



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MEXICO
POSGRADO EN CIENCIAS FÍSICAS

ESPECTROSCOPIA LIBRE DE DOPPLER EN EL SISTEMA EN
ESCALERA $5S \rightarrow 5P \rightarrow 6P$ EN RUBIDIO ATÓMICO:
EFECTOS DE LA POLARIZACIÓN DE LA LUZ EN LA TRANSICIÓN
CUADRUPOLAR ELÉCTRICA $5P_{3/2} \rightarrow 6P_{3/2}$

T E S I S
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
DOCTOR EN CIENCIAS (FÍSICA)

PRESENTA:
CRISTIAN ADAN MOJICA CASIQUE

TUTOR PRINCIPAL:
JOSÉ IGNACIO JIMENÉZ MIER Y TERÁN
INSTITUTO DE CIENCIAS NUCLEARES, UNAM

MIEMBRO DEL COMITÉ TUTOR:
ANTONIO MARCELO JUARÉZ REYES
INSTITUTO DE CIENCIAS FÍSICAS, UNAM

MIEMBRO DEL COMITÉ TUTOR:
KAREN PATRICIA VOLKE SEPÚLVEDA
INSTITUTO DE FÍSICA, UNAM

CIUDAD DE MÉXICO, ENERO 2016



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Por tu apoyo, compañía y comprensión.

Por tu tiempo, por todos los días y por todas las noches.

Por tu amor.

Y porque serás mi inspiración para toda la vida.

Para ti, Erika

Agradecimientos

A toda mi familia, quienes me han enseñado a valorar y disfrutar la vida. Gracias por todo el afecto que me han dado en las buenas y en las malas.

A mi tutor, el Dr. Jiménez, quien siempre me ha ayudado de manera extraordinaria a sacar adelante este trabajo y sobre todo por ser guía en el camino de la física. También, agradezco al Dr. Flores y los compañeros de trabajo quienes siempre han hecho que el tiempo en el laboratorio sea una experiencia excelente. Gracias por aquellas charlas al calor de un café que me hicieron hacer de la física un estilo de vida. De igual manera, agradezco al Sr. José Rangel, del taller mecánico del ICN, por su apoyo en la construcción de piezas indispensables en el experimento.

A mis amigos. Por la compañía y los buenos consejos. Con los que de alguna u otra forma he aprendido a ser mejor tanto personal como académicamente.

Agradezco, también el apoyo de los proyectos SEP-CONACYT 168451-11, PAPIIT IN110812, PAPIIT IN112516, y del Laboratorio Nacional de Materia Cuántica: Materia Ultrafría e Información Cuántica (LANMAC) No. 232652 por el apoyo otorgado para realización de este trabajo.

Resumen

Se presenta el estudio de la excitación en escalera $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2} \rightarrow 6P_{3/2}$ en átomos de rubidio a temperatura ambiente. Se utiliza la técnica de espectroscopia de doble resonancia óptica libre de ensanchamiento por efecto Doppler para obtener espectros con estructura hiperfina. La excitación en escalera consiste en un paso de preparación $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$ dipolar eléctrica, seguido de una transición cuadrupolar eléctrica $5P_{3/2} \rightarrow 6P_{3/2}$. Se analizan los espectros obtenidos por la emisión de fluorescencia azul de 420 nm debido al decaimiento espontáneo $6P_{3/2} \rightarrow 5S_{1/2}$.

Se presenta un estudio teórico y experimental del efecto de la polarización de la luz que produce las transiciones. Se encuentra que cuando se utiliza luz circularmente polarizada para el primer paso, se produce un estado atómico orientado en el nivel intermedio $5P_{3/2}$. En este caso, al utilizar luz polarizada linealmente en el segundo paso, se transfiere el estado orientado al nivel $6P_{3/2}$. Por otro lado, al utilizar luz linealmente polarizada para ambos pasos, se obtienen estados alineados y las líneas del espectro siguen una ley de coseno cuadrado en función de las direcciones relativas del vector de polarización de cada haz. Como consecuencia, se muestra que la configuración de polarizaciones favorece reglas de selección específicas para las proyecciones magnéticas de los niveles hiperfinos $6P_{3/2}$. Esto permite proponer la transición cuadrupolar como una herramienta para el control de las poblaciones en sistemas atómicos sin necesidad de campos externos. Adicionalmente, el modelo puede ser usado para interpretar espectros de otros sistemas con átomos alcalinos.

Abstract

The study of ladder excitation sequence $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2} \rightarrow 6P_{3/2}$ in room-temperature rubidium atoms is presented. Doppler-free optical double-resonance spectroscopy technique is used to resolve the hyperfine structure. Ladder excitation consist on electric dipole preparation step $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$ followed by a quadrupole excitation step $5P_{3/2} \rightarrow 6P_{3/2}$. Spectra for the $6P_{3/2} \rightarrow 5S_{1/2}$ fluorescence decay are obtained for different beam polarization configurations.

A detailed theoretical and experimental study is presented for the polarization configurations. When a circularly polarized preparation beam is used, it produces an oriented $5P_{3/2}$ intermediate state. In this case, a linearly polarized quadrupole excitation beam transfers the oriented state to $6P_{3/2}$ state. In the other hand, when both lasers beams are linearly polarized the spectra follow a squared cosine dependence on the angle between polarization directions. Consequently, it is shown that the choice of polarization configuration allows direct use of the electric quadrupole transitions selections rules to control the population of the $6P_{3/2}$ hyperfine magnetic sublevels with no external fields. Therefore, it is shown that the choice of polarization configuration allows direct use of the electric quadrupole transitions selections rules to control the population of the $6P_{3/2}$ hyperfine magnetic sublevels with no external fields. This could be used as a tool to produce specific atomic systems. Additionally, the model could be useful to interpret spectra for similar systems in alkali atoms.

Espectroscopia libre de Doppler en el sistema
en escalera $5S \rightarrow 5P \rightarrow 5D$ en rubidio
atómico: efectos de la polarización de la luz en
la transición cuadrupolar eléctrica

$$5P_{3/2} \rightarrow 6P_{3/2}$$

Cristian Mojica

Enero 2017

Índice general

1. Introducción	1
2. Transiciones Atómicas en rubidio	5
2.1. Átomos alcalinos	5
2.1.1. Aproximación del campo central	5
2.1.2. Funciones de onda para átomos alcalinos	8
2.1.3. Estructura fina e hiperfina de átomos alcalinos	9
2.2. Átomo alcalino en un campo electromagnético	11
2.2.1. Hamiltoniano de interacción	14
2.2.2. Transiciones dipolares eléctricas	15
2.2.3. Transiciones de orden superior	16
2.3. Transiciones eléctricas y reglas de selección	19
2.3.1. Estados atómicos y armónicos esféricos	20
2.3.2. Elementos de matriz para el hamiltoniano de interacción	26
2.4. Transiciones en el átomo de rubidio	29
3. Modelo de tres pasos	37
3.1. Modelo de tres pasos	37
3.2. Preparación del estado $5P_{3/2}$	44
3.3. Excitación cuadrupolar eléctrica $5P_{3/2} \rightarrow 6P_{3/2}$	51
3.3.1. Configuración lineal-lineal	54
3.3.2. Configuración circular-lineal	59
3.4. Población en los estados $6P_{3/2}$	59
3.5. Decaimiento espontáneo	60
3.6. Cálculo de las intensidades relativas	63
3.6.1. Intensidad relativa en el caso lineal-lineal	64
3.6.2. Intensidad relativa en el caso circular-lineal	65
3.6.3. Intensidad relativa en el experimento	65

4. Resultados experimentales	67
4.1. Desarrollo Experimental	67
4.1.1. Caracterización del haz de preparación	69
4.1.2. Caracterización del haz de excitación cuadrupolar	74
4.1.3. Sistema de detección	77
4.1.4. Lectura y almacenamiento de datos	78
4.2. Análisis de espectros	79
4.2.1. Método de selección de espectros	79
4.2.2. Configuración lineal - lineal	81
4.2.3. Configuración circular - lineal	87
4.3. Comparación modelo - experimento	90
5. Conclusiones	91
A. Orden de Magnitud...	95
A.1. Interacción a segundo orden \mathbf{A}^2	95
A.2. Transiciones multipolares	96
B. Código para el paso de preparación	97
B.1. Definición de estados	97
B.2. Construcción de ecuaciones de evolución	99
B.2.1. Evolución temporal	102
B.3. Promedio temporal	104
B.3.1. Calculo del estado estacionario	105
B.4. Guardar archivo de evolución temporal	105
C. Tubo fotomultiplicador	107
D. Programa para el análisis de espectros	109

Capítulo 1

Introducción

El uso de espectroscopia láser para estudiar transiciones atómicas ha sido una herramienta indispensable para el estudio de sistemas cuánticos [1]. Como primera aproximación, la interacción de la radiación electromagnética con los sistemas atómicos se describe por la interacción dipolar eléctrica. Esta aproximación establece que la longitud de onda de la radiación electromagnética es considerablemente mayor que las dimensiones atómicas, por lo tanto, la interacción de la radiación electromagnética con el átomo se puede describir mediante un hamiltoniano de interacción tipo dipolar eléctrico[2].

La interacción dipolar eléctrica ha permitido estudiar fenómenos que van desde el bombeo óptico hasta el enfriamiento y atrapamiento de átomos. En sistemas más específicos se utiliza la aproximación dipolar eléctrica para describir fenómenos de coherencia como la transparencia electromagnéticamente inducida (EIT, por sus siglas en inglés) [3, 4, 5], donde es posible controlar las propiedades de absorción de sistema atómico y volverlo transparente al paso de un haz láser. El efecto Autler-Townes [6, 7, 8], que describe el desdoblamiento de estados atómicos debido a altas potencias de la luz que interactúa con los átomos. El efecto *Electron Shelving* [9, 10], que consiste en mantener átomos en estados excitados por tiempos largos debido a una vida media relativamente grande. O el efecto STIRAP, *Stimulated Raman adiabatic passage* en inglés [11, 12], que describe el paso adiabático de poblaciones entre niveles que no están acoplados por la radiación electromagnética. Estos fenómenos, a su vez, han sido utilizados en el desarrollo de ingeniería cuántica donde se busca manipular sistemas cuánticos tanto de fotones [13] como de átomos [14].

Las transiciones más allá de la aproximación dipolar eléctrica se conocen

como transiciones prohibidas por la aproximación dipolar eléctrica o simplemente *transiciones prohibidas*. En los primeros estudios sobre transiciones prohibidas se investigaron temas relacionados con astrofísica y plasmas, donde el interés principal era la dependencia de la intensidad de las transiciones prohibidas con la densidad y temperatura de los plasmas [15, 16].

En las últimas décadas, se han investigado fenómenos más allá de la aproximación dipolar eléctrica, resultando en importantes avances en el campo de la física atómica. Así, las transiciones no dipolares eléctricas se han vuelto una herramienta importante en el estudio de sistemas cuánticos. Permiten alcanzar un mayor número de niveles atómicos, ya sea por excitación de un solo fotón o por excitación multifotónica [17]. Estas transiciones implican una transición con un ancho angosto en frecuencia; por tal motivo, las transiciones no dipolares eléctricas puede ser usada como patrón de frecuencias y relojes atómicos [18, 19]. Además, los estados que pueden decaer sólo por una transición no dipolar eléctrica son estados metaestables y pueden ser usados para acumular poblaciones y, entonces, preparar sistemas atómicos específicos. En el campo de física fundamental, las transiciones no dipolares permiten estudiar las funciones de onda atómicas y comparar con medidas experimentales. Estas transiciones son empleadas para interpretar resultados fundamentales de la estructura atómica, como violación de paridad [20] y variaciones en las constantes fundamentales [21]. Por todo lo anterior, la medición experimental de transiciones no dipolares eléctricas ha sido un tema de interés en las últimas décadas. Como ejemplo, pueden consultarse [22, 23, 24, 25], así como las referencias en de cada artículo.

Un tipo particular de transiciones prohibidas son las transiciones cuadrupolares eléctricas $E2$, de las cuales se presentan resultados en este trabajo. Respecto a las transiciones cuadrupolares eléctricas se ha realizado una extensa investigación en sistemas de átomos alcalinos. Por ejemplo, se han hecho tanto cálculos teóricos como mediciones experimentales para la transición entre estados $n_1P \rightarrow n_2P$. También, Miranova *et. al.* proponen modelos teóricos para obtener los valores de las transiciones cuadrupolares eléctricas $E2$ mediante el mezclado de dos frecuencias [26, 27]. Por otro lado, Pires *et. al.* usan átomos ultrafríos para estudiar la transición $5P \rightarrow 8P$ en rubidio y determinan la razón de intensidades para las transiciones prohibidas dipolar magnética $M1$ y cuadrupolar eléctrica $E2$ [28].

En este trabajo se presentan resultados novedosos en el estudio de transiciones cuadrupolares eléctricas. Se presentan resultados de la observación por primera vez de la transición cuadrupolar eléctrica $5P_{3/2} \rightarrow 6P_{3/2}$ [29] en

átomos de rubidio a temperatura ambiente. Se estudia la excitación en escalera $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2} \rightarrow 6P_{3/2}$ y se muestran espectros sin ensanchamiento Doppler obtenidos por la emisión de fotones a 420 nm debido al decaimiento espontáneo $6P_{3/2} \rightarrow 5S_{1/2}$. Los espectros obtenidos permiten resolver la estructura hiperfina del estado $6P_{3/2}$. Se estudia a detalle los efectos de la polarización de la luz en el proceso de excitación tanto para la transición dipolar eléctrica $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$ como para la transición cuadrupolar eléctrica $5P_{3/2} \rightarrow 6P_{3/2}$. Se estudian dos diferentes configuraciones de polarización: 1) Lineal para la transición $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$ y lineal para la transición $5P_{3/2} \rightarrow 6P_{3/2}$, y 2) Circular para la transición $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$ y lineal para la transición $5P_{3/2} \rightarrow 6P_{3/2}$. Se muestra que la forma de los espectros experimentales depende fuertemente de la polarización y que esto está relacionado con reglas de selección específicas para cada configuración. Además, se propone un modelo teórico para interpretar estos resultados experimentales. El modelo concuerda muy bien con el experimento, lo que adicionalmente permite inferir la población en las proyecciones magnéticas de cada estado hiperfino involucrado en la excitación.

El experimento se lleva a cabo en el laboratorio de Átomos Fríos del Instituto de Ciencias Nucleares (ICN-UNAM), donde se excita al átomo de rubidio con transiciones en escalera mediante dos láseres. El primero, de 780 nm, es utilizado para llevar a los átomos del estado base $5S_{1/2}$ al estado excitado $5P_{3/2}$ y el segundo, de 911 nm, para alcanzar el estado $6P_{3/2}$. Posteriormente, se detectan los fotones emitidos por el decaimiento espontáneo del estado $6P_{3/2}$ al estado base. Estos fotones azules de 420 nm permiten obtener los espectros de emisión en función de los láseres de excitación.

El contenido de este trabajo se presenta de la siguiente manera: En el capítulo 2 se presenta la teoría general para transiciones cuadrupolares eléctricas. En este capítulo se presenta también una sección con las propiedades del átomo de rubidio que se utilizarán a lo largo del presente trabajo. En el capítulo 3 se propone un modelo para describir los resultados que se obtienen del experimento. El modelo propuesto toma en cuenta los estados atómicos y la polarización de los láseres involucrados en el experimento, se realizan cálculos computacionales para estimar los espectros de las transiciones. En el capítulo 4 se presenta el experimento realizado así como los resultados obtenidos para las configuraciones utilizadas. Se hace una comparación de los espectros experimentales con los predichos por el modelo y se encuentra un muy buen acuerdo. En el capítulo 5 se presentan las conclusiones del trabajo y las perspectivas a futuro. Al final del trabajo, se presentan apéndices que

complementan el desarrollo experimental de este trabajo.

Capítulo 2

Transiciones Atómicas en rubidio

En este capítulo se presenta el marco teórico necesario para el desarrollo del presente trabajo. Se estudian las transiciones entre estados atómicos más allá de la aproximación dipolar eléctrica. En primer lugar, se hace un planteamiento semiclásico de la interacción de un átomo alcalino con la radiación electromagnética. Posteriormente se estudian las transiciones entre estados atómicos debido a esta interacción con la radiación electromagnética. Finalmente, se aplican estos conceptos al átomo de rubidio.

2.1. Átomos alcalinos

Debido a que en este trabajo se estudian transiciones en rubidio atómico, en esta sección se presenta el marco teórico para describir los átomos alcalinos. A continuación, se describe la aproximación del campo central para obtener la función de onda del sistema que se utiliza en la excitación de átomos alcalinos por radiación electromagnética.

2.1.1. Aproximación del campo central

El hamiltoniano para describir la interacción electrostática de un átomo con N electrones está descrito por la siguiente expresión:

$$H_N = \sum_{i=1}^N \left(-\frac{\nabla_i^2}{2m_e} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r_i} \right) + \sum_{i>j} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_{ij}}, \quad (2.1)$$

donde ∇_i^2 es el laplaciano de cada electrón i , m_e es la masa del electrón, ϵ_0 es la permitividad del vacío, r_i es la posición de cada electrón respecto al núcleo y $r_{i,j}$ es la distancia entre pares de electrones i y j . La parte entre paréntesis corresponde a la interacción de cada electrón i con el núcleo de carga Z y la segunda suma corresponde a la repulsión coulombiana entre electrones y corre sobre todos los pares de electrones.

El término de repulsión entre electrones no permite la separación del hamiltoniano en términos de un solo electrón y tampoco puede ser tratado como una perturbación ya que en general es comparable con el término entre paréntesis. Sin embargo, es posible reescribir el hamiltoniano de la ecuación 2.1 para estudiar el sistema físico. Conceptualmente, este término de repulsión mutua entre electrones reduce el efecto del potencial atractivo producido por el núcleo, lo cual resulta en un efecto de apantallamiento. El apantallamiento puede ser descrito como un potencial central $S(r_i)$ producido por electrones en capas internas sobre los electrones en capas externas [30]. Entonces, se define el potencial central efectivo $U(r_i)$ para cada electrón i como sigue:

$$U(r_i) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r_i} + S(r_i). \quad (2.2)$$

Por tanto, la expresión para el hamiltoniano del átomo, ecuación (2.1), puede reescribirse de la siguiente manera:

$$H_N = H_0 + H_1, \quad (2.3)$$

donde

$$H_0 = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\nabla_i^2}{2m_e} + U(r_i) \right) \quad (2.4)$$

y

$$H_1 = \sum_{i>j} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_{ij}} - \sum_{i=1}^N S(r_i). \quad (2.5)$$

Con este procedimiento se espera que $H_1 \ll H_0$ y la teoría de perturbaciones puede aplicarse al hamiltoniano de N electrones. Para el hamiltoniano de orden cero H_0 es posible resolver la ecuación de Schrodinger con el potencial efectivo $U(r_i)$, esto es

$$H_0\Psi = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\nabla_i^2}{2m_e} + U(r_i) \right) \Psi = E\Psi. \quad (2.6)$$

Debido a que el hamiltoniano H_0 está escrito como la suma de hamiltonianos de un solo electrón H_{0i} , Ψ puede separarse como producto de funciones de cada electrón ψ_i mediante el determinante de Slater [31]. Donde la energía total es la suma de las energías para cada electrón:

$$E = \sum_{i=1}^N E_i. \quad (2.7)$$

Entonces, para cada electrón se resuelve en general la ecuación de Schrodinger con el potencial efectivo $U(r)$, esto es

$$\left(\frac{\nabla^2}{2m_e} + U(r) \right) \psi = E_\psi \psi, \quad (2.8)$$

donde se expresa la función de onda para cada electrón ψ y el valor de la energía E_ψ . La ecuación 2.8 es separable en su parte radial, angular y de espín, lo que resulta en un función de onda:

$$\psi \equiv \psi_{n,l,m_l,m_s} = R_{n,l}(r)Y_{l,m_l}(\theta, \phi)\chi(m_s), \quad (2.9)$$

donde $R_{n,l}$ representa la parte radial, Y_{l,m_l} es el armónico esférico que corresponde a la parte angular y $\chi(m_s)$ representa la función de espín. En este trabajo se utiliza la notación de Dirac para las funciones de onda, por tanto la ecuación 2.10 se escribe como sigue:

$$\psi_{n,l,m_l,m_s} \longrightarrow |n, l, m_l, m_s\rangle. \quad (2.10)$$

Con esta separación de variables, la parte de espín se estudia con la teoría cuántica del espín, mientras que la parte angular se resuelve de igual forma que en el átomo de hidrógeno y la teoría de momento angular puede ser aplicada directamente. Sin embargo, para la parte radial debe resolverse una ecuación de campo central para el potencial $U(r)$ que aún es desconocido, ya

que no se tiene la expresión para $S(r)$. La forma de atacar este problema es utilizando un método de campo autoconsistente de Hartree-Fock [32, 33]

El método de Hartree-Fock es ampliamente utilizado para encontrar funciones de onda útiles para los átomos de varios electrones. El objetivo de este trabajo no es aplicar el método de Hartree-Fock al átomo de rubidio; sin embargo, en la próxima sección se da una breve descripción cualitativa de las funciones de onda que pueden utilizarse en átomos alcalinos.

2.1.2. Funciones de onda para átomos alcalinos

Los átomos alcalinos tienen una configuración electrónica correspondiente a una capa cerrada más un único electrón en la capa de valencia. Los electrones en la capa cerrada están acoplados de tal manera que permiten aplicar de manera eficiente la aproximación de campo central descrito en la sección anterior. Se obtiene de la teoría [33] que la capa cerrada en átomos alcalinos, denominada carozo, produce un potencial central efectivo que produce dos efectos importantes en el átomo alcalino: 1) Apantalla la carga Z del núcleo resultando en una carga efectiva Z_{ef} y 2) no contribuyen al momento angular total del átomo. Por lo tanto, el átomo alcalino puede estudiarse tomando en cuenta el único electrón de valencia.

De manera cualitativa, la energía potencial electrostática del electrón de valencia varía como e^2/r para valores grandes de r , ya que la carga Z del núcleo es apantallada por los $Z - 1$ electrones del carozo. Por otro lado, para valores pequeños de r la energía varía como Ze^2/r , ya que el apantallamiento no es tan eficiente. Por lo anterior, la energía del electrón disminuye para valores pequeños del número cuántico principal n y se vuelve más hidrogenoide al aumentar el valor de n . Además, la energía del electrón de valencia también depende fuertemente del número cuántico de momento angular l ; ya que para valores pequeños de l , el electrón penetra el carozo y siente una atracción mayor del núcleo. Debido a esto, la energía del electrón disminuye para valores pequeños de l y se vuelve más hidrogenoide para valores grandes de l . Al tomar en cuenta estos efectos, la energía de los niveles se escribe como [34]:

$$E_{n,l} = -\frac{R_{Ry}}{(n^*)^2} = -\frac{R_{Ry}}{(n - \delta_l)^2}, \quad (2.11)$$

donde R_{Ry} es la constante de Rydberg para el átomo alcalino y n^* es el número cuántico principal efectivo. Este número cuántico efectivo tiene una

corrección debido a los efectos del carozo y se denota como $n^* = n - \delta_l$ donde δ_l se conoce como defecto cuántico. Tanto la constante de Rydberg como el defecto cuántico pueden determinarse de manera experimental o realizando cálculos mediante métodos autoconsistentes.

Junto con lo anterior, el potencial efectivo modifica la parte radial de la función de onda lo que resulta en una corrección a la función de onda hidrogenoide para átomos alcalinos. La parte angular y de espín no se modifican por efecto del campo central y estas funciones son las mismas que se emplean en el tratamiento del átomo de hidrógeno. Varias referencias pueden revisarse respecto al cálculo de funciones de onda y energías para los átomos alcalinos, por ejemplo [32, 35].

Por otro lado, debido a que la capa cerrada no contribuye al momento angular total del átomo, el electrón de valencia determina todas las propiedades de momento angular y de espín en la descripción de los átomos alcalinos. Para el desarrollo de este trabajo se emplea la siguiente notación respecto a las propiedades de momento angular orbital y de espín¹: El momento angular orbital \mathbf{l} del electrón de valencia corresponde al momento angular orbital total del átomo $\mathbf{L} = \mathbf{l}$, el valor de momento angular de espín $s = 1/2$ para el electrón de valencia corresponde al momento angular de espín total del átomo alcalino $\mathbf{S} = \mathbf{s}$. Por lo tanto, la función de onda para el electrón de valencia que describe al átomo alcalino esta dada por la siguiente expresión:

$$|\Psi\rangle_{alcalino} = |n^*, L, m_L, m_S\rangle, \quad (2.12)$$

donde m_L y m_S son las proyecciones magnéticas para el momento angular orbital y el momento angular de espín, respectivamente.

2.1.3. Estructura fina e hiperfina de átomos alcalinos

El momento angular orbital del átomo \mathbf{L} y el momento angular de espín \mathbf{S} se acoplan y dan lugar a un desdoblamiento de los niveles de energía. Esto da origen a la estructura fina del átomo alcalino. Para hacer el tratamiento cuantitativo de este acoplamiento es necesario tomar en cuenta efectos relativistas [2]. En este trabajo sólo se presentan los resultados del acoplamiento necesarios para el desarrollo del modelo que describe el experimento.

El hamiltoniano del acoplamiento espín-orbita es:

¹Respecto a la notación espectroscópica se utilizan letras mayúsculas para denotar los momentos angulares totales y minúsculas para los momentos angulares de cada electrón

$$H_{LS} = a\mathbf{L} \cdot \mathbf{S}, \quad (2.13)$$

donde a es un factor que depende de la posición del electrón. Para resolver este hamiltoniano, se necesita definir un momento angular total \mathbf{J} como la suma de los momentos angulares \mathbf{L} y \mathbf{S} :

$$\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}, \quad (2.14)$$

donde los posibles valores de J son

$$|L - S| \leq J \leq L + S. \quad (2.15)$$

Con este nuevo momento angular total, el hamiltoniano dado por la ecuación (2.13), puede resolverse utilizando la teoría de adición de momento angular [36]. El hamiltoniano se reescribe como:

$$H_{LS} = \frac{a}{2} (\mathbf{J}^2 - \mathbf{L}^2 - \mathbf{S}^2). \quad (2.16)$$

Este hamiltoniano da las energías para los nuevos niveles finos dados por los posibles valores de J . Más adelante, en la sección 2.4 se muestran los niveles finos de energía utilizados en este trabajo. Otro aspecto importante de esta estructura fina es que los valores de L y S dejan de ser buenos números cuánticos y deben ser reemplazados por los valores de J y su proyección magnética m_J . Por lo que la función de onda para la estructura fina debe cambiarse como:

$$|\Psi\rangle_{\text{alcalino}} = |n^*, L, m_L, m_S\rangle \rightarrow |\Psi\rangle_{\text{alcalino}} = |n^*, L, J, m_J\rangle, \quad (2.17)$$

donde se ha puesto de manera explícita la dependencia en el número cuántico L , esto para tener consistencia con la notación espectroscópica utilizada en el resto del trabajo.

Por otro lado, al tomar en cuenta el espín del núcleo \mathbf{I} se puede obtener un nuevo acoplamiento de momentos angulares que da origen a la estructura hiperfina del átomo. De manera análoga a la estructura fina se define un momento angular total \mathbf{F} dado por la suma de \mathbf{J} e \mathbf{I} ,

$$\mathbf{F} = \mathbf{J} + \mathbf{I}, \quad (2.18)$$

donde los posibles valores de F son

$$|J - I| \leq F \leq J + I. \quad (2.19)$$

El hamiltoniano del acoplamiento para estructura hiperfina se resuelve, nuevamente, utilizando teoría de adición de momento angular y se obtiene que es necesario introducir nuevos números cuánticos dados por el valor del momento angular total F y su proyección magnética m_F , esto es:

$$|\Psi\rangle_{\text{alcalino}} = |n^*, L, J, m_J\rangle \rightarrow |\Psi\rangle_{\text{alcalino}} = |n^*, L, J, F, m_F\rangle, \quad (2.20)$$

donde se ha denotado la dependencia explícita de los números cuánticos L y J , que denotan los niveles atómicos utilizados en este trabajo. En lo que resta del texto la función de onda para el átomo que se estudia en este trabajo, el átomo de rubio, se escribe como:

$$|\Psi\rangle_{\text{alcalino}} = |nLJ, F, m_F\rangle, \quad (2.21)$$

donde se indica de manera explícita el conjunto de números cuánticos que describe cada estado: n , el número cuántico principal, se ha eliminado el superíndice, sin embargo debe recordarse que se debe usar el número cuántico efectivo; L , el momento angular orbital; J , el momento angular resultante del acoplamiento LS ; F , el momento angular total resultante del acoplamiento JI ; y m_F la proyección magnética del momento angular total F .

El planteamiento descrito en esta sección para átomos alcalinos, se utiliza en la próxima sección para describir la interacción del electrón de valencia con un campo electromagnético.

2.2. Átomo alcalino en un campo electromagnético

Para estudiar las transiciones atómicas se utiliza una teoría semiclásica donde el átomo es tratado de manera cuántica, mientras que la radiación electromagnética se trata como un campo clásico. La descripción teórica en esta sección corresponde entonces, a un átomo alcalino con un solo electrón de valencia.

El hamiltoniano para el electrón de un átomo en presencia de un campo electromagnético está dado por[31]:

$$\begin{aligned}
H &= \frac{\mathbf{p}_{campo}^2}{2m_e} + V(\mathbf{r}) \\
&= \frac{\mathbf{p}^2}{2m_e} + V(\mathbf{r}) + \frac{e\mathbf{p} \cdot \mathbf{A}}{m_e} + \frac{e^2}{2m_e} \mathbf{A}^2,
\end{aligned} \tag{2.22}$$

donde m_e es la masa del electrón, $V(\mathbf{r})$ es el potencial, que se estudió en la sección anterior, y $\mathbf{p}_{campo} = \mathbf{p} + e\mathbf{A}$ que es el momento en presencia de un campo electromagnético. Para este trabajo, el potencial vectorial $\mathbf{A} = \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ que define la onda electromagnética, se propone en la norma de Coulomb (donde $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$).

El hamiltoniano expresado en la ecuación (2.22) puede reescribirse como:

$$H = H_{atomo} + H_{int}, \tag{2.23}$$

donde el término H_{atomo} corresponde a la parte del hamiltoniano atómico dado por

$$H_{atomo} = \frac{\mathbf{p}^2}{2m_e} + V(\mathbf{r}) \tag{2.24}$$

y que corresponde a la ecuación (2.1) de la sección anterior, con la relación $\mathbf{p} = -i\hbar\nabla$. Por otro lado, H_{int} denota la interacción del átomo con la radiación electromagnética y está expresada como

$$H_{int} = \frac{e\mathbf{p} \cdot \mathbf{A}}{m_e} + \frac{e^2}{2m_e} \mathbf{A}^2. \tag{2.25}$$

Al considerar esta interacción H_{int} pequeña en comparación con el hamiltoniano atómico H_{atomo} es posible utilizar teoría de perturbaciones dependiente del tiempo para estudiar la interacción. Antes de estudiar el hamiltoniano de interacción se describe de manera general el potencial vectorial $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ y su relación con la radiación electromagnética.

Potencial Vectorial \mathbf{A}

A partir del potencial vectorial \mathbf{A} , los campos eléctrico \mathbf{E} y magnético \mathbf{B} del campo están definidos como [37]:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{A}(\mathbf{r}, t), \tag{2.26a}$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{r}, t). \tag{2.26b}$$

Para este trabajo, el campo electromagnético corresponde a una onda plana y monocromática que varía de forma armónica con argumento $(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)$, donde \mathbf{k} es el vector de onda y ω es la frecuencia de la onda. Los campos \mathbf{A} , \mathbf{E} y \mathbf{B} se expresan en notación compleja como:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = A_0 \boldsymbol{\epsilon} e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}, \quad (2.27a)$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -iE_0 \boldsymbol{\epsilon} e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}, \quad (2.27b)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = iB_0 \frac{\mathbf{k}}{k} \times \boldsymbol{\epsilon} e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}, \quad (2.27c)$$

donde se han utilizado las ecuaciones 2.26 para escribir los campos eléctrico y magnético. El vector unitario $\boldsymbol{\epsilon}$ determina la dirección de polarización de la onda. Las amplitudes de los campos están dadas por:

$$\begin{aligned} E_0 &= \omega A_0, \\ B_0 &= k A_0 = E_0/c, \end{aligned} \quad (2.28)$$

donde $c = \omega/k$ es la velocidad de la luz en el vacío.

Por otro lado, para determinar la energía que transporta la onda electromagnética se utiliza el vector de Poynting \mathbf{S} [37], definido como

$$\mathbf{S}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{E} \times \mathbf{B}. \quad (2.29)$$

Al realizar el promedio temporal para la magnitud del vector de Poynting se obtiene la intensidad I de la radiación electromagnética [38], esto es

$$I = \langle |\mathbf{S}| \rangle_{temp} = \frac{1}{2\mu_0} \text{Re} [\mathbf{E} \times \mathbf{B}^*], \quad (2.30)$$

donde μ_0 es la permitividad del vacío y \mathbf{B}^* denota el complejo conjugado del campo magnético \mathbf{B} . Al utilizar las expresiones 2.27 y la relación 2.28 entre los campos eléctrico \mathbf{E} y magnético \mathbf{B} , se obtiene que la intensidad es proporcional al cuadrado del campo eléctrico:

$$I = \frac{\varepsilon_0 c}{2} E_0^2. \quad (2.31)$$

Finalmente, en el experimento la intensidad de un haz láser I_{haz} se relaciona con la potencia del haz P_{haz} mediante

$$P_{haz} = \frac{I_{haz}}{A_{haz}}, \quad (2.32)$$

donde A_{haz} es el área transversal del haz láser.

Con esta descripción de la radiación electromagnética y su relación con los campos eléctricos y magnéticos se estudia el hamiltoniano de interacción, como se muestra a continuación.

2.2.1. Hamiltoniano de interacción

La teoría de perturbaciones dependientes del tiempo [39] permite estudiar las transiciones atómicas a partir del hamiltoniano de interacción. La densidad de probabilidad para una transición del estado atómico inicial $|a\rangle$ al estado final $|b\rangle$, está dada por:

$$\langle b | H_{int} | a \rangle = \frac{e}{m_e} \langle b | \hat{\mathbf{p}} \cdot \mathbf{A} | a \rangle + \frac{e^2}{2m_e} \langle b | \mathbf{A}^2 | a \rangle, \quad (2.33)$$

donde el primer término a la derecha corresponde a la interacción a primer orden del potencial vectorial \mathbf{A} y el segundo término, corresponde a una interacción no lineal. Otra forma de interpretar estos términos corresponde a la cunatización del campo electromagnético, el primer término de la ecuación 2.33 corresponde a la absorción o emisión de un solo fotón, mientras que el segundo término corresponde a la interacción con dos fotones. Para este trabajo la contribución del término con \mathbf{A}^2 en la ecuación 2.33 es despreciable y no se toma en cuenta. En el apéndice A se presenta un breve análisis de este término.

