



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
MAESTRÍA EN DOCENCIA PARA LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR: MATEMÁTICAS  
FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES ACATLÁN  
MATEMÁTICAS

PROPUESTA DE SECUENCIA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DEL BLOQUE V:  
“EMPLEAS LA CIRCUNFERENCIA”, DEL PROGRAMA DE MATEMÁTICAS II DEL BACHILLERATO  
GENERAL BAJO EL ENFOQUE DE COMPETENCIAS

## **TESIS**

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
MAESTRO EN DOCENCIA PARA LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR

PRESENTA:  
**LUCIO ANTONIO HIDALGO IBAÑEZ**

TUTOR PRINCIPAL  
Dr. Sergio Cruz Contreras  
FES-Acatlán

Santa Cruz Acatlán, Naucalpan, Estado de México.

Febrero 2017.



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## RESUMEN

Se elabora una secuencia didáctica para abordar los contenidos del Bloque V: "Empleas la circunferencia" del programa de Matemáticas II del Bachillerato General bajo el enfoque de competencias, diseñando una actividad detonadora en la que se manipulan objetos concretos en los que se utiliza el concepto de circunferencia a fin de abordar los contenidos temáticos al tiempo de favorecer el desarrollo de competencias genéricas y disciplinares en los participantes. Como validación de la idoneidad didáctica de la intervención se realiza la evaluación diagnóstica y otra sumativa que permitan identificar el nivel de logro de los propósitos y competencias previstos.

La intervención didáctica elaborada se aplica en un grupo regular de Matemáticas II del Colegio de Bachilleres del Estado de México, Plantel 17 Huixquilucan II turno matutino. Se aprecia un nivel de logro mayor en el grupo al comparar los resultados de la evaluación diagnóstica con los de la evaluación sumativa.

Los resultados se atribuyen al hecho de que la intervención didáctica favorece la realización de actividades que permiten el uso de objetos concretos que implican el concepto de circunferencia y sus elementos asociados, llegando a concluir que la consideración de actividades concretas detonadoras en el proceso de enseñanza-aprendizaje que se desarrollen en un ambiente que permita la interacción social a través del lenguaje y atendiendo problemáticas cercanas al contexto del estudiante, puede contribuir a mejorar la asimilación y comprensión de objetos abstractos.

## ABSTRACT

A didactic sequence is developed to go through the contents of block V: You use the circumference math programme II of general high school under the competence approach, designing a detonator activity in which concrete objects are handled with the circumference programme, it is used a didactic sequence to address the contents of Block V to address the thematic content while favoring the development of generic and disciplinary skills in the participants. As validation of the educational appropriateness of the intervention diagnostic evaluation and a summative identifying the level of achievement of the purposes and powers provided is performed.

The educational intervention developed is applied in a regular group of mathematics II high school of the State of Mexico, Huixquilucan II Squad 17 morning shift. A higher level of achievement is seen in the group to compare the results of the diagnostic evaluation with summative evaluation.

The results are attributed to the fact that the didactic intervention favors the realization of activities that allow the use of concrete objects involving the concept of circumference and its associated elements, reaching the conclusion that consideration of specific activities detonator in the process of teaching learning taking place in an environment that allows social interaction through language and attending close to the context of student issues, can help improve the assimilation and understanding of abstract objects.

INDICE	
INTRODUCCIÓN.....	6
CAPITULO 1. Contenidos disciplinares: La circunferencia .....	10
1.1. Introducción.....	10
1.1.1. El Programa de la Materia: Matemáticas II .....	10
1.1.2 Rueda y circunferencia .....	12
1.1.3 Definición de circunferencia.....	13
1.1.4 Elementos asociados con la circunferencia .....	14
1.1.4.1 Teoremas de relación entre radios y cuerdas .....	15
1.1.5 Ángulos en la circunferencia.....	22
1.1.5.1 Teoremas sobre ángulos y cuerdas .....	23
1.1.6 Longitud de la circunferencia.....	32
1.1.7 Área del círculo .....	32
Capítulo 2. Fundamentos psicopedagógicos y didácticos.....	34
2.1 Antecedentes psicogenéticos .....	34
2.1.1 La Teoría de Piaget.....	34
2.1.2 La propuesta Van-Hiele.....	35
2.2 Fundamentos socioculturales .....	38
2.2.1 El Constructivismo social de Vygotsky.....	38
2.2.2 La Teoría de Situaciones Didácticas .....	39
2.3 Constructivismo cognitivo .....	40
2.4 Cognición situada. ....	41
2.5 Planeación didáctica .....	42
2.5.1 ¿Qué es la planeación didáctica?.....	42
2.5.2 Importancia de la Planeación Didáctica.....	45
2.5.3 Consideraciones dentro de la Planeación Didáctica.....	52
2.5.4 Consideraciones Generales para el Diseño de Ambientes de Aprendizaje.....	64
Capítulo 3. Propuesta de intervención didáctica. ....	70
3.1. Marco de Referencia.....	70
3.1.1 El Colegio de Bachilleres del Estado de México .....	70
3.1.2 El Plantel 17 Huixquilucan II .....	71
3.2. El enfoque de competencias.....	73
3.2.1 Antecedentes globales .....	73
3.2.2 El enfoque de competencias en México .....	75
3.2.2.1 Las Competencias Genéricas .....	77

3.2.2.2 Competencias disciplinares del campo de las matemáticas .....	81
3.2.2.3 Competencias docentes.....	82
3.2.4 La planeación por competencias .....	87
3.2.5 ¿Qué es la modelación matemática?.....	92
3.2.6 La relación entre el enfoque de competencias y la modelación matemática.....	95
3.2.7 Modelación matemática y constructivismo .....	95
3.3 Metodología de investigación .....	96
3.3.1. Revisión de los contenidos, propósitos y competencias a desarrollar.....	97
3.3.2 Diseñar una secuencia didáctica que atienda lo planteado en el Programa de Estudio	99
3.3.2.1 Justificación.....	99
3.3.2.2 Planteamiento de la secuencia didáctica .....	101
Capítulo 4. Implementación práctica de la intervención didáctica: Análisis y resultados .....	105
4.1 Narrativa del desarrollo de la secuencia didáctica .....	105
4.2 Establecer, con base en un marco referencial y conceptual, algunas ideas o suposiciones de los resultados a obtener.....	123
4.3 Realizar distintas observaciones en el transcurso de la secuencia didáctica, que permitan evaluar desempeños, productos y conocimientos .....	124
4.4 Realizar una revisión de las suposiciones o ideas, sobre la base del análisis de los resultados de las observaciones.....	144
4.4.1 Etapa de operaciones formales o abstractas.....	144
4.4.2 Socialización de significados.....	145
4.4.3 Conexiones.....	146
4.4.4 Cognición situada .....	146
4.5 Proponer nuevas observaciones encaminadas a esclarecer, modificar o fundamentar las suposiciones o ideas planteadas en torno al caso.....	147
CONCLUSIONES.....	149
Fuentes consultadas.....	154
ANEXO I.....	157
ANEXO II .....	162

## INTRODUCCIÓN

En México, la reciente Reforma Integral para la Educación Media Superior (SEP, 2008), impulsada por la Secretaría de Educación Pública, establece, como uno de sus componentes esenciales, la adquisición y certificación de ciertas competencias, tanto genéricas como disciplinares por todos los egresados de Educación Media Superior en sus diversas modalidades.

Esta nueva propuesta, implica cambios sustanciales en la forma de la enseñanza, así como en los recursos necesarios para la utilización del enfoque de competencias en este nivel educativo.

"El enfoque de competencias ha sido una experiencia desde el año 2001 en países europeos, en México su implementación no ha tenido un impacto importante salvo en los casos de educación profesional técnica" (González, 2003); y en educación superior, aunque con un enfoque a las competencias profesionales, es decir a aquellas propias del ejercicio profesional; sin embargo, para el bachillerato general se consideran las competencias genéricas o generales y otras disciplinares o específicas de la disciplina o campo de conocimiento, "estas competencias permitirán un mejor desempeño en el egresado de bachillerato, tanto si continua estudios a nivel superior, como si decide incorporarse al campo laboral" (SEP, 2008).

De forma general, las competencias genéricas y disciplinares, permiten utilizar los conocimientos, habilidades y actitudes en distintos contextos de la vida del egresado del bachillerato, en este sentido, la educación en este nivel debe centrarse en el aprendizaje, pero no únicamente en el aprendizaje de contenidos áridos e inconexos sino en contenidos útiles para la vida, mediante procesos de construcción que impliquen el desarrollo de las competencias genéricas y disciplinares, encaminadas a la formación de individuos más autónomos y críticos de su mismo desempeño.

Por lo anterior, la planeación didáctica basada en competencias adquiere características diferentes a las tradicionalmente utilizadas por el docente de la Educación Media Superior (EMS), misma que hasta ahora se había desarrollado

basada en objetivos, que eran muy propios de la disciplina e incluso del algún tema en particular, pero muchas veces inconexos con el entorno real del alumno, es decir, poco pertinentes. La planeación didáctica basada en competencias, ha de consistir básicamente en la generación de situaciones didácticas que impliquen como fin el desarrollo de competencias genéricas y disciplinares y como medio la aplicación práctica de ciertos conocimientos en la resolución de situaciones reales o cercanas a la realidad del alumno.

En su Teoría de las Situaciones Didácticas, Guy Brousseau llama situación a un modelo de interacción de un sujeto con cierto medio que determina un conocimiento dado como el recurso del que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estado favorable. Las situaciones son específicas de dicho conocimiento (Brousseau, 2000).

Bajo este enfoque, el trabajo central del docente consistirá en el diseño de situaciones didácticas apropiadas al conocimiento que ha de construirse y la guía de su desarrollo a fin de promover la adquisición de competencias genéricas. Acorde a lo anterior, se desarrolla una secuencia didáctica, como propuesta de planeación didáctica bajo el enfoque de competencias, misma que busca ser útil a los docentes de la Educación Media Superior al sugerir la forma de tratar algún contenido temático ubicándolo en un contexto en particular que permita el desarrollo de competencias.

El planteamiento se sustenta en una postura constructivista (Díaz Barriga, 2002, 2003), misma que se alimenta de las aportaciones de diversas corrientes psicológicas asociadas genéricamente a la psicología *cognitiva*: el enfoque psicogenético de Piaget, la teoría de los esquemas cognitivos, la teoría de Ausubel de la asimilación y el aprendizaje significativo, y la psicología sociocultural de Vygotsky, principalmente.

A pesar de que los autores de éstas se sitúan en encuadres teóricos distintos, comparten el principio de la importancia de la actividad constructiva del alumno en el logro de los aprendizajes escolares, que es el punto de partida de este trabajo.



El constructivismo postula la existencia y prevalencia de procesos activos en la construcción del conocimiento: habla de un sujeto cognitivo aportante, que claramente rebasa a través de su labor constructiva lo que le ofrece su entorno. De esta manera, "según Rigo Lemini (1992) se explica la génesis del comportamiento y el aprendizaje, lo cual puede hacerse poniendo énfasis en los mecanismos de influencia sociocultural (p. ej. Vygotsky), socio afectiva (p. ej. Wallon) o fundamentalmente intelectuales y endógenos (p. ej. Piaget)" (Díaz Barriga, 2002).

En este sentido, el propósito de la propuesta es abordar el Bloque V: "Empleas la circunferencia" correspondiente al Programa de Estudios de Matemáticas II para el Bachillerato General, mediante una intervención didáctica contextualizada que sitúa al alumno en un problema real de su entorno y en el que ha de ir dando solución a diversos planteamientos mediante la reflexión, la experimentación, discusión y validación de procesos y significados, al tiempo que se apropia de los conocimientos involucrados y desarrolla las competencias previstas.

Acorde con el propósito, se da al presente documento la estructura siguiente:

En el capítulo 1, se exponen los contenidos disciplinares asociados a la circunferencia, planteados a manera de teoremas y modelos matemáticos. Así como las generalidades del Programa de la materia: Matemáticas II.

En el capítulo 2, se abordan los fundamentos psicopedagógicos y didácticos que sirven de marco para diseñar, planear y ejecutar la secuencia didáctica propuesta.

El capítulo 3, contiene la propuesta de intervención didáctica, teniendo como referente el plantel 17 Huixquilucan II del Colegio de Bachilleres del Estado de México así como el marco académico que le caracteriza, derivado de la implementación del enfoque de competencias y los lineamientos establecidos por la Dirección General del Bachillerato de la Secretaría de Educación Pública.

En el capítulo 4, se reseña la implementación práctica de la intervención didáctica, citando algunas problemáticas y reflexiones que el alumno enfrentó en el proceso; así mismo se muestran y analizan los resultados obtenidos para finalmente formular las conclusiones de la aplicación de la propuesta de intervención didáctica.

Se asume que con el planteamiento abordado no se pretende agotar el tema de la planeación didáctica bajo el enfoque de competencias, sin embargo la intención es aportar experiencias y apreciaciones que pudieran servir como referente para futuras investigaciones.

## **CAPITULO 1. Contenidos disciplinares: La circunferencia**

### **1.1. Introducción**

El núcleo central del curso está destinado al estudio de la Geometría Euclidiana, que ayuda al alumno a percibir y describir los objetos y sus partes de acuerdo a sus formas, dimensiones y propiedades; más aún, contribuye a favorecer un pensamiento reflexivo cuando el alumno, en un primer momento, identifica propiedades y relaciones que puede enunciar en proposiciones generales, construye y proporciona argumentos que validen dichas proposiciones, y finalmente establece relaciones lógicas entre ellas, sin llegar necesariamente a un rigor axiomático, propio de estudios más especializados.

#### **1.1.1. El Programa de la Materia: Matemáticas II**

Los planes y programas curriculares del Colegio de Bachilleres del Estado de México, corresponden con los emitidos por la Dirección General del Bachillerato de la Subsecretaría de Educación Media Superior de la Secretaría de Educación Pública Federal. Para el caso de la asignatura Matemáticas II, el programa incluye 10 bloques que han de abordarse en 80 horas y que introducen al alumno en el estudio de la Geometría y la Trigonometría durante los primeros 8 bloques y los dos restantes se dedican al estudio de Estadística y Probabilidad. Su importancia teórica reside en que estas ramas de la Matemática posibilitan visualizar y analizar geoméricamente los problemas que se presentan a los estudiantes en su entorno, así como la construcción de modelos matemáticos para su estudio.

El Bloque I está destinado al estudio de los Ángulos y sus relaciones métricas, con el estudio de las construcciones geométricas básicas, se pretende que el alumno explore, observe patrones de comportamiento, conjeture y comience a argumentar sus conclusiones. Los Bloques II y III, correspondientes al estudio de Triángulos, contemplan las etapas de exploración, deducción y aplicación, mismas que darán un

soporte metodológico al programa, ya que en los temas de Congruencia y Semejanza, se introduce al alumno al aspecto deductivo y a la comprensión de las argumentaciones. Al final de cada unidad se da paso a combinar diversos conceptos y resultados geométricos en aplicaciones teóricas y prácticas.

El bloque IV aborda las propiedades de Los Polígonos y el bloque V se dedica a La Circunferencia (Ver anexo II). El bloque VI y VII están destinados a estudiar los elementos de la Trigonometría, y representan un primer momento de síntesis de los conocimientos que el alumno ha trabajado en Aritmética, Álgebra y Geometría Euclidiana. A través de las razones trigonométricas, la resolución de triángulos y sus aplicaciones, el estudiante adquirirá nuevas herramientas que se potenciarán, al combinarse algunos conceptos y propiedades geométricas, como el de semejanza. EL Bloque VIII estudia las Leyes de Senos y Cosenos y en el IX y X, la Estadística y Probabilidad respectivamente.

Es así que, desde el punto de vista práctico, la Geometría y la Trigonometría proporcionan al alumno un instrumento útil para estudiar diversas situaciones o fenómenos desde una o ambas perspectivas, según la información disponible y la conveniencia de tales representaciones. De esta forma, su inclusión en el segundo semestre del Plan de Estudios del Bachillerato General, posibilita que el estudiante aplique dichos conocimientos en la modelación de fenómenos, en la asignatura de Física I y en el estudio de la Geometría Analítica del tercer semestre, así como del Cálculo Diferencial e Integral, del 5° y 6° semestres.

Por tratarse del nivel medio superior, estos temas se centran en el manejo de las propiedades básicas que permitan la graficación, modelación y la resolución de problemas de situaciones de la ciencia, la vida diaria y del ambiente laboral que asocian las propiedades mencionadas.

Los contenidos de Geometría que son abordados en el curso de Matemáticas II comprenden los temas de ángulos, triángulos, polígonos y circunferencia,

correspondientes a la geometría plana y para su estudio se utilizarán estrategias que posibiliten una enseñanza menos rigurosa, es decir, no axiomática y los de Trigonometría que se abordan son: funciones trigonométricas y las leyes de senos y cosenos; y para su estudio se utilizarán tanto el círculo unitario como las coordenadas cartesianas rectangulares.

La metodología propuesta para su enseñanza se centra en propiciar que el alumno acceda a la comprensión y dominio de los conocimientos en forma gradual, mediante aproximaciones cada vez más generales y comprensivas, a partir de su propia actividad sobre el objeto de estudio y la interacción social con sus compañeros.

### 1.1.2 Rueda y circunferencia

El conocimiento detallado de las ventajas mecánicas del uso de la rueda, debió ser un asunto posterior a su aparición y se debió acompañar de otros estudios que la empezaron a caracterizar. La rueda como objeto concreto, por sus características tiene una relación estrecha y quizá causal del objeto matemático de la circunferencia. La conceptualización de la circunferencia amplía los horizontes de uso de la rueda y potencializa su aplicación ya de por sí central en el desarrollo de la humanidad. En ese momento, el objeto concreto se vuelve abstracto, pasando de la rueda al círculo y la circunferencia como objetos matemáticos y esta matematización detona aún más los avances tecnológicos hasta entonces desarrollados, diversificando su aplicación en máquinas más complejas que a su vez favorecen el desarrollo de la humanidad.

Pero en esta carrera de prosperidad tecnológica de la humanidad en base al uso de la rueda, la diversificación de usos no ha sido una invención tácita como el caso de la construcción de la primera rueda; ya se ha mencionado que debió existir un proceso de matematización o conceptualización matemática que favoreció su uso en diversas máquinas más complejas. Ese proceso, debió ser cronológicamente largo y geográficamente amplio, lo cierto es que la geometría Euclidiana ya da cuenta de tal matematización.

Así, desde el uso más primitivo de la rueda en las carretas de tiro hasta los modernos autos de combustión, pasando por las elegantes carrozas del siglo XVII y por supuesto la locomotora y sistemas de ferrocarriles, el conocimiento de ella ha sido acrecentado, refinado e inventariado en un concepto matemático estrechamente relacionado que es la circunferencia. Este objeto matemático y sus propiedades han permitido un desarrollo vertiginoso en la industria. El uso de la circunferencia en el diseño de reductores de velocidad, sistemas de engranajes, sistemas de poleas, mecanismos de biela-manivela, y demás aplicaciones en máquinas y motores ha sido una constante cuyo conocimiento matemático ha estado asociado al progreso de las naciones y de la humanidad en general. Si bien el objeto concreto original fue de importancia central, es en realidad su conceptualización matemática lo que permite el desarrollo posterior. Este proceso, da cuenta de la importancia de las matemáticas para la humanidad. Desde entonces y hasta la fecha, las matemáticas siguen y seguirán jugando un papel preponderante en las diferentes ciencias y por tanto en el progreso y formación del ser humano.

### 1.1.3 Definición de circunferencia

Los contenidos disciplinares del Bloque V. “Empleas la circunferencia”, se describen a continuación, haciendo la aclaración de que la forma de abordarlos dista mucho de pretender recordar textualmente todos los conceptos y teoremas sino más bien utilizarlos de manera práctica para la resolución de problemas cercanos a la realidad del estudiante.

La **circunferencia** es una curva plana y cerrada donde todos sus puntos están a igual distancia de un punto llamado centro. La circunferencia sólo posee longitud. Se distingue del **círculo** en que éste es el lugar geométrico de los puntos contenidos en una circunferencia determinada; es decir, la circunferencia es el perímetro del círculo cuya superficie contiene.

#### 1.1.4 Elementos asociados con la circunferencia

Existen varios puntos, rectas y segmentos, singulares en la circunferencia, tienen características especiales según la posición que ocupan con relación a la misma y se les considera elementos asociados a la circunferencia.

Elementos asociados a la circunferencia

- *Centro*, es el punto interior equidistante de todos los puntos de la circunferencia;
- *Radio*. El radio de una circunferencia es el segmento que une el centro de la circunferencia con un punto cualquiera de la misma. El radio mide la mitad del diámetro. El radio es igual a la longitud de la circunferencia dividida entre  $2\pi$ .
- *Diámetro*. El diámetro de una circunferencia es el segmento que une dos puntos de la circunferencia y pasa por el centro. El diámetro mide el doble del radio. El diámetro es igual a la longitud de la circunferencia dividida entre  $\pi$ ;
- *Cuerda*. La cuerda es un segmento que une dos puntos de la circunferencia. El diámetro es la cuerda de longitud máxima.
- *Recta secante*. Es la línea que corta a la circunferencia en dos puntos;
- *Recta tangente*. Es la línea que toca a la circunferencia en un sólo punto;
- *Punto de Tangencia*, es el punto de contacto de la recta tangente con la circunferencia;
- *Arco*. El arco de la circunferencia es cada una de las partes en que una cuerda divide a la circunferencia. Un arco de circunferencia se denota con el símbolo sobre las letras de los puntos extremos del arco.
- *Semicircunferencia*, cada uno de los dos arcos delimitados por los extremos de un diámetro.

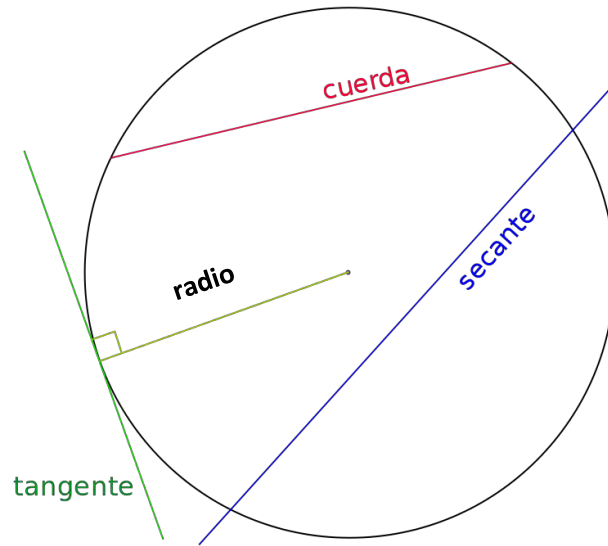


FIGURA 1: «Líneas del círculo». Publicado bajo la licencia Dominio público vía Wiki media Commons-  
[http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Lineas\\_del\\_circulo.svg#mediaviewer/File:Lineas\\_del\\_circulo.svg](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Lineas_del_circulo.svg#mediaviewer/File:Lineas_del_circulo.svg).

#### 1.1.4.1 Teoremas de relación entre radios y cuerdas

Teorema 1. La intersección de una esfera y un plano que contiene al centro de la esfera es un círculo que contiene el mismo centro y la misma longitud de un radio de la esfera.

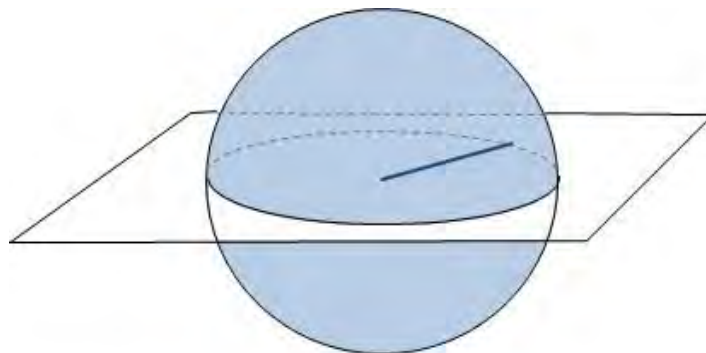


FIGURA 2.



Teorema 2. Dados dos radios cualesquiera de una circunferencia dada o de una esfera dada son congruentes.

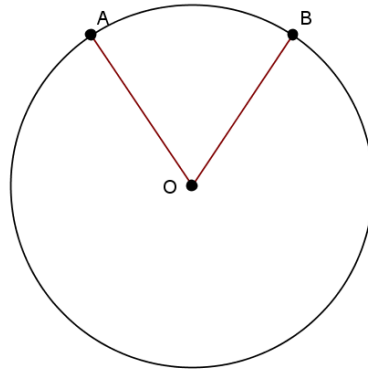


FIGURA 3.  $\overline{OA} \cong \overline{OB}$

Relaciones entre los radios y las cuerdas de la circunferencia.

Teorema 3. Un radio de una circunferencia perpendicular a una cuerda. Biseca la cuerda.

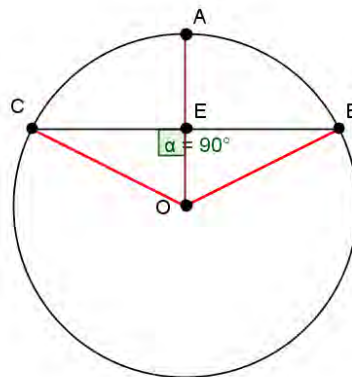


FIGURA 4.  $\overline{CE} \cong \overline{EB}$

Teorema 4. Un radio de una circunferencia que interseca a una cuerda en su punto medio es perpendicular a la cuerda.

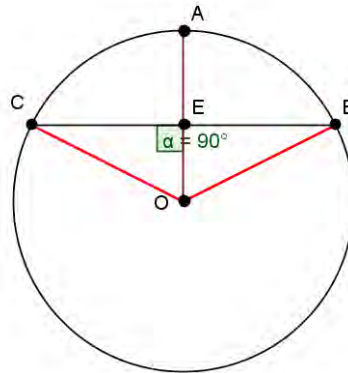


FIGURA 5.  $\overline{OA} \perp \overline{CB}$

Teorema 5. La mediatriz de una cuerda de una circunferencia contenida en el plano del círculo contiene al radio.

FIGURA 6.  $\overline{OC} \in \overleftrightarrow{OC}$

Teorema 6. Tres puntos cualesquiera de una circunferencia no son colineales.



FIGURA 7.  $A, B$  y  $C$ ; NO COLINEALES

Teorema 7. En una circunferencia o en circunferencias congruentes, si dos cuerdas son congruentes, entonces las cuerdas están a la misma distancia del centro.

FIGURA 8.  $\odot O \cong \odot O' \therefore \overline{AB} \cong \overline{A'B'}$

Teorema 8. En una circunferencia o en circunferencias congruentes, si dos cuerdas equidistan del centro, las cuerdas son congruentes.

$$\text{FIGURA 9. } \odot O \cong \odot O'; \overline{OJ} \cong \overline{O'J'} \Rightarrow \overline{AB} \cong \overline{A'B'}$$

Teorema 9. Una tangente a una circunferencia es perpendicular al radio que interseca a la circunferencia en el punto de tangencia.

Teorema 10. Una recta perpendicular a un radio de una circunferencia en el punto de intersección del radio y la circunferencia es tangente a la circunferencia.



FIGURA 10.  $t \perp \overline{OP}$

Teorema 11. Si dos tangentes a una circunferencia se intersecan en algún punto, entonces los dos segmentos determinados por este punto y los dos puntos de tangencia son congruentes.



FIGURA 11.  $\overline{AB} \cong \overline{AC}$

Teorema 12. La recta que contiene a los centros de dos circunferencias tangentes entre sí, contiene al punto de tangencia.



FIGURA 12.  $\odot A$  tangente  $\odot C \Rightarrow P \in \overleftrightarrow{AC}$

Teorema 13. Si una recta interseca a una circunferencia en el interior del círculo, entonces la interseca exactamente en dos puntos.



FIGURA 13.  $h < s < r$

Teorema 14. Dos circunferencias congruentes se intersecan a lo más en dos puntos.

### 1.1.5 Ángulos en la circunferencia

Otros elementos asociados a la circunferencia son los ángulos que es posible trazar en ella y dependiendo de la posición que ocupa el vértice de un ángulo con relación a la circunferencia y el círculo, reciben distintos nombres y tienen diferentes propiedades.

Un ángulo, respecto de una circunferencia, puede ser:

- *Ángulo central*, si tiene su vértice en el centro de esta. Sus lados contienen a dos radios. La amplitud de un ángulo central es igual a la del arco que abarca.
- *Ángulo inscrito*, si su vértice es un punto de la circunferencia y sus lados contienen dos cuerdas. La amplitud de un ángulo inscrito en una semi circunferencia equivale a la mayor parte del ángulo exterior que limita dicha base.
- *Ángulo semi-inscrito*, si su vértice es un punto de la circunferencia y sus lados contienen una cuerda y una recta tangente a la circunferencia. El vértice es el punto de tangencia. La amplitud de un ángulo semi-inscrito es la mitad de la del arco que abarca.
- *Ángulo interior*, si su vértice está en el interior de la circunferencia. La amplitud de un ángulo interior es la mitad de la suma de dos medidas: la del arco que abarcan sus lados más la del arco que abarcan sus prolongaciones.
- *Ángulo exterior*, si tiene su vértice en el exterior de la circunferencia.

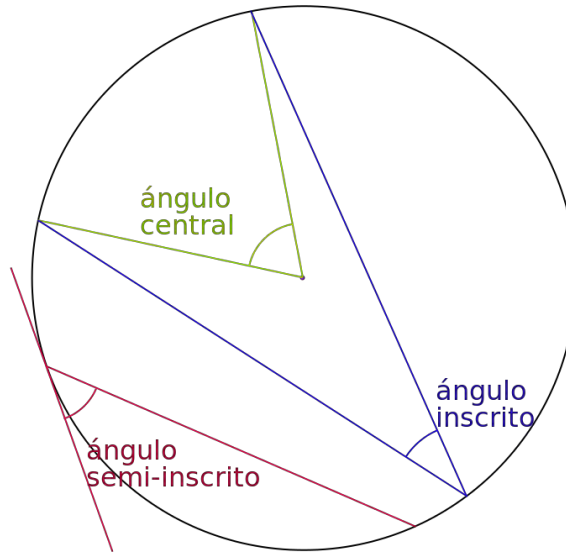


FIGURA 15. «Ángulos del círculo1». Publicado bajo la licencia CC BY-SA 3.0 vía Wikimedia Commons-  
[http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Angulos\\_del\\_circulo1.svg#mediaviewer/File:Angulos\\_del\\_circulo1.svg](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Angulos_del_circulo1.svg#mediaviewer/File:Angulos_del_circulo1.svg).

### 1.1.5.1 Teoremas sobre ángulos y cuerdas

Teorema 1. Las cuerdas congruentes de una misma circunferencia o de circunferencias congruentes determinan arcos menores congruentes.

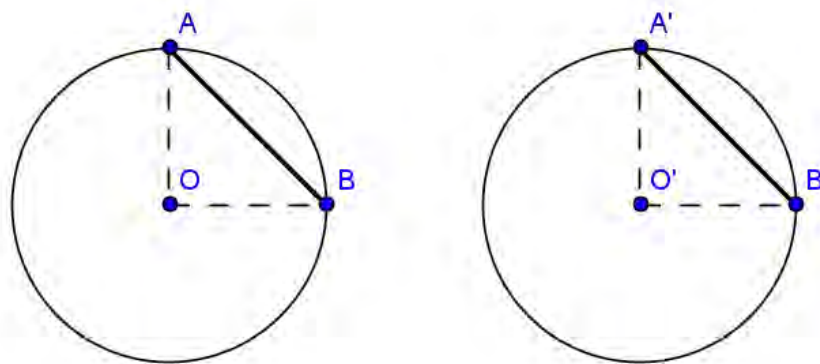


FIGURA 16.  $\widehat{AB} \cong \widehat{A'B'}$



Teorema 2. Los arcos congruentes de una misma circunferencia i de circunferencias congruentes determinan cuerdas congruentes.

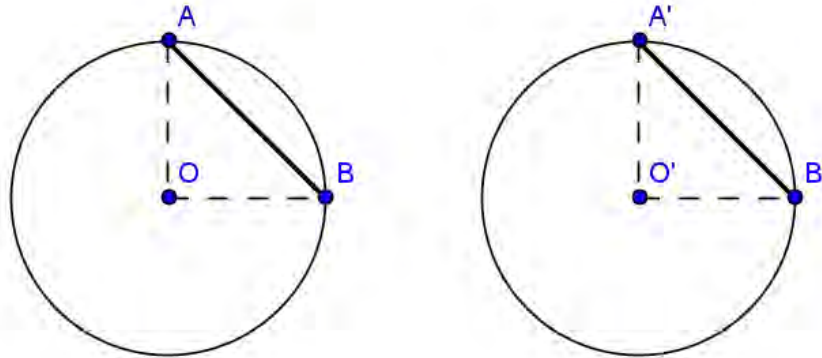


FIGURA 17.  $\overline{AB} \cong \overline{A'B'}$

Teorema 3. La medida en grados de un ángulo inscrito es la mitad de la medida en grados de su arco interceptado.

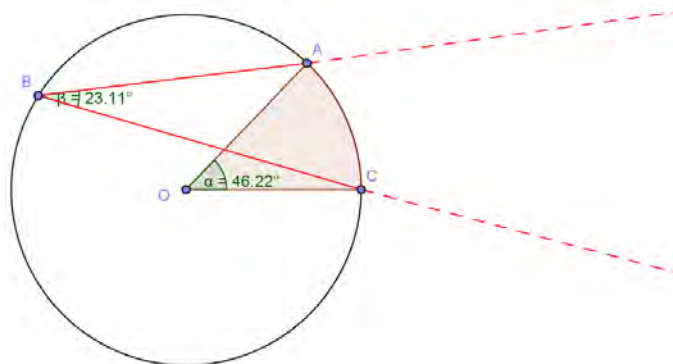


FIGURA 18.  $\sphericalangle ABC = \frac{1}{2} \sphericalangle AOC$

Teorema 4. Todos los ángulos inscritos que intersecan un mismo arco o arcos congruentes son congruentes.

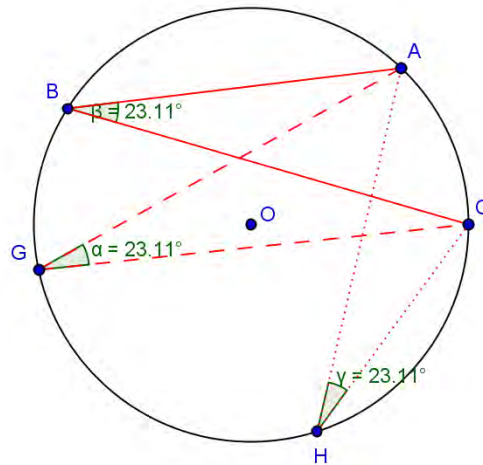


FIGURA 19.  $\angle ABC \cong \angle AGC \cong \angle AHC$

Teorema 5. Todo ángulo inscrito en una semicircunferencia es recto.

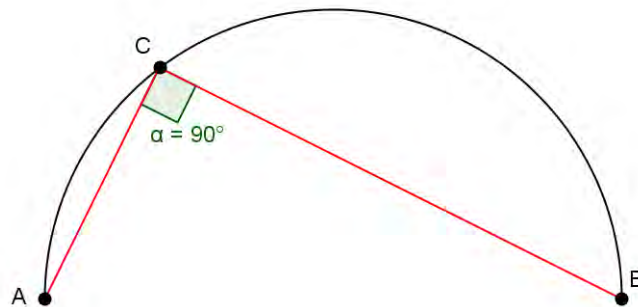


FIGURA 20.  $\angle ACB = 90^\circ$

Teorema 6. La medida en grados de un ángulo formado por dos secantes de una circunferencia que se intersecan en el interior del círculo es igual a la mitad de la suma de las medidas en grados de los ángulos interceptados por el ángulo y su ángulo opuesto por el vértice.

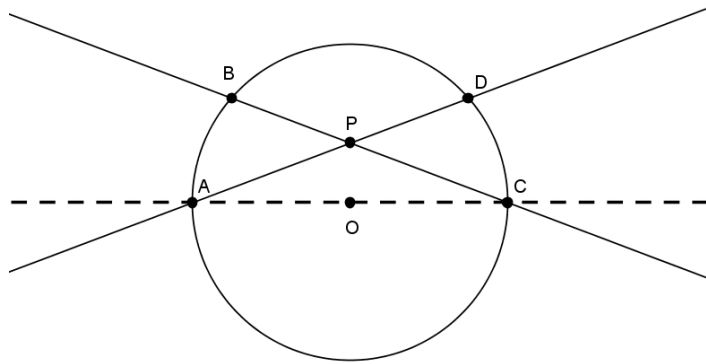


FIGURA 21.  $m\angle DPC = \frac{1}{2}(m\widehat{CD} + m\widehat{AB})$

Teorema 7. La medida en grados de un ángulo formado por dos secantes de una circunferencia que se intersecan en un punto exterior del círculo, es igual a la mitad de la diferencia de las medidas en grados de los dos arcos interceptados por el ángulo.

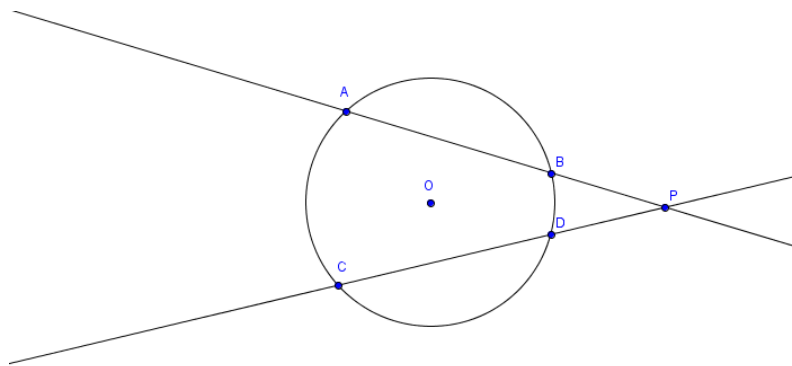


FIGURA 22.  $m\angle DPB = \frac{1}{2}(m\widehat{AC} - m\widehat{DB})$

Teorema 8. La medida en grados de un ángulo formado por una secante y una tangente de una circunferencia que se intersecan en un punto de la circunferencia, es igual a la mitad de la medida en grados del arco interceptado.

