Para substituir los valores obtenidos durante el ensayo es necesario convertirlo a las unidades del sistema internacional anteriormente mencionadas, para el caso del torque usaremos el siguiente método de conversión.

$$T = \left( \frac{kg}{1} \left[ \frac{9.81N}{kg} \right] \right) \cdot m \dots \dots \dots (4.25)$$

---

<sup>5</sup> Apéndice C, “Diseño de máquinas” Robert L Norton, Primera Edición

Por ejemplo, para la primera lectura se tiene:

NÚMERO DE LECTURA	TORQUE APLICADO (kg·m)	TORQUE APLICADO (N·m)
1	2.8	27.468

Para el cálculo del ángulo de giro se utiliza:

$$\phi = [^\circ] \left[ \frac{rad}{57.2956^\circ} \right] \dots\dots\dots(4.26)$$

Por ejemplo para la primera lectura tenemos

NÚMERO DE LECTURA	TORQUE APLICADO (kg·m)	TORQUE APLICADO (N·m)	ÁNGULO DE TORSIÓN (°)	ÁNGULO DE TORSIÓN (rad)
1	2.8	27.468	1.1	0.01974

Una vez convertidos los valores a las unidades que necesitamos del sistema internacional procederemos a realizar el cálculo. Para la primera lectura tenemos lo siguiente.

$$G = \left( \frac{2 T \cdot x}{\pi \cdot c^4 \cdot \phi} \right) \dots\dots\dots(4.27)$$

$$G = \left( \frac{2 (27.468) (0.0762)}{\pi (0.00635)^4 (0.01974)} \right) \dots\dots\dots(4.28)$$

$$G = 42.68 \text{ GPa}$$

Se realiza el ejercicio para todas las lecturas tomadas:

NÚMERO DE LECTURA	TORQUE APLICADO (Kg/m)	TORQUE APLICADO (N/m)	ÁNGULO DE TORSIÓN (°)	ÁNGULO DE TORSIÓN (rad)	RADIO DE LA PROBETA (m)	LONGITUD (m)	MÓDULO DE ELASTICIDAD AL CORTE (N/m <sup>2</sup> )	MÓDULO DE ELASTICIDAD AL CORTE (GPa)
1	2.8	27.468	1.1	0.01974	0.00635	0.0762	42682746132	42.68274613
2	4.3	42.183	1.6	0.03032	0.00635	0.0762	45064595805	45.0645958
3	5.5	53.955	2.1	0.03879	0.00635	0.0762	43916771105	43.91677111

Si se calcula el promedio de los de los resultados de módulo de elasticidad al corte obtenidos se obtiene lo siguiente.

MÓDULO DE ELASTICIDAD AL CORTE (GPa)	
	42.68274613
	45.0645958
	43.91677111
PROMEDIO	43.88804

Por último, se compara este valor promedio con el valor proveniente de la bibliografía mencionada y se calcula el porcentaje de error como valor absoluto con la siguiente formula.

$$\%e = \frac{V_{teorica} - V_{obtenida}}{V_{teorica}} \times 100 \dots\dots\dots(4.29)$$

$$\%e = \frac{41.5 - 43.88}{41.5} \times 100 \dots\dots\dots(4.30)$$

$$\%e = 5.73\%$$

## CAPITULO 5

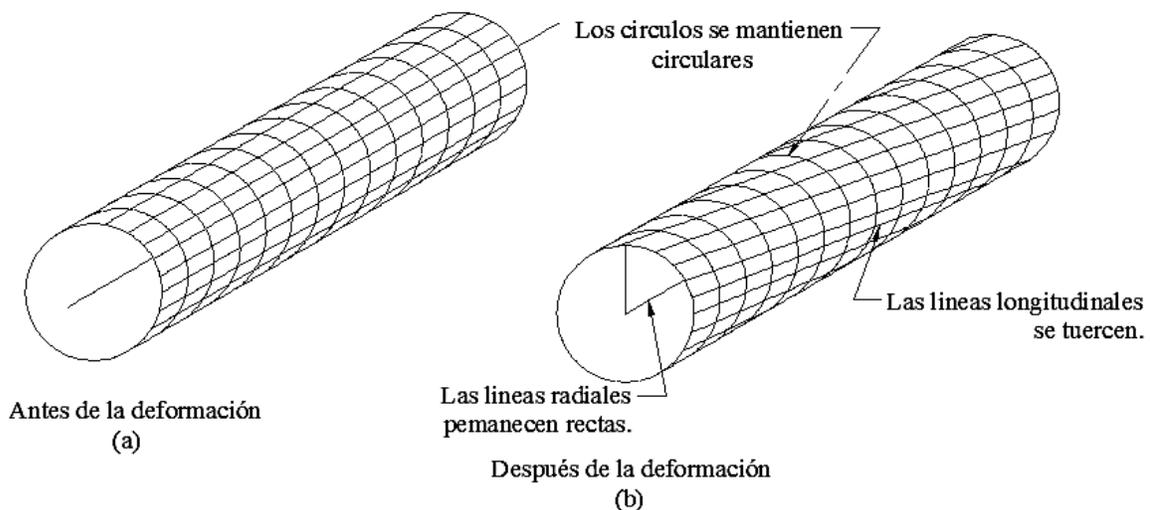
### DESARROLLO DE LA PRÁCTICA PRUEBA DE TORSIÓN

