



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Modelado y simulación numérica de
plataformas para vuelos suborbitales**

TESIS

Que para obtener el título de
Ingeniero Mecánico

PRESENTA

Ricardo I. Singer Genovese

DIRECTOR DE TESIS

Dr. Frederic Trillaud Pighi



Ciudad Universitaria, Cd. Mx, 2016



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Jurado asignado:

Presidente:

Vocal:

Secretario:

Primer suplente:

Segundo suplente:

Esta tesis se realizó en:

Instituto de Ingeniería, U.N.A.M

Director de tesis
Dr. Frederic Trillaud Pighi

Firma

*para
mi familia*

Agradecimientos

Página a primera vista insulsa pero de gran contenido, dedicada a quienes hicieron esto y más cosas posibles:

- Mi familia por toda la educación y principios con los que me han forjado y por todo lo demás...
- Frederic, por su respaldo, apoyo, la confianza, sus experiencias y lecciones compartidas... gracias Frederic.
- La Universidad sin duda; gracias UNAM.
- A los profesores: Fernando Velázquez, Jorge Naude de la Llave, Federico Méndez Lavielle, Francisco Cuenca, Armando Ortiz Prado, Francisco Solorio, Yukihiro Minami Koyama, Rolando Peralta, Erik Castañeda.
- Y a la familia que uno escoge.

\ (^_^) /

Resumen

Se presentan la caracterización y modelado dinámico y de esfuerzo de deformación de globos estratosféricos con su carga útil, así como los resultados experimentales del día 28 de Noviembre de 2015 a las 10:00 am cuando se lanzó exitosamente la Carga de Servicio Mexicana - UNAM (CSM-UNAM), desde el Parque Ecológico Explora de la ciudad de León, Guanajuato, México. El primer modelo describe la dinámica de vuelo del globo, incluyendo una fina descripción de la interacción del globo con la atmósfera durante el ascenso y el descenso. El segundo modelo se concentra en los aspectos mecánicos del globo, en particular a las solicitaciones en las paredes del globo. A partir de estos se obtiene una predicción estimada de la altura máxima alcanzada, el tiempo de explosión del globo, tiempo de descenso, la velocidad en el momento de impacto y otros parámetros de interés. Se realizó un tercer modelo para ejemplificar un caso fuerte de impacto, con motivo de sentar las bases en el diseño y análisis de un sistema de absorción de energía, diseño estructural y selección de materiales para vuelos posteriores.

Índice

Agradecimientos	I
Resumen	II
Índice	III
Lista de Figuras	v
Lista de Tablas	VIII
1. Introducción a los Globos estratosféricos	1
1.1. Concepto	1
1.2. Componentes principales	2
1.3. Tipos de globos	4
1.3.1. Presión Cero	4
1.3.2. Superpresión	5
1.3.3. Presión Variable	6
1.4. Etapas de vuelo	6
1.4.1. Inflado	7
1.4.2. Lanzamiento	7
1.4.3. Ascenso inicial	8
1.4.4. Fase de vuelo	9
1.4.5. Descenso y recuperación	9
1.5. Principales aplicaciones	10
2. Breve historia de la plataforma suborbital CSM-UNAM	12
2.1. Inicios y CSM-UNAM	12
2.2. Día de lanzamiento	13

3. Diseño estructural - góndola	16
3.1. Criterio de diseño	16
3.2. Cargas	17
3.3. Funcionalidad estructural	20
3.4. Selección de materiales	21
3.4.1. Carga de impacto	23
3.4.1.1. Dinámica de trayectoria instantes antes de impacto.	25
3.4.1.2. Trabajo y Energía	27
3.4.2. Caracterización de materiales	35
4. Modelados, simulaciones y análisis	44
4.1. Modelado y caracterización atmosférica	44
4.2. Simulación numérica dinámica de vuelo	
↔ Primera Parte	47
4.3. Modelo de ascenso	49
4.4. Modelado Mecánico	53
4.4.1. Análisis Termodinámico	53
4.4.2. Esfuerzo y Deformación	56
4.4.3. Curvas de Presión - Estiramiento	68
4.5. Simulación numérica dinámica de vuelo	
↔ Segunda Parte	75
4.5.1. Simulación numérica contra experimental	82
5. Conclusiones	87
5.1. Recomendaciones	87
Apéndice A. Índices de materiales	91
Bibliografía	94

Lista de Figuras

1.1. Proceso de inflado de un globo estratosférico.	3
1.2. Globos de Presión Cero.	5
1.3. Ejemplos de globos de Superpresión.	6
1.4. Globo típico de presión variable.	7
2.1. CSM-UNAM y equipo que asistió al lanzamiento.	14
2.2. Recuperación de la CSM-UNAM donde se muestra uno de los lados de la carga CSM-UNAM abierto. Se abrió la carga para verificar que no sucedieron daños a los sistemas electrónicos durante el vuelo y el aterrizaje. .	15
3.1. Diagrama de cuerpo libre de la CSM-UNAM un poco antes de impactar en la superficie de caída. Se expresa una pseudo-ecuación que indica la transformación de la energía potencial U_p en energía cinética U_k que al contacto con la superficie de impacto, se transforma en energía de deformación U .	24
3.2. Diagrama de cuerpo libre para la situación de impacto que produzca esfuerzos por deformación debido a flexión. Se muestra la carga útil antes de impacto desde la distancia z en la que posee su máxima energía potencial para alcanzar su velocidad terminal de acuerdo al análisis dinámico realizado en la sección 3.4.1.1.	29
3.3. Familia de curvas resultantes de la solución de la ecuación (3.22), donde z representa la altura mínima de despliegue y se calcula para que la velocidad llegue a su estado estacionario antes de que la carga impacte contra el suelo.	33
3.4. Esquema de perfiles estructurales.	33
3.5. Gráfica σ vs ρ con el propósito de maximizar σ/ρ	37
3.6. Gráfica E vs ρ con objetivo a minimizar ρ/E	39
3.7. Gráfica E vs σ con guías a maximizar σ/E	41
4.1. Perfil completo de temperatura standard atmosférica hasta 84 km de altitud.	47

4.2.	Perfil de variación de la presión atmosférica respecto a la altura sobre el nivel del mar. La gráfica se delimita hasta 40 km de altitud debido a que a partir de 35 km la presión atmosférica es de 0.55 kPa y continua disminuyendo hasta 0.43×10^{-3} kPa a 84 km de altitud.	48
4.3.	Perfil de densidad atmosférica hasta 40 km de altitud delimitada debido a que a partir de ésta altura la densidad atmosférica es de 3.8×10^{-3} kg/m ³ y decrece hasta 8×10^{-6} kg/m ³ a 84 km de altitud.	48
4.4.	Diagrama de cuerpo libre durante la trayectoria de ascenso del globo y carga útil.	50
4.5.	DCL de sección transversal de la esfera. Proporciones exageradas para propósitos ilustrativos.	56
4.6.	Representación del globo y elemento diferencial utilizado para análisis. Proporciones solo para propósitos ilustrativos.	57
4.7.	Elemento diferencial de pared seleccionado, en el que se omiten los pares de esfuerzos simétricos por facilidad de visualización.	58
4.8.	Diagrama de cuerpo libre sobre un corte de la esfera equivalente del globo y su contenido. Proporciones solo para propósitos ilustrativos.	62
4.9.	Evolución de la presión en las paredes del globo durante el ascenso, por medio del modelo obtenido con la ecuación (4.38).	65
4.10.	Comportamiento del modelo obtenido y de los modelos de Mooney-Rivlin y de Gent, siendo éste último, el modelo más aceptado y utilizado para sólidos hiperelásticos en grandes deformaciones no lineales.	66
4.11.	Variación de la presión interior del globo, donde se aprecia la semejanza evolutiva entre el modelo aquí introducido y el de Gent. El valor inicial de la presión obtenida con el desarrollo aquí realizado es de 1.0138×10^5 Pa y el valor inicial con el modelo de Gent es de 1.0136×10^5 Pa.	66
4.12.	Perfil hiperelástico del modelo obtenido.	70
4.13.	Perfiles hiperelásticos del modelo de Gent-Thomas. La flecha indica los valores crecientes de 0.0, 0.3, 0.6 y 1.0 del parámetro C_2/C_1 .	70
4.14.	Curvas de presión-extensión para el modelo de Mooney-Rivlin $n = 2$. La flecha indica los valores de 0, 0.1, 0.2 y 0.3 del parámetro C_2/C_1 y la línea punteada indica el punto donde el 2º crecimiento de la curva alcanza el valor del 1º punto de inestabilidad de la curva.	71
4.15.	Curvas de presión-extensión para el modelo de Varga ($n = 1$), correspondiente al modelo de Mooney-Rivlin. Los valores ascendentes del parámetro C_2/C_1 de 0.0, 0.1, 0.2 y 0.3 se indican mediante la flecha mostrada.	71

4.16. Curvas resultantes del modelo de Gent para los parámetros de endurecimiento $J_m = 90, 60, 40$ y 15. Valores decrecientes indicados por la flecha.	72
4.17. Comparación del perfil de expansión del radio respecto a la altura, de acuerdo a los modelos de Gent, Mooney-Rivlin con $n = 2$ y $C_2/C_1 = 0.1$, y el modelo obtenido.	73
4.18. Evolución de la velocidad durante las etapas de ascenso y descenso.	76
4.19. Perfil completo de velocidad durante el tiempo total de trayectoria.	76
4.20. Evolución de la velocidad durante la etapa ascendente. Se muestra el detalle de los primeros instantes de ascenso.	77
4.21. Evolución de la altitud hasta el punto máximo de explosión del globo y su etapa de descenso. Se aprecia la altitud de la localidad de lanzamiento, que en este caso corresponde a 1,815 [m] s.n.m.	77
4.22. Perfiles de expansión del radio.	78
4.23. Variación del número de Reynolds durante la altitud recorrida.	79
4.24. Evolución del número de Reynolds durante el tiempo.	79
4.25. Perfil del coeficiente de arrastre obtenido en función del número de Reynolds respecto a la altitud.	80
4.26. Perfil de cambio del coeficiente de arrastre respecto al número de Reynolds durante la trayectoria.	80
4.27. Evolución del ascenso en el modelo numérico y en la adquisición de datos experimentales hasta el punto máximo de explosión del globo y su etapa de descenso. Se aprecia la altitud de la localidad de lanzamiento, que en este caso corresponde a 1,815 [m] s.n.m.	83
4.28. Datos de velocidad del vuelo de la CSM-UNAM.	85
4.29. Perfil de velocidad de la CSM-UNAM post-procesado.	85
4.30. Perfil numérico de la componente vertical de velocidad durante el tiempo total de trayectoria.	86
5.1. Geometría de ejemplo representando un disipador de energía en inicio de deformación y completamente deformado.	88
5.2. Perspectiva de la geometría de ejemplo del disipador de energía contra la superficie de impacto.	89
5.3. Ejemplificación de un atenuador de impacto mediante un aro de aluminio en estado deformado tras simular una caída libre con peso encima.	89
5.4. Ejemplificación de uno de los diseños estructurales propuestos.	90

Lista de Tablas

3.1. Clases de Cargas	19
3.2. Rango de valores para el margen de seguridad	21
3.3. Estrategia de selección de materiales	22
3.4. Valores asignados a los coeficientes de la ecuación de estado . . .	27
3.5. Valor extraído de la altura z para utilizarse en el cálculo de la carga de impacto.	32
3.6. Resultados extraídos a partir de la solución de las ecuaciones desarrolladas para la carga de impacto.	34
3.7. Valores complementarios que han sido asignados a los parámetros de la ecuaciones obtenidas para la magnitud de la fuerza estimada de impacto.	34
3.8. Estrategia de selección para la estructura de la carga útil. . .	35
3.9. Familias de materiales seleccionados por medio de maximizar la resistencia con la menor masa posible.	37
3.10. Familias de materiales seleccionados por medio de maximizar la rigidez y minimizar la masa.	40
3.11. Familias de materiales seleccionados con alta resistencia y menor peso.	42
3.12. Grupos de materiales ideales a utilizar en la estructura de la carga útil.	43
4.1. Niveles de referencia y gradientes del perfil de temperatura-altura atmosférica	46
4.2. Extracción de resultados del modelo obtenido y del modelo de Gent.	67
4.3. Valores asignados a los parámetros constantes de las ecuaciones de estado.	82
4.4. Resultados extraídos complementarios a las gráficas de comportamiento, a partir de la solución de las ecuaciones de estado en régimen transitorio.	82

4.5. Resultados de valores de simulación numérica y experimentales	83
A.1. Diseño con resistencia limitada, elásticamente.	91
A.2. Diseño con rigidez limitada a la mínima masa.	92
A.3. Diseño con resistencia limitada a la mínima masa.	93

Capítulo 1

Introducción a los Globos estratosféricos

En este primer capítulo se comenzará por definir el concepto de Globo Estratosférico, mencionaremos sus componentes estructurales generales, abordaremos los tipos de globos que existen según su funcionamiento, así como los materiales más utilizados, las fases típicas de un lanzamiento y presentaremos por último el conjunto de las principales aplicaciones que tienen éste tipo de globos.

1.1. Concepto

Se denomina Globo Estratosférico a un cuerpo estructural de membrana cuyo volumen es llenado por un gas de menor densidad que el aire atmosférico, y que asciende por la atmósfera gracias al efecto de flotación definido mediante las dos leyes de Arquímedes [1]:

1. Un cuerpo sumergido en un fluido experimenta una fuerza de flotación vertical igual al peso del fluido que desaloja.
2. Un cuerpo que flota desaloja su propio peso en el fluido en que flota.

hasta llegar a desplazarse por la estratósfera terrestre, localizada entre los 11 y los 50 kms de altura, más allá de su volumen, tipo o propósito. Su singularidad como herramienta de investigación científica, se basa en su capacidad de poder realizar vuelos de forma estable y por tiempos programados breves o prolongados, que van desde horas hasta varios meses de

vuelo.

El funcionamiento de los globos estratosféricos se rige mediante la primera ley de Arquímedes antes mencionada y que se define como

$$F_B = \sum_{i=1}^n \rho_i g V \quad (1.1)$$

donde:

F_B – Fuerza de flotación.

ρ_i – Densidades de los fluidos estratificados en caso de que más de un fluido se encuentre involucrado.

g – Aceleración gravitacional.

V – Volumen desplazado por el cuerpo.

Podemos estimar el tamaño del globo requerido de acuerdo a la masa que deseamos elevar, considerando lo siguiente:

la densidad del aire a nivel del mar es aproximadamente 1.3 kg/m^3 por lo que un globo de 1 m^3 es capaz de levantar solamente 1.3 kg sin considerar su propia masa ni la del gas que contiene, y a 40 km de altitud sobre el nivel del mar la densidad del aire es aproximadamente 330 veces menor, por lo tanto, para elevar esa misma masa de 1.3 kg se requiere un globo con un volumen de 330 m^3 .

La figura 1.1 muestra una etapa típica de pre-lanzamiento para globos destinados para cargas superiores a 500 kg [2].

1.2. Componentes principales

Podemos mencionar dos componentes principales: 1) el globo propiamente dicho, y pendiendo de éste, 2) el llamado tren de vuelo en donde se ubican todos los instrumentos necesarios para su operación, siendo los siguientes:

1. Un mecanismo para la separación de la carga útil.
2. Paracaídas para la recuperación del instrumental.



Figura 1.1: Proceso de inflado de un globo estratosférico [2].

3. Un sistema de comunicaciones para transmitir y recibir comandos, tanto para el globo como para los instrumentos de a bordo.
4. Telemetría de altura, presión, temperatura y posición del conjunto.
5. Reflector pasivo de radar.
6. Mecanismo de eyección de lastre.
7. Fuente de alimentación (baterías) y de ser necesario, paneles solares.
8. Góndola

Generalmente la carga útil se monta sobre o dentro de la góndola, que se trata de una estructura contenedora que puede destinarse simplemente a proteger los delicados instrumentos al momento del aterrizaje o puede ser parte importante de la experiencia, incorporando mecanismos guía, contenedores presurizados, sistemas atenuadores de impacto, etcétera.

Independientemente de la tarea o finalidad del vuelo, el conjunto aquí mencionado se encuentra presente en casi todos los globos lanzados. No obstante, no existe una única configuración que cubra todas las necesidades, sino que existe un amplio rango de las mismas y en realidad no están limitados en ningún modo para incorporar cualquier tipo de equipo y cualquier combinación, lo único que limita a cada misión son los propios parámetros físicos que se persigan, díganse, la altitud, la masa total, época del año,

instrumentación, tipo de equipo a probar en condiciones muy cercanas a las espaciales, entre otros.

1.3. Tipos de globos

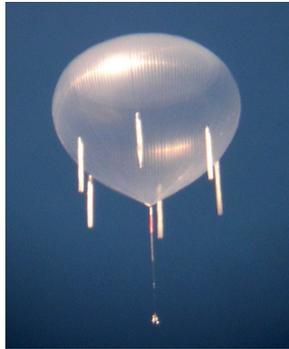
Podemos clasificar a los globos estratosféricos sin limitación de su geometría, en tres grandes grupos.

1. Globos de Presión Cero.
2. Globos de Superpresión.
3. Globos de presión variable.

1.3.1. Presión Cero

Los globos de Presión Cero como los mostrados en las figuras 1.2a [3] y 1.2b [4] poseen en su parte inferior una apertura, de tal manera que cuando ascienden, el gas que contienen se expande hasta alcanzar un estado de equilibrio entre la presión exterior e interior (de allí lo de presión cero). Cualquier aumento de la presión interna debido por ejemplo al calentamiento producido por el sol, automáticamente es compensado por medio del venteo natural de gas por su parte inferior o por tubos de venteo adosados al mismo. Las características principales de estos globos son:

1. Ventilados en la base.
2. Se expanden y contraen con variaciones de luz solar y hay escape del gas interior, lo que implica que su trayectoria presente variaciones de altitud.
3. La duración de los vuelos está limitada alrededor de 6-7 días a altitudes medias.
4. Vuelos de larga duración únicamente posibles en los veranos Polares.



(a) Globo en vuelo.



(b) Proceso de inflado.

Figura 1.2: Globos de Presión Cero adoptados de [3,4].

1.3.2. Superpresión

Los globos de Superpresión mostrados en la figura 1.3 [5], son compartimientos completamente cerrados y estancos que no dejan entrar aire ni salir gas. Al producirse el incremento de la presión interna durante el ascenso en un proceso denominado Superpresurización, ésta es soportada por la envoltura reforzada de la membrana estructural del globo, que se expande hasta alcanzar el punto máximo y entrar en equilibrio, impidiendo que el mismo se siga elevando.

En estos globos la presión interna es típicamente 150 – 250 Pa mayor a la presión externa atmosférica.

Las características principales son:

1. Volumen y altitud cercanamente constantes.
2. Se logra un volumen de densidad constante permitiendo trayectos estable a altitudes de densidad constante.
3. No existen pérdidas de gas.
4. Pueden tener vuelos de muy larga duración en cualquier Latitud.

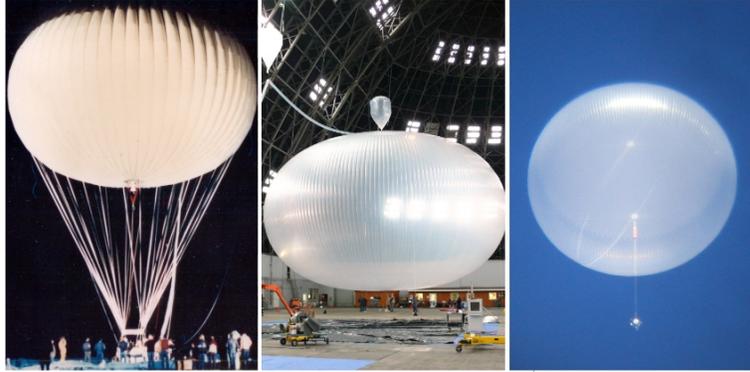


Figura 1.3: Ejemplos de globos de Superpresión [5].

1.3.3. Presión Variable

Los globos de presión variable como el que se muestra la figura 1.4 [6], son globos cuya membrana estructural está formada por un material elástico, generalmente hule natural. Se encuentran totalmente cerrados sin dejar escapar gas (no considerando los fenómenos de difusión) y conforme ascienden por la atmósfera su volumen interior se expande y continúa expandiéndose hasta llegar al punto de tensión y altitud máxima alcanzable donde revientan para iniciar una etapa de caída libre y posteriormente desplegar un paracaídas.

La presión interna es típicamente 50 – 150 Pa arriba de la presión externa. Las características principales de estos globos son:

1. Volumen y altitud variables con la radiación solar.
2. Presión interna variable con la altitud.
3. Vuelos de corta duración.

1.4. Etapas de vuelo

El ciclo de utilización de un globo estratosférico implica una serie de pasos que resultan más o menos complejos, dependiendo de diversas variables. Todas estas particularidades que transforman cada lanzamiento en una



Figura 1.4: Globo típico de presión variable [6].

experiencia única e irrepetible, son imposibles de sintetizar unívocamente, sin embargo, de forma general las diversas etapas de un vuelo standard de uno de estos aerostatos son detalladas a continuación [7].

1.4.1. Inflado

Primeramente se despliega el globo sobre una tela plástica en el terreno de lanzamiento para evitar que este resulte dañado. Luego se inyecta a través de una manga o boquilla de inflado según el caso, una cantidad de gas necesaria para alcanzar flotabilidad neutra, es decir, mantenerse elevado y en equilibrio con su carga a ras del piso.

Posteriormente se agrega entre un 2 y un 15 por ciento adicional de gas en la burbuja que servirá para acelerar verticalmente a todo el conjunto. El globo se mantiene sujetado y se ubica en una posición preferencial viento arriba de la carga.

1.4.2. Lanzamiento

Para el caso de los globos de presión variable, debido a sus pequeñas dimensiones y manejabilidad en comparación con los otros dos tipos de globos, su lanzamiento únicamente requiere soltarlo de las manos.

Para los casos de los globos de presión cero y de superpresión el procedimiento es más complejo. Para ambos casos el objetivo de la fase de

lanzamiento es el de lograr la elevación vertical sin daños del largo globo y su tren de instrumentos hasta que éste se sitúe sobre la carga útil y la eleve sin dañarla. Si bien existen muchas técnicas de lanzamiento, las cuales varían esencialmente dependiendo de la infraestructura del sitio desde el cual se realiza, las condiciones atmosféricas, el tipo de carga útil a transportar y el volumen del globo a lanzar, todas se reducen en mayor o menor medida a dos tipos: estático en el que se ajusta la posición del globo inflado de manera que este se sitúe naturalmente sobre su carga y el dinámico en el cual un vehículo lanzador maniobra con la carga debajo del globo mientras se eleva para lograr que la tome en su ascenso.

