

## UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO PROGRAMA DE POSGRADO DE CIENCIAS DE LA TIERRA CENTRO DE CIENCIAS DE LA ATMÓSFERA

Evolución de los perfiles de hidrometeoros para nubes calientes producto de los procesos de sedimentación y colisión coalescencia: comparación de un esquema microfísico de dos momentos con un modelo de microfísica explícita.

# Tesis

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE: MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA TIERRA

PRESENTA: LAINER FELIPE DONET VASCONCELLOS

TUTOR: LÉSTER AUGUSTO ALFONSO DÍAZ

PROGRAMA DE POSGRADO DE CIENCIAS DE LA TIERRA

## **MIEMBROS DEL COMITÉ TUTOR:**

Dr. Fernando García García (Centro de Ciencias de la Atmosfera, UNAM) Dra. Graciela Binimelis de Raga (Centro de Ciencias de la Atmosfera, UNAM) Dr. Ernesto Caetano Neto (Facultad de Geografía, UNAM) Dr. Oscar Augusto Peralta Rosales (Centro de Ciencias de la Atmosfera, UNAM)

Ciudad Universitaria, Cd. Mx enero,2017



Universidad Nacional Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

## DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

### Resumen

En este trabajo se realiza la implementación de un esquema parametrizado de dos momentos propuesto por Seifert y Beheng (2001). La parametrización de dos momentos utilizada es derivada a partir de la ecuación cinética de coalescencia, obteniéndose ecuaciones para las razones de cambio de los contenidos de agua líquida y concentraciones de los hidrometeoros en nubes calientes a partir de los procesos de auto-conversión, acreción y auto-colección. Estos procesos fueron formulados utilizando la aproximación polinomial para el kernel de colección (Long, 1974) y funciones universales para establecer relaciones de similitud.

El esquema microfísico parametrizado de dos momentos fue acoplado con una dinámica sencilla que permite calcular la evolución de los momentos de la distribución de gotas para los diferentes hidrometeoros a partir del proceso de sedimentación pura. Se evaluó el comportamiento de la parametrización de dos momentos para diferentes distribuciones de gotas; una con mayor concentración de gotas y menor radio medio de la distribución. También se implementó un modelo cero-dimensional de microfísica explícita desarrollado por Bott (1997) para la solución de la ecuación estocástica de colisión coalescencia. Este modelo fue usado como referencia para comparar con la parametrización de dos momentos. De la comparación con el modelo de microfísica explícita se pudo observar como la parametrización de dos momentos se adelanta en un minuto aproximadamente a la evolución de los momentos de la distribución.

## Abstract

On this work, we do an implementation of a parametrized scheme of two moments proposed by Seifert and Beheng (2001). The parameterization of two moments used is derived from stochastic collection equation, obtaining rate equations of the contents of liquid water and hydrometeor concentrations in warm clouds from the processes of auto-conversion, accretion and selfcollection. These processes were formulated using the polynomial approximation for the collection kernel (Long, 1974) and universal functions following from a fundamental similarity relationship.

The parametrized microphysical scheme of two moments was coupled with a simple dynamics model that allows see the evolution of drops distribution moments for the different hydrometeors from the pure sedimentation process. The behavior of the parameterization of two moments for different drop distributions was evaluated; the first distribution has higher drops concentration number and lower mean radius this will consider a "warm marine cloud"; second distribution has lower drops concentration number and higher mean radius simulating a "warm continental cloud". We also implemented a zero-dimensional explicit numerical scheme developed by Bott (1997) for solved the stochastic collection equation. This model was used as benchmark to compare with the parameterization of two moments. From the comparison with the explicit microphysical model we can see that the parameterization is anticipated to the evolution of the moments distribution in one minute.

## ÍNDICE

Resumen	i
Abstract	ii
Índice	iii
CAPÍTULO 1 Introducción	1
1 1 Parametrizaciones (de los procesos microfísicos) en nubes calientes	2
1.2 Enfoque parametrizado de los procesos microfísicos de formación de la precipitación en nubes calientes.	3
1 2 1 Los modelos de microfísica explícita	3
1.2.2 Modelos parametrizados de tipo bulk.	3
1.2.3 Modelos de parametrización híbrido.	4
1.3 Objetivos del trabajo	4
CAPÍTULO 2. El proceso de colisión-coalescencia y su parametrización en los modelos de nubes convectivas.	8
2.1. Introducción	8
2.1.1 Modelo continuo de colección.	10
2.1.2 Modelo cuasi-estocástico de colección	11
2.1.3 Modelo puramente estocástico de colección	12
2.2 Los procesos microfísicos de formación y desarrollo de la precipitación en nubes calientes y su implementación en modelos de nubes convectivas.	13
2.2.1 Esquema de microfísica explícita	19
2.2.2 Esquema de microfísica parametrizada de tipo bulk	21
2.3 Esquema de dos momentos de Seifert y Beheng para la parametrización del proceso de colisión coalescencia	24
2.3.1 Funciones universales	29
CAPÍTULO 3. Resultados y discusión	33

<b>3.1</b> Evaluación de las parametrizaciones de Seifert y Beheng (2001) de los procesos de colisión coalescencia.	33
<b>3.1.2 Estudio de sensibilidad del esquema de Seifert y Beheng (2001) para los casos marítimo y continental.</b>	35
3.2. Estudio de sedimentación pura de las parametrizaciones con velocidad de caída Milbrandt y Cowan (2010).	38
3.3 Sedimentación con microfísica parametrizada de los procesos de auto- conversión, acreción y auto-colección.	41
3.4 Comparación del esquema de dos momentos con un modelo de microfísica explícita.	43
CAPÍTULO 4. Conclusiones	48
Recomendaciones	49
Apéndice A. Algoritmo para calcular función gamma de masa en el logaritmo del radio de la distribución mediante funciones de densidad.	50
Bibliografía	51

## **Capítulo 1**

## 1. Introducción

Numerosos estudios han demostrado que las parametrizaciones de las nubes y la precipitación son componentes esenciales para obtener modelos precisos de predicción numérica del tiempo y para investigación en todas las escalas, incluyendo la escala de nube, de mesoescala, escala sinóptica, y la escala global del clima.

Los modelos numéricos pueden ayudar en un mejor entendimiento de las relaciones entre los procesos físicos y los mecanismos de precipitación. En los últimos tiempos la necesidad de mejorar la representación de la convección en los modelos de gran escala ha llevado a crear parametrizaciones generalizadas de la pequeña escala y de los procesos de mesoescala en el caso de los Modelos de Circulación General (MCG) (Grabowski y Smolarkiewicz, 1999; Grabowski, 2001; Khairoutdinov y Randall, 2001; Khairoutdinov et al., 2005; Grabowski, 2003, 2006; Tao et al., 2009a; Tao y Moncrieff, 2009).

Los modelos parametrizados representan una simplificación de la realidad, incluso son una simplificación de las ecuaciones físico-matemáticas que caracterizan los procesos microfísicos naturales. Esto introduce errores debido al grado en que se logran representar a los procesos. Estas parametrizaciones se vuelven necesaria debido a lo costoso en termino de tiempo de cálculo, memoria de almacenamiento y recurso de computo que se requieren para implementar las ecuaciones que representan más realísticamente los procesos naturales. Teniendo en cuanta que mucho de los modelos tienen como uno de sus objetivos principales el pronóstico del tiempo meteorológico para la toma de decisiones oportunas. Las parametrizaciones como recurso para la implementación de modelos adquieren mayor valor como herramienta para reducir el tiempo de cálculo.

Los métodos para el desarrollo de parametrizaciones en los Modelos de Mesoescala (MM) y los MCG se han discutido en varios estudios, por ejemplo: Arakawa, 2004; Yano et al, 2005, 2013.; Plant, 2010; De Rooy et al., 2013. De acuerdo con esta idea, las nubes se simulan explícitamente en alta resolución, un ejemplo es la implementación en los MCG de rejilla de dos dimensiones

para la resolución de estas parametrizaciones (Khain et al 2015). La tasa de convección por calentamiento, tasa de precipitación, y otros parámetros que caracterizan el efecto combinado de las nubes en procesos a gran escala se obtiene promediando horizontalmente sobre estas rejillas de dos dimensiones y luego se transfiere al MCG. De esta manera, la parametrización de la convección tradicional se sustituye por perfiles de calentamiento/enfriamiento calculadas explícitamente.

Como el título del trabajo sugiere solo se van a tratar los procesos microfísicos responsables de la formación de la precipitación en nubes caliente. Esto enmarca el trabajo a los procesos microfísicos de coagulación como son la auto-conversión, acreción y auto-colección responsables de la evolución del espectro de gotas en nubes calientes.

## 1.1 Parametrizaciones de los procesos microfísicos en nubes calientes

Los procesos que originan la "lluvia caliente" incluyen el desarrollo de la precipitación de lluvia sin la presencia de agua helada. Sin embargo, las nubes pueden tener ambos procesos, de lluvia caliente y los procesos de "lluvia fría" que ocurren simultáneamente, tanto en el mismo lugar o en diferentes lugares. Los conceptos de "lluvia caliente y fría" están relacionados a las temperaturas y el estado de agregación del agua cuando precipitan, además de los mecanismos que originan la precipitación. Siguiendo de cerca las ideas presentadas por Cotton y Anthes (1989), los procesos microfísicos que deben ser incluidos en una parametrización de "lluvia caliente" son los siguientes:

- La nucleación de gotitas de partículas de aerosol
- La condensación y evaporación de gotas de las nubes, así como las gotas de lluvia y llovizna
- El desarrollo de un espectro de gota de lluvia por la colección de otras especies de hidrometeoros en estado de agregación líquido.
- La fragmentación de las gotas de lluvia.
- La auto-colección.
- La sedimentación diferencial de las diversas especies de gotas.

El enfoque que se describe en este trabajo para la parametrización de los procesos microfísicos consiste en la separación del espectro de agua líquida en dos especies diferentes: gotas de nubes

y gotas de lluvia. Del mismo modo, Straka et al. (2009a) considera la categoría de llovizna entre las gotas de lluvia la categoría de gotas de nube.

# **1.2 Enfoque parametrizado de los procesos microfísicos de formación de la precipitación en nubes calientes.**

## 1.2.1 Los modelos de microfísica explícita.

Los modelos de microfísica explícita a menudo se consideran el tipo de parametrización más capaz de representar las evoluciones de las distribuciones de gotas en las nubes. Estos modelos se caracterizan por representar el espectro de gotas en pequeñas divisiones (conocidas en la literatura angloparlante como bins) para cada tamaño de gota. Para los tamaños de gotas las divisiones a menudo van a aumentar por 2,  $2^{1/2}$ ,  $2^{1/3}$  o  $2^{1/4}$  veces el tamaño de la división anterior de más de 36, 72, o 144 divisiones para los espectros (o cualquier número requerido para una solución convergente).

Los modelos de microfísica explícita también se pueden implementar para otras especies de hidrometeoros incluyendo cristales de hielo, cristales de nieve, nieve, granizo blando, graupel, agua sobre-enfriada y granizo con una separación similar entre las distintas divisiones. Algunos modelos también dividen en bins los aerosoles para realizar un seguimiento de la concentración de solutos. Un inconveniente de estos modelos es uso excesivamente grande de recursos de cálculo, excepto para los modelos bidimensionales de simetría axial. Como mínimo, la concentración debe predecirse con estos sistemas, aunque la razón de mezcla y la reflectividad también pueden calcular.

## **1.2.2** Modelos parametrizados de tipo bulk

Los modelos de microfísica parametrizada de tipo bulk son algunos de los esquemas más populares debido al reducido coste computacional en comparación con la mayoría de los modelos de microfísica explícita para su uso en modelos tridimensionales. Estas parametrizaciones microfísicas se basan en funciones de distribución como la distribución exponencial, gamma, y log-normal por nombrar unas pocas, para describir distribución por tamaños de cada especie de hidrometeoros. Estas distribuciones son normalizable e integrable sobre las distribuciones de tamaño completo de diámetro desde cero hasta el infinito, o distribuciones parciales (más comunes

con la distribución gamma). Típicamente, el contenido de agua líquida y la concentración de los hidrometeoros se predicen con estas parametrizaciones. En los esquemas de 3 momentos la reflectividad también se puede predecir, a partir de la misma se puede obtener una estimación del parámetro de forma de la distribución gamma como una función del tiempo.

Durante el período comprendido entre la década de 1970 hasta mediados de la década de 1980 por lo general los modelos solo predecían contenido de agua líquida. Con el mejoramiento de la potencia de las computadoras desde mediados de 1980, el número de especies pronosticadas y el número de momentos aumentó lentamente hasta el punto de que, en la actualidad, la mayoría de los modelos utilizan dos momentos y, finalmente, algunos utilizan tres momentos (Milbrandt y Yau 2005).

Los modelos parametrizados de tipo bulk y los modelos de microfísica explícita serán abordados en los capítulos siguientes porque son componente fundamental de la investigación realizada en este trabajo de tesis.

### 1.2.3 Modelos de parametrización híbrido.

Las parametrizaciones híbridas tienen muchas de las ventajas tanto de las parametrizaciones de tipo bulk como de los modelos de microfísica explícita. Con estos modelos se intenta capturar la "supuesta" exactitud de los modelos explícito en un modelo de microfísica parametrizada sin usar el almacenamiento que requiere un modelo de microfísica explícita En los modelos híbridos las funciones de distribución de la razón de mezcla y la concentración son fraccionadas y los cálculos y los cálculos son resueltos en un modelo explícito, luego el resultado se lleva nuevamente al modelo parametrizado de tipo bulk donde la razón de mezcla y la concentración son descrita por la función de distribución que fue utlizada en el paso de tiempo anterior.

## 1.3 Objetivos del trabajo

Como se puede apreciar existe una diferencia notable entre las parametrizaciones de tipo bulk y los esquemas de microfísica explícita. Estas diferencias tienen su principal impacto en la representación que generan de las variables que se desean pronosticar.

Para el estudio de los esquemas parametrizados existen dos enfoques. Estos enfoques están

relacionados con las formas en que se realiza la investigación. El primero es el enfoque "holístico" (Shipway and Hill 2011). Este tipo de trabajo se usa para investigar el impacto de una variedad de esquemas microfísicos, así como la importancia en relación con otros componentes en una simulación completa de un modelo de nube tridimensional. En este caso es difícil aislar los efectos de microfísica en presencia de otros eventos como la radiación y la dinámica. Por otra parte, es computacionalmente más costoso ejecutar este tipo de enfoques, así la ejecución de un gran número de pruebas de sensibilidad es más exigente.

Algunos investigadores han adoptado un enfoque "reduccionista" haciendo uso de marcos cinemáticos (por ejemplo, Clark, 1974; Petch et al., 1997; Morrison y Grabowski, 2007; Seifert, 2008; Seifert y Stevens, 2010). En un marco dinámico se prescribe el flujo, lo que permite el transporte y la sedimentación de partículas evitando al mismo tiempo la complejidad causada por la retroalimentación entre la dinámica y la microfísica. Aunque este método no incluye una representación precisa de la dinámica de la nube, las investigaciones que emplean un método de este tipo han demostrado ser muy útiles.

Clark (1974) utilizó un marco cinemático de unidimensional y bidimensional para probar una parametrización. Con estas pruebas pusieron en relieve la importancia de la resolución vertical cuando se determina la concentración del número de gotas de nube, que desde entonces ha demostrado ser importante en simulaciones de modelos de nubes tridimensionales (por ejemplo, Hillet al., 2009). Más recientemente, este tipo de enfoque reduccionista se ha explotado para comparar esquemas de microfísica explícita y microfísica parametrizada de tipo bulk (Morrison y Grabowski, 2007; Seifert y Stevens, 2010), para desarrollar y probar nuevas parametrizaciones de la fase fría de la nube (Morrison y Grabowski, 2008) e investigar la eficiencia de precipitación en cúmulos (Seifert y Stevens, 2010). Como el marco cinemático generalmente se ejecuta como un modelo unidimensional o bidimensional, múltiples simulaciones de sensibilidad son mucho más factible que en un modelo de nube tridimensional.

Por lo anteriormente expuesto el **Problema científico de la investigación** formulado por el trabajo es: ¿Cuán exacta es la parametrización de dos momentos de Seifert y Beheng (2001); cómo responde a diferentes concentraciones y radios medios iniciales de gotas y qué resultados podemos encontrar de la cuando se implementa esta parametrización en un esquema de sedimentación pura?

La **hipótesis** que nos plateamos es que mediante el un estudio reduccionista del esquema parametrizado de dos momentos se puede encontrar diferencias que nos aportaran un mejor entendimiento del mismo.

El campo de acción: Física de la atmósfera.

Vistos los elementos anteriores el **objeto** de estudio es el esquema de microfísica parametrizada de dos momentos.

Para alcanzar la solución propuesta al problema planteado, es necesario determinar los objetivos de este trabajo:

## **Objetivo fundamental:**

Implementación, evaluación y estudio de un esquema microfísico de 2 momentos a partir de su comparación con un esquema explícito.

Alcanzar el objetivo anterior, requiere del establecimiento y cumplimiento de los siguientes:

## **Objetivos específicos:**

- Implementar la parametrización de dos momentos utilizada; es la propuesta por Seifert y Beheng (2001).
- Acoplar el esquema microfísico a dinámica sencilla que permita calcular la evolución de los momentos de la distribución de hidrometeoros a partir del proceso de sedimentación.
- Realizar simulaciones con diferentes concentraciones y radios medos iniciales de gotas para examinar la respuesta de la parametrización dedos momentos.
- Utilizar un modelo de microfísica explícita como referencia para ver cuán exacta es la parametrización de dos momentos.

Esta tesis está estructurada en tres capítulos. El Capítulo 1 es la introducción de del trabajo, donde se exponen enfoque parametrizado de los procesos microfísicos de formación de la precipitación en nubes calientes y los objetivos de la investigación.

En el capítulo 2 se abordará el estado del arte de la modelación de los procesos de colisión

coalescencia. Se describen los principales enfoques que han implementado para la modelación de coagulación de gotas con el objetivo de enmarcar el estudio realizado. Luego, se describe el esquema parametrizado de Seifert y Beheng (2001); como se determinó dicho esquema y cada una de las particularidades como son las funciones universales y la necesidad de implementación de las mismas.

El capítulo 3 está dedicado los resultados y discusión de la tesis. Se realizan una evaluación del esquema microfísico comparando la evaluación del espectro a partir de los procesos de sedimentación y colisión-coalescencia, utilizando diferentes valores de concentración y radio medio inicial. EL modelo de referencia utilizado es un modelo de microfísica explícita.

## Capítulo 2

# El proceso de colisión-coalescencia y su parametrización en los modelos de nubes conectivas.

## 2.1 Introducción

La presencia de hielo no es siempre necesaria para de la formación de precipitación en las nubes. Las observaciones de radar son unas de las pruebas que han confirmado estas conclusiones (Pruppacher y Klett, 1997). En estos casos el espectro de gotas de agua se modifica y se forman pequeñas gotas de lluvia, estas gotas se deben producir por los procesos de colisión y coalescencia entre las gotas. Esto se refiere a menudo como el proceso de colección a veces inadecuadamente como el proceso de "lluvia caliente". Esta última designación es un tanto inadecuada, ya que el crecimiento por colección también se produce en nubes frías con temperaturas inferiores a 0 ° C (Braham, 1964).

En primer lugar, se produce la nucleación, seguido por el crecimiento de las gotas por condensación, y finalmente las gotas comienzan a crecer a tamaños lo suficientemente grande que la probabilidad de una colisión ya no es despreciable. Este tamaño parece encontrarse en radios de 41 µm (Straka, 2006). Hasta que las gotas crezcan a este tamaño por el proceso de condensación, o si hay condensación de gotas de nube sobre aerosoles ultragigantes; es posible que las gotas no crezcan rápidamente por el proceso de coalescencia, pero si se alcanza este tamaño el crecimiento por coalescencia o colección comienza a ser dominante.

El crecimiento por colección puede ser presentado como un problema relativamente sencillo dos cuerpos que interactúan entre si generando un crecimiento continuo complejo mediante un problema de colección estadística (Pruppacher y Klett, 1997; Straka, 2006). El modo elemental por el cual se unen hidrometeoros es por las diferentes velocidades de caída tal que las partículas de diferentes tamaños, densidades y formas pueden ser alcanzadas por otras partículas que caen a diferentes velocidades, lo que permite las colisiones que se produzca. Por otra parte, las fuerzas eléctricas pueden actuar si las partículas están cargadas diferencialmente, lo que puede mejorar la colección; o puede disminuir la colección si las partículas tienen el mismo signo de carga. Por último, aunque hay un gran debate en torno a este, las fuerzas turbulentas pueden jugar un papel

en la colección de las gotas. En general, los efectos gravitacionales que dan lugar a diferencias relativas entre las velocidades de caída de las partículas, dominan sobre los efectos eléctricos y turbulentos.

Cuando las partículas comienzan a chocar hay al menos dos factores que deben tenerse en cuenta. Estos son la probabilidad de que las gotitas choquen; y la probabilidad de que las colisiones se traduzcan en coalescencia (que las partículas se peguen entre sí). El producto de estas dos probabilidades se denomina la eficiencia de colección.