#### 5.1 OBJETIVO

1. Determinar el módulo de elasticidad al corte,  $G$ , de diferentes metales.
2. Calcular el esfuerzo cortante de una barra de sección transversal circular sometida a torsión.

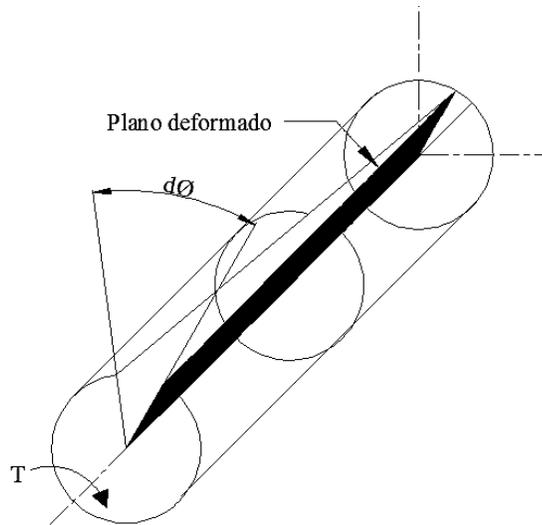
#### 5.2 INTRODUCCIÓN

Los elementos mecánicos como ejes, flechas y resortes se encuentran sometidos a momentos torsionantes, debido a las cargas a los que están sometidos. Para determinar la resistencia de un eje es necesario realizar la prueba de torsión la cual consiste en sujetar uno de los extremos de una probeta estándar a modo de evitar que este extremo se desplace angularmente mientras se aplica un momento torsionante en el otro extremo el cual provoca que las líneas longitudinales de la probeta se tuerzan como se muestra en la figura 5.1.

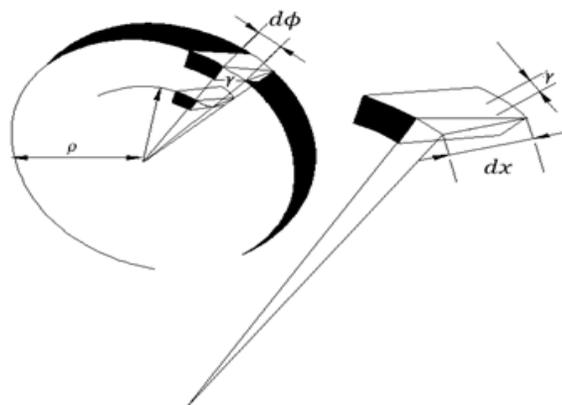


*Figura 5.1. Efecto de la torsión en una barra de sección transversal circular*

Considérese una barra circular sometida a torsión (figura 5.2 y 5.3) sobre la cual se le aplica un momento flexionante  $T$ , por consiguiente la barra sufrirá una deformación angular  $d\phi$ .



**Figura 5.2. Angulo de deformación en una probeta sometida a torque.**



**Figura 5.3. Segmento de la barra sometida a torsión**

Donde:

$$\gamma = \frac{\phi \rho}{L} \dots \dots \dots (5.1)$$

La deformación angular se da cuando existe una rotación de un extremo del eje con respecto a otro, en un eje cualquiera esta deformación angular es gradualmente creciente desde un extremo hasta el otro.