Al momento del lanzamiento, lo que se hace es desplazar uno de los rodillos para liberar el globo, el cual, empujado por el viento mientras se eleva, se dirige hacia la carga útil ubicada viento abajo del globo y la toma.

Si las cargas son pequeñas todo el tren de vuelo se distribuye sobre el suelo y es tomado por el globo desde allí o de manos de algunas personas que lo sostienen y acompañan el trayecto del globo corriendo. En cambio, con cargas más pesadas o delicadas, es necesario contar con un vehículo lanzador que sostiene la carga útil y que al momento del lanzamiento se desplaza, acompañando al globo en su recorrido de ascenso inicial hasta que éste se sitúa verticalmente sobre el vehículo y toma la carga.

De esta manera, se evitan que la góndola toque el piso ó sea arrastrada. Los vehículos lanzadores pueden ser desde pequeños camiones y grúas hasta complejas maquinarias especialmente construidas para tal fin.

1.4.3. Ascenso inicial

Una vez en el aire, el globo con su carga comienza el ascenso a una velocidad que está directamente relacionada con el peso del conjunto y con esa cantidad extra de gas inyectada en la burbuja durante el inflado que se denomina Impulso Libre (Free Lift en inglés).

La porción más crítica de esta fase del vuelo está dada por el ingreso del globo a la Tropopausa, que es la capa atmosférica de transición que se ubica entre los 5 *km* y 10 *km* de altitud justo entre la tropósfera y la estratósfera.

Su principal característica es que presenta las temperaturas mas bajas de toda la capa atmosférica en su conjunto, que de acuerdo a la ubicación geográfica llega hasta -90 °C y en ocasiones, es atravesada por corrientes en chorro muy fuertes siendo una zona habitual de roturas y fallas en los globos, debido a que el material que los compone se vuelve muy quebradizo con el frío extremo.

Una vez superada la tropopausa, el ascenso resulta más estable hasta

llegar al otro momento crítico, cuando se alcanza su techo máximo, es decir la altura de flotación para los globos de presión cero y de superpresión, y la altura máxima para los de presión variable.

1.4.4. Fase de vuelo

Durante el ascenso, el globo experimentará cambios en su dirección de desplazamiento debido a que en cada nivel existen corrientes de aire de intensidad y dirección variadas. En cambio, una vez alcanzada la altura de vuelo, se desplazará más o menos al mismo nivel de vuelo siendo trasladado por las corrientes imperantes en dichos estratos. Para globos de presión cero y de superpresión, en esta etapa del vuelo el globo se encuentra completamente expandido alcanzando en el caso de los modelos más grandes un diámetro cercano a los 200 metros. Los globos de presión variable aún continúan su expansión.

Durante esta fase para el caso de los globos de presión cero, el gas del globo experimentará variaciones de temperatura que incidirán directamente en la sustentación del conjunto, descendiendo al enfriarse y a la inversa cuando por influjo de la luz solar el gas se caliente. Para compensar el descenso nocturno y prolongar el vuelo, muchos globos transportan contenedores de lastre formado por finísimas partículas de acero, que se activan ya sea por comando o automáticamente soltando su contenido y aligerando así el peso total para volver a ganar altura. No obstante, al llegar el día, el gas será calentado y se expandirá momento en el cual se repetirá la expulsión o venteo del gas sobrante, adquiriendo una altura de flotación sensiblemente inferior que al inicio del vuelo el día anterior.

Como es obvio, este juego de contracciones y expansiones no puede sostenerse por mucho tiempo, ya sea por exceso de pérdida de gas o por agotamiento del lastre. Un vuelo en condiciones normales tiene una duración desde unas horas hasta 6 o 7 días.

1.4.5. Descenso y recuperación

Una vez que se ha cumplido la misión de acuerdo a cada tipo de globo antes mencionados con sus respectivos alcances o llegar a altitud máxima y explotar en el caso de los globos de presión variable, la carga útil al separarse del globo por medio de un mecanismo de liberación, comienza una etapa de caída libre que dura unos segundos para posteriormente desplegarse el paracaídas y comenzar a disminuir la velocidad de descenso a medida que la carga útil se aproxima a capas atmosféricas más densas y

el efecto del rozamiento del aire produce la desaceleración progresiva del descenso, evitando así un choque destructivo de esta contra el suelo. La fase de descenso promedio dura entre 30 y 45 minutos.

1.5. Principales aplicaciones

Desde el momento mismo de la creación del globo, se ha hecho un uso intensivo de ellos aprovechando sus especiales características: altura de vuelo, relativa estabilidad y bajo costo. En especial para realizar misiones en condiciones cuasiespaciales.

Es de hacer notar que en las épocas pre-satelitales, el globo era junto con los cohetes sonda, la única herramienta disponible para la realización de muchos experimentos astronómicos y astrofísicos. Los principales usos que a lo largo de su historia han tenido son [7]:

1. Astronomía y Astrofísica: detección y estudio de fuentes de radiación infrarroja, de rayos X y rayos gamma tanto planetarias como galácticas; estudio de los rayos cósmicos, partículas elementales y la antimateria y su influencia en la atmósfera con la latitud; estudios detallados del sol, su corona y su interacción con la magnetósfera; observación planetaria; estudio del fondo cósmico de microondas como remanente del Big Bang.
2. Ciencias de la Atmósfera: observación remota e in situ de porciones de la atmósfera por radiometría, espectroscopía y cromatografía; estudio de las sustancias y partículas presentes en la atmósfera y su interacción química con el medio; obtención de muestras de aire y otros gases y componentes atmosféricos (aerosoles) a distintos niveles; observación de fenómenos eléctricos (sprites); validación simultánea de datos obtenidos por satélites; monitoreo de las masas de aire y los patrones de circulación atmosféricos a escala global.
3. Ciencias de la Tierra: geomagnetismo terrestre y fotografía aérea.
4. Aplicaciones militares: reconocimiento fotográfico estratégico; comunicaciones e inteligencia electrónica; análisis de los efectos de explosiones en la atmósfera; detección remota de explosiones nucleares; uso de globos como blancos móviles para pruebas de misiles.
5. Astronáutica: estudio de los efectos de la radiación cósmica en animales, plantas y el hombre; generación de ambientes de microgravedad

temporal por caída libre; estudio de la dinámica de vuelo de vehículos en régimen sónico, supersónico y sub sónico durante una caída libre; plataforma de lanzamiento de cohetes.

6. Tecnología: ensayo de vuelo de futuros instrumentos satelitales; calibración de celdas solares; pruebas de nuevos sistemas aplicables a globos, paracaídas, comunicaciones, etcétera.

Capítulo 2

Breve historia de la plataforma suborbital CSM-UNAM

Como hemos visto en el capítulo 1, el uso de globos estratosféricos presenta un medio rápido y económico de realizar estudios, pruebas y análisis de diversos sistemas en condiciones cuasiespaciales, los cuales son el objetivo de la plataforma de vuelos suborbitales: Carga de Servicio Mexicana - UNAM. En éste capítulo abordaremos ligeramente la historia de la CSM-UNAM, sobre la cual, se basan los siguientes capítulos en su desarrollo de diseño, análisis y predicciones para finalmente haber realizado un vuelo exitoso, sentando los cimientos de un verdadero inicio para un programa aeroespacial de pruebas, nacido en el Instituto de Ingeniería e Instituto de Ciencias Nucleares y continuado por la Facultad de Ingeniería, las tres pertenecientes a la UNAM.

2.1. Inicios y CSM-UNAM

A continuación se cita un fragmento del reporte final de proyecto entregado al Instituto de Ingeniería [8] : «En 2013, con base en un fondo semilla del Instituto de Ingeniería - UNAM, se inició un proyecto de carga de servicio para vuelos estratosféricos, lo anterior en colaboración con el Instituto de Ciencias Nucleares y la Facultad de Ingeniería de la UNAM. Se incorporó al inicio de 2015 la empresa nacional REMTRONIC Telecomunicaciones para proporcionar la logística de lanzamiento; al mismo tiempo se retiró del proyecto el Instituto de Ciencias Nucleares. La relación entre Academia-Empresa se formalizó por medio de un convenio de colaboración firma-

do entre el Instituto de Ingeniería y REMTRONIC Telecomunicaciones. La carga de servicio integra varios sistemas electrónicos desarrollados por la Coordinación de Electrónica del Instituto de Ingeniería, cámaras de la Unidad de Alta Tecnología (UAT-Juriquilla) de la Facultad de Ingeniería y la misma empresa nacional REMTRONIC Telecomunicaciones. Los sistemas electrónicos contemplan: un sistema de potencia que integra un paquete de baterías de litio-polímero, un sistema de monitoreo con sensores de temperatura y dos cámaras las cuales son parte del nano satélite Ulises 2.0, una de ellas para fotografías infrarrojas, así como un sistema de seguimiento. El seguimiento está proporcionado por el Club de Radio Amateur del Estado de Guanajuato A.C. (CRAEG).» [Referencia [8]: Cortesía Dr. F. Trillaud del Instituto de Ingeniería de la UNAM, extracto del reporte de terminación de proyecto no.4128 titulado: Diseño y estudios termo-mecánicos de una carga útil ligera para globos estratosféricos, entregado a la secretaría académica del Instituto de Ingeniería en Enero de 2016.]

2.2. Día de lanzamiento

Una vez definida la fecha y con todos los equipos en la mejor disposición para realizar el lanzamiento, se realizó exitosamente el lanzamiento el día sábado 28 de Noviembre a las 10:00 am, desde el Parque Ecológico Explora de la ciudad de León, Guanajuato. En la figura 2.1 se muestra el equipo de trabajo¹ que participó en el día de lanzamiento de la carga de servicio. Una vez liberado el globo y carga útil, comienza la etapa de rastreo por medio de una estación terrestre y de seguimiento por los equipos en vehículos terrestres. El monitoreo se realizó en tiempo real durante toda la trayectoria de vuelo, desde el despegue, ascenso, desplazamiento y caída. En la figura 2.2 se muestra el terreno y el momento de recuperación de la CSM-UNAM. En total el tiempo de rastreo fue de 5.5 hrs, y el tiempo de vuelo tuvo una duración de 2.5 hrs. La CSM-UNAM se desplazó 127 km del punto de lanzamiento y alcanzó una altitud de 31,883 m sobre el nivel del mar.

¹El grupo de trabajo al día del lanzamiento apareciendo en la Fig. 2.1 estaba compuesto de miembros de la CRAEG, del Ing. Jonathan Remba de la empresa REMTRONIC Telecomunicaciones, del Mtro. Lauro Santiago Cruz de la Coordinación Electrónica y el Dr. Frederic Trillaud de la coordinación Eléctrica y Computación (coordinador del proyecto) del Instituto de Ingeniería así como el Dr. Fernando Velazquez y estudiantes de la Facultad de Ingeniería de la UNAM.



Figura 2.1: CSM-UNAM y equipo que asistió al lanzamiento.



Figura 2.2: Recuperación de la CSM-UNAM donde se muestra uno de los lados de la carga CSM-UNAM abierto. Se abrió la carga para verificar que no sucedieron daños a los sistemas electrónicos durante el vuelo y el aterrizaje.

Capítulo 3

Diseño estructural - góndola

Toda carga útil tiene una estructura que mantiene concentrada al resto de la carga útil, en el caso de vuelos suborbitales generalmente es llamada *góndola*. Ésta previene que las vibraciones durante el traslado en tierra dañen partes críticas de la instrumentación o de otros segmentos estructurales internos. Igualmente la estructura mantiene la integridad de la carga útil durante todo el vuelo, y resulta una parte fundamental para la recuperación de la carga útil en el instante de impacto contra el suelo.

Existen diversos factores que influyen en el proceso de diseño, y algunos de los más importantes son las limitaciones financieras del proyecto, los mismos objetivos de la misión y las restricciones físicas que se involucran en la misma.

El alcance de éste capítulo está dado por las consideraciones y parámetros de diseño estructural hasta donde mi participación en éste componente tuvo lugar, para posteriormente centrar por completo el trabajo en los capítulos posteriores.

3.1. Criterio de diseño

El criterio de diseño que se considera para los elementos estructurales de la carga útil, de acuerdo a las características y especificaciones del proyecto son:

- Masa de la estructura (mínima posible).
- Confiabilidad.
- Costos de diseño.

- Costos de producción.
- Facilidad para inspeccionarse.
- Facilidad para reproducirse.
- Posibilidad de repararse.
- Posibilidad de modificar secciones en fases posteriores de diseño.

Estos criterios se han colocado de manera arbitraria. Por ejemplo, la masa es muy importante pero a veces el costo de producción resulta más importante para el desarrollo del proyecto. Cada producto, dispositivo, proyecto, etc., tiene su propio orden de importancia para este criterio, por lo que es parte del trabajo de equipo definir los alcances y restricciones propias del proyecto.

En el caso de la carga CSM-UNAM, el objetivo primario fue minimizar el peso total (≤ 2.5 kg) para permitir llevar a cabo un vuelo con una altitud arriba de 30 km sobre el nivel del mar.

3.2. Cargas

Un cuerpo en el espacio se encuentra siempre sujeto a fuerzas, ya sean internas o externas que actúan sobre el mismo. Por lo que su consideración durante el proceso de diseño es un punto primordial de interés para el funcionamiento y desempeño deseado de un dispositivo, mecanismo, estructura, máquina, etcétera. Conviene entonces, definir de forma general el tipo de elementos que integrarán el conjunto estructural, y de esta forma ubicar a priori el tipo de fuerzas y reacciones que actuarán sobre el elemento, para posteriormente hacer un análisis estático o dinámico que defina el comportamiento de la estructura.

Generalmente una estructura para una carga útil está construida con los siguientes elementos estructurales estándar:

- Vigas
- Miembros de compresión y tensión
- Placas o paneles
 - Rectangulares
 - Circulares

– Poligonales

- Cuerpos de pared delgada
- Estructuras tipo sandwich
- Elementos elásticos

En general, el diseño de todo elemento estructural se especifica [9] por tres aspectos:

1. Los requerimientos funcionales
2. La geometría
3. Las propiedades de los materiales utilizados

Entre los requerimientos funcionales de la estructura de la CSM-UNAM, se tiene como uno de sus propósitos tener la capacidad de reutilizarse, de modo que se disminuyan aún más los costos de vuelos posteriores, a la par de mantener la integridad de la instrumentación a bordo en cada una de las misiones. Por lo cual, puntos importantes a considerar en la determinación de especificaciones de diseño para una estructura de una carga útil son:

- Cargas de diseño.
 - Cargas durante traslados
 - Cargas de lanzamiento
 - Cargas durante vuelo
 - Cargas de impacto en la caída
- Cargas para pruebas
- Cargas internas
- Frecuencias naturales
- Deformaciones Termo-elásticas

Podríamos agrupar las cargas antes mencionadas y hacerlo de forma general para cualquier tipo de carga [10] en un diseño estructural, en cuatro clases de carga:

1. La **clase 1** es un sistema estacionario con cargas constantes, por lo que un análisis de cargas estáticas es todo lo que se requiere para un sistema de este tipo.
2. La **clase 2** describe un sistema estacionario con cargas variables en el tiempo. Por ejemplo, aunque es esencialmente estacionario, un puente está sujeto tanto a las cargas variables de los vehículos que circulan sobre él como a la afectación del viento en su estructura.
3. La **clase 3** define un sistema en movimiento con cargas constantes. Aun cuando las cargas externas aplicadas sean constantes, cualquier aceleración significativa de los miembros que se mueven puede crear fuerzas de reacción que varían con el tiempo.
4. La **clase 4** describe el caso general de un sistema que, sujeto a cargas variables en el tiempo, se mueve muy rápido. La mayoría de las máquinas que poseen algún tipo de motor y las cargas dinámicas desarrolladas sobre los elementos debido a sus aceleraciones varían con el tiempo, son de clase 4 y por lo tanto un análisis de carga dinámica es necesario en este caso.

En la tabla 3.1 se han agrupado las clases de cargas antes mencionadas en forma resumida.

Tabla 3.1: Clases de Cargas

	Cargas constantes	Cargas variables en el tiempo
Elementos estacionarios	Clase 1	Clase 2
Elementos móviles	Clase 3	Clase 4

Definido esto, resulta imprescindible determinar la magnitud de las cargas, y los elementos sobre las que éstas cargas actuarán para realizar un diseño que asegure la integridad estructural de la carga útil y su instrumentación durante todas las etapas de la misión.

3.3. Funcionalidad estructural

Para el diseño estructural de la CSM-UNAM será necesario igual que para todo proceso de diseño de elementos estructurales, el considerar un *factor de seguridad* FS que nos permita tener un remanente de la capacidad portadora de carga de los elementos para asegurar su desempeño seguro. A pesar de que con un factor de seguridad obtenemos la probabilidad de falla de un componente, para un proyecto de la naturaleza de la CSM-UNAM es deseable considerar un *margen de seguridad*. La definición de margen de seguridad que normalmente se encuentra, hace notar que si el elemento es solicitado hasta la carga máxima que tendrá durante su servicio, cuántas cargas más de la misma magnitud podrá soportar antes de la falla [11]. El margen de seguridad MS se encuentra definido como [12, 13]:

$$MS = FS - 1.00 \quad (3.1)$$

y tenemos que

$$FS = \frac{\sigma_{perm}}{\sigma_{actual}} \quad (3.2)$$

donde:

σ_{perm} – Esfuerzo permisible, generalmente a fluencia o fractura.

σ_{actual} – Esfuerzo resultante de una cierta carga.

Sin embargo, muchas agencias, institutos y organizaciones en lugar de ocupar la expresión (3.1) definen el margen de seguridad incluyendo el factor de seguridad κ [14, 15] que nos resulta más conveniente, ya que nos da la posibilidad de incluir un factor de diseño a nuestra consideración, y tener la capacidad de determinar la funcionalidad de la estructura. Se define como:

$$MS = \frac{\sigma_{perm}}{\kappa\sigma_{actual}} - 1.00 \quad (3.3)$$

Cuando un elemento falla, la carga aplicada es mayor que el esfuerzo permisible, y el MS es entonces negativo. De aquí podemos notar que el MS debe ser mayor a cero. En la tabla 3.2 se colocan los rangos del MS como una referencia más apreciable e inmediata de lo que significan los posibles valores que pueda llegar a tener.

De este modo, podemos hacer una evaluación significativa de la funcionalidad de la estructura y por lo tanto asegurar un diseño que cumpla las expectativas y parámetros de éxito de la misión.

Tabla 3.2: Rango de valores para el margen de seguridad

Margen de seguridad	Interpretación
$MS < 0$	Falla.
$0 < MS < 0.5$	Diseño óptimo.
$0.5 < MS < 1.5$	Diseño con amplio margen de seguridad, en el que pueden reducirse masa y dimensiones.
$MS > 1.5$	Diseño sobre-dimensionado, reducir masa y dimensiones puede lograrse fácilmente.

3.4. Selección de materiales

Un paso sumamente importante en el proceso de diseño es la selección de materiales. Su elección tiene consecuencias verdaderamente significantes para la masa, la durabilidad, los costos de producción, etc. Las condiciones de operación de la estructura o dispositivo, la habilidad para mantener su forma y la confiabilidad estructural son algunos de los parámetros que se consideran para la selección de materiales. Y dentro de las características propias de los materiales, sus propiedades más importantes a considerar sin orden preferencial, son:

- Rigidez
- Peso específico
- Esfuerzo máximo
- Esfuerzo a fatiga
- Esfuerzo de fluencia
- Restricciones técnicas
 - Soldabilidad
 - Formabilidad
 - Concentraciones de esfuerzos
 - Movimientos relativos
 - ...

- Efecto del ambiente
- Conductividad térmica
- Conductividad eléctrica o la resistividad
- Costo

El elegir el material adecuado para un componente determinado, requiere de definir la función y el objetivo del componente, además de las propiedades deseadas y las propiedades no negociables que sirven como indicadores mínimos o máximos de comportamiento del material. Es importante también lograr definir previamente cuáles son los parámetros del componente sobre los que podemos hacer modificaciones libremente. Éste planeamiento [16] nos permite tener un panorama completo que caracteriza al componente, y acotará en forma guiada la selección del material que posea las mejores características posibles a escoger. En la tabla 3.3 condensamos la estrategia de selección de materiales antes mencionada, de tal forma que sirva de base para realizar el proceso de selección y diseño de materiales estructurales.

Tabla 3.3: Estrategia de selección de materiales

Definición	Glosa
Función	¿Qué hace el componente?
Restricciones:	
-No negociables	Condiciones que se deben cumplir
-Negociables	Condiciones deseadas
Objetivo	¿Qué se debe maximizar o minimizar?
Variables libres	Parámetros libres para modificar en el diseño

Podríamos comenzar a definir ahora las características de la estructura de la carga útil a partir del criterio de diseño que se plantea y determinar cada uno de los puntos de forma más específica, sin embargo, las restricciones no negociables aún pueden caracterizarse de mejor forma por medio de un desarrollo analítico/numérico de algunas condiciones a las que se verá expuesta la carga útil. En nuestro caso, la etapa donde la estructura se verá expuesta a la mayor sollicitación y los esfuerzos más grandes son previsibles, es en el instante de impacto sobre la superficie donde caiga para su

recuperación. Con esto lograremos tener una noción más clara y completa del tipo de material a utilizar.

3.4.1. Carga de impacto

Empecemos por puntualizar un impacto [17] como la situación que ocurre cuando dos cuerpos entran en colisión entre sí durante un periodo de tiempo muy corto, ocasionando que grandes fuerzas (impulsivas) sean ejercidas entre los cuerpos. Haciendo una primera inducción del sistema podemos plantear lo siguiente: Se tiene un cuerpo que se desplaza a través de un fluido y particularmente está cayendo. El cuerpo que cae, está unido a un paracaídas y es de esperarse que cuando las propiedades del fluido en el que se desplaza son esencialmente constantes, en algún instante el equilibrio de las fuerzas involucradas provocarán que el cuerpo caiga a velocidad constante, alcanzando así su *velocidad terminal*. El cuerpo antes de empezar su caída a través del fluido parte del reposo, ya sea que así se encontrara por tiempo indeterminado o tan solo un instante, durante el que posee su máxima *energía potencial* U_p y conforme cae, se transforma en *energía cinética* U_k , que se incrementa hasta su punto máximo instantes antes de hacer *impacto* sobre la superficie en la que caiga o alcance su velocidad terminal. Una vez que impacta en la superficie de contacto, ésta podrá o no sufrir *deformación*, e igualmente el cuerpo podrá o no deformarse al impactar. Esto está en función de los *materiales y geometrías* consideradas tanto para el cuerpo como para la superficie de impacto y si el diseño está dirigido a provocar un impacto *completamente elástico, elástico o inelástico*.