Cuando dos gotas chocan, los resultados posibles son los siguientes: en primer lugar, cuando las partículas colisionan pueden confluir. En segundo lugar, las partículas pueden chocar y rebotar. En tercer lugar, las partículas pueden unirse y luego se separan con tamaños originales conservados. En cuarto lugar, las partículas se funden y luego se separan con el resultado de diferentes tamaños y, posiblemente, pueden producir gotas adicionales.

Las variables importantes en el crecimiento por colección incluyen; el tamaño de las partículas involucradas; las velocidades de caída de las partículas; la trayectoria que siguen; el número de colisiones; el número de colisiones que producen coalescencia (colecciones); efectos eléctricos; y los efectos turbulentos. Por último, es importante entender que el crecimiento de colisión tiene varios nombres, incluyendo el crecimiento por acreción, el crecimiento por coalescencia y el crecimiento por agregación.

Una opinión generalizada en la microfísica de las nubes es que hay dos modelos que se pueden utilizar para describir matemáticamente el crecimiento de gotas de nube por coalescencia, el modelo continuo y el modelo estocástico. El modelo continuo es más simple, pero produce una velocidad uniforme relativamente lenta del crecimiento de las gotas de agua que no es característica de las nubes reales. El modelo más sofisticado es el modelo estocástico que predice un crecimiento no uniforme de las gotas de nube con una formación más rápida de unas cuantas gotas de agua de mayor tamaño, con resultados más acorde con las observaciones de acuerdo con las observaciones (Mason, 1971; Gillespie, 1974).

El modelo continuo utiliza el número de gotas de masa *m* que pueden ser colectadas en un instante de tiempo t, y el caso del modelo estocástico puede dividirse en dos sub grupo el modelo cuasi-

estocástico que asume una fracción de gotas de masa m que pueden ser colectadas en un instante de tiempo t y el modelo puramente estocástico que usa la probabilidad de que cualquier gota de masa m pueda ser colectada en un instante de tiempo t fig. 2.1. Esto modelos serán brevemente descritos a continuación.

#### 2.1.1 Modelo continuo de Colección.

En el modelo continuo de crecimiento todas las gotas comienzan con tiempo t = 0 con la misma masa  $m_0$ . Todas las gotas con masa  $m_0$  crecen con la misma tasa de crecimiento. Por lo tanto, el estado de las gotas de masa m puede ser descrito por M(t) que es igual a la masa de cuanquier gota en cualquier instante de tiempo. La ecuación de crecimiento continuo de gotas de agua puede ser descrita como (Gillespie, 1975):



Figura. 2.1 Modelos de crecimientos de gotas(Gillespie, 1975).

$$\frac{dM(t)}{dt} = \varepsilon AN'; \tag{2.1}$$

Donde  $\varepsilon$  es el tamaño de las gotas colectadas. Integrando en el tiempo con la condición inicial de  $M(0) = m_0$ obtenemos:

$$\int_{M}^{M'(t)} \frac{dM(t)}{dt} dt = \int_{t=0}^{t} \varepsilon AN' dt, \qquad (2.1.2)$$

Obteniendo finalmente:

$$M(t) = m_0 + \varepsilon A N' t; \qquad (2.1.3)$$

Este método requiere que todas las gotas de  $m_0$  colecten determinado número de gotas continuamente de masa  $\varepsilon$  en un intervalo de tiempo dt. Excepto para gotas realmente grandes, el modelo de crecimiento continuo tiene una naturaleza restrictiva debido a que se requiere que todas las gotas de una masa determinada crezcan a la misma tasa de crecimiento continuo y esta condición es poco realista.

#### 2.1.2 Modelo cuasi-estocástico de colección

Cuando se usa un modelo cuasi estocástico, como se argumentó anteriormente solo una fracción de gotas de masa  $m_0$  serán colectadas por gotas de masa  $\varepsilon$  en un instante de tiempo dt. Esto se justifica a través del hecho que hay posiciones aleatorias de gotas  $m_0$  y gotas m, por tanto, algunas colectarán una o más goticas, mientras que otras no colectarán ninguna. Esto significa que ninguna gota crecerán con la misma tasa de crecimiento al mismo tiempo (Straka, 2009; Pruppacher y Klett, 1997 y Gillespie, 1975). El modelo cuasi-estocástico se puede expresar como N(m, t) que se define como la fracción de gotas con masa  $m_0$  que crecen en el instante de tiempo t colectando gotas de masa  $\varepsilon$ :

$$m(t) = m_0, m_0 + \varepsilon, m_0 + 2\varepsilon ...;$$
 (2.1.4)

Nótese que se requiere describir las gotas en términos de tamaño discreto, en lugar de convertirse en gotas de tamaños aleatorios como si se hace en el modelo estocástico que se verá en el siguiente epígrafe.

En el tiempo (t, t + dt) se tiene que la fracción de gotas  $m - \varepsilon$ , esta fracción será colectada por gotas de masa m y la fracción de gotas de masa m será colectada por las gotas que alcancen una masa  $m + \varepsilon$ . De acuerdo a lo expresado por (Gillespie, 1975; Straka, 2009), el incremento neto en el número de gotas de masa en un intervalo de tiempo (t, t + dt) puede ser escrito como:

$$\frac{\partial N(m,t)}{\partial t} = AN'[N(m-\varepsilon,t) - N(m,t)], \qquad (2.1.5)$$

Telford (1955) fue el primero en examinar este modelo como se presenta en Gillespie (1972, 1975) y Pruppacher y Klett (1997). 2.1.5 es un sistema de ecuaciones diferenciales lineales de primer orden, y se puede resolver con las condiciones iniciales,

$$N(m,0) = \begin{cases} N', & para \ m = m_0 \\ 0, & para \ m \neq m_0 \end{cases}.$$
 (2.1.6)

La ecuación 2.1.5 es la que Gillespie (1975) escogió como ecuación cuasi-estocástica y es válida para el modelo de nube descrito por él.

Pruppacher y Klett (1997) sugirieron que el modelo cuasi-estocástico también es demasiado restrictivo. Debido a que algunas gotas de masa m recogerán las gotitas de masa  $m_0$  o gotitas de menor masa más rápidamente.

### 2.1.3 Modelo puramente estocástico de colección

Como se ha observado por Gillespie (1975); Pruppacher y Klett (1997) y Straka(2009) la ecuación colección cuasi-estocástico es demasiado restrictiva, ya que tiene el requisito de que todas las gotas de masa *m* colecten otras gotas generando un tamaño de gota definida en una nube idealizada . No hay fluctuación en el número de gotas colectadas por una gota como habría en la atmósfera real. Sin embargo, en un modelo puramente-estocástico, se permiten tales fluctuaciones en el proceso de colección. Como resultado, ya no es un número para asociar con el número de gotas colectadas por una gota en cualquier tiempo *t*. Sin embargo, es posible predecir la probabilidad de encontrar un número dado de gotas de masa *m* de un tamaño particular en el tiempo *t* con el modelo puramente estocástico. Con lo anteriormente señalado, el modelo puramente estocástico se define a partir de: "*P*(*n*, *m*, *t*)  $\equiv$  *probabilidad de que existan n gotas de masa m en el tiempo t*" donde *n* = 0,1,2,3, .... y *m* = *m*<sub>0</sub>, *m*<sub>0</sub> +  $\varepsilon$ , *m*<sub>0</sub> + 2 $\varepsilon$  ... También se requiere considerar la probabilidad *P*(*k*, *t*) de que cualquier gota pueda colectar *k* gotas y goticas en un tiempo *t*. Gillespie (1975) usaran una distribución común de Poisson de la forma:

$$\Pi(k,t) = \frac{(AN't)^k e^{(AN't)}}{k!}.$$
(2.1.7)

Esto se deriva partiendo de la definición de la nube de modelada probabilísticamente AN'dt, que es la probabilidad que una gota pueda colectar por otra gota o gotitas en el tiempo dt (Gillespie 1975). Para k = 0,

$$\frac{\Pi(0,t+dt)}{\Pi(0,t)} = -AN'dt,$$
(2.1.8)

Integrando usando la condición inicial,  $\Pi(0,0) = 1$ :

$$\Pi(0,t) = e^{-AN't}, \tag{2.1.8}$$

Por lo tanto, para cualquier  $k \ge 1$  hay una probabilidad de que una gota colectará k gotas o gotitas en el tiempo (0, t) que se calcula de la forma:

$$\Pi(\mathbf{k}, \mathbf{t}) = \int_0^t \Pi(\mathbf{k} - 1, \mathbf{t}') \, \Pi(\mathbf{k}, \mathbf{t} - \mathbf{t}') \quad AN' dt, \qquad (2.1.9)$$

Gillespie (1975) interpreta (2.1.9) como el producto de la probabilidad de que la gota pueda colectar k - 1 gotas en (0, t') por la probabilidad que la gota pueda colectar una o más gotas en determinado instante de tiempo t a t'; multiplicado por la probabilidad de que una gota no colecte gotas en (t, t').

## 2.2 Los procesos microfísicos de formación y desarrollo de la precipitación en nubes calientes y su implementación en modelos de nubes convectivas.

El aumento rápido y continuo de las capacidades de cómputo ha hecho que sea factible realizar cálculos con una resolución de nube en escala continental, así como predicciones numéricas del tiempo cada vez más exactas. Las simulaciones explícitas de nubes permiten manejar de forma más consistente y sin parametrización todos los elementos de los procesos asociados con las nubes, incluyendo la termodinámica y la radiación, así como los procesos microfísicos conducen a la formación de precipitación. La simulación explícita de las nubes (con una microfísica apropiada) en modelos de gran escala conducirá a importantes mejoras en las predicciones

realizadas por los modelos numéricos de escala sinóptica, mesoescala y globales.

En los modelos de escala de nube, la convección se sustituye por esquemas que describen la evolución de las nubes, es decir, por los esquemas de microfísica. Desde el primer momento, el desarrollo de esquemas de microfísica ha ido en dos direcciones distintas: Parametrizaciones Microfísicas de tipo Bulk (PMB) (la terminología bulk es originaria de la literatura angloparlante y se refiere a las consideraciones que se realiza con determinadas categorías en la que se divide el espectro de gotas en una nube); la otra dirección en las que se ha encaminado no es más que los Modelos de Microfísica Explícita (MME). A pesar del hecho de que en ambos casos son los mismos procesos microfísicos descritos y tienen salidas similares (contenido o razón de agua de nubes y de lluvia, contenido de hielo en las nubes, las tasas de precipitación, etc.), los dos enfoques presentan divergencias notables.

Los esquemas PMB tienen como objetivo reemplazar los esquemas tradicionales para parametrización de la convección en los modelos de mesoescala y de gran escala. Los esquemas PMB representan las propiedades más generales microfísica de las nubes utilizando una descripción semiempírica de la función de distribución del tamaño de partícula f(m) (en lo sucesivo FDP) (m es la masa de partículas). De acuerdo con ello, este enfoque se supone que es computacionalmente eficiente. Kessler, (1969) fue el pionero en este tipo de esquema y desarrolló el primer esquema parametrizado que permite la reproducción de la microfísica de las de las nubes en los modelos numéricos.

La eficiencia computacional de los esquemas PBM radica en el hecho de que modelan no la evolución de la FDP para diferentes tipos de hidrometeoros (por ejemplo, gotas de nube, gotas de lluvia, cristales de hielo, agregados, etc.), sino la de los momentos de la FDP. El momento de orden k-ésimo de la PSD se define como  $M^k = \int_0^\infty m^k f(m) dm$  donde k tiene valores que pertenecen al conjunto de los números naturales. Los esquemas que usan un solo momento son esquemas que representan el contenido de masa para las variables y k = 1, mientras los esquemas de dos momentos representan la concentración del hidrometeoro, con k = 0 y el contenido del hidrometeoro cuando k = 1. También existen esquema de tres momentos y es cuando la k = 2 permiten calcular el contenido de agua líquida, la concentración y la reflectividad de radar. El sistema de ecuaciones para los momentos de la FDP no está cerrado, ya que las ecuaciones para

el k-ésimo momento M(k) incluyen términos con un momento de orden superior  $M^{k+1}$  (Seifert and Beheng, 2001). El problema de cierre se evita mediante la representación de FDP en forma de funciones matemáticas específicas que se determinan por completo por sólo unos pocos parámetros. Una distribución gamma de cuatro parámetros se utiliza normalmente como la función maestra.

El esquema PMB propuesta por Kessler, 1969 describe los procesos microfísicos para nubes calientes. Mientras que trabajos como: Lin et al, 1983 y Rutledge y Hobbs , 1984, las PMB han descrito los procesos tanto para la parte caliente de la nube, como para la parte sobre enfriada y de hielo. Un gran número de esquemas de PMB desarrollados desde entonces se han utilizado en diferentes modelos de mesoescala con resoluciones espaciales de varios kilómetros. Los modelos de mesoescala actuales permiten a sus usuarios elegir el esquema más apropiado de PMB. Los esquemas PMB también se han implementado en forma simplificada en los modelos climáticos (Boucher y Lohmann, 1995; Lohmann y Feichter, 1997; Gan et al., 2001).

A pesar de la variedad componentes de esquemas de PMB, todos ellos comparten una suposición básica acerca de la forma de la FDP. En cualquier esquema de PMB, incluso en aquellos que contienen más de 10 tipos de hidrometeoros, las FDPs de partículas que describen a cada tipo hidrometeoros son aproximados por distribuciones exponencial o gamma y también son usadas menos frecuentemente funciones logarítmicas normales.

Los MME son el segundo enfoque principal a la descripción de los procesos de microfísico. Los MME también se conocen como modelos microfísicos de tipo bin. El enfoque MME tiene como objetivo simular con la mayor precisión posible los procesos microfísicos en de nubes de diferentes tipos. Es fundamental para la microfísica de tipo bin el cálculo del FPD mediante la resolución de ecuaciones microfísicos explícitas. Por lo tanto, no se requiere o se asume ninguna información a priori acerca de la forma de la FDP. En su lugar, las FDP se calculan, por ejemplo, en una rejilla de masa de diferencias finitas que contiene de varias decenas a varios cientos de secciones o bin. Cabe destacar que los modelos contemporáneos difieren sustancialmente de las primeras generaciones de los esquemas (Clark, 1973; Takahashi, 1976; Kogan et al., 1984; Young, 1975). Los esquemas anteriores y posteriores difieren notablemente con respecto al grado de detalle en sus respectivas descripciones de procesos microfísicos. En paralelo a la mejora de

la representación de los procesos microfísicos, una serie de MME se han aplicado con éxito y se usa en modelos de nube y modelos de mesoescala para la simulación de una amplia gama de fenómenos meteorológicos.

Las ecuaciones utilizadas en la microfísica de tipo bin no están supeditados a determinadas situaciones meteorológicas. Por lo tanto, la ventaja de los MME es su universalidad; es decir, el mismo esquema se puede utilizar sin ningún tipo de modificación para simulaciones de distintos fenómenos atmosféricos que van desde las nubes estratiformes del Ártico a los ciclones tropicales. En contraste con esto, los esquemas parametrizados, deben ser elegido sobre la base del sistema de nubes que se está simulando.

El número de ecuaciones a resolver en los esquemas de MME es proporcional al rango de tamaños y el número de hidrometeoros (incluyendo aerosoles). Por lo general, Los MME tiene alrededor de 200-300 variables pronosticadas, mientras que los esquemas PMB tienen 6-18 variables. Por lo tanto, los requisitos computacionales en estos esquemas son sustancialmente más altos que en los esquemas de PMB. Por consiguiente, el enfoque de los MME requiere ~ 5 a 20 veces más tiempo en la computadora que los esquemas de PMB.

Existe un tercer enfoque, "intermedio" para representar los procesos de microfísica de nubes: esquemas híbridos que combinan MME y PMB. En vista de la necesidad de una descripción muy precisa de la formación de gotas y el crecimiento y comparativamente grandes incertidumbres en los procesos relacionados con la formación de hielo, Onishi y Takahashi (2011) desarrollaron un esquema en el que se describen los procesos microfísicos de nubes calientes utilizando el enfoque de MME, mientras que los procesos relacionados a la formación de hielo y la evolución se describen mediante PMB.

Además de los MME, existe otro enfoque que apunta a la investigación detallada de la formación de las distribuciones de tamaño de gota en los flujos turbulentos. En este enfoque, el movimiento de un gran número de gotitas individuales se calcula dentro de un campo de flujo generado en las simulaciones turbulentas. Tales modelos, a veces referido como Modelos de Nube Lagrangiano (MNL), han sido desarrollados por Andrejczuk et al. (2009, 2010), Shima et al. (2009), y Riechelmann et al. (2012). Para evitar el problema de manejar un número

extremadamente grande de gotas individuales, se introdujo el concepto de "supergotas" (Shima et al., 2009). Este concepto se conoce como el Método de Super Gotas (MSG). Cada supergota representa un gran número de gotas reales, iguales en tamaño y ubicación. En este sentido, el concepto de supergota corresponde a las gotitas que pertenecen al mismo tamaño de masas en MME. La mezcla turbulenta en este tipo de modelos se trata de forma explícita, sin ninguna parametrización. La precisión de la representación de este proceso depende de la capacidad del modelo de simulación turbulenta correspondiente para reproducir adecuadamente la estructura turbulenta de la atmósfera. Este enfoque se encuentra todavía en la etapa de desarrollo, y se requieren más esfuerzos para tener debidamente en cuenta los procesos relacionados con las colisiones, la nucleación de gotitas, y la formación de gotas de agua. Además, la representación de los procesos de hielo utilizando estos esquemas aún no sido abordado.

Las emulaciones de los esquemas de microfísica explícita representan otro ejemplo de un enfoque híbrido. Este enfoque se utiliza en la Universidad del Estado de Colorado con el Sistema de Modelo Regional Atmosférico (RAMS por sus siglas en inglés) (Meyers et al., 1997; Cotton et al., 2003; Saleeby y Cotton, 2004, 2008; van den Heever y Cotton, 2004, 2007; Carrió et al., 2007; van den Heever et al, 2006., 2011; Seigel y van den Heever, 2012; Igel et al, 2013.; Saleeby y Van den Heever, 2013). En este enfoque, las razones de cambio de los diversos procesos microfísicos se calculan mediante un modelo parametrizados de Lagrange con MME para una amplia gama de condiciones atmosféricas. Ejemplos de tales modelos se presentan en los estudios realizados por Heymsfield y Sabin, 1989 y Feingold y Heymsfield, 1992. Los resultados de los cálculos del modelo parametrizados se desarrollan para cada uno de los procesos microfísicos (por ejemplo, de colisión y sedimentación) se incluirán en las tablas de búsqueda incorporadas dentro del módulo de microfísica parametrizada del modelo de 3-D RAMS en el que se utilizan distribuciones gamma como función de maestra. Los resultados de los modelos microfísica explicita son totalmente accesible para el modelo dentro de simulaciones de resolución de la nube. De esta manera, la sofisticación de los sistemas de microfísica explícita se explota, mientras que una relativamente alta eficiencia computacional se mantiene.

Una de las primeras aplicaciones de los MME fue el estudio de la posible mejora de la precipitación y la supresión del granizo a partir de la siembre de nubes con aerosoles higroscópicos o de formación de hielo (Khvorostyanov et al., 1989; Reisin et al, 1996c.; Yin et

al., 2000). Por lo tanto, teniendo en cuenta los efectos de los aerosoles en la microfísica de las nubes ha sido un rasgo característico de la microfísica desde el inicio de los esquemas de tipo bin.

Las parametrizaciones de tipo bulk; enfoques de microfísica explícita y las parametrizaciones combinadas o mixtas son todas las contribuciones fundamentales para la modelización atmosférica. Los investigadores tienen grandes esperanzas en los modelos de resolución de la nube con las descripciones de procesos avanzados microfísicos para resolver los problemas del cambio climático, así como el cambio de régimen precipitación local y global. Uno de los principales problemas de interés es el efecto de la emisión antropogénica de grandes masas de aerosoles en la atmósfera. En las últimas dos décadas, un gran número de estudios observacionales y numéricos se han dedicado a la cuantificación de los efectos de los aerosoles en la radiación, precipitación y otras características atmosféricas en una amplia gama de escalas, desde la de una sola nube hasta la escala global (Khain et al., 2005; van den Heever et al., 2006; Levin y Cotton 2007; Rosenfeld et al., 2008; Khain, 2009; van den Heever et al., 2011; Tao et al, 2007, 2012.; Fan et al., 2013). Los aerosoles afectan microfísica de las nubes a través de su influencia sobre la concentración del número de partículas de nubes y tamaño. Los esquemas de PMB de dos momentos son capaces de tener en cuenta el efecto de una disminución en el tamaño de las gotitas con un aumento en la concentración de aerosol. Muchos estudios ponen de relieve las ventajas de los esquemas de PMB de dos momentos en comparación con los sistemas de un solo momento, así como las ventajas de los esquemas de tres momentos, en comparación con los esquemas de dos momentos.

A veces, es difícil elegir entre los diferentes enfoques microfísicos. Las ventajas y desventajas relativas de cada uno deben ser cuidadosamente evaluados para las simulaciones a corto y largo plazo (Tao et al., 2009a, 2009b). Es fundamental identificar con antelación las deficiencias de la representación de cada proceso microfísico para intentar mejorar un algoritmo dado. Sin embargo, algunos defectos de los esquemas microfísicos son una parte integral del diseño y por tanto son muy resistentes a la mejora.

