



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
INGENIERÍA CIVIL – HIDRÁULICA

DESARROLLO DE UN MODELO DE COSTA A LARGO PLAZO CON
TRANSPORTE TRANSVERSAL

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
DOCTOR EN INGENIERÍA

PRESENTA:
JOSÉ ANTONIO GONZÁLEZ VÁZQUEZ

TUTOR PRINCIPAL
Dr. RODOLFO SILVA CASARÍN, INSTITUTO DE INGENIERÍA
COMITÉ TUTOR
Dr. CARLOS A. ESCALANTE SANDOVAL, FACULTAD DE INGENIERÍA
Dr. LILIA REYES CHÁVEZ, FACULTAD DE INGENIERÍA
Dr. EDGAR G. MENDOZA BALDWIN, INSTITUTO DE INGENIERÍA
Dr. CECILIA E. ENRÍQUEZ ORTIZ, FACULTAD DE CIENCIAS

MÉXICO, D. F. DICIEMBRE 2016



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Escalante Sandoval Carlos A.

Secretario: Dra. Reyes Chávez Lilia

Vocal: Dr. Silva Casarín Rodolfo

1^{er}. Suplente: Dr. Mendoza Baldwin Edgar Gerardo

2^{do}. Suplente: Dra. Enríquez Ortiz Cecilia E.

Lugar o lugares donde se realizó la tesis:
INSTITUTO DE INGENIERÍA, CIUDAD DE MÉXICO

TUTOR DE TESIS:
DR. RODOLFO SILVA CASARÍN

FIRMA

A veces, cuando le ahuyentaban de su litera los ensueños intolerablemente vivos y agotadores de sus noches, que, prolongando los pensamientos del día, los llevaban entre choques frenéticos a un torbellino tal en su cerebro que el simple latir de su vida constituía una angustia insufrible; cuando, como solía ocurrir, sentía aquellas convulsiones revolver su ser entero y parecía abrirse un abismo en su interior del que surgían relámpagos y lenguas de fuego y demonios condenados le hacían señas para que saltara entre ellos; cuando se abría aquel infierno en él mismo, se oía un feroz alarido en todo el barco y se veía a Acab, el artero y pertinaz perseguidor de la Ballena Blanca, aquel Acab que se echaba en su litera; no era el factor que le hiciera saltar de ella horrorizado. Este último no era más que el principio eterno de la vida o alma, que disociada en el sueño de su espíritu característico, trataba espontáneamente de huir de la candente contigüidad de aquella cosa frenética, de la que no formaba, de momento, parte integral. Mas como el espíritu no existe si no es conjunción con el alma, en el caso de Acab el propósito decidido, a fuerza de voluntad, llegaba a constituirse, a despecho de dioses o demonios, en una especie de ser independiente; más aún, podía vivir y arder en tanto que la vitalidad corriente, a la que llevaba anexa, huía horrorizada ante aquel sietemesino. De ahí que el espíritu atormentado que resurgía en sus ojos cuando Acab salía corriendo de su cámara no era sino algo vacío, un ser sonámbulo informe, un rayo de luz viva, desde luego, pero sin objeto que colorear, y por lo tanto un verdadero vacío. ¡Que Dios te proteja, viejo! Tus pensamientos han creado en ti otro ser otro ser, y un intenso furor hace de ti otro Prometeo. Un buitre te roe eternamente el corazón, un buitre que no es más que no es más que el ser que tú creaste.

Moby Dick. La ballena blanca.
Herman Melville

Pero aquí empieza otra historia, la de la lenta renovación de un hombre, la de su regeneración progresiva, su paso gradual de un mundo a otro y su conocimiento escalonado de una realidad totalmente ignorada. En todo esto habría materia para una nueva narración, pero la nuestra ha terminado.

Crimen y castigo.
Fedor Dostoiewski

AGRADECIMIENTOS

A Dios por ayudarme a llegar hasta aquí.

A mi madre, por brindarme siempre su apoyo y fuerza para continuar.

A mi hermano Carlos, por siempre estar ahí sin necesidad de decirlo.

A mi sobrino por ser un motivo para continuar siempre hacia arriba.

A la Universidad Nacional Autónoma de México, por brindarme la oportunidad de desarrollarme y aprender.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, por la aportación financiera que me permitió cursar los estudios de doctorado.

Al Doctor Rodolfo Silva Casarín y al Doctor Edgar Mendoza por proporcionarme un espacio para trabajar y las facilidades para concluir los estudios.

A la Doctora María Elena Vázquez Cendon, por su asesoría académica, su paciencia y su disposición para enseñar. Sin su ayuda este trabajo no sería posible. Muchas gracias.

Al Doctor Ary Rodríguez por brindarme asesoría y su apoyo durante este proyecto.

A Edgar Salazar, por repetirme la teoría una y otra vez para ayudarme a entender.

A mis amigos del frontón donde siempre hay experiencias, apoyo y buenos momentos para compartir. Un lugar y personas que sin duda deben permanecer en este camino.

A Miguelon, Pariente, Fran, Shavier, Elsa,..., y el resto de los compañeros que valió la pena conocer en el Instituto de Ingeniería.

A Iskra Mejía Estrada, dando opiniones y ánimos, escuchando del mismo tema una y otra vez.

A aquellas personas que han permanecido a lo largo de mi vida, por que nadie llega hasta aquí solo.

Índice general

Lista de figuras	3
1. Motivación	6
2. Estado del arte	9
2.1. Antecedentes de modelos morfodinámicos de playas	10
2.1.1. Una línea	12
2.1.2. Modelos 3D	13
2.1.3. Modelos Quasi-3D	13
2.1.4. Modelos de perfil	14
2.1.5. Modelos híbridos	16
2.1.6. Modelos multi-línea	17
2.1.7. Modelos de una línea con transporte transversal . .	17
2.1.8. Otros modelos	18
2.2. Antecedentes del uso de las ecuaciones de aguas someras .	19
2.2.1. Condiciones hidrodinámicas	19
2.2.2. Condiciones de transporte de sedimentos	20
3. Modelo numérico de transporte de sedimentos	22
3.1. Descripción del modelo	23
3.1.1. Ecuaciones del modelo	23
3.1.2. Condición morfológica	25
3.2. Esquema numérico	26
3.2.1. Análisis unidimensional	26
3.2.2. Condiciones de frontera	32
3.2.3. Numero de Courant	33
3.2.4. Análisis en dos dimensiones	33

4. Validación numérica	37
4.1. Modelo hidrodinámico	38
4.2. Condición de reposo	41
4.2.1. Fondo sumergido	42
4.2.2. Secado/mojado	43
4.3. Validación en una dimensión	44
4.3.1. Rotura de presa	44
4.3.2. Perfil de playa	50
4.4. Validación en dos dimensiones	53
4.4.1. Rotura de presa 2D	54
4.4.2. Sección de playa	56
5. Análisis de sensibilidad	62
5.1. Generalidades de la malla a implementar	63
5.2. Límites de secado/mojado y concentración volumétrica de sedimentos	64
5.3. EL valor de m	66
5.4. Intervalo de aplicación	67
6. Conclusiones y futuras líneas de investigación	69
6.1. Conclusiones	70
6.2. Futuras líneas de investigación	72

Índice de figuras

2.1. Clasificación espacial y temporal de los modelos de cambio de playa (Hanson & Larson, 1999).	11
3.1. Flujos numéricos para la celda i	27
3.2. Flujos numéricos.	29
3.3. Análisis de dos dimensiones a una dimensión.	35
3.4. Mallas tipo para el análisis numérico.	36
4.1. Resultados obtenidos por el modelo HLLCS ampliado, WAPO y solución analítica para una pila emergida sobre un fondo plano	38
4.2. Resultados obtenidos por el modelo HLLCS, WAPO y solución analítica, Corte transversal en el sentido horizontal por el centro de la pila, para una pila emergida sobre un fondo plano. $T=50s$, $Z=-1500m$	39
4.3. Valores de celeridad en fondo plano por medio de las ecuaciones de Roe y la teoría lineal en aguas intermedias.	40
4.4. Resultados obtenidos por el modelo HLLCS, WAPO, Corte transversal en el sentido horizontal al centro de la pila, para una pila emergida sobre un fondo plano. $T=30s$, $Z=-60m$	41
4.5. Comportamiento del estado de reposo para $t = 30 s$ con dominio completo sumergido	42
4.6. Comportamiento del estado de reposo para $t = 30 s$, considerando secado y mojado	43
4.7. Valores de superficie libre y fondo para varios instantes de tiempo, perfiles medidos y simulados $5t_0$	45
4.8. Valores de superficie libre y fondo para varios instantes de tiempo, perfiles medidos y simulados $7.5t_0$	45

4.9. Valores de superficie libre y fondo para varios instantes de tiempo, perfiles medidos y simulados $10t_0$	46
4.10. Perfiles de superficie libre y fondo, 4 mm de diametro.	47
4.11. Perfiles de superficie libre y fondo, 8 mm de diámetro	47
4.12. Perfiles de velocidad para 4 mm de diametro, 20 segundos	48
4.13. Perfiles de velocidad para 4 mm de diametro, 2 minutos	48
4.14. Perfiles de concentración de sedimentos para 8 mm de diametro, 20 segundos	49
4.15. Perfiles de concentración de sedimentos para 8 mm de diametro, 2 minutos	49
4.16. Perfil de playa, $t = 6 \text{ min}$	51
4.17. Perfil de playa, $t = 10 \text{ min}$	52
4.18. Perfil de playa, $t = 30 \text{ min}$	52
4.19. Perfil de playa, $t = 60 \text{ min}$	53
4.20. Perfil de playa, $t = 180 \text{ min}$	53
4.21. Modelación en dos dimensiones del caso experimental de Fraccarollo & Capart (2002), $t = 1 \text{ s}$	54
4.22. Sección de perfil con resultado experimentales de Fraccarollo & Capart (2002), $t = 1 \text{ s}$	55
4.23. Modelación en dos dimensiones del caso experimental de Cao <i>et al.</i> (2004), $t = 2 \text{ minutos}$	55
4.24. Sección de perfil con datos hipotéticos de Cao <i>et al.</i> (2004), $t = 2 \text{ minutos}$	56
4.25. Batimetría inicial	57
4.26. Superficie libre en $t = 6 \text{ hr}$	57
4.27. Concentración volumétrica de sedimentos y vectores de corrientes	58
4.28. Vectores de corriente y concentración de sedimentos para $t = 4 \text{ hr}$	59
4.29. Evolución del fondo	60
4.30. Evolución del fondo próximo a la línea de costa	61
5.1. Intervalos de secado/mojado y movimiento del fondo	65
5.2. Comportamiento de la superficie libre y fondo, para diferentes valores de m	67

Resumen

En este trabajo se desarrolla un modelo numérico en una y dos dimensiones para estimar el transporte de sedimento no cohesivo resultado del comportamiento hidrodinámico del oleaje. Está diseñado para aplicarse en zonas costeras dominadas por el oleaje. Se aplican las ecuaciones de aguas someras resueltas por el método de volúmenes finitos, concretamente una solución de Riemann HLLC modificada que incluye los términos fuente dentro del flujo por medio de una onda estacionaria, complementadas con ecuaciones para estimar el transporte por arrastre y suspensión de sedimentos. En el desarrollo numérico sólo se incluyen los términos fuente de variación del fondo y la fricción dentro del flujo, mientras que los términos fuente de los sedimentos son tratados de forma centrada después de obtener los flujos numéricos. Los resultados numéricos son comparados con datos experimentales y estados ideales, en ambos casos se genera una buena aproximación. El modelo numérico también es validado usando perfiles experimentales de playa, donde los estados de mar propuestos han permitido considerar el experimento en el intervalo de aguas someras. Los resultados numéricos estiman un comportamiento similar a los perfiles de playa experimentales, sin embargo existen zonas de acreción que el modelo no es capaz de reproducir, en gran medida debido a las condiciones de rotura y el ascenso/descenso del oleaje. En general el modelo numérico es una buena aproximación de la hidrodinámica y la evolución del fondo, pero presenta una inestabilidad en pasos de tiempo prolongados y en las condiciones inducidas por el proceso de secado/mojado cuando no se consideran criterios de estabilidad.

Capítulo 1

Motivación

El aprovechamiento responsable, la protección y restauración de la zona costera es de gran importancia para México. En esta franja se desarrollan actividades económicas estratégicas de las cuales depende el país, por citar algunas están las asociadas al turismo, la energía, el comercio y la pesca. La franja costera, más en lo particular su zona litoral, es un área extremadamente cambiante en el tiempo y en el espacio debido principalmente a que diferentes factores controlan su equilibrio (geología subyacente, tipo de sedimentos, volumen y balance sedimentario, condiciones climáticas y oceanográficas).

Las playas son sistemas dinámicos con diferentes estados de equilibrio temporales donde el transporte de sedimentos origina los cambios en la morfología de playa, cuando existe un desbalance temporal de sedimento entre las entradas y salidas de la celda litoral. En un evento extremo las playas pueden variar su perfil transversal y con ello su ancho visible en cuestión de horas o días, como resultado de un movimiento de arena hacia la zona sumergida en forma de barras, por la acción combinada del transporte eólico, corrientes, marea de tormenta, pero principalmente por la acción del oleaje. Estas barras ya con un estado de oleaje en condiciones normales serán parte del sedimento depositado nuevamente en la playa emergida. Estableciendo así una condición dinámica de equilibrio de sedimentos espacio-temporal.

Se han realizado un gran número de investigaciones, buscando estimar todos los fenómenos que intervienen en la evolución de la costa (Airy, 1841; González *et al.*, 2007; Hanson & Kraus, 1989; Larson & Kraus, 1989; Roelvink *et al.*, 2010; Shimizu *et al.*, 1996). En general cada una cuenta con intervalos de aplicación, condiciones que no son tan confiables o que bajo ciertas hipótesis no es posible representar determinados efectos. A partir de los avances obtenidos en las soluciones analíticas y observando que las simplificaciones realizadas limitaban su aplicación para dar respuesta a problemas reales, se desarrollaron modelos numéricos para predecir el comportamiento de la morfodinámica de playas, basados en las soluciones analíticas y dejando de lado las simplificaciones que se realizaban debido a la gran cantidad de cálculos matemáticos que implican, para condiciones que van desde una playa sin protección hasta una playa con estructuras.

La modelación numérica es una alternativa para la predicción de la morfología de las playas, debido a la mejora en los sistemas de cómputo y a que es favorecida (y a su vez complementa) por la investigación. Actualmente existe un gran número de modelos que buscan representar determinado efecto físico dentro de la dinámica litoral, como las condiciones de oleaje y corrientes, marea de tormenta, vientos, fuentes y sumideros de sedimentos; o modelos que son una herramienta para un problema particular; por mencionar algunos: SBEACH (Larson & Kraus, 1989) y TELEMAC (Zviely *et al.*, 2007). En el caso de los modelos que buscan reproducir el transporte de sedimentos en las playas, su desarrollo tiene como principales dificultades la variación en las escalas temporales y las condiciones tridimensionales de los procesos hidrodinámicos y morfológicos; como los modelos GENESIS (Hanson & Kraus, 1989) y Xbeach (Roelvink *et al.*, 2010). De lo anterior surge la necesidad de realizar una aportación que permita predecir mejor la evolución espacio-temporal de las playas bajo condiciones físicas variables y en una determinada escala temporal. Se propone a continuación un modelo numérico que estima el transporte de sedimento en la playa.

Capítulo 2

Estado del arte

Siguiendo a Ávila (2007), los procesos y factores físicos pueden representarse como efectos climáticos (marea, viento, oleaje), actuando sobre condiciones locales (composición geológica, aportes de sedimentos), en presencia de procesos derivados entre ambos (refracción, rotura y corrientes). Aunque no es posible considerar en las formulaciones, ya sean deterministas o empíricas, la totalidad los efectos climáticos, las condiciones locales y los procesos que se generan, se busca incluir el mayor número para predecir el comportamiento de la playa. En los últimos años los efectos, condiciones locales y procesos derivados han sido estudiados con modelos numéricos y validados con datos experimentales, surgiendo así varios modelos de estimación de la evolución de playas.

2.1. Antecedentes de modelos morfodinámicos de playas

Los modelos morfodinámicos de playas buscan relacionar los cambios en la morfología de la playa como la generación de formas costeras, la variación en el perfil de playa con las condiciones hidrodinámicas del lugar y los sedimentos; en diferentes escalas temporales y espaciales.

Los modelos de análisis de playa pueden clasificarse por resolver una condición en particular, en base a los diferentes procesos que incluyen, tipo de solución y escalas temporales. Con los avances en la investigación a través de los años se desarrollaron diversas clasificaciones, una de las más actuales y que abarcan una gran cantidad de modelos es la presentada en Hanson *et al.* (2003), que está basada en el trabajo realizado en Hanson & Larson (1999); (ver figura 2.1).