El término proporcional a $\mathbf{p} \cdot \mathbf{A}$ es el término de interacción relevante para la transición electromagnética. Este término puede escribirse como:

$$H_{int} = \frac{e}{m_e} A_0 \mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\epsilon} e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} = e E_0 D e^{-i\omega t}, \quad (2.34)$$

donde se ha utilizado la ecuación (2.28) y definido el operador de transición D como

$$D = \frac{1}{\omega m_e} (\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\epsilon}) e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}. \quad (2.35)$$

La parte temporal del hamiltoniano de interacción se utiliza para obtener la dinámica del sistema. En este trabajo sólo se considera la parte con dependencia espacial, esto es eE_0D ; con lo cual se calcula la probabilidad de la transición. La dinámica del sistema se estudia en diversos libros de física atómica mediante ecuaciones de Bloch (ver por ejemplo [2, 36, 39]).

La exponencial en la definición del operador de transición, ecuación (2.35), depende del producto punto entre el vector de onda \mathbf{k} y el operador de posición del electrón \mathbf{r} . La magnitud de este producto para transiciones ópticas es del orden de $kr \approx 10^{-3} \ll 1$ por lo que es posible expandir la exponencial en serie de potencias. Entonces, el operador de transición D se escribe como:

$$D = \frac{1}{\omega m_e} (\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\epsilon}) (1 + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \dots). \quad (2.36)$$

donde se han puesto de manera explícita los primeros dos términos que serán los términos relevantes para este trabajo. A continuación, se describe de manera detallada cada uno de estos dos términos.

2.2.2. Transiciones dipolares eléctricas

El primer término en la expansión (2.36), permite escribir el operador de transición D a primer orden como

$$D^{(1)} = \frac{1}{\omega m_e} \mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\epsilon}. \quad (2.37)$$

Utilizando la relación de conmutación siguiente: [31]

$$[\mathbf{r}, \hat{H}] = \frac{i\hbar}{m_e} \hat{\mathbf{p}}, \quad (2.38)$$

se puede obtener una expresión para el elemento de matriz $\langle b | \mathbf{p} | a \rangle$, como sigue

$$\begin{aligned} \langle b | \mathbf{p} | a \rangle &= \frac{m_e}{i\hbar} \langle b | [\mathbf{r}, H] | a \rangle = \frac{m_e}{i\hbar} \langle b | (\mathbf{r}H - H\mathbf{r}) | a \rangle \\ &= \frac{m_e}{i\hbar} (W_a - W_b) \langle b | \mathbf{r} | a \rangle, \end{aligned} \quad (2.39)$$

donde se ha escrito la energía W_a del estado inicial $|a\rangle$ a partir de $H|a\rangle = W_a|a\rangle$ y $H|b\rangle = W_b|b\rangle$ para el estado final $|b\rangle$. Al expresar la diferencia en energía como $W_a - W_b = -\omega_{ba}$, se tiene la relación para \mathbf{p} y \mathbf{r} como

$$\langle b | \mathbf{p} | a \rangle = im_e \omega_{ba} \langle b | \mathbf{r} | a \rangle. \quad (2.40)$$

Utilizando el elemento de matriz $\langle b | \mathbf{p} | a \rangle$, ecuación (2.40), se obtiene que el operador de transición a primer orden $D^{(1)}$ en la coordenada de posición es

$$\langle b | D^{(1)} | a \rangle = i \frac{\omega_{ba}}{\omega} \langle b | \mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\epsilon} | a \rangle. \quad (2.41)$$

Al utilizar esta expresión en el hamiltoniano de interacción, ecuación (2.34), se obtiene la aproximación a primer orden de este Hamiltoniano,

$$H_{int}^{(1)} = eE_0 D^{(1)} = ie \frac{\omega_{ba}}{\omega} \mathbf{r} \cdot \mathbf{E}, \quad (2.42)$$

donde se usa el hecho de que el vector de campo eléctrico puede escribirse como $\mathbf{E} = E_0 \boldsymbol{\epsilon}$, ecuación (2.27). El último término en la ecuación (2.42) representa una interacción dipolar eléctrica, por tanto, el término a primer orden para el hamiltoniano de interacción se denomina aproximación dipolar eléctrica. Las transiciones resultantes de esta interacción son transiciones dipolares eléctricas o transiciones $E1$.

Entonces, el elemento de matriz para las transiciones dipolares eléctricas está dado por

$$\langle b | H_{E1} | a \rangle = ieE_0 \frac{\omega_{ba}}{\omega} \langle b | \mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\epsilon} | a \rangle. \quad (2.43)$$

2.2.3. Transiciones de orden superior

El segundo término en la expresión (2.35) es el operador de transición $D^{(2)}$ a segundo orden. Este término se escribe como

$$\begin{aligned} D^{(2)} &= \frac{i}{\omega m_e} (\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\epsilon}) (\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \\ &= \frac{i}{\omega m_e} (\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) (\boldsymbol{\epsilon} \cdot \mathbf{p}), \end{aligned} \quad (2.44)$$

donde se ha utilizado la ortogonalidad de los vectores $\boldsymbol{\epsilon}$ y \mathbf{k} para intercambiar el orden de las componentes de los operadores \mathbf{r} y \mathbf{p} , ya que las componentes $(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$ y $(\boldsymbol{\epsilon} \cdot \mathbf{p})$ conmutan entre sí. Para estudiar este término, se suma y resta el término adicional $(\boldsymbol{\epsilon} \cdot \mathbf{r}) (\mathbf{k} \cdot \mathbf{p})$ [39], y se obtiene

$$D^{(2)} = \frac{i}{2\omega m_e} [(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})(\boldsymbol{\epsilon} \cdot \mathbf{p}) - (\boldsymbol{\epsilon} \cdot \mathbf{r})(\mathbf{k} \cdot \mathbf{p})] + \frac{i}{2\omega m_e} [(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})(\boldsymbol{\epsilon} \cdot \mathbf{p}) + (\boldsymbol{\epsilon} \cdot \mathbf{r})(\mathbf{k} \cdot \mathbf{p})]. \quad (2.45)$$

Cada término entre corchetes de esta ecuación da origen a transiciones atómicas de diferente naturaleza, como se verá enseguida.

Transiciones dipolares magnéticas

El primer término de la ecuación (2.45) puede reescribirse usando la identidad vectorial siguiente:

$$(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \cdot (\mathbf{C} \times \mathbf{D}) = (\mathbf{A} \cdot \mathbf{C})(\mathbf{B} \cdot \mathbf{D}) - (\mathbf{A} \cdot \mathbf{D})(\mathbf{B} \cdot \mathbf{C}). \quad (2.46)$$

Utilizando esta ecuación con $\mathbf{A} = \mathbf{k}$, $\mathbf{B} = \boldsymbol{\epsilon}$, $\mathbf{C} = \mathbf{r}$ y $\mathbf{D} = \mathbf{p}$, se obtiene

$$[(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})(\boldsymbol{\epsilon} \cdot \mathbf{p}) - (\boldsymbol{\epsilon} \cdot \mathbf{r})(\mathbf{k} \cdot \mathbf{p})] = (\mathbf{k} \times \boldsymbol{\epsilon}) \cdot (\mathbf{r} \times \mathbf{p}). \quad (2.47)$$

Al sustituir la expresión anterior (2.47) en la ecuación (2.45), se obtiene que el primer término para el operador de transición a segundo orden $D_I^{(2)}$ está dado por

$$D_I^{(2)} = \frac{i}{2\omega m_e} (\mathbf{k} \times \boldsymbol{\epsilon}) \cdot (\mathbf{r} \times \mathbf{p}). \quad (2.48)$$

Para estudiar este término, se utiliza la definición del momento angular [31], $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$. Por otro lado, debido a que el campo magnético \mathbf{B} en una onda electromagnética es proporcional a $\mathbf{k} \times \boldsymbol{\epsilon}$, ecuación (2.26), la expresión para $D_I^{(2)}$ puede reescribirse como

$$D_I^{(2)} = \frac{ik}{2\omega m_e} \frac{\mathbf{B}_0}{B_0} \cdot \mathbf{L}. \quad (2.49)$$

Si se utiliza que la velocidad de la luz en el vacío está dada por $c = \omega/k$, la ecuación (2.49) puede expresarse como

$$\hat{D}_I^{(2)} = \frac{i}{ecB_0} \frac{e}{2m_e} \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{L} = \frac{i}{ecB_0} \frac{e}{2m_e} \mathbf{L} \cdot \mathbf{B}_0 \quad (2.50)$$

y recordando que el momento dipolar magnético está dado por $\mathbf{M} = -\frac{e}{2m_e}\mathbf{L}$ [31], el término de transición $D_I^{(2)}$ está dado por la expresión

$$D_I^{(2)} \equiv D_{M1} = -\frac{i}{ecB_0}\mathbf{M} \cdot \mathbf{B}_0, \quad (2.51)$$

donde el subíndice $M1$ hace referencia a que esta transición se debe al momento dipolar. En general, este tipo de transiciones se conocen como transiciones dipolares magnéticas $M1$. El elemento de matriz para el hamiltoniano de interacción las transiciones dipolares magnéticas se obtiene al sustituir la ecuación (2.51) en la ecuación (2.34) y después usar la relación $E_0 = cB_0$, ecuación (2.28). El elemento de matriz resulta ser:

$$\langle b | H_{M1} | a \rangle = -i \langle b | \mathbf{M} \cdot \mathbf{B}_0 | a \rangle \quad (2.52)$$

En este punto, es importante hacer notar que la expresión descrita en la ecuación (2.52) no toma en cuenta efectos relativistas; sin embargo para hacer una descripción completa de las transiciones dipolares magnéticas se debe tomar en cuenta el momento dipolar magnético total del átomo. Esto implica que el momento dipolar magnético \mathbf{M} en la ecuación (2.52) debería tomarse como una combinación lineal de momentos angulares \mathbf{L} , \mathbf{S} , \mathbf{J} e \mathbf{I} . En este trabajo no se toman en cuenta aspectos relativistas y el término que corresponde a las transiciones magnéticas es cero. Al tomar en cuenta el trabajo de R. Pires *et. al.* [28], donde muestran que la transición $5P \rightarrow 8P$ en átomos ultrafríos de rubidio es despreciable, en este trabajo se establece que la transición estudiada $5P \rightarrow 6P$ también será despreciable. Esta hipótesis se comprueba con el buen acuerdo encontrado entre el modelo propuesto y los resultados experimentales. Sin embargo, si se desea revisar el cálculo relativista para los elementos de matriz correspondientes a transiciones dipolares magnéticos puede consultarse [40].

Transición cuadrupolar eléctrica

El segundo término en la expresión para el operador de transición a segundo orden, ecuación (2.45), es

$$D_{II}^{(2)} = \frac{i}{2\omega m_e} [(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})(\boldsymbol{\epsilon} \cdot \mathbf{p}) + (\boldsymbol{\epsilon} \cdot \mathbf{r})(\mathbf{k} \cdot \mathbf{p})] \quad (2.53)$$

Este término puede estudiarse al considerar que los dos términos $\boldsymbol{\epsilon} \cdot \mathbf{r}$ y $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ representan componentes perpendiculares, ya que $\boldsymbol{\epsilon} \cdot \mathbf{k} = 0$. Por lo tanto,

ambos términos conmutan entre sí y la ecuación (2.53) puede reescribirse como

$$(\boldsymbol{\epsilon} \cdot \mathbf{r})(\mathbf{k} \cdot \hat{\mathbf{p}}) = (\mathbf{k} \cdot \hat{\mathbf{p}})(\boldsymbol{\epsilon} \cdot \mathbf{r}). \quad (2.54)$$

Al utilizar la relación de conmutación $\mathbf{p} = -i(m_e/\hbar)[\mathbf{r}, H]$, de acuerdo con la ecuación 2.38 y con la ecuación (2.54) se tiene que el elemento de matriz para $D_{II}^{(2)}$ está dado por

$$\begin{aligned} \langle b | D_{II}^{(2)} | a \rangle &= \frac{1}{2\omega\hbar} \langle b | [(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})(\boldsymbol{\epsilon} \cdot [H, \mathbf{r}]) + (\mathbf{k} \cdot [H, \mathbf{r}])(\boldsymbol{\epsilon} \cdot \mathbf{r})] | a \rangle \\ &= \frac{1}{2\omega\hbar} \langle b | [-(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})(\boldsymbol{\epsilon} \cdot \mathbf{r}H) + (H\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})(\boldsymbol{\epsilon} \cdot \mathbf{r})] | a \rangle \\ &= \frac{1}{2\omega\hbar} (W_b - W_a) \langle b | (\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})(\boldsymbol{\epsilon} \cdot \mathbf{r}) | a \rangle \\ &= \frac{\omega_{ba}}{2\omega} \langle b | (\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})(\boldsymbol{\epsilon} \cdot \mathbf{r}) | a \rangle, \end{aligned} \quad (2.55)$$

donde en el segundo renglón se desarrolló el conmutador y se usó el hecho de que $\boldsymbol{\epsilon} \cdot H\mathbf{r} = H\boldsymbol{\epsilon} \cdot \mathbf{r}$ y que $\mathbf{k} \cdot H\mathbf{r} = H\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}$ (ya que \mathbf{k} y $\boldsymbol{\epsilon}$ no son operadores).

Al sustituir el resultado final de la ecuación (2.55) en el elemento de matriz para el hamiltoniano de interacción, se obtiene el término para la transición cuadrupolar eléctrica o transición $E2$. La expresión de este elemento de matriz es la siguiente

$$\langle b | H_{II}^{(2)} | a \rangle \equiv \langle b | H_{E2} | a \rangle = \frac{eE_0k}{2} \frac{\omega_{ba}}{\omega} \langle b | (\boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{r})(\boldsymbol{\epsilon} \cdot \mathbf{r}) | a \rangle, \quad (2.56)$$

donde se ha separado la magnitud del vector de onda y su dirección, esto es $\mathbf{k} = k\boldsymbol{\kappa}$.

2.3. Transiciones eléctricas y reglas de selección

Con los resultados de la sección anterior, el hamiltoniano de interacción resulta de la suma de las interacciones eléctricas, dada por los términos Dipolar Eléctrico $E1$ y Cuadrupolar Eléctrico $E2$, es decir:

$$H_{int} = ieE_0 \frac{\omega_{ba}}{\omega} (\mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\epsilon}) + \frac{eE_0 k \omega_{ba}}{2 \omega} (\boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{r}) (\boldsymbol{\epsilon} \cdot \mathbf{r}). \quad (2.57)$$

En el experimento presentado en este trabajo, los láseres se sintonizan en resonancia con la energía entre niveles atómicos, (esto es $\omega_{ba} = \omega$), entonces la ecuación (2.57) se simplifica en la siguiente expresión

$$H_{int} = ieE_0 (\mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\epsilon}) + \frac{eE_0 k \omega_{ji}}{2 \omega} (\boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{r}) (\boldsymbol{\epsilon} \cdot \mathbf{r}). \quad (2.58)$$

Con el hamiltoniano de interacción descrito por la ecuación (2.58), se estudian las probabilidades de transición del estado inicial $|a\rangle$ al estado final $|b\rangle$. De la teoría de perturbaciones dependiente del tiempo [36] se obtiene que la probabilidad P_{ba} de que ocurra una transición entre los estados inicial y final esta dada por el cuadrado de la amplitud del elemento de matriz, esto es:

$$P_{ba} = |\langle b | H_{int} | a \rangle|^2. \quad (2.59)$$

Una herramienta útil para el cálculo de las probabilidades de transición P_{ba} es la teoría de momento angular y el uso de armónicos esféricos. A continuación, se hace una descripción general de estas herramientas.

2.3.1. Estados atómicos y armónicos esféricos

Para el estudio de estados atómicos resulta natural trabajar en una base esférica [36], por lo que en esta sección se describen de manera general el uso de los armónicos esféricos en el cálculo de los elementos de matriz para el hamiltoniano de interacción.

Base de helicidad

Los términos del Hamiltoniano de interacción, ecuación (2.58) dependen de los vectores de posición \mathbf{r} , el vector de polarización $\boldsymbol{\epsilon}$ y la dirección del vector de onda $\boldsymbol{\kappa}$; por tanto, es útil escribir estos vectores en una base esférica compleja (también llamada base de helicidad) [39] .

Los vectores unitarios que describen la base de helicidad $\{\hat{\mathbf{e}}_-, \hat{\mathbf{e}}_0, \hat{\mathbf{e}}_+\}$ se escriben en función de la base cartesiana $\{\hat{\mathbf{e}}_x, \hat{\mathbf{e}}_y, \hat{\mathbf{e}}_z\}$ como:

$$\hat{\mathbf{e}}_- = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{\mathbf{e}}_x - i\hat{\mathbf{e}}_y), \quad \hat{\mathbf{e}}_0 = \hat{\mathbf{e}}_z, \quad \hat{\mathbf{e}}_+ = -\frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{\mathbf{e}}_x + i\hat{\mathbf{e}}_y). \quad (2.60)$$

Los vectores en la base de helicidad son ortogonales,

$$\hat{\mathbf{e}}_q \cdot \hat{\mathbf{e}}_{q'}^* = \delta_{q,q'} , \quad \text{con } \hat{\mathbf{e}}_q^* = (-1)^q \hat{\mathbf{e}}_{-q}. \quad (2.61)$$

Los vectores $\hat{\mathbf{e}}_{\pm}$ se relacionan entre ellos como: $\hat{\mathbf{e}}_+ = \hat{\mathbf{e}}_-^*$, donde el * denota el complejo conjugado.

La base cartesiana puede obtenerse a partir de la base de helicidad al invertir las expresiones (2.60), esto es

$$\hat{\mathbf{e}}_x = -\frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{\mathbf{e}}_+ - \hat{\mathbf{e}}_-), \quad \hat{\mathbf{e}}_y = \frac{i}{\sqrt{2}} (\hat{\mathbf{e}}_+ + \hat{\mathbf{e}}_-), \quad \hat{\mathbf{e}}_z = \hat{\mathbf{e}}_0 \quad (2.62)$$

Ahora, debido a que los vectores $\{\hat{\mathbf{e}}_-, \hat{\mathbf{e}}_0, \hat{\mathbf{e}}_+\}$ forman una base, es posible descomponer cualquier vector \mathbf{V} en la base de helicidad, esto es

$$\mathbf{V} = \sum_{q=-1}^1 a_q \hat{\mathbf{e}}_q, \quad \text{con } a_q = \mathbf{V} \cdot \hat{\mathbf{e}}_q^*. \quad (2.63)$$

En concreto, la descomposición del vector de posición es

$$\mathbf{r} = \sum_{q=-1}^1 a_q(r) \hat{\mathbf{e}}_q, \quad (2.64)$$

donde las componentes $a_q(r)$ para $q = \pm$ están dadas por

$$\begin{aligned} a_{\pm} &= \mathbf{r} \cdot \hat{\mathbf{e}}_{\pm}^* \\ &= \mathbf{r} \cdot \left(\mp \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{\mathbf{e}}_x \mp i \hat{\mathbf{e}}_y) \right) \\ &= \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (x \mp iy) \\ &= \mp \frac{1}{\sqrt{2}} r \sin \theta (\cos \phi \mp i \sin \phi) \\ &= \mp \frac{1}{\sqrt{2}} r \sin \theta e^{\mp i \phi} \\ &= -\sqrt{\frac{4\pi}{3}} r Y_{1,\mp 1}(\theta, \phi). \end{aligned} \quad (2.65)$$

En la última línea se observa que la componente $a_q(r)$ se expresa en función de armónicos esféricos de primer orden $Y_{1,\pm 1}(\theta, \phi)$ [41]. De forma similar, la componente para $q = 0$ se escribe como:

$$\begin{aligned}
a_0 &= \mathbf{r} \cdot \hat{\mathbf{e}}_0 = \mathbf{r} \cdot \mathbf{e}_z \\
&= z = r \cos \theta \\
&= \sqrt{\frac{4\pi}{3}} r Y_{1,0}(\theta, \phi),
\end{aligned} \tag{2.66}$$

Con los resultados obtenidos en (2.65) y (2.66) para las componentes $a_q(r)$, el vector de posición se descompone en la base de helicidad como:

$$\mathbf{r} = \sum_{q=-1}^1 (-1)^q \sqrt{\frac{4\pi}{3}} r Y_{1,-q} \hat{\mathbf{e}}_q, \tag{2.67}$$

donde, por comodidad, se ha omitido el argumento (θ, ϕ) en los armónicos esféricos.

Hamiltoniano de interacción en la base de helicidad

Para expresar el hamiltoniano de interacción en una base de helicidad se escribe cada término del hamiltoniano utilizando la base de helicidad para los productos punto de la expresión (2.58).

El hamiltoniano de interacción para las transiciones dipolares eléctricas $E1$ requiere el cálculo del producto punto entre $\boldsymbol{\epsilon}$ y \mathbf{r} , como sigue

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\epsilon} \cdot \mathbf{r} &= \left(\sum_{p=-1}^1 a_p^\epsilon \hat{\mathbf{e}}_p \right) \left(\sum_{q=-1}^1 (-1)^q \sqrt{\frac{4\pi}{3}} r Y_{1,-q} \hat{\mathbf{e}}_q \right) \\
&= \sqrt{\frac{4\pi}{3}} \sum_{p,q} (-1)^q a_p^\epsilon r Y_{1,-q} (\hat{\mathbf{e}}_p \cdot \hat{\mathbf{e}}_q) \\
&= \sqrt{\frac{4\pi}{3}} \sum_{p,q} a_p^\epsilon r Y_{1,-q} \delta_{p,-q} \\
&= \sqrt{\frac{4\pi}{3}} \sum_p a_p^\epsilon r Y_{1,p},
\end{aligned} \tag{2.68}$$

donde en el tercer paso se utilizó la ortogonalidad de los vectores en la base de helicidad, ecuación (2.61), para el producto punto. La componente de la

polarización en la base de helicidad está dada por la expresión (2.63):

$$a_p^\epsilon = \boldsymbol{\epsilon} \cdot \hat{\mathbf{e}}_p^*. \quad (2.69)$$

El hamiltoniano de interacción dipolar eléctrica $E1$ se puede escribir en términos de los armónicos esféricos de orden 1 como:

$$H_{E1} = ieE_0 (\mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\epsilon}) = ieE_0 \sum_{p=-1}^1 A_p r Y_{1,p}, \quad (2.70)$$

donde cada contribución A_p del armónico esférico está dada por

$$A_p = \sqrt{\frac{4\pi}{3}} \boldsymbol{\epsilon} \cdot \hat{\mathbf{e}}_p^*. \quad (2.71)$$

Por otro lado, para la parte de interacción por el hamiltoniano cuadrupolar eléctrico $E2$ se requiere una expresión para el producto $(\boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{r})(\boldsymbol{\epsilon} \cdot \mathbf{r})$. El producto punto $\boldsymbol{\epsilon} \cdot \mathbf{r}$ se calculó en la expresión 2.68. Para el producto punto $\boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{r}$ se sigue un procedimiento similar y se obtiene:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{r} &= \left(\sum_{p=-1}^1 a_p^k \hat{\mathbf{e}}_p \right) \left(\sqrt{\frac{4\pi}{3}} \sum_{q=-1}^1 (-1)^q r Y_{1,-q} \hat{\mathbf{e}}_q \right) \\ &= \sqrt{\frac{4\pi}{3}} \sum_{p,q} (-1)^q a_p^k r Y_{1,-q} (\hat{\mathbf{e}}_q \cdot \hat{\mathbf{e}}_p) \\ &= \sqrt{\frac{4\pi}{3}} \sum_{p,q} a_p^k r Y_{1,-q} \delta_{-q,p} \\ &= \sqrt{\frac{4\pi}{3}} \sum_q a_{-q}^k r Y_{1,-q}, \end{aligned} \quad (2.72)$$

donde la componente a_{-q}^k del vector de onda k esta dada por

$$a_{-q}^\kappa = \boldsymbol{\kappa} \cdot \hat{\mathbf{e}}_{-q}^*. \quad (2.73)$$

Con las expresiones (2.68) y (2.72) se obtiene el producto $(\boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{r})(\boldsymbol{\epsilon} \cdot \mathbf{r})$ como:

$$\begin{aligned}
(\boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{r})(\boldsymbol{\epsilon} \cdot \mathbf{r}) &= \left(\sqrt{\frac{4\pi}{3}} \sum_q a_{-q}^k r Y_{1,-q} \right) \left(\sqrt{\frac{4\pi}{3}} \sum_p a_p^\epsilon r Y_{1,p} \right) \\
&= \left(\frac{4\pi}{3} \right) \sum_{p,q} a_p^\epsilon a_{-q}^k r^2 Y_{1,p} Y_{1,-q} \\
&= \left(\frac{4\pi}{3} \right) \sum_{p,q} (-1)^q a_p^\epsilon a_{-q}^k r^2 Y_{1,q}^* Y_{1,p}. \tag{2.74}
\end{aligned}$$

Para obtener una expresión del hamiltoniano de interacción adecuada para el cálculo de los elementos de matriz, se reescribe el producto de armónicos esféricos como una combinación lineal de armónicos esféricos de rango 2. Esto es

$$Y_{1,q}^* Y_{1,p} = b_0 Y_{0,0} + \sum_{s=-2}^2 b_s Y_{2,s}, \tag{2.75}$$

donde los coeficientes b se obtienen a partir de la teoría de momento angular [39], como se describe a continuación. La componente b_0 se obtiene mediante

$$b_0 = \int Y_{1,q}^* Y_{0,0}^* Y_{1,p} d\Omega = \langle 1, q | Y_{0,0}^* | 1, p \rangle = \sqrt{\frac{1}{4\pi}} \delta_{q,p} \tag{2.76}$$

y las componentes b_s se obtienen mediante

$$\begin{aligned}
b_s &= \int Y_{1,q}^* Y_{2,s}^* Y_{1,p} d\Omega = \langle 1, q | Y_{2,s}^* | 1, p \rangle \\
&= \sqrt{\frac{6}{4\pi}} (-1)^{-q} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -q & -s & p \end{pmatrix}. \tag{2.77}
\end{aligned}$$

Al sustituir las ecuaciones (2.75), (2.75) y (2.77) en la expresión (2.74) se obtiene una expresión para el producto $(\boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{r})(\boldsymbol{\epsilon} \cdot \mathbf{r})$ en términos de armónicos esféricos de ordenes 0 y 2. Para el término con el armónico esférico de orden

0 se tiene

$$\begin{aligned}
 [(\boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{r})(\boldsymbol{\epsilon} \cdot \mathbf{r})]_{0,0} &= \left(\frac{4\pi}{3}\right) \sqrt{\frac{1}{4\pi}} \sum_{p,q} (-1)^q a_p^\epsilon a_{-q}^k r^2 \delta_{q,p} Y_{0,0} \\
 &= \left(\frac{\sqrt{4\pi}}{3}\right) \left(\sum_p (-1)^p a_p^\epsilon a_{-p}^k\right) r^2 Y_{0,0} \\
 &= \frac{\sqrt{4\pi}}{3} (\boldsymbol{\kappa} \cdot \boldsymbol{\epsilon}) r^2 Y_{0,0} \\
 &= 0.
 \end{aligned} \tag{2.78}$$

donde, en el tercer renglón se ha utilizado la definición del producto punto como la suma sobre las componentes p . Debido a la ortogonalidad de las ondas electromagnéticas, $\boldsymbol{\kappa} \cdot \boldsymbol{\epsilon} = 0$ y por lo tanto este término es igual a 0.

Para el término con armónicos esféricos de orden 2 en el producto $(\boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{r})(\boldsymbol{\epsilon} \cdot \mathbf{r})$, se obtiene

$$\begin{aligned}
 [(\boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{r})(\boldsymbol{\epsilon} \cdot \mathbf{r})]_{2,s} &= \left(\frac{4\pi}{3}\right) \sqrt{\frac{6}{4\pi}} \sum_{p,q} a_p^\epsilon a_{-q}^k r^2 \sum_{s=-2}^2 \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -q & -s & p \end{pmatrix} Y_{2,s} \\
 &= \sqrt{\frac{8\pi}{3}} r^2 \sum_{p,q} a_p^\epsilon a_{-q}^k \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -q & q-p & p \end{pmatrix} Y_{2,p-q}.
 \end{aligned} \tag{2.79}$$

Con los resultados anteriores, el hamiltoniano de interacción para la parte cuadrupolar eléctrica está dado en función de armónicos esféricos de orden 2, por

$$H_{E2} = \frac{eE_0 k}{2} \sum_{p,q} B_{p,q} r^2 Y_{2,p-q}, \tag{2.80}$$

donde el coeficiente $B_{p,q}$ para cada componente de los armónicos esféricos $Y_{2,p-q}$, está dado en términos de símbolos 3j por

$$B_{p,q} = \sqrt{\frac{8\pi}{3}} a_p^\epsilon a_{-q}^k \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -q & q-p & p \end{pmatrix}. \tag{2.81}$$

Con los resultados de esta sección el hamiltoniano de interacción se reescribe en la base de helicidad. Con este resultado, el cálculo de los elementos de matriz entre estados atómicos es directo y se presenta en la siguiente sección.

2.3.2. Elementos de matriz para el hamiltoniano de interacción

En esta sección se presenta el cálculo de los elementos de matriz entre estados atómicos correspondientes a átomos alcalinos. Los estados atómicos utilizados en este trabajo están dados por la expresión (2.21) y se escriben en esta sección, para el estado inicial a y el estado final b , como:

$$\begin{aligned} |a\rangle &= |n_a, L_a, J_a, F_a, m_{F_a}\rangle, \\ |b\rangle &= |n_b, L_b, J_b, F_b, m_{F_b}\rangle. \end{aligned} \quad (2.82)$$

Entonces, el elemento de matriz para la transición entre el estado inicial y el estado final está dado por

$$\langle b | H_{int} | a \rangle = \langle n_b, L_b, J_b, F_b, m_{F_b} | H_{int} | n_a, L_a, J_a, F_a, m_{F_a} \rangle. \quad (2.83)$$

A continuación se calculan los elementos de matriz para las transiciones eléctricas del hamiltoniano de interacción.

Transiciones eléctricas

El hamiltoniano para transiciones eléctricas involucran al operador de posición \mathbf{r} y a los vectores de polarización del campo eléctrico $\boldsymbol{\epsilon}$ y la dirección del vector de onda $\boldsymbol{\kappa}$ de la radiación electromagnética. Las partes eléctricas del hamiltoniano de interacción, ecuaciones (2.70) y (2.80), están dadas por:

$$H_{E1} = ieE_0 \sum_{p=-1}^1 A_p r Y_{1,p} \quad (2.84)$$

$$H_{E2} = \frac{eE_0 k}{2} \sum_{p,q} B_{p,q} r^2 Y_{2,p-q}, \quad (2.85)$$

donde los coeficiente A_p y $B_{p,q}$ están definidos en las ecuaciones 2.71 y 2.81 respectivamente.

El cálculo para los elementos de matriz se puede generalizar a la obtención del elemento de matriz para un operador de la forma $r^K Y_{K,t}$, donde K representa el orden multipolar de la interacción y t las componentes del armónico

esférico, con $-K \leq t \leq K$. El elemento de matriz para este operador general es:

$$\langle n_b, L_b, J_b, F_b, m_{Fb} | r^K Y_{K,t} | n_a, L_a, J_a, F_a, m_{Fa} \rangle. \quad (2.86)$$

Utilizando el teorema de Wigner-Eckart [42] la ecuación anterior se puede separar en un tensor irreducible de rango K que es independiente de las componentes t y otra parte sólo depende de dichas componentes. La ecuación (2.86) resulta en:

$$\begin{aligned} \langle n_b, L_b, J_b, F_b, m_{Fb} | r^K Y_{K,t} | n_a, L_a, J_a, F_a, m_{Fa} \rangle &= \langle n_b, L_b, J_b, F_b || r^K || n_a, L_a, J_a, F_a \rangle \\ &\times \langle F_a, m_{Fa}; K, t | F_b, m_{Fb} \rangle, \end{aligned} \quad (2.87)$$

donde r^K representa el tensor irreducible de orden K y $\langle F_a, m_{Fa}; K, t | F_b, m_{Fb} \rangle$ es el coeficiente de Clebsch-Gordan. Este coeficiente de Clebsch-Gordan puede escribirse en términos de los símbolos $3j$ [42] como

$$\langle F_a, m_{Fa}; K, t | F_b, m_{Fb} \rangle = (-1)^{J_b - m_{Fb}} \sqrt{2J_b + 1} \begin{pmatrix} F_b & K & F_a \\ -m_{Fb} & t & m_{Fa} \end{pmatrix}. \quad (2.88)$$

Por otro lado, el elemento de matriz reducido de la ecuación (2.87) se evalúa para las funciones de onda del átomo alcalino donde se acoplan los momentos angulares. Por tanto, al utilizar las herramientas de adición de momento angular [43, 44] se puede desacoplar el momento angular F, m_F de la base $|n, L, J, F, m_F\rangle \rightarrow |n, L, J, m_J\rangle |I, m_I\rangle$. El elemento de matriz reducido está dado por

$$\begin{aligned} \langle n_b, L_b, J_b, F_b || r^K || n_a, L_a, J_a, F_a \rangle &= \langle n_b, L_b, J_b || r^K || n_a, L_a, J_a \rangle \delta_{I_b, I_a} \\ &\times (-1)^{-I - J_b - J_a - F_a} \sqrt{(2F_a + 1)(2J_b + 1)} \begin{Bmatrix} J_b & J_a & K \\ F_a & F_b & I \end{Bmatrix}, \end{aligned} \quad (2.89)$$

donde la delta de Kronecker δ_{I_b, I_a} es siempre igual a 1 debido a que el espín nuclear se mantiene constante en todo momento $I_b = I_a = I$. La expresión entre llaves $\{ \dots \}$ denota el símbolo $6j$ [41] para el acoplamiento de los momentos angulares J e I . Al seguir con el desacoplamiento es posible llevar la expresión de la base $|n, L, J, m_J\rangle$ a la base desacoplada $|n, L, m_L\rangle |S, m_S\rangle$. El

nuevo elemento de matriz reducido está dado por

$$\begin{aligned} \langle n_b, L_b, J_b \| r^K \| n_a, L_a, J_a \rangle &= \langle n_b, L_b \| r^K \| n_a, L_a \rangle \delta_{S_b, S_a} (-1)^{-S-L_b-L_a-J_a} \\ &\times \sqrt{(2J_a+1)(2L_b+1)} \begin{Bmatrix} L_b & L_a & K \\ J_a & J_b & S \end{Bmatrix}, \end{aligned} \quad (2.90)$$

donde nuevamente la delta de Kronecker δ_{S_b, S_a} es siempre igual a 1 debido a que el espín del electrón se mantiene constante en todo momento $S_b = S_a = S$. Igualmente, la expresión entre llaves $\{\dots\}$ denota el símbolo $6j$ ahora para el acoplamiento de los momentos angulares L y S .

