



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES ZARAGOZA
CARRERA DE PSICOLOGÍA

RECURSOS DIGITALES PARA LA COMPRENSIÓN Y
ENSEÑANZA DE PROBLEMAS MULTIPLICATIVOS

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

LICENCIADO EN PSICOLOGÍA

P R E S E N T A:

ABIMAEI SANTOS SARMIENTO

JURADO DE EXAMEN

DIRECTORA: MTRA. LORENA IRAZUMA GARCÍA MIRANDA

COMITÉ: LIC. PATRICIA BAÑUELOS LAGUNES

DR. ÁLVARO VIRGILIO BUENROSTRO AVILÉS

DR. JOSÉ GABRIEL SÁNCHEZ RUIZ

MTRA. JAZMÍN ROLDÁN HERNÁNDEZ



CIUDAD DE MÉXICO

FEBRERO, 2017



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Agradecimientos

Al Programa de Apoyo a Proyectos para la Innovación y el Mejoramiento de la Enseñanza de la Dirección General de Asuntos del Personal Académico, por el financiamiento mediante del proyecto "Portal académico para la modalidad de práctica supervisada en psicología educativa de la FES Zaragoza"

PAPIME PE304316

A Lorena García, por su apoyo y dirección

Álvaro Buenrostro y Patricia Bañuelos,
por el gran equipo de trabajo

A los profesores Jazmín Roldán y Gabriel Sánchez,
por sus observaciones, enseñanzas y apoyo para
la conclusión del presente proyecto

A la línea temporal que me ha permitido coincidir en espacio con Jaretzi, Karewit, Hortensia y Ricardo para formar aquello que tanto aprecio.

	Página
Introducción	5
Capítulo 1. Multiplicación y problemas multiplicativos	6
Problemas multiplicativos	10
Estrategias de solución ante problemas multiplicativos	17
Capítulo 2. Las nuevas tecnologías en la educación	23
Software educativo	25
Diseño e implementación de software educativo	29
Recursos digitales educativos	31
Capítulo 3. Diseño del prototipo de la aplicación	33
Características generales de la aplicación	34
Diseño del prototipo de la aplicación	36
Producción del prototipo de la aplicación	56
Capítulo 4. Diseño de investigación	58
Orientación metodológica	59
Procedimiento	60
Tratamiento de la información	63
Capítulo 5. Resultados y análisis de la información	65
Exploración de estrategias ante problemas multiplicativos, evaluación inicial	66
Exploración de estrategias ante problemas multiplicativos, evaluación final	68
Comparación entre evaluaciones	71
Evaluación de la aplicación	74
Conclusiones	77
Referencias	80

Introducción

El uso de software educativo en el aprendizaje de las matemáticas ha sido desarrollado por muchas instituciones, tanto públicas como privadas. En el presente trabajo de investigación se pretende diseñar e implementar una herramienta interactiva, que responda a las necesidades del profesor y del estudiante de los primeros grados de educación primaria en el aprendizaje de los problemas multiplicativos.

Para la realización del proyecto de investigación se considera la revisión realizada por García (2007) sobre las estrategias que utilizan los niños en la solución de problemas multiplicativos, así como el trabajo de Buenrostro (2003) respecto a la adquisición y evaluación de los dominios y procesos aritméticos. En el diseño e implementación de software educativo se revisan las aportaciones de Ávila (2007) en la enseñanza de la aritmética con situaciones de compraventa.

El trabajo está organizado en cinco capítulos. El primero aborda aspectos teóricos sobre la multiplicación, los problemas multiplicativos, su clasificación y las estrategias de solución empleadas por los niños. Posteriormente, en el capítulo dos, el contenido gira alrededor del software educativo, su importancia dentro del contexto escolar y la pertinencia que tiene en el proceso enseñanza-aprendizaje. Al mismo tiempo se revisarán aspectos formales sobre su diseño, implementación y evaluación en el contexto educativo, como una herramienta que facilita el aprendizaje de diversas temáticas relacionadas con los programas y contenidos en educación básica.

En el capítulo tres se expondrá el proceso de diseño del software de acuerdo a los estándares propuestos por diversos autores, por último, se presentará el proceso de implementación del prototipo final en el contexto educativo con estudiantes, profesores y formadores de profesores. En el capítulo cuatro se aborda el diseño del trabajo de investigación: la perspectiva desde la cual se dirige el proyecto, preguntas de investigación y planteamiento del problema.

Por último, en el capítulo cinco se realiza el análisis de los datos obtenidos en las evaluaciones realizadas, la evaluación de la aplicación y las consideraciones finales del proyecto de investigación.

CAPÍTULO 1

MULTIPLICACIÓN Y PROBLEMAS MULTIPLICATIVOS

En el presente capítulo se abordan los aspectos teóricos más importantes sobre los problemas multiplicativos, objeto del trabajo de investigación. Se divide en tres segmentos, el primero corresponde a las condiciones necesarias para el aprendizaje de la multiplicación y los problemas multiplicativos; el segundo se enfoca específicamente a los problemas multiplicativos y las diversas clasificaciones propuestas, el último se especializa en las principales estrategias de solución que utilizan los niños ante los problemas multiplicativos.

La multiplicación constituye una parte importante de la enseñanza de la aritmética durante la educación primaria. Para abordar esta operación básica, lamentablemente, se prioriza el aprendizaje memorístico del algoritmo tradicional (junto con la suma, la resta y la división) y se dan pocas oportunidades de compartir los métodos que se llevaron a cabo para encontrar algún resultado. Al respecto, diversas investigaciones (Buenrostro, 2003; Carpenter, Fennema, Franke, Levi & Empson, 2014; García, 2007; Kouba, 1989; Kouba & Franklin, 1995) señalan la importancia de que los niños establezcan estrategias económicas para la resolución de problemas en los que intervienen dichas operaciones.

Debido a que la enseñanza se ha visto mecanizada y reducida al aprendizaje memorístico, Ávila (2011), Buenrostro (2003) y García (2007) hacen hincapié en la necesidad de enfrentar al niño a situaciones reales que le permitan resolver diversos problemas aritméticos. De igual manera, consideran que los menores tienen la capacidad de resolver una gran variedad de problemas de estructura aditiva (PAV) ¹ y multiplicativa (PM) ² apoyándose en el uso de objetos y en el conteo (García, 2007). Antes de enseñar la multiplicación y los problemas multiplicativos es importante que el niño domine aspectos básicos como son el conteo por grupos, los hechos aritméticos y las tablas de multiplicar.

El conteo por grupos representa el primer acercamiento que tiene el niño a la comprensión del valor posicional y posteriormente, al aprendizaje de las tablas de multiplicar (que permitirán la resolución de diversas situaciones que involucren los PM). Para Labinowicz (1985), consiste en el dominio de secuencias orales acordes con el tamaño de los grupos que son contados y que permiten establecer una correspondencia entre una palabra de dicha secuencia con varios objetos (Figura 1.1). Este tipo de conteo resulta útil cuando se desea contar el número de objetos en una colección en la que todos sus elementos se encuentran en desorden.

¹ Conocidos como Problemas Aditivos Verbales, son aquellos que se resuelven con una suma o una resta.

² Conocidos como Problemas Multiplicativos y se resuelven realizando una multiplicación o una división.

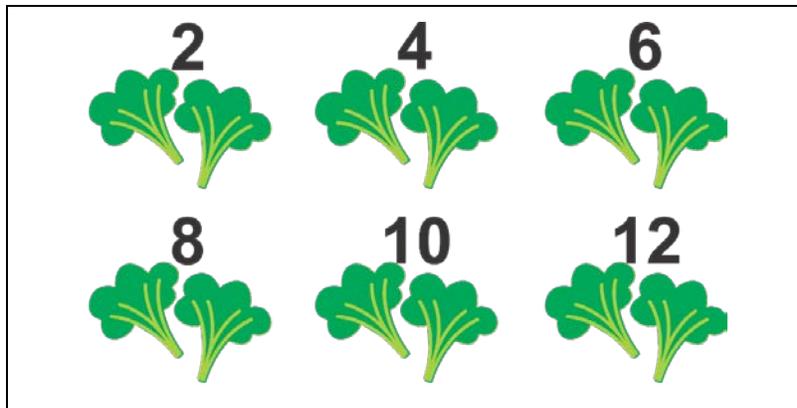


Figura 1.1. Conteo de grupos de dos elementos.

De acuerdo a Maza (1995), los hechos aritméticos (HA) son una serie de “operaciones entre dos números de un solo dígito cada uno” (p. 82), éstos pueden ser de naturaleza aditiva y multiplicativa. Se caracterizan por ser fáciles de memorizar y derivar, debido a que no es necesario recurrir a la representación física o simbólica del algoritmo involucrado. Castro, Rico y Castro (1995) los llaman *hechos numéricos*; por su parte, Buenrostro (2003) contempla al número 10 como una excepción a la regla antes mencionada.

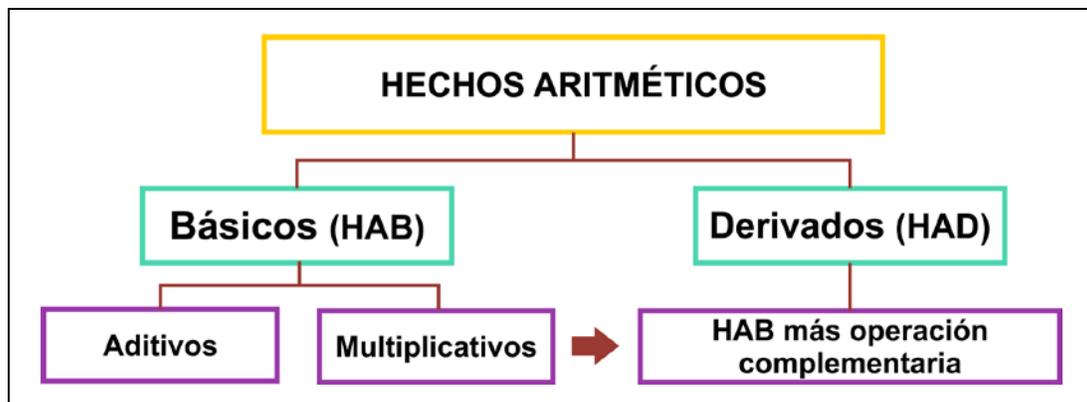


Figura 1.2. Clasificación de los hechos aritméticos.

Los HA se clasifican en básicos (HAB) y en derivados (HAD) (Figura 1.2). Los primeros se pueden identificar como el conocimiento del resultado de una operación que no requiere del conteo o la representación de los números involucrados y puede ser recuperado por memorización (Buenrostro, 2003; Maza, 1995). Por ejemplo: al preguntar cuánto es $2 + 2$ o 3×3 , el niño responde inmediatamente 4 o 9 sin necesidad de llevar a cabo algún algoritmo.

Cuando el niño combina la estrategia antes mencionada con una operación adicional (principalmente de conteo o adición) se dice que utiliza un HAD; es decir, el niño recupera un resultado memorizado y posteriormente complementa con alguna acción de conteo. Por ejemplo: se le pregunta al niño cuánto es $15 + 10$, el niño puede responder que $10 + 10$ son 20 (HAB) y cuenta hacia delante 5 unidades (HAD) dando como resultado 25.

En el caso de que la operación realizada para resolver un cuestionamiento sea una multiplicación, se asegura que el HAB es un hecho multiplicativo (HM). Buenrostro (2003), García (2007) y Maza (1991) definen a esta estrategia como la multiplicación de números menores a 10, cuya recuperación es fácil e inmediata. Por ejemplo: cuando al niño se le pregunta cualquier resultado de la tabla del 2 y responde inmediatamente que 2×2 es 4 o 2×5 son 10.

En la educación básica, la enseñanza de las tablas de multiplicar suele ser memorística y mecanizada. Lo anterior, dista de ser lo más adecuado para generar un aprendizaje significativo, ya que se encuentra descontextualizado; incluso, en algunos casos, entorpece las estrategias de solución a situaciones que involucran la multiplicación (Buenrostro, 2003). Por ello, es necesario usar herramientas que promuevan el conteo por grupos, los HA y las tablas de multiplicar, facilitando la resolución de los PM. Un recurso que permite cumplir con dichos objetivos es el *Cartel Multiplicativo* (Figura 1.3).



Figura 1.3. Cartel Multiplicativo.

La idea original es de Álvaro Buenrostro Avilés y el diseño de Valdez (2015, pp. 45-46)

Una vez revisadas las condiciones para comprender la mecanización multiplicativa y las situaciones que la involucran, es momento de abordar la clasificación de los problemas multiplicativos y la enseñanza de estrategias de solución ante ellos.

Problemas multiplicativos

Una de las situaciones que los niños enfrentan para llevar a cabo el uso práctico de sus conocimientos y habilidades es la resolución de problemas (Buenrostro, 2003). En el caso de la educación básica en México, son pocas las oportunidades para compartir estrategias económicas de solución ante PM (García, 2007). Para los fines de esta investigación, sólo se expondrá la clasificación de problemas que han hecho Vergnaud (1991), Maza (1991) y Carpenter, Fennema, Franke, Levi y Empson (2014). Dichas aproximaciones describen, de forma global, los PM y las estrategias de solución empleadas por los niños en los primeros grados escolares.

Gérard Vergnaud

Existen diversas clasificaciones de los problemas multiplicativos, una de las primeras propuestas y la más general fue hecha por Vergnaud (1991). Él hace una diferenciación entre dos grandes categorías de relaciones multiplicativas: isomorfismo de medidas y producto de medidas. La primera hace referencia a la relación existente entre cuatro cantidades donde se dice que hay una proporción directa entre dos espacios de medida (Figura 1.4).

En una florería hay tres ramos de flores rojas, cada ramo tiene cuatro flores. ¿Cuántas flores hay en total?



ramos		flores
1	→	4
3	→	?

Isomorfismo de medida

Figura 1.4. Problema multiplicativo de isomorfismo de medidas.

En el problema planteado, el primer espacio de medida es el que hace referencia a los ramos de flores (uno y tres), el segundo espacio de medida es aquel que representa a las flores (cuatro y la incógnita). De acuerdo a lo anterior y según Buenrostro (2003), se pueden generar tres tipos de problemas de isomorfismo de medidas dependiendo del lugar en el que se encuentra la incógnita (Figura 1.5).

ramos	flores	ramos	flores	ramos	flores
1	→ 4	1	→ ?	1	→ 4
3	→ ?	3	→ 12	? → 12	
En una florería hay tres manojos de flores, cada manojito tiene cuatro flores. ¿Cuántas flores hay en total?		Hay 12 flores en tres ramos, ¿Cuántas flores hay en cada ramo?		Hay 12 flores en algunos ramos, si en cada uno hay 4 flores, ¿Cuántos ramos hay?	
Multiplicación		División (búsqueda del valor unitario)		División (búsqueda de la cantidad de unidades)	

Figura 1.5. Tipos de problemas multiplicativos de isomorfismo de medidas.

Por su parte, el producto de medidas hace referencia a una relación ternaria, donde una cantidad es el producto de las dos cantidades restantes. Así, pueden generarse dos tipos de problemas dependiendo de si se desconoce la medida-producto o una de las medidas elementales.



Figura 1.6. Problema multiplicativo de producto de medidas.

En el ejemplo, las medidas elementales son el número de suéteres y gorros (tres y seis) y el producto de medidas es el número de pares que pueden formarse con dichos objetos.

Carlos Maza

Maza (1991), al igual que Vergnaud (1991), está en desacuerdo con la idea de que la multiplicación es una suma reiterada, así como el carácter unitario de la misma. Ambos lamentan que la principal forma de introducir la multiplicación en la educación básica sea bajo esta concepción, ya que deja de lado la verdadera naturaleza de la multiplicación dificultando su comprensión y posterior aplicación en la resolución de PM.

El autor hace hincapié en los tipos de cantidades implicados en la operación de la multiplicación y propone cuatro grupos de problemas multiplicativos que se componen de cantidades extensivas (E) e intensivas (I), las cuales pueden ser una razón (R) y tomar el papel del multiplicando y también un cuantificador (C), que puede tomar el papel del multiplicador. La clasificación que propone Maza se puede sintetizar con el trabajo de García (2007) que se presenta en la Figura 1.7.

Tipo de problema	Subtipo de problema	Esquema
Razón o isomorfismo de medida	Multiplicación-razón	$E \times I (\text{razón}) = \text{¿?}$
Comparación	Multiplicación-cuantificador	$E \times I (\text{cuantificador}) = \text{¿?}$
Combinación o producto de medidas	Multiplicación-combinación	$E \times E = \text{¿?}$
Conversión	Multiplicación-conversión RR	$I \times I = \text{¿?}$
	Multiplicación-conversión CC	
	Multiplicación-conversión RC	

Figura 1.7. Clasificación de problemas multiplicativos realizado por Maza. No se consideran los que involucran la división. (Tomado de García 2007, p. 22)

Carpenter, Fennema, Franke, Levi y Empson

Estos autores diferencian entre problemas simétricos y asimétricos; los primeros se caracterizan por tener datos de la misma naturaleza donde los factores no se encuentran diferenciados de forma muy clara, son equivalentes y se pueden intercambiar. Según los autores, los asimétricos se caracterizan por tener datos de diferente naturaleza donde los factores se pueden diferenciar de manera muy clara, no son equivalentes y no pueden intercambiarse (Figura 1.8). A continuación, se describen detalladamente cada uno de ellos.

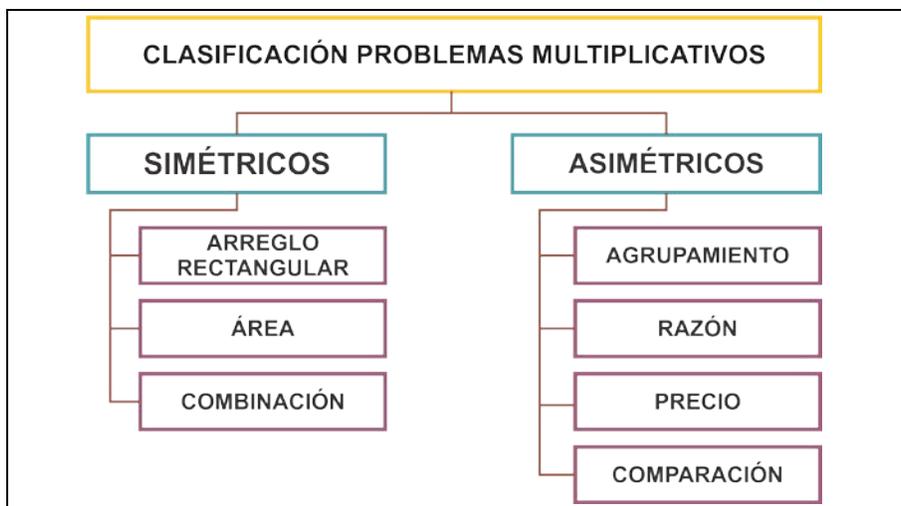


Figura 1.8. Clasificación de PM de Carpenter et al. (2014, pp. 65-70).

Problemas multiplicativos simétricos

Los problemas de estas características son aquellos donde sus elementos no se encuentran diferenciados y pueden intercambiarse. Engloban a los problemas de área, arreglos rectangulares y combinación.

Problemas de arreglo rectangular (PMS-AR)

Estos problemas representan objetos que pueden ser cualquier elemento ordenado en hileras de forma vertical y horizontal (Figura 1.9).

	<p>Hay 3 filas con 4 soldados cada una ¿Cuántos soldados habrá formados en total?</p>
--	---

Figura 1.9. Problema multiplicativo simétrico de arreglo rectangular (PMS-AR).

En el problema planteado el largo se encuentra representado por 4 soldados y el ancho corresponde a 3 soldados (4 x 3). En estos problemas se puede recurrir al acomodo de los elementos en filas y columnas (cuatro filas de tres elementos cada una).

Problemas de área (PMS-A)

Estos problemas consisten en pedir al niño el cálculo de área de una superficie rectangular en donde encontramos un ancho y un alto que desempeñan el mismo papel y son intercambiables (Figura 1.10).

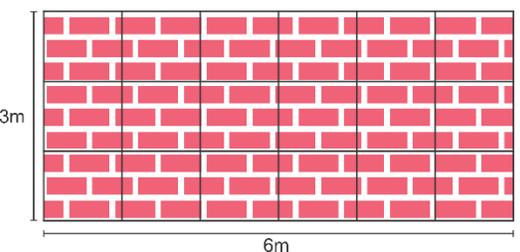
	<p>Una pared mide 6 metros de largo y 3 metros de alto. ¿Cuántos metros cuadrados medirá en total la pared?</p>
---	---

Figura 1.10. Problema multiplicativo simétrico de área (PMS-A).

En problema, el largo (6) y el alto (3) se encuentran conformados por metros y no importa desde que parte se inicie el cálculo de la misma, el resultado siempre serán 18 metros cuadrados (ya sea que se haya multiplicado 6×3 o 3×6).

Problemas de combinación (PMS-C)

Los problemas de combinación se caracterizan por la finalidad de lograr la identificación del número de combinaciones posibles con grupos de elementos diversos (Figura 1.11).