En mecánica de materiales se ha demostrado que el ángulo de torsión es directamente proporcional al momento aplicado, como se muestra en la siguiente ecuación:

$$\phi = \frac{T L}{J G} \dots \dots \dots (5.2)$$

Si despejamos  $G$  obtendremos lo siguiente:

$$G = \frac{T L}{J \phi} \dots \dots \dots (5.3)$$

Donde:

$\phi$  = *Angulo de giro de un extremo de la seccion a estudiar, con respecto a la otra*

$T$  = *Par de torsion interno situado en una posicion arbitraria.*

$J$  = *Momento polar de inercia de la seccion transversal del eje sometido.*

$G$  = *Modulo de elasticidad al corte del material*

$L$  = *Longitud de la seccion de eje a estudiar*

Para una sección circular  $J$  esta dado por:

$$J = \frac{\pi \rho^4}{2} \dots \dots \dots (5.4)$$

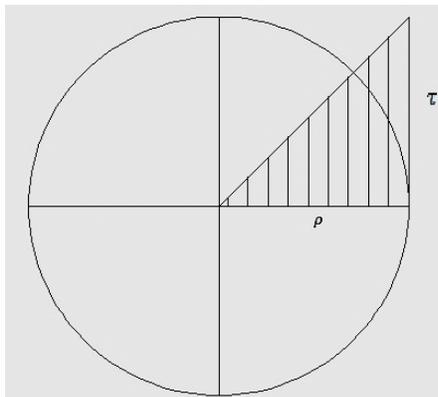
Donde  $\rho$  es el radio de la barra.

Para una barra de sección transversal circular la distribución de los esfuerzos cortantes es como se muestra en la figura 5.4. Dentro del rango elástico de esfuerzos, la deformación es proporcional al esfuerzo, lo cual se expresa en la siguiente ecuación.

$$\tau = G\gamma \dots \dots \dots (5.5)$$

Si sustituimos (5.1) y (5.3) en (5.5) obtendremos:

$$\tau = \frac{T \rho}{J} \dots \dots \dots (5.6)$$



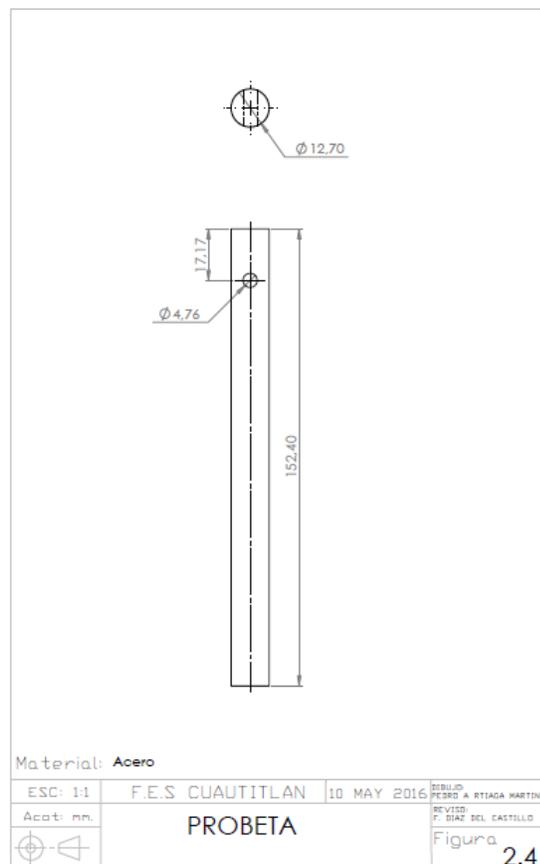
**Figura 5.4. Variación del esfuerzo cortante con respecto al radio**

### 5.3 MATERIAL Y EQUIPO.

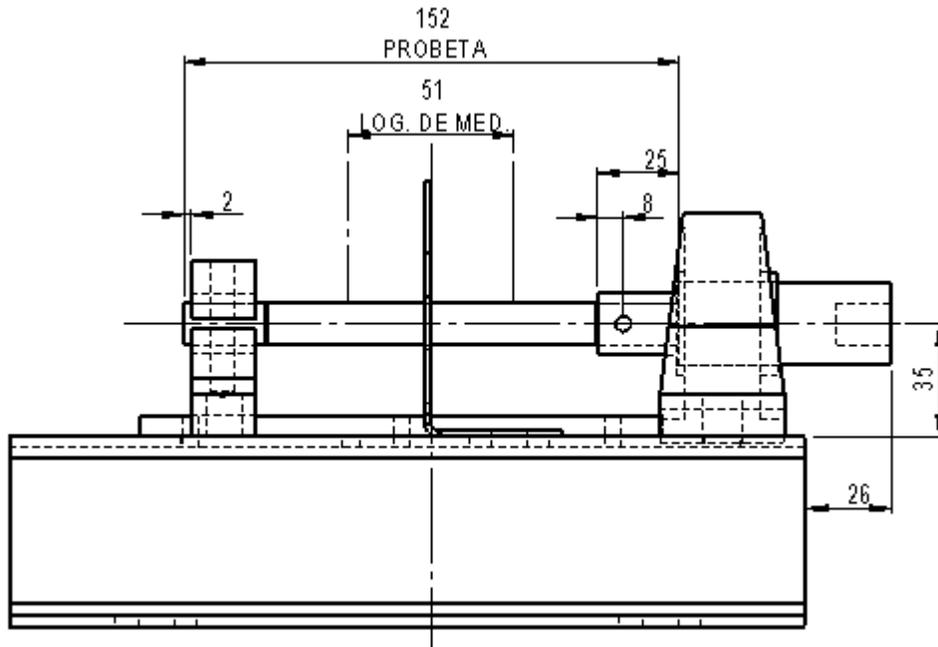
- Dispositivo para prueba de torsión.
- Torquímetro
- Probeta estándar como se muestra en la figura 5.5
- Vernier