Finalmente, el elemento de matriz reducido con los términos $|n, L\rangle$ puede desacoplarse en una parte radial y otra parte angular [41],

$$\langle n_b, L_b \| r^K \| n_a, L_a \rangle = (-1)^{L_b} \sqrt{(2L_b+1)} \langle (nL)_b \| r^K \| (nL)_a \rangle \begin{pmatrix} L_b & K & L_a \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.91)$$

donde la parte radial se ha escrito como un elemento de matriz que involucra la integral de las funciones de onda radiales $R_{nL}(r)$ para los estados nL del átomo alcalino, mientras que para la integral angular se ha escrito como un acoplamiento de momentos angulares. La integral radial se expresa en forma explícita como

$$\langle (nL)_b \| r^K \| (nL)_a \rangle = \int R_{nL,a}(r) r^K(r) R_{nL,b}(r) r^2 dr. \quad (2.92)$$

Al sustituir los términos para el desacoplamiento angular en la ecuación (2.87) el elemento de matriz para el operador $r^K Y_{K,t}$ está dado por:

$$\begin{aligned} \langle n_b, L_b, J_b, F_b, m_{F_b} | r^K Y_{K,t} | n_a, L_a, J_a, F_a, m_{F_a} \rangle &= (-1)^\varphi \sqrt{(2L_a+1)(2L_b+1)(2J_a+1)} \\ &\times \sqrt{(2J_b+1)(2F_a+1)(2F_b+1)} \begin{Bmatrix} L_b & L_a & K \\ J_a & J_b & S \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} J_b & J_a & K \\ F_a & F_b & I \end{Bmatrix} \\ &\times \begin{pmatrix} F_b & K & F_a \\ -m_b & t & m_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_b & K & L_a \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \langle nL_b \| r^K \| nL_a \rangle, \end{aligned} \quad (2.93)$$

donde el factor $(-1)^\varphi$ define una fase global dada por el conjunto de números cuánticos involucrados en la transición. Como se verá más adelante, esta fase no es relevante para este trabajo.

De la ecuación (2.93) se obtienen las siguientes reglas de selección para las transiciones eléctricas:

- El espín nuclear y el espín electrónico no cambian. $\Delta S = 0$. $\Delta I = 0$.
- El símbolo $3j$ que involucra la componente t establece que la reglas de selección para m son $\Delta m = t$ con $-K \leq t \leq +K$.
- Nuevamente, el símbolos $3j$ que involucra la componente t establece una regla para F dada por $|F_a - F_b| \leq K \leq F_a + F_b$.
- El símbolo $3j$ de la parte angular L da la regla para la paridad de las funciones atómicas. El símbolo $3j$ es igual a cero si la suma $L_b + K + L_a$ es impar.

Para obtener la expresión completa del elemento de matriz del hamiltoniano se introduce la expresión anterior, ecuación (2.93), en las ecuaciones (2.85). En general se obtiene elemento de matriz para la probabilidad de transición como

$$\begin{aligned} \langle b | H_{E1} | a \rangle &= ieE_0 \sum_{p=-1}^1 A_p \langle n_b, L_b, J_b, F_b, m_{Fb} | rY_{1,p} | n_a, L_a, J_a, F_a, m_{Fa} \rangle, \\ \langle b | H_{E2} | a \rangle &= \frac{eE_0k}{2} \sum_{p,q} B_{p,q} \langle n_b, L_b, J_b, F_b, m_{Fb} | r^2Y_{2,p-q} | n_a, L_a, J_a, F_a, m_{Fa} \rangle. \end{aligned} \quad (2.94)$$

donde, nuevamente, los coeficiente A_p y $B_{p,q}$ están definidos en las ecuaciones (2.71) y (2.81) respectivamente.

Con los resultados de esta sección se tiene una descripción general de las transiciones atómicas, en la siguiente sección se aplican estos resultados al átomo de rubidio.

2.4. Transiciones en el átomo de rubidio

En la figura 2.1 se muestran los niveles de energía para el átomo de ^{85}Rb que participan en la detección de la transición $5P_{3/2} \rightarrow 6P_{3/2}$. En la figura 2.2 se muestran los niveles de energía correspondientes al átomo de ^{85}Rb . En el experimento, inicialmente los átomos están en el estado base $5S_{1/2}$ y son excitados por un láser de 780 nm al primer estado excitado $5P_{3/2}$ [45, 46]. Después, un segundo láser de 911 nm lleva los átomos al estado

$6P_{3/2}$. Finalmente, los átomos en el estado $6P_{3/2}$ decaen espontáneamente a estados de energía mas baja. Los estados a los que puede decaer son los estados $6S_{1/2}$, $5D_{5/2}$, $5D_{3/2}$ y $5S_{1/2}$; sin embargo, para este trabajo sólo es de interés el decaimiento espontáneo al estado base, ya que este decaimiento genera fotones de luz azul (420 nm) que son detectados y analizados durante el experimento. En el experimento es posible resolver la estructura hiperfina del átomo de Rubidio por lo que los estados atómicos involucrados en las transiciones tiene que describirse como $|n, L, J; F, m\rangle$ donde n corresponde al número cuántico principal, L es usado para el momento angular orbital, J corresponde al acoplamiento de L con el espín S que da la estructura fina, F que resulta del acoplamiento de J con el espín nuclear I que a su vez produce la estructura hiperfina y finalmente la proyección magnética m_F .

Cada transición establece una población específica en cada estado $|n, L, J; F, m_F\rangle$ del sistema. Es decir, la transición $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$ determina la población inicial disponible para realizar la transición cuadrupolar $5P_{3/2} \rightarrow 6P_{3/2}$. Como se expuso en la sección anterior estas dos transiciones permiten poblar de manera selectiva cada uno de los estados $|6P_{3/2}; F, m\rangle$ en función de las direcciones de los vectores ϵ y κ de la radiación electromagnética.

Transición dipolar $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$

La primera transición en la excitación de escalera, es la transición que lleva a los átomos del nivel $5S_{1/2}$ en el estado hiperfino $|F_1, m_1\rangle$ al estado excitado $|F_2, m_2\rangle$ del nivel $5P_{3/2}$. El elemento de matriz que permite calcular la probabilidad de esta transición está dado por la ecuación (2.70) y utilizando el resultado de la ecuación (2.93) para $K = 1$, se obtiene

$$\begin{aligned} \langle 5P_{3/2}, F_2, m_2 | H_{E1} | 5S_{1/2}, F_1, m_1 \rangle &= (-1)^{\varphi_{E1}} (ieE_0) \sqrt{(1)(3)(2)(4)} \\ &\times \sqrt{(2F_1 + 1)(2F_2 + 1)} \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1/2 & 3/2 & 1/2 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 3/2 & 1/2 & 1 \\ F_1 & F_2 & I \end{Bmatrix} \\ &\times \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \langle (5P)_f || r || (5S)_i \rangle \sum_{p=-1}^1 \begin{pmatrix} F_2 & 1 & F_1 \\ -m_2 & p & m_1 \end{pmatrix} A_p, \quad (2.95) \end{aligned}$$

con A_p dada por la ecuación (2.71).

Las reglas de selección para esta transición, obtenidas mediante la ecuación (2.93), permiten concluir que solamente el hamiltoniano para la interacción dipolar eléctrica H_{E1} permite esta transición.

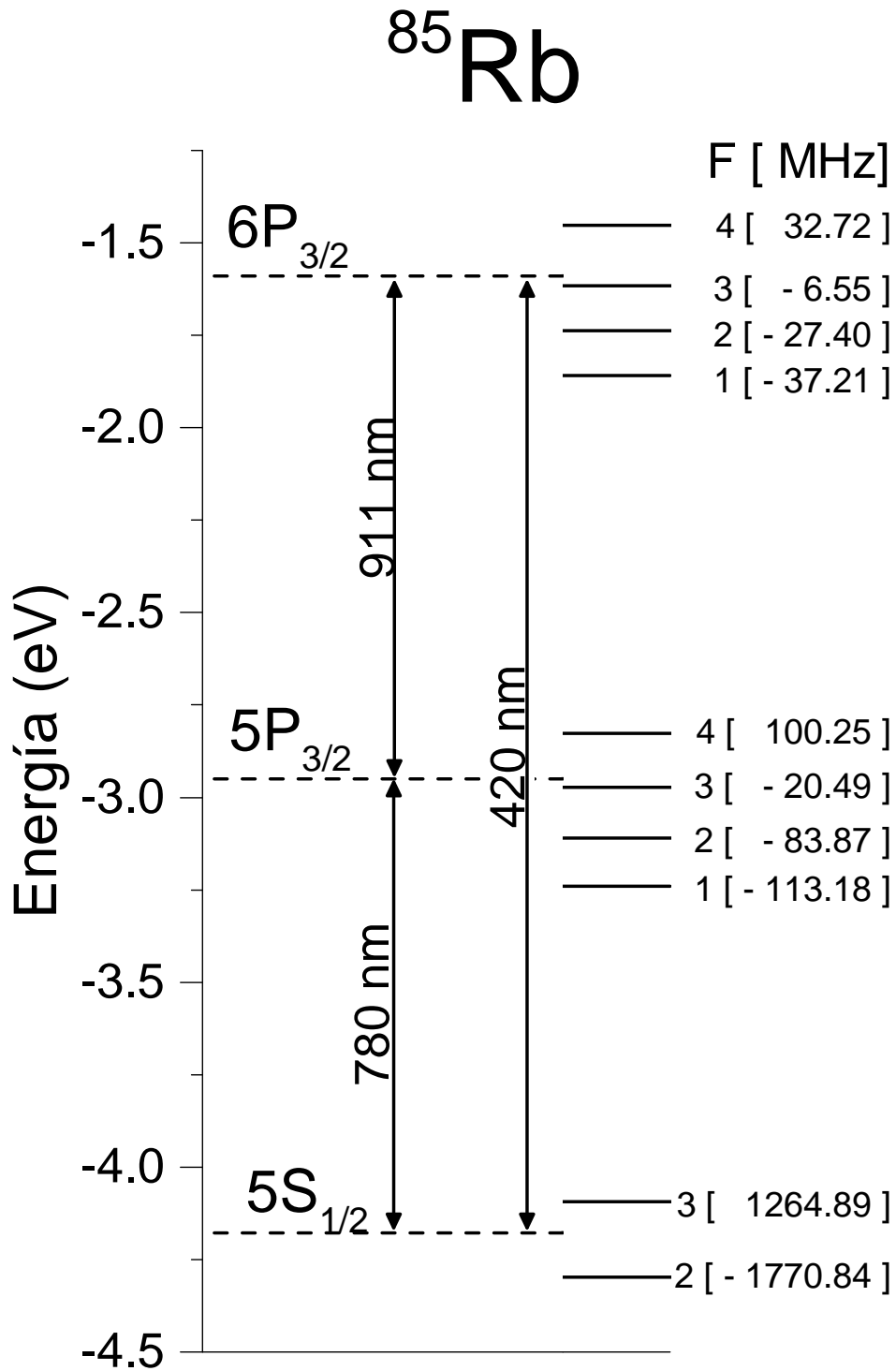


Figura 2.1: Niveles de energía del ⁸⁵Rb utilizados en la producción de transiciones prohibidas.

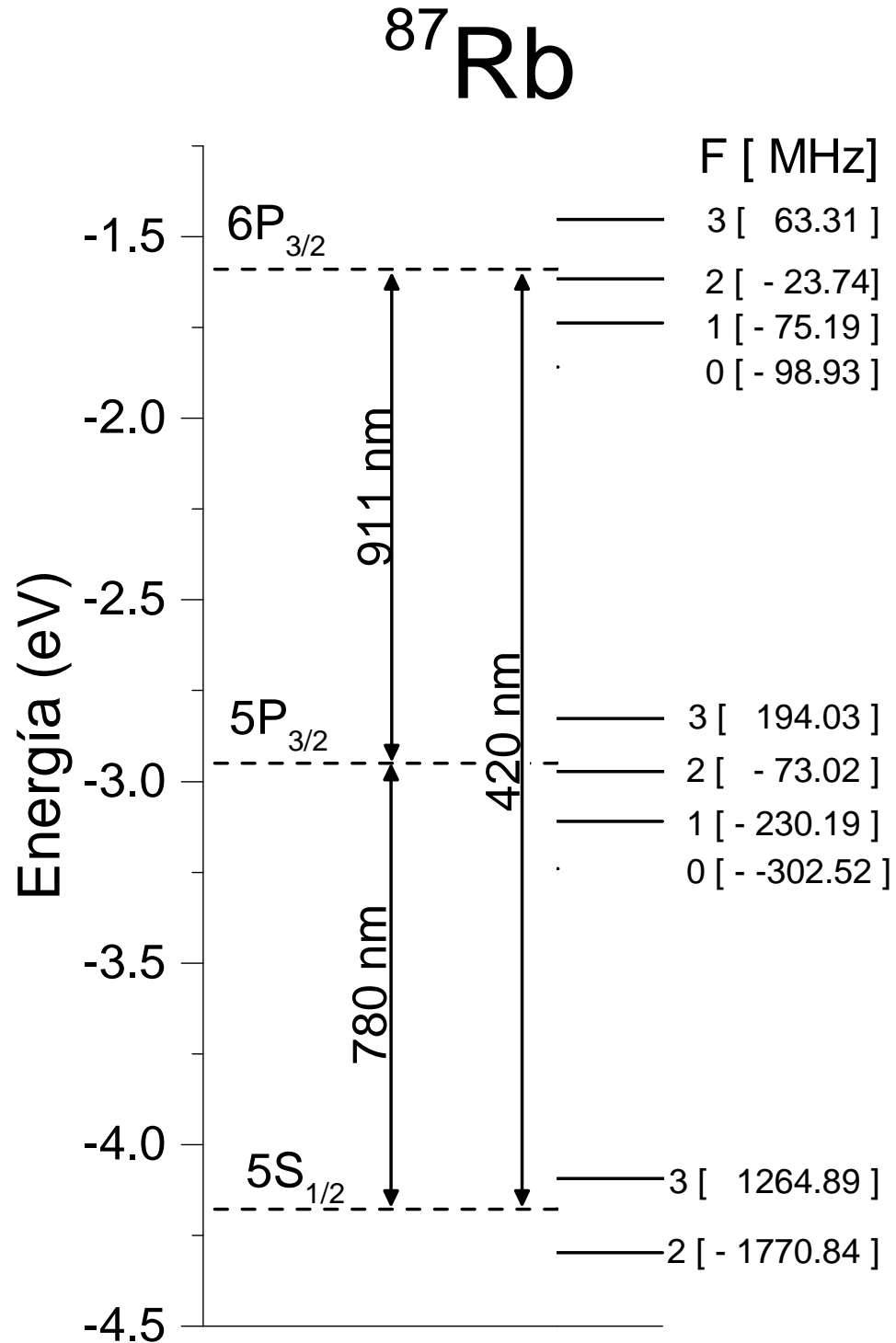


Figura 2.2: Niveles de energía del ⁸⁷Rb utilizados en la producción de transiciones prohibidas.

Si se utiliza un factor η_{780} que agrupe las constantes y los valores que dependen de los mismos números cuánticos en la transición, esto es:

$$\eta_{780} = (-1)^{\varphi_{E1}} (ieE_0) \sqrt{24} \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1/2 & 3/2 & 1/2 \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \langle (5P)_f \| r \| (5S)_i \rangle, \quad (2.96)$$

entonces, la ecuación (2.95) se reduce a una expresión que depende únicamente de los estados hiperfinos del sistema:

$$\begin{aligned} \langle 5P_{3/2}, F_2, m_2 | H_{E1} | 5S_{1/2}, F_1, m_1 \rangle &= \eta_{780} \sqrt{(2F_1 + 1)(2F_2 + 1)} \\ &\times \begin{Bmatrix} 3/2 & 1/2 & 1 \\ F_1 & F_2 & I \end{Bmatrix} \sum_{p=-1}^1 \begin{pmatrix} F_2 & 1 & F_1 \\ -m_2 & p & m_1 \end{pmatrix} A_p. \end{aligned} \quad (2.97)$$

Transición cuadrupolar eléctrica $5P_{3/2} \rightarrow 6P_{3/2}$

El siguiente paso en la excitación en escalera es la transición del primer estado excitado $|F_2, m_2\rangle$ del nivel $5P_{3/2}$ al estado superior $|F_3, m_3\rangle$ del nivel $6P_{3/2}$. El elemento de matriz para el hamiltoniano de interacción en este paso se calcula utilizando las ecuaciones (2.80) y (2.93) para $K = 2$. Se obtiene

$$\begin{aligned} \langle 6P_{3/2}, F_3, m_3 | H_{E2} | 5P_{3/2}, F_2, m_2 \rangle &= (-1)^{\varphi_{E2}} \left(\frac{eE_0 k}{2} \right) \sqrt{(3)(3)(4)(4)} \\ &\times \sqrt{(2F_2 + 1)(2F_3 + 1)} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3/2 & 3/2 & 1/2 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 3/2 & 3/2 & 2 \\ F_2 & F_3 & I \end{Bmatrix} \\ &\times \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \langle (6P)_f \| r^2 \| (5P)_i \rangle \sum_{p,q=-2}^2 \begin{pmatrix} F_3 & 2 & F_2 \\ -m_3 & p - q & m_2 \end{pmatrix} B_{p,q}, \end{aligned} \quad (2.98)$$

donde el coeficiente B_{pq} está dado por la ecuación (2.81).

Las reglas de selección, ecuación (2.93) para esta transición permiten concluir que el hamiltoniano para la interacción cuadrupolar eléctrica H_{E2} es el único que permite la transición. Esta transición cumple la regla de selección para paridad $L_3 + K + L_2 = 1 + 2 + 1 = \text{par}$.

Si, nuevamente, se utiliza un sólo factor constante η_{911} para la expresión (2.98), se obtiene una expresión para los estados hiperfinos como sigue:

$$\begin{aligned} \langle 6P_{3/2}, F_3, m_{F3} | H_{E2} | 5P_{3/2}, F_2, m_{F2} \rangle &= \eta_{911} \sqrt{(2F_2 + 1)(2F_3 + 1)} \\ &\times \left\{ \begin{matrix} 3/2 & 3/2 & 2 \\ F_2 & F_3 & I \end{matrix} \right\} \sum_{p,q=-2}^2 \begin{pmatrix} F_3 & 2 & F_2 \\ -m_{F3} & p - q & m_{F2} \end{pmatrix} B_{p,q}, \end{aligned} \quad (2.99)$$

donde el factor constante η_{911} está dado por:

$$\eta_{911} = (-1)^{\varphi_{E2}} 6 (eE_0 k) \left\{ \begin{matrix} 1 & 1 & 2 \\ 3/2 & 3/2 & 1/2 \end{matrix} \right\} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \langle (6P)_3 \| r^2 \| (5P)_2 \rangle. \quad (2.100)$$

Transición dipolar $6P_{3/2} \rightarrow 5S_{1/2}$

El decaimiento espontáneo que genera los fotones azules que se detectan en el experimento, se producen nuevamente por una transición dipolar eléctrica, de acuerdo a las reglas de selección dadas por la ecuación 2.93. La transición de decaimiento es $6P_{3/2} \rightarrow 5S_{1/2}$, entre los estados hiperfinos F_3, m_{F3} y F_g, m_{Fg} donde se ha puesto el subíndice g para resaltar que el decaimiento al estado base es independiente de la elección de los estados iniciales F_1, m_1 . El cálculo para el elemento de matriz del decaimiento es análogo al cálculo de la transición $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$ y se escribe como:

$$\begin{aligned} \langle 5S_{1/2}, F_g, m_g | H_{E1} | 6P_{3/2}, F_3, m_3 \rangle &= \eta_{420} \sqrt{(2F_3 + 1)(2F_g + 1)} \\ &\times \left\{ \begin{matrix} 3/2 & 1/2 & 1 \\ F_3 & F_g & I \end{matrix} \right\} \sum_{p=-1}^1 \begin{pmatrix} F_g & 1 & F_3 \\ -m_g & p & m_3 \end{pmatrix} A'_p, \end{aligned} \quad (2.101)$$

donde la constante η_{420} corresponde a la transición que involucra los fotones azules de 420 nm, dada por

$$\eta_{420} = (-1)^{\varphi_{420}} (ieE_{420}) \sqrt{24} \left\{ \begin{matrix} 1 & 0 & 1 \\ 1/2 & 3/2 & 1/2 \end{matrix} \right\} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \langle (1S)_g \| r \| (6P)_3 \rangle. \quad (2.102)$$

Los coeficientes A'_p se definen de manera análoga a las constantes A_p de la expresión 2.71 sólo que ahora se utiliza el vector de polarización para los fotones de 420 nm.

En el siguiente capítulo de este trabajo se utilizan los resultados obtenidos para los elementos de matriz en cada transición para construir un modelo que describa el fenómeno completo de la transición multifotónica.

Capítulo 3

Modelo de tres pasos

Una contribución importante de este trabajo es la propuesta de un modelo teórico de *modelo de tres pasos* como primera aproximación a la descripción de la excitación en escalera. Como se mostró en el capítulo anterior, cada paso en la excitación en escalera del experimento, $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2} \rightarrow 6P_{3/2}$ y su posterior decaimiento al estado base $5S_{1/2}$, es producida por una única parte del hamiltoniano de transición: H_{E1} para el primer paso, H_{E2} para el segundo paso y H_{E1} para el paso de decaimiento, donde el cálculo para los elementos de matriz está dado por las ecuaciones (2.94).

En este capítulo se presenta a detalle el modelo teórico propuesto para describir los resultados experimentales.

3.1. Modelo de tres pasos

Para la construcción del modelo se supone al sistema como átomos en reposo que interactúan con la radiación electromagnética sintonizada siempre en resonancia. En el capítulo 4, donde se describe el experimento, se justifican a detalle estas consideraciones del modelo.

De manera cualitativa, el modelo de tres pasos puede describirse de la siguiente manera: Si se considera un átomo en el nivel de energía más bajo (figura 3.1), en el nivel hiperfino $5S_{1/2}$ y en un estado específico $|F_1, m_1\rangle$, después de interactuar con el láser de 780 nm, llegará al nivel hiperfino $5P_{3/2}$ en algún $|F_2, m_2\rangle$ determinado por la polarización del láser. Una vez que el átomo llega al estado $|F_2, m_2\rangle$, interactúa con el láser de 911 nm y hay una probabilidad de que llegue al estado superior $|F_3, m_3\rangle$ en el nivel

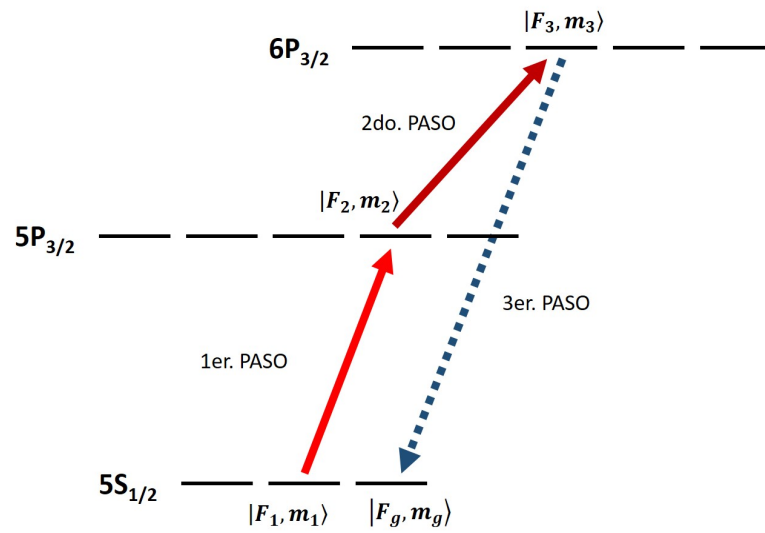


Figura 3.1: Descripción cualitativa del modelo de tres pasos. El primer paso lleva a los átomos del estado base en $5S_{1/2}$ a un estado excitado en $5P_{3/2}$. El segundo paso lleva los átomos hasta un estado en $6P_{3/2}$ y finalmente, los átomos decaen al estado base en $5S_{1/2}$.

hiperfino $6P_{3/2}$. Finalmente, el átomo en el estado $|F_3, m_3\rangle$ decae al estado base $5S_{1/2}$ mediante emisión espontánea y genera un fotón azul de 420 nm. Este es el tercer paso y también se tiene una probabilidad de caer al estado $|F_g, m_g\rangle$ del nivel hiperfino $5S_{1/2}$. Se debe notar que el estado inicial $|F_1, m_1\rangle$ puede ser diferente al estado final $|F_g, m_g\rangle$.

El estudio por separado de cada paso entre niveles hiperfinos atómicos, permite calcular la probabilidad de cada transición entre pares de estados y después calcular la probabilidad total del sistema en escalera multiplicando estas probabilidades. La validez del modelo se sustenta en que el acoplamiento por la transición cuadrupolar $5P_{3/2} \rightarrow 6P_{3/2}$ es muy pequeño (10^{-6}) en comparación con el primer paso $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$ ¹. Esto es, debido a que el primer paso presenta un acoplamiento fuerte en el sistema, la interacción con el láser del primer paso establece una población de equilibrio en el nivel $5P_{3/2}$ y una vez alcanzado el equilibrio, el segundo láser excita átomos al nivel superior $6P_{3/2}$ sin perturbar la población en el nivel $6P_{3/2}$ (se excita aproximadamente un átomo de cada un millón). Adicionalmente, el modelo se confirma como una buena primera aproximación al comparar con los datos experimentales en el capítulo .

Por lo tanto, con el modelo de tres pasos se calculan las amplitudes relativas entre las transiciones cuadrupolares y se compararan con el análisis de la altura de los picos en el espectro experimental. Para realizar esta comparación, en el modelo se calcula la probabilidad de detectar un fotón azul proveniente del decaimiento espontáneo del nivel $6P_{3/2}$ al estado base $5S_{1/2}$ cuando el sistema es excitado por la transición en escalera $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2} \rightarrow 6P_{3/2}$. Por lo mencionado en los párrafos anteriores, la probabilidad de detectar un fotón azul involucra la aplicación de tres pasos independientes:

1. Preparación del estado $5P_{3/2}$
2. Excitación cuadrupolar eléctrica $5P_{3/2} \rightarrow 6P_{3/2}$
3. Decaimiento espontáneo $6P_{3/2} \rightarrow 5S_{1/2}$

Entonces, de manera cuantitativa, la probabilidad de detectar un fotón azul que viene del estado $6P_{3/2}$ después de excitar los niveles específicos $F_1 \rightarrow F_2 \rightarrow F_3$ está dada por:

¹En el apéndice A se describe con más detalle los órdenes de magnitud de cada transición

$$\begin{aligned}
P(F_1, F_2, F_3,) = & \sum_{m_2, m_3, F_g, m_g, \lambda} \sigma(\epsilon_{780}; F_1, F_2, m_2) \\
& \times P_{E2}(\epsilon_{911}, \kappa_{911}; F_2, m_2; F_3, m_3) \times P_\lambda(F_3, m_3; F_g, m_g) \quad (3.1)
\end{aligned}$$

donde se ha puesto de manera explícita la dependencia en la polarización de los haces mediante ϵ_{780} para el láser de preparación, de 780 nm, y $\epsilon_{911}, \kappa_{911}$ para el láser de excitación cuadrupolar, de 911 nm. La suma corre sobre todos los estados magnéticos m_2 del nivel $|5P_{3/2}, F_2\rangle$, los m_3 del $|6P_{3/2}, F_3\rangle$, así como todos los estados base $|5S_{1/2}, F_g, m_g\rangle$ a los que puede decaer el sistema. El primer término σ , corresponde a la preparación del sistema por el láser de 780 nm que acopla los niveles $F_1 \rightarrow F_2$, el segundo término P_{E2} es la probabilidad de la transición cuadrupolar eléctrica por el láser de 911 nm que acopla los niveles $F_2 \rightarrow F_3$ y finalmente el término P_λ es la probabilidad de que el sistema decaiga por emisión espontánea del estado F_3 a cualquier estado base F_g, m_g con la emisión de un fotón de 420 nm. El subíndice λ se utiliza para hacer notar que el decaimiento es espontáneo y el fotón emitido puede tener cualquier polarización posible, de ahí que se indique explícitamente la suma sobre λ .

En este trabajo se estudian dos configuraciones de los estados de polarización. La primera configuración lineal-lineal donde tanto el haz de preparación como el de excitación cuadrupolar tienen polarización lineal, y la segunda configuración circular-lineal donde el haz de preparación tiene polarización circular y el haz de excitación cuadrupolar tiene polarización lineal. Estos dos casos producen condiciones muy diferentes en el sistema atómico y se estudiarán de manera independiente. En la siguiente sección se plantea el sistema de referencia utilizado en el modelo para describir las coordenadas de ambas configuraciones de polarización.

Sistema de referencia empleado en el modelo

En primer lugar, para describir el modelo, es necesario establecer un sistema de referencia para cada configuración de polarización, y debido a que el láser de preparación en el primer paso es el que realiza el acoplamiento más fuerte, entonces este láser define el eje de cuantización del sistema.

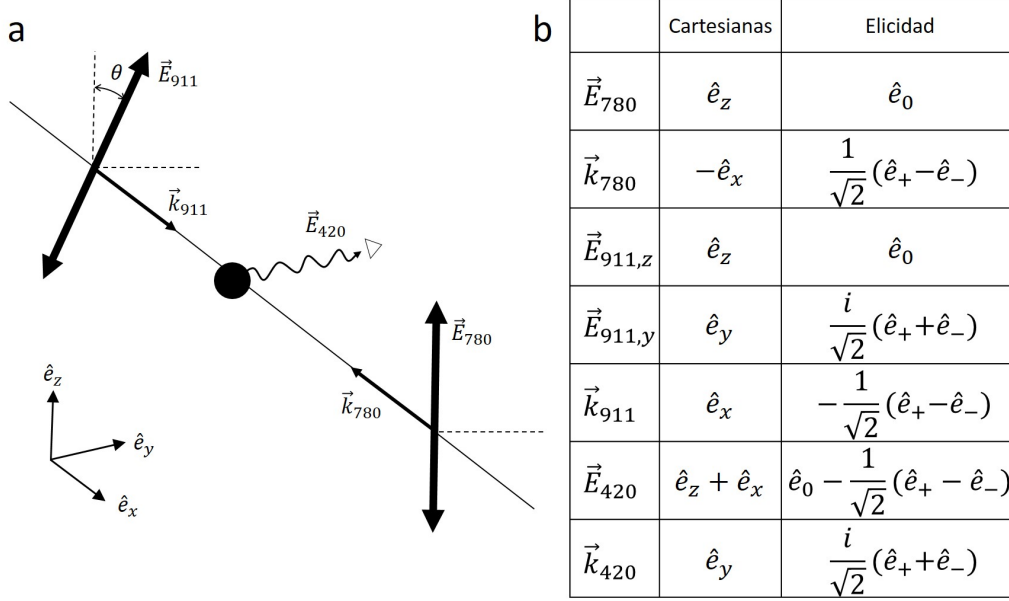


Figura 3.2: Elección de ejes para la configuración de polarización lineal-lineal.

Configuración lineal-lineal

En el caso de configuración de polarización lineal-lineal ambos láseres se propagan sobre un mismo eje. Para este caso se consideran los vectores de polarización no paralelos. En la figura 3.2 se describe el sistema de referencia empleado en este caso. El haz de preparación define el eje de cuantización paralelo a su vector de polarización.

Ambos láseres se propagan sobre el eje X mientras que sus campos eléctricos se mantienen en un plano perpendicular a la dirección de propagación en acuerdo con las ecuaciones de Maxwell [37]. La dirección de propagación es $\hat{\mathbf{k}} = \hat{e}_x$, el vector de polarización para el haz de preparación \mathbf{E}_{780} es paralelo al eje Z , en la base de helicidad este vector es $\hat{\mathbf{e}}_{780} = \hat{e}_0$, por tanto, el elemento de matriz para este paso está dado por

$$\begin{aligned} \langle 5P_{3/2}, F_2, m_2 | H_{E1} | 5S_{1/2}, F_1, m_1 \rangle &= \eta_{780} \sqrt{(2F_1 + 1)(2F_2 + 1)} \\ &\times \begin{Bmatrix} 3/2 & 1/2 & 1 \\ F_1 & F_2 & I \end{Bmatrix} \sqrt{\frac{4\pi}{3}} \begin{pmatrix} F_2 & 1 & F_1 \\ -m_2 & 0 & m_1 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (3.2)$$

donde se ha usado la ecuación 2.97 con el coeficiente A_p de la ecuación 2.71

dado por $p = 0$, esto es

$$A_p = \sqrt{\frac{4\pi}{3}} \boldsymbol{\epsilon} \cdot \hat{\mathbf{e}}_p^* = \sqrt{\frac{4\pi}{3}} \mathbf{e}_0 \cdot \hat{\mathbf{e}}_p^* = \sqrt{\frac{4\pi}{3}} \quad (3.3)$$

Por otro lado, el campo eléctrico para la excitación cuadrupolar \bar{E}_{911} forma un ángulo θ con el eje Z de tal forma que tiene dos componentes perpendiculares:

$$\mathbf{E}_{911} = \begin{cases} \mathbf{E}_{911,z} = E_{911} \cos \theta \hat{\mathbf{e}}_z \\ \mathbf{E}_{911,y} = E_{911} \sin \theta \hat{\mathbf{e}}_y \end{cases} \quad (3.4)$$

Estas componentes del campo se utilizan en la ecuación 2.99 para calcular los elementos de matriz en la transición cuadrupolar. Los coeficientes $B_{p,q}$ están dados por la ecuación 2.81. En la tabla 3.1 se muestran los coeficientes $B_{p,q}$ para cada componente del operador $r^2 Y_{2,p-q}$ cuando se utiliza la base de helicidad. Estos coeficientes $B_{p,q}$ se muestran de forma separada la parte paralela y la parte perpendicular del hamiltoniano para la configuración lineal-lineal.

configuración paralela				configuración perpendicular			
$\frac{p_\epsilon}{q_\kappa}$	-1	0	+1	$\frac{p_\epsilon}{q_\kappa}$	-1	0	+1
-1	0	0	0	-1	$-\frac{i}{3} \sqrt{\frac{\pi}{5}}$	0	$i \sqrt{\frac{2\pi}{15}}$
0	$\sqrt{\frac{2\pi}{15}}$	0	$-\sqrt{\frac{2\pi}{15}}$	0	0	0	0
+1	0	0	0	+1	$-i \sqrt{\frac{2\pi}{15}}$	0	$\frac{i}{3} \sqrt{\frac{\pi}{5}}$

Tabla 3.1: Coeficientes $B_{p,q}$ para la configuración paralela y perpendicular. Las columnas representan el coeficiente $B_{p,q}$ para los valores de p_ϵ y las filas corresponden a q_κ .