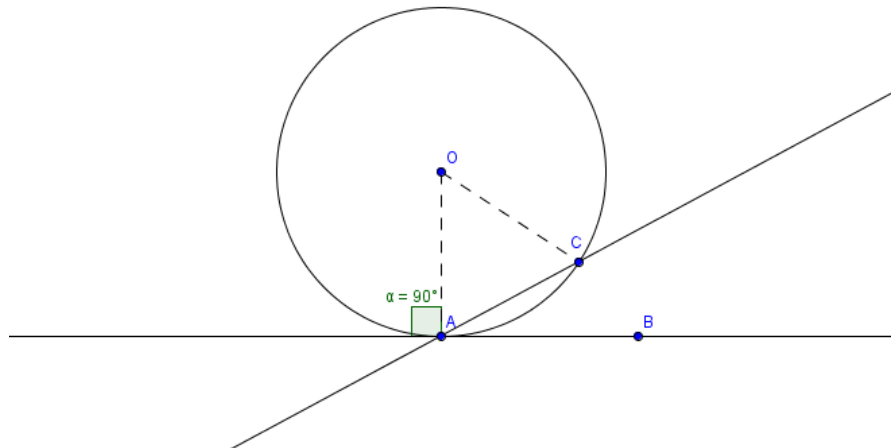


Figura 23.  $m\angle CAB = \frac{1}{2}(m\widehat{AC})$

Teorema 9. La medida en grados de un ángulo formado por una secante y una tangente de una circunferencia que se intersecan en un punto exterior al círculo es igual a la mitad de la diferencia de las medidas en grados de los dos arcos interceptados por el ángulo.

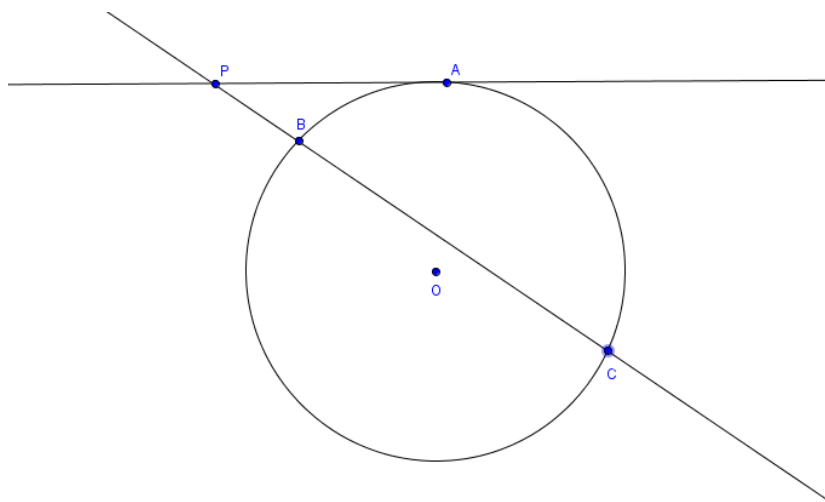


FIGURA 24.  $m\angle APC = \frac{1}{2}(m\widehat{AC} - m\widehat{AB})$

Teorema 10. La medida en grados de un ángulo formado por dos tangentes a una circunferencia que se intersecan en un punto exterior al círculo, es igual a la mitad de la diferencia de las medidas en grados de los dos arcos interceptados por el ángulo.

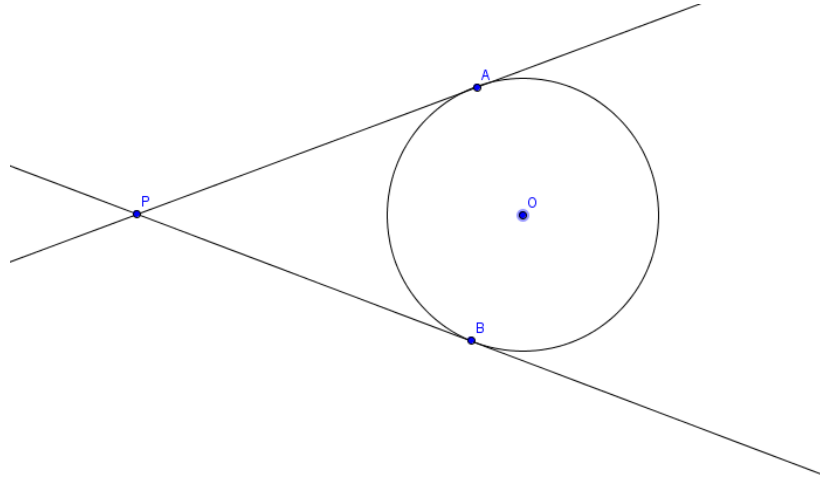


FIGURA 25.  $m\angle APB = \frac{1}{2}(m\widehat{AB} - m\widehat{BA})$

Teorema 11. Si dos ángulos centrales de una misma circunferencia o de circunferencias congruentes tienen desiguales medidas en grados, entonces las medidas en grados de sus arcos son desiguales en el mismo orden.

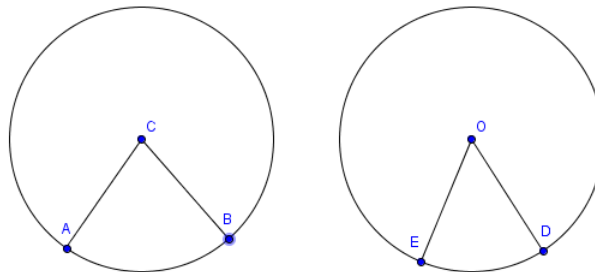


FIGURA 26.  $\angle ACB > \angle EOD \therefore \widehat{AB} > \widehat{ED}$

Teorema 12. Si dos ángulos centrales de dos circunferencias no congruentes tienen la misma medida en grados, entonces las cuerdas determinadas por los arcos interceptados tienen longitudes desiguales en el mismo orden que las longitudes de sus radios.

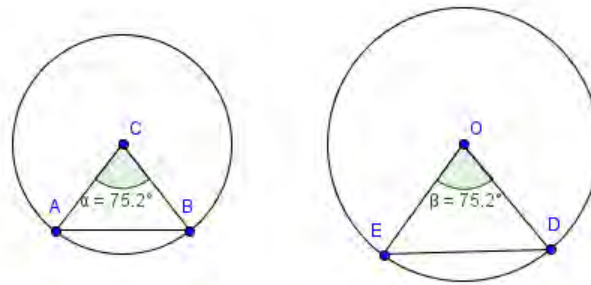


FIGURA 27.  $\overline{AC} < \overline{EO} \therefore \overline{AB} < \overline{ED}$

Teorema 13. En una misma circunferencia o en circunferencias congruentes, la más larga de dos cuerdas no congruentes está más cerca del centro de la circunferencia.

Teorema 14. Dadas dos cuerdas en una misma circunferencia o en circunferencias congruentes, la cuerda que está más cerca del centro es la más larga, (recíproco del teorema 13).

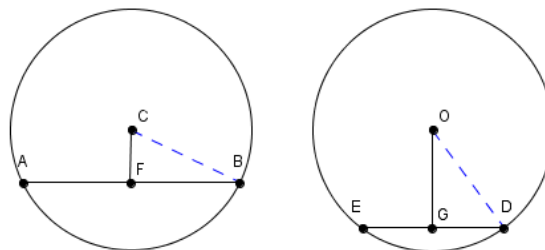


FIGURA 28.  $\overline{AB} > \overline{ED} \therefore \overline{CF} < \overline{OG}$

Teorema 15. Si dos cuerdas se intersecan en el interior de un círculo, entonces el producto de las longitudes de los dos segmentos formados en una cuerda es igual al producto de las longitudes de los dos segmentos formados por la otra cuerda.

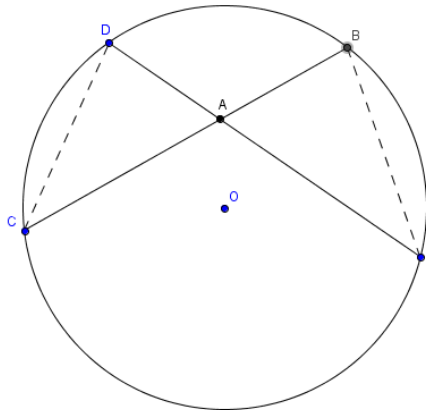


FIGURA 29.  $\overline{CA} * \overline{AB} = \overline{EA} * \overline{AD}$

Teorema 16. Si una tangente y una secante se intersecan en un punto exterior de un círculo, entonces la longitud del segmento tangente resultante es la media geométrica de la longitud del segmento secante y el segmento secante externo.

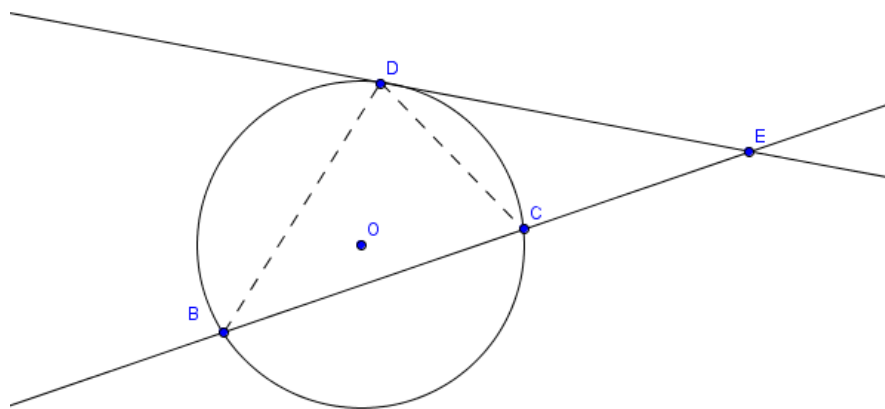


FIGURA 30.  $\overline{DE} = \sqrt{\overline{BC} * \overline{CE}}$

Teorema 17. Si dos secantes de una circunferencia se intersecan en un punto del exterior del círculo, entonces el producto de la longitud de un segmento secante por su correspondiente segmento secante externo es igual al producto de la longitud del otro segmento secante por su correspondiente segmento secante externo.

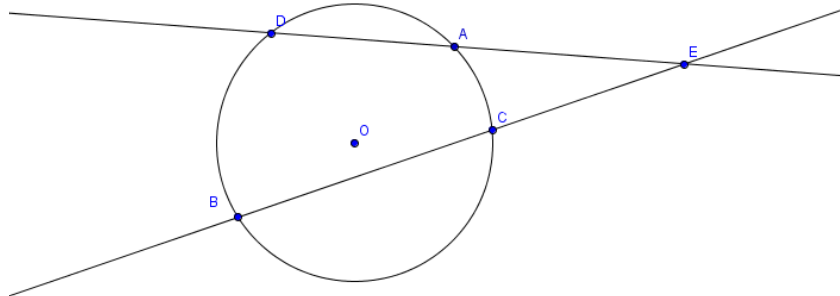


FIGURA 31.  $\overline{BE} * \overline{CE} = \overline{DE} * \overline{AE}$

Teorema 18. La longitud del segmento perpendicular de un punto de una circunferencia a un diámetro es la media geométrica de las longitudes de los segmentos del diámetro determinados por el pie de la perpendicular.

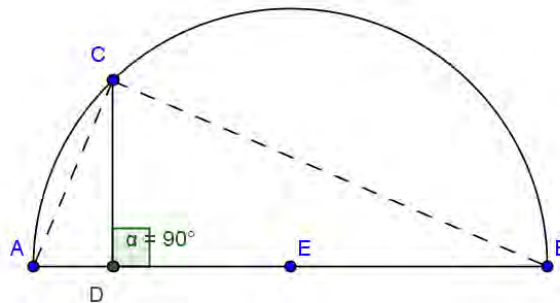


FIGURA 32.  $\overline{CE} = \sqrt{\overline{AE} * \overline{EB}}$



### 1.1.6 Longitud de la circunferencia

Es la longitud que tiene la línea curva cerrada que llamamos circunferencia. El interés por conocer la longitud de una circunferencia surge en Babilonia (actual Irak), cuando se usaban los carros con rueda, era primordial relacionar el diámetro o radio con la circunferencia. De esa forma, se puede estimar la distancia que avanza una rueda al dar un giro o vuelta completa.

La longitud  $l$  de una circunferencia es:

$$l = \pi \cdot 2r \text{ o bien: } l = \pi \cdot d$$

Donde  $r$ , es la longitud del radio y  $d$ , es la longitud del diámetro.

Pues  $\pi$ , (número pi), por definición, es el cociente entre la longitud de la circunferencia y el diámetro  $\pi = l / d$

### 1.1.7 Área del círculo

El área del círculo es el límite de las áreas de los polígonos regulares inscritos en el círculo cuando el número de lados de los polígonos crecen indefinidamente (Nichols, 1971).

FIGURA 33a

FIGURA 33b

Los círculos de la figura 33a y 33b son congruentes. Obsérvese el radio y perímetro de ambos polígonos regulares inscritos. Al aumentar el número de lados del polígono, la medida del apotema se aproxima a la medida del radio y la medida del perímetro se aproxima a la circunferencia. Entonces la fórmula para calcular el área del polígono regular:  $A = \frac{1}{2}pa$  toma la forma  $A = \frac{1}{2}lr$ , donde  $l$  es la longitud de la circunferencia y  $r$  el radio; si sabemos que:  $l = 2\pi r$  la fórmula para el área del círculo quedaría como:  $A = \frac{1}{2}2\pi r \cdot r$  que es equivalente con  $A = \pi r^2$

## Capítulo 2. Fundamentos psicopedagógicos y didácticos.

### 2.1 Antecedentes psicogenéticos

#### 2.1.1 La Teoría de Piaget

Según Piaget (1995), el pensamiento del individuo evoluciona a través de cuatro estadios de desarrollo, caracterizadas por la interacción con el medio, lo que le permite crear sus propias estructuras mentales. Los cambios que se presentan en esa evolución del pensamiento son perceptibles mediante saltos en las capacidades del individuo, es decir, que esos cambios son indicadores de una importante reestructuración de la capacidad cognitiva. Estas etapas o estadios se asocian a diferentes edades del individuo y aproximadamente son las siguientes:

Sensoriomotor (0 a 2 años de edad).

El niño hace uso de sus habilidades motrices y sentidos, para conocer su medio.

Pensamiento pre-operacional (2 a 7 años de edad).

Consiste en una interiorización de la etapa sensoriomotora, pero sin llegar a la abstracción. Se desarrolla una inteligencia intuitiva, los sentimientos individuales y una relación social de sumisión con el adulto.

Pensamiento operacional concreto (7 a 11 años de edad).

Se caracteriza por la aparición de la lógica, los sentimientos morales y sociales de cooperación. Usa símbolos de modo lógico y conserva cantidades numéricas.

Operaciones formales (11 años de edad en adelante).

Se caracteriza por las operaciones abstractas, la formación de la personalidad y la inserción en la sociedad de los adultos.

Para Piaget, el conocimiento es el resultado de un proceso que inicia con la adquisición activa o **asimilación**, aunque no se asimila todo lo que se recibe sino solo aquello que resulta significativo para el individuo, es decir, aquello que tiene un valor simbólico. Esta nueva información significativa se incorpora a los conocimientos que el individuo posee de manera previa, mismos que son modificados creando nuevos esquemas mentales, esta fase es la **acomodación**. La asimilación y acomodación son fases complementarias que conducen a una tercera de **equilibración**, misma que no es estática aunque su finalidad es el equilibrio, se convierte en una etapa de desarrollo progresivo de pensamiento.

### 2.1.2 La propuesta Van-Hiele

El Modelo de Van Hiele (Fuys, 1995; Gutiérrez 1990), ha probado su validez en recientes investigaciones en educación matemática que centran su atención en geometría y otros tópicos del análisis matemático que poseen un alto componente tanto visual como geométrico. Dicho modelo está formado por tres componentes principales, el primero de ellos es el *insight*, o “comprensión”. En segundo lugar, los niveles de razonamiento se clasifican en cinco de ellos: nivel 0, descriptivo; nivel 1, de reconocimiento visual; nivel 2, de análisis; nivel 3, de clasificación y relación; nivel 4, de deducción formal. El tercer componente del modelo son las fases de aprendizaje, que son: fase 1, información; fase 2, orientación dirigida; fase 3, explicitación; fase 4, libre orientación; fase 5, integración; estas fases, están orientadas a ayudar a un alumno a progresar desde su nivel de razonamiento al inmediatamente superior, constituyendo un esquema para organizar la enseñanza.

Algunas generalidades de los niveles de Van Hiele son:

Nivel 0. Descriptivo. En este nivel los objetos se perciben en su totalidad como un todo, no diferenciando sus características y propiedades. Las descripciones son visuales y tendientes a asemejarlas con elementos familiares.

Nivel 1. Reconocimiento visual. Se perciben propiedades d los objetos geométricos. Se pueden describir objetos a través de sus propiedades.

Nivel 2. Análisis. Describe los objetos y figuras de manera formal. Entiende los significados de las definiciones. Reconocen como unas propiedades derivan de otras. Establecen relaciones entre las propiedades y sus consecuencias.

Nivel 3. Clasificación y relación. En este nivel se realizan deducciones y demostraciones. Se entiende la naturaleza axiomática, se comprenden las propiedades.

Nivel 4. Deducción formal. Se trabaja la geometría sin la necesidad de objetos concretos. Se conoce la existencia de diferentes objetos axiomáticos y se puede analizar y comparar.

Según Van Hiele, la aplicación del modelo a un concepto específico requiere del establecimiento de una serie de descriptores para cada uno de los niveles, que permita la detección de los mismos a partir de la actividad de los estudiantes. El objetivo es detectar los niveles de pensamiento, no así los conocimientos previos.

Las fases de aprendizaje tienen la intención de ayudar al docente a impartir la instrucción correspondiente para que el alumno progrese en su nivel de razonamiento. Se asume que desarrolladas estas cinco fases, los alumnos habrán adquirido una nueva red de relaciones mentales que será más amplia que la anterior, completándola y reformulándola. La colección de experiencias de aprendizaje se denomina “módulo de instrucción” (Fuys, 1995).

Así entonces, un módulo de instrucción está compuesto por experiencias de aprendizaje entendidas éstas no solo como aquellas que se realizan dentro del aula, sino también aquellas que promueven aprendizajes significativos independientes del contexto donde se llevan a cabo. Éstas se enfocan de tal manera que los alumnos se

involucran en procesos de enseñanza-aprendizaje más específicos; así mismo, las experiencias de aprendizaje serán aquellas que se realicen con propósitos formativos a fin de que el alumno adquiera nuevas habilidades y destrezas frente al concepto que es objeto de estudio. Dichas experiencias, deben ser desarrolladas de forma tal que permitan al alumno, ser partícipe de su propio aprendizaje; “la adquisición por una persona de nuevas habilidades de razonamiento es fruto de su propia experiencia. Esta experiencia se adquiere unas veces fuera del aula y otras veces dentro de ella. La enseñanza adecuada es, aquella que proporciona esa experiencia” (Gutiérrez, 1990). Entonces, el papel fundamental del módulo de instrucción es establecer un orden secuencial para la aplicación de las actividades propuestas en cada una de las fases de aprendizaje.

Las fases de aprendizaje buscan que, durante su aplicación el alumno reelabore el lenguaje usado respecto al concepto de estudio y así pueda progresar del nivel de razonamiento en que se encuentra al inmediato superior. Según Vasco (2005), las fases de aprendizaje del modelo se definen de la siguiente forma:

- Fase 1. Información. Se explora mediante tests, entrevistas, gráficas o exposiciones realizadas por los alumnos. Con ello se busca que expliciten la información que tienen en su estructura cognitiva acerca del concepto objeto de estudio.
- Fase 2. Orientación dirigida. El profesor propone actividades en las que el concepto se relacione con situaciones de la vida diaria y anima a los alumnos para que encuentren sus propias relaciones, las compartan y discutan con sus compañeros.
- Fase 3. Explicitación. Los alumnos aplican el concepto para resolver problemas que correspondan a situaciones reales en diferentes contextos.
- Fase 4. Orientación libre. Se completa la red de relaciones que se comenzó a formar en las fases anteriores y se adquiere el lenguaje propio del siguiente nivel de razonamiento. Partiendo del concepto estudiado y de sus propios intereses los alumnos deben formular y solucionar sus propios problemas.

- Fase 5. Integración. El concepto estudiado se reorganiza y adquiere un nuevo significado. Se hace explícita la nueva red conceptual y el conjunto de habilidades de razonamiento adquiridas.

## 2.2 Fundamentos socioculturales

### 2.2.1 El Constructivismo social de Vygotsky

Vygotsky (1988), enfoca el constructivismo a los aspectos socioculturales, con la idea de que el conocimiento se construye a partir de las relaciones que el individuo tiene con el medio social, fundamentalmente mediante el lenguaje, situación que permite el desarrollo del pensamiento.

Bajo este enfoque, la función del profesor es principalmente mediadora, dedicada a ayudar el desarrollo del conocimiento a través del aprendizaje guiado y cooperativo que permita que el alumno reconstruya el saber que adquiere del medio social que le rodea.

Para Vygotsky todos los procesos psicológicos superiores como: comunicación, lenguaje, razonamiento, entre otros, se adquieren primero en un contexto social y luego se interiorizan, ya que se originan mediante las relaciones entre seres humanos. En el desarrollo cultural del niño, toda función aparece dos veces, primero a escala social y más tarde a escala individual, es decir, primero entre personas (interpsicológica) y después en el interior del propio niño (intrapsicológica).

El aprendizaje entonces, no se considera una actividad individual sino más bien de carácter social. El alumno aprende de manera eficaz cuando lo hace en colaboración de otros compañeros; esta interrelación con otros estimula y favorece el aprendizaje mediante discusiones grupales y el poder de la argumentación en la discrepancia que

se genera entre alumnos que poseen distinto grado de conocimientos sobre un mismo tema.

Para Vygotsky, el aprendizaje y el desarrollo no son coincidentes porque existe un desarrollo real y un desarrollo potencial, señala que la enseñanza debe dirigirse al desarrollo potencial para impulsar todas las posibilidades del alumno. Aquello que el individuo puede hacer sólo se denomina “desarrollo real” y lo que es capaz de hacer con la ayuda de otro es el “desarrollo potencial”; la distancia entre el desarrollo real y el desarrollo potencial es lo que el autor llama Zona de Desarrollo Próximo.

La Zona de Desarrollo Próximo es el conocimiento según Dale (1997), puede adquirir un individuo dadas las condiciones apropiadas. Con frecuencia, una persona no puede realizar una tarea de forma individual, debido a la misma dificultad que puede implicar la actividad, sin embargo, con la ayuda de otra persona más capacitada o experta, sí podría realizarla. Dicho apoyo deriva en el llamado *andamiaje educativo*. En un proceso de aprendizaje el maestro u otro compañero más capaz apoyan la realización de la actividad y conforme el aprendiz se vuelve más diestro, se va retirando el apoyo o andamiaje para que el aprendiz se desenvuelva independientemente. La clave es asegurar que el aprendiz se mantiene en la zona de desarrollo próximo, es decir, que la tarea es considerablemente cercana a sus capacidades actuales.

### **2.2.2 La Teoría de Situaciones Didácticas**

Desde la visión de Guy Brousseau (2000), fundador de la Teoría de las Situaciones Didácticas, enseñar matemáticas requiere del profesor, la habilidad de construir situaciones de enseñanza que permitan la interacción de alumnos para fomentar la apropiación de conocimientos, descubriendo su organización interna y utilizándolos para la resolución de problemas. Esta teoría da un carácter fundamental a la “situación”, descrita por el autor como:



Hemos llamado “situación” a un modelo de interacción de un sujeto con cierto medio que determina a un conocimiento dado como el recurso del que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estado favorable, (Brousseau, 2000).

El supuesto en esta teoría es que el alumno aprende mientras se adapta a un medio que es factor de contradicciones, dificultades y desequilibrios; y que es el saber que resulta de esa adaptación lo que da prueba del aprendizaje.

### **2.3 Constructivismo cognitivo**

El enfoque cognitivo del constructivismo (Díaz-Barriga, 1997), postula que el aprendizaje implica una reestructuración activa del conocimiento previo que posee el alumno, es decir, para aprender es necesario relacionar los nuevos conocimientos con los anteriores, con lo cual el aprendizaje se vuelve una actividad significativa para el aprendiz. El aprendizaje es un proceso de contraste, de modificación de los esquemas de conocimientos que provoca un conflicto que debe derivar en un equilibrio.

Este enfoque tiene su fundamento en la obra de David Paul Ausubel para quién el alumno es un procesador activo de información y el aprendizaje es sistemático y organizado, ya que es un fenómeno complejo que no se reduce a simples procesos de memorización. En la edad preescolar según Ausubel, la adquisición de conceptos y proposiciones se realiza primordialmente por descubrimiento, el aprendizaje por recepción, surge en etapas avanzadas en el desarrollo intelectual del alumno y constituye un indicador de su madurez cognitiva. Al llegar a la enseñanza media superior y superior, el autor señala que el pensamiento se vuelve más abstracto y formal que permite manejar adecuadamente las proposiciones verbales.

Ausubel y otros colaboradores (Díaz-Barriga, 1997) formulan la teoría del Aprendizaje Significativo que plantea que para aprender es necesario relacionar los nuevos aprendizajes con las ideas previas del alumno. El aprendizaje significativo se logra cuando se presentan cambios en las estructuras de conocimientos del alumno como

resultado de la asimilación de la nueva información y bajo condiciones favorables; es decir, que la nueva información debe relacionarse de modo no arbitrario y sustancial con lo que el alumno ya sabe, dependiendo también de su motivación y actitud, los materiales y los contenidos de aprendizaje.

## 2.4 Cognición situada.

El paradigma de la Cognición Situada toma como sustento teórico los escritos de Lev Vygotsky (1988) y de otros autores, entre ellos Leontiev (1993) y Luria (1987) además de Rogoff (1993), Lave (1997), entre otros citados por Barriga (Díaz-Barriga, 2002). Los teóricos de esta corriente parten de la premisa de que el conocimiento es situado, es decir, que es parte y producto de la actividad, el contexto y la cultura en que se desarrolla y utiliza. Bajo esta visión la enseñanza situada destaca la importancia de la actividad y su contexto en el aprendizaje escolar, en este sentido se asume que “aprender” y “hacer” son acciones inseparables. Según Díaz Barriga (2002), “los teóricos de la cognición situada parten de una fuerte crítica a la manera cómo la institución escolar intenta promover el aprendizaje. En particular cuestionan la forma en que se enseñan aprendizajes declarativos abstractos y descontextualizados, conocimientos inertes, poco útiles y escasamente motivantes, de relevancia social limitada”. Por lo que se asume que esta forma de enseñanza genera aprendizajes poco significativos que limitan la capacidad del alumno de transferir y generalizar lo que aprende.

En la Cognición Situada, la unidad básica de análisis es un sistema de actividad de las personas que interactúan en determinados contextos. Este sistema de actividad según Engeström, citado por Baquero (2002) en (Díaz-Barriga ,2003) tiene los siguientes componentes:

- El sujeto que aprende.
- Los instrumentos utilizados en la actividad, privilegiando los de tipo semiótico.
- El objeto a apropiarse u objetivo que regula la actividad (saberes y contenidos).
- Una comunidad de referencia en que la actividad y el sujeto se insertan.

- Las normas o reglas de comportamiento que regulan las relaciones sociales de esa comunidad.
- Reglas que establecen la división de tareas en la misma actividad.

En síntesis, Díaz Barriga (2003) señala que este autor (Baquero, 2002) establece que bajo esta perspectiva, el aprendizaje se entiende por los cambios en las formas de comprensión y participación de los sujetos en una actividad conjunta, comprendido como proceso multidimensional de apropiación cultural ya que involucra el pensamiento, la afectividad y la acción.

## **2.5 Planeación didáctica**

### **2.5.1 ¿Qué es la planeación didáctica?**

La realización de cualquier acción humana (por ejemplo, realizar un viaje, hacer una compra, hacer una llamada telefónica, entre otras) lleva de forma implícita una tarea de planeación; es decir, antes de la acción se han establecido la necesidad de su realización así como las consecuencias de su ejecución, salvo los casos de lo que se llama «acto reflejo», que son acciones tan rápidas que no se tiene tiempo de planear. Mientras más compleja sea la acción que se va a desarrollar, en el sentido del número de variables que intervienen, tanto más necesaria y minuciosa será su planeación.

Es posible suponer, que la invención de la escuela o al menos la masificación de la educación ha planteado la necesidad de que el maestro elabore una planeación de su actuación en base a los propósitos que persigue.

En las sociedades primitivas no se necesitaba ni didáctica ni planes de enseñanza; la nueva generación se socializaba gracias a la participación en las actividades de los adultos y a la asunción paulatina de tareas y responsabilidades. [La planeación se hace necesaria] al surgir las escuelas, cuando se delega una parte de las tareas de educación y formación en especialistas en educación y formación. Al surgir las

escuelas desarrollan su vida propia. Se hace entonces necesario planificar lo que sucede en ellas. Para ello sirven los planes de enseñanza, (Aebli, 1991).

En tiempos anteriores, [antes de que la administración se considerara una ciencia] los planes para el diseño del currículo y la instrucción didáctica se desarrollaban principalmente a base de intuición y se basaban muchas veces en objetivos ambiguos y criterios casuales subjetivos (Kemp, 1996). Ya sea que hablemos de modelos pedagógicos “tradicionales” o innovadores, lo importante es entender, como lo hace notar Pedro Hernández, que “todo profesor diseña previamente su clase, aunque su diseño no sea explícito, sistemático o formal” (Hernández, 1996, citado por Kemp, 1996).

En las dos décadas anteriores, una idea predominante en el ámbito fue ver la planeación como un recurso para garantizar la calidad educativa, en la medida que contribuyera a sistematizar y racionalizar la enseñanza. La práctica docente intuitiva, empírica, dice Imbernón (1995, citado por Jiménez, 1997), “trató de ser tecnificada como requisito de científicidad y profesionalismo”.

Desde esta perspectiva, la racionalización de la enseñanza implicaba basar la práctica educativa en conocimientos psicopedagógicos, mientras que la sistematización era entendida como planificar, desarrollar y evaluar la enseñanza siguiendo las prescripciones establecidas en la “ingeniería pedagógica” que tuvo su mayor auge en los años setenta y principios de los ochenta.

Las reformas educativas emprendidas en muchos países para apuntalar los proyectos de desarrollo económico y social depositaron sus esperanzas en el cambio de planes y programas de estudio. Diversos autores consignan ampliamente los esfuerzos que los sistemas educativos empeñaron en crear materiales educativos “a prueba del profesor”, tan cuidadosamente elaborados que se esperaba que permitieran garantizar la calidad en la enseñanza, (Jiménez, 1997).

En este apretado resumen, podemos decir que nuestros países pagaron un elevado costo tras esas experiencias. La entrada de la cientificidad y de la tecnificación al territorio educativo, por vía de la planeación, no fue la solución esperada. Como consecuencia, en un movimiento de retorno, surgieron “grandes dosis de escepticismo sobre la utilidad real de la planeación educativa” Actualmente, cada vez se comparte más la idea de que la teoría y la técnica psicopedagógica, son solo una de las fuentes de referencia del diseño y planeación educativa, necesaria más no suficiente. Asimismo, que “el diseño y planeación son indispensables para lograr la calidad educativa, pero no resuelven todos nuestros problemas y carencias”, (Jiménez, 1997).

Planear es prever, (SEP 2006) por lo tanto la planeación didáctica es importante porque en ésta se describe de manera específica las actividades (estrategias y técnicas) que se llevarán a cabo tanto dentro, como fuera del espacio áulico, en busca de alcanzar, de una forma consciente y organizada mediante los planes y programas de estudio, el objetivo de la materia o propósitos de la misma. En este sentido, la planeación didáctica orienta los procesos para el desarrollo exitoso de la enseñanza y el aprendizaje.

Actualmente las instituciones educativas se enfrentan a un sinnúmero de retos y problemáticas impuestas por el crecimiento de las culturas y así mismo el acelerado desarrollo de las ciencias y tecnologías. Para lograr la formación personal o en su caso profesional, el modelo educativo de cada institución se vale de la planeación didáctica para que los estudiantes logren adquirir los conocimientos necesarios a lo largo de sus estudios desde los básicos hasta los universitarios. Hay comunidades docentes que ven a la planeación didáctica como un instrumento que los ayuda a desglosar los contenidos temáticos de manera fácil y organizada, pero también puede haber quienes la consideran un trámite engorroso e innecesario.

La planeación didáctica consiste en el diseño de una serie de actividades que el docente pretende aplicar en un grupo durante un periodo de tiempo (una clase, una semana, un mes, etc.), incluso se pueden realizar planeaciones para proyectos que se

llevaran a cabo durante meses, depende de lo que se pretende lograr y lo que se desea que aprendan los alumnos.

Es necesario entonces, reconocer el PROPÓSITO de planeación, por ejemplo que los alumnos construyan un concepto o desarrollen una habilidad, por ejemplo, la rapidez para resolver operaciones aritméticas.

Después se deben considerar las ACTIVIDADES diseñadas y encaminadas al logro del propósito, por ejemplo, solución de problemarios, prácticas de laboratorio, proyectos de investigación, talleres o debates; que pueden ser muy específicas o generales, pero eso sí, deben presentarse en el orden en que se aplicaran y tener una intencionalidad didáctica específica.

Luego están los RECURSOS que se va a utilizar durante la aplicación de la planeación didáctica. Por ejemplo: videos, escuadras, láminas entre otros.

Finalmente pero no por eso lo menos importante es la EVALUACIÓN de las actividades y los conocimientos que éstas generaron, que es la manera en que se sabrá qué aprendió cada uno de los alumnos considerando que la evaluación no se deja para el final sino que es continua y permanente (por ejemplo, utilizando un portafolio de evidencias donde se registre el número de tareas entregadas y la participación de cada alumno, entre otros). Desde el inicio ya se van evaluando las reacciones y evolución de los alumnos.

### **2.5.2 Importancia de la Planeación Didáctica**

Conviene señalar que los elementos del proceso educativo a nivel de aula que pueden diseñarse y planificarse son: el curso en su totalidad; cada uno de sus grandes segmentos (ejes temáticos, unidades didácticas, módulos, bloques, centros de interés); una sola sesión, clase o lección; los medios y materiales de apoyo; los procedimientos e instrumentos de evaluación, entre otros.

Es importante señalar que el diseño y la planeación son acciones complementarias de un mismo proceso, el diseño tiene un carácter meramente creativo y la planeación es más bien de carácter estructurante; es decir, que las actividades y todas sus implicaciones propuestas por el docente en una planeación, están organizadas con base a un diseño que se fundamenta en las ideas y experiencia del docente.

“La planeación didáctica influye en lo que los estudiantes aprenden, ya que transforma el tiempo disponible y los materiales del currículo en actividades, tareas y trabajos para los estudiantes: el tiempo es la esencia de la planeación. La planeación puede ser anual, semestral, por unidad, semanal y diaria” (Woolfolk, 2006).

En este sentido, diseñar es crear la idea del ambiente de aprendizaje que queremos propiciar, entendiendo por ambiente un conjunto integrado de propósitos, contenidos, estrategias, prácticas, medios y recursos. Planear es determinar y organizar las acciones necesarias para llevar a cabo dicha idea, (Jiménez, 1979).

Diseñar es concebir, dar forma, idear la mejor forma de proceder, es pensar anticipadamente en la práctica, abordando la enseñanza con una intención creativa. Planear es preparar, disponer, organizar, articular, estructurar lo que se propone en el diseño para que éste pueda ser realizado. Implica abordar la enseñanza con una intención operativa.

Los planes reducen aunque no eliminan la incertidumbre en la enseñanza. La planeación debe permitir la flexibilidad; hay evidencias de que cuando los maestros “planean en exceso” sus alumnos no aprenden tanto como aquellos cuyos maestros son más flexibles (Shavelson, 1987 citado por Woolfolk, 2006).

Para planear de manera creativa, los profesores necesitan diversos conocimientos: de los estudiantes, sus intereses y habilidades; de la materia que enseñan; de formas alternativas de enseñanza y evaluación de la comprensión; del trabajo grupal; de las expectativas y limitaciones de la escuela y la comunidad; de cómo

aplicar y adaptar los materiales y libros de texto; y de la manera de convertir todos estos conocimientos en actividades significativas (Woolfolk, 2006).

Se ha comprendido sin lugar a dudas que *el proceso de la instrucción* es complejo, mucho más, por cierto, que lo que se suponía anteriormente. “Está integrado por muchas partes y funciones relacionadas entre sí, que deben operar de manera coordinada para lograr resultados tangibles” (Kemp, 1996).

En un contexto didáctico, Jiménez (1979), establece que diseñar y planear es “determinar y organizar las acciones necesarias para llevar a cabo la idea del ambiente de aprendizaje y aprendizaje que queremos propiciar [...] determinando y organizando las acciones necesarias para llevar a cabo dicha idea”.

Es evidente que muchas variables intervienen en este proceso y que, “Manipulando y controlando sólo una parte, o varias nada más, de estas funciones, no conseguiremos el éxito que sería de desear con nuestro esfuerzo para mejorar el resultado principal de la educación: que aprendan los alumnos” (Kemp, 1996).

La complejidad del proceso de instrucción, plantea la necesidad de realizar un plan de trabajo que considere las variables que intervienen, la forma en que se relacionan con la intención de la enseñanza, y su conveniente manipulación.

La realización del *plan de trabajo* es una estrategia muy adecuada no solo para la estructuración de tareas organizativas, sino también para planificar la realización de cualquier actividad de aprendizaje, para que los alumnos puedan prever la secuencia de las acciones que se van a realizar, lo que les permitirá, por otra parte, incrementar su capacidad de reflexión sobre sus propias acciones, (Esteve, 1990).