La figura 3.1 muestra un Diagrama de Cuerpo Libre (DCL) de la carga útil en su etapa de caída un poco antes de tocar la superficie de impacto.

Habiendo planteado las situaciones que se tendrán en el sistema para el intervalo de tiempo esbozado en la inducción del problema y su DCL, podemos utilizar esta información para abordar el análisis de la carga de impacto. Resulta útil obtener la mayor cantidad de información posible de las variables involucradas a partir del desarrollo que se realice, ya que de ésta forma se pueden prever condiciones suficientes del comportamiento del sistema que sirven para realizar diversas pruebas físicas de prototipos de tal forma que se puedan reproducir los resultados de los modelos numéricos en las pruebas experimentales.

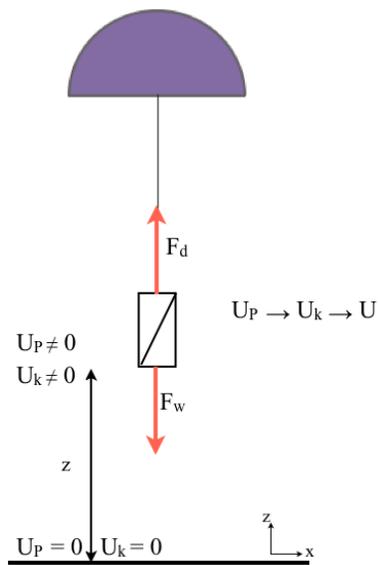


Figura 3.1: Diagrama de cuerpo libre de la CSM-UNAM un poco antes de impactar en la superficie de caída. Se expresa una pseudo-ecuación que indica la transformación de la energía potencial U_p en energía cinética U_k que al contacto con la superficie de impacto, se transforma en energía de deformación U .

3.4.1.1. Dinámica de trayectoria instantes antes de impacto.

Tenemos entonces, un objeto que está cayendo a través de un fluido, en éste caso de la atmósfera terrestre y en una etapa de caída muy cercana antes de hacer contacto con la superficie de impacto, por lo que el aire se considera en estado estático, y a partir de la figura 3.1 se observa que dicho objeto estará sujeto a dos fuerzas externas. Una es la fuerza debida a la acción de la gravedad, expresada como el peso del objeto; y la otra fuerza es la que se provoca debido la resistencia que opone el fluido (la composición de aire en éste caso) al paso del objeto, ésta resistencia se define como la fuerza de arrastre del objeto.

Si la masa del objeto permanece constante, la segunda ley de Newton tiene la forma:

$$\sum_{i=1}^n F_{ext,i} = m_T \frac{d^2z}{dt^2} \quad (3.4)$$

realizando la suma de fuerzas externas en nuestro sistema de la figura 3.1:

$$F_w - F_d = m_T \frac{d^2z}{dt^2} \quad (3.5)$$

donde:

F_w – Fuerza debido a la gravedad.

F_d – Fuerza de arrastre.

m_T – Masa total.

z – Vector de posición.

La fuerza debida al efecto de la gravedad sobre el cuerpo se define como el producto de la masa del cuerpo por la aceleración gravitacional, en éste caso terrestre, mientras que la fuerza de arrastre es directamente proporcional [18] a un medio del producto del coeficiente de arrastre C_d , la densidad atmosférica del aire ρ_a , el cuadrado de la velocidad v y el área A de sección transversal frontal al flujo del fluido. Definida de la siguiente manera

$$F_d = \frac{1}{2} C_d A \rho_a v^2 \quad (3.6)$$

En nuestro sistema formado por carga útil y paracaídas, ambos cuerpos generan fuerzas de arrastre separadas durante la caída, por lo que la fuerza de arrastre total es:

$$F_d = F_d^c + F_d^p = \frac{1}{2} \rho_a (C_d^c A^c + C_d^p A^p) v^2 \quad (3.7)$$

donde los superíndices c y p denotan los coeficientes de arrastre y áreas de sección transversal de la carga útil y del paracaídas respectivamente. La masa total será la suma de las masas de la carga útil y el paracaídas, por lo tanto, sustituyendo términos en la ecuación (3.5) se tiene la siguiente forma:

$$m_T g - \frac{1}{2} \rho_a (C_d^c A^c + C_d^p A^p) \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 = m_T \frac{d^2 z}{dt^2} \quad (3.8)$$

donde

$$m_T = m_c + m_p$$

La ecuación (3.8) se trata de una Ecuación Diferencial Ordinaria (EDO) de segundo orden no lineal, para la cual la variable independiente es el tiempo t y la variable dependiente es la posición z . En la situación planteada tenemos que, conforme aumenta la velocidad del cuerpo debido a la aceleración, lo mismo hace la fuerza de arrastre. Esto continúa hasta que todas las fuerzas se equilibran y la fuerza neta que actúa sobre el cuerpo (y por lo tanto su aceleración) es cero. Entonces la velocidad del cuerpo permanece constante, y será la máxima velocidad que el cuerpo puede alcanzar durante el resto de su caída, si las propiedades del fluido en la trayectoria del cuerpo permanecen esencialmente constantes, y por lo tanto los coeficientes de arrastre de los cuerpos ya no dependen de dz/dt y son en este momento constantes. Al alcanzar el régimen descrito, se dice que el cuerpo alcanzó su *velocidad terminal* v_t , cuya representación gráfica al llegar a la altura en la que se equilibran las fuerzas resulta una línea recta constante, lo anterior descrito por la primera ley Newton.

A partir de la ecuación (3.8) con el vector de aceleración igual a cero y resolviendo para la velocidad obtenemos una expresión que determina la velocidad terminal de nuestro sistema:

$$m_T g - \frac{1}{2} \rho_a (C_d^c A^c + C_d^p A^p) v^2 = 0 \quad (3.9)$$

$$v_t = \sqrt{\frac{2(m_c + m_p) g}{\rho_a (C_d^c A^c + C_d^p A^p)}} \quad (3.10)$$

En la tabla 3.4 se agrupan los valores utilizados para las variables que en las condiciones actuales de análisis mantienen un valor constante en la ecuación (3.10).

Las dimensiones y geometría que se proyectaron para la estructura de la carga útil son un prisma rectangular cuyos lados de la base miden $0.3\text{ m} \times 0.15\text{ m}$ y altura de 0.3 m .

Tabla 3.4: Valores asignados a los coeficientes de la ecuación de estado

Parámetro	Valor	Dimensiones
ρ_a	1.204	kg/m^3
C_d^c	1.05	adimensional
m_c	2.6	kg
A_c	0.045	m^2
C_d^p	1.2	adimensional
m_p	0.2	kg
A_p	1.13097	m^2
g	9.81	m/s^2

substituyendo valores de la tabla 3.4 en (3.10) obtenemos que :

$$v_t = 5.7\text{ m/s}$$

siendo éste el valor de velocidad terminal que alcanza el cuerpo bajo las condiciones anteriormente mencionadas, y nos servirá para los análisis realizados en las secciones que a continuación se presentan.

3.4.1.2. Trabajo y Energía

El desarrollo anterior nos da información suficiente y necesaria para realizar un análisis que permita la obtención aproximada de la fuerza de impacto de la carga útil.

Podemos abordar el problema considerando tanto la carga útil como la superficie de impacto. Esta perspectiva nos permite introducir los esfuerzos y deformaciones que sufren los cuerpos en contacto.

Haciendo una segunda inducción del problema bajo estas condiciones, tenemos nuevamente a la carga útil que caerá a partir de la distancia mínima sobre la que alcanza su velocidad terminal, de modo que la *energía potencial* sea la mínima requerida para impactar sobre una superficie, la cual para

detener a la carga útil debe absorber toda la energía que ésta posee. Una vez que se produce el impacto, la carga útil continua su movimiento una distancia adicional, que se trata de la *distancia de deformación* que sufre la superficie sobre la que impacta. Debido a que se trata de un caso de impacto, la energía potencial que posee el cuerpo se convierte en energía cinética, y como resultado del impacto la energía cinética se transforma en *energía de deformación* [19].

Esto nos da la opción a obtener la carga estática que produce la misma energía de deformación en la superficie de la estructura de impacto, y que es provocada por la fuerza que ejercerá la estructura de la carga útil durante el impacto sobre la superficie.

Se sabe que la energía de deformación es igual al área situada bajo la curva de un diagrama de carga–distancia de deformación, que representa el trabajo realizado por la carga cuando se deforma el cuerpo una cierta distancia, y que para eliminar los efectos de las dimensiones del cuerpo en el análisis y mantenerlo o centrarnos en las propiedades del material, se considera la energía de deformación por unidad de volumen, que se designa como *densidad de energía de deformación*, y corresponde al área situada bajo la curva esfuerzo–deformación.

Así entonces, definiremos matemáticamente lo antes mencionado para dar paso a un modelo que defina la aproximación de la fuerza buscada y su sollicitación a la estructura de la carga útil.

A partir de la energía de deformación del cuerpo, con dx siendo una deformación infinitesimal de la estructura y P la fuerza externa, tenemos:

$$dU = P dx$$

$$U = \int_0^{x_1} P dx \quad (3.11)$$

Introduciendo el concepto de densidad de energía de deformación

$$\frac{U}{V} = \int_0^{x_1} \frac{P}{AL} dx$$

Recordando que P/A se trata del esfuerzo normal σ_x sobre el cuerpo, y que dx/L es la deformación normal ϵ_x , tenemos:

$$\frac{U}{V} = \int_0^{\epsilon_1} \sigma_x d\epsilon_x$$

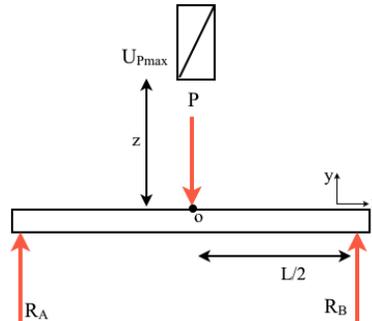


Figura 3.2: Diagrama de cuerpo libre para la situación de impacto que produzca esfuerzos por deformación debido a flexión. Se muestra la carga útil antes de impacto desde la distancia z en la que posee su máxima energía potencial para alcanzar su velocidad terminal de acuerdo al análisis dinámico realizado en la sección 3.4.1.1.

que se trata de la energía de deformación por unidad de volumen, esto es, la densidad de energía de deformación

$$u = \int_0^{\epsilon_1} \sigma_x d\epsilon_x \quad (3.12)$$

Las ecuaciones (3.11) y (3.12) nos permiten considerar que la estructura o cuerpo sobre el cual impactará la carga útil puede sufrir esfuerzos por deformación debido a flexión o esfuerzos por deformación bajo carga axial en compresión, dadas las condiciones físicas del problema.

El caso de flexión puede ser resultado del impacto sobre un techo, una barda, una viga, un tronco, etc. En particular definimos una situación como la mostrada en la figura 3.2, en donde la estructura o cuerpo que recibe el impacto posee dos puntos de apoyo. Gracias a la ecuación (3.11) podemos pensar en diversos análisis de estructuras que se comportan como vigas, donde el único término que modifica su valor es el término dx que define el desplazamiento en flexión del tipo de viga que se decida analizar. Aquí se escogió la situación antes mencionada ya que de acuerdo a las tablas de flexiones y pendientes de vigas [12, 20], ésta configuración requiere de una mayor fuerza aplicada para provocar la misma distancia de flexión que en vigas apoyadas o empotradas en un solo punto. Esto nos representa un valor máximo de diseño estructural para impacto de la carga útil.

Antes de resolver la ecuación (3.11) para poder introducir el valor del desplazamiento de deformación en flexión y bajo el marco de referencia de

la figura 3.2, podemos asumir para el diseño que se trata de una deformación elástica pues es la condición deseada, con lo cual la carga aplicada es directamente proporcional al desplazamiento $P = ky$ y su representación gráfica en un diagrama carga–distancia de deformación es una línea recta cuya pendiente k corresponde a la región elástica del diagrama. Ésta consideración sirve para realizar el análisis bajo condiciones severas de diseño al asumir que la superficie de impacto tendrá suficientemente resistencia para no deformarse más allá de su punto de fluencia.

Tenemos entonces:

$$P = k y$$

$$U = \int_0^{y_1} P \, dx$$

sustituyendo P e integrando

$$U = \int_0^{y_1} k y \, dy$$

$$U = \frac{1}{2} k y_1^2 \quad (3.13)$$

dejando en términos de P a (3.13)

$$U = \frac{1}{2} P_1 y_1 \quad (3.14)$$

donde P_1 es el valor de la carga que corresponde a la deformación y_1 , y podemos ajustar el subíndice para indicar que trabajaremos respecto a valores de carga o esfuerzos deseados como el límite de fluencia o el límite de falla del material.

La máxima energía de deformación de la carga útil es igual a la *energía potencial* que posee instantes antes de dejarse caer desde la altura mínima z definida en la sección 3.4.1.1. Así tenemos:

$$U_{max} = m_T g z \quad (3.15)$$

y se sabe de (3.14) que

$$U_{max} = \frac{1}{2} P_{max} y_{max} \quad (3.16)$$

de tablas de flexiones y pendientes [12,20], se tiene que

$$y_{max} = \frac{P_{max}L^3}{48EI} \quad (3.17)$$

substituyendo y_{max} en (3.16)

$$U_{max} = \frac{P_{max}^2L^3}{96EI} \quad (3.18)$$

resolviendo para P

$$P_{max} = \sqrt{\frac{96 U_{max} E I}{L^3}} \quad (3.19)$$

substituyendo (3.15) en (3.19)

$$P_{max} = \sqrt{\frac{96 m_T g z E I}{L^3}} \quad (3.20)$$

finalmente con la ecuación 3.20 obtenemos la carga estática equivalente de impacto.

Ahora bien, debido a que si un objeto (A) ejerce una fuerza sobre otro objeto (B), el objeto (B) ejerce la misma fuerza en el objeto (A) pero en dirección opuesta, definido por la tercera ley de Newton, entonces ésta misma fuerza actuará sobre la estructura de la carga útil, y por lo tanto el esfuerzo aplicado será

$$\sigma_{max} = \frac{P_{max}}{A_p} \quad (3.21)$$

donde hasta ahora:

E – módulo de Young o de elasticidad.

I – momento de inercia.

A – área de la sección transversal.

A_p – área sobre la que actúa la carga en la estructura.

L – longitud del elemento estructural.

Necesitamos determinar la altura z mínima a partir de la cual nuestro sistema alcanza el régimen de velocidad terminal y resolver así la ecuación 3.20. Para esto resolvemos la ecuación (3.8) considerando un conjunto B de valores para la altura mínima de despliegue z y asumiendo las mismas consideraciones antes descritas al obtener (3.10). Tenemos entonces:

$$m_T g - \frac{1}{2} \rho_a (C_d^c A^c + C_d^p A^p) \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 = m_T \frac{d^2 z}{dt^2}$$

definiendo condiciones iniciales

$$B = \{1, \dots, 16\}$$

$$z(0) = \{a \mid a \in B\}, \quad z'(0) = 0$$

reorganizando la ecuación (3.8) al seleccionar el subconjunto de variables de estado [21], ya que para un sistema de orden n , se pueden escribir n ecuaciones diferenciales simultáneas de primer orden en términos de las variables de estado. En nuestro modelo planteamos:

$$\begin{bmatrix} z' \\ v' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v \\ \frac{m_T g - \frac{1}{2} \rho_a (C_d^c A^c + C_d^p A^p) v^2}{m_T} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

De la solución del sistema de ecuaciones de estado obtenemos los siguientes resultados mostrados en la figura 3.3 y extraemos el valor mostrado en la tabla 3.5 que se trata de la altura que se implementará en la ecuación 3.20

Tabla 3.5: Valor extraído de la altura z para utilizarse en el cálculo de la carga de impacto.

Variable	Resultado	Descripción
z_{vt}	10.5 m	altura mínima con la que se pueden realizar pruebas a prototipos en caída libre para impactar con la velocidad terminal

Los resultados obtenidos del desarrollo hecho para la carga de impacto equivalente, se muestran en la tabla 3.6. La tabla 3.7 muestra los parámetros utilizados en las expresiones formuladas para la carga de impacto. La figura

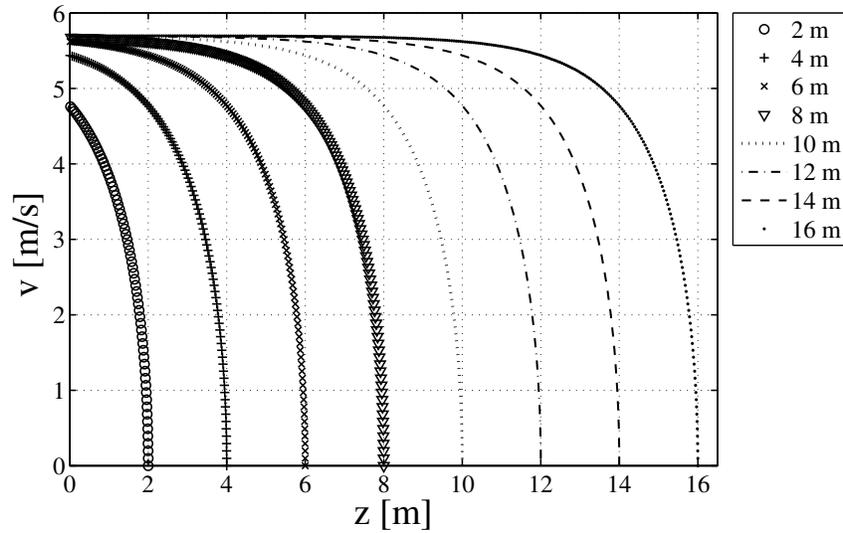


Figura 3.3: Familia de curvas resultantes de la solución de la ecuación (3.22), donde z representa la altura mínima de despliegue y se calcula para que la velocidad llegue a su estado estacionario antes de que la carga impacte contra el suelo.

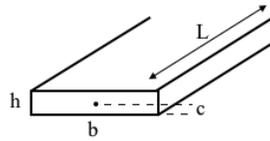


Figura 3.4: Esquema de perfiles estructurales.

3.4 muestra un boceto que ejemplifica las dimensiones de los elementos estructurales mencionados en los planteamientos anteriores y cuyos valores se encuentran en la tabla 3.7.

Tabla 3.6: Resultados extraídos a partir de la solución de las ecuaciones desarrolladas para la carga de impacto.

Variable	Resultado	Descripción
P_{if}	152.8 <i>KN</i>	Carga de impacto en deformación por flexión.
σ_{if}	102 <i>MPa</i>	Esfuerzo en elemento estructural debido a la carga por flexión.

Tabla 3.7: Valores complementarios que han sido asignados a los parámetros de la ecuaciones obtenidas para la magnitud de la fuerza estimada de impacto.

Parámetro	Valor	Dimensiones	Descripción
z	10.5	m	altura de caída libre
L_o	0.15	m	longitud inicial
L_f	0.145	m	longitud final
ϵ	0.032	adimensional	deformación real
E_{viga}	10	<i>GPa</i>	módulo de elasticidad
L_{viga}	1	m	longitud viga
b_{viga}	0.3	m	base de la viga
h_{viga}	0.15	m	altura de la viga
c_{viga}	0.075	m	distancia centroidal
I_{viga}	84.4×10^{-6}	m^4	momento de inercia
L_c	0.15	m	longitud elemento estructural de la carga útil
b_c	0.01	m	base del elemento de la carga útil
h_c	0.0012	m	altura del elemento de la carga útil

3.4.2. Caracterización de materiales

Con los modelos hasta ahora obtenidos y su ejemplificación por medio de los valores propuestos para los parámetros involucrados, definimos la estrategia de selección de materiales mostrada en la tabla 3.8 para nuestro sistema. La carga de impacto a considerar como referencia será la carga obtenida en la sección 3.4.1.2.

Tabla 3.8: Estrategia de selección para la estructura de la carga útil.

Definición	Glosa
Función	<ul style="list-style-type: none"> • Soporte estructural, alineación de instrumentación, sujeto a cargas de compresión y flexión
Restricciones:	
-No negociables	<ul style="list-style-type: none"> • Longitud de los miembros L especificada.
-Negociables	<ul style="list-style-type: none"> • $\sigma_y > \sigma_{flex}$. • Alta estabilidad dimensional. • Alta rigidez y no fragilidad. • No debe existir flexión bajo cargas de diseño.
Objetivo	<ul style="list-style-type: none"> • Minimizar la masa.
VARIABLES LIBRES	<ul style="list-style-type: none"> • Área de sección transversal de los elementos estructurales.

Ahora podemos entrar a las tablas [22] de propiedades de materiales y seleccionar el mejor conjunto de materiales posibles a implementar. Las tablas indican también índices de materiales [23] como líneas de guía, las cuales de forma general señalan que todos los materiales sobre los que crucen, poseen la misma relación de propiedades a maximizar o minimizar. Generalmente se le denota como M .

Los índices de materiales que se han utilizado se muestran en las tablas A.1, A.2 y A.3 ubicadas en el apéndice A.

Es conveniente entrar a las gráficas habiendo considerado un factor de seguridad en el diseño, por lo que se ha considerado un factor de seguridad de 1.25 de acuerdo a valores nominales para estructuras [24] de uso aeronáutico, éste valor se escoge debido a que un factor de seguridad mayor, implica

un incremento de masa al requerir mayor robustez para soportar distintos tipos de cargas aún mayores, y dado que en aplicaciones aeronáuticas es fundamental disminuir la masa, se mantienen factores de seguridad bajos a comparación de otras aplicaciones, lo cual exige un diseño y selección de materiales más exigente. Retomando la ecuación (3.2) tenemos que

$$FS = \frac{\sigma_{perm}}{\sigma_{actual}}$$

$$\sigma_{perm} = FS \sigma_{flex} \quad (3.23)$$

$$\sigma_{perm} = 1.25 \sigma_{flex} = 127 \text{ MPa}$$

Así entonces, de acuerdo a la estrategia realizada en la tabla 3.8 entramos a las gráficas de propiedades de materiales que hemos seleccionadas.

