



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
POSGRADO EN CIENCIAS FÍSICAS
INSTITUTO DE FÍSICA

Análisis de procesos suprimidos y prohibidos en el Modelo Estándar.

TESIS

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE
MAESTRO EN CIENCIAS (FÍSICA),

PRESENTA:

MARXIL SÁNCHEZ GARCÍA

TUTOR PRINCIPAL:

Dr. GENARO TOLEDO SÁNCHEZ
(INSTITUTO DE FÍSICA, UNAM.)

MIEMBROS DEL COMITÉ TUTOR:

Dra. LIBERTAD BARRÓN PALOS
(INSTITUTO DE FÍSICA, UNAM.)

Dr. ROELOF BIJKER
(INSTITUTO DE CIENCIAS NUCLEARES, UNAM.)

Ciudad Universitaria, CD. MX., Enero 2017



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Agradecimientos

Al Dr. Genaro Toledo Sánchez por brindarme siempre su apoyo, su tiempo y su paciencia al transmitirme sus conocimientos. Además le agradezco muchísimo el siempre motivarme a seguir adelante en el camino de la ciencia.

A mi amada esposa Adriana Pérez Martínez por estar a mi lado en cada momento, por hacer que crea en mi mismo y que vea que sí puedo lograr todo lo que me propongo, por ser un ejemplo de constancia y perseverancia, por ser mi inspiración y mi motivación, por ser siempre la poesía que alimenta mi corazón.

A mis padres por darme la vida y darme la formación necesaria para siempre salir adelante. Gracias a ellos soy la persona que soy, son mis raíces, unas raíces solidas que siempre me acompañan y de las cuales me siento orgulloso. Siempre llevo de ellos lo mejor que me han enseñado y siempre portare con gran dignidad sus apellidos.

A mi hermana por su apoyo y confianza que desde que somos niños me ha brindado, por crecer juntos hombro con hombro y hacer que mi infancia fuera inolvidable, por ser siempre mi complice y mi confidente, por siempre estar cuando lo necesito y por siempre quererme tanto.

A los miembros de mi comité tutorial: la Dra. Libertad Barrón Palos y el Dr. Roelof Bijker por estar en todo momento pendientes de mi desarrollo como estudiante de maestría.

A los sinodales: Dr. Genaro Toledo Sánchez, Dra. Myriam Mondragón Ceballos, Dr. Eleazar Cuatle Flores, Dr. Eric Vázquez Jauregui y al Dr. Pablo Roig Garcés por haber aceptado ser parte del jurado para el examen de maestría. En especial agradezo al Dr. Pablo Roig Garcés y al Dr. Eric Vázquez Jauregui por la rapidez en leer mi trabajo y proporcionarme sus observaciones y comentarios que han ayudado a mejorarlo y enriquecerlo.

A las secretarias por su paciencia para orientarme en todos los trámites durante la maestría.

A CONACYT por brindarme su apoyo económico para la realización de esta maestría.

A la UNAM, por haberme dado la oportunidad de estudiar en esta gran casa de estudios ya que gracias a esto mi visión del mundo sea ampliado.

Resumen

En este trabajo se presenta el estudio de algunos procesos suprimidos y prohibidos en el Modelo Estándar. En el caso de procesos suprimidos, consideramos procesos de la forma $q_1\bar{q}_2 \rightarrow l^+l^-$, un ejemplo de éstos es el proceso $B_s^0 \rightarrow \mu^+\mu^-$, que fue observado recientemente, es interesante ya que nos permite indagar sobre los diferentes factores que la suprimen, exploramos el efecto de las masas de las partículas en los lazos, así como los efectos debido a los acoplamientos de CKM.

Adicionalmente nos permite indagar sobre los efectos causados por una posible cuarta familia de quarks. Esto nos permite imponer cotas, independiente del modelo, sobre la masa de la cuarta familia de quarks y sobre el correspondiente producto de acoplamientos involucrado en el proceso. En el caso de procesos prohibidos, la observación de procesos con violación de número leptónico en dos unidades ($\Delta L = 2$) es interesante, ya que nos permitirá establecer que la naturaleza de los neutrinos es de Majorana.

Se estudian de forma general todos los procesos de la forma $M^+ \rightarrow M'^-\ell_1^+\ell_2^+$ con M y M' mesones pseudo-escalares y $\ell_{1,2} = e, \mu, \tau$, explorando las regiones de masas y acoplamientos consistentes con las cotas experimental actuales suponiendo $m_\pi < m_N < m_{B_c}$, donde m_N es la masa del neutrino de Majorana responsable de la violación de número leptónico que se da en los procesos considerados.

Índice general

Agradecimientos	III
Resumen	v
Introducción	IX
1. Modelo Estándar	1
1.1. Introducción.	1
1.2. Rompimiento espontáneo de la simetría.	2
1.2.1. El sector de Higgs después del rompimiento espontáneo de la simetría.	4
1.3. Corrientes débiles cargadas y neutras.	5
1.3.1. Corriente débil cargada.	5
1.3.2. Corrientes neutras.	6
1.4. Neutrinos de Majorana.	7
2. Procesos suprimidos en el Modelo Estándar.	11
2.1. Introducción.	11
2.2. Contribuciones a un lazo.	12
2.2.1. Contribuciones de la caja W y el pingüino Z .	13
2.2.2. Contribuciones electromagnéticas.	13
2.3. Sección eficaz $q_1 \bar{q}_2 \rightarrow l^+ l^-$.	17
2.4. Decaimientos hadrónicos.	19
2.5. Límites para la cuarta familia.	19
3. Procesos prohibidos en el Modelo Estándar.	23
3.1. Introducción.	23
3.2. Violación de número leptónico por dos unidades $\Delta L = 2$.	23
3.2.1. Neutrinos ligeros ($m_N < m_\pi$).	26
3.2.2. Neutrinos pesados ($m_N > m_{B_c}$).	26
3.2.3. Neutrinos intermedios ($m_\pi < m_N < m_{B_c}$).	26
3.3. Proceso genérico $M^+ \rightarrow M'^+ \ell_1^+ \ell_2^+$	26
3.4. Razones de decaimiento.	30
3.4.1. $K^+ \rightarrow \pi^- \ell_1^+ \ell_2^+$.	32
3.4.2. $D^+ \rightarrow \pi^- \ell_1^+ \ell_2^+$.	34
3.4.3. $D^+ \rightarrow K^- \ell_1^+ \ell_2^+$.	34
3.4.4. $D_s^+ \rightarrow \pi^- \ell_1^+ \ell_2^+$.	37
3.4.5. $D_s^+ \rightarrow K^- \ell_1^+ \ell_2^+$.	37
3.4.6. $B^+ \rightarrow \pi^- \ell_1^+ \ell_2^+$.	39
3.4.7. $B^+ \rightarrow K^- \ell_1^+ \ell_2^+$.	40
3.4.8. $B^+ \rightarrow D^- \ell_1^+ \ell_2^+$.	41
3.4.9. $B^+ \rightarrow D_s^- \ell_1^+ \ell_2^+$.	43

3.5. Espectro dileptónico.	44
3.5.1. $K^+ \rightarrow \pi^- \ell_1^+ \ell_2^+$	45
3.5.2. $D^+ \rightarrow \pi^- \ell_1^+ \ell_2^+$	46
3.5.3. $D^+ \rightarrow K^- \ell_1^+ \ell_2^+$	47
3.5.4. $D_s^+ \rightarrow \pi^- \ell_1^+ \ell_2^+$	48
3.5.5. $D_s^+ \rightarrow K^- \ell_1^+ \ell_2^+$	49
3.5.6. $B^+ \rightarrow \pi^- \ell_1^+ \ell_2^+$	50
3.5.7. $B^+ \rightarrow K^- \ell_1^+ \ell_2^+$	53
3.5.8. $B^+ \rightarrow D^- \ell_1^+ \ell_2^+$	54
3.6. Dalitz plot con las restricciones experimentales de Belle para el proceso $B^+ \rightarrow D^- e^+ \mu^+$	57
4. Conclusiones	61
Bibliografía	63

Introducción

El Modelo Estándar (ME) es la teoría que mejor explica el comportamiento de tres de las cuatro fuerzas fundamentales de la naturaleza, así como la interacción entre las partículas de la materia debido a estas fuerzas. El ME tiene la virtud de que las predicciones realizadas, han sido verificadas satisfactoriamente de manera experimental, mostrando la confiabilidad de la teoría. Sin embargo a pesar de todo esto, el ME no responde a todas las interrogantes de la naturaleza, por ejemplo en el ME los neutrinos no tienen masa aunque, de acuerdo a los últimos experimentos, se ha demostrado lo contrario. Una de las preguntas ahora con respecto a los neutrinos es saber si éstos son de naturaleza de Majorana o de Dirac. El hecho de que los neutrinos tengan masa ya es física más allá del ME. La búsqueda de nueva física más allá del Modelo Estándar es un tema de investigación actual muy importante.

El trabajo principal de esta tesis es mostrar el formalismo necesario para buscar nueva física más allá del ME, a través de algunos procesos suprimidos y prohibidos del ME. El primer capítulo se centrará en hacer un breve descripción del ME incluyendo neutrinos derechos para generar masa de éstos, además se incluirá un término de masa tipo Majorana para estudiar violación de número leptónico en dos unidades ($\Delta L = 2$). En este mismo capítulo se mostró como surge la matriz de mezcla de los leptones y de los quarks.

El segundo capítulo se enfocará en los procesos suprimidos del ME. Estos procesos son muy importantes ya que una pequeña desviación del resultado teórico con el resultado experimental, nos podría dar indicios de nueva física más allá del ME. En este capítulo nos centramos en mostrar de forma general, sin casarnos con ningún modelo en particular, de dónde surge la supresión de los procesos que se estudiarán. Estudiaremos procesos con corrientes neutras con cambio de sabor. Como sabemos las corrientes neutras con cambio de sabor sólo se pueden inducir a nivel de lazo en el ME. Se estudia la supresión debido a los efectos de las masas de las partículas en el lazo, los efectos de las matrices de CKM y la supresión que surge considerando procesos en forma de dispersión y en decaimientos. Además se consideró incluir una cuarta familia, en el sector de quarks, y observar cómo afecta a los procesos que se estudiaron. En específico un proceso suprimido como $B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$ es muy interesante dado que su medición experimental actual difiere un poco de los resultados teóricos, hecho por lo cual se puede pensar en física más allá del ME. Se utilizará el error experimental de este proceso para imponer cotas sobre la masa de una posible cuarta familia de quarks y el producto de los acoplamientos involucrados en el proceso.

El tercer capítulo se centrará en los procesos prohibidos del ME, en particular se estudiará los procesos con violación de número leptónico en dos unidades $\Delta L = 2$ que involucren neutrinos en su estado intermedio. Estos procesos son importantes ya que la observación de estos, nos indicaría que los neutrinos son de naturaleza de Majorana. La primera parte del capítulo se enfocará en una breve descripción sobre la violación de número leptónico en dos unidades. Se mostrará algunos procesos que se pueden estudiar con violación de número leptónico en dos unidades $\Delta L = 2$, para enfocarnos en los decaimientos de mesones escalares. Se mostrará en detalle el cálculo general del ancho de decaimiento para todos los decaimientos escalares. Por último se mostrarán los resultados. Éstos constarán de tres partes, la primera, tendrá como objetivo mostrar la razón de decaimiento de los diversos procesos así como su cota superior experimental. La segunda se enfocará en mostrar el espectro dileptónico de todos los procesos, tomando un valor fijo para la masa y el ancho de decaimiento del neutrino de Majorana. Por último veremos cómo cambia la región cinemática del proceso $B^+ \rightarrow D^- e^+ \mu^+$ si se consideran las restricciones experimentales a la energía de las partículas involucradas. Además sobre esta nueva región se mapeó el ancho de decaimiento diferencial

del proceso $B^+ \rightarrow D^- e^+ \mu^+$, en función de la masa invariante dileptónica y de la otra masa invariante independiente. De forma similar en este caso se tomo un valor fijo para la masa y el ancho de decaimiento del neutrino de Majorana.

Al final presentamos nuestras conclusiones y las perspectivas de este trabajo.

Capítulo 1

Modelo Estándar

En este capítulo se hará una breve descripción del Modelo Estándar (ME), haciendo énfasis en la generación de masa de los fermiones y poniendo atención en el cambio de base de los eigenestados de interacción a los eigenestados de masa. Se mostrará, como se genera la matriz de mezcla entre los quarks y la matriz de mezcla entre los leptones para las corrientes cargadas. Cabe mencionar que este análisis se llevará a cabo para la extensión del Modelo Estándar más simple, donde se incluyen neutrinos derechos, los cuales son necesarios para obtener términos de masa. Por último veremos que además se puede incluir un término de masa tipo Majorana, en el sector de neutrinos, permitiéndonos tener en la corriente cargada débil una nueva matriz de mezcla ahora entre neutrinos tipo Majorana y leptones cargados.

1.1. Introducción.

El grupo de norma del Modelo Estándar se escribe como $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$, donde el subíndice hace referencia a la simetría de norma involucrada: c se refiere al color, L a la quiralidad izquierda de los acoplamientos de $SU(2)$ e Y es el número cuántico de la hipercarga débil. La parte invariante de norma $SU(3)$ corresponde a QCD, cuya constante de acoplamiento es g_s y cuyos generadores (gluones) son $G^i, i = 1, \dots, 8$. Esta interacción no es quiral por lo que los gluones actúan igualmente tanto en el color de los quarks derechos como en el de los quarks izquierdos. QCD por sí misma no tiene rompimiento espontáneo de la simetría, hecho por lo cual los gluones permanecen sin masa. Por otro lado la parte electrodébil invariante de norma $SU(2) \times U(1)$ sí es quiral. La parte débil [1–3] tiene una constante de acoplamiento g y los bosones de norma $W^i, i = 1, 2, 3$ actúan solo sobre la parte izquierda de los fermiones. Después del rompimiento de simetría, los bosones de norma de la interacción débil adquieren masa. El grupo $U(1)$, de hipercarga, tiene una constante de acoplamiento g' y un bosón de norma B . Esta interacción también es quiral, ya que actúa sobre la parte izquierda y derecha con diferente carga.

El desarrollo que a continuación se muestra se hace siguiendo el formalismo que Paul Langacker nos muestra en su libro [4]. La densidad lagrangiana del Modelo Estándar está separada en cuatro partes:

$$\mathcal{L}_{ME} = \mathcal{L}_{gauge} + \mathcal{L}_{fermionico} + \mathcal{L}_{higgs} + \mathcal{L}_{Yukawa}, \quad (1.1)$$

En este trabajo se mencionará solo con detalle el lagrangiano fermiónico $\mathcal{L}_{fermionico}$ y el lagrangiano de Yukawa \mathcal{L}_{Yukawa} , ya que serán de interés durante nuestro trabajo.

La parte fermiónica del Modelo Estándar involucra 3 familias de quarks (q) y leptones (ℓ), donde además se incluye a los neutrinos derechos. Estas familias de fermiones se denotan de la forma siguiente:

$$L - \text{dobletes} : q_{mL}^0 = \begin{pmatrix} u_m^0 \\ d_m^0 \end{pmatrix}_L, \ell_{mL}^0 = \begin{pmatrix} \nu_m^0 \\ e_m^{-0} \end{pmatrix}_L \quad (1.2)$$

$$R - \text{singletes} : u_{mR}^0, d_{mR}^0, e_{mR}^{-0}, \nu_{mR}^0, \quad (1.3)$$

donde L y R representan la parte izquierda (dobletes de $SU(2)$) y la parte derecha (singletes de $SU(2)$) respectivamente. El superíndice (0) representa el hecho de que son eigenestados de interacción. Después del rompimiento espontáneo de la simetría estos eigenestados se convertirán en mezcla de los eigenestados de masa. El subíndice m hace referencia a la familia.

Como se mencionó anteriormente, las representaciones $SU(2)_L$ y $U(1)_Y$ son quirales, por lo que no están permitidos los términos de masa. Entonces la densidad lagrangiana fermiónica, $\mathcal{L}_{fermionica}$, contiene solo términos de norma cinéticos,

$$\mathcal{L}_f = \sum_{m=1}^3 (\bar{q}_{mL}^0 i \not{D} q_{mL}^0 + \bar{\ell}_{mL}^0 i \not{D} \ell_{mL}^0 + \bar{u}_{mR}^0 i \not{D} u_{mR}^0 + \bar{d}_{mR}^0 i \not{D} d_{mR}^0 + \bar{e}_{mR}^0 i \not{D} e_{mR}^0 + \bar{\nu}_{mR}^0 i \not{D} \nu_{mR}^0), \quad (1.4)$$

cuyas derivadas covariantes para las partes izquierdas y derechas son:

$$\begin{aligned} D_\mu q_{mL}^0 &= (\partial_\mu + \frac{ig}{2} \vec{\tau} \cdot \vec{W}_\mu + \frac{ig'}{6} B_\mu) q_{mL}^0, & D_\mu u_{mR}^0 &= (\partial_\mu + \frac{2ig'}{3} B_\mu) u_{mR}^0 \\ D_\mu \ell_{mL}^0 &= (\partial_\mu + \frac{ig}{2} \vec{\tau} \cdot \vec{W}_\mu - \frac{ig'}{2} B_\mu) \ell_{mL}^0, & D_\mu d_{mR}^0 &= (\partial_\mu - \frac{ig'}{3} B_\mu) d_{mR}^0 \\ & & D_\mu e_{mR}^0 &= (\partial_\mu - ig' B_\mu) e_{mR}^0 \\ & & D_\mu \nu_{mR}^0 &= \partial_\mu \nu_{mR}^0, \end{aligned} \quad (1.5)$$

como se observa la parte derecha no siente la interacción débil y para el caso de los neutrinos derechos además no sienten la interacción electromagnética.

La densidad lagrangiana de Yukawa, \mathcal{L}_{Yukawa} , representa los acoplamientos de Yukawa entre el doblete de Higgs y los fermiones, lo cual es necesario para generar la masa de los fermiones a través del rompimiento espontáneo de la simetría. Esta densidad lagrangiana se escribe en su forma más general como:

$$\mathcal{L}_{Yukawa} = - \sum_{m,n=1}^3 \left[\Gamma_{mn}^\mu \bar{q}_{mL}^0 \tilde{\phi} u_{nR}^0 + \Gamma_{mn}^d \bar{q}_{mL}^0 \phi d_{nR}^0 + \Gamma_{mn}^e \bar{\ell}_{mL}^0 \phi e_{nR}^0 + \Gamma_{mn}^\nu \bar{\ell}_{mL}^0 \tilde{\phi} \nu_{nR}^0 \right] + h.c., \quad (1.6)$$

donde el doblete del Higgs y su conjugado son de la forma:

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}, \quad \tilde{\phi} \equiv i\tau^2 \phi^\dagger = \begin{pmatrix} \phi^{0\dagger} \\ -\phi^- \end{pmatrix}, \quad (1.7)$$

$\Gamma^\mu, \Gamma^d, \Gamma^e, \Gamma^\nu$ son matrices arbitrarias 3×3 que determinan la masa y mezcla de los fermiones. En este caso la carga es conservada en los vértices mientras que la quiralidad se invierte, esta es una característica de un vértice de Yukawa.

1.2. Rompimiento espontáneo de la simetría.

A continuación se ilustrará cómo se generan las masas de los fermiones y los bosones de norma, vía el rompimiento espontáneo de la simetría [5].

Después del rompimiento espontáneo de la simetría, el valor de expectación en el vacío $\langle 0 | \phi^0 | 0 \rangle \equiv \nu$, transformará el doblete de Higgs y su conjugado en:

$$\phi \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \nu + H \end{pmatrix}, \quad \tilde{\phi} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \nu + H \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (1.8)$$

CAPÍTULO 1. MODELO ESTÁNDAR

1.2. ROMPIMIENTO ESPONTÁNEO DE LA SIMETRÍA.

Se mostrará primero cómo se genera la masa de los fermiones, insertando las expresiones anteriores en la densidad lagrangiana de Yukawa, ecuación (1.6), se obtiene:

$$\begin{aligned}
 -\mathcal{L}_{Yuk} &= \sum_{m,n=1}^3 \bar{u}_{mL}^0 \Gamma_{mn}^u \left(\frac{\nu + H}{\sqrt{2}} \right) u_{nR}^0 + \bar{d}_{mL}^0 \Gamma_{mn}^d \left(\frac{\nu + H}{\sqrt{2}} \right) d_{nR}^0 \\
 &+ \bar{e}_{mL}^0 \Gamma_{mn}^e \left(\frac{\nu + H}{\sqrt{2}} \right) e_{nR}^0 + \bar{\nu}_{mL}^0 \Gamma_{mn}^\nu \left(\frac{\nu + H}{\sqrt{2}} \right) \nu_{nR}^0 + h.c.
 \end{aligned} \tag{1.9}$$

Reescribamos esta densidad lagrangiana de Yukawa, de una manera más intuitiva, definiendo las siguientes matrices: $M_{mn}^u \equiv \Gamma_{mn}^u \frac{\nu}{\sqrt{2}}$, $h^u \equiv \frac{M^u}{\nu} = \frac{gM^u}{2M_W}$ y términos similares para los elementos de matriz de d, e, ν . Se encuentra que la nueva densidad lagrangiana de Yukawa es:

$$\begin{aligned}
 -\mathcal{L}_{Yuk} &= \bar{u}_L^0 (M^u + h^u H) u_R^0 + \bar{d}_L^0 (M^d + h^d H) d_R^0 \\
 &+ \bar{e}_L^0 (M^e + h^e H) e_R^0 + \bar{\nu}_L^0 (M^\nu + h^\nu H) \nu_R^0 + h.c.
 \end{aligned} \tag{1.10}$$

donde se entiende que $u_L^0, d_L^0, e_L^0, \nu_L^0$ y sus correspondientes partes derechas son tripletes de familia. Con esta nueva forma de reescribir la densidad lagrangiana de Yukawa podemos ver claramente los términos de masa y los términos de interacción de los fermiones con el bosón de Higgs.

Las matrices M^i ($i = u, d, e, \nu$) no son diagonales, por lo que para poder encontrar el contenido físico de las partículas es necesario diagonalizarlas. Para esto se utilizan dos transformaciones unitarias, una para los campos fermiónicos izquierdos A_L y otra para los campos fermiónicos derechos A_R , por lo que las matrices diagonales serán:

$$A_L^{u\dagger} M^u A_R^u = M_D^u = \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & m_t \end{pmatrix}, \tag{1.11}$$

$$A_L^{d\dagger} M^d A_R^d = M_D^d = \begin{pmatrix} m_d & 0 & 0 \\ 0 & m_s & 0 \\ 0 & 0 & m_b \end{pmatrix}, \tag{1.12}$$

$$A_L^{e\dagger} M^e A_R^e = M_D^e = \begin{pmatrix} m_e & 0 & 0 \\ 0 & m_\mu & 0 \\ 0 & 0 & m_\tau \end{pmatrix}, \tag{1.13}$$

$$A_L^{\nu\dagger} M^\nu A_R^\nu = M_D^\nu = \begin{pmatrix} m_{\nu_e} & 0 & 0 \\ 0 & m_{\nu_\mu} & 0 \\ 0 & 0 & m_{\nu_\tau} \end{pmatrix}. \tag{1.14}$$

En términos de estas matrices unitarias se definen los eigenestados de masa $u_{L,R} = A_{L,R}^{u\dagger} u_{L,R}^0$, $d_{L,R} = A_{L,R}^{d\dagger} d_{L,R}^0$, $e_{L,R} = A_{L,R}^{e\dagger} e_{L,R}^0$, $\nu_{L,R} = A_{L,R}^{\nu\dagger} \nu_{L,R}^0$, usando estas expresiones y las ecuaciones de la (1.11) a la (1.14) se encuentra que la densidad lagrangiana de Yukawa en términos de los eigenestados toma la forma siguiente:

$$\begin{aligned}
 -\mathcal{L}_{Yuk} &= \bar{u}_L^0 M^u u_R^0 \left(1 + \frac{H}{\nu} \right) + \bar{d}_L^0 M^d d_R^0 \left(1 + \frac{H}{\nu} \right) \\
 &+ \bar{e}_L^0 M^e e_R^0 \left(1 + \frac{H}{\nu} \right) + \bar{\nu}_L^0 M^\nu \nu_R^0 \left(1 + \frac{H}{\nu} \right) + h.c. \\
 &= \bar{u}_L A_L^{u\dagger} M^u A_R^u u_R \left(1 + \frac{H}{\nu} \right) + \bar{d}_L A_L^{d\dagger} M^d A_R^d d_R \left(1 + \frac{H}{\nu} \right) \\
 &+ \bar{e}_L A_L^{e\dagger} M^e A_R^e e_R \left(1 + \frac{H}{\nu} \right) + \bar{\nu}_L A_L^{\nu\dagger} M^\nu A_R^\nu \nu_R \left(1 + \frac{H}{\nu} \right) + h.c. \\
 &= \bar{u}_L M_D^u u_R \left(1 + \frac{H}{\nu} \right) + \bar{d}_L M_D^d d_R \left(1 + \frac{H}{\nu} \right) \\
 &+ \bar{e}_L M_D^e e_R \left(1 + \frac{H}{\nu} \right) + \bar{\nu}_L M_D^\nu \nu_R \left(1 + \frac{H}{\nu} \right),
 \end{aligned} \tag{1.15}$$

de esta forma las matrices $M_D^{u,d,e,\nu}$ contienen la información de las masas de las partículas.

Por otro lado, la parte cinética de la densidad lagrangiana fermiónica, ecuación (1.4), en términos de los eigenestados de masa, se escribe como:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{cin} &= \bar{u}_L^0 i \not{\partial} u_L^0 + \bar{u}_R^0 i \not{\partial} u_R^0 + \bar{d}_L^0 i \not{\partial} d_L^0 + \bar{d}_R^0 i \not{\partial} d_R^0 \\
&+ \bar{e}_L^0 i \not{\partial} e_L^0 + \bar{e}_R^0 i \not{\partial} e_R^0 + \bar{\nu}_L^0 i \not{\partial} \nu_L^0 + \bar{\nu}_R^0 i \not{\partial} \nu_R^0 \\
&= \bar{u}_L i A_L^{u\dagger} A_L^u \not{\partial} u_L + \bar{u}_R i A_R^{u\dagger} A_R^u \not{\partial} u_R + \bar{d}_L i A_L^{d\dagger} A_L^d \not{\partial} d_L + \bar{d}_R i A_R^{d\dagger} A_R^d \not{\partial} d_R \\
&+ \bar{e}_L i A_L^{e\dagger} A_L^e \not{\partial} e_L + \bar{e}_R i A_R^{e\dagger} A_R^e \not{\partial} e_R + \bar{\nu}_L i A_L^{\nu\dagger} A_L^\nu \not{\partial} \nu_L + \bar{\nu}_R i A_R^{\nu\dagger} A_R^\nu \not{\partial} \nu_R \\
&= \bar{u}_L i \not{\partial} u_L + \bar{u}_R i \not{\partial} u_R + \bar{d}_L i \not{\partial} d_L + \bar{d}_R i \not{\partial} d_R \\
&+ \bar{e}_L i \not{\partial} e_L + \bar{e}_R i \not{\partial} e_R + \bar{\nu}_L i \not{\partial} \nu_L + \bar{\nu}_R i \not{\partial} \nu_R.
\end{aligned} \tag{1.16}$$

Por lo tanto la parte cinética de la densidad lagrangiana fermiónica más la densidad lagrangiana de Yukawa en la base de los eigenestados de masa es:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{cin} + \mathcal{L}_{Yuk} &= \sum_{r=1}^3 \bar{u}_r \left[i \not{\partial} - m_{u_r} \left(1 + \frac{H}{\nu} \right) \right] u_r + \bar{d}_r \left[i \not{\partial} - m_{d_r} \left(1 + \frac{H}{\nu} \right) \right] d_r \\
&\quad \bar{e}_r \left[i \not{\partial} - m_{e_r} \left(1 + \frac{H}{\nu} \right) \right] e_r + \bar{\nu}_r \left[i \not{\partial} - m_{\nu_r} \left(1 + \frac{H}{\nu} \right) \right] \nu_r,
\end{aligned} \tag{1.17}$$

donde se usó el hecho de que los espinores se pueden descomponer en una parte izquierda y en otra parte derecha: $f_r = f_{rL} + f_{rR}$, con $f = u, d, e, \nu$.

1.2.1. El sector de Higgs después del rompimiento espontáneo de la simetría.

La masa de los bosones de norma tienen su origen en este sector. La densidad lagrangiana del sector de Higgs es:

$$\mathcal{L}_\phi = (D^\mu \phi)^\dagger D_\mu \phi - V(\phi), \tag{1.18}$$

donde ϕ es el doblete del Higgs, ecuación (1.7). Después del rompimiento de simetría la densidad lagrangiana del sector de Higgs toma la forma,

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_\phi &= \frac{1}{2} (0 \quad \nu) \left[\frac{g}{2} \tau^i W_\mu^i + \frac{g'}{2} B_\mu \right]^2 \binom{0}{\nu} + H \text{terminos} - V(\phi) \\
&= M_W^2 W^{+\mu} W_\mu^- + \frac{M_Z^2}{2} Z^\mu Z_\mu + H \text{terminos} - V(\phi),
\end{aligned} \tag{1.19}$$

donde $W^\pm = \frac{W^1 \mp i W^2}{\sqrt{2}}$ es el bosón de norma cargado que media la interacción de la corriente cargada y

$$Z \equiv \frac{-g' B_\mu + g W_\mu^3}{\sqrt{g^2 + g'^2}} = -\sin \theta_W B + \cos \theta_W W^3 \tag{1.20}$$

es un bosón vectorial masivo que media la corriente neutra, siendo θ_W es el ángulo de mezcla débil.

Las masas predichas para los bosones de norma después del rompimiento espontáneo de la simetría son:

$$M_W = \frac{g\nu}{2}, \quad M_Z = \frac{\sqrt{g^2 + g'^2}\nu}{2} = \frac{M_W}{\cos \theta_W}, \quad M_A = 0, \tag{1.21}$$

donde A representa al campo del fotón cuya combinación de B y W^3 es ortogonal a Z ,

$$A \equiv \cos \theta_W B + \sin \theta_W W^3. \tag{1.22}$$

En este caso el fotón permanece sin masa.

La densidad lagrangiana total de Higgs después del rompimiento espontáneo de la simetría es:

$$\mathcal{L}_\phi = M_W^2 W^{\mu+} W_\mu^- \left(1 + \frac{H}{\nu}\right)^2 + \frac{1}{2} M_Z^2 Z^\mu Z_\mu \left(1 + \frac{H}{\nu}\right)^2 + \frac{1}{2} (\partial_\mu H)^2 - V(\phi), \quad (1.23)$$

donde el potencial de Higgs $V(\phi)$ se ve como:

$$V(\phi) = -\frac{\mu^4}{4\lambda} - \mu^2 H^2 + \lambda \nu H^3 + \frac{\lambda}{4} H^4, \quad (1.24)$$

el primer término en este potencial de Higgs, $\langle 0|V(\nu)|0\rangle = -\mu^4/4\lambda$, es una constante que refleja el hecho de que el potencial de Higgs fue definido como $V(0) = 0$ y por lo tanto $V < 0$ en el mínimo.