Según Kemp (1979), los principios básicos de este plan de diseño estructural tienen por objeto dar contestación a las tres preguntas siguientes:



- 1.- ¿Qué es lo que debe aprenderse?
- 2.- ¿Qué métodos y materiales pueden presentarse mejor a alcanzar los niveles deseados de aprendizaje?
- 3.- ¿Cómo podemos saber cuándo se ha obtenido el aprendizaje requerido?

Por otra parte, de acuerdo con los enfoques recientes de la planeación (Pratt, citado por Salazar, 1979) y particularmente de la planeación educativa (Romero, citado por Salazar, 1979), la elaboración de un plan contempla lo siguiente:

- a) *Necesidades* sociales, culturales y económicas que estén en el ámbito de las instituciones de educación superior;
- b) La *interpretación reflexiva y científica* de las mismas;
- c) Los *fines y objetivos explícitos y coherentes* de las instituciones que las atenderán;
- d) La *configuración sistemática de medios y procedimientos* que consideren *interacciones funcionales*, y
- e) La *programación* que incluya plazos para la *realización operativa* de los *objetivos* planteados (Salazar, 1979).

Se puede observar una correspondencia, casi coincidencia entre las tres preguntas que plantea Kemp y los incisos c), d) y e) que establece Salazar. Cabe señalar que en general, el docente no participa en el diseño curricular de la institución de manera que su actuar se centra en los objetivos señalados en sus programas de asignatura que derivan de dicha currícula, por lo que los incisos a) y b) de Salazar, quedan, por lo general, fuera del alcance del docente.

En adelante, se trata dar respuesta a estas preguntas e incisos, que dan forma a una *planeación didáctica* o *plan de trabajo*. Sobre el ¿Qué es lo que debe aprenderse? O *fines y objetivos explícitos y coherentes*, se señalarán aspectos relacionados a los objetivos en la planeación. En otras palabras, “el profesor debe conocer o determinar, al iniciar la instrucción, para qué debe estar apto el estudiante cuando ella finalice” (Araujo, 1993).

Se distinguen tres grados de libertad de actuación del docente en cuanto a su participación en la elaboración de objetivos didácticos.

...en algunos casos, el marco académico, cultural y social en que se desarrollan los procesos educativos, sin duda condicionan la actividad de diseñar y planear una propuesta didáctica. En primer lugar, es determinante el margen de maniobra que la institución da al profesor para diseñar los cursos que imparte, de manera que podemos encontrar situaciones donde el profesor está totalmente a cargo del diseño; casos en que los profesores tienen algún grado de participación y, finalmente, situaciones en que el profesor no participa en el diseño; debido a que la responsabilidad de esta actividad recae en otras instancias (coordinaciones, departamentos, comisiones, etc.), Jiménez (1997).

Cuando el docente tiene la libertad de planear a partir de programas ya establecidos, es de central importancia identificar y dimensionar los objetivos o propósitos del curso o parte de él que se está planeando.

"Una cuidadosa delimitación de los comportamientos (o desempeños) finales posibilita al profesor planear los pasos que el estudiante deberá recorrer y, a partir de esto, encaminar todos los estímulos de aprendizaje ofrecidos al estudiante en función de los objetivos finales", (Araujo, 1993). Otra razón, de la atención a los objetivos de la instrucción es que "éstos son útiles para la evaluación, tanto del desempeño del estudiante, como de la eficacia [viabilidad o conveniencia] de los contenidos de la enseñanza", (Araujo, 1993).

Gronlund (2000, citado por Woolfolk, 2006) define los objetivos instruccionales como "resultados deseables de aprendizaje [...] El tipo de desempeño que se espera que los estudiantes demuestren al final de la instrucción, para indicar que han aprendido lo que se esperaba de ellos".

La planeación didáctica y por tanto todas las actividades propuestas en ella, son consecuencia directa y estrecha de los objetivos didácticos. Para poder visualizarlo, se evidencia la similitud entre los principios del plan de diseño de Kemp (1979), y las siguientes tres condiciones que propone Mager (citado por Araujo, 1993). Para el establecimiento de objetivos:

- 1.- Qué es lo que se quiere enseñar.
- 2.- En qué nivel queremos que el alumno aprenda.
- 3.- Cuáles son las condiciones (materiales, procedimientos y estímulos) a las que el alumno debe responder.

Mager (citado por Araujo, 1993) sostiene que un objetivo sólo es completo cuando especifica estos tres requisitos, [...] esto obliga a quien prepara materiales de enseñanza a planificar y especificar previamente en concreto, todo lo que se espera del estudiante (Araujo, 1993).

Es pues evidente, la importancia de los objetivos en la planeación didáctica, así lo señala Gagné (citado por Araujo, 1993) al decir que “Los objetivos deben enunciarse en función de los resultados esperados durante la instrucción o después de ella, y no en un futuro lejano”, además, señala que los objetivos deben ser planteados con bastante rigor para que sea posible observar si se alcanzan o no. Si bien los objetivos no son establecidos y en su caso redactados por el docente, si deben atender las sugerencias de Gagné (citado por Araujo, 1993) para su elaboración, que son:

1. *Acción*. Un enunciado de lo que se hará.
2. *Objeto*. Objeto del desempeño.
3. *Situación*. Se deben especificar las características de la situación.
4. *Instrumentos y limitaciones de la situación*. Es importante decir cómo se debe ejecutar la acción final.
5. *Capacidad que se debe aprender*. Es el componente más importante y debe indicar la capacidad que se podrá inferir del desempeño del alumno.

Como se ha establecido con anticipación, los objetivos programáticos y temáticos, pocas veces son diseñados por el docente, de manera que el maestro, debe iniciar su planeación didáctica a partir de los objetivos ya establecidos en los programas que le proporciona la institución. En este sentido, Case desarrollo una teoría de la instrucción basada en la psicología del desarrollo. Él argumenta que:

“...para adaptar la instrucción al nivel operacional del alumno, se necesitan tres etapas. *La primera* consiste en un **análisis estructural** de los trabajos o materiales de la enseñanza, *La segunda* es una evaluación del **nivel de operaciones mentales** de cada individuo. Una vez que se han analizado los problemas o áreas curriculares de acuerdo con los principios piagetianos, es necesario evaluar el nivel de funcionamiento operacional alcanzado por el estudiante, de manera que sepamos su posición y si está en condiciones de aprender los materiales curriculares. *La tercera* etapa consiste en la **planificación de la instrucción**, lo que implica desarrollar los métodos (Técnicas, estrategias, etc.) necesarios para inducir a los [estudiantes] a aprender ciertos materiales específicos o a dominar los problemas que deben enfrentar”, Case (citado por Araujo, 1993).

En la etapa del análisis estructural, Case (citado por Araujo), describe una serie de factores que afectan el ritmo en que los niños adquieren conceptos y lo observa, como primer factor a partir de la capacidad de prestar atención simultánea a diferentes esquemas. El segundo factor es su atracción o rechazo por la influencia de los estímulos, y el tercer factor consiste en su experiencia previa con los elementos que forman parte de la tarea y el cuarto factor es su disposición afectiva.

Son interesantes las aportaciones de Case respecto a las etapas de adaptación de la instrucción al nivel operacional del alumno y respecto al análisis estructural, se puede decir que son acordes a los estadios de desarrollo cognitivo propuestos por Piaget, teniendo en cuenta sus consideraciones propias, el docente cuenta con grupos de alumnos relativamente homogéneos y en condiciones de atender simultáneamente diferentes esquemas; además, el docente debe estar consciente de la importancia de la

motivación en el desarrollo del curso. En lo referente a sus experiencias previas, se puede establecer también un estándar entre los estudiantes del nivel medio superior; en cuanto a la disposición afectiva, son diversos los factores que pueden intervenir, sin embargo, como lo señala Piaget (citado por Araujo, 1993), “por más que el profesor se esfuerce para estimular con sus métodos la motivación del alumno, tropezará siempre con la limitación impuesta por el nivel de motivación intrínseco del alumno”.

### 2.5.3 Consideraciones dentro de la Planeación Didáctica

En este apartado, nos centraremos en la planificación de la instrucción, misma que estará guiada por el o los objetivos de dicha instrucción. Los dominios de aprendizaje señalados en el objetivo, se deben relacionar con los verbos indicadores de la acción señalados en el mismo. Los objetivos escritos por individuos que siguen una perspectiva conductista se enfocan en los cambios observables y mensurables en el aprendiz. "Los **objetivos conductuales** usan términos [verbos] como *enlistar*, *definir*, *sumar*, o *calcular*. Los **objetivos cognoscitivos**, por otro lado, dan mayor importancia al comportamiento y la comprensión, por lo que suelen incluir términos [verbos] como *comprender*, *reconocer*, *crear* o *aplicar*", (Woolfolk, 2006).

De lo anterior, puede deducirse la importancia del verbo en la redacción del objetivo, de alguna manera, el verbo establece los alcances del objetivo y determina la forma de evaluar su cumplimiento. Hace varias décadas, un grupo de expertos en evaluación educativa, dirigidos por Benjamín Bloom, se decidió a mejorar los exámenes universitarios. La influencia de su trabajo ha llegado a todos los niveles educativos en el mundo entero (Anderson y Sosniak, 1994, citados por Woolfolk, 2006). Bloom y sus colaboradores desarrollaron una **taxonomía**, es decir, un sistema de clasificación, de los objetivos educativos. Los objetivos se dividen en tres dominios: Cognoscitivo, afectivo y psicomotor, (Woolfolk, 2006). En la vida real, desde luego las conductas de estos tres dominios ocurren de manera simultánea.

La taxonomía del pensamiento de Bloom o dominio cognoscitivo incluye seis objetivos básicos (Bloom, Engelhart, Frost, Hill y Kratwohl, 1956, citados por Woolfolk, 2006):

1. *Conocimientos*: Recordar o reconocer algo sin que necesariamente se entienda, utilice o modifique.
2. *Comprensión*: Entender el material que se comunica, sin que necesariamente se relacione con otra cuestión.
3. *Aplicación*: Usar un concepto general para resolver un problema específico.
4. *Análisis*: Dividir algo en sus partes.
5. *Síntesis*: Crear algo nuevo al combinar distintas ideas.
6. *Evaluación*: Juzgar el valor de materiales o métodos, de acuerdo con la manera en que podrían aplicarse a una situación determinada.

Por lo general, en la educación estos objetivos se ordenan en una jerarquía, donde cada habilidad se construye sobre las anteriores, aunque esto no sea totalmente cierto (Seddon, 1978, citado por Woolfolk, 2006).

Algunas materias como matemáticas no se ajustan muy bien a esta estructura (Kreitzer y Madus, 1994, citados por Woolfolk, 2006).

En 2001, un grupo de investigadores educativos publicó la primera revisión importante de la taxonomía de Bloom (Anderson y Krathwohl, 2001 citados por Woolfolk, 2006). La nueva versión incluye los seis niveles básicos en un orden ligeramente distinto, aunque se cambiaron los nombres de los tres niveles para indicar el proceso cognoscitivo relacionado. Los seis procesos cognoscitivos son: *recordar* (conocimientos), *entender* (comprensión), *aplicar*, *analizar*, *evaluar* y *crear* (síntesis). Además, los revisores agregaron una nueva taxonomía para reconocer que los procesos cognoscitivos deben procesar algo, de manera que ahora estos seis procesos actúan en cuatro tipos de conocimientos: factual, conceptual, procesal y metacognitivo.

Los objetivos en la taxonomía del **dominio afectivo**, o dominio de respuestas emocionales, aún no se han revisado en la versión original. Tales objetivos van del menor al mayor nivel de compromiso (Krathwohl, Bloom y Masia, 1964, citados por Woolfolk, 2006). En el nivel más bajo, el estudiante sólo pondrá atención a cierta idea y en el más alto, el estudiante adoptará una idea o un valor y actuará de forma consistente con dicha idea. Hay cinco objetivos básicos en el dominio afectivo:

1. *Recibir*. Estar consciente del entorno o poner atención a alguna cuestión de él. Se trata del nivel “escucharé el concierto pero no prometo que me gustará”
2. *Responder*. Demostrar una nueva conducta como resultado de la experiencia. A este nivel un individuo aplaudiría después del concierto o canturrearía la música al día siguiente.
3. *Valorar*. Mostrar algún compromiso definido. En este punto, una persona decidiría ir a un concierto en lugar de ir al cine.
4. *Organización*. Integrar un nuevo valor al propio conjunto general de valores, dándole una categoría entre las prioridades generales. Se trata del nivel donde una persona empezaría a establecer compromisos para asistir a conciertos.
5. *Caracterización por valor*. Actuar de forma consistente en el nuevo valor. Se trata del nivel más elevado, y un individuo estaría firmemente comprometido a amar la música, y a demostrarlo abierta y consistentemente (Woolfolk, 2006).

Hasta hace poco, el **dominio psicomotor**, o campo de objetivos de habilidades físicas, era ignorado por los maestros que no estaban directamente relacionados con la educación física. Hay varias taxonomías en este dominio (por ejemplo, Harrow, 1972; Simpson, 1972, citados por Woolfolk, 2006) que suelen ir de las percepciones básicas y los actos reflejos, a los movimientos creativos y expertos.

Ahora bien, revisando la concepción constructivista del aprendizaje escolar, que se sustenta en la idea de que:

la finalidad de la educación que se imparte en las instituciones educativas es promover los procesos de crecimiento personal del alumno en el marco de la cultura del grupo al que pertenece, [mismos que están plasmados en los planes y programas curriculares que dan origen a los objetivos programáticos y temáticos], estos procesos de aprendizaje no se producirán de manera satisfactoria a no ser que se suministre una ayuda específica mediante la participación del alumno en actividades intencionales, planificadas y sistemáticas, que logren propiciar en éste una actividad mental constructivista (Coll, 1988 citado por Díaz Barriga, 2002).

La parte final de la planeación didáctica que ha de desarrollar el docente, gira en torno al diseño de esas actividades con las características que señala Coll (citado por Díaz Barriga, 2002) y atendiendo los alcances marcados por los objetivos a cubrir en el curso.

De acuerdo con Coll, Pozo, Sarabia y Valls (1992, citados por Díaz Barriga, 2002), los contenidos que se enseñan en todos los currículos de todos los niveles educativos pueden agruparse en tres áreas básicas: conocimiento declarativo, procedimental y actitudinal. El aprendizaje de **contenidos declarativos** corresponde al *saber qué* y ha sido una de las áreas más privilegiadas dentro de los currículos escolares en todos los niveles educativos. Sin lugar a dudas este tipo de saber es imprescindible en todas las asignaturas o cuerpos de conocimiento disciplinar, porque constituye el entramado fundamental sobre el que éstas se estructuran (Díaz Barriga, 2002). Podemos definir el *saber qué* como aquella competencia referida al conocimiento de datos, hechos, conceptos y principios. Algunos han preferido denominarlo conocimiento declarativo, porque se *dice*, que se *declara* o que se conforma por medio del lenguaje.

Dentro del *conocimiento declarativo*, puede hacerse una importante distinción taxonómica con claras consecuencias pedagógicas: El conocimiento factual y el conocimiento conceptual.



El *conocimiento factual* es el que se refiere a datos y hechos que proporcionan información verbal y que los alumnos deben aprender en forma literal o “al pie de la letra”.

El *conocimiento conceptual* es más complejo que el factual. Se construye a partir del aprendizaje de conceptos, principios y explicaciones, los cuales no tienen que ser aprendidos en forma literal, sino abstrayendo su significado esencial o identificando las características definitorias y las reglas que los componen. Para promover este tipo de aprendizaje, “el profesor debe planear actividades donde los alumnos tengan oportunidades para explorar, comprender y analizar los conceptos de forma significativa, ya sea mediante una estrategia expositiva o por descubrimiento” (Díaz Barriga, 2002).

El aprendizaje de **contenidos procedimentales** o el *saber hacer* es aquel conocimiento que se refiere a la ejecución de procedimientos, estrategias, técnicas, habilidades, destrezas, métodos, etcétera. Podríamos decir que a diferencia del *saber qué*, que es de tipo declarativo y teórico, el saber procedimental es de tipo práctico, porque está basado en la realización de varias acciones u operaciones. Tomando como referente a Valls (1993, citado por Díaz Barriga, 2002), durante el aprendizaje de procedimientos es importante clarificarle al aprendiz: La meta a lograr, la secuencia de acciones a realizar y la evolución temporal de las mismas.

El aprendizaje de **contenidos actitudinales-valorales**, denominados el *saber ser*, anteriormente poco atendido, siempre ha estado presente en las aulas, aunque de manera implícita u “oculta”. El aprendizaje de las actitudes es un proceso lento y gradual, donde influyen distintos factores como las experiencias personales, las actitudes de otras personas significativas, la información y experiencias novedosas, y el contexto sociocultural; por ejemplo, mediante las instituciones, los medios de comunicación y las representaciones colectivas. "Se ha demostrado que muchas actitudes se gestan y desarrollan en el seno escolar, sin ninguna intención explícita para hacerlo. De cualquier modo, el profesor es el que directa o indirectamente se

enfrenta a esta problemática compleja y difícil, que muchas veces rebasa a la institución escolar misma" (Díaz Barriga, 2002).

Es posible identificar cierta correspondencia entre estas áreas de conocimiento propuestas por Coll, Pozo, Sarabia y Valls (1992, citados por Díaz Barriga, 2002) y la taxonomía de Bloom, y a partir de esto, podemos utilizar la redacción de los objetivos para determinar las actividades a desarrollar a fin de alcanzarlos

Empezando a examinar los objetivos a fin de identificar sus alcances y las actividades convenientes para su logro, debemos tener en cuenta que "cuando se examina un objetivo, es preciso preguntarse en primer lugar cuál es la meta que éste permite alcanzar, cuál es el saber, el saber-hacer, o el saber-ser más global que permite dominar, qué roles o qué funciones permite desempeñar, o qué tareas permite realizar", (D`Hainaut, 1985).

A partir de ello, podemos pensar en determinar el tipo de actividad o actividades que se habrán de diseñar para lograrlo, atendiendo que, como dice Aebli (1991), "El aprendizaje se realiza en el proceso de su ejecución. Es, por decirlo así, un producto secundario de la actividad. El niño no pretende ante todo aprender, sino más bien dominar la actividad y lograr con ella un producto determinado: moverse más libre o más rápidamente, producir un resultado concreto".

Para ello debe cumplirse sin embargo otro requisito: la actividad ha de tener éxito. Por lo menos debe acercarse al aprendiz a su meta, y éste debe ser capaz de percibirlo. ¿De qué depende el éxito de una actividad? Del hecho de que el estudiante disponga de capacidades y medios adecuados para la tarea. Esta debe ser adecuada por tanto a su capacidad de rendimiento – decimos también: a su estadio de desarrollo -, no debe ser ni muy fácil ni muy difícil. Hablamos de la *adecuación óptima* de la tarea a los medios de solución (Aebli, 1991).

La secuencia del aprendizaje y del desarrollo de las estructuras internas está fuertemente asociada con los estadios de desarrollo propuestos por Piaget. "Para establecer una secuencia de instrucción es necesario reconocer, en primer lugar, que los límites generales de edad sugeridos para cada estadio solo son promedios y que pueden variar de niño a niño", (Araujo, 1993). En segundo lugar, la secuencia de los estadios es real, pero puede haber impedimentos o regresiones individuales. En tercer lugar, el niño puede estar más adelantado en estadios relevantes para una disciplina y más atrasado en relación con otros conceptos. En cuarto lugar, es importante dejar un tiempo suficiente para la generalización del comportamiento de un estadio a otro, (Araujo, 1993).

Dentro de una unidad específica, la secuencia de los sucesos debe ser flexible porque depende en gran medida de los objetivos desarrollados por el individuo y del nivel de su desarrollo, (Araujo, 1993).

En cuanto a la secuencia y estructura del material de enseñanza, Ausubel, (1968, citado por Araujo, 1993), afirma que « el conocimiento de la estructuración del material tiene como fin último permitir la incorporación de ideas estables y claras en la estructura cognitiva, de la manera más eficaz, a fin de inducir la *transferencia*. Hablando en términos generales, la transferencia es una función de la relevancia, el sentido, la claridad, la integración y el poder explicativo de las ideas subsumidas originalmente aprendidas».

Aquí se palpa también la importancia del orden. Una actividad exitosa ha encontrado su orden intrínseco. Fracaso implica siempre confusión, conflicto, contradicción. El orden intrínseco, la «buena conformación» (Köhler, 1921, citado por Aebli, 1991), el orden proporciona también las condiciones para que el movimiento y la tensión de la actividad sean siempre resueltos por la distensión y la seguridad. La tensión y la inseguridad no son atractivas. Es la alternancia de las dos situaciones opuestas lo que atrae y satisface.

Partiendo de las características expuestas de las actividades atractivas, se podría llegar a la conclusión de que éstas no tienen nada que ver con la apropiación de contenido, lo cual, sin embargo no es así. No se trata de erradicar de la escuela y de la clase los contenidos y de preocuparse solo, por ejemplo, de los procesos; pero también es cierto que no se pueden transmitir contenidos puros. Deben venir en el contexto de actividades atractivas. Es necesario aclarar lo que esto significa. Con ello se plantea la tarea siguiente: elaborar un cuadro esquemático de las actividades en las que el alumno adquiere el saber y se apropia de los conocimientos que le abren al mundo moderno (Aebli, 1991).

Al contemplar las actividades que tienen lugar en la vida de las sociedades modernas, nos preguntamos qué tipo de saberes producen y presuponen. Si nuestras escuelas deben realizar sus funciones, y si éstas deben ser al mismo tiempo atractivas, entonces esas actividades, que tienen lugar en la vida de las sociedades modernas, deben de alguna manera tener un sitio en el contexto escolar, y deben producir el saber correspondiente.

Aebli (1991) desarrolla una taxonomía de actividades formativas y de su saber concomitante. Esta taxonomía nos permite definir objetivos en términos de actividades y de saber, por tanto, objetivos de aprendizaje, o bien, a partir de los objetivos, determinar el tipo de actividad conveniente que se ha de generar.

La taxonomía tiene tres dimensiones, cada una con dos valores. Su producto (2 x 2 x 2) supone un cuerpo cúbico, compuesto de sub-cubos. Cada uno de éstos representa una determinada forma de actividad (figura 1).

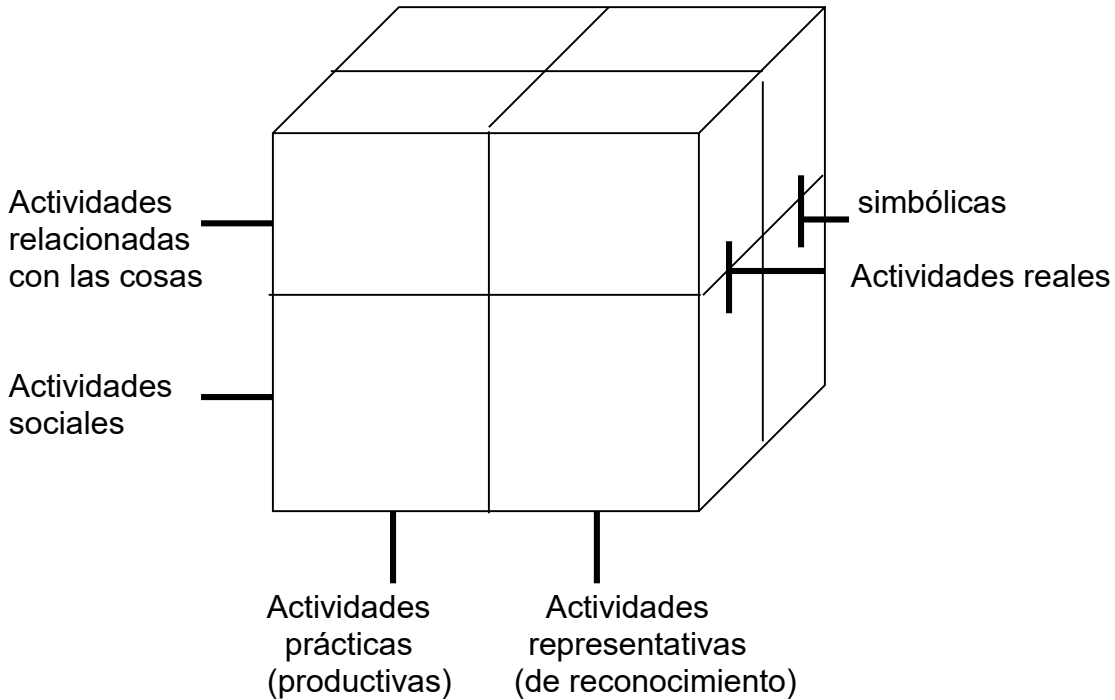


FIGURA 34. *Tres dimensiones de la actividad en clase: 1) relacionada con cosas o social (relacionada con personas); 2) práctica (productiva) o representativa (de reconocimiento), y 3) real o simbólica. De la combinación de estas características resultan ocho sub-cubos, que corresponden a ocho formas de actividad. Es una taxonomía de las actividades escolares, (Aebli, 1991).*

Las actividades de representación (reconocimiento) modifican solamente al sujeto que observa o que interpreta. En él se produce una imagen de la cosa o persona observada, o del acontecer social o concreto observado. Estas, sin embargo, ni se producen ni se modifican. Observar, interpretar, comprender o aclarar son actividades *contemplativas*. No intervienen sobre la realidad, sino que la hacen objeto de su contemplación. Por ello se ha dicho siempre que la contemplación de la realidad sucede sin riesgo ni compromiso; cuando mucho, se puede uno engañar.

Se trata de un proceso subjetivo sin riesgo objetivo. Por el contrario, el actuante es responsable por sus actividades que interfieren en la realidad y producen hechos nuevos. “La seriedad de estas actividades es por tanto mayor que la de las actividades solamente representativas. (Reconocemos ya en este punto que se pueden diferenciar profundamente las proporciones entre actividades representativas y productivas, y con ello el grado de responsabilidad que debe asumir el que aprende, como también las oportunidades para su maduración personal en los diversos tipos de formación; basta con pensar en el aprendiz que es formado en procesos reales de producción, frente al alumno, al cual generalmente solo se le «representa» el mundo. Con ello se aclara el predominio contemplativo de una [escuela] «clásica» frente a la formación profesional)” (Aebli, 1991).

De esta forma y procurando la participación de un número mayor de sentidos y en mayor profundidad, se debe buscar la dominancia de las actividades prácticas reales, relacionadas con cosas o con personas, sobre cualquier otro tipo, durante el proceso de enseñanza-aprendizaje. Sin embargo, es de reconocer que existen otras variantes que determinarán la posibilidad y conveniencia de implementar este tipo de actividades, que son *los objetivos* de la instrucción, pero el docente, aludiendo a su creatividad, debe tener presente que buscara ante todo la posibilidad de su implementación ya que su efecto trasciende el contexto escolar como lo señala Jackson (1990).

Es a través de actos reflexivos como es posible explicitar y poner en claro las suposiciones, predisposiciones y valoraciones implícitas que subyacen en toda acción práctica, así como el impacto que tiene o puede tener su desarrollo. No podemos olvidar tampoco que cualquier análisis de los procesos de enseñanza y aprendizaje en el interior de las instituciones académicas nunca debe comenzar y acabar limitándose a ese espacio físico concreto; es preciso tomar en consideración los contextos económicos, sociales, políticos y culturales desde los que esas acciones y sus resultados adquieren un significado más completo. Se hace necesario traspasar las fronteras que delimitan las paredes de escuelas y aulas (Jackson, 1990).

Otro factor central a considerar durante el diseño de actividades, está relacionado con la composición del grupo de estudiantes a que se dirige la instrucción, y en este momento, abordaremos los «estilos de aprendizaje».

Según Alonso, C y Gallego, D (citados por Jackson, 1990) podemos definir estilo de aprendizaje como "los rasgos cognitivos, afectivos y fisiológicos que sirven como indicadores relativamente estables de cómo los discentes perciben, interaccionan y responden a sus ambientes de aprendizaje". Se identifican 4 estilos:

1. *Activo*: toma mucha información, capta novedades, se implican con entusiasmo activamente y sin prejuicios en nuevas experiencias (experiencia concreta, PERCIBIR).
2. *Reflexivo*: acumula y analiza mucha información antes de llegar a conclusiones, les gusta considerar las experiencias desde distintos puntos de vista, observar y escuchar a los demás (observación reflexiva, PENSAR).
3. *Teórico*: analiza, sintetiza y estructura la información, integran los hechos en estructuras coherentes (conceptualización abstracta, PLANEAR).
4. *Práctico*: aplica la información; descubren los aspectos positivos de las nuevas ideas y las aplican a la primera oportunidad (experimentación activa, HACER).

Los estilos de aprendizaje son métodos para aprender y estudiar. A pesar de que se han descrito muchos estilos de aprendizaje diferentes, una cuestión que une a la mayoría de los estilos son las diferencias entre los métodos profundos y superficiales del procesamiento de la información, en situaciones de aprendizaje (Snow, Corno y Jackson, 1996, citados por Woolfolk, 2006). Los individuos que tienen un *método de procesamiento profundo* ven las actividades de aprendizaje como un medio para entender conceptos o significados subyacentes. Tienden a aprender por el gusto de hacerlo y se preocupan menos por la forma en que se evalúa su desempeño, de manera que la motivación también es relevante.

Los estudiantes que utilizan *métodos de procesamiento superficial* se enfocan en memorizar los materiales de aprendizaje y no en entenderlos; suelen sentirse

motivados por recompensas, calificaciones, estándares externos y por el deseo de que los demás los evalúen de manera positiva.

Desde luego, la situación misma podría motivar un procesamiento profundo o uno superficial, aunque existen evidencias de que los individuos suelen tratar las situaciones de aprendizaje de formas características (Biggs, 2001; Prntrich y Schrauben, 1992; Tait y Entwistle, 1998, citados por Woolfolk, 2006).

Las diversidades de los estilos de aprendizaje, sugieren una atención personalizada, sin embargo, en el diseño de actividades el docente debe pensar en un grupo con características cognoscitivas y estilos de aprendizaje más o menos homogéneas y la atención personalizada consistirá en el apoyo extra que el docente proporcionará a los alumnos que él considere que lo requieren de acuerdo al desempeño mostrado y los resultados manifiestos en una evaluación formativa que él mismo desarrollará en el transcurso de la actividad.

Por otra parte, la naturaleza del objetivo, que determina el tipo de actividad que conviene diseñar, es a su vez determinante para la evaluación no solo en cuanto a la forma y tiempo sino además a los instrumentos convenientes para su realización.

En términos generales, la finalidad de la Planeación didáctica es permitir al docente alcanzar la articulación entre la teoría (contenidos temáticos pero, fundamentalmente teorías de enseñanza-aprendizaje basadas en las teorías psicológicas de Ausubel, Bruner, Piaget, Skinner, Vygotsky, según sea la propuesta o afinidad del profesor) y la práctica, es decir, su diario quehacer con intención formativa y educativa.

En este sentido se aborda la unidad didáctica establecida en los programas de estudio como una de las formas de organizar la planeación desde un enfoque globalizador, esto es, involucrando materiales didácticos como libros, reactivos de laboratorio, esquemas, imágenes, entre otros; como también el medio que rodea a los alumnos y al profesor que puede ser el espacio áulico, pizarrón, patio escolar, el entorno natural,



entre otros; así como las actitudes de los alumnos, para involucrarse en los procesos considerados en la planeación, sin dejar de mencionar que existen otros métodos globalizadores como los centros de interés que pueden ser multidisciplinarios, pero siempre atendiendo un fin u objetivo didáctico.

#### **2.5.4 Consideraciones Generales para el Diseño de Ambientes de Aprendizaje**

Las necesidades educativas actuales son diferentes a las que hace unos 50 años estuvieron vigentes, de ahí la necesidad de implementar reformas que vayan adecuando la formación de nuevas generaciones al contexto más actual. En su momento, los objetivos educativos estaban específicamente centrados en el “dominio” de muchos saberes contenidos en el currículo de los diferentes niveles de educación, sin embargo, las sociedades dinámicas y globales de la actualidad tienen mayores requerimientos que antaño. Ahora no basta formar ciudadanos con saberes específicos, hace falta que las nuevas generaciones desarrollen y adquieran competencias que les permitan desempeñarse en estos nuevos escenarios de forma cotidiana como profesional; por tanto, el proceso educativo requiere ser repensado a partir de las características que debe tener el ciudadano actual; no con el enfoque de producción en serie que prevaleció en las escuelas durante buena parte del siglo XX (Bransford, 2000), sino respetando la diversidad de los individuos en sus afinidades, deseos, expectativas y ritmos de logro. En este marco, diferentes objetivos de aprendizaje, requieren diferentes enfoques de la enseñanza. “Nuevas metas para la educación requieren cambios en las oportunidades para aprender” (Bransford, 2000).

Anteriores conceptos de alfabetización exigía que el individuo pudiera escribir su nombre y poder plasmar mensajes orales del profesor a su forma escrita; posteriormente a tener la capacidad de escribir sus propios textos. En cuanto a la lectura, “...no fue hasta hace relativamente poco tiempo que el análisis y la interpretación de lo que se lee se convirtieron en una expectativa de lectura calificada por todos los niños en edad escolar” (Bransford, 2000). Actualmente, la alfabetización supone la inclusión de requerimientos mayores, “Hoy, los estudiantes tienen que entender el estado actual de sus conocimientos y construir en él, mejorarlo, y tomar

decisiones en un contexto de incertidumbre (Albert y McLaughlin, 1993 citados por Bransford, 2000).

Para conseguir que los egresados de centros escolares puedan identificar y resolver problemas de su entorno y hacer contribuciones importantes a la sociedad, es necesario encaminar la formación escolar a la adquisición de conocimientos, desarrollo de habilidades y adopción de actitudes que le permitan estar a la altura de las expectativas de los sistemas educativos; en otras palabras, es importante que adquieran y desarrollen competencias genéricas y disciplinares (RIEMS, 2010).

Este cambio en los propósitos educativos implica cuidados minuciosos en la forma de enseñar, lo cual debe ser considerado al planear la intervención docente, misma que debe facilitar y supervisar el logro de las metas planteadas. En este aspecto, el papel del docente se vuelve central, al convertirse en un diseñador, ejecutor y evaluador de los ambientes de aprendizaje que favorezcan el “crecimiento” del estudiante.

Existen aspectos fundamentales que el docente debe conocer y procurar durante el diseño y ejecución de los ambientes de aprendizaje. Un aspecto importante al diseñar ambientes de aprendizaje, es que estos deben estar centrados en el estudiante; también llamados ambientes: "culturalmente sensibles", "culturalmente apropiados", "culturalmente compatibles" y "culturalmente relevantes" (Ladson-Billings, 1995 citados por Bransford 2000). La idea es que estos ambientes toman en consideración los antecedentes culturales y conceptuales del estudiante al llegar al aula, buscando reflexionar de manera sensible en torno a las ideas erróneas y proporcionando situaciones que permitan reajustar dichas ideas. Una forma es identificando las ideas erróneas y planteando tareas críticas que pongan a prueba dichas ideas, procurando generar una reflexión sobre la necesidad de cambiar algunas ideas, en otras palabras, generando un conflicto cognitivo que llegará a reajustarse mediante un adecuado análisis y reflexión en torno a esas ideas previas (Piaget, 1973; citado por Bransford 2000). Como parte de los antecedentes culturales, también es necesario considerar el lenguaje cotidiano el estudiante utiliza para expresar sus ideas, independientemente de

que en el campo científico las declaraciones sean impersonales, se puede llegar a usar y dominar dicho lenguaje de forma gradual, empezando por respetar el lenguaje propio del estudiante y empezar a encausarlo a uno de mayor formalidad. Para el desarrollo de estos ambientes educativos centrados en el estudiante es necesario que el docente sea consciente de que los alumnos construyen sus propios significados, inicialmente a partir de sus propios antecedentes culturales y posteriormente por las mismas prácticas o actividades que el docente lleva al aula.

Los entornos únicamente centrados en el estudiante, no garantizan que éste va adquirir los conocimientos y habilidades necesarios para funcionar eficazmente en la sociedad (Bransford, 2000); es necesario que los ambientes educativos también se centren en el conocimiento. Se requiere que los cuerpos de conocimiento estén bien organizados que permitan la planificación y el pensamiento estratégico, de manera que del entendimiento se pueda transitar a posteriores transferencias y conexiones a otros saberes o situaciones. Los ambientes centrados en el conocimiento también se centran en los tipos de información y actividades que ayudan a los estudiantes a desarrollar una comprensión de las disciplinas (ver, Prawat et al., 1992 citado por Bransford, 2000). Una característica de los ambientes centrados en el conocimiento es que ayudan al alumno a ser meta cognitivos, a hallar sentido a la nueva información y pedir aclaración cuando no lo encuentra. Para el caso de matemáticas, es común que el alumno dedique mucho tiempo a los ejercicios de cálculo numérico o computo.

... No es tanto una forma de pensar como un sustituto para el pensamiento. El proceso de cálculo o cómputo sólo implica el despliegue de una rutina fija, sin espacio para el ingenio o talento, no hay lugar para el trabajo de la conjetura o sorpresa, ninguna oportunidad para el descubrimiento, no hay necesidad para el ser humano, de hecho (Scheffler, 1975: 184 citado por Bransford, 2000).

Más interesante sería fomentar el sentido y pensamiento matemático en el estudiante. Un reto al diseñar ambientes centrados en el conocimiento, es hallar el equilibrio entre las actividades que fomentan la comprensión profunda y aquellas que promueven la

automatización de las habilidades necesarias sin que el estudiante se sienta abrumado por la atención.

Además de centrarse en el estudiante y en el conocimiento, los ambientes de aprendizaje también deben centrarse en la evaluación, teniendo presente que los aspectos principales de la evaluación son que debe proporcionar retroalimentación así como estar en congruencia a los objetivos de aprendizaje y que por su uso puede ser formativa, cuando aporta retroalimentación para la mejora de la enseñanza y el aprendizaje o sumativa cuando se utiliza para medir lo que los estudiantes han aprendido al final de un conjunto de actividades.