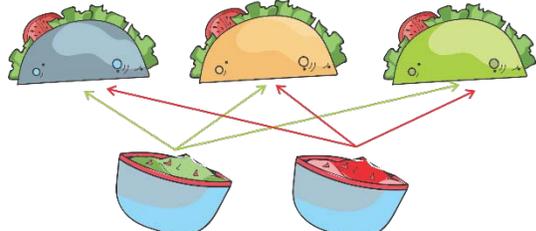
	<p>En el puesto de tacos "Don Cele" tienen a la venta 3 tipos de tacos y 2 tipos de salsa ¿Cuántas clases de tacos puedo comer en el puesto de Don Cele?</p>
---	--

Figura 1.11. Problema multiplicativo simétrico de combinación (PMS-C).

En este problema es necesario que el niño identifique el número de carnes y el número de salsas, para ello García (2007) recomienda que se proporcioné al niño objetos que representen a cada uno de los elementos para que pueda hacer las combinaciones posibles y obtener el resultado pertinente.

Problemas multiplicativos asimétricos

Los problemas asimétricos se caracterizan por tener elementos de diferente naturaleza que se pueden diferenciar de manera muy clara y no pueden intercambiarse. A continuación, se describen los cuatro tipos de problemas considerados en esta clasificación.

Problemas de agrupamiento (PMA-A)

Los problemas de agrupamiento involucran una palabra que describe a un grupo de elementos (canasta, caja, florero) y consisten en un arreglo de cierto número de grupos con cierto número de objetos (García, 2007). En el ejemplo, las canastas representan al grupo de elementos contenedores y los huevos son los objetos contenidos en cada grupo (Figura 1.12).

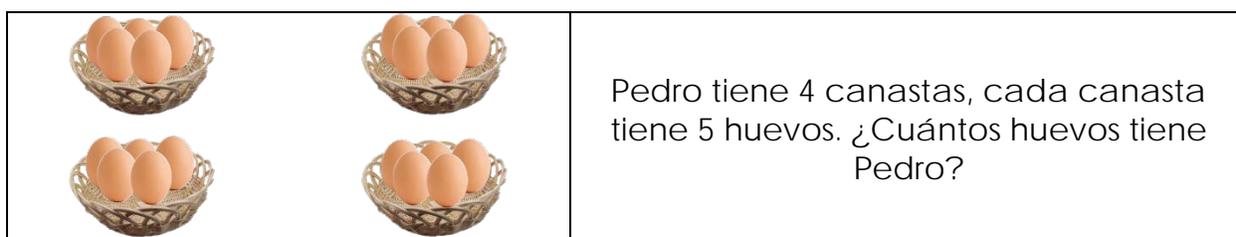


Figura 1.12. Problema multiplicativo asimétrico de agrupamiento (PMA-A).

Problemas de razón (PMA-R)

Estos problemas tratan de exponer cualidades o características de uno o varios objetos que pueden ser contados por los niños. Representan una razón que puede ser de medida como la longitud, el peso y el volumen (Figura 1.13).

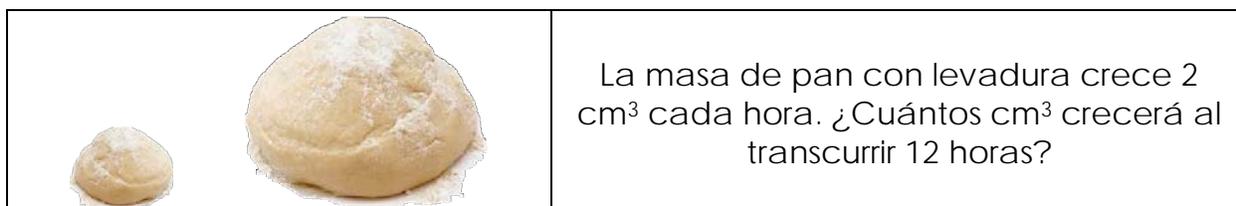


Figura 1.13. Problema multiplicativo asimétrico de razón (PMA-R).

Se puede observar que la razón son los centímetros que crece la masa en cierto tiempo (crece 2 centímetros cúbicos en una hora) y necesitamos saber su crecimiento en un tiempo determinado mayor (12 horas). Estos problemas representan mayor dificultad de comprensión y resolución por parte de los niños ya que no son familiares para ellos y no implican agrupamiento de algún tipo.

Problemas de precio (PMA-P)

Son considerados una clase especial de problemas de razón (Carpenter, Fennema, Franke, Levi y Empson, 2014), ya que ésta es el precio de algún producto. Los niños, cotidianamente, están involucrados en situaciones de compra venta, por ello, la comprensión y resolución de este tipo de problemas resulta familiar. En la Figura 1.14 se ejemplifica un problema en el cual la razón (precio) es el costo de cada taza de café (12 pesos) y es necesario conocer el pago total de un número determinado de tazas (6 tazas).



Figura 1.14. Problema multiplicativo asimétrico de precio (PMA-P).

Problemas de Comparación multiplicativa (PMA-CM)

Estos problemas se caracterizan por hacer una comparación entre dos cantidades, donde una representa un múltiplo de la otra (Figura 1.15).

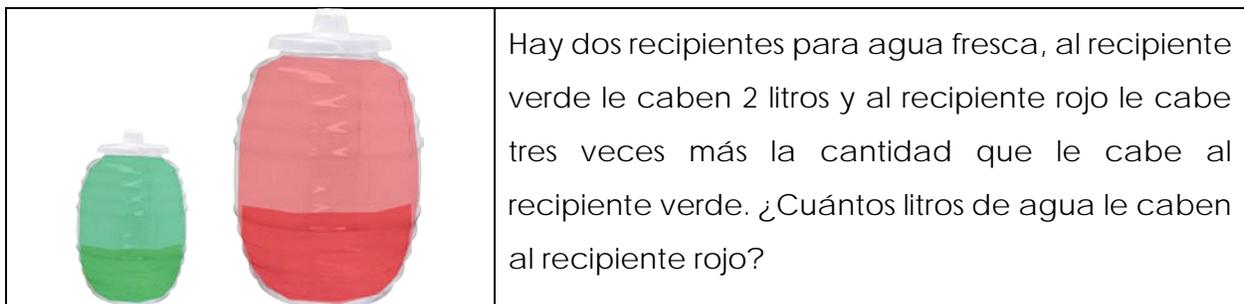


Figura 1.15. Problema multiplicativo asimétrico razón multiplicativa (PMA-RM).

En este ejemplo la cantidad de agua que le cabe el recipiente verde (2 litros) representa el múltiplo de la cantidad de agua que puede contener el recipiente rojo (tres veces más). García (2007) menciona que es importante resaltar la relación existente entre las cantidades descritas, principalmente en términos de cuantas veces es uno más grande que otro.

Una vez expuestas las consideraciones respecto a la multiplicación y su enseñanza, así como las principales clasificaciones de los problemas multiplicativos es pertinente mencionar las estrategias de solución a las que se recurre frecuentemente.

Estrategias de solución ante problemas multiplicativos

Después de realizar una investigación con niños que cursan el cuarto grado de primaria (8 a 9 años), García (2007) menciona que los niños utilizan principalmente cinco estrategias para la resolución de PM. Por su parte, Carpenter, Fennema, Franke, Levi y Empson (2014) reconocen tres estrategias de solución ante PM con niños de la misma edad. Ambas propuestas parten del dominio que tiene el niño de las condiciones básicas para la comprensión de la multiplicación descritas anteriormente. A continuación se describen ambas clasificaciones de estrategias.

Lorena García

La autora identifica cinco estrategias principales para la resolución de PM; cada una puede ser acompañada de material contable o simbólico en función del grado de abstracción que tenga el niño. Esta clasificación será la utilizada para la exploración de los procesos realizados por los niños en este proyecto de investigación.

Evocación de la tabla de multiplicar (ET)

En esta estrategia, el niño es capaz de emitir una respuesta inmediata (un HA) después de conocer los datos que conforman el problema. En la Figura 1.17, ante el problema planteado, el niño responde inmediatamente “Son 18”; al indagar cómo llegó a este resultado, menciona “6 x 3 son 18” o “es la tabla del 6”.

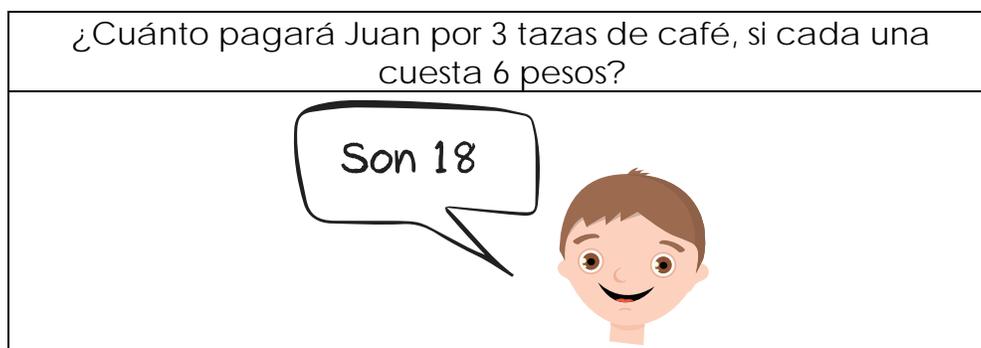


Figura 1.17. Ejemplo de respuesta de evocación de la tabla con un PMA-P

Operación mental (OM)

Se utiliza cuando el niño “realiza mentalmente una operación básica para emitir su respuesta y define los pasos que siguió para obtener el resultado” (García, 2007 p. 55). Dicha operación puede ser tanto de naturaleza aditiva como multiplicativa y es muy común que los niños segmenten el algoritmo para llegar al resultado (Figura 1.18).

En una charola hay 4 filas de 12 galletas cada una ¿Cuántas galletas habrá en la charola?

Representación oral del algoritmo 4×12

Figura 1.18. Ejemplo de respuesta de operación mental con un PMS-AR

Conteo (NT)

El conteo consiste en enumerar los objetos relacionados con problemas multiplicativos ya sea utilizando algunas formas de conteo salteado, enumerado uno por uno o la combinación de ambos. Para la solución de problemas de suma y resta resultan más fáciles de emplear, mientras que en la multiplicación implica que el niño pueda contar objetos de forma salteada (Figura 1.19).

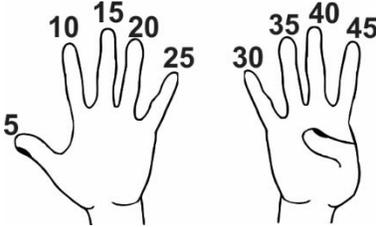
Juan tiene 9 bolsas de dulces y cada una tiene 5 ¿Cuántos dulces tendrá en total?

Conteo de cinco en cinco con ayuda de los dedos

Figura 1.19. Ejemplo de respuesta de conteo con un PMA-A

Combinación (MB)

Cuando el niño hace uso de dos o más estrategias para resolver un PM, se dice que las combina (García, 2007). Este procedimiento puede ser similar al HAD, expuesto anteriormente (Figura 1.20).

Enrique tiene 6 pares de zapatos y 7 pares de calcetines ¿de cuántas maneras puede combinar zapatos y calcetines?
“5 por 6 son 30” <- HAB y conmutatividad
“30 más 6 son 36” <- HAD
“36 más 6 son 42” <- HAD
La respuesta es 42, 6 por 7 son 42

Figura 1.20. Ejemplo de respuesta de combinación con un PMA-C

Operación escrita (OE)

Esta estrategia es utilizada cuando se conoce el procedimiento de algún algoritmo escrito, el niño tiene la necesidad de concretar las operaciones para no perder los datos representados, reducir el margen de error y es muy común cuando se enfrentan a números multidigitales (Figura 1.21).

A un microbús le caben 13 personas sentadas y aun autobús le cabe 4 veces más esa cantidad. ¿Cuántas personas viajarán en el autobús lleno?
$\begin{array}{r} 13 \\ \times 4 \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 13 \\ \times 4 \\ \hline 52 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 13 \\ \times 4 \\ \hline 52 \end{array}$
El niño representa los factores involucrados en el algoritmo convencional de la multiplicación.

Figura 1.21. Ejemplo de solución con operación escrita en un PMA-CM

Carpenter, Fennema, Franke, Levi y Empson

El equipo de investigación de Carpenter et al. (2014), en diversas intervenciones con niños, propone tres estrategias de solución ante problemas aritméticos (tanto PAV como PM); esta perspectiva es general y engloba las mencionadas anteriormente.

Modelado directo

El modelado directo es la principal forma de solución utilizada por los niños y consiste, como su nombre lo indica, en modelar directamente el problema planteado, relacionando con objetos físicos que se encuentren disponibles. Buenrostro (2003) y García (2007) hacen hincapié en la importancia que tiene esta estrategia en los primeros grados escolares, puesto que le permite al niño hacer una representación de los objetos dentro de una colección y conocer sus características particulares (color y forma).

En el ejemplo de la figura 1.22, ante el problema “Pedro tiene 4 canastas, cada una contiene 5 huevos. ¿Cuántos huevos tiene Pedro?”, el niño puede recurrir a realizar marcas o utilizar objetos que representen los huevos, puede formar cuatro grupos (4 canastas) de cinco elementos cada uno (5 huevos), finalmente procederá a contarlos todos de uno en uno (20 huevos). Inicialmente los niños modelan cada objeto que involucra el problema que se les planteó; después, proceden a contar el total de objetos que ellos modelaron (García, 2007).

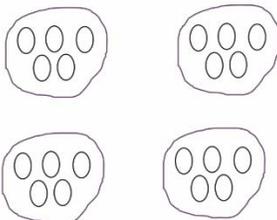
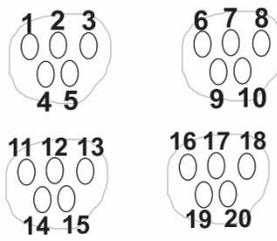
Pedro tiene cuatro canastas, cada canasta tiene 5 huevos ¿Cuántos huevos tiene pedro?		
		“Son 20 huevos”
El niño modela cada objeto del problema planteado	El niño cuenta de uno en uno los objetos dibujados	El niño emite una respuesta

Figura 1.22. PMA-A por modelado directo

Conteo

El conteo, al igual que lo propuesto por García (2007), consiste en enumerar los objetos de una colección de uno en uno, por grupos o combinados. Los niños pueden utilizar objetos (manos, fichas, etc.) para representar las colecciones contadas. Usando el problema que ejemplificó la estrategia anterior, encontramos que aquí, el niño procederá a realizar el conteo por grupos y para ello puede representar las canastas con los dedos (4 dedos) mientras que realiza el conteo de 5 en 5 (5, 10, 15 y 20)³.

Pedro tiene cuatro canastas, cada canasta tiene 5 huevos ¿Cuántos huevos tiene pedro?		
Cuatro canastas 	Cinco huevos en cada una 	“Son 20 huevos”
El niño representa las canastas	El niño cuenta de cinco en cinco el número de huevos en las canastas	El niño emite una respuesta

Figura 1.23. PMA-A por estrategia de conteo

Hechos aritméticos derivados

Los HAD son aprendidos por los niños en los primeros años de instrucción (Carpenter et al. 2014) y se caracterizan por la combinación de una operación básica (HAB) con algunos algoritmos adicionales de adición o sustracción para conocer el resultado (Figura 1.24).

Pedro tiene seis canastas, cada canasta tiene siete huevos ¿Cuántos huevos tiene pedro?		
5 por 7 son 35	36, 37, 38, 39, 40, 41 y 42	“Son 42 huevos”
HAB (el niño recuerda inmediatamente que 5 x 7 son 35)	El niño cuenta hacia delante seis elementos	El niño emite una respuesta

Figura 1.24. PMA-A por HAD

³ Los niños por lo general pueden hacer el conteo por grupos de 2, 3, 5 y 10

Una vez expuestos los conceptos concernientes a la multiplicación, los PM y las estrategias de solución que emplean los niños, se puede abordar la importancia de las nuevas tecnologías en la educación. En el siguiente capítulo se presentan los conceptos y clasificaciones del software educativo, la aceptación que ha tenido como un complemento a la labor docente de enseñanza y la comprensión de la aritmética en los primeros grados escolares.

CAPÍTULO 2

LAS NUEVAS TECNOLOGÍAS EN LA EDUCACIÓN

En el presente capítulo se hace una revisión acerca de los aspectos fundamentales sobre el software educativo, también se describe la importancia que ha adquirido en el contexto escolar en los últimos años y también se aborda la perspectiva de recurso digital educativo, por la fuerza que ha adquirido en el proceso enseñanza-aprendizaje de profesores y alumnos en los últimos años. Al mismo tiempo se revisarán los aspectos formales sobre diseño, implementación y evaluación de estas herramientas.

La inclusión de las Tecnologías de la Información y de la Comunicación (TIC) en la educación y en específico en el nivel básico de instrucción ha ido en aumento en los últimos años. Sin embargo, la alfabetización en las TIC se ha mantenido en pausa ya sea por los pocos espacios de actualización docente o la deficiente implementación de los proyectos de educación tecnológica importados de otros países sin realizar la adaptación pertinente a las necesidades del sistema educativo mexicano.

A pesar de que todos los contenidos curriculares pueden ser apoyados y mediados por las TIC, es importante considerar que no en todas las instituciones se implementan de forma exitosa. Cabe mencionar que el implementarlos, no es garantía de se logre el aprendizaje y el nivel de apoyo para transformar cualitativamente los niveles de comprensión de los estudiantes (Sunkel, 2006). El éxito de la implementación y la comprensión dependerá en gran medida de la mediación que hagan los educadores entre sus conocimientos y las formas de gestionar el aprendizaje de los estudiantes a través de los recursos disponibles en el aula.

Respecto al impacto que tienen las TIC en la enseñanza, su efectividad y evaluación, Díaz (2005), Ferrés y Marqués (1996), Gros (2010), Marqués (1996), Marqués (2006), Regil (2002) y Sunkel (2006) coinciden en la necesidad de capacitar al docente en la producción y evaluación de recursos digitales que permitan la integración de las TIC en el salón de clases. También mencionan que es necesario el trabajo multidisciplinar para lograr el dominio y diseño de nuevas herramientas lógicas (software) y mecánicas (hardware) orientadas a la educación.

Díaz (2005) menciona que las TIC no deben quedarse como herramientas físicas que ayudan a los alumnos a adquirir y practicar contenidos específicos en menor tiempo, sino que deben mantener una visión de construcción significativa del conocimiento. Incluso en la educación a distancia, deben permitir la realimentación entre alumno, profesor y diseñador de contenidos. Es aquí donde reside la importancia de la comunidad educativa y su participación en la creación de contenidos, en la solución de sus propias necesidades y en el enriquecimiento de la enseñanza.

Específicamente en la enseñanza de las matemáticas, los recursos digitales deben estar dirigidos a la comprensión de los procesos y no a la práctica por ensayo y error para aprovechar los beneficios de los sistemas (Macías, 2007; Marqués 2006, Kaput & Thompson, 1994). Por su parte, Figueras (2011) menciona que dichas herramientas “son acercamientos en los cuales las tareas de aprendizaje se modifican, a veces sólo en forma, al añadirles elementos de tecnología informática para lograr de mejor manera objetivos del currículum vigente” (p. 72).

Software educativo

El creciente desarrollo del software educativo (SE) durante los últimos años se ha realizado en forma desorganizada y poco documentada (Regil, 2002). Si se considera el aumento que sufre hoy en día, surge la necesidad de lograr una metodología para su desarrollo mediante los procedimientos y herramientas de la ingeniería de software, las pautas de las teorías educativas, el desarrollo de nuevo hardware, los planes de estudios y las necesidades de la comunidad escolar.

El software en su conjunto es entendido como “un producto ejecutable en una computadora de cualquier tamaño y arquitectura que es distribuido tanto en una copia dura como en formatos virtuales” (Pressman, 2010, p. 4). Por su parte, el SE, además de ser una aplicación informática, tiene el objetivo de servir de apoyo al proceso de enseñanza-aprendizaje, así como atender las necesidades de los alumnos en función de los programas educativos. A continuación se presentan algunas definiciones de SE.

De acuerdo a Marqués (1996) los SE son “programas para ordenador creados con la finalidad específica de ser utilizados como medio didáctico” (párr. 1). Para obtener mayores beneficios de esta herramienta se tiene que entrenar a los alumnos y profesores en el uso y requerimientos mínimos para su ejecución en grupo, con o sin la ayuda del profesor. Por su parte, Gros (2010), afirma que el SE es cualquier producto computacional diseñado para ser utilizado en un proceso formal de aprendizaje y por ese motivo se establece un diseño a través del cual se adquieren conocimientos, habilidades y procedimientos específicos de un área del conocimiento.

Con los elementos anteriores se puede afirmar que un SE es una herramienta informática orientada a la presentación, comprensión y desarrollo de contenidos didácticos específicos, estos contenidos junto con la intervención del instructor permiten el desarrollo de habilidades en los usuarios finales (generalmente los alumnos), también permiten el ajuste y síntesis de contenidos educativos en diversos formatos multimedia.

Clasificación del software educativo

Existen diversos intentos por clasificar el SE, éstos han sufrido diversas modificaciones y adaptaciones desde una plataforma comercial o de entretenimiento a ser específicamente considerados como educativos. A continuación se presentan tres clasificaciones importantes, la primera fue propuesta por Hinostroza, Mellar, Behbein, Heep y Preston (1997), quienes admiten cinco categorías principales de acuerdo a su construcción e intención; la segunda fue realizada por Marqués (1996), quien enfatiza la función del SE en el aula de clases como mediador del aprendizaje. Por último, se menciona la de Gros (2010), quien considera los productos que no han sido concebidos como educativos pero que pueden ser integrados como tales por el profesor.