El hamiltoniano para la parte paralela es:

$$\begin{aligned} \langle 6P_{3/2}, F_3, m_3 | H_{E2,\parallel} | 5P_{3/2}, F_2, m_2 \rangle &= \eta_{911} \sqrt{(2F_2 + 1)(2F_3 + 1)} \\ &\times \begin{Bmatrix} 3/2 & 3/2 & 2 \\ F_2 & F_3 & I \end{Bmatrix} \sqrt{\frac{2\pi}{15}} \left(\begin{pmatrix} F_3 & 2 & F_2 \\ -m_3 & -1 & m_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} F_3 & 2 & F_2 \\ -m_3 & 1 & m_2 \end{pmatrix} \right), \quad (3.5) \end{aligned}$$

donde se usaron los dos valores diferentes de cero de la tabla para la configuración paralela de 3.1. Estos valores corresponden a $p - q = \pm 1$, lo que

establece las reglas de selección para esta configuración. Otra forma de ver esta regla de selección es mediante las propiedades de los símbolos $3j$ de la ecuación (3.5), ya que el elemento de matriz es diferente de cero si las proyecciones magnéticas m cumplen que $\Delta m = \pm 1$.

Por otra parte, el hamiltoniano para la parte perpendicular es:

$$\langle 6P_{3/2}, F_3, m_3 | H_{E2,\perp} | 5P_{3/2}, F_2, m_2 \rangle = \eta_{911} \sqrt{(2F_2 + 1)(2F_3 + 1)} \\ \times \left\{ \begin{matrix} 3/2 & 3/2 & 2 \\ F_2 & F_3 & I \end{matrix} \right\} \sqrt{\frac{2\pi}{15}} i \left(- \begin{pmatrix} F_3 & 2 & F_2 \\ -m_3 & -2 & m_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F_3 & 2 & F_2 \\ -m_3 & 2 & m_2 \end{pmatrix} \right), \quad (3.6)$$

donde se utilizan los valores de la tabla 3.1 para la configuración perpendicular. Los términos sobre la diagonal, donde p y q tienen mismo signo (coeficientes $B_{p,q=p}$), se cancelan mutuamente y por lo tanto la parte que corresponde a la componente $Y_{2,0}$ es igual a cero. Esto establece que las transiciones con $\Delta m = 0$ están prohibidas en este sistema. Por otro lado, los términos fuera de la diagonal donde $p - q = \pm 2$ dan un elemento de matriz diferente de cero y por tanto establecen la regla de selección $\Delta m = \pm 2$.

Configuración circular-lineal

Por otro lado, para la configuración circular-lineal, el haz de preparación tiene polarización circular mientras que el haz de excitación cuadrupolar mantiene una polarización lineal. En la figura 3.3a se muestra el sistema de referencia empleado en este caso. Los láseres se contrapropagan, a lo largo del eje Z y, entonces su dirección de propagación es $\boldsymbol{\kappa} = \hat{\mathbf{e}}_z$. En este caso, el plano de polarización corresponde al plano XY . El campo eléctrico para el haz de preparación \mathbf{E}_{780} gira con polarización circular derecha σ^+ , la componente en coordenadas de helicidad resulta ser $\boldsymbol{\epsilon}_{780} = \hat{\mathbf{e}}_+$. El campo eléctrico del haz de excitación cuadrupolar \mathbf{E}_{911} está polarizado linealmente sobre el eje X , en la base de helicidad esto resulta de una combinación de componentes $\hat{\mathbf{e}}_{\pm}$. En la tabla de la figura 3.3b se muestra la configuración de cada componente en coordenadas cartesianas y su correspondiente en coordenadas de helicidad.

El elemento de matriz para la transición cuadrupolar eléctrica en esta configuración tiene la misma forma que el elemento de matriz para la configuración paralela, ecuación 3.5. Esto se debe a que en el caso de configuración lineal-circular ($\sigma - \pi$), las expresiones para $\boldsymbol{\epsilon}$ y para $\boldsymbol{\kappa}$ intercambian de lugar. Este elemento de matriz es el siguiente

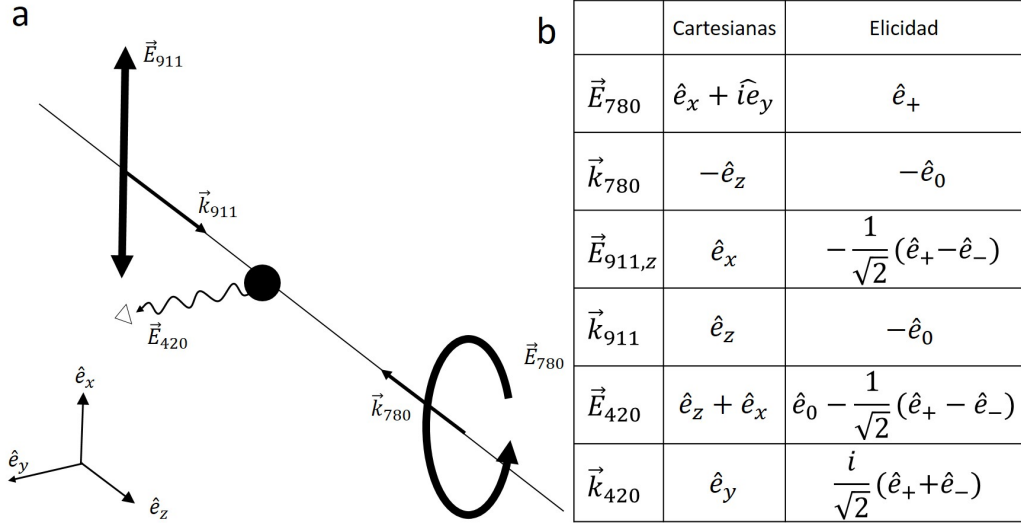


Figura 3.3: Elección de ejes para la configuración de polarización circular lineal.

$$\begin{aligned} \langle 6P_{3/2}, F_3, m_3 | H_{E2, \sigma-\pi} | 5P_{3/2}, F_2, m_2 \rangle &= \eta_{911} \sqrt{(2F_2 + 1)(2F_3 + 1)} \\ &\times \begin{Bmatrix} 3/2 & 3/2 & 2 \\ F_2 & F_3 & I \end{Bmatrix} \sqrt{\frac{2\pi}{15}} \left(\begin{pmatrix} F_3 & 2 & F_2 \\ -m_3 & -1 & m_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} F_3 & 2 & F_2 \\ -m_3 & 1 & m_2 \end{pmatrix} \right). \end{aligned} \quad (3.7)$$

donde, el factor η_{911} está dado por la expresión (2.100).

Para el decaimiento espontáneo que emite la luz azul, los fotones se detectan a lo largo del eje Y en ambos casos; por lo tanto, las direcciones posibles para los vectores de polarización de la luz azul están en el plano ZX . Una vez definido el sistema de referencia los cálculos pueden realizarse de manera eficiente como se muestra en el resto del capítulo.

3.2. Preparación del estado $5P_{3/2}$

Los átomos disponibles para ser excitados por la interacción cuadrupolar eléctrica son preparados por la interacción con el haz de 780 nm que puebla a los estados $5P_{3/2}$. Durante esta interacción el láser de 780 nm distribuye la

población en los estados $|5P_{3/2}, F_2, m_2\rangle$ de acuerdo a su frecuencia y polarización. La frecuencia permite seleccionar el nivel hiperfino F_2 mientras que la polarización bombea a estados específicos de m_2 .

Para describir el proceso de preparación se utiliza la aproximación de evolución temporal de poblaciones de Einstein. En general la evolución de la población N_i en el estado i está dada por

$$\frac{dN_i}{dt} = + \sum_j A_{ij} N_j - \sum_k A_{ki} N_i + \sum_l \rho B_{ij}^q (N_l - N_i), \quad (3.8)$$

donde el primer término en la derecha corresponde a la suma de todos los estados j que pueden decaer de manera espontánea al estado i . Se multiplica el coeficiente de emisión espontánea A_{ij} de Einstein por la población N_j del estado j . Este término es positivo ya que aumenta la población N_i para el estado i . El segundo término corresponde a la suma de todos los estados k a los que puede decaer el estado i . En este caso la suma corre sobre k por lo que se puede factorizar la población N_i y el resultado de la suma es la tasa de decaimiento Γ_i del estado i , como se observa adelante en la ecuación 3.9. El segundo término tiene un signo menos ya que el estado N_i pierde población. Por último, el tercer término corresponde a los procesos de emisión y absorción estimulada debido a los posibles campos l de radiación electromagnética. Se multiplica la densidad de energía ρ del campo electromagnético por el coeficiente B_{ij}^q de Einstein que depende de la polarización del haz mediante el parámetro q (ver ecuaciones 2.98) y por la diferencia en poblaciones entre los estados correspondientes.

Los coeficientes de Einstein en la ecuación (3.8) pueden reescribirse utilizando la teoría para transiciones en átomo de dos niveles, como[47]:

$$\begin{aligned} A_{ij} &= \Gamma_j R_{ij}, \\ \rho B_{ij}^p &= \frac{\Gamma_j}{2} \frac{I/I_{sat}}{1 + \left(\frac{\Delta\omega_{ij}}{\Gamma_j/2}\right)^2} R_{ij}^q, \end{aligned} \quad (3.9)$$

donde Γ_j es la tasa de decaimiento del estado j , R_{ij} es la intensidad de oscilador entre los estados i y j (este valor se obtiene de la parte angular de la probabilidad de transición entre estados), I es la intensidad de la radiación electromagnética (ecuación (2.31)) e I_{sat} es la intensidad de saturación de la transición[46]. $\Delta\omega_{ij}$ es la desintonía en frecuencia de la radiación electromagnética respecto a la transición atómica.

Tomando en cuenta que el sistema estudiado en este trabajo sólo tiene dos niveles acoplados por el láser de 780 nm (el estado base $5S_{1/2}$ y el estado excitado $5P_{3/2}$) y que el láser está anclado en la frecuencia de resonancia ($\Delta\omega = 0$) para una transición atómica específica $F_1 \rightarrow F_2$, entonces la ecuación (3.8) puede escribirse como:

$$\begin{aligned}\frac{dN_i}{dt} &= \sum_j \Gamma_{5P_{3/2}} R_{ij} N_j + \frac{\Gamma_{3/2}}{2} \frac{I}{I_{sat}} R_{ij}^q (N_j - N_i), \\ \frac{dN_j}{dt} &= -\Gamma_{5P_{3/2}} N_j - \frac{I}{2I_{sat}} \Gamma_{5P_{3/2}} R_{ij}^q (N_j - N_i),\end{aligned}\quad (3.10)$$

donde se han puesto de manera explícita los términos i para el estado base y los j para el estado excitado. Es claro que las ecuaciones 3.9 conservan la población al sumarlas sobre todos los estados involucrados,

$$\sum_{ij} \left(\frac{dN_i}{dt} + \frac{dN_j}{dt} \right) = 0. \quad (3.11)$$

Las ecuaciones 3.10 se resuelven de forma numérica utilizando el método de Euler. Para cada estado $|F, m\rangle$ del sistema se tiene

$$\frac{dN_{Fm}}{dt} = V(N_i, N_j; q; t), \quad (3.12)$$

donde se ha escrito el término a la derecha de la ecuación 3.10 como una tasa de cambio V para la población, que depende tanto de las poblaciones en el sistema, como de la polarización del láser q y del tiempo. Si se toman intervalos de tiempo Δt suficientemente pequeños² para considerar la tasa de cambio como constante, la ecuación 3.12 puede escribirse como:

$$\Delta N_{Fm} = V(N_i, N_j; q; t) \Delta t \quad (3.13)$$

y usando el hecho de que $\Delta N_{Fm} = N_{Fm}(t + \Delta t) - N_{Fm}(t)$, es se obtiene el siguiente resultado.

$$N_{Fm}(t + \Delta t) = N_{Fm}(t) + V(N_i, N_j; q; t) \Delta t. \quad (3.14)$$

Ecuaciones parecidas se encuentran para todos los niveles involucrados en el sistema. Los estados excitados $|j\rangle = |5P_{3/2}; F_2, m_2\rangle$ tienen una única

²Tiempos pequeños en relación a la vida media de los estados involucrados. En este caso se toma el tiempo de vida del estado $5P_{3/2}$, $\tau \approx 26$ ns y se utiliza un tiempo de integración $\Delta t = 2$ ns

F_2 establecida por la frecuencia del láser, mientras que los estados base $|i\rangle = |5P_{3/2}; F_1, m_1\rangle$ tienen una F_1 determinada tanto por el acoplamiento del láser como los posibles decaimientos espontáneos desde F_2 . El sistema se resuelve de forma numérica con la condición inicial de que en el tiempo inicial $t_0 = 0$, toda la población³ se encuentra repartida de manera uniforme en todos los estados $|F, m\rangle$ del estado base $5S_{1/2}$. En el apéndice B se muestra el código utilizado para resolver el sistema de ecuaciones. El resultado de resolver el sistema, es un conjunto de poblaciones a lo largo del tiempo, desde el tiempo inicial t_0 hasta un tiempo final $t_{fin} = T_{trans}$, esto es:

$$N_{Fm}^q(t) = \{N_{Fm}(t_0), N_{Fm}(t_0 + \Delta t), \dots, N_{Fm}(T_{trans})\}, \quad (3.15)$$

donde se ha escrito el parámetro q para recordar que la distribución de la población depende de la polarización del láser. El tiempo final t_{fin} corresponde al tiempo de tránsito T_{trans} . Este tiempo está definido por el paso de los átomos a través del láser, y corresponde al tiempo durante el cual el átomo que interacciona con la radiación pasa a través del área transversal del láser. Este tiempo de tránsito está determinado por el ancho transversal L del haz láser y la rapidez v de los átomos, figura 3.4. Para nuestro sistema el ancho del láser de 780 nm es de $L \approx 3$ mm mientras que la rapidez correspondiente a la temperatura ambiente del laboratorio es de $v \approx 300$ m/s, con estos datos, el tiempo de tránsito utilizado es de $T_{trans} = 10$ μ s.

Una vez calculado el conjunto de las poblaciones $N_{Fm}^q(t)$ a lo largo del tiempo se realiza un promedio temporal para obtener la población final disponible $\sigma(q; F_2, m_2)$ para ser excitada por la transición cuadrupolar eléctrica, esto es:

$$\sigma(q; F_2, m_2) = \frac{1}{T_{trans}} \sum_0^{T_{trans}} N_{F_2, m_2}^q \Delta t. \quad (3.16)$$

Poblaciones del estado $5P_{3/2}$

En esta sección se presentan tres casos importantes para el cálculo de las poblaciones en la transición $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$. Los dos primeros casos corres-

³Cuando se habla de toda la población, se refiere a que se utiliza un sistema cerrado donde la población total es la suma de las poblaciones $N_{f,m}$ en cada estado $|F, m\rangle$ y que, por comodidad en los cálculos, también está normaliza a la unidad. Por lo tanto, cada valor de la población $N_{f,m}$ corresponde a la población relativa respecto a la población total. En la sección 3.6 se discute sobre la población relativa relevante para este trabajo.

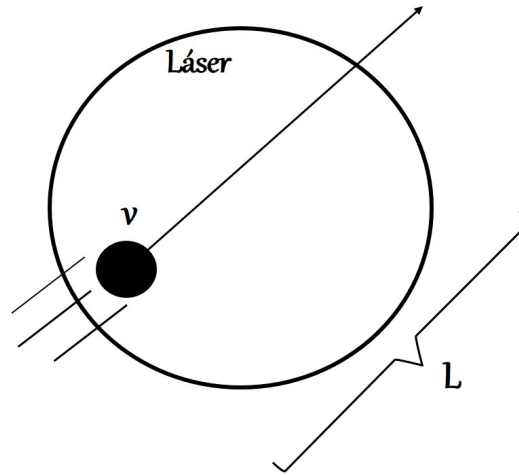


Figura 3.4: Tiempo de tránsito de un átomo al interactuar con la radiación electromagnética.

ponden a utilizar un láser de 780 nm anclado en la transición cíclica⁴ para estados hiperfinos $F_1 \rightarrow F_2$ con $F_2 = F_1 + 1$. En el primer caso se utiliza luz linealmente polarizada mientras que para el segundo caso se utiliza luz circularmente polarizada. Para el último caso se estudia una transición que no es cíclica.

Para estudiar cada uno de estos casos, se muestra en la figura 3.5 la estructura del ^{85}Rb para los casos de transiciones a) cíclica y b) no cíclica. Por ejemplo, la transición que conecta al estado base $F_1 = 3$ con el estado excitado $F_2 = 4$ es cíclica ya que las reglas de selección para F impiden que los átomos excitados decaigan de manera espontánea al otro estado base con $F_1 = 2$. Por otro lado, si la transición conecta a los estados $F_1 = 3$ y al estado $F_2 = 3$, el decaimiento espontáneo puede llevar a los átomos al estado base $F_1 = 2$. Este último estado fuera del acoplamiento láser resulta ser un sumidero de átomos ya que los átomos que decaigan a este estado no pueden ser excitados nuevamente por el láser. Los átomos en el sumidero se consideran como pérdidas ya que no participan en las excitaciones posteriores.

⁴Una transición se denomina transición cíclica cuando se va de un estado base $|a\rangle$ a un estado excitado $|b\rangle$ y al momento de decaer espontáneamente, las reglas de selección, sólo permiten regresar al mismo estado base $|a\rangle$.

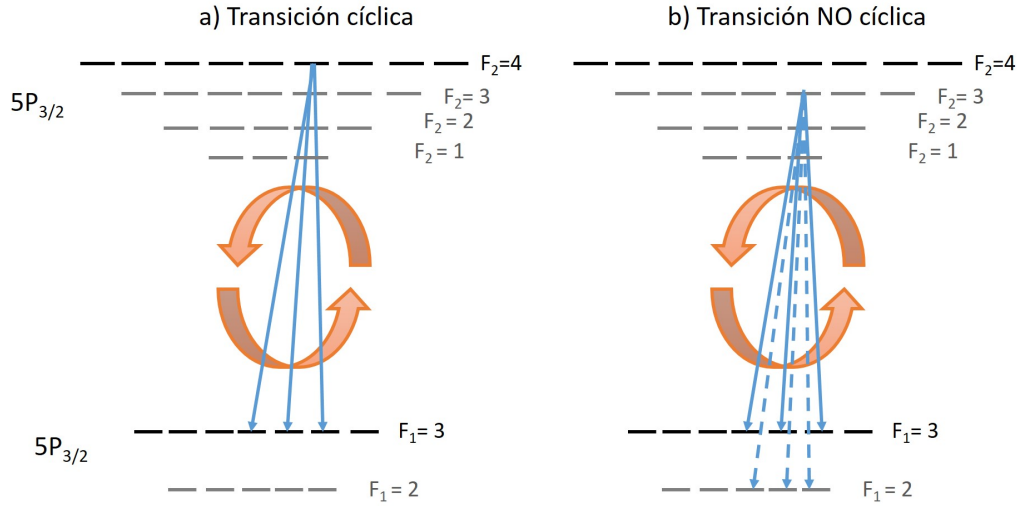


Figura 3.5: Evolución temporal de los estados $5P_{3/2}, F_2 = 3, m$ de ^{85}Rb . En a) se representa la transición cíclica y en b) la transición no cíclica. En esta última se observa un sumidero en $F_1 = 2$ ya que los átomos que llegan a este estado ya no interactúan con el láser.

Transición cíclica en configuración lineal

En la figura 3.6a se muestra la evolución temporal de los estados $|F_2 = 4, m_2 >$ para la interacción del láser de 780 nm polarizado linealmente $p = 0$ y sintonizado en la transición cíclica $F_1 = 3 \rightarrow F_2 = 4$ del isótopo ^{85}Rb . En la figura 3.6b se muestra el promedio temporal. La población se distribuye de manera simétrica en las proyecciones magnéticas m_2 y se acumula principalmente en el estado central $m = 0$. Esto corresponde a un estado alineado del sistema [48].

El valor de las poblaciones es un valor relativo a la suma de todas las poblaciones en cada estado involucrado en la transición $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$. Como se explica en la sección 3.6, en este trabajo no es necesario conocer la población absoluta en el sistema atómico, sino que sólo la población relativa es el valor importante.

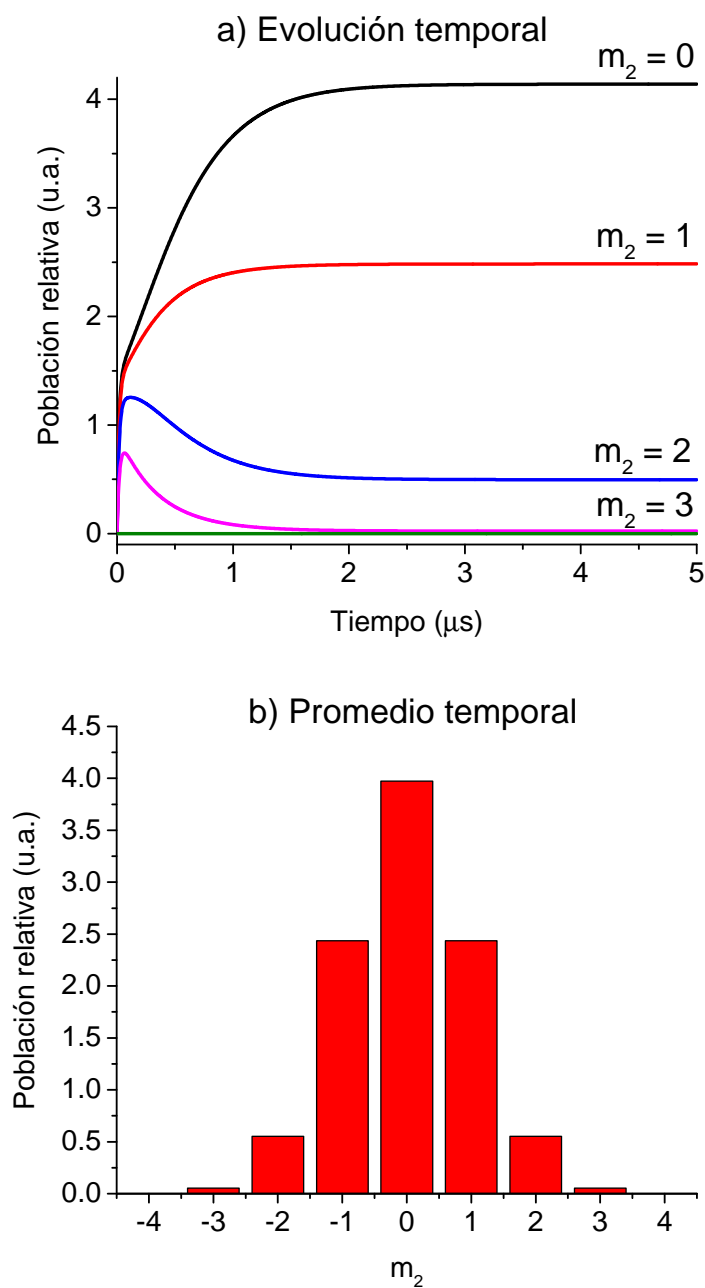


Figura 3.6: Evolución temporal de los estados $5P_{3/2}, F_2 = 4, m$ del ^{85}Rb para el láser de preparación sintonizado en la transición cíclica y con polarización lineal. b) Promedio temporal de la evolución. La mayor parte de la población se localiza en el centro, $m_2 = 0$.

Transición cíclica en configuración circular

En la figura 3.7a se muestra la evolución temporal de los estados $|F_2 = 4, m_2\rangle$ para la interacción del láser de 780 nm polarizado circularmente $p = +1$ y sintonizado en la transición cíclica $F_1 = 3 \rightarrow F_2 = 4$ del isótopo ^{85}Rb . En la figura 3.7b se muestra el promedio temporal. En este caso, la población se acumula en la máxima proyección magnética $m_2 = +F_2$, en el caso de ^{85}Rb corresponde a $m_2 = +4$. Además, si la polarización circular es en el otro sentido, $q = -1$, la población tiende a acumularse en el extremo opuesto de las proyecciones magnéticas, esto es en $m_2 = -4$. Esta anisotropía de la población atómica, cuando se utiliza luz circularmente polarizada, corresponde a un estado orientado [48].

Transición no cíclica

Para mostrar el caso de una transición no cíclica se utiliza la transición $F_1 = 3 \rightarrow F_2 = 3$ con el láser de 780nm linealmente polarizado. En la figura 3.8 se muestra a) la evolución temporal y b) el promedio temporal para los estados $F_2 = 3, m_2$. La evolución temporal muestra que todos los estados m_2 tienden a cero, ya que hay un sumidero de átomos en $F_1 = 2$. Sin embargo, el promedio temporal es diferente de cero y permite que haya una población en el estado hiperfino $F_2 = 3$ que puede ser excitada por el láser de 911nm y llegar a los estados $6P_{3/2}$. En este caso, la población en los estados $5P_{3/2}$ es mucho menor que en el caso de la transición cíclica (dos órdenes de magnitud).

3.3. Excitación cuadrupolar eléctrica $5P_{3/2} \rightarrow 6P_{3/2}$

Como se ha discutido anteriormente, el acoplamiento por el segundo paso, que corresponde a la excitación cuadrupolar eléctrica, es mucho menor que la del primer paso $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$; por lo que no es necesario introducirlo en la evolución temporal del sistema. Entonces, para determinar la cantidad de átomos que llegan a los estados hiperfinos en el nivel $6P_{3/2}$, es suficiente calcular la probabilidad de transición cuadrupolar eléctrica entre los estados específicos $|5P_{3/2}, F_2, m_2\rangle$ y $|6P_{3/2}, F_3, m_3\rangle$ acoplados por el láser de 911 nm. En esta sección se utilizan las ecuaciones obtenidas en la sección 3.1

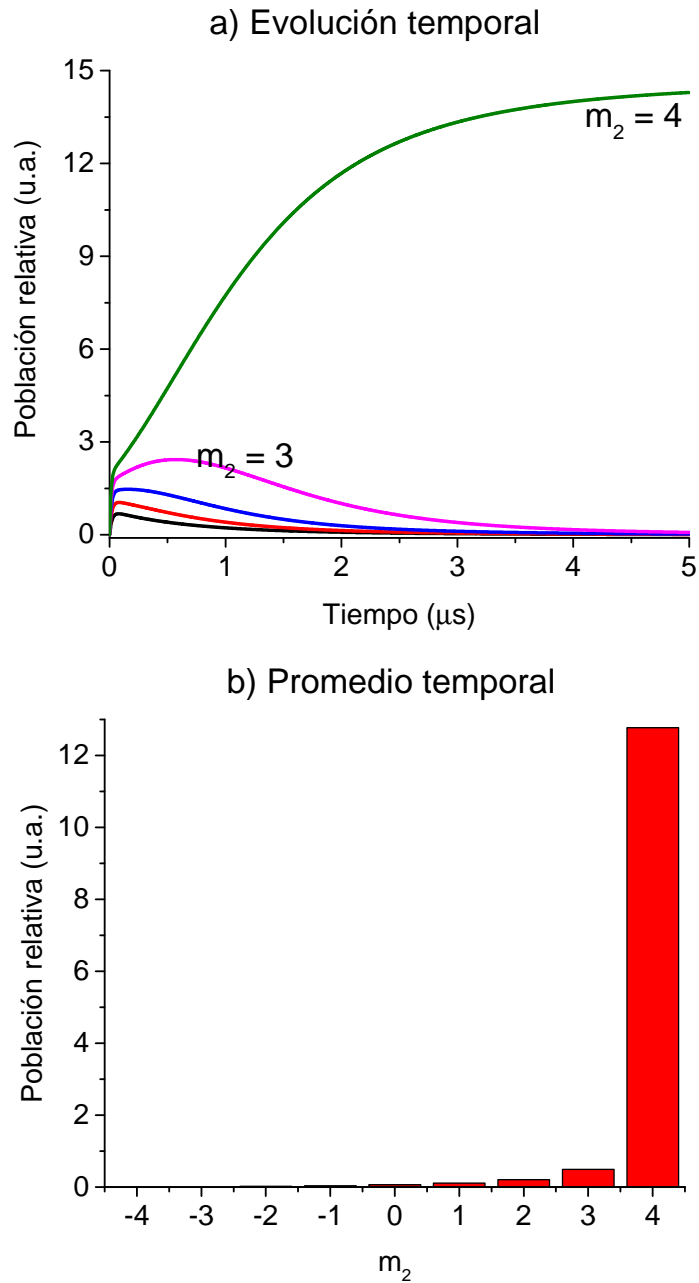


Figura 3.7: a) Evolución temporal de los estados $5P_{3/2}, F_2 = 4, m$ de ^{85}Rb para el láser de preparación sintonizado en la transición cíclica y con polarización circular. b) Promedio temporal de la evolución. La mayor parte de la población se localiza en el extremo $m_2 = +4$.

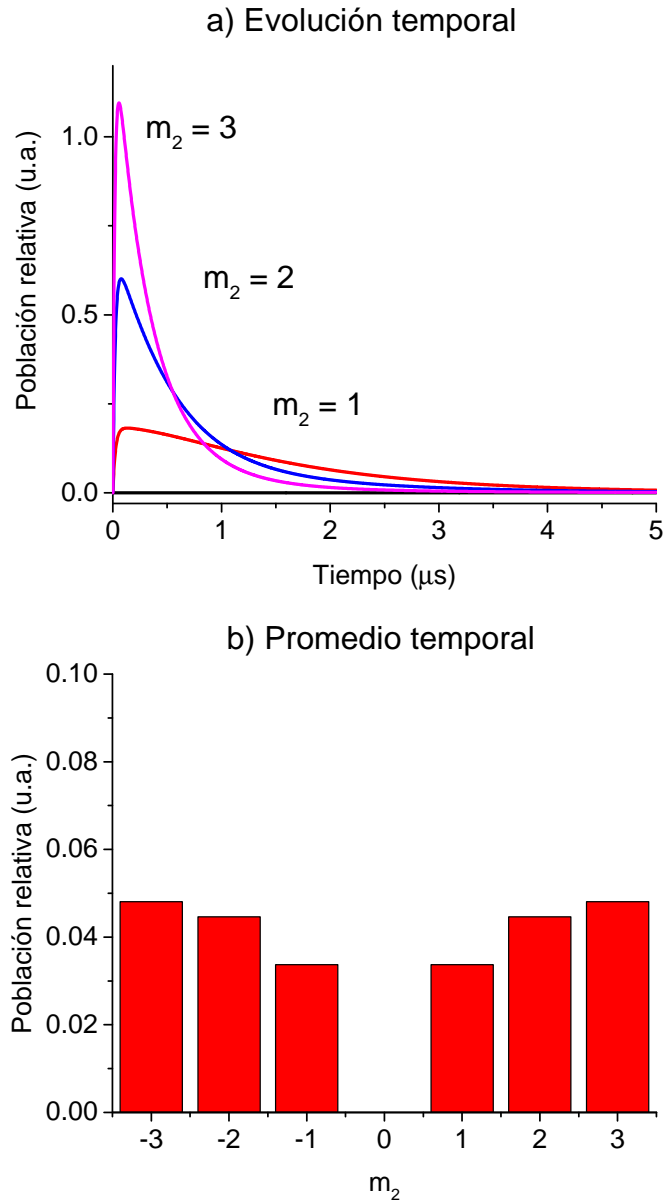


Figura 3.8: a) Evolución temporal de los estados $5P_{3/2}, F_2 = 3, m$ de ^{85}Rb para el láser de preparación sintonizado en un transición no cíclica y con polarización lineal. b) Promedio temporal de la evolución. Notar que la escala vertical es mucho menor (dos órdenes de magnitud) comparada con la transición cíclica. Notar que la escala vertical es mucho menor (dos órdenes de magnitud) comparada con la transición cíclica.

para obtener las probabilidades de transición cuadrupolar eléctrica para las diferentes configuraciones de polarización descritas en este trabajo.

3.3.1. Configuración lineal-lineal

En la configuración de polarización lineal para ambos láseres se utiliza un vector de campo eléctrico para el haz de 911 nm con dos componentes: Una componente paralela al haz de preparación que va como el $\cos\theta$ y la componente perpendicular que va como el $\sin\theta$. Las dos componentes de la polarización se propagan a lo largo del eje X , que es el eje de cuantización definido por el haz de preparación.

Retomando las ecuaciones (3.5) y (3.6), la probabilidad P_{E2} de hacer una transición cuadrupolar eléctrica entre el estado F_2, m_2 y F_3, m_3 depende de la orientación relativa del campo \mathbf{E}_{911} a través de los símbolos $3j$, esto es:

$$P_{E2} = \left| \langle 6P_{3/2}, F_3, m_3 | H_{E2} | 5P_{3/2}, F_2, m_2 \rangle \right|^2 \propto \sum_t \left(\begin{array}{ccc} F_3 & 2 & F_2 \\ -m_3 & t & m_2 \end{array} \right)^2, \quad (3.17)$$

donde los valores de t dependen de la orientación del campo eléctrico con $t = \pm 1$ para la parte paralela y $t = \pm 2$ para la componente perpendicular.

Para la parte paralela, la probabilidad está dada por la ecuación (3.5) como:

$$P_{E2,\parallel}(F_2, m_2; F_3, m_3) = \eta_{911}^2 (2F_2 + 1)(2F_3 + 1) \left\{ \begin{array}{ccc} 3/2 & 3/2 & 2 \\ F_2 & F_3 & I \end{array} \right\}^2 \left(\frac{2\pi}{15} \right) \\ \times \left(\left(\begin{array}{ccc} F_3 & 2 & F_2 \\ -m_3 & -1 & m_2 \end{array} \right) - \left(\begin{array}{ccc} F_3 & 2 & F_2 \\ -m_3 & 1 & m_2 \end{array} \right) \right)^2. \quad (3.18)$$

Debido a que esta probabilidad toma en cuenta parejas con valores de m_2 y m_3 específicos, entonces el término que tiene el cuadrado de la resta de símbolos $3j$, sólo puede tener un símbolo $3j$ que sea diferente de cero para cada pareja de m_2 y m_3 . Esto implica que el término cruzado, obtenido de elevar al cuadrado, es siempre cero y por lo tanto, la ecuación (3.18) puede simplificarse como:

$$\begin{aligned}
 P_{E2,\parallel}(F_2, m_2; F_3, m_3) &= \eta_{911}^2 (2F_2 + 1)(2F_3 + 1) \left\{ \begin{matrix} 3/2 & 3/2 & 2 \\ F_2 & F_3 & I \end{matrix} \right\}^2 \left(\frac{2\pi}{15} \right) \\
 &\times \left(\left(\begin{matrix} F_3 & 2 & F_2 \\ -m_3 & -1 & m_2 \end{matrix} \right)^2 + \left(\begin{matrix} F_3 & 2 & F_2 \\ -m_3 & 1 & m_2 \end{matrix} \right)^2 \right).
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

Es importante notar que esta expresión establece que no hay interferencia entre las transiciones y que para cada pareja de m_2 y m_3 , sólo un término con símbolo $3j$ es necesario para calcular la probabilidad en la expresión (3.19).

En la configuración paralela se tiene la regla de selección para proyecciones magnéticas $\Delta m = \pm 1$.