Respecto a la evaluación formativa y la retroalimentación, la premisa es que el pensamiento del estudiante debe hacerse visible y se debe proporcionar retroalimentación, teniendo en cuenta que el aprendizaje debe concentrarse en la comprensión y no sólo en la memorización de hechos o procedimientos. La auto-evaluación y co-evaluación también debe ser fomentada entre los estudiantes a fin de que todos se ayuden a aprender más efectivamente. “Esta auto-evaluación es una parte importante del enfoque meta cognitivo a la instrucción” (Bransford, 2000). Los ambientes centrados en la evaluación también deben considerar el trabajo colaborativo aunque con frecuencia los estudiantes necesitan ayuda para poder trabajar de forma colaborativa.

Por otra parte, los ambientes de aprendizaje también deben estar centrados en la comunidad, entendiendo como comunidad al aula, la escuela, la localidad, el país y el mundo. “A nivel de las aulas y las escuelas, el aprendizaje parece estar reforzado por las normas sociales que valoran la búsqueda de la comprensión y permiten a los estudiantes (y profesores) la libertad de cometer errores con el fin de aprender” (Brown y Campione, 1994; Cobb et al., 1992; citados por Bransford 2000). Con frecuencia, en distintas aulas y escuelas se fomentan normas y expectativas que pueden constituir una barrera para el aprendizaje, por ejemplo cometer un error en un cálculo matemático, o plantear alguna duda son situaciones que en ciertas comunidades

significan un obstáculo para el aprendizaje. También puede presentarse la idea de que los varones son más eficientes en cierto campo del saber que las mujeres. Las prácticas de calificación también pueden tener efectos favorables o adversos sobre el aprendizaje, pueden fomentar la competencia, el desánimo e incluso la indiferencia o apatía por alguna asignatura. “En términos más generales, la competencia entre los estudiantes por la atención y aprobación del profesor, es un motivador de uso común en las escuelas estadounidenses” (Bransford, 2000). Es tal el efecto de la comunidad y sus normas sobre el aprendizaje, que con frecuencia los ambientes de aprendizaje extranjeros adoptados por un país no tienen el efecto esperado. Otra consideración importante respecto a la comunidad es la necesidad de vincular los saberes escolares con los que se aplican en el entorno social, que no parezcan mundos diferentes e inconexos ya que eso le resta sentido a lo que se aprende en la escuela. Además, el ambiente en la comunidad familiar es también determinante en el aprendizaje, de acuerdo a la visión familiar respecto a la escuela, el estudiante puede ser más o menos exitoso, “Los niños también aprenden de las actitudes de los miembros de la familia hacia las habilidades y los valores de la escolarización” (Bransford, 2000). En el ambiente familiar, el tiempo dedicado a ver televisión así como el tipo de programas vistos influyen en las creencias y actitudes e intereses que los estudiantes adoptan hacia las distintas materias académicas.

Estas características respecto a los ambientes de aprendizaje, deben ser integradas o tratadas sistemáticamente durante el diseño. Los ambientes de aprendizaje deben incluir una alineación respecto a objetivos, estrategias de enseñanza-aprendizaje, contenidos, formas y momentos de evaluación, y la consideración de la comunidad. “Un aspecto clave del análisis de actividades es la idea de alinear los objetivos de aprendizaje con lo que se enseña, cómo se enseña y cómo se evalúa (tanto formativa y sumativamente). Sin esta alineación, es difícil saber lo que se está aprendiendo” (Bransford, 2000).

Como se puede inferir, diseñar ambientes de aprendizaje que favorezcan el logro de competencias más ambiciosas, implica la atención integral a diversos aspectos. Quizá

en un primer intento no se logre una integración total de los factores señalados, pero la práctica docente, su evaluación y autoevaluación, la retroalimentación y el fortalecimiento de las comunidades docentes y administrativas en un plantel educativo contribuirán gradualmente al logro de las metas educativas planteadas por una escuela, institución, comunidad o país.

## **Capítulo 3. Propuesta de intervención didáctica.**

### **3.1. Marco de Referencia**

#### **3.1.1 El Colegio de Bachilleres del Estado de México**

El Colegio de Bachilleres del Estado de México se crea el 28 de junio de 1996, con el fin de ampliar el acceso de la juventud mexiquense a la Educación Media Superior y la Misión de impartir estudios de Bachillerato General para formar ciudadanos responsables, solidarios y con los conocimientos idóneos para acceder a la educación superior o desempeñar una actividad laboral, y la Visión de ser una institución de educación media superior que se distinga por su buena calidad a nivel estatal y nacional, en la que se promueva la formación integral de los estudiantes en un ambiente de libertad y disciplina académica para contribuir al desarrollo del Estado de México. Actualmente el Colegio de Bachilleres del Estado de México proporciona Educación Media Superior a cerca de 25,000 jóvenes en sus 63 planteles con turnos matutino y vespertino distribuidos en el territorio mexiquense.

En el municipio de Huixquilucan, el Colegio de Bachilleres del Estado de México cuenta con dos planteles, el plantel 09 Huixquilucan I en la zona rural y el Plantel 17 Huixquilucan II en la zona popular. Huixquilucan es un municipio conurbano del Distrito Federal, con una población cercana a los 300,000 habitantes. Su territorio se caracteriza por incluir una zona residencial de alta exclusividad entre las que destacan La Herradura, Interlomas y Bosque real; así mismo, cuenta con una zona popular en la que se incluyen colonias como Palo Solo, El zapote, La Unidad, San Fernando, Las canteras, entre otras; y una zona rural en la que se pueden destacar algunos pueblos como San Francisco Ayotuxco, Santa Cruz, La Magdalena, San Cristóbal y Huixquilucan, que es la cabecera municipal.

El Colegio de Bachilleres del Estado de México, se caracteriza por que sus alumnos son por lo general recién egresados de la educación secundaria, con edades que oscilan entre los 15 y 16 años al ingresar. Portan un uniforme reglamentario con carácter de obligatorio, el no portarlo de forma reglamentaria, implica negarles el

acceso al plantel y a presentar exámenes. Las sesiones de instrucción son de 50 minutos. También existe un horario estricto para ingresar y salir del plantel. Si bien existe un área de orientación educativa, ésta realiza principalmente actividades de prefectura. Es una práctica cotidiana el hecho de “reportar” las faltas al reglamento en que los alumnos incurren. Cuando una alumna o alumno acumula 5 reportes en su expediente, son sujetos a una suspensión por tres días; en ocasiones, esta suspensión puede coincidir con el periodo de exámenes, ocasionando graves consecuencias en sus calificaciones, aunque estos casos no son abundantes, llegan a presentarse alrededor 5 por semestre entre los diferentes niveles. Existen tres periodos de exámenes parciales y un examen final, el alumno que consigue un promedio mínimo de 8.5 en sus tres exámenes parciales, está exento de presentar el examen final, de no ser así, debe presentar el examen final que se promediará con el promedio de los tres exámenes parciales; la calificación mínima aprobatoria es de 6 y la máxima de 10 puntos. En caso de reprobación la evaluación ordinaria, que corresponde a lo señalado, tienen la posibilidad de presentar dos exámenes extraordinarios inmediatamente al término del semestre, de lo contrario, deberá cursar nuevamente la materia. La calificación del alumno se integra por: un examen escrito que representa al 40% de la calificación total, 20% se obtiene por la realización de tareas y el 40% restante por las participaciones del alumno en clase.

### **3.1.2 El Plantel 17 Huixquilucan II**

Las instalaciones del plantel 17 Huixquilucan II, consisten en: Un edificio de tres niveles que incluye 9 aulas, un laboratorio de cómputo, un laboratorio de química y biología, un salón de usos múltiples, sanitarios y otro edificio destinado a oficinas administrativas y un auditorio; y uno más que ocupa la biblioteca. Si bien existe un limitado acervo de libros, estos no están disponibles en todo momento para la población estudiantil, ya que la persona encargada del área, solo atiende préstamos durante 3 horas por turno.

En el plantel 17 Huixquilucan II, se reciben alumnos egresados de escuelas secundarias del mismo municipio y de otros municipios cercanos como Naucalpan y la



misma delegación Miguel Hidalgo y Cuajimalpa. Los alumnos que ingresan a este plantel concursan en el examen único de la Comisión Metropolitana de Instituciones Públicas de Educación Media Superior (Comipems), y son recibidos aquellos alumnos que consiguen entre en promedio 35 aciertos de una prueba de 128 reactivos que forman el examen de selección para la Educación Media Superior.

El plantel 17 Huixquilucan II, tiene una matrícula de 820 alumnos de los cuales 406 forman el turno matutino, que inicia actividades a las 7:00 horas terminando a las 13:10 horas, y está formado por 4 grupos de primer semestre con 50 alumnos cada uno, 3 grupos de tercer semestre con 42 alumnos cada uno y 3 grupos de quinto semestre con 30 alumnos cada uno. Durante el primer semestre, el 25% de los alumnos dejan la escuela, las causas de deserción son diversas, pero cerca de 15% del total causan baja automática por reprobación más de cinco materias. En los semestres siguientes, la tasa de deserción disminuye ligeramente, pero implica la pérdida de un grupo por año escolar, una situación similar ocurre en el turno vespertino.

Las materias en las que los alumnos tienen un menor rendimiento son: matemáticas, química, física y lengua adicional al español (Inglés), teniendo índices de aprobación del 30 al 50%. La población del turno matutino presenta las siguientes características: En cuanto a género, cerca del 65% de la población de primer semestre son mujeres. El 2% de la población total, trabaja por las tardes; El 95% del alumnado realiza tareas escolares extraclase, al regresar de la escuela, por la noche, destinando 2 horas en promedio para ello, se estima que terminan esta actividad a las 11:00 p.m. aproximadamente. El 80% de ellos, no acostumbran prepararse para presentar sus exámenes escolares. Aproximadamente el 30% de ellos cuentan con computadora en su casa y alrededor del 20% tiene acceso a Internet desde sus casas. El resto, debe acudir a servicios de cibercafé para preparar tareas asociadas a su uso. Para su traslado al plantel, los alumnos hacen uso del transporte colectivo, en particular, las rutas 12 y 03, que prestan servicio de metro cuatro caminos a la colonia el zapote, el costo del transporte es de mínimo \$8.00 y \$9.50 en caso de recorrer toda la ruta. Por lo

general, los alumnos deben hacer un transbordo en dos rutas de transporte colectivo dada la cobertura limitada de las rutas de transporte mencionadas anteriormente.

## **3.2. El enfoque de competencias**

### **3.2.1 Antecedentes globales**

Diferentes propuestas curriculares y pedagógicas han planteado la necesidad de proporcionar una formación integral a los estudiantes, tendiente a desarrollar conocimientos, habilidades y actitudes que faciliten su desarrollo social y profesional en su interacción con otras personas. Estos tres aspectos, son precisamente los componentes de las competencias.

La organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO) manifestó la importancia de implementar una educación permanente a lo largo de la vida, que sea flexible, diversa y accesible. También se propone que el sistema educativo no permanezca inmutable sino que sea reconsiderado y ampliado, que se adapte a la dinámica de la vida personal, social y profesional de los seres humanos, permitiéndoles comprender mejor al otro y al mundo. Sobre todo, debe estar en condiciones de aprovechar y utilizar durante toda la vida cada oportunidad que se le presente de actualizar, profundizar y enriquecer ese primer saber y de adaptarse a un mundo en permanente cambio. En este sentido, se propone que la educación a lo largo de la vida se estructure en torno a cuatro aprendizajes fundamentales que se consideran los pilares del conocimiento (Delors, 1996):

1. Aprender a conocer: implica la integración de procesos cognoscitivos que permiten a las personas adquirir una cultura amplia para acceder al conocimiento a lo largo de su vida de manera autónoma. Este rubro requiere de aprender a aprender mediante el ejercicio de la atención, la memoria y el pensamiento.

2. Aprender a hacer: implica la integración de habilidades que permiten a las personas enfrentarse a situaciones diversas en diferentes contextos y a trabajar de manera conjunta y cooperativa con otras personas.

3. Aprender a vivir juntos: implica la capacidad de participar y colaborar con otras personas con el fin de desarrollar la comprensión hacia los otros posibilitando de este modo el desenvolvimiento de proyectos comunes en un marco de respeto.

4. Aprender a ser: este aprendizaje permite a las personas actuar con autonomía, juicio y responsabilidad.

A partir de este enfoque, varias organizaciones nacionales e internacionales han planteado diferentes listados de las principales competencias que se deberían fomentar en los sistemas educativos. Por ejemplo, la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE) mediante su proyecto intitulado Descripción y Selección de Competencias Clave, seleccionó las competencias clave con base en las necesidades que una persona requiere cubrir para tener éxito en su incorporación a la sociedad y al ámbito laboral. Por su parte, la Comisión Europea hizo su selección considerando aquellas competencias cruciales para que las personas desarrollen su capital cultural (desarrollo y realización personal a lo largo de la vida), su capital social (participación activa en la sociedad) y su capital humano (capacidad para obtener un puesto de trabajo decente).

Por otro lado, el Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA por sus siglas en inglés) se refiere al concepto de competencia como un *sistema de acción complejo que abarca las habilidades intelectuales, las actitudes y otros elementos no cognitivos, como motivación, valores y emociones, que son adquiridos y desarrollados por los individuos a lo largo de su vida y son indispensables para participar eficazmente en diferentes contextos sociales* (INEE, 2005, p.16).

Es decir, el concepto de competencia hace referencia a la capacidad para poner en práctica de manera integrada habilidades, conocimientos y actitudes para enfrentar y resolver problemas y situaciones. Además, es importante considerar que la adquisición de competencias es un proceso que dura toda la vida, se obtiene a través de la escuela o el aprendizaje formal, y también mediante la interacción con los demás.

### **3.2.2 El enfoque de competencias en México**

La Secretaría de Educación Pública (SEP), en México ha adoptado también un concepto de competencias que implica la conjunción de conocimientos, habilidades y actitudes que debe poseer el egresado del bachillerato. Con esta noción se acuñó la normatividad para transformar el proceso de enseñanza aprendizaje en el sistema educativo mexicano; dicho concepto está basado principalmente en tres propuestas; la de la Asociación Nacional de Universidades e Instituciones de Educación Superior (ANUIES), la de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) y la de Phillippe Perrenoud .

La ANUIES aporta la idea de que las competencias son entendidas como las capacidades que una persona desarrolla en forma gradual y a lo largo de todo el proceso educativo, pueden ser específicas o transversales. Las específicas son las que están relacionadas con un área de conocimiento y las transversales con la formación profesional en general. Por su parte, la OCDE define que las competencias implican la capacidad de responder a demandas complejas, utilizando y movilizandorecursos psicosociales (incluyendo habilidades y actitudes) en un contexto particular (OCDE, 2005). Finalmente, la propuesta de Perrenoud agrega que el ejercicio de las competencias pasa por operaciones mentales complejas, sostenidas por esquemas de pensamiento, los cuales permiten determinar y realizar una acción relativamente adaptada a la situación (Perrenoud, 2004).

La actual Reforma Integral para la Educación Media Superior (RIEMS, 2008), en México impulsada por la Secretaría de Educación Pública establece, como uno de sus

componentes esenciales, la adquisición y certificación de ciertas competencias, tanto genéricas como disciplinares para todos los egresados de Educación Media Superior en sus diversas modalidades.

Esta nueva propuesta implica cambios sustanciales en la forma de la enseñanza, así como en los recursos necesarios para la utilización del enfoque de competencias en este nivel educativo. El enfoque de competencias tiene ya un tiempo de haberse implementado en otros países tanto europeos como americanos, en México su implementación no ha tenido un impacto importante salvo en los casos de educación profesional técnica y superior, aunque con un enfoque a las competencias profesionales, es decir a aquellas propias del ejercicio profesional; sin embargo, para el bachillerato general se consideran las competencias genéricas o generales y otras disciplinares o específicas de la disciplina o campo de conocimiento, estas competencias permitirán un mejor desempeño en el egresado de bachillerato, tanto si continua estudios a nivel superior, como si decide incorporarse al campo laboral.

De forma general, las competencias genéricas y disciplinares, permiten utilizar los conocimientos, habilidades y actitudes en distintos contextos de la vida del egresado del bachillerato, en este sentido, la educación en este nivel debe centrarse en el aprendizaje, pero no únicamente en el aprendizaje de contenidos áridos e inconexos sino en contenidos útiles para la vida, mediante procesos de construcción que impliquen el desarrollo de las competencias genéricas y disciplinares, encaminadas a la formación de individuos más autónomos y críticos de su mismo desempeño.

Como puede apreciarse, en el desarrollo de competencias para la vida, cobran primordial importancia las relaciones personales, interpersonales e interculturales, así como el uso de las nuevas tecnologías de la informática y comunicación. Estos aspectos han sido adoptados por las instituciones educativas para enriquecer su currículo.

### 3.2.2.1 Las Competencias Genéricas

#### **Se autodetermina y cuida de sí**

1. Se conoce y valora a sí mismo y aborda problemas y retos teniendo en cuenta los objetivos que persigue.

Atributos:

- 1.1 Enfrenta las dificultades que se le presentan y es consciente de sus valores, fortalezas y debilidades.
- 1.2 Identifica sus emociones, las maneja de manera constructiva y reconoce la necesidad de solicitar apoyo ante una situación que lo rebase.
- 1.3 Elige alternativas y cursos de acción con base en criterios sustentados y en el marco de un proyecto de vida.
- 1.4 Analiza críticamente los factores que influyen en su toma de decisiones.
- 1.5 Asume las consecuencias de sus comportamientos y decisiones.
- 1.6 Administra los recursos disponibles teniendo en cuenta las restricciones para el logro de sus metas.

2. Es sensible al arte y participa en la apreciación e interpretación de sus expresiones en distintos géneros.

Atributos:

- 2.1 Valora el arte como manifestación de la belleza y expresión de ideas, sensaciones y emociones.
- 2.2 Experimenta el arte como un hecho histórico compartido que permite la comunicación entre individuos y culturas en el tiempo y el espacio, a la vez que desarrolla un sentido de identidad.
- 2.3 Participa en prácticas relacionadas con el arte.

3 Elige y practica estilos de vida saludables.

- 3.1 Reconoce la actividad física como un medio para su desarrollo físico, mental y social.
- 3.2 Toma decisiones a partir de la valoración de las consecuencias de distintos hábitos de consumo y conductas de riesgo.

- 3.3 Cultiva relaciones interpersonales que contribuyen a su desarrollo humano y el de quienes lo rodean.

### **Se expresa y comunica**

4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.

Atributos:

- 4.1 Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.
- 4.2 Aplica distintas estrategias comunicativas según quienes sean sus interlocutores, el contexto en el que se encuentra y los objetivos que persigue.
- 4.3 Identifica las ideas clave en un texto o discurso oral e infiere conclusiones a partir de ellas.
- 4.4 Se comunica en una segunda lengua en situaciones cotidianas.
- 4.5 Maneja las tecnologías de la información y la comunicación para obtener información y expresar ideas.

### **Piensa crítica y reflexivamente**

5. Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.

Atributos:

- 5.1 Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.
- 5.2 Ordena información de acuerdo a categorías, jerarquías y relaciones.
- 5.3 Identifica los sistemas y reglas o principios medulares que subyacen a una serie de fenómenos.
- 5.4 Construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez.
- 5.5 Sintetiza evidencias obtenidas mediante la experimentación para producir conclusiones y formular nuevas preguntas.
- 5.6 Utiliza las tecnologías de la información y comunicación para procesar e interpretar información.

6. Sustenta una postura personal sobre temas de interés y relevancia general, considerando otros puntos de vista de manera crítica y reflexiva.

Atributos:

6.1 Elige las fuentes de información más relevantes para un propósito específico y discrimina entre ellas de acuerdo a su relevancia y confiabilidad.

6.2 Evalúa argumentos y opiniones e identifica prejuicios y falacias.

6.3 Reconoce los propios prejuicios, modifica sus puntos de vista al conocer nuevas evidencias, e integra nuevos conocimientos y perspectivas al acervo con el que cuenta.

6.4 Estructura ideas y argumentos de manera clara, coherente y sintética.

### **Aprende de forma autónoma**

7. Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida.

Atributos:

7.1 Define metas y da seguimiento a sus procesos de construcción de conocimiento.

7.2 Identifica las actividades que le resultan de menor y mayor interés y dificultad, reconociendo y controlando sus reacciones frente a retos y obstáculos.

7.3 Articula saberes de diversos campos y establece relaciones entre ellos y su vida cotidiana.

### **Trabaja en forma colaborativa**

8. Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos.

Atributos:

8.1 Propone maneras de solucionar un problema o desarrollar un proyecto en equipo, definiendo un curso de acción con pasos específicos.

8.2 Aporta puntos de vista con apertura y considera los de otras personas de manera reflexiva.

8.3 Asume una actitud constructiva, congruente con los conocimientos y habilidades con los que cuenta dentro de distintos equipos de trabajo.



## **Participa con responsabilidad en la sociedad**

9. Participa con una conciencia cívica y ética en la vida de su comunidad, región, México y el mundo.

Atributos:

- 9.1 Privilegia el diálogo como mecanismo para la solución de conflictos.
- 9.2 Toma decisiones a fin de contribuir a la equidad, bienestar y desarrollo democrático de la sociedad.
- 9.3 Conoce sus derechos y obligaciones como mexicano y miembro de distintas comunidades e instituciones, y reconoce el valor de la participación como herramienta para ejercerlos.
- 9.4 Contribuye a alcanzar un equilibrio entre el interés y bienestar individual y el interés general de la sociedad.
- 9.5 Actúa de manera propositiva frente a fenómenos de la sociedad y se mantiene informado.
- 9.6 Advierte que los fenómenos que se desarrollan en los ámbitos local, nacional e internacional ocurren dentro de un contexto global interdependiente.

10. Mantiene una actitud respetuosa hacia la interculturalidad y la diversidad de creencias, valores, ideas y prácticas sociales.

Atributos:

- 10.1 Reconoce que la diversidad tiene lugar en un espacio democrático de igualdad de dignidad y derechos de todas las personas, y rechaza toda forma de discriminación.
- 10.2 Dialoga y aprende de personas con distintos puntos de vista y tradiciones culturales mediante la ubicación de sus propias circunstancias en un contexto más amplio.
- 10.3 Asume que el respeto de las diferencias es el principio de integración y convivencia en los contextos local, nacional e internacional.

11. Contribuye al desarrollo sustentable de manera crítica, con acciones responsables.

Atributos:

- 11.1 Asume una actitud que favorece la solución de problemas ambientales en los ámbitos local, nacional e internacional.
- 11.2 Reconoce y comprende las implicaciones biológicas, económicas, políticas y sociales del daño ambiental en un contexto global interdependiente.
- 11.3 Contribuye al alcance de un equilibrio entre los intereses de corto y largo plazo con relación al ambiente.

### **3.2.2.2 Competencias disciplinares del campo de las matemáticas**

1. Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
3. Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.
4. Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.
5. Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.
6. Cuantifica, representa y contrasta experimental o matemáticamente, las magnitudes del espacio y las propiedades físicas de los objetos que lo rodean.
7. Elige un enfoque determinista o uno aleatorio para el estudio de un proceso o fenómeno, y argumenta su pertinencia.

8. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

### 3.2.2.3 Competencias docentes.

1. Organiza su formación continua a lo largo de su trayectoria profesional.

- Reflexiona e investiga sobre la enseñanza y sus propios procesos de construcción del conocimiento.
- Incorpora nuevos conocimientos y experiencias al acervo con el que cuenta y los traduce en estrategias de enseñanza y de aprendizaje.
- Se evalúa para mejorar su proceso de construcción del conocimiento y adquisición de competencias, y cuenta con una disposición favorable para la evaluación docente y de pares.
- Aprende de las experiencias de otros docentes y participa en la conformación y mejoramiento de su comunidad académica.
- Se mantiene actualizado en el uso de la tecnología de la información y la comunicación.
- Se actualiza en el uso de una segunda lengua.

2. Domina y estructura los saberes para facilitar experiencias de aprendizaje significativo.

- Argumenta la naturaleza, los métodos y la consistencia lógica de los saberes que imparte.

- Explicita la relación de distintos saberes disciplinares con su práctica docente y los procesos de aprendizaje de los estudiantes.
  - Valora y explicita los vínculos entre los conocimientos previamente adquiridos por los estudiantes, los que se desarrollan en su curso y aquellos otros que conforman un plan de estudios.
3. Planifica los procesos de enseñanza y de aprendizaje atendiendo al enfoque por competencias, y los ubica en contextos disciplinares, curriculares y sociales amplios.
- Identifica los conocimientos previos y necesidades de formación de los estudiantes, y desarrolla estrategias para avanzar a partir de ellas.
  - Diseña planes de trabajo basados en proyectos e investigaciones disciplinares e interdisciplinarias orientados al desarrollo de competencias.
  - Diseña y utiliza materiales adecuados en el salón de clases.
  - Contextualiza los contenidos de un plan de estudios en la vida cotidiana de los estudiantes y la realidad social de la comunidad a la que pertenecen.
4. Lleva a la práctica procesos de enseñanza y de aprendizaje de manera efectiva, creativa e innovadora a su contexto institucional.
- Comunica ideas y conceptos con claridad en los diferentes ambientes de aprendizaje y ofrece ejemplos pertinentes a la vida de los estudiantes.
  - Aplica estrategias de aprendizaje y soluciones creativas ante contingencias, teniendo en cuenta las características de su contexto institucional, y utilizando los recursos y materiales disponibles de manera adecuada.

- Promueve el desarrollo de los estudiantes en el marco de sus aspiraciones, necesidades y posibilidades como individuos, y en relación a sus circunstancias socioculturales.
- Provee de bibliografía relevante y orienta a los estudiantes en la consulta de fuentes para la investigación.
- Utiliza la tecnología de la información y la comunicación con una aplicación didáctica y estratégica en distintos ambientes de aprendizaje.

5. Evalúa los procesos de enseñanza y de aprendizaje con un enfoque formativo.

- Establece criterios y métodos de evaluación del aprendizaje con base en el enfoque de competencias, y los comunica de manera clara a los estudiantes.
- Da seguimiento al proceso de aprendizaje y al desarrollo académico de los estudiantes.
- Comunica sus observaciones a los estudiantes de manera constructiva y consistente, y sugiere alternativas para su superación.
- Fomenta la autoevaluación y coevaluación entre los estudiantes para afianzar sus procesos de aprendizaje.

6. Construye ambientes para el aprendizaje autónomo y colaborativo.

- Favorece entre los estudiantes el autoconocimiento y la valoración de sí mismos.

- Favorece entre los estudiantes el deseo de aprender y les proporciona oportunidades y herramientas para avanzar en sus procesos de construcción del conocimiento.
  - Promueve el pensamiento crítico, reflexivo y creativo, a partir de los contenidos educativos establecidos, situaciones de actualidad e inquietudes de los estudiantes.
  - Motiva a los estudiantes en lo individual y en grupo, y produce expectativas de superación y desarrollo.
  - Fomenta el gusto por la lectura y por la expresión oral, escrita o artística.
  - Propicia la utilización de la tecnología de la información y la comunicación por parte de los estudiantes para obtener, procesar e interpretar información, así como para expresar ideas.
7. Contribuye a la generación de un ambiente que facilite el desarrollo sano e integral de los estudiantes.
- Práctica y promueve el respeto a la diversidad de creencias, valores, ideas y prácticas sociales entre sus colegas y entre los estudiantes.
  - Favorece el diálogo como mecanismo para la resolución de conflictos personales e interpersonales entre los estudiantes y, en su caso, los canaliza para que reciban una atención adecuada.
  - Estimula la participación de los estudiantes en la definición de normas de trabajo y convivencia, y las hace cumplir.

- Promueve el interés y la participación de los estudiantes con una conciencia cívica, ética y ecológica en la vida de su escuela, comunidad, región, México y el mundo.
  - Alienta que los estudiantes expresen opiniones personales, en un marco de respeto, y las toma en cuenta.
  - Contribuye a que la escuela reúna y preserve condiciones físicas e higiénicas satisfactorias.
  - Fomenta estilos de vida saludables y opciones para el desarrollo humano, como el deporte, el arte y diversas actividades complementarias entre los estudiantes.
  - Facilita la integración armónica de los estudiantes al entorno escolar y favorece el desarrollo de un sentido de pertenencia.
8. Participa en los proyectos de mejora continua de su escuela y apoya la gestión institucional.
- Colabora en la construcción de un proyecto de formación integral dirigido a los estudiantes en forma colegiada con otros docentes y los directivos de la escuela, así como con el personal de apoyo técnico pedagógico.
  - Detecta y contribuye a la solución de los problemas de la escuela mediante el esfuerzo común con otros docentes, directivos y miembros de la comunidad.
  - Promueve y colabora con su comunidad educativa en proyectos de participación social.
  - Crea y participa en comunidades de aprendizaje para mejorar su práctica educativa.

### 3.2.4 La planeación por competencias

Para el enfoque de competencias que propone la actual Reforma Integral para la Educación Media Superior, la planeación por competencias tiene una ligera variante con respecto a la planeación por objetivos, sin que ello cambie la utilidad práctica de la planeación didáctica. Para precisar el uso de las competencias, se parte de definir el currículo; en el ámbito educativo, se le puede definir como un conjunto de contenidos y propósitos que reflejan los rasgos distintivos de un programa educativo, mismo que debe ser llevado a la práctica. El término también se le considera como: "un conjunto de objetivos, contenidos, métodos, experiencias y procesos de evaluación de un plan educativo que se organiza y lleva a cabo para con la finalidad de desarrollar competencias en las personas que lo siguen", (González D. s.f.).

En esencia, la actual visión de los objetivos más que determinar las conductas que se pretenden modificar mediante un programa educativo, se entienden como competencias y capacidades que se pretenden desarrollar en el individuo que se somete a dicho programa, aunque evidentemente ello implica modificaciones conductuales. Las competencias desarrolladas a partir de los objetivos, preparan al aprendiz para resolver problemas diversos en contextos específicos. Una aproximación al concepto de competencia, lo ubica como una intersección entre los conocimientos, las habilidades, las destrezas y los valores en un marco contextual específico, es decir que las competencias se contextualizan en un marco socio-histórico determinado.

"...definimos el constructo competencia como un conjunto de conocimientos, habilidades, destrezas y valores en un contexto socio-histórico específico, que permite a la persona humana resolver los "problemas" satisfactoriamente", (Pimienta, 2008).

Ahora bien, si el currículo está diseñado bajo el enfoque de competencias, entonces tanto la planeación, ejecución (praxis) y evaluación deberán ser acordes a esa propuesta, de esta manera los objetivos de aprendizaje son las competencias que bien



pueden ser genéricas, disciplinares, profesionales ya que, independientemente del tipo, resultan ser esenciales para la vida.

"La formulación de los objetivos curriculares en términos de competencias más o menos amplias no es, por tanto, una moda ni un capricho de los expertos en pedagogía, sino una auténtica necesidad impuesta por las demandas de la sociedad actual a los procesos de formación, e *implica un cambio de enfoque: de una enseñanza centrada en los contenidos (en la materia) a otra centrada en el desarrollo de determinadas capacidades cognitivas, motrices, interpersonales...*(es decir, centrada en el estudiante) que se consideran relevantes por uno u otro motivo", (González, s.f.).

Bajo el enfoque de competencias, los contenidos programáticos son el medio o la herramienta para el desarrollo de las mismas, mientras que en un enfoque tradicional por objetivos, los contenidos del programa son el centro de la atención docente.

Actualmente los contenidos de la enseñanza no se consideran como simples saberes teóricos, ya que llevados al desarrollo de competencias, esos contenidos implican el *saber* y el *saber hacer* es decir, contenidos conceptuales y contenidos procedimentales; así, los primeros incluyen teorías y principios aunque también están los conocimientos factuales que pueden ser datos aprendidos memorísticamente.

Por otra parte, los contenidos procedimentales son técnicas, métodos, estrategias, habilidades o destrezas que el individuo desarrolla y lo preparan para resolver problemas con fundamento en los contenidos conceptuales. Se aprecia entonces, que el enfoque de competencias exige más que el solo *saber* ya que también implica el *saber hacer*; sin embargo, también hay un componente adicional que tiene un carácter más social, se trata de los contenidos actitudinales; es decir, el *saber ser*.

Este tipo de contenidos implica aspectos como hábitos, valores, actitudes que son socialmente importantes en sí mismos pero que además facilitan y complementan los contenidos conceptuales y procedimentales.

Si bien los objetivos o propósitos determinan el "*para qué*" enseñar, los contenidos tanto conceptuales como procedimentales determinan el "*qué enseñar*", la metodología como parte del proceso de planeación determina el "*cómo enseñar*". La metodología es entonces, el campo creativo en el que el docente materializa sus intenciones de enseñanza y para ello hace uso de una variedad de recursos en los que, como se ha señalado, interviene su visión de la docencia, sus afinidades teóricas de la enseñanza y el aprendizaje, sus propias ambiciones lo mismo que su experiencia, todo ello, determina los métodos, estrategias y técnicas didácticas que el docente utilizará durante su intervención.

Esa variedad de recursos, se materializan en las actividades o experiencias concretas que el docente inventa o diseña, encaminadas al logro de los propósitos del curso.

La naturaleza de las actividades diseñadas por el docente, llevan a determinar los materiales didácticos y recursos necesarios para su puesta en marcha. Los materiales didácticos, pueden ser diseñados y elaborados por el docente para la o las actividades que ha planeado e incluso puede utilizar o adaptar otros; lo cierto es que dichos materiales en sí mismos no garantizan el buen término de una actividad con propósitos de enseñanza-aprendizaje. Otros recursos que se ponen en operación, pueden incluir el tiempo y la distribución de actividades, la formación de grupos de trabajo, entre otros.

El elemento complementario para toda planeación es la evaluación, ya que permite valorar la pertinencia de la misma planeación mediante los resultados de aprendizaje obtenidos, cabe precisar que además de los resultados del aprendizaje, se consideran muy importantes los procesos de enseñanza y aprendizaje para su obtención, con miras a la mejora continua; además, esa evaluación tiene un carácter formativo y sumativo.

La actividad diseñada, se crea dos veces, primero en la mente del docente y después en su ejecución real, y en ambos procesos, puede sufrir adecuaciones que pueden ser

mínimas o significativas, de ahí que se señale la importancia de la “Flexibilidad” de la planeación, estos ajustes, estarán principalmente en función del tiempo.

En el diseño de actividades, se pone de manifiesto la creatividad del docente y en el tiempo ese diseño se perfecciona con la retroalimentación. El producto de la planeación es el logro del objetivo, de hecho, es la ruta sugerida por el docente para llegar a él, sin embargo, se convierte en un documento de apoyo para el ejercicio de su actividad, de ahí que prácticamente se convierta en un manual, es decir, un documento que él “tiene a la mano” para guiar su desempeño, por lo tanto, este documento debe estar plasmado en un formato práctico que facilite su lectura, seguimiento, identificación de tiempos y productos, pero sobre todo la anotación de observaciones que contribuyan a su mejora continua.

García (2008), propone que los principales elementos del formato que use para la planeación didáctica son datos de identificación de la asignatura: es decir, nombre, clave, ciclo escolar, grupo y sección; el nombre del programa educativo al que corresponde y el nombre del docente. Además, los puntos que se especifican a continuación:

- El **objetivo general** de la asignatura es el mismo que aparece en el programa académico y no es posible modificarlo.
- Los **propósitos** de las unidades consiste en la definición de metas que hace el docente en relación a los aprendizajes que se pretenden lograr alrededor de la temática propia de la unidad, cuyo conjunto cumple con el objetivo general de la asignatura [y el particular de la unidad].
- Las **estrategias docentes** se refieren a las actividades que el profesor planifica para que los estudiantes las realicen.
- Las experiencias de aprendizajes son las **actividades** que los estudiantes realizarán en correspondencia a las estrategias diseñadas por el docente.

Con relación a la **evaluación**, se consideran los elementos a evaluar, con los respectivos criterios que el profesor propone a sus alumnos al inicio del curso (García, 2007).

Se pretende que para desarrollar competencias, es de central importancia que durante este proceso se aborden situaciones reales y problemas específicos acordes al campo disciplinar, que permitan garantizar la pertinencia y utilidad de aprendizajes escolares en términos personales, académicos y sociales. Es posible identificar al menos tres componentes básicos en una competencia: la existencia de un saber; la aplicación de ese saber en la resolución de un problema o situación real o muy cercana a la realidad y además, involucrando actitudes y valores sociales. De manera más específica, se enuncian una serie de competencias genéricas y otras disciplinares por campos de conocimiento, que consisten en enunciados que expresan conocimientos, habilidades y actitudes que se consideran los mínimos necesarios de cada campo disciplinar para que los estudiantes se desarrollen de manera eficaz en diferentes contextos y situaciones a lo largo de la vida.

A diferencia de las genéricas, las competencias disciplinares se constituyen desde la lógica y estructura de las disciplinar en que tradicionalmente se ha organizado el saber. Para el caso de Matemáticas, las competencias disciplinares buscan propiciar el desarrollo de la creatividad, el pensamiento lógico y crítico entre los estudiantes. Un estudiante que cuente con las competencias disciplinares de matemáticas puede argumentar y estructurar mejor sus ideas y razonamientos.

Las competencias disciplinares del campo de las matemáticas, reconocen que a la solución de cada tipo de problema matemático corresponden diferentes conocimientos y habilidades, y el despliegue de diferentes valores y actitudes. Por ello, los estudiantes deben poder razonar matemáticamente, y no solo responder ciertos tipos de problemas mediante la repetición de procedimientos establecidos. Esto implica que puedan hacer las aplicaciones de esta disciplina más allá del salón de clases. Este marco de competencias tanto genéricas como disciplinares, implica cambios sustanciales en la

forma de enseñar y aprender; y por ende, en la planeación didáctica y las intervenciones docentes.