1.3. Corrientes débiles cargadas y neutras.

Ahora reescribiremos la interacción fermiónica en términos de los eigenestados de masa. Para esto se utiliza la densidad lagrangiana fermiónica, ecuación (1.4), más la densidad lagrangiana de Yukawa en la base de eigenestados de masa, ecuación (1.15), lo que nos da:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_f + \mathcal{L}_{Yuk} &= \mathcal{L}_{cin} + \mathcal{L}_{Yuk} - \frac{g}{2\sqrt{2}} (J_W^\mu W_\mu^- + J_W^{\mu\dagger} W_\mu^+) \\ &\quad - \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} J_Q^\mu A_\mu - \frac{\sqrt{g^2 + g'^2}}{2} J_Z^\mu Z_\mu \\ &\equiv \mathcal{L}_{cin} + \mathcal{L}_{Yuk} + \mathcal{L}_W + \mathcal{L}_Q + \mathcal{L}_Z, \end{aligned} \quad (1.25)$$

donde la parte cinética de la densidad lagrangiana fermiónica más la densidad lagrangiana de Yukawa, $\mathcal{L}_{cin} + \mathcal{L}_{Yuk}$, están descritos por la ecuación (1.17). Además se utilizó los eigenestados de masa de los bosones de norma, obtenidos en la sección anterior, para la parte de las densidades lagrangianas $\mathcal{L}_W + \mathcal{L}_Q + \mathcal{L}_Z$.

1.3.1. Corriente débil cargada.

De la interacción fermiónica, mostrada en la ecuación (1.25), observamos que la densidad lagrangiana correspondiente a la interacción de los fermiones con los bosones de norma cargados W^\pm es:

$$\mathcal{L}_W = \frac{g}{2\sqrt{2}} (J_W^\mu W_\mu^- + J_W^{\mu\dagger} W_\mu^+) \quad (1.26)$$

donde la corriente débil cargada y su correspondiente conjugado, en los eigenestados de interacción, tienen la forma:

$$J_W^{\mu\dagger} = \sum_{m=1}^3 [\bar{\nu}_m^0 \gamma^\mu (1 - \gamma^5) e_m^0 + \bar{u}_m^0 \gamma^\mu (1 - \gamma^5) d_m^0] \quad (1.27)$$

$$J_W^\mu = \sum_{m=1}^3 [\bar{e}_m^0 \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \nu_m^0 + \bar{d}_m^0 \gamma^\mu (1 - \gamma^5) u_m^0]. \quad (1.28)$$

Podemos reescribir esta corriente cargada débil en términos de los eigenestados de masa si usamos las relaciones entre los eigenestados de interacción y los eigenestados de masa: $\psi_L = A^{\psi\dagger} \psi_L^0$ ($\psi = u, d, e, \nu$). Recordando además que los eigenestados de interacción se pueden descomponer en

una parte izquierda y una parte derecha: $\psi_m^0 = \frac{(1+\gamma^5)}{2}\psi_m^0 + \frac{(1-\gamma^5)}{2}\psi_m^0 = \psi_{mR}^0 + \psi_{mL}^0$ ($\psi = u, d, e, \nu$), tenemos que:

$$\begin{aligned} J_W^{\mu\dagger} &= 2\bar{\nu}_L\gamma^\mu A_L^{\nu\dagger} A_L^e e_L + 2\bar{u}_L\gamma^\mu A_L^{\mu\dagger} A_L^d d_L \\ &= 2\bar{\nu}_L\gamma^\mu U_{\nu e} e_L + 2\bar{u}_L\gamma^\mu V_{ud} d_L \end{aligned} \quad (1.29)$$

$$J_W^\mu = 2\bar{e}_L\gamma^\mu U_{e\nu}^\dagger \nu_L + 2\bar{d}_L\gamma^\mu V_{du}^\dagger u_L, \quad (1.30)$$

donde u_L, d_L, e_L y ν_L son las 3-componentes de los vectores columnas.

La matriz $V_{ud} \equiv A_L^{\mu\dagger} A_L^d$ es la matriz unitaria de mezcla entre los quarks de diferente familia (CKM) [6, 7], mientras la matriz $U_{\nu e} \equiv A_L^{\nu\dagger} A_L^e$ es la matriz unitaria correspondiente a la mezcla entre leptones cargados y los neutrinos (PNMS) [8, 9].

1.3.2. Corrientes neutras.

Las corrientes neutras se dividen en dos partes: la corriente electromagnética que viene de la densidad lagrangiana que describe la interacción entre los fermiones con el fotón, \mathcal{L}_Q y la corriente débil neutra que viene de la densidad lagrangiana que describe la interacción de los fermiones con el bosón de norma Z , \mathcal{L}_Z . Esto se aprecia en la densidad lagrangiana de la interacción fermiónica (ecuación 1.25).

Por un lado la densidad lagrangiana que describe la interacción entre los fermiones con el fotón, \mathcal{L}_Q , esta dada por:

$$\mathcal{L}_Q = -\frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} J_Q^\mu A_\mu, \quad (1.31)$$

donde A_μ es el campo del fotón, mediador de la interacción electromagnética y J_Q^μ es la corriente electromagnética que en la base de los eigenestados de masa toma la forma:

$$J_Q^\mu = \frac{2}{3}\bar{u}\gamma^\mu u - \frac{1}{3}\bar{d}\gamma^\mu d - \bar{e}\gamma^\mu e. \quad (1.32)$$

Se observa de esta corriente electromagnética que el peso que acompaña a cada termino corresponde a la carga de cada partícula; es decir, para el caso de los quarks, si la familia es tipo up u la carga es $2/3$, en el caso de quarks tipo down d la carga es $-1/3$ mientras que para los leptones cargados la carga es -1 .

Por otro lado la densidad lagrangiana \mathcal{L}_Z , la cual describe la interacción de los fermiones con el bosón de norma Z está dada por:

$$\mathcal{L}_Z = -\frac{\sqrt{g^2 + g'^2}}{2} J_Z^\mu Z_\mu = -\frac{g_Z}{2} J_Z^\mu Z_\mu, \quad (1.33)$$

donde Z_μ es el bosón masivo neutro y J_Z^μ es la corriente débil neutra, que escrita en la base de los eigenestados de masa adquiere la forma:

$$J_Z^\mu = \bar{u}_L\gamma^\mu u_L - \bar{d}_L\gamma^\mu d_L + \bar{\nu}_L\gamma^\mu \nu_L - \bar{e}_L\gamma^\mu e_L - 2\sin^2\theta_W J_Q^\mu. \quad (1.34)$$

Podemos observar que la corriente débil neutra tiene una contribución que es proporcional a la corriente electromagnética J_Q^μ y al seno cuadrado del ángulo de mezcla débil θ_W . Además en este caso los factores de peso que acompañan a cada corriente fermiónica son ± 1 dependiendo el caso, esto es: para los quarks tipo up u su peso es $+1$, para quarks tipo down d su peso es -1 , para leptones neutros $+1$ y para leptones cargados -1 .

1.4. Neutrinos de Majorana.

Como hemos estado mencionando el Modelo Estándar se ha extendido adicionando singletes de $SU(2)$ para neutrinos derechos, permitiendo términos de masa. Una pregunta que queda por resolver es por qué estas masas de los neutrinos son tan ligeras, esto podría explicarse si los acoplamientos de Yukawa con el Higgs $h_\nu = m_\nu/\nu$, ecuación (1.9), fueran extremadamente pequeños o podría explicarse con neutrinos de Majorana a través del mecanismo de seesaw. Esto último es lo que se desarrollará de ahora en adelante usando como guía el marco teórico descrito por Anupama y colaboradores [10].

Antes que nada es útil distinguir entre neutrinos activos y neutrinos estériles. Neutrinos activos, son los neutrinos izquierdos, mientras los neutrinos estériles son los neutrinos derechos.

Como se ha mencionado anteriormente en la densidad lagrangiana de Yukawa, ecuación (1.10), los términos de masa para los eigenestados de interacción de los neutrinos de Dirac son:

$$-\mathcal{L}_{m_\nu} = \bar{\nu}_L^0 M^\nu \nu_R^0 + h.c. \quad (1.35)$$

donde $\bar{\nu}_L^0$ y ν_R^0 son vectores que contienen las tres familias.

Se puede completar el sector de masa de los neutrinos agregando un término de masa tipo Majorana para los neutrinos activos y los neutrinos estériles cuya propiedad adicional es que $\nu_R^0 = \nu_R^{0c}$ para neutrinos activos y $\nu_L^0 = \nu_L^{0c}$ para neutrinos estériles.

Para el caso de neutrinos activos de Majorana el término de masa toma la forma:

$$-\mathcal{L}_A = \frac{1}{2} \bar{\nu}_L^0 M^A \nu_R^{0c} + h.c., \quad (1.36)$$

donde M^A es la matriz no diagonal de masa correspondiente a los neutrinos activos de Majorana. Para los neutrinos estériles de Majorana se tiene el siguiente término de masa,

$$-\mathcal{L}_S = \frac{1}{2} \bar{\nu}_L^{0c} M^S \nu_R + h.c. \quad (1.37)$$

donde M^S es la matriz no diagonal de masa correspondiente a los neutrinos estériles de Majorana.

Tomando las anteriores densidades lagrangianas de neutrinos de Majorana se encuentra que la densidad lagrangiana total de masa correspondiente al sector de neutrinos es:

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_{m_{tot}}^\nu &= -\mathcal{L}_{m_\nu} - \mathcal{L}_A - \mathcal{L}_S \\ &= \frac{1}{2} (2\bar{\nu}_L^0 M^\nu \nu_R^0 + \bar{\nu}_L^0 M^A \nu_R^{0c} + \bar{\nu}_L^{0c} M^S \nu_R) + h.c. \\ &= \frac{1}{2} (\bar{\nu}_L^0 M^\nu \nu_R^0 + \bar{\nu}_L^{0c} M^\nu \nu_R^{0c} + \bar{\nu}_L^0 M^A \nu_R^{0c} + \bar{\nu}_L^{0c} M^S \nu_R) + h.c. \end{aligned} \quad (1.38)$$

donde se usó por conveniencia la conjugación de carga para obtener la identidad $\bar{\nu}_L^0 M^\nu \nu_R^0 = \bar{\nu}_L^{0c} M^{T\nu} \nu_R^{0c}$, siendo $M^{T\nu}$ la matriz transpuesta de M^ν . Podemos ver que la densidad lagrangiana total del sector de neutrinos, ecuación (1.38), se puede reescribir como:

$$-\mathcal{L}_{m_{tot}}^\nu = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \bar{\nu}_L^0 & \bar{\nu}_L^{0c} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M^A & M^\nu \\ M^{T\nu} & M^S \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_R^{0c} \\ \nu_R^0 \end{pmatrix} + h.c., \quad (1.39)$$

se observa que esta matriz de masa no es diagonal, por lo que se puede diagonalizar por una transformación unitaria:

$$\mathbb{L}^\dagger \begin{pmatrix} M^A & M^\nu \\ M^{T\nu} & M^S \end{pmatrix} \mathbb{L}^* = \begin{pmatrix} m_{diag}^\nu & 0 \\ 0 & M_{diag}^N \end{pmatrix}. \quad (1.40)$$

Esta matriz ya diagonalizada tiene 2 eigenvalores de masa cuyo valor aproximado es de:

$$m^\nu \sim M_A - \frac{M_D^2}{M_S} \quad (1.41)$$

$$M^N \sim M_S, \quad (1.42)$$

estos eigenvalores de masa se calcularon tomando el límite de $M_S \gg M_{\nu,A}$, a lo cual se le denomina seesaw, ya que mientras el eigenvector M^N se hace más grande el eigenvector m^ν se hace más pequeño, y viceversa si M^N se hace más pequeño el eigenvector m^ν se hace más grande. Por simplicidad se tomará que $M_A = 0$, por lo que los eigenvectores serán aproximadamente:

$$m^\nu \sim \frac{M_D^2}{M_S} \quad (1.43)$$

$$M^N \sim M_S. \quad (1.44)$$

Regresando a la matriz \mathbb{L} que diagonaliza a la matriz de masa de la ecuación (1.39), vemos que ésta es una matriz unitaria 6×6 que puede parametrizarse como:

$$\mathbb{L} = \begin{pmatrix} U_{3 \times 3} & V_{3 \times 3} \\ X_{3 \times 3} & Y_{3 \times 3} \end{pmatrix}. \quad (1.45)$$

A partir de ahora cambiaremos la notación para identificar mejor a los neutrinos de Majorana, por lo que se define a los neutrino de Majorana activos como: $\nu_L^{0c} = N_L^{0c}$, mientras a los neutrino de Majorana estériles como: $\nu_R^{0c} = N_R^{0c}$.

La relación entre los eigenestados de interacción y los eigenestados de masa para los estados izquierdos de los neutrinos está dada por:

$$\begin{pmatrix} \nu_L^0 \\ N_L^{0c} \end{pmatrix} = \mathbb{L} \begin{pmatrix} \nu_L \\ N_L^c \end{pmatrix}, \quad (1.46)$$

donde ν_L y N_L^c son los eigenestados que contienen a las tres familias, se tiene una expresión similar para la parte izquierda de los neutrinos.

Sustituyendo la relación entre eigenestados de interacción y los eigenestados de masa, ecuación (1.46), en la densidad lagrangiana total del sector de neutrinos, ecuación (1.39), se encuentra que:

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_{m_{tot}}^\nu &= \frac{1}{2} (\bar{\nu}_L \quad \bar{N}_L^c) \mathbb{L}^\dagger \begin{pmatrix} 0 & M^\nu \\ M^{T\nu} & M^S \end{pmatrix} \mathbb{L} \begin{pmatrix} N_R^c \\ \nu_R \end{pmatrix} + h.c. \\ &= \frac{1}{2} (\bar{\nu}_L \quad \bar{N}_L^c) \begin{pmatrix} M_{diag}^\nu & 0 \\ 0 & M_{diag}^N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_R^c \\ \nu_R \end{pmatrix} + h.c. \\ &= \frac{1}{2} (\bar{\nu}_L M_{diag}^\nu N_R^c + \bar{N}_L^c M_{diag}^N \nu_R) + h.c. \end{aligned} \quad (1.47)$$

Recordando la densidad lagrangiana correspondiente a la interacción de los fermiones con los bosones de norma cargados W^\pm , ecuación (1.26), vemos que la parte correspondiente a la corriente cargada débil de la interacción fermiónica que involucra neutrinos, en la base de interacción se escribe como:

$$-\mathcal{L}_W^\nu = \frac{g}{\sqrt{2}} W_\mu^+ \bar{\nu}_L^0 \gamma^\mu e_L^0 + h.c. \quad (1.48)$$

para reescribir esta corriente cargada, que involucra neutrinos en la base de eigenestados de masa, se debe recordar la relación entre los eigenestados de interacción y los eigenestados de masa, ecuación (1.46), que escrita de una forma más explícita es:

$$\begin{pmatrix} \bar{\nu}_L^0 & \bar{N}_L^{0c} \end{pmatrix} = (\bar{\nu}_L \quad \bar{N}_L^c) \begin{pmatrix} U^\dagger & X^\dagger \\ V^\dagger & Y^\dagger \end{pmatrix} \quad (1.49)$$

$$= \begin{pmatrix} \bar{\nu}_L U^\dagger + \bar{N}_L^c V^\dagger \\ \bar{\nu}_L X^\dagger + \bar{N}_L^c Y^\dagger \end{pmatrix} \quad (1.50)$$

cuya primera entrada es la que nos interesa para este trabajo:

$$\bar{\nu}_L^0 = \bar{\nu}_L U^\dagger + \bar{N}_L^c V^\dagger, \quad (1.51)$$

Del lagrangiano de Yukawa, ecuación (1.15), en el sector de neutrinos podemos renombrar a la matriz de transformación de los eigenestados derechos como $A_L^{\nu\dagger} = U^\dagger$, sustituyendo la primera entrada de la relación entre los eigenestados de interacción y los eigenestados de masa, ecuación (1.51), en la corriente cargada débil (1.48) y recordando que la matriz de transformación de los leptones cargados es $e_L^0 = A_L^e e_L$, se encuentra que la corriente leptónica cargada débil toma la forma:

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_W^\nu &= \frac{1}{\sqrt{2}} W_\mu^+ (\bar{\nu}_L A_L^{\nu\dagger} + \bar{N}_L^c V^\dagger) \gamma^\mu A_L^e e_L + h.c. \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} W_\mu^+ (\bar{\nu}_L A_L^{\nu\dagger} \gamma^\mu A_L^e e_L + \bar{N}_L^c V^\dagger \gamma^\mu A_L^e e_L) + h.c. \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} W_\mu^+ (U_{\nu e} \bar{\nu}_L \gamma^\mu e_L + V_{Ne} \bar{N}_L^c \gamma^\mu e_L) + h.c., \end{aligned} \quad (1.52)$$

vemos que esta corriente cargada leptónica está compuesta de dos partes: la primera corresponde a la interacción entre los leptones cargados con los neutrinos ligeros, donde $U_{\nu e}$ es la matriz de mezcla de los neutrinos ligeros con los leptones cargados (PMNS). La segunda corresponde a la interacción entre los leptones cargados con los neutrinos pesados de Majorana, siendo V_{ne} la matriz de mezcla de los neutrinos de Majorana pesados con los leptones cargados.

En este capítulo se dio una breve descripción del Modelo Estándar, con la extensión mínima para neutrinos derechos, se describió con detalle cómo el sector fermiónico adquiere masa después del rompimiento espontáneo de la simetría y cómo el cambio de base de los eigenestados de interacción a la base de eigenestados de masa toma importancia relevante en la corriente débil cargada, ya que nos muestra como se mezclan los quarks entre sí y cómo se mezclan los neutrinos con los leptones cargados. Por otro lado vimos que es posible incluir además un término de masa tipo Majorana, en el sector de neutrinos, con la propiedad de que esta partícula es su propia antipartícula. Estos neutrinos de Majorana pesados tienen un término de interacción en la corriente débil cargada, como se pudo observar arriba y por lo tanto existe una nueva matriz de mezcla entre los neutrinos de Majorana pesados y los leptones cargados.

Los resultados obtenidos en este capítulo serán las herramientas necesarias para estudiar procesos con violación de número leptónico que se verán más adelante.

Capítulo 2

Procesos suprimidos en el Modelo Estándar.

El objetivo de este capítulo es hacer una descripción general de algunos procesos suprimidos en el Modelo Estándar, ilustrando el rol de sus contribuciones electrodébiles. Consideraremos como ejemplo el proceso $b\bar{s} \rightarrow \mu\mu$ para entender el vértice efectivo de la corriente neutra con cambio de sabor que suprime al proceso. Se trabajará con procesos similares de la forma $q\bar{q} \rightarrow l^+l^-$ para compararlos entre sí y señalar la importancia relativa de las diferentes contribuciones. Consideraremos una cuarta familia de quarks (t'), ya que es ilustrativo observar sus efectos en las contribuciones electrodébiles. Por último se impondrán límites para la masa del quark (t') y el producto de los elementos de mezcla $V_{st'}^*V_{bt'}$ para que sean consistentes con los resultados experimentales de la razón de decaimiento $\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow \mu^+\mu^-)$.

2.1. Introducción.

El Modelo Estándar (ME) describe a las partículas elementales, así como su forma de interactuar, a través de la fuerza fuerte, electromagnética y débil como se ha discutido en el capítulo anterior. Esta teoría ha proporcionado bastantes predicciones, con una gran precisión, de observables medibles que se pueden probar experimentalmente.

Es importante mencionar que en el ME no hay corrientes neutras con cambio de sabor (FCNC) a nivel de árbol, éstas se inducen a nivel de un lazo. Por lo que procesos con FCNC están naturalmente suprimidos debido a los bosones pesados de norma involucrados y a los elementos de CKM de las transiciones. Un ejemplo de procesos con corrientes neutras con cambio de sabor son los decaimientos $M^0 \rightarrow \ell\ell$, con M^0 un mesón pseudo-escalar y ℓ un leptón cargado. En específico, la medición de la razón de decaimiento de los mesones B_s^0 y B^0 con estado final $\mu^+\mu^-$, son de mucho interés ya que una diferencia en la observación de su razón de decaimiento con respecto a la predicción del ME nos podría decir qué camino tomar para extender el modelo.

Recientemente las colaboraciones LHCb y CMS, han medido estos decaimientos suprimidos ($B \rightarrow \mu\mu$), con una razón de decaimiento de [11]

$$\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow \mu^+\mu^-) = (2.8_{-0.6}^{+0.7}) \times 10^{-9}, \quad \mathcal{B}(B^0 \rightarrow \mu^+\mu^-) = (3.9_{-1.4}^{+1.6}) \times 10^{-10}, \quad (2.1)$$

que está en total acuerdo con las predicciones del ME [12]

$$\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow \mu^+\mu^-) = (3.66 \pm 0.23) \times 10^{-9}, \quad \mathcal{B}(B^0 \rightarrow \mu^+\mu^-) = (1.06 \pm 0.09) \times 10^{-10}. \quad (2.2)$$

Es interesante dar una descripción del porqué este tipo de procesos están suprimidos dentro del ME.

En el ME, la interacción entre quarks, se describe como:

$$\mathcal{L}_{EW} = \frac{g}{\sqrt{2}} \frac{V_{ij}}{2} \bar{d}_i \gamma^\mu (1 - \gamma_5) u_j W_\mu + \frac{g}{\cos\theta} j_\mu^0 Z^\mu + e j_\mu^{em} A^\mu + h.c., \quad (2.3)$$

donde las transiciones cargadas ocurren a través del bosón de norma W y son pesadas por los correspondientes elementos de CKM, V_{ij} . Por otro lado las transiciones neutras se deben a los acoplamientos de las corrientes j_μ^0 y j_μ^{em} con el bosón de norma Z y el fotón respectivamente, en este caso están pesadas por la carga débil y la carga eléctrica de los quarks involucrados.

2.2. Contribuciones a un lazo.

Para entender las contribuciones a un lazo, tomemos como ejemplo al proceso $b\bar{s} \rightarrow \mu\mu$. Este proceso a primer orden en una expansión perturbativa tiene tres contribuciones generales, las correspondientes a los diagramas de pingüino Z y el fotón γ y la correspondiente a la caja W como se ilustra en las Figuras 2.1 y 2.2.

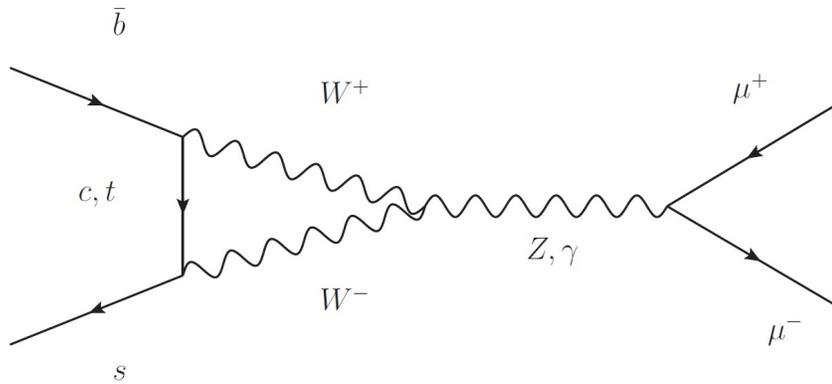


Figura 2.1: Diagramas de pingüino: canal Z y canal del fotón γ para el proceso $b\bar{s} \rightarrow \mu\mu$. El quark intermedio u no se considera ya que la contribución de su masa es despreciable comparada con la masa de los quarks c y t .

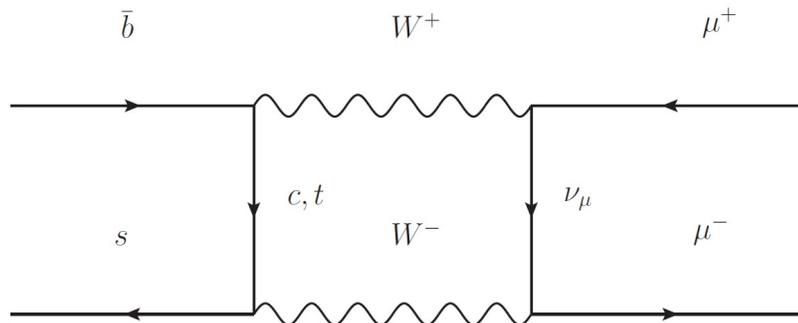


Figura 2.2: Diagrama de caja: canal W para el proceso $b\bar{s} \rightarrow \mu\mu$. El quark intermedio u no se considera ya que la contribución de su masa es despreciable comparada con la masa de los quarks c y t .

El lagrangiano efectivo, dentro del ME, que describe la interacción fermiónica del proceso antes

mencionado es:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} \approx & \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left(\chi 4 \bar{s}_L \gamma_\mu b_L (\tilde{C} \mu_L \gamma^\mu \mu_L) + \frac{\alpha}{4\pi} \left[\tilde{H}_1 \bar{s}_L \gamma_\mu b_L \right. \right. \\ & \left. \left. + \tilde{H}_2 \square^{-1} \partial^\nu (m_s \bar{s}_L \sigma_{\mu\nu} d_L + m_b \bar{s}_R \sigma_{\mu\nu} b_R) \right] \bar{\mu} \gamma^\mu \mu \right) + h.c., \end{aligned} \quad (2.4)$$

donde los coeficientes \tilde{C} , \tilde{H}_1 , \tilde{H}_2 contienen la información de las contribuciones de los lazos integrados, además se tomo $\chi \equiv \alpha/(4\pi \sin^2 \theta_W)$. Estos resultados fueron obtenidos por Inami y Lim [13].

2.2.1. Contribuciones de la caja W y el pingüino Z .

La información de la contribución del lazo del pingüino Z y de la caja W se codifica como:

$$\tilde{C} \equiv \sum_{j=c,t} V_{js}^* V_{jb} \bar{C}(x_j, x_1) \quad (2.5)$$

donde $x_1 \equiv (\frac{m_u}{m_W})^2$ y $x_j \equiv (\frac{m_j}{m_W})^2$, siendo $j = c, t$. No se toma en cuenta la contribución de la masa del quark u ya que es despreciable comparada con la contribución de la masa del quark c y del quark t . Tomando $x_1 = 0$ y el límite de la norma cuando $\xi \rightarrow 1$, tenemos que la función $\bar{C}(x_j, 0)$ es:

$$\bar{C}(x_j, 0) = \left[\frac{x_j}{4} - \frac{3x_j}{4(-1+x_j)} + \frac{3x_j^2 \ln(x_j)}{4(-1+x_j)^2} \right]. \quad (2.6)$$

Esta contribución puede ser descompuesta en dos, la del pingüino Z y la caja W : $\bar{C} \equiv \Gamma_Z + \Gamma_{box}$, donde la contribución de Z está dada por:

$$\begin{aligned} \Gamma_Z = & \frac{x_j}{4} - \frac{3}{8(x_j-1)} + \frac{3(2x_j^2 - x_j) \ln x_j}{8(x_j-1)^2} + \frac{x_j \ln x_j}{\xi x_j - 1} \left(\frac{3}{4(x_j-1)} + \frac{1}{8(\xi x_j - 1)} \right) \\ & - \frac{1}{8\xi(\xi x_j - 1)} \left[1 + \left(\frac{1+5\xi}{\xi-1} - \frac{1}{\xi x_j - 1} \right) \ln \xi \right] - (x_j \rightarrow x_1). \end{aligned} \quad (2.7)$$

La contribución de la caja W se obtiene de la diferencia entre \bar{C} y Γ_Z , tomando $x_1 = 0$ y el límite $\xi \rightarrow 1$.

Como nota adicional cabe mencionar que se verificó que al sumar las expresiones que se muestran en el apéndice A del artículo de Inami y Lim [13] el resultado fuera igual a la ecuación (2.7). Esto lo hicimos para tener confianza al usar las ecuaciones de dicho artículo.

2.2.2. Contribuciones electromagnéticas.

Las contribuciones electromagnéticas \tilde{H}_1 y \tilde{H}_2 se definen como:

$$\tilde{H}_i = \sum_{j=c,t} V_{js}^* V_{jb} \tilde{H}_i(x_j, x_1), \quad (2.8)$$

que desde el punto de vista del vértice electromagnético toma la siguiente estructura de Lorentz:

$$\begin{aligned} \bar{s} \Gamma_\mu^\gamma b = & \frac{e}{(4\pi)^2} \frac{g^2}{2M_W^2} V_{js}^* V_{jb} \bar{s} \left[F_1(q^2 \gamma_\mu - q_\mu \not{q}) \frac{1-\gamma_5}{2} \right. \\ & \left. + F_2 \sigma_{\mu\nu} i q^\nu \left(m_s \frac{1-\gamma_5}{2} + m_b \frac{1+\gamma_5}{2} \right) \right] b, \end{aligned} \quad (2.9)$$

tal que se debe cumplir

$$\bar{H}_1 \equiv -4F_1 - 8\Gamma_Z \quad \bar{H}_2 \equiv -4F_2, \quad (2.10)$$

donde las funciones F_1 y F_2 tienen la siguiente forma:

$$\begin{aligned} F_1 = & Q \left(\left(\frac{1}{12(x_j - 1)} + \frac{13}{12(x_j - 1)^2} - \frac{1}{2(x_j - 1)^3} \right) x_j \right. \\ & + \left(\frac{2}{3(x_j - 1)} + \left(\frac{1}{2(x_j - 1)^4} - \frac{5}{6(x_j - 1)^3} + \frac{2}{3(x_j - 1)^2} \right) x_j \right) \ln x_j \\ & - \left(\frac{7}{3(x_j - 1)} + \frac{13}{12(x_j - 1)^2} - \frac{1}{2(x_j - 1)^3} \right) x_j \\ & - \left(\frac{1}{6(x_j - 1)} - \frac{35}{12(x_j - 1)^2} - \frac{5}{6(x_j - 1)^3} + \frac{1}{2(x_j - 1)^4} \right) x_j \ln x_j \\ & \left. - 2 \left(\frac{x_j \ln x_j}{\xi x_j - 1} \left(\frac{3}{4(x_j - 1)} + \frac{1}{8(\xi x_j - 1)} \right) - \frac{1}{8(\xi x_j - 1)} \left[1 + \left(\frac{1 + 5\xi}{\xi - 1} - \frac{1}{\xi x_j - 1} \right) \ln \xi \right] \right) \right. \\ & \left. - (x_j \rightarrow x_1) \right) \quad (2.11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_2 = & -Q \left(\left(\frac{3}{2(x_j - 1)^3} + \frac{3}{4(x_j - 1)^2} - \frac{1}{4(x_j - 1)} \right) x_j - \frac{3x_j^2 \ln x_j}{2(x_j - 1)^4} \right) \\ & + \left(\frac{3}{2(x_j - 1)^3} + \frac{9}{4(x_j - 1)^2} + \frac{1}{2(x_j - 1)} \right) x_j - \frac{3x_j^2 \ln x_j}{2(x_j - 1)^4}, \quad (2.12) \end{aligned}$$

cabe mencionar que Q es la correspondiente carga eléctrica en unidades de e y la norma es evaluada en el límite $\xi \rightarrow 1$.