De manera análoga se obtiene la expresión de la probabilidad para la componente perpendicular

$$\begin{aligned}
 P_{E2,\perp}(F_2, m_2; F_3, m_3) &= \eta_{911}^2 (2F_2 + 1)(2F_3 + 1) \left\{ \begin{matrix} 3/2 & 3/2 & 2 \\ F_2 & F_3 & I \end{matrix} \right\}^2 \left(\frac{2\pi}{15} \right) \\
 &\times \left(\left(\begin{matrix} F_3 & 2 & F_2 \\ -m_3 & -2 & m_2 \end{matrix} \right)^2 + \left(\begin{matrix} F_3 & 2 & F_2 \\ -m_3 & 2 & m_2 \end{matrix} \right)^2 \right).
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

En este caso se obtiene la regla de selección para las proyecciones magnéticas como $\Delta m = \pm 2$.

Por lo tanto, en la configuración lineal-lineal ($\pi\pi$) se tiene que la probabilidad total de hacer una transición cuadrupolar está dada por la suma de las probabilidades paralela (ecuación 3.19) y perpendicular (ecuación 3.20), pesadas con el ángulo θ mediante la ecuación 3.4. Esto es:

$$P_{E2,\theta}(F_2, m_2; F_3, m_3) = P_{E2,\parallel} \cos^2 \theta + P_{E2,\perp} \sin^2 \theta \tag{3.21}$$

En la tabla 3.2 se muestran los valores numéricos para las probabilidades paralela y perpendicular de la transición cuadrupolar en el isótopo de ^{85}Rb . Los valores están escalados por el factor común η_{911}^2 . Las columnas corresponden a los valores del estado $|F_2 = 4, m_2\rangle$ en $5P_{3/2}$ y las filas corresponden a los estados $|F_3, m_3\rangle$ en $6P_{3/2}$ con $F_3 = 2$ en la parte superior, $F_3 = 3$ en

la parte intermedia y $F_3 = 4$ en la parte inferior. De forma análoga, en la tabla 3.3 se muestran los valores correspondientes al isótopo de ^{87}Rb .

3.3. EXCITACIÓN CUADRUPOLAR ELÉCTRICA $5P_{3/2} \rightarrow 6P_{3/2}$

		configuración paralela $F_2 = 4$									configuración perpendicular $F_2 = 4$										
		m	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	m	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$F_3 = 2$	-2	0	47	0	6	0	0	0	0	0	0	-2	95	0	0	0	1	0	0	0	0
	-1	0	0	54	0	21	0	0	0	0	0	-1	0	47	0	0	0	6	0	0	0
	0	0	0	0	40	0	40	0	0	0	0	0	0	0	20	0	0	0	20	0	0
	1	0	0	0	0	21	0	54	0	0	0	1	0	0	0	6	0	0	0	47	0
	2	0	0	0	0	0	6	0	47	0	0	2	0	0	0	0	1	0	0	0	95
$F_3 = 3$	-3	125	0	40	0	0	0	0	0	0	0	-3	0	0	0	8	0	0	0	0	0
	-2	0	10	0	72	0	0	0	0	0	0	-2	83	0	0	0	29	0	0	0	0
	-1	0	0	7	0	74	0	0	0	0	0	-1	0	104	0	0	0	59	0	0	0
	0	0	0	0	44	0	44	0	0	0	0	0	0	0	89	0	0	0	89	0	0
	1	0	0	0	0	74	0	74	0	7	0	1	0	0	0	59	0	0	0	104	0
$F_3 = 2$	2	0	0	0	0	0	72	0	10	0	2	0	0	0	0	0	29	0	0	0	83
	3	0	0	0	0	0	40	0	40	125	3	0	0	0	0	0	8	0	0	0	0
	-4	0	75	0	0	0	0	0	0	0	-4	0	0	0	21	0	0	0	0	0	0
	-3	75	0	66	0	0	0	0	0	0	-3	0	0	0	48	0	0	0	0	0	0
	-2	0	66	0	30	0	0	0	0	0	-2	21	0	0	0	68	0	0	0	0	0
$F_3 = 2$	-1	0	0	30	0	3	0	0	0	0	-1	0	48	0	0	0	76	0	0	0	0
	0	0	0	0	3	0	3	0	0	0	0	0	0	68	0	0	68	0	0	0	0
	1	0	0	0	0	3	0	30	0	0	1	0	0	0	76	0	0	0	48	0	0
	2	0	0	0	0	0	30	0	66	0	2	0	0	0	0	68	0	0	0	21	0
	3	0	0	0	0	0	0	66	0	75	3	0	0	0	0	0	48	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	75	0	4	0	0	0	0	0	0	0	21	0	0	

Tabla 3.2: Valores escalados por el factor η_{911}^2 de la transición cuadrupolar del isótopo de ^{85}Rb . Para comparar de manera práctica, se multiplicó cada valor por 1000 y sólo se tomó la parte entera del resultado.

		configuración paralela $F_2 = 3$						configuración perpendicular $F_2 = 3$									
		m	-3	-2	-1	0	1	2	3	m	-3	-2	-1	0	1	2	3
$F_3 = 1$	-1	0	40	0	12	0	0	0	0	-1	60	0	0	0	4	0	0
	0	0	0	32	0	32	0	0	0	0	0	20	0	0	0	20	0
	1	0	0	0	12	0	40	0	0	1	0	0	4	0	0	0	60
$F_3 = 2$	-2	100	0	60	0	0	0	0	0	-2	0	0	0	20	0	0	0
	-1	0	0	0	80	0	0	0	0	-1	100	0	0	0	60	0	0
	0	0	0	40	0	40	0	0	0	0	0	100	0	0	0	100	0
	1	0	0	0	80	0	0	0	0	1	0	0	60	0	0	0	100
$F_3 = 3$	2	0	0	0	0	60	0	100	0	2	0	0	0	20	0	0	0
	-3	0	100	0	0	0	0	0	0	-3	0	0	40	0	0	0	0
	-2	100	0	60	0	0	0	0	0	-2	0	0	0	80	0	0	0
	-1	0	60	0	8	0	0	0	0	-1	40	0	0	0	96	0	0
	0	0	0	8	0	8	0	0	0	0	0	80	0	0	0	80	0
1	0	0	0	8	0	60	0	0	1	0	0	96	0	0	0	40	
2	0	0	0	0	60	0	100	0	2	0	0	0	80	0	0	0	
3	0	0	0	0	0	100	0	0	3	0	0	0	0	40	0	0	

Tabla 3-3: Valores escalados por el factor η_{911}^2 de la transición cuadrupolar del isótopo de ^{87}Rb . Para comparar de manera práctica, se multiplicó cada valor por 1000 y sólo se tomó la parte entera del resultado.

3.3.2. Configuración circular-lineal

En la configuración de polarización donde el haz de preparación tiene polarización circular y el haz de 911 nm tiene polarización lineal se utiliza el sistema de referencia dado en la figura 3.3. De manera análoga al caso de configuración lineal-lineal, se utiliza la ecuación (3.7) y al no haber interferencia para diferentes valores de pares m_2 y m_3 , se obtiene la siguiente ecuación para la configuración circular-lineal:

$$P_{E2,\sigma\pi}(q_{zx}; F_2, m_2; F_3, m_3) = \eta_{911}^2 (2F_2 + 1)(2F_3 + 1) \left\{ \begin{matrix} 3/2 & 3/2 & 2 \\ F_2 & F_3 & I \end{matrix} \right\}^2 \left(\frac{2\pi}{15} \right) \\ \times \left(\left(\begin{matrix} F_3 & 2 & F_2 \\ -m_3 & -1 & m_2 \end{matrix} \right)^2 + \left(\begin{matrix} F_3 & 2 & F_2 \\ -m_3 & 1 & m_2 \end{matrix} \right)^2 \right). \quad (3.22)$$

En esta configuración se tiene la regla de selección para las proyecciones magnéticas, $\Delta m = \pm 1$.

Un aspecto importante en esta configuración circular-lineal es que si se cambia la orientación del vector de campo eléctrico se tiene una expresión que resulta en la misma probabilidad de transición cuadrupolar. Esto se debe a que en la base de helicidad la polarización lineal siempre es una combinación de componentes \hat{e}_+ y \hat{e}_- que al elevar al cuadrado en la probabilidad resulta en una suma constante e independiente de la orientación. Por lo tanto, la probabilidad es independiente de la orientación del vector de polarización lineal del haz de 911 nm.

3.4. Población en los estados $6P_{3/2}$

Con los resultados de los dos pasos de excitación anteriores, la preparación por el láser de 780 nm y la excitación cuadrupolar del láser de 911 nm, es posible determinar la población relativa $\mu(F_3, m_3)$ en los estados $|F_3, m_3\rangle$ del nivel $6P_{3/2}$. Se denomina población relativa respecto a una población total normalizada a la unidad, como se expuso en la sección 3.2. Esta población $\mu(F_3, m_3)$ se obtiene al sumar todas las contribuciones de la excitación cuadrupolar P_{E2} una vez establecida una población $\sigma(F_2, m_2)$ en el nivel intermedio $5P_{3/2}$, esto es

$$\mu(F_3, m_3) = \sum_{m_2} \sigma(F_2, m_2) P_{E2}(F_2, m_2; F_3, m_3). \quad (3.23)$$

En general, la población μ depende de los vectores que denotan la polarización y dirección de los láseres. El valor de $\sigma(F_2, m_2)$ está dado por la ecuación 3.16, mientras que el valor correspondiente a $P_{E2}(F_2, m_2; F_3, m_3)$ se calcula a partir de las ecuaciones 3.21 para la configuración lineal-lineal o con (3.22) para circular-lineal. Esta población relativa $\mu(F_3, m_3)$ es la población disponible para producir un fotón azul al decaer espontáneamente al estado base y que puede ser detectado en el experimento.

En la figura 3.9 se muestran las poblaciones de los estados $|F_3, m_3\rangle$ en el nivel $6P_{3/2}$ para el isótopo ^{85}Rb . Se muestra la distribución de las poblaciones para la configuración lineal-lineal, tanto paralela como perpendicular.

En la figura 3.10 se muestran las poblaciones de los estados $|F_3, m_3\rangle$ en el nivel $6P_{3/2}$ para el isótopo ^{85}Rb , en la configuración de polarización circular-lineal.

3.5. Decaimiento espontáneo

En el último paso se estudia el decaimiento espontáneo entre el estado excitado $6P_{3/2}$ y el estado base $5S_{1/2}$. Este paso produce los fotones azules que son detectados en el experimento. En general, el estado excitado $6P_{3/2}$ puede decaer de manera espontánea a otros estados diferentes del estado base $5S_{1/2}$, sin embargo los fotones emitidos en estos decaimientos no son relevantes en el cálculo para comparar con los datos experimentales.

Debido a que la emisión de fotones azules es un proceso espontáneo, el decaimiento es homogéneo e isotrópico; sin embargo, para este trabajo, es importante notar que sólo se detectan fotones azules a lo largo de una dirección y que además vienen del nivel $6P_{3/2}$ que no está poblado de manera homogénea.

Retomando las coordenadas usadas en ambas configuraciones de polarización, se tiene que la detección se realiza a lo largo del eje Y en todos los casos, entonces, los fotones azules que se detecten en el experimento deben tener un vector de propagación a lo largo de este eje Y y un vector de polarización para el campo eléctrico en el plano XZ . En el cálculo de la probabilidad, se toman en cuenta las dos posibles direcciones del campo eléctrico a través del parámetro λ . Por lo tanto, la probabilidad para obtener un fotón azul P_{azul}

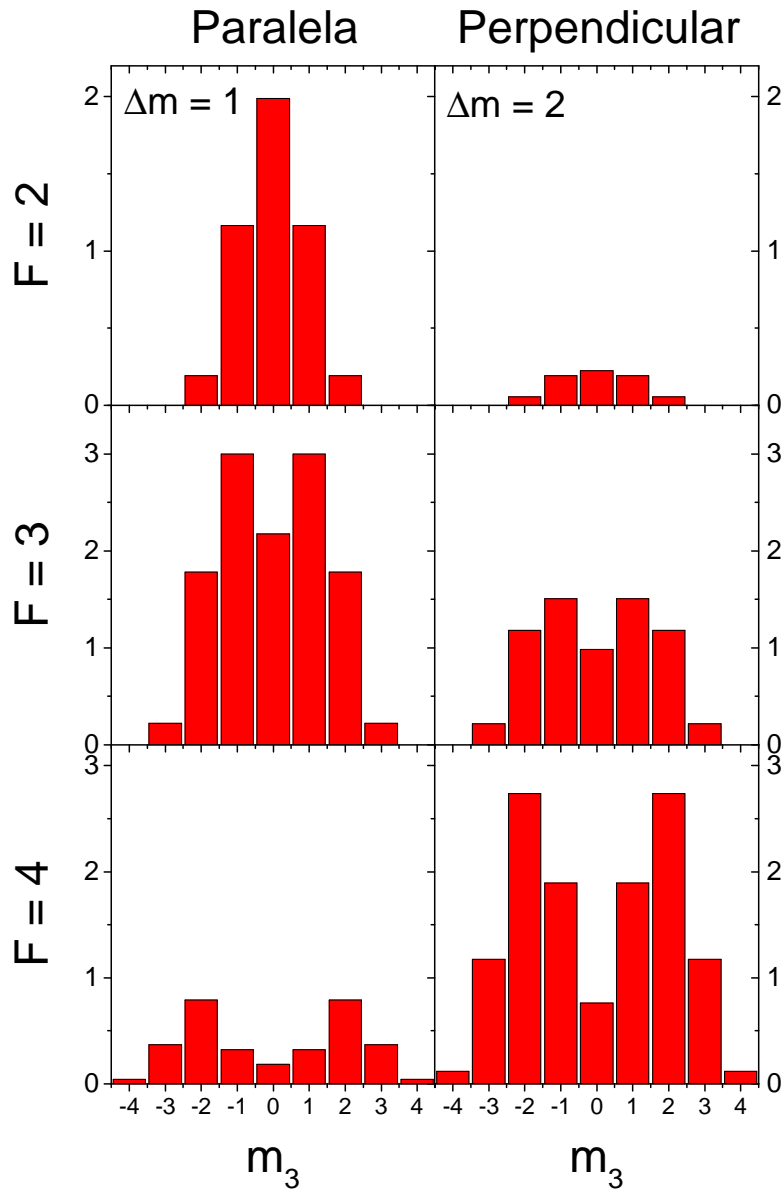


Figura 3.9: Distribución de poblaciones en el nivel $6P_{3/2}$ de ^{85}Rb , para la configuración de polarización lineal-lineal. A la izquierda se muestra el caso en el que las polarizaciones de los haces son paralelas y a la derecha cuando son perpendiculares. Notar el cambio de escala para el caso de $F_3 = 2$.

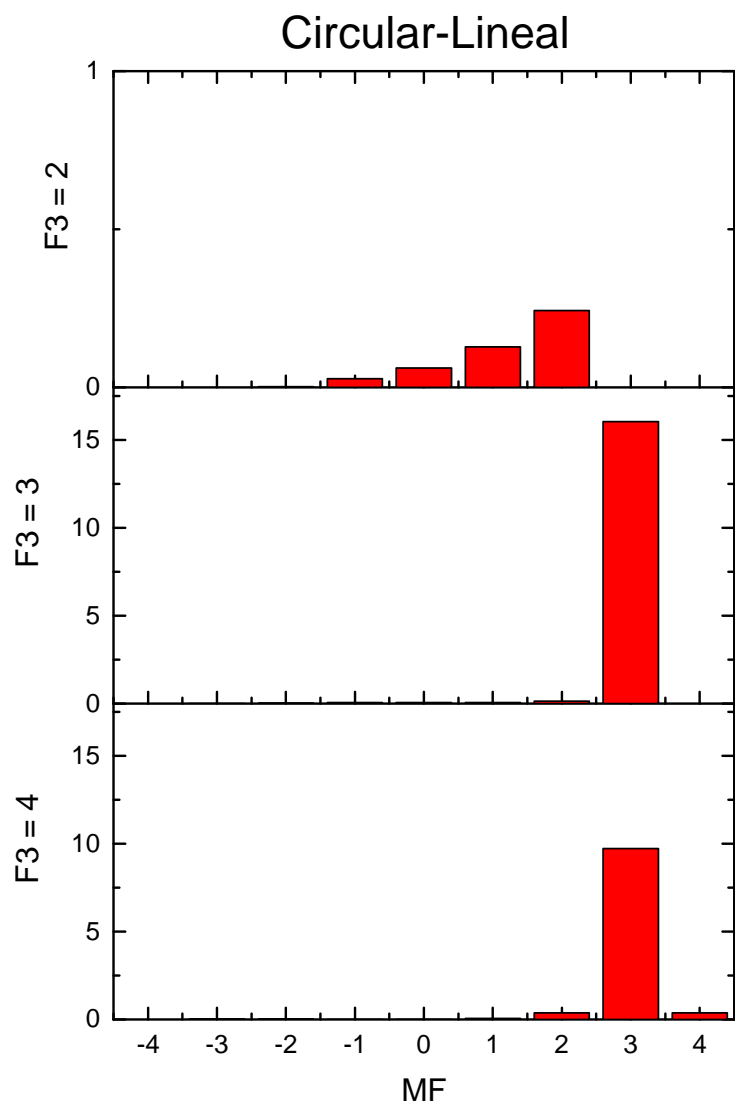


Figura 3.10: Distribución de poblaciones en el nivel $6P_{3/2}$ de ^{85}Rb , para la configuración de polarización circular-lineal. Notar el cambio de escala para el caso de $F_3 = 2$.

debido al decaimiento, está dada por la ecuación (2.101). Al tomar en cuenta las direcciones a lo largo del eje X y a lo largo del eje Z , esta probabilidad P_{azul} es

$$P_{azul} = \sum_{\lambda=x,z} P_{\lambda}(F_3, m_3; F_g, m_g) = \eta_{420}^2 (2F_3 + 1)(2F_g + 1) \begin{Bmatrix} 3/2 & 1/2 & 1 \\ F_3 & F_g & I \end{Bmatrix}^2 \\ \times \sum_{\lambda=x,z} \sum_{p_{\lambda}=-1}^1 \begin{pmatrix} F_g & 1 & F_3 \\ -m_g & p_{\lambda} & m_3 \end{pmatrix}^2 A'_{\lambda,p}{}^2. \quad (3.24)$$

donde las componentes $A'_{\lambda,p}$ se obtienen a partir de la expresión 2.71 y el factor común η_{420}^2 , está dado por la ecuación (2.102). La doble suma puede contraerse utilizando las expresiones para las componentes cartesianas en la base de helicidad 2.62, esto es

$$\hat{\epsilon}_x + \hat{\epsilon}_z = \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{\epsilon}_- + \hat{\epsilon}_0 - \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{\epsilon}_+. \quad (3.25)$$

Finalmente, la probabilidad para el decaimiento espontáneo es

$$P_{azul}(F_3, m_3; F_g, m_g) = \eta_{420}^2 ((2F_3 + 1)(2F_g + 1)) \begin{Bmatrix} 3/2 & 1/2 & 1 \\ F_3 & F_g & I \end{Bmatrix}^2 \\ \times \frac{2\pi}{3} \left(\begin{pmatrix} F_g & 1 & F_3 \\ -m_g & -1 & m_3 \end{pmatrix}^2 + 2 \begin{pmatrix} F_g & 1 & F_3 \\ -m_g & 0 & m_3 \end{pmatrix}^2 + \begin{pmatrix} F_g & 1 & F_3 \\ -m_g & 1 & m_3 \end{pmatrix}^2 \right). \quad (3.26)$$

donde se ha utilizado que los términos cruzados son cero para cada par específico de m_3 y m_g . Esto último implica que la probabilidad resulta de una suma incoherente de cada componente.

3.6. Cálculo de las intensidades relativas

Con los resultados obtenidos anteriores es posible calcular las intensidades relativas para cada transición a los estados hiperfinos F_3 del nivel $6P_{3/2}$.

3.6.1. Intensidad relativa en el caso lineal-lineal

En la configuración cuando el haz de preparación y el haz de excitación cuadrupolar están polarizados linealmente, la ecuación 3.1 permite obtener la probabilidad $P_\theta(F_3)$ de medir un fotón azul generado por el decaimiento del estado hiperfino $|6P_{3/2}, F_3\rangle$, cuando la polarización de los haces implica un ángulo relativo θ entre ellos, como:

$$P_\theta(F_3) = \sum_{m_2, m_3, F_g, m_g} \sigma_\pi (P_{E2, \parallel} \cos^2 \theta + P_{E2, \perp} \sin^2 \theta) P_{azul}(F_3, m_3; F_g, m_g) \quad (3.27)$$

donde $P_{E2, \parallel}$ y $P_{E2, \perp}$ están dadas por las ecuaciones 3.19 y 3.20, respectivamente.

Como las probabilidades en cada paso no dependen del ángulo θ se pueden hacer las sumas sobre los estados de manera independiente en cada paso, entonces la probabilidad total $P_\theta(F_3)$ se puede escribir como:

$$P_\theta(F_3) = P_{\parallel}(F_3) \cos^2 \theta + P_{\perp}(F_3) \sin^2 \theta \quad (3.28)$$

donde las probabilidades perpendicular P_{\perp} y paralela $P_{E2, \perp}$ corresponden a la probabilidad total de medir un fotón azul para cada configuración de polarización.

Para relacionar esta probabilidad con el experimento se define la intensidad relativa $I(F_3)$, para cada estado hiperfino $|6P_{3/2}, F_3\rangle$, al eliminar los factores comunes para todas las transiciones (esto es, η_{780} , η_{911} , η_{420} ⁵ y los factores numéricos de las componentes de helicidad). De manera explícita,

$$I(F_3) = \frac{P(F_3)}{\text{factores comunes}} \quad (3.29)$$

Esta expresión para las intensidades relativas implica que solamente se toman en cuenta las partes angulares de los elementos de matriz para cada hamiltoniano de interacción. El valor de los elementos radiales no es necesario para este trabajo sin embargo puede ser calculado utilizando métodos como Dirac-Hartree-Fock o el de singuletes-dobletes [49, 50].

⁵En general, el factor η es proporcional a la amplitud del campo eléctrico y al elemento de matriz reducido que contiene la parte radial de la interacción. Como estos factores no dependen de los estados hiperfinos y se mantienen constantes durante todo el experimento, entonces son comunes a todos los picos de cada espectro obtenido.

La expresión 3.28 que se utiliza en la comparación con el experimento resulta ser la siguiente:

$$\begin{aligned} I_{\pi-\pi}(F_3) &= I_{\parallel}(F_3) \cos^2 \theta + I_{\perp}(F_3) \sin^2 \theta \\ &= (I_{\parallel}(F_3) - I_{\perp}(F_3)) \cos^2 \theta + I_{\perp}(F_3) \end{aligned} \quad (3.30)$$

donde en la segunda línea se utilizó que $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ para expresar la intensidad relativa como una relación que sigue una ley de coseno cuadrado.

3.6.2. Intensidad relativa en el caso circular-lineal

En el caso donde la configuración de polarización corresponde a un haz de preparación circular mientras que el haz de excitación cuadrupolar es lineal, la ecuación 3.1 que describe el modelo de tres pasos es:

$$P_{\sigma-\pi}(F_3) = \sum_{m_2, m_3, F_g, m_g} \sigma_{\sigma} P_{E2, \sigma-\pi} P_{azul} \quad (3.31)$$

donde σ_{σ} es la población establecida por el haz de preparación, como se describió en la sección 3.2 para el caso circular, $P_{E2, \sigma-\pi}$ es la probabilidad de transición en el segundo paso, dada por la ecuación 3.22, y P_{azul} es la probabilidad del decaimiento espontáneo, dado por la ecuación (3.26).

3.6.3. Intensidad relativa en el experimento

Para comparar las intensidades relativas con el experimento se normalizó la intensidad para cada F_3 entre la suma de las intensidades para todas las F_3 , esto es:

$$I_{exp}(F_3) = \frac{I(F_3)}{\sum_{F_3} I(F_3)}, \quad (3.32)$$

donde la intensidad relativa para cada pico del espectro experimental I_{exp} es la expresión que se utiliza en el siguiente capítulo de resultados experimentales.

Finalmente, en la tabla 3.4 se muestra una comparación entre las intensidades relativas al tomar por un lado la población total en cada estado $6P_{3/2}, F_3$ y por otro al tomar el efecto del decaimiento espontáneo. Se observa de la tabla 3.4 que el cambio en las intensidades relativas al tomar el decaimiento espontáneo es del orden del 3%.

^{87}Rb F_3	Paralelo		Perpendicular		Circular	
	SIN	CON	SIN	CON	SIN	CON
$F_3 = 1$	0.143	0.135	0.015	0.015	0.007	0.007
$F_3 = 2$	0.613	0.615	0.264	0.260	0.489	0.490
$F_3 = 3$	0.244	0.250	0.721	0.725	0.504	0.503
^{85}Rb F_3	Paralelo		Perpendicular		Circular	
	SIN	CON	SIN	CON	SIN	CON
$F_3 = 2$	0.234	0.216	0.035	0.032	0.017	0.017
$F_3 = 3$	0.605	0.609	0.338	0.320	0.598	0.626
$F_3 = 4$	0.161	0.175	0.626	0.648	0.385	0.356

Tabla 3.4: Intensidades relativas de las transiciones hiperfinas con y sin decaimiento espontáneo.

Capítulo 4

Resultados experimentales

En este capítulo se presenta el desarrollo experimental para obtener los espectros de la transición en escalera $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2} \rightarrow 6P_{3/2}$ estudiada mediante el decaimiento espontáneo $6P_{3/2} \rightarrow 5S_{1/2}$.

El experimento se realiza con la frecuencia del láser de preparación en resonancia y debido a que el haz de excitación cuadrupolar es colineal pero con sentido contrario al haz de preparación, entonces se cancela el ensanchamiento Doppler en los espectros obtenidos. En el segundo paso, el láser interactúa de manera independiente con cada estado hiperfino del nivel $6P_{3/2}$ y debido a que los anchos en frecuencia involucrados en el experimento son menores que la separación hiperfina, es posible resolver cada línea del espectro y determinar su amplitud relativa.

4.1. Desarrollo Experimental

El arreglo experimental se muestra en la figura 4.1. Los haces de excitación entran a una celda con vapor de rubidio de manera contrapropagante. La celda se mantiene a temperatura ambiente durante todo el experimento. El láser de preparación de 780 nm se anclada en una transición específica de F_1 a F_2 mientras que el láser de 911nm se barre sobre todas las F_3 del estado $6P_{3/2}$. La polarización del láser de 780 nm se controla usando una placa de cuarto de onda $\lambda/4$. Por otro lado, la polarización del láser de 911nm se controla con una placa de media onda $\lambda/2$.

La emisión de luz azul es detectada por un arreglo de lente convergente y filtro. Este arreglo colecta los fotones azules y los enfoca en un tubo foto-

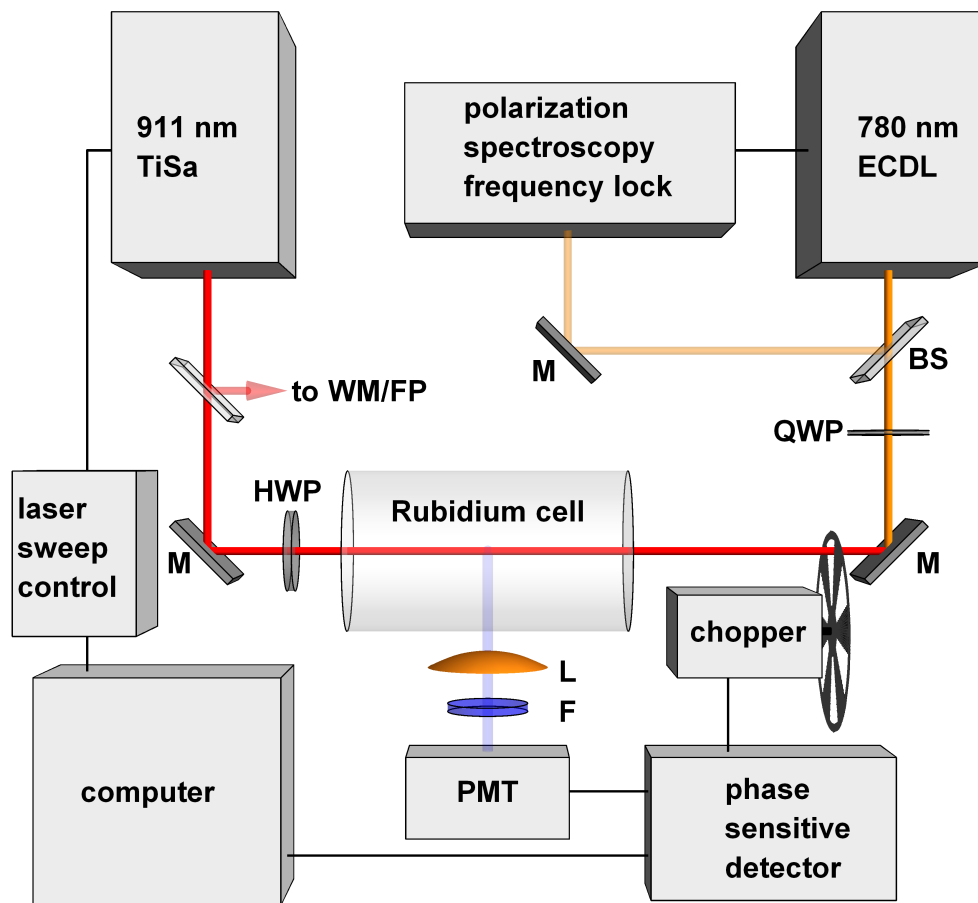


Figura 4.1: Diagrama experimental para el estudio de la transición cuadrupolar eléctrica

multiplicador. La señal de salida del tubo fotomultiplicador se manda a un sistema de detección en fase que extrae la señal útil. La modulación necesaria en la detección en fase se realiza con ayuda de un *chopper* que corta al haz de preparación. La adquisición de datos se controla desde una computadora para obtener y guardar los espectros de la transición cuadrupolar eléctrica $5P_{3/2} \rightarrow 6P_{3/2}$.

A continuación, se describe a detalle cada parte del sistema experimental.

4.1.1. Caracterización del haz de preparación

El primer paso para la excitación en escalera corresponde a la preparación de la población en el nivel $5P_{3/2}$. En este paso se utiliza un láser de diodo de cavidad extendida que emite en una longitud de onda de 780nm. El láser fue construido en el laboratorio, tomando como base las referencias [51, 52]. La frecuencia del láser de preparación se sintoniza de manera gruesa mediante un elemento piezoeléctrico que cambia la longitud de la cavidad. Para realizar el ajuste fino de frecuencia se modifica la corriente suministrada al diodo láser. Esto último se utiliza para implementar un sistema de anclado de frecuencia para mantener estable la frecuencia en una transición atómica.

Anclado de frecuencia para el haz de preparación

El método empleado para mantener estable la frecuencia del haz de preparación es un sistema de anclado por espectroscopia de polarización. En la figura 4.2 se muestra el arreglo experimental de la espectroscopia de polarización utilizada para anclar el láser de preparación. El haz de 780 se divide en un haz de prueba y un haz de bombeo. El haz de prueba se prepara con polarización lineal a 45° respecto a la horizontal mediante una placa de media onda $\lambda/2$. Después de pasar por la celda, el haz de prueba se separa en sus componentes vertical y horizontal con ayuda de un cubo polarizador. Las componentes del haz de prueba son detectadas con fotodiodos (FDS100, ThorLabs). La señal detectada se acondiciona mediante filtros y amplificadores electrónicos.

Por otro lado, el haz de bombeo se prepara con polarización circular mediante una placa de cuarto de onda $\lambda/4$. Cuando el haz de bombeo entra en la celda e interacciona con los átomos excitados por el haz de prueba, se crea una anisotropía en el medio que desbalancea las componentes medidas en los fotodiodos. Con la señal desbalanceada se obtiene una señal de

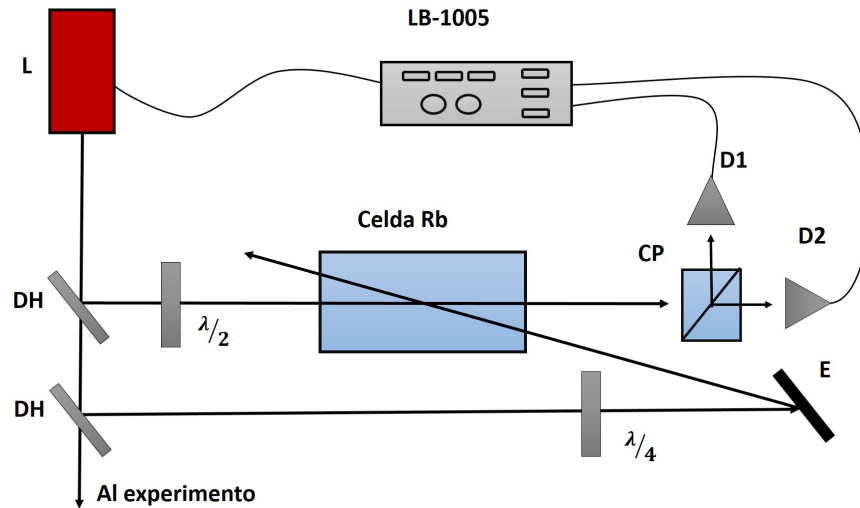


Figura 4.2: Espectroscopia de polarización para el anclado en frecuencia del láser de preparación. L, láser de preparación; DH, divisor de haz; E, espejo; CP, cubo polarizador; D1 y D2, detectores

dispersión que se utiliza para estabilizar el láser. La señal de dispersión se manda a un servocontrolador (LB-1005, Newport) que se genere la señal de retroalimentación para estabilizar el láser de preparación.

Selección de velocidades en el proceso de anclado

El estudio de la interacción de átomos con los láseres se realiza en una celda con vapor de rubidio a temperatura ambiente, esto implica que los átomos tienen una distribución de velocidades dada por una Maxwelliana. Y, por tanto, habrá grupos de átomos que vean la frecuencia del láser corrida a otra frecuencia en función de su velocidad (efecto Doppler) [1]. Si se fija el valor de la frecuencia del láser de preparación para una transición específica, entonces habrá sólo un grupo de átomos con una velocidad específica, que estarán en resonancia con el láser y harán la transición. Sin embargo, para algún otro grupo de átomos la desintonía por efecto Doppler será suficiente para estar en resonancia con una transición diferente a la primera; entonces, estos átomos harán la transición aun cuando el láser se haya mantenido fijo en la primera frecuencia. Este fenómeno da origen a los entrecruzamientos

$F_3(5P_{3/2})$	$\Delta\omega$ (MHz)	v (m/s)	Maxwell	Población
4	0	0	1.00	~ 100
3	121	94	0.86	~ 3
2	184	143	0.70	~ 1

Tabla 4.1: Grupo de velocidades para las transiciones en el paso de preparación para el ^{87}Rb .

(*crossovers*) en las espectroscopias [1, 2].