Las principales características para clasificar los modelos son:

- En función del método de solución, clasificándose en modelos numéricos y analíticos.
- Por los efectos de los procesos físicos, donde se establecen dos direcciones, en perfil y planta de la playa, las cuales se consideran independientes en una determinada dinámica. Un efecto particular

de establecer dos direcciones es considerar dos tipos de transporte de sedimentos, longitudinal y transversal. El transporte longitudinal (asociado a periodos largos) se considera paralelo a línea de costa y el transporte transversal (asociado a eventos cortos) se considera perpendicular a la línea de costa.

- De acuerdo con las escalas temporales los modelos numéricos se pueden clasificar por horas-días, días-años y años-décadas, lo cual implica dividir los modelos en corto, mediano y largo plazo respectivamente.
- En función del tipo de modelo; los modelos que tienen una tendencia al equilibrio se denominan de bucle cerrado y los modelos que buscan reproducir los procesos físicos de pequeña escala son denominados como modelos de bucle abierto.

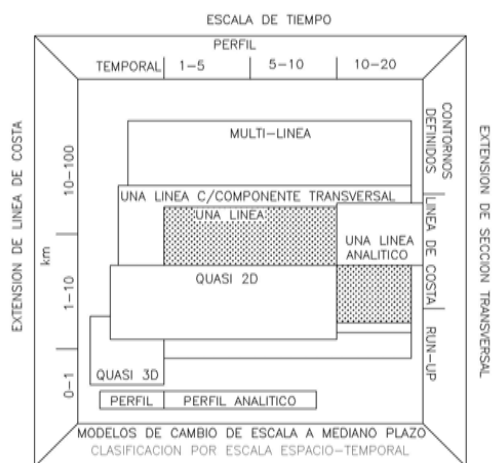


Figura 2.1: Clasificación espacial y temporal de los modelos de cambio de playa (Hanson & Larson, 1999).

2.1.1. Una línea

Los modelos de una línea o modelos de largo plazo son empleados para análisis en periodos largos de tiempo. Representan la evolución de la playa con el cambio en la línea de costa, ligado al transporte longitudinal del sedimento en función del tiempo. En las condiciones básicas del modelo, se considera un perfil de playa constante que únicamente se traslada paralelo a la costa en función del tiempo y los efectos del transporte longitudinal ocurren únicamente hasta una profundidad de cierre, a partir de la cual el oleaje no tiene influencia sobre la forma del perfil de playa. Estos modelos han tenido una evolución importante y actualmente incluyen efectos como la transmisión en estructuras, efecto de mareas, interacción playa-berma-duna, entre otras.

La base fundamental fue realizada por Pelnard-Considere (1956), posteriormente se han desarrollado diferentes aportaciones y modelos que buscan reducir las limitaciones de la teoría fundamental, para que sean aplicados en la mayor cantidad de situaciones. Dentro de los modelos más conocidos se encuentran: GENESIS (Hanson & Kraus, 1989), ONELINE (Dabees & Kamphuis, 1997, 1998; Kamphuis *et al.*, 1986), GenCade (Hanson *et al.*, 2011), SMC (González *et al.*, 2007), DHI (Peeck *et al.*, 1983), MIKE 21 (Sutton *et al.*, 1988).

Después del desarrollo de la teoría de una línea se realizaron varias soluciones analíticas, sin embargo para obtenerlas es necesario realizar una serie de simplificaciones, que no representan la realidad por lo que no pueden ser empleadas como respuesta a problemas reales. Únicamente permiten establecer tendencias de comportamiento y de sensibilidad bajo ciertos parámetros. De lo anterior surgió la necesidad de desarrollo de los modelos numéricos con antecedentes en soluciones analíticas, como forma de dar respuesta a problemas reales que puedan incluir desde una playa libre de estructuras hasta espigones o diques exentos.

Dentro de los modelos de una línea las limitaciones más importantes es que al asumir un perfil de playa constante, los modelos no pueden ser herramientas en el mediano plazo ya que no es posible representar los efectos en el transporte de sedimento por las condiciones estacionales, como la acumulación de sedimento en el verano, la erosión en invierno y los efectos provocados por tormentas, donde gran parte de este transporte es trans-

versal y puede provocar un cambio importante en la línea de costa en un periodo de tiempo reducido. Esta condición de perfil constante influye en gran medida en zonas donde las condiciones de refracción y difracción son las dominantes, entonces es necesario tener en cuenta el cambio espacial del perfil de playa para poder describirlas adecuadamente en transporte de sedimentos y condiciones hidrodinámicas.

2.1.2. Modelos 3D

Los modelos desarrollados en 3D buscan estimar la evolución de las playas incluyendo los cambios hidrodinámicos y morfológicos, en ambos casos los análisis son en corto plazo debido a que se requieren grandes tiempos de cálculo, o los modelos resultan ser inestables y sus resultados difieren de condiciones reales.

Los modelos de corto plazo considerados como 3D calculan la hidrodinámica y los cambios morfodinámicos en tres dimensiones. De acuerdo con Requejo Landeira *et al.* (2005) la evolución se realiza sin ningún tipo de hipótesis sobre la distribución vertical de velocidades o concentraciones, calculando el transporte por fondo y suspensión con procesos de arrastre, advección y difusión de sedimento. Aquí se realiza la evaluación de oleaje y transporte de sedimentos en toda el área de estudio, por lo cual los procesos de cálculo son extensos además de ser necesario un gran número de variables. Estos modelos solo se han utilizado en un número muy reducido de proyectos ya que pueden ser muy inestables, además de los requisitos necesarios para su correcta aplicación (Vemulakonda & Scheffner, 1988).

2.1.3. Modelos Quasi-3D

Una variante de los modelos 3D son los modelos Quasi-3D en los cuales se acopla un modelo vertical de dos dimensiones, con un modelo horizontal de dos dimensiones. Así el modelo horizontal calcula los perfiles de velocidad y el segundo modelo analiza la circulación costera, el transporte de sedimentos y los cambios en la batimetría.

Otros modelos conocidos como de área costera o 2DH (Requejo Landeira *et al.*, 2005), utilizan las ecuaciones promediadas en la coordenada vertical y formulaciones de transporte de sedimento considerando variables como la velocidad orbital o la corriente promediada. Estos modelos estiman las corrientes costeras en función de la profundidad, calculando así el transporte de sedimento y los cambios batimétricos. Algunos de estos modelos son: LITPACK (Zviely *et al.*, 2007), 3D-SHORE (Shimizu *et al.*, 1996), TELEMAC (Pechon & Teisson, 1996), MOPLA (González *et al.*, 2007).

2.1.4. Modelos de perfil

Los modelos de perfil representan su evolución en corto plazo, están enfocados en predecir la evolución originada por el transporte transversal, por lo que la mayoría de los análisis son para predecir los efectos que provocan eventos estacionales o eventos extremos. En lo que respecta a los eventos estacionales, los cambios son producidos por las condiciones de variación en la acumulación de sedimento en el verano y la erosión en invierno. Para la condición de transporte transversal como resultado de eventos extremos, el perfil de tormenta y de acreción definen el comportamiento de la playa.

El perfil de tormenta se forma al inducir un oleaje con energía mayor a la significativa, produciendo erosión en la parte emergida y provocando un transporte hacia la zona sumergida. El material transportado se sitúa alrededor del punto de rotura formando barras. Debido a la erosión de la berma y la formación de la barra se produce un cambio en la pendiente haciéndola más tendida, lo anterior tiene como resultado un cambio en la línea de costa.

El perfil de acreción se interpreta como, la recuperación del perfil debido a la asimetría del oleaje. El oleaje incidente actúa sobre los depósitos sumergidos y los transporta hacia la costa aumentando la pendiente del perfil, generando un perfil con una amplia berma y sin caracteres submarinos.

En general, la concentración de sedimento está relacionada con la generación de movimiento turbulento, que depende de la rotura de las olas.

Por tanto, la cantidad de material disponible para el transporte está relacionada con la disipación de energía producida por la rotura de las olas (Dean, 1977; Kriebel, 1982; Moore, 1982). Del mismo modo, la magnitud del transporte principalmente en la zona de surf se relaciona con la disipación de energía por unidad de volumen de agua.

Los modelos que buscan predecir el comportamiento de la costa mediante la evolución del perfil transversal, únicamente pueden ser utilizados en periodos cortos de tiempo (horas-días) ya que estos pueden desestabilizarse y generar resultados no adecuados. Los modelos pueden clasificarse por modelos de bucle cerrado, que están basados en formulaciones de equilibrio, en las que el perfil tiende a un estado de equilibrio y los modelos de bucle abierto que modelan procesos físicos en escalas pequeñas, que no tienen y no tienden a un perfil de equilibrio orientado.

De acuerdo con Requejo Landeira *et al.* (2005) los modelos de bucle cerrado no consideran el transporte local ni la descripción del flujo y únicamente consideran la disipación de energía del oleaje incidente por unidad de volumen, basándose la mayoría de los modelos en la hipótesis de disipación de Dean (1977) y considerando una tendencia al equilibrio. Con los modelos de bucle cerrado es posible estimar los efectos de erosión de playa producidos por una tormenta y su recuperación en periodos de calma. Algunos modelos son: EDUNE (Larson *et al.*, 1990), SBEACH (Larson & Kraus, 1989), CSHORE (Kobayashi & Johnson, 1998)

Los modelos de corto plazo buscan representar la evolución de los perfiles de las playas, dichos modelos incorporan el transporte transversal como factor predominante para el cambio del perfil. Este tipo de transporte es, en la mayor parte, originado por eventos extremos, por lo que su tiempo de acción sobre las playas es reducido. Sin embargo, en menor magnitud pero también de importancia es el efecto de transporte presentado de forma estacional, el cual no es posible reproducir porque se desarrolla en intervalos de tiempo de meses o años. Algunos de los modelos de corto plazo requieren un gran número de variables, que en la mayoría de los casos no se tienen, lo cual aumenta el nivel de incertidumbre.

2.1.5. Modelos híbridos

Los modelos híbridos buscan acoplar un modelo de una línea con un modelo de evolución del perfil de playa.

En el trabajo de Hashimoto & Uda (1980), aplicaron las auto-funciones empíricas para establecer la evolución del perfil de playa. En este modelo las condiciones de continuidad del fondo se establecen con el modelo de la línea de costa.

Larson *et al.* (1990) desarrollaron el modelo 3DBEACH, el cual acopla el modelo GENESIS con el modelo SBEACH. El modelo reduce el tiempo de análisis debido a que considera el transporte longitudinal y transversal como independientes. Sin embargo, la validez local de la línea transversal como elemento base, restringe la aplicación del modelo a condiciones del fondo con pendientes longitudinales suaves. El modelo es aplicable en costas abiertas y no puede ser utilizado en el caso de bahías parcialmente cerradas, donde la línea de costa intersecta la línea transversal más de una vez.

Shimizu *et al.* (1996) desarrollaron el modelo 3D-shore, el cual utiliza un modelo de una línea para la línea de costa y un modelo de evolución de playa en 3D para determinar la batimetría y la morfología de la playa. Sin embargo, los resultados obtenidos mostraron una mejor aproximación de la línea de costa con un modelo de una línea que con el modelo 3D-shore. De acuerdo con Shimizu *et al.* (1996), esto es como resultado de los pasos de tiempo ejecutados por los distintos modelos.

Otro modelo desarrollado por Zviely *et al.* (2007) es el LITPACK (puede ser clasificado como 2DH), éste utiliza diferentes módulos para determinar la hidrodinámica, el transporte de sedimentos y un módulo denominado LITLINE el cual calcula la posición de la línea de costa, este último, resuelve la ecuación de conservación del sedimento, tomando como datos iniciales los valores de otros módulos.

2.1.6. Modelos multi-línea

Los modelos de multi-línea llevan la teoría de una línea a una aproximación 3D realizando un análisis de N contornos en los que existe un intercambio transversal y longitudinal de sedimento. Estos modelos también pueden ser clasificados de acuerdo a si buscan la condición de perfil de equilibrio o modelar los procesos físicos involucrados, es decir en modelos de bucle cerrado o abierto. Su intervalo de aplicación es de unos cientos de kilómetros y en periodos de meses a décadas.

Los primeros modelos fueron realizados por Bakker *et al.* (1970) que extendió la teoría de una línea a dos, haciendo referencia una a la zona de rompiente y la segunda a las condiciones de contorno exterior. Bakker *et al.* (1970) buscaron incluir las condiciones de difracción generada por un espigón lo que implicó resolver las ecuaciones de gobierno de forma numérica. Se estableció que el intercambio de transporte transversal, está relacionado con la pendiente del perfil y en función de la diferencia de la distancia entre las dos líneas anteriores. Las dos hipótesis más importantes son que se considera que la dirección del transporte longitudinal es función lineal del ángulo del oleaje incidente, y para el transporte transversal se considera que es función de la pendiente.

En el desarrollo de modelos numéricos de multi-línea varios autores realizaron estudios buscando mejorar los resultados del modelo: Perlin (1978), Perlin & Dean (1978), Horikawa *et al.* (1979), Perlin & Dean (1983), Scheffner & Rosati (1987), Bakker *et al.* (1988), Takaaki *et al.* (1997), Hanson & Larson (1999), Dabees & Kamphuis (1999, 2001), Steetzel *et al.* (2000).

2.1.7. Modelos de una línea con transporte transversal

Los modelos de una línea con transporte transversal, buscan incluir el transporte transversal en las ecuaciones del transporte longitudinal. Así también, el transporte transversal según Bailard (1981) es dividido en transporte por suspensión y por fondo. Unas de las limitaciones más importantes de esta formulación es la de no representar el impacto de tormentas individuales sobre la línea de costa, debido a que considera el

transporte transversal como una condición de contorno, buscan resolver el problema de forma artificial por no considerar la distribución del sedimento a lo largo del perfil de la playa.

2.1.8. Otros modelos

Existen algunos modelos que no entran en la clasificación anterior y que cuentan con propiedades muy importantes además de ser desarrollados actualmente.

El modelo XBEACH presentado por Roelvink *et al.* (2010), es un modelo de código abierto que simula los impactos de las tormentas en la costa, la erosión en las dunas y los efectos de overwash y brechas. Basado en formulaciones para la propagación de ondas cortas sobre las ecuaciones de aguas someras, ecuaciones de transporte de sedimentos y actualización del fondo. Resuelve las condiciones de refracción del oleaje permitiendo su variación en espacio y tiempo, por lo que los diferentes grupos de ondas pueden viajar en cualquier dirección. El modelo incluye condiciones de rotura y disipación del oleaje. Ha sido validado con soluciones analíticas, pruebas de laboratorio y trabajos de campo. Funciona bien para diferentes situaciones pero sobre-predice la acumulación en la base de la duna. Tiene un periodo máximo de análisis de 20 horas, por lo que es necesario normalizar los eventos para dicho intervalo.

Otro modelo es el desarrollado por Nam *et al.* (2011), que determina la evolución morfológicas en la vecindad de las estructuras costeras. El modelo esta basado en cinco sub-modelos que desarrollan la transformación del oleaje, rompiente, corrientes, transporte de sedimentos y evolución morfológica. El modelo fue validado usando pruebas de laboratorio de un rompeolas en T, desarrolladas específicamente para este estudio.

2.2. Antecedentes del uso de las ecuaciones de aguas someras

Otra alternativa de solución que describe el comportamiento hidrodinámico y los cambios morfológicos son las ecuaciones de aguas someras. Estas ecuaciones se han empleado en la mayoría de los casos para el análisis de ríos, roturas de presas, inundaciones, dispersión de contaminantes, corrientes marinas, tsunamis y análisis de mareas.

Las ecuaciones de aguas someras o de Saint Venant son una simplificación a dos dimensiones de las ecuaciones de Navier Stokes. Su principal característica es que son promediadas sobre la vertical, empleándose por tanto en aguas poco profundas. Forman un sistema hiperbólico de leyes de conservación no lineales de ecuaciones diferenciales y no cuentan con solución analítica por lo que se recurre a métodos aproximados para su solución.

2.2.1. Condiciones hidrodinámicas

En los últimos años se han realizado un gran número de investigaciones con el objetivo de obtener soluciones para la condición hidrodinámica, basadas en las diferencias finitas por ejemplo Casulli (1990); Kassem & Chaudhry (1998); Liu *et al.* (2015); Sadourny (1975) y en el volumen finito Bermudez & Vazquez (1994); Horritt & Bates (2002); LeVeque (2002); LeVeque & Leveque (1992); Smith & Liang (2013); Toro *et al.* (1994); Vázquez-Cendón (2015). Dentro de las soluciones por volumen finito se encuentran métodos donde se realiza un cambio en el tipo de malla (Horváth *et al.*, 2015; Huang *et al.*, 2013; Mewis, 2013); modificación en la discretización y limitación de los términos de fricción para generar mayor estabilidad en los procesos (Burguete *et al.*, 2008). Otras alternativas donde el proceso busca agregar los esfuerzos debidos a la turbulencia (Díaz *et al.*, 2013; Marqués, 2005), mejorar en las condiciones de secado y mojado (Song *et al.*, 2011), esquemas de segundo orden (Kurganov *et al.*, 2007), condiciones de porosidad (Cea & Vázquez-Cendón, 2010), o soluciones por esquemas upwind considerando términos fuente (Bermudez & Vazquez, 1994). En Murillo & García-Navarro (2012) se presenta una solución donde se agre-

ga una onda adicional al método HLLC (Toro *et al.*, 1994) e incluye los términos fuente de la condición hidrodinámica dentro de la solución generando un sistema acoplado. Los avances han generado soluciones para algunos modelos numéricos, como el modelo IBER (Bladé *et al.*, 2014) de código libre y otros modelos como el MIKE 21 (Warren & Bach, 1992) que son modelos de costo.