### 5.4 PROCEDIMIENTO

- Arreglar el dispositivo sobre una mesa de trabajo de tal forma que la probeta tenga la posición que se muestra en la figura 5.6.
- Alinear la parte superior del indicador con la marca de 0° de la caratula de medición.
- Aplicar el momento de torsión con un torquímetro debidamente calibrado.
- El ángulo de torsión  $\theta$  se puede medir con la escala de la caratula que incluye el dispositivo.



**Figura 5.5. Probeta estándar para la prueba.**



*Figura 5.6. Posición recomendada del dispositivo con probeta.*

### 5.5 CUESTIONARIO

1. Determinar el módulo de elasticidad al corte,  $G$ , del material probado.
  - a) Llenar la siguiente tabla con lecturas y cálculos.

NÚMERO DE LECTURA	TORQUE APLICADO (kg*m)	TORQUE APLICADO (N*m)	ÁNGULO DE TORSIÓN (°)	ÁNGULO DE TORSIÓN (rad)	RADIO DE LA PROBETA (m)	LONGITUD (m)	MÓDULO DE ELASTICIDAD AL CORTE (N/m <sup>2</sup> )	ESFUERZO CORTANTE (N/m <sup>2</sup> )
1								
2								
3								
4								
5								
6								
							G promedio	

2. Graficar el momento de torsión,  $T$ , en función del ángulo de deformación  $\theta$



3. Comparar el promedio de los módulos de elasticidad al corte  $G$  obtenidos con el valor encontrado en la bibliografía de mecánica de sólidos.
4. Determinar el esfuerzo cortante máximo al que fue sometida la barra probada.

- Conclusiones.
- Bibliografía /cibergrafia

## CONCLUSIONES

Después del trabajo realizado se pueden establecer las siguientes conclusiones:

- Los conocimientos adquiridos durante la carrera fueron la base para la realización del diseño, selección de materiales y fabricación del dispositivo.
- Se contribuyó al laboratorio de tecnología de materiales, donde los alumnos de ingeniería podrán hacer uso de un dispositivo didáctico y funcional.
- Se adquirieron conocimientos básicos acerca de la realización de pruebas destructivas según lo especificado en estándares internacionales.
- En el caso de las probetas hechas con materiales dúctiles (Aluminio) el porcentaje de error es más alto debido a que durante la prueba el barrenado de  $\frac{3}{16}$  ubicado en el cuerpo de la probeta presenta deformación.
- Se recomienda el uso de probetas hechas de materiales con módulo de elasticidad al corte mayor a los 40 GPa (Cualquier tipo de acero, latón, cobre, níquel, entre otros).

## BIBLIOGRAFÍA

1. Mecánica de Materiales.

Russell C. Hibbeler.

Ed. Pearson. México. 2011.

2. Mecánica de Materiales.

Fernando P. Beer.

Ed. Mc Graw Hill. México. 2010.

3. Resistencia de Materiales.

Robert L. Mott.

Ed. Pearson Education. México. 2009.

4. Mecánica de Materiales.

Riley, Strogos, Morris.

Ed. Limusa Wiley. Mexico 2001.

5. Mecánica de Materiales.

Robert W. Fitzgerald.

Ed. A México. 2010.

6. Diseño de Elementos de Máquinas.

Robert L. Moth.

Ed. Pearson education. México. 2006.

7. Diseño de Elementos de Máquinas.

Guillermo Aguirre Esponda.

Ed. Trillas. México. 1990.

8. Diseño en Ingeniería Mecánica de Shigley.

Richard G. Budynas, J. Reith Nisbett.

Ed. Mc Graw Hill. Mexico. 2012.

9. Diseño de Máquinas un Enfoque Integrado.

Robert L. Norton.

Ed. Pearson. México. 2011.

10. Diseño de Máquinas, Síntesis y Análisis de Máquinas y Mecanismos.

Robert L. Norton.

Ed. Mc Graw Hill. México. 2009.

11. Diseño de Elementos de Máquinas.

Virgil Moring Fires.

Ed. Limusa. México. 2001.