La ecuación para el efecto Doppler es

$$\omega_{co} = \omega_{at} + \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}, \quad (4.1)$$

donde ω_{at} es la frecuencia de la transición atómica, \mathbf{k} es el vector de onda del haz láser y \mathbf{v} la velocidad del átomo. Con esta ecuación es posible determinar las velocidades para las cuales habrá otras transiciones. En la tabla 4.1 se muestra la selección de velocidades para el átomo de ^{85}Rb cuando el haz está sintonizado en la transición cíclica $F_1 = 3 \rightarrow F_2 = 4$. La primera columna muestra el valor de F_2 ; la segunda columna, la desintonía del láser; la tercera columna, la velocidad de los átomos resonantes con la transición $F_1 = 3 \rightarrow F_2$; la cuarta columna, el factor de la distribución de velocidades de Maxwell $Exp[-mv^2/2k_B T]$ (con k_B la constante de Boltzman); y la última columna muestra el valor total de la población en F_3 . Esta población se obtiene al realizar el promedio temporal descrito en la sección 3.2. El valor se normalizó para poder hacer la comparación. Se observa que para las transiciones no cíclicas, el promedio temporal es aproximadamente el 3 y 1 % de la transición cíclica.

Para el ^{87}Rb , los resultados se muestran en la tabla 4.2.

$F_3(5P_{3/2})$	$\Delta\omega$ (MHz)	v (m/s)	Maxwell	Población
3	0	0	1.00	~ 110
2	267	208	0.47	~ 2
1	424	331	0.15	~ 1

Tabla 4.2: Grupo de velocidades para las transiciones en el paso de preparación para el ^{85}Rb .

Control de polarización para el haz de preparación

Para caracterizar la polarización de los láseres se utiliza un analizador compuesto de un polarizador y un detector. Se monitorea la intensidad del láser en función del ángulo del polarizador. La curva obtenida es ajustada de acuerdo a la Ley de Malus [53] y se obtiene la orientación del campo eléctrico de cada láser como sigue: La intensidad de un haz después de pasar por un polarizador es proporcional al cuadrado de la componente de campo eléctrico paralela al eje del polarizador. Considerando un campo eléctrico inicial expresado por el vector de Jones como

$$\vec{E}_0 = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y e^{i\phi} \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

donde E_x es la amplitud de la componente sobre el eje x , E_y la amplitud sobre el eje y y ϕ representa una fase relativa entre las componentes del campo eléctrico. Después de pasar por un polarizador orientado a un ángulo θ respecto el eje x la componente transmitida se puede calcular como

$$\vec{E}_\theta = \begin{pmatrix} \cos^2 \theta & \cos \theta \sin \theta \\ \cos \theta \sin \theta & \sin^2 \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y e^{i\phi} \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

El cuadrado del campo eléctrico es proporcional a la intensidad I_θ medida en el laboratorio (ecuación 2.31), por tanto, al tomar el cuadrado de la expresión 4.3 se tiene

$$I_\theta \propto E_x^2 \cos^2 \theta + E_y^2 \sin^2 \theta + E_x E_y \sin 2\theta \cos \phi \quad (4.4)$$

Con esta ecuación se determina el estado de polarización del haz de preparación a partir del ajuste a los datos obtenidos al girar el polarizador analizador. En la figura 4.3a se muestran los datos obtenidos y el ajuste a cada uno de ellos. Los parámetros E_x, E_y, ϕ obtenidos del ajuste son

Parámetro	$E_x (\sqrt{\mu W})$	$E_y (\sqrt{\mu W})$	$\phi (^\circ)$
Lineal	10.4	0.1	0.0
Circular	7.5	7.2	89.6

Las unidades que se muestran para los campos eléctricos $E_{x,y}$ son proporcionales a la raíz de la intensidad medida en el detector. Esta constante de proporcionalidad depende del área transversal del haz; sin embargo, esta

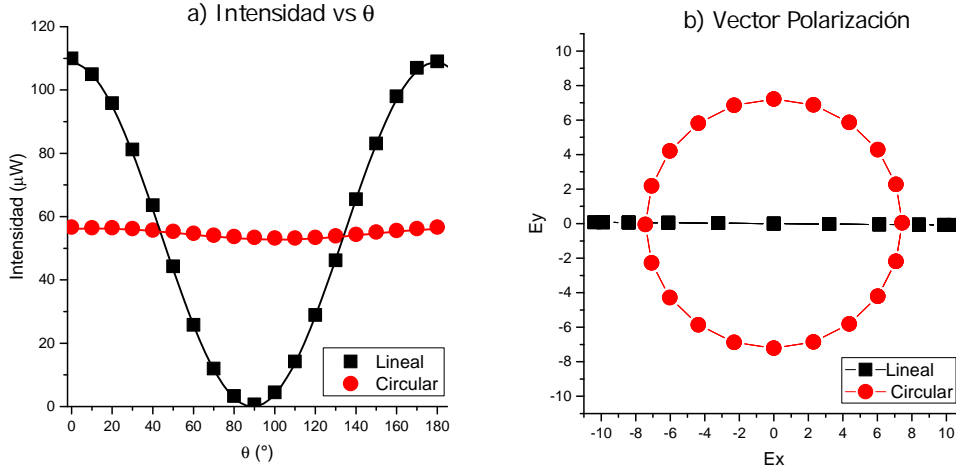


Figura 4.3: Caracterización del estado de polarización del haz de preparación. a) muestra la intensidad de la luz en función del ángulo θ del polarizador y b) muestra la curva paramétrica del vector de polarización (E_x, E_y) .

área es igual en todos los casos, por lo que no es relevante en la comparación de intensidades relativas. El valor de la fase ϕ está dada en grados $^\circ$.

Por otro lado, en la figura 4.3b se muestra la orientación del vector de campo eléctrico en una curva paramétrica (E_x, E_y) .

Con los datos experimentales se obtiene un valor cuantitativo para la polarización lineal p_{lin} y circular p_{cir} de los haces:

$$p_{lin} = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = 0.987(4), \quad (4.5a)$$

$$p_{cir} = 1 - \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = 0.968(2). \quad (4.5b)$$

La potencia del haz de preparación que entra a la celda de rubidio se fijó en $100\mu W$, lo que corresponde a una intensidad de $1.4mW/cm^2$.

4.1.2. Caracterización del haz de excitación cuadrupolar

El haz de excitación cuadrupolar se genera con un láser comercial de titanio zafiro (MSquared, SolsTiS). La longitud de onda inicial se selecciona mediante la interface del láser. La sintonía final se consigue con ayuda de un medidor de longitud de onda (Wavemeter 521, Bristol). El valor de la longitud de onda leído en el medidor se mantiene generalmente en 911.08(5) nm. La sintonía del láser Ti:Saph se describe de manera detallada en la tesis de F. Ponciano[54]. El escaneo de frecuencia se realiza mediante un barrido externo de la cavidad del láser Ti:Saph. Este barrido es controlado por un programa implementado en LabView. De manera simultánea se barre la frecuencia y se registran los datos de amplitud para generar el espectro. Más adelante se describe el programa implementado. Durante el barrido de frecuencia, una cavidad de Fabry-Perot es utilizada para garantizar que no existen modos de emisión adicionales. Utilizando la información del fabricante, el ancho espectral del láser de excitación cuadrupolar es menor que 50 kHz.

Selección de velocidades en la transición cuadrupolar eléctrica

Cuando el láser de preparación se ancla en la transición cíclica $F_1 \rightarrow F_2 = F_1 + 1$, los átomos que realizan esta transición son los átomos con velocidad igual a cero¹. Sin embargo, por efecto Doppler, hay otros grupos de átomos con velocidad diferente de cero que pueden hacer transiciones a otras $F_2[1]$, como se muestra en las tablas 4.1 y 4.2. Por lo tanto, cuando se barre la frecuencia del haz de excitación cuadrupolar habrá transiciones a estados F_3 del nivel $6P_{3/2}$ por diferentes grupos de átomos a diferentes velocidades.

Utilizando la ecuación del efecto Doppler, ecuación (4.1), es posible determinar las frecuencias del láser de excitación cuadrupolar eléctrica a las cuales habrá una transición al estado $6P_{3/2}$. En la tabla 4.3 se muestran los valores para la selección de velocidades en el isótopo ^{87}Rb . En la primera columna se muestra la velocidad establecida por la frecuencia del láser de preparación. Esta velocidad determina que grupos de átomos interactúan con el láser de excitación cuadrupolar eléctrica. En la segunda columna se muestra la secuencia de estados hiperfinos F para la transición en escalera $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2} \rightarrow 6P_{3/2}$. En la tercera columna se muestra la frecuencia del

¹Se considera solamente la componente de velocidad paralela a la dirección de propagación del láser [1].

láser de excitación cuadrupolar a la cual se espera obtener la transición. Este valor corresponde a la posición de los picos en el espectro. La última columna muestra el valor para la parte angular de la probabilidad, esto es, el peso de la transición dado por la expresión 2.99 y sumando sobre todos los estados M_2 y M_3 . En concreto, este número se calcula como:

$$peso = (2F_2 + 1)(2F_3 + 1) \left\{ \begin{matrix} 3/2 & 3/2 & 2 \\ F_3 & F_2 & I \end{matrix} \right\}^2. \quad (4.6)$$

De la tabla 4.3 se observa que para velocidad cero, el espectro tiene los tres picos esperados según la regla de selección $\Delta F \leq 2$. Para el grupo con velocidad $v \approx 208m/s$ la transición $2 \rightarrow 3 \rightarrow 3$ tiene un valor comparable con las transiciones a velocidad 0; sin embargo como se vio en la sección anterior, tabla 4.1, esta transición involucra el decaimiento al estado oscuro, entonces habrá pocos átomos disponibles para la excitación cuadrupolar (3 : 100 respecto a la transición cíclica). Por esta razón se espera que el espectro presente picos correspondientes a entrecruzamientos con alturas considerablemente menores. Los valores entre paréntesis corresponden a un peso de cero, esto debido a que la transición no está permitida $F_2 \nrightarrow F_3$

En la tabla 4.4 se muestran los valores correspondientes al isótopo ^{85}Rb para selección de velocidades.

Control de polarización para el haz de preparación

La polarización del haz de excitación cuadrupolar se mantiene lineal durante el experimento. La dirección del campo eléctrico se gira utilizando una placa de media onda $\lambda/2$. Para caracterizar la polarización del haz se utiliza el método del polarizador analizador. En la figura 4.4 se muestra una serie de curvas de intensidad en función del ángulo del polarizador analizador. Se muestran curvas para diferentes valores del ángulo de la placa $\lambda/2$.

De las gráficas se obtiene que el giro de la polarización varía con el doble del ángulo en la placa $\lambda/2$. Para el haz de excitación cuadrupolar se obtiene una polarización lineal promedio \bar{p} obtenida al tomar en cuenta todas las polarizaciones de cada ángulo de la placa $\lambda/2$. Se utiliza el mismo criterio que en la ecuación 4.5 para determinar la polarización. El valor de la polarización resultante es:

$$\bar{p}_{911} = 0.96 \quad (4.7)$$

La potencia del haz de excitación multipolar antes de entrar a la celda

Grupo velocidad		Transición	Frecuencia	<i>Peso</i>
m/s		$F_1 \rightarrow F_2 \rightarrow F_3$	MHz	
^{87}Rb	0	$2 \rightarrow 3 \rightarrow 3$	63	84
		$2 \rightarrow 3 \rightarrow 2$	-24	70
		$2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$	-75	21
		$2 \rightarrow 3 \rightarrow 0$	(-99)	(0)
	208	$2 \rightarrow 2 \rightarrow 3$	102	70
		$2 \rightarrow 2 \rightarrow 2$	15	0
		$2 \rightarrow 2 \rightarrow 1$	-36	30
		$2 \rightarrow 2 \rightarrow 0$	-60	25
	331	$2 \rightarrow 1 \rightarrow 3$	124	21
		$2 \rightarrow 1 \rightarrow 2$	37	30
		$2 \rightarrow 1 \rightarrow 1$	-14	24
		$2 \rightarrow 1 \rightarrow 0$	(-38)	(0)

Tabla 4.3: Selección de velocidades para las transiciones cuadrupolares eléctricas para el ^{87}Rb . La probabilidad está normalizada para que sea un número entero.

Grupo velocidad		Transición	Frecuencia	<i>Peso</i>
m/s		$F_1 \rightarrow F_2 \rightarrow F_3$	MHz	
^{85}Rb	0	$3 \rightarrow 4 \rightarrow 4$	33	2475
		$3 \rightarrow 4 \rightarrow 3$	-6	2625
		$3 \rightarrow 4 \rightarrow 2$	-27	1200
		$3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$	(-37)	(0)
	94	$3 \rightarrow 3 \rightarrow 4$	50	2625
		$3 \rightarrow 3 \rightarrow 3$	11	147
		$3 \rightarrow 3 \rightarrow 2$	-10	560
		$3 \rightarrow 3 \rightarrow 1$	-20	1568
	144	$3 \rightarrow 2 \rightarrow 4$	59	1200
		$3 \rightarrow 2 \rightarrow 3$	20	560
		$3 \rightarrow 2 \rightarrow 2$	-1	1250
		$3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$	-11	490

Tabla 4.4: Selección de velocidades para las transiciones cuadrupolares eléctricas para el ^{85}Rb . La probabilidad está normalizada para que sea un número entero.

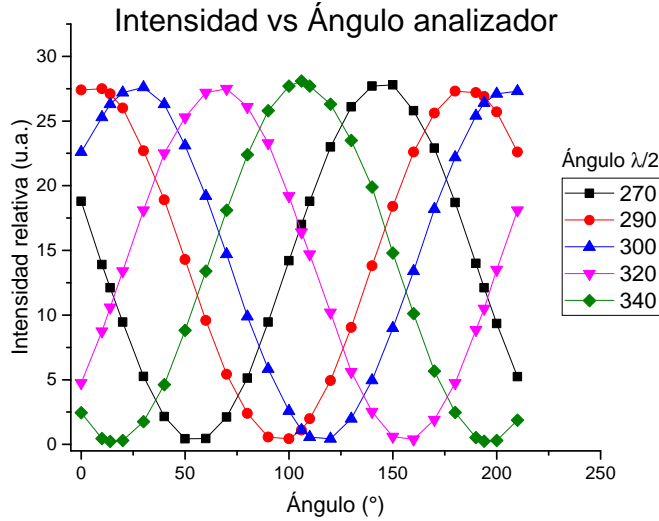


Figura 4.4: Curvas para el ángulo del polarizador analizador. Se muestran diferentes orientaciones del campo eléctrico de 911 nm

de rubidio es de $P_{911} = 70mW$, esto corresponde a una intensidad de $I_{911} \approx 4W/cm^2$.

4.1.3. Sistema de detección

El sistema para detectar la fluorescencia azul generada en la celda de rubidio, consiste en una lente que colecta los fotones azules y los enfoca en el cátodo de un tubo fotomultiplicador. La construcción del arreglo óptico para la detección de fotones azules se describe en la referencia [55]. La fuente de voltaje para el funcionamiento del tubo fotomultiplicador utilizado para este trabajo fue construida y caracterizada en el laboratorio. Esta fuente tiene dos funciones fundamentales, genera un voltaje estable para alimentar el tubo fotomultiplicador y genera otro voltaje de referencia para modificar la ganancia del tubo fotomultiplicador. En el apéndice C se describe en detalle la implementación del tubo fotomultiplicador.

Debido a que los fotones azules producen una señal muy pequeña (en el orden de μV^2), esta señal se pierde en el ruido de fondo (del orden de mV).

²Valor estimado para el sistema experimental utilizando una señal azul de referencia

Para solucionar este problema se implementa un sistema de detección en fase para extraer la señal útil y generar los espectros. El sistema de detección en fase consiste en bloquear la trayectoria del haz de forma intermitente para encender y apagar el láser de preparación. Se utiliza un cortador de haz (Optical Chopper MC2000B, Thorlabs) que bloquea el láser a una frecuencia de 1 kHz. En la celda de rubidio, los láseres producen, a su vez, fotones azules en forma intermitente que son detectados en el tubo fotomultiplicador. La señal que genera el tubo fotomultiplicador va al detector sensible a la fase (Lock-in Amplifier 5209, EG&G) donde se sincroniza con el cortador del haz. El resultado es una señal amplificada y filtrada que origina los espectros. La descripción detallada del sistema de detección en fase se presenta en la tesis de S. Hernandez [56].

4.1.4. Lectura y almacenamiento de datos

Para generar los espectros se implementó un programa desarrollado en LabView que sincroniza el barrido de frecuencia del láser de excitación cuadrupolar con el voltaje de salida de la detección en fase. El programa genera una rampa de voltaje que es usada como referencia externa para la sintonía de frecuencia del láser de titanio zafiro. La rampa consiste en incrementos de voltaje correspondientes a $\Delta\nu \approx 1$ MHz. Generalmente los barridos tienen una amplitud de 200 MHz. La rampa se genera con una fuente programable Tektronix PWS4305. Esta fuente se comunica con la computadora mediante conexión USB. El tiempo de barrido se ajusta para optimizar la señal de la detección en fase. El tiempo promedio utilizado en el experimento es de 20 segundos.

La señal generada por el detector de fase se lee mediante una tarjeta de adquisición de *National Instruments* USB-6351. Esta señal se lee de manera sincronizada con el voltaje aplicado por la fuente programable durante el barrido. En el programa de LabView se visualiza la señal mediada en tiempo real y al finalizar cada barrido se muestra el espectro obtenido y se guarda en un archivo para su análisis posterior.

4.2. Análisis de espectros

4.2.1. Método de selección de espectros

Con el sistema experimental descrito en la sección anterior se toman series de espectros con diferentes configuraciones de polarización y de intensidades para el haz de preparación. En promedio se toman series con 50 espectros cada una. Los espectros obtenidos se analizan de manera automatizada para seleccionar los espectros útiles. Un espectro se considera útil para el análisis si presenta un barrido uniforme de frecuencia, esto es: a) los picos de las transiciones tienen el mismo ancho, b) los tres picos de la transición están separados de manera consistente con la separación en energía de la estructura hiperfina del nivel $6P_{3/2}$ y c) no aparecen (o desaparecen) picos extra en el espectro. Estos problemas experimentales se deben principalmente a vibraciones mecánicas en las cavidades de referencia que cambian la frecuencia de emisión de los láseres durante la medición. En el apéndice D se presenta el programa desarrollado en LabView para realizar el análisis automatizado de los espectros. A continuación, se presenta el funcionamiento del programa en forma general.

1. El programa lee el archivo de datos del espectro.
2. El programa busca la posición y altura de los picos.
3. El programa utiliza las posiciones y alturas para realizar un ajuste a los datos del espectro. Se ajusta una función que es la suma de Gaussianas con mismo ancho.
4. Se calibra el eje horizontal en frecuencia. Los centros de los picos deben tener una separación consistente con la separación en energía de la estructura hiperfina del nivel $6P_{3/2}$.
5. Se almacenan los parámetros del ajuste de Gaussianas y se pasa al siguiente espectro.
6. Una vez hecho el ajuste a los espectros se hace estadística de los parámetros resultantes para cada serie de espectros.

Con los datos obtenidos se estudian las configuraciones de polarización utilizada en el experimento. En todos los espectros se observan tres picos

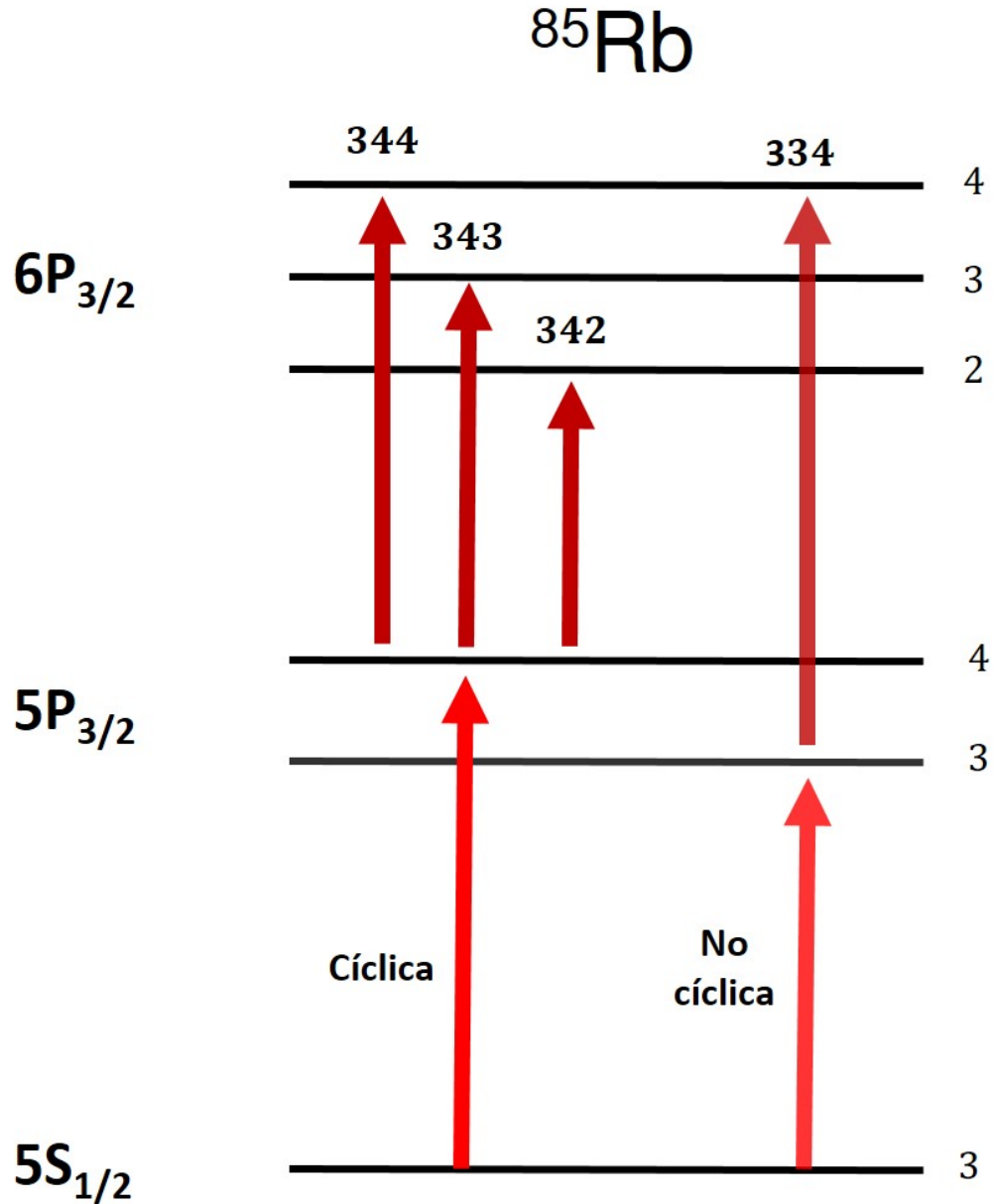


Figura 4.5: Secuencia de la excitación en escalera $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2} \rightarrow 6P_{3/2}$ para el isótopo ^{85}Rb . Arriba de las flechas se muestra la etiqueta utilizada para denotar los picos en los espectros experimentales. Los números a la derecha corresponden a los valores F de los estados hiperfinos involucrados en el experimento.

que corresponden a las transiciones $5P_{3/2} \rightarrow 6P_{3/2}$ cuando la frecuencia de láser del primer paso está anclado a la transición cíclica. En la figura 4.5 se muestra un diagrama de la excitación en escalera $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2} \rightarrow 6P_{3/2}$ para el isótopo ^{85}Rb . Para denotar cada transición, se coloca una etiqueta que marca la secuencia de excitación en escalera $F_1 \rightarrow F_2 \rightarrow F_3$. Como se verá más adelante, los espectros presentan un pico extra en el extremo derecho, este pico corresponde a una transición no cíclica que se da por selección de velocidades. La secuencia de este pico es $F_1 \rightarrow F_2 = F_1$ para el primer paso y $F_2 \rightarrow F_3 = F_2 + 1$. La amplitud de este último pico es pequeña ya que implica un bombeo de átomos al estado base fuera de la transición cíclica.

4.2.2. Configuración lineal - lineal

En la configuración lineal-lineal los espectros dependen del ángulo entre los vectores de polarización de los haces. Sin embargo, los espectros obtenidos a cualquier ángulo θ serán una combinación de los espectros obtenidos para los ángulos extremos ($\theta = 0$ para configuración paralela y $\theta = \pi/2$ para configuración perpendicular). Es decir, cualquier espectro donde el ángulo sea diferente de 0 ó $\pi/2$ será una combinación de los espectros a esos ángulos extremos.

Los espectros para la configuración lineal-lineal muestran un comportamiento similar para ambos isótopos. En las figuras 4.6 y 4.7 se muestran los espectros para la configuración lineal-lineal tomando los ángulos extremos $\theta = 0, \pi/2$. En la parte superior de las figuras se muestra el espectro para haces lineales paralelos $\theta = 0$, mientras que en la parte inferior los haces corresponden a la configuración lineal perpendicular $\theta = \pi/2$. La figura 4.6 corresponde al isótopo ^{87}Rb mientras que la figura 4.7 corresponde al ^{85}Rb .

Para el espectro correspondiente a la configuración paralela, el pico correspondiente a la transición $F_2 = F_1 + 1 \rightarrow F_3 = F_2 - 1$ tiene una amplitud mayor a las otras dos.

Al analizar los dos picos a los extremos del espectro se aprecia que a) en el ^{85}Rb el pico correspondiente a la transición cuadrupolar $F_2 = 4 \rightarrow F_3 = 4$ tiene un tamaño comparable con el pico correspondiente $F_2 = 4 \rightarrow F_3 = 2$; respecto al valor del cálculo se predice que la transición de $F_3 = 4$ tiene el menor valor, sin embargo, debido a las incertidumbres en los espectros este hecho no se logra apreciar en el espectro de la figura. Y b) para el caso de ^{87}Rb se muestra como el pico correspondiente a la transición $F_3 = 3$ es mayor que la correspondiente a $F_3 = 1$, en acuerdo con el valor obtenido por el modelo.

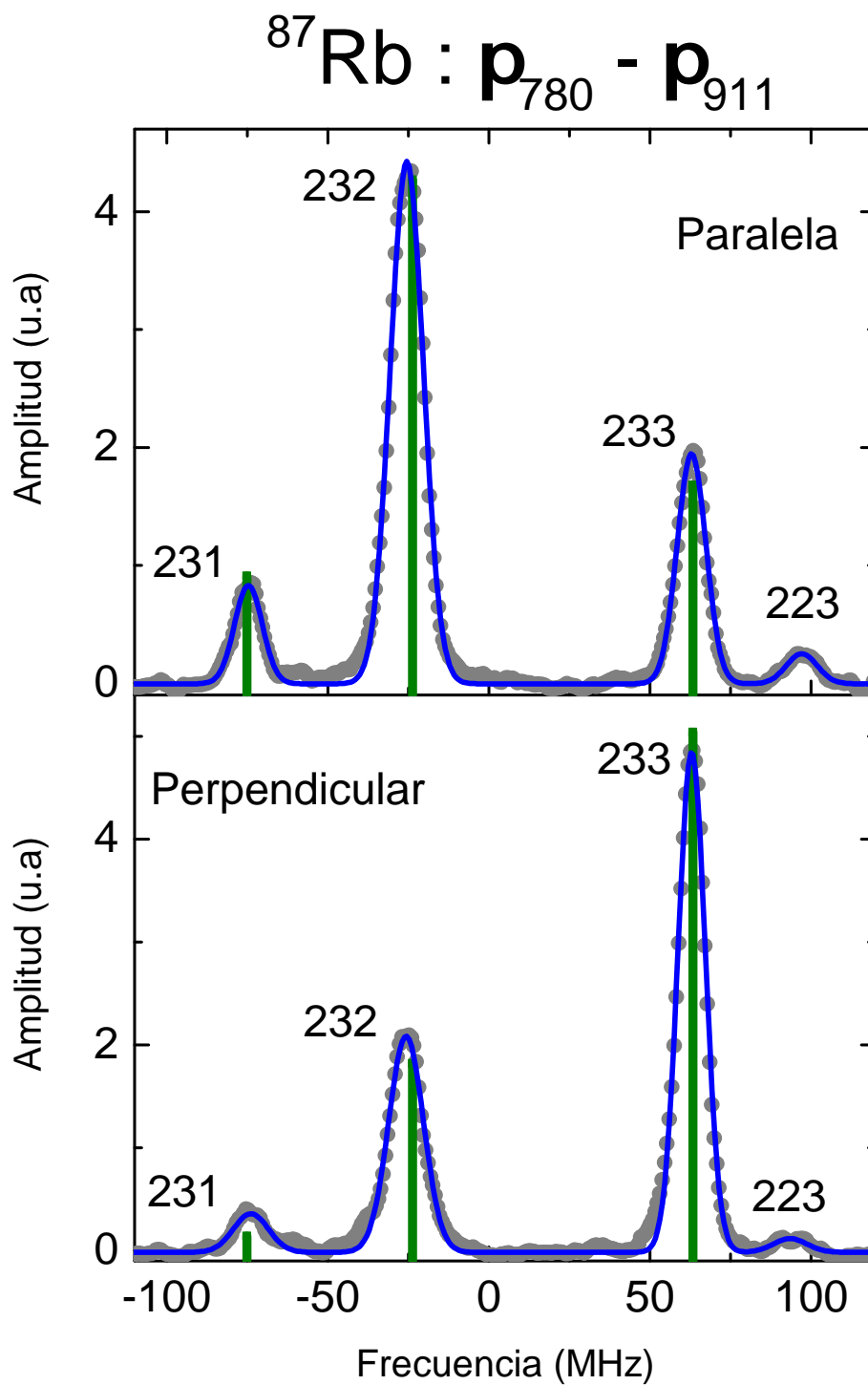


Figura 4.6: Espectros de ^{87}Rb para la configuración lineal - lineal. En la parte superior se muestra el espectro para un ángulo $\theta = 0$. En la parte inferior se muestra el espectro para un ángulo de $\theta = \pi/2$.

En el caso de la configuración perpendicular, el pico correspondiente a la transición $F_2 \rightarrow F_3 = F_2$ es el de mayor altura, mientras que el pico correspondiente a la transición $F_2 \rightarrow F_3 = F_2 - 2$ tiene la altura más pequeña.

Distribución angular

En la figura 4.8 se muestra la distribución angular para diferentes ángulos entre los vectores de polarización de cada haz. Los datos siguen una ley de coseno cuadrado en acuerdo a lo que predice el modelo para configuración lineal - lineal (ecuación 3.30).

Se observa que la amplitud del pico para $F_3 = 4$ corresponde a la mayor amplitud y que está en contra fase con la amplitud correspondiente a las otras transiciones. La oscilación para el pico $F_3 = 3$ está siempre dentro de la amplitud correspondiente al pico $F_3 = 4$. Por otro lado, la oscilación correspondiente al pico de $F_3 = 2$ está por abajo del pico $F_3 = 4$ la mayoría de los ángulos, excepto cerca de la configuración paralela, donde tiene una amplitud comparable.

Dependencia en potencia del haz de preparación

En la figura 4.9 se muestra una gráfica de la amplitud de los picos correspondientes a las transiciones con $F_3 = 4, 3, 2$, en función de la potencia del haz de preparación. Los datos obtenidos corresponden al isótopo ^{85}Rb . Las potencias van desde $20\mu\text{W}$ hasta $100\mu\text{W}$ que corresponden a una intensidad de $0.15I_{sat}$ hasta $0.85I_{sat}$, donde $I_{sat} = 1.67\text{mW}/\text{cm}^2$ es la intensidad de saturación para la transición $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$. Las barras de error se calculan de manera estadística al realizar el ajuste para varios espectros ≈ 50 adquiridos para cada potencia.

En la parte superior de la figura 4.9 se muestran las alturas de cada pico del espectro mientras que en la parte inferior se muestran las alturas normalizadas a la suma de los tres picos. En las curvas superiores se observa que los picos tienden a aumentar su altura, esto se debe a que un aumento en la intensidad del láser significa incrementar el número de átomos disponibles en el nivel $5P_{3/2}$. Además, en el pico correspondiente a la transición $F_2 = 3 \rightarrow F_3 = 4$ se observa un comportamiento que tiende a la saturación. Esta observación concuerda con la teoría de espectroscopia [1].

En la parte inferior de la figura 4.9 se normalizan las alturas de los picos a la suma de alturas de los tres picos. Se obtiene que las alturas normalizadas

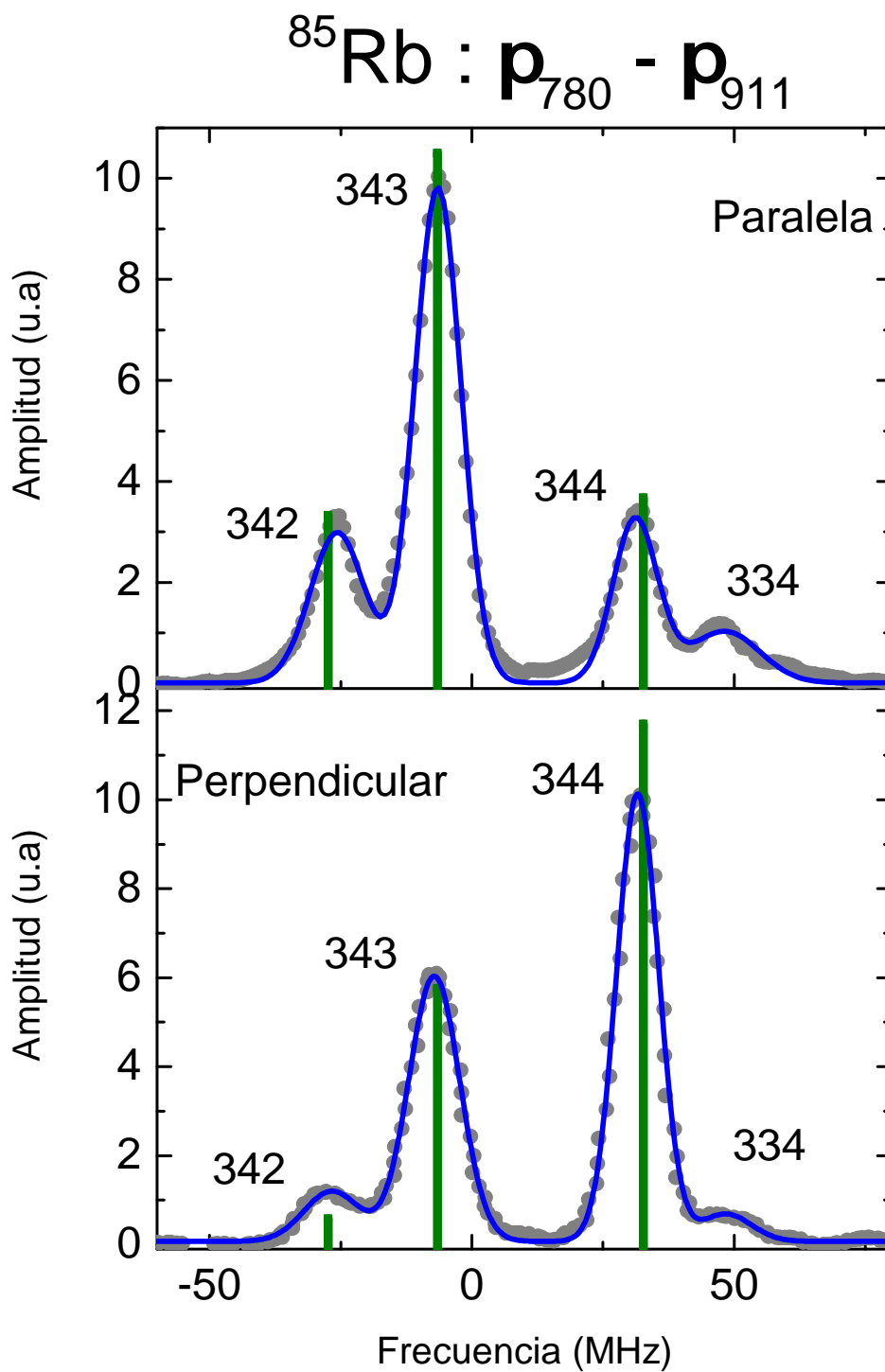


Figura 4.7: Espectros de ^{85}Rb para la configuración lineal - lineal. En la parte superior se muestra el espectro para un ángulo $\theta = 0$. En la parte inferior se muestra el espectro para un ángulo de $\theta = \pi/2$.