Hinostroza, Mellar, Behbein, Heep y Preston

Los autores sintetizan diversos intentos de clasificación de SE, hacen especial hincapié en la necesidad de considerar el uso final del producto, los principios de enseñanza y aprendizaje subyacentes al producto final (Figura 2.1).

Clasificación	
Por tema	Orientados en responder los requerimientos curriculares de una actividad específica en un contexto educativo particular.
Por tipo de software	El papel que desempeña el SE dentro del contexto educativo. SE como tutor, repositorio de información o aprendiz.
Paradigma educacional	Se incluyen cuatro principales paradigmas educacionales: instruccional de ensayo y error, revelatorio o por descubrimiento, conjetural o de programación y emancipatorio o del procesamiento de datos.
Por uso	Se atiende el papel del profesor de forma independiente a la implementación del SE y las actividades que se desprenden del uso de los recursos digitales.
Por impulso de aprender	El beneficio y el papel interactivo del usuario final y los recursos digitales.

Figura 2.1. Clasificación de Hinostroza, Mellar, Behbein, Heep y Preston (1997, pp.59-63)

Pere Marqués

El autor menciona que muchos SE están limitados a ofrecer una función instrumental como lo haría una máquina de escribir o una calculadora, sin embargo, a diferencia de Hinostroza *et al.* (1997) considera que los SE pueden clasificarse en cinco de acuerdo con el grado de control del programa sobre la actividad del usuario final y la estructura de su algoritmo (Figura 2.2).

Clasificación	
Tutoriales	Dirigen y tutorizan el trabajo de los alumnos a partir de la información presentada y mediante la realización de ciertas actividades prefabricadas.
Bases de datos	Permiten consultar datos organizados, en un entorno estático, respetando el criterio utilizado por el autor para facilitar su exploración y consulta.
Simuladores	Presentan un modelo o entorno dinámico, facilitando la exploración y modificación de los parámetros y la adquisición de nuevos conocimientos.
Constructores	Facilitan a los usuarios las herramientas básicas con las cuales pueden construir elementos más complejos permitiendo la reflexión.
Programas herramienta	Los programas de herramienta proporcionan un entorno que permite la creación de productos sencillos como archivos de texto, dibujo o de concentración de datos.

Figura 2.2. Clasificación de Pere Marqués (1996, párr. 25-32)

Begoña Gros

La autora hace hincapié en que no solo los productos catalogados como educativos funcionan en la enseñanza, ya que existen muchos programas como los juegos de ordenador, las enciclopedias y programas de simulación digitales que pueden ser empleados y adaptados a la educación (Figura 2.3).

Clasificación	
Instructivos	Presentan contenidos específicos de una unidad de aprendizaje específica.
Acceso a la información	Permiten acceder a bases documentales y de información que se encuentra compilada dentro de una base de datos u otro soporte.
Creación	No tienen contenidos específicos puesto que proveen de herramientas para la creación y modificación de diversos contenidos.
Desarrollo de estrategias	Se encuentran representados por los juegos de ordenador, se centran en aspectos procedimentales en primer lugar antes del contenido.
Comunicación	Se valen del acceso a las redes de comunicación existentes que permiten el intercambio de información entre individuos.

Figura 2.3. Clasificación de Begoña Gros (2010, párr. 6)

Cabe señalar que las propuestas de clasificación expuestas se adaptan en un tiempo en el que se encontraba en auge el uso del software, específicamente el SE y las características de hardware de la época. Actualmente, los mismos autores (Gros, 2010; Marqués, 2012) hablan de la importancia de las TIC como una serie de recursos educativos que, han logrado posicionarse como elementales dentro del salón de clases.

Comparación entre propuestas de clasificación

Las clasificaciones revisadas se ajustan a la necesidad tecnológica de la educación en un tiempo determinado, la primera clasificación pretende consolidar todo tipo de recursos digitales disponibles mientras que las dos últimas parten del grado de control del usuario y el impacto directo en el proceso enseñanza-aprendizaje.

Al comparar las tres perspectivas consultadas es notorio el distanciamiento entre la perspectiva de Hinojosa *et al.* (1997) y las clasificaciones de Marqués y Gros. La primera presta mayor atención a los aspectos técnicos del SE: contenidos y temas, funcionalidad del software, paradigma de aprendizaje, estrategias de enseñanza y relación con el usuario. Las últimas, son similares entre sí, aunque les asignen un nombre diferente: tutoriales e instructivos juegan un rol equivalente, así como las bases de datos y el acceso a la información, los constructores y las herramientas coinciden con los de creación, y los simuladores guardan algunos puntos en común con los de desarrollo de estrategias. Gros (2010) también considera los de comunicación, marcando una relación directa con el desarrollo tecnológico en los últimos diez años (Figura 2.4).

Pere Marqués	Begoña Gros
Tutoriales	Instructivos
Bases de datos	Acceso a la información
Constructores	Creación
Programas herramienta	
Simuladores	Desarrollo de estrategias
	Comunicación

Figura 2.4. Similitudes entre las clasificaciones de Marqués (1996) y Gros (2010)

Diseño e implementación de software educativo

El diseño e implementación de SE en los últimos años ha crecido de forma considerable, sin embargo, gran parte del desarrollo de este software se ha concentrado en el estilo gráfico y compatibilidad con las nuevas TIC, entre ellas su acceso por medio de las opciones móviles (celulares y tabletas) que tienen mayor demanda en el mercado, tanto ha sido su aumento que no es posible vislumbrar un futuro certero sin el uso de estos artefactos tecnológicos en los hogares y en la educación.

En la actualidad abundan herramientas informáticas que permiten el desarrollo de aplicaciones libres o privativas en la educación, su facilidad de acceso y aprendizaje las han colocado como una opción más en la formación de los profesores a nivel básico facilitando, simplificando y dinamizando el trabajo en el aula, sin embargo muchos investigadores (Abud, 2009; Díaz, 2005; Marqués, 1996; Pressman, 2010; Sunkel, 2006) consideran que es necesario seguir una metodología clara a la hora de proceder a la planeación y diseño de un SE.

Kaput y Thompson (1994) presentan una revisión histórica del uso de nuevas tecnologías en la educación en matemáticas, mencionan que, desde la integración de herramientas sencillas, como las calculadoras y los primeros ordenadores, la investigación y los procesos de adquisición de aprendizajes se han visto favorecidos. Específicamente hablan del impulso de la investigación a partir de nuevas tecnologías, la simplificación de procesos y el análisis de datos que, de forma paralela, se han incrementado con el uso estas herramientas.

La principal dificultad a la hora de construir dichas herramientas tecnológicas es seguir un proceso de desarrollo que asegure la calidad del prototipo final (Regil, 2002; Cataldi, Lage, Pessacq & García, 1999). Para ello es necesario seguir una metodología que garantice la implementación del SE en el contexto. A continuación, se describen dos metodologías para la planeación y elaboración de SE. En el siguiente apartado se presentan dos metodologías para el diseño e implementación de SE.

Antonieta Abud

Abud (2009) propone una Metodología de Ingeniería de Software Educativo (MeISE) que se divide en dos etapas, la primera se considera como definición e incluye las fases de conceptualización, diseño inicial y plan de iteraciones; la segunda llamada de desarrollo se especializa en el desarrollo del prototipo y su despliegue (Figura 2.5).

Metodología de Ingeniería de Software Educativo (MeISE)		
Primera etapa	Fase conceptual	<ul style="list-style-type: none">• Identificación de los requerimientos del sistema.• Conformación del equipo de trabajo.• Elaboración el plan de desarrollo.
	Análisis y diseño	<ul style="list-style-type: none">• Propuesta de la arquitectura base.• Establecimiento de las características pedagógicas y de comunicación que regirán el desarrollo del software.
	Plan de iteración	<ul style="list-style-type: none">• División del proyecto en partes funcionales.• Optimización de las partes en equipos de trabajo.
Segunda etapa	Diseño computacional	<ul style="list-style-type: none">• Realización del diseño computacional detallado.• Medición de los avances específicos en la programación.
	Desarrollo	<ul style="list-style-type: none">• Implementación de la arquitectura en forma incremental (iteración por iteración).
	Despliegue	<ul style="list-style-type: none">• Transición del producto ejecutable al usuario final.• Evaluación continua.

Figura 2.5. Etapas del MeISE Abud (2009, pp. 3-5)

La segunda etapa se realiza de forma cíclica hasta lograr los avances deseados.

Dicha metodología enfatiza en la importancia de un diseño previo del SE, la necesidad de tener un producto que cumpla los estándares técnicos y didácticos, que responda a las necesidades del usuario final sin la necesidad de llevar a cabo mantenimientos correctivos estructurales. Dicha perspectiva es funcional cuando se tiene un equipo de trabajo complejo, cuando se cuenta con diseñadores de contenidos, diseñadores gráficos y desarrolladores de software.

Emily Ávila

Otra propuesta para la elaboración de SE es la propuesta por Ávila (2007), donde propone una Guía de elaboración del prototipo de software educativo que se sintetiza en la Figura 2.6. Cabe señalar que la propuesta presentada por Ávila (2007) responde a los objetivos de la creación de SE en matemáticas donde es prioritaria la revisión de fuentes de información y el diseño del prototipo final.

Características generales	Planteamiento de objetivos del programa
	Características de los usuarios
	Contexto de uso
	Contenidos y conocimientos contemplados
	Tipo de software
	Características del multimedia (recursos digitales)
	Requerimientos de funcionalidad
	Descripción del funcionamiento del SE
Diseño	Definición de pantallas por función (storyboard)
	Determinación del número total de pantallas en el SE
	Diseño de pantallas
	Elementos contemplados para las pantallas
	Mapa de navegación
Producción	Elección del (los) programas de autoría * Herramientas libres * Herramientas de autoría bajo licencia * Derechos de autor
	Producción
Evaluación	Evaluación por parte de expertos * Experiencia con el usuario final
	Modificación del prototipo
	Funcionamiento del prototipo en la plataforma final * Traslado a otras plataformas

Figura 2.6. Guía de elaboración del prototipo de software educativo de Ávila (2007, pp. 64-67)

Ambas propuestas contemplan la continua realimentación del ciclo de creación de SE, la importancia que tiene en el diseño de los contenidos finales, el papel del usuario final y la apreciación que este hace de al prototipo (Elkins & Pinder, 2012). Sin la evaluación continua del prototipo no habría elementos para su implementación a gran escala, se dejan de lado los procesos de reproducción y divulgación del mismo.

Recursos digitales educativos

El SE ha sido catalogado dentro de los recursos digitales educativos (RDE), también llamados objetos digitales educativos (ODE) o materiales didácticos digitales (MDD), y se puede conceptualizar como “cualquier material que, en un contexto educativo determinado, sea utilizado con una finalidad didáctica o para facilitar el desarrollo de las actividades formativas” (Marqués, 2000, párr. 2).

Los RDE se caracterizan por ser recursos aislados, carecen de contexto predeterminado, se encuentran en diversos formatos multimedia y son multiplataforma. Marqués (2006) señala que los materiales didácticos digitales se han diversificado para separarse de los programas informáticos de aplicación. En la figura 2.7 se ilustran los materiales más destacados.

Materiales	Descripción
Bases de datos	Información textual y multimedia mediada por motores de búsqueda.
Simuladores de fenómenos	Emuladores de fenómenos físicos y sociales.
Programas constructores	Herramientas de autoría de recursos digitales.
Programas autocorrectivos	Directivos o tutoriales
Webquest	Herramientas para la organización y planificación de proyectos.
Entornos de autor	Herramientas de autoría dedicados a recursos didácticos.
Programas de apoyo a las tutorías	Aplicaciones de registro de la información.
Programas de orientación	Programas de información general, consulta y seguimiento de procesos.

Figura 2.7. Materiales didácticos digitales de Marqués (2006, pp. 84-86)

Debido a que los SE y RDE se han fusionado con el creciente acceso a nuevas tecnologías, principalmente móviles, el nacimiento de híbridos multiplataforma exige que el docente no solo se capacite para la formación académica de los educandos, sino que también adquiera competencias digitales (Figueras, 2011). Actualmente los contenidos pueden ser consultado en línea, en un servidor o mediante una interfaz específica que es instalada en el equipo cliente.

Con la evolución de los soportes digitales se apuesta por el uso de dispositivos portátiles, con acceso a Internet para la consulta y producción de información. Para el presente proyecto se presentará el proceso de diseño y producción de un RDE de acceso remoto, con los parámetros para la elaboración de SE propuestos por Ávila (2007) y con el apoyo de diversas aplicaciones libres y de autoría.

CAPÍTULO 3

DISEÑO DEL PROTOTIPO DE LA APLICACIÓN

En el presente capítulo abundaremos sobre la producción del prototipo de la aplicación final de *MULTIPLICO*, la relación con el proyecto de investigación, los lineamientos de diseño de SE, la experiencia de la implementación de diversos RDE en una plataforma web con el uso de aplicaciones libres y de autoría.

Para el diseño de recursos que conforman la aplicación se trabajó con software libre y de autoría, para la producción de imágenes, sonidos y vídeos que ilustran los contenidos objeto de la presente investigación, como aplicación principal se utilizó Articulate Storyline 2⁴, herramienta orientada al diseño y elaboración de cursos e-learning⁵ que permite la elaboración de puzzles, formularios, grabaciones de pantalla y diapositivas dinámicas para la interacción entre el usuario y el contenido dinámico.

Para la producción de la aplicación, se utilizó la *Guía de elaboración del prototipo de software educativo* de Ávila (2007), la cual se adaptó para responder a las necesidades del proyecto; se consideran las características generales, el diseño, la construcción y evaluación del prototipo que se a continuación se detalla.

Características generales de la aplicación

La frontera entre aplicaciones de escritorio y las webs se ha fusionado para la creación de híbridos multiplataforma. Con el perfeccionamiento de los soportes físicos y virtuales, han cambiado el hardware y software mediador entre usuario y recurso digitales. Actualmente se apuesta por la conexión ininterrumpida de un servicio web por medio de un cliente-servidor. A continuación, se desarrolla el primer punto propuesto por Ávila (2007) en la guía antes mencionada (Figura 3.1).

<p>Nombre de la aplicación: <i>MULTIPLICICO</i></p> <p>Tipo: Recurso digital interactivo</p> <p>Plataforma: http://multiplico.abimael-psi.org</p> <p>Objetivos</p> <ul style="list-style-type: none">• Fomentar el uso de estrategias de solución ante problemas multiplicativos.• Fomentar modelos de enseñanza para la comprensión de estrategias de solución ante problemas multiplicativos.
--

Figura 3.1. Aspectos generales de MULTIPLICICO

⁴ Bajo licencia, propiedad del proyecto "Portal académico para la modalidad de práctica supervisada en psicología educativa de la FES Zaragoza" PAPIME PE304316 y financiado por la Dirección General de Asuntos del Personal Académico – UNAM.

⁵ Khan (2005) lo define como "un ambiente de aprendizaje estructurado, centrado en el alumno, interactivo y accesible a cualquier persona en cualquier lugar y en cualquier momento" (p. 3) que utiliza los medios tecnológicos disponibles.

Características de los usuarios

- Niños de educación básica primaria, específicamente de los tres primeros años escolares que sepan leer y tengan un dominio parcial de estrategias de conteo y hechos numéricos.
- Adultos involucrados en diseñar herramientas de enseñanza para la comprensión de conocimientos aritméticos, ligados o no a áreas afines a la educación.

Contexto de uso

La aplicación puede ser consultada de forma remota, desde cualquier dispositivo cliente desde el sitio web del autor o del proyecto pspe.portafolioefesz.org, dicha consulta puede realizarse en cualquier espacio que cuente con conexión a internet y desde diversas plataformas portátiles.

Contenidos y conocimientos contemplados

Los contenidos y conocimientos generales, propuestos en la aplicación, se pueden dividir en dos grandes apartados.

1. Condiciones básicas para la comprensión de la multiplicación
 - 1.1. Conteo por grupos
 - 1.2. Hechos aritméticos - multiplicativos
 - 1.3. Estrategias para la comprensión de las tablas de multiplicar
2. Problemas multiplicativos
 - 2.1. Problemas multiplicativos simétricos
 - 2.1.1. Problemas de arreglo rectangular
 - 2.1.2. Problemas de área
 - 2.1.3. Problemas de combinación
 - 2.2. Problemas multiplicativos asimétricos
 - 2.2.1. Problemas de agrupamiento
 - 2.2.2. Problemas de razón
 - 2.2.3. Problemas de precio
 - 2.2.4. Problemas de comparación multiplicativa

Es importante señalar que se contará con dos versiones, una orientada a la comprensión (versión para el niño) y otra para la enseñanza (versión para el estudiante o profesor) que permitirá compartir el sustento teórico de los contenidos presentados. Dichas diferencias se verán reflejadas en breves introducciones al inicio de cada una de las escenas previstas para *MULTIPLICICO*.

Características del multimedia

En el producto final se utilizan imágenes para ilustrar las situaciones planteadas, se cuenta con el apoyo de audios que describen la actividad y se recurre a los vídeos para ejemplificar el funcionamiento de la aplicación, así como del modelado de procedimientos propios de cada apartado.

Requerimientos de funcionalidad

Equipo de cómputo, tableta o teléfono móvil con conexión estable a internet. La calidad de la navegación se determina por la destreza en el uso del hardware por parte del usuario, así como el tamaño de la pantalla y la calidad de la conexión.

Descripción del funcionamiento del software

La aplicación inicia con la presentación del proyecto, instrucciones generales de navegación y créditos. El acceso a cualquier nivel es libre, sin embargo, en el primer nivel se recomienda seguir la ruta preestablecida para garantizar que el niño cumple con las condiciones previas de conteo y hechos numéricos, posteriormente, el usuario tiene acceso a las situaciones donde se le presentan PMS y PMA.

Diseño del prototipo de la aplicación

Ávila (2007) propone el diseño de SE por medio de la generación ordenada de las pantallas que le componen, con una jerarquía preestablecida y diagramas de flujo. Para efectos del presente proyecto, que denominamos *MULTIPLICICO*, se utilizó la planeación a partir de *wireframes*⁶, propuesta por Brown (2011), para garantizar la funcionalidad de los apartados y la compatibilidad con la herramienta de autoría. *MULTIPLICICO* contempla tres niveles de trabajo y una presentación, considerada como nivel 0 (Figura 3.2)

⁶ Brown (2011) los define como “una vista simplificada del contenido que aparecerá en la versión final de un producto”, funcionan como esquemas de contenido y permiten el diseño e integración del multimedia.

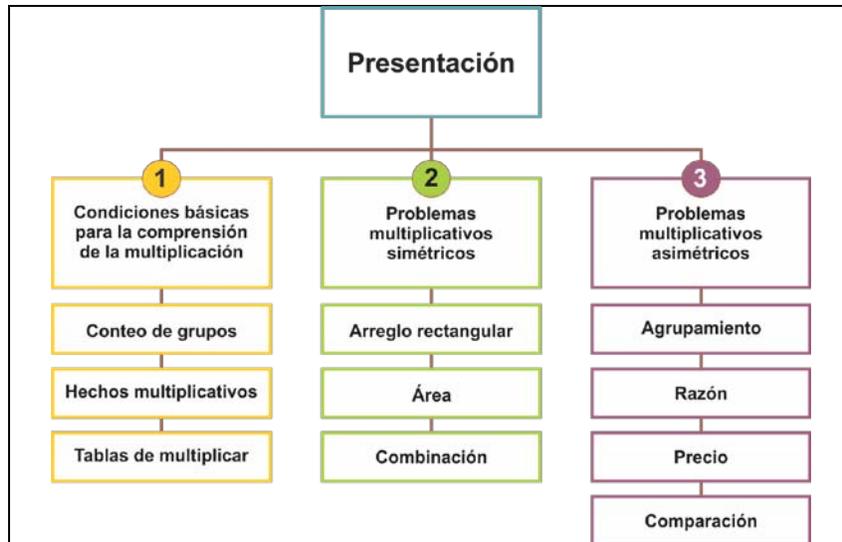


Figura 3.2. Esquema general de MULTIPLICICO

Los niveles generales se dividieron en escenas, cada una tiene las pantallas necesarias para ilustrar el contenido. A continuación, se presentan los cuatro apartados, las escenas que les conforman y las pantallas finales por medio de *wireframes*, siguiendo las pautas establecidas por Brown (2011).

Nivel 0: Presentación

La presentación de *MULTIPLICICO* consta de una sola escena, en la figura 3.3 se puede apreciar cada uno de los elementos que la conforman, las líneas de navegación (azul para el avance normal) y el contenido previsto para cada pantalla.