2.2.2. Condiciones de transporte de sedimentos

Por otra parte, los estudios de las ecuaciones de aguas someras han permitido agregar las condiciones de transporte de sedimentos, para determinar la evolución del fondo resultado de la condición hidrodinámica. Siguiendo a Soares-Frazaõ & Zech (2011) existen 2 formas para determinar la interacción entre el comportamiento hidrodinámico y el transporte de sedimentos. La primera opción es con las ecuaciones de aguas someras y la ecuación de Exner, donde para generar la estabilidad es necesario modificar la matriz jacobiana y bajo ciertas propiedades matemáticas, se obtiene el transporte de sedimentos. Este método tiene la característica de generar una evolución conjunta entre la condición del flujo y de los sedimentos, aquí se considera un transporte de sedimentos uniforme con la condición de arrastre y suspensión en un único valor, algunos modelos son Faeh (2007); Murillo & García-Navarro (2010); Soares-Frazaõ & Zech (2011); Soulis (2002). El segundo tipo de solución consiste en agregar una ecuación de momento al sistema relacionada con el transporte de sedimento, esta ecuación sirve para determinar la evolución del fondo (Cao *et al.*, 2004; Song *et al.*, 2011). Se considera que el transporte de sedimentos es dividido en transporte por arrastre y transporte en suspensión, basado en obtener la variable de concentración volumétrica de sedimentos agregada al sistema. Esta solución determina la evolución del fondo como un modelo desacoplado pero en función de los valores de transporte producto del sistema de ecuaciones. Otro tipo de soluciones han buscado llevar el transporte de sedimentos a 2 capas, considerando propiedades distintas del sedimento (Swartenbroekx *et al.*, 2013). La mayor parte de los modelos son evaluados en condiciones de transporte de sedimentos por arrastre en ríos, o en condiciones de rotura de presa, en tiempos cortos de simulación. Estas situaciones cumplen una de las características fundamentales de las ecuaciones de aguas someras, la velocidad sobre la vertical puede

considerarse constante, por lo que los resultados son validados con buena aproximación.

Las ecuaciones de aguas someras aplicadas a procesos costeros se han implementado para el análisis de tsunamis y mareas, esto como condición de ondas largas, ya que cumple con considerar la velocidad constante sobre la vertical ya que la onda tiene una longitud mucho mas grande con relación a la profundidad; no así el caso del oleaje regular que a menor periodo la variación de la velocidad con relación al fondo será mayor y por lo tanto el intervalo de aplicación del las ecuaciones de aguas someras es limitado. Dentro de los casos de aplicación para ondas largas se encuentran los trabajos desarrollados por Murillo & García-Navarro (2012), donde se emplea una condición de tsunami como validación realizada en un canal de oleaje en la isla Okushiri.

Capítulo 3

Modelo numérico de transporte de sedimentos

El modelo a desarrollar debe considerar la evolución del fondo resultado de la condición hidrodinámica, con un dominio donde el movimiento del sedimento considere su afectación desde el fondo hasta la costa, por lo tanto se debe reproducir la condición hidrodinámica en el intervalo donde la energía del oleaje pueda modificar el fondo (profundidad de cierre). Con esto surge la idea de representar el comportamiento hidrodinámico y la morfodinámica de la playa empleando las ecuaciones de aguas someras, ya que en los estudios anteriores han presentado tanto un buen comportamiento hidrodinámico como de evolución del fondo en la zona de aguas someras, intervalo próximo a la profundidad de cierre. En estas ecuaciones no existe alguna condición que delimite el transporte longitudinal o transversal, el transporte está ligado únicamente a la hidrodinámica, la batimetría y las propiedades del sedimento. Por lo tanto para el modelo se busca emplear una metodología que garantice estabilidad dentro de las condiciones hidrodinámicas y una buena aproximación de la evolución morfológica.

3.1. Descripción del modelo

3.1.1. Ecuaciones del modelo

El sistema de ecuaciones empleado para resolver el comportamiento del fondo móvil, como resultado del comportamiento hidrodinámico, está formado por las ecuaciones de conservación de masa y momento y por la ecuación de conservación de masa para el fondo. Se desarrolla como sigue:

$$\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho hu)}{\partial x} = \rho_0 \frac{\partial z}{\partial t}; \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial(\rho hu)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho hu^2 + \frac{1}{2}\rho gh^2) = -\rho_0 gh(-\Upsilon_b - \Gamma); \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial(h\phi)}{\partial t} + \frac{\partial(hu\phi)}{\partial x} = E - D; \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial z}{\partial t} = \frac{D - E}{1 - p}; \quad (3.4)$$

donde: t es tiempo en [s]; x coordenada en dirección horizontal en [m], h profundidad del agua en [m]; u es la velocidad promediada sobre la vertical en [m/s]; z es la elevación del fondo en [m]; ϕ concentración volumétrica de sedimento promedio en [kg/m^3 ; g/L], g aceleración de la gravedad en [m/s^2]; Υ_b es la fricción por el fondo en [1]; p es la porosidad del sedimento en [1]; Γ es la condición por la variación del fondo en [m]; ρ es una densidad mixta agua-sedimento en [kg/m^3]; ρ_0 es la densidad saturada del fondo en [kg/m^3]; E ; D son los valores de arrastre y suspensión de sedimentos a través de la frontera del flujo en [m].

De Cao *et al.* (2004) es posible no incluir la densidad mixta dentro de las variables conservativas para las ecuaciones (3.1, 3.2) y considerar fuera del sistema a la ecuación (3.4) ya que la deformación del fondo es determinada únicamente por las condiciones de arrastre y deposición del sedimento. De lo anterior, las ecuaciones de gobierno pueden expresarse como sigue:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = S; \quad (3.5)$$

$$U = \begin{bmatrix} h \\ hu \\ h\phi \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

$$F = \begin{bmatrix} hu \\ hu^2 + \frac{1}{2}gh^2 \\ hu\phi \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$$S = \begin{bmatrix} \frac{E-D}{1-p} \\ -gh(-\Upsilon_b - \Gamma) - \frac{(\rho_s - \rho_w)gh^2}{2\rho} \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{(\rho_0 - \rho)(E-D)u}{\rho(1-p)} \\ E - D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = S_z + S_{sed} \quad (3.8)$$

donde: ρ_s es la densidad del sedimento en [kg/m^3]; ρ_w es la densidad del agua en [kg/m^3]; S representa la función fuente en la ecuación y que

está compuesta por los términos S_z ; S_{sed} de variación por fondo y transporte de sedimentos respectivamente.

La ecuación 3.5 representa la conservación escalar en su estado de equilibrio con los términos fuente S , la ecuación 3.6 representa las variables conservativas, la ecuación 3.7 es el vector de funciones de flujo, por último la ecuación 3.8 contiene la discretización de los términos fuentes, de la variación por fondo y del transporte de sedimentos, donde se integran dos términos relacionados al sedimento; el primero de ellos representa los efectos de la concentración de sedimentos sobre el flujo y el segundo indica la transferencia de momentos debido al intercambio de sedimentos entre la columna de agua y el límite erosionable.

Los términos fuente representan las condiciones de fricción y variación por fondo relacionadas a la condición hidrodinámica y los términos asociados al transporte de sedimentos por suspensión y arrastre incluyendo los efectos de concentración y momento del sedimento en afectación del flujo. Si las condiciones de flujo no provocan los esfuerzos necesarios para iniciar el movimiento en el fondo, los términos asociados al sedimento serán cero y el sistema de ecuaciones será reducido a un comportamiento hidrodinámico.

3.1.2. Condición morfológica

Para la solución de las ecuaciones de gobierno, es necesario calcular los valores de arrastre y suspensión de sedimento, en función del comportamiento hidrodinámico y de las propiedades del material. A continuación se describen las ecuaciones propuestas en Cao *et al.* (2004) pero considerando la ecuación presentada en Liu *et al.* (2015), para el análisis del parámetro de Shields.

$$\rho_0 = \rho_w p + \rho_s(1 - p); \quad \rho = \rho_w(1 - \phi) + \rho_s \phi; \quad D = \alpha \phi \omega_0(1 - \alpha \phi)^2 \quad (3.9)$$

$$\alpha = \min \left[2, \frac{1 - p}{\phi} \right]; \quad \varphi = 0.015 [m^2]; \quad s = \frac{\rho_s}{\rho_w} - 1 \quad (3.10)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\left(13.95\frac{\mu}{d}\right)^2 + 1.09sgd} - 13.95\frac{\mu}{d}; \quad (3.11)$$

$$E = \begin{cases} \varphi(\alpha - \alpha_c)uh^{-1}d^{-0.2} & \text{si } \theta \geq \theta_c \\ 0 & \text{si } \theta < \theta_c \end{cases} \quad (3.12)$$

$$\theta = \frac{hS_f}{sd}; \quad (3.13)$$

$$S_f = \frac{n^2u^2}{h^{4/3}}; \quad (3.14)$$

donde: α es un coeficiente [1]; θ_c es el parámetro de Shields crítico [1]; ω_0 es la velocidad de caída de la partícula en agua en calma en [m/s]; m es un exponente [1]; μ es la viscosidad cinemática del agua en [m²/s]; d es el diámetro de la partícula de sedimento en [m]; n es el parámetro de Manning [1].

Con la evolución del fondo fuera del sistema es posible emplear la ecuación (3.15) para determinar su estado en el siguiente paso de tiempo k para a celda i .

$$\frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\Delta t}{1-p}(E-D)_i^k; \quad (3.15)$$

3.2. Esquema numérico

3.2.1. Análisis unidimensional

Considerando un análisis en una dimensión, la solución propuesta para el sistema de ecuaciones es por medio de volúmenes finitos y se expresa en su forma conservativa en (3.16)

$$U_i^{k+1} = U_i^k - \frac{\Delta t}{\Delta x} [F_{i+1/2}^- - F_{i-1/2}^+] + \Delta t S; \quad (3.16)$$

donde: Δt es el paso de tiempo en [s]; Δx ancho de la celda en [m]; k es el índice que indica una interacción en los pasos tiempo; $F_{i\pm 1/2}^\pm$ son los flujos numéricos en las fronteras de la celda i de acuerdo con la figura 3.1.

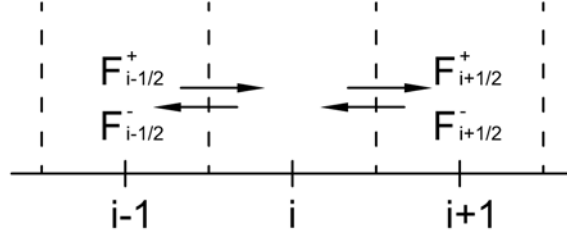


Figura 3.1: Flujos numéricos para la celda i

El método considerado para resolver los flujos numéricos es el HLLC (Toro *et al.*, 1994), pero incluyendo los términos fuente dentro del flujo (Murillo & García-Navarro, 2012). Este método extiende el número de ondas en el método HLLC e incluye una onda estacionaria relacionada con los términos fuente en la solución, lo anterior no modifica la condición original de las variables conservadas pero si garantiza una mayor estabilidad. Este modelo está desarrollado para condiciones hidrodinámicas y con valores de concentración referidos a la dispersión de contaminantes, es decir, las ecuaciones de conservación de masa son iguales a cero por lo cual no tiene en cuenta transporte de sedimentos. El método es descrito de forma general a continuación.

Partiendo de la ecuación (3.5) se busca incluir los términos fuente dentro del flujo, siguiendo las relaciones de Rankine-Hugoniot para la onda estacionaria de velocidad nula \mathbf{S} en $x = 0$, el sistema puede escribirse como en (3.17)

$$F_R^+ - F_L^- - \bar{S} = \mathbf{S}(U_R^+ - U_L^-) = 0; \quad (3.17)$$

El sistema queda resuelto como en (3.18), con los efectos de la fricción y variación por fondo dentro del flujo, esto implica que las condiciones de términos fuente son desarrolladas como en (3.19), donde los valores promediados de la fuente permiten definir \bar{S} .

$$U_i^{k+1} = U_i^k - \frac{\Delta t}{\Delta x} [F_{i+1/2}^{HLLCS-} - F_{i-1/2}^{HLLCS+}]; \quad (3.18)$$

$$\bar{S} = \begin{bmatrix} 0 \\ -gh(\Upsilon_b - \Gamma) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{S}_1 \\ \bar{S}_2 \\ \bar{S}_3 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Para los flujos numéricos se deben emplear las ecuaciones (3.20)-(3.23) de acuerdo con los criterios del método

si $0 \leq \lambda_L$ entonces

$$F_{i+1/2}^{HLLCS-} = F_L \quad (3.20)$$

$$F_{i+1/2}^{HLLCS+} = F_L + \bar{S}_{i+1/2}$$

si $0 \geq \lambda_R$ entonces

$$F_{i+1/2}^{HLLCS-} = F_R - \bar{S}_{i+1/2} \quad (3.21)$$

$$F_{i+1/2}^{HLLCS+} = F_R$$

si $\lambda_L \leq 0 \leq \lambda_R$ entonces

si $\lambda_*^+ > 0$;

$$U_L^- = U_R^+ - \bar{H}_{i+1/2}^+;$$

$$h_R^+ = \left(\frac{h_L(u_L - \lambda_L) - \lambda_L \bar{H}_1^+}{\lambda_*^+ - \lambda_L} \right); \quad \bar{H}^- = -\frac{\bar{S}_2}{\tilde{\lambda}_1 \tilde{\lambda}_2} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \phi_R \end{pmatrix}; \quad U_R^+ = h_R^+ \begin{pmatrix} 1 \\ \lambda_*^+ \\ \phi_R \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} F_{i+1/2}^{HLLCS-} &= F_L + \lambda_L (U_L^- - U_L) \\ F_{i+1/2}^{HLLCS+} &= F_{i+1/2}^{HLLCS-} + \bar{S}_{i+1/2} \end{aligned} \quad (3.22)$$

si $\lambda_*^- < 0$;

$$U_R^+ = U_L^+ - \bar{H}_{i+1/2}^-;$$

$$h_R^- = \left(\frac{h_R(u_R - \lambda_R) - \lambda_R \bar{H}_1^-}{\lambda_*^- - \lambda_R} \right); \quad \bar{H}^+ = -\frac{\bar{S}_2}{\tilde{\lambda}_1 \tilde{\lambda}_2} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \phi_L \end{pmatrix}; \quad U_R^+ = h_R^+ \begin{pmatrix} 1 \\ \lambda_*^+ \\ \phi_L \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
F_{i+1/2}^{HLLCS-} &= F_R + \lambda_R(U_R^- - U_R) \\
F_{i+1/2}^{HLLCS+} &= F_{i+1/2}^{HLLCS-} - \bar{S}_{i+1/2}
\end{aligned}
\tag{3.23}$$

Para los flujos numéricos es necesario determinar los valores de λ_L , λ_R y los valores de λ_*^\pm que representan una onda intermedia y que debido a que la fuente está dentro del flujo su signo es de relevancia (figura 3.2). Estos valores se describen en la ecuación (3.24)-(3.26) donde $\tilde{\lambda}_1, \tilde{\lambda}_2, \tilde{u}$ representan los valores promediados de Roe, (Roe, 1986).