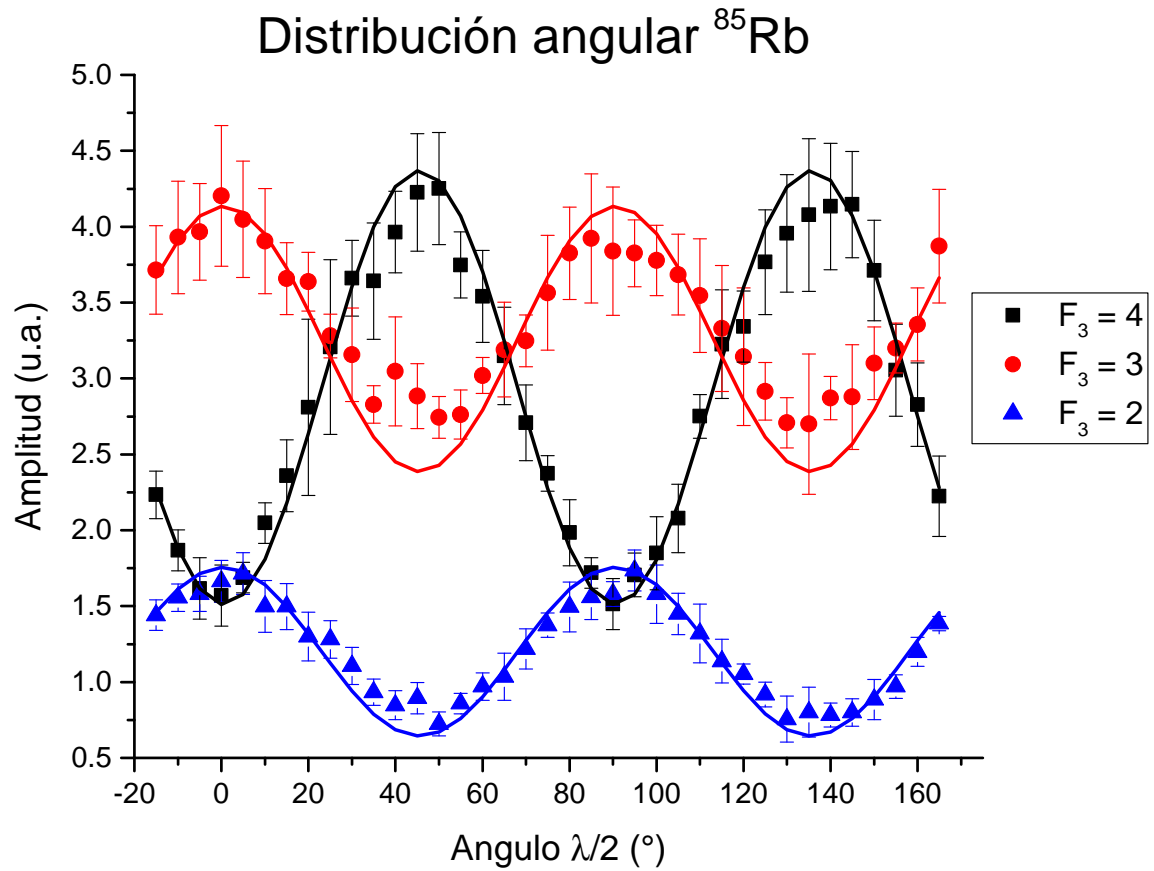


Figura 4.8: Distribución angular para la configuración lineal - lineal del isótopo ^{85}Rb .

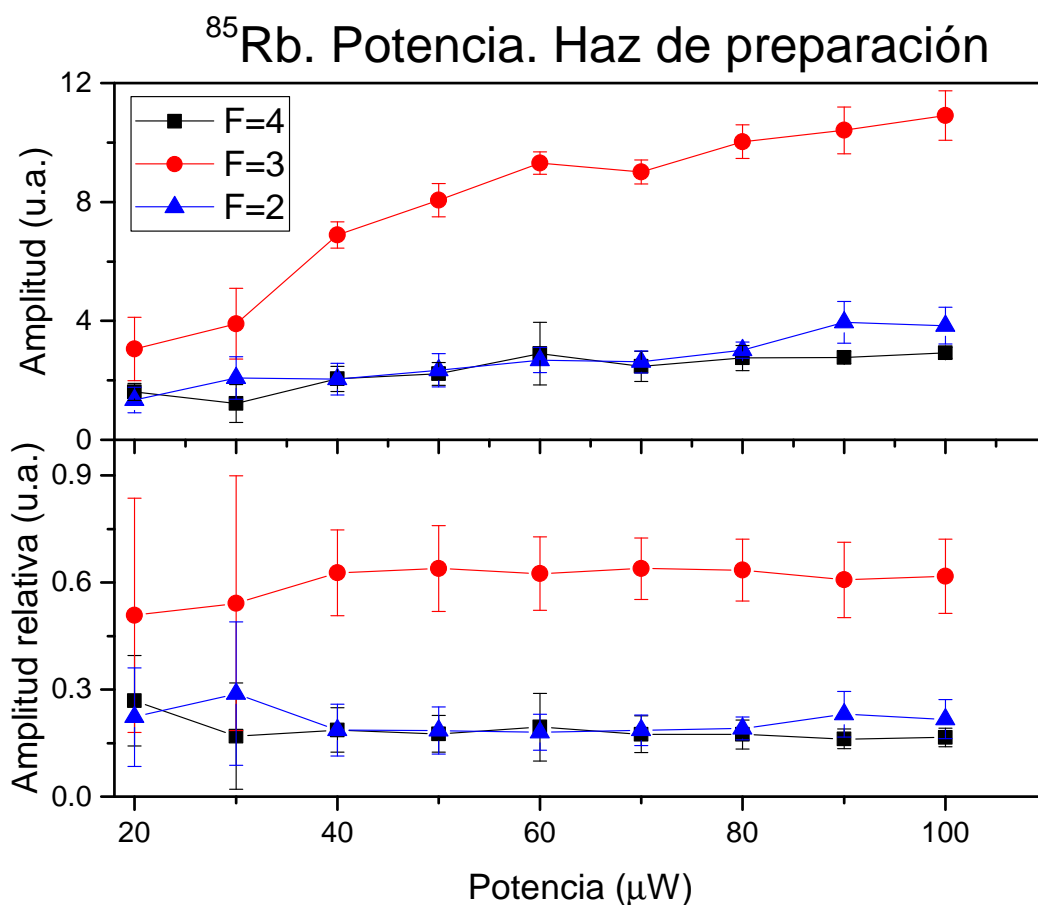


Figura 4.9: Dependencia en potencia para los espectros de ^{85}Rb . En la parte superior se muestra la amplitud de los picos para las transiciones a las diferentes F_3 en el estado $6P_{3/2}$. En la parte inferior se muestra la amplitud normalizada a la suma de los tres picos. A pesar de que la amplitud de los picos crece con la potencia, la razón entre ellos se mantiene constante.

se mantienen constantes. Esta observación está en acuerdo con la teoría de espectroscopia y corresponde a trabajar por debajo del límite de saturación. Las barras de error en las alturas normalizadas para las primeras potencias $20, 30\mu W$ son grandes debido a que la relación señal a ruido para los picos del espectro es prácticamente 3 : 2.

En la figura 4.10 se muestran cinco espectros representativos para observar el cambio debido a la potencia del haz de preparación. El espectro a $20\mu W$ de potencia, muestra una señal comparable con el ruido. Para potencias más bajas ya no es posible resolver los picos. Para una potencia de $100\mu W$ la señal a ruido mejora notablemente ($S/N \approx 40 : 1$). Estos resultados pretenden ser el punto de partida para trabajos futuros donde se incrementa la potencia del haz de preparación para pasar el límite de saturación y hacer experimentos de Autler-Townes [6].

4.2.3. Configuración circular - lineal

En la figura 4.11 se muestran los espectros de ambos isótopos con configuración de polarización circular para el haz de preparación y polarización lineal para el haz de excitación cuadrupolar. Para el ^{87}Rb el pico más alto corresponde a la transición $F_2 = 3 \rightarrow F_3 = 3$, el pico correspondiente a $F_3 = 2$ tiene una altura un poco menor mientras que el pico de $F_3 = 1$ es el más pequeño. Al igual que en la configuración lineal- lineal se aprecia el pico por selección de velocidades. La comparación con el modelo muestra un excelente acuerdo para los picos correspondientes a $F_3 = 3, 2$ mientras que el modelo subestima la intensidad del pico para $F_3 = 1$ hasta por 60% abajo de su valor experimental. Para el caso del isótopo ^{85}Rb el pico más alto corresponde a la transición $F_2 = 3 \rightarrow F_3 = 2$

En la parte superior de la figura 4.11, se muestra el espectro para ^{87}Rb . Se observa que el pico correspondiente a la transición con $F_3 = 3$ es de mayor altura; sin embargo, la altura del pico $F_3 = 2$ es comparable con el $F_3 = 3$ mientras que la altura del pico correspondiente a $F_3 = 1$ es la menor. El modelo subestima la altura del pico $F_3 = 1$. Por otro lado, en la parte inferior de la figura 4.11 se muestra el espectro para el ^{85}Rb , en este caso el pico correspondiente a $F_3 = 3$ es el de mayor altura mientras que el pico para $F_3 = 4$ tiene una altura menor pero comparable. Para el pico de $F_3 = 2$ se observa nuevamente que la altura es considerablemente menor y que el modelo sub estima esta altura.

Para ambos espectros se aprecia el cuarto pico correspondiente a la transición

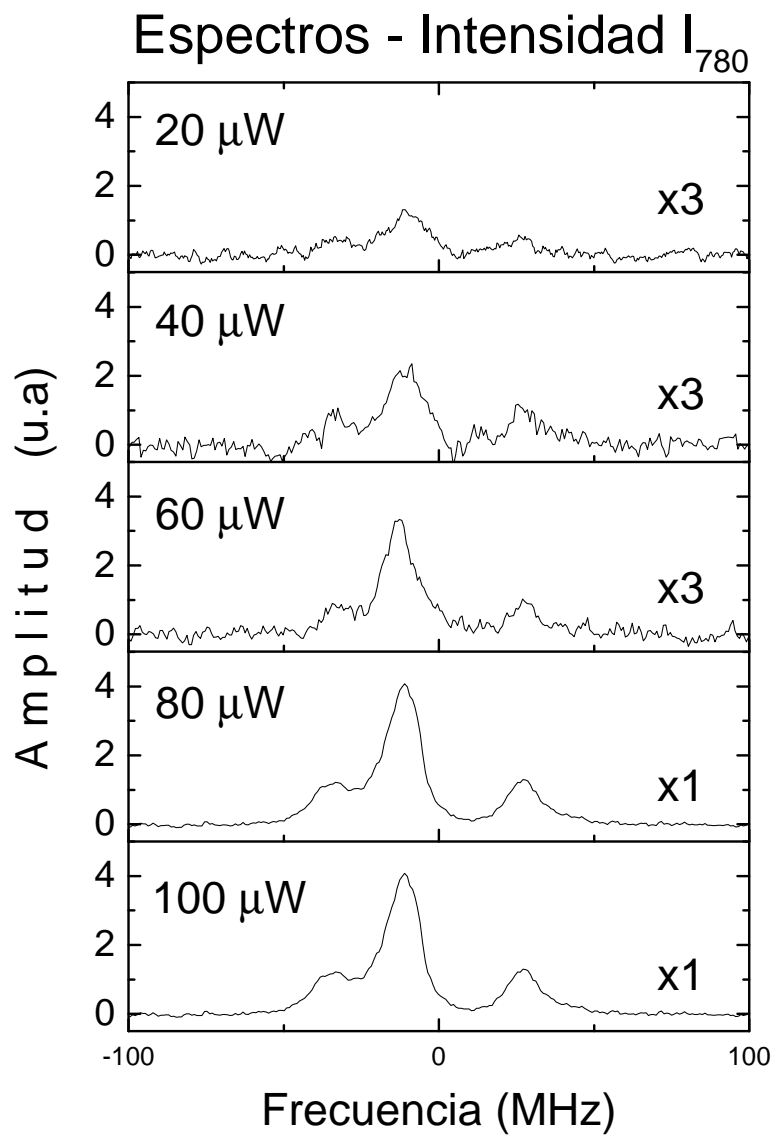


Figura 4.10: Espectros del ^{85}Rb para diferentes potencias en la configuración lineal - lineal paralelo. Las curvas fueron ampliadas para poder comparar los espectros unos con otros.

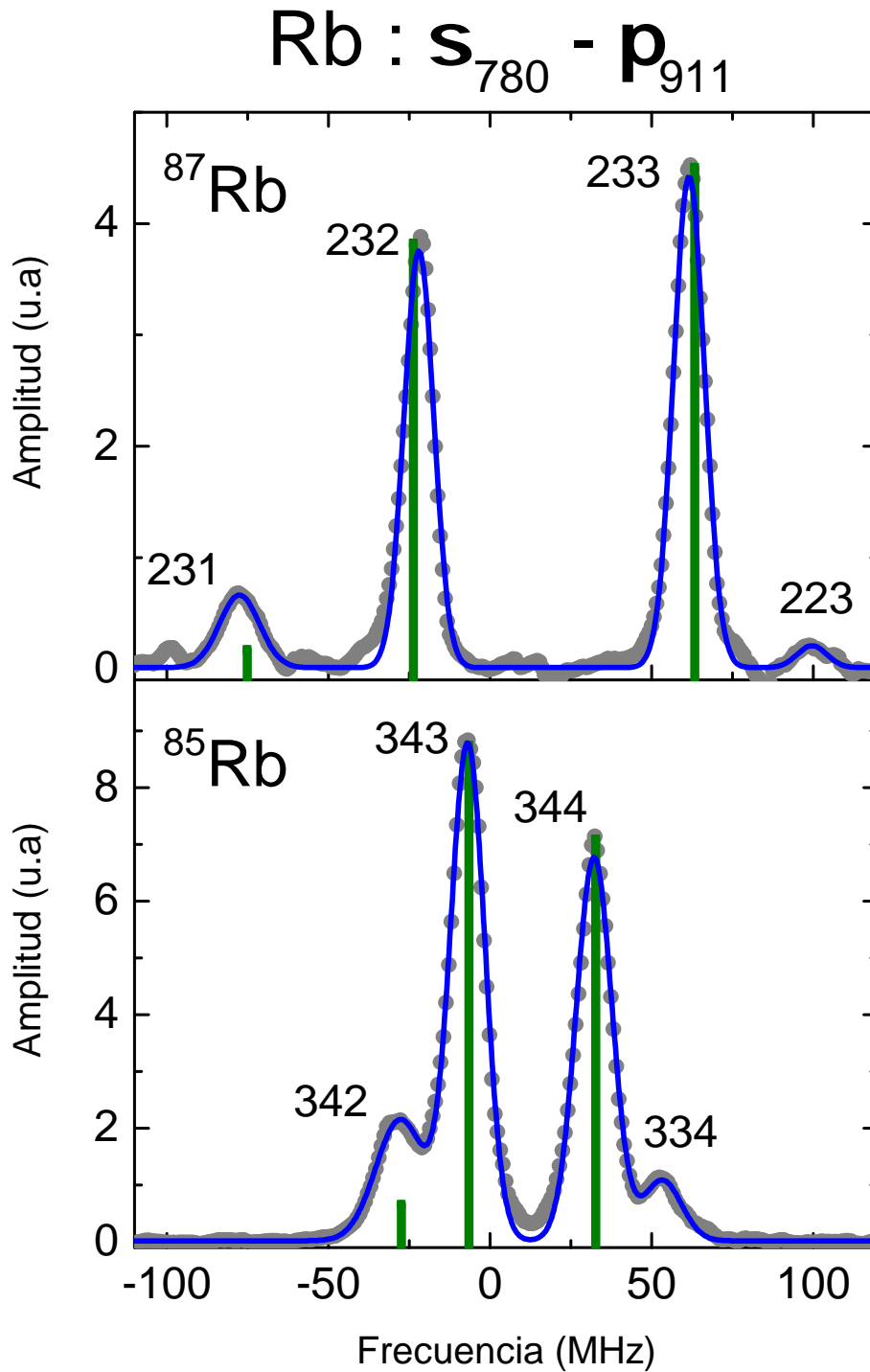


Figura 4.11: Espectros para la configuración circular - lineal. En la parte superior se muestra el espectro para el isótopo ^{87}Rb . En la parte inferior se muestra el espectro para el ^{85}Rb .

por selección de velocidades.

4.3. Comparación modelo - experimento

En la tabla 4.5 se muestra la comparación de las intensidades relativas de cada transición obtenidas del modelo contra las alturas relativas de cada pico en el espectro experimental. En general se tiene un buen acuerdo entre los valores obtenidos. Para la configuración lineal paralela el modelo predice mejor la altura de los picos que para la configuración perpendicular.

^{87}Rb	Paralelo		Perpendicular		Circular	
F_3	Teo	Exp	Teo	Exp	Teo	Exp
$F_3 = 1$	0.135	0.13(2)	0.015	0.02(1)	0.007	0.06(1)
$F_3 = 2$	0.615	0.59(6)	0.260	0.33(4)	0.490	0.46(5)
$F_3 = 3$	0.250	0.28(4)	0.725	0.63(6)	0.503	0.47(5)

^{85}Rb	Paralelo		Perpendicular		Circular	
F_3	Teo	Exp	Teo	Exp	Teo	Exp
$F_3 = 2$	0.216	0.22(2)	0.11(1)	0.032	0.017	0.13(1)
$F_3 = 3$	0.609	0.57(7)	0.39(5)	0.320	0.626	0.52(3)
$F_3 = 4$	0.175	0.21(3)	0.50(4)	0.648	0.356	0.35(3)

Tabla 4.5: Intensidades relativas de los picos del espectro. Se muestran los valores obtenidos del modelo y los valores experimentales. Se normalizó para que la suma de las intensidades sea igual a la unidad.

Capítulo 5

Conclusiones

Se estudió la excitación en escalera $5S \rightarrow 5P \rightarrow 6P$ en átomos de rubidio a temperatura ambiente. Como primera contribución se observó la transición cuadrupolar eléctrica $5P_{3/2} \rightarrow 6P_{3/2}$ y se obtuvieron espectros libre de ensanchamiento Doppler. La transición fue observada mediante la detección de fotones azules generados por el decaimiento del nivel $6P_{3/2}$ al estado base $5S_{1/2}$.

Se logró resolver la estructura hiperfina del nivel $6P_{3/2}$ para ambos isótopos del rubidio. Debido a que la transición utilizada es una transición cuadrupolar eléctrica se obtienen espectros con tres picos, en acuerdo con los valores permitidos de $\Delta F = 0, \pm 1, \pm 2$. Concretamente, cada pico corresponde a las transiciones $F_3 = F_2 - 2, F_2 - 1, F_2$ donde F_2 corresponde al estado hiperfino de la transición cíclica en el primer paso de la transición en escalera.

Se obtuvieron espectros para dos diferentes configuraciones de polarización para los haces de excitación: i) Haz de preparación lineal y haz de excitación cuadrupolar lineal, se estudió el caso general donde las polarizaciones tienen un ángulo relativo entre ellas, y ii) Haz de preparación circular y haz de excitación cuadrupolar lineal.

Se desarrolló un modelo de tres pasos para estudiar los efectos de la polarización de los haces de excitación. El modelo se comparó con los datos experimentales y se obtuvo un muy buen acuerdo.

Se comprobó que el haz de preparación establece un sistema alineado para la polarización lineal y un sistema orientado para la configuración circular. Además, mediante el modelo se mostró que el haz de excitación cuadrupolar, con polarización lineal, mantiene al sistema alineado u orientado al llevar la población al estado $6P_{3/2}$.

Debido a la confiabilidad del modelo, se puede concluir también, que las configuraciones de polarización establecen reglas de selección bien definidas: i) Para configuración lineal-lineal paralela se establece la regla de selección $\Delta m = \pm 1$. ii) Para la configuración lineal-lineal perpendicular la regla de selección que se establece es $\Delta m = \pm 2$. iii) En general, el caso lineal-lineal muestra una dependencia de coseno cuadrado en las amplitudes de los picos del espectro. Con esto, es posible realizar una combinación de las reglas de selección $\Delta m = \pm 1$ y $\Delta m = \pm 2$ sólo cambiando el ángulo entre las direcciones de polarización de los láseres. iv) Para la configuración circular-lineal se establece la regla $\Delta m = \pm 1$ y además la orientación relativa de la polarización lineal del haz de excitación cuadrupolar no tiene efecto en la amplitud de los picos del espectro experimental.

Los resultados obtenidos en este trabajo, sirven para proponer una herramienta para el control de estados cuánticos en átomos alcalinos. El modelo puede extenderse sin problema a estos átomos ya que calcula intensidades relativas sin depender de los valores para los elementos de matriz reducidos, que involucran la parte radial de la función de onda. La manipulación de estados atómicos se logra al establecer de manera experimental la polarización de la luz y con esto, la forma en que las reglas de selección actúan en el sistema.

Trabajo futuro

Con el desarrollo de este trabajo se tiene una base importante para emprender nuevos proyectos en el Laboratorio de Átomos Fríos:

1. **Detección de transiciones prohibidas en átomos fríos.** El desarrollo del modelo presentado en este trabajo involucra un paso de preparación debido a que los átomos transitan por el haz del primer paso; sin embargo, se pretende estudiar el efecto del primer paso en átomos que se mueven a temperaturas muy bajas ($\approx 300 \mu\text{K}$). Se pretende analizar las distintas configuraciones de polarización en átomos en una trampa magneto-óptica. En la figura 5.1 se muestra uno de los primeros espectros de la transición cuadrupolar eléctrica $5P_{3/2} \rightarrow 6P_{3/2}$ en átomos fríos de rubidio. En este caso se utiliza un contador de fotones para detectar la luz azul producida por el decaimiento espontáneo.

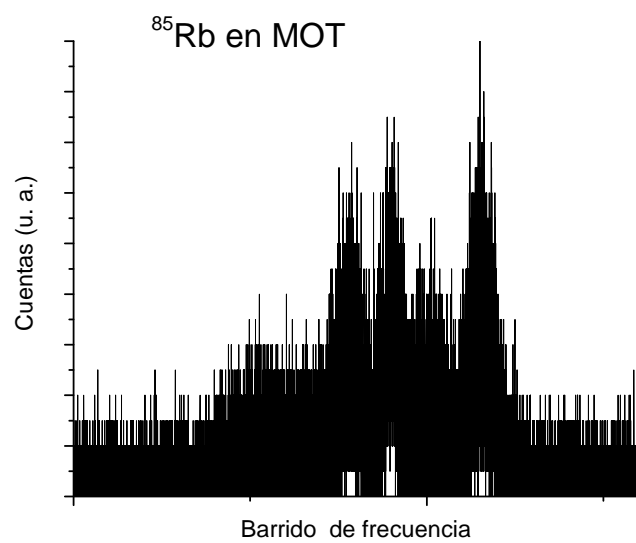


Figura 5.1: Primeros resultados de transición cuadrupolar eléctrica en átomos fríos.

2. **Configuración de polarización circular-circular.** Se pretende obtener placas de cuarto de onda para lograr una polarización circular en el láser de excitación cuadrupolar. Experimentalmente, las placas deben ser adecuadas para haces de alta potencia. De igual manera se ha comenzado con la teoría de esta transición y como primeros resultados se obtiene que las reglas de transición en este caso son $\Delta m = -1$ ó $\Delta m = +1$, pero no las dos al mismo tiempo.
3. **Espectroscopia con haces estructurados.** Se plantea el estudio de la transición $5P_{3/2} \rightarrow 6P_{3/2}$ utilizando luz con estructura Bessel. De manera específica, se pretende estudiar la transferencia de momento angular orbital de la luz hacia los átomos mediante una transición no dipolar eléctrica.
4. **Efecto Autler-Townes.** Se pretende también, analizar el efecto de desdoblamiento por potencia en la excitación en escalera $5S \rightarrow 5P \rightarrow 5P$. Se busca estudiar el efecto de una potencia por arriba de saturación para el haz del primer paso. Durante la escritura de este trabajo ya se han realizado toma de espectros y se están analizando los datos obtenidos. Una parte importante del análisis es determinar la altura de los picos en el espectro y este trabajo es importante en la determinación de las intensidades relativas.

Finalmente, si se quiere conocer el estado actual de estos puntos, se recomienda visitar la página web del grupo de Átomos Fríos de la UNAM [57] y visitar la página web del autor [58].

Apéndice A

Orden de magnitud de las transiciones atómicas en rubidio

En este apéndice se calculan los ordenes de magnitud de las transiciones atómicas. En general, se justifica el hecho de despreciar el término que depende del cuadrado de \mathbf{A} en el hamiltoniano de interacción y se presenta una estimación del valor de las transiciones involucradas en la excitación en escalera $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2} \rightarrow 6P_{3/2}$ y el decaimiento al estado base $5S_{1/2}$

A.1. Interacción a segundo orden \mathbf{A}^2

Retomando la expresión para el elemento de matriz de la transición atómica, ecuación 2.33, el término que depende del cuadrado de \mathbf{A} contribuye al hamiltoniano como una energía adicional $U_p(\mathbf{A}^2)$ que oscila rápidamente en el tiempo. Por tanto si se evalúa el promedio durante un periodo se obtiene un estimado de

$$U_p = \frac{e^2}{2m_e} \langle \mathbf{A}^2 \rangle = \frac{e^2 I}{2\epsilon_0 c m_e \omega^2}, \quad (\text{A.1})$$

donde I es la intensidad de la onda electromagnética. Como puede verse el potencial ponderomotriz varía inversamente con el cuadrado de la frecuencia ω y para frecuencias ópticas $\omega \approx 10^{14}$ (utilizadas en este trabajo) este término es despreciable.

Utilizando este término no lineal $\mathbf{A}^2 = \mathbf{A} \cdot \mathbf{A}$ Knuffman *et. al.* [12], de la Universidad de Michigan, proponen la posibilidad de realizar transiciones atómicas y obtener espectros con nuevas reglas de selección. Posteriormente, Moore *et. al.* [59] del mismo grupo, logran realizar transiciones utilizando el potencial ponderomotriz \mathbf{A}^2 . El experimento se lleva a cabo con átomos de Rydberg atrapados en una red óptica.

A.2. Transiciones multipolares

El término del hamiltoniano de interacción que es proporcional a $\mathbf{p} \cdot \mathbf{A}$ contiene la exponencial $e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$ del potencial vectorial \mathbf{A} . Cuando se expande esta exponencial se observa que este término contiene transiciones de diferente orden, esto es, hay transiciones multipolares en la interacción.

Para el término dipolar eléctrico $E1$ se tiene la siguiente estimación en orden de magnitud de la probabilidad de transición,

$$\begin{aligned} P_{E1} &= |\langle f | eE_0 (\mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\epsilon}) | i \rangle|^2 \\ &\approx (eE_0 a_0)^2 \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Por otro lado, para el término cuadrupolar eléctrico $E2$ se tiene

$$\begin{aligned} P_{E2} &= |\langle f | eE_0 (\mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\epsilon}) (\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) | i \rangle|^2 \\ &\approx (eE_0 k a_0^2)^2. \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Al tomar el cociente entre los términos P_{E1} y P_{E2} se obtiene:

$$\frac{P_{E2}}{P_{E1}} \approx \frac{(eE_0 k a_0^2)^2}{(eE_0 a_0)^2} \quad (\text{A.4})$$

$$\approx (k a_0)^2 \quad (\text{A.5})$$

$$\approx \times 10^{-7}. \quad (\text{A.6})$$

Este valor da una buena idea de la magnitud de la razón entre las probabilidades de transición.

Apéndice B

Código para el paso de preparación

El programa que permite calcular la evolución temporal de las poblaciones se desarrolló en *Mathematica*. El código del programa consta de las siguientes partes:

B.1. Definición de estados

El programa genera los estados $|FM\rangle$ involucrados en el paso de preparación. Se determina el isótopo a estudiar, las F_1 del estado $5S_{1/2}$ y la F_2 del estado $5P_{3/2}$ a la cual se ancla el láser de preparación. Es importante señalar que la F_2 es la única relevante en la evolución temporal ya que las otras F_2 no participan en la excitación estimulada. Si se selecciona una transición cíclica también la F_1 es única, sin embargo, si la transición no es cíclica participan ambas F_1 del estado base y habrá un sumidero de átomos. Cuando la transición es cíclica sólo participan $(2F_1 + 1)(2F_2 + 1)$ proyecciones magnéticas en todo el sistema y el cálculo para la evolución temporal necesita menos recursos computacionales.

En esta parte del código también se especifican los parámetros de la dinámica de evolución temporal, esto es el tiempo de tránsito y el incremento de tiempo.

```
(* INICIO *)
(*-----*)
(*---- Ajuste de parametros -----*)
```

```

G5P = 2 \[Pi] 6.0665*10^6;(*Valor del decaimiento G MHz*)
IRb = 3/2;(* Isotopo a usar *)
LF = 2; LFF = 3;(*Anclado del laser entre estados F1 -> F2 *)
qL = 0;(* Polarización del laser *)
s0L = 1.2/1.7;(* Intensidad relativa I/I(sat)*)
desL = 0;(*Desintonia del laser*)
BL = G5P*1/(1 + (2*desL/G5P)^2) s0L/2;
(*Para evolución temporal*)
Tfin = 10000.0*10^-9;
dt = 2.0*10^-9;
(*----FIN Ajuste de parametros -----*)
(* ---- *)
id = 0;
i = 0;
MK = {{5, 0, 1/2, 0, 0}, {5, 1, 3/2, 0, 0}};(*Estado base y excitado*)
ME = {};(*Para poner estados FM*)
(*-----Crea matriz de estados que participan -----*)
If[(LF == 1/2 + IRb) && (LFF == 3/2 + IRb),
(*Es para transicion ciclica*)
For[k = 1, k <= 2, k++,
{id = i + 1, MK[[k, 4]] = id,
n = MK[[k, 1]], l = MK[[k, 2]], J = MK[[k, 3]], F = J + IRb,
If[k == 1, Ni = 1.0/(2 (2 IRb + 1)),
Ni = 0]},(*Para poblar estado base-*)
For[m = -F, m <= F, m++,
{i = i + 1,
AppendTo[ME, {i, n, l, J, F, m, Ni, 0}],
MK[[k, 5]] = i
} ] ] ]
If[(LF == Abs[ 1/2 - IRb]) && (LFF == Abs[3/2 - IRb]),
For[k = 1, k <= 2, k++,
{id = i + 1, MK[[k, 4]] = id,
n = MK[[k, 1]], l = MK[[k, 2]], J = MK[[k, 3]], F = Abs[J - IRb],
If[k == 1, Ni = 1.0/(2 (2 IRb + 1)),
Ni = 0]},(*Para poblar estado base-*)
For[m = -F, m <= F, m++,
{i = i + 1,
AppendTo[ME, {i, n, l, J, F, m, Ni, 0}],

```

```

MK[[k, 5]] = i
}] } ]
If[(LFF != Abs[ 3/2 + IRb]) && (LFF != Abs[3/2 - IRb]),
For[k = 1, k <= 2, k++,
{id = i + 1, MK[[k, 4]] = id,
n = MK[[k, 1]], l = MK[[k, 2]], J = MK[[k, 3]],
If[k == 1,
{Ni = 1.0/(2 (2 IRb + 1)),
For[F = Abs[J - IRb], F <= (J + IRb), F++,
{For[m = -F, m <= F, m++,
{i = i + 1,
AppendTo[ME, {i, n, l, J, F, m, Ni, 0}],
MK[[k, 5]] = i
}}}],
{Ni = 0,
F = LFF, For[m = -F, m <= F, m++,
{i = i + 1,
AppendTo[ME, {i, n, l, J, F, m, Ni, 0}],
MK[[k, 5]] = i}
}] (*-Para poblar estado base-*)
}] ]
(*---- FIN Crea matriz de estados que participan ----*)
(*-----*)
Print["Estados iniciales en T = ", 0, " --> ", MatrixForm[ME]];

```

Con esta sección de código se crea un vector para cada estado $|F, M\rangle$ donde se especifica el número consecutivo asignado al estado, el conjunto de valores cuánticos del estado n, L, J, F, M , además de dos componentes más: una para la población en el estado N y otra para la razón de decaimiento V , ambas componentes para cada incremento de tiempo a lo largo de la evolución.