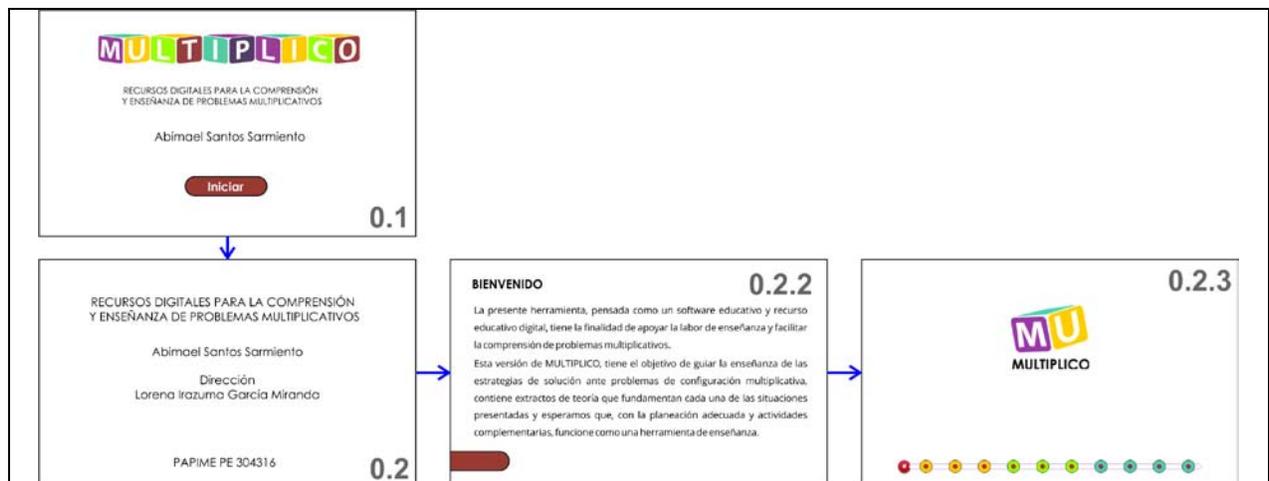


Figura 3.3. Escena 0.1. Presentación de MULTIPLICICO

Nivel 1: Condiciones básicas para la comprensión de la multiplicación

El primer nivel de la aplicación, tiene el objetivo de funcionar como un repaso de las estrategias básicas para la comprensión de la multiplicación. Se divide en tres escenas; conteo de grupos, hechos aritméticos y estrategias para el dominio de las tablas de multiplicar. De forma adicional, se presentará el contenido correspondiente a enseñanza (Figura 3.4).

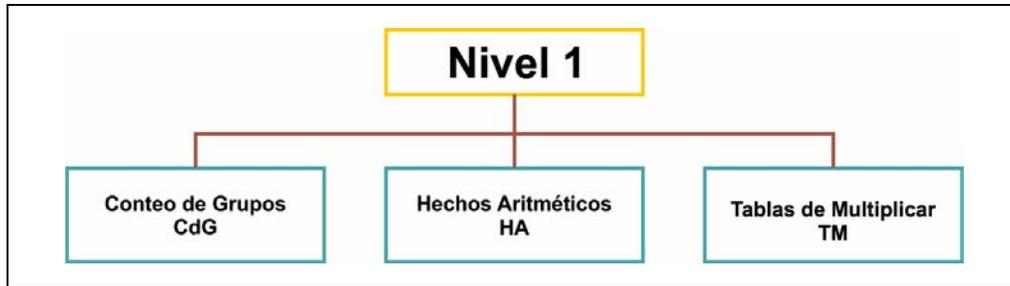


Figura 3.4. Esquema del nivel 1

Escena 1.0. ¡Vamos a contar! (Conteo de grupos)

En la figura 3.5 se muestra la primera escena de la aplicación. Para dicha escena se contempla el conteo de grupos de 2, 3, 5 y 10 elementos, cada una con dos tipos de actividades.

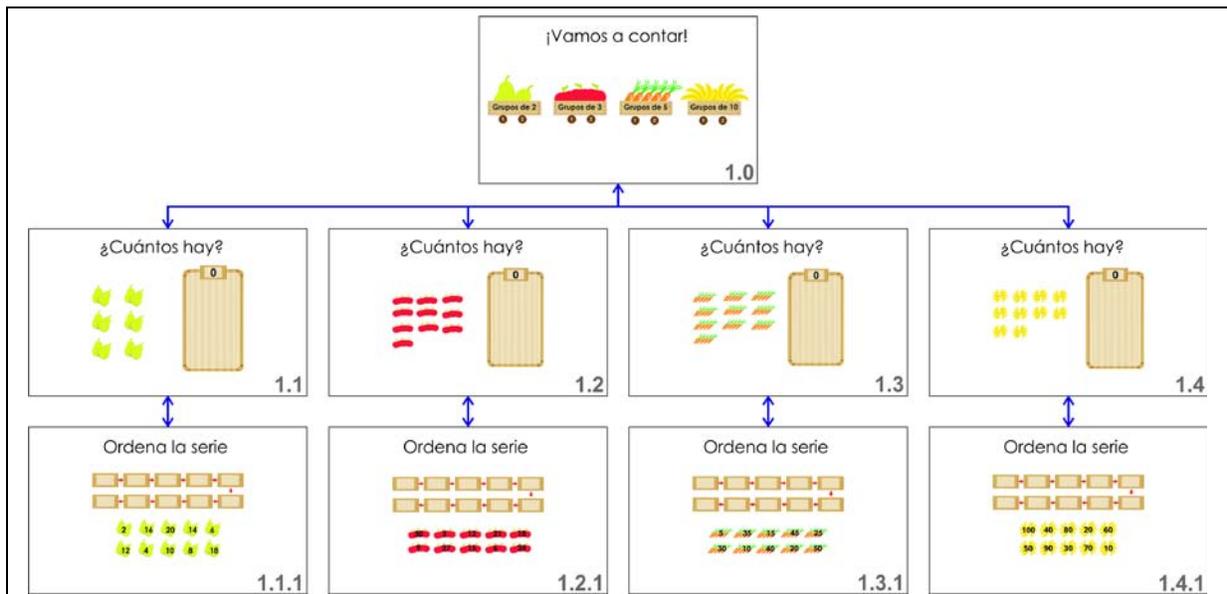


Figura 3.5. Wireframe de la escena 1.0. (Conteo de grupos)

Pantalla “¿Cuántos hay?”

Las pantallas 1.1, 1.2, 1.3 y 1.4 contemplan el mismo tipo ejercicio con la variante de las cantidades involucradas, en la figura 3.6 se presenta a detalle el ejercicio.

Objetivo: Fortalecer la secuencia oral del conteo de grupos, de 2, 3, 5 y 10 elementos, por medio de actividades de “arrastrar y soltar”.

Representación	Secuencia e instrucciones
	<p>Instrucciones (ventana emergente)</p> <p>a) “Arrastra los grupos de tres manzanas sobre la caja que se encuentra del lado derecho de la pantalla”</p> <p>b) “Cuenta de diez en diez hasta llenar la caja ¿Cuántas manzanas hay en total?”</p>
	<p>Dinámica</p> <ul style="list-style-type: none">- El niño arrastra los grupos de elementos de la posición inicial a la indicada por las instrucciones.- Al mismo tiempo que el niño arrastra los elementos, se practica la secuencia oral del conteo de dos en dos de manera auditiva y visual.

Figura 3.6. Ejercicio de conteo de grupos de tres elementos

Pantalla “Ordena la serie”

Las pantallas 1.1.1, 1.2.1, 1.3.1 y 1.4.1 contemplan el ejercicio de ordenar series numéricas de los elementos trabajados en la escena anterior (¿Cuántos son?), en la figura 3.7 se presenta a detalle el ejercicio.

Objetivo: Fortalecer la secuencia oral del conteo de grupos, de 2, 3, 5 y 10 elementos, por medio de actividades de “ordenar series numéricas”.

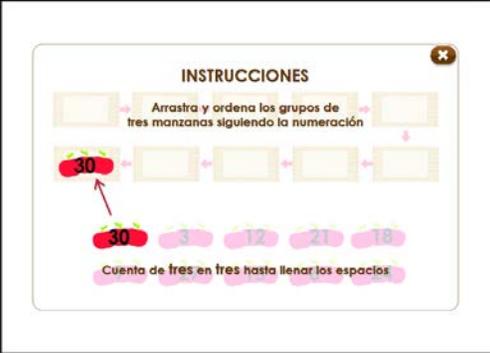
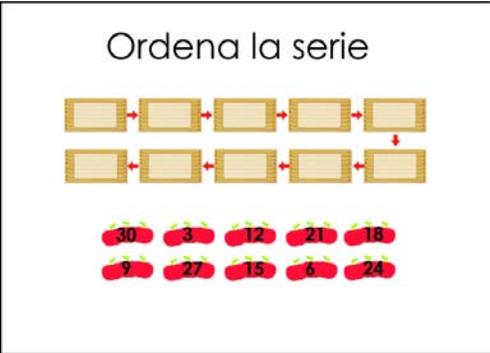
Representación	Secuencia e instrucciones
	<p>Instrucciones (ventana emergente)</p> <ul style="list-style-type: none"> - “Arrastra los grupos de dos brócolis siguiendo la serie” <p>Nota. Las instrucciones aparecerán en el primer ejercicio de conteo de grupos, en los posteriores se tendrá disponible un botón de ayuda.</p>
	<p>Dinámica</p> <ul style="list-style-type: none"> - El niño arrastra los grupos de elementos de la posición inicial a la indicada por las instrucciones. - Al mismo tiempo que el niño arrastra los elementos, se practica la secuencia oral del conteo de dos en dos de manera auditiva y visual.

Figura 3.7. Ejercicio de conteo de grupos “Ordena la serie”

Escena 2.0. ¿Conoces el resultado? (Hechos multiplicativos)

En la figura 3.8 se muestra la escena de hechos multiplicativos. Dicha escena contempla las operaciones con 2, 5 y 10

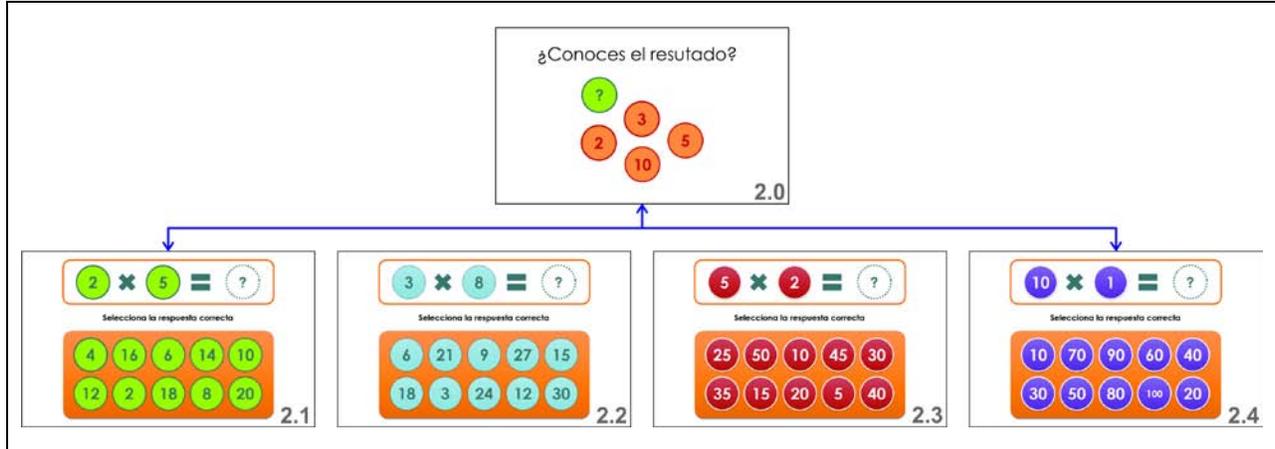


Figura 3.8. Wireframe de la escena 2.0. (Hechos aritméticos)

Escena 3.0. ¡Qué fácil es multiplicar! (Tablas de multiplicar)

En la figura 3.9 se muestra la escena de tablas de multiplicar. Dicha escena se compone de los apartados mostrados en el cartel multiplicativo de Buenrostro (2015), los vídeos de Valdez (2015) y herramientas interactivas diseñadas para el propósito de la investigación.

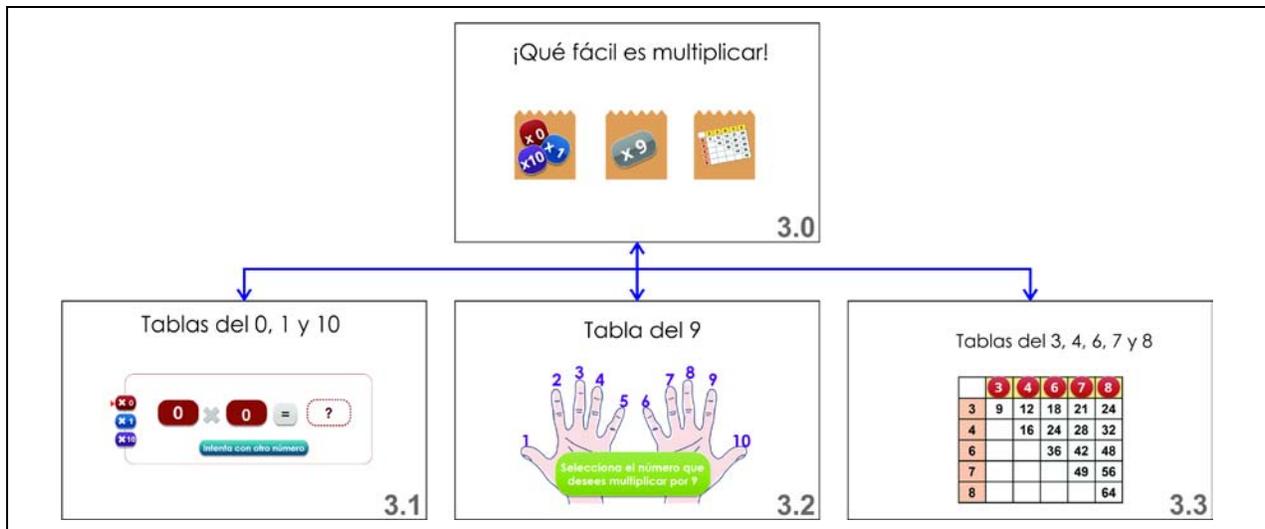


Figura 3.9. Wireframe de la escena 3.0. (Tablas de multiplicar)

Nivel 2: Problemas multiplicativos simétricos

En el segundo nivel se introducen los PMS de arreglo rectangular (PMS-AR), área (PMS-A) y combinación (PMS-C). A cada uno de los problemas presentados le corresponde a una escena con dos versiones y un formulario que será contestado en caso de que la respuesta sea satisfactoria al planteamiento del mismo.

Escena 1.0. ¡Vamos a jugar! (PMS-AR)

En la figura 3.10 se muestra la escena correspondiente a la solución de PMS-AR. Cada problema es presentado en dos versiones; la primera fomenta estrategias económicas de solución y la segunda, facilita la solución a partir de procesos de cuantificación.

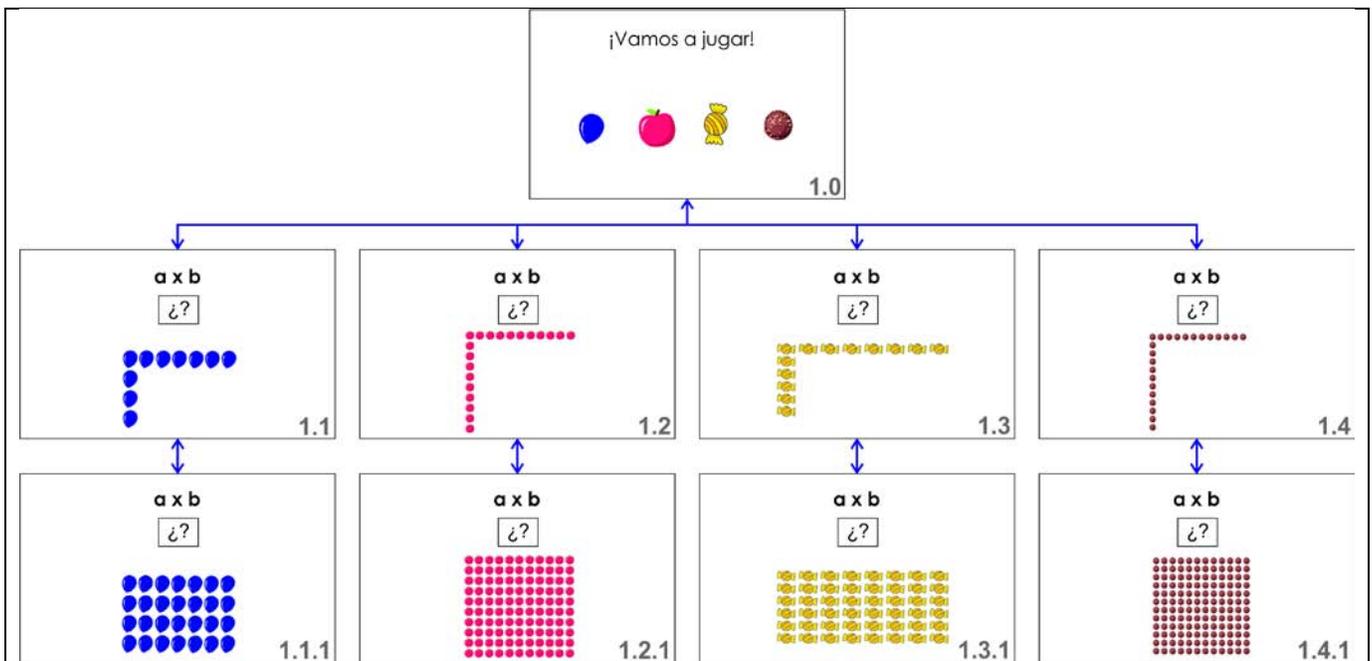


Figura 3.10. Wireframe de la escena 1.0. (Problemas de arreglo rectangular)

Pantalla de PMS-AR

Las pantallas 1.1, 1.2, 1.3 y 1.4 corresponden a la solución de PMS-AR de una y dos cifras, con ayuda de elementos visuales, consisten en dar respuesta a la pregunta ¿Cuántos son? (Figura 3.11).

Objetivo: Fomentar el uso de estrategias económicas de solución a problemas simétricos de arreglo rectangular de una y dos cifras.

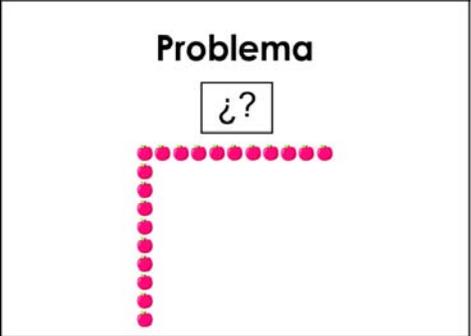
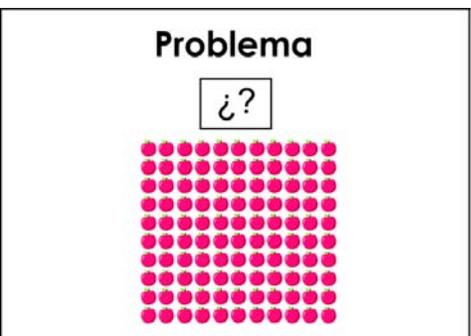
¿Cuántas manzanas habrá en 10 filas de 11 cada una?	
Representación	Secuencia e instrucciones
<p>Problema</p> 	<p>Dinámica</p> <p>Se presenta un PMS-AR, un cuadro de respuesta y elementos visuales parciales como referencia.</p> <p>El niño debe responder a la pregunta ¿Cuántas manzanas habrá en total? en función de los elementos presentados.</p>
<p>Problema</p> 	<p>Ayuda</p> <p>De manera adicional, se presenta la ayuda que consiste en ilustrar todas las filas con los elementos que contienen.</p> <p>La ayuda es recomendada cuando el niño tiene dificultades para recuperar la operación de multiplicación.</p>
Formulario autogenerado para la exploración de estrategias de solución ante PMS-AR	

Figura 3.11. Ejemplo de ejercicio de arreglo rectangular ($10 \times 11 = 110$)

Escena 2.0 ¿Cuánto mide? (PMS-A)

En la figura 3.12 se muestra la escena correspondiente a la solución de PMS-A. Cada problema es presentado en dos versiones, al igual que los PMS-AR, para fomentar los procesos más económicos de solución.