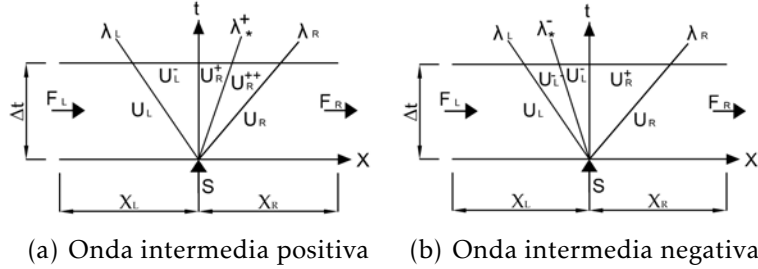


Figura 3.2: Flujos numéricos.

$$\lambda_L = \begin{cases} \min(\tilde{\lambda}_1; u_L - c_L; u_R - c_R) & \text{si } |S_2| = 0 \\ \tilde{\lambda}_1 & \text{si } |S_2| \neq 0 \end{cases}
\tag{3.24}$$

$$\lambda_R = \begin{cases} \max(\tilde{\lambda}_2; u_L + c_L; u_R + c_R) & \text{si } |S_2| = 0 \\ \tilde{\lambda}_2 & \text{si } |S_2| \neq 0 \end{cases}
\tag{3.25}$$

$$\begin{aligned}
\lambda_1 &= u - \sqrt{gh}; & \lambda_2 &= u + \sqrt{gh}; \\
\tilde{\lambda}_1 &= u - \sqrt{g \frac{h_L + h_R}{2}}; & \tilde{\lambda}_2 &= u + \sqrt{g \frac{h_L + h_R}{2}}; & \tilde{u} &= \frac{u_L \sqrt{h_L} + u_R \sqrt{h_R}}{\sqrt{h_R} + \sqrt{h_L}};
\end{aligned}$$

$$\lambda_*^+ = \frac{\lambda_L h_R (u_R - \lambda_R) - \lambda_R h_L (u_L - \lambda_L) + \lambda_R (\lambda_L H_1^+ - S_1)}{h_R (u_R - \lambda_R) - h_L (u_L - \lambda_L) + \lambda_L H_1^+};$$

$$\lambda_*^- = \frac{\lambda_L h_R (u_R - \lambda_R) - \lambda_R h_L (u_L - \lambda_L) + \lambda_R (\lambda_L H_1^- - S_1)}{h_R (u_R - \lambda_R) - h_L (u_L - \lambda_L) + \lambda_L H_1^-}; \quad (3.26)$$

Continuando con la metodología desarrollada en Murillo & García-Navarro (2012), las discretizaciones de los términos de fricción y la variación por el fondo, consideradas en la frontera $i+1/2$ son:

$$\Gamma_{i+1/2} = g \left(h_i - \frac{|z'|}{2} \right) \delta z' \quad (3.27)$$

$$\mathbf{1} = \begin{cases} L & \text{si } \delta z' \geq 0; \\ R & \text{si } \delta z' < 0; \end{cases} \quad \delta z' = \begin{cases} h_L & \text{si } \delta z' \geq 0 & \text{y } d_L < Z_R; \\ h_R & \text{si } \delta z' < 0 & \text{y } d_R < Z_L; \\ \delta z' & \text{en otro caso;} \end{cases} \quad (3.28)$$

$$\delta z' = Z_R - Z_L; \quad d = (h + Z); \quad \delta = d_R - d_L; \quad (3.29)$$

$$|u_{min}| = \min(|u_L|; |u_R|); \quad \tau_b = c_f u |u|; \quad (3.30)$$

$$\left| \frac{\tau_b}{g \tilde{h}} \Delta x \right|_{i+1/2} = \min \left(\left| \frac{\tau_b}{g \tilde{h}} \Delta x \right|; \left| \frac{\tilde{u} |u_{min}|}{2g} \right| \right)_{i+1/2}; \quad (3.31)$$

donde: L, R son estados izquierdo y derecho, es decir $x_L = x_i$ y $x_R = x_{i+1}$; τ_b termino de fricción que incluye efectos de dispersión y turbulencia cerca del fondo; \tilde{u} velocidad promedio en las celdas en $[m/s]$; \tilde{h} altura promedio del agua en la celda en $[m]$, Δx longitud de la celda en $[m]$.

De este desarrollo se estima el comportamiento de las condiciones hidrodinámicas y de una condición de concentración volumétrica, relacionada a la dispersión de contaminantes donde la ecuación de conservación de masa es igual a cero. Entonces es necesario agregar las condiciones para

la evolución del fondo con los términos fuente de la ecuación (3.8).

Como una primera aproximación para solucionar el sistema, se incluyen los términos fuente relacionados al sedimento dentro del flujo, de tal forma que la fuente S toma valores diferentes de cero en todas las ecuaciones. Lo anterior se considera en todo el desarrollo numérico descrito para la ampliación del HLLC, sin embargo este desarrollo pierde estabilidad, como consecuencia de que algunos términos como \tilde{H} (ver ecuación 3.32), que es función de los valores de λ y los valores de las fuentes cae en caso de inestabilidad numérica incluso en condición de reposo, además es afectado por más de un valor de la fuente, caso contrario en colocar los valores de las fuentes después de analizar el flujo, ya que el termino únicamente afectará la ecuación a la que está asociada. Parte de ese proceso beneficia la condición hidrodinámica y aproxima mejor los resultados Murillo & García-Navarro (2012), sin embargo esta condición no puede aplicarse para el caso donde los términos están relacionados al transporte de sedimentos. Aunque el modelo matemático es hiperbólico, ya que todos los valores propios del jacobiano de flujo son reales, no garantiza una conservación.

$$\tilde{H} = \tilde{J}^{-1} \tilde{S}; \quad J = \frac{dF}{dU}; \quad J = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ gh - u^2 & 2u & 0 \\ -uc & c & u \end{pmatrix} \quad (3.32)$$

$$\tilde{H} = \tilde{J}^{-1} \tilde{S} = \begin{pmatrix} \frac{S_1 \lambda_L + S_1 \lambda_R - S_2}{\lambda_L \lambda_R} \\ S_1 \\ \frac{S_1 \phi \lambda_L \lambda_2 - S_1 \phi \lambda_L \lambda_2 + S_1 \phi \lambda_2 \lambda_R - S_2 \phi \lambda_2 + S_3 \lambda_1 \lambda_R}{\lambda_L \lambda_2 \lambda_R} \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

$$\tilde{\lambda}_1 = \tilde{u} - \sqrt{g \frac{h_L + h_R}{2}}; \quad \tilde{\lambda}_2 = \tilde{u}; \quad \tilde{\lambda}_3 = \tilde{u} + \sqrt{g \frac{h_L + h_R}{2}} \quad (3.34)$$

La segunda propuesta consiste en separar los estados hidrodinámico y de evolución del fondo, de tal forma que se implementa el método HLLC extendido, resolviendo la condición hidrodinámica y considerando la tercera ecuación de la concentración de sedimento igual a cero; los términos

fuentes relacionados al transporte de sedimento son incluidos después de calcular los flujos numéricos de acuerdo con la ecuación (3.35).

$$U_i^{k+1} = U_i^k - \frac{\Delta t}{\Delta x} [F_{i+1/2}^- - F_{i-1/2}^+] + \Delta t \left(\begin{array}{c} \frac{E_i^k - D_i^k}{1-p} \\ -\frac{(\rho_s - \rho_w)gh_i^2}{2\rho} \frac{\Delta\phi}{\Delta x} - \frac{(\rho_0 - \rho_i^k)(E_i^k - D_i^k)u}{\rho_i^k(1-p)} \\ E_i^k - D_i^k \end{array} \right) \quad (3.35)$$

Dentro de las propiedades numéricas del sistema, es que asegura ser hiperbólico ya que los valores propios de las ecuaciones (3.34) son siempre positivos y para esta condición en particular, puede considerarse estrictamente hiperbólico ya se cumple la relación $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$.

3.2.2. Condiciones de frontera

Para las condiciones de frontera. En un análisis de una dimensión que va de la celda 1 hasta la celda i se establece el criterio de una celda exterior o fantasma, donde la celda 0 es la celda fantasma al comienzo del dominio, mientras que para el final del dominio la celda $i + 1$ cumple esta condición. Estas celdas deben tener propiedades específicas en los valores primitivos para establecer las condiciones en las fronteras. Se considera en este trabajo 2 tipos, frontera abierta y frontera cerrada.

El caso de la frontera abierta establece una transmisión del flujo hacia afuera del dominio, entonces la condición en la celda fantasma tiene las mismas propiedades de la celda del dominio, como se presenta en la ecuación 3.36

$$\left[\begin{array}{l} H(0) = h(1) \\ u(0) = u(1) \\ \phi(0) = \phi(1) \\ Z(0) = Z(1) \end{array} \right]; \quad \left[\begin{array}{l} H(i) = h(i+1) \\ u(i) = u(i+1) \\ \phi(i) = \phi(i+1) \\ Z(i) = Z(i+1) \end{array} \right] \quad (3.36)$$

Para la frontera cerrada se considera que el fluido no puede pasar a través de la celda, por lo que todo el volumen de agua permanece en el dominio. Esta condición se representa como en la ecuación 3.37

$$\left[\begin{array}{l} h(0) = h(1) \\ u(0) = -u(1) \\ \phi(0) = \phi(1) \\ Z(0) = Z(1) \end{array} \right]; \quad \left[\begin{array}{l} h(i) = h(i+1) \\ u(i) = -u(i+1) \\ \phi(i) = \phi(i+1) \\ Z(i) = Z(i+1) \end{array} \right] \quad (3.37)$$

3.2.3. Numero de Courant

Para establecer el paso de tiempo Δt , se emplea la terminología descrita por Murillo & García-Navarro (2012), donde las variables que determinan el paso del tiempo son Δx ; $\lambda_{L,R}$. En la ecuación 3.38 se emplea el valor de CFL (Courant-Friedrichs-Levy), para generar una mayor estabilidad del modelo numérico, empleando 0.5 para este estudio.

$$\Delta t = CFL \frac{\Delta x}{\max(|\lambda_L|, |\lambda_R|)} \quad (3.38)$$

3.2.4. Análisis en dos dimensiones

La extensión del sistema a dos dimensiones es expresada en su forma general en las ecuaciones 3.39 - 3.43, como función de las ecuaciones de conservación de masa y momento. Este sistema cuenta con un segundo componente de velocidad v en m/s normal a la componente u , ambas promediadas sobre la vertical, además de los componentes de la concentración volumétrica de sedimentos y los parámetros para el transporte por fondo y por suspensión E , D .

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = S; \quad (3.39)$$

$$U = \begin{bmatrix} h \\ hu \\ hv \\ h\phi \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

$$F = \begin{bmatrix} hu \\ hu^2 + \frac{1}{2}gh^2 \\ huv \\ hu\phi \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

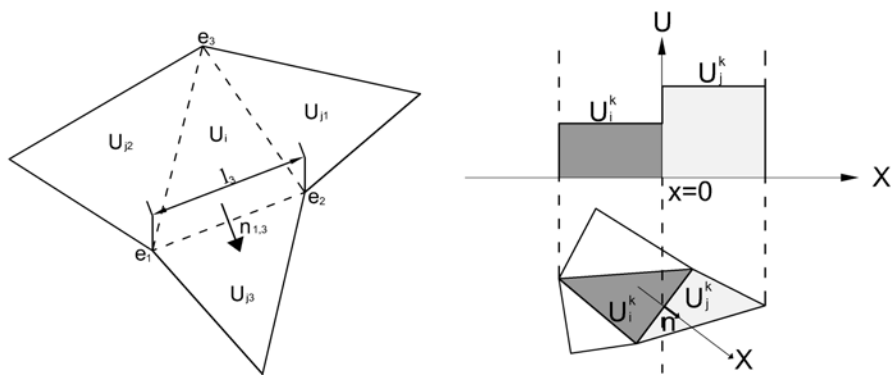
$$G = \begin{bmatrix} hv \\ huv \\ hv^2 + \frac{1}{2}gh^2 \\ hv\phi \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

$$S = \begin{bmatrix} \frac{E-D}{1-p} \\ -gh(-\Upsilon_b - \Gamma) - \frac{(\rho_s - \rho_w)gh^2}{2\rho} \frac{\partial\phi}{\partial x} - \frac{(\rho_0 - \rho)(E-D)u}{\rho(1-p)} \\ -gh(-\Upsilon_b - \Gamma) - \frac{(\rho_s - \rho_w)gh^2}{2\rho} \frac{\partial\phi}{\partial y} - \frac{(\rho_0 - \rho)(E-D)v}{\rho(1-p)} \\ E - D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \end{bmatrix} = S_z + S_{sed} \quad (3.43)$$

La solución del caso de dos dimensiones está basado en el análisis para cada una de las fronteras en cada una de las celdas (proyección unidimensional). La solución consiste en linealizar el entorno para resolver cada problema de Riemann proyectado en la dirección \mathbf{n} , perpendicular a cada frontera (figura 3.3), para después realizar la suma (ecuación 3.44, 3.45) y determinar los valores primitivos de la celda i , en el tiempo k , en función de todas sus fronteras n . Donde n corresponde a la frontera de estudio, NE el numero total de fronteras y l_n es la longitud de la frontera.

$$U_i^{k+1} = U_i^k - \sum_{n=1}^{NE} (T^{-1}\hat{F})_{i,n}^{-1} \frac{\Delta t l_n}{\Delta x} + \Delta t S; \quad (3.44)$$

$$U_i^{k+1} = U_i^k - \sum_{n=1}^{NE} (T^{-1}\hat{F})_{i,n}^- \frac{\Delta t l_n}{\Delta x} + \Delta t \begin{pmatrix} \frac{E_i^k - D_i^k}{1-p} \\ -\frac{(\rho_s - \rho_w)gh_i^2}{2\rho} \frac{\Delta\phi}{\Delta x} - \frac{(\rho_0 - \rho_i^k)(E_i^k - D_i^k)u}{\rho_i^k(1-p)} \\ -\frac{(\rho_s - \rho_w)gh_i^2}{2\rho} \frac{\Delta\phi}{\Delta y} - \frac{(\rho_0 - \rho_i^k)(E_i^k - D_i^k)v}{\rho_i^k(1-p)} \\ E_i^k - D_i^k \end{pmatrix} \quad (3.45)$$



(a) Parámetros de celda tipo en 2D, (b) Problema de Riemann en proyección unidimensional normal a la dirección de la celda

Figura 3.3: Análisis de dos dimensiones a una dimensión.

Las ecuaciones de aguas someras satisfacen las propiedades de irrotacional, por lo que es posible aplicar un Jacobiano de flujo (ecuación 3.32) tal que permita proyectar las velocidades u y v a cada una de las caras, ecuación 3.46.

$$Fn_1 + Gn_2 = T^{-1}F(TU) \quad (3.46)$$

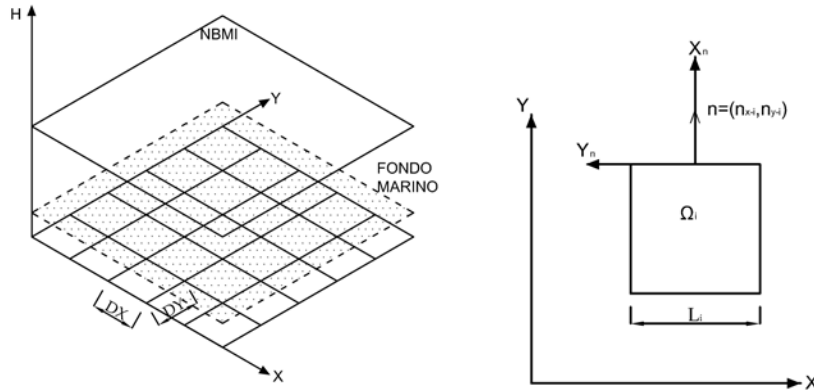
Donde $n_{1,2}$ indican los vectores normales a la dirección de la frontera, T^{-1} es la matriz inversa de rotación, ecuación 3.47.

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & n_1 & n_2 & 0 \\ 0 & -n_2 & n_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad T^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & n_1 & -n_2 & 0 \\ 0 & n_2 & n_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad (3.47)$$

Después de obtener las proyecciones es posible calcular las variables conservadas como $\hat{U} = TU$ y el flujo numérico como $\hat{F} = F(\hat{U})$

$$\hat{U} = \begin{pmatrix} h \\ h\hat{u} \\ h\hat{v} \\ h\phi \end{pmatrix}; \quad \hat{F} = \begin{pmatrix} h\hat{u} \\ h\hat{u}^2 + \frac{gh^2}{2} \\ h\hat{u}\hat{v} \\ h\hat{u}\phi \end{pmatrix}; \quad (3.48)$$

Los términos \hat{u} , \hat{v} son los componentes normal y tangencial a la cara de estudio, dados por $\hat{u} = un_1 + vn_2$, $\hat{v} = -un_2 + vn_1$. En este trabajo la solución se emplea sobre una malla cuadrada, figura (3.4).



(a) Isometric. Donde: $Dx = DY$ es el ancho de la malla, $NBMI$ es el nivel de nio de la celda; L_i es al longitud de la celda; $X_n - i$; $Y_n - i$ es la proyección de los ejes en cada una de las caras.

Figura 3.4: Mallas tipo para el análisis numérico.

Capítulo 4

Validación numérica

En este capítulo se presenta la validación del modelo numérico para una y dos dimensiones con ensayos de laboratorio y soluciones hipotéticas. Considerando que el cambio del fondo es función directa de la superficie libre, se valida el comportamiento hidrodinámico con casos como los presentados en Salazar-Carrillo (2014).