## 2.2.1 Esquemas de parametrización del proceso de colisión-coalescencia

Como se mencionó en este capítulo la colisión de las gotas es uno de los procesos más importantes

para generar precipitación. Es este epígrafe se abordará las particularidades de los dos esquemas de modelación explícito y parametrizado de tipo bulk con un enfoque más descriptivo de cada uno de estos esquemas.

#### 2.2.2 Esquema de microfísica explícita

La evolución de la distribución por tamaño de gotas f(m), por colisión de gotas liquidas mientras de desprecia el rompimiento de gotas o breakup se describe por la ecuación estocástica de coalescencia (Pruppacher and Klett 1997, Ramkrishna, 2000)

$$\frac{df(m,t)}{dt} = \int_0^{m/2} f(m')f(m-m')K(m-m',m)dm - \int_0^\infty f(m)f(m')K(m,m)dm, \qquad (2.2.1)$$

La primera integral de la parte derecha de la ecuación 2.2.1 se conoce como la integral de ganancia que describe la tasa de generación de gotas con masa m por coalescencia de gotas con masa m' y m-m'. la segunda integral es la integral de perdida con la que se describe la disminución en la concentración de gotas con masa m. El kernel gravitacional de colección es:

$$K_g(m_1, m_2) = \frac{\pi}{4} (D_1 + D_2)^2 E(m_1, m_2) |V_{t1} - V_{t2}|, \qquad (2.2.2)$$

Donde  $E(m_1, m_2)$  es la eficiencia de colección entre las gotas de masa  $m_1$  y  $m_2$ ;  $V_{t1}$  y  $V_{t2}$  son las velocidades terminales de caída y  $D_1$  y  $D_2$  son los diámetros de las gotas de masa  $m_1$  y  $m_2$  respectivamente. En todos los esquemas de microfísica explícita las colisiones son calculadas resolviendo la ecuación 2.2.1. El kernel de colección  $K_g(m_1, m_2)$  depende de la masa de las gotas colectoras (que toma en cuenta automáticamente los efectos de la forma de la gota). El kernel de la colisión en el caso de colisiones gravitacionales aumenta con la altura. Este aumento en el kernel es causado por un aumento de la diferencia en las velocidades terminales de la caída que se producen con una disminución de la densidad del aire. Pinsky et al., 2001 demostró que un aumento en la diferencia en las velocidades de caída también conduce a un aumento de la eficacia de colisión. Como resultado, para algunos pares de gotitas, el núcleo de colisión a la altura de 5-6 km es dos veces tan grande como que en la superficie.

Las nubes suelen estar en zonas con turbulencia. En los flujos turbulentos, el kernel de colisión

aumenta en relación con la intensidad d la turbulencia y la inercia de las gotas. En las nubes convectivas profundas el kernel de colisión para algunas goticas puede aumentar 5 a 10 veces (Ayala et al., 2008; Pinsky et al.,2008b; Devenish et al., 2012). Benmosche et al 2012 simuló la evolución de nubes convectivas donde la colisión fuera calculada usando un kernel de colisión  $K_{turb}(m_1, m_2, \varepsilon, Re_{\lambda}) = K_g(m_1, m_2) \cdot P_{kern}(m_1, m_2, \varepsilon, Re_{\lambda}) \cdot P_{clust}(m_1, m_2, \varepsilon, Re_{\lambda})$ , donde  $\varepsilon$  y  $Re_{\lambda}$  son la tasa de disipación y el número de Reynolds para la micro escala de Taylor respectivamente;  $P_{kern}$  y  $P_{clust}$  son los factores de mejora de colisión relacionados con los efectos de la turbulencia sobre la interacción hidrodinámica entre las gotitas y en la agrupación de las gotas, respectivamente. Los valores de  $\varepsilon$  y  $Re_{\lambda}$  se calcula en cada paso de tiempo y en cada punto de la cuadrícula espacial. Entonces los valores de  $P_{kern}$  y  $P_{clust}$  se calculan utilizando las tablas de búsqueda presentados por Pinsky et al., 2008b.

Hay varios métodos para resolver la ecuación estocástica de coalescencia (Khain et al., 2000; Straka, 2009)

El método de Bott, 1987 (que se utiliza en este trabajo), así como las aplicadas en el modelo microfísico de los momentos (Tzivion et al., 1987; Wang et al, 2007) son exactos y de acuerdo con las soluciones analíticas conocidas (Golovin, 1963; Feingold et al., 1988). Dado que la ecuación 2.2.1 se resuelve de forma explícita para todo el espectro de gota sin separarlo en gotas de nube y gotas de lluvia, no surgen los problemas de autoconversión, acreción, y otros procesos relacionados con la conversión de gota de nube a gota de lluvia.

### 2.2.3 Esquemas de microfísica parametrizada de tipo bulk

Normalmente para distinguir los siguientes tipos de colisiones entre las de gotas de nube y gotas de lluvia es aceptado definir procesos como: auto-colección (Auc) este procesos microfísico denota las colisiones de las gotas que pertenecen al mismo tipo de hidrometeoros, autoconversión (Au) es el proceso de colisiones de dos gotas de las nubes que resulta en la formación de las gotas de lluvia, y la acreción (Ac) es el proceso de colisiones entre gotas de lluvia y gotas de nube que conducen al crecimiento de las gotas de lluvia Fig 2.2.3.



Figura 2.2.3 Esquema de los procesos de colisión coalescencia en la nube.

Utilizando la ecuación (2.2.1), se puede derivar expresiones para los momentos de la distribución de tamaño de partícula que describen los tipos de los correspondientes procesos microfísicos (Beheng de 2010):

$$\frac{\partial M^{(k)}}{\partial t}_{au} = \int_{m'=0}^{m^*} \int_{m=m^*-m'}^{m^*} f(m')f(m^*)K(m',m^*)(m')^k dm^* dm'$$
(2.2.3)

$$\frac{\partial M^{(k)}}{\partial t}_{ac} = -\int_{m'=0}^{m^*} \int_{m=m^*}^{\infty} f(m')f(m^*)K(m',m^*)(m')^k dm^* dm'$$
(2.2.4)

$$\frac{\partial M^{(k)}}{\partial t}_{sc} = \frac{1}{2} \int_{m'=0}^{m^*} \int_{m=0}^{m^*-m'} f(m') f(m^*) K(m',m^*) [(m'+m^*)^k - 2(m^*)^2] dm^* dm'$$
(2.2.5)

Las ecuaciones (2.2.3) y (2.2.4) representan las integrales de pérdida en las ecuaciones de colisión

estocásticos escritas para los momentos correspondientes de gotas de nube y gotas de lluvia, mientras que la ecuación (2.2.5) representa la ganancia integral que muestra la tasa de producción de las gotas de lluvia.

Kessler,1969 propuso la primera parametrización empírico del proceso de autoconversión. Esto fue utilizado posteriormente en un gran número de esquemas parametrizados de tipo bulk. Según Kessler, 1969, la tasa de producción en masa de lluvia debido a las colisiones de gotitas es proporcional a la tasa de mezcla de las gotas de nube o al contenido de agua de nube.

$$\left(\frac{\partial M^{(1)}}{\partial t}\right) = \frac{\partial Q_r}{\partial t} = \begin{cases} k(Q_c - Q_{cr}), & Q_c > Q_{cr}, \\ 0 \end{cases}$$
(2.2.6)

En la ecuación (2.2.6)  $Q_c$  y  $Q_{cr}$ el contenido de de agua de nube y agua de lluvia respectivamente, k y  $Q_{cr}$  son parámetros del modelo que son calibrados para la simulación de formación de lluvia en diferentes nubes. El valor umbral de  $Q_{cr}$  usualmente es escogido igual a valores de 0.5 a 1  $gcm^{-3}$ ;  $k = 10^{-3}s^{-1}$  (Straka, 2009).

A pesar de que esta fórmula no tiene en cuenta la forma de la distribución del tamaño de gota, es ampliamente utilizado en los esquemas de parametrización de tipo bulk (Lin et al., 1983; Reisner et al., 1998). La ecuación (2.2.6) predice tasas de producción de gota de agua similares cuando las razones de mezcla y el contenido de agua de nube de son las mismas, incluso si se supone diferentes distribuciones por tamaños para las gotas. Al mismo tiempo, como se ha demostrado en muchos estudios, la producción de lluvia depende de manera espectacular en los parámetros de la distribución del tamaño de las gotas, incluso bajo el mismo contenido de agua de nube. Por ejemplo, cuando la concentración de aerosol es alta, las gotas de nube son pequeñas, pero el contenido de agua de nube también es alto. En este caso, la producción de lluvia debe ser baja a pesar de las altas concentraciones de agua de nube porque las colisiones entre las gotitas pequeñas son ineficientes y porque se requiere un muy alto número de colisiones para formar una gota de lluvia. Para parametrizar los efectos de los aerosoles al utilizar la ecuación (2.2.6), es necesaria la aplicación de altos valores de Qcr para las nubes contaminadas y valores bajos de Qcr de nubes en desarrollo en un ambiente prístino. Al mismo tiempo, la expresión lineal (2.2.6) no guarda ninguna relación con la solución no lineal de la ecuación estocástica de coalescencia (2.2.1). Específicamente, este esquema hace la suposición errónea de que la eficiencia de colección fijado

es independiente del tamaño de la gota. Varios esquemas de tipo Kessler se han desarrollado para mejorar la parametrización inicial Kessler. Por ejemplo, Liu et al. 2006 propusieron una ecuación generalizada (2.2.6) para tener en cuenta de forma explícita la concentración de gotas y la dispersión relativa de la distribución de gotas de nube.

En la mayoría de los esquemas de parametrización de tipo bulk de dos momentos, la tasa de autoconversión se calcula utilizando expresiones basadas en el trabajo de Berry y Reinhardt, (1974b). Estos investigadores derivaron su parametrización mediante el análisis de los resultados de un número limitado de soluciones numéricas de la ecuación (2.2.1) utilizando la eficiencia de colisión presentados por Hocking y Jonas, (1970), que no se consideran muy precisas. Los valores de las eficiencias de colisión calculados en el estudio difieren significativamente de los reportados por Pinsky et al., (2001) y Wang et al., (2005). Además, el rango de condiciones utilizadas por Berry y Reinhardt, (1974b) era bastante estrecho. De hecho, se tomaron la distribución de tamaño de gotas inicial en la forma de la distribución gamma, el radio de volumen medio inicial se varió de 10  $\mu$ m a 18 $\mu$ m, y el contenido de agua líquida en la nube fue tomada igual a 1  $gcm^{-3}$ . Durante las simulaciones, se determinó el tiempo  $\Delta t(au)$  durante el cual el radio de la gota media alcanza 50  $\mu$ m. La razón de autoconversión se determinó como la relación de la masa de agua de lluvia para un  $\Delta t(au)$ . Como subraya Beheng y Doms, (1998), la relación autoconversión Berry y Reinhardt, (1974b) no discrimina entre autoconversión y acreción.

Dado que la parametrización se basa en relativamente pocas simulaciones que se realizaron usando un único valor del contenido de agua líquida de nube, Berry y Reinhardt,1974b hicieron hincapié en que la extrapolación de sus resultados a otros casos se debe hacer con cuidado. Esto dio lugar al desarrollo de más de 10 parametrizaciones parecidas a las de Berry y Reinhardt (Gilmore y Straka, 2008). Estas parametrizaciones difieren en cuanto a sus suposiciones con respecto a la forma inicial de la distribución del tamaño de las gotas y en el uso de diferentes definiciones de la escala de tiempo característica de la formación de las primeras gotas de lluvia (Cohard y Pinty, 2000; Milbrandt y Yau, 2005a, 2005b). La mayoría de las fórmulas para autoconversión difieren en varios ordenes de magnitud a las tasas predichas por estas fórmulas (Gilmore y Straka, 2008). Estas grandes diferencias entre las predicciones se pueden atribuir a la naturaleza altamente no lineal de la ecuación estocástica de coalescencia, donde las tasas dependen de la forma de la distribución del tamaño de las gotas, su evolución en el tiempo, y el

contenido de agua líquida.

Seifert y Beheng 2001 han desarrollado un esquema que trata a la producción de las gotas de lluvia en instantes de tiempo posteriores, cuando diámetro de la gota de agua es superior a ~ 80 micras. Para tener en cuenta la evolución en el tiempo del proceso de autoconversión durante un evento típico de la lluvia, así como a utilizar un núcleo de colisión más realista, estos investigadores introdujeron "funciones universales" que varían con la fracción de masa de la gota de lluvia dentro del contenido de agua líquida total. Las funciones universales se obtuvieron por comparación con la solución exacta de la ecuación estocástica de coalescencia cuando se utiliza un tipo específico de colisión del núcleo, conocido como el kernel de Long, (1974). Si se utilizan otros kernels, las expresiones para las funciones universales deben ser reconsiderada.

## 2.3 Esquema de 2 momentos de Seifert y Beheng (2001) para la parametrización del proceso de colisión coalescencia

El trabajo de Seifert y Beheng, 2001, se genera una parametrización de doble momento de los procesos microfísicos en nubes calientes que se deriva directamente de la ecuación estocástica de coalescencia. Las ecuaciones de razón de cambio explícitas para auto-conversión, acreción y auto-colección se formulan utilizando kernel polinomial de Long, (1974) y establecen funciones universales después de una relación fundamental similitud. Estas funciones universales se calculan resolviendo numéricamente la ecuación estocástica de coalescencia.

La ecuación estocástica de coalescencia (2.2.1) calcula la evolución de la distribución por tamaños de gota f(m). El kernel de colección K(m - m', m) es una función simétrica positiva de masa m - m'y m donde las gotas se someten a colisiones binarias. Las razones de cambio para los momentos de orden k tiene la siguiente forma:

$$M^{(k)} = \int_0^\infty m^k f(m) dm, \qquad k \in \mathbb{N},$$
(2.3.1)

Esta ecuación se puede derivar multiplicando por la ecuación (2.2.1) con  $m^k$  y integrando. Después de algunos pasos matemáticos que el siguiente resultado (Drake, 1972, Seifert y Beheng 2001)

$$\frac{\partial M^{(k)}}{\partial t} = \frac{1}{2} \int_0^\infty \int_0^\infty f(m') f(m^*) K(m', m^*) [(m' + m^*)^k - 2(m^*)^2] dm^* dm', \qquad (2.3.2)$$

Donde k toma los valores k = 0, 1, 2 obteniéndose de esta forma la concentración, , el contenido de agua de líquida Q y Z, que es proporcional a la reflectividad de radar.

Para evaluar el lado derecho de la ecuación. (2.3.2) tenemos que especificar el kernel de colección  $K(m,m^*)$ . Una aproximación matemática simple, pero lo suficientemente bueno para una formulación empírica detallada es el kernel de colección polinomial derivados por Long (1974):

$$K(m,m^*) = \begin{cases} k_c(m^2 + m^{*2}), & m \wedge m^* < m' \\ k_r(m^2 + m^{*2}), & m \vee m^* \ge m' \end{cases}$$
(2.3.4)

El valor propuesto Seifert y Beheng 2001 para m' es de 2.6×10<sup>-7</sup> g. Este valor se corresponde al radio de separación de 39.5 µm. los valores de  $k_c$  y  $k_r$  son constantes iguales a 9.44×  $10^9 cm^3 g^{-1} s^{-1}$  y 5.78×10<sup>3</sup>  $cm^3 g^{-1} s^{-1}$  propuesto por Long, (1974).

Insertando (2.3.4) en la ecuación (2.3.3), se obtienen as siguientes ecuaciones para N, Q y Z:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = -k_c N_c Z_c - k_r (N_c Q_r + N_r Q_c + N_r Q_r)$$
(2.3.5)

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = 0 \tag{2.3.6}$$

$$\frac{\partial Z}{\partial t} = 2k_c Q_c M_c^{(3)} + k_r (N_c Z_r + Q Z_c + Q_r Z_r)$$
(2.3.7)

Tenga en cuenta que el lado izquierdo representa tasas de variación de los momentos completos de f(m) como se define anteriormente, mientras que en el lado derecho. se producen momentos parciales de f(m).Para las gotas de nube obtenemos:

$$M_{c}^{(k)} = \int_{0}^{m'} m^{k} f(m) dm, \qquad k \in \mathbb{N},$$
(2.3.8)

Para las gotas de lluvia los momentos se calculan en la forma:

$$M_r^{(k)} = \int_{m'}^{\infty} m^k f(m) dm, \qquad k \in \mathbb{N},$$
(2.3.9)

25

Por ejemplo,  $N_c$  es el número de goticas de nubes por unidad de volumen. El momento completo es la suma de los dos momentos parciales:  $M^{(k)} = M_c^{(k)} + M_r^{(k)}$ .

Utilizando el formalismo anterior, se realiza la división del espectro de gotas en gotas de nube y gotas de lluvia. El concepto particional no es una suposición artificial utilizado para simplificar la parametrización, sino un resultado de la colisión diferente comportamiento de las pequeñas gotas de nube y las gotas de lluvia más grandes.

Los primeros términos en el lado derecho de las ecuaciones. (2.3.5), (2.3.6) y (2.3.7) siguen de la interacción de gotas de las nubes entre sí; por tanto, comprenden tanto las contribuciones de autoconversión y auto-colección de gotas de las nubes, los términos segundo y tercero describen las interacciones mixtas se refieren a acreción y los últimos términos se deben a auto-colección de las gotas de lluvia.

Obviamente, el sistema de ecuaciones (2.3.5), (2.3.6) y (2.3.7) está sujeto a dos problemas graves de cierre. En primer lugar, la ecuación de tasa de cambio para cada momento  $M^{(k)}$  incluye también el momento superior parcial  $M_c^{(k+1)}$  y así sucesivamente. Este problema de cierre, que tiene una cierta similitud con el problema de cierre de la turbulencia, es el resultado de la no linealidad del núcleo colección que describe la interacción entre las gotas de nube. El segundo problema de cierre se debe a la división del espectro, porque dado un momento completo  $M^{(k)}$ no es posible calcular los momentos parciales  $M_c^{(k)}$  y  $M_r^{(k)}$  sin más suposiciones.

Ambos problemas de cierre pueden ser rectificados por el llamado enfoque de la función maestra o función principal. La idea básica es que la distribución por tamaños de f (m) debe ser descrita por una función matemática específica que está completamente determinada por sólo unos pocos parámetros. Para derivar una aproximación analítica a la tasa de autoconversión, suponemos para las gotas de nube están descrita por una función de distribución Gamma:

$$f_c(m) = Am^x e^{-Bm}, \qquad x = const \tag{2.3.10}$$

Y las gotas de lluvia por una distribución exponencial:

$$f_r(D) = \propto e^{-\beta D},\tag{2.3.11}$$

Con  $D(\propto m^{1/3}) = diametro de la gota$  Por otra parte, con el fin de facilitar la evaluación, sobre todo de la velocidad de autoconversión, se asume provisionalmente que la función del espectro de gotas de nube  $f_c(m)$  no contiene un número significativo de goticas con masas casi iguales o mayores que m'. En este caso, las integraciones de los momentos parciales en el dominio de las gotitas de nubes pueden extenderse más allá de m' hasta el infinito y sin errores considerables. Por lo tanto, la concentración de gotas de nube  $N_c$  se calcula en la forma:

$$N_{c} = \int_{0}^{m'} f_{c}(m) dm \approx \int_{0}^{\infty} f_{c}(m) dm = \frac{A\Gamma(x+1)}{B^{x+1}},$$
(2.3.12)

Donde  $\Gamma$  es la función gamma.

Con  $f_c(m)$  y  $f_r(m)$  formulados en la ecuación 2.3.10 y 2.3.11 y tomando en cuenta la masa media  $\overline{m}_c = Q_c/N_c$  y  $\overline{m}_r = Q_r/N_r$ , respectivamente la ecuación (2.3.7) y (2.3.8) llevan a que  $Z_c = M_c^{(2)} = [(x+2)/(x+1)]\overline{m}_cQ_c$  así como  $Z_r = M_r^{(2)} = 20\overline{m}_rQ_r$ . Considerando que el estado inicial de la evolución de las gotas de lluvia tiene un tamaño de orden m', se puede asumir que  $\overline{m}_r \approx m' \operatorname{con} \partial Q_r/\partial t = -\partial Q_c/\partial t$  para mantener la conservación de masa la ecuación (2.3.5 y la aproximación  $\overline{m}_c \ll m'$ se obtiene:

$$\frac{\partial Q_r}{\partial t} = \frac{1}{20m'} \left( \frac{\partial Z}{\partial t} + \bar{m}_c^2 \frac{x+2}{x+1} \frac{\partial N_c}{\partial t} \right).$$
(2.3.13)

En la etapa inicial de la evolución de la nube, los procesos de auto-conversión y auto-colección de gotas de nube son los dominantes (Beheng y Doms, 1990); Por lo tanto, usando las ecuaciones. (2.3.5) a la (2.3.7) y la (2.3.9) podemos especificar las tasas de variación de  $N_c$  y Z por:

$$\frac{\partial N_c}{\partial t} \approx \frac{\partial N_c}{\partial t}\Big|_{au,sc} = -k_c N_c Z_c = -k_c \frac{(x+2)}{(x-1)} Q_c^2$$
(2.3.14)

$$\frac{\partial Z}{\partial t} \approx \frac{\partial Z}{\partial t}\Big|_{au,sc} = 2k_c Q_c M_c^{(3)} = 2k_c \frac{(x+2)(x+3)}{(x-1)^2} Q_c^2 \overline{m}_c^2$$
(2.3.15)

27

de manera que de la ecuación (2.3.12), finalmente se obtiene la siguiente primera aproximación a la tasa de autoconversión:

$$\left. \frac{\partial Q_r}{\partial t} \right|_{au} = \frac{k_c}{20m'} \frac{(x+2)(x+3)}{(x-1)^2} Q_c^2 \overline{m}_c^2 \,. \tag{2.3.16}$$

Evidentemente, la asunción de un espectro de goticas de nube sin desarrollar por lo general no es válida. Como también se muestra por Beheng y Doms (1990), la auto colección de gotas de nube conduce a una ampliación del espectro de las goticas de nube. Para integraciones simples tales como un espectro demostrado por la Ec. (2.3.11) ya no están permitidos. En consecuencia, la autoconversión calculada según Ec. (2.3.15) ha de ser interpretada como un caso límite, que se caracteriza por  $f(m') \rightarrow 0$ .