Las funciones antes mencionadas, que contienen la información del lazo sin tomar en cuenta los elementos de CKM, son interesantes de comparar entre ellas para comprender el papel de los diferentes estados intermedios que inducen la FCNC. Para observar lo antes mencionado, se evalúan dichas funciones para las masas de los quarks strange, charm, bottom y top. Además se incluye una cuarta familia de quarks (t' y b'), a través de la extensión del ME a 4 familias, ME4 [14]. La masa que se tomó de referencia para estos quarks es $m_{t',b'} = 1$ TeV.

Efectos de lazo.

Para mostrar los efectos del lazo integrado, se graficaron las funciones del lazo para las distintas masas de los quarks. En la Figura 2.3 se muestra las funciones del lazo integrado $\bar{C} = \Gamma_Z + \Gamma_{box}$ y Γ_{box} como función de las masas de los quarks. La escala logarítmica mostrada en el gráfico nos muestra una relación lineal entre la función \bar{C} y la masa del quark.

En la Figura 2.4 se muestran las funciones F_1 , F_2 , H_1 y H_2 . Podemos observar que los efectos del lazo, para el vértice electromagnético, no se comportan de la misma forma en que lo hacen las funciones del lazo Z y la caja W . Ya que para el caso de la función F_1 vemos que su comportamiento varía muy poco para los distintos valores de la masa de los quark. Notamos también que esta función hace distinción de si el quark es de tipo up o es de tipo down. Para el caso de la función F_2 se observa que no hace distinción entre si el quark es tipo up o tipo down hasta la cuarta familia. Además para las masas de los quark s, c y b la función tiene el mismo valor, que es casi cero, sin embargo se ve que la función crece para la masa del quark t y para la masa de una posible cuarta familia de quarks. Con respecto a las funciones H_1 y H_2 , se muestran solo para comparación.

Efectos incluyendo CKM.

Hasta el momento solo se ha observado los efectos de las funciones del lazo integrado, ahora se desea mostrar los efectos de las funciones del lazo integrado incluyendo, además los acoplamientos

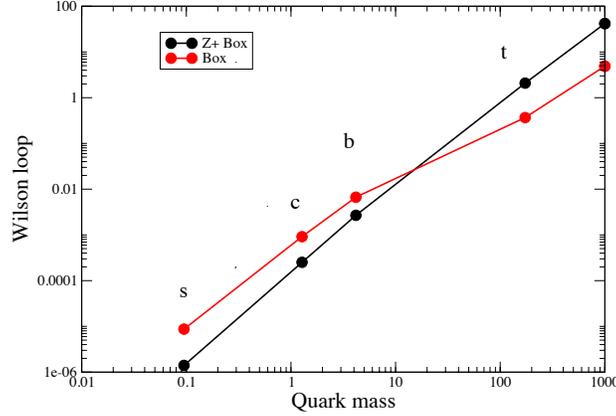


Figura 2.3: Valores de las funciones del lazo integrado (coeficientes de Wilson) \bar{C} (línea negra) y Γ_{Box} (línea roja), en función de la masa de los quarks de las familias up u y down d . La contribución debida a la masa de los quarks ligeros u y d se toma como cero, ya que su contribución es casi nula. Además se tomó el valor de las funciones para masas de una posible 4ta. familia tipo t' o tipo b' ($m_{t',b'} \sim 1$)TeV.

de CKM para sus correspondientes transiciones de quarks. Se considera por un lado tres familias de quarks y por otro lado cuatro familias de quarks. Para considerar los acoplamientos de la cuarta familia, usamos el argumento que expusieron Fröggatt y Nielsen [15] que nos dice que la mezcla de los quarks debe estar relacionado con la masa de un quark ligero y un quark pesado, de la siguiente forma:

$$|V_{jq}| \sim (m_q/m_j)^{1/2} \quad m_q \ll m_j \quad (2.13)$$

donde m_q es la masa del quark ligero y m_j es la masa de la cuarta familia.

En la Figura 2.5 se graficaron las funciones de lazo incluyendo los acoplamientos de CKM, es decir usando las ecuaciones (2.5) y (2.8), para los estados hadrónicos $s - \bar{b}$, $d - \bar{s}$ y $c - \bar{u}$. Las líneas sólidas representan las contribuciones de los distintos canales, debido a las tres familias. Por otro lado las líneas punteadas representan las mismas contribuciones pero debido a cuatro familias. Se observa que para el estado hadrónico $s - \bar{b}$ las contribuciones de los diferentes canales son casi iguales tanto para el caso de tres familias como el de cuatro familias, por lo que se puede decir, que al incluir de una cuarta familia en este estado hadrónico no se refleja dicha contribución en los diferente canales.

Para el estado hadrónico $d - \bar{s}$ tenemos un similar comportamiento que el estado hadrónico $s - \bar{b}$, ya que al incluir una cuarta familia no se afecta mucho a las contribuciones de los distintos canales. Sin embargo para el estado hadrónico $c - \bar{u}$ notamos en primer lugar que la mayoría de las contribuciones de los distintos canales, correspondientes a tres familias, son del orden de $\sim 10^{-6}$, mientras que cuando se incluye la cuarta familia, las contribuciones de los diferentes canales se hacen mayores, dejando ver que el efecto de la cuarta familia es sensible a este tipo de estados hadrónicos.

Por último se puede mencionar que la función \bar{H}_1 para los tres estados hadrónicos, es la contribución más grande y en los tres casos no se ve afectada por la presencia de una cuarta familia.

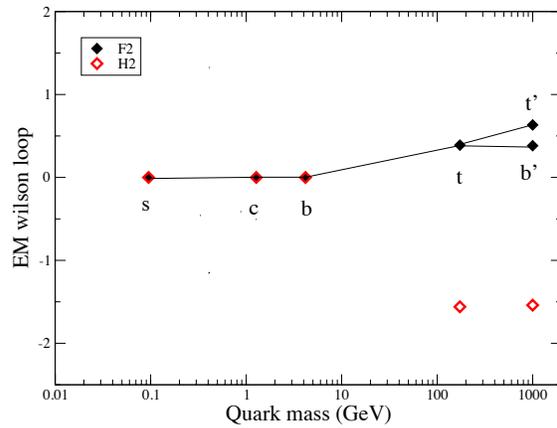
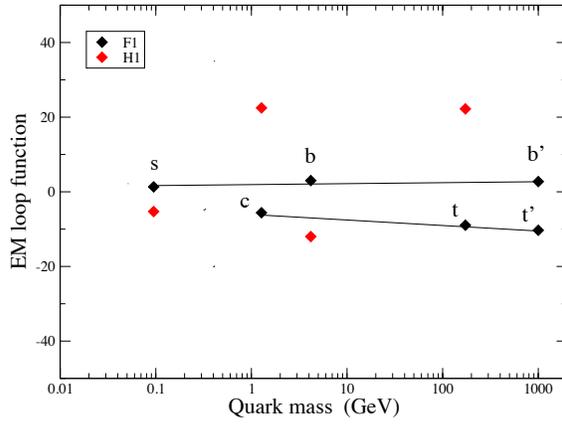


Figura 2.4: (Figura superior) Valores de la función del lazo electromagnético $F_1(H_1)$ (línea negra) debido a las masas de los quarks incluyendo una posible 4ta. familia. (Figura inferior) Valores de la función del lazo electromagnético $F_2(H_2)$ (línea negra), debido a las masas de los quarks incluyendo una posible 4ta. familia. Las funciones H_1 y H_2 , se muestran solo para comparación (puntos rojos).

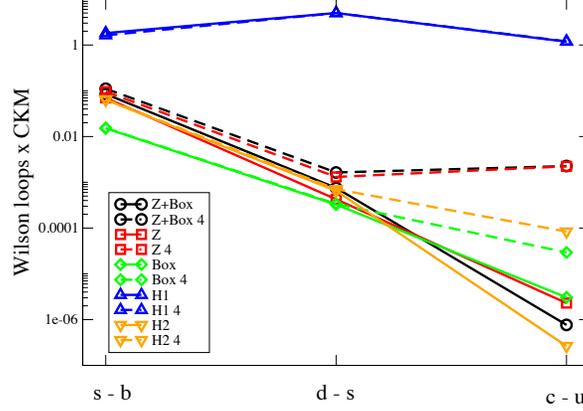


Figura 2.5: Valores de las contribuciones a un lazo incluyendo los acoplamientos CKM para estados hadrónicos $s-\bar{b}$, $d-\bar{s}$ y $c-\bar{u}$. Las líneas sólidas representan las contribuciones de los distintos canales debido a las tres familias, por otro lado las líneas punteadas representan las mismas contribuciones pero debido a cuatro familias.

2.3. Sección eficaz $q_1\bar{q}_2 \rightarrow l^+l^-$.

Hasta el momento, el análisis de los acoplamientos efectivos nos muestra que los elementos de la matriz CKM son los responsables de la diferencia entre las distintas contribuciones. Ahora es interesante tomar en cuenta las propiedades iniciales y finales de las partículas involucradas en procesos de la forma $q_1\bar{q}_2 \rightarrow l^+l^-$, para esto se calcularon las secciones eficaces para tres estados hadrónicos diferentes: $s-\bar{b} \rightarrow l^+l^-$, $d-\bar{s} \rightarrow l^+l^-$ y $c-\bar{u} \rightarrow l^+l^-$, donde $l = e, \mu, \tau$ siempre y cuando sean cinemáticamente posibles. No se incluyen correcciones de QCD ya que se espera que estas correcciones sean del mismo orden para cada contribución [16] [17], por lo cual al tomar la razón entre las diferentes contribuciones estas se cancelarán. Cabe mencionar que también se calcularon las secciones eficaces para el estado hadrónico $d-\bar{b} \rightarrow l^+l^-$, con $l = e, \mu, \tau$, pero dado que su comportamiento es muy similar al del estado hadrónico $s-\bar{b} \rightarrow l^+l^-$ no se ilustra en las graficas que en breve se mostrarán.

Se calculó la sección eficaz considerando la amplitud total como: $\mathcal{M} = \mathcal{M}_Z + \mathcal{M}_{box} + \mathcal{M}_\gamma$ y tomando la energía de estos procesos en la masa del mesón inicial, es decir para los estados hadrónicos $s\bar{b}$, $d\bar{s}$, $c\bar{u}$ consideramos las masas de los mesones B_s^0 , K^0 y D^0 respectivamente.

En la Figura 2.6 se puede observar la importancia de los diferentes canales para cada proceso. En el gráfico inferior se tiene la razón entre el canal del fotón y el canal de Z para los diferentes procesos, las líneas sólidas corresponden a las contribuciones debidas a 3 familias y las líneas punteadas representan las contribuciones incluyendo una cuarta familia. Se puede notar que para los procesos con mesones iniciales B_s^0 el canal dominante es Z y que el incluir una cuarta familia no causa efecto en la razón de las contribuciones. Por otro lado observamos que en los procesos con mesón inicial K^0 la contribución que domina es la del fotón, siendo hasta 10^5 veces mayor para el caso de solo considerar tres familias, sin embargo, cuando se toma en cuenta 4 familias vemos que aún sigue siendo dominante el canal del fotón, pero notamos una ligera supresión con respecto al canal del fotón con tres familias, ya que ahora el canal del fotón es mil veces mayor que el canal de Z . Por último se ve que para el caso de procesos con mesón inicial D^0 , el canal de fotón, considerando tres familias, se vuelve 10^8 veces mayor que el canal del Z , mientras que para el caso en que se consideran 4 familias la razón de las contribuciones se suprime, ya que ahora el

canal del fotón será 100 veces mayor que el canal Z , por lo que podemos afirmar que los efectos de incluir una cuarta familia serán más sensibles en procesos con mesón inicial D^0 .

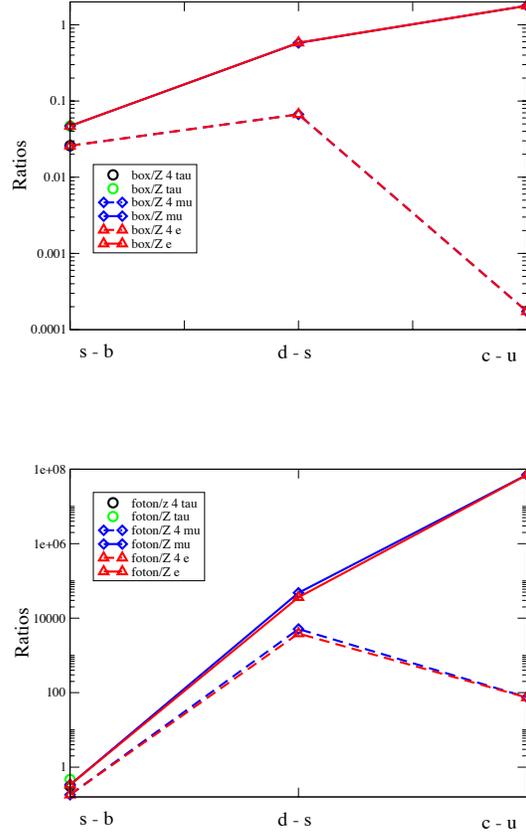


Figura 2.6: Razones entre secciones eficaces de distintos canales para procesos $q_1 - q_2 \rightarrow \ell^+ \ell^-$. Se tiene la razón entre el canal de la caja W y el canal Z para los distintos procesos (Figura superior), las líneas sólidas corresponden a las contribuciones debidas a 3 familias y las líneas punteadas representan las contribuciones incluyendo una cuarta familia. Además se muestra la razón entre el canal del fotón y el canal de Z para los diferentes procesos (Figura inferior), de igual forma las líneas sólidas representan la razón debido a los canales con tres familias y las líneas punteadas representan a la razón debida a los canales considerando cuatro familias. En ambas figuras los diferentes estados hadrónicos están en el eje horizontal. El estado hadrónico $d - \bar{b} \rightarrow l^+ l^-$, con $l = e, \mu, \tau$, no se ilustra en las figuras dado que su comportamiento es muy similar al del estado hadrónico $s - \bar{b} \rightarrow l^+ l^-$.

En el gráfico superior se tiene la razón entre el canal de la caja W y el canal del pingüino Z para los distintos procesos, de igual forma la línea sólida representa la razón debida a los canales con tres familias y la línea punteada representa a la razón debida a los canales considerando cuatro familias. En esta gráfica se puede notar que en el caso de tres familias, los procesos con mesón inicial B_s^0 y K^0 el canal dominante es Z , pero para los procesos con mesón inicial D^0 el canal Z y la caja son del mismo orden. Además esta gráfica tiene un comportamiento similar a la gráfica inferior, es decir la presencia de una cuarta familia suprime más las razones entre los canales, siendo casi despreciable para los estados hadrónicos $s - \bar{b}$, mostrando una mayor supresión en el

caso de los estados hadrónicos $d - \bar{s}$ y siendo muy grande la supresión para el estado hadrónico $c - \bar{u}$, ya que en este caso cuando se incluye una cuarta familia el canal dominante es Z , haciendo casi despreciable el canal de la caja W , cosa muy interesante, ya que como mencionamos en el caso de tres familias ambos canales contribuyen al mismo orden de magnitud.

2.4. Decaimientos hadrónicos.

Ahora se hará una descripción a través de procesos de desintegración. La descripción de estos procesos se explota parametrizando los mesones en una estructura de Lorentz:

$$\langle 0 | \bar{q}_2 \gamma_\mu \gamma_5 q_1 | P(q) \rangle = i f_p q_\mu \quad (2.14)$$

donde q es el momento del mesón seudo escalar P y f_p es la constante de decaimiento.

De las cosas diferentes que se pueden notar al comparar un estado hadrónico particular con la sección eficaz es por ejemplo que la contribución del fotón en los decaimientos de mesones escales se cancela por invariancia de norma: $p^\mu \Gamma_{\gamma\mu}(q) = 0$ (donde $\Gamma_{\gamma\mu}(q)$ es dada por la ecuación (2.9)).

Este enfoque que consideramos, se le llama contribuciones de distancia corta ya que tiene lugar a altas energías, siendo la energía característica del proceso la masa del mesón escalar inicial (en este tipo de procesos tenemos por ejemplo $B \rightarrow \mu\mu$). Por otro lado para decaimientos como $K \rightarrow l^+l^-$, las contribuciones de larga distancia (baja energía) toman el rol principal particularmente en modos de dos fotones, ya que la contribución de los quarks pesados son despreciables [18]. Este tipo de escenarios los encontramos en las razones de decaimiento experimentales de [19–21].

$$\mathcal{B}(K_L^0 \rightarrow \mu^+\mu^-) = (3.48 \pm 0.05) \times 10^{-6} \quad (2.15)$$

$$\mathcal{B}(K_L^0 \rightarrow e^+e^-) = (8.79_{-0.041}^{+0.057}) \times 10^{-8} \quad (2.16)$$

$$\mathcal{B}(D^0 \rightarrow \mu^+\mu^-) < 6.2 \times 10^{-9} \quad (2.17)$$

$$\mathcal{B}(D^0 \rightarrow e^+e^-) < 7.9 \times 10^{-8} \quad (2.18)$$

Cabe mencionar que un escenario donde el canal de un solo fotón está permitido es en el decaimiento $M_1 \rightarrow M_2 l^+ l^-$, donde M_i es un mesón, ya que la parametrización de los mesones ya no es solo proporcional al cuadrimomento del mesón inicial.

2.5. Límites para la cuarta familia.

Como se menciona en la introducción, este capítulo se motiva con la medición experimental de los procesos $B \rightarrow \mu\mu$ ecuación (2.1), por lo cual ahora se hará referencia a uno de estos procesos, en específico se tomarán las incertidumbres del proceso $B_s^0 \rightarrow \mu^+\mu^-$ para poder proporcionar una manera de definir los límites en los parámetros de la cuarta familia de los quarks que se han estado considerando en secciones anteriores. Recordemos que este tipo de procesos solo ocurren a través del canal Z y la caja W . Consideraremos que las incertidumbres en la razón de decaimiento son debidos solo a la presencia de la cuarta familia por lo cual se puede imponer límites para la masa del quark t' y el producto de los acoplamientos $V_{st'}^* V_{bt'}$. Para esto se procedió de la siguiente manera:

La razón de decaimiento experimental va como la suma del valor central B_c más el error B_{err} :

$$B_c \pm B_{err} \rightarrow 1 \pm B_{err}/B_c. \quad (2.19)$$

Por otro lado, podemos tomar que la sección eficaz total incluyendo cuatro familias (σ_4), de este mismo proceso, se debe a la sección eficaz de tres familias (σ_3) mas la sección eficaz de la 4ta. familia ($\bar{\sigma}_4 \equiv \sigma_4 - \sigma_3$),

$$\sigma_3 + \bar{\sigma}_4 \rightarrow 1 + \bar{\sigma}_4/\sigma_3. \quad (2.20)$$

Teniendo el valor experimental de la razón del decaimiento como $\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-) = (2.8_{-0.6}^{+0.7}) \times 10^{-9}$ y usando la ecuación para la razón de decaimiento, ecuación (2.19), se pueden definir las fracciones del error como:

$$\bar{E}_+ = +\frac{B_{err}}{B_C} = \frac{0.7}{2.8} = 0.25 \quad ; \quad \bar{E}_- = -\frac{B_{err}}{B_C} = -\frac{0.6}{2.8} = -0.21. \quad (2.21)$$

Imponiendo que el intervalo entre el error superior e inferior de la razón de decaimiento sea debido a la presencia de la cuarta familia y usando las ecuaciones (2.19), (2.20) y (2.21), correspondientes a la razón de decaimientos, la sección eficaz y los errores respectivamente se tiene:

$$1 + \bar{E}_+ = 1 + 0.25 > 1 + \frac{\bar{\sigma}_4}{\sigma_3} \quad (2.22)$$

$$1 - \bar{E}_- = 1 - 0.21 < 1 + \frac{\bar{\sigma}_4}{\sigma_3}, \quad (2.23)$$

acomodando lo términos anteriores se encuentra que los valores permitidos de $\bar{\sigma}_4$ para que sea consistente con el error son:

$$0.25\sigma_3 > \bar{\sigma}_4 > -0.21\sigma_3. \quad (2.24)$$

Es importante mencionar que la sección eficaz debido solo a la cuarta familia es función de la masa del quark t' y el producto de los acoplamientos $|V_{st'}^* V_{bt'}|$, es decir $\bar{\sigma}_4(m_{t'}, |V_{st'}^* V_{bt'}|)$.

Por último se diseñó un programa en C+ usando los valores permitidos para $\bar{\sigma}_4$ y la ecuación (2.24), de esta forma se encontró los límites para los parámetros $m_{t'}$ y $|V_{st'}^* V_{bt'}|$, como se ilustra en la Figura 2.7.

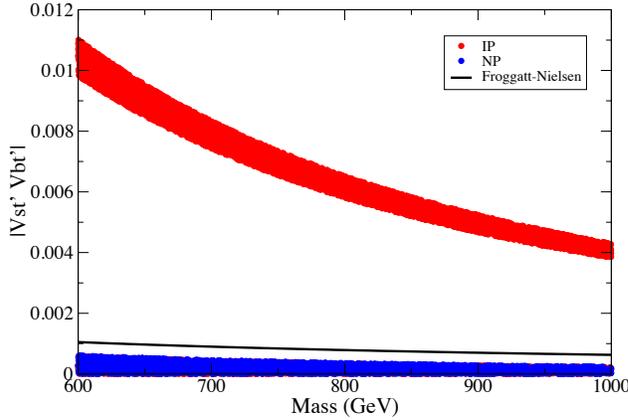


Figura 2.7: Valores permitidos para la masa $m_{t'}$ con una fase de 0° (región azul) y una fase de 180° (región azul más región roja) para los acoplamientos $V_{st'}^* V_{bt'}$. La línea sólida representa el ansatz de Froggatt-Nielsen, este ansatz está permitido en la región cuando el producto de los acoplamientos $|V_{st'}^* V_{bt'}|$ tenga una fase distinta de 0° y 180° .

La región que se explora para la masa del quark $m_{t'}$ está entre 600MeV y 1TeV. Valores menores han sido excluidos por estudios anteriores donde utilizaron observables manejadas por Higgs [22].

En la Figura 2.7 se observa que la región en azul representa una fase igual a 0° , en el producto de los acoplamientos, mientras que la región en rojo más la azul representa una fase igual a 180° ,

CAPÍTULO 2. PROCESOS SUPRIMIDOS EN EL MODELO ESTÁNDAR.

2.5. LÍMITES PARA LA CUARTA FAMILIA.

esto no quiere decir que la región en blanco no sea permitida sino que esta región será permitida para una fase distinta a las de 0° y 180° . Por otro lado la línea sólida representa el ansatz de Froggatt-Nielsen que se usó en secciones anteriores para el producto de los acoplamientos $|V_{st'}^* V_{bt'}|$, observamos que este ansatz está permitido en la región cuando el producto de los acoplamientos $|V_{st'}^* V_{bt'}|$ tenga una fase distinta de 0° y 180° .

Cabe mencionar que los valores permitidos en la región para el producto de los acoplamientos son más restrictivos cuando la masa del quark t' es $m_{t'} = 600$ GeV y la fase es de 180° , mientras que conforme la masa de quark t' se va haciendo más pesada estos valores permitidos de los acoplamientos se vuelven menos restrictivos, siendo en la fase igual a 0° los valores más pequeños para $m_{t'} = 1$ TeV.

En este capítulo se hizo una descripción general de procesos suprimidos, resaltando el rol de sus contribuciones electrodébiles. Se usó como ejemplo el proceso $b\bar{s} \rightarrow \mu\mu$ para entender la supresión de la corriente neutra con cambio de sabor. Además se trabajó con procesos similares de la forma $q\bar{q} \rightarrow l^+l^-$ para señalar la importancia relativa entre las diferentes contribuciones. Por otro lado se consideró una cuarta familia de quarks (t') y se observó sus efectos en las contribuciones electrodébiles. Finalmente se impusieron límites para la masa del quark t' y el producto de los elementos de mezcla $V_{st'}^* V_{bt'}$ para que sean consistentes con el error experimental de la razón de decaimiento $\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow \mu^+\mu^-)$. Cabe mencionar que se puede hacer un tratamiento similar para el error experimental de la razón de decaimiento $\mathcal{B}(B_d^0 \rightarrow \mu^+\mu^-)$. En éste trabajo no se hizo tal tratamiento ya que el objetivo principal de ésta parte del trabajo es dar un ejemplo de como los efectos de incluir una cuarta familia de quarks podrían verse reflejada en el error experimental de algunos procesos como los antes mencionados.

Capítulo 3

Procesos prohibidos en el Modelo Estándar.

Este capítulo tendrá por objetivo estudiar los procesos prohibidos con violación de número leptónico en dos unidades ($\Delta L = 2$), que en particular serán decaimientos de mesones pseudo escalares. Se hará una breve descripción de la violación de número leptónico en dos unidades. Después se calculará la amplitud al cuadrado del proceso genérico $M^+ \rightarrow M'^- \ell^+ \ell'^+$, donde M y M' son mesones pseudo escalares mientras que ℓ^\pm son leptones cargados. Por último se hará un breve análisis del ancho de decaimiento de estos procesos.

3.1. Introducción.

En el Modelo Estándar los neutrinos son considerados como partículas sin masa que interactúan de manera débil, ya que no tienen carga eléctrica ni color. El descubrimiento reciente de las oscilaciones de neutrinos nos confirma de manera concluyente que los neutrinos tienen masa, por lo que debemos considerar física más allá del Modelo Estándar [23]. Por ejemplo se puede hacer una extensión mínima del Modelo Estándar, como se vio en el capítulo 1, donde se obtienen términos de masa para los neutrinos ($\bar{\nu}_L M^{\nu} \nu_R + h.c.$), al incluir el estado derecho tal como se hace con los otros fermiones en el Modelo Estándar. Además, como se mencionó también en el capítulo 1, un término de masa tipo Majorana para los neutrinos, invariante de norma $\frac{1}{2} \bar{\nu}_L^{0c} M^S \nu_R + h.c.$, es también válido en la teoría. Siendo una posible explicación de la pequeña masa observada en los neutrinos, a través el mecanismo "see-saw" [24]: $m_\nu \approx \frac{m_{\nu^2}}{M^S}$. La pregunta entonces es: ¿ Los neutrinos son de Dirac o de Majorana?

Si los neutrinos son partículas de Dirac, además de los dobletes izquierdos éstos deben tener singletes derechos, en este caso el número leptónico es una cantidad conservada. Por otro lado, si los neutrinos son partículas de Majorana, entonces esta partícula es su propia antipartícula, hecho por lo cual violarían el número leptónico por dos unidades ($\Delta L = 2$) en algunos procesos que involucren neutrinos. Por lo tanto el estudio de procesos con violación de número leptónico en dos unidades es de gran interés, ya que la observación de alguno de estos procesos nos confirmaría que los neutrinos son de naturaleza de Majorana.

Actualmente solo se han encontrado cotas superiores para los procesos con violación de número leptónico en dos unidades, por ejemplo en el 2011 la colaboración Belle [25] reportó los límites superiores en la fracción de decaimientos de los siguientes procesos: $\mathcal{B}(B^+ \rightarrow D^- e^+ e^-) < 2.6 \times 10^{-6}$, $\mathcal{B}(B^+ \rightarrow D^- e^+ \mu^+) < 1.8 \times 10^{-6}$ y $\mathcal{B}(B^+ \rightarrow D^- \mu^+ \mu^+) < 1.1 \times 10^{-6}$.

3.2. Violación de número leptónico por dos unidades $\Delta L = 2$.

Como mencionamos anteriormente, si los neutrinos son partículas de Majorana, entonces un neutrino es indistinguible de su propia antipartícula, hecho por lo cual podría violarse el número

leptónico por dos unidades ($\Delta L = 2$) en algunos procesos que involucren neutrinos. Por ello la búsqueda experimental de violación de número leptónico es de fundamental importancia. En los aceleradores, los neutrinos en el estado final no pueden ser detectados, dejando la llamada “energía perdida” y por lo tanto perdiendo la sensibilidad al número leptónico. Por ello es necesario buscar leptones cargados en el estado final. El proceso básico con $\Delta L = 2$ se expresa genéricamente como:

$$W^- W^- \rightarrow \ell_1^- \ell_2^-, \quad (3.1)$$

donde W^- es un bosón de norma virtual del ME y $\ell_{1,2} = e, \mu, \tau$, Figura 3.1.

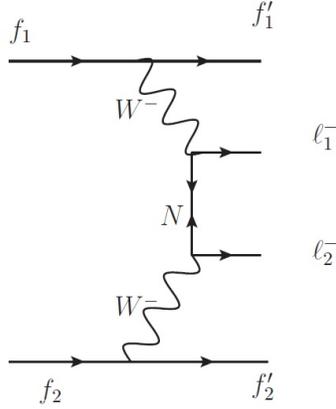


Figura 3.1: Proceso básico con $\Delta L = 2$, donde W^- es un bosón de norma virtual del ME, $\ell_{1,2} = e, \mu, \tau$ los leptones cargados y N representa a neutrino ligero o pesado de Majorana.

La amplitud de decaimiento del proceso básico $W^- W^- \rightarrow \ell_1^- \ell_2^-$ [10], después de explotar algunas propiedades que más adelante se verán con detalle, es:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}^{\mu\nu} &= \frac{g^2}{2\sqrt{2}} \sum_{j=1}^3 U_{\ell_1 j} U_{\ell_2 j} m_{\nu_j} \bar{\psi}_{\ell_1} \frac{\gamma^\mu \gamma^\nu}{q^2 - m_{\nu_j}^2 + i\Gamma_{\nu_j} m_{\nu_j}} (1 - \gamma^5) \psi_{\ell_2}^c \\ &+ \frac{g^2}{2\sqrt{2}} \sum_{k=1}^n V_{\ell_1 k} V_{\ell_2 k} m_{N_k} \bar{\psi}_{\ell_1} \frac{\gamma^\mu \gamma^\nu}{q^2 - m_{N_k}^2 + i\Gamma_{N_k} m_{N_k}} (1 - \gamma^5) \psi_{\ell_2}^c. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Con este proceso genérico, uno encuentra varios procesos que puedan ser experimentalmente buscados:

- El ejemplo más conocido es el decaimiento beta doble sin neutrinos ($0\nu\beta\beta$) que viene a través del subproceso $dd \rightarrow uuW^- W^- \rightarrow uue^- e^-$ [26] [27] [28].
- Decaimientos del tau, como $\tau^- \rightarrow \ell^+ M_1^- M_2^-$ donde los mesones ligeros M_1, M_2 son π, K [29, 30].
- Decaimientos raros de mesones como $M_1^+ \rightarrow \ell_1^+ \ell_2^+ M_2^-$ [30–32] donde M_1 y M_2 pueden ser mesones pseudo-escalares o mesones vectoriales, siempre y cuando sean procesos cinemáticamente accesibles.
- Decaimientos bariónicos como $\Sigma^- \rightarrow \Sigma^+ e^- e^-, \Xi^- \rightarrow p\mu^- \mu^-$ [33].