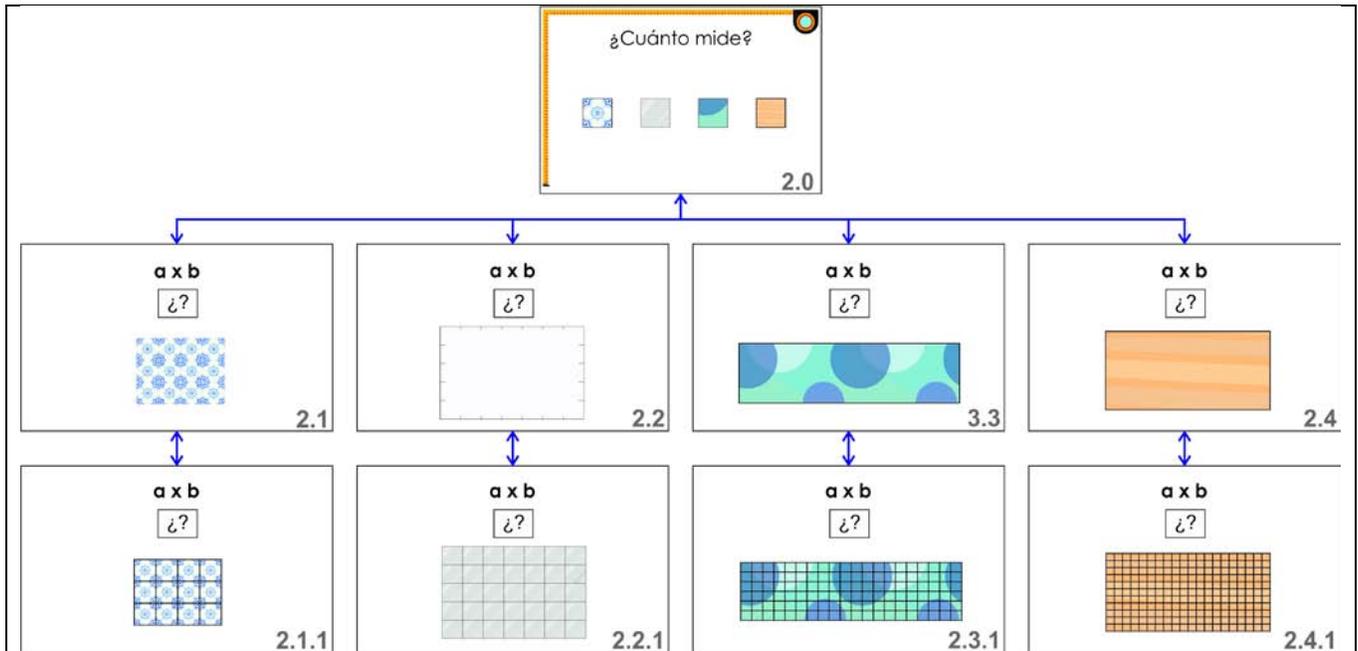


Figura 3.12. Wireframe de la escena 3.0. (Problemas de área)

Pantalla de PMS-A

Las pantallas 2.1, 2.2, 2.3 y 2.4 corresponden a la solución de PMS-A de una y dos cifras, con ayuda de elementos visuales, consisten en dar respuesta a la pregunta ¿Cuánto mide? (Figura 3.13).

Objetivo: Fomentar el uso de estrategias económicas de solución a problemas simétricos de área de una y dos cifras.

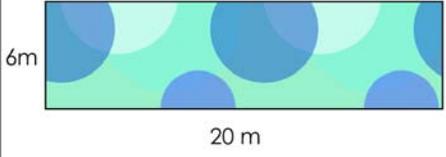
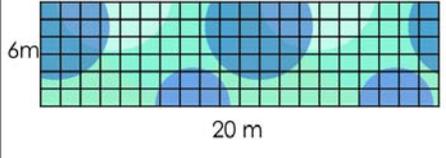
<p>Una pared tiene 6 metros de alto y 20 metros de largo. ¿Cuántos metros cuadrados medirá la pared?</p>	
Representación	Secuencia e instrucciones
<p>Problema</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;">¿?</div> 	<p>Dinámica</p> <p>Se presenta un PMS-A, un cuadro de respuesta y elementos visuales parciales como referencia.</p> <p>El niño debe responder a la pregunta ¿Cuántos metros cuadrados medirá toda la pared? en función de los elementos presentados.</p>
<p>Problema</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;">¿?</div> 	<p>Ayuda</p> <p>De manera adicional, se presenta la ayuda que consiste en ilustrar la cuadrícula superpuesta en la primera imagen de la pared.</p> <p>La ayuda es recomendada cuando el niño tiene dificultades para recuperar inmediatamente la operación de multiplicación.</p>
<p>Formulario autogenerado para la exploración de estrategias ante PMS-A</p>	

Figura 3.13. Ejemplo de ejercicio de área ($6 \times 20 = 180$)

Escena 3.0 Combinando (PMS-C)

En la figura 3.14 se muestra la escena correspondiente a la solución de PMS-C. Cada problema es presentado en dos versiones.

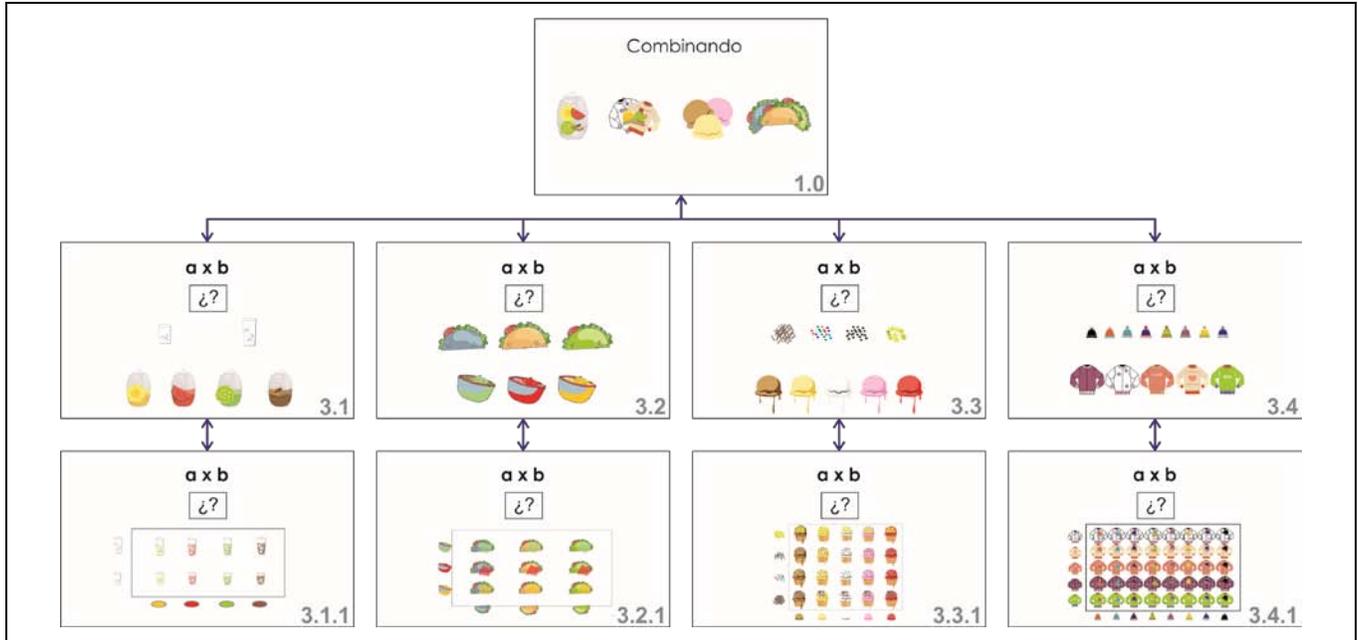


Figura 3.14. Wireframe de la escena 3.0. (Problemas de combinación)

Pantalla de PMS-C

Las pantallas 3.1, 3.2, 3.3 y 3.4 corresponden a la solución de PMS-C de una y dos cifras, con ayuda de elementos visuales, consisten en dar respuesta a la pregunta ¿Cuántas combinaciones se pueden formar? (Figura 3.15).

Objetivo: Fomentar el uso de estrategias económicas de solución a problemas simétricos de combinación de una y dos cifras.

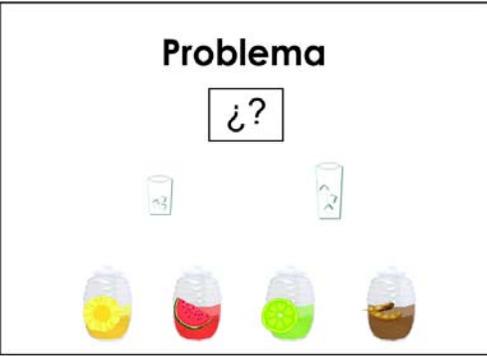
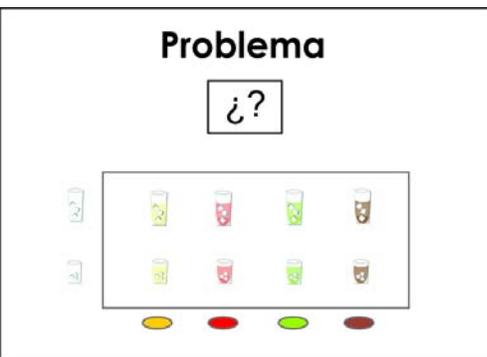
<p>En un puesto hay 4 tipos de agua (piña, sandía, limón y tamarindo) y 2 tamaños de vaso (grande y chico). ¿De cuántas maneras se puede tomar agua fresca?</p>	
Representación	Secuencia e instrucciones
<p>Problema</p> 	<p>Dinámica</p> <p>Se presenta un PMS-C, un cuadro de respuesta y elementos visuales parciales como referencia.</p> <p>El niño debe responder a la pregunta ¿de cuántas maneras se puede comer un taco?</p>
<p>Problema</p> 	<p>Ayuda</p> <p>De manera adicional, se presenta la ayuda que consiste en ilustrar todos los elementos posibles a combinar para que el niño los acomode.</p> <p>La ayuda es recomendada cuando el niño tiene dificultades para recuperar la operación de multiplicación.</p>
<p>Formulario autogenerado para la exploración de estrategias ante PMS-C</p>	

Figura 3.15. Ejemplo de ejercicio de combinación (2 x 4 = 8)

Nivel 3: Problemas multiplicativos asimétricos

En el tercer nivel se introducen los PMA de agrupamiento (PMSA-A), razón (PMA-R), precio (PMA-P) y combinación multiplicativa (PMA-CM). A cada uno de los problemas presentados le corresponde a una escena y un formulario.

Escena 1.0. ¡Agrupando! (PMA-A)

En la figura 3.16 se muestra la escena correspondiente a la solución de PMA-A. Cada problema es presentado en dos versiones; la primera fomenta estrategias económicas de solución y la segunda, facilita la solución a partir de procesos de cuantificación.

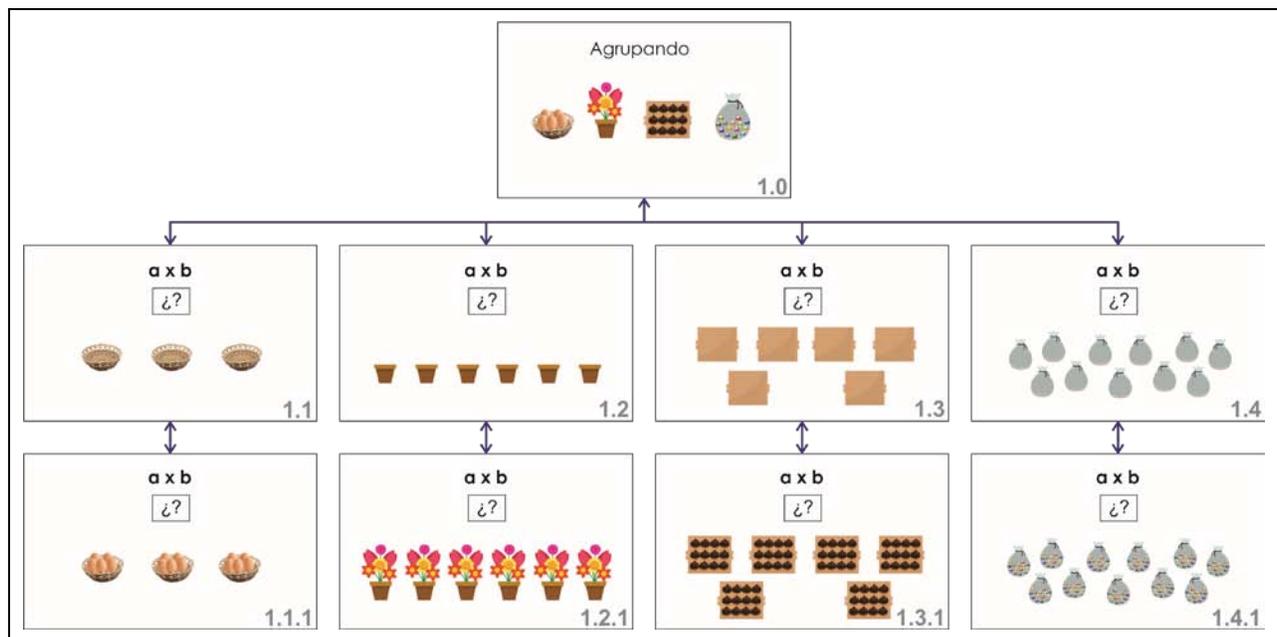


Figura 3.16. Wireframe de la escena 1.0. (Problemas de agrupamiento)

Pantalla de PMA-A

Las pantallas 1.1, 1.2, 1.3 y 1.4 corresponden a la solución de PMA-A de una y dos cifras, con ayuda de elementos visuales. Consisten en dar respuesta a la pregunta ¿Cuántos son? (Figura 3.17).

Objetivo: Fomentar el uso de estrategias económicas de solución a problemas asimétricos de agrupamiento de una y dos cifras.

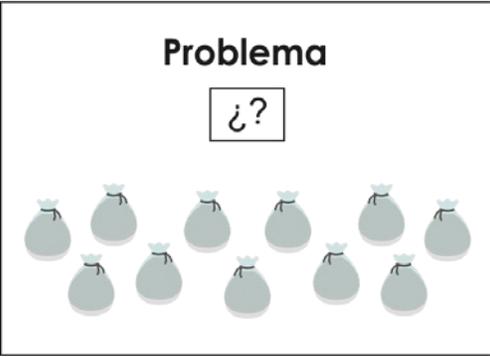
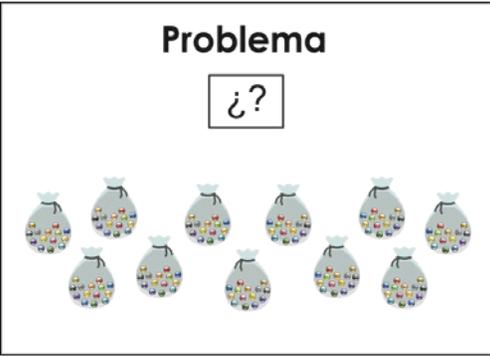
<p>Hay 11 bolsas con 14 canicas cada una. ¿Cuántas canicas habrá en total?</p>	
Representación	Secuencia e instrucciones
<p>Problema</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;">¿?</div> 	<p>Dinámica</p> <p>Se presenta un PMA-A, un cuadro de respuesta y elementos visuales parciales como referencia.</p> <p>El niño debe responder a la pregunta ¿cuántas canicas habrá en total? en función de los elementos presentados.</p>
<p>Problema</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;">¿?</div> 	<p>Ayuda</p> <p>De manera adicional, se presenta la ayuda que consiste en ilustrar todos los cuatro elementos en los tres contenedores involucrados.</p> <p>La ayuda es recomendada cuando el niño tiene dificultades para recuperar la operación de multiplicación 3×4.</p>
<p>Formulario autogenerado para la exploración de estrategias ante PMA-A</p>	

Figura 3.17. Ejemplo de ejercicio de agrupamiento ($11 \times 14 = 154$)

Pantalla de PMA-R

Las pantallas 2.1, 2.2, 2.3 y 2.4 corresponden a la solución de PMA-R de una y dos cifras, con ayuda de elementos visuales, consisten en dar respuesta a diversas preguntas (Figura 3.19).

Objetivo: Fomentar el uso de estrategias económicas de solución a problemas asimétricos de razón de una y dos cifras.

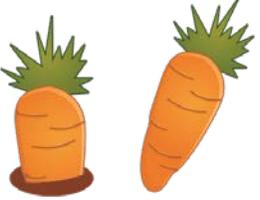
<p>Una zanahoria crece 5 milímetros por día. ¿Cuántos milímetros crecerá en 30 días?</p>																																																													
<p>Imagen</p>	<p>Secuencia e instrucciones</p>																																																												
<div style="border: 1px solid black; padding: 10px;"> <p>Problema</p> <p style="text-align: center;">¿?</p>  </div>	<p>Dinámica</p> <p>Se presenta un PMA-R, un cuadro de respuesta y elementos visuales como referencia.</p> <p>El niño debe responder a la pregunta ¿cuántos milímetros crecerá en 30 días?</p>																																																												
<div style="border: 1px solid black; padding: 10px;"> <p>Problema</p> <p style="text-align: center;">¿?</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td>Día 10</td><td>5 mm</td> <td>Día 20</td><td>5 mm</td> <td>Día 30</td><td>5 mm</td> </tr> <tr> <td>Día 9</td><td>5 mm</td> <td>Día 19</td><td>5 mm</td> <td>Día 29</td><td>5 mm</td> </tr> <tr> <td>Día 8</td><td>5 mm</td> <td>Día 18</td><td>5 mm</td> <td>Día 28</td><td>5 mm</td> </tr> <tr> <td>Día 7</td><td>5 mm</td> <td>Día 17</td><td>5 mm</td> <td>Día 27</td><td>5 mm</td> </tr> <tr> <td>Día 6</td><td>5 mm</td> <td>Día 16</td><td>5 mm</td> <td>Día 26</td><td>5 mm</td> </tr> <tr> <td>Día 5</td><td>5 mm</td> <td>Día 15</td><td>5 mm</td> <td>Día 25</td><td>5 mm</td> </tr> <tr> <td>Día 4</td><td>5 mm</td> <td>Día 14</td><td>5 mm</td> <td>Día 24</td><td>5 mm</td> </tr> <tr> <td>Día 3</td><td>5 mm</td> <td>Día 13</td><td>5 mm</td> <td>Día 23</td><td>5 mm</td> </tr> <tr> <td>Día 2</td><td>5 mm</td> <td>Día 12</td><td>5 mm</td> <td>Día 22</td><td>5 mm</td> </tr> <tr> <td>Día 1</td><td>5 mm</td> <td>Día 11</td><td>5 mm</td> <td>Día 21</td><td>5 mm</td> </tr> </table> </div>	Día 10	5 mm	Día 20	5 mm	Día 30	5 mm	Día 9	5 mm	Día 19	5 mm	Día 29	5 mm	Día 8	5 mm	Día 18	5 mm	Día 28	5 mm	Día 7	5 mm	Día 17	5 mm	Día 27	5 mm	Día 6	5 mm	Día 16	5 mm	Día 26	5 mm	Día 5	5 mm	Día 15	5 mm	Día 25	5 mm	Día 4	5 mm	Día 14	5 mm	Día 24	5 mm	Día 3	5 mm	Día 13	5 mm	Día 23	5 mm	Día 2	5 mm	Día 12	5 mm	Día 22	5 mm	Día 1	5 mm	Día 11	5 mm	Día 21	5 mm	<p>Ayuda</p> <p>De manera adicional, la ayuda consiste en presentar tablas que contengan los litros de agua por día para la planta.</p> <p>La ayuda es recomendada cuando el niño tiene dificultades para recuperar la operación de multiplicación.</p>
Día 10	5 mm	Día 20	5 mm	Día 30	5 mm																																																								
Día 9	5 mm	Día 19	5 mm	Día 29	5 mm																																																								
Día 8	5 mm	Día 18	5 mm	Día 28	5 mm																																																								
Día 7	5 mm	Día 17	5 mm	Día 27	5 mm																																																								
Día 6	5 mm	Día 16	5 mm	Día 26	5 mm																																																								
Día 5	5 mm	Día 15	5 mm	Día 25	5 mm																																																								
Día 4	5 mm	Día 14	5 mm	Día 24	5 mm																																																								
Día 3	5 mm	Día 13	5 mm	Día 23	5 mm																																																								
Día 2	5 mm	Día 12	5 mm	Día 22	5 mm																																																								
Día 1	5 mm	Día 11	5 mm	Día 21	5 mm																																																								
<p>Formulario para la exploración de estrategias ante PMA-R</p>																																																													

Figura 3.19. Ejemplo de ejercicio de razón ($5 \times 30 = 150$)

Escena 3.0 ¿Cuánto cuesta? (PMA-P)

En la figura 3.20 se muestra la escena correspondiente a la solución de PMA-P. Cada problema es presentado en dos versiones. Se busca fomentar los procesos más económicos de solución ante los problemas planteados.