A continuación, se dan las aproximaciones de la tasa de acreción y la tasa auto colección de las gotas de lluvia que se derivan de la aplicación del kernel de Long. Por la evaluación directa de las expresiones integrales correspondientes

$$\frac{\partial Q_r}{\partial t}\Big|_{ac} = -\int_{m'=0}^{m^*} \int_{m=m^*}^{\infty} f(m') f(m^*) K(m',m^*) (m')^k dm^* dm'$$
(2.3.17)

Por Beheng y Doms (1986) y además suponiendo una distribución Gamma espectro de gotas de nube sin desarrollar, se obtinen las ecuaciones:

$$\left. \frac{\partial N_r}{\partial t} \right|_{sc} = -k_r N_r Q_r \tag{2.3.18}$$

$$\frac{\partial N_c}{\partial t}\Big|_{au} = -k_r N_c Q_r \left(1 + \frac{\overline{m}_c}{\overline{m}_r}\right) \approx -k_r N_c Q_r$$
(2.3.19)

$$\left. \frac{\partial Q_r}{\partial t} \right|_{sc} = -k_r Q_c Q_r \left( 1 + \frac{x+2}{x+1} \frac{\overline{m}_c}{\overline{m}_r} \right) \approx -k_r Q_c Q_r \tag{2.3.20}$$

Debido al uso del kernel de colección de Long, (1976), no son necesarias más suposiciones sobre la distribución de las gotas de lluvia para la parametrización de acreción y auto colección de gotas de lluvia. Debido a que,  $\bar{m}_r \gg \bar{m}_c$  son términos proporcionales y la relación de las masas medias se pueden despreciar. En las ecuaciones similares se han obtenido por Ziegler (1985). Debe tenerse en cuenta la formula implícita del kernel se ha supuesto una eficiencia de colisión para los tamaños de gota intermedios (Pruppacher y Klett, 1997), que es una aproximación válida sólo para la coagulación de las gotas de lluvia relativamente grandes con gotas de nube relativamente grandes. Por lo tanto, se espera que, mediante la aplicación de un kernel de colección precisa, Ec. (2.3.18) puede también corregirse los efectos de los valores pequeños de eficiencia de colisión para ser tomados en cuanta en los casos en que gotas de lluvia colecten gotas de nube relativamente pequeñas.

### 2.3.2 Funciones universales

En este epígrafe se describe la teoría de similitud para tener en cuenta de los efectos mediante la ampliación del espectro de la nube debido a auto-colección en la auto-conversión y en consecuencia las tasas de acreción (Seifert y Beheng, 2001).

El punto de partida es el hecho bien conocido que la ecuación estocástica. de coalescencia (2.2.1) es invariante bajo transformaciones de estiramiento,  $t \rightarrow t/c y f \rightarrow cf$ , donde *c* es constante positiva. Debido a la que la ecuación estocástica de coalescencia no varía, cada solución f(m, t) tiene una solución similar de la forma:

$$\widetilde{f}(m,t) = cf(m,ct) \tag{2.3.21}$$

Integrando esta relación sobre todo el domino de tamaños se obtiene un conjunto correspondiente de ecuaciones para los momentos de f(m).

$$\widetilde{M}^{k}(t) = cM^{k}(m, ct)$$
(2.3.22)

Evaluando k = 1, y encontrando que c es una simple constante de la tasa de cambio del contenido de agua líquida de las dos soluciones de  $\tilde{f}$  y f (Srivastava, 1988). Por lo tanto, la evolución en el tiempo de todos los momentos es controlada por el contenido total de agua líquida, que es la única variable que se conserva del sistema. Esto sugiere la existencia de una escala de tiempo interna del proceso de coagulación que es inversamente proporcional al contenido total de agua líquida  $Q = Q_c + Q_r$ . Específicamente, se definió una variable de tiempo interno adimensional  $\tau$  mediante:

$$\tau = 1 - \frac{Q_c(t)}{Q}$$
(2.3.23)

siendo cero para  $Q_r = 0$  que ocurre principalmente en el comienzo del crecimiento por coagulación y para  $Q_c = 0$  correspondiente a una situación en la que todas las gotas de las nubes se han convertido en gotas de lluvia. Con esta escala de tiempo adimensional, la aproximación provisional de la tasa autoconversión Ec. (2.3.16) se puede corregir mediante el uso de una  $\emptyset_{au}$  como función universal que sólo depende de  $\tau$ :

$$\frac{\partial Q_r}{\partial t}\Big|_{au} = \frac{k_c}{20m'} \frac{(x+2)(x+3)}{(x-1)^2} Q_c^2 = \overline{m}_c^2 \left[1 + \frac{\phi_{au}(\tau)}{(1-\tau)^2}\right].$$
(2.3.24)

Puesto que la ecuación (2.3.16) debería ser también válida para el caso de que  $\tau$  tienda a cero de un espectro de nube sin desarrollar, esto implica que  $\phi_{au}(0) = 0$ . En esta forma la tasa de autoconversión de la ecuación (2.3.24) es una forma generalizada de la ecuación (2.3.16) por la introducción de un término adicional que varía solamente a través de  $\phi_{au}(\tau)$ . Así, para  $\phi_{au}(\tau)/(1-\tau)^2 \gg 1$  La ecuación (2.3.24) queda de la siguiente forma:

$$\frac{\partial Q_r}{\partial t}\Big|_{au} \approx C(\overline{m}_c^2, Q, x) \phi_{au}(\tau).$$
(2.3.25)

y  $\phi_{au}(\tau)$  puede ser interpretada como una tasa de autoconversión adimensional mientras que el factor de escala  $C(\bar{m}_c^2, Q, x)$  es constante Por las razones mencionadas al final de la sección anterior, una corrección de la tasa de acreción dada por la ecuación. (2.3.20) es también necesaria:

$$\left. \frac{\partial Q_r}{\partial t} \right|_{ac} = -k_r Q_c Q_r \phi_{au}(\tau). \tag{2.3.26}$$

Se espera que cuando  $\phi_{au}(\tau)$  tienda a un valor  $\tau$  tienda a ese mismo valor. Para estimar  $\phi_{au}$  y  $\phi_{ac}$ Seifert y Beheng (2001) realizaron una serie de experimentos numéricos donde la ecuación estocástica de coalescencia es numéricamente resuelta mediante el esquema de Berry y Reinhardt (1974). Un kernel colección precisa basada en los valores de eficiencia de colisión tabulados similares a las de Hall (1980) se ha aplicado (para más detalles véase Beheng, 1982). El valor inicial define cada espectro de gotas de nube oscilado entre  $0.1 gm^{-3} \le Q \le 3.0 gm^{-3}$  (lo que
implica que  $Q_{r,0} = 0$ ) y 8  $\mu m \le r_0 \le 20 \ \mu m$ ,  $r_0 \propto \overline{m}_{c,0} = Q_{c,0}/N_{c,0}$ . El parámetro de anchura va de valores  $0 \le x \le 3$ .El resultado para  $\emptyset_{au}(\tau)$  se muestra en la fig. 2.3. A pesar de cierta dispersión, que es también debido a las deficiencias numéricas, la similaridad de  $\tau$  escalada de la tasa de autoconversión derivada del kernel de colección de Long, funciona bastante bien. La forma de  $\emptyset_{au}(\tau)$  muestra un máximo en  $\tau_{max} = 0.1$ . y puede ser ajustada por:

$$\phi_{au}(\tau) = 600\tau^{0.68}(1-\tau^{0.68})^3. \tag{2.3.27}$$

Por lo tanto, los efectos de la ampliación del espectro de gota de nube conducen a un aumento significativo de la tasa de autoconversión en la etapa inicial de la evolución. La corrección necesaria de la tasa de cambio de la ecuación. (2.3.16) que describe solamente el caso de un espectro de nube sin desarrollar puede equivaler a dos órdenes de magnitud.

Como era de esperar, la función universal respecto de acreción, derivada de los resultados de la simulación,

$$\phi_{ac}(\tau) = \left(\frac{\tau}{\tau + 5 \times 10^{-4}}\right)^4.$$
 (2.3.28)

proporciona una contribución considerable sólo para muy pequeños  $\tau$ .



Figura 2.3 Función de autoconversión de gotas.

Las ecuaciones universales (2.3.27) y (2.3.28) se aplica para tener en cuenta los efectos de la evolución del espectro de la nube debido a auto-colección en la auto-conversión y en consecuencia las tasas de acreción. Para la auto-conversión, es necesaria una corrección debido a desviaciones de la distribución Gamma asumida. Respecto de la acreción, la función universal describe los efectos de ciertas variaciones de la eficiencia de colisión y también desviaciones de la distribución exponencial asumida.

### Capítulo 3

#### Resultados y discusión.

#### 3. Introducción

En el capítulo 2 se describió el desarrollo que se llevó a cabo por Seifert y Beheng para establecer las parametrizaciones de dos momentos de los procesos microfísicos de coagulación: autoconversión, acreción y auto-colección. En este capítulo se implementará y se estudiará las parametrizaciones desarrolladas por Seifert y Beheng. Los estudios de las parametrizaciones se llevarán a cabo a través de ver cuán eficiente son para representar la evolución de los momentos de los distintitos hidrometeoros que representan. Los procesos microfísicos serán modelado simulando un modelo cero dimensional para ver su evolución en el tiempo.

Se implementarán dos escenarios en el primero se evaluará el comportamiento de las parametrizaciones de cada uno de los procesos microfísicos parametrizados y el segundo será un estudio usado diferentes perfiles de gotas. Los perfiles de gotas simularán distribuciones de gotas una de menor concentración y mayor radio de las gotas; la otra distribución esta estará constituida por una mayor concentración y por gotas de menor radio. Estas condiciones son similares a las que encontramos entre una nube de origen marítimo y una nube de origen continental. Por este motivo a partir de ahora el primer escenario se tratará como nube marítima y el segundo como nube continental, aunque no sea estrictamente una modelación de nubes de estas condiciones.

También se desarrollará uno proceso de sedimentación pura basado en el estudio de Minbrant y Cowan 2010 para las velocidades de caída de las gotas de lluvia en los dos momentos estudiados y para las especies de hidrometeoros correspondientes al agua de nube y a la lluvia.

#### 3.1 Evaluaciones de las parametrizaciones de coagulación de Seifert y Beheng.

Del análisis realizado por Seifert y Beheng se derivaban las ecuaciones parametrizadas de coagulación para los procesos de autoconversión, acreción y de auto-colección de las gotas quedando de la siguiente forma:

$$\frac{\partial Q_r}{\partial t}\Big|_{au} = \frac{k_c}{20m^*} \frac{(\nu+2)(\nu+4)}{(\nu+1)^2} Q_c^2 m_c^2 \left[1 + \frac{\phi_{au}(\tau)}{(1-\tau)^2}\right]$$
(3.1.1)

$$\frac{\partial Q_r}{\partial t}\Big|_{ac} = k_r Q_c Q_r \phi_{ac}(\tau)$$
(3.1.2)

$$\frac{\partial Q_c}{\partial t}\Big|_{au} = -\frac{\partial Q_r}{\partial t}\Big|_{au}$$
(3.1.3)

$$\frac{\partial Q_c}{\partial t}\Big|_{ac} = -\frac{\partial Q_{ac}}{\partial t}\Big|_{ac}$$
(3.1.4)

$$\frac{\partial N_c}{\partial t}\Big|_{au} = \frac{2}{m^*} \frac{\partial Q_c}{\partial t}\Big|_{au}$$
(3.1.5)

$$\frac{\partial N_c}{\partial t}\Big|_{ac} = \frac{2}{m_c} \frac{\partial Q_c}{\partial t}\Big|_{ac}$$
(3.1.6)

$$\frac{\partial N_r}{\partial t}\Big|_{au} = -\frac{1}{2} \frac{\partial N_c}{\partial t}\Big|_{ac}$$
(3.1.7)

$$\left. \frac{\partial N_r}{\partial t} \right|_{sc} = -k_r N_r Q_r \tag{3.1.8}$$

$$\frac{\partial N_c}{\partial t}\Big|_{sc} = -k_c \frac{(\nu+2)}{(\nu+1)} Q_c^2 - \frac{\partial N_c}{\partial t}\Big|_{au}$$
(3.1.9)

Las ecuaciones (3.1.3) y (3.1.4) son debido a la conservación de masas. Las Ec. (3.1.5) y (3.1.6) se establecen las relaciones entre el contenido y la concentración en dependencia de la masa de las gotas de nube. En la Ec. (3.1.7) se puede observar como el proceso de auto-conversión de la concentración de gotas de lluvia va ser media fracción menos radio que el proceso de auto-conversión de las conversión de las gotas de nube.

Para la evaluación de las parametrizaciones se resolvió el sistema de ecuaciones en derivadas parciales (3.1.1) a (3.1.9) a través de un método numérico; es este caso el método utilizado fue Runge-Kutta de orden 4. La condición inicial para la concentración de gotas de nubes es de 100  $gotas/cm^3$  y el contenido de agua líquida de nube inicialmente es de  $1 \times 10^6 \ g/cm^3$  con un paso de tiempo de 1 s.

Como se muestra en la Fig. 3.1 el comportamiento del contenido y la concentración tanto de las gotas de agua lluvia como de nube evidencian que las parametrizaciones representan los procesos microfísicos de coagulación estudiados.



Figura 3.1 Contenido de agua líquida y concentración de gotas para los hidrometeoros.

En el caso del contenido de agua líquida, se puede apreciar a mediada que desciende la curva perteneciente al contenido de agua líquida de nube aumenta el contenido de agua líquida de lluvia. Esto fundamentalmente es indicio que las ecuaciones están siendo consecuentes con las leyes de conservación de masa.

La grafica concentración de gotas son en cierto grado más controvertibles que la gráfica del contenido de agua líquida. La concentración de gotas de nube desciende de la cantidad inicial hasta aproximarse a cero, esto es consecuente con el comportamiento natural de la concentración de gotas de nubes. Mientras en la curva de la concentración de gotas de lluvia se puede apreciar que aumenta la concentración de gotas de lluvia mientras se avanza en el tiempo hasta que se llega a un punto de inflexión donde la curva comienza a decrecer gradualmente aproximándose a cero. Esto se debe al proceso microfísico de auto-colección de gotas de lluvia que comienza a ser más activo y empieza a cambiar la concentración de las gotas de lluvia. Hay que tener en cuanta en este mismo paso de tiempo la curva del contenido de agua líquida de lluvia no decrece lo; esto es indicio de que tenemos gotas con mayor radio.

## 3.1.2 Un estudio de parametrizaciones para distribuciones de gotas en nubes marítimas y continentales.

En este estudio se usan diferentes perfiles de gotas. Los perfiles de gotas simulan distribuciones de gotas; una de menor concentración y mayor radio medio de las gotas; la otra distribución esta

está constituida por una mayor concentración y por gotas de menor radio. Estas condiciones son similares a las que encontramos entre una nube de origen marítimo y una nube de origen continental

Para las condiciones de cada uno de los escenarios se fijó el contenido inicial de agua líquida de nube en  $1 \times 10^{-6} \ g/cm^3$ , mientras de para el caso de la distribución de características marítimas se usó una concentración de gotas de nube de 100  $gotas/cm^3$ , esto se corresponde con un radio medio de las gotas de nube de 13.3 µm. Para el escenario de la distribución de gotas con mayor concentración de gotas de nube, pero menor radio medio de las gotas se tiene una concentración inicial de gotas de nubes 300  $gotas/cm^3$  con un radio medio de gotas de aproximadamente 9.2 µm.

n la fig. 3.2 se grafica la evolución del contenido de agua líquida tanto de nube como de lluvia para cada uno de los escenarios. Se puede apreciar que existe un retardo de aproximadamente 15 minutos en las curvas pertenecientes al escenario de la distribución de mayor concentración de gotas y menor radio medio de la distribución con respecto al otro escenario. Esto es consistente con muchos autores donde el principal responsable de estas diferencias son los aerosoles (Braham, 1968, Rosenfeld y Woodley, 2003).



Figura 3.1.1 Contenidos de agua de nube y de lluvia para cada uno de los escenarios.



Figura 3.1.2 Concentración de gotas de nube.

Las concentraciones de gotas de nube para ambos escenarios decrecen gradualmente desde el punto establecido como condición inicial. Para el caso de las concentraciones de gotas de nubes perteneciente al escenario con menor concentración y mayor radio medio de la distribución la concentración de gotas de nube se acerca a cero en unos 45 minutos aproximadamente; mientras que el escenario perteneciente a nubes continentales se llega a este estado en unos 95 minutos,



Figura 3.1.3 Concentración de gotas de lluvia.

como se puede apreciar en las Fig. 3.2.1. Nuevamente se obtiene un resultado esperado, este resultado esta es consonancia con lo anteriormente encontrado en la Fig. 3.2.

Las parametrizaciones responden correctamente a las diferentes distribuciones de gotas tanto para nubes marítimas como para nubes continentales. Como se puede observar en las gráficas Fig. 3.2.2 de los contenidos de agua de nube como de agua de lluvia existe un claro retraso en los tiempos para el escenario correspondiente a la distribución de gotas continentales. Este retraso se debe a la abundancia de gotas que ocasiona una mayor competencia y disminuye la probabilidad de colección entre las gotas. Por otro lado, en el perfil de las gotas marítimas al ser gotas más grandes tienen mayor probabilidad de colectar gotas pequeñas. Estos aspectos están siendo bien identificados por el modelo parametrizado de dos momentos.

Como también se puede observar en las gráficas correspondientes a las concentraciones para los distintos hidrometeoros las parametrizaciones del modelo también ejecutan una buena representación de lo que ocurre en realidad en los escenarios correspondiente a una nube de características continentales y una nube de características marítimas. Las gotas de lluvia en el caso de una nube continental no llegarán a amentar su radio en los rangos a los que llega las nubes de marítimas ni tampoco en los tiempos en que las nubes marítimas logran llegar a estos radios.

Las nubes continentales son más torpes para generar precipitación por tener mayor competencia entre las gotas que la componen. Este esquema parametrizado representa correctamente esta característica.

# 3.2. Estudio del proceso de sedimentación pura de las parametrizaciones con velocidad terminal Milbrandt y Cowan (2010).

Con el objetivo de simular el desarrollo de la lluvia en un ambiente horizontal homogéneo se desarrolló un modelo que resuelve las ecuaciones en derivadas parciales Ec. (3.2). En donde además de los procesos de coagulación expuesto anteriormente solo se considera la sedimentación pura. Son omitidas la nucleación, condensación y la desintegración vertical; la velocidad vertical del viento se considera igual a cero.

$$\frac{\partial M^{(k)}}{\partial t} - \frac{\partial \left(M^{(k)}V_k\right)}{\partial z} = 0$$
(3.2)

En la Ec. (3.2)  $V_k$  es la velocidad de caída vertical para los momentos de la distribución. Esta velocidad  $V_k$  Ec. (3.2.1) fue definida por Minbrandt y Cowan, 2010 donde se proponen dos enfoques alternativos para modificar el cálculo de la sedimentación en esquemas de dos momentos con el objetivo de reducir los problemas asociados con la clasificación por exceso de tamaño. El enfoque implica la reducción progresiva de las velocidades de caída diferencial entre los momentos y es por tanto aplicable para esquemas que mantienen constante el parámetro de forma. Ambos enfoques reducen en gran medida los errores en los momentos calculados, incluidos aquellos de los que dependen las tasas de proceso microfísico, y se aplican fácilmente a los esquemas existentes de dos momentos.

$$V_{\rm k} = \gamma a \frac{\Gamma(1+k+\mu+b)}{\Gamma(1+k+\mu)} \lambda^{-b}$$
(3.2.1)

En la Ec. (3.2.1) k es el momento de la distribución utilizado,  $\mu$  es parámetro de forma de la distribución,  $\lambda$  es el parámetro de inclinación,  $a = 130 \ m^{0.5}/s$ , b = 0.5 (Kessler, 1976) y  $\gamma = \sqrt{\rho/\rho_0}$ , es el factor de corrección de la densidad del aire (Se asume como 1 en este estudio). Para el cálculo de la velocidad de caída también es necesario conocer los parámetros de intercepción  $(n_0)$ , de inclinación ( $\lambda$ ) y de forma ( $\mu$ ) de la distribución de gotas.