4.1. Modelo hidrodinámico.

El primer caso de validación consiste en comparar los resultados del modelo hidrodinámico con una solución analítica y con el modelo basado en la solución de la pendiente suave, WAPO (Silva *et al.*, 2005). La solución analítica es de una pila emergida sobre un fondo plano y con una relación aproximada entre el diámetro de la pila y una longitud de onda de uno. Para el primer caso: $T = 150 s$, $H = 1 m$, $z = -1500 m$ y un ancho de celda de $50 m$, generando una malla de 1550×641 elementos, lo que implica una longitud de $77.5 km$ y un ancho de $32.050 km$. Los resultados en planta de las 3 soluciones se presentan en la figura (4.1), mostrando las amplitudes máximas (izquierda) y la superficie libre (derecha) para los modelos HLLCS y WAPO, mientras que la solución analítica solo presenta las amplitudes máximas (inferior).

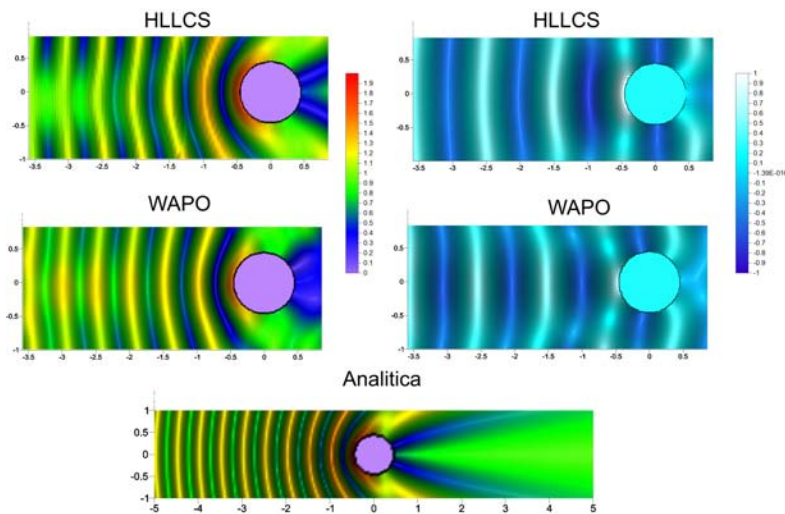


Figura 4.1: Resultados obtenidos por el modelo HLLCS ampliado, WAPO y solución analítica para una pila emergida sobre un fondo plano

Parte del análisis de resultados consiste en un corte transversal en el sentido horizontal al centro de la pila, en la figura 4.2a se aprecian los valores de la amplitud máxima para los modelos WAPO, HLLCS y analítica con una buena aproximación en los valores próximos a la pila. En la figura 4.2b se muestran los resultados de la superficie libre sobre la pila para los modelos WAPO y HLLCS.

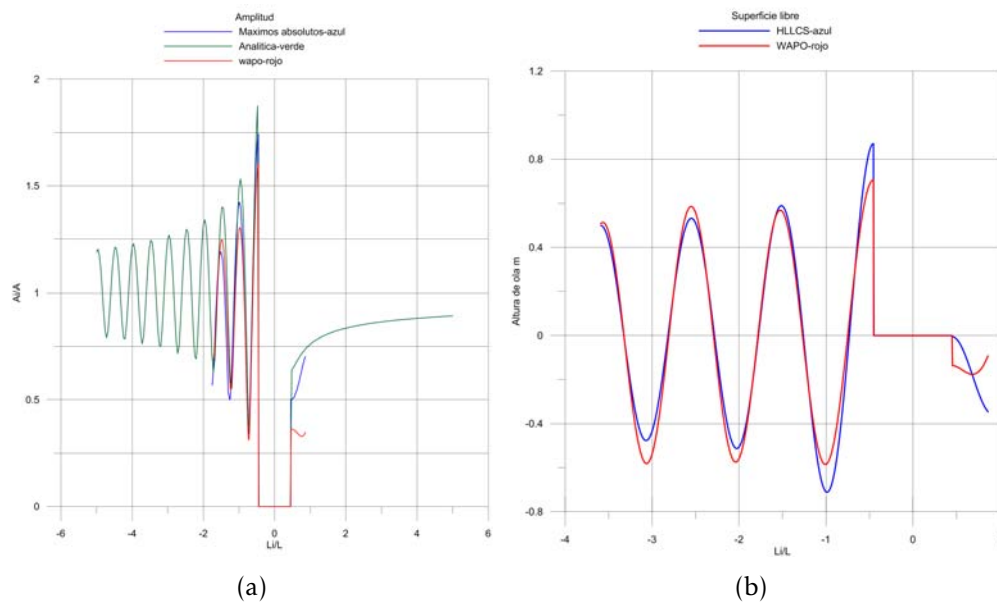


Figura 4.2: Resultados obtenidos por el modelo HLLCS, WAPO y solución analítica, Corte transversal en el sentido horizontal por el centro de la pila, para una pila emergida sobre un fondo plano. $T=50s$, $Z= -1500m$

De la validación es necesario considerar el intervalo de aplicación de las ecuaciones de aguas someras, es decir, la profundidad a la que el modelo es valido con relación a la onda que se propaga. Esta profundidad afecta directamente la celeridad de acuerdo con las ecuaciones de Roe (Roe, 1986) propuestas para el cálculo del método HLLCS. Los valores de la celeridad son función únicamente de la profundidad y de la gravedad en un incremento directamente proporcional y continuo (ecuación 4.1). Mientras que la celeridad calculada por medio de la teoría lineal, para aguas intermedias (Airy, 1841), tiende a un valor constante al aumentar

la profundidad debido a que la longitud de onda no es afectada por el fondo (ecuación 4.1). Para estudiar el comportamiento de las ecuaciones de la celeridad, se utilizaron diferentes periodos en un fondo plano y se compararon los resultados de los valores obtenidos por las ecuaciones promediadas de Roe (Roe, 1986) con los resultados de la teoría lineal (Airy, 1841). La figura (4.3), muestra el comportamiento de las celeridades, ambas ecuaciones presentan valores similares dentro del dominio de aguas intermedias y próximas a las someras, no así para los valores más próximo a aguas profundas. Con esta condición se establece que el limite de aplicación es la zona de aguas someras de la teoría lineal, donde se cumple la relación $d/L < 25$.

$$C_{Roe} = \sqrt{gh}; \quad C_{Airy} = \frac{L}{T} = \frac{dT}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi d}{L}\right) \quad (4.1)$$

Donde: C es la celeridad; L es la longitud de onda en la profundidad d ; T es el periodo de la onda.

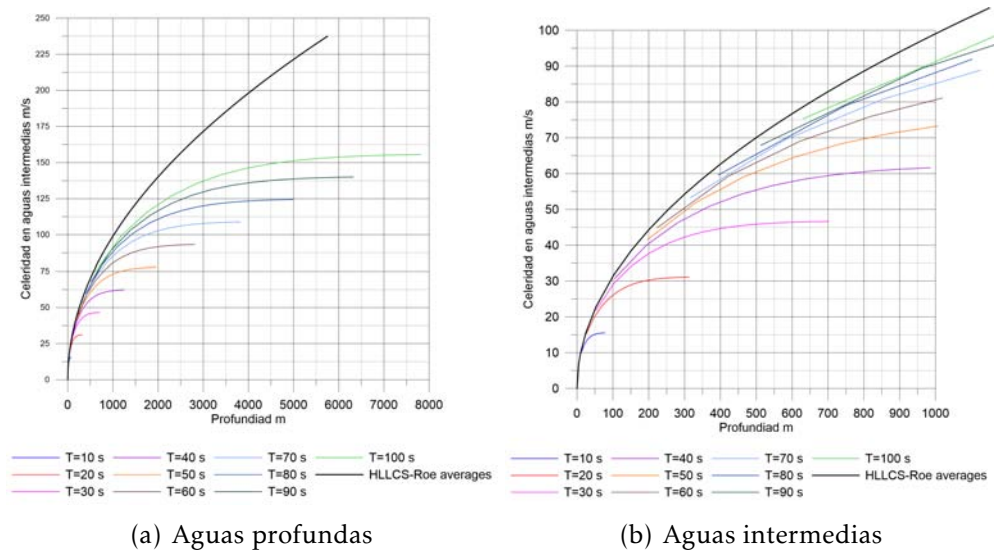


Figura 4.3: Valores de celeridad en fondo plano por medio de las ecuaciones de Roe y la teoría lineal en aguas intermedias.

Se presenta un segundo caso de estudio: $T = 30 \text{ s}$, $H = 1 \text{ m}$ y un ancho de calda de 5 m , generando una malla de 257×620 elementos, lo que

implica una longitud de 3.1 km y un ancho de 1.28 km con profundidad $z = 60 \text{ m}$, donde estas condiciones corresponden al inicio de aguas someras. De la superficie libre figura (4.4) los resultados se aproximan de forma adecuada para la condición de aguas someras en valores de longitud de onda y amplitudes con relación a la teoría lineal, verificando que las ecuaciones demuestran un buen comportamiento dentro de su dominio de aplicación. Es importante mencionar que este análisis fue 140 celdas por longitud de onda, dando buenos resultados para la superficie libre, pero una ligera variación en las amplitudes máximas, por lo que para mejorar el resultado podrían considerarse un mayor número de celdas por longitud de onda.

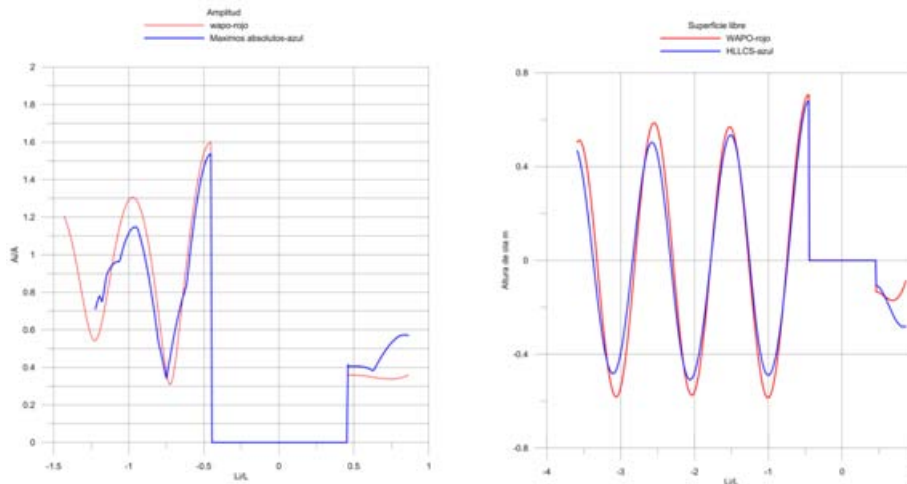


Figura 4.4: Resultados obtenidos por el modelo HLLCS, WAPO, Corte transversal en el sentido horizontal al centro de la pila, para una pila emergida sobre un fondo plano. $T=30s$, $Z= -60m$

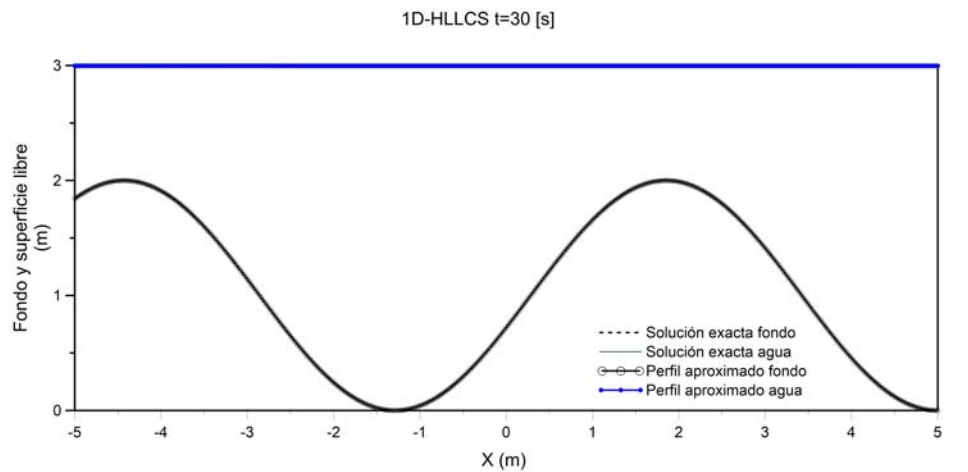
4.2. Condición de reposo

Para la validación del modelo en una dimensión, considerando el transporte de sedimentos, se verificó que se cumpla la condición de reposo. Esta es verificada en dos formas, cuando se incluye un fondo totalmente sumergido y una condición con secado y mojado. El perfil del fondo es dado por $z = senx$ en un canal de longitud de 10 m , se considera un diámetro de

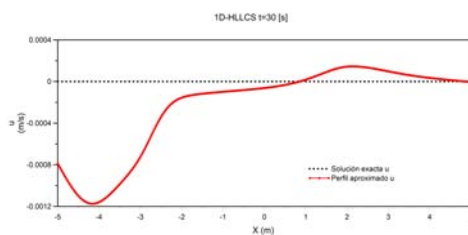
sedimento de 3.5 mm y evaluado en $t = 30$ s.

4.2.1. Fondo sumergido

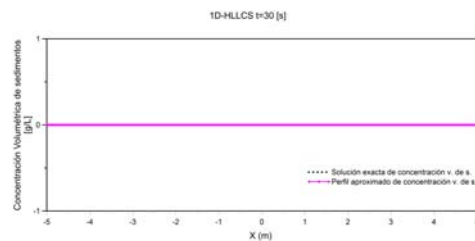
La condición de fondo sumergido presenta un comportamiento estable para la superficie libre, mientras que el componente de velocidad genera valores muy reducidos que no influyen en la concentración volumétrica de sedimentos, debido a que este valor no genera un esfuerzo mayor al parámetro de Shields crítico. Por lo tanto el modelo puede considerarse estable. (ver figura 4.5).



(a) Fondo y superficie libre



(b) velocidad

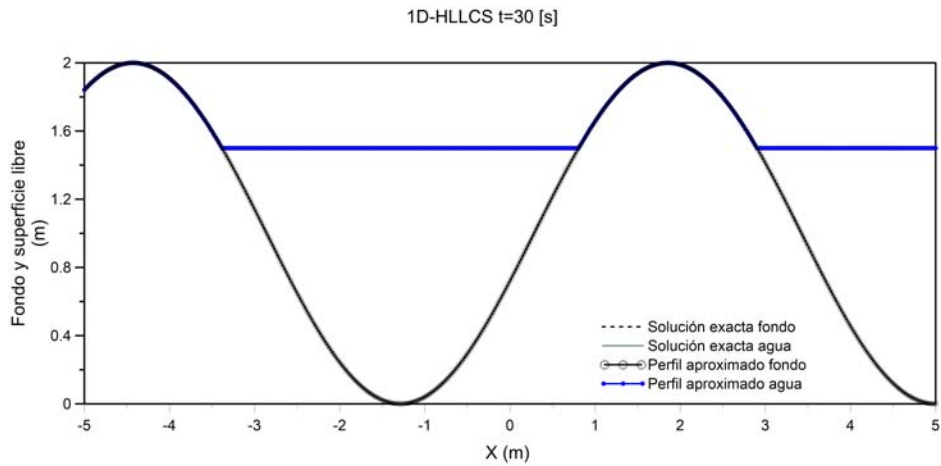


(c) Concentración volumétrica de sedimentos

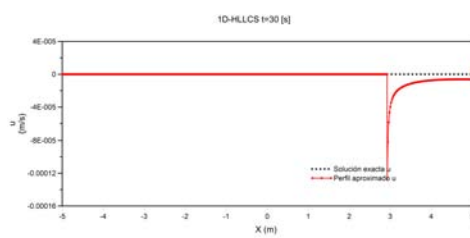
Figura 4.5: Comportamiento del estado de reposo para $t = 30$ s con dominio completo sumergido

4.2.2. Secado/mojado

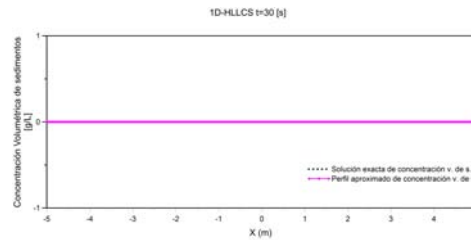
La condición para el reposo donde se considera el secado/mojado presentó un comportamiento adecuado para la superficie libre y el fondo, mientras que la variable de velocidad tiene valores mínimos, que no generen un esfuerzo mayor de Shields al valor crítico, ni tampoco generan un cambio en el fondo. El modelo puede considerarse estable (ver figura 4.6).



(a) Fondo y superficie libre



(b) velocidad



(c) Concentración volumétrica de sedimentos

Figura 4.6: Comportamiento del estado de reposo para $t = 30 s$, considerando secado y mojado

4.3. Validación en una dimensión

4.3.1. Rotura de presa

Para establecer el comportamiento del modelo, se empleó la simulación experimental de rotura de presa sobre fondo variable (Fraccarollo & Capart, 2002) y las soluciones hipotética (Cao *et al.*, 2004).