CAPÍTULO 3. PROCESOS PROHIBIDOS EN EL MODELO ESTÁNDAR.
3.2. VIOLACIÓN DE NÚMERO LEPTÓNICO POR DOS UNIDADES $\Delta L = 2$.

La observación de $0\nu\beta\beta$ podría establecer la existencia de violación de número leptónico y, por ende la confirmación de que los neutrinos son partículas de Majorana, además podría probar la escala absoluta de las masas ligeras de los neutrinos. Estos procesos nucleares son proporcionales al cuadrado de la masa efectiva del neutrino $m_{ee} = |\sum_{i=1}^3 U_{ei}^2 m_i|$ con m_i y U_{ei} siendo la masa del neutrino y los elementos de la matriz de mezcla ($\nu_i - e$) respectivamente [34].

Sin embargo, aunque experimentalmente estos procesos son muy sensibles para la búsqueda de violación de número leptónico en dos unidades ($\Delta L = 2$), la extracción de la escala de la masa y la naturaleza de Majorana de los neutrinos es una tarea complicada, ya que para encontrar información viable sobre las propiedades del neutrino debemos tener bien calculados los elementos de matriz nucleares del proceso, pero aún los más refinados tratamientos la estimación de estos elementos nucleares de matriz están afectados por diversas incertidumbres nada despreciables [35].

Los decaimientos raros de mesones $M_1^+ \rightarrow \ell_1^+ \ell_2^+ M_2^-$, al igual que los decaimientos nucleares $0\nu\beta\beta$ pueden solo ocurrir a través del intercambio de un neutrino de Majorana. A diferencia de $0\nu\beta\beta$, desde el punto de vista teórico, las incertidumbres para los decaimientos de mesones son mucho más fáciles de manejar, sin embargo visto desde el lado experimental, los decaimientos de mesones con $\Delta L = 2$ en el caso de neutrinos estándares ($m_\nu < 2eV$) están prohibidos para cualquier experimento, mientras que los decaimientos $0\nu\beta\beta$ son muy favorables experimentalmente, debido a sus muestras macroscópicamente grandes de núcleos decayendo. Aunque si consideramos neutrinos estériles pesados, la razón de decaimiento de mesones pseudo-escalares, son una buena alternativa para su búsqueda en futuros experimentos.

Es importante distinguir entre neutrinos estándares y neutrinos estériles, de los experimentos de oscilaciones de neutrinos sabemos que la masa de los tres neutrinos estándares ν difieren entre sí por mucho menos que 2 eV, por lo que todos los neutrinos con masa mayor que 2 eV se asumen como neutrinos estériles o no estándares, N .

A nivel de quarks los decaimientos $M^+ \rightarrow M'^+ \ell_1^+ \ell_2^+$ (donde se considera a M y a M' como mesones pseudo-escalares) ocurren a través de dos tipos de amplitudes Figura 3.2.

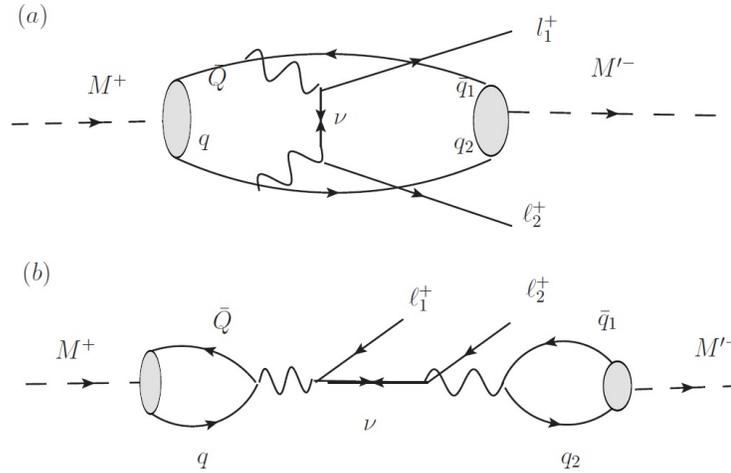


Figura 3.2: (a) Canal t para el proceso $M^+ \rightarrow \ell_1^+ \ell_2^+ M'^-$ (b) Canal s para el proceso $M^+ \rightarrow \ell_1^+ \ell_2^+ M'^-$. Aquí ν tiene la propiedad de Majorana, es decir es su propia antipartícula.

La dinámica de procesos con $\Delta L = 2$ es dictada por las propiedades del neutrino intercambiado, por lo cual es interesante hacer un análisis en tres diferentes casos dependiendo del rango de la masa del neutrino. De aquí en adelante estos neutrinos de Majorana lo denotaremos como N .

3.2.1. Neutrinos ligeros ($m_N < m_\pi$).

Para el caso de neutrinos ligeros de Majorana, el canal s es cinemáticamente prohibido, ya que la energía del neutrino de Majorana no es suficiente para poder crear un leptón y un mesón, es decir no cumple la condición: $m_N^2 > (m_\ell + m_M)^2$. El canal t tiene contribuciones de larga distancia (por ejemplo un estado intermedio con un mesón y un neutrino sobre capa de masa). Sin embargo el canal t es suprimido, ya que la energía del neutrino intermedio es menor a la energía del proceso ($m_N < m_\pi$), hecho por lo cual la razón de transición de este tipo de procesos es proporcional a

$$\langle m \rangle_{\ell_1 \ell_2}^2 = \left| \sum_{m=1}^3 U_{\ell_1 m_N} U_{\ell_2 m_N} m_N \right|^2, \quad (3.3)$$

donde $\langle m \rangle_{\ell_1 \ell_2}$ es la masa efectiva del neutrino y $U_{\ell_1,2 m_N}$ es la matriz de mezcla de los neutrinos ligeros con los leptones cargados (PMNS). En esta situación encontramos grandes supresiones debido a la pequeña masa del neutrino, ya que la razón m_N^2/M_W^2 es muy pequeña [36].

3.2.2. Neutrinos pesados ($m_N > m_{B_c}$).

Para neutrinos pesados ($m_N > m_M$) tanto la amplitud del canal s como la amplitud del canal t son comparables. Podemos ver en este caso que la razón de decaimiento del proceso será proporcional a:

$$\left| \sum_N \frac{V_{\ell_1 m_N} V_{\ell_2 m_N}}{m_{N_{m'}}} \right|^2, \quad (3.4)$$

donde $V_{\ell_1 m_N}$ es la matriz de mezcla entre los sabores ligeros y los neutrinos pesados de Majorana y N son todos los posibles neutrino de Majorana. En esta situación estos procesos con neutrinos pesados de Majorana quedan suprimidos debido a la pequeña matriz de mezcla $|V_{\ell_1 m_N} V_{\ell_2 m_N}|^2$ [36].

3.2.3. Neutrinos intermedios ($m_\pi < m_N < m_{B_c}$).

Como se ha mencionado y se puede ver en la amplitud del proceso genérico $W^- W^- \rightarrow \ell_1^- \ell_2^-$, ecuación (3.2), todos los neutrinos pesados de Majorana contribuyen en la amplitud. Se analiza por simplicidad el caso en que solo el neutrino más ligero de Majorana contribuye, esto lo podemos hacer si consideramos que los demás neutrinos son lo suficientemente pesados para ser despreciados en el ancho de decaimiento. Además, si se cumple que el momento del neutrino es tal que $q^2 \simeq m_N^2$, la contribución de los neutrinos ligeros será suprimida, por lo que es posible despreciarla.

Éste es el caso para los neutrinos intermedios ($m_\pi < m_N < m_{B_c}$). La razón de decaimiento para esta situación es dominada por la amplitud del canal s, donde el neutrino va sobre capa de masa. Aquí la razón de decaimientos es mucho menos dependiente de la masa del neutrino pero más sensible a los elementos de mezcla [36], hecho por lo cual es interesante su estudio.

Podemos ver entonces que sólo en caso de neutrinos intermedios la razón de decaimiento está dentro de la búsqueda de futuros experimentos como Belle II.

3.3. Proceso genérico $M^+ \rightarrow M'^+ \ell_1^+ \ell_2^+$

En este trabajo se estudiarán los decaimientos con violación de número leptónico en dos unidades ($\Delta L = 2$), para mesones seudo escalares cargados pesados de la forma: $M_1^+ \rightarrow \ell_1^+ \ell_2^+ M_2^-$ [36], cuya señal podría ser capturada en experimentos de alta intensidad tales como LHC-b y futuras fábricas de B y K, como Belle II y NA-62.

El trabajo se realizó para el caso de neutrinos intermedios con una región de masa entre ($m_\pi < m_N < m_{B_c}$), que como mencionamos arriba, solo en este caso la razón del ancho de decaimiento está dentro de la búsqueda de futuros experimentos.

CAPÍTULO 3. PROCESOS PROHIBIDOS EN EL MODELO ESTÁNDAR.

3.3. PROCESO GENÉRICO $M^+ \rightarrow M^+ \ell_1^+ \ell_2^+$

Este estudio se comenzará calculando la amplitud del proceso, diagrama (b) de la Figura 3.2, para esto usaremos las correspondientes reglas de Feynman.

Para obtener la amplitud, debemos recorrer la líneas del diagrama (b) de la Figura 3.2 en sentido opuesto al flujo fermiónico e insertar por cada línea y vértice las reglas de Feynman. El resultado es:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{M} &= \frac{g}{2\sqrt{2}} V_{M_1}^{CKM} f_{M_1} (q_{M_1})^\mu \left[-i \frac{[g^{\mu\nu} - q_{M_1}^\mu q_{M_1}^\nu / M_W^2]}{q_{M_1}^2 - M_W^2} \right] \bar{u}(p_3) \left[-\frac{ig}{2\sqrt{2}} V_{\ell_1 N} \gamma_\nu (1 - \gamma^5) \right] v(p_1) \\
 &\cdot \bar{u}(p_3) \left[-\frac{ig}{2\sqrt{2}} V_{\ell_2 N} \gamma_\rho (1 - \gamma^5) \right] v(p_2) \cdot \left[-i \frac{g^{\rho\lambda} - q_{M_2}^\rho q_{M_2}^\lambda / M_W^2}{q_{M_2}^2 - M_W^2} \right] \\
 &\cdot \frac{g}{\sqrt{2}} V_{M_2}^{CKM} f_{M_2} (q_{M_2})_\lambda, \\
 &= A \cdot I^{\nu\rho}
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

con

$$A = \frac{g^4}{64} f_{M_1} f_{M_2} V_{M_1}^{CKM} V_{M_2}^{CKM} V_{\ell_1 N} V_{\ell_2 N}, \tag{3.6}$$

donde g es la constante de acoplamiento débil, f_{M_1, M_2} las constantes de decaimiento de los mesones involucrados, $V_{1,2}^{CKM}$ los elementos de matriz CKM $V_{\ell_{1,2} N}$, los elementos de la matriz de mezcla entre el neutrino de Majorana y los leptones cargados. Por otro lado

$$\begin{aligned}
 I^{\nu\rho} &= (q_{M_1})_\mu \left[\frac{g^{\mu\nu} - q_{M_1}^\mu q_{M_1}^\nu / M_W^2}{q_{M_1}^2 - M_W^2} \right] \bar{u}(p_3) \gamma_\nu (1 - \gamma^5) v(p_1) \\
 &\cdot \bar{u}(p_3) \gamma_\rho (1 - \gamma^5) v(p_2) \cdot \left[\frac{g^{\rho\lambda} - q_{M_2}^\rho q_{M_2}^\lambda / M_W^2}{q_{M_1}^2 - M_W^2} \right] (q_{M_2})_\lambda,
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

donde M_W es la masa del bosón de norma W.

Para poder manejar esta amplitud de una forma más amigable explotemos la conjugación de carga de los espinores u y ν ,

$$\bar{u}^c = -v^T \mathcal{C}^{-1} \quad v^c = \mathcal{C} \bar{u}^T, \tag{3.8}$$

donde $\mathcal{C} = -\mathcal{C}^{-1} = -\mathcal{C}^\dagger = -\mathcal{C}^T = i\gamma^2 \gamma^0$. Usando estas propiedades podemos escribir la siguiente cadena como sigue,

$$\begin{aligned}
 \bar{u}(p_3) \gamma_\nu (1 - \gamma^5) v(p_1) &= v^T(p_1) (1 - \gamma^5)^T \gamma_\nu^T \bar{u}^T(p_3) \\
 &= v^T(p_1) (1 - \gamma^5)^T [-\mathcal{C}^{-1} \gamma_\nu \mathcal{C}] \bar{u}^T(p_3) \\
 &= -v^T(p_1) \mathcal{C}^{-1} \gamma_\nu (1 + \gamma^5) \mathcal{C} \bar{u}^T(p_3) \\
 &= \bar{u}^c(p_1) \gamma_\nu (1 + \gamma^5) v^c(p_3) \\
 &= \bar{u}^c(p_1) \gamma_\nu (1 + \gamma^5) u(p_3)
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

donde se usó que $\gamma_\nu^T = -\mathcal{C}^{-1} \gamma_\nu \mathcal{C}$ y $\mathcal{C}^{-1} \gamma^5 = \gamma^T \mathcal{C}^{-1}$ y lo que se denomina como propiedad de Majorana $v^c(p_3) = u(p_3)$. Insertando esta última ecuación en (3.6) se obtiene,

$$\begin{aligned}
 I^{\nu\rho} &= (q_{M_1})_\mu \left[\frac{g^{\mu\nu} - q_{M_1}^\mu q_{M_1}^\nu / M_W^2}{q_{M_1}^2 - M_W^2} \right] \\
 &\cdot \bar{u}^c(p_1) \gamma_\nu (1 + \gamma^5) u(p_3) \cdot \bar{u}(p_3) \gamma_\rho (1 - \gamma^5) v(p_2) \\
 &\cdot \left[\frac{g^{\rho\lambda} - q_{M_2}^\rho q_{M_2}^\lambda / M_W^2}{q_{M_1}^2 - M_W^2} \right] (q_{M_2})_\lambda,
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

Los espinores de los neutrinos de Majorana se pueden contraer para dar lugar a un propagador fermiónico:

$$u(p_3) \cdot \bar{u}(p_3) = \frac{\not{p}_3 + m_N}{p_3^2 - m_N^2 + i\Gamma_N m_N}$$

, donde Γ_N y m_N son el ancho de decaimiento y la masa del neutrino de Majorana, respectivamente. Usando esta última expresión, se puede escribir la parte tensorial de la amplitud, ecuación (3.10), como

$$\begin{aligned} I^{\nu\rho} &= (q_{M_1})_\mu \left[\frac{g^{\mu\nu} - q_{M_1}^\mu q_{M_1}^\nu / M_W^2}{q_{M_1}^2 - M_W^2} \right] \\ &\cdot \bar{u}^c(p_1) \gamma_\nu (1 + \gamma^5) \left[\frac{\not{p}_3 + m_N}{p_3^2 - m_N^2 + i\Gamma_N m_N} \right] \gamma_\rho (1 - \gamma^5) v(p_2) \\ &\cdot \left[\frac{g^{\rho\lambda} - q_{M_2}^\rho q_{M_2}^\lambda / M_W^2}{q_{M_1}^2 - M_W^2} \right]. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Al contraer los índices de Lorentz y hacer el límite a bajas energías $M_W^2 \gg q_{M_1}^2, q_{M_2}^2$, se reduce nuestra expresión anterior a,

$$I^{\nu\rho} = \frac{1}{M_W^4} \frac{1}{p_3^2 - m_N^2 + i\Gamma_N m_N} \bar{u}^c(p_1) \not{q}_{M_1} (1 + \gamma^5) (\not{p}_3 + m_N) \not{q}_{M_2} (1 - \gamma^5) v(p_2). \quad (3.12)$$

Se simplifica más esta última expresión usando las relaciones de conmutación de γ^5 , lo que nos da,

$$\not{q}_{M_1} (1 + \gamma^5) (\not{p}_3 + m_N) \not{q}_{M_2} (1 - \gamma^5) = 2 \not{q}_{M_1} (1 + \gamma^5) m_N \not{q}_{M_2}, \quad (3.13)$$

que al sustituirla en (3.11) lleva a,

$$I^{\nu\rho} = \frac{1}{M_W^4} \frac{1}{p_3^2 - m_N^2 + i\Gamma_N m_N} 2m_N \bar{u}^c(p_1) \not{q}_{M_1} (1 + \gamma^5) \not{q}_{M_2} v(p_2) \quad (3.14)$$

Escribiendo la constante de Fermi G_F de la forma siguiente: $\frac{G_F^2}{2} = \frac{g^4}{64M_W^4}$ se puede escribir la amplitud de la ecuación (3.4) como:

$$\mathcal{M} = \frac{G_F^2 f_{M_1} f_{M_2} V_{M_1}^{CKM} V_{M_2}^{CKM} V_{\ell_1 N} V_{\ell_2 N}}{p_3^2 - m_N^2 + i\Gamma_N m_N} m_N \bar{u}^c(p_1) \not{q}_{M_1} (1 + \gamma^5) \not{q}_{M_2} v(p_2). \quad (3.15)$$

Ahora lo que se desea hacer es calcular la amplitud al cuadrado, para esto primero obtenemos el conjugado de la amplitud:

$$\mathcal{M}^\dagger = \frac{G_F^2 f_{M_1} f_{M_2} V_{M_1}^{CKM} V_{M_2}^{CKM} V_{\ell_1 N} V_{\ell_2 N}}{p_3^2 - m_N^2 - i\Gamma_N m_N} m_N \bar{v}(p_2) \not{q}_{M_2} (1 - \gamma^5) \not{q}_{M_1} u^c(p_1). \quad (3.16)$$

La amplitud al cuadrado $|\mathcal{M}|^2 = \mathcal{M}\mathcal{M}^\dagger$ va entonces como:

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}|^2 &= G_F^2 f_{M_1}^2 f_{M_2}^2 |V_{M_1}^{CKM} V_{M_2}^{CKM}|^2 |V_{\ell_1 N} V_{\ell_2 N}|^2 \frac{m_N^2}{(p_3^2 - m_N^2)^2 + \Gamma_N^2 m_N^2} \\ &\cdot \bar{u}(p_1) \not{q}_{M_1} (1 + \gamma^5) \not{q}_{M_2} v(p_2) \bar{v}(p_2) \not{q}_{M_2} (1 - \gamma^5) \not{q}_{M_1} u(p_1). \end{aligned} \quad (3.17)$$

Sumemos ahora sobre las polarizaciones de las partículas finales (iniciales), para esto se usan las propiedades de completitud de los espinores:

$$\sum_s u(p) \bar{u}(p) = \not{p} + m \quad (3.18)$$

$$\sum_s v(p) \bar{v}(p) = \not{p} - m, \quad (3.19)$$

por lo que reescribiendo la amplitud al cuadrado usando las propiedades anteriores nos queda como:

$$\begin{aligned}
 |\bar{\mathcal{M}}|^2 &= \frac{1}{N} \sum_s |\mathcal{M}|^2 \\
 &= G_F^2 f_{M_1}^2 f_{M_2}^2 |V_{M_1}^{CKM} V_{M_2}^{CKM}|^2 |V_{\ell_1 N} V_{\ell_2 N}|^2 \frac{m_N^2}{(p_3^2 - m_N^2)^2 + \Gamma_N^2 m_N^2} \\
 &\cdot \sum_s u(p_1) \bar{u}(p_1) \not{q}_{M_1} (1 + \gamma^5) \not{q}_{M_2} \sum_s v(p_2) \bar{v}(p_2) \not{q}_{M_2} (1 - \gamma^5) \not{q}_{M_1} \\
 &= G_F^2 f_{M_1}^2 f_{M_2}^2 |V_{M_1}^{CKM}| |V_{M_2}^{CKM}| |V_{\ell_1 N} V_{\ell_2 N}|^2 \frac{m_N^2}{(p_3^2 - m_N^2)^2 + \Gamma_N^2 m_N^2} \\
 &\cdot \text{Tr}[(p_1 + m_1) \not{q}_{M_1} (1 + \gamma^5) \not{q}_{M_2} (\not{p}_2 - m_2) \not{q}_{M_2} (1 - \gamma^5) \not{q}_{M_1}]. \tag{3.20}
 \end{aligned}$$

vemos que N es el número de polarizaciones de la partícula entrante, que en este caso es $N = 1$.

Con ayuda de la paquetería de Mathematica se calculó la traza anterior, quedándonos la amplitud al cuadrado como:

$$\begin{aligned}
 |\bar{\mathcal{M}}|^2 &= G_F^2 f_{M_1}^2 f_{M_2}^2 |V_{M_1}^{CKM} V_{M_2}^{CKM}|^2 |V_{\ell_1 N} V_{\ell_2 N}|^2 \frac{m_N^2}{(p_3^2 - m_N^2)^2 + \Gamma_N^2 m_N^2} \\
 &\cdot 4(-4q_{M_1}^2 p_1 \cdot q_{M_2} p_2 \cdot q_{M_2} + 2q_{M_2}^2 q_{M_2}^2 p_1 \cdot p_2 \\
 &+ 8p_1 \cdot q_{M_1} p_2 \cdot q_{M_2} q_{M_1} \cdot q_{M_2} - 4q_{M_2}^2 p_1 \cdot q_{M_1} p_2 \cdot q_{M_1}). \tag{3.21}
 \end{aligned}$$

Usando cinemática relativista se pondrá esta amplitud al cuadrado en términos de dos variables cinemáticas invariantes, m_{12}^2 y m_{23}^2 y las masas de los leptones y mesones involucrados. Se tienen entonces los siguientes productos punto:

$$q_{M_1} \cdot q_{M_2} = \frac{m_{M_1}^2 + m_{M_2}^2 - m_{12}^2}{2} \tag{3.22}$$

$$p_1 \cdot p_2 = \frac{m_{12}^2 - m_{\ell_1}^2 - m_{\ell_2}^2}{2} \tag{3.23}$$

$$p_2 \cdot q_{M_2} = \frac{m_{23}^2 - m_{\ell_2}^2 - m_{M_2}^2}{2} \tag{3.24}$$

$$q_{M_1} \cdot p_1 = \frac{m_{M_1}^2 + m_{\ell_1}^2 - m_{23}^2}{2} \tag{3.25}$$

$$p_1 \cdot q_2 = \frac{m_{M_1}^2 + m_{\ell_2}^2 - m_{12}^2 - m_{23}^2}{2} \tag{3.26}$$

$$q_{M_1} \cdot p_2 = \frac{m_{12}^2 + m_{23}^2 - m_{\ell_1}^2 - m_{M_2}^2}{2} \tag{3.27}$$

donde $m_{12}^2 = (p_1 + p_2)^2$ y $m_{23} = (q_{M_1} - q_{M_2})^2$ son nuestras variables cinemáticas. Sustituyendo las expresiones anteriores en la amplitud al cuadrado, ecuación (3.20), se obtiene:

$$\begin{aligned}
 |\bar{\mathcal{M}}|^2 &= G_F^2 f_{M_1}^2 f_{M_2}^2 |V_{M_1}^{CKM} V_{M_2}^{CKM}|^2 |V_{\ell_1 N} V_{\ell_2 N}|^2 \frac{m_N^2}{(p_3^2 - m_N^2)^2 + \Gamma_N^2 m_N^2} \\
 &\cdot 4 \left(m_{12}^2 (m_{\ell_1} - m_{23})(m_{\ell_1} + m_{23})(m_{\ell_2} - m_{23})(m_{\ell_2} + m_{23}) + m_{\ell_1}^4 m_{M_2}^2 \right. \\
 &- m_{\ell_1}^2 (m_{\ell_2}^2 (m_{M_1}^2 + m_{M_1}^2) + m_{M_1}^2 (m_{M_2} - m_{23})(m_{M_2} + m_{23}) + m_{M_2}^2 m_{23}^2) \\
 &\left. + m_{\ell_2}^2 (m_{\ell_2}^2 m_{M_1}^2 - m_{M_1}^2 (m_{M_2}^2 + m_{23}^2) + m_{M_2}^2 m_{23}^2) \right). \tag{3.28}
 \end{aligned}$$

Vemos que esta amplitud al cuadrado depende del ancho de decaimiento total del neutrino de Majorana. Para obtener el ancho de decaimiento total del neutrino de Majorana Γ_N , para masas

$m_N \ll m_W$, se requiere identificar todos los modos de decaimiento que contribuyen al ancho total. Esto se puede resumir en el resultado obtenido por Anupama Atre, Tao Han, Silvia Pascoli y Bin Zhang [10],

$$\begin{aligned}\Gamma_N &= (\text{numero de modos de decaimiento}) \times (\Gamma^{2\text{cuerpos}} + \Gamma^{3\text{cuerpos}}) \\ &\sim 50 \times (10^{-13} \text{GeV} + 10^{-13} \text{GeV}) |V_{\ell_1 N} V_{\ell_2 N}| \\ &\sim (10^{-11} |V_{\ell_1 N} V_{\ell_2 N}|^2 \text{GeV}).\end{aligned}\quad (3.29)$$

Escribamos ahora el ancho de decaimiento diferencial a tres cuerpos:

$$d\Gamma = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{1}{32m_{M_1}^3} |\bar{\mathcal{M}}(m_{12}^2, m_{23}^2)|^2 dm_{12}^2 dm_{23}^2. \quad (3.30)$$

De la amplitud al cuadrado en función de las variables cinemáticas, ecuación (3.28), podemos notar que el propagador del neutrino $\frac{1}{(m_{23}^2 - m_N^2)^2 + \Gamma_N^2 m_N^2}$ se puede aproximar por una función delta, ya que como se ha dicho el ancho de decaimiento del neutrino es $\Gamma_N \sim 10^{-11} |V_{\ell_1 N} V_{\ell_2 N}| \text{ GeV}$ que es mucho más pequeño que la masa del neutrino de Majorana que, para estos casos está en el intervalo de $m_\pi < m_N < m_{B_c}$, por lo que esta aproximación de ancho estrecho nos da:

$$\frac{1}{(p_N^2 - m_N^2)^2 + \Gamma_N^2 m_N^2} \rightarrow \frac{\pi}{m_N \Gamma_N} \delta(m_{23}^2 - m_N^2). \quad (3.31)$$

Usando esta aproximación de anchura estrecha, ecuación (3.31) e integrando sobre dm_{23}^2 se encuentra que:

$$\Gamma = \int_{m_{12}^2 \text{Min}}^{m_{12}^2 \text{Max}} \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{1}{32m_{M_1}^3} B \cdot L(m_{12}^2) dm_{12}^2, \quad (3.32)$$

donde $m_{12}^2 \text{Min} = (m_{\ell_1} + m_{\ell_2})^2$, $m_{12}^2 \text{Max} = (m_{M_1} - m_{M_2})^2$ son los límites para la variable m_{12}^2 y

$$B = G_F^4 f_{M_1}^2 f_{M_2}^2 |V_{M_1}^{CKM} V_{M_2}^{CKM}|^2 \Gamma_N^2 10^{22} \text{GeV}^{-2} \pi, \quad (3.33)$$

$$\begin{aligned}L(m_{12}^2) &= 4m_N \left(m_{12}^2 (m_{\ell_1} - m_N)(m_{\ell_1} + m_N)(m_{\ell_2} - m_N)(m_{\ell_2} + m_N) + m_{\ell_1}^4 m_{M_2}^2 \right. \\ &\quad - m_{\ell_1}^2 (m_{\ell_2}^2 (m_{M_1}^2 + m_{M_1}^2) + m_{M_1}^2 (m_{M_2} - m_N)(m_{M_2} + m_N) + m_{M_2}^2 m_N^2) \\ &\quad \left. + m_{\ell_2}^2 (m_{\ell_2}^2 m_{M_1}^2 - m_{M_1}^2 (m_{M_2}^2 + m_N^2) + m_{M_2}^2 m_N^2) \right) \frac{1}{\Gamma_N}.\end{aligned}\quad (3.34)$$

En la ecuación (3.33) se usó el hecho de que podemos escribir el producto de las matrices de mezcla del neutrino de Majorana, con los leptones cargados como $|V_{\ell_1 N} V_{\ell_2 N}| = 10^{11} \Gamma_N \text{GeV}^{-1}$.

Como podemos observar tenemos 2 parámetros libres, que son la masa del neutrino de Majorana, m_N , y el ancho de decaimiento del neutrino de Majorana. Γ_N .

3.4. Razones de decaimiento.

Se obtuvo el ancho de decaimiento de todos los mesones pseudo-escalares que sean cinemáticamente accesibles, integrando la ecuación (3.32), en función de la masa y anchura del neutrino de Majorana. Los parámetros que se usaron para el cálculo se muestran en el Cuadro 3.1. Además se tomó un valor para la constante de Fermi de $G_F = 1.1663787 \times 10^{-5} \text{GeV}^{-2}$.

Para mostrar los resultados de todos los anchos de decaimiento obtenidos de una forma mejor, se hicieron gráficas de la razón de decaimiento para cada proceso en función de la masa (eje x) y del ancho de decaimiento (eje y) del neutrino de Majorana, además en cada gráfica se muestran

Parametro	Valor	Parametro	Valor
f_π	130.41 (MeV)	$ V_{ud} $	0.97425
f_K	156.2 (MeV)	$ V_{us} $	0.2253
f_D	204.6 (MeV)	$ V_{cd} $	0.225
$f_{D_s^+}$	257.5 (MeV)	$ V_{cs} $	0.986
f_B	190.6 (MeV)	$ V_{ub} $	4.13×10^{-3}
f_{B_c}	322 (MeV)	$ V_{cb} $	41.1×10^{-3}

Cuadro 3.1: Valores de los parámetros usados en los cálculos de este trabajo. Estos corresponden a los valores centrales dados en la Ref. [37], excepto para f_B y f_{B_c} cuyos valores centrales fueron tomados de las Ref. [38], [39] respectivamente.