Para calcular los parámetros de la distribución se utilizará las ecuaciones propuesta por los mismos autores (Mibranth y Cowan, 2010) para los parámetros de inclinación Ec. (3.2.2) y para el parámetro de intercepción Ec. (3.2.3). en el caso de  $\mu$  se fijará 5 para la distribución perteneciente a las gotas de nube y cero para las gotas de lluvia. El parámetro  $\mu$  es igual a cero en el caso de las gotas de lluvia porque de esta forma la distribución quedaría en la forma exponencial lo que se correspondería con la distribución exponencial asumida para las parametrizaciones de dos momentos de Seifert y Beheng, 2001.

$$\lambda = \left[\frac{n_0 \Gamma(k+\mu)}{M^{(k-1)}}\right]^{1/(k+\mu)}$$
(3.2.2)

$$n_0 = \left[\frac{M^{(k-1)}}{\Gamma(k+\mu)}\right]^{(k+\mu+1)} \times \left[\frac{M^{(k)}}{\Gamma(k+\mu+1)}\right]^{(k+\mu)}$$
(3.2.3)

Con el objetivo de acoplar la velocidad de caída al modelo de parametrizado de dos momentos; es necesario determinar 4 velocidades de caídas una para cada momento de la distribución de gotas y las otras dos velocidades será calculadas para los hidrometeoros que pronostica el modelo.



Figura 3.2 Razón entre las velocidades de caídas de ambos momentos de la distribución respecto al parámetro de forma.

En la Fig. 3.2  $V_k$  es la velocidad pesada por el momento del orden 3 (contenido de agua líquida) y  $V_j$  representa velocidad pesada del momento de orden 0(concentración de gotas de agua). Se puede apreciar que la razón de las velocidades de sedimentación es siempre mayor que 1. Este quiere decir que la velocidad del momento de orden 3 (contenido de agua líquida) siempre es mayor que la del momento de orden 0 (concentración de gotas). Esto ocurrirá para ambos hidrometeoros en el modelo. Además, el parámetro de forma nos sugiere, en el caso en que  $\mu$  es igual a cero representa la distribución exponencial de las gotas de lluvia. En la fig. 3.2 se evidencia para el caso de la gotas de nube. Este resultado es similar al detectado por Milbrandt y Cowan, 2010.

A la conclusión anterior también se puede arribar si se examina la Fig. 3.2.1. donde ya se incluye la dinámica en un perfil vertical de 5000 metros de altura y se calcula a través de la Ec. 3.2

discretizada mediante un método de diferencias finitas; en este estudio el número de Courant siempre fue menor que uno y se usó un Esquema de Euler (forward in time, upstream in space). Es necesario aclarar que son omitidas la nucleación, condensación y el rompimiento. La velocidad vertical del fluido se considera igual a cero.



Figura 3.2.1 Sedimentación pura para la distribución de gota de nube

# 3.3 Sedimentación con microfísica parametrizada de los procesos de auto-conversión, acreción y auto-colección.

Como se observó en el epígrafe anterior las velocidades de caída son mayores para el contenido de agua líquida que para la concentración de gotas de agua. Esto lo pudimos observar en la fig. 3.2 y en la fig. 3.2.1 pero en estas graficas no estaba incluida la microfísica solo la evolución del perfil inicial de gotas con una velocidad de caída parametrizada.

La microfísica del modelo acoplado a la dinámica es otro de los puntos abordados en el trabajo. Es un paso fundamental para ver el comportamiento y la evolución en la vertical de los perfiles de la distribución de gotas para los momentos de la parametrización. Para examinar el comportamiento vertical se implementó un modelo con dinámica y microfísica incluida. El valor inicial del contenido de agua líquida de nube es igual a  $1.5 \times 10^{-6} g/cm^3$  desde lo 3500 metros hasta los 4500 de alturas metros generando un fenómeno similar al de una onda cuadrada. También se tiene un valor de la concentración de gotas de nube igual a  $100 gotas/cm^3$ . Estas condiciones iniciales se corresponden a 15.6 µm como radio medio de la distribución de gotas.

En el modelo el paso del tiempo es igual a un segundo y al igual que en el caso de la sedimentación pura se utilizó el esquema de Euler (forward in time, upstream in space). Como se puede observar en el la fig. 3.3 se realizaron con corridas para diferentes espacios de tiempo con el objetivo ver la evolución del perfil vertical de las gotas de nubes en los dos momentos de la distribución. Se almacenaron tres tiempos de la simulación unos 15 min transcurridos, otras a 30 minutos o media



Figura 3.3 Perfiles verticales del Contenido y la concentración de nube

hora y una última simulación una hora después de del iniciado el modelo. Además de mostrar la curva perteneciente a las condiciones iniciales para cada uno de los momentos de la distribución.

En la fig. 3.3.1 se tiene la evolución de la distribución de gotas similar al del párrafo anterior, pero para la lluvia de los dos momentos estudiados. En el caso de la simulación de media hora se tiene un máximo de concentración de gotas de lluvia igual a 42.27gotas/ $cm^3$  sobre los 3200 metros de altura; esto se corresponde a un contenido de  $1.07 \times 10^{-8} Kg/m^3$  y a un radio medio de la distribución de 39. 3 µm

Se puede observar en la fig. 3.3 la evolución en tres tiempos de la concentración y el contenido de agua de nube decrecen paulatinamente. En la tabla 3.1 puede observar como aumenta el valor del radio medio de la distribución de las gotas de nube; es preciso señalar que este crecimiento no es considerable, pero si apreciable y la explicación del mismo se debe al proceso microfísico de auto-colección presente en la distribución de gotas de nubes.

Tabla 3.1 Radios medio de las distribuciones de gotas.

Tiempos	Radio Medio de la distribución Gotas de nube(µm)	Radio Medio de la distribución Gotas de lluvia(μm)
15 min	15.4 μm	39.6 μm
<b>30 min</b>	15.5 μm	40.2 µm
1 hora	15.6 μm	45.4 μm

La fig. 3.3.1 revela como la distribución de gotas de nubes se comporta en los tres tiempos examinados y como a los 60 min de evolución de la distribución el contenido y la concentración alcanza casi el doble del valor que tenía a la media hora de la corrida. En la tabla 3.1 se pude apreciar como a diferencia de los radios medios de la distribución de gotas de nube; los radios medios de la distribución de gotas de nube; los radios medios de la distribución de gotas de nube; los radios medios de la distribución de gotas de nube; los radios medios de la distribución de gotas de nube; los radios medios de la distribución de gotas de nube; los radios medios de la distribución de gotas de nube; los radios medios de la distribución de gotas de nube; los radios medios de la distribución de gotas de nube; los radios medios de la distribución de gotas de nube; los radios medios de la distribución de gotas de nube; los radios medios de la distribución de gotas de nube; los radios medios de la distribución de gotas de nube; los radios medios de la distribución de gotas de nube; los radios medios de la distribución de gotas de nube; los radios medios de la distribución de gotas de nube; los radios medios de la distribución de gotas de nube; los radios medios de la tamaño de las gotas de nubes. También es necesario destacar como el valor del radio medio de la



Figura 3.3.1 Perfiles verticales del Contenido y la Concentración de lluvia.

distribución de gotas de lluvia es tres veces mayor que el radio medio de las gotas que conforman la distribución de gotas de nube.

#### 3.4 Comparación del esquema de dos momentos con un modelo de microfísica explícita.

Para examinar la exactitud de la parametrización de dos momentos se realizó una comparación tomando como referencia un modelo de microfísica explícita. El modelo de microfísica explícita

es el desarrollado por Bott, 1997.

El modelo de Bott,1997 es un método conservativo de la masa de la ecuación estocástica de coalescencia Ec. 2.2.1. El método desarrollado por Bott, 1997 es numéricamente más eficiente que el esquema de Berry Reinhardt, 1974. La exactitud de la conservación de masa, la estabilidad numérica y la eficiencia del método de flujo son las principales ventajas que tiene el modelo en comparación con el esquema de Berry Reinhardt, 1974 (Bott, 1974).

Consiste en un procedimiento de dos pasos. En el primer paso la distribución de masa de las gotas con masa m' que se forman inmediatamente en un proceso de colisión se añade por completo a la rejilla k de la malla numérica con  $m_k \le m' \le m_k + 1$ . En el segundo paso cierta fracción de masa de gotas de agua en la rejilla k es transportada a k + 1. Este transporte se realiza mediante un procedimiento de advección.



Figura 3.4 Contenido de agua líquida. Comparación de Modelo explícito con Parametrización de dos momentos.

Inicialmente el modelo explícito desarrollado por Bott (1997) resuelve la ecuación estocástica de colisión coalescencia usando una distribución inicial de gotas nubes. Debido a que la parametrización de dos momentos de Seifert y Beheng (2001), utiliza una distribución inicial de tipo gamma para las gotas de nube. Para lograr la homogeneidad necesaria para la comparación entre el modelo de microfísica explícita y el esquema parametrizado de dos momentos se estableció una distribución gamma en el modelo de microfísica explícita como distribución inicial de gotas



Figura 3.4.1 Ejemplo de la distribución de gotas de por el método explícito transcurrido 20 min.

Para la comparación se dividió la distribución de gotas generadas por el modelo de microfísica explícita a partir de la ecuación estocástica de coalescencia Ec. 2.2.1, en dos hidrometeoros. El bin número 81 es el que separa los hidrometeoros de tipo nube de los hidrometeoros de tipo lluvia. Este bin se corresponde con un radio de 39 µm. Las gotas menores a esta magnitud son consideradas como gotas de nube y las gotas mayores consideradas como gotas de lluvia. Esta división se introduce a través de la siguiente consideración:

$$Q_c = \sum_{i=1}^{81} m(i)n(i), \qquad (3.4.1)$$

$$Q_r = \sum_{i=82}^{n} m(i)n(i), \qquad (3.4.2)$$

Con el objetivo establecer las similitudes entre las distribuciones iniciales de gotas la concentración inicial de ambas distribuciones se establece en 100  $gotas/cm^3$  y el contenido de agua líquida es igual es igual a  $1.5x10^{-6} g/cm^3$ . Esto se corresponde con un radio de 15 µm aproximadamente. Además, en el método explícito se estableció un umbral que divide los hidrometeoros en agua de nube y agua de lluvia a partir de un radio de 39.5 micras similar al radio utilizado por la parametrización de dos momentos.

En la figura 3.4 se puede observar las diferencias del modelo de microfísica explícita y el esquema parametrizado de dos momentos a través de la comparación de la evolución de los contenidos de agua líquida tanto de nube como de lluvia. Se puedo apreciar cómo el esquema parametrizado se adelanta en la evolución de contenidos de agua líquida con respecto al modelo explícito. Este adelanto es de un minuto y medio aproximadamente.

La fig. 3.4.2 presenta unas condiciones similares a las examinadas en la fig. 3.4. En esta figura se examina la concentración de gotas de los hidrometeoros estudiados. Particularmente en el caso de las concentraciones de gotas de lluvia se puede observar cómo la parametrización de dos momentos sobrestima las concentraciones de gotas de lluvia con respecto al modelo de microfísica explícita en aproximadamente 0.07 gotas/ $cm^3$ .



Figura 3.4.2 Concentración de gotas de agua de nube y de lluvia. Comparación de Modelo explícito con Parametrización de dos momentos.

### **Capítulo 4**

#### Conclusiones

En este trabajo se implementó una parametrización de dos momentos Seifert y Beheng (2001) y se realizaron estudios de sensibilidad de la parametrización para diferentes distribuciones iniciales de gotas. También se realizaron estudios de la parametrización de dos momentos para condiciones de sedimentación pura. Además, se comparó con un modelo explícito como modelo de referencia para examinar la exactitud de la parametrización. El modelo de dos momentos implementado nos permitió hacer un seguimiento más realístico de la distribución de gotas.

En la parametrización de dos momentos de Seifert y Beheng (2001) se puede ver como la autocolección de gotas de lluvia Fig. 3.1 ocasiona que la concentración de gotas disminuya paulatinamente después de cierto tiempo en dependencia de la concentración de gotas de nubes iniciales y del radio medio de la distribución. En el estudio realizado el tiempo en que este proceso microfísico comenzó a ser más activo fue a partir de los 25 min aproximadamente para la concentración de inicial de gotas de nube y el radio medio de la distribución utilizado en el trabajo.

A través del estudio realizado con diferentes concentraciones iniciales de gotas. Se pudo concluir que las parametrizaciones de dos momentos responden adecuadamente al efecto de dispersión del espectro de las gotas en la nube fig. 3.12. Este resultado se evidencia en la diferencia en los tiempos de formación de las gotas de lluvia entre el espectro de gotas marítimas (menor concentración inicial de gotas de nube y mayor radio medio de la distribución inicial) y el espectro de gotas continentales (nube con menor concentración inicial de gotas de nube y mayor radio medio de la distribución inicial).

En el estudio de la sedimentación pura se obtuvo para el caso del contenido de agua de nube (momento de orden 3 respecto a los radios) la velocidad terminal pesada con los momentos de la distribución es mayor a la velocidad pesada de sedimentación para el momento de orden 0. Además, se determinó una dependencia de estas velocidades pesadas al parámetro d forma  $\mu$  de la distribución Gamma. Mientras más cercano a cero sea  $\mu$  mayor será la velocidad pesada fig. 3.2.

También se pudo observar como para los diferentes tiempos de evolución del espectro de gota en la vertical se tiene un radio medio de gotas de nube 3 veces menor que el radio medio de la

distribución de gotas de lluvia.

De la comparación del modelo explícito y la parametrización de dos momentos se pueden extraer de las fig. 3.4 y 3.4.2 que la parametrización de dos momentos presenta un adelanto de un minuto y medio aproximadamente con respecto al tiempo en que decrecen o crecen los momentos de la distribución de gotas establecida para la comparación de cada uno de los hidrometeoros. Este aspecto debe tomar en cuenta para obtener una mayor precisión en los resultados al implementar esta parametrización para el pronóstico numérico del tiempo.

#### Recomendaciones

El estudio realizado tiene un carácter reduccionista con el propósito de mantener aislado los procesos microfísico y así poder llegar a conclusiones más enfocadas en ellos. Una recomendación para investigaciones futura sería implementar la parametrización de dos momentos estudiada en este trabajo en un modelo de mesoescala, comparar con otras parametrizaciones y con un modelo explícito con referencia para poder ser aplicado en la predicción numérica del tiempo y la investigación científica. A esa escala la investigación de la exactitud de las parametrizaciones microfísica tienen una mayor aplicabilidad en la vida cotidiana. Esto se debe a que en la mesoescala ocurren los eventos con los que nos relacionamos constantemente.

Otra recomendación que se propone es profundizar en los estudios de sedimentación de la parametrización de dos momentos implementada en este trabajo. Realizar una comparación con un modelo de microfísica explícita acoplado a un modelo dinámico de sedimentación pura. Esto podría mejorar el entendimiento que se tiene sobre las diferencias en los tiempos de sedimentación que se encontraron en este trabajo.

Por último, también se debe considerar comparar parametrizaciones de tres momentos con modelos de microfísica explícita que resuelvan la ecuación estocástica de coalescencia. Donde además de la concentración y el contenido de agua se toma en cuenta también la reflectividad como variable a pronosticar. Las parametrizaciones aquí estudiadas podrían incluirse en la comparación teniendo como referencia las conclusiones de este trabajo.

### Apéndice A. Algoritmo para calcular función gamma de masa en el logaritmo del radio de la distribución mediante funciones de densidad.

Este procedimiento fue necesario debido a que la publicación de Bott (1997), la distribución inicial de gotas de nubes utilizaba una función exponencial, además la distribución se introduce en mediante el logaritmo del radio y no mediante la masa. La distribución gamma utilizada fue:

$$f(m) = N_T \frac{1}{\Gamma(k)\theta^k} m^{k-1} e^{-\frac{m}{\theta}}$$
(A.1)

donde  $N_T$  es la concentración total m es la masa, la masa media  $\overline{m}$  es igual a  $\overline{m} = k\theta$  y k guarda relación con el parámetro de forma  $\mu$  de las ecuaciones 3.2.1, 3.2.2 y 3.2.3 siendo  $k = \mu + 1$ .

Para discretizar esta distribución gamma se usaron funciones de densidad como las propuestas por Berry (1967) donde:

$$m(j) = m_0 2^{(j-1)/j},$$
 (A.2)

donde j es un "parámetro de cálculo" real mayor que cero, en este estudio se usó j=2, según Berry (1967) y  $m_0$  es la masa más pequeña considerada en la distribución.

Con el objetivo de usar el logaritmo del radio de la distribución se estable que la masa de una gota de agua de geometría esférica es igual a:

$$m = \frac{4}{3}\rho\pi r^3,\tag{A.3}$$

donde  $\rho$  es la densidad que será considerada igual a 1 r es el radio de la gota. Aplicando logaritmo queda:

$$\ln r = \frac{1}{3} \ln \left( \frac{3m}{4\pi} \right),\tag{A.4}$$

diferenciando en ambas partes queda:

$$d\ln r = \frac{\ln 2}{3j} \tag{A.5}$$

#### Bibliografía

Ackerman, A. S., et al. (2009), Large-eddy simulations of a drizzling, stratocumulus-topped marine boundary layer, Mon. Weather Rev., 137, 1083–1110, doi:10.1175/2008MWR2582.1.

Adams-Selin, R. D., S. C. van den Heever, and R. H. Johnson (2013), Impact of graupel parameterization schemes on idealized bow echo simulations, Mon. Weather Rev., 141, 1241–1262.

Alexandrov, M. D., B. Cairns, C. Emde, A. S. Ackerman, and B. van Diedenhoven (2012), Accuracy assessments of cloud droplet size retrievals from polarized reflectance measurements by the research scanning polarimeter, Remote Sens. Environ., 125, 92–111, doi: 10.1016/j.rse.2012.07.012.

Andreae, M. O., D. Rosenfeld, P. Artaxo, A. A. Costa, G. P. Frank, K. M. Longo, and M. A. F. Silva-Dias (2004), Smoking rain clouds over the Amazon, Science, 303, 1337–1342.

Andrejczuk, M., W. W. Grabowski, S. P. Malinowski, and P. K. Smolarkiewicz (2009), Numerical simulation of cloud–clear air interfacial mixing: Homogeneous versus inhomogeneous mixing, J. Atmos. Sci., 66, 2493–2500.

Andrejczuk, M., W. W. Grabowski, J. Reisner, and A. Gadian (2010), Cloud-aerosol interactions for boundary layer stratocumulus in the Lagrangian Cloud Model, J. Geophys. Res., 115, D22214, doi:10.1029/2010JD014248.

Arakawa, A. (2004), The cumulus parameterization problem: Past, present, and future, J. Clim., 17, 2493–2522.

Baldauf, M., A. Seifert, J. Forstner, D. Majewski, M. Raschendorfer, and T. Reinhardt (2011), Operational convective-scale numerical weather prediction with the COSMO Model: Description and sensitivities, Mon. Weather Rev., 139, 3887–3905.

Braham, R. R., 1968: Meteorological bases for precipitation development. Bull. Amer. Meteor. Soc., 49, 343-353.

Beheng, K. D. (2010), The evolution of raindrop spectra: A review of microphysical essentials, in Rainfall: State of the Science, edited by F. Y. Testik and M. Gebremichael, AGU, Washington, D. C., doi:10.1029/2010GM000957.

Beheng, K. D. (2012), From size distributions to bulk microphysical parameterizations. Presentation at COST Workshop, COST-ES0905 - WG4 meeting, Jerusalem, 12–16 Nov.

Beheng, K. D., and G. Doms (1986), A general formulation of collection rates of cloud and raindrops using the kinetic equation and comparison with parameterizations, Beiträge zur Phys. der Atmos., 59(1), 66–84.

Bell, T. L., et al. (2008), Midweek increase in U.S. summer rain and storm heights suggests air pollution invigorates rainstorms, J. Geophys. Res., 113, D02209, doi:10.1029/2007JD008623.

Berry, E. X. (1967), Cloud droplet growth by collection, J. Atmos. Sci., 24, 688-701.

Berry, E. X., and R. L. Reinhardt (1974a), An analysis of cloud droplet growth by collection: Part I. Double distributions, J. Atmos. Sci., 31, 1814–1824.

Berry, E. X., and R. L. Reinhardt (1974b), An analysis of cloud drop growth by collection: Part II. Single initial distributions, J. Atmos. Sci., 31, 1825–1831.

Berry, E. X., and R. L. Reinhardt (1974c), An analysis of cloud drop growth by collection: Part III. Accretion and self-collection, J. Atmos. Sci., 31, 2118–2126.

Bott, A. (1998), A flux method for the numerical solution of the stochastic collection equation, J. Atmos. Sci., 55, 2284–2293.

Bott, A. (2000), A numerical model of the cloud-topped planetary boundary-layer: Influence of the physico-chemical properties of aerosol particles on the effective radius of stratiform clouds, Atmos. Res., 53, 15–27.

Boucher, O., and U. Lohmann (1995), The sulfate-CCN-cloud albedo effect, a sensitivity study with two general circulation models, Tellus, 47B, 281–300.