Las características del modelo experimental son: profundidad inicial $h_0 = 10 \text{ cm}$, un fondo formado por cilindros de PVC que tienen un diámetro esférico equivalente de $d = 3.5 \text{ mm}$; $\rho_s = 1540 \text{ kg/m}^3$; $\omega = 18 \text{ cm/s}$; la longitud del canal es de 2.5 m ; y un coeficiente de Manning de $n = 0.025 \text{ s/m}^{1/3}$; como condición inicial la sección media aguas abajo de la presa se considera seca. El tiempo de análisis es $10t_0$, lo cual está ligado a la condición hidrodinámica bajo la siguiente relación $t_0 = \sqrt{h_0/g}$. Los estados registrados en Fraccarollo & Toro (1995) corresponden a los tiempos $5t_0$, $7.5t_0$, $10t_0$.

Las figuras (4.7, 4.8, 4.9) muestran la superficie libre del agua y el estado del fondo para los pasos de tiempo $5t_0$, $7.5t_0$, $10t_0$ respectivamente. Los resultados indican que los términos de sedimentos agregados en las ecuaciones del modelo, permiten una buena aproximación a la condición hidrodinámica y de los sedimentos. El estado hidrodinámico tiene buena aproximación, ya que consideran los efectos de la concentración de sedimentos sobre el flujo y por lo tanto se reflejan en un retraso de la onda. En el caso de la evolución por fondo, la ecuación se resuelve desacoplada del sistema y es función directa de las variables primitivas, que con un buen estado hidrodinámico, se obtienen valores de erosión y deposición de sedimentos acorde a la condición experimental.

El incluir los términos de fricción y de variación por fondo dentro del flujo, permite que el modelo se aproxime más a la solución de Roe en relación con el método original (Murillo & García-Navarro, 2012), esto favorece la estimación del modelo hidrodinámico y por lo tanto refleja un estado morfológico mejor aún cuando las condiciones de transporte de sedimentos son por un efecto local de cada celda, ya que los términos son agregados después de obtener los flujos numéricos.

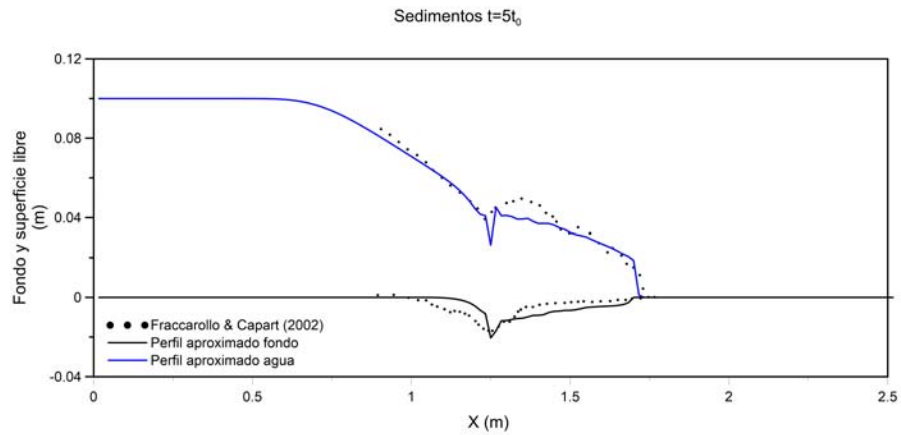


Figura 4.7: Valores de superficie libre y fondo para varios instantes de tiempo, perfiles medidos y simulados $5t_0$

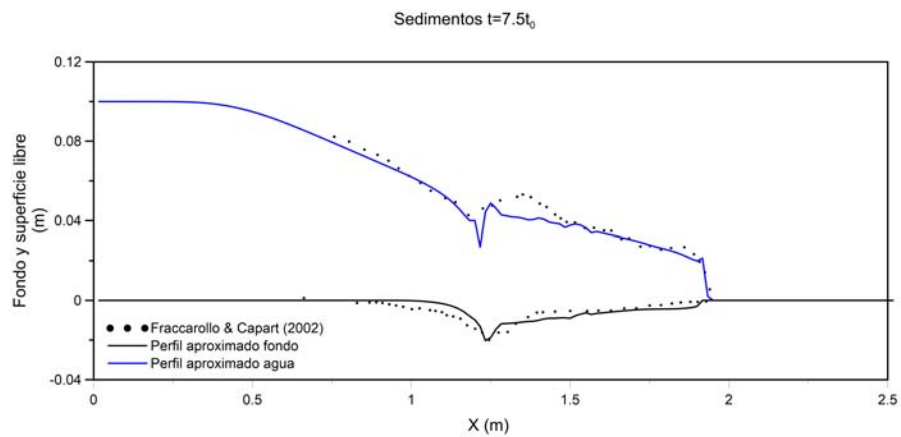


Figura 4.8: Valores de superficie libre y fondo para varios instantes de tiempo, perfiles medidos y simulados $7.5t_0$

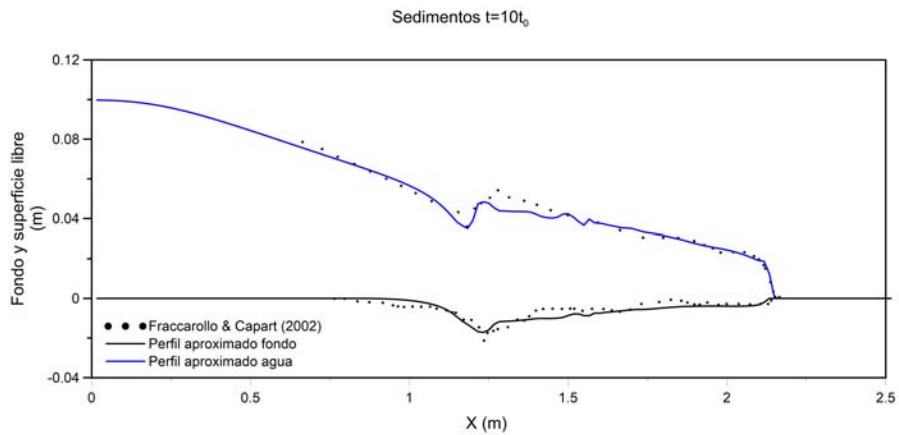


Figura 4.9: Valores de superficie libre y fondo para varios instantes de tiempo, perfiles medidos y simulados $10t_0$

El modelo numérico es comparado también con los resultados obtenidos en Cao *et al.* (2004) para un caso de una rotura de presa hipotética. La modelación numérica se realiza bajo las siguientes características: parte de una profundidad inicial $h_0 = 40 \text{ m}$, $h_1 = 2 \text{ m}$ donde el fondo está formado de sedimento con diámetro de $d = 4.0; 8.0 \text{ mm}$; , la longitud del canal es de 50 km ; y $n = 0.03 \text{ s/m}^{1/3}$. El inicio la rotura de presa es en la parte media del canal. Para este caso es importante hacer referencia a la modificación del parámetro de Shields, en este trabajo se emplea la formulación propuesta en Liu *et al.* (2015).

El comportamiento del fondo y la superficie libre se muestra para 2 minutos. Con un diámetro de 4 mm (figura 4.10), con relación al valor hipotético se presenta una mayor erosión en la zona del inicio de la rotura de presa pero un comportamiento muy similar en la condición aguas abajo. Mientras que el caso de 8 mm figura (4.11), existe un diferencia mayor aguas abajo, después de la zona de inicio. Para la superficie libre los comportamientos son similares para ambos casos.

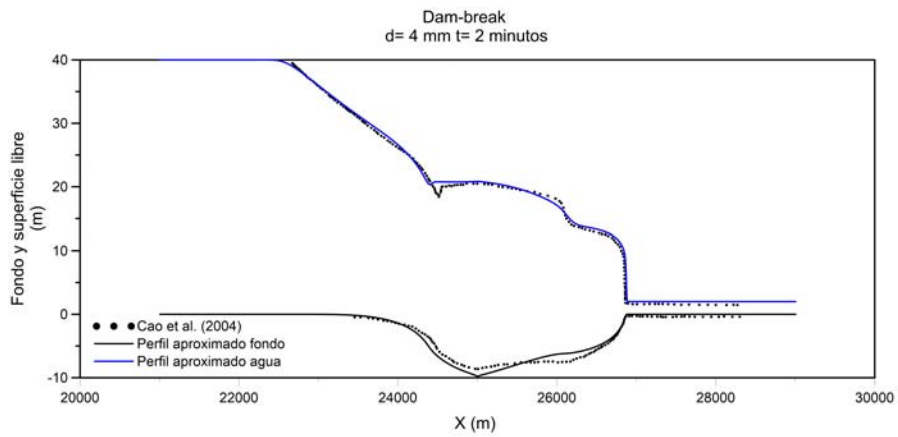


Figura 4.10: Perfiles de superficie libre y fondo, 4 mm de diametro.

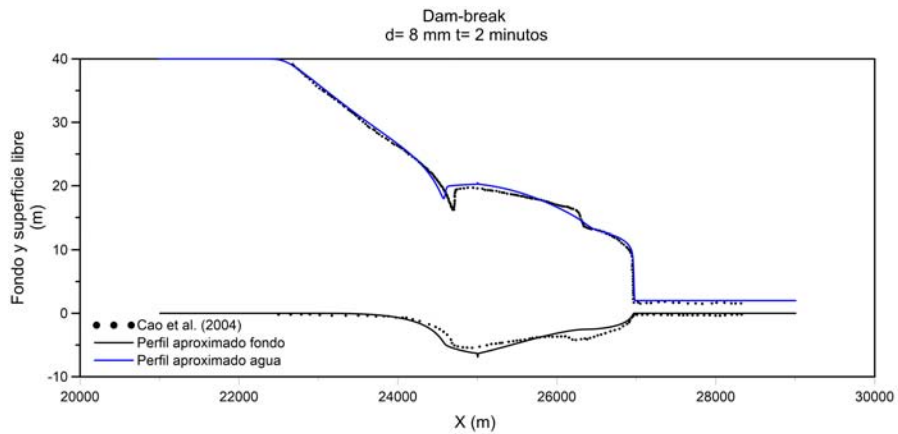


Figura 4.11: Perfiles de superficie libre y fondo, 8 mm de diámetro

En los valores de velocidad, la figura (4.12, 4.13) muestra los estados de 20 y 120 segundos para el diámetro de 4 mm. Los valores resultan muy similares para 20 segundos, sin embargo para 120 segundos, aguas arriba de la zona de inicio de la rotura de presa, existe un decremento que tiene como resultado se genere una deposición de sedimentos aguas abajo.

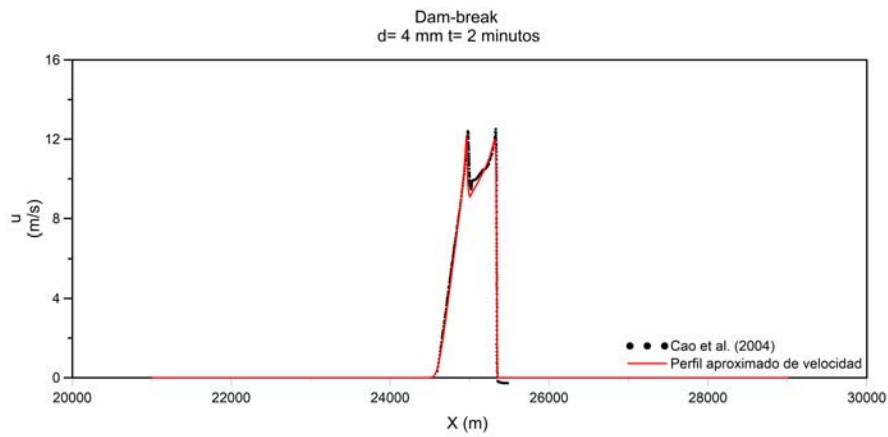


Figura 4.12: Perfiles de velocidad para 4 mm de diametro, 20 segundos

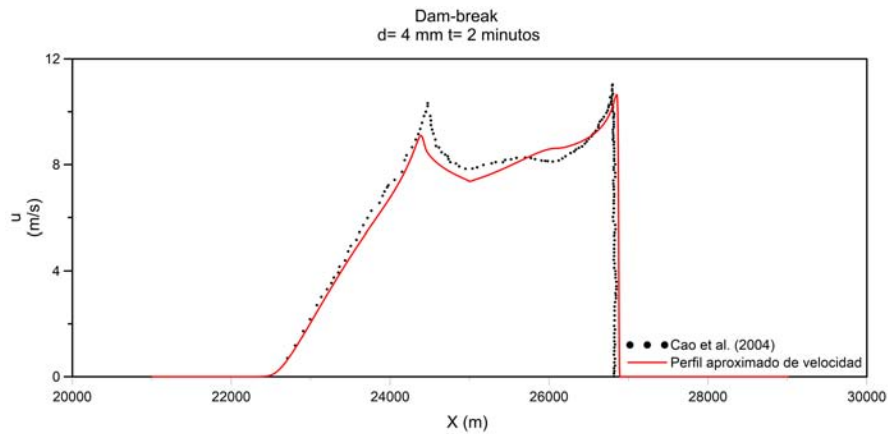


Figura 4.13: Perfiles de velocidad para 4 mm de diametro, 2 minutos

Por último, en relación a la concentración de sedimentos, las figuras (4.14, 4.15) indica los estados de 20 y 120 s para el caso de 8 mm. Existe una menor concentración en la modelación comparada con los valores de Cao *et al.* (2004), lo cual refleja una condición de menor erosión aguas abajo del punto de inicio de la rotura de presa.

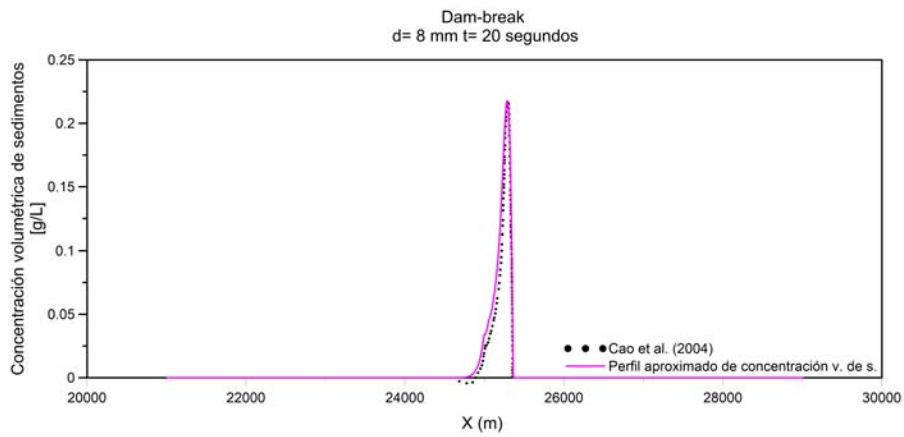


Figura 4.14: Perfiles de concentración de sedimentos para 8 mm de diámetro, 20 segundos

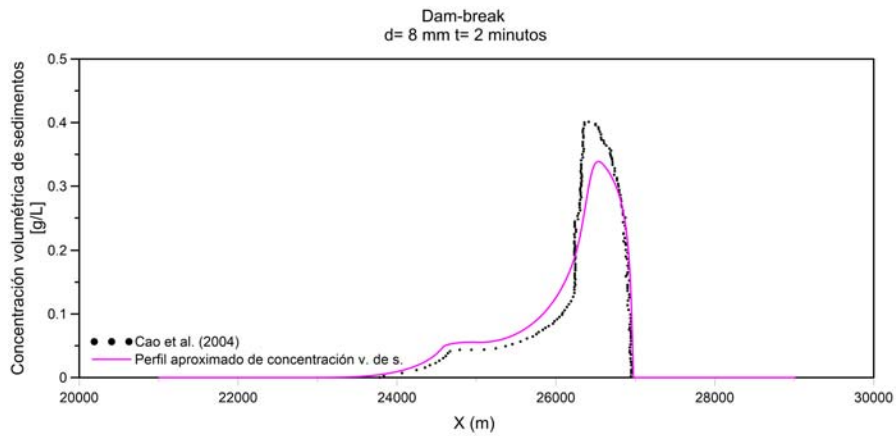


Figura 4.15: Perfiles de concentración de sedimentos para 8 mm de diámetro, 2 minutos

En general el comportamiento del modelo es muy similar a los estados presentados en Cao *et al.* (2004) para las tres variables, altura del agua, velocidad y concentración volumétrica de sedimentos. Es importante mencionar que este caso no cuenta con condición de secado y mojado.

4.3.2. Perfil de playa

Como parte de la validación del modelo numérico, se desarrolla un análisis para evolución de un perfil de playa entre los resultados que predice el modelo y los datos experimentales.