Decaimiento	Br UL	Decaimiento	Br UL
$K^+ \rightarrow \pi^- e^+ e^+$	6.4×10^{-10} [40]	$D_s^+ \rightarrow K^- e^+ e^+$	5.2×10^{-6} [41]
$K^+ \rightarrow \pi^- e^+ \mu^+$	5×10^{-10} [40]	$D_s^+ \rightarrow K^- e^+ \mu^+$	6.1×10^{-6} [41]
$K^+ \rightarrow \pi^- \mu^+ \mu^+$	1.1×10^{-9} [42]	$D_s^+ \rightarrow K^- \mu^+ \mu^+$	1.3×10^{-5} [41]
$D^+ \rightarrow \pi^- e^+ e^+$	1.1×10^{-6} [43]	$B^+ \rightarrow \pi^- e^+ e^+$	2.3×10^{-8} [44]
$D^+ \rightarrow \pi^- e^+ \mu^+$	2×10^{-6} [41]	$B^+ \rightarrow \pi^- e^+ \mu^+$	1.5×10^{-7} [45]
$D^+ \rightarrow \pi^- \mu^+ \mu^+$	2.2×10^{-8} [46]	$B^+ \rightarrow \pi^- \mu^+ \mu^+$	1.3×10^{-8} [47]
$D^+ \rightarrow K^- e^+ e^+$	0.9×10^{-6} [41]	$B^+ \rightarrow K^- e^+ e^+$	3×10^{-8} [44]
$D^+ \rightarrow K^- e^+ \mu^+$	1.9×10^{-6} [41]	$B^+ \rightarrow K^- e^+ \mu^+$	1.6×10^{-7} [45]
$D^+ \rightarrow K^- \mu^+ \mu^+$	1×10^{-5} [41]	$B^+ \rightarrow K^- \mu^+ \mu^+$	4.1×10^{-8} [48]
$D_s^+ \rightarrow \pi^- e^+ e^+$	4.1×10^{-6} [41]	$B^+ \rightarrow D^- e^+ e^+$	2.6×10^{-6} [45]
$D_s^+ \rightarrow \pi^- e^+ \mu^+$	8.4×10^{-6} [41]	$B^+ \rightarrow D^- e^+ \mu^+$	1.8×10^{-6} [25]
$D_s^+ \rightarrow \pi^- \mu^+ \mu^+$	1.2×10^{-7} [46]	$B^+ \rightarrow D^- \mu^+ \mu^+$	6.9×10^{-7} [47]
		$B^+ \rightarrow D_s^- \mu^+ \mu^+$	5.8×10^{-7} [47]

Cuadro 3.2: Cotas superiores experimentales para las razones de decaimiento de los distintos procesos.

las cotas superiores experimentales para la razón de decaimiento de cada proceso (Cuadro 3.2). Estas son independientes de la masa y anchura del neutrino. El resultado teórico que se graficó cumple con la condición de estar por debajo de las cotas experimentales.

También se calcularon las razones de decaimiento de los procesos que se muestran en el Cuadro 3.3, estos decaimientos no tienen aún cotas superiores experimentales para sus razones de decaimiento. Solo se mostrarán algunos de los resultados sobre estos procesos, los demás tienen comportamiento muy similar a los ya mostrados.

$B^+ \rightarrow \pi^- e^+ \tau^+$	$B^+ \rightarrow \pi^- \mu^+ \tau^+$
$B^+ \rightarrow \pi^- \tau^+ \tau^+$	$B^+ \rightarrow K^- e^+ \tau^+$
$B^+ \rightarrow K^- \mu^+ \tau^+$	$B^+ \rightarrow K^- \tau^+ \tau^+$
$B^+ \rightarrow D^- e^+ \tau^+$	$B^+ \rightarrow D^- \mu^+ \tau^+$
$B^+ \rightarrow D_s^- e^+ e^+$	$B^+ \rightarrow D_s^- e^+ \mu^+$
$B^+ \rightarrow D_s^- e^+ \tau^+$	$B^+ \rightarrow D_s^- \mu^+ \tau^+$
$B_c^+ \rightarrow \pi^- e^+ \tau^+$	$B_c^+ \rightarrow \pi^- \mu^+ \tau^+$
$B_c^+ \rightarrow \pi^- \tau^+ \tau^+$	$B_c^+ \rightarrow K^- e^+ \tau^+$
$B_c^+ \rightarrow K^- \mu^+ \tau^+$	$B_c^+ \rightarrow K^- \tau^+ \tau^+$
$B_c^+ \rightarrow D^- e^+ \tau^+$	$B_c^+ \rightarrow D^- \mu^+ \tau^+$
$B_c^+ \rightarrow D^- \tau^+ \tau^+$	$B_c^+ \rightarrow D_s^- e^+ \tau^+$
$B_c^+ \rightarrow D_s^- \mu^+ \tau^+$	$B_c^+ \rightarrow D_s^- \tau^+ \tau^+$
$B_c^+ \rightarrow B^- e^+ e^+$	$B_c^+ \rightarrow B^- e^+ \mu^+$
$B_c^+ \rightarrow B^- \mu^+ \mu^+$	

Cuadro 3.3: Decaimientos que se calcularon pero que no tienen aún cotas superiores experimentales.

3.4.1. $K^+ \rightarrow \pi^- \ell_1^+ \ell_2^+$.

El proceso $K^+ \rightarrow \pi^- \ell_1^+ \ell_2^+$, con $\ell_{1,2} = e, \mu$, se observa la Figura 3.3. El rango de masa del neutrino de Majorana que se toma es: $m_N = [m_\pi, m_K]$ MeV, mientras que el rango del ancho de decaimiento del neutrino de Majorana que se toma es: $\Gamma_N = [10^{-15} - 3 \times 10^{-11}]$ MeV. Este es el intervalo entre las cotas superiores de los datos de precisión electrodébil [49] y las cotas superiores del trabajo de Anupama y colaboradores [10].

Las observaciones de estas gráficas las podemos resumir de la forma siguiente:

- El proceso $K^+ \rightarrow \pi^- e^+ e^+$ en la región de masa $m_N = [m_\pi, 150]$ MeV, es independiente de la región del ancho de decaimiento del neutrino, $\Gamma_N = [10^{-15}, 1.6 \times 10^{-12}]$ MeV. Por otro lado, la mayor acumulación de puntos se encuentra en una región de masa del neutrino de Majorana de $m_N = [m_\pi, 200]$ MeV y una región del ancho de decaimiento del neutrino de Majorana de $\Gamma_N = [10^{-15}, 3 \times 10^{-13}]$ MeV.
- El proceso $K^+ \rightarrow \pi^- e^+ \mu^+$ tiene una mayor acumulación de puntos en la región de masa $m_N = [233, 235]$ MeV que es independiente de la región del ancho de decaimiento del neutrino de Majorana $\Gamma_N = [10^{-14}, 3 \times 10^{-11}]$ MeV. Cabe mencionar que en este caso la masa mínima, para que ocurra el proceso, para el neutrino de Majorana es 233 MeV.
- El proceso $K^+ \rightarrow \pi^- \mu^+ \mu^+$ es muy similar al anterior, salvo que en este proceso los puntos de mayor acumulación son en la región de masa $m_N = [218, 220]$ MeV, que de igual forma es independiente de toda la región del ancho de decaimiento $\Gamma_N = [10^{-14}, 3 \times 10^{-11}]$ MeV. La mínima masa para el neutrino de Majorana permitida para este proceso es de 218 MeV.

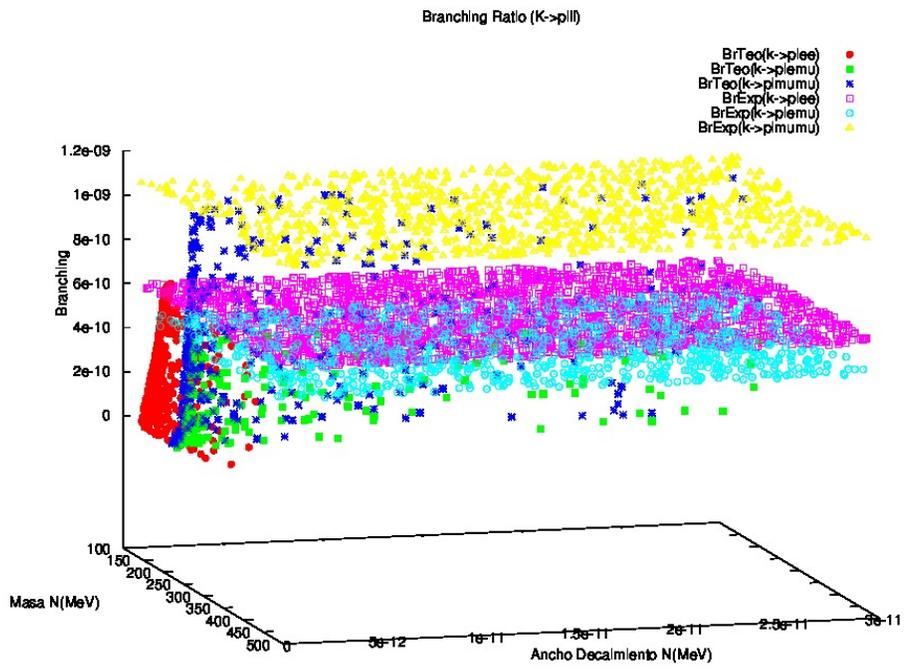


Figura 3.3: Razón de decaimiento teórica y experimental para los procesos $K^+ \rightarrow \pi^- \ell_1^+ \ell_2^+$, con $\ell = e, \mu$. Los planos representan la cota superior experimental y las superficies debajo de ellas el resultado teórico permitido.

3.4.2. $D^+ \rightarrow \pi^- \ell_1^+ \ell_2^+$.

La razón de decaimiento del proceso $D^+ \rightarrow \pi^- \ell_1^+ \ell_2^+$, con $\ell_{1,2} = e, \mu$, se observa la Figura 3.4. El rango de masa del neutrino de Majorana que se toma es $m_N = [m_\pi, m_D]$ MeV, mientras que el rango del ancho de decaimiento del neutrino de Majorana que se toma es de $\Gamma_N = [10^{-15}, 1.5 \times 10^{-10}]$ MeV, que es el intervalo entre las cotas superiores de precisión electrodébil y las cotas superiores del trabajo de Anupama [10].

Las observaciones de estas gráficas la podemos resumir de la forma siguiente:

- El proceso $D^+ \rightarrow \pi^- e^+ e^+$ tiene mayor acumulación de puntos en la región de masa del neutrino de Majorana: $m_N = [m_\pi, 1400]$ MeV. Esta región es independiente de la región del ancho de decaimiento del neutrino de Majorana, la cual es $\Gamma_N = [10^{-15}, 3 \times 10^{-11}]$ MeV.
- El proceso $D^+ \rightarrow \pi^- e^+ \mu^+$ en la región de masa del neutrino de Majorana $m_N = [200, 1100]$ MeV es independiente de la región del ancho de decaimiento del neutrino de Majorana $\Gamma_N = [10^{-14}, 1.5 \times 10^{-10}]$ MeV. Esta región es donde hay mayor acumulación de puntos. La mayor razón de decaimiento ocurre entre los 900 MeV y los 1100 MeV. Cabe mencionar que en este caso la masa mínima para el neutrino de Majorana que es permitida, para que ocurra este proceso, es 200 MeV.
- El proceso $D^+ \rightarrow \pi^- \mu^+ \mu^+$ es muy similar al anterior, salvo que en este proceso los puntos de mayor acumulación están en la región de masa del neutrino de Majorana: $m_N = [200, 600]$ MeV, que de igual forma es independiente de toda la región del ancho de decaimiento del neutrino de Majorana, $\Gamma_N = [10^{-14}, 3 \times 10^{-11}]$ MeV. La mayor razón de decaimiento ocurren para una masa del neutrino de Majorana entre los 500 MeV y los 600 MeV. De igual forma que en el proceso anterior la mínima masa para el neutrino de Majorana permitida para este proceso es de 200 MeV.

3.4.3. $D^+ \rightarrow K^- \ell_1^+ \ell_2^+$.

La razón de decaimiento del proceso $D^+ \rightarrow K^- \ell_1^+ \ell_2^+$, con $\ell_{1,2} = e, \mu$, se observa en la Figura 3.5. El rango de masa del neutrino de Majorana que se toma es $m_N = [m_K, m_D]$ MeV, mientras que el rango del ancho de decaimiento del neutrino de Majorana que se toma es de $\Gamma_N = [10^{-15}, 1.5 \times 10^9]$ MeV, en este caso se extendió mas la región para poder mostrar a partir de donde la superficie teórica está por debajo de la cota superior experimental.

Las observaciones de esta gráficas la podemos resumir de la forma siguiente:

- El proceso $D^+ \rightarrow K^- e^+ e^+$ tiene más puntos en la región de masa del neutrino de Majorana: $m_N = [m_K, 1100]$ MeV. Esta región es independiente de la región del ancho de decaimiento del neutrino de Majorana. La mayor razón de decaimiento se encuentra en una masa del neutrino de Majorana entre los 1000 MeV y los 1100 MeV.
- El proceso $D^+ \rightarrow K^- e^+ \mu^+$ en la región de masa del neutrino de Majorana $m_N = [m_K, 1250]$ MeV es independiente de la región del ancho de decaimiento del neutrino de Majorana. Esta región es donde hay mayor acumulación de puntos. La mayor razón de decaimiento ocurre para una masa del neutrino de Majoran entre los 1000 MeV y los 1250 MeV entre una región del ancho de decaimiento del neutrino de $[1, 1.5] \times 10^{-9}$ MeV.
- El proceso $D^+ \rightarrow K^- \mu^+ \mu^+$ tiene los puntos de mayor acumulación en la región de masa del neutrino de Majorana: $m_N = [m_K, 1700]$ MeV, estos puntos ocurren en toda la región del ancho de decaimiento del neutrino de Majorana. La mayor razón de decaimiento ocurre para una masa del neutrino de Majorana entre los 1600 MeV y los 1700 MeV entre una región del ancho de decaimiento del neutrino de $[1, 1.5] \times 10^{-9}$ MeV.

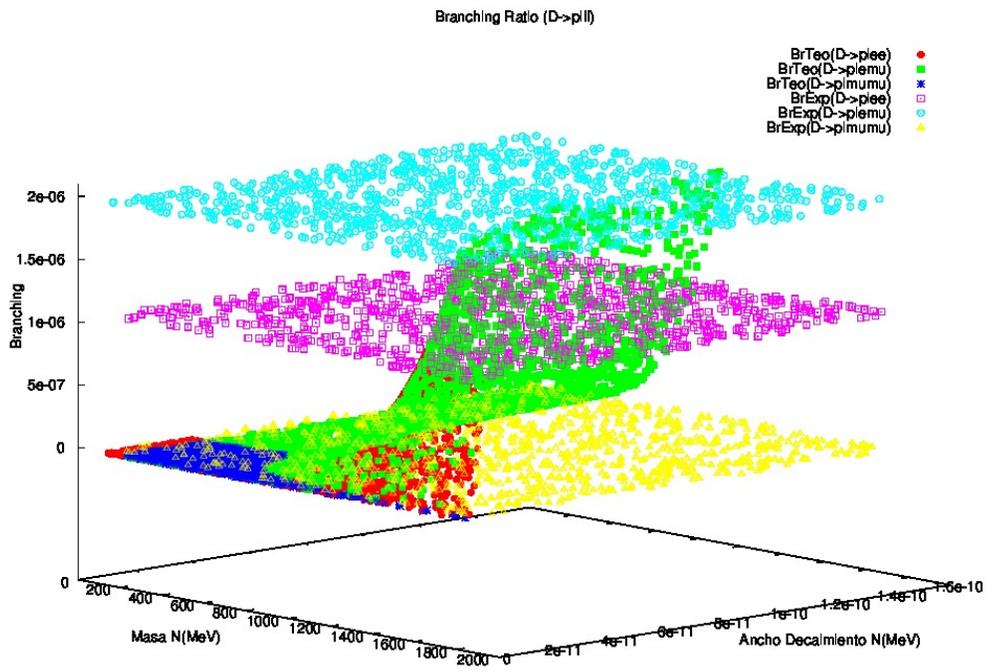


Figura 3.4: Razón de decaimiento teórica y experimental para los procesos $D^+ \rightarrow \pi^- \ell_1^+ \ell_2^+$, con $\ell = e, \mu$. Los planos representan la cota superior experimental y las superficies debajo de ellas el resultado teórico permitido.

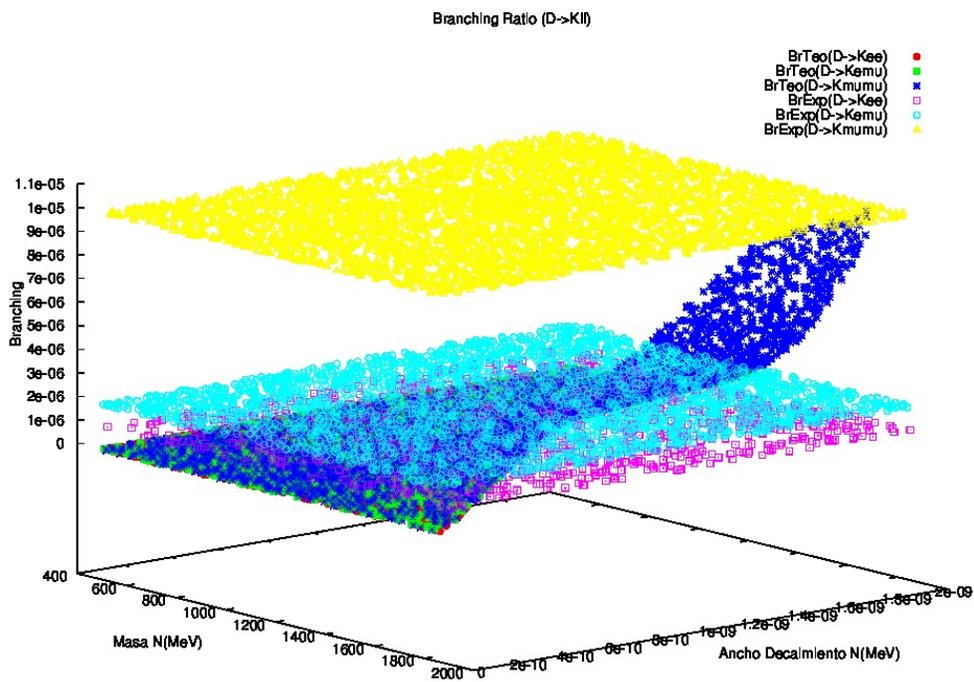


Figura 3.5: Razón de decaimiento teórica y experimental para los procesos $D^+ \rightarrow K^- \ell_1^+ \ell_2^+$, con $\ell_{1,2} = e, \mu$. Los planos representan la cota superior experimental y las superficies debajo de ellas el resultado teórico permitido.

3.4.4. $D_s^+ \rightarrow \pi^- \ell_1^+ \ell_2^+$.

La razón de decaimiento del proceso $D_s^+ \rightarrow \pi^- \ell_1^+ \ell_2^+$, con $\ell_{1,2} = e, \mu$, se observa en la Figura 3.6. El rango de masa del neutrino de Majorana que se toma es $m_N = [m_\pi, m_{D_s}]$ MeV, mientras que el rango del ancho de decaimiento del neutrino de Majorana que se toma es de $\Gamma_N = [10^{-15}, 1.5 \times 10^{-10}]$ MeV.

Las observaciones de esta gráficas la podemos resumir de la forma siguiente:

- El proceso $D_s^+ \rightarrow \pi^- e^+ e^+$ tiene mayor acumulación de puntos en la región de masa del neutrino de Majorana: $m_N = [m_\pi, 700]$ MeV. Esta región es independiente de la región del ancho de decaimiento del neutrino de Majorana, la cual es $\Gamma_N = [10^{-15}, 3 \times 10^{-11}]$ MeV. Además en esta región la razón de decaimiento crece rápidamente para una masa de Majorana entre los 600 MeV y 700 MeV, siendo siempre mayor conforme el ancho de decaimiento se acerca a su límite superior.
- El proceso $D_s^+ \rightarrow \pi^- e^+ \mu^+$ en la región de masa del neutrino de Majorana $m_N = [200, 800]$ MeV es independiente de la región del ancho de decaimiento del neutrino de Majorana $\Gamma_N = [10^{-14}, 1.5 \times 10^{-10}]$ MeV. Esta región es donde hay mayor acumulación de puntos. La razón de decaimiento en esta región crece rápidamente entre los 600 MeV y los 800 MeV para la masa del neutrino de Majorana, siendo siempre mayor esta razón de decaimiento conforme nos acercamos al límite superior del ancho de decaimiento del neutrino de Majorana. Cabe mencionar que en este caso la masa mínima para el neutrino de Majorana que es permitida, para que ocurra este proceso, es 200 MeV.
- El proceso $D_s^+ \rightarrow \pi^- \mu^+ \mu^+$ tiene su mayor acumulación de puntos en la región de masa del neutrino de Majorana: $m_N = [200, 400]$ MeV, que de igual forma es independiente de toda la región del ancho de decaimiento del neutrino de Majorana, $\Gamma_N = [10^{-14}, 3 \times 10^{-11}]$ MeV. En esta misma región el crecimiento de la razón de decaimiento es rápida. De igual forma que en el proceso anterior la mínima masa para el neutrino de Majorana, permitida para este proceso, es de 200 MeV.

3.4.5. $D_s^+ \rightarrow K^- \ell_1^+ \ell_2^+$.

La razón de decaimiento del proceso $D_s^+ \rightarrow K^- \ell_1^+ \ell_2^+$, con $\ell_{1,2} = e, \mu$, se observa en la Figura 3.7. El rango de masa del neutrino de Majorana que se toma es $m_N = [m_K, m_{D_s}]$ MeV, mientras que el rango del ancho de decaimiento del neutrino de Majorana que se toma es de $\Gamma_N = [10^{-15}, 1.5 \times 10^{-10} (3 \times 10^{-11})]$ dependiendo del caso, como se muestra más adelante.

Las observaciones de esta gráficas la podemos resumir de la forma siguiente:

- El proceso $D_s^+ \rightarrow K^- e^+ e^+$ tiene más puntos en la región de masa del neutrino de Majorana: $m_N = [m_K, 1450]$ MeV. Esta región es independiente de la región del ancho de decaimiento del neutrino de Majorana $\Gamma_N = [10^{-15}, 3 \times 10^{-11}]$ MeV. En esta región la razón de decaimiento del neutrino de Majorana crece mas rápido para una masa del neutrino de Majorana entre los 1300 MeV y los 1450 MeV.
- El proceso $D_s^+ \rightarrow K^- e^+ \mu^+$ en la región de masa del neutrino de Majorana $m_N = [m_K, 1500]$ MeV es independiente de la región del ancho de decaimiento del neutrino de Majorana $\Gamma_N = [10^{-14}, 1.5 \times 10^{-10}]$ MeV. Esta región es donde hay mayor acumulación de puntos. El mayor crecimiento, en esta región, de la razón de decaimiento ocurre para una masa del neutrino de Majorana entre los 1300 MeV y los 1500 MeV siendo mayor esta razón de decaimiento cuando el ancho de decaimiento del neutrino de Majorana se acerca a su límite superior 1.5×10^{-10} MeV.

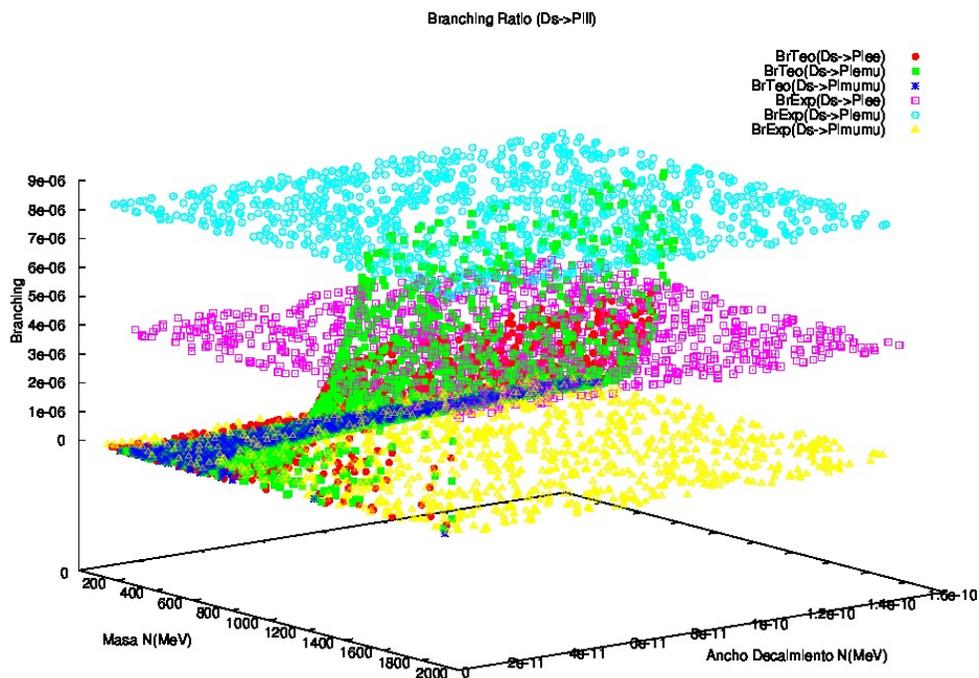


Figura 3.6: Razón de decaimiento teórica y experimental para los procesos $D_s^+ \rightarrow \pi^- \ell_1^+ \ell_2^+$, con $\ell = e, \mu$. Los planos representan la cota superior experimental y las superficies debajo de ellas el resultado teórico permitido.

- El proceso $D_s^+ \rightarrow K^- \mu^+ \mu^+$ tiene los puntos de mayor acumulación en la región de masa del neutrino de Majorana: $m_N = [m_K, 1750]$ MeV, estos puntos ocurren en toda la región del ancho de decaimiento del neutrino de Majorana. La razón de decaimiento crece más rápido para una masa del neutrino de Majorana entre los 1600 MeV y los 1750 MeV siendo mayor la razón de decaimiento cuando estamos cerca del límite superior del ancho de decaimiento del neutrino de Majorana.

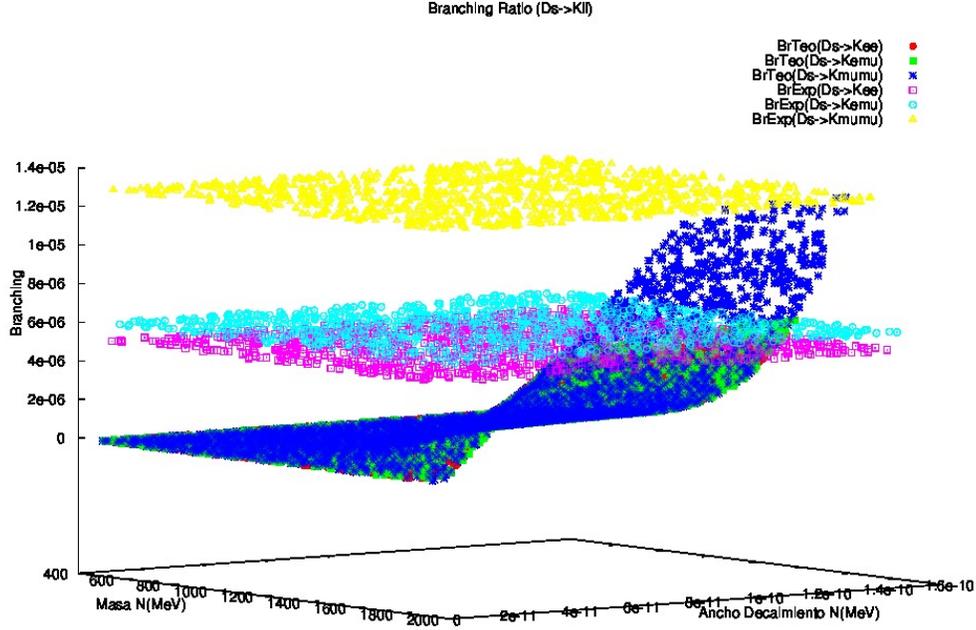


Figura 3.7: Razón de decaimiento teórica y experimental para los procesos $D_s^+ \rightarrow K^- \ell_1^+ \ell_2^+$, con $\ell_{1,2} = e, \mu$. Los planos representan la cota superior experimental y las superficies debajo de ellas el resultado teórico permitido.

3.4.6. $B^+ \rightarrow \pi^- \ell_1^+ \ell_2^+$.

La razón de decaimiento del proceso $B^+ \rightarrow \pi^- \ell_1^+ \ell_2^+$, con $\ell_{1,2} = e, \mu$, se observa la Figura 3.8. El rango de masa del neutrino de Majorana que se toma es de $m_N = [m_\pi, m_B]$ MeV, mientras que el rango del ancho de decaimiento del neutrino de Majorana que se toma es de $\Gamma_N = [10^{-15}, 1.5 \times 10^{-10}]$ MeV.

Las observaciones de estas gráficas las podemos resumir de la forma siguiente:

- El proceso $B^+ \rightarrow \pi^- e^+ e^+$ tiene mayor acumulación de puntos en la región de masa del neutrino de Majorana: $m_N = [m_\pi, 1500]$ MeV. Esta región es independiente de la región del ancho de decaimiento del neutrino de Majorana, la cual es $\Gamma_N = [10^{-15}, 3 \times 10^{-11}]$ MeV. La mayor razón de decaimiento ocurre para una masa del neutrino de Majorana entre los 1300 MeV y los 1500 MeV.

- El proceso $B^+ \rightarrow \pi^- e^+ \mu^+$ en la región de masa del neutrino de Majorana $m_N = [200, 2200]$ MeV es independiente de la región del ancho de decaimiento del neutrino de Majorana $\Gamma_N = [10^{-14} - 1.5 \times 10^{-10}]$ MeV. Esta región es donde hay mayor acumulación de puntos. La mayor razón de decaimiento ocurre entre los 2000 MeV y los 2200 MeV. Cabe mencionar que en este caso la masa mínima para el neutrino de Majorana, que es permitida para que ocurra este proceso, es 200 MeV.
- El proceso $B^+ \rightarrow \pi^- \mu^+ \mu^+$ tiene sus puntos de mayor acumulación en la región de masa del neutrino de Majorana: $m_N = [210, 1500]$ MeV, que de igual forma es independiente de toda la región del ancho de decaimiento del neutrino de Majorana, $\Gamma_N = [10^{-14}, 3 \times 10^{-11}]$ MeV. La mayor razón de decaimiento ocurre para una masa del neutrino de Majorana entre los 1400 MeV y los 1500 MeV. La mínima masa para el neutrino de Majorana permitida para este proceso es de 210 MeV.

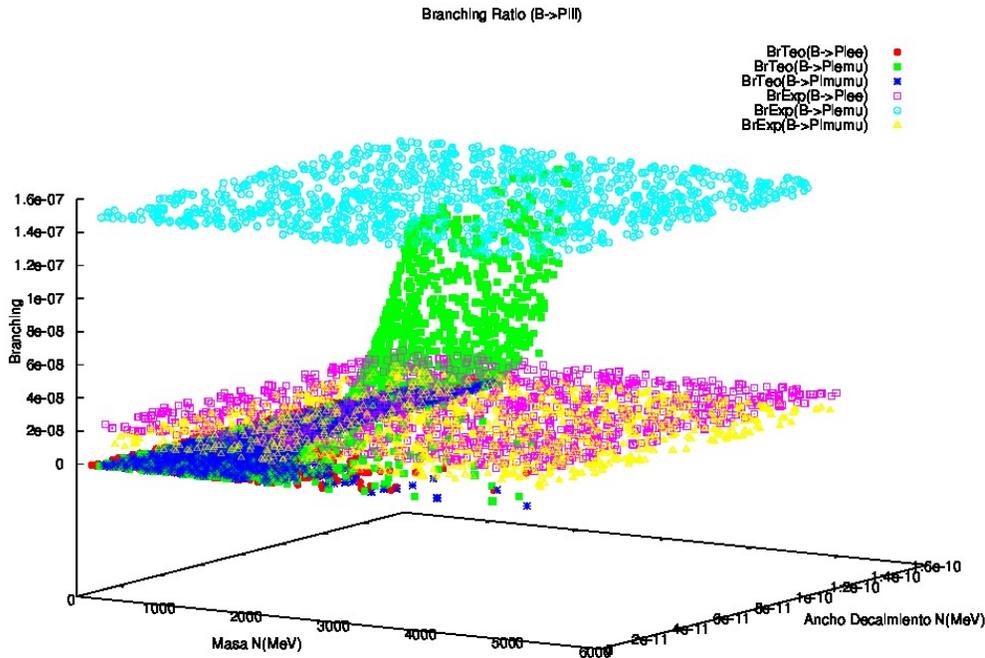


Figura 3.8: Razón de decaimiento teórica y experimental para los procesos $B^+ \rightarrow \pi^- \ell_1^+ \ell_2^+$, con $\ell = e, \mu$. Los planos representan la cota superior experimental y las superficies debajo de ellas el resultado teórico permitido.