Utilizando la gráfica 3.5 se aprecia que mientras más grande sea el valor de σ/ρ menor masa a mayor resistencia tendremos en los materiales seleccionados. De acuerdo a la tabla A.3 seleccionamos un índice de material cuya pendiente es de 3/2 y al trazar líneas paralelas progresivas obtenemos el subconjunto de materiales que poseen valores de $\sigma^{2/3}/\rho$ deseados. Resulta también notorio que los materiales localizados sobre la línea cuya constante es 9.16 son 2.14 veces más ligeros y con la misma resistencia que los localizados sobre la línea cuya constante es igual a 4.27. Al delimitar con el valor de la carga de diseño acotamos el rango de materiales a metales, cerámicos, compuestos y una pequeña fracción de plásticos. Tenemos entonces una selección que abarca aceros, aleaciones de zinc, níquel, titanio, aluminio y magnesio, cerámicos como alúmina, y compuestos a base de fibras de vidrio y de carbono.

Al delimitar aún más el rango de materiales trazando una nueva línea en dirección a maximizar el índice de material, a la cual llamaremos M_{min} nuestra selección deja afuera a la mayoría de metales y aleaciones, conservando a una pequeña parte de aleaciones de titanio, aluminio y magnesio, permanecen cerámicos como el carburo de silicio y nitruro de silicio y materiales compuestos a base de fibras de carbono. Las familias de materiales seleccionadas se muestran en la tabla 3.9.

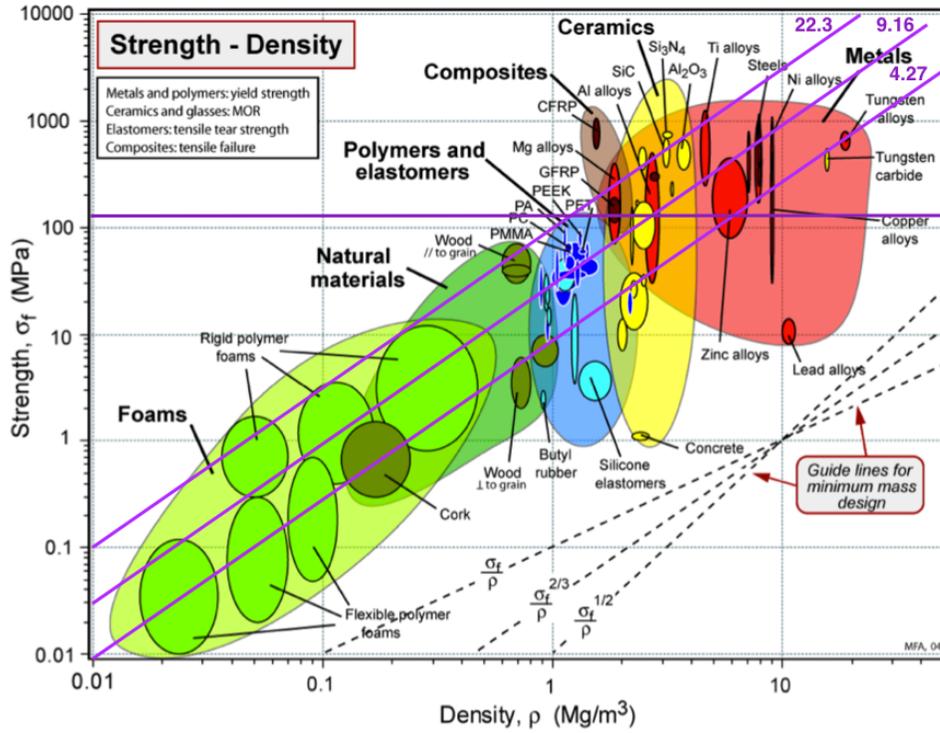


Figura 3.5: Gráfica σ vs ρ con el propósito de maximizar σ/ρ [23].

Tabla 3.9: Familias de materiales seleccionados por medio de maximizar la resistencia con la menor masa posible.

Material	$M = \sigma^{2/3}/\rho$ $M_{min} = 22.3 [MPa^{2/3}m^3/Mg]$
Aleaciones de titanio	9 – 25.3
Aleaciones de aluminio	9 – 23
Polímeros reforzados con fibras de carbono	40.68 – 62.6
Aleaciones de magnesio	13.5 – 28.5
Cerámicos carburo de silicio	17.5 – 25.4
Cerámicos nitruro de silicio	25.5 – 28.9

De la gráfica 3.5 es posible hacer una propuesta de un valor máximo de densidad para el diseño, basado en la cercanía de la intersección de una línea guía con el valor definido de esfuerzo.

Considerando lo anterior entramos a la gráfica 3.6 con el objetivo de minimizar la masa y tener buena rigidez estructural que permita mantener la estabilidad dimensional ante las cargas internas de la propia estructura y de las provocadas por la instrumentación de la carga útil. Resulta evidente que mientras más grande sea el valor de E/ρ , mayor será la relación rigidez - masa de los materiales ubicados sobre las líneas de guía ascendentes. Se ha delimitando el valor máximo propuesto de densidad para delimitar aún más los grupos de materiales posibles a escoger, manteniendo así la menor masa posible. En la tabla 3.10 se muestra la selección de materiales resultantes del trabajo sobre ésta gráfica.

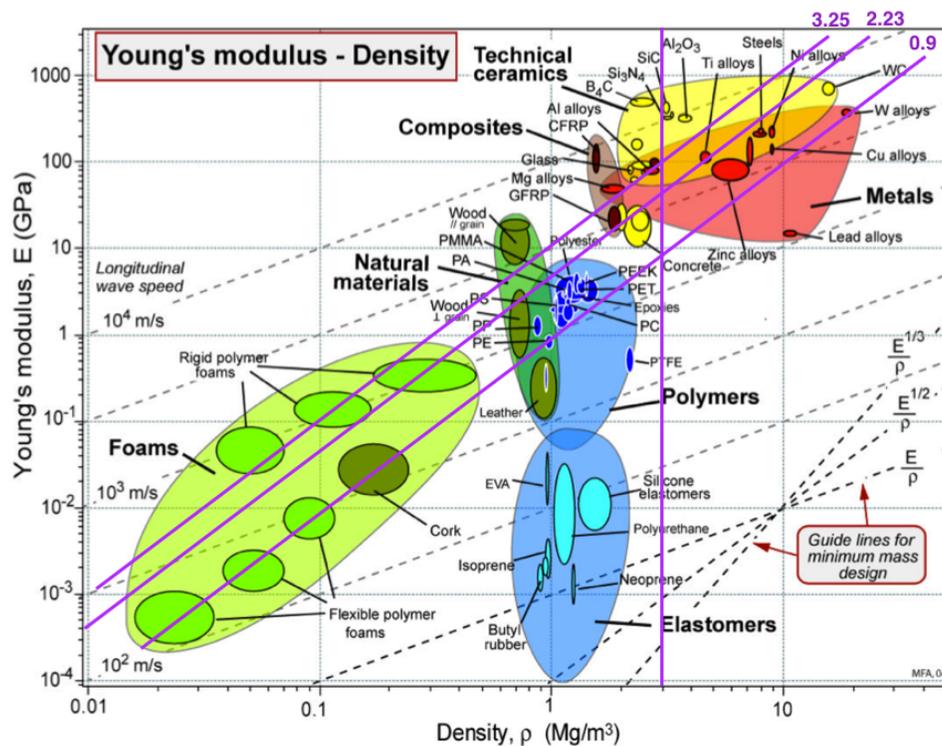


Figura 3.6: Gráfica E vs ρ con objetivo a minimizar ρ/E [23].

Tabla 3.10: Familias de materiales seleccionados por medio de maximizar la rigidez y minimizar la masa.

Material	$M = E^{1/2}/\rho$ $M_{min} = 3.25 [GPa^{1/2}m^3/Mg]$
Cerámicos carburo de boro	8 – 10.6
Aleaciones de aluminio	2.9 – 4.1
Polímeros reforzados con fibras de carbono	5 – 8
Aleaciones de magnesio	3.2 – 4.4
Vidrios	3.8 – 4.4
Maderas	3.2 – 7.3
Espumas rígidas de polímeros	9 – 3.2

Cabe mencionar que los materiales seleccionados en las tablas resultantes de las gráficas de propiedades, de ninguna manera son los únicos materiales posibles de utilizar, ya que las gráficas en realidad muestran familias completas de distintos materiales y sus aleaciones o mezclas en regiones definidas, donde existe la posibilidad de encontrar una gran diversidad de materiales. Los nombres que se muestran de materiales en las gráficas de propiedades, son referencias de uso más frecuente para tener un panorama general de las características esperadas en esas regiones. Además dan paso a formular nuevas propuestas como materiales compuestos a base de fibras metálicas y fibras de carbono, espumas cerámicas, polímeros reforzados con metales, etcétera.

En la gráfica 3.7 comparamos el módulo de elasticidad contra la resistencia definida del material, y repetimos el procedimiento. En este caso necesitamos que el material sea capaz de almacenar energía elástica de deformación antes de la falla, por lo que buscamos maximizar σ^2/E . Al trazar líneas de guía con pendiente igual a 2, es notorio que los materiales ubicados sobre la línea cuya constante se ha indicado como 1.05, son 5 veces más resistentes y con la misma elasticidad que aquellos ubicados sobre la constante de 0.21. Por lo que nuestra zona de búsqueda se limita a la región superior derecha de la gráfica. En la tabla 3.11 se agrupan los materiales resultantes.

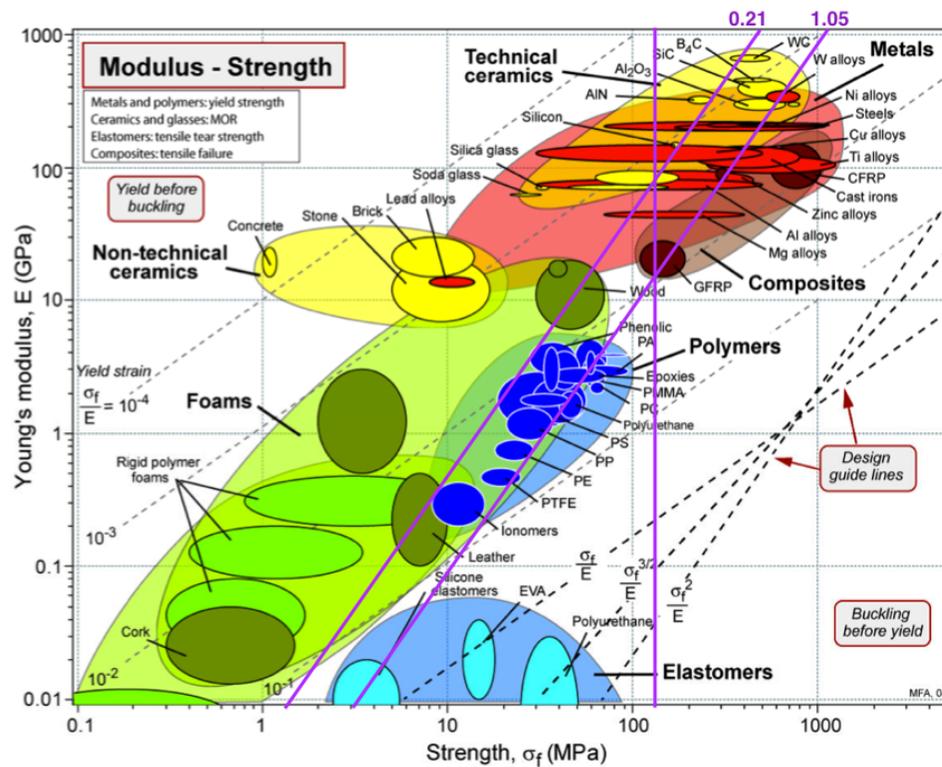


Figura 3.7: Gráfica E vs σ con guías a maximizar σ/E [23].

Tabla 3.11: Familias de materiales seleccionados con alta resistencia y menor peso.

Material	$M = \sigma^2/E$ $M_{min} = 1.05 [kJ/m^3]$
Aleaciones de tungsteno	1 – 1.8
Aleaciones de aluminio	1 – 3.1
Polímeros reforzados con fibras de carbono	2.1 – 12.5
Polímeros reforzados con fibras de vidrio	1 – 2
Aleaciones de magnesio	1 – 3.5
Aleaciones de zinc	1 – 3.1
Aleaciones de titanio	1.1 – 13
Aleaciones de cobre	1 – 1.8
Aleaciones de níquel	1 – 6.7
Aceros	1 – 6.6

A partir de las tablas 3.9, 3.10 y 3.11 podemos obtener una selección final de grupos cuyas propiedades son satisfactorias para los requerimientos estructurales de la carga útil. La tabla 3.12 muestra las familias seleccionadas. A pesar de haber realizado ésta selección, la decisión final del material exacto que se utilizará requiere adicionalmente de considerar todos los puntos indicados en la sección 3.4 para cada una de las familias de materiales que se han determinado funcionales para el diseño. El alcance de esta sección como antes se mencionó llega hasta éste punto, sin embargo, se ha definido un método y estrategia de diseño y selección, cuya utilidad no se limita a ésta aplicación y deberá seguirse un método semejante para realizar estrictamente la mejor selección de un material para una aplicación determinada.

Tabla 3.12: Grupos de materiales ideales a utilizar en la estructura de la carga útil.

Material	$M = \sigma^2/E$	$M = E^{1/2}/\rho$	$M = \sigma^{2/3}/\rho$
	$M_{min} = 1.05 [kJ/m^3]$	$M_{min} = 3.25 [GPa^{1/2}m^3/Mg]$	$M_{min} = 22.3 [MPa^{2/3}m^3/Mg]$
Aleaciones de aluminio	1 – 3.1	2.9 – 4.1	9 – 23
Polímeros reforzados con fibras de carbono	2.1 – 12.5	5 – 8	40.68 – 62.6
Aleaciones de magnesio	1 – 3.5	3.2 – 4.4	13.5 – 28.5

Capítulo 4

Modelados, simulaciones y análisis

En las siguientes secciones se expone de forma detallada, la obtención de expresiones y resultados que caracterizan cada uno de los parámetros que han sido de interés.

4.1. Modelado y caracterización atmosférica

Durante las fases de ascenso y descenso de un cuerpo que se desplaza en la atmósfera, las propiedades de ésta son de fundamental importancia ya que cambian respecto a la altura en la que se encuentre el cuerpo desplazándose. Por lo que se necesita realizar un modelo atmosférico correcto, antes de poder modelar la dinámica del cuerpo que se desplaza en ella así como los efectos de ésta atmósfera cambiante sobre el cuerpo, en éste caso sobre la carga útil y sobre las paredes del globo de sustentación.

Para realizar dicho modelo atmosférico, nos basamos en los modelos de la atmósfera standard [25,26], en donde las ecuaciones y valores utilizados tienen un margen de altura geopotencial de la superficie terrestre de 0 km hasta 84.8 km . La definición de geopotencial se refiere a la energía potencial debido a la gravedad de una unidad de masa de aire en cierto punto sobre una posición standard, usualmente el nivel del mar, y es medida en un sentido positivo vertical hacia arriba.

Los modelos utilizados para la presión y temperatura atmosférica de acuerdo a [26,27] plantean la composición de aire atmosférico como una

mezcla homogénea de gases constituyentes, en la que se conserva el equilibrio hidrostático hasta una altitud cercana a 84 km, sin embargo, en [27] se definen estas condiciones hasta una altitud de 120 km. En la presente, se consideró el límite utilizado en [26] ya que el rango de altitud sobre el que se trabaja en vuelos estratosféricos es menor que los límites mencionados, por lo que los modelos implementados y el uso de las ecuaciones de sustancias puras conservan su validez.

Así entonces, la temperatura está expresada en una serie de ecuaciones lineales y la forma general de ésta ecuación lineal [26,27] es:

$$T_{(z)} = T_b + \gamma_b(z - z_b) \quad (a)$$

donde:

$T_{(z)}$ – temperatura como función de z desde el nivel del mar hasta 86 km.

T_b – Temperatura de la capa atmosférica correspondiente a z .

γ_b – valor del gradiente de Temperatura correspondiente a cada capa.

z_b – altitud geopotencial de capa atmosférica correspondiente.

Y la presión resulta en dos formas, una para el caso cuando γ_b es diferente de cero en una capa atmosférica particular, y la otra cuando el valor de γ_b es igual a cero. La primera de estas expresiones es:

$$P = P_b \left(\frac{T_b}{T_b + \gamma_b(z - z_b)} \right)^{\frac{gM}{R_u \gamma_b}} \quad (b)$$

y la segunda es:

$$P = P_b \exp \left[\frac{-gM(z - z_b)}{R_u T_b} \right] \quad (c)$$

donde:

P_b – presión inicial de capa atmosférica, sus valores se obtienen de la aplicación del miembro apropiado de (b) y (c).

g – aceleración gravitacional.

M – masa molar de la composición de aire.

R_u – constante universal de los gases.

En la tabla 4.1 se muestran los valores que adopta el gradiente de temperatura molecular [26] de acuerdo a la capa atmosférica presente.

Tabla 4.1: Niveles de referencia y gradientes del perfil de temperatura-altura atmosférica

Subíndice	Altura Geopotencial	Gradiente de Temperatura
b	z_b (km)	γ_b (K/km)
0	0	-6.5
1	11	0.0
2	20	1.0
3	32	2.8
4	47	0.0
5	51	-2.8
6	71	-2.0
7	84.85	0.0

Además de las propiedades antes mencionadas, se define también la viscosidad cinemática; ésta cantidad representa la viscosidad dinámica o absoluta del fluido eliminando los términos impulsivos, se trata entonces del cociente entre la viscosidad absoluta y la densidad del fluido. En [26] se expresa para todas las capas atmosféricas en función de la temperatura y densidad como:

$$\mu_k = \frac{1.458 \times 10^{-6} T_{(z)}^{3/2}}{\rho_{(z)} (T_{(z)} + 110.4)} \quad (d)$$

Hasta ahora se tienen los perfiles atmosféricos de temperatura, presión y viscosidad cinemática desde el nivel del mar hasta 86 km de altitud, sin embargo, la densidad es un parámetro que también podemos obtener por medio de las ecuaciones de estado de sustancias puras [28] ya que como antes se mencionó, la composición de gases atmosféricos comienza a estratificarse a partir de aproximadamente 90 km de altitud.

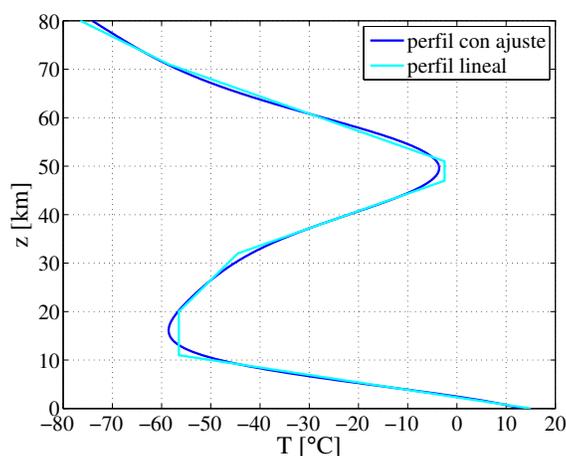


Figura 4.1: Perfil completo de temperatura standard atmosférica hasta 84 km de altitud.

Se implementó entonces, una expresión para la densidad ρ en función de la altitud z de la siguiente forma:

$$\rho(z) = \frac{P(z)}{R_{\text{gas}} T(z)} \quad (e)$$

Con el conjunto de ecuaciones anterior y el uso de la tabla 4.1 se logra un modelo atmosférico completo con el cual poder trabajar en todo el trayecto de ascenso y descenso de la carga útil.

En las siguientes gráficas se muestran los perfiles de propiedades obtenidos mediante los modelos [26,27] aquí expuestos.

4.2. Simulación numérica dinámica de vuelo

↗ Primera Parte

En los siguientes capítulos se presenta un modelo dinámico completo del ascenso y descenso del globo estratosférico y carga útil. Los modelos toman en cuenta el cambio de propiedades atmosféricas durante ambos recorridos, la variación de la fuerza de arrastre debido a las condiciones atmosféricas cambiantes y la expansión del diámetro del globo durante el ascenso, y la dependencia del coeficiente de arrastre con el número de Reynolds.

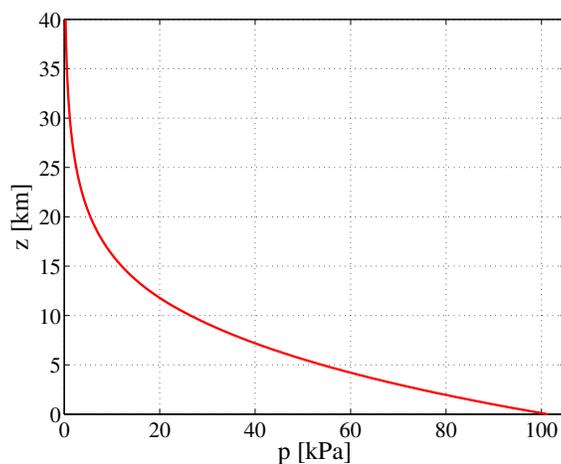


Figura 4.2: Perfil de variación de la presión atmosférica respecto a la altura sobre el nivel del mar. La gráfica se delimita hasta 40 km de altitud debido a que a partir de 35 km la presión atmosférica es de 0.55 kPa y continua disminuyendo hasta 0.43×10^{-3} kPa a 84 km de altitud.

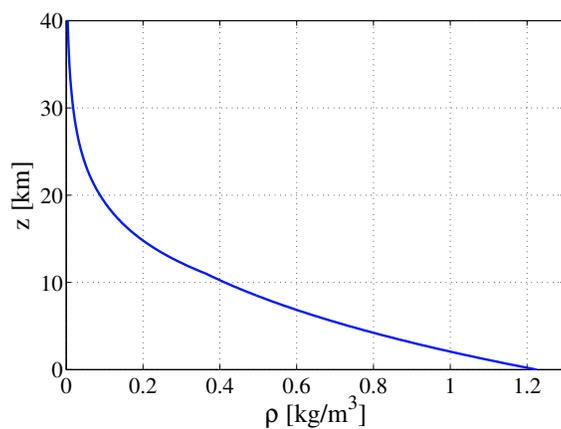


Figura 4.3: Perfil de densidad atmosférica hasta 40 km de altitud delimitada debido a que a partir de ésta altura la densidad atmosférica es de $3.8 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^3$ y decrece hasta $8 \times 10^{-6} \text{ kg/m}^3$ a 84 km de altitud.