Braun, S. A., and R. House Jr. (1997), The evolution of the 10–11 June 1985 PRE-STORM squall line: Initiation, development of rear inflow, and dissipation, Mon. Weather Rev., 125, 478–504, doi:10.1175/1520-0493(1997)125<0478: TEOTJP>2.0.CO;2.

Burnet, F., and J.-L. Brenguier (2007), Observational study of the entrainment-mixing process in warm convective cloud, J. Atmos. Sci., 64, 1995–2011.

Carslaw, K. S., et al. (2013), Large contribution of natural aerosols to uncertainty in indirect forcing, Nature, 503, 67–71.

Cheng, C.-T., W.-C. Wang, and J.-P. Chen (2010), Simulation of the effects of increasing cloud condensation nuclei on mixed-phase clouds and precipitation of a front system, Atmos. Res., 96, 461–476.

Chen, J.-P., and S.-T. Liu (2004), Physically based two-moment bulk water parametrization for warm-cloud microphysics, Q. J. R. Meteorol. Soc., 130, 51–78.

Chen, S.-H., and W.-Y. Sun (2002), A one-dimensional time dependent cloud model, J. Meteor. Soc. Jpn., 80, 99–118.

Chen, Y.-C., L. Xue, Z. J. Lebo, H.Wang, R. M. Rasmussen, and J. H. Seinfeld (2011), A comprehensive numerical study of aerosol-cloud-precipitation interactions in marine stratocumulus, Atmos. Chem. Phys., 11, 9749–9769, doi:10.5194/acp-11-9749-2011.

Clark, T. L. (1973), Numerical modeling of the dynamics and microphysics of warm cumulus convection, J. Atmos. Sci., 30, 857–878.

Cohard, J.-M., and J. P. Pinty (2000), A Comprehensive two-moment warm microphysical bulk model scheme: I: Description and tests, Q. J. R. Meteorol. Soc., 126, 1815–1842.

Cohen, N., and A. P. Khain (2009), Aerosol effects on lightning and intensity of landfalling hurricanes, in Chapter in the Book: Hurricanes and Climate Change, chap. 189–212, edited by J. B. Elsner and T. H. Jagger, 419 pp., Springer, New York, doi:10.1007/978-0-387-09410-6.

Costa, A. A., C. Jacinto de Oliveira, J. C. Parente de Oliveira, and A. J.' da Costa Sampaio (2000), Microphysical observations of warm cumulus clouds in Ceará, Brazil, Atmos. Res., 54, 167–199.

Cotton, W. R., et al. (2003), RAMS 2001: Current status and future directions, Meteorol. Atmos. Phys., 82, 5–29.

Cotton, W. R., G. M. Krall, and G. G. Carrió (2012), Potential indirect effects of aerosol on tropical cyclone intensity: Convective fluxes and cold-pool activity, Trop. Cycl. Res. Rev., 1(3), 293–306.

Cramér, H. (1999), Mathematical Methods of Statistics, 575 pp., Princeton Univ. Press, Princeton, N. J. Davis, E. J. (2006), A history and state-of-the-art of accommodation coefficients, Atmos. Res, 82, 561–578.

De Rooy, W. C., P. Bechtold, K. Fröhlich, C. Hohenegger, H. Jonker, D. Mironov, A. Pier Siebesma, J. Teixeiraf, and J.-I. Yano (2013), Entrainment and detrainment in cumulus convection: An overview, Q. J. R. Meteorol. Soc., 139, 1–19.

Durant, A. J., and R. A. Shaw (2005), Evaporation freezing by contact nucleation inside-out, Geophys. Res. Lett., 32, L20814, doi:10.1029/2005GL024175.

Durran, D. R. (2010), Numerical Methods for Fluid Dynamics with Applications to Geophysics, 2nd ed., 516 pp., Springer, New York.

Dusek, U., et al. (2006), Size matters more than chemistry for cloud-nucleating ability of aerosol particles, Science, 312(5778), 1375–1378, doi:10.1126/science.1125261.

Enukashvily, I. M. (1980), A numerical method for integrating the kinetic equation of coalescence and breakup of cloud droplets, J. Atmos. Sci., 37, 2521–2534.

Fan, J., S. Ghan, M. Ovchinnikov, X. Liu, P. J. Rasch, and A. Korolev (2011), Representation of Arctic mixed-phase clouds and the Wegener-Bergeron-Findeisen process in climate models: Perspectives from a cloud-resolving study, J. Geophys. Res., 116, D00T07, doi:10.1029/2010JD015375.

Fan, J., L. R. Leung, Z. Li, H. Morrison, H. Chen, Y. Zhou, Y. Qian, and Y. Wang (2012a), Aerosol impacts on clouds and precipitation in eastern China: Results from bin and bulk microphysics, J. Geophys. Res., 117, D00K36, doi:10.1029/2011JD016537.

Fan, J., D. Rosenfeld, Y. Ding, L. R. Leung, and Z. Li (2012b), Potential aerosol indirect effects on atmospheric circulation and radiative forcing through deep convection, Geophys. Res. Lett., 39, L09806, doi:10.1029/2012GL051851.

Fan J., L. R. Leunga, D. Rosenfeld, Q. Chena, Z. Lid, J. Zhang, and H. Yan (2013), Microphysical effects determine macrophysical response for aerosol impacts on deep convective clouds, Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A., 110(48), E4581–E4590, doi:10.1073/pnas.1316830110.

Fan, J., et al. (2014), Aerosol impacts on California winter clouds and precipitation during CalWater 2011: Local pollution versus long-range transported dust, Atmos. Chem. Phys., 14, 81–101.

Feingold, G., and A. J. Heymsfield (1992), Parameterizations of condensational growth of droplets for use in general circulation models, J. Atmos. Sci., 49, 2325–2342.

Feingold, G., S. Tzivion, and Z. Levin (1988), The evolution of raindrop spectra with altitude. 1: Solution to the stochastic collection/breakup equation using the method of moments, J. Atmos. Sci., 45, 3387–3399.

Feingold, G., S. M. Kreidenweis, B. Stevens, and W. R. Cotton (1996), Numerical simulations of stratocumulus processing of cloud condensation nuclei through collision-coalescence, J. Geophys. Res., 101(D16), 21,391–21,402, doi:10.1029/96JD01552.

Feingold, G., R. L. Walko, B. Stevens, and W. R. Cotton (1998), Simulations of marine stratocumulus using a new microphysical parameterization scheme, Atmos. Res., 47–48, 505–528.

Feingold, G., W. R. Cotton, S. Kreidenweis, and J. Davis (1999), The impact of giant cloud condensation nuclei on drizzle formation in strato-cumulus: Implications for cloud radiative properties, J. Atmos. Sci., 56, 4100–4117.

Flatau, P., G. J. Trripoli, J. Verlinde, andW. R. Cotton (1989), The CSU\_RAMS cloud microphysics module: General theory and code documentation, Colorado State Univ., Dep. of Atmospheric Science, paper 451, 88 pp.

Flossmann, A. I., and H. R. Pruppacher (1988), A theoretical study of the wet removal of atmospheric pollutants. Part III: The uptake, redistribution, and deposition of (NH4)2SO4 particles by a convective cloud using a two-dimensional cloud dynamics model, J. Atmos. Sci., 45, 1857–1871.

Flossmann, A. I., W. D. Hall, and H. R. Pruppacher (1985), A theoretical study of the wet removal of atmospheric pollutants. Part 1: The redistribution of aerosol particles captured through nucleation and impaction scavenging by growing cloud drops, J. Atmos. Sci., 42, 583–606.

Formenton, M., V. T. J. Phillips, and B. Lienert (2013a), A new snow microphysics parameterization applied to a cloud electrification model: Framework and preliminary results, 93rd AMS Annual Meeting, Austin, Tex., 6–10 Jan. Formenton, M., G. Panegrossi, D. Casella, S. Dietrich, A. Mugnai, P. Sano', F. Di Paola, H.-D. Betz, C. Price, and Y. Yair (2013b), Using a cloud electrification model to study relationships between lightning activity and cloud microphysical

structure, Nat. Hazards Earth Syst. Sci., 13, 1085–1104, doi:10.5194/nhess-13-1085-2013.

Freud, E., and D. Rosenfeld (2012), Linear relation between convective cloud drop number concentration and depth for rain initiation, J. Geophys. Res., 117, D02207, doi:10.1029/2011JD016457.

Freud, E., D. Rosenfeld, M. O. Andreae, A. A. Costa, and P. Artaxo (2008), Robust relations between CCN and the vertical evolution of cloud drop size distribution in deep convective clouds, Atmos. Chem. Phys., 8, 1661–1675.

Garcia-Garcia, F., and R. List (1992), Laboratory measurements and parameterizations of super cooled water skin temperatures and bulk properties of gyrating hailstones, J. Atmos. Sci., 49, 2058–2072.

Geoffroy O., J.-L. Brenguier, and F. Burnet (2010), Parametric representation of the cloud droplet spectra for LES warm bulk microphysical schemes, Atmos. Chem. Phys., 10, 4835–4848, doi:10.5194/acp-10-4835-2010.

Gettelman A., H. Morrison, C. R. Terai, and R. Wood (2013), Microphysical process rates and global aerosol-cloud interactions, Atmos. Chem. Phys. Discuss., 13, 11,789–11,825, doi:10.5194/acpd-13-11789-2013.

Ghan, S. J., R. C. Easter, J. Hudson, and F.-M. Bréon (2001), Evaluation of aerosol indirect radiative forcing in MIRAGE, J. Geophys. Res., 106, 5317–5334, doi:10.1029/2000JD900501.

Ghan, S. J., H. Abdul-Razzak, A. Nenes, Y. Ming, X. Liu, M. Ovchinnikov, B. Shipway, N. Meskhidze, J. Xu, and X. Shi (2011), Droplet nucleation: Physically based parameterizations and comparative evaluation, J. Adv. Model. Earth Syst., 3, M10001, doi:10.1029/2011MS000074.

Gillespie, D. T. (1975). Three models for the coalescence growth of cloud drops.J. Atmos. Sci., 32, 600–607.

Gilmore, M. S., and J. M. Straka (2008), The Berry and Reinhardt autoconversion parameterization: A digest, J. Appl. Meteorol. Climatol., 47, 375–396.

Golovin, A. M. (1963), The solution of the coagulation equation for cloud droplets in a rising air current, Izv. Akad. Nauk. SSSR. Ser. Geofiz., 5, 783–791.

Grabowski, W. W. (2001), Coupling cloud processes with the large-scale dynamics using the Cloud-Resolving Convection parameterization (CRCP), J. Atmos. Sci., 58, 978–997.

Grabowski, W. W. (2003), Impact of cloud microphysics on convective-radiative quasiequilibrium revealed by cloud-resolving convection parameterization (CRCP), J. Clim., 16, 3463– 3475.

Grabowski, W. W. (2006), Comments on "Preliminary tests of multiscale modeling with a twodimensional framework: Sensitivity to coupling methods" by Jung and Arakawa, Mon. Weather Rev., 134, 2021–2026. Grabowski, W.W. (2014), Untangling microphysical impacts on deep convection applying a novel modeling methodology, J. Atmos. Sci., in press.

Grabowski, W. W., and P. K. Smolarkiewicz (1999), CRCP: A cloud resolving convection parameterization for modeling the tropical convecting atmosphere, Phys. D, 133, 171–178, Special Issue: Predictability: Quantifying uncertainty in models of complex phenomena, 18th Annual Conference of the Center for Non-linear studies, Los Alamos, N. M., 11–15 May, 1998.

Grell, G., J. Dudhia, and D. R. Stauffer (1994), A description of the fifth-generation Penn State/NCAR Mesoscale Model (MM5), Tech. Note NCAR/TN-398+STR, 121 pp.

Hall, W. D. (1980), A detailed microphysical model within a two-dimensional dynamic framework: Model description and preliminary results, J. Atmos. Sci., 37, 2486–2507.

Handwerker, J., and W. Straub (2011), Optimal determination of parameters for gamma-type drop size distributions based on moments, J. Atmos. Oceanic Technol., 28, 513–529.

Hazra, A., P. Mukhopadhyay, S. Taraphdar, J. P. Chen, and W. R. Cotton (2013), Impact of aerosols on tropical cyclones: An investigation using convection-permitting model simulation, J. Geophys. Res. Atmos., 118, 7157–7168, doi:10.1002/jgrd.50546.

Herbener, S. R., S. C. van den Heever, G. G. Carrió, S. M. Saleeby, and W. R. Cotton (2014), Aerosol indirect effects on idealized tropical cyclone dynamics, J. Atmos. Sci., 71, 2040–2055.

Heymsfield, A. J. (1982), A comparative study of the rates of development of potential graupel and hail embryos in High Plains storms, J. Atmos. Sci., 39, 2867–2897.

Heymsfield, A. J., and J. Iaquinta (2000), Cirrus crystal terminal velocities, J. Atmos. Sci., 57, 916–938.

Heymsfield, A. J., and R. M. Sabin (1989), Cirrus crystal nucleation by homogeneous freezing of solution droplets, J. Atmos. Sci., 46, 2252–2264.

Heymsfield, A. J., A. Bansemer, P. R. Field, S. L. Durden, J. L. Stith, J. E. Dye, W. Hall, and C. A. Grainger (2002), Observations and parameterizations of particle size distributions in deep tropical cirrus and stratiform precipitating clouds: Results from in situ observations in TRMM field campaigns, J. Atmos. Sci., 59, 3457–3491.

Heymsfield, A. J., A. Bansemer, G. Heymsfield, and A. O. Fierro (2009), Microphysics of maritime tropical convective updrafts at temperatures from \_20°C to \_60°C, J. Atmos. Sci., 66, 3530–3565.

Heymsfield, A. J. M., and R. Hjelmfelt (1984), Processes of hydrometeor development in Oklahoma convective clouds, J. Atmos. Sci., 41, 2811–2835.

Heymsfield, G. M., and S. Schotz (1985), Structure and evolution of a severe squall line over Oklahoma, Mon. Weather Rev., 113, 1563–1589.

Hill, A. A., S. Dobbie, and Y. Yin (2008), The impact of aerosols on non-precipitating marine stratocumulus. I: Model description and prediction of the indirect effect, Q. J. R. Meteorol. Soc., 134, 1143–1154.

Hocking, L. M., and P. R. Jonas (1970), The collision efficiency of small drops, Q. J. R. Meteorol. Soc., 96, 722–729.

Hong, S.-Y., and J. O. J. Lim (2006), The WRF single-moment 6-Class microphysics scheme (WSM6, J. Korean Meteorol. Soc., 42(2), 129–151.

Igel, A., S. C. van den Heever, C. Naud, S. M. Saleeby, and D. Posselt (2013), Sensitivity of warm frontal processes to cloud-nucleating aerosol concentrations, J. Atmos. Sci., 70, 1768–1783.

Igel, A. L., and S. C. van den Heever (2014), Aerosol impacts in shallow convection as simulated by bin and bulk schemes in RAMS, The 94th American Meteorological Society Annual Meeting, AMS, Atlanta, Ga, 2–6 Feb.

Iguchi, T., T. Nakajima, A. P. Khain, K. Saito, T. Takemura, and K. Suzuki (2008), Modeling the influence of aerosols on cloud microphysical properties in the east Asia region using a mesoscale model coupled with a bin-based cloud microphysics scheme, J. Geophys. Res., 113, D14215, doi:10.1029/2007JD009774.

Iguchi, T., T. Nakajima, A. Khain, K. Saito, T. Takemura, H. Okamoto, T. Nishizawa, and W.-K. Tao (2012a), Evaluation of cloud microphysics in JMA-NHM simulations using bin or bulk microphysical schemes through comparison with cloud radar observations, J. Atmos. Sci., 69, 2566–2586, doi:10.1175/JAS-D-11-0213.1.

Iguchi, T., T. Matsui, J. J. Shi,W.-K. Tao, A. P. Khain, A. Hou, R. Cifelli, A. Heymsfield, and A. Tokay (2012b), Numerical analysis using WRF-SBM for the cloud microphysical structures in the C3VP field campaign: Impacts of supercooled droplets and resultant riming on snow microphysics, J. Geophys. Res., 117, D23206, doi:10.1029/2012JD018101.

Iguchi, T., T. Matsui, W. Tao, A. Khain, V. Phillips, C. Kidd, T. L'Ecuyer, S. Braun, and A. Hou (2014), WRF-SBM simulations of melting layer structure in mixed-phase precipitation events observed during LPVEx, J. Appl. Meteorol. Climatol., 53, 2710–2731, doi:10.1175/ JAMC-D-13-0334.1.

Ikeda, K., R. Rasmussen, C. Liu, G. Thompson, and L. Xue (2008), Investigation of the dependence of squall line structure and dynamics on microphysical parameterization, 15th International Conference on Clouds and Precipitation, Cancun, Mexico, July.

Illingworth, A. J., and T. M. Blackman (2002), The need to represent raindrop size spectra as normalized gamma distributions for the interpretation of polarization radar observations, J. Appl. Meteorol., 41, 286–297.

Jarecka, D., H. Pawlowska, W. W. Grabowski, and A. A. Wyszogrodzki (2013), Modeling microphysical effects of entrainment in clouds observed during EUCAARI-IMPACT field campaign, Atmos. Chem. Phys. Discuss., 13, 1489–1526, doi:10.5194/acpd-13-1489-2013.

Jiang, H., H. Xue, A. Teller, G. Feingold, and Z. Levin (2006), Aerosol effects on the lifetime of shallow cumulus, Geophys. Res. Lett., 33, L14806, doi:10.1029/2006GL026024.

Johnson, R. H., and P. J. Hamilton (1988), The relationship of surface pressure features to the precipitation and airflow structure of an intense midlatitude squall line, Mon. Weather Rev., 16, 1444–1472.

Kato, T. (1995), A box-Lagrangian rain-drop scheme, J. Meteorol. Soc. Jpn., 73, 241–245.

Kessler, E. (1969), On the distribution and continuity of water substance in atmospheric circulations, Meteor. Monogr., No. 10, Am. Meteorol. Soc., 84(59), 3457–3491.

Khain, A., D. Rosenfeld, and A. Pokrovsky (2005), Aerosol impact on the dynamics and microphysics of convective clouds, Q. J. R. Meteorol. Soc., 131, 2639–2663, doi:10.1256/qj.04.62.

Khain, A., B. Lynn, and J. Dudhia (2010), Aerosol effects on intensity of landfalling hurricanes as seen from simulations with the WRF model with spectral bin microphysics, J. Atmos. Sci., 67, 365–384, doi:10.1175/2009JAS3210.1.

Khain, A., T. V. Prabha, N. Benmoshe, G. Pandithurai, and M. Ovchinnikov (2013), The mechanism of first raindrops formation in deep convective clouds, J. Geophys. Res. Atmos., 118, 9123–9140, doi:10.1002/jgrd.50641.

Khain, A. P. (2009), Notes on state-of-the-art investigations of aerosol effects on precipitation: A critical review, Environ. Res. Lett., 4, 015004, doi:10.1088/1748-9326/4/1/015004.

Khain, A. P., and B. Lynn (2009), Simulation of a super cell storm in clean and dirty atmosphere, J. Geophys. Res., 114, D19209, doi:10.1029/2009JD011827.

Khain, A. P., and I. Sednev (1996), Simulation of precipitation formation in the eastern Mediterranean coastal zone using a spectral microphysics cloud ensemble model, Atmos. Res, 43, 77–110.

Khain, A. P., M. Ovchinnikov, M. Pinsky, A. Pokrovsky, and H. Krugliak (2000), Notes on the state-of-the-art numerical modeling of cloud microphysics, Atmos. Res., 55, 159–224.

Khain, A. P., M. B. Pinsky, M. Shapiro, and A. Pokrovsky (2001), Graupel-drop collision efficiencies, J. Atmos. Sci., 58, 2571–2595.

Khain, A. P., D. Rosenfeld, and A. Pokrovsky (2003), Simulation of aerosol effects on convective clouds developed under continental and maritime conditions, Geophys. Res. Abstracts, 5, 03180, European Geophysical Society. Nice, Assembly of WMO, 6–11 April.

Khain, A. P., V. Arkhipov, M. Pinsky, Y. Feldman, and Y. Ryabov (2004b), Rain enhancement and fog elimination by seeding with charged droplets. Part 1: Theory and numerical simulations, J. Appl. Meteorol., 43(10), 1513–1529.

Khain, A. P., N. Benmoshe, and A. Pokrovsky (2008a), Factors determining the impact of aerosols

on surface precipitation from clouds: Attempt of classification, J. Atmos. Sci., 65, 1721–1748, doi:10.1175/2007JAS2515.1.

Khain, A. P., N. Cohen, B. Lynn, and A. Pokrovsky (2008b), Possible aerosol effects on lightning activity and structure of hurricanes, J. Atmos. Sci., 65, 3652–3667.

Khain, A. P., L. R. Leung, B. Lynn, and S. Ghan (2009), Effects of aerosols on the dynamics and microphysics of squall lines simulated by spectral bin and bulk parameterization schemes, J. Geophys. Res., 114, D22203, doi:10.1029/2009JD011902.

Khain, A. P., D. Rosenfeld, A. Pokrovsky, U. Blahak, and A. Ryzhkov (2011), The role of CCN in precipitation and hail in a mid-latitude storm as seen in simulations using a spectral (bin) microphysics model in a 2D dynamic frame, Atmos. Res., 99(1), 129–146, doi:10.1016/j.atmosres.2010.09.015.