3.4.7. $B^+ \rightarrow K^- \ell_1^+ \ell_2^+$.

La razón de decaimiento del proceso $B^+ \rightarrow K^- \ell_1^+ \ell_2^+$, con $\ell_{1,2} = e, \mu$, se observa la Figura 3.9. El rango de masa del neutrino de Majorana que se toma es de $m_N = [m_K, m_B]$ MeV, mientras que el rango del ancho de decaimiento del neutrino de Majorana que se toma es de $\Gamma_N = [10^{-15} - 1.5 \times 10^{-10}]$ MeV.

Las observaciones de estas gráficas la podemos resumir de la forma siguiente:

- El proceso $B^+ \rightarrow K^- e^+ e^+$ tiene mayor acumulación de puntos en la región de masa del neutrino de Majorana: $m_N = [m_K, 3000]$ MeV. Esta región es independiente de la región del ancho de decaimiento del neutrino de Majorana, la cual es $\Gamma_N = [10^{-15}, 3 \times 10^{-11}]$ MeV. La razón de decaimiento crece más rápido en esta región para una masa del neutrino de Majorana entre los 2500 MeV y los 3000 MeV.
- El proceso $B^+ \rightarrow K^- e^+ \mu^+$ en la región de masa del neutrino de Majorana, $m_N = [m_K, 4000]$ MeV, es independiente de la región del ancho de decaimiento del neutrino de Majorana, $\Gamma_N = [10^{-14}, 1.5 \times 10^{10}]$ MeV. Esta región es donde hay mayor acumulación de puntos. La razón de decaimiento crece mas rápido entre los 3500 MeV y los 4000 MeV.
- El proceso $B^+ \rightarrow K^- \mu^+ \mu^+$ tiene sus puntos de mayor acumulación en la región de masa del neutrino de Majorana: $m_N = [m_K, 3000]$ MeV, que de igual forma es independiente de toda la región del ancho de decaimiento del neutrino de Majorana, $\Gamma_N = [10^{-14}, 3 \times 10^{-11}]$ MeV. La razón de decaimiento en esta región crece para una masa del neutrino de Majorana entre los 2500 MeV y los 3000 MeV siendo siempre mayor la razón de decaimiento conforme el ancho de decaimiento se acerca a su límite superior 3×10^{-11} MeV.

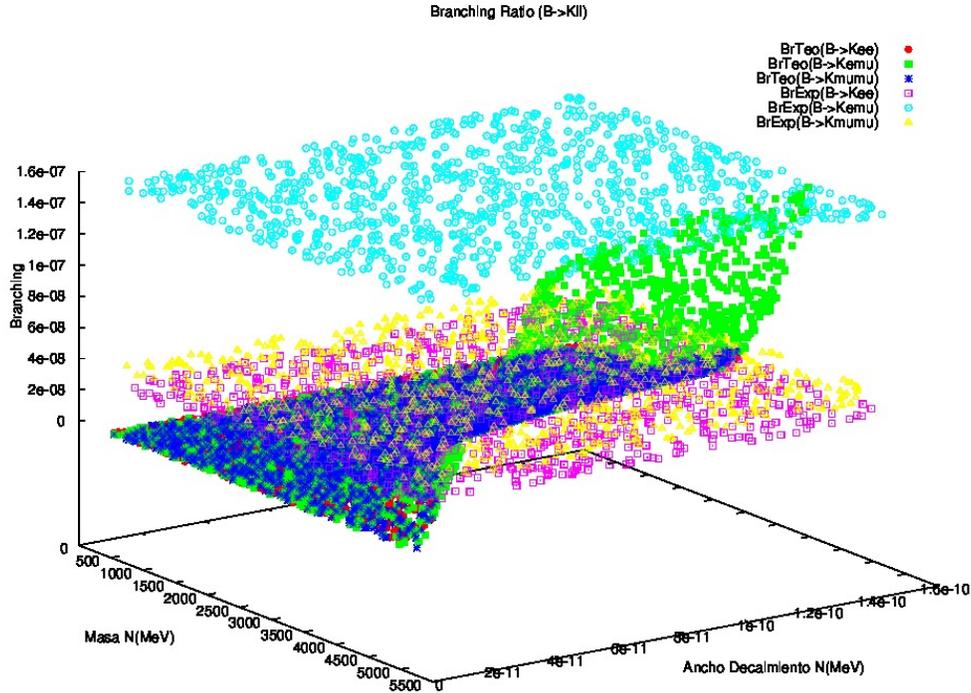


Figura 3.9: Razón de decaimiento teórica y experimental para los procesos $B^+ \rightarrow K^- \ell_1^+ \ell_2^+$, con $\ell = e, \mu$. Los planos representan la cota superior experimental y las superficies debajo de ellas el resultado teórico permitido.

3.4.8. $B^+ \rightarrow D^- \ell_1^+ \ell_2^+$.

La razón de decaimiento del proceso $B^+ \rightarrow D^- \ell_1^+ \ell_2^+$, con $\ell_{1,2} = e, \mu$, se observa la Figura 3.10. El rango de masa del neutrino de Majorana que se toma es de $m_N = [m_D, m_B]$ MeV, mientras que el

rango del ancho de decaimiento del neutrino de Majorana que se toma es de $\Gamma_N = [10^{-15}, 9 \times 10^{-9}]$ MeV, esta región se amplió para mostrar a partir de donde el resultado teórico toca la cota superior experimental.

Las observaciones de estas gráficas la podemos resumir de la forma siguiente:

- El proceso $B^+ \rightarrow D^- e^+ e^+$ tiene mayor acumulación de puntos en la región de masa del neutrino de Majorana: $m_N = [m_D, 3600]$ MeV. Esta región es independiente de la región del ancho de decaimiento del neutrino de Majorana. La razón de decaimiento crece más rápido en esta región para una masa del neutrino de Majorana entre los 3400 MeV y los 3600 MeV.
- El proceso $B^+ \rightarrow D^- e^+ \mu^+$ en la región de masa del neutrino de Majorana, $m_N = [m_D, 3300]$ MeV, es independiente de la región del ancho de decaimiento del neutrino de Majorana. Esta región es donde hay mayor acumulación de puntos. La razón de decaimiento crece más rápido para masas del neutrino de Majorana de 3000 MeV a los 4300 MeV.
- El proceso $B^+ \rightarrow D^- \mu^+ \mu^+$ tiene sus puntos de mayor acumulación en la región de masa del neutrino de Majorana: $m_N = [m_K, 2800]$ MeV, que de igual forma es independiente de toda la región del ancho de decaimiento del neutrino de Majorana. La razón de decaimiento en esta región crece más rápido para una masa del neutrino de Majorana entre los 2500 MeV y los 2800 MeV siendo siempre más grande la razón de decaimiento conforme el ancho de decaimiento se acerca a su límite superior.

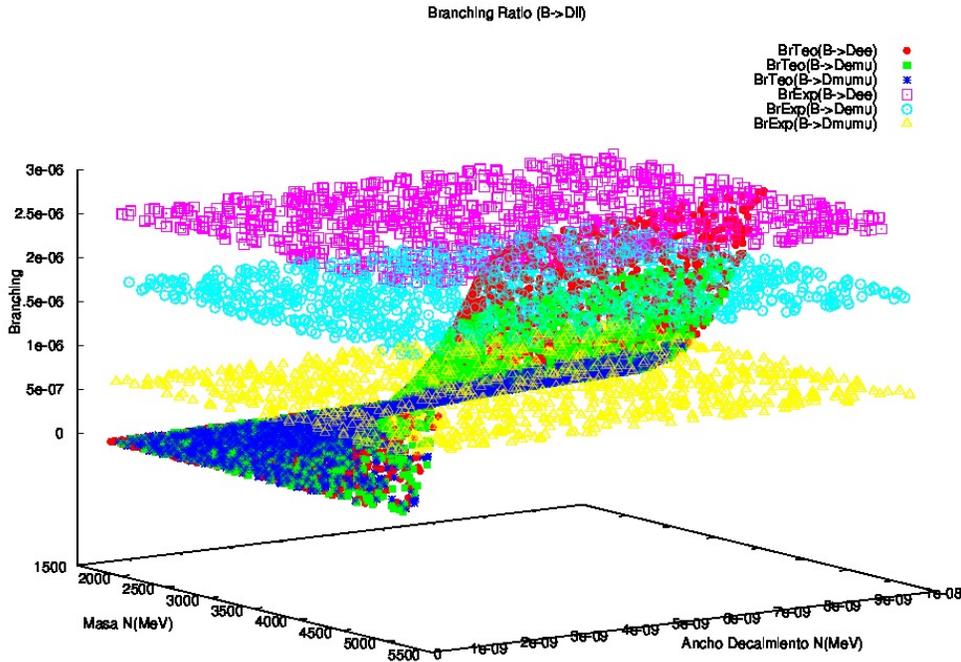


Figura 3.10: Razón de decaimiento teórica y experimental para los procesos $B^+ \rightarrow D^- \ell_1^+ \ell_2^+$, con $\ell = e, \mu$. Los planos representan la cota superior experimental y las superficies debajo de ellas el resultado teórico permitido.

3.4.9. $B^+ \rightarrow D_s^- \ell_1^+ \ell_2^+$.

La razón de decaimientos de los procesos $B^+ \rightarrow D_s^- e^+ e^+$, $B^+ \rightarrow D_s^- e^+ \mu^+$, $B^+ \rightarrow D_s^- e^+ \tau^+$ y $B^+ \rightarrow D_s^- \mu^+ \tau^+$ se muestran en la Figura 3.11, en estos casos no hay aun cotas superiores experimentales por lo que solo se muestran los resultados teóricos en una región de masa del neutrino de Majorana de $m_N = [m_{D_s}, m_B]$ MeV y para una región del ancho de decaimiento de $\Gamma_N = [10^{-15}, 1.5 \times 10^{-10}]$ MeV. Las observaciones de estas gráficas las podemos resumir de la forma siguiente:

- Los procesos $B^+ \rightarrow D_s^- e^+ e^+$ y $B^+ \rightarrow D_s^- e^+ \mu^+$ son muy similares, se extienden de forma uniforme por toda la región antes mencionada. La razón de decaimiento crece más rápido para una masa del neutrino de Majorana entre 4500 MeV y la masa m_B , siendo mayor conforme nos acercamos al límite superior del ancho de decaimiento del neutrino.
- Los procesos $B^+ \rightarrow D_s^- e^+ \tau^+$ y $B^+ \rightarrow D_s^- \mu^+ \tau^+$ son muy similares entre sí. La mínima masa permitida para el primer proceso es alrededor de 3780 MeV y para el segundo proceso es de alrededor de 3810 MeV. La región de puntos de ambos procesos es independiente del ancho de decaimiento del neutrino de Majorana. La razón de decaimiento crece más rápido para una masa del neutrino de Majorana entre los 4800 MeV y la masa m_B , siendo mayor conforme nos acercamos al límite superior del ancho de decaimiento del neutrino.

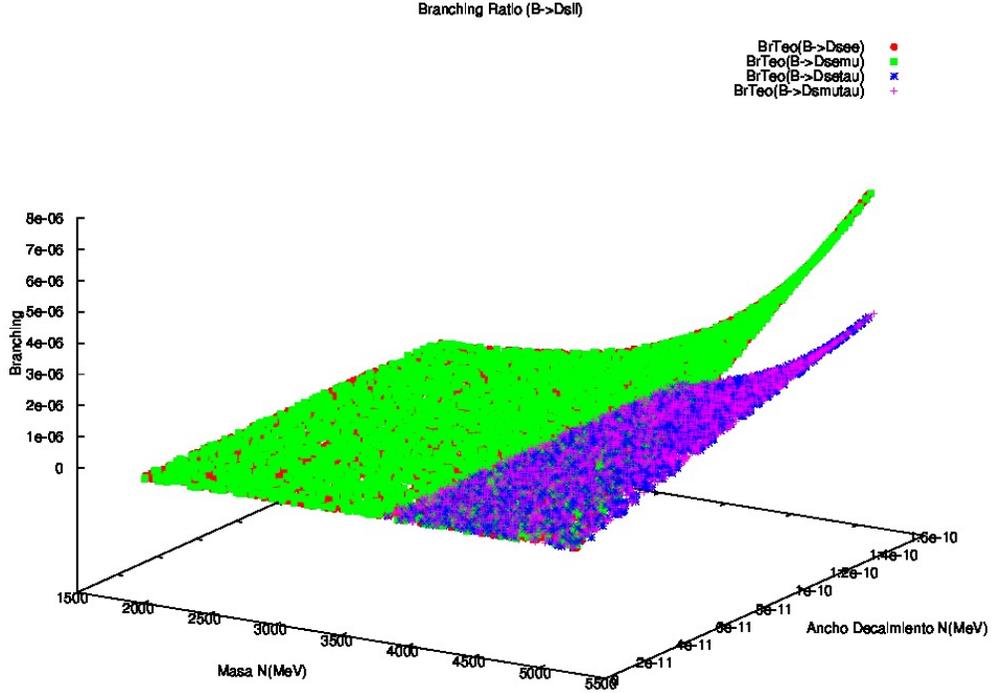


Figura 3.11: Razón de decaimiento teórica y experimental para los procesos $B^+ \rightarrow D_s^- \ell_1^+ \ell_2^+$, con $\ell = e, \mu$. Los planos representan la cota superior experimental y las superficies debajo de ellas el resultado teórico permitido.

A diferencia de los anteriores procesos el proceso $B^+ \rightarrow D_s^- \mu_1^+ \mu_2^+$ sí tiene cota superior experimental, esto lo podemos observar en la Figura 3.12. El rango de masa del neutrino de Majorana

que se toma es de $m_N = [m_{D_s}, m_B]$ MeV, mientras que el rango del ancho de decaimiento del neutrino de Majorana que se toma es de $\Gamma_N = [10^{-15} - 1.5 \times 10^{-10}]$ MeV.

La observación de esta gráfica se resume de la forma siguiente:

- El proceso $B^+ \rightarrow D_s^- \mu^+ \mu^+$ tiene sus puntos de mayor acumulación en la región de masa del neutrino de Majorana: $m_N = [m_{D_s}, 4400]$ MeV, que es independiente de toda la región del ancho de decaimiento del neutrino de Majorana. La razón de decaimiento en esta región crece más rápido para una masa del neutrino de Majorana entre los 4100 MeV a los 4400 MeV siendo siempre mayor la razón de decaimiento conforme el ancho de decaimiento se acerca a su límite superior.

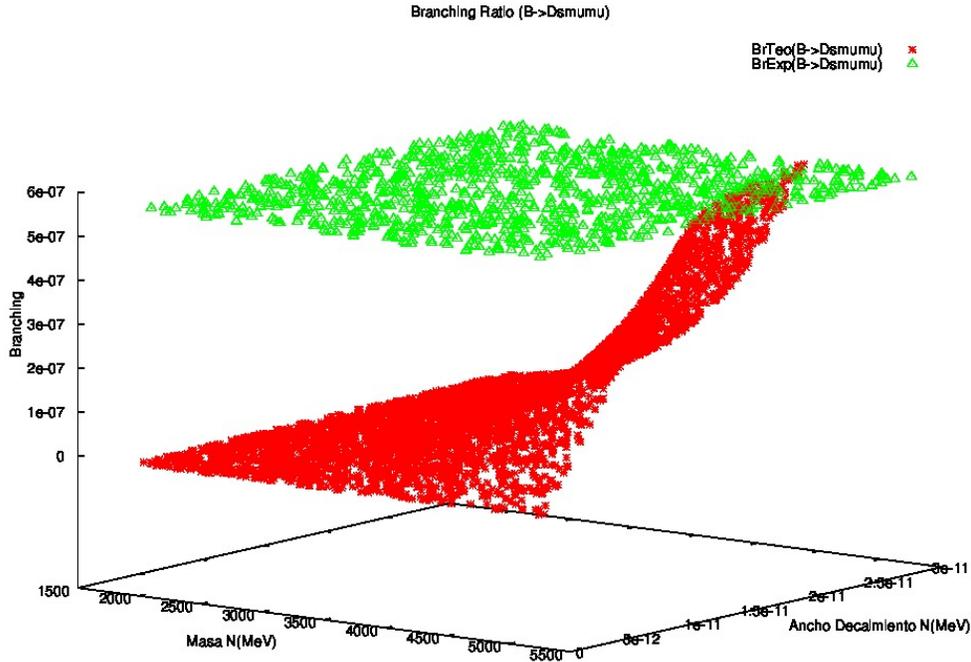


Figura 3.12: Razón de decaimiento teórica y experimental para los procesos $B^+ \rightarrow D^- \ell_1^+ \ell_2^+$, con $\ell = e, \mu$. Los planos representan la cota superior experimental y las superficies debajo de ellas el resultado teórico permitido.

3.5. Espectro dileptónico.

Lo que ahora se hará es tomar el ancho de decaimiento diferencial, es decir tomar la ecuación (3.31) sin integrar, esto se hará para mostrar cómo este ancho de decaimiento diferencial depende del espectro dileptónico, m_{12}^2 , tomando un valor fijo tanto para la masa del neutrino de Majorana como para el ancho de decaimiento de Majorana.

Usaremos los resultados de los procesos antes mencionados, tomando un valor fijo para la masa y el ancho de decaimiento del neutrino de Majorana. Después se hará un Dalitz plot de cada proceso y dependiendo de la masa del neutrino de Majorana que elegimos podremos ver los nuevos límites para el espectro dileptónico m_{12}^2 .

3.5.1. $K^+ \rightarrow \pi^- \ell_1^+ \ell_2^+$.

Para los procesos $K^+ \rightarrow \pi^- \ell_1^+ \ell_2^+$ con $\ell_{1,2} = e, \mu$ se eligió primero la masa y el ancho de decaimiento del neutrino de Majorana que dieran una razón de decaimiento cercana a sus correspondientes cotas experimentales superiores. Después se elaboró el Dalitz Plot de cada proceso. Como ejemplo se toma el proceso $K^+ \rightarrow \pi^- e^+ \mu^+$, como se muestra en la Figura 3.13. En esta figura podemos observar la región cinemáticamente permitida del proceso, así como la línea que nos representa la masa al cuadrado del neutrino de Majorana que se eligió para este proceso ($m_N^2 = 0.0784 \text{ GeV}^2$). Se puede ver que la región que tendrá ahora el espectro dileptónico, m_{12}^2 , es $[0.046, 0.12] \text{ GeV}^2$. Esta es la región donde veremos cómo se comporta el ancho de decaimiento diferencial, Figura 3.14.

En todos los procesos se trabajará de forma similar. Todos los anchos diferenciales de decaimiento se comportan de forma lineal con respecto al espectro dileptónico, m_{12}^2 . Las observaciones de estos gráficos se resumen de la forma siguiente:

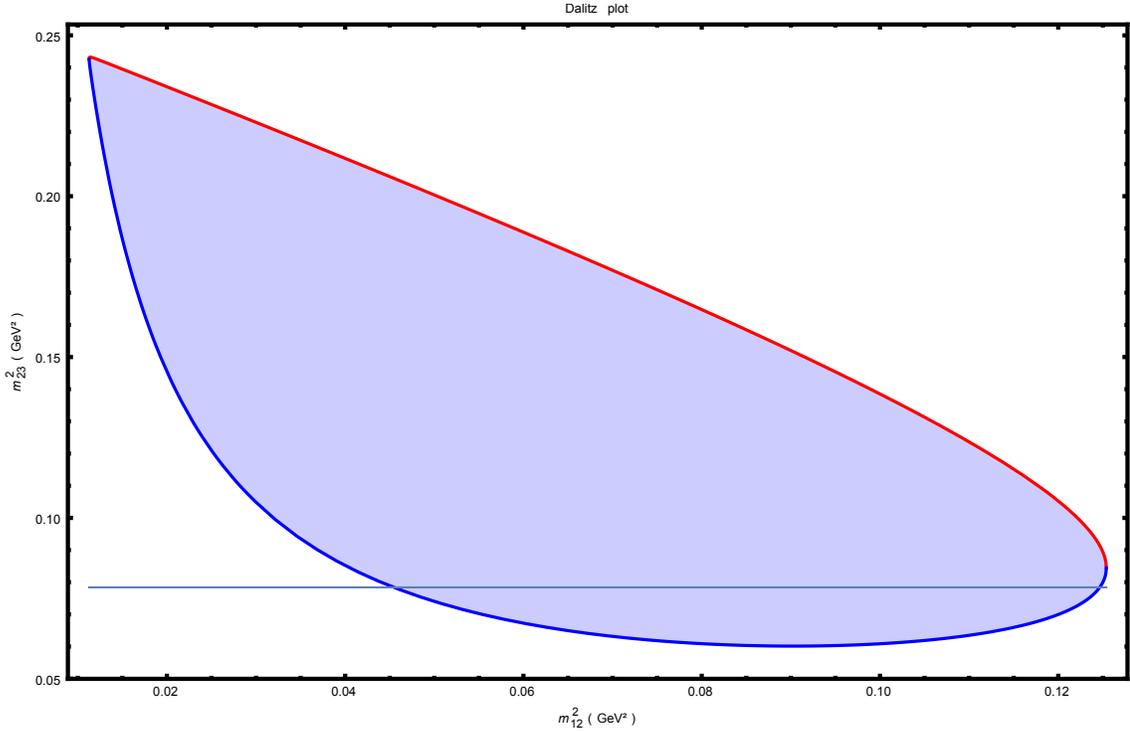


Figura 3.13: Dalitz plot para el proceso $K^+ \rightarrow \pi^- e^+ \mu^+$. La línea que atraviesa la región del Dalitz, representa la masa al cuadrado del neutrino de Majorana, que en este caso es $m_N^2 = 0.0784 \text{ GeV}^2$. Se puede ver que los nuevos límites para el espectro dileptónico, m_{12}^2 , son $[0.046, 0.12] \text{ GeV}^2$.

- El proceso $K^+ \rightarrow \pi^- e^+ e^+$ (línea roja) se tomó para un valor fijo de la masa y el ancho de decaimiento de Majorana de $m_N = 200 \text{ MeV}$ y $\Gamma_N = 2 \times 10^{-13} \text{ MeV}$. El espectro dileptónico, m_{12}^2 , va desde casi cero hasta $1 \times 10^5 \text{ MeV}^2$. Además se ve que el ancho diferencial llega a un máximo de $3 \times 10^{-28} \text{ MeV}$.
- El proceso $K^+ \rightarrow \pi^- e^+ \mu^+$ (línea azul) se tomó para un valor fijo de la masa y el ancho de decaimiento de Majorana de $m_N = 280 \text{ MeV}$ y $\Gamma_N = 9 \times 10^{-14} \text{ MeV}$. El espectro dileptónico m_{12}^2 permite valores de 46000 MeV^2 hasta $1 \times 10^5 \text{ MeV}^2$. Además se ve que el ancho diferencial llega a un máximo de $4 \times 10^{-28} \text{ MeV}$.

- El proceso $K^+ \rightarrow \pi^- \mu^+ \mu^+$ (línea verde) se tomó para un valor fijo de la masa y el ancho de decaimiento de Majorana de $m_N = 350$ MeV y $\Gamma_N = 2 \times 10^{-14}$ MeV. El espectro dileptónico, m_{12}^2 , permite valores de 48000 MeV² hasta 1.25×10^5 MeV². Este proceso es el que tiene mayor pendiente es decir el ancho de decaimiento diferencial logra subir desde casi cero hasta llegar a un máximo de 5.5×10^{-28} MeV.

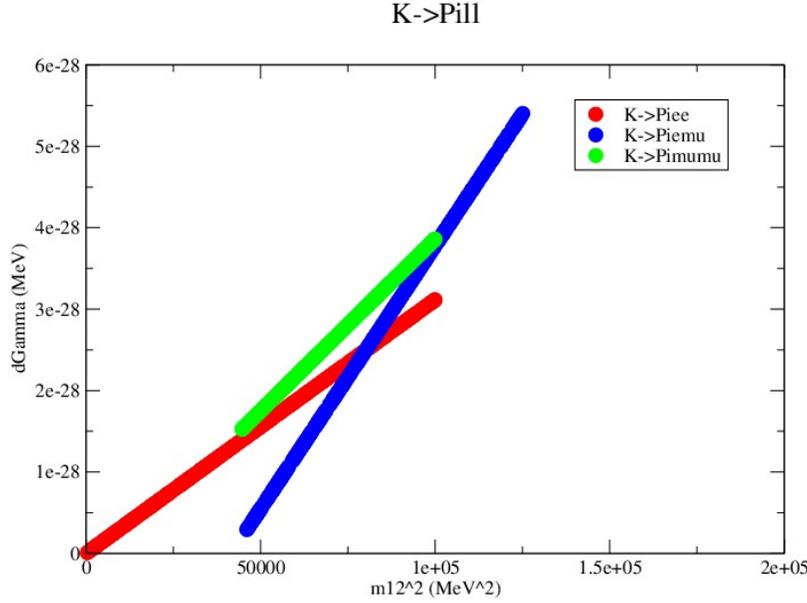


Figura 3.14: Ancho de decaimiento diferencial en función de la masa invariante dileptónica, m_{12}^2 , para los procesos $K^+ \rightarrow \pi^- \ell_1^+ \ell_2^+$ con $\ell_{1,2} = e, \mu$. Las masas y los anchos de decaimiento del neutrino de Majorana que se tomaron son $m_N = 200, 280, 350$, $\Gamma_N = 2 \times 10^{-13}, 9 \times 10^{-14}, 2 \times 10^{-14}$ MeV, para los procesos $K \rightarrow \pi e e, K \rightarrow \pi e \mu, K \rightarrow \pi \mu \mu$, respectivamente.

3.5.2. $D^+ \rightarrow \pi^- \ell_1^+ \ell_2^+$.

Para los procesos $D^+ \rightarrow \pi^- \ell_1^+ \ell_2^+$ con $\ell_{1,2} = e, \mu$ observemos el ancho de decaimiento diferencial, Figura 3.15.

Todos los anchos diferenciales de decaimiento se comportan de forma lineal con respecto al espectro dileptónico m_{12}^2 . Las observaciones de estos gráficos se resumen de la forma siguiente.

- El proceso $D^+ \rightarrow \pi^- e_1^+ e_2^+$ (línea azul) se tomó para un valor fijo de la masa y el ancho de decaimiento de Majorana de $m_N = 1200$ MeV y $\Gamma_N = 2 \times 10^{-11}$ MeV. El espectro dileptónico m_{12}^2 va desde casi cero hasta 2×10^6 MeV². Además se ve que el ancho diferencial llega a un máximo de 1.5×10^{-22} MeV.
- El proceso $D^+ \rightarrow \pi^- e_1^+ \mu_2^+$ (línea roja) se tomó para un valor fijo de la masa y el ancho de decaimiento de Majorana de $m_N = 1000$ MeV y $\Gamma_N = 8 \times 10^{-11}$ MeV. El espectro dileptónico, m_{12}^2 , va desde casi 0 MeV² hasta 2.40×10^6 MeV². Además en este proceso el ancho diferencial tiene la mayor pendiente y llega a un máximo de 2.8×10^{-22} MeV.

- El proceso $D^+ \rightarrow \pi^- \mu_1^+ \mu_2^+$ (línea verde) se tomó para un valor fijo de la masa y el ancho de decaimiento de Majorana de $m_N = 600 \text{ MeV}$ y $\Gamma_N = 2 \times 10^{-11} \text{ MeV}$. El espectro dileptónico, m_{12}^2 permite valores de 44000 MeV^2 hasta $2.8 \times 10^6 \text{ MeV}^2$. Este proceso es el que tiene menor pendiente, es decir el ancho de decaimiento diferencial logra subir desde casi cero hasta llegar a un máximo de casi $1 \times 10^{-24} \text{ MeV}$.

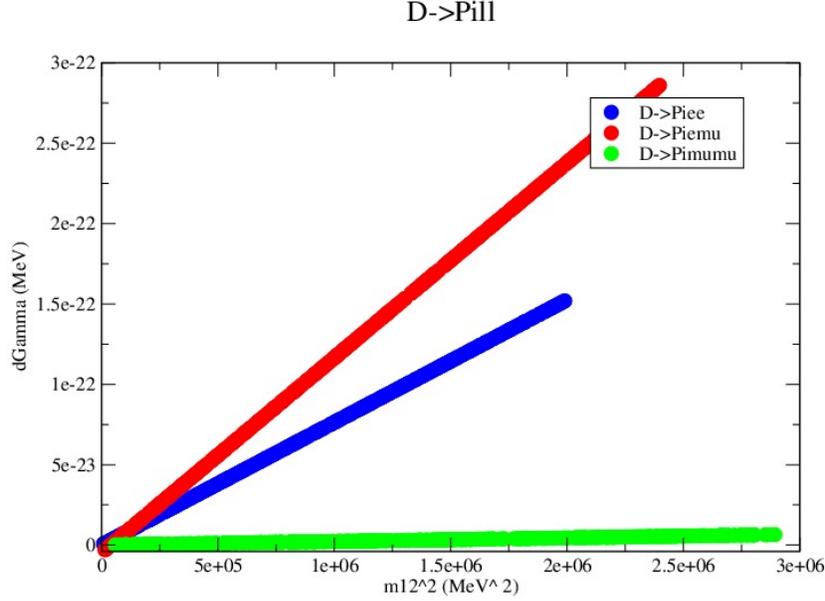


Figura 3.15: Ancho de decaimiento diferencial en función de la masa invariante dileptónica, m_{12}^2 , para los procesos $D^+ \rightarrow \pi^- \ell_1^+ \ell_2^+$ con $\ell_{1,2} = e, \mu$. Las masas y los anchos de decaimiento del neutrino de Majorana que se tomaron son $m_N = 1200, 1000, 600 \text{ MeV}$, $\Gamma_N = 2 \times 10^{-11}, 8 \times 10^{-11}, 2 \times 10^{-11} \text{ MeV}$, para los procesos $D \rightarrow \pi e e, D \rightarrow \pi e \mu, D \rightarrow \pi \mu \mu$ respectivamente.

3.5.3. $D^+ \rightarrow K^- \ell_1^+ \ell_2^+$.