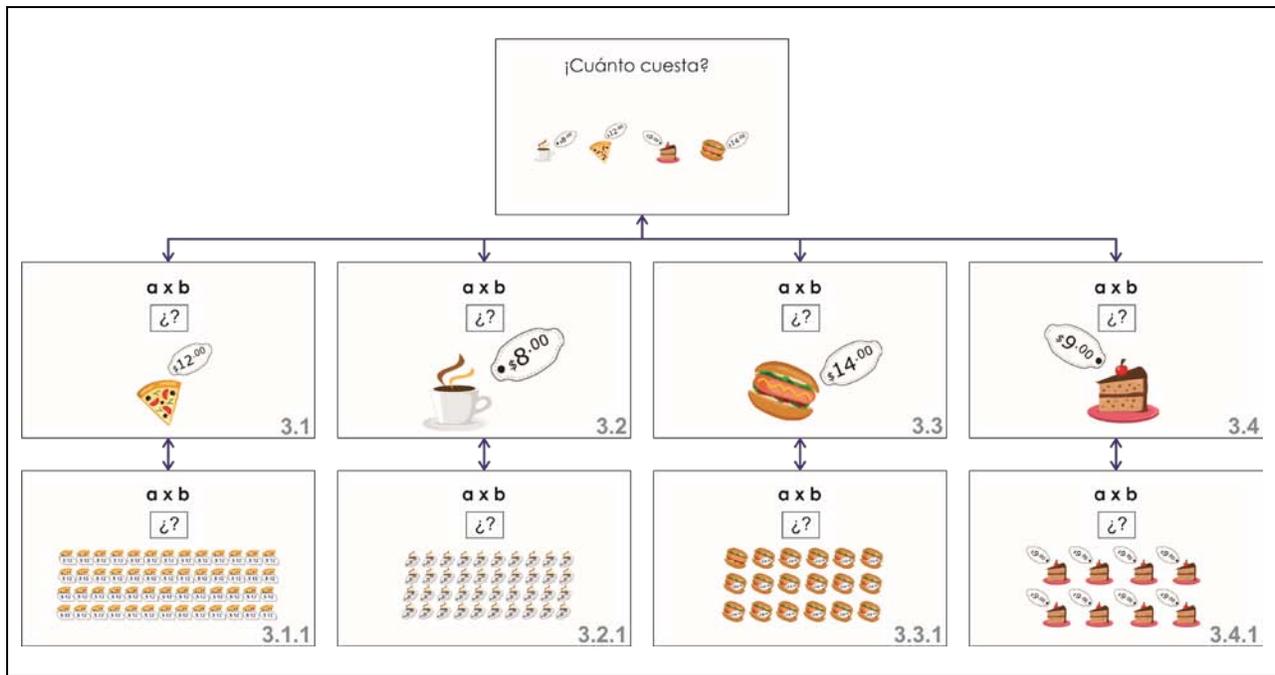


Figura 3.20. Wireframe de la escena 3.0. (Problemas de precio)

Pantalla de PMA-P

Las pantallas 3.1, 3.2, 3.3 y 3.4 corresponden a la solución de PMA-P de una y dos cifras, con ayuda de elementos visuales, consisten en dar respuesta a diversas preguntas (Tabla 3.21).

Objetivo: Fomentar el uso de estrategias económicas de solución a problemas asimétricos de precio de una y dos cifras.

En un día de atención se consumieron 40 tazas de café. ¿Cuánto dinero se obtuvo si cada taza cuesta 8 pesos?	
Representación	Secuencia e instrucciones
<p>Problema</p> <p>¿?</p> 	<p>Dinámica</p> <p>Se presenta un PMA-P, un cuadro de respuesta y un elemento referencia.</p> <p>El niño debe responder a la pregunta ¿cuánto dinero se obtuvo si cada taza cuesta 8 pesos?</p>
<p>Problema</p> <p>¿?</p> 	<p>Ayuda</p> <p>De manera adicional, la ayuda consiste en presentar todos los elementos con su respectivo precio.</p> <p>La ayuda es recomendada cuando el niño tiene dificultades para recuperar la operación de multiplicación.</p>
Formulario autogenerado para la exploración de estrategias ante PMA-P	

Figura 3.21. Ejemplo de ejercicio de precio ($40 \times 8 = 320$)

Escena 4.0 “El océano” (PMA-CM)

En la figura 3.22 se muestra la escena correspondiente a la solución de PMA-CM. Se trata del último tipo de problema presentado y corresponde, junto al PMA-R, al tipo de problema más complejo para su representación gráfica y proceso de comprensión por parte del niño.

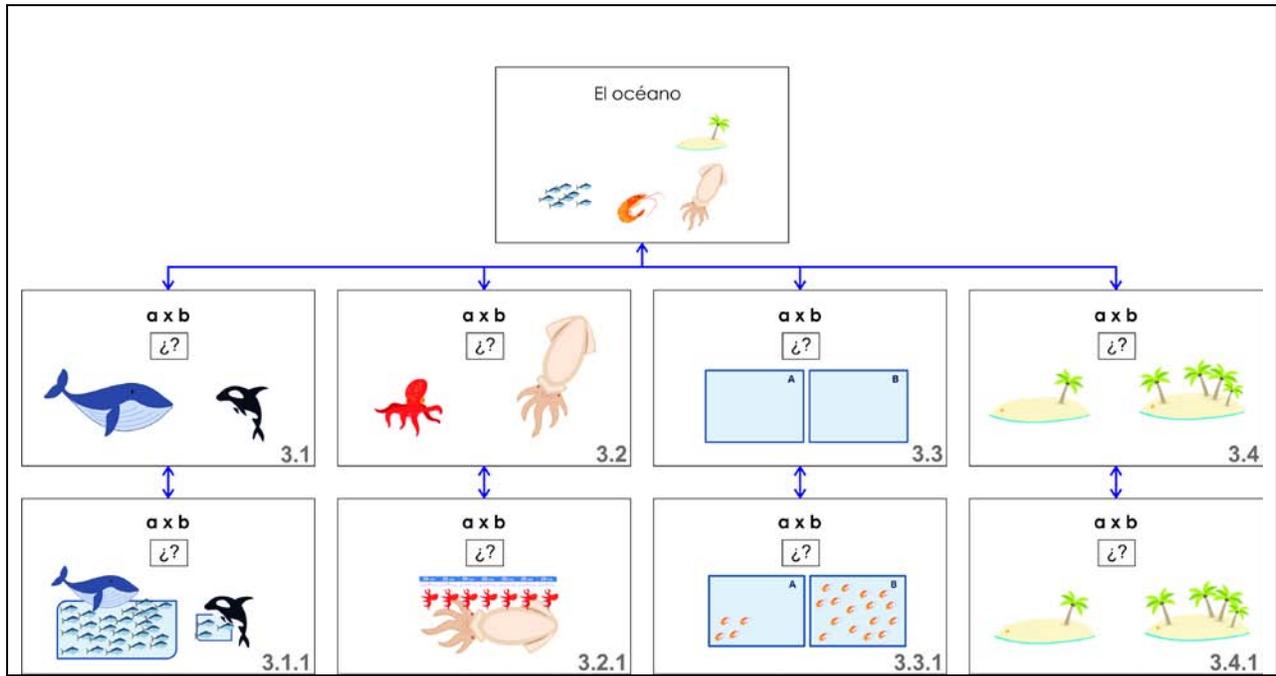


Figura 3.22. Wireframe de la escena 4.0. (Problemas de comparación multiplicativa)

Pantalla de PMA-CM

Las pantallas 4.1, 4.2, 4.3 y 4.4 corresponden a la solución de PMA-CM de una y dos cifras, con ayuda de elementos visuales, consisten en dar respuesta a diversas preguntas de comparación con la característica de buscar la relación “cuántas veces” (Figura 3.23).

Objetivo: Fomentar el uso de estrategias económicas de solución a problemas asimétricos de combinación multiplicativo de una y dos cifras.

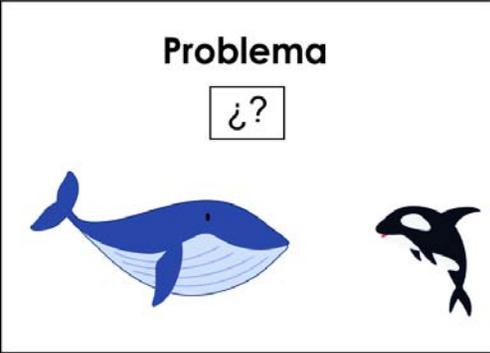
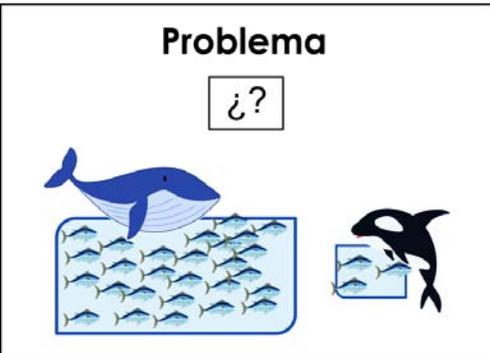
<p>La ballena azul puede comer 9 veces más que una orca que come 3 toneladas de atún en un día. ¿Cuántas toneladas de atún puede comer la ballena azul?</p>	
Representación	Secuencia e instrucciones
<p>Problema</p> <p>¿?</p> 	<p>Dinámica</p> <p>Se presenta un PMA-CM, un cuadro de respuesta y elementos de referencia.</p> <p>El niño debe responder a la pregunta ¿cuántas toneladas de atún puede comer la ballena azul?</p>
<p>Problema</p> <p>¿?</p> 	<p>Ayuda</p> <p>De manera adicional, la ayuda consiste en presentar todos los elementos involucrados.</p> <p>La ayuda es recomendada cuando el niño tiene dificultades para recuperar la operación de multiplicación.</p>
<p>Formulario autogenerado para la exploración de estrategias ante PMA-CM</p>	

Figura 3.23. Ejemplo de ejercicio de comparación multiplicativa ($9 \times 3 = 27$)

El diseño de la aplicación permitió la consolidación de todas las situaciones planteadas en la aplicación *MULTIPLICICO*, la toma de decisiones respecto a la interfaz final, el soporte final de la misma (soporte online con un servidor y equipos cliente) y la presentación final en el taller propuesto.

Producción del prototipo de la aplicación

La producción del prototipo final se realizó con la combinación de aplicaciones libres y autoría⁷, las cuáles permitieron la organización del contenido y creación, adaptación de elementos gráficos (Figura 3.24).

Actividad	Descripción
Selección de aplicaciones y recursos	<ul style="list-style-type: none"> - Búsqueda de aplicaciones libres y de autoría para el procesamiento de la información. - Búsqueda de imágenes libres de derechos de autor o bajo licencia creative commons.
Wireframes	<p>Creación de wireframes y esquemas de navegación con ayuda de aplicaciones para la manipulación vectorial.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Creación de escenas (niveles) de la aplicación - Creación de pantallas por cada escena propuesta - Creación de mapas de navegación sobre los wireframes <p>Los wireframes mencionados aparecen en el diseño del prototipo antes descrito.</p>
Coloreado	Selección de imágenes ⁸ por cada pantalla para su adaptación a las situaciones planteadas y para no infringir las condiciones de las licencias adquiridas.
Ensamble	El ensamble se realizó con la aplicación Articulate Storyline 2 con la ayuda de tutoriales especializados ⁹ para la creación de interactividades específicas para la manipulación de objetos.
Piloteo	Se realizaron pruebas de usuario offline y online para la consolidación de las situaciones planteadas en la aplicación y correcciones a la interfaz.

Figura 3.24. Cronograma de producción de la aplicación multimedia (*MULTIPLICICO*)

⁷ Todas las aplicaciones utilizadas fueron adquiridas por el proyecto PAPIME PE304316 bajo licencia educativa o proporcionadas por la UNAM en el portal software.unam.mx

⁸ La mayoría de las imágenes utilizadas en el producto final, aquellas que representan objetos complejos (animales, plantas, comida, electrodomésticos, herramientas, etc), han sido tomadas del sitio freepik.es bajo la licencia establecida por el sitio (véase http://www.freepik.es/terms_of_use).

⁹ El principal tutorial utilizado fue E-learning uncovered: articulate storyline de Diane Elkins y Desirée Pinder en 2012.

A continuación, se presenta el prototipo final de *MULTIPLICICO* a través de capturas de pantalla de la plataforma online¹⁰. Cabe señalar que se encuentra disponible en soporte físico para garantizar el funcionamiento de la misma y se liberará para descarga en formato ISO¹¹ listo para su grabación en un CD.

Al ingresar a la dirección web **multiplico.abimael-psi.org** se encontrará la pantalla de bienvenida y la descripción del proyecto (Figura 3.25), con las indicaciones pertinentes para su correcta navegación. La aplicación cuenta con dos versiones, la versión para la comprensión (recomendada para el niño) y la versión para la enseñanza (recomendada para el profesor o acompañante), esta última cuenta con extractos de teoría para enriquecer la comprensión de las situaciones planteadas.

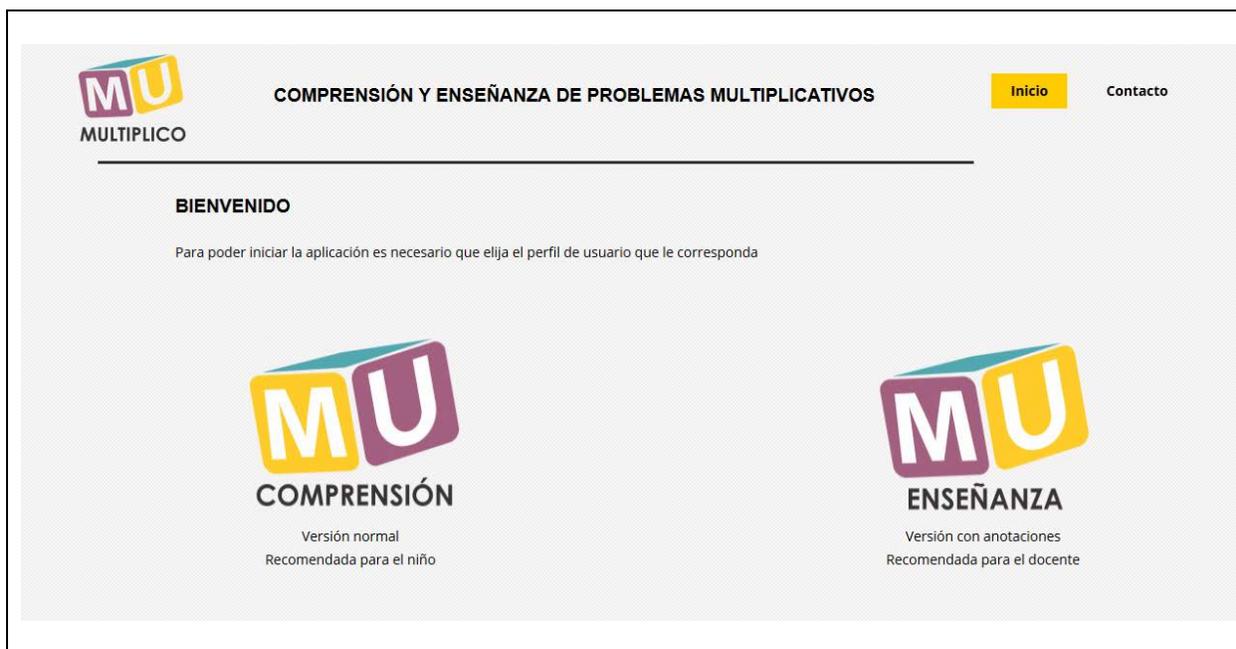


Figura 3.25. Captura de la página principal de *MULTIPLICICO.abimael-psi.org*

Una vez expuesto el proceso de diseño y producción del prototipo final, se procede a presentar el diseño de investigación que contextualiza las herramientas propuestas para la enseñanza y comprensión de PM así como las estrategias de solución.

¹⁰ El repositorio final se encuentra en el sitio personal abimael-psi.org para garantizar su actualización.

¹¹ Formato de archivo que almacena una imagen exacta de un sistema de archivos (véase ISO 9660).

CAPÍTULO 4

DISEÑO DE INVESTIGACIÓN

En el presente capítulo se abordan los elementos centrales del proyecto de investigación: el diseño, la implementación del prototipo por medio de un taller para estudiantes de educación básica primaria y la capacitación de alumnos de la Carrera de Psicología que cursan el área de psicología educativa.

Orientación Metodológica

Se trata de una investigación de corte cualitativo, dicha orientación se fundamenta en los estudios de Buenrostro (2003) y García (2007) con niños de los primeros grados de educación primaria, se prioriza el análisis de los resultados arrojados por los estudios exploratorios con instrumentos informales. Para la realización del presente estudio de investigación se realiza un análisis de los resultados antes y después de la presentación de un taller, con el apoyo de *MULTIPLICICO*, para lo cual se toman en cuenta dos aspectos metodológicos importantes:

- Estudio exploratorio para el análisis de las condiciones previas para la comprensión de los PM y las estrategias de solución antes descritos.
- Evaluación de las habilidades adquiridas por los participantes en el proyecto de investigación.

Se considera este trabajo una investigación de tipo cualitativo con base en los planteamientos de Carraher, Schliemann, Brizuela y Earnest (2006) y Carpenter *et al.* (2014). Dichos autores coinciden en que el procedimiento cualitativo, en la investigación en educación matemática, parte de la interpretación y análisis de las respuestas dadas a una serie de entrevistas semiestructuradas informales, donde la comprensión del objeto de estudio por parte de los investigadores y los participantes permite establecer metodologías para el diseño de contenidos educativos que permitan la comprensión de procesos específicos.

Propósitos de la investigación

General

- Diseñar, producir, implementar y evaluar aplicaciones multimedia para fomentar el uso de estrategias económicas de solución ante PM.

Particulares

- Identificar las estrategias de solución utilizadas por los niños ante PM simétricos y asimétricos.
- Generar y evaluar aplicaciones multimedia para fomentar estrategias de solución ante PM.

Preguntas de investigación

- ¿El uso de aplicaciones multimedia favorece la comprensión de estrategias de solución ante PM?
- ¿El uso de aplicaciones multimedia favorece la enseñanza de estrategias de solución ante PM?

Participantes y escenario

Se trabajó con estudiantes de la carrera de psicología y niños que asisten al Programa de Apoyo al Aprendizaje Escolar (PAAE). La muestra se conformó de la siguiente manera:

- Seis niños que cursan la educación básica, específicamente alumnos de tercero y cuarto grado de educación primaria, que cuentan con dominios de conteo de grupos y HA de acuerdo a la *Evaluación Informal de Conocimientos Aritméticos* de Buenrostro (2003).
- Cuatro estudiantes, tres de tercer y uno de cuarto semestre, del área de Psicología Educativa de la Carrera de Psicología de la F.E.S. Zaragoza, familiarizados con los dominios y procesos aritméticos de tercero y cuarto grado de educación primaria.

El estudio se realizó en las instalaciones de la Clínica Universitaria de Atención a la Salud “Zaragoza”, se contó con el espacio suficiente para la instalación de seis equipos portátiles para la presentación de *MULTIPLICICO* y el mobiliario necesario.

Procedimiento

La investigación en su totalidad consistió en tres etapas, las dos primeras centradas en la revisión bibliográfica de condiciones básicas para la comprensión de la multiplicación, problemas multiplicativos, estrategias de solución y recursos digitales, así como el diseño y producción de recursos digitales para la comprensión y enseñanza de problemas multiplicativos y sus estrategias de solución (*MULTIPLICICO*). La tercera, que se abordará en este capítulo, es la implementación de un Taller para la Enseñanza y Comprensión de PM.

Para llevar a cabo el estudio, se realizaron cuatro actividades: 1) revisión teórica sobre la enseñanza de PM y capacitación a los estudiantes participantes, 2) exploración de estrategias de solución ante problemas multiplicativos por parte de los niños participantes con la *Evaluación Informal de Problemas Multiplicativos* de García (2007), 3) implementación de *MULTIPLICICO* por medio del taller, con la ayuda de estudiantes de la Carrera de Psicología y 4) evaluación de los recursos digitales en función de las estrategias utilizadas por los niños participantes en una segunda exploración con EIProM (García, 2007).

Instrumentos de evaluación

Los datos se recolectaron mediante la aplicación de instrumentos informales; el primero como criterio de inclusión, para los niños participantes denominado *Evaluación Informal de Conocimientos Aritméticos* (EICA) de Buenrostro (2003) y el segundo, *Evaluación Informal de Problemas Multiplicativos* (EIProM) de García (2007).

Evaluación Informal de Conocimientos Aritméticos (EICA)

El instrumento consiste en la presentación de quince situaciones que, con ayuda de material contable y láminas de aplicación, permiten analizar el dominio que tiene el niño sobre conocimientos aritméticos; sistema de numeración oral-escrito, procesos de cuantificación-comparación y PAV.

Evaluación Informal de Problemas Multiplicativos (EIProM)

Se trata del instrumento principal para la exploración estrategias de solución ante PM por parte de los niños participantes. El trabajo consiste en resolver catorce problemas. Cabe mencionar que cada uno se presenta en dos versiones: la primera con cantidades de una cifra y la segunda, con cantidades de dos cifras. El instrumento permite identificar los pasos que sigue el niño para resolver los problemas ya que de acuerdo con García (2007), “la entrevista se concibe como un método flexible y no estandarizado de cuestionamiento que permite el acceso al pensamiento matemático del niño” (p 72).

Taller para la comprensión y enseñanza de PM

La etapa 3 de la investigación consistió en la implementación de los recursos digitales, diseñados para el proyecto de investigación bajo el nombre de *MULTIPLICICO*, por medio de un taller presencial que involucró a todos los participantes (Tabla 4.1). A continuación, se detallan los puntos expuestos en el procedimiento.

Tabla 4.1
Sesiones de trabajo del taller para la comprensión y enseñanza de PM

Sesión	Sesión 1	Sesión 2	Sesión 3	Sesión 4	Sesión 5
Tema	Evaluación EIProm	CDG HA	TM	PMS-AR PMS-A	PMS-C Repaso
Tiempo	Flexible	60 minutos	60 minutos	60 minutos	60 minutos
Sesión	Sesión 6	Sesión 7	Sesión 8	Sesión 9	Sesión 10
Tema	PMA-A	PMA-R PMA-P	PMA-C	Repaso	Evaluación EIProm
Tiempo	60 minutos	60 minutos	60 minutos	60 minutos	Flexible

El tiempo utilizado para cada evaluación es flexible en función del proceso de solución del niño.