En Delgadillo-Calzadilla (2011) se realizan una serie de experimentos sobre un perfil de playa para establecer el comportamiento del flujo sub-superficial, con la playa expuesta a la incidencia del oleaje y una laguna ubicada atrás de la duna. Los datos empleados son donde el nivel freático de la laguna y la zona expuesta al oleaje es el mismo. Los experimentos fueron realizados en el laboratorio de costas y puertos del Instituto de Ingeniería de la UNAM. De las experimentos se obtuvieron los perfiles de la playa para 6,10,30,60 y 180 minutos después de la incidencia del oleaje. Aquí se muestra la evolución del perfil para un periodo de $T = 2$ s y un altura de ola de $H = 15$ cm. La selección de este estado de mar, es debido a que el periodo garantiza que todo el dominio del perfil de playa esta dentro de la condición de aguas someras de acuerdo con Airy (1841), es decir, considerar que la velocidad es promediada sobre la vertical no deberá ser un factor para comparar la evolución del perfil medido y del simulado.

El modelo numérico desarrolla las mismas condiciones con las cuales fue diseñado el experimento, desde las propiedades del sedimento y el perfil de la playa, hasta el estado de mar y el tiempo de simulación. Las figuras (4.16-4.19) muestran la evolución morfológica para los diferentes pasos de tiempo, las condiciones del perfil inicial, la superficie libre y los resultados de la modelación para la concentración volumétrica de sedimento. De las modelaciones se puede destacar lo siguiente:

- El modelo no representa correctamente la parte antes del cambio de pendiente, lo que ocasiona una erosión en la zona de 5 metros y no una acresión como en el caso experimental, esto es resultado de que la condición hidrodinámica no representa totalmente la rotura del oleaje y la disipación de energía que esto provoca. La modelación mas exacta de la zona de rompiente sin duda es una parte clave para garantizar que el perfil evolucione de forma mas adecuada en relación a las condiciones experimentales.
- El modelo numérico reproduce de forma mas lenta la evolución del

perfil y la acumulación de sedimento en la costa, esto puede deberse a que las condiciones de velocidad generadas por el modelo son menores que las de la condición experimental, además es función de los parámetros en las ecuaciones de transporte de sedimentos.

- Las condiciones hidrodinámicas y morfológicas, en el periodo de análisis, no presentan gradientes extremos de altura de la superficie libre del agua y del fondo $\frac{\partial h}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial x}$ respectivamente, que queden fuera de las condiciones naturales del experimento.
- Las condiciones de oleaje en el modelo experimental son afectadas por condiciones de reflexión de la onda, como resultado de las corrientes que tienen una dirección inversa a la del flujo y que se producen después de un descenso de oleaje. Si bien el modelo puede considerar el ascenso y descenso, así como velocidades negativas en el cálculo de la concentración volumétrica de sedimentos, estas velocidades no son reproducidas totalmente. Como reflejo de esta condición en la sección próxima a los 2 metros el modelo presenta una condición de acresión donde existe una erosión en el caso experimental.

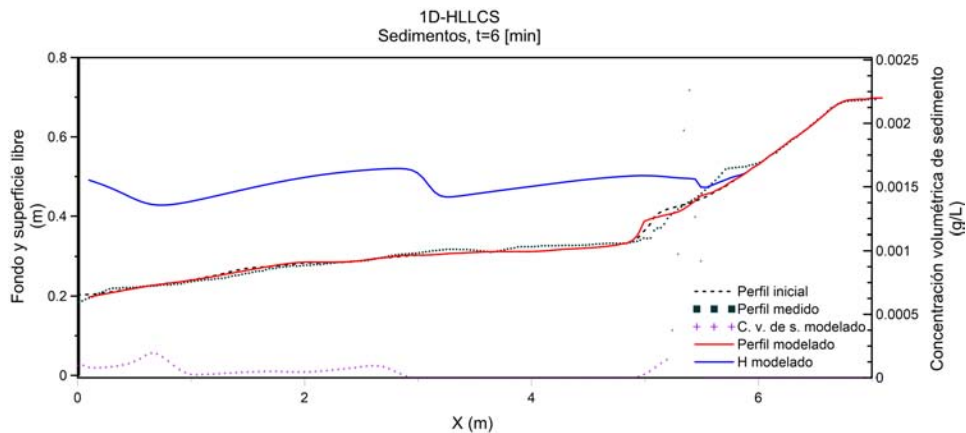


Figura 4.16: Perfil de playa, $t = 6 \text{ min}$

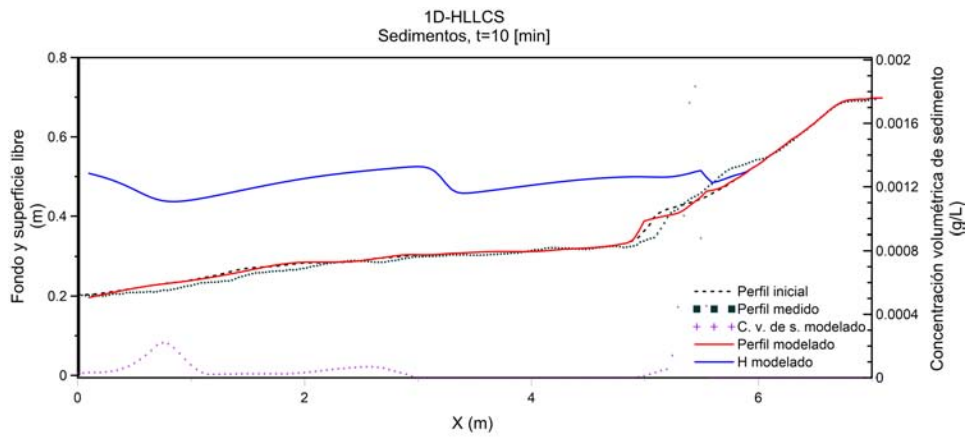


Figura 4.17: Perfil de playa, $t = 10 \text{ min}$

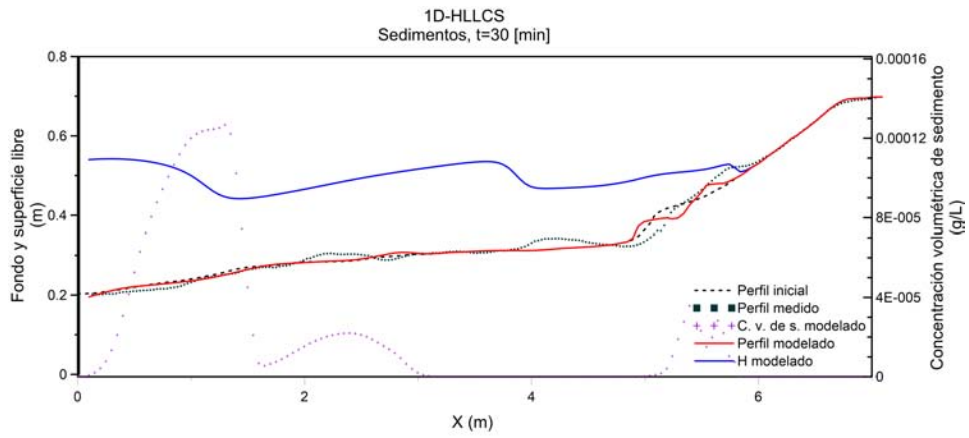


Figura 4.18: Perfil de playa, $t = 30 \text{ min}$

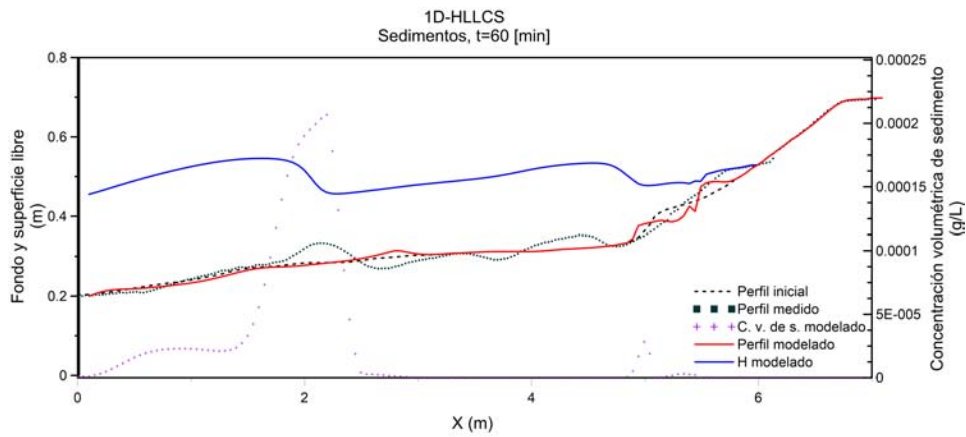


Figura 4.19: Perfil de playa, $t = 60 \text{ min}$

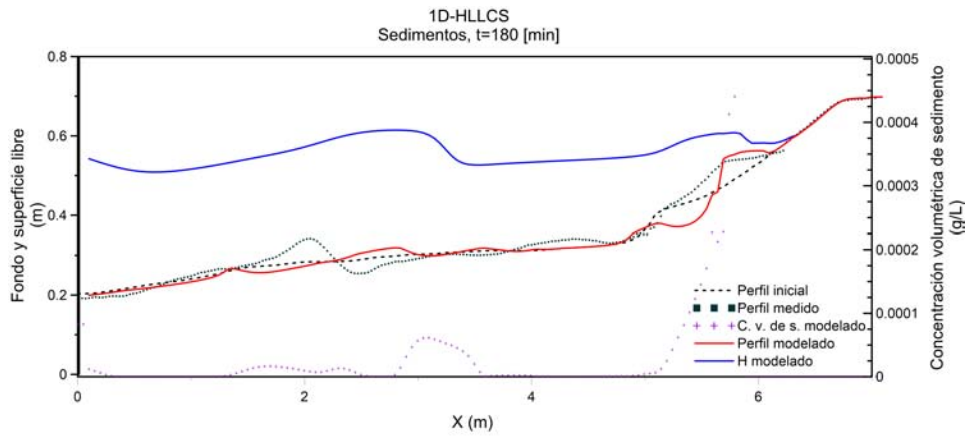


Figura 4.20: Perfil de playa, $t = 180 \text{ min}$

4.4. Validación en dos dimensiones

La validación de los resultados numéricos para el caso de dos dimensiones se realiza con tres casos, dos son relacionados a la rotura de presa y el ultimo es una sección de playa real.

4.4.1. Rotura de presa 2D

La validación para la rotura de presa se realiza extendiendo el caso de una a dos dimensiones. Si bien, esta condición continua con un componente de velocidad transversal al flujo casi nulo, analiza que los estados hidrodinámicos y morfológicos se siguen comportando de forma adecuada.

El primer caso corresponde al estudio experimental desarrollado por Fraccarollo & Capart (2002) que ya fue previamente descrito y que considera un análisis de un segundo. Los resultados para las dos dimensiones están en la figura (4.21) para una malla cuadrada de 3 m por lado con 151x151 celdas. Para verificar que la evolución del fondo es congruente con los datos en una dimensión, se comparan los resultados con un corte transversal al centro de la malla obteniendo así la figura 4.22. La evolución numérica muestra un comportamiento muy similar al modelo de una dimensión por lo que únicamente se incluyen el ultimo paso de tiempo.

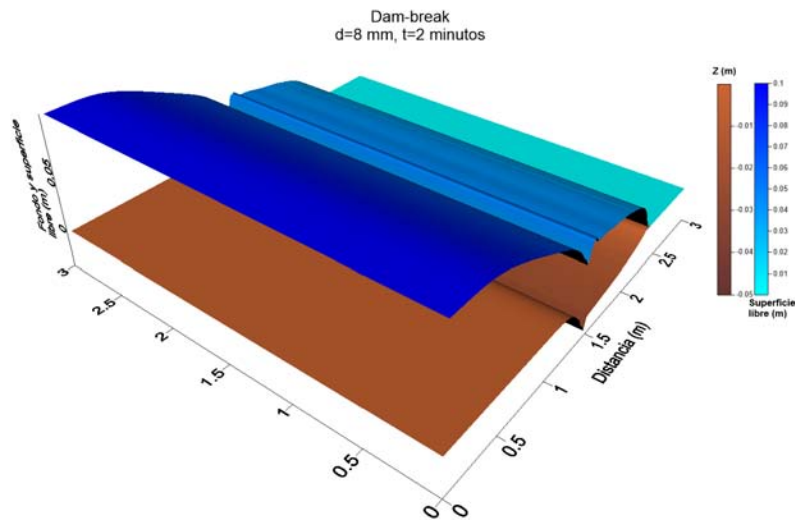


Figura 4.21: Modelación en dos dimensiones del caso experimental de Fraccarollo & Capart (2002), $t = 1 \text{ s}$

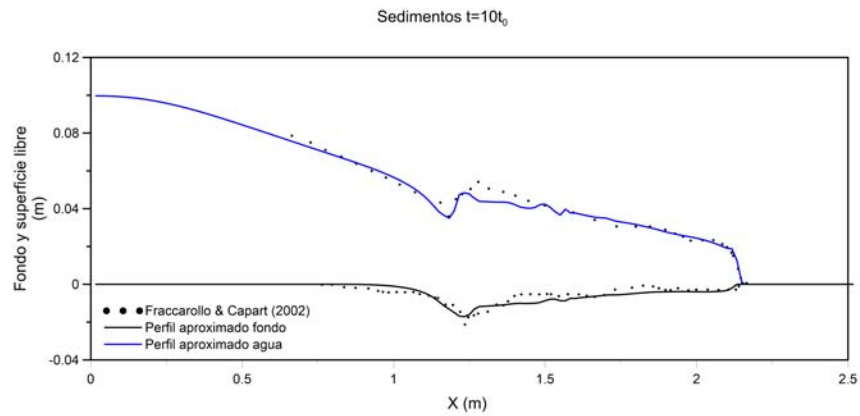


Figura 4.22: Sección de perfil con resultado experimentales de Fraccarollo & Capart (2002), $t = 1$ s

El segundo caso de validación corresponde a la extensión a dos dimensiones del trabajo de Cao *et al.* (2004), donde la modelación considera una área de 10×1 km en una malla cuadrada de 50 m por lado con 200×50 celdas. Los resultados corresponden a un tiempo $t = 2$ minutos de simulación, se comparó también en una sección transversal para verificar que el comportamiento es adecuado (figura (4.23) y (4.24)).

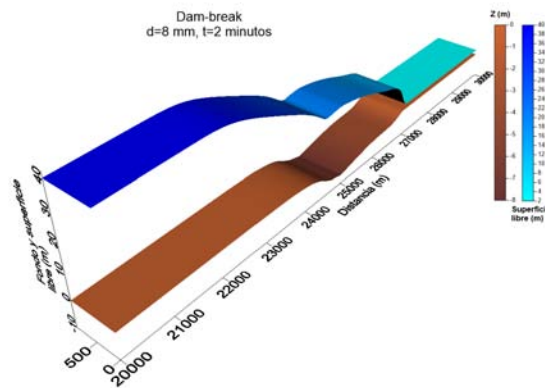


Figura 4.23: Modelación en dos dimensiones del caso experimental de Cao *et al.* (2004), $t = 2$ minutos

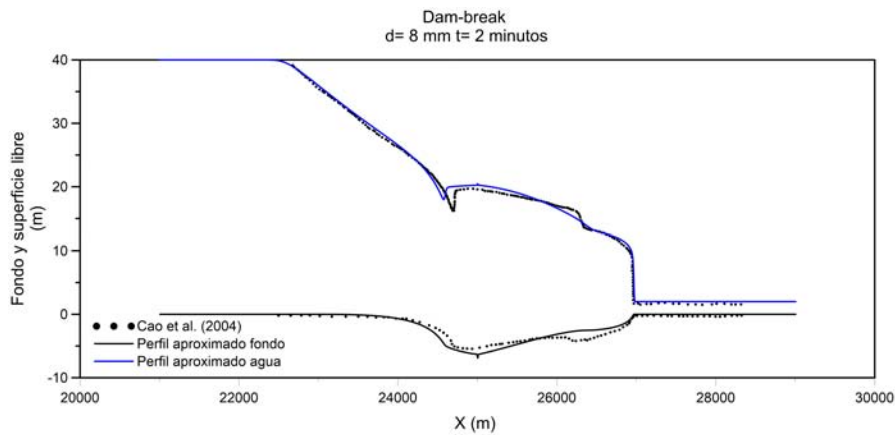


Figura 4.24: Sección de perfil con datos hipotéticos de Cao *et al.* (2004), $t = 2 \text{ minutos}$

4.4.2. Sección de playa

Como ultima parte de la validación, se analiza el comportamiento del modelo numérico para una playa real. La figura 4.25 muestra la batimetría empleada en el modelo numérico. La línea de costa tiene una longitud de 100 m y en dirección hacia mar adentro una longitud de 90 m , está ultima distancia está en función de la profundidad, que es requerida para que el estado de mar a modelar cumpla la condición de aguas someras. La malla está formada por cuadros de 0.5 m por lado, formando un área 201×181 para un total de 36381 celdas. La batimetría está orientada para que la dirección del oleaje sea perpendicular a la línea de costa, con el objeto de observar las condiciones de refracción por fondo, la difracción y la reflexión ocasionas por la costa.