4.3. Modelo de ascenso

Haciendo nuevamente una inducción del sistema, tenemos un cuerpo que se desplaza a través de un fluido, cuyo vector que define la dirección de movimiento puede tener dos componentes, una componente horizontal y otra vertical. Durante la trayectoria de ascenso el cuerpo está inmerso en un sistema altamente cambiante, en el que conforme la altura se incrementa, la densidad del aire desciende, la presión atmosférica desciende, el número de Reynolds desciende, la capa límite de la superficie del globo cambia de turbulenta a laminar, el desprendimiento de la capa límite avanza corriente arriba sobre la superficie del globo y el coeficiente de arrastre se incrementa.

Con ésta perspectiva general del sistema podemos hacer ciertas consideraciones para el desarrollo del modelado:

- Se considera una región de atmósfera inmóvil, por lo que solo se involucra la componente vertical [29] del vector de posición del cuerpo.
- Debido a tratarse de un globo de presión variable, su geometría no dista demasiado de una esfera durante todo el recorrido.

Teniendo en cuenta nuestro planteamiento anterior, en principio podemos caracterizar el ascenso vertical del globo y su carga por medio de un análisis dinámico a partir de la segunda ley de Newton, considerando la variación de propiedades debido al cambio de altitud. La figura 4.4 nos muestra que la razón de ascenso del globo inmerso en el aire atmosférico se puede derivar del balance entre la fuerza de empuje F_B , el peso total del sistema comprendido y la fuerza de arrastre F_D [30]. Tenemos entonces:

$$\sum_{i=1}^n F_i = m_T \frac{d^2z}{dt^2}$$

$$F_B - (F_D + w_T) = (m_g + m_c + m_{gas} + m_p) \frac{d^2z}{dt^2} \quad (4.1)$$

con

$$w_T = \sum_{i=1}^n w_i = \sum_{i=1}^n m_i g \quad (4.2)$$

$$F_B = \sum_{i=1}^n \rho_{i(z)} g V_{(r)} \quad (4.3)$$

$$F_D = \frac{1}{2} C_{D(Re)} \rho_{(z)} A_{(r)} \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 \quad (4.4)$$

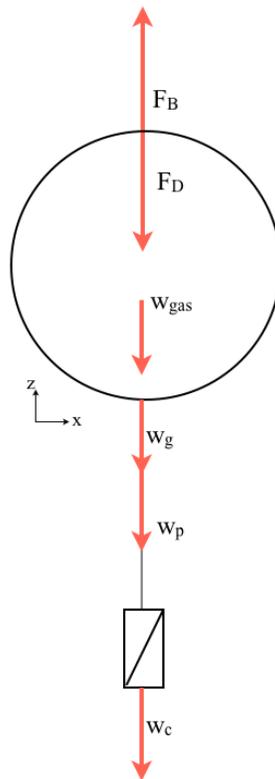


Figura 4.4: Diagrama de cuerpo libre durante la trayectoria de ascenso del globo y carga útil.

en este caso, la fuerza de arrastre F_D solo incluye la pérdida de cantidad de movimiento debido al cuerpo que corresponde al globo, ya que

$$C_{Dglobo} \gg C_{Dcarga}$$

también cabe mencionar que la carga útil durante el ascenso se encuentra aún en la región turbulenta de desprendimiento de la capa límite de las paredes del globo, con lo cual se crea una caída de presión en ésta zona y por lo tanto el efecto de la fuerza de arrastre que puede originar el cuerpo de la carga útil decrece.

El área proyectada se ha escogido como el área de la sección transversal de una esfera con el mismo volumen que el globo, de acuerdo a [31] para el área referencial estándar de cuerpos no esféricos, y al expresar en función de la altitud, tenemos:

$$A_{(r)} = \pi r_{(z)}^2 \text{ y } V_{(r)} = \frac{4}{3} \pi r_{(z)}^3$$

donde hasta el momento:

m_T – masa total.

m_g – masa globo.

m_c – masa de la carga útil incluyendo plataforma de vuelo (mini-góndola).

m_{gas} – masa del gas utilizado.

m_p – masa del paracaídas.

w_T – peso total.

V – volumen desplazado.

C_D – coeficiente de arrastre.

A – área proyectada de la geometría utilizada.

v – velocidad del cuerpo.

La selección del coeficiente de arrastre C_D se basó en la cercanía de la forma del globo al de una esfera. En el caso de otro tipo de globos utilizados cuya forma diste apreciablemente del de una esfera, se reporta [31] que el valor del coeficiente de arrastre entre un elipsoide es alrededor del doble que el de la esfera de volumen equivalente, para un régimen de números de Reynolds de $2 \times 10^3 < Re < 3 \times 10^5$, por lo que resulta evidente que la razón de aspecto de un esferoide definida como la razón entre el eje de simetría vertical y el eje horizontal de simetría, influye significativamente en el valor de C_D resultante.

Así mismo, en [32] se tienen resultados de la adquisición de datos de vuelo de globos estratosféricos, en base a los cuales plantean un modelo de ajuste con la siguiente forma:

$$C_D = 4.808 \times 10^{-2} (\ln(Re))^2 - 1.406 \ln(Re) + 10.490 \quad (4.5)$$

Igualmente se reporta en [32] que el coeficiente de arrastre de un globo con la forma típica como en el caso de los globos de presión cero, es en promedio tres veces mayor que el de su esfera de volumen equivalente, resultado que comparan contra los valores obtenidos para esferas en [33] con los mismos valores de turbulencia y régimen de números de Reynolds.

En nuestro caso ocuparemos la relación determinada en [34] para el caso de una esfera en función del número de Reynolds dadas las consideraciones iniciales; dicha expresión tiene la siguiente forma:

$$C_D = \frac{24}{Re} + \frac{2.6 \left(\frac{Re}{5.0} \right)}{1 + \left(\frac{Re}{5.0} \right)^{1.52}} + \frac{0.411 \left(\frac{Re}{263000} \right)^{-7.94}}{1 + \left(\frac{Re}{263000} \right)^{-8.0}} + \left(\frac{Re^{0.80}}{461000} \right) \quad (4.6)$$

Ahora bien, sabemos que el número de Reynolds es una medida de la razón de la energía inercial ρv^2 a la energía viscosa $\mu v/L$ del fluido, esto es

$$Re = \frac{\rho vL}{\mu} = \frac{vL}{\mu_k} \quad (4.7)$$

donde μ_k se trata de la viscosidad cinemática del fluido, y donde el término de velocidad en nuestro caso considerando el aire en estado estático, será la propia velocidad del cuerpo que se desplaza en ésta atmósfera

quieta.

Con el desarrollo hasta ahora ejecutado, se aprecia que la solución de (4.1) aún requiere del conocimiento de $r(z)$. Para lograrlo, se realizó la siguiente inducción del problema:

Tenemos un cuerpo de membrana elástica que inicialmente es rellenado o inflado con una cierta *masa* de un cierto *gas* cuya *densidad* es menor a la densidad de la *composición de aire* atmosférico; conforme haciende incrementa su *radio* y por lo tanto su *volumen* debido a la diferencia de *presión* existente entre la presión inicial del globo y la presión del aire circundante que a medida que el globo incrementa la altitud del vuelo, la presión del aire atmosférico decrece considerablemente al igual que su densidad. Durante el ascenso con estas condiciones altamente variables, las paredes del globo constantemente están siendo solicitadas y por lo tanto se originan esfuerzos y deformaciones en ellas.

Esto nos da paso a pensar en desarrollar un análisis estructural y termodinámico del sistema que involucra las paredes del globo, por lo que dedicaremos un nuevo capítulo a éste desarrollo, y una vez obteniendo resultados satisfactorios podremos regresar al modelado dinámico del globo y carga útil.

4.4. Modelado Mecánico

En esta sección se obtendrán modelos para definir el comportamiento de las paredes de membrana del globo durante todo el trayecto de ascenso hasta su explosión. A partir de la inducción del problema hecha al final del capítulo anterior comenzaremos con un planteamiento termodinámico que nos permitirá obtener una expresión para la variación del radio respecto a la altitud y posteriormente realizamos un desarrollo mecánico de esfuerzos con el que se obtiene un modelo para el comportamiento de la presión durante la expansión de las paredes del globo.

4.4.1. Análisis Termodinámico

Tenemos un juego entre presiones y mezclas de gases, por lo que podemos plantear el uso de las ecuaciones de estado de gas ideal de forma confiable debido a las referencias planteadas en el capítulo 4.1. Los gases

involucrados son la mezcla de aire atmosférico y el gas de inflado del globo. Ahora bien, la presión interior del globo debe ser un poco mayor a la presión atmosférica exterior más la presión que ejercen las paredes de la membrana del globo, esto es:

$$p_{in} = p_{atm} + \Delta p \quad (4.8)$$

$$\Delta p = p_{in} - p_{atm} \quad (4.9)$$

donde

- Δp – presión de las paredes de membrana del globo.

La ecuación de estado del gas ideal se puede escribir de varias maneras considerando que la constante de proporcionalidad R particular de cada gas se relaciona con la constante universal de los gases Ru de la siguiente forma

$$R = \frac{Ru}{M} \quad [\text{kJ/kg K}] \quad (4.10)$$

y también que la masa de un sistema es igual al producto de su masa molar M y el número de moles n ,

$$m = nM \quad [\text{kg}] \quad (4.11)$$

entonces la ecuación de estado de gas ideal se puede expresar [35] de las siguientes maneras:

$$p = \frac{\rho RuT}{M} \quad (4.12)$$

$$p = \rho R_{gas} T \quad (4.13)$$

$$pV = nMR_{gas}T \quad (4.14)$$

$$pV = m_{gas}R_{gas}T \quad (4.15)$$

$$pV = nRuT \quad (4.16)$$

de las ecuaciones anteriores, es apreciable que por medio de (4.16) tenemos la mejor alternativa para encontrar una expresión para la razón de expansión del radio en función de las propiedades atmosféricas variables con la altitud. Además el uso directo de (4.16) nos permite determinar la masa del gas de llenado del globo para poder realizar la simulación numérica

previa al día de lanzamiento, donde se podría cuantificar de forma precisa la cantidad de masa del gas.

Se sabe que el volumen en nuestro caso, de una esfera es

$$V = \frac{4}{3}\pi r_{(z)}^3 \quad (4.17)$$

sustituyendo (4.17) en (4.16) y resolviendo para el radio tenemos

$$r_{(z)} = \left(\frac{3nR_u T_{(z)}}{p_{(z)}4\pi} \right)^{1/3} \quad (4.18)$$

y con ésta última expresión tenemos la razón de expansión del radio para toda la trayectoria de ascenso, sin embargo, podemos notar que tampoco conocemos el número de moles del gas de inflado, y como se ha mencionado, tampoco conocemos su masa para lograr obtenerlo de forma más inmediata, entonces podemos nuevamente utilizar (4.16) y ahora resolver para n

$$n = \frac{p_{in} V}{R_u T} \quad (4.19)$$

en este caso, el número de moles es una constante durante todo el recorrido debido a el tipo de globo utilizado, y el único parámetro desconocido en (4.19) es la p_{in} ya que la temperatura del gas inicial podemos considerarla un poco mas baja de la temperatura ambiente ya que el proceso de llenado de gas en el interior del globo se hace lentamente con el propósito mantener la temperatura del gas durante su salida del tanque lo más equilibrada posible con la temperatura ambiente ya que de lo contrario podría congelar regiones del material de la membrana y provocar daños y resultados no esperados. El radio inicial de inflado r_i , el radio sin inflar r_0 y el radio de explosión r_b son dados por el fabricante del globo.

La obtención de p_{in} requiere de un análisis más profundo sobre lo que sucede en las paredes del globo, y así por medio de (4.8) y Δp obtener un perfil completo del comportamiento de las presiones buscadas.

4.4.2. Esfuerzo y Deformación

La obtención de la expansión del radio respecto a la altitud está relacionada a la variación de la presión en la pared del globo respecto a la atmósfera, por lo que se realizará una aproximación a un modelo que caracterice el comportamiento mecánico en las paredes del globo. Un globo se puede representar como un contenedor semiesférico presurizado, cuyas paredes sufren grandes deformaciones. Consideramos para el análisis, la esfera de volumen equivalente a la forma del globo con radio interno $r = r$ y radio externo $r = R$ como una dimensión característica. El globo está presurizado de manera uniforme en r y en R con p y p_a respectivamente, y posee un espesor t como se muestra en la figura 4.5.

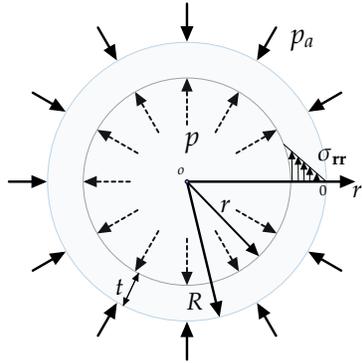


Figura 4.5: DCL de sección transversal de la esfera. Proporciones exageradas para propósitos ilustrativos.

Dada la geometría, se ocupan coordenadas esféricas $\{r, \theta, \varphi\}$ y condiciones de simetría para la formulación del sistema. Las paredes del globo están sometidas a esfuerzos en cada una de las direcciones definidas por el sistema de coordenadas elegido y para el caso de la dirección radial r_r los esfuerzos varían de un máximo en r hasta un mínimo igual a cero en R , igualmente ilustrado en fig. 4.5.

Los esfuerzos pueden llegar a ser no homogéneos en la pared del globo, sin embargo si el espesor de la pared t es mucho menor que la dimensión característica R , entonces se puede incluir el planteamiento para elementos de pared delgada con el cual se puede asumir [36] que los esfuerzos son

uniformes en toda la pared del globo. En nuestro sistema tenemos:

$$\frac{R}{t} \gg 1 \quad \text{ó} \quad \frac{t}{R} \ll 1$$

Y como resultado de esto, podemos plantear al globo como un elemento de pared delgada. Generalmente se acepta $R/t > 10$.

Ahora bien, para el análisis de esfuerzos seleccionamos un elemento diferencial de pared definido por sus vectores unitarios ($\hat{e}_r, \hat{e}_\theta, \hat{e}_\varphi$) al cortar por dos planos normales a θ y $\theta + d\theta$, y a su vez por dos planos normales a φ y $\varphi + d\varphi$ mostrado en fig. 4.6

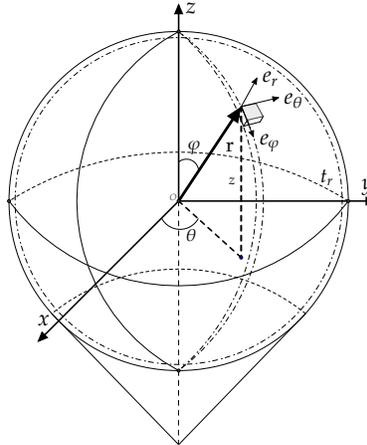


Figura 4.6: Representación del globo y elemento diferencial utilizado para análisis. Proporciones solo para propósitos ilustrativos.

El elemento diferencial de pared resultante se muestra en la fig. 4.7, incluyendo los esfuerzos normales y cortantes que actúan sobre él, sin incluir sus pares de simetría.

Se plantea que el material es incompresible ya que el módulo de Poisson $\nu \rightarrow 0.5$ y se tiene un estado de deformación plástica en el cual el volumen se conserva [37], esto es, la traza del tensor de deformación es igual a cero

$$\varepsilon_{kk} = \frac{\Delta V}{V_0} = \varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{\varphi\varphi} = 0$$

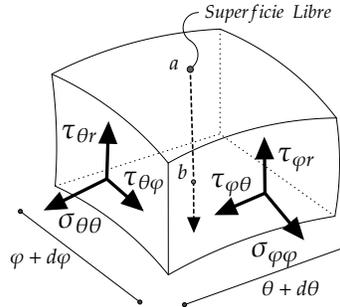


Figura 4.7: Elemento diferencial de pared seleccionado, en el que se omiten los pares de esfuerzos simétricos por facilidad de visualización.

Y para un sólido elástico homogéneo, su comportamiento está dado por la relación del tensor simétrico de esfuerzos de Cauchy con el tensor de deformación [38], por medio de:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (4.20)$$

donde

ε_{kl} – tensor de deformación.

C_{ijkl} – tensor de propiedades elásticas, y al ser el medio homogéneo, está representado por constantes elásticas linealmente independientes.

σ_{ij} – tensor de esfuerzos.

Al desarrollar (4.20) como se realiza en [38] se llega a la forma matricial del campo de deformación y esfuerzo. Reacomodando los ejes coordenados por conveniencia como $\{\theta, \varphi, r\}$ tenemos un campo de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{\theta\theta} \\ \varepsilon_{\varphi\varphi} \\ \varepsilon_{rr} \\ \gamma_{\theta\varphi} \\ \gamma_{\varphi r} \\ \gamma_{r\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{\theta\theta} \\ \sigma_{\varphi\varphi} \\ \sigma_{rr} \\ \tau_{\theta\varphi} \\ \tau_{\varphi r} \\ \tau_{r\theta} \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

Ahora bien, a partir de las figs. 4.5, 4.6, 4.7 y las consideraciones hechas, es notorio que σ_{rr} varía de $-p$ en la pared interior, hasta 0 en la pared exterior, por lo que

$$\sigma_{rr} \ll \sigma_{\theta\theta} \ \& \ \sigma_{\varphi\varphi}$$

y los esfuerzos resultantes estarán contenidos en un plano tangente a la superficie de la pared. Y entonces los tensores de σ_{ij} y ε_{kl} se encuentran en un estado biaxial de esfuerzo y deformación de la siguiente forma:

$$\varepsilon_{kl} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{\theta\theta} & \gamma_{\theta\varphi} & \gamma_{\theta r} \\ \gamma_{\varphi\theta} & \varepsilon_{\varphi\varphi} & \gamma_{\varphi r} \\ \gamma_{r\theta} & \gamma_{r\varphi} & \varepsilon_{rr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{\theta\theta} & \gamma_{\theta\varphi} & 0 \\ \gamma_{\varphi\theta} & \varepsilon_{\varphi\varphi} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{rr} \end{bmatrix}$$

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{\theta\theta} & \tau_{\theta\varphi} & \tau_{\theta r} \\ \tau_{\varphi\theta} & \sigma_{\varphi\varphi} & \tau_{\varphi r} \\ \tau_{r\theta} & \tau_{r\varphi} & \sigma_{rr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{\theta\theta} & \tau_{\theta\varphi} & 0 \\ \tau_{\varphi\theta} & \sigma_{\varphi\varphi} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Es igualmente notorio que al tratarse de un cuerpo de pared delgada axisimétrico, y en ausencia de un par de torsión, se tiene con confianza que

$$\tau_{ij} = \tau_{ji} = 0 \quad \forall \quad r \in [R-t, R]$$

y con esto podemos definir las condiciones de frontera de nuestro sistema como:

$$\begin{aligned} \text{en: } r = R-t & \quad \sigma_{rr} = -p \quad \tau_{r\theta} = \tau_{r\varphi} = 0 \\ \text{en: } r = R & \quad \sigma_{rr} = 0 \quad \tau_{r\varphi} = \tau_{r\theta} = 0 \end{aligned}$$

así entonces, nuestro campo (4.21) toma la forma:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{\theta\theta} \\ \varepsilon_{\varphi\varphi} \\ \gamma_{\theta\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{\theta\theta} \\ \sigma_{\varphi\varphi} \\ \tau_{\theta\varphi} \end{bmatrix}; \quad \tau_{ij} = 0 \quad (4.22)$$

Invertimos (4.22) para obtener los esfuerzos de interés σ_{ij}

$$\begin{bmatrix} \sigma_{\theta\theta} \\ \sigma_{\varphi\varphi} \\ \tau_{\theta\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E}{(1-\nu^2)} & -\frac{E\nu}{(1-\nu^2)} & 0 \\ -\frac{E\nu}{(1-\nu^2)} & \frac{E}{(1-\nu^2)} & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{\theta\theta} \\ \varepsilon_{\varphi\varphi} \\ \gamma_{\theta\varphi} \end{bmatrix}; \quad \tau_{ij} = 0$$

y por lo tanto:

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{E}{(1-\nu^2)} (\varepsilon_{\theta\theta} + \nu\varepsilon_{\varphi\varphi}) \quad (4.23)$$

$$\sigma_{\varphi\varphi} = \frac{E}{(1-\nu^2)} (\nu\varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{\varphi\varphi}) \quad (4.24)$$

$$\tau_{\theta\varphi} = G\gamma_{\theta\varphi} = 0$$

donde:

E – módulo de elasticidad.

ν – módulo de Poisson.

G – módulo de rigidez a corte.

Con $\sigma_{\theta\theta}$ y $\sigma_{\varphi\varphi}$ definidos, el análisis de nuestro sistema posee de forma general dos estados: un estado inicial y un estado final cuyas características son función de la altitud atmosférica durante la transición entre uno y otro. Planteamos un estado inicial con radio r_0 , un espesor de pared t_0 y presión p_0 , la cual es siempre un poco mayor que la presión exterior debido a la fuerza reestructurante que ejercen las paredes del globo.