Exploración de estrategias de solución ante PM con EIProm

En la primera sesión de trabajo se realizó la exploración de estrategias de solución ante PM, para ello se utilizó EIProm (García, 2007) bajo su modalidad de entrevista. Adicionalmente se contó con el apoyo de ilustraciones, material contable, lápiz y papel, necesarios para la evaluación. Este primer encuentro permitió establecer la organización de los recursos materiales y de los participantes.

Implementación de MULTIPLICICO

La implementación de la aplicación *MULTIPLICICO* se realizó en el aula de preescolar de la CUAS-Z en las sesiones 2 a la 9, se realizaban las actividades marcadas por el cronograma (Tabla 4.1) y posteriormente se contestaban los cuestionarios preestablecidos. Se contó con 6 mesas, 12 sillas y 6 equipos de cómputo portátiles para presentación de la herramienta.

Evaluación final sobre estrategias de solución ante PM

Con el objetivo de realizar el comparativo entre las estrategias con las que contaba el niño antes del estudio y las adquiridas con la actividad, al término de las ocho sesiones de trabajo con *MULTIPLICICO* se evaluaron nuevamente las estrategias de solución a las que recurrieron los niños. Lo anterior, permitió valorar la calidad y pertinencia de los recursos digitales como herramientas para potenciar la comprensión de PM.

Tratamiento de la información

Para el tratamiento de la información recolectada se utilizaron diversos formatos. Primeramente, el propuesto por García (2007) para el análisis de las respuestas dadas a las situaciones multiplicativas presentadas en EIProM (Tabla 4.2), los formularios para la localización de estrategias presentadas en *MULTIPLICICO*, los controles de los alumnos participantes (Figura 4.1) y la evaluación de la aplicación (Figura 4.2).

Tabla 4.2
Formato de concentrado y análisis de resultados

Problema planteado	Un tren tiene 4 vagones, en cada vagón hay 6 niños. ¿Cuántos niños van en todo el tren?
Resultado	
Recurso	
Estrategia	

Ejemplo de un PMA-A de una cifra (4 x 6)

<p style="text-align: center;">¡MUY BIEN!</p> <p style="text-align: center;">Ahora contestaremos algunas preguntas</p> <p>1. ¿Qué hiciste para conocer el resultado? <i>Puedes marcar varios óvalos.</i></p> <p><input type="radio"/> Conté todo</p> <p><input type="radio"/> Sumé $3 + 3 + 3 + 3 + 3$</p> <p><input type="radio"/> Sumé $5 + 5 + 5$</p> <p><input type="radio"/> Conozco la tabla del 3 (3×5)</p> <p><input type="radio"/> Conozco la tabla del 5 (5×3)</p> <p><input type="radio"/> Lo resolví con la mente</p> <p><input type="radio"/> Ocupé lápiz y papel</p> <p>2. Otra: (píde ayuda a un adulto)</p> <p>_____</p> <p style="text-align: center;">Cuestionario autogenerado para el niño</p>	<p style="text-align: center;">FORMULARIO DE AVANCE</p> <p>Nombre del niño: _____</p> <p>1. Estrategia de solución ante el PMS-AR de una cifra <i>Marca solo un óvalo.</i></p> <p><input type="radio"/> Conteo (NT)</p> <p><input type="radio"/> Evocación de la tabla (ET)</p> <p><input type="radio"/> Operación mental (OM)</p> <p><input type="radio"/> Combinación (MB)</p> <p><input type="radio"/> Operación escrita (OE)</p> <p>2. Describe la estrategia</p> <p>_____</p> <p style="text-align: center;">Cuestionario de control para el estudiante</p>
--	--

Figura 4.1. Formularios para la localización de estrategias (ejemplo de un PMS-AR)

El formulario para el niño (izquierda), al igual que el de control, ha sido adaptado a partir de las estrategias marcadas por García (2007), se contó con el apoyo de los estudiantes para identificar la estrategia que utilizó ante el PM.

CUESTIONARIO GENERAL PMA-A

Cuestionario para evaluar las actividades de Agrupamiento

*Obligatorio

1. **Nombre del estudiante: ***

2. **¿Las actividades cumplen el propósito establecido? ***
Marca solo un óvalo.
 Si lo cumplen
 Lo cumplen parcialmente
 No lo cumplen

3. **Comentarios ***

4. **¿Las actividades permiten comprender los problemas de agrupamiento? ***
Escriba los comentarios pertinentes a la actividad

5. **¿De qué manera se podría introducir el tema de PMA-A? ***
Problemas Multiplicativos Asimétricos de Agrupamiento (PMA-A)

6. **¿Qué ajustes de contenido propones para la actividad? ***

7. **Menciona los errores de interfaz (funcionalidad) presentados. ***

8. **Observaciones y comentarios generales sobre la actividad. ***
Menciona los aspectos que no se contemplan en el formulario anterior.

Figura 4.2. Ejemplo de formulario para la evaluación del contenido y desempeño del SE

Una vez expuestos los objetivos y las preguntas concernientes a esta investigación, así como otros elementos de la metodología, es necesario presentar los resultados obtenidos y realizar el análisis correspondiente.

CAPÍTULO 5

RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

Este capítulo está dedicado a la presentación de los resultados obtenidos en las evaluaciones realizadas, específicamente da cuenta de las estrategias de solución llevadas a cabo por los niños; se presentan los datos antes y después de que los participantes interactuarán con la aplicación. También se exponen las respuestas dadas a los cuestionamientos en torno al funcionamiento del SE.

Exploración de estrategias ante problemas multiplicativos, evaluación inicial

A continuación se presentan las estrategias de solución planteadas por los niños ante las situaciones multiplicativas simétricas y asimétricas que les fueron propuestas; es necesario recordar que cada problema fue presentado en dos versiones (cantidades de una y dos cifras). Se muestran los resultados por cada niño en la evaluación, las estrategias consideradas corresponden a las descritas por García (2007).

Problemas multiplicativos simétricos

Dentro de los problemas multiplicativos simétricos (PMS) se encuentran los de arreglo rectangular (PMS-AR), área (PMS-A) y combinación (PMS-C). En la Tabla 5.1 se observan las respuestas dadas a cada uno de los problemas planteados por EIProm.

Tabla 5.1.
Estrategias de solución ante los PMS

		PMS-AR		PMS-A		PMS-C	
		3x8	11x7	5x4	11x9	3x2	9x6
S O L U C I O N E S	A	NT	NT	NT	NT	OE	NT
	B	OM	NT	NT	NT	MB	NT
	C	NT	NT	NT	NT	ET	NT
	H	ET	NT	ET	NT	NT	NT
	Y	NT	NT	NT	NT	NT	NT
	J	ET	NT	ET	NT	ET	NT

La estrategia más utilizada es el conteo (NT) que se muestra en 27 de las 36 situaciones planteadas, la segunda estrategia es la evocación de la tabla (ET) en 6 situaciones y los tres restantes se dividen entre operación mental (OM), combinación (MB) y operación escrita (OE). Dicha distribución de frecuencias se puede apreciar en la Figura 5.1.

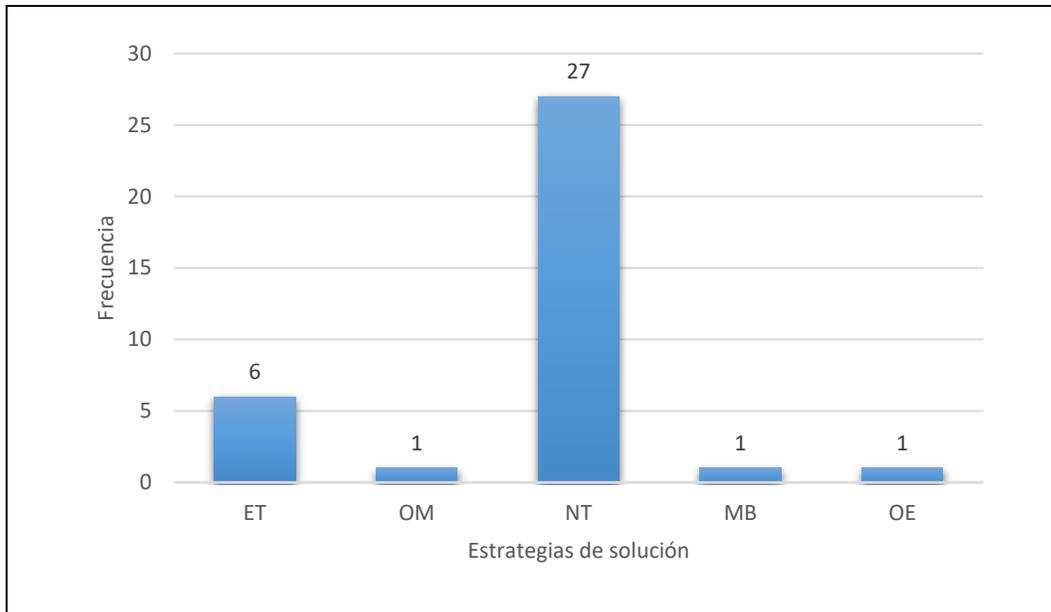


Figura 5.1. Frecuencia de estrategias de solución ante problemas simétricos. Evocación de la tabla (ET), operación mental (OM), conteo (NT), combinación (MB) y operación escrita (OE).

Problemas multiplicativos asimétricos

Dentro de los problemas multiplicativos asimétricos (PMA) se encuentran los de agrupamiento (PMA-A), razón (PMA-R), precio (PMA-P) y comparación multiplicativa (PMA-CM). En la Tabla 5.2 se observan las respuestas dadas a cada uno de los problemas planteados por EIProm.

Tabla 5.2.
Estrategias de solución ante los PMA

x	PMA-A		PMA-R		PMA-P		PMA-CM	
	4x6	3x12	3x8	12x4	3x4	10x7	7x3	14x3
S O N I N I Z	A	MB	NT	NT	NT	ET	ET	NT
	B	OM	ET	NT	NT	OM	OE	OE
	C	NT	NT	NT	NT	NT	NT	NT
	H	ET	NT	ET	NT	ET	ET	NT
	Y	NT	NT	NT	NT	NT	NT	NT
	J	ET	NT	ET	ET	ET	ET	ET

Las estrategias utilizadas ante las ocho situaciones asimétricas planteadas se pueden apreciar en la Figura 5.2. La estrategia más recurrente, al igual que en los PMS, fue el conteo (NT), ya que se presenta en 27 de las 48 de las respuestas recibidas. Como segunda técnica, se encuentra la evocación de la tabla de multiplicar (ET), presente en 16 ocasiones; los cinco restantes se encuentran entre la operación mental (OM), combinación (MB) y operación escrita (OE).

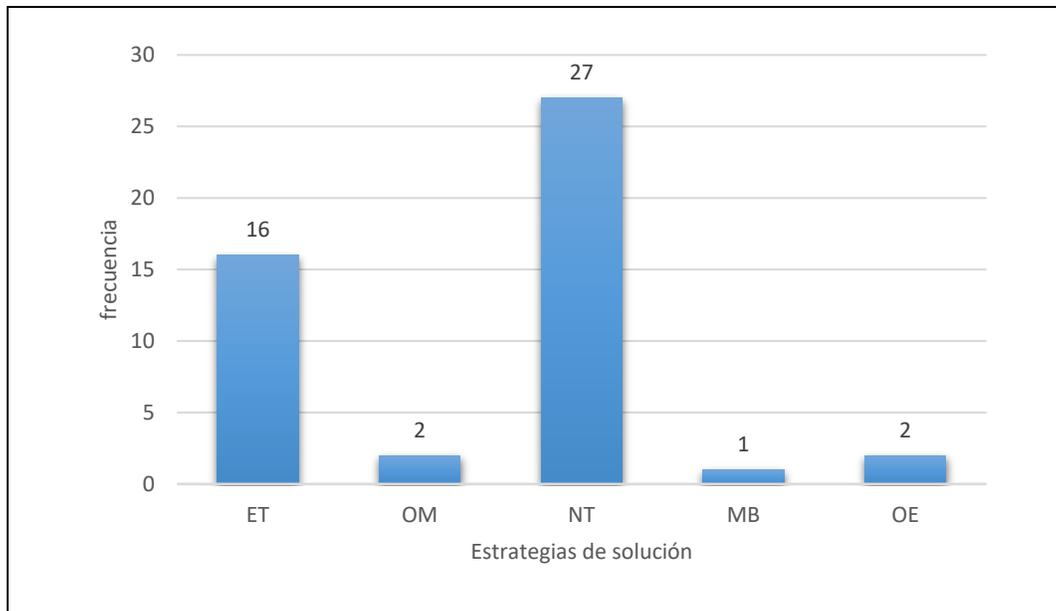


Figura 5.2. Frecuencia de estrategias de solución ante problemas asimétricos. Evocación de la tabla (ET), operación mental (OM), conteo (NT), combinación (MB) y operación escrita (OE).

La predominancia del conteo, como principal estrategia ante la mayoría de los PM presentados, denota el poco dominio que tienen los niños sobre hechos multiplicativos y del algoritmo convencional de la multiplicación.

Exploración de estrategias ante problemas multiplicativos, evaluación final

La evaluación realizada después de participar en las actividades propuestas en la aplicación *MULTIPLICICO*, revela que los participantes resolvieron las situaciones planteadas con estrategias más económicas. Se hace énfasis en las situaciones en las que se mostró una diferencia respecto al método que se llevó a cabo para resolver el PM.

Problemas multiplicativos simétricos

En la evaluación final de los PMS es notorio el cambio de estrategia (en negritas) por una más económica.

Tabla 5.3
Estrategias de solución ante los PMS

		PMS-AR		PMS-A		PMS-C	
		3x8	11x7	5x4	11x9	3x2	9x6
S O L U C I O N E S	A	OM	ET	ET	ET	OM	MB
	B	OM	ET	ET	ET	ET	OM
	C	ET	MB	ET	MB	ET	MB
	H	ET	ET	ET	ET	OE	OE
	Y	OM	MB	ET	MB	OE	OE
	J	ET	MB	ET	ET	ET	ET

La estrategia más utilizada es la de evocación de la tabla (ET) en 20 de las 36 situaciones, seguida por combinación (MB) con 7 y operación mental (OM) en 5 de las restantes. Finalmente, la operación escrita (OE) con 4 y no se presentó la estrategia de conteo (NT) (Figura 5.3).

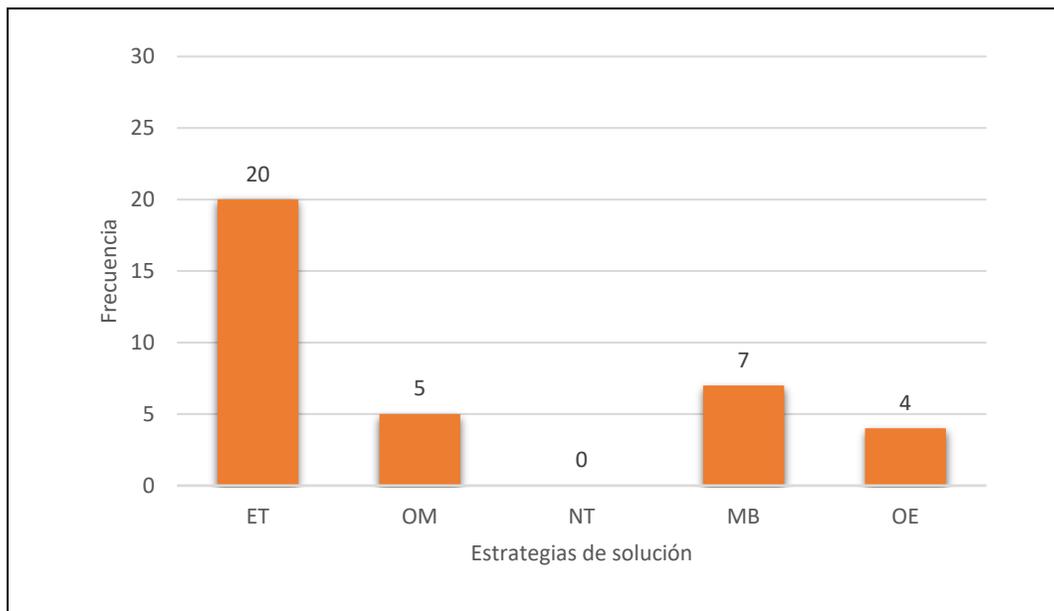


Figura 5.3. Frecuencia de estrategias de solución ante problemas simétricos. Evocación de la tabla (ET), operación mental (OM), conteo (NT), combinación (MB) y operación escrita (OE).

Problemas multiplicativos asimétricos

En la Tabla 5.4 se aprecian el cambio en las estrategias (en negritas) por parte de los niños participantes a las situaciones asimétricas planteadas por EIProm.

Tabla 5.4
Estrategias de solución ante los PMA

		PMA-A		PMA-R		PMA-P		PMA-CM	
		4x6	3x12	3x8	12x4	3x4	10x7	7x3	14x3
S O L U C I O N E S	A	ET	MB	OM	OE	NT	ET	ET	OE
	B	ET	OE	ET	OE	ET	ET	ET	OE
	C	MB	NT	ET	NT	ET	ET	OE	OE
	H	ET	MB	ET	NT	ET	ET	OE	OE
	Y	OM	OM	NT	MB	NT	OM	NT	NT
	J	ET	MB	ET	MB	ET	ET	ET	MB

En esta evaluación, la estrategia más utilizada es la de evocación de la tabla (ET) con 21 de las 48 situaciones, seguida del conteo (NT) con 8, en el mismo puesto la operación escrita (OE) y combinación (MB) en 7 de las situaciones restantes (Figura 5.4).

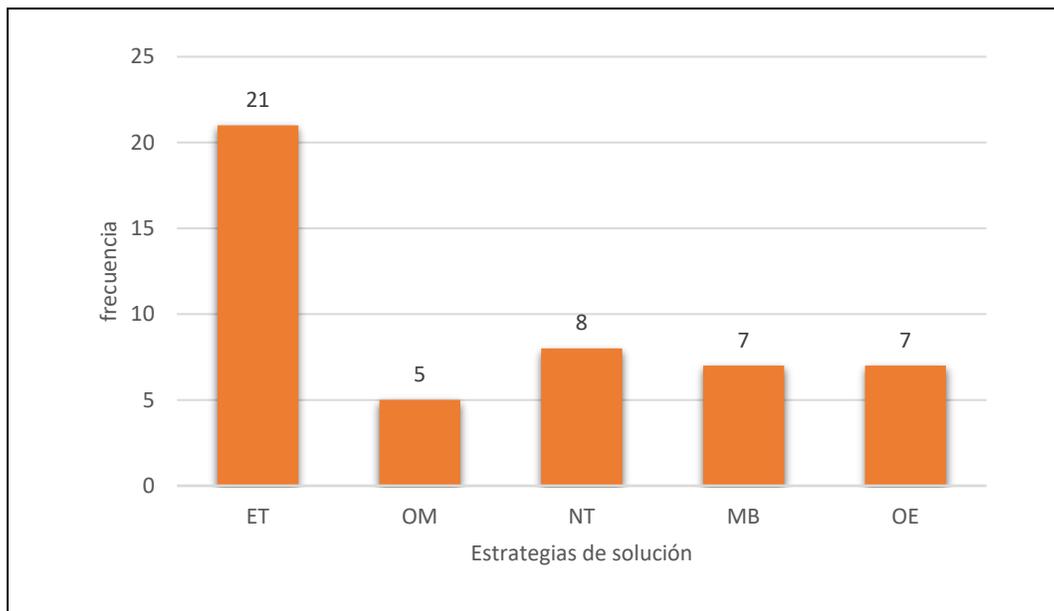


Figura 5.4. Frecuencia de estrategias de solución ante problemas asimétricos. Evocación de la tabla (ET), operación mental (OM), conteo (NT), combinación (MB) y operación escrita (OE).

De acuerdo a los datos recabados, se puede afirmar que todas las estrategias independientemente de su economía, son adecuadas para llegar al resultado correcto. A continuación, se realiza la comparación entre la primera y segunda exploración.

Comparación entre evaluaciones

A partir de los resultados obtenidos y de acuerdo a la literatura consultada, se priorizan aquellas estrategias que, con poco esfuerzo, permiten resultados satisfactorios con mayor agilidad¹² (Buenrostro, 2003; Carpenter et al., 2014; García, 2007; Kouba, 1989; Kouba & Franklin, 1995). Dichos procesos son los que se pretenden fomentar para lograr la comprensión de tópicos aritméticos.

En la primera comparación, PMS de una y dos cifras, se observan los cambios en las estrategias tubularmente (Tabla 5.5) y gráficamente (Figura 5.5.) para contrastar de manera general las dos evaluaciones.

Tabla 5.5
Comparación entre la evaluación inicial y final de problemas multiplicativos simétricos

PM	Evaluación 1	Evaluación 2
PMS-AR	NT(9), ET(2) y OM(1)	ET(6), OM(3) y MB(3)
PMS-A	NT(10) y ET(2)	ET(10) y MB(2)
PMS-C	NT(8), ET(2), OE(1) y MB(1)	ET(4), OE(4), OM(2) y MB(2)

Las frecuencias de cada estrategia se encuentran entre paréntesis

¹² Las estrategias económicas de acuerdo a Buenrostro (2003) facilitan la comprensión de los algoritmos convencionales de las operaciones aritméticas involucradas en problemas verbales.