Khain, A. P., V. Phillips, N. Benmoshe, and A. Pokrovsky (2012), The role of small soluble aerosols in the microphysics of deep maritime clouds, J. Atmos. Sci., 69, 2787–2807, doi:10.1175/2011JAS3649.1.

Khain, A. P., E. Ilotoviz, N. Benmoshe, V. Phillips, A. V. Ryzhkov, and M. R. Kumjian (2014a), 14-th conference on cloud physics, Westin Copley Place, Boston, Mass, 7–11 July.

Khain, A., B. Lynn, and J. Dudhia (2014b), WRF with spectral bin microphysics: Now part of the WRF software depository, The Conference of WRF users, June.

Khairoutdinov, M., and Y. Kogan (2000), A new cloud physics parameterization in a large-eddy simulation model of marine stratocumulus, Mon. Weather Rev., 128(1), 229–243.

Khairoutdinov, M. F., and D. A. Randall (2001), A cloud resolving model as a cloud parameterization in the NCAR Community Climate System Model: Preliminary results, Geophys. Res. Lett., 28, 3617–3620, doi:10.1029/2001GL013552.

Khairoutdinov, M. F., and C. E. Yang (2013), Cloud-resolving modelling of aerosol indirect effects in idealised radiative-convective equilibrium with interactive and fixed sea surface temperature, Atmos. Chem. Phys., 13(8), 4133–4144.

Khairoutdinov, M. F., D. A. Randall, and C. DeMotte (2005), Simulations of the atmospheric general circulation using a cloud-resolving model as a super-parameterization of physical processes, J. Atmos. Sci., 62, 2136–2154.

Khvorostyanov, V. I., A. P. Khain, and E. L. Kogteva (1989), A two-dimensional non stationary microphysical model of a three-phase convective cloud and evaluation of the effects of seeding by a crystallizing agent, Soviet Meteorol. Hydrol., 5, 33–45.

Klein, S. A., et al. (2009), Intercomparison of model simulations of mixed phase clouds observed during the ARM Mixed-Phase Arctic Cloud Experiment. I: Single-layer cloud, Q. J. R. Meteorol. Soc., 135, 979–1002, doi:10.1002/qj.416.

Kogan, Y., I. P. Mazin, B. N. Sergeev, and V. I. Khvorostyanov (1984), Numerical Cloud Modeling, 183 pp., Gidrometeoizdat, Moscow.

Kogan, Y. L. (1991), The simulation of a convective cloud in a 3-D model with explicit microphysics. Part I: Model description and sensitivity experiments, J. Atmos. Sci., 48, 1160–1189.

Koren, I., L. A. Remer, O. Altaratz, J. V. Martins, and A. Davidi (2010), Aerosol-induced changes of convective cloud anvils produce strong climate warming, Atmos. Chem. Phys., 10(10), 5001–5010.

Koren, I., et al. (2012), Aerosol-induced intensification of rain from the tropics to the midlatitudes, Nat. Geosci., 5(2), 118–122.

Korolev, A., and I. Mazin (2003), Supersaturation of water vapor in clouds, J. Atmos. Sci., 60, 2957–2974.

Korolev, A., M. Pinsky, and A. P. Khain (2013b), A new mechanism of droplet size distribution broadening during diffusional growth, J. Atmos. Sci., 70, 2051–2071.

Korolev, A. V. (1994), A study of bimodal droplet size distributions in stratiform clouds, Atmos. Res., 32, 143–170.

Korolev, A. V. (1995), The influence of supersaturation fluctuations on droplet size spectra formation, J. Atmos. Sci., 52, 3620–3634.

Korolev, A. V., and G. A. Isaac (2003), Phase transformation of mixed-phase clouds, Q. J. R. Meteorol. Soc., 129, 19–38.

Kovetz, A., and B. Olund (1969), The effect of coalescence and condensation on rain formation in a cloud of finite vertical extent, J. Atmos. Sci., 26, 1060–1065.

Krauss, T. W. (1999), Hail suppression, invited lecture at 7-th WMO scientific conference on weather modification, Chiang Mai, Thailand, 17–22 Feb.

Kumjian, M. R., and A. V. Ryzhkov (2012), The impact of size sorting on the polarimetric radar variables, J. Atmos. Sci., 69, 2042–2060, doi:10.1175/JAS-D-11-0125.1.

Kumjian, M. R., S. M. Ganson, and A. V. Ryzhkov (2012), Raindrop freezing in deep convective updrafts: A microphysical and polarimetric model, J. Atmos. Sci., 69, 3471–3490.

Kumjian, M. R., A. P. Khain, N. Benmoshe, E. Ilotoviz, A. V. Ryzhkov, and V. T. J. Phillips (2014), The anatomy and physics of ZDR columns: Investigating a polarimetric radar signature with a spectral bin microphysical model, J. Appl. Meteorol. Climatol., 53, 1820–1843.

Laird, N. F., H. T. Ochs III, R. M. Rauber, and L. J. Miller (2000), Initial precipitation formation in warm Florida cumulus, J. Atmos. Sci., 57, 3740–3751.

Lang, S., W.-K. Tao, R. Cifelli, W. Olson, J. Halverson, S. Rutledge, and J. Simpson (2007), Improving simulations of convective system from TRMM LBA: Easterly and westerly regimes, J. Atmos. Sci., 64, 1141–1164.

Lawson, R. P., B. Baker, B. Pilson, and Q. Mo (2006), In situ observations of the microphysical properties of wave, cirrus, and Anvil clouds. Part II: Cirrus clouds, J. Atmos. Sci., 63, 3186–3203.

Lebo Z. J., and J. H. Seinfeld (2011), Theoretical basis for convective invigoration due to increased aerosol concentration, Atmos. Chem. Phys., 11, 5407–5429, doi:10.5194/acp-11-5407-2011.

Lee, S. S., L. J. Donner, V. T. J. Phillips, and Y. Ming (2008), The dependence of aerosol effects on clouds and precipitation on cloud-system organization, shear and stability, J. Geophys. Res., 113, D16202, doi:10.1029/2007JD009224.

Levin, Z., and W. R. Cotton (2009), Aerosol Pollution Impact on Precipitation: A Scientific Review, 386 pp., Springer.

Levin, Z., G. Feingold, S. Tzivion, and A. Waldvogel (1991), The Evolution of raindrop spectra: Comparison between modeled and observed spectra along a mountain slope in Switzerland, J. Appl. Meteorol., 30, 893–900.

Levin, Z., A. Teller, E. Ganor, B. Graham, M. O. Andreae, W. Maenhaut, A. H. Falkovich, and Y. Rudich (2003), The role of aerosol size and composition in nucleation scavenging within clouds, J. Geophys. Res., 108(D22), 4700, doi:10.1029/2003JD003647.

Li, X., W.-K. Tao, A. P. Khain, J. Simpson, and D. E. Johnson (2009a), Sensitivity of a cloud-resolving model to bulk and explicit bin microphysical schemes. Part I: Validation with a PRE-STORM case, J. Atmos. Sci., 66, 3–21, doi:10.1175/2008JAS2646.1.

Li, X., W.-K. Tao, A. P. Khain, J. Simpson, and D. E. Johnson (2009b), Sensitivity of a cloud-resolving model to bulk and explicit bin microphysical schemes. Part II: Cloud microphysics and storm dynamics interactions, J. Atmos. Sci., 66, 22–40.

Li, X., W.-K. Tao, T. Matsui, C. Liu, and H. Masunaga (2010), Improving a spectral bin microphysics scheme using TRMM satellite observations, Q. J. R. Meteorol. Soc., 136, 382–399, doi:10.1002/qj.569.

Lim, K.-S. S., and S.-Y. Hong (2010), Development of an effective double-moment cloud microphysics scheme with prognostic cloud condensation nuclei (CCN) for weather and climate models, Mon. Weather Rev., 138, 1587–1612, doi:10.1175/2009MWR2968.1.

Lin, Y.-L., R. D. Farley, and H. D. Orville (1983), Bulk parameterization of the snow field in a cloud model, J. Clim. Appl. Meteorol., 22, 1065–1092.

Liu, Y., P. H. Daum, R. McGraw, and R. Wood (2006), Parameterization of the autoconversion process. Part II: Generalization of Sundqvist-type parameterizations, J. Atmos. Sci., 63, 1103–1109.

Loftus, A. M., and W. R. Cotton (2014a), A triple-moment hail bulk microphysics scheme. Part II: Verification and comparison with two moment bulk microphysics, Atmos. Res., 150, 97–128.

Loftus, A. M., and W. R. Cotton (2014b), Examination of CCN impacts on hail in a simulated supercell storm with triple-moment hail bulk microphysics, Atmos. Res., 147-148, 183–204.

Loftus, A. M., W. R. Cotton, and G. G. Carrio (2014), Examination of CCN impacts on hail with a triple-moment microphysics scheme. Part 1. Model description and initial evaluation, Atmos. Res., 149, 35–57.

Lohmann, U., and J. Feichter (1997), Impact of sulfate aerosols on albedo and lifetime of clouds: A sensitivity study with the ECHAM GCM, J. Geophys. Res., 102, 13,685–13,700, doi:10.1029/97JD00631.

Long, A. (1974), Solutions to the droplet collection equation for polynomial kernels, J. Atmos. Sci., 31, 1040–1052.

Low, T. B., and R. List (1982a), Collision coalescence and breakup of raindrops: Part I. Experimentally established coalescence efficiencies and fragments size distribution in breakup, J. Atmos. Sci., 39, 1591–1606.

Low, T. B., and R. List (1982b), Collision coalescence and breakup of raindrops: Part II. Parameterization of fragment size distributions in breakup, J. Atmos. Sci., 39, 1607–1618.

Luo, Y., K.-M. Xu, H. Morrison, and G. McFarquhar (2008), Arctic mixed-phase clouds simulated by a cloud-resolving model: Comparison with ARM observations and sensitivity to microphysics parameterizations, J. Atmos. Sci., 65, 1285–1303, doi:10.1175/2007JAS2467.1.

Lynn, B., and A. P. Khain (2007), Utilization of spectral bin microphysics and bulk parameterization schemes to simulate the cloud structure and precipitation in a mesoscale rain event, J. Geophys. Res., 112, D22205, doi:10.1029/2007JD008475.

Lynn, B., A. P. Khain, J. Dudhia, D. Rosenfeld, A. Pokrovsky, and A. Seifert (2005a), Spectral (bin) microphysics coupled with a mesoscale model (MM5). Part 1. Model description and first results, Mon. Weather Rev., 133, 44–58.

Lynn, B., A. P. Khain, J. Dudhia, D. Rosenfeld, A. Pokrovsky, and A. Seifert (2005b), Spectral (bin) microphysics coupled with a mesoscale model (MM5). Part 2: Simulation of a CaPe rain event with squall line, Mon. Weather Rev., 133, 59–71.

Lynn, B. H., A. P. Khain, J.W. Bao, S. A. Michelson, T. Yuan, G. Kelman, and N. Benmoshe (2014), The sensitivity of the WRF-simulated Hurricane Irene to physics configuration, Abstract at the 94-th AMS conference, Atlanta, February 2014.

Magaritz, L., M. Pinsky, A. Khain, and O. Krasnov (2009), Investigation of droplet size distributions and drizzle formation using a new trajectory ensemble model. Part 2: Lucky parcels in non-mixing limit, J. Atmos. Sci., 66, 781–805.

Magaritz, L., M. Pinsky, and A. P. Khain (2010), Effects of stratocumulus clouds on aerosols in themaritime boundary layer, Atmos. Res., 97, 498–512.

Mansell, E. R., C. L. Ziegler, and E. C. Bruning (2010), Simulated electrification of a small thunderstorm with two-moment bulk microphysics, J. Atmos. Sci., 67, 171–194, doi:10.1175/2009JAS2965.1.

Marks, R. J., II (1991), Introduction to Shannon Sampling and Interpolation Theory, Springer, New York.

Matsui, T., X. Zeng, W.-K. Tao, H. Masunaga, W. Olson, and S. Lang (2009), Evaluation of long-term cloud-resolving model simulations using satellite radiance observations and multifrequency satellite simulators, J. Atmos. Oceanic Technol., 26, 1261–1274.

Mazin, I. P., A. Kh. Khrgian, and I. M. Imyanitov (1989), Handbook of Clouds and Cloudy Atmosphere, 647 p., Gidrometeoizdat.

McFarquhar, G. M., M. S. Timlin, R. M. Rauber, B. F. Jewett, J. A. Grim, and D. P. Jorgensen (2007), Vertical variability of cloud hydrometeors in the stratiform region of mesoscale convective systems and bow echoes, Mon. Weather Rev., 135, 3405–3428.

McFarquhar, G. M., et al. (2011), Indirect and Semi-Direct Aerosol Campaign (ISDAC): The impact of Arctic aerosols on clouds, Bull. Am. Meteorol. Soc., 92, 183–201, doi:10.1175/2010BAMS2935.1.

Meyers, M. P., R. L. Walko, J. Y. Harrington, and W. R. Cotton (1997), New RAMS cloud microphysics parameterization. Part II: The two-moment scheme, Atmos. Res., 45, 3–39.

Milbrandt, J. A., and R. McTaggart-Cowan (2010), Sedimentation-induced errors in bulk microphysics schemes, J. Atmos. Sci., 67, 3931–3948.

Milbrandt, J. A., and M. K. Yau (2005a), A multimoment bulk microphysics parameterization. Part I: Analysis of the role of the spectral shape parameter, J. Atmos. Sci., 62, 3051–3064.

Milbrandt, J. A., and M. K. Yau (2005b), A multimoment bulk microphysics parameterization. Part II: A proposed three-moment closure and scheme description, J. Atmos. Sci., 62, 3065–3081.

Milbrandt, J. A., and M. K. Yau (2006), A multimoment bulk microphysics parameterization. Part III: Control simulation of a hailstorm, J. Atmos. Sci., 63, 3114–3136.

Mitchell, D. L., S. K. Chai, Y. Liu, A. J. Heymsfield, and Y. Dong (1996), Modeling cirrus clouds. Part I: Treatment of bimodal size spectra and case study analysis, J. Atmos. Sci., 53, 2952–2966.

Mitra, S. K., U. Barth, and H. R. Pruppacher (1990), A laboratory study of the efficiency with which aerosol particles are scavenged by the snow flakes, Atmos. Environ., 24A(5), 1247–1254.

Mitra, S. K., J. Brinkmann, and H. R. Pruppacher (1992), A wind tunnel study on the drop-toparticle conversion, J. Aerosol Sci., 23, 245–256. Mizuno, H. (1990), Parameterization of the accretion process between different precipitation elements, J. Meteorol. Soc. Jpn., 68, 395–398.

Moncrieff, M. W. (2010), The multiscale organization of moist convection and the intersection of weather and climate, in Climate Dynamics:

Why Does Climate Vary?, edited by D.-Z. Sun and F. Bryan, AGU, Washington, D. C., doi:10.1029/2008GM000838.

Morrison, H. (2012), On the numerical treatment of hydrometeor sedimentation in bulk and hybrid bulk–bin microphysics schemes, Mon. Weather Rev., 140, 1572–1588.

Morrison, H., and A. Gettelman (2008), A new two-moment bulk stratiform cloud microphysics scheme in the community atmosphere model, version 3 (CAM3). Part I: Description and numerical tests, J. Clim., 21, 3642–3658.

Morrison, H., and W. W. Grabowski (2007), Comparison of bulk and bin warm-rain microphysics models using a kinematic framework, J. Atmos. Sci., 64(8), 2839–2861.

Morrison, H., and W. W. Grabowski (2010), An improved representation of rimed snow and conversion to graupel in a multicomponent bin microphysics scheme, J. Atmos. Sci., 67, 1337–1360.

Morrison, H., J. A. Curry, and V. I. Khvorostyanov (2005a), A new double-moment microphysics parameterization for application in cloud and climate models. Part I: Description, J. Atmos. Sci., 62(6), 1665–1677.

Morrison, H., G. Thompson, and V. Tatarskii (2009a), Impact of cloud microphysics on the development of trailing stratiform precipitation in a simulated squall line: Comparison of one- and two-moment schemes, Mon. Weather Rev., 137, 991–1007.

Morrison, H., et al. (2009b), Intercomparison of model simulations of mixed-phase clouds observed during the ARM Mixed-Phase Arctic Cloud Experiment. II: Multi-layered cloud, Q. J. R. Meteorol. Soc., 135, 1003–1019, doi:10.1002/qj.415.

Morrison, H., et al. (2011), Intercomparison of cloud model simulations of Arctic mixed-phase boundary layer clouds observed during SHEBA, J. Adv. Model. Earth Syst., 3, M06003, doi:10.1029/2011MS000066.

Muhlbauer, A., T. Hashino, L. Xue, A. Teller, U. Lohmann, R. Rasmussen, I. Geresdi, and Z. Pan (2010), Intercomparison of aerosol-cloud-precipitation interactions in stratiform orographic mixed-phase clouds, Atmos. Chem. Phys., 10, 8173–8196.

Murakami, M. (1990), Numerical modeling of dynamical and microphysical evolution of an isolated convective cloud—The 19 July 1981 CCOPE cloud, J. Meteorol. Soc. Jpn., 68, 107–128.

Musil, D. J., A. J. Heymsfield, and P. L. Smith (1986), Microphysical characteristics of a welldeveloped weak echo region in a High Plains supercell thunderstorm, J. Climate Appl. Meteorol., 25(7), 1037–1051.

Niu, F., and Z. Li (2012), Systematic variations of cloud top temperature and precipitation rate with aerosols over the global tropics, Atmos. Chem. Phys., 12(18), 8491–8498.

Noppel, H., A. Pokrovsky, B. Lynn, A. P. Khain, and K. D. Beheng (2010a), A spatial shift of precipitation from the sea to the land caused by introducing submicron soluble aerosols: Numerical modeling, J. Geophys. Res., 115, D18212, doi:10.1029/2009JD012645.

Noppel, H., U. Blahak, A. Seifert, and K. D. Beheng (2010b), Simulations of a hailstorm and the impact of CCN using an advanced two-moment cloud microphysical scheme, Atmos. Res., 96, 286–301.

Onishi, R., and K. Takahashi (2011), A warm-bin–cold-bulk hybrid cloud microphysical model, J. Atmos. Sci., 69, 1474–1497.

Ovchinnikov, M., et al. (2013), Intercomparison of LES of Arctic mixed-phase clouds, Proc. of ASR meeting, March 2013.

Paluch, I. R. (1979), The entrainment mechanism in Colorado cumuli, J. Atmos. Sci., 36(12), 2467–2478. Phillips, V. T. J., L. J. Donner, and S. T. Garner (2007a), Nucleation process in deep convection simulated by a cloud-system-resolving model with double-moment bulk microphysics, J. Atmos. Sci., 64, 738–761.

Phillips, V., A. P. Khain, and A. Pokrovsky (2007b), The influence of melting on the dynamics and precipitation production in maritime and continental storm-clouds, J. Atmos. Sci., 64(2), 338–359.

Phillips, V. T. J., C. Andronache, B. Christner, C. E. Morris, D. C. Sands, A. Bansemer, A. Lauer, C. McNaughton, and C. Seman (2009), Potential impacts from biological aerosols on ensembles of continental clouds simulated numerically, Biogeosciences, 6, 1–28.

Phillips, V. T. J., A. Khain, N. Benmoshe, A. Ryzhkov, and E. Ilotovich (2014), Theory of timedependent freezing. I: Description of scheme for wet growth of hail, J. Atmos. Sci., 71, 4527– 4557.

Phillips, V. T. J., A. Khain, N. Benmoshe, A. Ryzhkov, and E. Ilotovich (2015), Theory of timedependent freezing. II: Scheme for freezing raindrops and simulations by a cloud model with spectral bin microphysics, J. Atmos. Sci., 72, 262–286.

Plant, R. S. (2010), A review of the theoretical basis for bulk mass flux convective parameterization, Atmos. Chem. Phys., 10, 3529–3544, doi:10.5194/acp-10-3529-2010.

Prabha, V. T., S. Patade, G. Pandithurai, A. Khain, D. Axisa, P. PradeepKumar, R. S. Maheshkumar, J. R. Kulkarni, and B. N. Goswami (2012), Spectral width of premonsoon and monsoon clouds over Indo-Gangetic valley during CAIPEEX, J. Geophys. Res., 117, D20205, doi:10.1029/2011JD016837.

Pruppacher, H. R., and J. D. Klett (1997), Microphysics of Clouds and Precipitation, 2nd ed., 963

pp., Springer, Dordrecht, Netherlands, doi:10.1007/978-0-306-48100-0.

Ramkrishna, D. (2000), Population Balances: Theory and Applications to Particulated Systems in Engineering, 355 pp., Academic Press, San Diego, Calif.

Reisin, T., Z. Levin, and S. Tzvion (1996a), Rain production in convective clouds as simulated in an axisymmetric model with detailed microphysics. Part I: Description of the model, J. Atmos. Sci., 53, 497–519.

Reisner, R., R. M. Rasmussen, and R. T. Bruintjes (1998), Explicit forecasting of supercooled liquid water in winter storms using the MM5 mesoscale model, Q. J. R. Meteorolog. Soc, 124, 1071–1107.