Es posible definir una relación para el estado final e inicial en base a la dimensión característica r que antes definimos, con lo que planteamos:

$$r_f = \beta r_o \quad \text{con} \quad \beta > 1 \quad (4.25)$$

Como sabemos, una deformación se asocia con la razón de variación de una dimensión característica o previamente definida de un cuerpo, por lo tanto, en nuestro estado inicial podemos considerar la deformación igual a cero e iniciar el proceso de deformación conforme el globo asciende en la atmósfera, sin embargo, sí existe un estado de esfuerzo inicial debido a la diferencia de presiones existentes, sobre las que parte nuestro análisis; así entonces, la deformación en la configuración final podemos definirla como:

$$\epsilon_f = \frac{(r_f - r_o)}{r_f} = \frac{\beta - 1}{\beta} \quad (4.26)$$

en el estado de simetría y condiciones antes definidas tenemos que

$$\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\varphi\varphi} \quad \text{y} \quad \epsilon_{\theta\theta} = \epsilon_{\varphi\varphi}$$

Con esto podemos plantear un estado de deformación final σ_f a partir de (4.23), (4.24), (4.26), y contando el esfuerzo inicial σ_o sobre el que parte nuestro estado de esfuerzos, tenemos:

$$\sigma_f = \sigma_o + \frac{E}{(1-\nu)} (\epsilon_f) = \sigma_o + \frac{E}{(1-\nu)} \left(\frac{\beta - 1}{\beta} \right) \quad (4.27)$$

Ahora bien, para relacionar los esfuerzos σ_o y σ_f en términos de la geometría y de la presión interna, se plantea el mismo análisis de equilibrio de esfuerzos utilizado para los recipientes de pared delgada [19]. Partiendo del diagrama de cuerpo libre mostrado en la figura 4.8 en el que se realiza un corte a la esfera que representa el globo y su contenido, se aprecia que las fuerzas que actúan sobre la sección mostrada son las fuerzas elementales de presión $p \, dA$ ejercidas sobre la porción de fluido incluido en el cuerpo libre, y las fuerzas internas elementales $\sigma \, dA$ en la sección de pared. Notando que el área de la sección de fluido es πr^2 y que el área de la sección de pared es $(2\pi r)t$ escribimos la ecuación de equilibrio

$$\sum F = 0 : \quad \sigma(2\pi r t) - p(\pi r^2) = 0$$

y resolviendo para el esfuerzo tenemos

$$\sigma = \frac{p r}{2t} \quad (4.28)$$

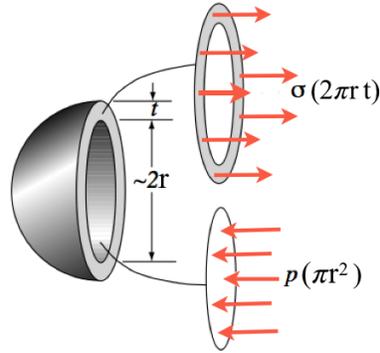


Figura 4.8: Diagrama de cuerpo libre sobre un corte de la esfera equivalente del globo y su contenido. Proporciones solo para propósitos ilustrativos.

incorporando esta última expresión a nuestro sistema tenemos:

$$\sigma_{ij} = \frac{p r}{2t} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

y por lo tanto nuestros estados inicial y final son

$$\sigma_o = \frac{p_o r_o}{2t_o} \quad \text{estado inicial} \quad (4.30)$$

$$\sigma_f = \frac{p_f r_f}{2t_f} \quad \text{estado final} \quad (4.31)$$

A partir de (4.27), (4.30) y (4.31) podemos resolver para la presión de interés p_f . Las propiedades del material así como el espesor inicial t_o del material son dadas por el fabricante, y el espesor final t_f podemos obtenerlo sabiendo que se puede tratar al hule utilizado como un material incompresible al igual que a muchos elastómeros [39,40], esto es $\nu \rightarrow 0.5$ (hule natural = 0.4995) y sabiendo que el área superficial de una esfera es $4\pi r^2$, podemos plantear que

$$V_o = \pi D_o^2 t_o \quad , \quad V_f = \pi D_f^2 t_f$$

resolviendo para t_f y recordando que definimos β como la razón entre el estado final y el inicial, tenemos que

$$t_f = \frac{t_o}{\beta^2} \quad (4.32)$$

Con t_f conocida es posible resolver para la presión deseada p_f como antes se mencionó. Sin embargo hasta ahora se ha trabajado con un esfuerzo real σ_{real} y otro esfuerzo nominal σ_{nom} o ingenieril, y esto puede provocar severas implicaciones cuando se trata de materiales hiperelásticos al contrario de otros materiales que sufren deformaciones elásticas muy pequeñas en servicio, y su efecto es despreciable.

Entonces en (4.28) se necesita el esfuerzo real σ_{real} para elastómeros en deformación biaxial, y se relaciona con el esfuerzo nominal σ_{nom} de acuerdo a [41] y [42] mediante:

$$\sigma_{nom} = (\sigma_{real})/(\lambda) \quad (4.33)$$

donde λ representa la razón de deformación en dirección de la carga aplicada, esto es r/r_o , entonces el esfuerzo para el caso de grandes deformaciones [41, 42] se expresa como:

$$\sigma_{nom} = \frac{p r}{2t} (\lambda) \quad (4.34)$$

y así

$$\sigma_{real} = \frac{p r}{2t} (\lambda)^2 \quad (4.35)$$

Habiendo desarrollado todo lo anterior, igualamos (4.27) y (4.31) considerando (4.35), y sustituyendo correspondientemente (4.32), ya que se trata del mismo estado final de esfuerzo, podemos resolver finalmente para p_f , obteniendo la siguiente expresión para el perfil de presión desarrollado en las paredes del globo

$$p = \frac{p_o r_o^5}{r_f^5} + \frac{2Er_o^4 t_o (r_o - r_f)}{r_f^6 (\nu - 1)} \quad (4.36)$$

se puede notar en (4.36) que el valor de p varía de acuerdo al valor instantáneo de p_o que provoca el estado de esfuerzo anterior, esto es, la presión en las paredes p varía respecto al estado inmediato anterior durante el ascenso, y en el estado transitorio de análisis el único parámetro aquí involucrado que constantemente cambia además de la diferencia de presión existente es la temperatura, ya que el volumen de las paredes del globo

como antes se ha expuesto, no cambia.

Por lo tanto, la expresión para la presión en las paredes del globo resulta:

$$p = \frac{3 nMR_{gas} T_{(z)} r_o^2}{4\pi r_f^5} + \frac{2E r_o^4 t_o (r_o - r_f)}{r_f^6 (\nu - 1)} \quad (4.37)$$

y en términos de la razón de expansión λ tenemos:

$$p = \frac{r_o^2 [2E t_o (1 - \lambda) + \lambda p_o r_o (\nu - 1)]}{\lambda^3 r_f^3 (\nu - 1)} \quad (4.38)$$

finalmente, recordando (4.8) la presión interior del globo es

$$p_{int} = p_{atm} + p \quad (4.39)$$

Los resultados obtenidos de (4.38) se han comparado con modelos conocidos y ampliamente utilizados de esfuerzos y deformaciones en elastómeros. Se trata del modelo de Mooney-Rivlin y el de Gent, para los cuales se utilizaron parámetros y análisis de acuerdo a [43–46] para lograr su acoplamiento en nuestro análisis dinámico durante la trayectoria de ascenso.

A continuación se muestran los resultados de los modelos obtenidos e igualmente se muestran los modelos aceptados para materiales hiperelásticos.

La curva de presión obtenida en la figura 4.9 nos permite pensar en la sensación que uno tiene al inflar un globo común con la boca; en el cual inicialmente «sentimos» una mayor resistencia del globo a inflarse y conforme se infla, la resistencia percibida decrece y se hace más sencillo el llenado, hasta que al llegar a cierto volumen de llenado nuevamente se percibe que la resistencia aumenta hasta el punto de reventar.

En la gráfica 4.10 se realiza una comparación del modelo aquí obtenido con los dos modelos antes mencionados. En la gráfica se aprecia la notoria diferencia entre todos los modelos en su comportamiento durante el ascenso, sin embargo, cabe notar que 1 Pa es una presión muy muy pequeña

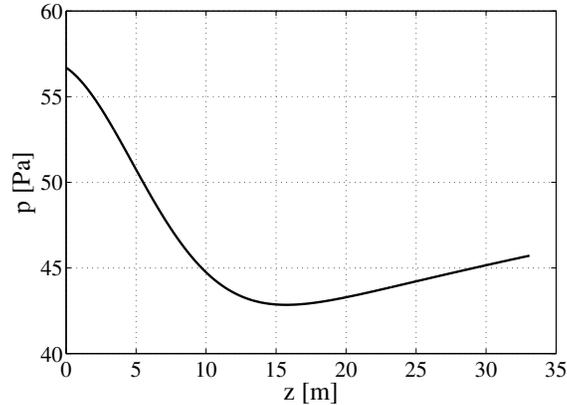


Figura 4.9: Evolución de la presión en las paredes del globo durante el ascenso, por medio del modelo obtenido con la ecuación (4.38).

siendo equivalente a 1/100 milibar o a 0.00000986 atm, y su uso generalmente se expresa en kPa, MPa y GPa, por lo que la diferencia de presión «promedio» entre los modelos no resulta un parámetro significativo en el comportamiento global del sistema aquí desarrollado, como lo muestra la figura 4.11 donde resulta notoria la similitud entre el modelo aquí introducido y el modelo de Gent para el perfil de la presión interior.

En la tabla 4.2 se muestran a modo de ligera comparación los resultados obtenidos entre el modelo aquí obtenido y los dos modelos existentes, seleccionados por ser los más aceptados para su uso en deformaciones hiperelásticas no lineales en materiales elastoméricos.

A continuación en la sección 4.4.3 se realiza una descripción detallada sobre la comparación del modelo mecánico obtenido para la presión interna de membrana del globo, y los modelos de Mooney-Rivlin, Gent y otros, que permitirá un mejor entendimiento de la diferencia en la evolución de las curvas mostradas en la figura 4.10.

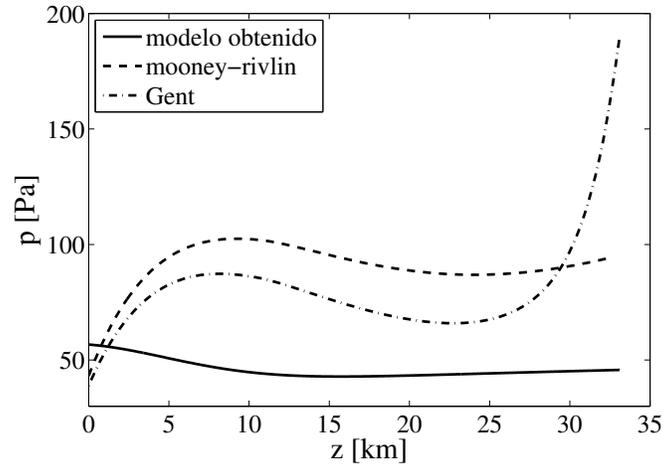


Figura 4.10: Comportamiento del modelo obtenido y de los modelos de Mooney-Rivlin y de Gent, siendo éste último, el modelo más aceptado y utilizado para sólidos hiperelásticos en grandes deformaciones no lineales.

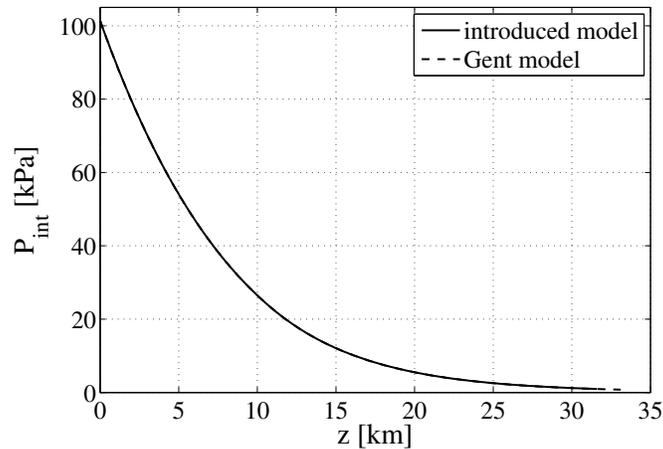


Figura 4.11: Variación de la presión interior del globo, donde se aprecia la semejanza evolutiva entre el modelo aquí introducido y el de Gent. El valor inicial de la presión obtenida con el desarrollo aquí realizado es de 1.0138×10^5 Pa y el valor inicial con el modelo de Gent es de 1.0136×10^5 Pa.

Tabla 4.2: Extracción de resultados del modelo obtenido y del modelo de Gent.

Presión interna inicial	Valor
p_{modelo}	101,382.2 [Pa]
p_{Gent}	101,358.2 [Pa]
Presión interna al instante de explosión y atmosférica	Valor
p_{modelo}	966.9 [Pa]
p_{Gent}	954.7 [Pa]
p_{atm}	921.5 [Pa]

4.4.3. Curvas de Presión - Estiramiento

La gráfica 4.10 muestra la comparación del comportamiento de la membrana del globo sujeta a las condiciones atmosféricas, sin embargo, no es una comparación estricta de los modelos. Una comparación formal se puede realizar por medio del comportamiento mecánico exclusivo de la membrana sujeta a expansión, esto es, por medio de la relación «presión-extensión» de tal forma que no existan parámetros y cargas externas involucradas en el comportamiento y presión exclusiva de la membrana.

La presión en la membrana para el modelo de Mooney-Rivlin se obtiene a partir de la siguiente ecuación:

$$P_{MR} = 2n \left(\lambda^{n-3} - \lambda^{-2n-3} + \frac{C_2}{C_1} (\lambda^{2n-3} - \lambda^{-n-3}) \right) \quad (4.40)$$

donde:

$$n = \text{constante} = 1, 2, 3.$$

$$\lambda = \frac{r_f}{r_o}$$

$\frac{C_2}{C_1}$ = parámetros del material obtenidos de forma experimental y por medio de ajustes.

La ecuación (4.40) se utiliza para graficar varias curvas de presión - extensión, cuando $n = 1$ (modelo de Varga), $n = 2$ (Mooney-Rivlin) y modelos con $n = 3$, y con diversos valores de C_2/C_1 [47-49].

La siguiente expresión que se implementará, refleja el comportamiento del modelo Gent-Thomas [50]:

$$P_{GT} = 4 \left(\lambda^{-1} - \lambda^{-7} \right) + 4 \frac{C_2}{C_1} \frac{\lambda^6 - 1}{\lambda^3(\lambda^6 + 2)} \quad (4.41)$$

Y por último, el modelo de Gent tiene la siguiente forma [51, 52]

$$P_G = 4 \frac{(\lambda^{-1} - \lambda^{-7}) J_m}{J_m + 3 - \lambda^{-4} - 2\lambda^2} \quad (4.42)$$

donde J_m es una constante que actúa como un parámetro de endurecimiento por deformación del material, en particular en una deformación

equi-biaxial como la que hemos planteado en la sección 4.4.2, y el parámetro J_m está limitado al rango $0 < \lambda < \lambda_m$, donde λ_m es la raíz real de $\lambda^{-4} - 2\lambda^2 = 3 + J_m$, [53].

El desarrollo y análisis de las ecuaciones (4.40), (4.41) y (4.42) está más allá del alcance y foco de ésta tesis, por lo que su planteamiento y aplicación son suficientes para el propósito de comparación de modelos. Su aplicación se ha ejecutado en el compendio de «scripts y funciones» que se realizaron en el lenguaje de programación Matlab R2013a® para el desarrollo total de ésta tesis¹.

Para poder obtener una curva presión-estiramiento pura en nuestro modelo y poderlo comparar con las ecuaciones (4.40), (4.41) y (4.42), es necesario eliminar de la ecuación (4.38) los términos que involucran cargas iniciales impuestas, de tal forma que se refleje el comportamiento mecánico exclusivo de la membrana. De este modo y conservando la nomenclatura antes descrita, nuestra ecuación (4.38) toma la siguiente forma:

$$P_{mod} = 2 \frac{-E t_o (\lambda - 1) \lambda^{-2}}{r_f (\nu - 1) \lambda^3} \quad (4.43)$$

El comportamiento de (4.43) se muestra en la figura 4.12, y a continuación los resultados de las expresiones (4.40), (4.41) y (4.42) con distintos valores del parámetro de material C_2/C_1 .

¹El código escrito no se adjunta en la presente, debido a su considerable extensión.

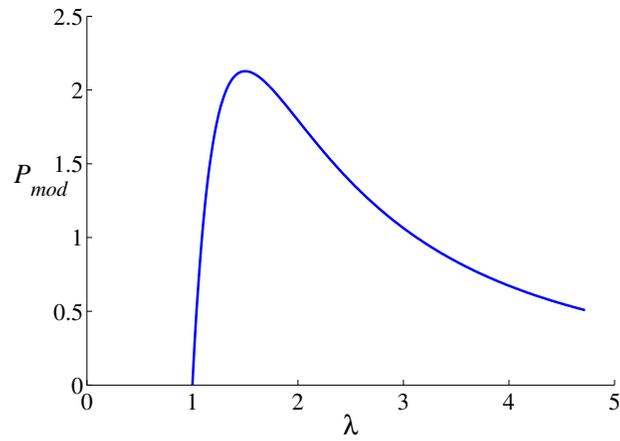
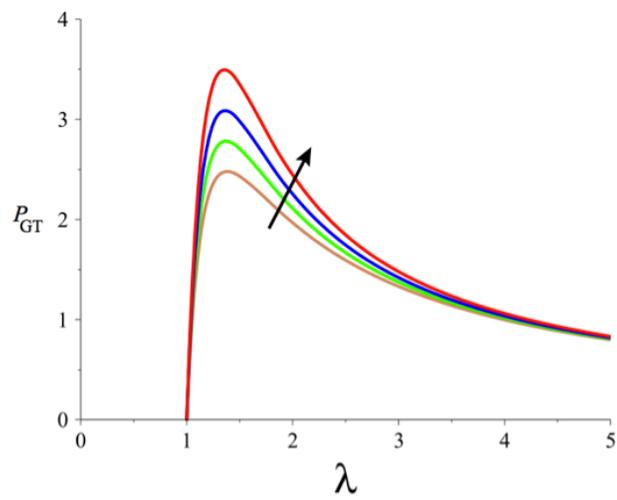


Figura 4.12: Perfil hiperelástico del modelo obtenido.

Figura 4.13: Perfiles hiperelásticos del modelo de Gent-Thomas. La flecha indica los valores crecientes de 0.0, 0.3, 0.6 y 1.0 del parámetro C_2/C_1 .

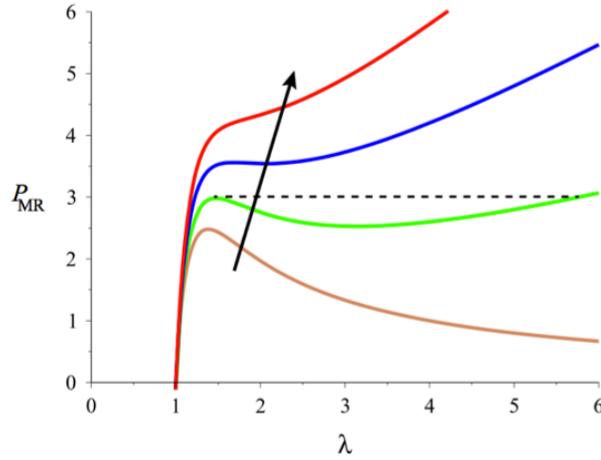


Figura 4.14: Curvas de presión-estiramiento para el modelo de Mooney-Rivlin $n = 2$. La flecha indica los valores de 0, 0.1, 0.2 y 0.3 del parámetro C_2/C_1 y la línea punteada indica el punto donde el 2º crecimiento de la curva alcanza el valor del 1º punto de inestabilidad de la curva.

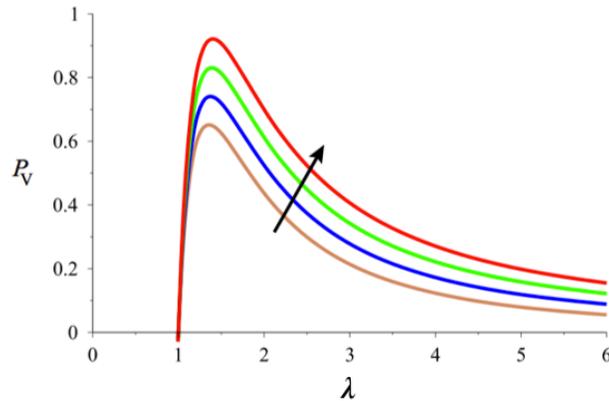


Figura 4.15: Curvas de presión-estiramiento para el modelo de Varga ($n = 1$), correspondiente al modelo de Mooney-Rivlin. Los valores ascendentes del parámetro C_2/C_1 de 0.0, 0.1, 0.2 y 0.3 se indican mediante la flecha mostrada.

Vemos que el perfil de estiramiento de P_{mod} (figura 4.12) tiene cierta similitud con el modelo de Varga (figura 4.15), sin embargo, tiene mayor semejanza de comportamiento, valores y evolución con el modelo Gent-

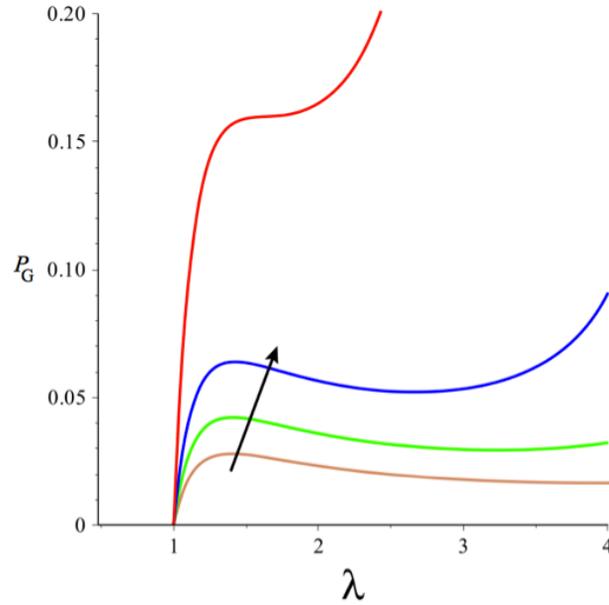


Figura 4.16: Curvas resultantes del modelo de Gent para los parámetros de endurecimiento $J_m = 90, 60, 40$ y 15 . Valores decrecientes indicados por la flecha.

Thomas que se muestra en la figura 4.13. El modelo de Varga difiere más entre todos los modelos, aunque el siguiente análisis también lo incluye, ya que el comportamiento de la ecuación que lo describe refleja el mismo resultado del análisis que a continuación se detalla.

Se observa en todos los casos que siempre se exhibe un punto límite de inestabilidad en la expansión de la membrana, lo cual ilustra el comportamiento teórico esperado, ya que resolviendo las ecuaciones (4.40), (4.41), (4.42) y (4.43) para su máximo local encontramos el valor crítico $\lambda_{crMR} = 1.8$, $\lambda_{crGT} = 1.2$, $\lambda_{crG} = 1.6$ y $\lambda_{crMod} = 1.5$. A partir de este punto, en las ecuaciones (4.41) y (4.43) se aprecia que la presión claramente se comporta respecto a $\lambda^{-1}, \dots, \lambda^{-i}$ tiende $\lambda \rightarrow \infty$ por lo que nunca podrá reflejar una segunda etapa de ascenso. Lo cual no representa los resultados experimentales realizados a hiperextensión esférica de hule, y por lo tanto no deben utilizarse como un modelo potencial para hiperelasticidad.

A diferencia de lo anterior, las figuras 4.14 y 4.16 a partir de $C_2/C_1 = 0.1$ y $J_m = 60$ respectivamente, las curvas muestran un segundo punto de ines-

tabilidad que representa un ascenso en la presión como continuación de la extensión del material. El modelo de Mooney-Rivlin es únicamente válido para valores $0.09 < C_2/C_1 < 0.18$ y no son fieles a hiperextensiones, como lo muestra el modelo de Gent cuya 2ª sección ascendente representa correctamente el comportamiento hiperelástico del hule, debido al parámetro J_m que se ajusta a la evolución del endurecimiento por deformación que sufre el hule antes de fracturarse, por lo cual es el mejor modelo actual para modelar el fenómeno de hiperelasticidad esférica del hule.