En una entrevista a Philippe Perrenoud, autoridad Europea respecto a las formas de desarrollar competencias, señala que:

“...es necesario trabajar sobre todo por problemas y por proyectos, por lo tanto proponer tareas complejas, retos, que inciten a los alumnos a movilizar sus acervos de conocimientos y habilidades y hasta cierto punto a completarlos. Eso supone una pedagogía activa, cooperativa, abierta sobre la ciudad o el pueblo. ¡El profesor debe dejar de pensar que dar cursos está en el corazón del oficio! Enseñar, hoy, debería consistir en concebir, establecer y controlar situaciones de aprendizaje, siguiendo los principios de las pedagogías activas y constructivistas” (Perrenoud, 2000)

En un tono similar, el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) y otras Conferencias y Comités en los Estados Unidos, han recomendado desde 1975, la necesidad de incrementar el uso de la Resolución de Problemas en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, así como la capacitación a maestros y el uso en las aulas de la Modelación Matemática, (Brender, 1978, Lesh, 1979; Swetz y Hartzler, 1991). Este enfoque hacia la resolución de problemas, tiene un objetivo similar al que se plantea el enfoque de competencias dado que implica el despliegue de diferentes conocimientos, habilidades y actitudes por parte del estudiante; dentro de la Resolución de Problemas, una forma de hacerlo es mediante la Modelación Matemática.

### **3.2.5 ¿Qué es la modelación matemática?**

Se trata de un tipo especial de Resolución de Problemas; si bien el término “Modelo” tiene implicaciones relacionadas a los objetos físicos y aún más a la reproducción de esos objetos a distintas escalas, como un pasatiempo de muchos aficionados al modelaje y con frecuencia como una actividad que ayuda a resolver problemas, por ejemplo de diseño como es el caso de la aeronáutica o los modelos de automóviles, no

todos modelo en la naturaleza es físico. Los modelos teóricos son colecciones de principios o normas que describen con precisión el comportamiento de un fenómeno en la mente del observador. Los economistas hablan de "modelos económicos" planificadores de población emplean "modelos demográficos" y así sucesivamente. Cuando matemáticamente se basan en los principios de un modelo teórico, entonces se trata de crear un modelo matemático. Así, un modelo matemático es una estructura matemática que se aproxima a las características de un fenómeno de interés. El proceso activo de elaboración de un modelo matemático se llama modelación matemática. Es decir que aunque se trate de objetos reales o teóricos, el proceso de reconocer, plantear, analizar y producir un modelo matemático que ayude a resolver un problema particular, es a lo que se llama modelación matemática. El proceso activo de elaboración de un modelo matemático se llama Modelación Matemática. (Swetz y Hartzler, 1999).

Cuando una situación real se considera "problema" puede ser sometido a un proceso de análisis y discernimiento que permita interpretarla matemáticamente a fin de generar un Modelo Matemático que ayude a encontrar una solución. "Así, la Modelación Matemática es un proceso sistemático que se basa en muchas habilidades y emplea los procesos cognitivos superiores de interpretación, análisis y síntesis" (Swetz y Hartzler 1999).

El proceso de modelado se compone de cuatro etapas principales señaladas en la Figura 34:

1. Observación de un fenómeno. Delinear la situación problema inherente en el fenómeno y reconocer los factores importantes (variables o parámetros) que afectan el problema.
2. Interpretación matemática conjeturando las relaciones entre los factores de una para obtener un modelo del fenómeno.
3. Aplicación de un análisis matemático adecuado para el modelo.
4. Obtener resultados y conclusiones, reinterpretando el contexto de situación bajo estudio.

Estas etapas pueden ser representadas esquemáticamente en la forma de un ciclo cerrado.

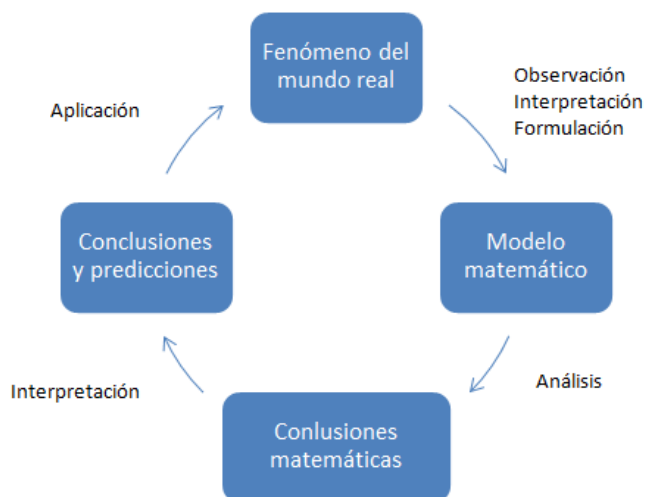


FIGURA 34. Etapas del proceso de modelación.

Una quinta etapa podría añadirse a este proceso, la prueba y refinamiento del modelo. Las conclusiones son utilizables. ¿Tiene sentido? Si no, es necesaria una reexaminación de los factores y estructura del modelo para su posible reformulación si es necesario. La prueba más importante de un modelo sería qué tan bien funciona cuando se aplica a los problemas para los que fue diseñado. Cuando un modelo es usado, podría llevar a predicciones incorrectas. Muchas veces un modelo es modificado, con frecuencia descartado, y algunas veces es usado de todas formas porque peor es nada. Esta es la forma en que la ciencia se desarrolla, (Bender, 1978).

Los modelos matemáticos pueden obtenerse de diversas situaciones y tomar muchas formas; en el currículo de diferentes niveles educativos, existen contenidos factibles de ser adaptados para la Modelación Matemática, desde tablas de datos, sistemas de ecuaciones, gráficas e incluso algunas fórmulas que damos por hecho pero que en muchos casos, el estudiante desconoce el contenido cognitivo subyacente y por tanto

están obligados a recordar y casi totalmente incapaces para reformular. Como se ha delineado anteriormente, en situaciones de enseñanza-aprendizaje el modelo no es lo importante, sino el proceso de su obtención, es decir la Modelación Matemática, de manera que cada contenido matemático se convierte en una oportunidad para la Modelación.

### **3.2.6 La relación entre el enfoque de competencias y la modelación matemática**

Es posible identificar características en la Modelación Matemática, que son acordes a las necesidades y propósitos que se plantea el desarrollo de competencias. Se trata de la aplicación de uno o varios saberes conceptuales del área de las matemáticas, aunque no exclusivamente; para analizar, plantear y convenientemente resolver un problema real o cercano a la realidad. Ese proceso implica un trabajo colaborativo y la constante negociación entre pares; de significados, aplicaciones, simplificaciones y validaciones; asunto que implica el uso de habilidades actitudinales para la negociación, argumentación y defensa de posturas propias de los participantes en el proceso.

En la Modelación Matemática encaminada a la resolución de un problema, estas descripciones, las explicaciones y las construcciones no son simplemente anotaciones que los estudiantes utilizan para producir "la respuesta", son productos de los estudiantes después de que "la respuesta" ha sido producida. Son los componentes más importantes que necesitan las respuestas. A menudo, en las actividades suscitadoras del modelo, ¡el proceso es el producto! (Lesh y Doerr, 2003).

### **3.2.7 Modelación matemática y constructivismo**

Desde la visión constructivista del aprendizaje, diversos investigadores han identificado y caracterizado distintos estadios del desarrollo cognitivo en el individuo que aprende y que es característico que en algunas etapas iniciales, la actividad concreta juega un papel preponderante (Piaget, 1995). Y que el lenguaje así como la interacción social, en particular con compañeros más capaces favorece notablemente el aprendizaje



(Vygotzky, 1988), de manera que las actividades generadoras de la modelación matemática encuadran perfectamente en esta teoría, toda vez que plantean situaciones reales o muy parecidas a la realidad, cuyo proceso de elaboración del modelo matemático, requieren el trabajo colaborativo, el análisis de la situación, el intercambio y comparación de ideas, la negociación de significados, la generación de argumentos, la reflexión respecto a los conocimientos actuales, la conclusión y por ende el reconocimiento de nuevos aprendizajes; de manera que la modelación matemática y en particular las actividades que contribuyen a detonar el modelo matemático se pueden considerar totalmente acordes al modelo constructivista. Sin embargo, este tipo actividades, también pueden dar la pauta para enriquecer las investigaciones en teorías del conocimiento, que puedan identificar y explicar cómo es que el individuo que aprende ya que "...usualmente es posible observar el proceso que los estudiantes usan para extender, diferenciar, integrar, refinar, o revisar las construcciones relevantes. Por consiguiente, para investigar el desarrollo cognitivo, es posible que los investigadores vayan más allá de las descripciones de las etapas sucesivas del conocimiento para observar el proceso que promueve el desarrollo de un estado a otro" (Lesh y Doerr, 2003). En este sentido, Lesh comenta que este tipo de actividades pueden dar la pauta para investigar los procesos cognitivos más allá del constructivismo.

### **3.3 Metodología de investigación**

La metodología de investigación utilizada, tiene predominantemente un enfoque cualitativo desarrollado en las siguientes fases:

1. Revisión de los contenidos, propósitos y competencias a desarrollar planteados en el programa de estudio de la materia de Matemáticas II de segundo semestre del Bachillerato general.
2. Diseño una secuencia didáctica que atienda lo planteado en el programa de estudio y que además considere la realización de actividades contextualizadas y cercanas al entorno del estudiante.

3. Establecer, con base en un marco referencial y conceptual, algunas ideas o suposiciones de los resultados a obtener.
4. Realizar distintas observaciones en el transcurso de la secuencia didáctica, que permitan evaluar desempeños, productos y conocimientos.
5. Realizar una revisión de las suposiciones o ideas, sobre la base del análisis de los resultados de las observaciones.
6. Proponer nuevas observaciones encaminadas a esclarecer, modificar o fundamentar las suposiciones o ideas planteadas en torno al caso.
7. Conclusiones.

A continuación se presentan los materiales, procesos y algunos de los productos utilizados y obtenidos en cada fase de las mencionadas anteriormente:

### **3.3.1. Revisión de los contenidos, propósitos y competencias a desarrollar**

PROGRAMA: MATEMÁTICAS II, PARA BACHILLERATO GENERAL.

BLOQUE V: EMPLEAS LA CIRCUNFERENCIA (Ver Anexo II).

TIEMPO ASIGNADO: 8 HORAS.

DESEMPEÑOS DEL ESTUDIANTE AL CONCLUIR EL BLOQUE:

- Reconoce y distingue los diferentes tipos de rectas, segmentos y ángulos asociados a la circunferencia.
- Emplea las propiedades de los elementos asociados a una circunferencia como: radio, diámetro, cuerda, arco, secantes y tangentes en la resolución de problemas.
- Resuelve problemas de perímetros y áreas de la circunferencia.

## OBJETOS DE APRENDIZAJE:

- Rectas y segmentos notables asociados a la circunferencia.
- Ángulos asociados a la circunferencia.
- Perímetro y área asociados a la circunferencia.

## COMPETENCIAS A DESARROLLAR:

### Competencias disciplinares básicas:

1. Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos, y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
3. Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.
4. Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de la tecnología de la información y la comunicación.
6. Cuantifica, representa y contrasta experimental o matemáticamente las magnitudes del espacio y de las propiedades físicas de los objetos que los rodean.

### Competencias genéricas:

- 4.1 Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.
- 5.1 Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo cómo cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.
- 5.4 Construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez.

- 5.6 Utiliza las tecnologías de la información y comunicación para procesar e interpretar información.
- 6.1 Elige las fuentes de información más relevantes para un propósito específico y discrimina entre ellas de acuerdo a su relevancia y confiabilidad.
- 7.1 Define metas y da seguimiento a sus procesos de construcción de conocimientos.
- 8.1 Propone manera de solucionar un problema y desarrolla un proyecto en equipo, definiendo un curso de acción con pasos específicos.
- 8.2 Aporta puntos de vista con apertura y considera los de otras personas de manera reflexiva.
- 8.3 Asume una actitud constructiva, congruente con los conocimientos y habilidades con los que cuenta dentro de distintos equipos de trabajo.

### **3.3.2 Diseñar una secuencia didáctica que atienda lo planteado en el Programa de Estudio**

#### **3.3.2.1 Justificación**

Entre otras interesantes aportaciones, Piaget (1995) propone que existen diversos grados de desarrollo mental en el ser humano desde el recién nacido hasta el adolescente y que existen estructuras variables y progresivas, también llamadas formas sucesivas de equilibrio que son indicativas de distintos niveles de conducta. Dichas estructuras variables son formas de organización de la actividad mental. El autor propone que esas seis etapas o períodos de desarrollo señalan la aparición de dichas estructuras construidas sucesivamente y en resumen son: 1° Etapa de los reflejos o ajustes hereditarios. 2° Etapa de las primeras percepciones organizadas. 3° Etapa de la inteligencia sensorio-motriz (un año y medio a dos años). 4° Etapa de la inteligencia intuitiva y de las relaciones sociales de sumisión al adulto. 5° Etapa de las operaciones intelectuales concretas, inicio de la lógica (de los 7 a los 11-12 años). 6° Etapa de las operaciones intelectuales abstractas (adolescencia).

El sentido progresivo de las etapas, sugiere que el desarrollo de una es dependiente del logro de la anterior y centrando la atención en la etapa 5° de operaciones intelectuales concretas y la 6° de operaciones intelectuales abstractas que es en la que por edad se encuentran la mayoría de nuestros estudiantes de bachillerato; resulta evidente un cambio intelectual de una etapa concreta a la siguiente que es abstracta. Sin perder de vista que el desarrollo de una etapa requiere de la madurez de la anterior, la etapa lógica precede a la etapa abstracta y la primera requiere de la actividad ejercida sobre objetos.

Ciertamente no es más que con ocasión de las acciones ejercidas sobre los objetos cuando se constituyen las estructuras lógicas y ya hemos insistido sobre el hecho de que la fuente de las operaciones lógicas no es otra que la propia acción, la cual no puede, naturalmente, tener lugar más que aplicándose a objetos, (Piaget, 1995).

De manera que antes de poder organizar conceptualizaciones que prescindan del objeto, es necesario que nuestros estudiantes vivan la experiencia concreta, es decir, que manipulen objetos.

Por otra parte, la existencia de un nivel de las «operaciones concretas» demuestra suficientemente que, antes de aplicarse a los simples enunciados verbales o «proposicionales» la lógica se organiza en el seno de las manipulaciones prácticas que se refiere a los objetos, (Piaget, 1995).

Bajo estas premisas, la intervención didáctica propuesta, privilegia la actividad o acción directa sobre objetos que utilizan la circunferencia para abordar los contenidos del Bloque V del Programa de Estudios, en el entendido de que si bien la edad de nuestros estudiantes de segundo semestre oscila entre los 14 y 15 años, es probable que no hayan tenido, en los niveles previos de escolaridad, la oportunidad de trabajar directamente objetos con esas características, situación que de alguna manera, pudiera estar impidiendo que la etapa lógica se consolide y dé paso a una etapa concreta que debe resultar en un mayor nivel de logro.

Por lo anterior, se propone la utilización de un odómetro para medir los lados del predio escolar, con miras a un levantamiento topográfico del mismo que culmine en la elaboración de un plano a escala. El uso del odómetro resalta algunas propiedades y relaciones entre elementos de una circunferencia y su utilización práctica deberá favorecer la identificación de dichos elementos y relaciones, además, la actividad se realiza en equipos de trabajo de cinco integrantes y este tipo de organización favorece el trabajo colaborativo, el uso del lenguaje así como la argumentación de propuestas de trabajo y debate entre distintas propuestas y la formulación de conclusiones. Además, la socialización de las actividades favorece el trabajo colaborativo entre individuos que pueden tener un nivel de madurez cognitiva diferente y con ello, genera la posibilidad de que aquellos que se encuentran en ventaja por alguna experiencia previa, puedan ayudar a compañeros en desventaja sobre la comprensión de nuevos conceptos o la utilización de los mismos aunque ya sean conocidos. En este sentido Vygotsky (1988), señala que "el aprendizaje humano presupone una naturaleza social específica y un proceso, mediante el cual los niños acceden a la vida intelectual de aquellos que los rodean"

La propuesta de intervención, propone actividades grupales desde el inicio, excepto una evaluación diagnóstica y otra sumativa que permitirán identificar el grado de logro de los propósitos y competencias señaladas en el programa (anexo 6) para el Bloque V "Empleas la circunferencia".

La secuencia didáctica propuesta se muestra a continuación y es parte de la planeación didáctica semestral.

### **3.3.2.2 Planteamiento de la secuencia didáctica**

- El docente plantea a sus alumnos la necesidad de medir los lados del predio escolar, con intención de bosquejar un plano a escala del mismo, (Este planteamiento es una actividad común y cercana a la realidad del estudiante de bachillerato ya que llegan a hacer mediciones en los predios de sus casas y

también para aquellos que seguirán estudios a nivel superior en áreas relacionadas con la topografía; pero en general tienen aplicaciones de contenidos disciplinares como polígonos, áreas y perímetros).

- El docente instruye que la actividad se realizará en equipos de trabajo, integrados por cinco alumnos. Los equipos se integrarán según la afinidad que exista entre ellos, (El trabajo colaborativo tiene su fundamento en los principios del constructivismo social de Vygotsky; se respeta la afinidad entre alumnos para la integración de los equipos de trabajo a fin de superar la adaptación que pudiera dificultar el inicio del trabajo colaborativo).

#### INVESTIGACIÓN DOCUMENTAL.

- El docente instruye a sus alumnos a que realicen una recopilación de información en torno a la preguntas: ¿Cuál es el origen de la rueda y sus principales usos?, ¿Qué es la geometría? y ¿Además del flexómetro que otras herramientas o instrumentos se utilizan para medir distancias? Mismas que pueden dividir el cuerpo del documento en capítulos o apartados.
- Se proporcionan algunas fuentes y sitios de Internet que pueden ser consultados para la documentación, (El objetivo es que el alumno halle como una posibilidad, el uso de un odómetro para medir distancias, instrumento que resulta apropiado para concretar el uso de la rueda para realizar mediciones, asociando este objeto al concepto de la circunferencia y sus propiedades geométricas). Las fuentes proporcionadas son:

<http://www.pce-iberica.es/medidor-detalles-tecnicos/instrumentos-de-medicion/odometro-mg10cm.htm>.

<http://www.explicame.org/index2.php?option=com.contenido-pdf=1&id=47>

<http://www.fagro.edu.uv/topografia/does/capitulo2.pdf>

Anderson M. James (1987) Introducción a la topografía. México. Mc.Graw Hill.

- El docente indica que con la información seleccionada, se debe elaborar un reporte escrito, bajo los siguientes lineamientos editoriales (El reporte escrito

como actividad de aprendizaje, tiene la intención de desarrollar y evaluar las competencias genéricas 5.1, 5.6 y 6.1).

- Extensión: de 5 a 10 páginas de texto principal
- Tipo de documento: Word 97 (2003) Word.doc
- Márgenes: 2.5 cm
- Fuente: Arial en 12 puntos
- Interlineado: 1.5
- Espaciado: 6 puntos antes de párrafo
- Alineación: justificada

## SESIÓN PLENARIA

- El docente programa y organiza una sesión plenaria en la que los alumnos comentan la información obtenida, cuestionando y cediendo la palabra a un integrante de cada equipo de trabajo. Al aparecer la información relacionada con el odómetro realiza las siguientes preguntas con intención de profundizar en su conocimiento y características, (Esta actividad, tiene la intención de desarrollar y evaluar las competencia genéricas 4.1, 5.4, 7.1, 8.1, 8.2 y 8.3).
  - ¿Qué significa la palabra odómetro?
  - ¿Cuáles son sus componentes principales?
  - ¿Cómo se utiliza?
  - ¿Cómo realiza las mediciones?
  - ¿Podríamos construir un odómetro?
  - ¿Cómo pudiera ser el diseño?

En ésta pregunta, se destinan 30 minutos para diseñar un odómetro considerando los materiales y herramientas para su construcción.

NOTA: Si durante la sesión plenaria no aparece la información relacionada con el odómetro, el docente la proporciona como si se tratase de un alumno más en la plenaria.



## CONSTRUCCIÓN.

- El docente instruye que a partir del diseño, se construya un odómetro que se utilizará para medir los lados del predio escolar, de manera que en la sesión siguiente deberán disponer de materiales y herramientas para su construcción, (Esta actividad tiene la finalidad de desarrollar y evaluar las competencias disciplinares 2, 4 y 6).
- El docente indica que él se encargará de proporcionar a cada equipo la rueda para la construcción del odómetro.
- El docente proporciona a cada equipo un disco de madera tipo “triplay” en el que no se identifica el centro y le indica a cada equipo, que de acuerdo a los diseños revisados, deben localizar y perforar el centro del disco para la construcción del odómetro.
- Una vez localizado y antes de perforar el centro, cada equipo argumenta los métodos utilizados para ello y el docente los valida con el apoyo del grupo.
- El docente solicita que cada equipo determine la cantidad de centímetros que medirá o “recorrerá” cada odómetro en una vuelta de la rueda medidora. Posteriormente cada equipo describe y justifica la forma en que determino dicha medida.

La actividad tiene la intención que el estudiante desarrolle las competencias disciplinares 1, 3 y 6.

- Una vez construido el odómetro, se procede a realizar la medición, anotando los datos en la primera y segunda columna del formato del anexo 1.
- La tercera columna del formato (anexo 1) se llena en el aula bajo la guía del docente.

## SESIÓN PLENARIA PARA CIERRE DE ACTIVIDAD.

- Se realiza una sesión plenaria de cierre de la actividad, en la que el docente realiza, con la participación de los alumnos; un recuento de las fases de la secuencia didáctica y de los conceptos utilizados en relación a la circunferencia. También se abordan las dudas que los alumnos puedan manifestar.
- Aplicación de la evaluación sumativa, consistente en los mismos ejercicios considerados en la evaluación diagnóstica. La aplicación de la prueba dará cuenta del nivel de logro de los propósitos del bloque señalados como: “Desempeños del estudiante al concluir el bloque”, mismos que se señalan en el programa de la materia. (anexos 2, 3, 4 y 5).

## **Capítulo 4. Implementación práctica de la intervención didáctica: Análisis y resultados**

### **4.1 Narrativa del desarrollo de la secuencia didáctica**

#### 1. Presentación y encuadre de la secuencia didáctica.

Consiste en dar a conocer a los estudiantes, la forma en que habrá de abordarse la temática definida en el Bloque V “Empleas la circunferencia”, del programa de estudio Matemáticas II; caracterizar las actividades que se irán desarrollando así como los productos que resultarán de ese ejercicio, además de definir los criterios considerados en su evaluación. Se especifica que la situación didáctica inicia y finaliza con una sesión plenaria; la primera tiene la intención de reconocer la dinámica general y atender las dudas que se generen durante su planteamiento, aclarando que independientemente de ello, los estudiantes tendrán la libertad de plantear cualquier duda en cualquier momento del desarrollo de la secuencia, y la última tiene la intención de revisar, integrar, recapitular e incluso reconstruir el proceso realizado durante la secuencia didáctica a fin de promover la retroalimentación entre pares e incluso evaluar de manera sumativa los logros alcanzados con el desarrollo de todas las actividades que integraron la secuencia. A pesar de que se percibe que a la mayoría de los

estudiantes les quedan dudas en esta etapa y que de manera reiterada se le solicita externarlas ninguno se atreve a plantear alguna, por lo que se les invita a que en cualquier momento que enfrentaran una dificultad, tengan la confianza de externarla a fin de procurar su solución.

Se informa que las fases restantes de la secuencia didáctica son:

Sesión plenaria de inicio.

Diseño.

Construcción.

Levantamiento de datos.

Sesión plenaria de cierre.

En cada fase, se dan a conocer las actividades y productos planteados en la secuencia didáctica, especificando los tiempos disponibles y los criterios de evaluación.

## 2. Sesión Plenaria de inicio:

Es en esta etapa de la secuencia didáctica, se pide a los estudiantes que coloquen sus pupitres dentro del aula, de tal forma que todos puedan verse unos a otros, es decir, en el contorno interno del salón y mirando al centro. Durante la sesión plenaria, el docente va guiando una discusión a partir de las preguntas guía de revisión documental. Una vez planteada la pregunta ¿Cuál es el origen de la rueda y sus principales usos?, se invita a los estudiantes a comentar al resto de sus compañeros, aquello que consideran importante compartir a fin de ir conformando una reseña según la información que consiguieron.

De inicio se percibe timidez en la totalidad de ellos, quizá se deba a la forma en que quedaron distribuidos en el salón, ya que algunos de ellos no quedaron cerca de sus compañeros habituales y eso puede causar cierto temor. Se les indica que este arreglo dentro del aula tiene la intención de que todos podamos ver de frente al compañero que toma la palabra, y de esa manera escucharlo con mayor atención.

Después de invitarlos al menos tres veces, uno de ellos empieza a participar señalando que se asume que la rueda fue inventada alrededor del año 3500 A.C., después continúa leyendo información de un par de hojas impresas. Al preguntarle de dónde obtuvo esa información, indica que de internet pero no tiene el dato del sitio. Se le pide que procure no leer y solamente comente la información que consideró importante al momento de seleccionar su información. Se mantiene en silencio y ya no continúa.

Alrededor de unos diez estudiantes ya tienen sus hojas impresas a la mano y se aprecia que empiezan a leerlas y algunos subrayan. Los que están cercanos a aquellos que tienen la información, les piden las hojas y también las leen en voz baja. La gran mayoría no tiene información y se aprecian muy nerviosos.

Eventualmente, algunos empiezan a comentar la información que ya han leído y empiezan a participar con sus comentarios. Al tiempo que se escuchan sus aportaciones, se va conformando una reseña con los datos que van comentando, resaltando el impacto que la invención de la rueda ha tenido hasta nuestros días.

Abordado el tema de la rueda, se aborda la segunda pregunta guía de investigación: ¿Qué es la geometría? Empezando por preguntar el significado de la palabra geometría, consensando como “medición de la tierra”. Ante la epistemología de la palabra, se busca una explicación de su significado, remontándose a referentes históricos que la ubican en la constante práctica en el antiguo Egipto, de medir las tierras de cultivo, principalmente. En este tema y con las aportaciones de varios alumnos, se va reconstruyendo mediante ideas, el contexto histórico que favorece la aparición de esta rama de las matemáticas.

En un tercer momento, se aborda la pregunta restante: ¿Además del flexómetro que otras herramientas o instrumentos se utilizan para medir distancias? Ya con más confianza en su información y en la dinámica de la sesión plenaria, empiezan las participaciones, que por momentos se vuelven abundantes. Los estudiantes aportan

información respecto a varias formas e instrumentos para medir distancias, haciendo mención también del odómetro.

Con respecto al odómetro la información se vuelve más detallada e incluso se aportan imágenes de los primeros instrumentos de este tipo y sus principios de funcionamiento. Cabe señalar que hasta el momento deducen que el odómetro cuenta el número de vueltas que da su rueda y por ahora no se sabe o deduce la forma en que se puede determinar la distancia recorrida por la rueda. Ya comentados varios aspectos con relación al odómetro, se pregunta al grupo, ¿Cuál es el principio de funcionamiento de dicho instrumento? La pregunta causa algo de confusión y se procede a plantearla en diferentes formas haciendo referencia a la misma información que ellos aportaron.

En varios casos hacen las siguientes menciones: “es pi por radio al cuadrado; ¿lo que mide cada vuelta?” también hay quienes dicen “pi por radio”, “pi por diámetro” y también “dos pi por radio al cuadrado”; en este espacio, que sirve también de diagnóstico para estimar lo actualizado de sus saberes respecto a la circunferencia, se considera propicio plantear la conveniencia de contar con un instrumento de ese tipo para poder deducir e incluso comprobar físicamente el principio de su funcionamiento.

Se procede entonces a plantear al grupo la posibilidad de construir un odómetro rústico con el que podamos realizar algunas mediciones, como podrían ser los lados del predio escolar, se da la instrucción de que, como actividad extra clase, se identifiquen los componentes que debería tener tal instrumento y se vaya avanzando en la formulación de ideas para su diseño y construcción, mismas que serán aportadas en la siguiente sesión plenaria. Se da por terminada la sesión.

### 3. Diseño.

Los estudiantes se ubican sus butacas en la posición de la sesión anterior. Se empieza por reconocerles que saben o recuerdan la actividad que se realizará en esa ocasión.

Se pregunta sobre sus diseños y algunos muestran dibujos o bosquejos trazados en el cuaderno; al cuestionarles, empiezan a explicar sus ideas. Hacen referencia frecuente a la forma en que se han de contar las vueltas de la rueda, algunos comentan que puede ser con una pequeña campana que sea tocada por un mecanismo cada que la rueda completa una vuelta; también hacen referencia a que la rueda pueda dejar una marca en el suelo a manera de huella. Al cuestionar sobre los componentes principales y luego de valorar si son o no indispensables, se llega al consenso de que los componentes principales son: una rueda y un bastón que haga cómodo su desplazamiento sobre el suelo. Se encamina la discusión al acuerdo de que el conteo de las vueltas puede ser visual cada que una marca sobre la rueda esté en contacto con el suelo. En un segundo momento se pregunta sobre los materiales convenientes para construir el odómetro. Surgen diferentes propuestas, se comenta que puede ser adecuado usar una rueda de bicicleta, una tapa de cubeta, un plato, entre otros. Se plantea que también se pudiera utilizar una rueda de madera. Se propone que en la sesión siguiente, contarán con una rueda de madera para construir el odómetro y por su cuenta ellos aportarán el bastón y traerán la herramienta que juzguen conveniente para su construcción. Se da por terminada la sesión.

#### 4. Construcción.

Acorde con la propuesta de intervención didáctica, en la fase de construcción se entregó a cada equipo de trabajo un disco de madera de diferente medida para cada uno. La instrucción fue que localizaran el centro del disco a fin de colocar el "brazo" con el que se manipula el odómetro. La discusión y cuestionamientos hechos a los integrantes de dos equipos de trabajo se graban en audio y se transcriben a continuación:

Instrucción del docente: "En el disco de madera que han recibido, debemos localizar el centro a fin de construir el odómetro según lo hemos diseñado en la etapa anterior. Ahora, procedan a localizar el centro y estaré pasando a revisar la forma en que lo han hecho y a escuchar la justificación de sus procedimientos".

Docente: ¿Qué han hecho para localizar el centro?

Alumno1: Bueno, trazamos un cuadrado dentro del círculo y luego le trazamos sus diagonales al cuadrado y se supone que esas diagonales se cortan en el centro.

Docente: ¿Pero si verificaron que los lados del cuadrado midieran lo mismo? ¿Cómo lo hicieron?

Alumno 1: Es que primero sacamos un lado, y ya de ahí como no nos salía [un cuadrado], empezamos a medir [cada lado y ]no nos salía nos faltaba, después, le íbamos midiendo tanto como de aquí y acá [lo dice al tiempo que señala cada lado del cuadrado que tenían dibujado en el círculo de madera], de ahí como no nos salía lo íbamos recorriendo [se refiere a los vértices del cuadrado] y ya sea que nos faltaban solo milímetros de ahí sacamos un cuadrado y ya de ahí nos salió bien.

Docente: Ok, me parece buena estrategia, después vamos a perforar ahí y le damos vuelta al disco y ya vamos a ver si efectivamente ese punto es el centro, por ahora piensen en una sugerencia de si lo podemos hacer de otro modo.

Alumno 2: Pues podría ser midiendo, así con una regla midiéndolo con una regla de aquí [señala un punto sobre el borde del círculo de madera] al otro extremo, formando una cruz y ya después midiendo donde sería la mitad y a la mejor así podría ir quedando en el centro.

Docente: ¿Trazando una recta de lado a lado? pero, ¿qué característica debería de tener esa recta para que la puedas trazar de aquí hasta acá?

Alumno 2: Pues que pase por el centro por en medio

Docente: Si pero ¿qué característica tiene esa recta para que nosotros podamos tener cierta certeza de que si pasa por el centro?, por ejemplo trazo de aquí a aquí [señalando dos puntos sobre el borde del círculo, que visualmente no son los extremos de un diámetro, sino una cuerda menor], ¿y eso me da la certeza de que pasa por el centro? [Hay una pausa] Entonces ¿cómo sé que esa línea que tracé pasa por el centro?

Alumno 2: Pues hacer la línea y hacerse la idea de que pasa por el medio [se refiere al centro] ya para que cuando lo midamos; si no da, lo que haríamos es recorrerla.

Docente: A ver según esto trazamos una recta y medimos la mitad de esa recta, ¿Eso tiene garantía de que el punto medio sea en el centro?

Alumno 2: Pero al hacer la recta y medir donde se supone que está el punto medio si no da, nada más se recorre el punto

Docente: Pero ese punto ¿qué es?, cuando dices que trazas la recta y queda el punto aquí ¿qué es ese punto?

Alumnos 2: Pues el de en medio

Docente: Me dicen ustedes que ven que la recta está a la mitad del círculo, pero ¿qué característica debe de tener esa recta para que esté a la mitad del círculo y puedan tener cierta certeza de que pasa por el centro? No conocemos el centro, pero ¿cómo podemos tener cierta certeza de que esa recta está pasando por el centro? [Dirigiéndose a otro alumno].

Alumno 3: Ahí no sé, pues podemos medir de aquí acá y lo dividimos a la mitad, aquí sale 27.5 y pues la mitad 13.75 y aquí ya sería nuestro punto medio.



Docente: Bueno este es el punto medio de esta recta y el punto medio de esta otra es aquí, ¿entonces cuál de los dos es el centro?

Alumno 4: Pues este [señalando uno de los dos puntos medios de las dos rectas trazadas hasta el momento].

Docente: ¿Sí?, pero no coinciden; en vez de encontrar un centro, ¿encontraron dos centros?

Alumno 4: Bueno pero esta estamos calculando la mitad y [en] este ya estamos seguros, ésta la hicimos a base de cálculos y sabemos que es exactamente la mitad.

Docente: A ver, entonces, según ustedes este es el centro, ahora vamos a medir algunos radios para ver si efectivamente tienen la medida [después de trazar 3 radios en diferente dirección] bien ya está, ahora midamos estos tres radios.

Alumno 4: no miden lo mismo; este mide 3 milímetros más que este y 5 más que este otro.

Docente: Entonces por ahora no hemos encontrado el centro de esta forma, pero al parecer en la forma que lo hicieron al inicio sí. Ahora lo que vamos hacer es trabajar con las medidas estas, con estas medidas vamos a llenar aquella tabla, estas son las medidas que se obtuvieron de los lados, ahora vamos a transformarlos en metros, trabajen con eso entonces

CON EL SEGUNDO EQUIPO DE TRABAJO:

Docente: ¿Ya identificaron el centro? ¿Cómo le hicieron?

Alumno 1A: Sacamos primero el diámetro a modo que nos diera la misma distancia

Docente: Y ¿cómo sabían que ese par de rectas son diámetros?

Alumno 2A: Porque daban de un punto a otro punto del círculo

Docente: Pero también puedo trazar una línea de aquí a aquí [señalando dos puntos que son extremos de una cuerda menor] y no es el diámetro ¿o sí?

Alumnos 1A: no, porque no pasa por el centro.

Docente: Pero se supone que no conocíamos el centro, ya cuando sabes dónde está el centro, pues ya trazamos la línea y aseguramos que es el diámetro, ¿pero no sabiendo donde está el centro?

Alumno 3A: Pues midiendo de un lado de  $180^\circ$  y de otro otros  $180^\circ$  para que nos de los  $360^\circ$ .

Docente: Pero ¿estás de acuerdo que cuando tu acomodas el transportador lo tienes que colocar en el centro?; ¿entonces? No puedes medir ángulos centrales si no tienes el centro, porque cuando tú mides el ángulo de aquí a aquí son los  $180^\circ$  [en el transportador], tomas el transportador y lo pones en el centro; pero ese es el punto que no conoces.

Alumno 1A: Entonces sería con el radio.

Docente: Es que con el radio necesitas saber dónde está el centro. El radio es el segmento que va del centro a uno de los puntos de la circunferencia; pero ¿qué es lo que hicieron? ¿Cómo encontraron ese punto?

Alumno 2A: Pues nosotros trazamos una línea de modo que nosotros "checáramos" que es el centro después volvimos a trazar otra, y con la misma regla fuimos moviéndola y íbamos checando las medidas para que nos quedara en el centro.

Docente: ¿Es decir que trazaron varios diámetros?

Alumno 2A: Bueno eran líneas porque diámetros todavía no estábamos seguros.

Docente: Pero la sesión anterior ustedes habían trazado unas líneas, ¿las borraron?

Alumno 2A: sí

Docente: Bueno, entonces ahora cualquier radio que se trace desde el centro que hallaron hasta el borde del círculo, ¿mide lo mismo?

Alumno 2A: Si

Docente: Y según ustedes el radio es de 11 cm. [pausa] entonces si medimos en esta otra dirección [al verificar la medida] ya les falló; entonces no es el centro, nos debía de dar la misma medida, necesitan medir el radio, a ver calculen el radio, porque no es el centro, discutan más sobre cómo encontrar el centro porque ese no es el centro y se necesita antes de medir el radio.

Docente: [después de 10 minutos] Bien ¿ya comentaron sobre la localización del centro?

Alumno A1: Si, trazamos tres cuerdas y las dividimos a la mitad y luego ahí formamos una línea recta y donde se cruzaron las tres líneas pues ahí es el centro

Docente: ¿Y la sesión anterior porque no les funcionó eso, cómo es que ahora sí?

Alumno A2: Porque ahora si las tres se cruzaron.

Docente: ¿Pero nada más así como por arte de magia?, a ver si una vez que trazaste una cuerda y localizaste su punto medio esta recta que trazas aquí, ¿qué características tiene?

Alumno A1: No me acuerdo tiene que tocar la circunferencia hasta llegar a un extremo.

Docente: ¿Por qué ahí?

Alumno A1: Porque se trata de encontrar el punto medio [se refiere al centro] y lógicamente llegamos a un punto donde pensamos que esta.

Docente: Pero estas de acuerdo que no sabemos dónde está el centro y además quedaron de que iban a investigar.