Para los procesos $D^+ \rightarrow K^- \ell_1^+ \ell_2^+$ con $\ell_{1,2} = e, \mu$ se observa el ancho de decaimiento diferencial en la Figura 3.16.

Todos los anchos diferenciales de decaimiento se comportan de forma lineal con respecto al espectro dileptónico, m_{12}^2 . Las observaciones de estos gráficos se resumen de la forma siguiente:

- El proceso $D^+ \rightarrow K^- e^+ e^+$ (línea azul) se tomó para un valor fijo de la masa y el ancho de decaimiento de Majorana de $m_N = 1100 \text{ MeV}$ y $\Gamma_N = 6 \times 10^{-10} \text{ MeV}$. El espectro dileptónico, m_{12}^2 , va desde casi cero hasta $1.8 \times 10^6 \text{ MeV}^2$. Además se ve que el ancho diferencial llega a un máximo de $3.5 \times 10^{-22} \text{ MeV}$.
- El proceso $D^+ \rightarrow K^- e^+ \mu^+$ (línea roja) se tomó para un valor fijo de la masa y el ancho de decaimiento de Majorana de $m_N = 1500 \text{ MeV}$ y $\Gamma_N = 4 \times 10^{-10} \text{ MeV}$. El espectro dileptónico, m_{12}^2 , va desde casi 0 MeV^2 hasta $1 \times 10^6 \text{ MeV}^2$. Además en este proceso el ancho de decaimiento diferencial llega a un máximo de $2.8 \times 10^{-22} \text{ MeV}$.

- El proceso $D^+ \rightarrow K^- \mu_1^+ \mu_2^+$ (línea verde) se tomó para un valor fijo de la masa y el ancho de decaimiento de Majorana de $m_N = 1600$ MeV y $\Gamma_N = 8 \times 10^{-10}$ MeV. El espectro dileptónico, m_{12}^2 , permite valores de 1×10^5 MeV² hasta 8×10^5 MeV². Este proceso es el que tiene mayor pendiente es decir el ancho de decaimiento diferencial logra subir desde 1×10^{-22} MeV, hasta llegar a un máximo de casi 8×10^{-22} MeV.

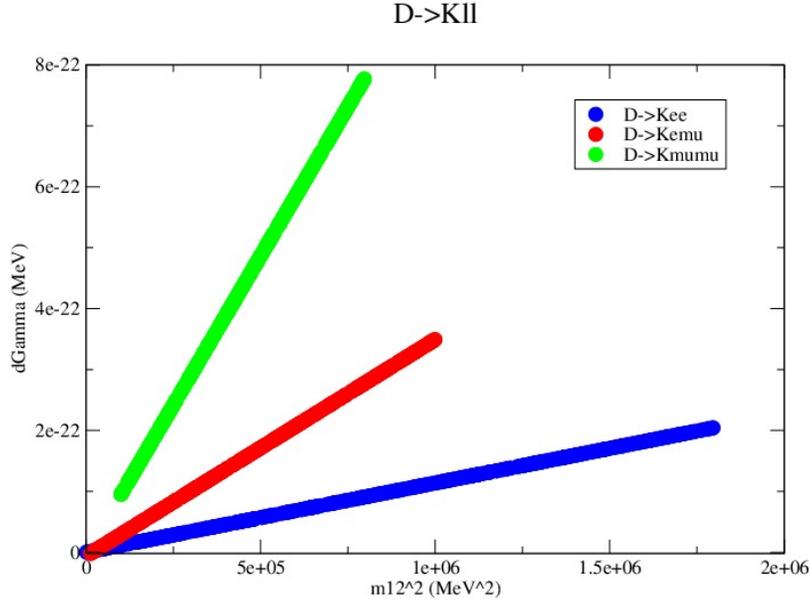


Figura 3.16: Ancho de decaimiento diferencial en función de la masa invariante dileptónica, m_{12}^2 , para los procesos $D^+ \rightarrow K^- \ell_1^+ \ell_2^+$ con $\ell_{1,2} = e, \mu$. Las masas y los anchos de decaimiento del neutrino de Majorana que se tomaron son $m_N = 1100, 1500, 1600$ MeV, $\Gamma_N = 6 \times 10^{-10}, 4 \times 10^{-10}, 8 \times 10^{-10}$ MeV, para los procesos $D \rightarrow Kee, D \rightarrow Kemu, D \rightarrow K\mu\mu$, respectivamente.

3.5.4. $D_s^+ \rightarrow \pi^- \ell_1^+ \ell_2^+$.

Para los procesos $D_s^+ \rightarrow \pi^- \ell_1^+ \ell_2^+$ con $\ell_{1,2} = e, \mu$ observemos el ancho de decaimiento diferencial, Figura 3.17.

Todos los anchos diferenciales de decaimiento se comportan de forma lineal con respecto al espectro dileptónico, m_{12}^2 . Las observaciones de estos gráficos se resumen de la forma siguiente:

- El proceso $D_s^+ \rightarrow \pi^- e^+ e^+$ (línea azul) se tomó para un valor fijo de la masa y el ancho de decaimiento de Majorana de $m_N = 800$ MeV y $\Gamma_N = 4 \times 10^{-11}$ MeV. Se observa que el espectro dileptónico, m_{12}^2 , va desde casi cero hasta 3.2×10^6 MeV². El ancho de decaimiento diferencial llega a un valor máximo de 1.7×10^{-21} MeV.
- El proceso $D_s^+ \rightarrow \pi^- e^+ \mu^+$ (línea roja) se tomó para un valor fijo de la masa y el ancho de decaimiento de Majorana de $m_N = 900$ MeV y $\Gamma_N = 4 \times 10^{-11}$ MeV. Se observa que el espectro dileptónico, m_{12}^2 , va desde casi 0 MeV² hasta 3×10^6 MeV². Podemos ver que este proceso tiene el ancho de decaimiento diferencial con mayor pendiente y que llega a un máximo de 2.7×10^{-21} MeV.

- El proceso $D_s^+ \rightarrow \pi^- \mu^+ \mu^+$ (línea verde) se tomó para un valor fijo de la masa y el ancho de decaimiento de Majorana de $m_N = 500$ MeV y $\Gamma_N = 2 \times 10^{-11}$ MeV. Se observa que el espectro dileptónico, m_{12}^2 , permite valores de 44000 MeV² hasta 3.4×10^6 MeV². Este proceso es el que tiene menor pendiente, es decir el ancho de decaimiento diferencial se mantiene muy cercano a cero.

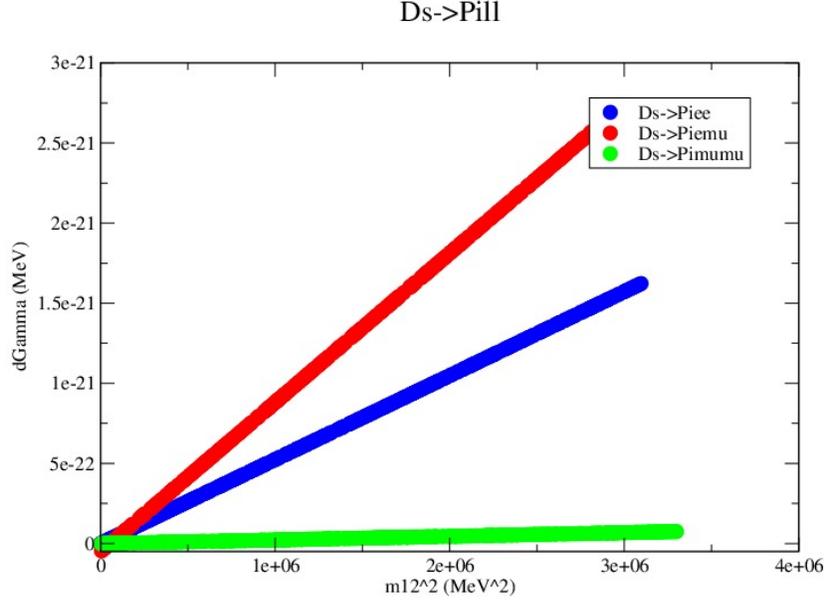


Figura 3.17: Ancho de decaimiento diferencial en función de la masa invariante dileptónica, m_{12}^2 , para los procesos $D_s^+ \rightarrow \pi^- \ell_1^+ \ell_2^+$ con $\ell_{1,2} = e, \mu$. Las masas y los anchos de decaimiento del neutrino de Majorana que se tomaron son $m_N = 800, 900, 500$ MeV, $\Gamma_N = 4 \times 10^{-11}, 4 \times 10^{-11}, 2 \times 10^{-11}$ MeV, para los procesos $D \rightarrow \pi ee, D \rightarrow \pi e\mu, D \rightarrow \pi \mu\mu$, respectivamente.

3.5.5. $D_s^+ \rightarrow K^- \ell_1^+ \ell_2^+$.

Para los procesos $D_s^+ \rightarrow K^- \ell_1^+ \ell_2^+$ con $\ell_{1,2} = e, \mu$ se observa el ancho de decaimiento diferencial en la Figura 3.18.

Todos los anchos diferenciales de decaimiento se comportan de forma lineal con respecto a la masa invariante dileptónica, m_{12}^2 . Las observaciones de estos gráficos se resumen de la forma siguiente:

- El proceso $D_s^+ \rightarrow K^- e^+ e^+$ (línea azul) se tomó para un valor fijo de la masa y el ancho de decaimiento de Majorana de $m_N = 1500$ MeV y $\Gamma_N = 2 \times 10^{-11}$ MeV. El espectro dileptónico, m_{12}^2 , va desde casi 1 MeV² hasta 1.4×10^6 MeV². Se puede ver que el ancho diferencial tiene la mínima pendiente y llega a un valor máximo de 5×10^{-22} MeV.
- El proceso $D_s^+ \rightarrow K^- e^+ \mu^+$ (línea roja) se tomó para un valor fijo de la masa y el ancho de decaimiento de Majorana de $m_N = 1500$ MeV y $\Gamma_N = 4 \times 10^{-11}$ MeV. El espectro dileptónico, m_{12}^2 , va desde 0.05×10^5 MeV² hasta 1.4×10^6 MeV². El ancho de decaimiento diferencial en este proceso llega a un máximo de 1.25×10^{-21} MeV.

- El proceso $D_2^+ \rightarrow K^- \mu_1^+ \mu_2^+$ (línea verde) se tomó para un valor fijo de la masa y el ancho de decaimiento de Majorana de $m_N = 1600$ MeV y $\Gamma_N = 6 \times 10^{-11}$ MeV. El espectro dileptónico, m_{12}^2 , permite valores de 1×10^5 MeV² hasta 1.1×10^5 MeV². Este proceso es el que tiene mayor pendiente es decir el ancho de decaimiento diferencial logra subir desde 1×10^{-22} MeV hasta llegar a un máximo de 2.20×10^{-21} MeV.

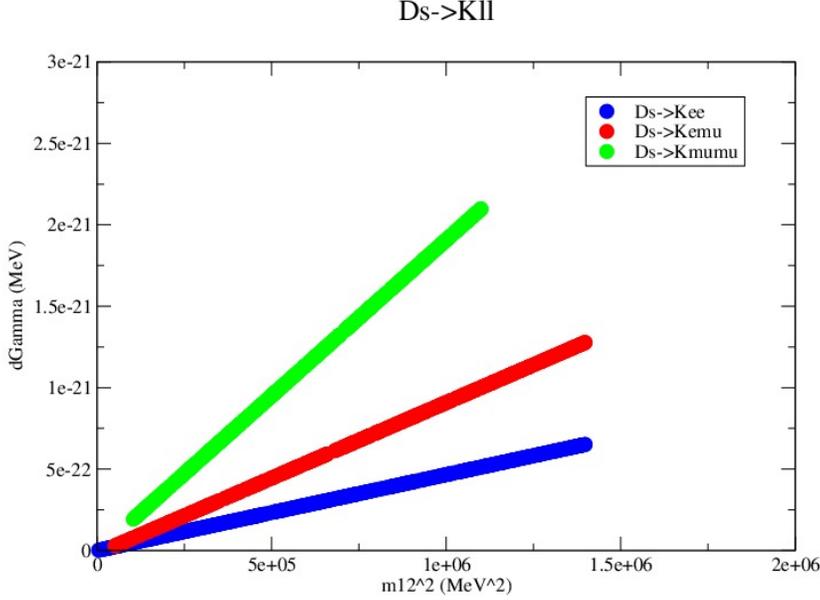


Figura 3.18: Ancho de decaimiento diferencial en función de la masa invariante dileptónica, m_{12}^2 , para los procesos $D_s^+ \rightarrow K^- \ell_1^+ \ell_2^+$ con $\ell_{1,2} = e, \mu$. Las masas y los anchos de decaimiento del neutrino de Majorana que se tomaron son $m_N = 1500, 1500, 1600$ MeV, $\Gamma_N = 2 \times 10^{-11}, 4 \times 10^{-11}, 6 \times 10^{-11}$ MeV, para los procesos $D_s \rightarrow K e e, D_s \rightarrow K e \mu, D_s \rightarrow K \mu \mu$ respectivamente.

3.5.6. $B^+ \rightarrow \pi^- \ell_1^+ \ell_2^+$.

Para los procesos $B^+ \rightarrow \pi^- \ell_1^+ \ell_2^+$ con $\ell_{1,2} = e, \mu, \tau$ observemos el ancho de decaimiento diferencial, en las Figuras 3.19 y 3.20. En este caso también se consideró procesos con uno o dos leptones tipo tau ya que son cinemáticamente accesibles.

Todos los anchos diferenciales de decaimiento se comportan de forma lineal con respecto al espectro dileptónico, m_{12}^2 . Las observaciones de estos gráficos se resumen de la forma siguiente:

- El proceso $B^+ \rightarrow \pi^- e^+ e^+$ (línea azul), en la Figura 3.19, se tomó para un valor fijo de la masa y el ancho de decaimiento de Majorana de $m_N = 1800$ MeV y $\Gamma_N = 3 \times 10^{-11}$ MeV. El espectro dileptónico, m_{12}^2 , va desde 1 MeV² hasta 2.5×10^7 MeV². El ancho de decaimiento diferencial llega a un valor máximo de 2.9×10^{-25} MeV.
- El proceso $B^+ \rightarrow \pi^- e^+ \mu^+$ (línea roja), en la Figura 3.19, se tomó para un valor fijo de la masa y el ancho de decaimiento de Majorana de $m_N = 2100$ MeV y $\Gamma_N = 3 \times 10^{-11}$ MeV. El espectro dileptónico, m_{12}^2 , va de 2×10^4 MeV² hasta 2.3×10^7 MeV². Podemos ver que este proceso tiene el ancho de decaimiento diferencial con mayor pendiente y que llega a un máximo de 5.5×10^{-25} MeV.

- El proceso $B^+ \rightarrow \pi^- \mu^+ \mu^+$ (línea verde), en la Figura 3.19, se tomó para un valor fijo de la masa y el ancho de decaimiento de Majorana de $m_N = 1800$ MeV y $\Gamma_N = 3 \times 10^{-11}$ MeV. El espectro dileptónico, m_{12}^2 , permite valores de 8×10^4 MeV² hasta 2.5×10^7 MeV². Este proceso es similar al de $B^+ \rightarrow \pi^- e^+ e^+$ teniendo un valor máximo para el ancho de decaimiento diferencial de 2.9×10^{-25} MeV.

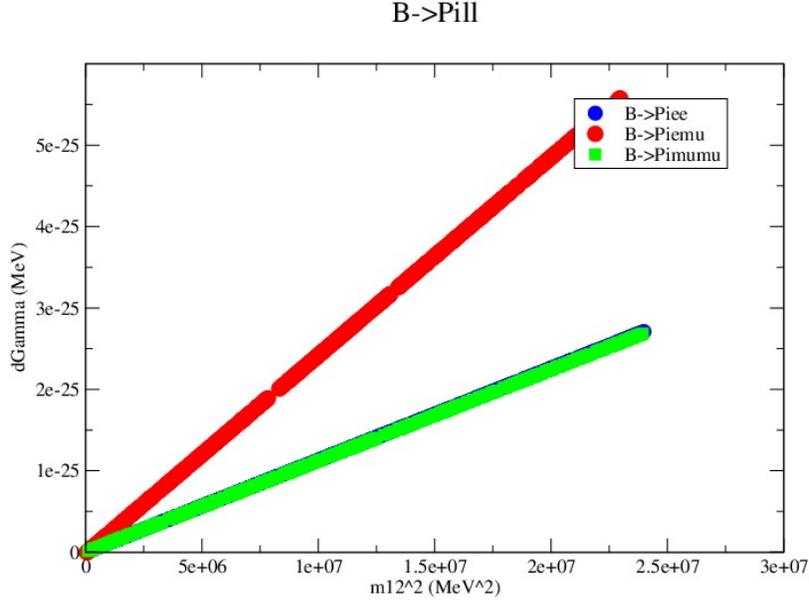


Figura 3.19: Ancho de decaimiento diferencial en función de la masa invariante dileptónica, m_{12}^2 , para los procesos $D_s^+ \rightarrow \pi^- \ell_1^+ \ell_2^+$ con $\ell_{1,2} = e\mu$. Las masas y los anchos de decaimiento del neutrino de Majorana que se tomaron son $m_N = 800, 900, 500$ MeV, $\Gamma_N = 4 \times 10^{-11}, 4 \times 10^{-11}, 2 \times 10^{-11}$ MeV, para los procesos $D \rightarrow \pi ee, D \rightarrow \pi e\mu, D \rightarrow \pi\mu\mu$, respectivamente.

- El proceso $B^+ \rightarrow \pi^- e^+ \tau^+$ (línea azul), en la Figura 3.20, se tomó para un valor fijo de la masa y el ancho de decaimiento de Majorana de $m_N = 3000$ MeV y $\Gamma_N = 3 \times 10^{-11}$ MeV. El espectro dileptónico, m_{12}^2 , va desde 1×10^7 MeV² hasta 1.6×10^7 MeV². El ancho de decaimiento diferencial llega a un valor máximo de 5×10^{-25} MeV.
- El proceso $B^+ \rightarrow \pi^- \mu^+ \tau^+$ (línea roja), en la Figura 3.20, se tomó para un valor fijo de la masa y el ancho de decaimiento de Majorana de $m_N = 3400$ MeV y $\Gamma_N = 3 \times 10^{-11}$ MeV. El espectro dileptónico, m_{12}^2 , va de 8×10^6 MeV² hasta 1.2×10^7 MeV². El ancho de decaimiento diferencial llega a un máximo de 9×10^{-25} MeV.
- El proceso $B^+ \rightarrow \pi^- \tau^+ \tau^+$ (línea verde), en la Figura 3.20, se tomó para un valor fijo de la masa y el ancho de decaimiento de Majorana de $m_N = 3300$ MeV y $\Gamma_N = 3 \times 10^{-11}$ MeV. El espectro dileptónico, m_{12}^2 , permite valores de 1.3×10^7 MeV² hasta 1.8×10^7 MeV². Este proceso es el que tiene los valores mayores para el ancho de decaimiento diferencial que van desde 1.5×10^{-24} MeV hasta 2.1×10^{-24} MeV.

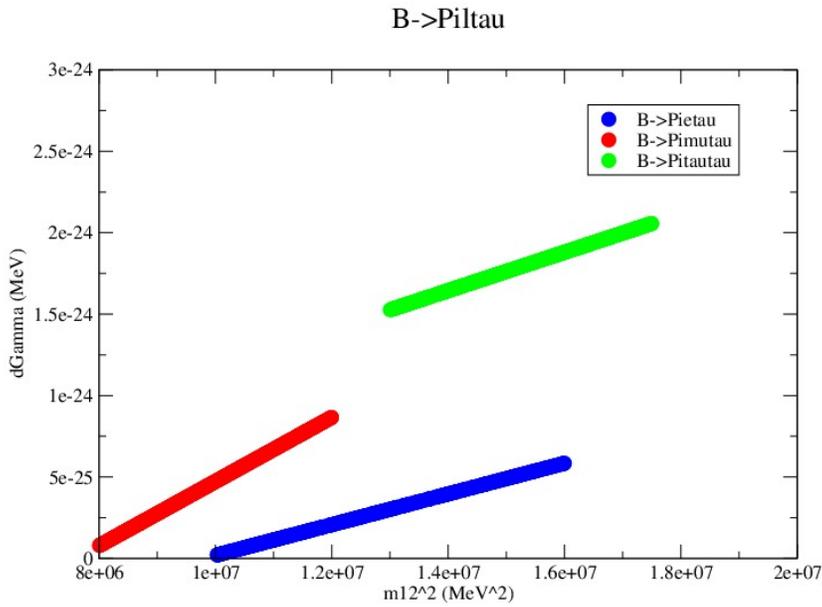


Figura 3.20: Ancho de decaimiento diferencial en función de la masa invariante dileptónica, m_2^2 , para los procesos $B^+ \rightarrow \pi^- \ell_1^+ \tau^+$ con $\ell_1 = e, \mu, \tau$. Las masas y los anchos de decaimiento del neutrino de Majorana que se tomaron son $m_N = 3000, 3400, 3300$ MeV, $\Gamma_N = 3 \times 10^{-11}, 3 \times 10^{-11}, 3 \times 10^{-11}$ MeV, para los procesos $B \rightarrow \pi e \tau, D \rightarrow \pi \mu \tau, D \rightarrow \pi \tau \tau$, respectivamente.

3.5.7. $B^+ \rightarrow K^- \ell_1^+ \ell_2^+$.

Para los procesos $B^+ \rightarrow K^- \ell_1^+ \ell_2^+$ con $\ell_{1,2} = e, \mu$ se observa el ancho de decaimiento diferencial en la Figura 3.21.

Todos los anchos diferenciales de decaimiento se comportan de forma lineal con respecto a la masa invariante dileptónica, m_{12}^2 . Las observaciones de estos gráficos se resumen de la forma siguiente:

- El proceso $B^+ \rightarrow K^- e^+ e^+$ (línea azul) se tomó para un valor fijo de la masa y el ancho de decaimiento de Majorana de $m_N = 3000$ MeV y $\Gamma_N = 4 \times 10^{-11}$ MeV. El espectro dileptónico, m_{12}^2 , va desde casi 1 MeV² hasta 1.8×10^7 MeV². Se puede ver que este ancho diferencial tiene la mínima pendiente y llega a un valor máximo de 2.9×10^{-25} MeV.
- El proceso $B^+ \rightarrow K^- e^+ \mu^+$ (línea roja) se tomó para un valor fijo de la masa y el ancho de decaimiento de Majorana de $m_N = 4500$ MeV y $\Gamma_N = 4 \times 10^{-11}$ MeV. El espectro dileptónico, m_{12}^2 , va desde 1×10^4 MeV² hasta 7×10^6 MeV². El ancho de decaimiento diferencial en este proceso tiene la mayor pendiente y llega a un máximo de 8×10^{-25} MeV.
- El proceso $B^+ \rightarrow K^- \mu^+ \mu^+$ (línea verde) se tomó para un valor fijo de la masa y el ancho de decaimiento de Majorana de $m_N = 3500$ MeV y $\Gamma_N = 4 \times 10^{-11}$ MeV. El espectro dileptónico, m_{12}^2 , permite valores desde 5×10^4 MeV² hasta 1.5×10^7 MeV². Este proceso tiene su valor máximo del ancho de decaimiento diferencial en 5×10^{-25} MeV.

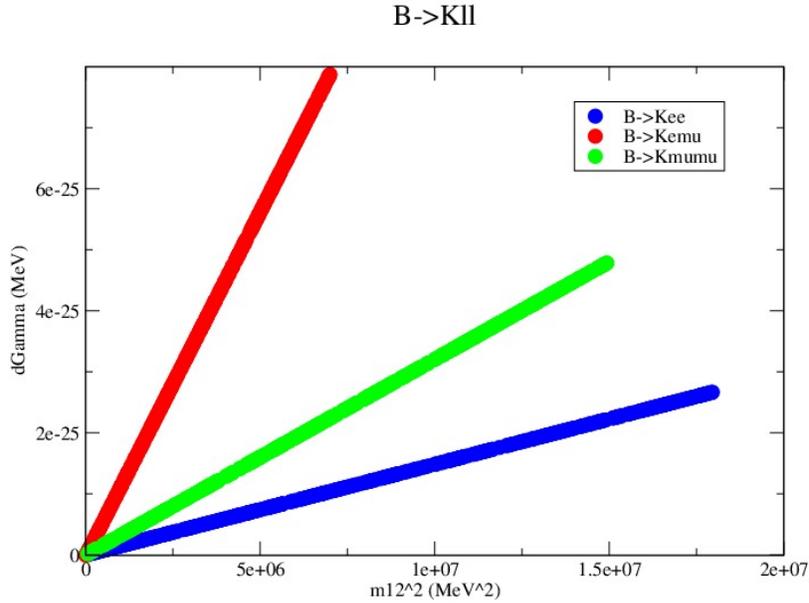


Figura 3.21: Ancho de decaimiento diferencial en función de la masa invariante dileptónica, m_{12}^2 , para los procesos $B^+ \rightarrow K^- \ell_1^+ \ell_2^+$ con $\ell_{1,2} = e, \mu$. Las masas y los anchos de decaimiento del neutrino de Majorana que se tomaron son $m_N = 3000, 4500, 3500$ MeV, $\Gamma_N = 4 \times 10^{-11}, 4 \times 10^{-11}, 4 \times 10^{-11}$ MeV, para los procesos $B \rightarrow Kee, B \rightarrow Kemu, B \rightarrow Kmumu$, respectivamente.

3.5.8. $B^+ \rightarrow D^- \ell_1^+ \ell_2^+$.

Para los procesos $B^+ \rightarrow D^- \ell_1^+ \ell_2^+$ con $\ell_{1,2} = e, \mu$ se observa el ancho de decaimiento diferencial en la Figura 3.22.

Todos los anchos diferenciales de decaimiento se comportan de forma lineal con respecto a la masa invariante dileptónica, m_{12}^2 . Las observaciones de estos gráficos se resumen de la forma siguiente:

- El proceso $B^+ \rightarrow D^- e^+ e^+$ (línea azul) se tomó para un valor fijo de la masa y el ancho de decaimiento de Majorana de $m_N = 4000$ MeV y $\Gamma_N = 1 \times 10^{-9}$ MeV. El espectro dileptónico, m_{12}^2 , va desde casi 1 MeV² hasta 8×10^6 MeV². Se puede ver que este ancho diferencial tiene la máxima pendiente y llega a un valor máximo de 2.5×10^{-23} MeV.
- El proceso $B^+ \rightarrow D^- e^+ \mu^+$ (línea roja) se tomó para un valor fijo de la masa y el ancho de decaimiento de Majorana de $m_N = 3500$ MeV y $\Gamma_N = 1 \times 10^{-9}$ MeV. El espectro dileptónico, m_{12}^2 , va desde 2×10^4 MeV² hasta 1.1×10^7 MeV². El ancho de decaimiento diferencial en este proceso tiene su máximo valor en 1.5×10^{-23} MeV.
- El proceso $B^+ \rightarrow D^- \mu^+ \mu^+$ (línea verde) se tomó para un valor fijo de la masa y el ancho de decaimiento de Majorana de $m_N = 2700$ MeV y $\Gamma_N = 1 \times 10^{-9}$ MeV. El espectro dileptónico, m_{12}^2 , permite valores de 2×10^4 MeV² hasta 1.1×10^7 MeV². Este proceso tiene la pendiente mínima en el ancho de decaimiento diferencial cuyo valor máximo es 1×10^{-25} .

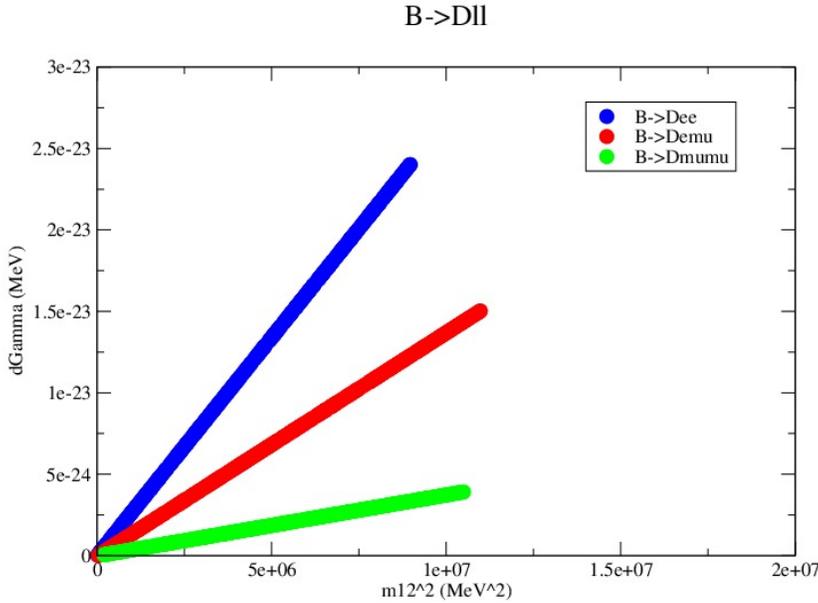


Figura 3.22: Ancho de decaimiento diferencial en función de la masa invariante dileptónica, m_{12}^2 , para los procesos $B^+ \rightarrow D^- \ell_1^+ \ell_2^+$ con $\ell_{1,2} = e, \mu$. Las masas y los anchos de decaimiento del neutrino de Majorana que se tomaron son $m_N = 4000, 3500, 2700$ MeV, $\Gamma_N = 1 \times 10^{-9}, 1 \times 10^{-9}, 1 \times 10^{-9}$ MeV, para los procesos $B \rightarrow Dee, B \rightarrow De\mu, B \rightarrow D\mu\mu$, respectivamente.

El ancho de decaimiento diferencial para los procesos $B^+ \rightarrow D_s^- \ell_1^+ \ell_2^+$ con $\ell_{1,2} = e, \mu$, no se mostrarán por que su comportamiento será muy similar a los de $B^+ \rightarrow D^- \ell_1^+ \ell_2^+$ con $\ell_{1,2} = e, \mu$.

También se estudiaron los anchos de decaimiento diferencial para los procesos de la forma $B_c^+ \rightarrow M_s^+ \ell_1^+ \ell_2^+$ con $\ell_{1,2} = e, \mu, \tau$ y $M = \pi, K, D, D_s$ y B . Estos procesos no se mostrarán, ya que son muy similares a los procesos de $B^+ \rightarrow D_s^+ \ell_1^+ \ell_2^+$.

Como hemos visto todas las gráficas mostradas anteriormente son rectas con una pendiente dada, por lo cual en el cuadro 3.4 se muestran los procesos y las pendientes, ordenadas de menor a mayor.