El modelo desarrollado y expresado en (4.43) a pesar de que no debe utilizarse para necesidades de hiperelasticidad esférica específicas y detalles, refleja un comportamiento hiperelástico de acuerdo a los modelos de Gent-Thomas, Varga y ciertos valores de Mooney-Rivlin, lo cual permite su uso con confianza dentro del modelo dinámico, como lo muestran las figuras ?? y ?? en la que se aprecia la semejanza del perfil de presión interior de ambos modelos entre los que existe una diferencia de presión interior inicial de 24 Pa y final de 12.2 Pa; además se muestra a continuación en la figura 4.17 una comparación directa de la expansión del radio respecto a la altura para los modelos de Gent, Mooney-Rivlin en sus parámetros con mejor desempeño y el modelo aquí obtenido, en la que se aprecia la semejanza en la evolución de los modelos.

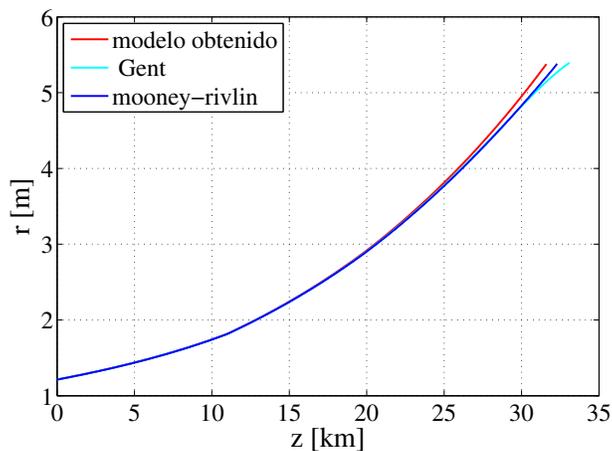


Figura 4.17: Comparación del perfil de expansión del radio respecto a la altura, de acuerdo a los modelos de Gent, Mooney-Rivlin con $n = 2$ y $C_2/C_1 = 0.1$, y el modelo obtenido.

Haciendo un análisis más estricto por medio de estadística, podemos obtener los «coeficientes de correlación» entre los modelos a partir de la covarianza de los mismos.

Las matrices de correlación resultantes entre los modelos, son las siguientes:

Modelo obtenido respecto modelo de Mooney-Rivlin:

$$Coe_{f_{corr}} = \begin{bmatrix} 1.00 & 0.9988 \\ 0.9988 & 1.00 \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

Modelo obtenido respecto modelo de Gent:

$$Coe_{f_{corr}} = \begin{bmatrix} 1.00 & 0.9774 \\ 0.9774 & 1.00 \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

Los coeficientes de correlación varían de -1 a 1, donde [54]:

- Valores cercanos a 1 indican que existe una relación lineal positiva entre las columnas de datos.
- Valores cercanos a -1 indican que existe una relación lineal negativa o inversa entre las columnas de datos.
- Valores cercanos o iguales a 0 sugieren que no existe relación lineal entre las columnas de datos.

Por lo tanto, los coeficientes de correlación (4.45) y (4.44) indican que el comportamiento de los modelos en la escala dinámica de los análisis y procedimientos desarrollados, expresan una fuerte relación lineal entre ellos y demuestra la validez del uso de los modelos expresados en (4.38) y (4.43) aquí obtenidos, para los propósitos y alcances de los análisis planteados con los objetivos del modelado numérico de vuelos suborbitales en globos de presión variable.

4.5. Simulación numérica dinámica de vuelo

↗ Segunda Parte

Con los resultados obtenidos en la sección anterior, podemos retomar la ecuación (4.1) y al desarrollarla tenemos la siguiente ecuación diferencial ordinaria no lineal

$$m_T \frac{d^2z}{dt^2} = (\rho_{(z)} V_{(r)} - m_T)g - \frac{1}{2} C_{d(Re)} \rho_{(z)} A_{(r)} \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 \quad (4.46)$$

que también puede ser expresada como

$$(m_g + m_c + m_{gas} + m_p) v \frac{dv}{dz} = \rho_{(z)} V_{(r)} g - m_T g - \frac{1}{2} C_{d(Re)} A_{(r)} \rho_{(z)} v^2 \quad (4.47)$$

recordando que

$$m_T = (m_g + m_c + m_{gas} + m_p) \quad (4.48)$$

Planteando nuevamente un sistema de ecuaciones de estado para el ascenso de nuestro sistema como

$$\begin{bmatrix} z' \\ v' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v \\ \frac{\rho_{(z)} V_{(r)} g - m_T g - 0.5 C_{d(Re)} \rho_{(z)} A_{(r)} v^2}{m_g + m_c + m_{gas} + m_p} \end{bmatrix} \quad (4.49)$$

La masa del gas de inflado se puede obtener partiendo de (4.15), resolviendo para la densidad sabiendo que $\rho_{gas} = \frac{m}{V}$ y con este valor obtenido, sustituir en la misma definición de densidad considerando el volumen inicial de lanzamiento del globo, sabiendo que el radio de inflado inicial es dado por el fabricante y en este caso se trata de $r_{inicial} = 1.2$ m.

Ahora nos hace falta definir la etapa de descenso y para tal propósito, las ecuaciones de estado planteadas son

$$\begin{bmatrix} z' \\ v' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v \\ \frac{-(m_c + m_p)g + 0.5 \rho_{(z)} (C_d^c A^c + C_d^p A^p) v^2}{m_c + m_p} \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

La solución de ambos sistemas de ecuaciones de estado nos refleja los siguientes resultados de comportamiento del sistema, representados en las siguientes figuras.

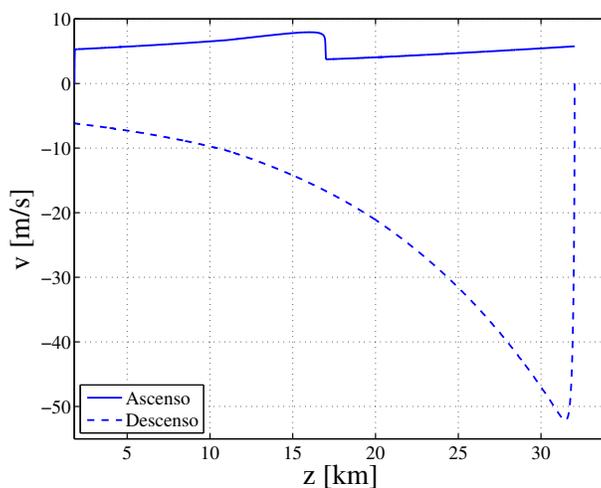


Figura 4.18: Evolución de la velocidad durante las etapas de ascenso y descenso.

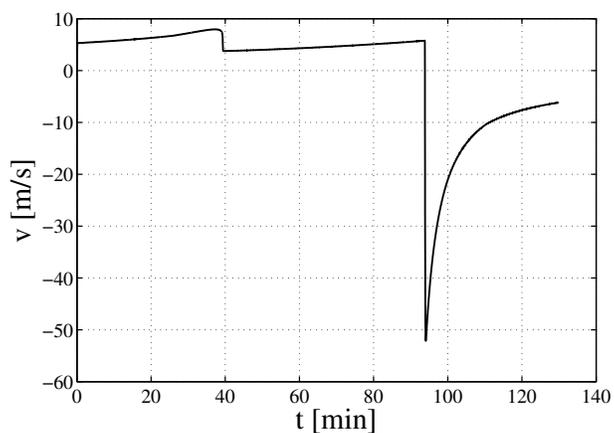


Figura 4.19: Perfil completo de velocidad durante el tiempo total de trayectoria.

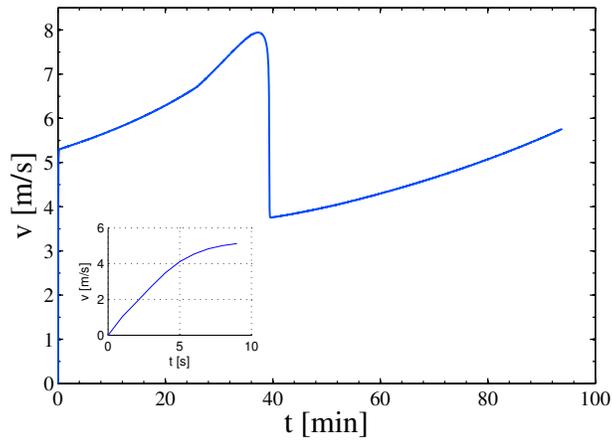


Figura 4.20: Evolución de la velocidad durante la etapa ascendente. Se muestra el detalle de los primeros instantes de ascenso.

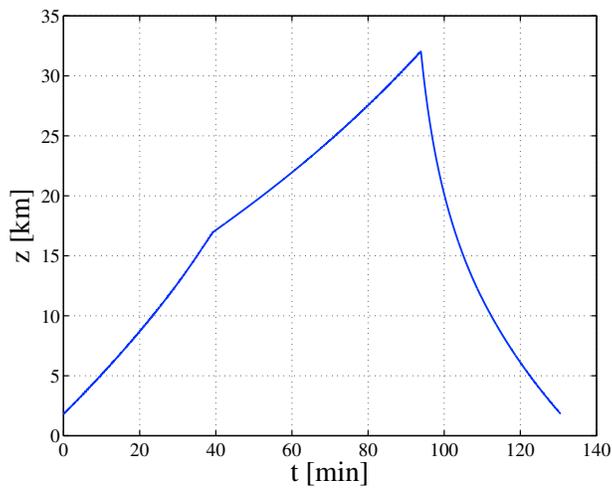
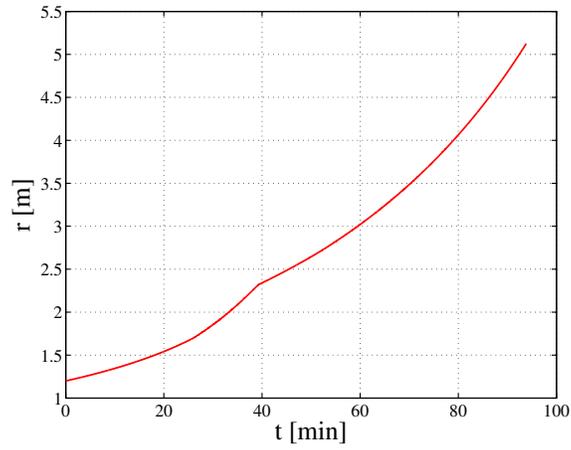
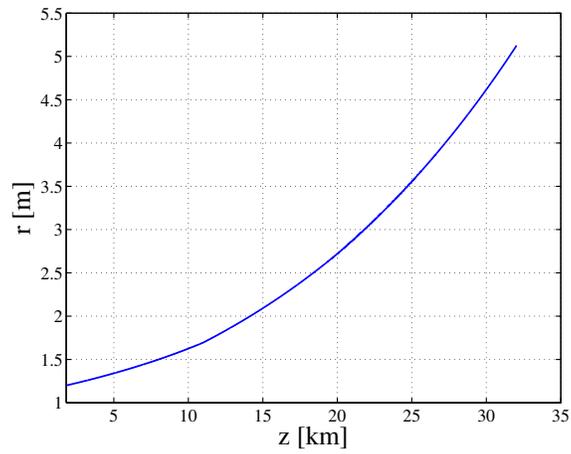


Figura 4.21: Evolución de la altitud hasta el punto máximo de explosión del globo y su etapa de descenso. Se aprecia la altitud de la localidad de lanzamiento, que en este caso corresponde a 1,815 [m] s.n.m.



(a) Expansión del radio respecto del tiempo.



(b) Expansión del radio respecto a la altitud recorrida.

Figura 4.22: Perfiles de expansión del radio.

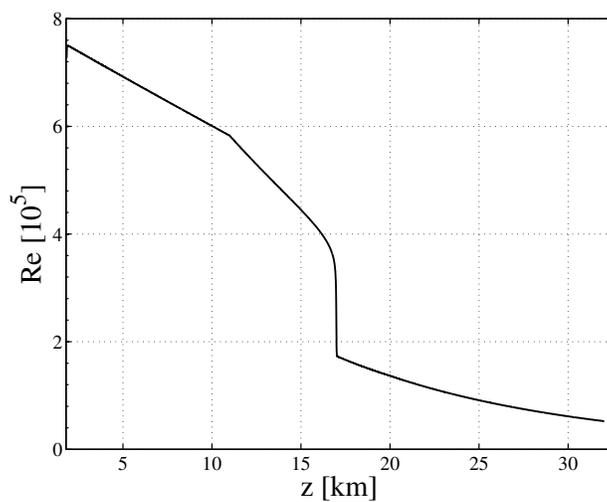


Figura 4.23: Variación del número de Reynolds durante la altitud recorrida.

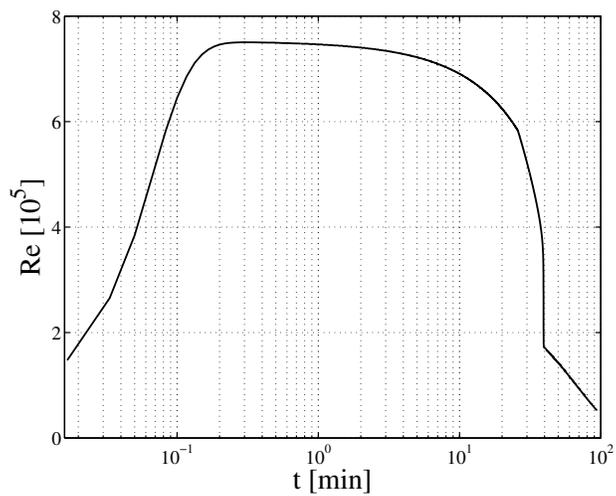


Figura 4.24: Evolución del número de Reynolds durante el tiempo.

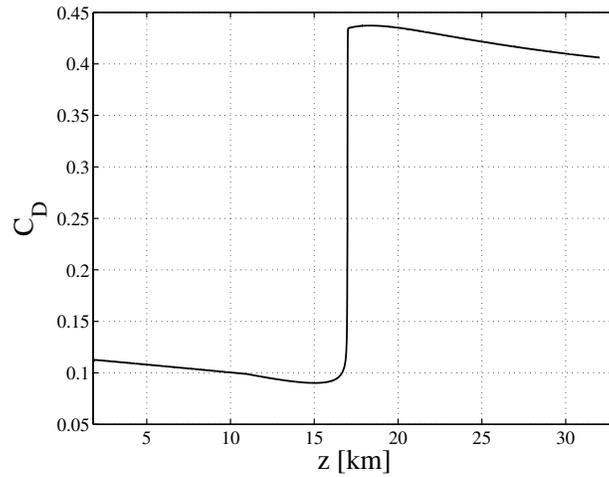


Figura 4.25: Perfil del coeficiente de arrastre obtenido en función del número de Reynolds respecto a la altitud.

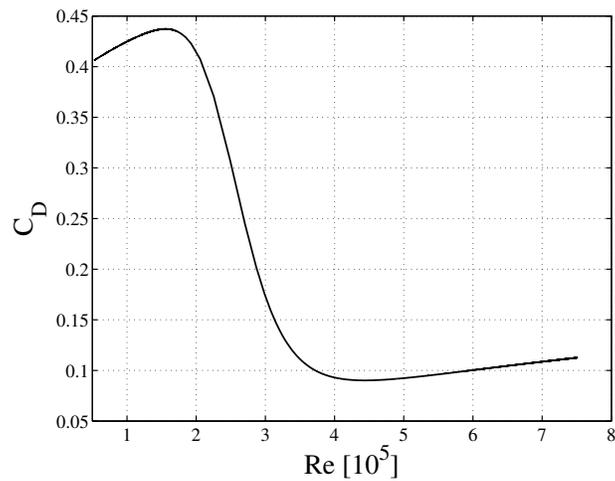


Figura 4.26: Perfil de cambio del coeficiente de arrastre respecto al número de Reynolds durante la trayectoria.

Con los resultados de comportamiento de los modelos, hemos obtenido una descripción completa y detallada de la dinámica de vuelo del globo y carga útil. Podemos apreciar en las figuras 4.18, 4.19 y 4.20 un punto de inestabilidad en la evolución de la componente vertical de velocidad, a causa de los siguientes factores. La razón de ascenso del globo se incrementa con la altitud en la troposfera y en la estratosfera de forma separada, esto es, el paso a través de la tropopausa provoca un decaimiento de la razón de ascenso, resultado del súbito incremento en la temperatura atmosférica como se refleja en la figura 4.1 durante ese lapso de cambio de altitud, sin embargo el factor determinante del punto de inestabilidad, resulta del análisis de las figuras 4.23, 4.24, 4.25 y 4.26 en las que podemos observar que a partir de la velocidad de ascenso obtenida del globo de 5 m/s - 8 m/s, el número de Reynolds decrece abruptamente de $\approx (7 - 8) \times 10^5$ hasta $\approx (5.3 - 8) \times 10^4$ a 32 km de altitud alcanzados. En este rango de números de Reynolds, el coeficiente de arrastre de esferas sufre un súbito incremento que de acuerdo a [55,56] es referido como «crisis de arrastre» conforme el número de Reynolds decrece y experimenta una transición de regímenes. La crisis de arrastre se explica por una transición de la capa límite de turbulenta a laminar conforme Re decrece, lo cual aumenta la posición del punto de separación de la capa límite corriente arriba sobre la superficie de la esfera [57]. Esto se refleja también en las figuras 4.21 y 4.22a en las que el punto de inestabilidad se presenta en el cambio de temperatura, el cambio de capas atmosféricas y la transición de Re debido a la crisis de arrastre y su incremento del punto de separación de la capa límite sobre la superficie del globo.

En la tabla 4.4 extraemos algunos resultados de interés y en la tabla 4.3 se muestran los valores de las variables cuyo valor es constante.

En la siguiente sección 4.5.1 se realiza una comparación de los resultados obtenidos del modelo dinámico respecto a los resultados obtenidos experimentalmente durante el lanzamiento, vuelo y aterrizaje de la carga útil.

Tabla 4.3: Valores asignados a los parámetros constantes de las ecuaciones de estado.

Parámetro	Valor	Dimensiones
C_d^c	1.05	adimensional
m_c	2.28	kg
A_c	0.045	m^2
C_d^p	1.1	adimensional
m_p	0.2	kg
m_g	3	kg
A_p	1.13	m^2
g	9.81	m/s^2

Tabla 4.4: Resultados extraídos complementarios a las gráficas de comportamiento, a partir de la solución de las ecuaciones de estado en régimen transitorio.

Variable	Resultado	Descripción
t_T	131 min	tiempo total de trayectoria
t_{asc}	94 min	tiempo de ascenso hasta explosión del globo
t_{des}	37 min	tiempo de descenso
z_{max}	32,030 m	altitud máxima alcanzada
v_{imp}	6 m/s	velocidad al instante de impacto
v_{max}^a	8 m/s	velocidad máxima alcanzada durante el ascenso
v_{max}^d	51 m/s	velocidad máxima en la etapa de caída

4.5.1. Simulación numérica contra experimental

A continuación se muestran las gráficas resultantes de la adquisición de datos realizada por los sensores de los sistemas de telemetría de la CSM-UNAM y su comparación con los resultados de los modelos numéricos aquí desarrollados.

De las figuras 4.27 – 4.30, extraemos resultados en la tabla 4.5.

Podemos inducir que la diferencia expuesta en la tabla 4.5 respecto a los

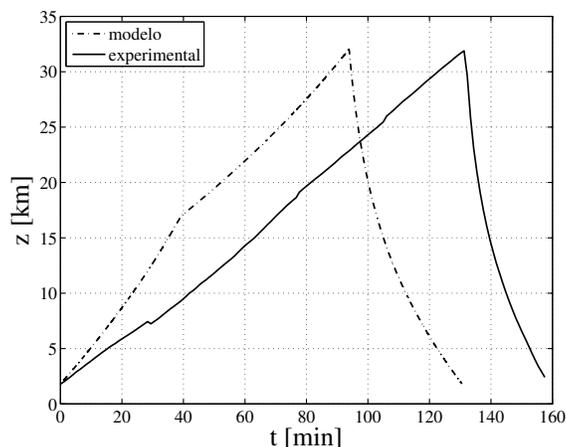


Figura 4.27: Evolución del ascenso en el modelo numérico y en la adquisición de datos experimentales hasta el punto máximo de explosión del globo y su etapa de descenso. Se aprecia la altitud de la localidad de lanzamiento, que en este caso corresponde a 1,815 [m] s.n.m.

Tabla 4.5: Resultados de valores de simulación numérica y experimentales

Parámetro	Simulación	Experimental
ascenso t_{asc}	94 min	128 min
tiempo total t_T	131 min	158 min
altitud z_{max}	32,030 m	31,883 m
vel. impacto v_{imp}	6.06 m/s	5.94 m/s

tiempos de recorrido t_{asc} y t_T entre el modelo numérico y el experimental, se debe a que el modelo numérico desarrollado no considera la componente horizontal del vector velocidad de la carga útil. Lo anterior provoca que el ascenso carezca de los efectos dinámicos de ésta componente y por lo tanto, llegue a su altura máxima en menos tiempo, sin embargo, cabe notar que la altitud máxima alcanzada z_{max} es muy cercana entre ambos resultados y refleja de forma suficiente éste parámetro.

La figura 4.28 muestra la adquisición de datos experimental de la velocidad de la carga útil. Para poder trabajar con ellos, se realizó una conversión de datos y un filtrado de señal mediante un filtro paso bandas, de modo que eliminamos el ruido de la señal adquirida y el resultado se muestra en

la figura 4.29.

La comparación de los resultados experimentales de la figura 4.29 con los resultados numéricos de la figura 4.30, no es una comparación representativa entre ambos, ya que los resultados experimentales del sensor de velocidad incluido en el GPS del sistema de telemetría de la carga útil, reflejan los valores del «vector resultante de velocidad» y no exclusivamente de la componente vertical del mismo. Por lo tanto no es una comparación que tenga validez y pueda ser útil para correlacionar el parámetro antes mencionado.

A pesar de lo anterior, es posible notar en la figura 4.29 una tendencia a incrementar la velocidad hasta llegar a un punto máximo en el que se presenta una inestabilidad muy marcada de dicha tendencia aproximadamente a los 55 min. de ascenso, donde la velocidad decae abruptamente para luego incrementarse nuevamente hasta el punto de explosión del globo. Lo anterior se presenta también en la figura 4.30 donde es fácilmente notable. En ambos casos, dicho comportamiento es resultado del análisis dinámico hecho previamente en la sección 4.5.