Alumno A1: Se me olvidó.

Docente: Bueno esta recta que pasa por aquí [señalando el punto medio de una de las cuerdas trazadas] debe formar  $90^\circ$  con la cuerda, es decir, que tienen que ser perpendiculares. Entonces no es cosa de dirigirla más allá o más acá; es donde quede perpendicular y haces lo mismo con una de las otras cuerdas, pero deben tener esa característica de que queden perpendiculares.

## 5. Levantamiento de datos.

Durante esta etapa, se le proporcionó a cada equipo de trabajo, el formato 1 en el que registraron las medidas que iban tomando con el odómetro rústico a fin de poder determinar la medida de cada uno de los lados del predio escolar.

Las instrucciones en esta fase son:

Ahora vamos a trabajar con la medida del radio que hemos determinado en nuestros odómetros en la fase anterior, para llenar el formato de registros de campo. Observen que inicialmente debemos registrar la medida del radio del odómetro. Con estas medidas y las que obtengamos directamente en el predio escolar, vamos a llenar el formato 1 (anexo 1). Los primeros tres datos: radio, diámetro y circunferencia los vamos a registrar en el formato antes de salir a hacer mediciones con el odómetro. Empiecen a trabajar y pasaré a verificar sus avances.

Docente: ¿Cómo van? ¿Qué es lo que están haciendo?

Alumno 1: Ya registramos el radio y el diámetro, estamos calculando la circunferencia.

Docente: cómo le harán para calcular la circunferencia.

Alumno 2: Lo que hicimos después de que teníamos todo medido el diámetro del odómetro, medimos el diámetro que es de un punto de la circunferencia a otro que es 27.5 y el radio fue 13.7

Docente: ¿Cómo lo obtuvieron?

Alumno 2: Lo dividimos

Docente: ¿Entonces el radio es la mitad del diámetro?

Alumno 1: Sí, luego la circunferencia la obtuvimos multiplicando 3.1416 por el diámetro 27.5 y eso nos dio 86.39

Docente: ¿Qué unidades son?

Alumno 1: centímetros.

Docente: Aquí [en el formato] dice metros, 86.39 cm. bueno eso está bien, pero no tendríamos que multiplicar el formato, sino más bien esta medida hay que escribirla en metros, ¿cómo le hacemos?

Alumno 2: Lo haríamos por 100

Docente: ¿Multiplicarlo por 100?

Alumno 3: O recorreremos el punto decimal.

Docente: ¿O sea algo así como 8km y medio? entonces no se multiplica por 100, ¿Qué tendríamos que hacer entonces?

Alumno 1: Pues se supone que un metro trae 100 cm, se dividiría.

Docente: Pues esa es una estrategia, si multiplicando no, entonces dividiendo porque ya vimos que multiplicando nos da 8km y medio, entonces si dividimos nos lleva a 0.8639m, y eso si es más creíble, o sea que ni siquiera es un metro, no llega a ser un metro. Luego que más hicieron.

Alumno 2: Pues esa medida.

Docente: A ver una pregunta, viéndolo aquí en el odómetro a mí me queda claro dónde está el radio, estos 13.7cm son de aquí a aquí [señalando el centro del círculo y un punto en el borde del mismo], los 27.7cm son desde aquí hasta acá [señalando dos puntos extremos del diámetro trazado]; ¿ahora yo pregunto dónde están los 86.39 cm?

Alumno 1: Es la circunferencia total del círculo.

Docente: Exacto es la circunferencia, ok entonces cuando el odómetro da una vuelta, se entiende que avanza ¿cuánto?

Alumno 2: Pues lo que sería el 0.86 metros.

Docente: Muy bien, entonces estamos listos para ir a hacer mediciones con el odómetro.

Una vez identificados los tres primeros datos del formato nos dirigimos a medir los lados del predio con el odómetro rústico para llenar las dos primeras columnas del formato. La última columna se llenará en el aula.



IMAGEN 1. Se muestra el momento de la medición de uno de los lados del predio escolar desplazando el odómetro sobre la pared ya que el suelo es irregular y con pendiente.

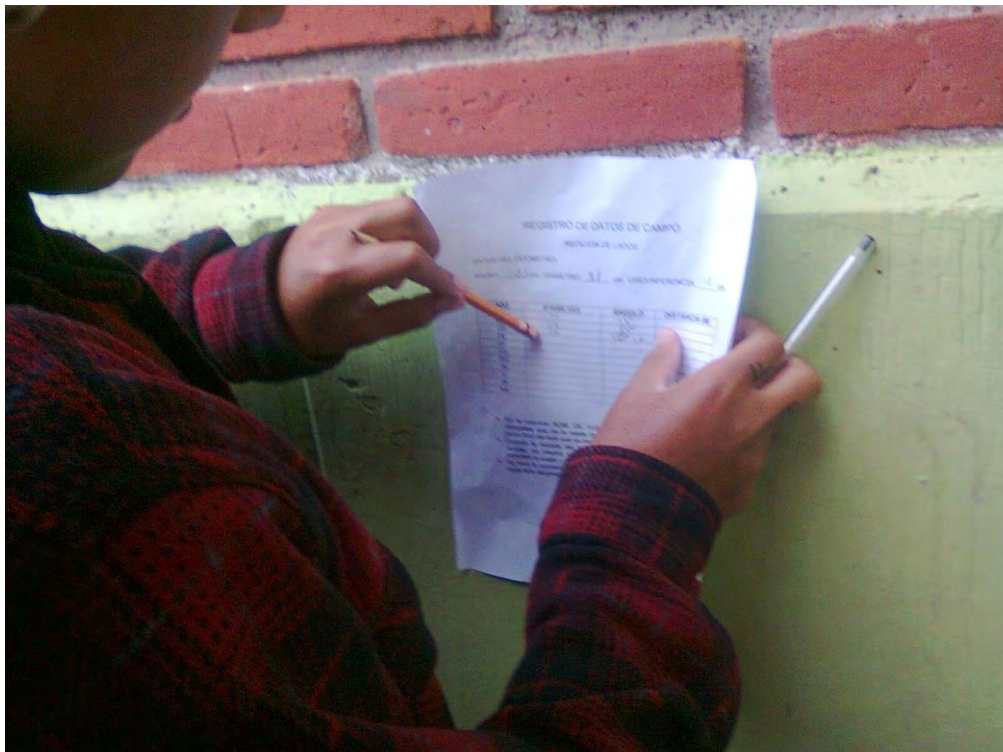


IMAGEN 2. Se muestra el registro de los datos de campo en el formato respectivo (anexo 1).





IMAGEN 3. Medición de un lado del predio sobre el piso en una recta paralela a la pared a fin de librar construcciones sobre el lado del predio.



IMAGEN 4. Medición del mismo lado del predio escolar que en la imagen 3, pero con otro odómetro.

## REVISIÓN DE LOS DATOS REGISTRADOS EN LA TABLA PARA EL LLENADO DE LA TERCER COLUMNA:

A continuación se transcriben algunos diálogos con algunos alumnos al momento de estar requisitando el formato para datos de campo correspondientes a la tercera columna, ejercicio que se realiza en el aula.

Docente: Veamos en cm sería 86.3 cm, cuando este odómetro da una vuelta completa avanza 86cm, entonces esos 86cm son la circunferencia y ya con ese dato ¿qué hicieron?

Alumno 2: Pues multiplicamos lo que es la circunferencia por el número de vueltas que dio el odómetro, en esta la primera que dio 17 y nos salió 1468.691, después ya que sabíamos que los 360 eran 86.39, lo que necesitábamos era lo de los 90° del ángulo que avanzó al final, y ya lo dividíamos entre los 360° y nos daba este resultado, y ya que nos daba este resultado después sumábamos lo que nos dio de las 17 vueltas, lo que nos dio de los 90°, el resultado lo dividíamos entre 100 que era el metro y ya nos daba el resultado.

Docente: Bien, el ángulo de 90° yo lo veo aquí está; 17 más el arco de los 90°, según sus cálculos ese arco es de 21.5 cm de su "regla de tres", ¿Dónde están esos 21.5cm?

Alumno 1: Es este que esta de acá a acá [señalando los extremos de los lados del ángulo de 90°]

Docente: Eso es el que llamamos arco, es al arco subtendido por el ángulo de 90°, toda esta distancia que está sobre la curva desde aquí hasta aquí, es el arco subtendido por el ángulo de 90°, entonces como la vuelta última no la dio completa, solamente recorrió 90° eso es lo que le están sumando; la cuarta parte.

Si el ángulo fuese de  $270^\circ$ , sería un arco subtendido por un ángulo de  $270^\circ$ , ustedes ya calcularon que este ángulo de  $90^\circ$  tiene un arco de 21.5. Este ángulo que acabamos de marcar aquí, por tener su vértice en el centro ¿cómo lo llamarían ustedes?

Alumno 2: Se llama ángulo central.

Docente: Muy bien, entonces aquí, este ángulo central de  $90^\circ$  subtiende un arco de 21.5 cm; excelente, ¿así procedieron con todos los demás casos? ¿Ya terminaron con todos?

Alumno 3: Tenemos duda en el lado DE.

Docente: ¿Cuál es la duda?

Alumno 1: Es que ese lado es el de la cancha [de fútbol] y ahí no pudimos medir bien el ángulo porque la rueda del odómetro llegó hasta la barda y no estamos seguros de cuánto es el ángulo central.

Alumno 2: Yo digo que es de  $90^\circ$ , pero ellos dicen que es menos.

## 6. Sesión plenaria para cierre de actividad.

En esta sesión, se indica a los estudiantes que cada equipo irá tomando la palabra por turnos a fin de explicar al resto del grupo, la forma en que realizó sus mediciones, en que midió los ángulos centrales, obtuvo la medida del arco subtendido, determinó la medida del lado del predio y su correspondiente cálculo para trazo a escala. Los dos primeros equipos en participar enfrentan dificultades para expresar lo que hicieron; al ser interrogados, presentan argumentos que dan muestra de que se comprende cada actividad realizada, pero existe dificultad al expresarse de forma verbal. Los equipos de trabajo siguientes, tras escuchar las recomendaciones empiezan a presentar argumentos más sólidos y justificados. Durante el proceso, algunos estudiantes toman el rol de retroalimentar a compañeros de otros equipos e incluso del propio. Esta

dinámica también está cumpliendo con la intención de que aquellos estudiantes que no terminan de comprender el objetivo y logro de la secuencia didáctica, lo vayan interiorizando. Para finalizar este análisis en la sesión plenaria, se hace un recuento de lo sucedido durante la secuencia didáctica y se puntualizan los aprendizajes generados.

Por último, durante la segunda parte de la sesión se resuelve la prueba que en su momento se utilizó como evaluación diagnóstica, informando a los estudiantes que sus resultados serán comparados con los de la evaluación sumativa para determinar el nivel de logro así como la conceptualización de la circunferencia. Los resultados obtenidos se muestran en las tablas, gráficas e imágenes presentadas más adelante.

#### **4.2 Establecer, con base en un marco referencial y conceptual, algunas ideas o suposiciones de los resultados a obtener**

En concordancia con los planteamientos del Constructivismo psicopedagógico de Piaget, se supone que manipular el odómetro como objeto concreto durante la medición de los lados del predio y el conocimiento de su principio de funcionamiento contribuirá a la reflexión por parte del alumno en torno al proceso de medición, lo cual contribuye a la maduración del periodo de operaciones concretas propuesto por Piaget (1995), y favorece el reconocimiento de la circunferencia como objeto abstracto.

En concordancia a los planteamientos del Constructivismo Social de Vygotsky, el intercambio de comentarios e impresiones durante el ejercicio de medición permitirá una negociación de significados entre los integrantes del equipo de trabajo, favoreciendo el trabajo colaborativo que según Rivera (1996); Johnson y colaboradores citados en Ovejero (1990), se caracteriza por la interdependencia positiva, el procesamiento de grupo, la interacción cara a cara, el liderazgo compartido y las metas específicas; situaciones que contribuyen a la apropiación de conocimientos. Los resultados obtenidos

La apropiación del concepto de circunferencia y el ejercicio de la medición con el odómetro, permitirá a los estudiantes resolver situaciones problemas que planteen un contexto similar así como en una mayor capacidad de análisis del caso planteado para proponer o buscar diversas formas de solución; es decir, se favorecerá su capacidad de análisis y de conexión con otros casos.

#### **4.3 Realizar distintas observaciones en el transcurso de la secuencia didáctica, que permitan evaluar desempeños, productos y conocimientos**

A partir de las competencias que se deben desarrollar en el Bloque V del Programa de la materia que son:

4.1 Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.

5.1 Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.

5.4 Construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez.

5.6 Utiliza las tecnologías de la información y comunicación para procesar e interpretar información.

6.1 Elige las fuentes de información más relevantes para un propósito específico y discrimina entre ellas de acuerdo a su relevancia y confiabilidad.

7.1 Define metas y da seguimiento a sus procesos de construcción de conocimientos.

8.1 Propone la manera de solucionar un problema y desarrolla un proyecto en equipo, definiendo un curso de acción con pasos específicos.

8.2 Aporta puntos de vista con apertura y considera los de otras personas de manera reflexiva.

8.3 Asume una actitud constructiva, congruente con los conocimientos y habilidades con los que cuenta dentro de distintos equipos de trabajo.

Se considera que las competencias genéricas 5.1, 5.6 y 6.1; pueden encaminarse a su desarrollo mediante la realización de una recopilación de información documental,

misma que fue incluida en un documento escrito y vertida en una reunión plenaria para desarrollar y evaluar las competencias genéricas 4.1, 5.4, 7.1, 8.1, 8.2 y 8.3 .

Respecto a las competencias disciplinares 1, 2, 3, 4 y 6 se consideró pueden ser desarrolladas mediante un ejercicio de modelación matemática que permita definir la medida en metros de los lados del predio escolar mediante el uso de un odómetro construido por ellos mismos.

Por otra parte, el mismo programa establece los desempeños del estudiante al concluir el bloque V, siendo los siguientes:

- 1) Reconoce y distingue los diferentes tipos de rectas, segmentos y ángulos asociados con la circunferencia.
- 2) Emplea las propiedades de los elementos asociados con una circunferencia como: radio, diámetro, cuerda, arco, secantes y tangentes en la resolución de problemas.
- 3) Resuelve ejercicios de perímetros y áreas de la circunferencia.

Para la evaluación del impacto que la propuesta didáctica tiene sobre los aprendizajes de los alumnos en torno a los contenidos del Bloque V “Empleas la Circunferencia”, se aplica un cuestionario en dos momentos: antes de iniciar la secuencia didáctica considerado evaluación diagnóstica y después de dicha secuencia, considerada evaluación sumativa a los 36 alumnos que integran el grupo de trabajo. En ambos momentos, se trata del mismo cuestionario en el que se consideran tres logros señalados como “Desempeños del estudiante al concluir el bloque” que se establecen en el programa de la materia Matemáticas II y que son:

- Reconoce y distingue los diferentes tipos de rectas, segmentos y ángulos asociados con la circunferencia.
- Resuelve ejercicios de perímetros y áreas de la circunferencia.

- Emplea las propiedades de los elementos asociados con una circunferencia como: radio, diámetro, cuerda, arco, secantes y tangentes en la solución de problemas.

En atención a los desempeños listados anteriormente, se diseña el instrumento que permitirá verificar el nivel de logro de los mismos, aplicándose como evaluación diagnóstica al inicio de la secuencia didáctica y como evaluación sumativa al final de la misma, (ver anexo I).

El instrumento, tanto en el momento de evaluación diagnóstica como sumativa, se califica bajo la siguiente escala de valoración:

Desempeño por valorar: Reconoce y distingue los diferentes tipos de rectas, segmentos y ángulos asociados a la circunferencia.

CRITERIO	NIVEL	PUNTAJE
Identifica correctamente 13 de 13 definiciones.	Excelente.	10
Identifica correctamente 9 a 12 de 13 definiciones.	Bueno.	9
Identifica correctamente 7 a 8 de 13 definiciones.	Regular.	8
Identifica correctamente 5 a 6 de 13 definiciones.	Aceptable	7
Identifica correctamente 4 a 5 de 13 definiciones.	Suficiente.	6
Identifica correctamente 0 a 3 de 13 definiciones.	Insuficiente	5

Desempeño por valorar: Resuelve problemas de perímetros y áreas de la circunferencia.

CRITERIO	NIVEL	PUNTAJE
Resuelve correctamente 2 de 2 problemas, mostrando el desarrollo correspondiente.	Excelente.	10
Resuelve correctamente 2 de 2 problemas.	Bueno.	8
Resuelve correctamente 1 de 2 problemas, mostrando el desarrollo correspondiente.	Regular.	7
Resuelve correctamente 1 de 2 problemas.	Aceptable.	6
Resuelve correctamente 0 de 2 problemas.	Insuficiente	5

Desempeño: Resuelve problemas de perímetros y áreas de la circunferencia.

CRITERIO	NIVEL	PUNTAJE
Resuelve correctamente 2 de 2 problemas, mostrando el desarrollo correspondiente.	Excelente.	10
Resuelve correctamente 2 de 2 problemas.	Bueno.	8
Resuelve correctamente 1 de 2 problemas, mostrando el desarrollo correspondiente.	Regular.	7
Resuelve correctamente 1 de 2 problemas.	Aceptable.	6
Resuelve correctamente 0 de 2 problemas.	Insuficiente	5



De las observaciones señaladas se obtienen los siguientes resultados, mismos que son sometidos a un análisis cualitativo aunque se realiza sobre la base de la serie de datos numéricos que aparecen a continuación:

NÚM.	EV. DIAGNÓSTICA			PROMEDIO	EV. SUMATIVA			PROMEDIO	INCREMENTO	Aciertos examen
	Elementos	Área y Perímetro	Prob. Contexto		Elementos	Área y Perímetro	Prob. Contexto			
1	5	6	5	5.3	5	6	5	5.3	0.0	1
2	5	7	5	5.7	6	6	5	5.7	0.0	1
3	5	6	5	5.3	6	6	5	5.7	0.3	1
4	6	6	5	5.7	7	6	5	6.0	0.3	2
5	6	7	6	6.3	7	6	5	6.0	-0.3	0
6	5	6	5	5.3	6	7	5	6.0	0.7	1
7	7	7	5	6.3	8	6	5	6.3	0.0	2
8	8	6	5	6.3	6	8	5	6.3	0.0	3
9	7	7	5	6.3	7	7	5	6.3	0.0	2
10	6	6	5	5.7	7	7	5	6.3	0.7	2
11	7	6	5	6.0	8	6	6	6.7	0.7	2
12	7	6	5	6.0	7	8	5	6.7	0.7	2
13	10	9	5	8.0	7	8	5	6.7	-1.3	0
14	8	6	5	6.3	7	9	5	7.0	0.7	1
15	8	7	6	7.0	8	7	6	7.0	0.0	2
16	7	6	5	6.0	8	8	5	7.0	1.0	1
17	8	6	5	6.3	10	6	5	7.0	0.7	2
18	5	7	5	5.7	7	8	6	7.0	1.3	2
19	7	6	5	6.0	8	8	5	7.0	1.0	1
20	8	6	5	6.3	7	8	6	7.0	0.7	1
21	7	6	5	6.0	9	7	6	7.3	1.3	2
22	7	6	5	6.0	9	8	5	7.3	1.3	4
23	6	8	5	6.3	9	7	6	7.3	1.0	2
24	9	7	5	7.0	9	8	6	7.7	0.7	3
25	7	6	5	6.0	9	8	6	7.7	1.7	2
26	7	6	5	6.0	10	7	6	7.7	1.7	4
27	7	6	5	6.0	9	7	7	7.7	1.7	6
28	7	6	5	6.0	10	9	5	8.0	2.0	3
29	8	9	5	7.3	9	9	6	8.0	0.7	4
30	7	7	7	7.0	9	9	6	8.0	1.0	5
31	7	8	5	6.7	10	9	5	8.0	1.3	6
32	7	6	6	6.3	10	9	6	8.3	2.0	5
33	7	7	5	6.3	9	9	7	8.3	2.0	4
34	6	6	5	5.7	10	9	7	8.7	3.0	6
35	8	7	5	6.7	10	8	10	9.3	2.7	6
36	10	7	5	7.3	10	9	10	9.7	2.3	6
PROM.	7.0	6.6	5.1	6.2	8.1	7.6	5.8	7.2	1	2.7

TABLA 1. Concentrado de las calificaciones obtenidas por cada alumno en la evaluación diagnóstica y evaluación sumativa. Se muestran por separado los tres desempeños del estudiante al concluir el boque, tal como están señalados en el programa de estudios respectivo; la correspondencia de columnas es la siguiente:

**Elementos:** Reconoce y distingue los diferentes tipos de rectas, segmentos y ángulos asociados a la circunferencia.

**Área y Perímetro:** Resuelve ejercicios de perímetros y áreas de la circunferencia.

**Prob. Contexto:** Emplea las propiedades de los elementos asociados a una circunferencia como: radio, diámetro, cuerda, arco, secantes y tangentes en la solución de problemas.

**Reactivo en el examen:** Se refiere a un reactivo compuesto de 6 preguntas de opción múltiple en el que se plantea un problema contextualizado en una situación similar a la utilizada en el proceso de modelación.

Tras organizar la información de la tabla 1, se obtienen las siguientes gráficas cuyo respectivo análisis aparece a continuación:

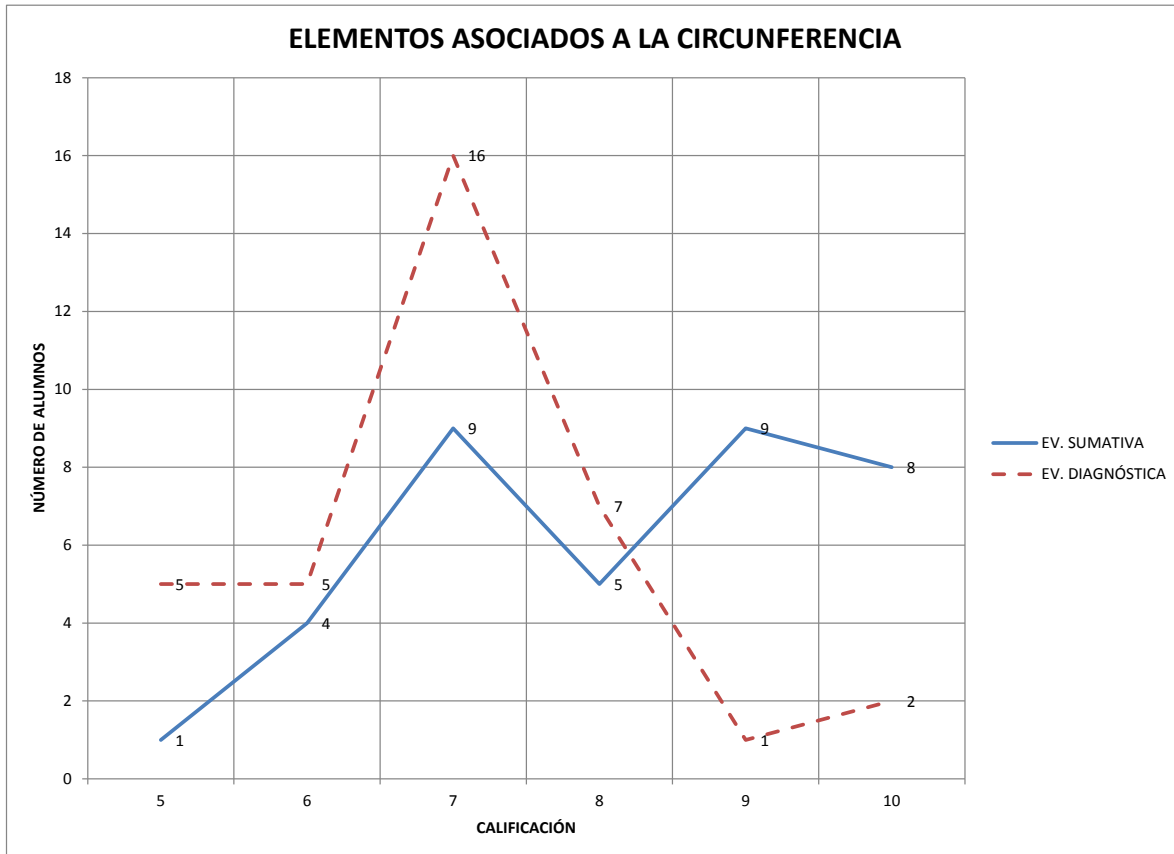


GRÁFICO 1. Se aprecia un comportamiento marcadamente diferente en los resultados de la prueba en que las y los estudiantes identifican rectas y segmentos asociados a la circunferencia. Durante la etapa diagnóstica, cerca del 70% del grupo obtiene un desempeño de insuficiente a aceptable, concentrándose la mayoría en la categoría de aceptable, mientras que cerca del 10% logran un desempeño de bueno a excelente. Por otra parte, los resultados de la misma prueba aplicada después de la intervención didáctica arrojan cambios notables en su distribución, ya que cerca del 50% de los estudiantes muestran un desempeño de regular a excelente y cerca del 40% de suficiente a aceptable.

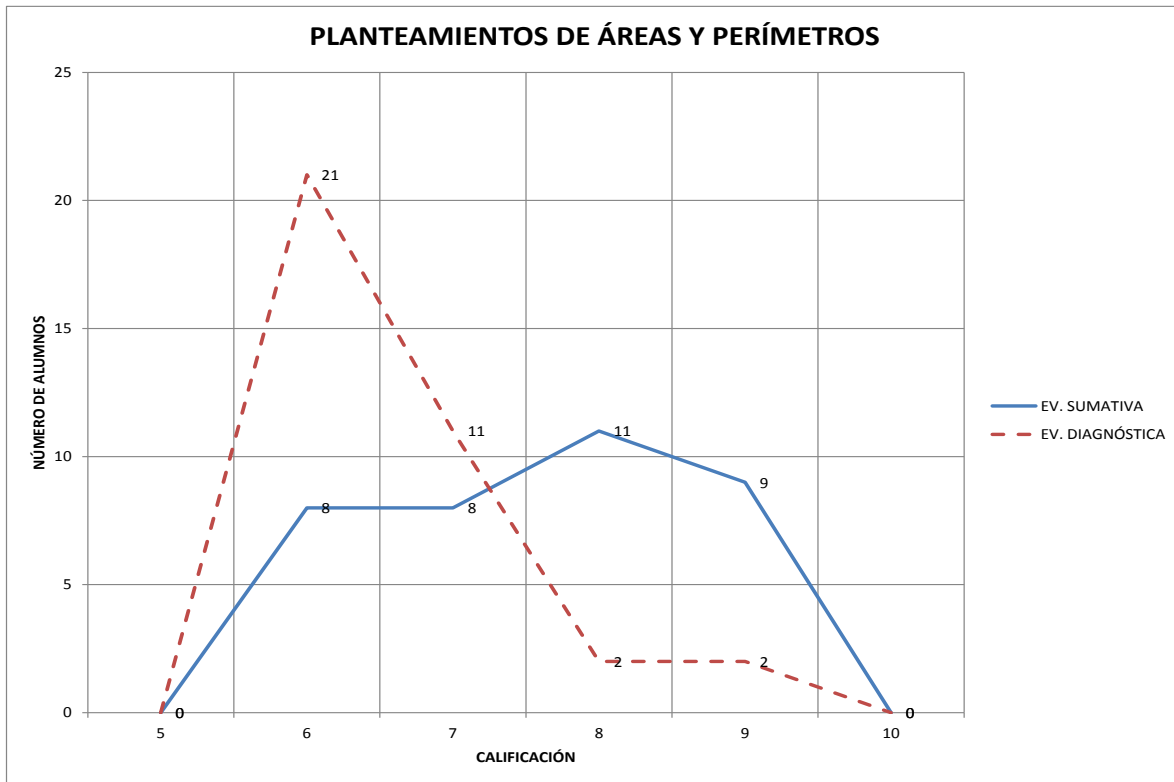


GRÁFICO 2. Para el caso de los problemas que involucran áreas y perímetros del círculo, se manifiesta una marcada diferencia entre los resultados de la evaluación diagnóstica y la sumativa. Por una parte, en cuanto a la primera, cerca del 90% del alumnado logra un desempeño entre aceptable y regular y el 10% restante se ubica en un desempeño bueno. Por otra parte, en la evaluación sumativa, cerca del 55% tiene un desempeño bueno y el 45% tienen un logro de suficiente a regular.

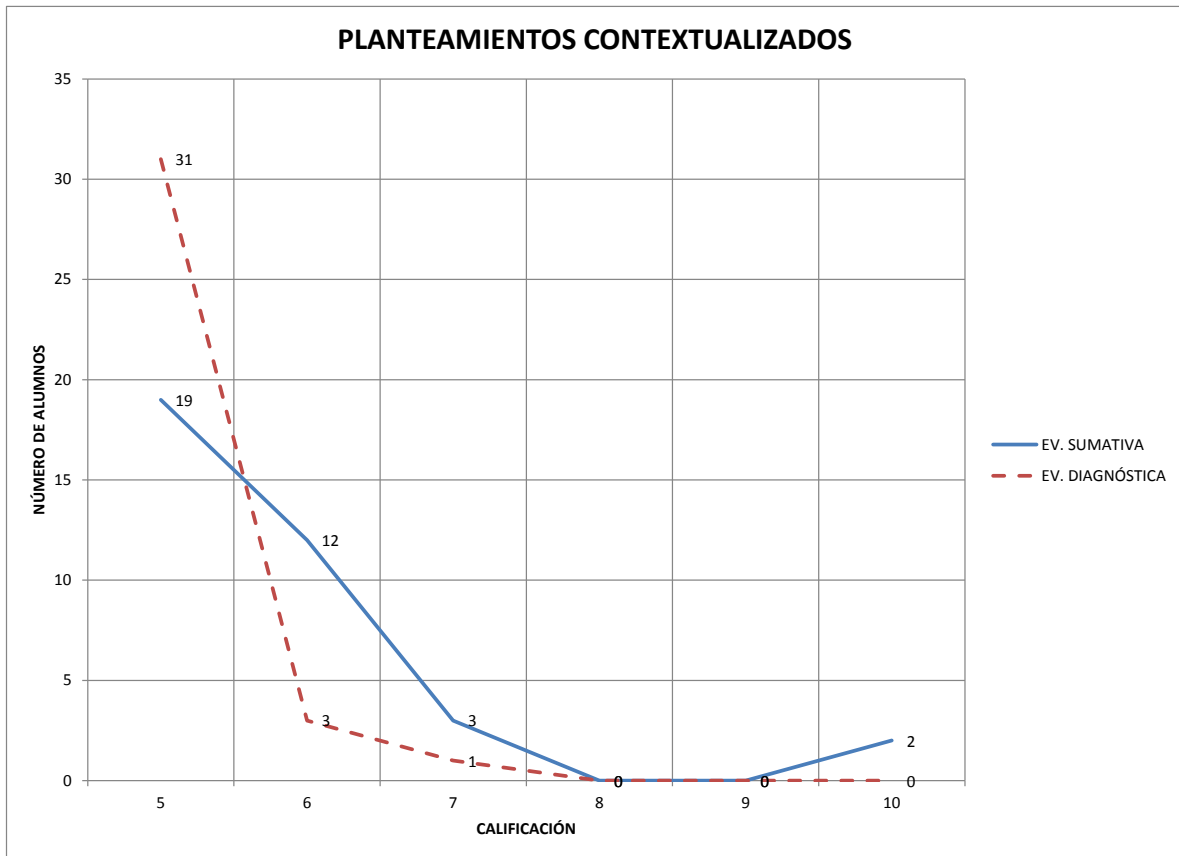


GRÁFICO 3. Con relación a los problemas contextualizados, los resultados de la evaluación diagnóstica son superados por los de la evaluación sumativa, ya que en la primera, cerca del 85% del alumnado tiene un nivel de desempeño insuficiente, mientras que apenas cerca del 8% se ubica en aceptable; durante la evaluación sumativa, la cantidad de alumnos(as) con nivel de desempeño insuficiente disminuye a 52%, mientras que aquellos que logran un desempeño aceptable representan cerca del 35% del total.

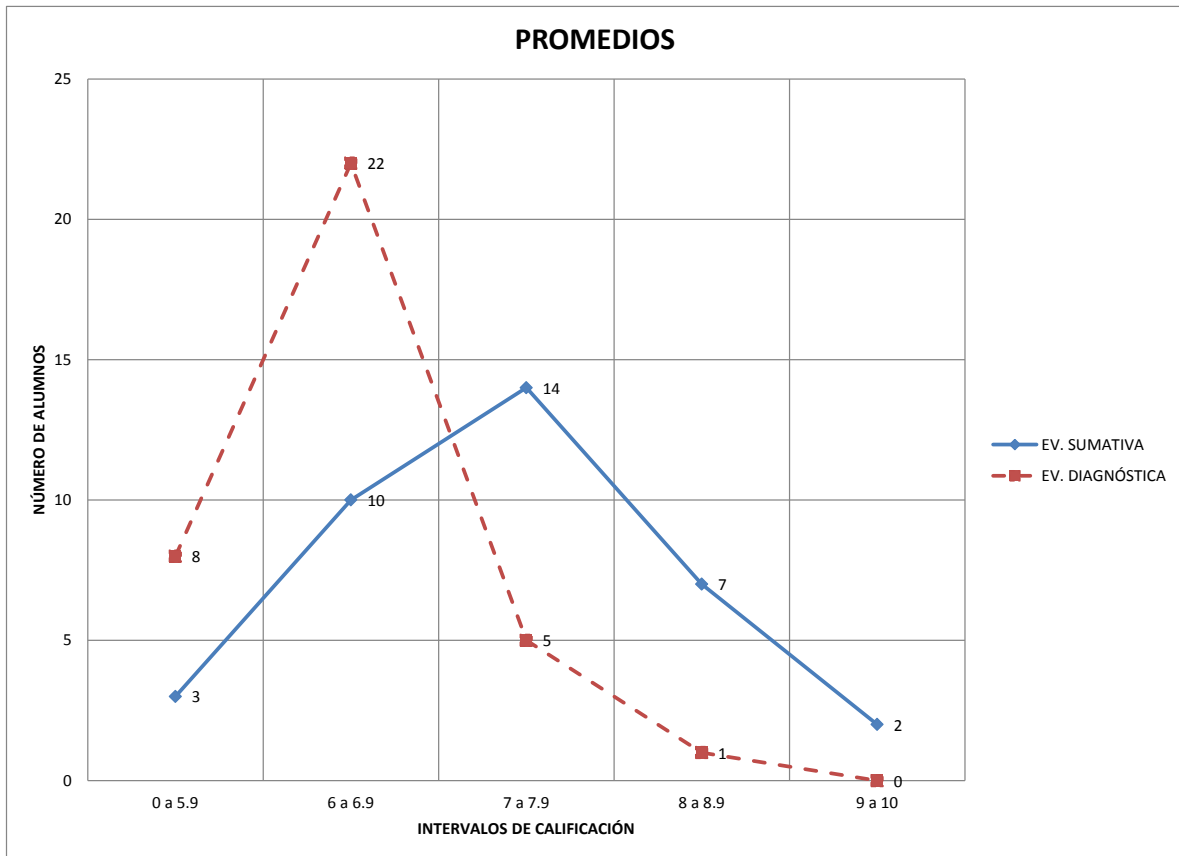


GRÁFICO 4. Se representan los promedios de las tres etapas de la prueba, tanto en su función diagnóstica como formativa. Mientras que en la primera, cerca del 60% del alumnado alcanza un desempeño apenas suficiente, en la evaluación sumativa, cerca del 64% logran un desempeño de bueno a excelente. Además de que después de la intervención didáctica, el porcentaje de los(as) estudiantes con desempeño insuficiente disminuye de 22% a 8%.

Respecto a las observaciones y discusión del reactivo en el examen parcial, se tomaron y revisaron tres casos de aquellos que obtuvieron una baja calificación, tres de rendimiento medio y tres más de alto rendimiento, mismos que aparecen a continuación.

<p>A partir del siguiente planteamiento, contesta los reactivos del 5 al 10. Una bicicleta, ha hecho cierto recorrido en el que su rueda ha dado 23 vueltas completas más una rotación equivalente a <math>120^\circ</math> (ángulo central), El radio de la rueda es de 33 cm.</p>	
<p>5. El diámetro de la rueda de la bicicleta en centímetros es de:</p> <p><input type="radio"/> A) 3.1416 cm <input checked="" type="radio"/> B) 33 cm <input type="radio"/> C) 66 cm <input type="radio"/> D) 120 cm</p> <p><math>700</math> <math>\times 33</math> <math>\hline 300</math> <math>3000</math> <math>\hline 33000</math></p>	<p>6. El radio de la rueda en metros es:</p> <p><input type="radio"/> A) 0.003 <input type="radio"/> B) 0.033 <input type="radio"/> C) 0.33 <input type="radio"/> D) 3.30</p> <p><math>1000</math> <math>\times 33</math> <math>\hline 3000</math> <math>30000</math> <math>\hline 330000</math></p>
<p>7. La longitud de la circunferencia de la rueda es de:</p> <p><input type="radio"/> A) 207.34 cm <input checked="" type="radio"/> B) 103.67 cm <input type="radio"/> C) 20.73 cm <input type="radio"/> D) 9.86 cm</p> <p><math>3.1416</math> <math>\times 33</math> <math>\hline 195148</math> <math>195148</math> <math>\hline 102828</math></p>	<p>8. La distancia recorrida por la bicicleta en las 23 vueltas completas de su rueda es de:</p> <p><input type="radio"/> A) 4768 cm <input type="radio"/> B) 2384 cm <input checked="" type="radio"/> C) 476 cm <input type="radio"/> D) 227 cm</p> <p><math>23</math> <math>\times 33</math> <math>\hline 759</math></p>
<p>9. La distancia recorrida en la rotación de <math>120^\circ</math> es de:</p> <p><input type="radio"/> A) 69.11 cm <input checked="" type="radio"/> B) 34.55 cm <input type="radio"/> C) 6.91 cm <input type="radio"/> D) 3.28 cm</p> <p><math>120^\circ</math> <math>\times 33</math> <math>\hline 3960</math></p>	<p>10. La distancia total del recorrido de la bicicleta en metros es de:</p> <p><input type="radio"/> A) 48.37 <input type="radio"/> B) 24.18 <input type="radio"/> C) 4.82 <input checked="" type="radio"/> D) 2.30</p> <p><math>100</math> <math>23</math> <math>\times</math> <math>\hline 2300</math></p>
11. Es la abertura formada por dos rectas que	12. Es la fórmula para calcular el área de un

IMAGEN 5. Se aprecia la intención del estudiante para contestar todos los reactivos del planteamiento, aunque el hecho de escribir cálculos significa que no contaba con calculadora al presentar su examen a pesar de estar permitido su uso. Las operaciones realizadas no guardan relación con lo solicitado en cada reactivo e incluso hay casos en los que el resultado obtenido no se utiliza para elegir la respuesta correcta. También es posible observar algunas operaciones aritméticas previas que fueron borradas.