Rissler, J., A. Vestin, E. Swietlicki, G. Fisch, J. Zhou, P. Artaxo, and M. O. Andreae (2006), Size distribution and hygroscopic properties of aerosol particles from dry-season biomass burning in Amazonia, Atmos. Chem. Phys., 6, 471–491, doi:10.5194/acp-6-471-2006.

Rosenfeld, D., and G. Gutman (1994), Retrieving microphysical properties near the tops of potential rain clouds by multispectral analysis of AVHRR data, Atmos. Res., 34, 259–283.

Rosenfeld, D., and W. L. Woodley (2000), Deep convective clouds with sustained highly supercooled liquid water until \_37.5°C, Nature, 405, 440–442.

Rosenfeld, D., U. Lohmann, G. B. Raga, C. D. O'Dowd, M. Kulmala, S. Fuzzi, A. Reissell, and M. O. Andreae (2008), Flood or drought: How do aerosols affect precipitation? Science, 321, 1309–1313.

Rosenfeld D. y W. L. Woodley, 2003: Closing the 50-year circle: From cloud seeding to space and back to climate change through precipitation physics. Capítulo 6 de Cloud Systems, Hurricanes, and the Tropical Rainfall Measuring Mission (TRMM), editado por el Dr. Wei-Kuo Tao y el Dr. Robert Adler, 234 págs., Meteorological Monographs 51, 59-80, AMS.

Rosenfeld, D., W. L. Woodley, A. Khain, W. R. Cotton, G. Carrió, I. Ginis, and J. H. Golden (2012), Aerosol effects on microstructure and intensity of tropical cyclones, Bull. Am. Meteorol. Soc., 2012, 987–1001.

Rotunno, R., J. B. Klemp, and M. L. Weisman (1988), A theory for strong, long-lived squall lines, J. Atmos. Sci., 45, 463–485.

Rutledge, S. A., and P. V. Hobbs (1984), The mesoscale and microscale structure and organization of clouds and precipitation in midlatitude cyclones. XII: A diagnostic modeling study of precipitation development in narrow cold-frontal rainbands, J. Atmos. Sci., 41, 2949–2972.

Rutledge, S. A., R. A. Houze Jr., M. I. Biggerstaff, and T. Matejka (1988), The Oklahoma– Kansas mesoscale convective system of 10–11 June 1985: Precipitation structure and single-Doppler radar analysis, Mon. Weather Rev., 116, 1409–1430.

Saito, K., J. Ishida, K. Aranami, T. Hara, T. Segawa, M. Narita, and Y. Honda (2007),
Nonhydrostatic atmospheric models and operational development at JMA, J. Meteorol. Soc. Jpn., 85B, 271–304.

Saleeby, S. M., and W. R. Cotton (2004), A large-droplet mode and prognostic number concentration of cloud droplets in the Colorado State University Regional Atmospheric Modeling System (RAMS). Part I: Module descriptions and supercell test simulations, J. Appl. Meteorol. Climatol., 43, 182–195.

Saleeby, S. M., and W. R. Cotton (2008), A binned approach to cloud-droplet riming implemented in a bulk microphysics model, J. Appl. Meteorol. Climatol., 47, 694–703.

Saleeby, S. M., and S. C. van den Heever (2013), Developments in the CSU-RAMS aerosol model: Emissions, nucleation, regeneration, deposition, and radiation, J. Appl. Meteorol. Climatol., 52, 2601–2622.

Sant, V., U. Lohmann, and A. Seifert (2013), Performance of a triclass parameterization for the collision–coalescence process in shallow clouds, J. Atmos. Sci., 70, 1744–1767, doi:10.1175/JAS-D-12-0154.1.

Schultz, P. (1995), An explicit cloud physics parameterization for operational numerical weather prediction, Mon. Weather Rev., 123, 3331–3343.

Sednev I., and S. Menon (2012), Analyzing numerics of bulk microphysics schemes in community models: Warm rain processes, Geosci. Model Dev., 5, 975–987, doi:10.5194/gmd-5-975-2012.

Segal, Y., and A. P. Khain (2006), Dependence of droplet concentration on aerosol conditions in different cloud types: Application to droplet concentration parameterization of aerosol conditions, J. Geophys. Res., 111, D15204, doi:10.1029/2005JD006561.

Segal, Y., A. P. Khain, and M. Pinsky (2003), Thermodynamic factors influencing the bimodal spectra formation in cumulus clouds, Atmos. Res., 66, 43–64.

Segal, Y., A. P. Khain, M. Pinsky, and A. Sterkin (2004), Effects of atmospheric aerosol on precipitation in cumulus clouds as seen from 2000-bin cloud parcel microphysical model: Sensitivity study with cloud seeding applications, Q. J. R. Meteorol. Soc., 130, 561–582.

Seifert, A., and K. D. Beheng (2001), A double-moment parameterization for simulating autoconversion, accretion and self-collection, Atmos. Res., 59–60, 265–281.

Seifert, A., and K. D. Beheng (2006a), A two-moment cloud microphysics parameterization for mixed-phase clouds. Part 1: Model description, Meteorol. Atmos. Phys., 92, 45–66.

Seifert, A., and K. D. Beheng (2006b), A two-moment cloud microphysics parameterization for mixed-phase clouds. Part 2: Maritime vs. continental deep convective storms, Meteorol. Atmos. Phys., 92, 67–82.

Seifert, A., A. Khain, A. Pokrovsky, and K. D. Beheng (2006), A comparison of spectral bin and two-moment bulk mixed-phase cloud microphysics, Atmos. Res., 80(1), 46–66.

Seifert, A., C. Koehler, and K. D. Beheng (2011), Aerosol-cloud-precipitation effects over Germany as simulated by a convective-scale numerical weather prediction model, Atmos. Chem. Phys. Discuss., 11, 20,203–20,243, doi:10.5194/acpd-11-20203-2011.

Seigel, R. B., and S. C. van den Heever (2012), Mineral dust pathways into supercell storm, J. Atmos. Sci., 69, 1453–1473.

Sekhon, R. S., and R. C. Srivastava (1970), Snow size spectra and radar reflectivity, J. Atmos. Sci., 27, 299–307.

Shaw, R. A., A. J. Durant, and Y. Mi (2005), Heterogeneous surface crystallization observed in undercooled water, J. Phys. Chem. B, 109, 9865–9868.

Shima, S., K. Kusano, A. Kawano, T. Sugiyama, and S. Kawahara (2009), The super-droplet method for the numerical simulation of clouds and precipitation: A particle-based and probabilistic microphysics model coupled with a non-hydrostatic model, Q. J. R. Meteorol. Soc., 135, 1307–1320.

Shipway, B. J., and A. A. Hill (2012), Diagnosis of systematic differences between multiple parameterizations of warm rain microphysics using a kinematic framework, Q. J. R. Meteorol. Soc., 138, 2196–2211.

Shpund, J., M. Pinsky, and A. Khain (2011), Evolution of sea spray in the marine boundary layer as seen from simulations using spectral bin microphysics-2D Lagrangian Model—Part 1: Effect of large eddies, J. Atmos. Sci., 68, 2366–2383.

Shupe, M. D., and J. M. Intrieri (2004), Cloud radiative forcing of the Arctic surface: The influence of cloud properties, surface albedo, and solar zenith angle, J. Clim., 17, 616–628.

Skamarock, W. C., J. B. Klemp, J. Dudhia, D. O. Gill, D. M. Barker, M. G. Duda, Xiang-Yu Huang, W. Wang, and J. G. Powers (2008), A Description of the Advanced Research WRF Version 3, NCAR/TN-475+STR NCAR Tech. Note, pp. 113, Boulder, Colo.

Stephens, G. L., et al. (2002), The CloudSat mission and the A-Train, Bull. Am. Meteorol. Soc., 83, 1771–1790.

Stevens, B., G. Feingold, R. L. Walko, and W. R. Cotton (1996), On elements of the microphysical structure of numerically simulated non-precipitating stratocumulus, J. Atmos. Sci., 53, 980–1006.

Stevens, B., et al. (2005), Evaluation of large-eddy simulations via observations of nocturnal marine stratocumulus, Mon. Weather Rev., 133, 1443–1455.

Stith, J. L., J. E. Dye, A. Bansemer, A. J. Heymsfield, C. A. Grainger, W. A. Petersen, and R. Cifelli (2002), Microphysical observations of tropical clouds, J. Appl. Meteorol., 41(2), 97–117.

Storer, R. L., and S. C. van den Heever (2013), Microphysical processes evident in aerosol forcing of tropical deep convective clouds, J. Atmos. Sci., 70, 430–446.

Straka, J. M. (2009), Cloud and Precipitation Microphysics, 392 pp., Cambridge Univ. Press, Cambridge, U. K.

Suzuki, K., T. Nakajima, T. Y. Nakajima, and A. P. Khain (2010), A study of microphysical mechanisms for correlation patterns between droplet radius and optical thickness of warm clouds with a spectral bin microphysics cloud model, J. Atmos. Sci., 67, 1126–1141.

Suzuki, K., G. L. Stephens, S. C. van den Heever, and T. Y. Nakajima (2011), Diagnosis of the warm rain process in cloud-resolving models using joint CloudSat and MODIS observations, J. Atmos. Sci., 68, 2655–2670.

Szumowski, M. J., W. W. Grabowski, and H. T. Ochs III (1998), Simple two-dimensional kinematic framework designed to test warm rain microphysics models, Atmos. Res., 45, 299–326.

Takahashi, T. (1976), Hail in an axisymmetric cloud model, J. Atmos. Sci., 33, 1579–1601.

Tampieri, F., and C. Tomasi (1978), Size distribution models of fog and cloud droplets in terms of the modified gamma function, Tellus, 28, 333–347.

Tao, W.-K., and M. W. Moncrieff (2009), Multiscale cloud system modeling, Rev. Geophys., 47, RG4002, doi:10.1029/2008RG000276.

Tao, W.-K., J. Simpson, C.-H. Sui, B. Ferrier, S. Lang, J. Scala, M.-D. Chou, and K. Pickering (1993), Heating, moisture, and water budgets of tropical and midlatitude squall lines. Comparisons and sensitivity to longwave radiation, J. Atmos. Sci., 50, 673–690.

Tao, W.-K., et al. (2003), Microphysics, radiation and surface processes in the Goddard Cumulus Ensemble (GCE) model, Meteor. Atmos. Phys., 82, 97–137.

Tao, W.-K., X. Li, A. Khain, T. Matsui, S. Lang, and J. Simpson (2007), The role of atmospheric aerosol concentration on deep convective precipitation: Cloud-resolving model simulations, J. Geophys. Res., 112, D24S18, doi:10.1029/2007JD008728.

Tao, W.-K., et al. (2009a), Multi-scale modeling system: Development, applications and critical issues, Bull. Am. Meteorol. Soc., 90, 515–534.

Tao, W.-K., et al. (2009b), The Goddard multi-scale modeling system with unified physics, Ann. Geophys., 27, 3055–3064.

Tao, W.-K., J. J. Shi, S. S. Chen, S. Lang, P.-L. Lin, S.-Y. Hong, C. Peters-Lidard, and A. Hou (2011), The impact of microphysical schemes on hurricane intensity and track, Asia-Pacific, J. Atmos. Sci., 47(1), 1–16.

Tao, W.-K., J.-P. Chen, Z. Li, C. Wang, and C. Zhang (2012), Impact of aerosols on convective clouds and precipitation, Rev. Geophys., 50, RG2001, doi:10.1029/2011RG000369.

Teller, A., and Z. Levin (2008), Factorial method as a tool for estimating the relative contribution to precipitation of cloud microphysical processes and environmental conditions: Method and

application, J. Geophys. Res., 113, D02202, doi:10.1029/2007JD008960.

Thompson, G., and T. Eidhammer (2014), A study of aerosol impacts on clouds and precipitation development in a large winter cyclone, J. Atmos. Sci., (in press).

Thompson, G., R. M. Rasmussen, and K. Manning (2004), Explicit forecasts of winter precipitation using an improved bulk microphysics scheme. Part I: Description and sensitivity analysis, Mon. Weather Rev., 132, 519–542.

Thompson, G., P. R. Field, W. D. Hall, and R. Rasmussen (2006), A new bulk microphysical parameterization for WRF (& MM5), paper presented at WRF Conference, Natl. Cent. for Atmos. Res., Boulder, Colo., June.

Thompson, G., P. R. Field, R. M. Rasmussen, and W. D. Hall (2008), Explicit forecasts of winter precipitation using an improved bulk microphysics scheme. Part II: Implementation of a new snow parameterization, Mon. Weather Rev., 136, 5095–5115, doi:10.1175/2008MWR2387.1.

Tripoli, G. J., and W. R. Cotton (1980), A numerical investigation of several factors contributing to the observed variable intensity of deep convection over south Florida, J. Appl. Meteorol., 19, 1037–1063.

Tsai, T.-C., J.-P. Chen, and W.-K. Tao (2012), Evaluating aerosol impact on precipitation with CLR double-moment microphysical scheme in WRF model, ICCP, 2012.

Tzivion, S., G. Feingold, and Z. Levin (1987), An efficient numerical solution to the stochastic collection equation, J. Atmos. Sci., 44, 3139–3149.

Tzivion, S., G. Feingold, and Z. Levin (1989), The evolution of raindrop spectra II: Collisional collection/breakup and evaporation in a rain shaft, J. Atmos. Sci., 46, 3312–3327.

Tzivion, S., T. G. Reisin, and Z. Levin (2001), A new formulation of the spectral multi-moment method for calculating the kinetic collection equation: More accuracy with fewer bins, J. Comput. Phys., 171, 418–422.

van den Heever, S. C., and W. R. Cotton (2004), The impact of hail size on simulated supercell storms, J. Atmos. Sci., 61(2004), 1596–1609. van den Heever, S. C., and W. R. Cotton (2007), Urban aerosol impacts on downwind convective storms, J. Appl. Meteorol. Climatol., 46, 828–850.

van den Heever, S. C., G. G. Carrió, W. R. Cotton, P. J. Demott, and A. J. Prenni (2006), Impacts of nucleating aerosol on Florida storms. Part I: Mesoscale simulations, J. Atmos. Sci., 63(7), 1752–1775.

van den Heever, S. C., G. L. Stephens, and N. B. Wood (2011), Aerosol indirect effects on tropical convection characteristics under conditions of radiative-convective equilibrium, J. Atmos. Sci., 68, 699–718.

Verlinde, J., P. J. Flatau, and W. R. Cotton (1990), Analytical solutions to the collection growth

equation: Comparison with approximate methods and application to cloud micro-physics parameterization schemes, J. Atmos. Sci., 47, 2871–2880.

Verlinde, J., et al. (2007), The Mixed-Phase Arctic Cloud Experiment, Bull. Am. Meteorol. Soc., 88, 205–221, doi:10.1175/BAMS-88-2-205.

Voloshuk, V. M., and Y. S. Sedunov (1975), Coagulation Processes in Dispersive Systems, 320 pp., Gidrometizdat, Sant Petersburg.

Wacker, U., and C. Lupkes (2009), On the selection of prognostic moments in parametrization schemes for drop sedimentation, Tellus, 61A, 498–511.

Walko, R. L., W. R. Cotton, M. P. Meyers, and J. Y. Harrington (1995), New RAMS cloud microphysics parameterization Part I: The single-moment scheme, Atmos. Res., 38, 2942.

Wang, L.-P., O. Ayala, and W. W. Grabowski (2005), On improved formulations of the superposition method, J. Atmos. Sci., 62, 1255–1266.

Wang, L.-P., Y. Xue, and W. W. Grabowski (2007), A bin integral method for solving the kinetic collection equation, J. Comput. Phys., 226, 159–88.

Wang, Y., J. Fan, R. Zhang, L. R. Leung, and C. Franklin (2013), Improving bulk microphysics parameterizations in simulations of aerosol effects, J. Geophys. Res. Atmos., 118, 5361–5379, doi:10.1002/jgrd.50432.

Warner, J. (1969), The microstructure of cumulus cloud. Part 1: General features of the droplet spectrum, J. Atmos. Sci., 26, 1049–1059.

Wisner, C., H. D. Orville, and C. Myers (1972), A numerical model of a hail-bearing cloud, J. Atmos. Sci., 29, 1160–1181.

Wood, R. (2005), Drizzle in stratiform boundary layer clouds. Part III: Microphysical aspects, J. Atmos. Sci., 62, 3034–3050.

Wood, R., T. L. Kubar, and D. L. Hartmann (2009), Understanding the importance of microphysics and macrophysics for warm rain in marine low clouds. Part II: Heuristic models of rain formation, J. Atmos. Sci., 66, 2973–2990.

Wurzler, S. C., A. I. Flossmann, H. R. Pruppacher, and S. E. Schwartz (1995), The scavenging of nitrate by clouds and precipitation, Part 1, J. Atmos. Chem., 20, 259–280.

Xue, L., A. Teller, R. Rasmussen, I. Geresdi, and Z. Pan (2010), Effects of aerosol solubility and regeneration on warm-phase orographic clouds and precipitation simulated by a detailed bin microphysical scheme, J. Atmos. Sci., 67, 3336–3354.

Xue, L., A. Teller, R. Rasmussen, I. Geresdi, Z. Pan, and X. Liu (2012), Effects of aerosol solubility and regeneration on mixed-phase orographic clouds and precipitation, J. Atmos. Sci., 69, 1994–2010.

Yangang, L., Y. Laiguang, Y. Weinong, and L. Feng (1995), On the size distribution of cloud droplets, Atmos. Res., 35, 201–216.

Yano, J.-I. (1998), Planetary-scale coherent structures of tropical moist convection, Aust. J. Phys., 51, 865–874.

Yano, J.-I., and H. Baizig (2012), Single SCA-plume dynamics, Dyn. Atmos. Ocean., 58, 62–94.

Yano, J.-I., and D. Bouniol (2010), Aminimumbulk microphysics, Atmos. Chem. Phys. Discuss., 10, 30,305–30,345, doi:10.5194/acpd-10-30305-2010.

Yano, J.-I., and R. S. Plant (2012), Convective quasi-equilibrium, Rev. Geophys., 50, RG4004, doi:10.1029/2011RG000378.

Yano, J.-I., J.-L. Redelsperger, F. Guichard, and P. Bechtold (2005), Mode decomposition as a methodology for developing convective-scale representations in global models, Q. J. R. Meteorol. Soc., 131, 2313–2336.

Yano, J.-I., P. Benard, F. Couvreux, and A. Lahellec (2010), NAM-SCA: A nonhydrostatic anelastic model with segmentally-constant approximations, Mon. Weather Rev., 138, 1957–1974.

Yano, J.-I., S. Kumar, and G. L. Roff (2012a), Towards compressed super-parameterization: Test of NAM-SCA under single-column GCM configurations, Atmos. Phys. Chem. Discuss., 12, 28,237–28,303.

Yano, J.-I., C. Liu, and M. W. Moncrieff (2012b), Atmospheric convective organization: Homeostasis or self-organized criticality? J. Atmos. Sci., 69, 3449–3462.

Yano, J. I., M. Bister, Z. Fuchs, L. Gerard, V. Phillips, S. Barkidija, and J. M. Piriou (2013), Phenomenology of convection-parameterization closure, Atmos. Phys. Chem., 13, 4111–4131.

Yin, Y., Z. Levin, T. Reisin, and S. Tzivion (2000), Seeding convective clouds with hygroscopic flares: Numerical simulations using a cloud model with detailed microphysics, J. Appl. Meteorol., 39, 1460–1472.

Yin, Y., Q. Chen, L. Jin, B. Chen, S. Zhu, and X. Zhang (2012), The effects of deep convection on the concentration and size distribution of aerosol particles within the upper troposphere: A case study, J. Geophys. Res., 117, D22202, doi:10.1029/2012JD017827.

Young, K. C. (1975), The evolution of drop spectra due to condensation, coalescence and breakup, J. Atmos. Sci., 32, 965–973.

Yuter, S. E., D. Kingsmill, L. B. Nance, and M. Löffler-Mang (2006), Observations of precipitation size and fall speed characteristics within coexisting rain and wet snow, J. Appl. Meteorol. Climatol., 45, 1450–1464.

Zhang, D.-L., K. Gao, and D. B. Parsons (1989), Numerical simulation of an intense squall line during 10–11 June 1985 PRE-STORM, Part 1: Model verification, Mon. Weather Rev., 117, 960–

994.

Zhang, G. (2014), Microphysics parameterization for convection in GCM and its effects on cloud simulation in the NCAR CAM5 (invited lecture at the COST final Workshop), Toulouse, March.

Zhang, H., G. M. McFarquhar, S. M. Saleeby, and W. R. Cotton (2007), Impacts of Saharan dust as CCN on the evolution of an idealized tropical cyclone, Geophys. Res. Lett., 34, L14812, doi:10.2029/2007GL029876.

Zhang, H., G. M. McFarquhar, W. R. Cotton, and Y. Deng (2009), Direct and indirect impacts of Saharan dust acting as cloud condensation nuclei on tropical cyclone eyewall development, Geophys. Res. Lett., 36, L06802, doi:10.1029/2009GL037276.

Zuidema, P., et al. (2005), An Arctic springtime mixed-phase cloudy boundary layer observed during SHEBA, J. Atmos. Sci., 62, 160–176, doi:10.1175/JAS-3368.1.