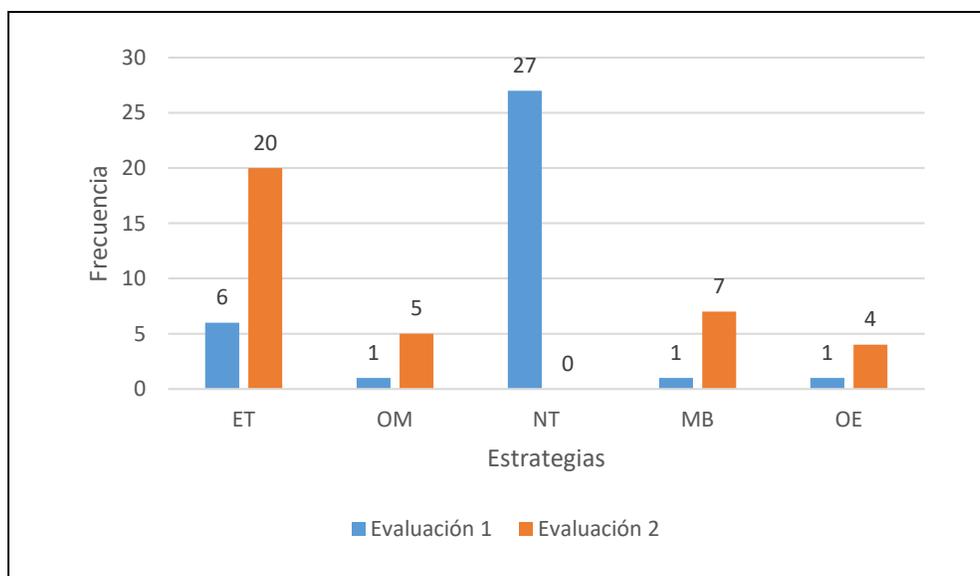


Figura 5.5. Comparativa de frecuencias entre las evaluaciones de los PMS Evocación de la tabla (ET), operación mental (OM), conteo (NT), combinación (MB) y operación escrita (OE)

En la exploración de PMS se observa que el conteo (NT) predomina en la primera evaluación, debido a que es la primera opción conocida por parte de los niños ante problemas de configuración simétrica. En la segunda exploración, es notorio el desplazamiento del conteo (NT) por la evocación de la tabla (ET) y el fortalecimiento de otras (MB y OM) relacionadas con la combinación de nuevos procedimientos.

En la comparación de PMA, al igual que en los PMS, en la tabla 5.6 se observan los cuatro subtipos de problemas con las estrategias más utilizadas y en la figura 5.6 se contrastan las frecuencias generales entre las dos evaluaciones.

Tabla 5.6
Comparación entre la evaluación inicial y final de problemas multiplicativos asimétricos

PM	Evaluación 1	Evaluación 2
PMA-A	NT(7), ET (3), MB(1) y OM(1)	ET (4), MB(4), OM(2), OE(1) y NT(1)
PMA-R	NT(9) y ET(3)	ET(4), NT(3), MB(2), OE(2) y OM(1)
PMA-P	NT(5), ET(5), OE(1) y OM(1)	ET(9), NT(2) y OM(1)
PMA-CM	NT(6), ET(5), y OE(1)	OE(6), ET(3), NT(2) y MB(1)

Las frecuencias de cada estrategia se encuentran entre paréntesis

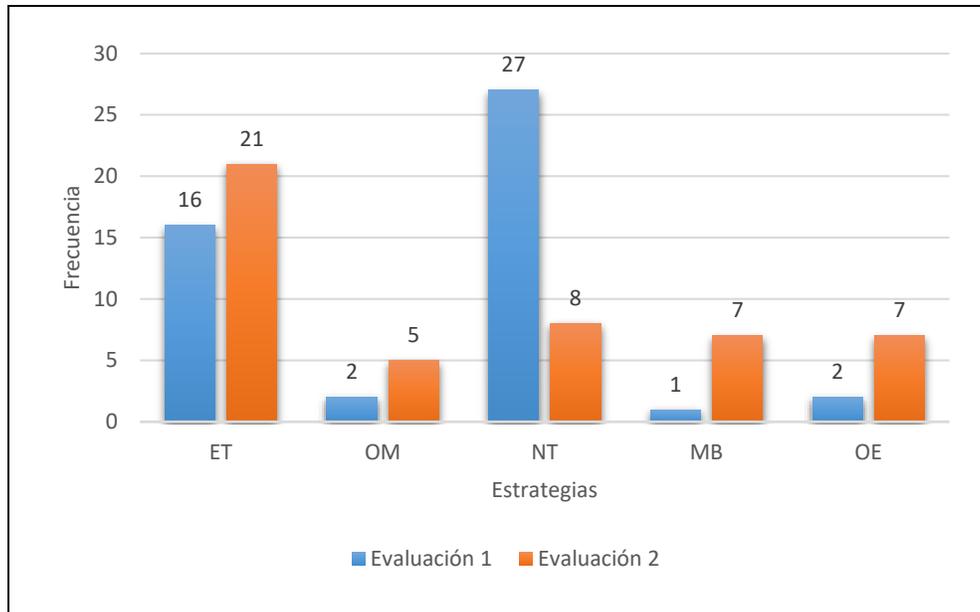


Figura 5.6. Comparativa de frecuencias entre las evaluaciones de los PMA Evocación de la tabla (ET), operación mental (OM), conteo (NT), combinación (MB) y operación escrita (OE)

Al contrastar los problemas asimétricos se observa que el conteo (NT), al igual que en los problemas simétricos, es la primera opción a la que recurren los niños seguida de la evocación de la tabla (ET). Para la segunda exploración, se desplaza el conteo (NT) por la evocación de la tabla (ET) y se fortalecen las otras estrategias, siguiendo el patrón mencionado en la comparación de problemas simétricos. Haciendo un análisis general, se aprecian dos aspectos importantes en el cambio de estrategias de solución ante problemas multiplicativos:

- La estrategia de conteo (NT) prepara el camino para la mecanización de la multiplicación o evocación de la tabla (ET).
- Las estrategias restantes se encuentran estrechamente relacionadas con el dominio paulatino de procedimientos más económicos de solución.

Es importante señalar que el objetivo de *MULTIPLICICO* no es la memorización de los hechos multiplicativos (HM), la intención es que los usuarios logren comprender el algoritmo convencional e incentivar la formación de nuevos esquemas de pensamiento donde la mecanización no resulta adecuada al requerirse flexibilidad en el proceso.

Respecto a la evolución de las estrategias, Buenrostro (2003) asegura que el conteo (de uno en uno o de grupos) es el primer acercamiento que tiene el niño a la solución de problemas verbales, tanto aditivos como multiplicativos. Es importante mencionar que dicha estrategia resulta poco efectiva cuando se trata de números multidigitales. Por otra parte, la evocación de la tabla permite la flexibilidad necesaria para formar procesos nuevos de solución; por ello, en las actividades del Nivel 1 se promueve el conteo de grupos, los hechos aritméticos y los hechos multiplicativos.

Evaluación de la aplicación

Para la evaluación de la aplicación y el desempeño del niño, durante la presentación de *MULTIPLICICO*, se utilizaron tres formularios. El primero, de generación automática en cada problema multiplicativo resuelto, permite dar seguimiento al procedimiento realizado por el niño. De forma paralela, el estudiante resolvía uno similar, describiendo el procedimiento y las dificultades presentadas con la situación planteada. Por último, el tercer cuestionario permitía conocer la opinión de los estudiantes sobre el contenido y el funcionamiento de la aplicación.

El primer formulario, dirigido al niño, permite identificar la estrategia que se utilizó para la solución de cada uno de los PM. Para facilitar el análisis, considerando que en *MULTIPLICICO* se contó con cuatro situaciones de una misma configuración multiplicativa, los datos recabados se presentan en dos tablas: una para los PMS (Tabla 5.7) y otra para los PMA (Tabla 5.8).

Tabla 5.7
Resultados del formulario en los PMS

PM	Estrategia				
	ET	OM	NT	MB	OE
PMS-AR	4	1	19	0	0
PMS-A	9	0	4	5	6
PMS-C	6	0	5	0	12

El uso de estrategias en la aplicación se encuentra mediada por los recursos visuales que representan los PM y, de ser requerida, la ayuda adicional. Para los PMS-AR, PMS-A y PMS-C la estrategia más utilizada fue el NT, 19, 4 y 16 de 24 situaciones respectivamente. La homogeneidad de los resultados se debe a que los niños utilizan la misma estrategia para los cuatro PMS de un mismo tipo, sin embargo, existen situaciones en las que el niño descubre una forma más económica de solución en el transcurso de la actividad.

Tabla 5.8
Resultados del formulario en los PMA

PM	Estrategia				
	ET	OM	NT	MB	OE
PMA-A	11	0	4	7	2
PMA-R	7	1	8	4	4
PMA-P	12	4	5	3	0
PMA-CM	17	0	1	2	4

En los PMA se nota el desplazamiento del NT como principal estrategia de solución. Los PMA-A tienen como principal estrategia la ET (11 de 24), los PMA-R es el NT (8 de 24), los PMA-P la ET (12 de 24) y los PMA-CM la ET (17 de 24). Cabe señalar que de forma paralela se repasó el tema de HA (Nivel 1) para lograr una mejor comprensión de los mismos.

Los formularios de avance, contestados por los estudiantes, arrojan los mismos resultados que los automáticos debido, principalmente, al acompañamiento que se llevó a cabo durante las sesiones de trabajo. Las descripciones de las estrategias NT, OE, MB y OM son un aspecto importante a rescatar, por ejemplo:

- El conteo de grupos o conteo salteado se da en 27 de los 46 casos presentados y los 19 restantes corresponden al conteo de uno en uno.
- Las operaciones representadas de forma escrita son la suma reiterada a partir del sumando mayor (17 de 28) y el algoritmo de la multiplicación (6 casos).
- La combinación más frecuente es la de una estrategia de NT y una OE (14 de 21).
- En la estrategia de OM el algoritmo más utilizado fue el de adición.

Por último, el cuestionario para evaluar los contenidos y el funcionamiento de la aplicación, realizado al término de cada sesión de trabajo, permitió realizar correcciones oportunas. Los contenidos fueron ajustados para ser verdaderos retos para el niño y se atendieron las recomendaciones sobre funcionamiento de la interfaz. Las respuestas dadas se pueden resumir en los siguientes puntos:

- Los estudiantes participantes consideran que se cumplen los objetivos planteados.
- Mejorar el planteamiento de los problemas más ambiguos o difíciles de representar (simétricos de combinación y asimétricos de razón y comparación multiplicativa).
- Ajustar el número y disposición de las imágenes que representan algunos de los problemas simétricos de combinación.
- Ajustar la sección de ayuda para lograr la comprensión de las situaciones planteadas.
- Configurar el navegador local para la correcta presentación de la aplicación¹³.

Son las acciones de corrección de la aplicación, las sesiones del taller y la participación activa de los involucrados las que permitieron la optimización del prototipo final de *MULTIPLICICO*. Para culminar el proceso de diseño, implementación y evaluación de herramientas para la comprensión y enseñanza de estrategias de solución ante PM, se procede a las consideraciones finales del presente proyecto.

¹³ Existen aspectos técnicos de los equipos locales que fueron solventados con la versión física de *MULTIPLICICO*, no se realizaron pruebas de la versión online para evitar errores de conexión.

Conclusiones

El uso de recursos digitales para apoyar la labor de enseñanza, en el caso particular de la aritmética, tiene que ser un incentivo a la creatividad y la formación de nuevos esquemas de pensamiento. Éstos, unificados y consolidados en hábitos, permitirán la resolución de diversas situaciones a las que se enfrente el niño en su formación académica (Buenrostro, 2003; García, 2007).

Sobre la comprensión de PM coincidimos con Acevedo y García (2000) sobre que “los resultados obtenidos permiten advertir el grado de dificultad de unos problemas sobre otros” (p.122) en función de la estrategia empleada, considerando al conteo como la estrategia menos económica para la solución de problemas multiplicativos (García, 2007) y a la evocación de la tabla como la más adecuada, puesto que permite deducir que existe un dominio de la multiplicación (Valdez, 2015).

Debido al notorio cambio en las estrategias después de presentar la aplicación *MULTIPLICICO* y respondiendo a las preguntas que dirigen la presente investigación, se puede concluir lo siguiente:

- La exposición a diversas estrategias de solución ante problemas multiplicativos permite diversificar el proceso de elaboración de respuestas y esquemas de pensamiento.
- La oportunidad de enfrentarse a situaciones, orientadas a representar situaciones cotidianas, con el apoyo de recursos digitales resulta más significativa que realizar algoritmos de manera mecánica.
- La tutoría o mediación por parte de los estudiantes propicia la comprensión de las situaciones y promueve estrategias eficaces para resolver los PM; por ello, son irremplazables.

Es necesario hacer énfasis en el último punto, los alumnos participantes enriquecieron con su intervención el uso de los recursos propuestos en la aplicación. Debido al papel activo de los participantes guía, se considera que futuros recursos se contemple la formación de los mismos para garantizar el éxito de las aplicaciones.

Sobre las limitaciones de los recursos digitales en el proceso de enseñanza-aprendizaje en aritmética, en el caso específico del presente proyecto de investigación, se pueden observar las siguientes:

- Los dispositivos electrónicos (PC, tabletas o celulares) no han podido emular el material manipulable, dicho material es imposible de desplazar y las adaptaciones posibles contemplarían la realidad virtual (VR).
- El acceso a dispositivos electrónicos es limitado, pese a las iniciativas de dotar de ellos a la población, se carece de la formación tecnológica e infraestructura para generalizar su uso.
- Los recursos digitales se encuentran muy lejos de emular el papel del profesor o guía en el entorno escolar. Pese a las iniciativas de generar espacios virtuales de enseñanza, éstos seguirán limitados a reproducir la interacción entre los participantes.
- Se debe formar a educadores para la manipulación de herramientas informáticas para la producción de recursos digitales más elaborados, el dominio de lenguajes de programación y herramientas de software de diseño.

Diversos autores apoyan la utilización a conciencia de las herramientas informáticas y tecnologías en el aula, Domingo y Marqués (2011) y Marqués (2012) hacen énfasis en la práctica docente. apoyada con TIC, sus ventajas y limitaciones en una rápida evolución tecnológica, por su parte, Macías (2007) habla de la necesidad de elaborar herramientas específicas para el área de matemáticas en la educación inicial. Dichas aproximaciones y reflexiones auguran una mejor aceptación de las tecnologías en el aula en función de la preparación y capacitación del personal docente.

De acuerdo a información consultada y de cumplirse las condiciones para implementar herramientas tecnológicas y de continuar los proyectos con los contenidos aritméticos en educación básica, se recomiendan los siguientes puntos:

- Incentivar el uso de herramientas didácticas para la comprensión de la multiplicación. Por ejemplo, el cartel multiplicativo de Álvaro Buenrostro.
- Catalogar nuevas estrategias de solución en forma de ayuda para diversificar el proceso de comprensión de problemas multiplicativos.

- Diseñar un sistema de seguimiento de las estrategias utilizadas por los niños para el análisis del desempeño en un periodo, se puede considerar el ciclo escolar.
- Plantear e implementar de otro tipo de recursos digitales como son los videojuegos y cursos e-learning con el objetivo de utilizar las herramientas tecnológicas actuales y valorar su pertinencia.

Es así como el uso activo y a conciencia de los recursos digitales permite que se refuercen los procesos de enseñanza-aprendizaje, se promueva el conocimiento de procesos de diseño de herramientas útiles, que se ajusten a los recursos tecnológicos actuales.

REFERENCIAS

- Abud, M. (2009). Metodología de ingeniería de software educativo. *Revista Internacional de Educación en Ingeniería*. 1(2), 1-9.
- Acevedo, H. & García, L. (2000). *Estrategias de solución ante problemas multiplicativos*. (Tesis de licenciatura) Universidad Nacional Autónoma de México: México.
- Ávila, E. (2007). *Desarrollo de un software educativo basado en situaciones didácticas de compraventa. Un auxiliar para la enseñanza de la aritmética*. (Tesis de licenciatura) Universidad Nacional Autónoma de México: México.
- Brown, D. (2011). *Communicating design. Developing web site documentation for design and planning*. Berkeley: New Riders.
- Buenrostro, A. (2003). *Aritmética y bajo rendimiento escolar. Diseño e implementación de dos modelos de enseñanza*. (Tesis de doctorado). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional: México.
- Carpenter, T., Fennema, E., Franke, M., Levi, L. & Empson, S. (2014). *Children's mathematics: Cognitively guided instruction*. Portsmouth, NH: Heineman-NCTM.
- Carraher, D., Schliemann, A., Brizuela, B., & Earnest, D. (2006). Arithmetic and algebra in early mathematics education. *Journal for research in mathematics education*. 37(2), 87-115
- Castro, E., Rico, L. & Castro, E. (1995). *Estructuras aritméticas elementales y su modelización*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Cataldi, Z., Lage, F., Pessacq, R. & García, R. (1999). Metodología extendida para la creación de software educativo desde una visión integradora. *Revista Latinoamericana de Tecnología Educativa*. 1(2), 9-40.
- Díaz, F. (2005). Principios de diseño instruccional de entornos de aprendizaje apoyados con TIC: Un marco de referencia sociocultural y situado. *Tecnología y Comunicación Educativas*. Recuperado de <http://investigacion.ilce.edu.mx/tyce/41/art1.pdf>

- Domingo, M., & Marqués, P. (2011). Aulas 2.0 y uso de las TIC en la práctica docente. *Revista científica de educocomunicación*, 37(19), 169-175
- Elkins, D. & Pinder, D. (2012). *E-learning uncovered: articulate storyline*. Lexington: Artisan E-Learning.
- Ferrés, J. & Marqués, P. (1996). *Comunicación educativa y nuevas tecnologías*. Barcelona: Editorial Praxis.
- Figueras, O. (2011). Atrapados en la explosión del uso de las tecnologías de la información y comunicación. *PNA*, 5(2), 67-82.
- García, L. (2007). *Estrategias de solución ante problemas multiplicativos. Propuestas por niños de cuarto grado*. (Tesis de maestría). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional: México.
- Gros, B. (2010). Del software educativo a educar con software. *Cuaderns Digitals*. Recuperado de http://www.quadernsdigitals.net/datos_web/hemeroteca/r_1/nr_17/a_228/228.htm
- Hinostroza, E., Mellar, H., Behbein, L., Heep, P. & Preston, C. (1997). ¿Diseño de software educativo o de software escolar? *Informática Educativa*, 10(1), 57-73.
- Kaput, J., & Thompson, P. (1994). Technology in Mathematics Education Research: The First 25 Years in the JRME. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(6), 676-684. doi:10.2307/749579
- Kouba, V. (1989). Children's Solution Strategies for Equivalent Set Multiplication and Division Word Problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(2), 147-158. DOI: 10.2307/749279
- Kouba, V., & Franklin, K. (1995). Multiplication and Division: Sense Making and Meaning. *Teaching Children Mathematics*, 1(9), 574-577. Recuperado de <http://www.jstor.org/stable/41196366>
- Labinowicz, E. (1985). *Learning from children. New beginnings for teaching numerical thinking*. Menlo Park, CA: Addison-Wesley.

- Macías, D. (2007). Las nuevas tecnologías y el aprendizaje de las matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación*. 42(4), 1-17
- Marqués, P. (1996). El software educativo (Sitio web). Disponible en http://www.lmi.ub.es/te/any96/marques_software/
- Marqués, P. (2000). Los medios didácticos (Sitio web). Disponible en <http://peremarques.pangea.org/medios.html>
- Marqués, P. (2006). Nuevos entornos, nuevos modelos didácticos. *Cuadernos De Pedagogía*, (363), 80-89
- Marqués, P. (2012). Impacto de las tic en la educación: funciones y limitaciones. *3c TIC*. 2(1), 1-15
- Maza, C. (1991). *Enseñanza de la multiplicación y la división*. España: Síntesis.
- Maza, C. (1995). *Aritmética y representación*. España: Paidós Ibérica.
- Pressman, R. (2010). *Ingeniería del software. Un enfoque práctico*. (7 Ed.) México: McGraw Hill.
- Regil, V. (2002). *De la idea a la creación: diseño y producción de software educativo*. México: Universidad Pedagógica Nacional.
- Sunkel, G. (2006). Las tecnologías de la información y la comunicación en américa latina. Una exploración de indicadores. *Políticas Sociales*. Santiago de Chile: División de Desarrollo Social de la Comisión Económica para América Latina y el Caribe. Recuperado de <http://www.cepal.org/socinfo/noticias/documentosdetrabajo/9/27849/Serie126final.pdf>
- Valdez, A. (2015). *Aplicaciones multimedia para favorecer el dominio de hechos multiplicativos y el uso del portafolio electrónico*. (Informe de servicio social no publicado). Facultad de Estudios Superiores Zaragoza: México.
- Vergnaud, G. (1991). *El niño las matemáticas y la realidad*. México: Trillas