<p>A partir del siguiente planteamiento, contesta los rectativos del 5 al 10.          Una bicicleta, ha hecho cierto recorrido en el que su rueda ha dado <u>23 vueltas</u> completas más una rotación equivalente a <u>120°</u> (ángulo central). El radio de la rueda es de <u>33 cm</u>.</p>	
<p>5. El diámetro de la rueda de la bicicleta en centímetros es de:</p> <p><input type="radio"/> A 3.1416 cm  <input checked="" type="radio"/> B 33 cm  <input type="radio"/> C 66 cm  <input type="radio"/> D 120 cm</p>	<p>6. El radio de la rueda en metros es:</p> <p><input type="radio"/> A 0.003  <input type="radio"/> B 0.033  <input type="radio"/> C 0.33  <input checked="" type="radio"/> D 3.30</p>
<p>7. La longitud de la circunferencia de la rueda es de:</p> <p><input type="radio"/> A 207.34 cm  <input checked="" type="radio"/> B 103.67 cm  <input type="radio"/> C 20.73 cm  <input type="radio"/> D 9.86 cm</p>	<p>8. La distancia recorrida por la bicicleta en las 23 vueltas completas de su rueda es de:</p> <p><input type="radio"/> A 4768 cm  <input checked="" type="radio"/> B 2384 cm  <input type="radio"/> C 476 cm  <input type="radio"/> D 227 cm</p>
<p>9. La distancia recorrida en la rotación de 120° es de:</p> <p><input type="radio"/> A 69.11 cm  <input type="radio"/> B 34.55 cm  <input type="radio"/> C 6.91 cm  <input checked="" type="radio"/> D 3.28 cm</p>	<p>10. La distancia total del recorrido de la bicicleta en metros es de:</p> <p><input type="radio"/> A 48.37  <input checked="" type="radio"/> B 24.18  <input type="radio"/> C 4.82  <input type="radio"/> D 2.30</p>
<p>11. Es la abertura formada por dos rectos que...</p>	<p>12. Es la fórmula para calcular el área de un...</p>

IMAGEN 6. En el documento no se aprecian cálculos y eso puede significar que el estudiante contaba con calculadora durante la realización del examen o que quizá contestó al azar y no consideró la necesidad de hacer operaciones aritméticas. Aunque se observa que resaltó la información que consideró importante como el radio de la rueda, el número de vueltas y el ángulo central, no hay evidencias de que esa información haya sido utilizada y sus respuestas implicaron cero aciertos.

<p>A partir del siguiente planteamiento, contesta los reactivos del 5 al 10.          Una bicicleta, ha hecho cierto recorrido en el que su rueda ha dado 23 vueltas completas más una rotación equivalente a <math>120^\circ</math> (ángulo central), El radio de la rueda es de 33 cm.</p>	
<p>5. El diámetro de la rueda de la bicicleta en centímetros es de:</p> <p><input type="radio"/> A 3.1416 cm  <input type="radio"/> B 33 cm  <input checked="" type="radio"/> C 66 cm  <input type="radio"/> D 120 cm</p>	<p>6. El radio de la rueda en metros es:</p> <p><input type="radio"/> A 0.003  <input checked="" type="radio"/> B 0.033  <input type="radio"/> C 0.33  <input type="radio"/> D 3.30</p>
<p>7. La longitud de la circunferencia de la rueda es de:</p> <p><input type="radio"/> A 207.34 cm  <input type="radio"/> B 103.67 cm  <input checked="" type="radio"/> C 20.73 cm  <input type="radio"/> D 9.86 cm</p>	<p>8. La distancia recorrida por la bicicleta en las 23 vueltas completas de su rueda es de:</p> <p><input type="radio"/> A 4768 cm  <input type="radio"/> B 2384 cm  <input type="radio"/> C 476 cm  <input checked="" type="radio"/> D 227 cm</p>
<p>9. La distancia recorrida en la rotación de <math>120^\circ</math> es de:</p> <p><input type="radio"/> A 69.11 cm  <input type="radio"/> B 34.55 cm  <input type="radio"/> C 6.91 cm  <input checked="" type="radio"/> D 3.28 cm</p>	<p>10. La distancia total del recorrido de la bicicleta en metros es de:</p> <p><input type="radio"/> A 48.37  <input checked="" type="radio"/> B 24.18  <input type="radio"/> C 4.82  <input type="radio"/> D 2.30</p>
<p>11. Es la apertura formada por dos rectas que</p>	<p>12. Es la formula para calcular el área de un</p>

IMAGEN 7. Se deduce que el alumno contaba con calculadora para presentar su examen ya que no hay evidencia de cálculo escrito alguno. Es evidente que reconoce la relación 2:1 del diámetro al radio de la circunferencia; sin embargo esa información solo le alcanza para un acierto de seis. El resto de los reactivos parecen ser contestados al azar ya que sus respuestas no guardan ninguna relación que sirva de evidencia del dominio de los conceptos asociados a la circunferencia.



A partir del siguiente planteamiento, contesta los reactivos del 5 al 10. Una bicicleta, ha hecho cierto recorrido en el que su rueda ha dado 23 vueltas completas más una rotación equivalente a $120^\circ$ (ángulo central), El radio de la rueda es de 33 cm.	
5. El diámetro de la rueda de la bicicleta en centímetros es de: <input type="radio"/> A 3.1416 cm <input type="radio"/> B 33 cm <input checked="" type="radio"/> C 66 cm <input type="radio"/> D 120 cm $\begin{array}{r} 33 \\ + 33 \\ \hline 66 \text{ cm} \end{array}$	6. El radio de la rueda en metros es: <input type="radio"/> A 0.003 <input type="radio"/> B 0.033 <input checked="" type="radio"/> C 0.33 <input type="radio"/> D 3.30 $\begin{array}{r} 0.33 \\ 33 \overline{)100} \\ \underline{67} \\ 100 \\ \underline{6} \end{array}$
7. La longitud de la circunferencia de la rueda es de: <input checked="" type="radio"/> A 207.34 cm <input type="radio"/> B 103.67 cm <input type="radio"/> C 20.73 cm <input type="radio"/> D 9.86 cm	8. La distancia recorrida por la bicicleta en las 23 vueltas completas de su rueda es de: <input checked="" type="radio"/> A 4768 cm <input type="radio"/> B 2384 cm <input type="radio"/> C 476 cm <input type="radio"/> D 227 cm
9. La distancia recorrida en la rotación de $120^\circ$ es de: <input type="radio"/> A 69.11 cm <input type="radio"/> B 34.55 cm <input type="radio"/> C 6.91 cm <input checked="" type="radio"/> D 3.28 cm	10. La distancia total del recorrido de la bicicleta en metros es de: <input type="radio"/> A 48.37 <input checked="" type="radio"/> B 24.18 <input type="radio"/> C 4.82 <input type="radio"/> D 2.30

IMAGEN 8. La expresión aritmética escrita en el primer reactivo puede ser evidencia de que él o la estudiante tienen claro que el diámetro de la circunferencia mide el doble de su radio. Lo que resulta extraño es la división que plantea para la pregunta 6, ya que si la intención era convertir unidades, la división es 33 entre 100 y lo curioso del caso es que obtiene el resultado correcto que se puede considerar que intuitivamente lo sabía.

Para la pregunta 7 y 8 identifica correctamente las respuestas sin embargo, no hay evidencia de los cálculos realizados, lo que puede dar la idea de que se contestaron por aproximación o quizá totalmente al azar.

Las preguntas 9 y 10 tienen respuesta errónea y tampoco hay evidencia del procedimiento seguido, lo cual refuerza el supuesto de haber sido contestados al azar.

<p>A partir del siguiente planteamiento, contesta los reactivos del 5 al 10. Una bicicleta, ha hecho cierto recorrido en el que su rueda ha dado 23 vueltas completas más una rotación equivalente a <math>120^\circ</math> (ángulo central), El radio de la rueda es de 33 cm.</p>	
<p>5. El diámetro de la rueda de la bicicleta en centímetros es de:</p> <p><input checked="" type="radio"/> A 3.1416 cm  <input type="radio"/> B 33 cm  <input type="radio"/> C 66 cm  <input type="radio"/> D 120 cm</p>	<p>6. El radio de la rueda en metros es:</p> <p><input type="radio"/> A 0.003  <input type="radio"/> B 0.033  <input checked="" type="radio"/> C 0.33  <input type="radio"/> D 3.30</p>
<p>7. La longitud de la circunferencia de la rueda es de:</p> <p><input checked="" type="radio"/> A 207.34 cm  <input type="radio"/> B 103.67 cm  <input type="radio"/> C 20.73 cm  <input type="radio"/> D 9.86 cm</p>	<p>8. La distancia recorrida por la bicicleta en las 23 vueltas completas de su rueda es de:</p> <p><input type="radio"/> A 4768 cm  <input checked="" type="radio"/> B 2384 cm  <input type="radio"/> C 476 cm  <input type="radio"/> D 227 cm</p> <p>Handwritten calculations:  <math display="block">\begin{array}{r} 3.1416 \\ \times 23 \\ \hline 1.94258 \\ \phantom{1.94258} 660 \\ \hline 72.2578 \end{array}</math></p>
<p>9. La distancia recorrida en la rotación de <math>120^\circ</math> es de:</p> <p><input checked="" type="radio"/> A 69.11 cm  <input type="radio"/> B 34.55 cm  <input type="radio"/> C 6.91 cm  <input type="radio"/> D 3.28 cm</p> <p>Handwritten calculations:  <math display="block">\begin{array}{r} 11 \\ 34.55 \\ \hline 7400 \end{array} \quad \begin{array}{r} 11 \\ 69.11 \\ \hline 13922 \end{array}</math></p>	<p>10. La distancia total del recorrido de la bicicleta en metros es de:</p> <p><input checked="" type="radio"/> A 48.37  <input type="radio"/> B 24.18  <input type="radio"/> C 4.82  <input type="radio"/> D 2.30</p>
<p>11. Es la abertura formada por dos rectas que</p>	<p>12. Es la fórmula para calcular el área de un</p>

IMAGEN 9. Por su respuesta a la pregunta 5, se deduce que el estudiante no tiene claro el significado del número pi y puede ser que solo lo asocia a la idea de circunferencia sin comprensión.

En la pregunta 6, tal parece que tiene clara la conversión de unidades de 33 cm. a metros ya que su respuesta es correcta.

Para la pregunta 7 resulta algo difícil comprender cómo deduce la longitud de la circunferencia si no tiene claro cuál es el significado del número pi y aparentemente desconoce la medida del diámetro. Dado lo anterior, no es grato suponer que la respuesta fue hallada al azar y los cálculos de la pregunta 8 refuerzan este supuesto.

En la pregunta 8, la o el estudiante realiza un par de multiplicaciones en búsqueda de la respuesta correcta; primero multiplica 3.1416 por 23. Esto hace suponer que considera al 3.1416 como la longitud de la circunferencia, cosa que contradice su respuesta a la pregunta 1 en la que consideraba este valor como la medida del diámetro de la rueda. Al no hallar su resultado obtenido entre las opciones de respuesta, después multiplica 0.33 por 23; es decir que considera que la longitud de la circunferencia es equivalente a su radio; no termina esa multiplicación y quizá decide contestar al azar y falla en identificar la respuesta correcta.

En la pregunta 9, la o el estudiante toma el valor de la primera opción de respuesta y la suma consigo misma; al parecer no halla el valor que busca y hace lo mismo con la segunda opción y sin justificación aparente la toma como verdadera. Quizá de forma intuitiva asumía que  $120^\circ$  equivale a media

circunferencia y buscaba que al sumar la cantidad consigo misma obtuviera la longitud de la circunferencia, sin embargo al parecer no tenía la certeza de ese dato dada la forma de contestar la pregunta 7. En todo caso, existe una imprecisión al suponer que media circunferencia equivale al arco subtendido por un ángulo central de  $120^\circ$ .

En la pregunta 10, la o el estudiante señala la respuesta correcta, sin embargo en todos sus cálculos anteriores no existe evidencia de datos que lo lleven a identificar esa respuesta, además de que no hay evidencia de cálculo alguno en esa pregunta; lo cual nuevamente hace suponer que fue contestada al azar.

A partir del siguiente planteamiento, contesta los reactivos del 5 al 10.  
Una bicicleta, ha hecho cierto recorrido en el que su rueda ha dado 23 vueltas completas más una rotación equivalente a  $120^\circ$  (ángulo central), El radio de la rueda es de 33 cm.

5. El diámetro de la rueda de la bicicleta en centímetros es de: <input type="radio"/> A 3.1416 cm <input type="radio"/> B 33 cm <input checked="" type="radio"/> C 66 cm <input type="radio"/> D 120 cm	6. El radio de la rueda en metros es: <input type="radio"/> A 0.003 <input type="radio"/> B 0.033 <input checked="" type="radio"/> C 0.33 <input type="radio"/> D 3.30
7. La longitud de la circunferencia de la rueda es de: <input checked="" type="radio"/> A 207.34 cm <input type="radio"/> B 103.67 cm <input type="radio"/> C 20.73 cm <input type="radio"/> D 9.86 cm	8. La distancia recorrida por la bicicleta en las 23 vueltas completas de su rueda es de: <input checked="" type="radio"/> A 4768 cm <input type="radio"/> B 2384 cm <input type="radio"/> C 476 cm <input type="radio"/> D 227 cm
9. La distancia recorrida en la rotación de $120^\circ$ es de: <input type="radio"/> A 69.11 cm <input type="radio"/> B 34.55 cm <input checked="" type="radio"/> C 6.91 cm <input type="radio"/> D 3.28 cm	10. La distancia total del recorrido de la bicicleta en metros es de: <input checked="" type="radio"/> A 48.37 <input type="radio"/> B 24.18 <input type="radio"/> C 4.82 <input type="radio"/> D 2.30
11. Es la abertura formada por dos rectas que	12. Es la fórmula para calcular el área de un

IMAGEN 10. En ninguna pregunta se aprecia la realización de cálculo alguno, lo que hace suponer que la o el estudiante los realizó en su calculadora o en un caso extremo que quizá haya copiado. Es remota la posibilidad de contestar al azar ya que habría acertado en 5 de 6 casos, cosa que resulta difícil pero no imposible.

Existe también la posibilidad de que solo se haya hecho una aproximación mental teniendo en cuenta la relación métrica existente entre los elementos de la circunferencia implicados en el reactivo, lo cual daría cuenta de un avance considerable en la comprensión del caso.

<p>A partir del siguiente planteamiento, contesta los reactivos del 5 al 10. Una bicicleta, ha hecho cierto recorrido en el que su rueda ha dado 23 vueltas completas más una rotación equivalente a <math>120^\circ</math> (ángulo central), El radio de la rueda es de 33 cm.</p>	
<p>5. El diámetro de la rueda de la bicicleta en centímetros es de:</p> <p><input type="radio"/> A) 3.1416 cm <input type="radio"/> B) 33 cm <input checked="" type="radio"/> C) 66 cm <input type="radio"/> D) 120 cm</p>	<p>6. El radio de la rueda en metros es:</p> <p><input type="radio"/> A) 0.003 <input type="radio"/> B) 0.033 <input checked="" type="radio"/> C) 0.33 <input type="radio"/> D) 3.30</p> <p><math>\frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} = \frac{x}{33 \text{ cm}} = 0.33</math></p>
<p>7. La longitud de la circunferencia de la rueda es de:</p> <p><input checked="" type="radio"/> A) 207.34 cm <input type="radio"/> B) 103.67 cm <input type="radio"/> C) 20.73 cm <input type="radio"/> D) 9.86 cm</p>	<p>8. La distancia recorrida por la bicicleta en las 23 vueltas completas de su rueda es de:</p> <p><input checked="" type="radio"/> A) 4768 cm <input type="radio"/> B) 2384 cm <input type="radio"/> C) 476 cm <input type="radio"/> D) 227 cm</p> <p><math>(23)(207.34) =</math></p>
<p>9. La distancia recorrida en la rotación de <math>120^\circ</math> es de:</p> <p><input checked="" type="radio"/> A) 69.11 cm <input type="radio"/> B) 34.55 cm <input type="radio"/> C) 6.91 cm <input type="radio"/> D) 3.28 cm</p> <p><math>\frac{120}{360} \cdot \frac{x}{207.34} = 69.111</math></p>	<p>10. La distancia total del recorrido de la bicicleta en metros es de:</p> <p><input checked="" type="radio"/> A) 48.37 <input type="radio"/> B) 24.18 <input type="radio"/> C) 4.82 <input type="radio"/> D) 2.30</p> <p><math>\frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} = \frac{x}{4837.11} = 48.37111</math></p> <p><math>\begin{array}{r} 4768 \\ + 69.11 \\ \hline 4837.11 \end{array}</math></p>
<p>11. Es la abertura formada por dos rectas que</p>	<p>12. Es la fórmula para calcular el área de un</p>

IMAGEN 11. Por el tipo de anotaciones que el estudiante escribe en su examen se deduce que utiliza calculadora y solo escribe las expresiones que le permitan decidir qué operaciones realizar. La pregunta 5 no representa problema por lo que se supone que tiene clara la relación 1:2 entre el radio y el diámetro de la circunferencia.

Para la pregunta 2, plantea una proporción que se entiende le ayuda a identificar las operaciones a realizar, sin embargo, comete una ligera equivocación al escribir el número 0.33 frente a la proporción planteada, pero cumple el cometido de identificar la respuesta correcta, este comportamiento se repite en la pregunta 9 y 10.

En la Pregunta 7 no hace ninguna anotación, pero el señalar la respuesta correcta hace suponer que realizó la operación correcta en su calculadora.

Para la pregunta 8, escribe la multiplicación del número de vueltas por la longitud de la circunferencia y aunque no escribe dicho resultado, si señala la opción correcta.

En la pregunta 9, nuevamente plantea la proporción que le ayudará a identificar las operaciones a realizar e identifica la respuesta correcta.

En la pregunta 10, tiene claro que debe hacer una suma y para convertir unidades escribe la proporción e identifica nuevamente la respuesta correcta.

A partir del siguiente planteamiento, contesta los reactivos del 5 al 10. Una bicicleta, ha hecho cierto recorrido en el que su rueda ha dado 23 vueltas completas más una rotación equivalente a 120°(ángulo central), El radio de la rueda es de 33 cm.	
5. El diámetro de la rueda de la bicicleta en centímetros es de: <input type="radio"/> A 3.1416 cm <input type="radio"/> B 33 cm <input checked="" type="radio"/> C 66 cm <input type="radio"/> D 120 cm	6. El radio de la rueda en metros es: <input type="radio"/> A 0.003 <input type="radio"/> B 0.033 <input checked="" type="radio"/> C 0.33 <input type="radio"/> D 3.30
7. La longitud de la circunferencia de la rueda es de: <input checked="" type="radio"/> A 207.34 cm <input type="radio"/> B 103.67 cm <input type="radio"/> C 20.73 cm <input type="radio"/> D 9.86 cm	8. La distancia recorrida por la bicicleta en las 23 vueltas completas de su rueda es de: <input checked="" type="radio"/> A 4768 cm <input type="radio"/> B 2384 cm <input type="radio"/> C 476 cm <input type="radio"/> D 227 cm
9. La distancia recorrida en la rotación de 120° es de: <input checked="" type="radio"/> A 69.11 cm <input type="radio"/> B 34.55 cm <input type="radio"/> C 6.91 cm <input type="radio"/> D 3.28 cm	10. La distancia total del recorrido de la bicicleta en metros es de: <input checked="" type="radio"/> A 48.37 <input type="radio"/> B 24.18 <input type="radio"/> C 4.82 <input type="radio"/> D 2.30
11. Es la apertura formada por dos rectas que	12. Es la fórmula para calcular el área de un

IMAGEN 12. Se observa que las preguntas 5 y 6 no representan problema para el estudiante, de manera que hace suponer que tiene claro que el radio al diámetro de la circunferencia guardan una relación 1:2 y que además no tiene dificultad con la conversión de medidas equivalentes de centímetros a metros. Si bien la respuesta marcada para la pregunta 7 es correcta, se observa que hubo algo de confusión debido a que se realizan varias multiplicaciones que involucran el valor de pi, sin embargo solo en una de las cuatro multiplicaciones se utiliza la medida del diámetro, en los otros casos se utiliza la medida del radio; pero lo más difícil de deducir es la razón del uso del 16 y el 30.

Para la pregunta 8, se utiliza con confianza la longitud de la circunferencia calculada en la pregunta anterior y sin dificultad se multiplica por el número de vueltas, para con ello obtener la respuesta correcta.

En la pregunta nueve se aprecia que plantea una proporción de los 360° de la circunferencia al ángulo central de 120° como la longitud de la circunferencia es al arco subtendido por el ángulo central. Luego se observa que al resolver divide 24880.80 entre 360 y que solo obtiene el primer dígito 6, para decidir que la respuesta correcta es 96.11 cm.

Para la pregunta 10, se observa claridad en sus cálculos al sumar el recorrido de las 23 vueltas con el arco subtendido por el ángulo de 120°.

A partir del siguiente planteamiento, contesta los reactivos del 5 al 10. Una bicicleta, ha hecho cierto recorrido en el que su rueda ha dado 23 vueltas completas más una rotación equivalente a 120°(ángulo central), El radio de la rueda es de 33 cm.	
5. El diámetro de la rueda de la bicicleta en centímetros es de: <input type="radio"/> A 3.1416 cm <input checked="" type="radio"/> B 33 cm <input type="radio"/> C 66 cm <input type="radio"/> D 120 cm	6. El radio de la rueda en metros es: <input type="radio"/> A 0.003 <input checked="" type="radio"/> B 0.033 <input type="radio"/> C 0.33 <input type="radio"/> D 3.30
7. La longitud de la circunferencia de la rueda es de: <input checked="" type="radio"/> A 207.34 cm <input type="radio"/> B 103.67 cm <input type="radio"/> C 20.73 cm <input type="radio"/> D 9.86 cm  $\begin{array}{r} 3.1416 \\ 11 \times 11.66 \\ \hline 188496 \\ 188496 \\ \hline 2073456 \end{array}$	8. La distancia recorrida por la bicicleta en las 23 vueltas completas de su rueda es de: <input checked="" type="radio"/> A 4768 cm <input type="radio"/> B 2384 cm <input type="radio"/> C 476 cm <input type="radio"/> D 227 cm  $\begin{array}{r} 207.34 \\ \times 23 \\ \hline 62202 \\ 41468 \\ \hline 476882 \end{array}$
9. La distancia recorrida en la rotación de 120° es de: <input checked="" type="radio"/> A 69.11 cm <input type="radio"/> B 34.55 cm <input type="radio"/> C 6.91 cm <input type="radio"/> D 3.28 cm  $\begin{array}{r} 103.67 \\ 2 \overline{) 207.34} \\ \underline{207.34} \\ 0013 \\ 14 \end{array}$ $207.34 = 360^\circ \quad 103.67 = 180^\circ$	10. La distancia total del recorrido de la bicicleta en metros es de: <input checked="" type="radio"/> A 48.37 <input type="radio"/> B 24.18 <input type="radio"/> C 4.82 <input type="radio"/> D 2.30  $\begin{array}{r} 100 \overline{) 4768} \\ \underline{4760} \\ 800 \\ \underline{800} \\ 0.69 \\ 48.29 \end{array}$ $100 \overline{) 69.11} \\ \underline{691} \\ 0.69$
11. Es la abertura formada por dos rectas que	12. Es la fórmula para calcular el área de un

IMAGEN 13. Se aprecia que las seis preguntas del reactivo fueron contestadas correctamente. De inicio se puede deducir que el estudiante no utilizó calculadora aunque está permitido. Las respuestas a las preguntas 5 y 6 muestran que han sido contestadas sin escribir ningún cálculo aritmético, lo cual puede dar cuenta de un dominio adecuado de los contenidos de ambas preguntas.

En la pregunta 7, multiplica 3.1416 por 66 lo cual da cuenta que tiene presente que el diámetro guarda una relación de aproximadamente 3.1416 con la circunferencia en la rueda de la bicicleta.

En la pregunta 8, multiplica 207.34 que es la longitud de la circunferencia en centímetros por 23 que es el número de vueltas, para obtener la distancia recorrida por la bicicleta cuando su rueda ha girado 23 vueltas completas, que es 4768 cm.

En la pregunta 9, el estudiante divide la longitud de la circunferencia que es 207.34 cm entre 2, para obtener 103.67 cm; es posible que al no hallar ese valor en las opciones de respuesta decida proceder de otra forma; posteriormente intenta plantear una relación entre la medida longitudinal y la angular planteando lo siguiente:  $207.34 = 360^\circ$  aunque utiliza el signo “=” es posible interpretar la expresión como una relación y posteriormente plantea una segunda “relación” que es:  $103.67 = 180^\circ$ . Es posible que ésta última haya sido obtenida de la primera división que hace, sin embargo ese procedimiento no guarda relación con el ángulo central de  $120^\circ$ .

No es claro cómo deduce que la respuesta correcta es 69.11 cm, sin embargo, marca esa opción. Posiblemente deduce que 69.11cm equivale a  $\frac{2}{3}$  de 207.34, sin embargo esto es pura especulación ya que no se aprecia evidencia de que así haya sido.

En la pregunta 10, se aprecia que divide los resultados obtenidos en las dos preguntas anteriores entre 100, seguramente con la intención de determinar su equivalencia en metros y posteriormente hace la suma de ambas, para determinar la distancia total recorrida por la bicicleta, incluyendo las 23 vueltas completas y la rotación de  $120^\circ$ , señalando la opción de 48.37 m como la respuesta correcta aunque en sus cálculos él obtiene 48.29 m.



#### 4.4 Realizar una revisión de las suposiciones o ideas, sobre la base del análisis de los resultados de las observaciones

##### 4.4.1 Etapa de operaciones formales o abstractas

La resolución de los problemas contextualizados incluidos en la prueba diagnóstica y sumativa, puede considerarse un buen indicador de la capacidad de abstracción del o la estudiante toda vez que contempla la participación de factores que pueden complicar su entendimiento o comprensión y por tanto su resolución. En estos reactivos, el o la estudiante debe hacer uso de razonamientos de diferente naturaleza, es ese trabajo mental el que evidencia la capacidad de abstracción y por tanto la de estar accediendo a otra etapa de razonamiento superior a la de operaciones concretas propuestas por Piaget (1995).

Se puede observar, en los resultados obtenidos para los problemas contextualizados representados en el Gráfico 3 que los de evaluación diagnóstica son superados por los de evaluación sumativa, ya que en la primera, cerca del 85% del alumnado tiene un nivel de desempeño insuficiente, mientras que apenas cerca del 8% se ubica en aceptable; durante la evaluación sumativa, la cantidad de alumnos(as) con nivel de desempeño insuficiente disminuye a 52%, mientras que aquellos que logran un desempeño aceptable representan cerca del 35% del total.

Si bien es cierto que el nivel de logro aun es bajo, sí se aprecia un incremento importante que se asume es resultado del desarrollo de la secuencia didáctica puesta en marcha ya que promueve la construcción de un conocimiento declarativo conceptual, en la medida que, como lo señala Díaz Barriga (2002), "los alumnos tengan oportunidades para explorar, comprender y analizar los conceptos de forma significativa, ya sea mediante una estrategia expositiva o por descubrimiento".

#### 4.4.2 Socialización de significados

La socialización de significados es un proceso de intercambio de apreciaciones y representaciones mentales que se da de manera primordial mediante el uso del lenguaje, la necesidad de expresar verbalmente un pensamiento, implica reorganizar ideas y por tanto un mayor desarrollo cognitivo. Este proceso se puede desarrollar, entre otras formas a través del concepto de Zona de Desarrollo Próximo propuesto por Vygotsky. El hecho de que la propuesta didáctica implique el uso de un objeto concreto y además se enfoque en el trabajo colaborativo favorece la socialización y construcción de significados, mismos que pueden ser apreciados cuando él o la estudiante intercambia opiniones y argumentos con sus compañeros y en el proceso reconoce los elementos asociados a una circunferencia, toda vez que los va comprendido y utilizado conceptualmente a lo largo de la secuencia didáctica, situación que se aleja del intento de retener por mera memorización y de forma individual o aislada, ello se observa en los resultados mostrados en el GRÁFICO 1, apreciándose un comportamiento marcadamente diferente en la prueba en que las y los estudiantes identifican rectas y segmentos asociados a la circunferencia. Durante la etapa diagnóstica, cerca del 70% del grupo obtiene un desempeño de insuficiente a aceptable, concentrándose la mayoría en la categoría de aceptable, mientras que cerca del 10% logran un desempeño de bueno a excelente. Por otra parte, los resultados de la misma prueba aplicada después de la intervención didáctica arrojan cambios notables en su distribución, ya que cerca del 50% de los estudiantes muestran un desempeño de regular a excelente y cerca del 40% de suficiente a aceptable.

#### 4.4.3 Conexiones

Se observó, durante la evaluación diagnóstica, que ningún estudiante intentó siquiera resolver el ejercicio del sistema poleas. Es posible que se debiera a la falta de un referente concreto que pudiera ser trasladado a la situación planteada. Después de la experiencia del odómetro, los resultados de esa misma prueba aplicada con carácter sumativo, muestran dos estudiantes que resuelven el planteamiento de manera correcta (ver GRÁFICO 3), por lo que se asume que la secuencia didáctica aporta elementos o imágenes mentales que favorecen la comprensión del planteamiento y a su vez facilitan su resolución. Cabe señalar que aunque los casos son muy pocos, la existencia de ellos puede considerarse un indicador del efecto sobre la capacidad de conexión que ha desarrollado el estudiante.

#### 4.4.4 Cognición situada

La situación planteada y desarrollada durante la planeación y ejecución de la secuencia didáctica involucra actividades que requieren la participación colaborativa de los estudiantes, de manera natural, los estudiantes con mayores habilidades o conocimientos, van asumiendo el liderazgo en los grupos de trabajo, situación que favorece el desarrollo de habilidades socio-afectivas al reconocer las capacidades propias y las del otro. Al parecer el alumno que reconoce tener cierta desventaja en sus capacidades o habilidades se involucra buscando compensar la deficiencia y a su vez el más aventajado comparte visiones, opiniones, propuestas que van guiando la comprensión del primero. A su vez, la gestión de la actividad está a cargo de otro líder que es el docente, mismo que coordina y verifica el logro de los objetivos o propósitos de la actividad. En términos generales se pone en práctica el concepto de la Zona de Desarrollo Próximo de Vygotsky, situación que favorece el escalamiento en las capacidades cognitivas de los estudiantes y ello ha sido observado al notar una mejora en el logro académico de los estudiantes, aunque aún se percibe que algunos aventajados mantienen la ventaja y otros superan sus anteriores niveles de logro (ver GRÁFICO 4), lo cual al final favorece el logro académico de todo el grupo.

#### 4.5 Proponer nuevas observaciones encaminadas a esclarecer, modificar o fundamentar las suposiciones o ideas planteadas en torno al caso

Es posible observar un mejor desempeño de los estudiantes en la prueba aplicada después de la intervención didáctica; esta mejora puede ser resultado del trabajo concreto realizado con el odómetro para la posterior conceptualización de la circunferencia; este supuesto se sustenta en el hecho de que en todos los estudiantes incrementaron su rendimiento aunque algunos en forma más notable que otros. En nuevas acciones de este tipo, se recomienda atender el desarrollo de las actividades, procurando que aquellos alumnos cognitivamente más capaces apoyen a los compañeros en desventaja para facilitar el logro de aprendizajes significativos.

A pesar de que se observa un incremento en el nivel de logro en los resultados de las actividades, aún existen casos en los que es posible deducir que él o la estudiante no ha comprendido el proceso desarrollado y quizá tampoco el concepto de circunferencia que subyace en la actividad concreta de la medición con el odómetro, así mismo, no es capaz de conectar el planteamiento de la bicicleta que se presenta en su examen parcial con la actividad realizada con el odómetro durante el desarrollo de la secuencia didáctica. Por lo anterior, es conveniente que para la integración de grupos de trabajo, no sólo se considere el aspecto de afinidad, sino que los grupos sean organizados a partir de la experiencia del docente en relación al potencial y grado de desarrollo cognitivo que él perciba en sus estudiantes a fin de que el trabajo colaborativo rinda mejores resultados beneficiando a la totalidad de los integrantes del grupo de trabajo y evitando que “actúen” por imitación y lleguen todos a comprender cada fase del trabajo realizado, tanto por su justificación conceptual como por los resultados y significado.

Al interior de los equipos de trabajo que se formaron por afinidad existieron estudiantes que no se involucran plenamente en los procesos concretos, asumiendo que otros compañeros del equipo se encargan de esa fase, para que al final se concentren los resultados obtenidos en cada una de ellas; situación que genera un involucramiento parcial y por tanto, para algunos, se pierde la oportunidad de construir un aprendizaje

significativo. Por lo anterior, es necesario que al inicio del planteamiento de la secuencia didáctica, el docente enfatice la importancia del trabajo colaborativo y del involucramiento total de los estudiantes en cada una de sus etapas, además de promover esta forma de trabajo frecuentemente al guiar y supervisar el desarrollo de todas las actividades.

## CONCLUSIONES

Luego de poner en práctica la propuesta didáctica en el Bloque V “Empleas la circunferencia” del Programa de Matemáticas II del Bachillerato General, es posible establecer las siguientes conclusiones:

1. Dado que una competencia implica un saber puesto en ejecución para resolver un problema en diferentes contextos, usando ciertas habilidades socio-afectivas, **la planeación didáctica** enfocada al desarrollo de competencias debe considerar estrategias, actividades, recursos y resultados acordes al producto esperado. Ello implica una mayor creatividad y compromiso docente que favorezca el aprendizaje y su aplicación al tiempo que genere actitudes positivas en el estudiante. El trabajo realizado, permite concluir que ambientes de aprendizaje más diversos y cercanos a la realidad del estudiante, favorecen el aprendizaje y lo perfilan al desarrollo de competencias genéricas y disciplinares.
2. La experiencia documentada en estas líneas y otras que favorezcan el **proceso de enseñanza-aprendizaje** deben ser tratadas dentro del trabajo colegiado en academias, que es un espacio de intercambio de experiencias entre docentes, encaminado a la retroalimentación y búsqueda de propuestas para el mejoramiento de indicadores académicos en el Colegio de Bachilleres del Estado de México. En la medida que su difusión y adopción se vaya generalizando, es posible mejorar el logro de competencias al promover ambientes de aprendizaje más diversos, que consideren la atención más variables involucradas en la enseñanza y el aprendizaje, además de ser atractivos para el estudiante.

3. El impacto de **las planeaciones didácticas** que incluyen actividades concretas para el estudiante favorecerán el desarrollo de competencias disciplinares y genéricas, en la medida que se utilicen de manera cotidiana por el cuerpo docente de una institución educativa ya que este tipo de enfoques permiten la transversalidad con otras disciplinas, situación que se acerca a la complejidad de la realidad. Por lo anterior, es posible concluir que en la medida que el docente planee cuidadosa, constructiva y creativamente sus cursos, el estudiante incrementará sus logros académicos y concretará diversas competencias.
  
4. Considerando la edad y experiencia previa de **los estudiantes** del nivel medio superior, es muy probable que aún no estén en condiciones de comprender y formular pensamientos matemáticos abstractos, por lo que es de vital importancia promover actividades que consideren el uso de objetos concretos que permitan o favorezcan el tránsito entre estos dos niveles de pensamiento. En esta experiencia, la manipulación de objetos, con énfasis en el lenguaje y la socialización de ideas, facilitó la comprensión de las acciones realizadas y su asociación con modelos matemáticos establecidos, lo que contribuye a construir razonamientos propios en torno a un concepto matemático, favoreciendo con ello las conexiones con otros saberes de la disciplina así como el reconocimiento de situaciones que pueden abordarse con tales saberes.
  
5. Las actividades y proceso involucrados en la secuencia didáctica propuesta tienen un fundamento constructivista enfocado al desarrollo de ciertas competencias, dado que colocan **al estudiante** en el centro del proceso de enseñanza-aprendizaje, promoviendo un desequilibrio cognitivo entre sus conocimientos previos y los implicados en tales actividades, aunado a las ventajas cognitivas resultantes de la interacción social; de manera que es factible afirmar que los fundamentos constructivistas de diversas corrientes de investigación son totalmente necesarias para el desarrollo de competencias genéricas y disciplinares.

6. **Los estudiantes** muestran cierta resistencia a las formas alternas de enseñanza aprendizaje, quizá debido a la forma en que durante años han cursado sus estudios previos; sin embargo, al ir descubriendo sus logros cognitivos y reflexionando sobre sus saberes, se involucran y motivan mucho más que en la clase tradicional. Esto hace posible concluir que las experiencias concretas favorecen la comprensión de conceptos matemáticos lo que esto estimula el interés y propicia el involucramiento del estudiante.
  