Decaimiento	Pendiente (MeV ⁻¹)
$K^+ \rightarrow \pi^- e^+ e^+$	3.12×10^{-33}
$K^+ \rightarrow \pi^- \mu^+ \mu^+$	4.22×10^{-33}
$K^+ \rightarrow \pi^- e^+ \mu^+$	6.47×10^{-33}
$B^+ \rightarrow \pi^- \mu^+ \mu^+$	1.12×10^{-32}
$B^+ \rightarrow \pi^- e^+ e^+$	1.13×10^{-32}
$B^+ \rightarrow K^- e^+ e^+$	1.49×10^{-32}
$B^+ \rightarrow \pi^- e^+ \mu^+$	2.43×10^{-32}
$B^+ \rightarrow K^- \mu^+ \mu^+$	3.20×10^{-32}
$B^+ \rightarrow \pi^- e^+ \tau^+$	9.43×10^{-32}
$B^+ \rightarrow K^- e^+ \mu^+$	1.13×10^{-31}
$B^+ \rightarrow \pi^- \tau^+ \tau^+$	1.17×10^{-31}
$B^+ \rightarrow \pi^- \mu^+ \tau^+$	1.97×10^{-31}
$B^+ \rightarrow D^- \mu^+ \mu^+$	3.74×10^{-31}
$B^+ \rightarrow D^- e^+ \mu^+$	1.37×10^{-30}
$B^+ \rightarrow \pi^- \mu^+ \mu^+$	2.23×10^{-30}
$B^+ \rightarrow D^- e^+ e^+$	2.67×10^{-30}
$D^+ \rightarrow \pi^- e^+ e^+$	7.63×10^{-29}
$D^+ \rightarrow K^- e^+ e^+$	1.14×10^{-28}
$D^+ \rightarrow \pi^- e^+ \mu^+$	1.21×10^{-28}
$D^+ \rightarrow K^- e^+ \mu^+$	3.56×10^{-28}
$D^+ \rightarrow K^- \mu^+ \mu^+$	9.79×10^{-28}

Cuadro 3.4: Pendientes de las gráficas del ancho de decaimiento diferencial, así como su correspondiente proceso.

Esta información se usará para observar la relación que hay entre las pendientes del Cuadro 3.4 y las cotas superiores experimentales de las razones de decaimiento (Cuadro 3.2). Para esto se tomarán del Cuadro 3.4 las pendientes de los procesos $K \rightarrow \pi \ell_1 \ell_2$, $D \rightarrow \pi \ell_1 \ell_2$, $D \rightarrow K \ell_1 \ell_2$, $B \rightarrow \pi \ell_1 \ell_2$, $B \rightarrow K \ell_1 \ell_2$, $B \rightarrow D \ell_1 \ell_2$ ($\ell_{1,2} = e, \mu, \tau$) y se normalizarán con respecto a la pendiente del proceso $M \rightarrow M' e \mu$ ($M, M' = \pi, K, D, B$), dependiendo del caso. Además se tomarán las cotas superiores experimentales de las razones de decaimiento de los procesos antes mencionados y se normalizarán con respecto a la cota superior experimental de la razón de decaimiento del proceso $M \rightarrow M' e \mu$ ($M, M' = \pi, K, D, B$), dependiendo del caso.

Los resultados se muestran en la Figura 3.23, se toma como referencia los procesos $K \rightarrow \pi \ell_1 \ell_2$ ya que estos tienen la mejor cota superior experimental sobre su razón de decaimiento. Podemos observar como los otros procesos se abren bastante con respecto a los procesos $K \rightarrow \pi \ell_1 \ell_2$ indicándonos por ejemplo que los procesos $D \rightarrow \pi \ell_1 \ell_2$ y los porcesos $D \rightarrow K \ell_1 \ell_2$ podrían mejorar en un futuro cercano las mediciones sobre sus cotas superiores experimentales de su razón de decaimiento.

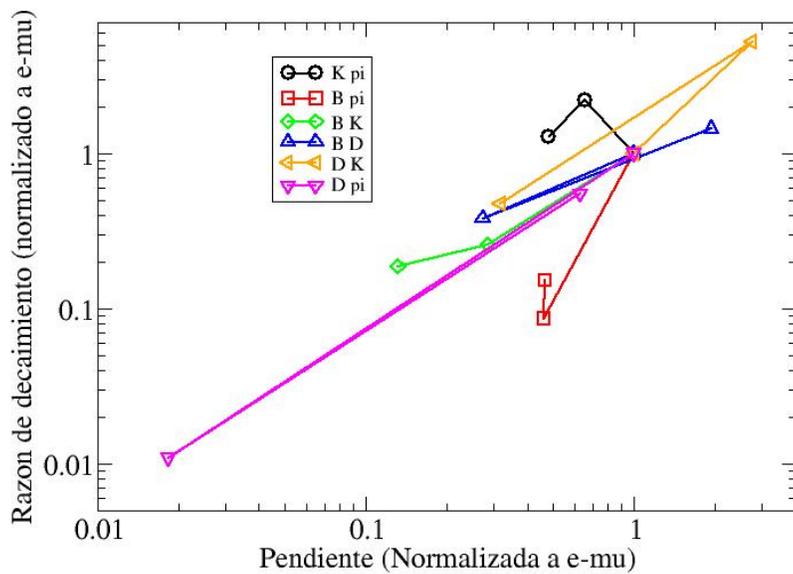


Figura 3.23: Procesos $K \rightarrow \pi l_1 l_2$, $D \rightarrow \pi l_1 l_2$, $D \rightarrow K l_1 l_2$, $B \rightarrow \pi l_1 l_2$, $B \rightarrow K l_1 l_2$, $B \rightarrow D l_1 l_2$ ($l_{1,2} = e, \mu, \tau$), normalizados a la pendiente de su correspondiente proceso $M \rightarrow M' e \mu$ ($M, M' = \pi, K, D, B$), eje X y normalizados a la razón de decaimiento de su correspondiente proceso $M \rightarrow M' e \mu$ ($M, M' = \pi, K, D, B$), eje Y. Los procesos $K \rightarrow \pi l_1 l_2$ se toman como referencia ya que sus cotas superiores experimentales de sus razones de decaimiento son las mejor medidas.

CAPÍTULO 3. PROCESOS PROHIBIDOS EN EL MODELO ESTÁNDAR.

3.6. DALITZ PLOT CON LAS RESTRICCIONES EXPERIMENTALES DE BELLE PARA EL PROCESO $B^+ \rightarrow D^- e^+ \mu^+$.

3.6. Dalitz plot con las restricciones experimentales de Belle para el proceso $B^+ \rightarrow D^- e^+ \mu^+$.

El dalitz plot se utiliza para mostrar con pura cinemática la región permitida para el decaimiento de algún proceso, sin embargo experimentalmente esta región no se puede explorar por completo ya que los experimentos no pueden detectar la energía de las partículas en reposo, sino que los experimentos imponen ciertos límites sobre la energía mínima necesaria para poder detectar dichas partículas.

Para ejemplificar esto se tomó el proceso $B^+ \rightarrow D^- e^+ \mu^+$. Los límites sobre el espectro dileptónico, m_{12}^2 , en este caso son: $m_{12Min}^2 = (m_e + m_\mu)^2 = 1.69 \text{ GeV}$ y $m_{12Max}^2 = (m_{B^+} - m_{D^+})^2 = 11.025 \text{ GeV}$. Para estos valores se tiene un rango para la masa invariante, m_{23}^2 , que está determinado por los siguientes límites:

$$m_{23max}^2 = (E_2^* + E_3^*)^2 - (\sqrt{E_2^{*2} - m_\mu^2} - \sqrt{E_3^{*2} - m_{D^-}^2})^2 \quad (3.35)$$

$$m_{23min}^2 = (E_2^* + E_3^*)^2 + (\sqrt{E_2^{*2} - m_\mu^2} + \sqrt{E_3^{*2} - m_{D^-}^2})^2, \quad (3.36)$$

donde $E_2^* = (m_{12}^2 - m_e^2 + m_\mu^2)/2m_{12}$ y $E_3^* = (m_{B^+}^2 - m_{12}^2 - m_{D^-}^2)/2m_{12}$ son las energías del muon (μ) y del meson pseudo-escalar D^- en el marco de referencia en reposo m_{12} .

Con esta información se obtuvo el correspondiente Dalitz plot del proceso. La Figura 3.24 nos muestra con pura cinemática la región permitida para que ocurra el proceso. Como vemos es una región bastante grande.

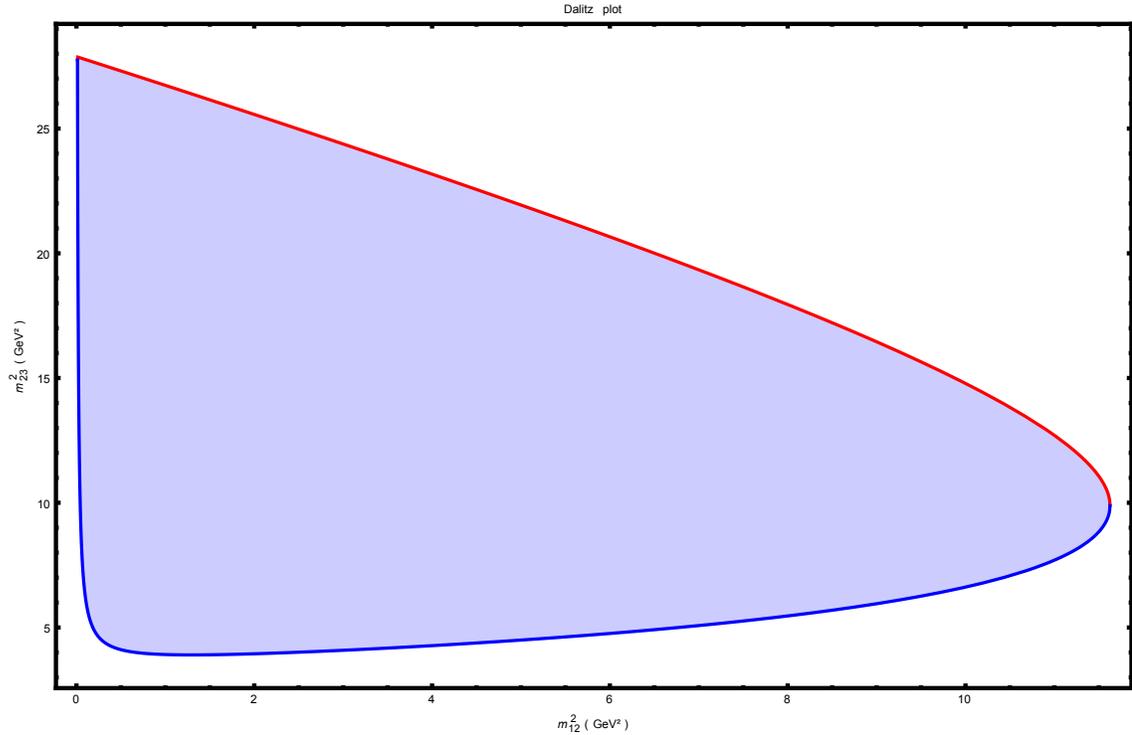


Figura 3.24: Región completa del Dalitz plot para el decaimiento a tres cuerpos $B^+ \rightarrow D^- e \mu$.

Este proceso fue buscado en el 2011 por la colaboración Belle, en ese artículo se expone la energía mínima que necesitan las partículas para poder ser detectadas en el experimento. Por ejemplo el experimento requiere que los leptones en el marco de referencia del laboratorio tengan

momento mayor a los 0.5 GeV y 0.8 GeV para los electrones y muones respectivamente. En el caso de la detección del mesón pseudo escalar D^- se exige que la masa invariante sea $M_{K^+\pi^-\pi^-} \approx m_{D^-} \pm 10\text{MeV}$, por lo que se tomó, en este trabajo, como límites a la masa del mesón D^- : $m_{D^-} = 1.87\text{ GeV}$ y 1.85 GeV . Para los candidatos del mesón pseudo escalar B^+ el experimento tomó candidatos con una masa entre $5.29\text{ GeV} > m_B > 5.2\text{ GeV}$. En este trabajo se tomó solo el valor de esos dos extremos. Con esta información se contruyeron diferentes Dalitz plot, la intersección de todos los Dalitz plot que se hicieron nos dio la región permitida por el experimento. La Figura 3.25 nos muestra la nueva región comparada con la región original.

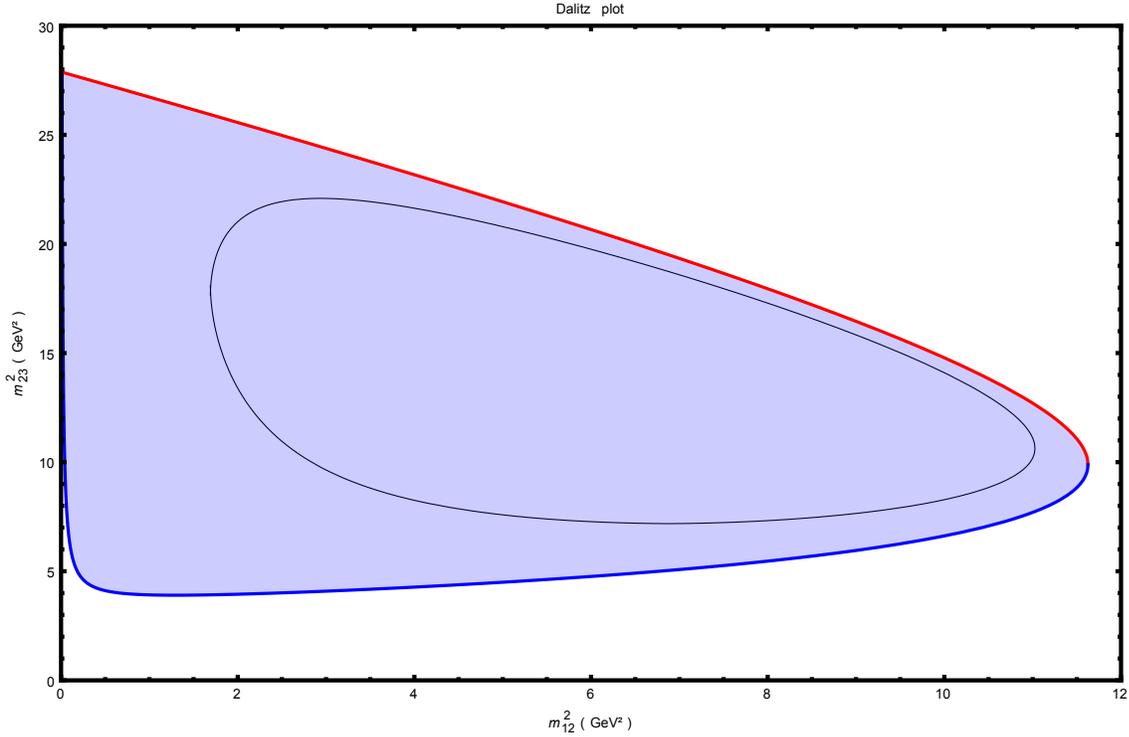


Figura 3.25: Comparación del Dalitz plot completo para el decaimiento $B^+ \rightarrow D^- e^+ \mu^+$, con la región permitida por restricciones del experimento Belle I (región interior).

Además de la cinemática es necesario incluir la dinámica, para esto se tomó el ancho de decaimiento diferencial, ecuación (3.29), para este proceso y se mapeó sobre la región experimental Fig 3.25. El resultado de esto se puede observar en la Figura 3.26.

Para este proceso se tomó la masa y el ancho de decaimiento diferencial del neutrino de Majorana igual a $m_N = 4000\text{ MeV}$ y $1.4 \times 10^{10}\text{ MeV}$. En la Figura 3.26 se observa como la región experimental es mapeada por la función del ancho de decaimiento diferencial que depende de la masa dileptónica m_{12}^2 y la masa invariante m_{23}^2 . Vemos que entorno a la masa del neutrino al cuadrado, $m_N^2 = 16\text{ GeV}^2$ el ancho de decaimiento del proceso crece por lo que en esa región es donde se encuentra la mayor probabilidad de que ocurra el proceso. Además esta región es independiente de la masa dileptónica. Cabe mencionar que la escala del ancho de decaimiento que se tomó debe multiplicarse por 10^{-42} .

En este capítulo se estudiaron algunos procesos prohibidos en el ME, en particular ciertos procesos que violan número leptónico en dos unidades $\Delta L = 2$. Para esto se hizo un análisis de las razones de decaimiento de todos los procesos cinemáticamente posibles para decaimientos de mesones escalares de la forma $M_1^+ = M_2^+ \ell_1^+ \ell_2^+$. Se comparó el resultado teórico con la cota superior experimental de cada procesos (si es que tiene tal cota). Además se estudió el espectro de

CAPÍTULO 3. PROCESOS PROHIBIDOS EN EL MODELO ESTÁNDAR.

3.6. DALITZ PLOT CON LAS RESTRICCIONES EXPERIMENTALES DE BELLE PARA EL PROCESO $B^+ \rightarrow D^- e^+ \mu^+$.

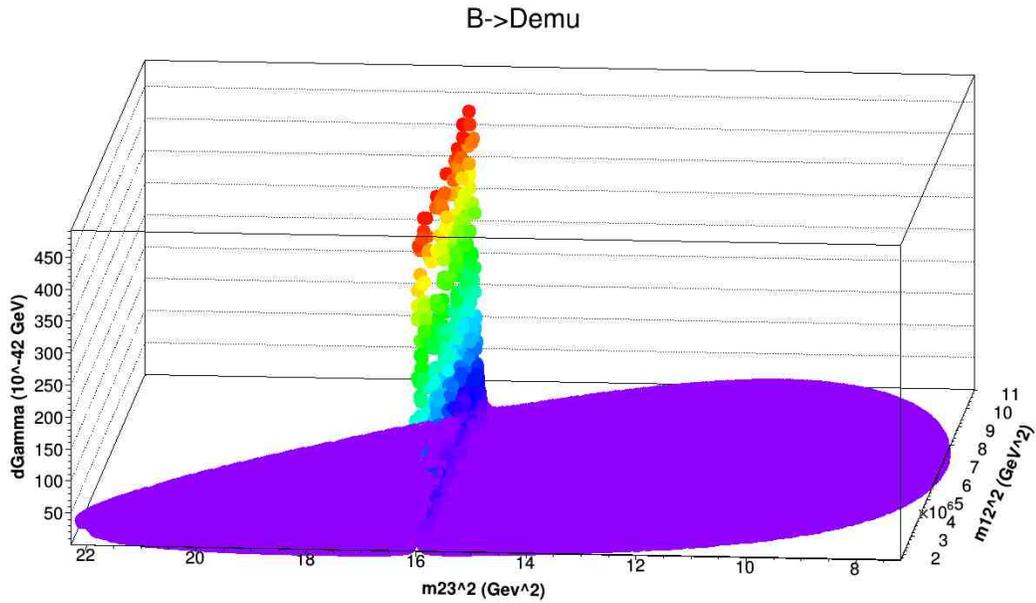


Figura 3.26: Mapeo del ancho de decaimiento diferencial del proceso $B^+ \rightarrow D^- e^+ \mu^+$ en la región experimental. Los valores de la masa y el ancho de decaimiento del neutrino que se tomaron fueron $m_N = 4000$ MeV y $\Gamma_N = 1.4 \times 10^{-10}$ MeV

dileptones para los mismos procesos tomando una masa y un ancho de decaimiento del neutrino de Majorana fijo. Por último se hizo una breve explicación de cómo varía la región cinemática permitida, cuando se imponen límites experimentales y como se ve esta nueva región cuando le sobreponemos la dinámica del proceso.

Capítulo 4

Conclusiones

En este trabajo se presentó una visión general del ME, para poder entender en forma general los procesos suprimidos y los procesos prohibidos en este modelo. En el primer capítulo se mostró el formalismo de cómo surgen las matrices de masa de los fermiones y las matrices de mezcla que involucran las corrientes cargadas. Se vio también que es posible incluir un término de masa en el sector de neutrinos tipo Majorana, que nos permite explicar entre otras cosas por qué las masas de los neutrinos son tan ligeras.

En el segundo capítulo se estudiaron los procesos de la forma $q_1 \bar{q}_2 \rightarrow l^+ l^-$ y se obtuvo una idea general de las fuentes de la supresión de los procesos prohibidos del ME que involucran corrientes neutras con cambio de sabor. Se estudiaron los efectos que causaría la inclusión de una cuarta familia en el sector de los quarks. Aprovechando la reciente medición del proceso $B^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$ se utilizó el error experimental para imponer cotas sobre la masa de la cuarta familia de quarks y su correspondiente producto de acomplamiento con las otras familias.

En el tercer capítulo se estudiaron los procesos prohibidos en el ME, para esto se enfocó el estudio en procesos con violación de número leptónico en dos unidades $\Delta L = 2$, ya que la observación de este tipo de procesos nos podría determinar la naturaleza de Majorana de los neutrinos. Se estudiaron los decaimientos de mesones seudo escalares. De estos procesos pudimos comparar la razón de decaimiento teórica con la razón de decaimiento experimental. Se pudo hacer un estudio sobre el espectro dileptónico, tomando un valor fijo para la masa y el ancho de decaimiento del neutrino de Majorana. Por último se mostró como la región permitida con pura cinemática del proceso $B^+ \rightarrow D^- e^+ \mu^+$ cambia cuando se imponen las restricciones del experimento. Además se mostró el mapeo del ancho de decaimiento diferencial sobre la región con las restricciones experimentales, tomando un valor fijo para la masa y el ancho de decaimiento del neutrino de Majorana.

En general, se obtuvo la herramienta necesaria para entender los procesos suprimidos y prohibidos en el ME. En particular se da una pauta para seguir estudiando la cuarta familia de quarks involucrando, ahora un modelo en específico para el caso de procesos suprimidos en el ME. En el caso de procesos suprimidos en el ME se da la guía para seguir estudiando estos procesos y ahora encontrar un proceso viable para la búsqueda de ellos en algún experimento futuro como Belle II.

Bibliografía

- [1] S. L. Glashow. Partial Symmetries of Weak Interactions. *Nucl. Phys.*, 22:579–588, 1961.
- [2] Steven Weinberg. A Model of Leptons. *Phys. Rev. Lett.*, 19:1264–1266, 1967.
- [3] Abdus Salam. Elementary particles. *Contemp. Phys.*, 1:337–354, 1959. [Pak. J. Sci.10N2,1(1958)].
- [4] Langacker P. *The Standard Model and Beyond*. Series in High Energy Physics, Cosmology and Gravitation. Taylor and Francis, 2009.
- [5] Peter W. Higgs. Spontaneous Symmetry Breakdown without Massless Bosons. *Phys. Rev.*, 145:1156–1163, 1966.
- [6] Nicola Cabibbo. Unitary Symmetry and Leptonic Decays. *Phys. Rev. Lett.*, 10:531–533, 1963. [648(1963)].
- [7] Makoto Kobayashi and Toshihide Maskawa. CP Violation in the Renormalizable Theory of Weak Interaction. *Prog. Theor. Phys.*, 49:652–657, 1973.
- [8] V. N. Gribov and B. Pontecorvo. Neutrino astronomy and lepton charge. *Phys. Lett.*, B28:493, 1969.
- [9] Ziro Maki, Masami Nakagawa, and Shoichi Sakata. Remarks on the unified model of elementary particles. *Prog. Theor. Phys.*, 28:870–880, 1962.
- [10] Anupama Atré, Tao Han, Silvia Pascoli, and Bin Zhang. The Search for Heavy Majorana Neutrinos. *JHEP*, 05:030, 2009.
- [11] Vardan Khachatryan et al. Observation of the rare $B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$ decay from the combined analysis of CMS and LHCb data. *Nature*, 522:68–72, 2015.
- [12] Christoph Bobeth, Martin Gorbahn, Thomas Hermann, Mikolaj Misiak, Emmanuel Stamou, and Matthias Steinhauser. $B_{s,d} \rightarrow l^+ l^-$ in the Standard Model with Reduced Theoretical Uncertainty. *Phys. Rev. Lett.*, 112:101801, 2014.
- [13] T. Inami and C. S. Lim. Effects of Superheavy Quarks and Leptons in Low-Energy Weak Processes $k(L) \rightarrow \mu \text{ anti-}\mu$, $K^+ \rightarrow \pi^+$ Neutrino anti-neutrino and $K^0 \leftrightarrow \text{anti-}K^0$. *Prog. Theor. Phys.*, 65:297, 1981. [Erratum: *Prog. Theor. Phys.*65,1772(1981)].
- [14] Paul H. Frampton, P. Q. Hung, and Marc Sher. Quarks and leptons beyond the third generation. *Phys. Rept.*, 330:263, 2000.
- [15] C. D. Froggatt and Holger Bech Nielsen. Hierarchy of Quark Masses, Cabibbo Angles and CP Violation. *Nucl. Phys.*, B147:277–298, 1979.
- [16] Mikolaj Misiak and Jorg Urban. QCD corrections to FCNC decays mediated by Z penguins and W boxes. *Phys. Lett.*, B451:161–169, 1999.

-
- [17] Christoph Bobeth, Andrzej J. Buras, Frank Kruger, and Jorg Urban. QCD corrections to $\bar{B} \rightarrow X_{d,s} \nu \bar{\nu}$, $\bar{B}_{d,s} \rightarrow \ell^+ \ell^-$, $K \rightarrow \pi \nu \bar{\nu}$ and $K_L \rightarrow \mu^+ \mu^-$ in the MSSM. *Nucl. Phys.*, B630:87–131, 2002.
- [18] D. Gomez Dumm and A. Pich. Long distance contributions to the $K(L) \rightarrow \mu^+ \mu^-$ decay width. *Phys. Rev. Lett.*, 80:4633–4636, 1998.
- [19] D. Ambrose et al. First observation of the rare decay mode $K_0(L) \rightarrow e^+ e^-$. *Phys. Rev. Lett.*, 81:4309–4312, 1998.
- [20] R Aaij et al. Search for the rare decay $D^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$. *Phys. Lett.*, B725:15–24, 2013.
- [21] M. Petric et al. Search for leptonic decays of D^0 mesons. *Phys. Rev.*, D81:091102, 2010.
- [22] Otto Eberhardt, Geoffrey Herbert, Heiko Lacker, Alexander Lenz, Andreas Menzel, Ulrich Nierste, and Martin Wiebusch. Impact of a Higgs boson at a mass of 126 GeV on the standard model with three and four fermion generations. *Phys. Rev. Lett.*, 109:241802, 2012.
- [23] V. Barger, D. Marfatia, and K. Whisnant. Progress in the physics of massive neutrinos. *Int. J. Mod. Phys.*, E12:569–647, 2003.
- [24] P. Minkowski. $\mu \rightarrow e \gamma$ at a rate of one out of 1 billion muon decays? *Phys. Lett.*, B67:421–428, 1977.
- [25] O. Seon et al. Search for Lepton-number-violating $B^+ \rightarrow D^- l^+ l'^+$ Decays. *Phys. Rev.*, D84:071106, 2011.
- [26] W. H. Furry. On transition probabilities in double beta-disintegration. *Phys. Rev.*, 56:1184–1193, Dec 1939.
- [27] M. Doi, T. Kotani, and E. Takasugi. Double beta Decay and Majorana Neutrino. *Prog. Theor. Phys. Suppl.*, 83:1, 1985.
- [28] Steven R. Elliott and Jonathan Engel. Double beta decay. *J. Phys.*, G30:R183–R215, 2004.
- [29] A. Ilakovac, Bernd A. Kniehl, and A. Pilaftsis. Semileptonic lepton number / flavor violating tau decays in Majorana neutrino models. *Phys. Rev.*, D52:3993–4005, 1995.
- [30] Anupama Atre, Vernon Barger, and Tao Han. Upper bounds on lepton-number violating processes. *Phys. Rev.*, D71:113014, 2005.
- [31] John N. Ng and A. N. Kamal. On Muonic Double Beta Decays of Pseudoscalar Mesons. *Phys. Rev.*, D18:3412, 1978.
- [32] Ahmed Ali, A. V. Borisov, and N. B. Zamorin. Majorana neutrinos and same sign dilepton production at LHC and in rare meson decays. *Eur. Phys. J.*, C21:123–132, 2001.
- [33] Laurence S. Littenberg and Robert E. Shrock. Upper bounds on $\Delta L = 2$ decays of baryons. *Phys. Rev.*, D46:R892–R894, 1992.
- [34] Samoil M. Bilenky and S. T. Petcov. Massive Neutrinos and Neutrino Oscillations. *Rev. Mod. Phys.*, 59:671, 1987. [Erratum: *Rev. Mod. Phys.* 60,575(1988)].
- [35] Alberto Escuderos, Amand Faessler, Vadim Rodin, and Fedor Simkovic. Contributions of different neutron pairs in different approaches for neutrinoless double beta decay. *J. Phys.*, G37:125108, 2010.
- [36] G. Cvetič, Claudio Dib, Sin Kyu Kang, and C. S. Kim. Probing Majorana neutrinos in rare K and D, D_s, B, B_c meson decays. *Phys. Rev.*, D82:053010, 2010.
-

- [37] J. Beringer et al. Review of Particle Physics (RPP). *Phys. Rev.*, D86:010001, 2012.
- [38] A. Bazavov et al. B- and D-meson decay constants from three-flavor lattice QCD. *Phys. Rev.*, D85:114506, 2012.
- [39] G. Cvetic, C. S. Kim, Guo-Li Wang, and Wuk Namgung. Decay constants of heavy meson of 0- state in relativistic Salpeter method. *Phys. Lett.*, B596:84–89, 2004.
- [40] R. Appel et al. Search for lepton flavor violation in K^+ decays. *Phys. Rev. Lett.*, 85:2877–2880, 2000.
- [41] J. P. Lees et al. Searches for Rare or Forbidden Semileptonic Charm Decays. *Phys. Rev.*, D84:072006, 2011.
- [42] J. R. Batley et al. New measurement of the $K^+ \rightarrow \pi^+ \mu^+ \mu^-$ decay. *Phys. Lett.*, B697:107–115, 2011.
- [43] P. Rubin et al. Search for rare and forbidden decays of charm and charmed-strange mesons to final states $h^+ - e^- + e^+$. *Phys. Rev.*, D82:092007, 2010.
- [44] J. P. Lees et al. Search for lepton-number violating processes in $B^+ \rightarrow h^- l^+ l^+$ decays. *Phys. Rev.*, D85:071103, 2012.
- [45] J. P. Lees et al. Search for lepton-number violating $B^+ \rightarrow X^- \ell^+ \ell'^+$ decays. *Phys. Rev.*, D89(1):011102, 2014.
- [46] R. Aaij et al. Search for $D^+(s) \rightarrow \pi^+ \mu^+ \mu^-$ and $D^+(s) \rightarrow \pi^- \mu^+ \mu^+$ decays. *Phys. Lett.*, B724:203–212, 2013.
- [47] R. Aaij et al. Searches for Majorana neutrinos in B^- decays. *Phys. Rev.*, D85:112004, 2012.
- [48] R. Aaij et al. Search for the lepton number violating decays $B^+ \rightarrow \pi^- \mu^+ \mu^+$ and $B^+ \rightarrow K^- \mu^+ \mu^+$. *Phys. Rev. Lett.*, 108:101601, 2012.
- [49] F. del Aguila, J. de Blas, and M. Perez-Victoria. Effects of new leptons in Electroweak Precision Data. *Phys. Rev.*, D78:013010, 2008.