Los valores de velocidad durante el ascenso del modelo numérico concuerdan con los valores que se reportan en [58–60] para la razón de ascenso vertical de globos de presión variable, por lo que existe cierta confianza en sus resultados, sin embargo, una instrumentación más especializada en futuros vuelos nos permitirá tener la confianza experimental directa y no la que nos proporcionan los valores recaudados experimentalmente por otras instituciones y grupos, aún considerándose válidos.

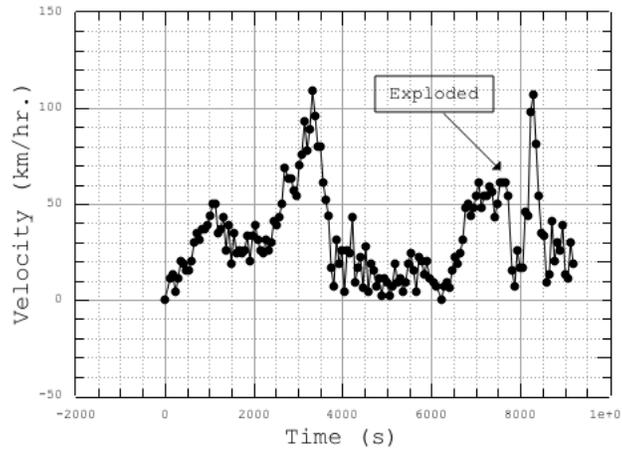


Figura 4.28: Datos de velocidad del vuelo de la CSM-UNAM.

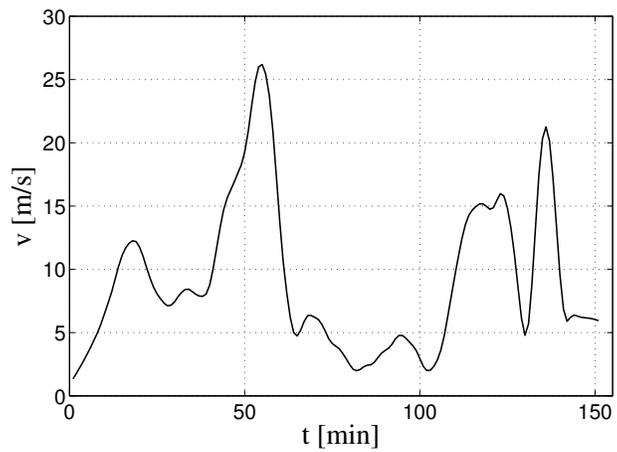


Figura 4.29: Perfil de velocidad de la CSM-UNAM post-procesado.

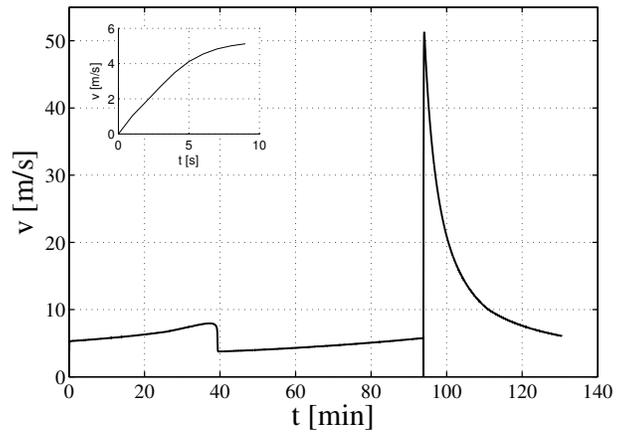


Figura 4.30: Perfil numérico de la componente vertical de velocidad durante el tiempo total de trayectoria.

Capítulo 5

Conclusiones

Las inducciones realizadas de los problemas planteados durante el desarrollo de ésta tesis, llevaron a la ejecución correcta de modelados y simulaciones que han mostrado su validez como se ha expuesto en las secciones 4.4.3 y 4.5.1, de tal forma que, la presente ha sentado bases sólidas de una metodología de diseño, modelado y simulación para los futuros grupos que realicen vuelos suborbitales en globos estratosféricos.

5.1. Recomendaciones

- Hacer una selección estricta de materiales considerando condiciones aeroespaciales como se realizó en la sección 3.4, llevará a cumplir con el propósito de implementar en consecutivas ocasiones a la CSM-UNAM eficientemente.

- Realizar el diseño y sobretodo la implementación de un dissipador de energía es fundamental para el éxito del propósito de utilizar la misma estructura (góndola) en varios vuelos. Durante la gestación de ésta tesis, muy al inicio, se realizó un ejercicio de modelado y simulación de un atenuador de impacto, de tal modo que se tuviese la base para comenzar a iterar con las siguientes propuestas de diseño geométrico estructural y materiales, sin embargo, este tópico no formó parte del cuerpo de ésta tesis. A continuación se muestran algunas imágenes del ejercicio de impacto severo realizado.

Se graficaron diversos parámetros, entre ellos, la energía disipada, desaceleración, fuerza resultante en la sección de contacto con la estructura, velocidad, energías interna, cinética y numéricas. Por lo tanto, se sabe que ejecutar un diseño y análisis de un dissipador de energía puede lograrse sin

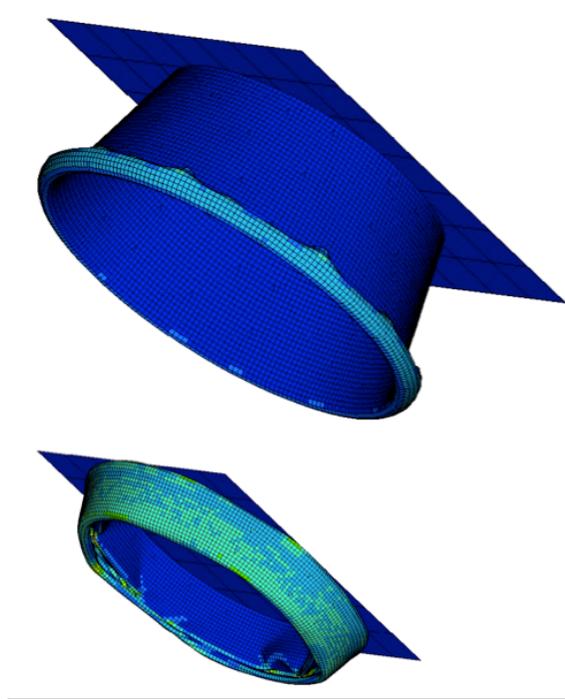


Figura 5.1: Geometría de ejemplo representando un disipador de energía en inicio de deformación y completamente deformado.

contratiempos y en poco tiempo haciendo las consideraciones expuestas en el desarrollo de ésta tesis, lo cual permitirá una serie exitosa de vuelos futuros utilizando la misma estructura para la carga útil en todas las ocasiones.

- Paralelo al ejercicio del disipador de energía, se creó un diseño estructural «flotante» para el cuerpo de instrumentación. El cual consiste en tener estructuras independientes, una siendo la góndola y otra que contiene a la instrumentación. Ambas estructuras alineadas y en contacto mediante elementos acumuladores de energía elástica potencial o de elementos disipadores de energía. Conservar esta idea de estructuras independientes contribuirá de forma significativa al éxito en la recuperación intacta de la instrumentación como apoyo al disipador de energía. Se propone tener elementos que unan de forma fija la sección de instrumentación a la góndola en la sección superior o en los costados para mantener la alineación correcta de cada segmento de electrónica al resto de la estructura y de sus conec-

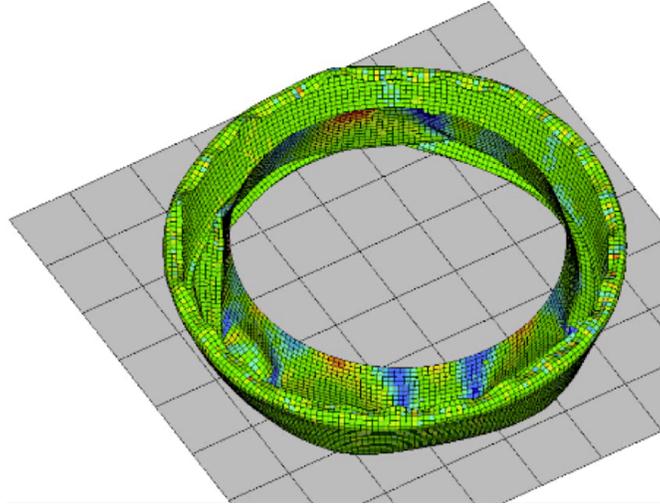


Figura 5.2: Perspectiva de la geometría de ejemplo del disipador de energía contra la superficie de impacto.

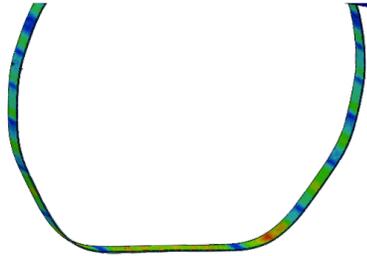


Figura 5.3: Ejemplificación de un atenuador de impacto mediante un aro de aluminio en estado deformado tras simular una caída libre con peso encima.

tores para atenuar las oscilaciones que elementos como resortes no bien calculados puedan provocar, y colocar amortiguamiento entre cada sección de tarjetas electrónicas. Lo anterior se puede lograr mediante la implementación de elementos de disipación de energía por deformación plástica en lugar de resortes y conservar el amortiguamiento inter-tarjetas. La figura 5.4 muestra uno de los diseños estructurales realizados, resaltando algunos de los puntos mencionados en este párrafo.

- Diseñar una sección de la instrumentación destinada a la adquisición de datos de velocidad y aceleración por medio de un acelerómetro de 3 ejes

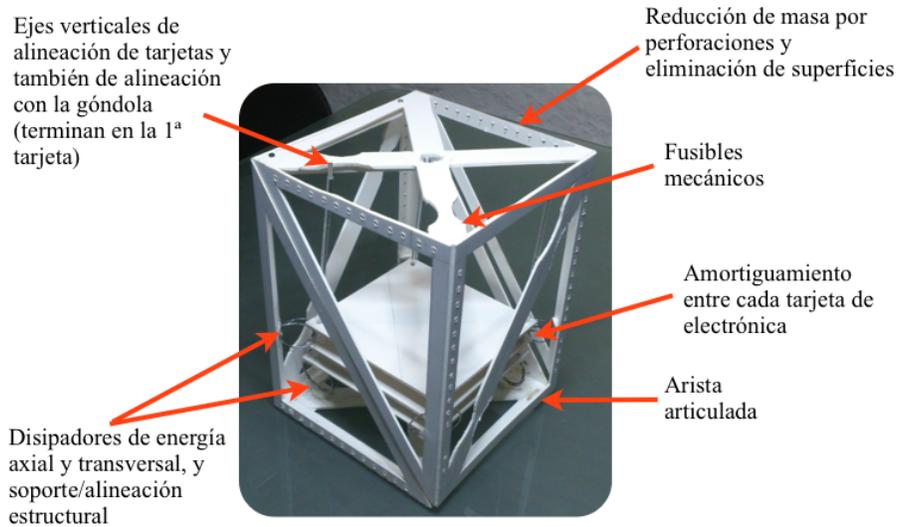


Figura 5.4: Ejemplificación de uno de los diseños estructurales propuestos.

y un giroscopio de 2 ó 3 ejes que en conjunto tengan por lo menos 5 grados de libertad de medidas inerciales, lo cual permitirá ejecutar comparaciones significativas y por lo tanto correlaciones entre las simulaciones numéricas y los datos experimentales de futuros vuelos.

- Agregar al modelado numérico dinámico una componente horizontal del vector velocidad por medio de los valores existentes en datos de velocidad promedio de vientos en la zona geográfica de lanzamiento, de tal modo que los efectos dinámicos de ésta componente puedan ser involucrados en la simulación y cada vez sea más estrecho el margen de correlación entre los datos del vector velocidad comparados.

- Ejecutar mediciones del diámetro del globo y de fuerza de empuje libre, instantes antes de su lanzamiento/liberación, así como de la masa del gas utilizado para su inflado y valores atmosféricos locales, igualmente permitirán hacer modelos más precisos en futuros vuelos.

Apéndice A

Índices de materiales

Tabla A.1: Diseño con resistencia limitada, elásticamente.

Elementos	Maximizar
Resortes	
• máxima energía elástica almacenada por unidad de volumen; sin falla	σ_y^2/E
• máxima energía elástica almacenada por unidad de masa; sin falla	$\sigma_y^2/E\rho$
Articulaciones elásticas	
• radio de doblado a ser minimizado (máxima flexibilidad sin falla)	σ_y/E
Diafragmas	
• máxima flexión bajo fuerza o presión especificada	$\sigma_y^{3/2}/E$

Tabla A.2: Diseño con rigidez limitada a la mínima masa.

Elementos	Maximizar
Varilla (pilar en tensión)	
• rigidez, longitud, forma especificadas; área de sección libre	E/ρ
Ejes (con carga a torsión)	
• rigidez, longitud, forma especificadas; área de sección libre	$G^{1/2}/\rho$
• rigidez, longitud, radio exterior especificados; espesor de pared libre	G/ρ
• rigidez, longitud, espesor de pared especificados; radio exterior libre	$G^{1/3}/\rho$
Vigas (carga a flexión)	
• rigidez, longitud, forma especificadas; área de sección libre	$E^{1/2}/\rho$
• rigidez, longitud, altura especificados; base libre	E/ρ
• rigidez, longitud, base especificados; altura libre	$E^{1/3}/\rho$
Columna (pilar en compresión)	
• carga de flexión, longitud, forma especificadas; área de sección libre	$E^{1/2}/\rho$

Tabla A.3: Diseño con resistencia limitada a la mínima masa.

Elementos	Maximizar
Varilla (pilar en tensión)	
• rigidez, longitud, forma especificadas; área de sección libre	σ_y/ρ
Ejes (con carga a torsión)	
• rigidez, longitud, forma especificadas; área de sección libre	$\sigma_y^{2/3}/\rho$
• rigidez, longitud, radio exterior especificados; espesor de pared libre	σ_y/ρ
• rigidez, longitud, espesor de pared especificados; radio exterior libre	$\sigma_y^{1/2}/\rho$
Vigas (carga a flexión)	
• rigidez, longitud, forma especificadas; área de sección libre	$\sigma_y^{2/3}/\rho$
• rigidez, longitud, altura especificados; base libre	σ_y/ρ
• rigidez, longitud, base especificados; altura libre	$\sigma_y^{1/2}/\rho$
Columna (pilar en compresión)	
• carga de flexión, longitud, forma especificadas; área de sección libre	σ_y/ρ

Bibliografía

- [1] Y. A. Cengel and J. M. Cimbala, *Fluid Mechanics: Fundamentals and Applications*. McGraw Hill, 3rd ed., 2006.
- [2] <http://www.redbullstratos.com/gallery/images/>, "Redbull stratos," 2015.
- [3] <http://www.space-travel.com/reports/>, "Zero pressure balloon," January 2009.
- [4] <https://cnes.fr/fr/web/CNES-fr/3333-envisat-et-les-ballons-du-cnes-veillent-sur-la-couche-dozone.php>, "Zero pressure balloon for scientific observations," May 2005.
- [5] J. N. www.nott.com, "Super pressure balloons," 2015.
- [6] <http://www.proyectodaedalus.com>, "Sounding balloons," 2010.
- [7] E. C. L., "El uso de globos estratosféricos en investigación espacial <http://www.sandglasspatrol.com/tecnicos/>," 2015.
- [8] F. Trillaud, "Diseño y estudios termo-mecánicos de una carga útil ligera para globos estratosféricos.," tech. rep., Instituto de Ingeniería UNAM, 2015.
- [9] R. L. Mott, *Machine Elements in Mechanical Design*. Pearson, 5 ed., 2015.
- [10] R. L. Norton, *Machine Design*. Pearson, 4 ed., 2012.
- [11] A. H. Burr, *Mechanical Design and Analysis*. Prentice-Hall,, 2 ed., 1995.
- [12] R. Hibbeler, *Mechanics of Materials*. Prentice-Hall, 2011.
- [13] Junivall, *Stress, Strain and Strength*. McGraw Hill, 1967.

- [14] AIAA, "Space systems - structures, structural components, and structural assemblies," tech. rep., AIAA, 2005.
- [15] NASA, "Structural design and test factors for spaceflight hardware," tech. rep., National Aeronautics and Space Administration, 2010.
- [16] G. Dieter, *Engineering Design, a Materials and Processing Approach*. McGraw Hill, 1991.
- [17] R. Hibbeler, *Vector Mechanics for Engineers*. Pearson, Prentice Hall, 10th ed., 2004.
- [18] D. Pnueli, *Fluid Dynamics*. Cambridge University Press, 1992.
- [19] F. P. Beer, *Mechanics of materials*. McGraw Hill, 7th ed., 2014.
- [20] J. Lemaitre, *Mechanics of Solid Materials*. Cambridge University Press, 1st ed., 2000.
- [21] N. S. Nise, *Control Systems Engineering*. Wiley, 3rd ed., 2000.
- [22] Cebon and D.Ashby, "Charts/data/tools/... www.grantadesign.com," 2015.
- [23] "Granta design, ces edupack 2015, granta design limited, uk (www.grantadesign.com)."
- [24] N. T. Memorandum, "Aeronautic structures manual," tech. rep., Marshall Space Flight Center, August 1975.
- [25] NOAA, "Federal meteorological handbook no. 3 rawinsonde and pibal observations," tech. rep., Office of the Federal Coordinator for Meteorological Services and Supporting Research, Washington, DC, May 1997.
- [26] NASA and NOAA, "U.s. standard atmosphere," tech. rep., National Oceanic and Atmospheric Administration, National Aeronautics and Space Administration, 1976.
- [27] F. W. Leslie and C. G. Justus, "The nasa marshall space flight center earth global reference atmospheric model—2010 version," tech. rep., National Aeronautics and Space Administration, 2010.
- [28] Y. A. Cengel and M. A. Boles, *Thermodynamics, an Engineering Approach*. McGraw Hill, fifth ed., 2006.

- [29] N. Yajima, T. Imamura, N. Izutsu, and T. Abe, *Scientific Ballooning: Technology and Applications of Exploration Balloons Floating in the Stratosphere and the Atmospheres of Other Planets*. Springer, 2009.
- [30] F. M. White, *Fluid Mechanics*. McGraw Hill, sixth ed., 2008.
- [31] E. Loth, "Drag of non-spherical solid particles of regular and irregular shape," *Powder Technology*, vol. 182, March 2008.
- [32] A. Gallice, F. G. Wienhold, C. R. Hoyle, F. Immler, and T. Peter, "Modeling the ascent of sounding balloons: derivation of the vertical air motion," *Atmospheric Measurement Techniques*, 2011.
- [33] K. Son, J. Choi, W. Jeon, and H. Choi, "Effect of free-stream turbulence on the flow over a sphere," *Physics of Fluids*, vol. 22, 2010.
- [34] F. A. Morrison, *An Introduction to Fluid Mechanics*. Cambridge University Press, 2013.
- [35] J. R. Howell, *Principios de Termodinámica para Ingeniería*. McGraw Hill, 1era ed., 1990.
- [36] N. I. Obodan, *Nonlinear Behaviour and Stability of Thin-Walled Shells*. Springer, illustrated ed., 2014.
- [37] A. Ortiz Prado, *Introducción a la mecánica del medio continuo*. Universidad Nacional Autónoma de México, 1 ed., 2013.
- [38] G. T. Mase, *Continuum mechanics for engineers*. Taylor and Francis Group, LLC, 3rd ed., 2010.
- [39] L. R. G. Treloar, *The Physics of Rubber Elasticity*. Oxford University Press, 1975.
- [40] P. Mott, "The bulk modulus and poissons's ratio of incompressible materials," *Journal of Sound and Vibration*, January 2008.
- [41] N. Murphy, "A method of real-time biaxial strain control in fatigue testing of elastomers," *Constitutive Models for Rubber*, vol. VII, 2012.
- [42] M. Johnson, "The equibiaxial fatigue characteristics of epdm under true (cauchy) stress control conditions," *Constitutive Models for Rubber*, vol. VIII, 2013.

- [43] R. Mangan, "Gent models for the inflation of spherical balloons," *Journal of Non-Linear Mechanics*, vol. 68, pp. 52–58, January 2015.
- [44] L. M. Kanner, "Inflation of strain-stiffening rubber-like thin spherical shells," *Journal of Non-Linear Mechanics*, vol. 42, pp. 204–215, March 2007.
- [45] MSC Software Corporation, *Nonlinear Finite Element Analysis of Elastomers*, (815 Colorado Boulevard, Los Angeles, California, USA), 2014.
- [46] O. R. W., *Nonlinear Elastic Deformations*, vol. A. Ellis Harwood Ltd., 1997.
- [47] M. Destrade, R. Ogden, I. Sgura, and L. Vergori, "Straightening wrinkles," *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 65, 2014.
- [48] O. Varga, *Stress–Strain Behavior of Elastic Materials*. Interscience, New York, 1966.
- [49] M. Mooney, "A theory of large elastic deformation," *J. Appl. Phys.* 11, 1940.
- [50] A. Gent and A. Thomas, "Forms for the stored (strain) energy function for vulcanized rubber," *J. Polym. Sci.*, vol. 28, 1958.
- [51] A. Gent, "A new constitutive relation for rubber," *Rubber Chem. Technol.*, vol. 69, 1996.
- [52] A. Gent, "Elastic instabilities of inflated rubber shells," *Rubber Chem. Technol.*, vol. 72, 1999.
- [53] R. Ogden, G. Saccomandi, and I. Sgura, "Fitting hyperelastic models to experimental data," *Comput. Mech.*, vol. 34, 2004.
- [54] A. Pierdant and J. Rodriguez, *Estadística aplicada II*. Patria, 1 ed., 2010.
- [55] Penn State University, *Drag on Spheres*, January 2012.
- [56] C. Frohlich, "Aerodynamic drag crisis and its possible effect on the flight of baseballs," *Phys.*, vol. 52, April 1984.
- [57] V. J. K. and S. R. L., *Elementary Fluid Mechanics*. Wiley, 5th ed., 1976.
- [58] A. L. Morris, "Scientific ballooning handbook," tech. rep., NATIONAL CENTER FOR ATMOSPHERIC RESEARCH, BOULDER, COLORADO, May 1975.

-
- [59] National Aeronautics and Space Administration, *Structural requirements and recommendations for balloon gondola design*, 2013.
- [60] W. Blackmore and R. Kardell, "Application of radiosonde ascent rate variations to detect atmospheric turbulence affecting aircraft," *Oper. Met.*, vol. 2, October 2013.