7. Con frecuencia se observa una renuencia casi “natural” de la mayoría de **los estudiantes** en relación a las matemáticas, quizá resultado de la rigidez con la que se realiza la clase tradicional y la dificultad intrínseca de abordar conceptos abstractos con un lenguaje desconocido o poco usado y comprendido. La dinámica grupal que generó la experiencia didáctica dio la oportunidad de vivir situaciones flexibles adaptadas al ritmo de aprendizaje de cada equipo de trabajo así como la de intercambiar ideas, experiencias, opiniones y puntos de vista, que son un proceso central en la modelación matemática. En consecuencia, se concluye que el cambio en las dinámicas grupales generado por este tipo de actividades detonantes, favorece el interés por la materia así como la comprensión de sus conceptos.
  
8. El uso de **materiales concretos** por parte del estudiante, puede ser poco preciso al inicio por la falta de experiencia práctica, sin embargo, tras un breve entrenamiento y descripción del sentido de su uso, la habilidad mejora y con ello, la formulación de ideas que se nutren con el intercambio y negociación de significados, mediante el uso intenso del lenguaje al interior del grupo y entre grupos. Entonces, en la medida que el estudiante se familiarice con el uso de objetos en la consolidación de sus operaciones concretas, se favorece la habilidad cognitiva al verbalizar significados e ideas, como la capacidad de utilizar sus conocimientos y así también las relaciones interpersonales al interior de un grupo de trabajo.



9. Se aprecia que la experiencia didáctica favorece el desarrollo de las siguientes **competencias disciplinares** planteadas como propósito en el Bloque V: “Empleas la circunferencia” y que son: 1. Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales. 2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques. 3. Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales. 4. Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de la tecnología de la información y la comunicación. 6. Cuantifica, representa y contrasta experimental o matemáticamente las magnitudes del espacio y de las propiedades físicas de los objetos que los rodean; sin embargo, es necesario continuar con este tipo de prácticas a fin de consolidar el logro de esas competencias.
10. El tipo de actividades que favorecen el desarrollo de acciones al aire libre, debe ser tratado con flexibilidad ya que cuando el estudiante descubre que no fue lo suficientemente cuidadoso al realizar sus mediciones dado que obtiene resultados extraños, tiene la libertad de acudir nuevamente a realizar su actividad de campo; esta libertad motiva aún más la participación, propicia la reflexión y contribuye al logro de **competencias genéricas** como las siguientes: 5.1 Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo; 8.1 Propone maneras de solucionar un problema y desarrolla un proyecto en equipo, definiendo un curso de acción con pasos específicos.

11. Considerando que la **formación docente** seria y de calidad, proporciona al profesional del área, las herramientas de pensamiento necesarias para diseñar, planear estructurar y ejecutar acciones encaminadas al logro de aprendizajes así como para la reflexión sobre su propia práctica, la retroalimentación y la mejora continua, contribuyendo a elevar la calidad educativa, es concluyente que una ruta viable para elevar el logro académico e incluso disminuir la deserción está asociada a la formación docente del profesional que actualmente labora en instituciones educativas del nivel medio superior.

12. **La formación docente** que la Maestría en Docencia para la Educación Media Superior proporciona a sus egresados, aporta al docente la calidad disciplinar, educativa y ética que garantiza la posibilidad de contribuir de manera muy significativa a elevar la calidad de la educación de los centros donde labora así como la de formar ciudadanos conocedores e informados con aspiraciones de mayor bienestar.

## Fuentes consultadas.

- Acuerdo Secretarial 444. (21 octubre de 2008). *Diario Oficial de la Federación*. .
- Aebli, H. (1991). *Factores de la enseñanza que favorecen el aprendizaje autónomo*. Madrid: Nancea.
- Araujo, B. J. (1993). *Tecnología educacional, Teorías de instrucción*. Barcelona: Paidós.
- Bender, E. A. (1978). *AN INTORUCTION TO MATHEMATICAL MODELING*. Mieneola, New York.: DOVER PUBLICATIONS, INC.
- Bigge, M. (1991). *Teorías de aprendizaje para maestros*. México: Trillas.
- Bransford, J. D. (2000). *How People Learn: brain, mind, experence, and school*. Washington, D.C.: National Academy Press.
- Brousseau, G. (2000). Educación y didáctica de las matemáticas. *Educación Matemática*, 5-38.
- D'Hainaut, L. (1985). *Objetivos didácticos y programación*. España: Oikos-Tau, S.A.
- Delors, J. (1994). *"Los cuatro pilares de la Educación"*. México: El Correo de la UNESCO.
- Díaz Barriga, F. (1997). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo Una interpretación constructivista*. México: Mc Graw Hill.
- Díaz Barriga, F. (2003). Cognición situada y estrategias para el aprendizaje significativo. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 1-13.
- Díaz-Barriga, F. y Hernández G. (2002). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo: Una interpretación constructivista*. México: Mc Graw Hill.
- Esteve, P. (1990). Proyectos de Trabajo. *Cuadernos de Pedagogía*, 225.
- Fuys, D. (1995). *The Van Hiele Model of Thinking Geometry among Adolescents*. National Council of Teachers of Mathematics.
- García, G. (2008). *Planeación didáctica como proceso para el logro de una enseñanza de calidad en las Instituciones de Educación Media Superior*. Recuperado el 02 de Diciembre de 2008, de <http://www.cnep.org.mx/Informacion/Educaciónyactualidad/editorial1.htm>

- García, T. (2004). *Docencia y formación*. México: UNAM.
- González, D. (s.f.). Fuentes y elementos básicos del currículum. *Universidad de Cadíz*.
- González, J. (2003). *Tuning Educational Structures in Europe. Informe Final - Proyecto Piloto*. Bilbao: Universidad de Deusto.
- Gutiérrez., J. (1990). Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El modelo Van Hiele. *Teoría y práctica en educación matemática*, 295-384.
- Gwitz, S. (2000). *El ABC de la tarea docente: currículum y enseñanza* . Buenos Aires: Aique.
- INEE. (2005). *PISA para docentes: la evaluación como oportunidad de aprendizaje*. México: Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.
- Instituto Politécnico Nacional. (2006). *Libro para el profesor*. México: IPN.
- Jackson, P. (1990). *La vida en las aulas*. España: Morata.
- Jiménez, M. (1997). *Diseño y planeación de un curso*. México: Trillas.
- Kemp, J.E., Morrison, G.R., & Ross, S.M. (1996). *Designing Effective Instruction*, 2nd Edition. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall.
- Lesh, R y Doerr, H. (2003). *Beyond Constructivism, Models and modelling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning and Teaching*.USA. Routledge.
- Nichols, E. D. (1971). *Geometría Moderna*. México: CECSA.
- OCDE. (2005). *DeSeCo. The definition and selection of key competencies Executive Summary*.
- Perrenoud., P. (2004). *Diez nuevas competencias para enseñar. Invitación al viaje*. Barcelona: Grao.
- Piaget, J. (1995). *Seis estudios de psicología*. Colombia: Panamericana Formas e Impresos.
- Pimienta, J. (2008). *Evaluación de los Aprendizajes. Un enfoque basado en competencias*. México: Pearson Educación.
- Salazar, R. (1979). *Modelos esquemáticos para la elaboración de planes en la educación superior*. México: ANUIES.

Secretaría de Educación Pública. (2006). *Libro para el maestro*. México: SEP.

Secretaría de Educación Pública. (2008). *Reforma Integral de la Educación Media Superior en México. La creación de un Sistema Nacional de Bachillerato en un marco de diversidad*. México: Secretaría de Educación Pública.

Swetz, F. y Hartzler J., (1999). *Mathematical Modeling in the Secondary School Curriculum*. A Resource Guide of classroom Exercises. EUA, NCTM.

TIME LIFE. (1978). *RUEDAS*. MEXICO, D.F.: LITO OFFSET LATINA S.A.

Tobin, K. (1993). *La práctica del constructivismo en la ciencia educativa*. Washington, D. C.: Hillsdale.

UNAM. (2014). *Consideraciones para la mejora de la Educación Matemática en la UNAM*. México, D.F.: UNAM.

Vasco, E. (2005). *Diseño de módulos de instrucción para el concepto de aproximación local en el marco de las fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele*. Antioquia: Trabajo de Investigación de Maestría.

Vasco, E. (2005). *Diseño de módulos de instrucción para el concepto de aproximación local en el marco de las fases de aprendizaje del modelo Van Hiele*. Antioquia: Trabajo de Investigación de Maestría.

Vygotsky, L. (1988). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. México: Grijalbo.

Woolfolk, A. (2006). *Psicología educativa*. México: Pearson.

## DOCUMENTOS

Entrevista con Philippe Perrenoud, Universidad de Ginebra Observaciones recogidas por Paola Gentile y Roberta Bencini. Texto original de una entrevista "El Arte de Construir Competencias " original en portugués en Nova Escola (Brasil), Septiembre 2000, pp.19-31.

## SITIOS WEB

[http://www.dgespe.sep.gob.mx/reforma\\_curricular/planes/lepri/plan\\_de\\_estudios/enfoque\\_centrado\\_competencias](http://www.dgespe.sep.gob.mx/reforma_curricular/planes/lepri/plan_de_estudios/enfoque_centrado_competencias)

## ANEXO I

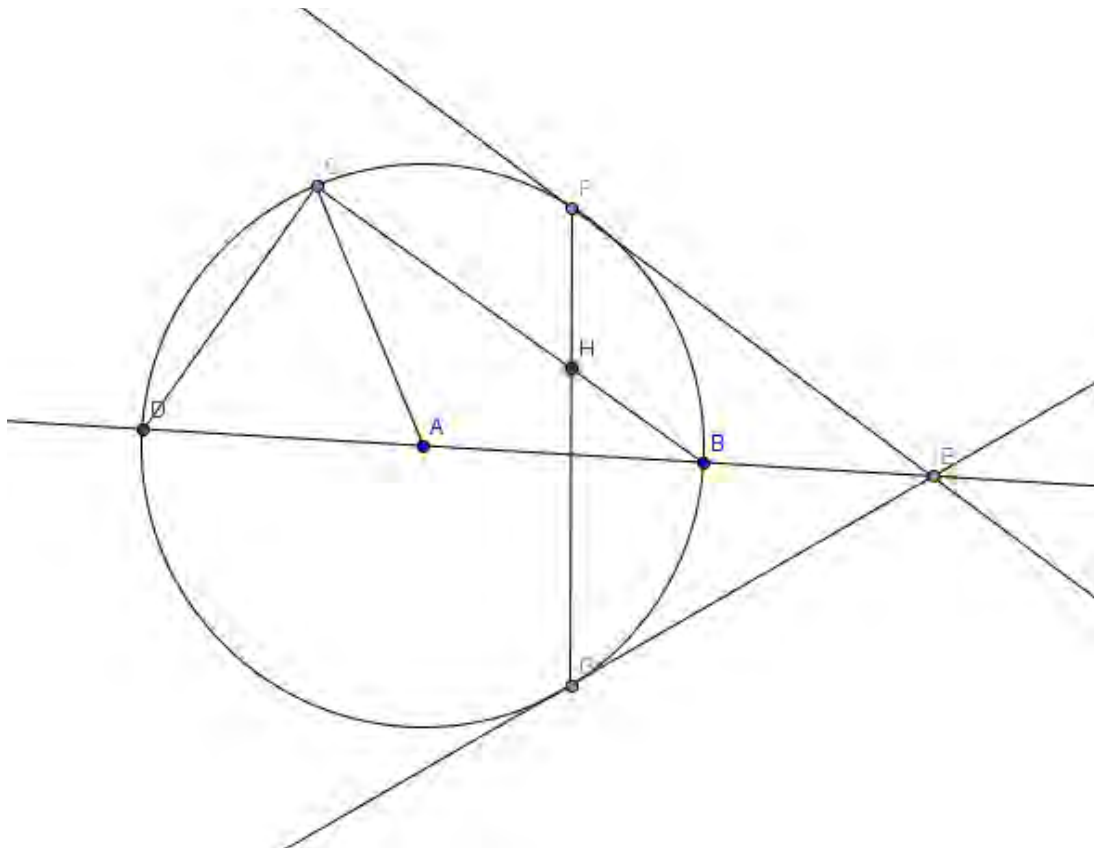
Nombre: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

### EVALUACIÓN SUMATIVA

CONSIGNA: Sobre los espacios en blanco que siguen a los números coloque la letra de la columna de la derecha que identifique la definición que corresponda con el término de la columna izquierda.

TÉRMINOS	DEFINICIONES
1..... Radio	a. Es una curva cerrada cuyos puntos se encuentran a la misma distancia de un punto fijo llamado centro.
2..... Diámetro	b. Recta que comparte un punto con una Circunferencia.
3..... Tangente	c. Abertura formada por dos rectas que comparten un punto en común llamado vértice.
4..... Cuerda	d. Es un segmento de recta que une el centro de un círculo con un punto de su circunferencia.
5..... Secante	e. Es la sección del plano limitada por una circunferencia.
6..... Círculo	f. Segmento de recta que une dos puntos de una circunferencia.
7. ....Circunferencia	g. Recta que comparte dos puntos con una circunferencia.
8..... Arco	h. Sección de una circunferencia determinada por dos puntos.
9..... Ángulo	i. Segmento de recta que une dos puntos de una circunferencia, pasando por el centro.

CONSIGNA: En la siguiente figura, identifica y escribe el nombre de cada uno de los ángulos formados. Cada letra mayúscula, identifica el punto de intersección entre rectas y segmentos, o los extremos de un segmento o la intersección con la circunferencia. Se presenta la identificación de un ángulo exterior como ejemplo.



ÁNGULO	IDENTIFICACIÓN
Central	
Interior	
Circunscrito	FEG
Inscrito	
Semi inscrito	



PROBLEMAS DE ÁREAS Y PERÍMETROS: CONSIGNA. Para cada uno de los siguientes planteamientos, considera  $\pi = 3.14$  además, es muy conveniente que te apoyes con un dibujo del planteamiento.

Determina la longitud de una circunferencia considerando que tiene un cuadrado inscrito que mide 2 cm por lado.

El área de un círculo es de  $50.24 \text{ cm}^2$ . Determina cuál es el área de un cuadrado inscrito en él.

PROBLEMAS CONTEXTUALIZADOS. CONSIGNA: Para cada uno de los siguientes planteamientos, considera  $\pi = 3.14$  además, es muy conveniente que te apoyes con un dibujo del planteamiento.

¿Qué radio debe tener la rueda de un odómetro para que en cada vuelta avance una distancia de 1 m.?

Un sistema de poleas incluye a 3 de ellas conectadas mediante una banda de caucho; el radio de la mayor es de 20 cm, la intermedia es de 15 cm y el de la más pequeña es desconocido pero se sabe que da 150 revoluciones por cada 30 revoluciones de la mayor. Determina cuál es el diámetro aproximado de la polea menor.

## ANEXO II



SUBSECRETARÍA DE EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR  
DIRECCIÓN GENERAL DEL BACHILLERATO  
DIRECCIÓN DE COORDINACIÓN ACADÉMICA

## MATEMÁTICAS II

SERIE  
PROGRAMAS DE ESTUDIO

### MATEMÁTICAS II

SEMESTRE	SEGUNDO	CAMPO DISCIPLINAR	MATEMÁTICAS
TIEMPO ASIGNADO	80 HORAS	COMPONENTE DE FORMACIÓN	BÁSICO
CRÉDITOS	10		

En este programa encontrará las competencias genéricas y competencias disciplinares básicas relativas a la asignatura de Matemáticas II integradas en bloques para el logro del aprendizaje.

## MATEMÁTICAS II

### ÍNDICE

CONTENIDO	PÁGINA
Fundamentación.	4
Ubicación de la materia y asignaturas en el Plan de estudios.	8
Distribución de bloques.	9
Competencias Genéricas en el Bachillerato General.	11
Competencias disciplinares básicas del campo de Matemáticas.	12
Bloque I	13
Bloque II	17
Bloque III	20
Bloque IV	24
Bloque V	29
Bloque VI	33
Bloque VII	38
Bloque VIII	42
Bloque IX	46
Bloque X	50
Anexos	54
Información de apoyo para el personal docente.	61
Créditos.	62
Directorio.	63

## MATEMÁTICAS II

### FUNDAMENTACIÓN

A partir del Ciclo Escolar 2009-2010 la Dirección General del Bachillerato incorporó en su plan de estudios los principios básicos de la Reforma Integral de la Educación Media Superior cuyo propósito es fortalecer y consolidar la identidad de este nivel educativo, en todas sus modalidades y subsistemas; proporcionar una educación pertinente y relevante al estudiante que le permita establecer una relación entre la escuela y su entorno, y facilitar el tránsito académico de los estudiantes entre los subsistemas y las escuelas.

Para el logro de las finalidades anteriores, uno de los ejes principales de la Reforma Integral es la definición de un Marco Curricular Común, que compartirán todas las instituciones de bachillerato, basado en desempeños terminales, el enfoque educativo basado en el desarrollo de competencias, la flexibilidad y los componentes comunes de currículum.

A propósito de éste, destacaremos que el enfoque educativo permite:

Establecer en una unidad común los conocimientos, habilidades, actitudes y valores que el egresado de bachillerato debe poseer.

Dentro de las competencias a desarrollar, encontramos las genéricas; que son aquellas que se desarrollarán de manera transversal en todas las asignaturas del mapa curricular y permiten al estudiante comprender su mundo e influir en él, le brindan autonomía en el proceso de aprendizaje y favorecen el desarrollo de relaciones armónicas con quienes les rodean. Por otra parte las competencias disciplinares básicas refieren los mínimos necesarios de cada campo disciplinar para que los estudiantes se desarrollen en diferentes contextos y situaciones a lo largo de la vida. Asimismo, las competencias disciplinares extendidas implican los niveles de complejidad deseables para quienes opten por una determinada trayectoria académica, teniendo así una función propedéutica en la medida que prepararán a los estudiantes de la enseñanza media superior para su ingreso y permanencia en la educación superior.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Acuerdo Secretarial Núm. 480 por el cual se cambian las competencias disciplinares extendidas del Bachillerato General. DGF, abril 2009.

## MATEMÁTICAS II

Por último, las competencias profesionales preparan al estudiante para desempeñarse en su vida con mayores posibilidades de éxito.

Dentro de este enfoque educativo existen varias definiciones de lo que es una competencia; a continuación se presentan las definiciones que fueron retomadas por la Dirección General del Bachillerato para la actualización de los programas de estudio: Una competencia es la "capacidad de movilizar recursos cognitivos para hacer frente a un tipo de situaciones" con buen juicio, a su debido tiempo, para definir y solucionar verdaderos problemas.<sup>2</sup>

Tal como comenta Anahí Mastache<sup>3</sup>, las competencias van más allá de las habilidades básicas o saber hacer ya que implican saber actuar y reaccionar; es decir, que los estudiantes sepan saber qué hacer y cuándo. De tal forma que la Educación Media Superior debe dejar de lado la memorización sin sentido de temas desarticulados y la adquisición de habilidades relativamente mecánicas, sino más bien promover el desarrollo de competencias susceptibles de ser empleadas en el contexto en el que se encuentren los estudiantes, que se manifiesten en la capacidad de resolución de problemas, procurando que en el aula exista una vinculación entre ésta y la vida cotidiana incorporando los aspectos socioculturales y disciplinarios que les permitan a los egresados desarrollar competencias educativas.

El plan de estudio de la Dirección General del Bachillerato tiene como objetivos:

Proveer al educando de una cultura general que le permita interactuar con su entorno de manera activa, propositiva y crítica (componente de formación básica); Prepararlo para su ingreso y permanencia en la educación superior, a partir de sus inquietudes y aspiraciones profesionales (componente de formación propedéutica); Y finalmente promover su contacto con algún campo productivo real que le permita, si ese es su interés y necesidad, incorporarse al ámbito laboral (componente de formación para el trabajo).

Asimismo, a partir del ciclo escolar 2010-2011 se ha adoptado el enfoque intercultural en el diseño y contenidos del plan y programas de estudios del Bachillerato General, con el fin

<sup>2</sup> Philippe Perrenoud, "Construir competencias desde la escuela" Ediciones Dolmen, Santiago de Chile.

## MATEMÁTICAS II

de enriquecer la propuesta curricular y proporcionar los elementos para el desarrollo de competencias interculturales, con base en el conocimiento, respeto y valoración de las diversas manifestaciones culturales que conviven en nuestra sociedad, así como los derechos fundamentales que tienen todas las personas con independencia de su adscripción étnica, género, preferencia sexual o cualquier otra diferencia.

Por lo tanto, en algunas de las actividades de enseñanza y aprendizaje del presente programa, se promueve la construcción de prácticas ciudadanas que tienen como base los valores cívicos del respeto, la tolerancia, la apertura, el diálogo, así como la participación activa y constructiva en su comunidad y Nación; las cuales pretenden, entre otras, atender problemáticas específicas relacionadas con la tolerancia y el respeto a la diversidad que en la actualidad forman parte de las prácticas cotidianas de los jóvenes mexicanos.

Como parte de la formación básica anteriormente mencionada, a continuación se presenta el programa de estudios de la asignatura de **Matemáticas II**, que pertenece al campo disciplinar de MATEMÁTICAS y se integra en cuatro cursos. El campo disciplinar de Matemáticas, conforme al marco curricular común cuyo propósito es contribuir al desarrollo de la creatividad, el pensamiento lógico y crítico entre los estudiantes, mediante procesos de razonamiento, argumentación y construcción de ideas que conlleven el despliegue de distintos conocimientos, habilidades, actitudes y valores, en la resolución de problemas matemáticos que en sus aplicaciones trasciendan el ámbito escolar; para seguir lo anterior se establecieron las competencias disciplinares básicas del campo de las matemáticas, mismas que han servido de guía para la actualización del presente programa.

La asignatura de **Matemáticas II**, es la segunda de un conjunto de cuatro, que forman el campo de las matemáticas, su antecedente es la asignatura de Matemáticas I. En esta primera asignatura de bachillerato, los estudiantes aprendieron a plantear y resolver problemas en distintos ámbitos de su realidad, así como, justificar la validez de los procedimientos y resultados empleando el lenguaje algebraico como un elemento más de comunicación. En el bachillerato, se busca consolidar y diversificar los aprendizajes y desempeños adquiridos, ampliando y profundizando los conocimientos, habilidades, actitudes y valores relacionados con el campo de las matemáticas, promoviendo en matemáticas I, el uso de representaciones y procedimientos algebraicos para resolver situaciones de su entorno, que impliquen el manejo de magnitudes, variables y constantes; en las asignaturas consecuentes, este desempeño se fortalecerá con el manejo de las relaciones funcionales entre dos o más variables, mismas que permitirán al estudiante modelar situaciones o fenómenos, y obtener, explicar e interpretar sus resultados: En matemáticas II, con relación a magnitudes físicas o espaciales o aleatorias; en matemáticas III, mediante el cambio y la equivalencia entre

## MATEMÁTICAS II

representaciones algebraicas y geométricas; y finalmente en matemáticas IV, mediante el empleo de relaciones funcionales.

En el Bachillerato General, se busca consolidar y diversificar los aprendizajes y desempeños, ampliando y profundizando el desarrollo de competencias relacionadas con el campo disciplinar MATEMÁTICAS, que promueve la asignatura de MATEMÁTICAS II.

Desde el punto de vista curricular, cada materia de un plan de estudios mantiene una relación vertical y horizontal con el resto, el enfoque por competencias reitera la importancia de establecer este tipo de relaciones al promover el trabajo disciplinario, en similitud a la forma como se presentan los hechos reales en la vida cotidiana. En este caso, todas las matemáticas del componente básico, retroalimentan a las asignaturas del campo de las ciencias experimentales como: física, química y biología y constituyen un apoyo en las materias de las ciencias sociales. En física, por ejemplo, se requieren para el estudio del movimiento rectilíneo uniforme, circular, parabólico, presión, volumen, palancas, óptica, etc., en química para el estudio de los cristales, en la geometría molecular etc., en biología para el análisis proporcional tanto como directa e inversa de poblaciones de bacterias o para la determinación de la duración del efecto de un medicamento; en ciencias sociales y administración, resultan útiles para realizar cuantificaciones estadísticas; en economía, para obtener soluciones óptimas, o realizar predicciones sobre el efecto de variables económicas en producción, la exportación, entre otros.

DGB/DCA/2013

## MATEMÁTICAS II

### UBICACIÓN DE LA MATERIA Y RELACIÓN CON LAS ASIGNATURAS EN EL PLAN DE ESTUDIOS

Primer semestre	Segundo semestre	Tercer semestre	Cuarto semestre	Quinto semestre	Sexto semestre
Matemáticas I	<b>MATEMÁTICAS II</b>	Matemáticas III	Matemáticas IV		Metodología de la Investigación
Química I	Química II	Biología I	Biología II	Cálculo Diferencial Probabilidad y Estadística I Temas Selectos de Física I	Cálculo Integral Probabilidad y Estadística II Temas Selectos de Física II
Introducción a las Ciencias Sociales I	Informática II	Física I	Física II		
Informática I					
				Contabilidad	
Actividades parasescolares					

DGB/DCA/2013

## MATEMÁTICAS II

### DISTRIBUCIÓN DE BLOQUES

Los bloques son los siguientes:

**BLOQUE I: UTILIZAS TRIÁNGULOS: ÁNGULOS Y RELACIONES MÉTRICAS.**

En el Bloque I identificarás los diferentes tipos de ángulos y triángulos, y ubicarás sus características en contextos de tu comunidad; asimismo, podrás resolver ejercicios en torno a la aplicación de la suma de ángulos de los triángulos.

**BLOQUE II: COMPRENDES LA CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS.**

En el Bloque II aplicarás el criterio de congruencia de los triángulos y argumentarás su uso.

**BLOQUE III: RESUELVES PROBLEMAS DE SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS Y TEOREMA DE PITÁGORAS.**

En el Bloque III resolverás ejercicios o problemas de tu entorno aplicando los teoremas de Tales y Pitágoras.

**BLOQUE IV: RECONOCES LAS PROPIEDADES DE LOS POLÍGONOS.**

El Bloque IV aplicarás los elementos y propiedades de los polígonos en la resolución de problemas.

**BLOQUE V: RECONOCES LAS PROPIEDADES DE LA CIRCUNFERENCIA.**

En el Bloque V aplicarás las propiedades de los elementos asociados a una circunferencia como: radio, diámetro, cuerda, arco, secantes y tangentes en la resolución de problemas. Asimismo, resolverás ejercicios de perímetros y áreas de la circunferencia.

**BLOQUE VI: DESCRIBES LAS RELACIONES TRIGONOMÉTRICAS PARA RESOLVER TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS.**

En el Bloque VI identificarás diferentes sistemas de medida de ángulos, y describirás las razones trigonométricas para ángulos agudos. Finalmente, aplicarás las razones trigonométricas en ejercicios teórico – prácticos.

**BLOQUE VII: APLICAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS.**

En el Bloque VII interpretarás y aplicarás las funciones trigonométricas en el plano cartesiano, así como en el círculo unitario.

**BLOQUE VIII: APLICAS LAS LEYES DE SENOS Y COSENOS.**

9

DGB/DCA/2013

## MATEMÁTICAS II

En el Bloque VIII aplicarás las leyes de los senos y cosenos.

**BLOQUE IX: APLICAS LA ESTADÍSTICA ELEMENTAL.**

En el Bloque IX identificarás el significado de población y muestra, además de reconocer y aplicar los conceptos de medidas de tendencia central y de dispersión.

**BLOQUE X: EMPLEAS LOS CONCEPTOS ELEMENTALES DE PROBABILIDAD.**

Lo aprendido en el Bloque X te permitirá distinguir entre eventos deterministas y aleatorios, utilizando las leyes aditiva y multiplicativa de las probabilidades.

10

DGB/DCA/2013



## MATEMÁTICAS II

### COMPETENCIAS GENÉRICAS

Las competencias genéricas son aquellas que todos los bachilleres deben estar en la capacidad de desempeñar, y les permitirán a los estudiantes comprender su entorno (local, regional, nacional o internacional) e influir en él, contar con herramientas básicas para continuar aprendiendo a lo largo de la vida, y practicar una convivencia adecuada en sus ámbitos social, profesional, familiar, etc. Por lo anterior, estas competencias construyen el Perfil del Egresado del Sistema Nacional de Bachillerato.

A continuación se enlistan las competencias genéricas:

1. Se conoce y valora a sí mismo y aborda problemas y retos teniendo en cuenta los objetivos que persigue.
2. Es sensible al arte y participa en la apreciación e interpretación de sus expresiones en distintos géneros.
3. Elige y practica estilos de vida saludables.
4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.
5. Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.
6. Sustenta una postura personal sobre temas de interés y relevancia general, considerando otros puntos de vista de manera crítica y reflexiva.
7. Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida.
8. Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos.
9. Participa con una conciencia cívica y ética en la vida de su comunidad, región, México y el mundo.
10. Mantiene una actitud respetuosa hacia la interculturalidad y la diversidad de creencias, valores, ideas y prácticas sociales.
11. Contribuye al desarrollo sustentable de manera crítica, con acciones responsables.

## MATEMÁTICAS II

### COMPETENCIAS DISCIPLINARES BÁSICAS DEL CAMPO DE MATEMÁTICAS

#### BLOQUES DE APRENDIZAJE

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
1.- Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos, y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
2.-Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
3.- Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
4.- Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de la tecnología de la información y la comunicación.	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
5.- Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.									X	X
6.- Cuantifica, representa y contrasta experimental o matemáticamente las magnitudes del espacio y de las propiedades físicas de los objetos que los rodean.	X	X	X	X	X	X	X	X		
7.- Elige un enfoque determinista o uno aleatorio para el estudio de un proceso o fenómeno, y argumenta su pertinencia.									X	X
8.- Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.									X	X

## MATEMÁTICAS II

Bloque	Nombre del Bloque	Tiempo asignado
V	EMPLEAS LA CIRCUNFERENCIA	8 horas

### Desempeños del estudiante al concluir el bloque

Reconoce y distingue los diferentes tipos de rectas, segmentos y ángulos asociados a la circunferencia.

Emplea las propiedades de los elementos asociados a una circunferencia como: radio, diámetro, cuerda, arco, secantes y tangentes en la resolución de problemas.

Resuelve ejercicios de perímetros y áreas de la circunferencia.

### Objetos de aprendizaje

- Circunferencia
- ✓ Rectas y segmentos:
- ✓ Ángulos
- ✓ Perímetro y área.

### Competencias a desarrollar

Expresa ideas y conceptos de elementos asociados a la circunferencia como: rectas, segmentos, ángulos, perímetros y áreas.

Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, aplicando los conocimientos para resolver problemas relacionados con la circunferencia y sus elementos asociados.

Construye y diseña modelos de circunferencia y sus elementos asociados probando la validez de los conocimientos adquiridos.

Utiliza las tecnologías de la información y comunicación para investigar información de la circunferencia y sus elementos.

Consulta las fuentes de información disponibles para localizar contenidos sobre la circunferencia y sus elementos.

Propone la manera de solucionar problemas de circunferencias, con/sin elementos como: rectas, segmentos y ángulos, ya sean teóricos o contextuales, definiendo pasos específicos para lograrlo.

Aporta puntos de vista en la interpretación y solución de problemas de la circunferencia y considera los de otras personas de manera reflexiva.

Asume una actitud constructiva, congruente con los conocimientos y habilidades con los que cuenta dentro de distintos equipos de

## MATEMÁTICAS II

trabajo.

Actividades de Enseñanza	Actividades de Aprendizaje	Instrumentos de Evaluación
Solicitar al alumnado que investiguen el concepto y elementos asociados a una circunferencia; así como la cultura que inventó la rueda y como consecuencia la utilidad de la misma en todo el mundo.	Investigar el concepto y elementos asociados a una circunferencia; así como la cultura que inventó la rueda y como consecuencia la utilidad de la misma en todo el mundo (Realizar consulta bibliográfica en al menos dos fuentes y dos páginas web y contrastar la información).	Lista de cotejo para evaluar la investigación.
Solicitar al alumnado que investiguen las características y propiedades de los ángulos formados por los elementos asociados a una circunferencia.	Investigar las características y propiedades de los ángulos formados por los elementos asociados a una circunferencia y elaborar un breve apunte.	Portafolio de evidencias: Apunte.
Pedir al alumnado que por equipos de cuatro integrantes apliquen las propiedades de los elementos de la circunferencia en la resolución de ejercicios teóricos y/o prácticos, los cuales serán formulados por las y los docentes y como característica deben estar relacionados con problemáticas reales que se presentan en su comunidad, mostrándolos al grupo utilizando medios gráficos (TIC's, carteles o algún otro).	Por equipos de cuatro integrantes, aplicar las propiedades de los elementos de la circunferencia en la resolución de ejercicios teóricos y/o prácticos, propuestos por el docente, mostrándolos al grupo utilizando medios gráficos (TIC's, carteles o algún otro).	Guía de observación para evaluar la aplicación de las propiedades de la circunferencia y los elementos asociados en la resolución de problemas matemáticos.

## MATEMÁTICAS II

Recordar al alumnado cómo obtener el perímetro y área de una circunferencia.	Resolver ejercicios teórico-prácticos de perímetro y área de una circunferencia que identifiquen en su entorno.	Rúbrica para evaluar cómo obtienen perímetro y área de una circunferencia.
--	---	--

### Rol del docente

Para el desarrollo de las competencias disciplinares y genéricas el docente o la docente:

Identifica los conocimientos previos que los estudiantes poseen sobre la circunferencia, y desarrolla estrategias para avanzar a partir de ellos.

Contextualiza los contenidos del plan de estudios de la circunferencia en la vida cotidiana de los estudiantes y la realidad social de la comunidad a la que pertenece.

Promueve el desarrollo de los estudiantes mediante el aprendizaje pertinente.

Utiliza las TIC's con una aplicación didáctica y asertiva para ejemplificar problemas teóricos y contextuales.

### Material didáctico

Problematario, objetos circulares (como latas, monedas de carros de juguete, llantas pequeñas, CD, entre otros), compás y regla.

### Fuentes de Consulta

#### BÁSICA:

GUZMÁN, H., A. (1999). *Geometría y Trigonometría*. (Décima reimpresión). México: Publicaciones Cultural.

#### COMPLEMENTARIA:

BORNELL, C., (2000). *La divina proporción, las formas geométricas*. México: Alfa-Omega Grupo Editor.

CONAMAT, (2009). *Geometría y Trigonometría*. (1ª ed.). México: Pearson Prentice Hall.

CUELLAR, J., A. (2010). *Matemáticas II: Geometría y Trigonometría*. (2ª ed.). México: McGraw-Hill.

JIMÉNEZ, I. (2007). *Geometría y Trigonometría*. (1ª ed.). México: Pearson Educación de México.

MARTÍNEZ, A., M. (1997). *Geometría y Trigonometría*. (1ª ed.). México: McGraw-Hill.

MÉNDEZ, H., A. (2010). *Matemáticas 2*. (1ª ed.). México: Santillana.

## MATEMÁTICAS II

PÉREZ, M. J., (2010). *Matemáticas 2 para preuniversitarios*. (1ª ed.). México: Esfinge.

SALAZAR, V., P. SÁNCHEZ, G., JIMÉNEZ, A., A. Y. (2006) *Matemáticas 2*. (2ª ed.). México: Nueva Imagen.

VELASCO, S., G. (2010). *Geometría y Trigonometría*. (1ª ed.). México: Trillas.

ZAMORA, M., S. (2007). *Geometría y Trigonometría*. (1ª ed.). México: ST Editorial.

#### ELECTRÓNICA:

<http://www.ditutor.com/geometria/circunferencia.html> consultada 02 de septiembre de 2013.

<http://www.aamatematicas.com/geo612x4.htm> consultada 02 de septiembre de 2013.

<http://www.aplicaciones.info/decimales/geopla04.htm> consultada 02 de septiembre de 2013.

## MATEMÁTICAS II

### INFORMACIÓN DE APOYO PARA EL PERSONAL DOCENTE

Los siguientes documentos los podrá localizar en [www.dgb.sep.gob.mx](http://www.dgb.sep.gob.mx)

- Lineamientos de Evaluación del Aprendizaje: <http://www.dgb.sep.gob.mx/portada/lineamientos-eval-aprendizaje.pdf>
- Curso Taller: "Manejo de Programas de Estudios del Bachillerato General": [http://www.dgb.sep.gob.mx/informacion\\_academica/curso\\_taller\\_mpebg.html](http://www.dgb.sep.gob.mx/informacion_academica/curso_taller_mpebg.html)
- "Compendio de Técnicas Grupales para el trabajo escolar con adolescentes":  
[http://www.dgb.sep.gob.mx/informacion\\_academica/materialdeapoyo/material\\_autoinstruccional\\_vol%202.pdf](http://www.dgb.sep.gob.mx/informacion_academica/materialdeapoyo/material_autoinstruccional_vol%202.pdf)
- "Consideraciones para el trabajo Colegiado en Academias": [http://www.dgb.sep.gob.mx/informacion\\_academica/materialdeapoyo/consideraciones\\_tca\\_riems\\_vf.pdf](http://www.dgb.sep.gob.mx/informacion_academica/materialdeapoyo/consideraciones_tca_riems_vf.pdf)

## MATEMÁTICAS II

### CRÉDITOS

Docentes disciplinares que participaron en la última revisión del programa de estudios:

**Felipe González González.**

Centro de Estudios de Bachillerato 6/1, Aguascalientes, Aguascalientes.

**Raquel Martínez Ortega**

Colegio de Bachilleres del Estado de Michoacán.

**Miguel Ángel Calderón Leal.**

Centro de Estudios de Bachillerato 6/5, Villa Unión Poanas, Durango.

Docente elaborador disciplinar:

Juan Manuel Osorio Fernández

Centro de Estudios de Bachillerato 4/2

Docente asesor disciplinar:

Marcelino del Ángel Rojas

Centro de Estudios de Bachillerato 6/9

DIRECTORIO

**CARLOS SANTOS ANCIRA**  
Director General del Bachillerato

**PEDRO ZEPEDA MARTÍNEZ**  
Director de Coordinación Académica

José María Rico no. 221, Colonia Del Valle, Delegación Benito Juárez. C.P. 03100

México D.F. Tel. (55) 3601-1000, Ext. 63273. [www.dgb.sep.gob.mx](http://www.dgb.sep.gob.mx)