B.2. Construcción de ecuaciones de evolución

Una vez establecidos los vectores para cada estado $|F, M\rangle$ del sistema, se define una matriz cuyas componentes son los coeficientes A_{ij} y B_{ij} de las ecuaciones de movimiento para las poblaciones (ver ecuaciones 3.9-3.10). El

valor de la constante de decaimiento Γ es el mismo para todo el sistema, sin embargo la parte geométrica para cada transición entre estados $|F, M\rangle$ tiene que calcularse en acuerdo con las ecuaciones para el elemento de matriz (ecuación 2.97). *Mathematica* es bastante útil en el cálculo de la parte geométrica ya que los símbolos $3j$ y $6j$ están dentro de las librerías del *software*.

```
(** Inicializa matrices vacias para los coeficientes*)
MJ = Table[
Table[0, {a, 1, Dimensions[ME][[1]]}], {b, 1,
Dimensions[ME][[1]]} ;(* Matriz d estados J, excitados*)
MI = Table[
Table[0, {a, 1, Dimensions[ME][[1]]}], {b, 1,
Dimensions[ME][[1]]};(* Matriz d estados I, base*)
(* Uso las dos matrices anteriores solo por comodidad
en el algoritmo*)
Mevo = Table[
Table[0, {a, 1, Dimensions[ME][[1]]}], {b, 1,
Dimensions[ME][[1]]};(* Matriz para estacionarios*)
(*----- INICIO
Ciclos para llenar las matrices de coeficientes -----*)
For[i = MK[[1, 4]], i <= MK[[1, 5]], i++,(* Ciclo estados base*)
{J = ME[[i, 4]], F = ME[[i, 5]], m = ME[[i, 6]], Ni = ME[[i, 7]],
ME[[i, 8]] = 0,
For[j = MK[[2, 4]], j <= MK[[2, 5]], j++,
{JJ = ME[[j, 4]], FF = ME[[j, 5]], mm = ME[[j, 6]],
Nj = ME[[j, 7]],
If[(LF == F && LFF == FF), Bij = BL, Bij = 0],
dumNi =
Bij*(SixJSymbol[{J, JJ, 1}, {FF, F, IRb}]^2*(2*F + 1)*(2*FF +
1))*((ThreeJSymbol[{FF, -mm}, {1, qL}, {F, m}])^2),
dumNj = (SixJSymbol[{J, JJ, 1}, {FF, F, IRb}]^2*(2*F + 1)*(2*FF +
1))*((Bij*(ThreeJSymbol[{FF, -mm}, {1, qL}, {F, m}])^2) +
G5P*Sum[(ThreeJSymbol[{FF, \(-mm\)}, {1, p}, {F, m}]^2],
MI[[i, j]] = dumNi,(*
elementos para matrix de estados base I*)
MJ[[i, j]] = dumNj,(*
elementos para matrix de estados excitados J*)
Mevo[[i, j]] = dumNj,(*
```

```

elementos excitados J de matriz estacionarios *)
Mevo[[i, i]] = Mevo[[i, i]] - dumNi (*
elementos base I de matriz estacionarios *)
}]
} ];
For[j = MK[[2, 4]], j <= MK[[2, 5]], j++, (*
Ciclo estados excitados*)
{JJ = ME[[j, 4]], FF = ME[[j, 5]], mm = ME[[j, 6]], Nj = ME[[j, 7]],
ME[[j, 8]] = 0,
For[i = MK[[1, 4]], i <= MK[[1, 5]], i++,
{J = ME[[i, 4]], F = ME[[i, 5]], m = ME[[i, 6]], Ni = ME[[i, 7]],
If[(LF == F && LFF == FF), Bij = BL, Bij = 0],
dumNi =
Bij*(SixJSymbol[{J, JJ, 1}, {FF, F, IRb}]^2*(2*F + 1)*(2*FF +
1))*((ThreeJSymbol[{FF, -mm}, {1, qL}, {F, m}]^2),
dumNj = (SixJSymbol[{J, JJ, 1}, {FF, F, IRb}]^2*(2*F +
1)*(2*FF +
1))*((Bij*(ThreeJSymbol[{FF, -mm}, {1, qL}, {F, m}]^2) +
G5P*(\!\(
\*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \(\(p = \(-1\)\), \(\(1\)\)]\(\(
\*SuperscriptBox[\(\(ThreeJSymbol[{FF, \(-mm\)}], {1, p}, {F,
m}\)\), \(\(2\)]\)\)\)\)\),
MI[[j, i]] = dumNi, (*
elementos para matrix de estados base I*)
MJ[[j, i]] = dumNj, (*
elementos para matrix de estados excitados J*)
Mevo[[j, i]] = dumNi, (*
elementos base I de matriz estacionarios *)
Mevo[[j, j]] = Mevo[[j, j]] - dumNj (*
elementos excitados J de matriz estacionarios *)
}]
} ];
(*----- FIN
Ciclos para llenar las matrices de coeficientes -----*)

```

Esta matriz de coeficientes permite definir los coeficientes que se utilizan en la evolución temporal. Cada uno de estos componentes mantiene constante durante la evolución y se utilizan para definir los coeficientes durante

la aplicación del método de Euler en la evolución temporal.

B.2.1. Evolución temporal

La evolución temporal se lleva a cabo utilizando el método de Euler para determinar la población N en cada incremento de tiempo. En cada paso, dt se actualiza el vector para cada estado $|F, M\rangle$, este vector actualizado sirve como punto de partida para el siguiente paso y así sucesivamente (ecuación 3.14) hasta alcanzar el tiempo final, el tiempo de tránsito. Se almacena cada actualización del vector para cada estado $|F, M\rangle$ para realizar el promedio temporal una vez obtenidos todos los vectores en cada incremento de tiempo 3.15.

```
(*-----INICIO
Evolución temporal -----*)
evol = {};
time = {};
(*Evolucion temporal*)
For[T = 0, T <= Tfin, T = T + dt,
{(*--- Para los de abajo ---*)
For[i = MK[[1, 4]], i <= MK[[1, 5]], i++,
{Ni = ME[[i, 7]](*Poblacion en i *),
ME[[i, 8]] = 0(*velocidad en i *),
For[j = MK[[2, 4]], j <= MK[[2, 5]], j++,
{Nj = ME[[j, 7]](*Poblacion en j *),
dummy = MJ[[i, j]]*Nj - MI[[i, j]]*Ni,
ME[[i, 8]] = ME[[i, 8]] + dummy
}]
} ],
(*--- Para los de arriba ---*)
For[j = MK[[2, 4]], j <= MK[[2, 5]], j++,
{Nj = ME[[j, 7]](*Poblacion en j *),
ME[[j, 8]] = 0(*velocidad en j *),
For[i = MK[[1, 4]], i <= MK[[1, 5]], i++,
{Ni = ME[[i, 7]](*Poblacion en i *),
dummy = -(MJ[[j, i]]*Nj - MI[[j, i]]*Ni),
ME[[j, 8]] = ME[[j, 8]] + dummy
}]
}]
```



```

} ],
pobla = Table[ME[[a, 7]], {a, 1, (Dimensions[ME][[1]])}],
evol = AppendTo[evol, pobla],
time = AppendTo[time, T],
vel = Table[ME[[a, 8]], {a, 1, (Dimensions[ME][[1]])}],
For[i = 1, i <= (Dimensions[ME][[1]]), i++,
{pobla[[i]] = pobla[[i]] + vel[[i]]*dt,
ME[[i, 7]] = pobla[[i]]
}]
}];
Print["Estados finales en T = ", T, "--> ", MatrixForm[ME]];
(*----- FIN Evolución temporal -----*)

```

Estados finales en $T = 10 \mu s$

$$\begin{pmatrix}
 1 & 5 & 0 & 1/2 & 1 & -1 & 0.17716 & 273.884 \\
 2 & 5 & 0 & 1/2 & 1 & 0 & 0.276055 & 767.038 \\
 3 & 5 & 0 & 1/2 & 1 & 1 & 0.303492 & 1706.4 \\
 4 & 5 & 0 & 1/2 & 2 & -2 & 0.00157602 & -687.397 \\
 5 & 5 & 0 & 1/2 & 2 & -1 & 0.000824203 & -394.894 \\
 6 & 5 & 0 & 1/2 & 2 & 0 & 0.00161622 & -700.757 \\
 7 & 5 & 0 & 1/2 & 2 & 1 & 0.00481272 & -1826.64 \\
 8 & 5 & 0 & 1/2 & 2 & 2 & 0.233888 & 1100.47 \\
 9 & 5 & 1 & 1/2 & 2 & -2 & 0. & 0. \\
 10 & 5 & 1 & 1/2 & 2 & -1 & 0.000091509 & -39.9126 \\
 11 & 5 & 1 & 1/2 & 2 & 0 & 0.0000700637 & -33.5954 \\
 12 & 5 & 1 & 1/2 & 2 & 1 & 0.000136757 & -59.2902 \\
 13 & 5 & 1 & 1/2 & 2 & 2 & 0.000277802 & -105.304
 \end{pmatrix}$$

Tabla B.1: Matriz de estados finales para el láser anclado en la transición $F_1 = 2 \rightarrow F_2 = 3$ y con polarización circular

En la tabla B.1 se muestran los resultados de la evolución temporal para el isótopo de ^{87}Rb cuando el láser tiene polarización circular y se ancla en la transición no cíclica $F_1 = 2 \rightarrow F_2 = 2$. La columna de poblaciones N muestra el último valor calculado para las poblaciones. Se observa que el bombeo óptico hiperfino manda a los átomos hacia estados con máxima

proyección de M . La columna de velocidades v (en otras palabras, la tasa de cambio de las poblaciones dN/dt) muestra que el estado oscuro $F_1 = 1$ acumula población, mientras que todos los otros estados tienden a disminuir su población.

B.3. Promedio temporal

Una vez obtenida la evolución temporal para cada vector de estado $|F, M\rangle$ se realiza una suma del valor de las poblaciones en cada incremento de tiempo y se divide por el total de incrementos, como se muestra en la ecuación 3.16. El resultado de este promedio es la población en cada estado y determina el valor de $\sigma(F, M)$ en el modelo de tres pasos.

```

ein = MK[[2, 4]]; efin =
MK[[2, 5]]; (* Define donde estan los estados de arriba*)
edos = Table[ts, {ts, ein, efin}];
enes = Table[
Table[evol[[ts, edos[[tt]]]], {ts, 1, Dimensions[evol][[1]]}], {tt,
1, Dimensions[edos][[1]]}];
{ListPlot[Transpose[evol], Joined -> True, PlotLabel -> "Todos",
PlotRange -> Automatic],
ListPlot[enes, Joined -> True, PlotLegends -> edos,
PlotStyle -> Thickness[0.005], PlotRange -> All,
PlotLabel -> "Excitados"]}
Prom = Table[(time[[2]] - time[[1]])/(
time[[Dimensions[evol][[1]]]] - time[[1]])*
Total[Transpose[evol][[ts]]], {ts, 1, Dimensions[evol][[2]]}];
Print["OK"]
Esta = Table[
Transpose[evol][[ts, Dimensions[evol][[1]]]], {ts, 1,
Dimensions[evol][[2]]}];
SubP = Table[(time[[2]] - time[[1]])/(
time[[Dimensions[evol][[1]]]] - time[[1]])*
Total[Transpose[evol][[ts]]], {ts, ein, efin}];
SubE = Table[
Transpose[evol][[ts, Dimensions[evol][[1]]]], {ts, ein, efin}];
(**)

```

B.3.1. Cálculo del estado estacionario

Como complemento al código de evolución temporal, las matrices de coeficientes pueden ser utilizadas para obtener la población en el estado estacionario.

```
(* Rutina para evaluar la matriz a estado estacionario *)
MevoP = Mevo;(*Usar nueva matriz para invertir *)
lasNP =
Table[If[i == 1, lasNP[[i]] = Total[ME[[;; , 7]]],
lasNP[[i]] = 0], {i, 1,
Length[MevoP[[1]]]};(*Crea vector de velocidades*)
For[i = 1, i <= Length[lasNP], i++,
MevoP[[1, i]] = 1)(* Modifica matriz para invertir <fila de 1's> *)
Pobla = LinearSolve[MevoP, lasNP];
SubNs = Table[
Pobla[[ts]], {ts, ein,
efin}];(* Resuelve la ecuacion matricial para las poblaciones*)
(**)
ListPlot[{Prom, Esta, Pobla}, PlotLabel -> "P O B L A C I O N E S",
PlotMarkers -> "\[FilledCircle]", Joined -> True,
PlotLegends -> {"Integrado", "En T Final", "Estacionario"}]
Print["de estado ", ein, " al estado ", efin]
ListPlot[{SubP, SubE, SubNs}, PlotMarkers -> "\[FilledCircle]",
Joined -> True,
PlotLegends -> {"Integrado", "En T Final", "Estacionario"}]
Print["Integrado \t", TableForm[SubP], "\t \t En T Final \t",
TableForm[SubE], "\t \t Estacionario \t", TableForm[SubNs]]
Print["Poblacion Total F2 = ", Total[SubP]]
```

B.4. Guardar archivo de evolución temporal

Finalmente, en el código se escribe una rutina que permite guardar los datos obtenidos de la evolución temporal.

```
(* Para guardar en archivo*)
Gevol = evol;
title = {"// t (ms)"};
```

```
For[a = 1, a <= Dimensions[ME][[1]],  
a++, {ab =  
"| " <> ToString[a] <> " ; " <> ToString[ME[[a, 5]]] <> " , " <>  
ToString[ME[[a, 6]]] <> ">", AppendTo[title, ab]}]  
For[a = 1, a <= Dimensions[time][[1]], a++,  
Gevol[[a]] = Insert[Gevol[[a]], time[[a]]*10^6, 1]  
title = Insert[Gevol, title, 1];  
TableForm[title];  
Export["Rb87_evo23L_" <> ToString[IntegerPart[Iprop*100]] <>  
"I.dat", title]  
Clear[Gevol, title]
```

Apéndice C

Tubo fotomultiplicador

El tubo fotomultiplicador utilizado en este trabajo es el H-7827-TFM de Hamamatsu. En la tabla C.1 se muestran los parámetros relevantes para este trabajo:

Parámetro	Valor
Alimentación	15 V
Eficiencia	8V/nW
Ganancia	$10^3 - 10^6$

Tabla C.1: Especificaciones del TFM

En la parte superior de la figura C.1 se muestran las conexiones para el funcionamiento del tubo fotomultiplicador. En el laboratorio se construyó una fuente para alimentar el tubo y controlar su ganancia. El diagrama del circuito implementado en el laboratorio de muestra en la parte inferior de la figura C.1. De manera general, el circuito consiste en un puente rectificador, un par de reguladores de voltaje y las salidas de voltaje. Una salida da la alimentación del tubo a un voltaje fijo de $V_0 = 15V$ mientras que la salida para regular la ganancia genera un voltaje variable entre $0 \leq V_g \leq 1.2V$.

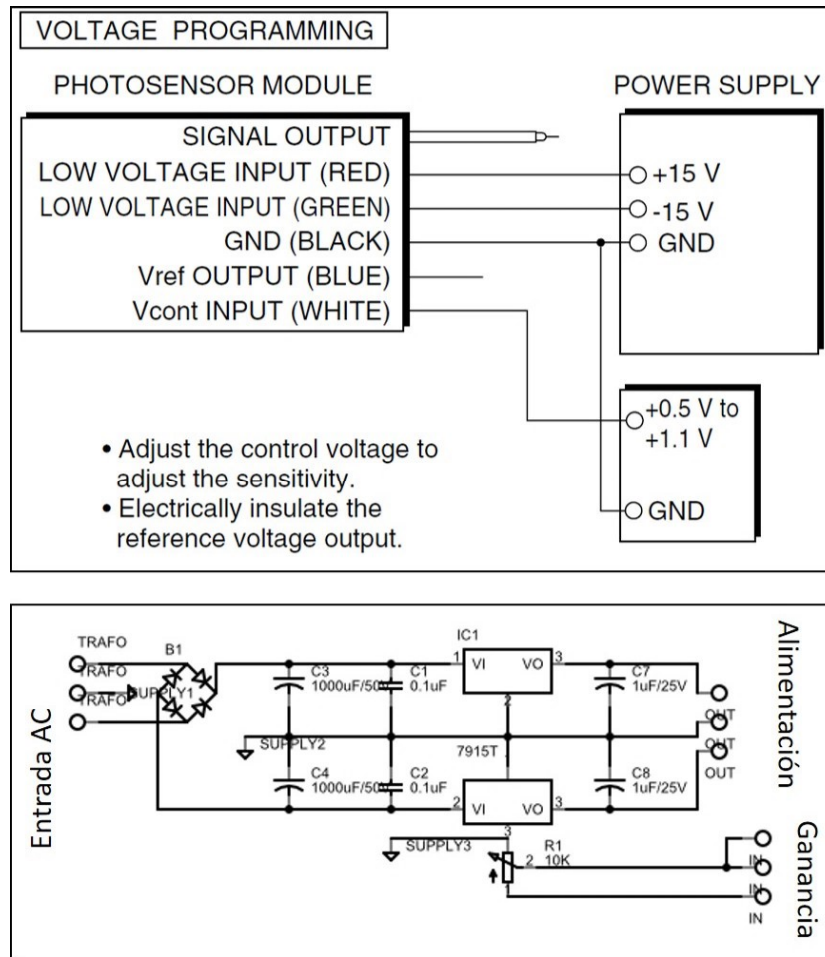


Figura C.1: Conexiones eléctricas del tubo fotomultiplicador para detectar los fotones azules.

Apéndice D

Programa para el análisis de espectros

En este apéndice se muestra de manera general el programa desarrollado en LabView para realizar el análisis de los espectros obtenidos durante el experimento.

El programa consta de tres partes fundamentales:

1. **Calibración en frecuencia.** El programa lee la serie de espectros guardados. Analiza cada espectro para buscar la posición de los picos en la escala horizontal.
 - a) Se establece el ancho mínimo de los picos y una línea base para la altura de estos. Si el programa no encuentra los tres picos correspondientes a la excitación cuadrupolar, entonces desecha el espectro y continúa con el próximo.
 - b) Cuando se localizan los tres picos se realiza un ajuste lineal de la posición de los picos en función de la frecuencia de las transiciones. Si el ajuste está dentro de la tolerancia (aproximadamente una regresión de $R \geq 0.95$) el espectro se toma como bueno y se avanza al siguiente paso del programa.
 - c) El programa permite seleccionar el isótopo y ajustar la tolerancia para aceptar el espectro.
 - d) También se muestra en tiempo real el espectro leído y el ajuste para la calibración en frecuencia.

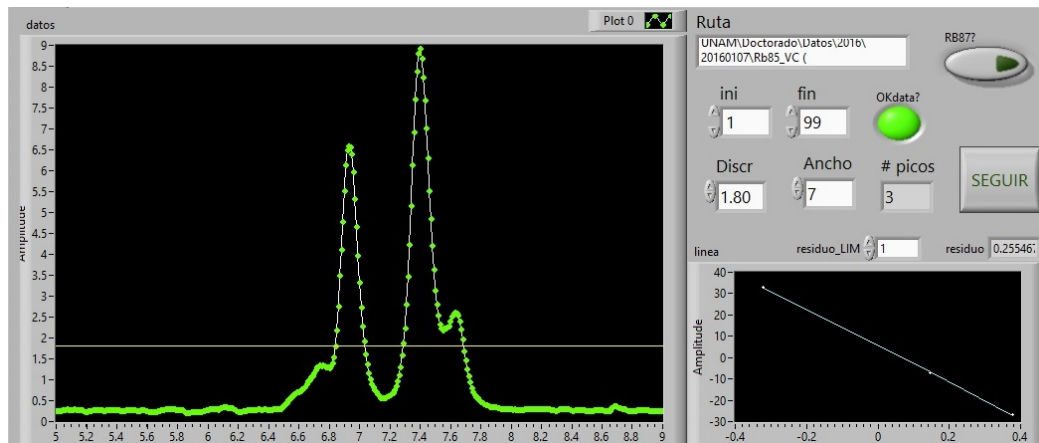


Figura D.1: Calibración de frecuencia

2. **Ajuste gaussiano de picos.** El siguiente paso, es realizar un ajuste gaussiano a los espectros útiles.

- a) La ecuación a utilizar para el ajuste es una suma de cuatro gaussianas que definen los tres picos (con mismo ancho) de la transición cuadrupolar para velocidad cero y un cuarto pico (con ancho diferente) por selección de velocidades.
- b) El programa muestra los valores del ajuste y los guarda en un arreglo de parámetros.

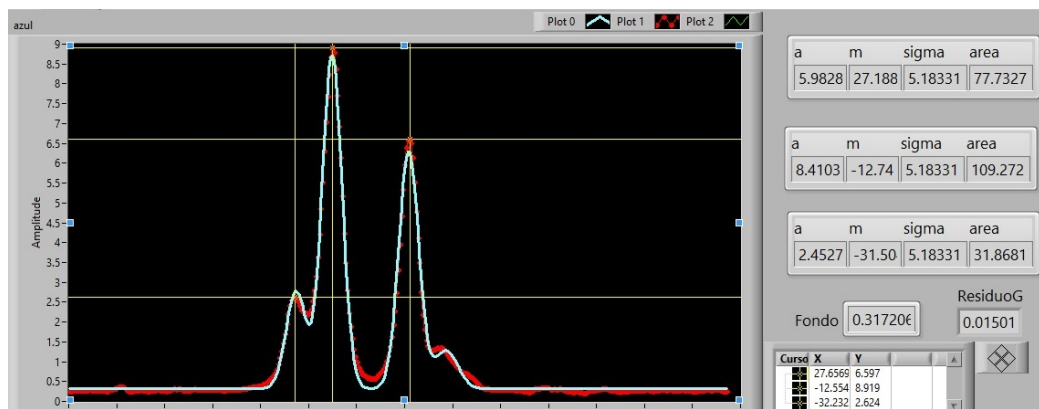


Figura D.2: Ajuste del espectro con cuatro picos

3. **Resultado del análisis.** El programa muestra un análisis estadístico de los parámetros de ajuste.
- El programa muestra los parámetros obtenidos de cada ajuste en una gráfica de dispersión. Muestra las posiciones en frecuencia y la altura de cada pico guardado.
 - El programa calcula el promedio y la desviación estandar de cada parámetro del ajuste. Estos valores también se muestran en la gráfica.
 - Finalmente, el programa guarda en un archivo todos los espectros útiles y el análisis estadístico.

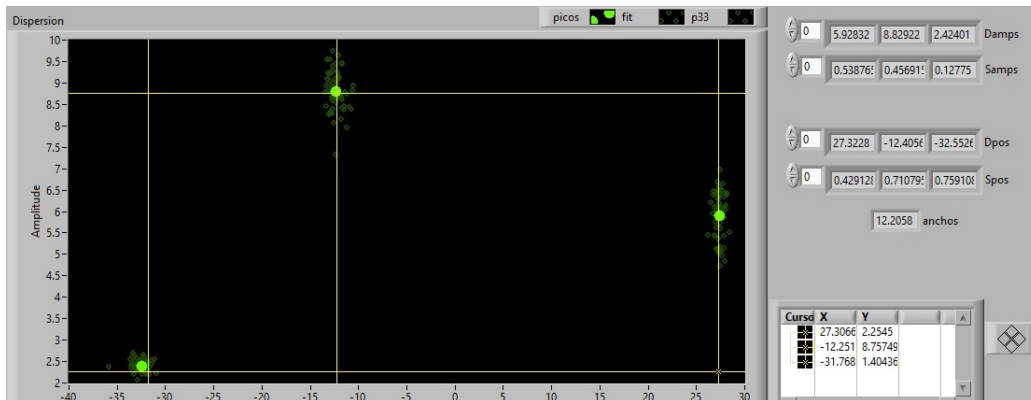


Figura D.3: Análisis estadístico de los espectros

Bibliografía

- [1] W. Demtröder, *Laser Spectroscopy*. Springer-Verlag, 1982.
- [2] C. Foot, *Atomic Physics*. Oxford Master Series in Physics, OUP Oxford, 2004.
- [3] S. E. Harris, “Electromagnetically induced transparency,” vol. 50, pp. 36–42, 1997.
- [4] M. D. Eisaman, A. Andre, F. Massou, M. Fleischhauer, A. S. Zibrov, and M. D. Lukin, “Electromagnetically induced transparency with tunable single-photon pulses,” *Nature*, vol. 438, pp. 837–841, Dec. 2005.
- [5] M. Fleischhauer, A. Imamoglu, and J. P. Marangos, “Electromagnetically induced transparency: Optics in coherent media,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 77, pp. 633–673, Jul 2005.
- [6] S. H. Autler and C. H. Townes, “Stark effect in rapidly varying fields,” *Phys. Rev.*, vol. 100, pp. 703–722, Oct 1955.
- [7] C. N. Cohen-Tannoudji, *The Autler-Townes Effect Revisited*, pp. 109–123. New York, NY: Springer New York, 1996.
- [8] L. Giner, L. Veissier, B. Sparkes, A. S. Sheremet, A. Nicolas, O. S. Mishina, M. Scherman, S. Burks, I. Shomroni, D. V. Kupriyanov, P. K. Lam, E. Giacobino, and J. Laurat, “Experimental investigation of the transition between autler-townes splitting and electromagnetically-induced-transparency models,” *Phys. Rev. A*, vol. 87, p. 013823, Jan 2013.
- [9] L. Khaykovich, S. Baluschev, N. Friedman, R. Ozeri, D. Fathi, and N. Davidson, “High sensitivity two-photon spectroscopy of cold atoms

- in a dark optical trap, using an electron shelving scheme,” in *Quantum Electronics and Laser Science Conference, 2000. (QELS 2000). Technical Digest*, pp. 141–142, May 2000.
- [10] P. Thoumany, T. Germann, T. Hansch, G. Stania, L. Urbonas, and T. Becker, “Spectroscopy of rubidium rydberg states with three diode lasers,” *Journal of Modern Optics*, vol. 56, no. 18-19, pp. 2055–2060, 2009.
- [11] K. Bergmann, H. Theuer, and B. W. Shore, “Coherent population transfer among quantum states of atoms and molecules,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 70, pp. 1003–1025, Jul 1998.
- [12] B. Knuffman and G. Raithel, “Multipole transitions of rydberg atoms in modulated ponderomotive potentials,” *Phys. Rev. A*, vol. 75, p. 053401, May 2007.
- [13] M. Bajcsy, A. S. Zibrov, and M. D. Lukin, “Stationary pulses of light in an atomic medium,” *Nature*, vol. 426, pp. 638–641, Dec. 2003.
- [14] M. D. Lukin, “*Colloquium* : Trapping and manipulating photon states in atomic ensembles,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 75, pp. 457–472, Apr 2003.
- [15] B. Edlén, “Forbidden lines in hot plasmas,” *Physica Scripta*, vol. 1984, no. T8, p. 5, 1984.
- [16] E. Biémont and C. J. Zeippen, “Probabilities for Forbidden Transitions in Atoms and Ions : 1989-1 995 . A Commented Bibliography,” *Phys. Scr.*, vol. T65, pp. 192–197, 1996.
- [17] D. Tong, S. M. Farooqi, E. G. M. van Kempen, Z. Pavlovic, J. Stanojevic, R. Côté, E. E. Eyler, and P. L. Gould, “Observation of electric quadrupole transitions to Rydberg nd states of ultracold rubidium atoms,” *Phys. Rev. A*, vol. 79, p. 052509, May 2009.
- [18] A. V. Taichenachev, V. I. Yudin, V. D. Ovsianikov, V. G. Pal’chikov, and C. W. Oates, “Frequency shifts in an optical lattice clock due to magnetic-dipole and electric-quadrupole transitions,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 101, p. 193601, Nov 2008.

- [19] V. I. Yudin, A. V. Taichenachev, and A. Derevianko, “Magnetic-dipole transitions in highly charged ions as a basis of ultraprecise optical clocks,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 113, p. 233003, Dec 2014.
- [20] S. C. Bennett and C. E. Wieman, “Measurement of the $6S \rightarrow 7S$ transition polarizability in atomic cesium and an improved test of the standard model,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 82, pp. 2484–2487, Mar 1999.
- [21] A. Windberger, J. R. Crespo López-Urrutia, H. Bekker, N. S. Oreshkina, J. C. Berengut, V. Bock, A. Borschevsky, V. A. Dzuba, E. Eliav, Z. Harman, U. Kaldor, S. Kaul, U. I. Safronova, V. V. Flambaum, C. H. Keitel, P. O. Schmidt, J. Ullrich, and O. O. Versolato, “Identification of the predicted $5s-4f$ level crossing optical lines with applications to metrology and searches for the variation of fundamental constants,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 114, p. 150801, Apr 2015.
- [22] J. Heldt, “Hyperfine structure of the multipole lines of bismuth (bi i)*,” *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 58, pp. 1516–1519, Nov 1968.
- [23] P. K. Majumder and L. L. Tsai, “Measurement of the electric quadrupole amplitude within the 1283-nm $6P_{1/2} - 6P_{3/2}$ transition in atomic thallium,” *Phys. Rev. A*, vol. 60, pp. 267–272, Jul 1999.
- [24] S. B. Bayram, M. D. Havey, D. V. Kupriyanov, and I. M. Sokolov, “Anomalous depolarization of the $5p^2P_{3/2} \rightarrow 8p^2P_j$ transitions in atomic ^{87}Rb ,” *Phys. Rev. A*, vol. 62, p. 012503, Jun 2000.
- [25] S. Werbowy and J. Kwela, “The e2 admixtures in mixed multipole lines 459.7 Å nm and 461.5 nm in the spectrum of bi i,” *The European Physical Journal Special Topics*, vol. 144, no. 1, pp. 179–184, 2007.
- [26] P. V. Mironova, V. D. Ovsianikov, and V. V. Tchernoushkine, “Interference of E2 and M1 $n_1 \ ^2P - n_2 \ ^2P$ transition amplitudes in steady-field-induced coherent mixing of two resonant waves on atoms,” *J. Phys. B*, vol. 38, pp. 2467–2486, July 2005.
- [27] P. V. Mironova, V. D. Ovsianikov, and V. V. Tchernoushkine, “E2 / M1 Amplitude Ratio in Dipole-Forbidden Transitions of Alkali Atoms from Two-Wave Mixing,” *Laser Physics*, vol. 15, no. 4, pp. 492–496, 2005.

- [28] R. Pires, M. Ascoli, E. E. Eyler, P. L. Gould, and A. Derevianko, “Upper limit on the magnetic dipole contribution to the 5p-8p transition in Rb by use of ultracold atom spectroscopy,” *Phys. Rev. A*, vol. 80, p. 062502, Dec. 2009.
- [29] F. Ponciano-Ojeda, S. Hernández-Gómez, O. López-Hernández, C. Mojica-Casique, R. Colín-Rodríguez, F. Ramírez-Martínez, J. Flores-Mijangos, D. Sahagún, R. Jáuregui, and J. Jiménez-Mier, “Observation of the $5p_{3/2} \rightarrow 6p_{3/2}$ electric-dipole-forbidden transition in atomic rubidium using optical-optical double-resonance spectroscopy,” *Phys. Rev. A*, vol. 92, p. 042511, Oct 2015.
- [30] G. Woodgate, *Elementary atomic structure*. Oxford science publications, Clarendon Press, 1980.
- [31] J. Sakurai and J. Napolitano, *Modern Quantum Mechanics*. Pearson new international edition, Pearson, 2013.
- [32] C. Froese-Fischer and T. Brage, *Computational Atomic Structure: An MCHF Approach*. Taylor & Francis, 1997.
- [33] R. D. Cowan, *The theory of atomic structure and spectra*. Berkeley, CA,: University of California Press, 1981.
- [34] M. J. Seaton, “Quantum defect theory,” *Reports on Progress in Physics*, vol. 46, no. 2, p. 167, 1983.
- [35] B. Bransden and C. Joachain, *Physics of Atoms and Molecules*. Pearson Education, Prentice Hall, 2003.
- [36] D. Guery-Odelin and C. Cohen-Tannoudji, *Advances in Atomic Physics*. World Scientific Publishing Company, 2011.
- [37] J. Jackson, *Classical Electrodynamics*. Wiley, 1998.
- [38] K. Sharma, *Optics: Principles and Applications*. Elsevier Science, 2006.
- [39] I. Hertel and C. Schulz, *Atoms, Molecules and Optical Physics 1: Atoms and Spectroscopy*. Graduate Texts in Physics, Springer Berlin Heidelberg, 2014.

- [40] W. Johnson, *Atomic Structure Theory: Lectures on Atomic Physics*. SpringerLink: Springer e-Books, Springer Berlin Heidelberg, 2007.
- [41] A. Edmonds, *Angular Momentum in Quantum Mechanics*. Investigations in Physics Series, Princeton University Press, 1996.
- [42] I. Sobelman, *Atomic Spectra and Radiative Transitions*. Springer Series in Chemical Physics, Springer Berlin Heidelberg, 2013.
- [43] M. Inguscio and L. Fallani, *Atomic Physics: Precise Measurements and Ultracold Matter*. OUP Oxford, 2013.
- [44] M. Auzinsh, D. Budker, S. Rochester, and S. Rochester, *Optically Polarized Atoms: Understanding Light-Atom Interactions*. Oxford University Press, 2014.
- [45] E. Arimondo, M. Inguscio, and P. Violino, “Experimental determinations of the hyperfine structure in the alkali atoms,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 49, no. 1, pp. 31–75, 1977.
- [46] Daniel A. Steck, Rubidium 87 D Line Data. available online at <http://steck.us/alkalidata> (revision 2.1.5, 13 January 2015).
- [47] M. L. Harris, C. S. Adams, S. L. Cornish, I. C. McLeod, E. Tarleton, and I. G. Hughes, “Polarization spectroscopy in rubidium and cesium,” *Phys. Rev. A*, vol. 73, p. 062509, June 2006.
- [48] K. Blum, *Density Matrix Theory and Applications*. Physics of Atoms and Molecules, Springer US, 1996.
- [49] M. S. Safronova, W. R. Johnson, and A. Derevianko, “Relativistic many-body calculations of energy levels, hyperfine constants, electric-dipole matrix elements, and static polarizabilities for alkali-metal atoms,” *Phys. Rev. A*, vol. 60, pp. 4476–4487, Dec 1999.
- [50] M. Safronova and U. Safronova, “Critically evaluated theoretical energies, lifetimes, hyperfine constants, and multipole polarizabilities in ^{87}Rb ,” *Phys. Rev. A*, vol. 83, p. 052508, May 2011.
- [51] A. S. Arnold, J. S. Wilson, and M. G. Boshier, “A simple extended-cavity diode laser,” *Rev. Sci. Instrum.*, vol. 69, no. 3, pp. 1236–1239, 1998.

- [52] C. J. Hawthorn, K. P. Weber, and R. E. Scholten, “Littrow configuration tunable external cavity diode laser with fixed direction output beam,” *Rev. Sci. Instrum.*, vol. 72, no. 12, p. 4477, 2001.
- [53] E. Hecht, *Optics*. Pearson Education, 2015.
- [54] F. S. Ponciano Ojeda, “Espectroscopia de la transición cuadrupolar eléctrica $5p_{3/2} \rightarrow 6p_{3/2}$ en el átomo de rubidio.” Tesis Licenciatura en Física, Universidad Nacional Autónoma de México, 2014.
- [55] O. Lopez-Hernandez, S. Hernandez-Gomez, F. S. Ponciano-Ojeda, C. Mojica-Casique, R. Colin-Rodriguez, J. Flores-Mijangos, D. Sahagun, F. Ramirez-Martinez, and J. Jimenez-Mier, “A laser spectroscopy system with combined absorption, polarization rotation and fluorescence detection to study two photon transitions in atomic rubidium,” *Journal of Applied Research and Technology*, vol. 13, no. 6, pp. 543 – 550, 2015. *Lasers in Optics*.
- [56] S. Hernández Gómez, “Sistema para producir estados de rydberg en rubidio atómico a temperatura ambiente con tres fotones.” Tesis Licenciatura en Física, Universidad Nacional Autónoma de México, 2014.
- [57] J. I. Jimenez-Mier, “Pagina web: Atomos frios,” 2016. <http://bigbang.nucleares.unam.mx/~jimenez/home/index.php/atomos-frios>.
- [58] C. A. Mojica-Casique, “Pagina web personal,” 2016. <http://fismojica.wixsite.com/inicio>.
- [59] K. R. Moore, S. E. Anderson, and G. Raithel, “Forbidden atomic transitions driven by an intensity-modulated laser trap,” *Nat. Commun.*, vol. 6, 01 2015.