El estado de mar propuesto representa una condiciones de oleaje significativo de la zona, con un periodo de 7 s y una altura de ola de 1 m . La profundidad mayor de la batimetría, 10 m , corresponde a considerar el periodo en el intervalo de aguas someras de acuerdo con la teoría lineal (Airy, 1841).

El modelo simula 6 horas de estado de mar para evaluar el comportamiento del oleaje, la dirección de las corrientes, el comportamiento del

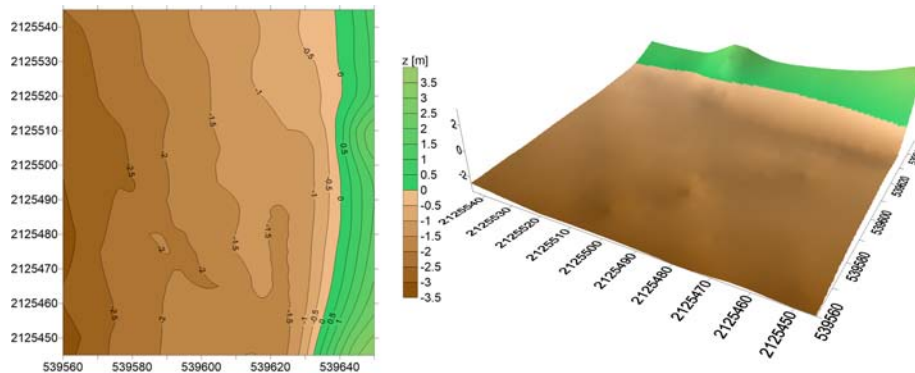


Figura 4.25: Batimetría inicial

transporte de sedimentos y la evolución del fondo.

Como primera parte se analizan los estados hidrodinámicos con la superficie libre en la figura 4.26. Los resultados indican un comportamiento regular y estable, sin gradientes extremos para el periodo de simulación $\frac{\partial h}{\partial x}$.

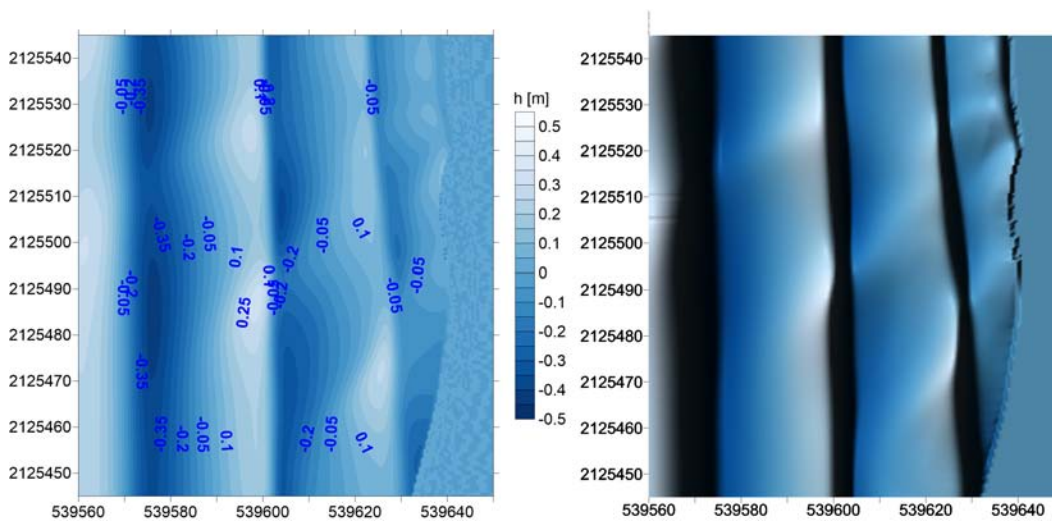


Figura 4.26: Superficie libre en $t = 6 \text{ hr}$

La figura 4.27a representa los valores de concentración volumétrica de sedimentos para un tiempo $t = 6 \text{ hr}$. Las zonas en rojo indican donde existe

una mayor concentración volumétrica de sedimentos como función directa de la variación de profundidad y de las componentes de velocidad. Sin embargo, dado que es solo un escalar, no representa la dirección ni el sentido de la acumulación de sedimentos.

Para las componentes de velocidad u y v , se obtiene un vector de corriente que determina la magnitud, dirección y sentido (figura 4.27b). El modelo es capaz de reproducir ambas direcciones de la corriente, positivos y negativos, indicando el movimiento de acuerdo al eje de referencia; esto sin afectar los valores de concentración volumétrica de sedimentos que deben ser estrictamente positivos (Cao *et al.*, 2004). Del comportamiento de las corrientes como elementos que rigen el transporte de sedimentos, no existe un criterio que limite el transporte en dirección transversal y/o longitudinal lo que favorece a una mejor aproximación.

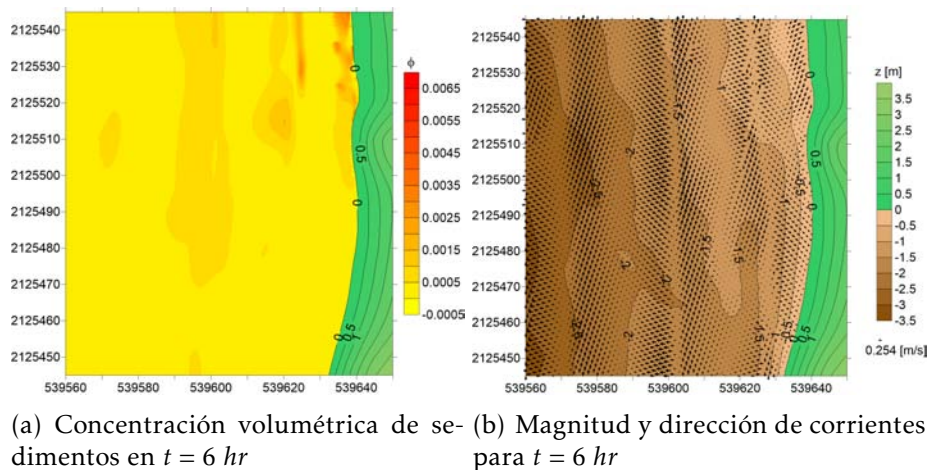


Figura 4.27: Concentración volumétrica de sedimentos y vectores de corrientes

Si los valores de concentración volumétrica de sedimentos son un valor escalar y las corrientes pueden representarse como un vector; el conjunto de ambas variables podrá estimar zonas donde exista una condición de mayor concentración de sedimento y su desplazamiento, es decir, la dirección del transporte de sedimento, figura 4.28.

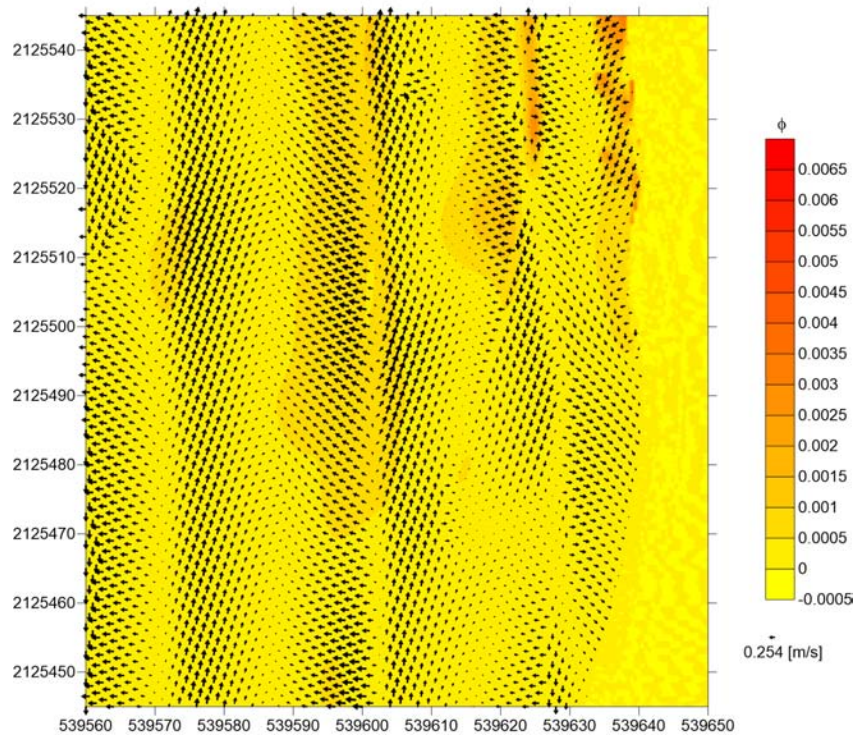


Figura 4.28: Vectores de corriente y concentración de sedimentos para $t = 4 \text{ hr}$

Para analizar la evolución del fondo, se debe considerar que el estado de mar inicial es un oleaje regular y perpendicular a la línea de costa, no difractado ni reducido en energía. Los resultados por lo tanto se afectan únicamente por la refracción, reflexión y difracción de la batimetría. La condición de refracción afecta el oleaje por condición del fondo en la parte próxima a la costa, con una ligera inclinación del oleaje, que a su vez se ve favorecido por la reflexión y el cambio en la dirección debido al flujo hidrodinámico. Ambos efectos generan la dirección de las corrientes que se han descrito y el transporte de sedimentos, dando como resultado la variación del fondo mostrada en la figura 4.29. En relación al transporte de sedimentos, por lo tanto, no existe una diferencia entre transporte longitudinal y transporte transversal, únicamente será referido al comportamiento hidrodinámico.

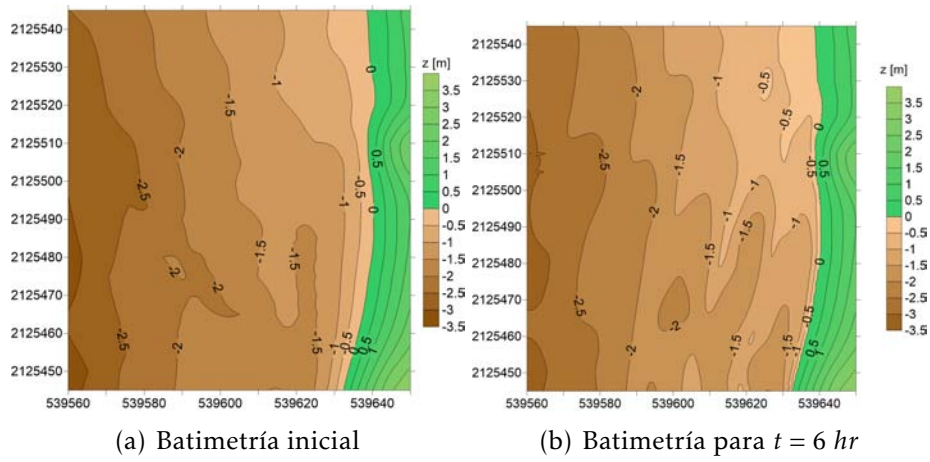


Figura 4.29: Evolución del fondo

Por ultimo se analiza el estado hidrodinámico y su resultado en el transporte de sedimentos para la línea de costa, (figura 4.30). Este comportamiento está esencialmente ligado a las condiciones de secado/mojado y a los cambios de régimen del flujo de subcrítico a supercrítico en las condiciones de rotura. El cambio en la línea de costa resulta menor en comparación con las otras elevaciones. Se observa con líneas punteadas las elevaciones originales y en color rojo la línea de costa, es decir la cota cero. Los resultados son adecuados y establecen un buen comportamiento bajo el intervalo de análisis, sin embargo no se encuentra con algún estudio experimental que permita validar.

En el modelo numérico los efectos de secado/mojado y cambio de régimen son función de intervalos delimitados para garantizar la estabilidad, en este caso en particular, se considera velocidad nula para alturas de agua menor a 1cm y el transporte de sedimentos nulo para valores menores a 2cm , estos valores se obtienen en el proceso de calibración del modelo y su análisis será detallado en el siguiente capítulo.

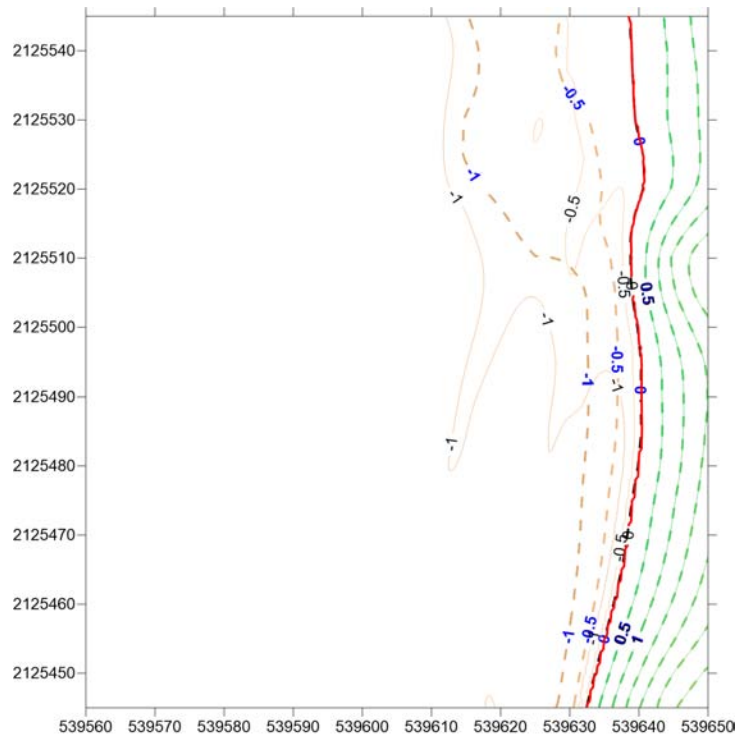


Figura 4.30: Evolución del fondo próximo a la línea de costa

Capítulo 5

Análisis de sensibilidad

En el presente capítulo se describen las condiciones y criterios establecidos para mejorar la estabilidad y precisión del modelo numérico como son: el diseño de la malla, los límites de secado/mojado, la sensibilidad en el valor m de las ecuaciones y su calibración, y los límites donde el modelo numérico es válido en relación a los estados de mar a analizar.

5.1. Generalidades de la malla a implementar

Tanto el tamaño del dominio como las dimensiones de las celdas son dos variables que determinan el tiempo de cómputo. En lo subsiguiente, se emplean celdas de dimensiones iguales, cuadradas. Del dominio de estudio dependerá cuantos pasos por cada Δt son necesarios. La influencia del valor dx está considerado en las ecuaciones 3.38, 3.38 y 3.44, donde dos corresponden al análisis de Δt y la tercera al cálculo de las variables conservadas para el paso de tiempo $k + 1$.

El valor del ancho de malla en conjunto con los valores de λ_L , λ_R determina el paso de tiempo variable en cada celda. Por lo que para garantizar la estabilidad es necesario obtener el valor mínimo de dt en todo el dominio, de tal forma que si se emplean valores muy pequeños de dx resultará en pasos de tiempo reducidos y un proceso de cómputo costoso. Además se considera que el paso de tiempo se reduce, empleando el criterio CFL , para aumentar la estabilidad numérica.

Por otra parte de acuerdo a la ecuación 3.44, el valor de Dx y Δt establecen el comportamiento para determinar las variables conservadas del siguiente tiempo $k + 1$.

Si bien puede ser posible emplear una malla mayor para incrementar el valor de Δt y reducir el tiempo de cómputo, esta condición puede afectar la calidad de los resultados y una disminución de la propagación de la onda en los pasos de tiempo.

5.2. Límites de secado/mojado y concentración volumétrica de sedimentos

Uno de los estados más críticos para la estabilidad numérica es la condición de secado/mojado, ya que está influye sobre la concentración volumétrica del sedimento y la evolución del fondo en la costa.

El modelo numérico es estable para la condición de fondo variable rígido, sin embargo puede representar inadecuadamente el fenómeno físico si se presentan condiciones como la siguiente: Sea la celda i (lado izquierdo) con un valor de altura $h(i)$, $u(i) \neq 0$ y la celda $i + 1$ (lado derecho) como celda seca en el tiempo $t = 0$. Para $t = 0$, i está por transmitir flujo a la celda seca $i + 1$ en función del paso de tiempo, del tamaño de la celda, los valores de λ y la variación del fondo. Para el tiempo $t + 1$ la celda $i + 1$ tendrá una elevación $h(i + 1)$ con $u(i + 1) \neq 0$ pero si el flujo en la celda i es $h(i) \gg h(i + 1)$ entonces por conservación de masa la velocidad en $i + 1$ será muy elevado ya que el valor de $h(i + 1)$ debe cubrir toda la celda y no representará una condición real. Para disminuir estos cambios de velocidad se propone un valor de h donde si la altura de la celda es menor, la velocidad es nula $u = 0$ pero el valor de h se conservado para garantizar la conservación de masa. En la figura 5.1 se indica este valor como h_0 .

El modelo numérico presentó algunos valores negativos de concentración volumétrica de sedimentos en la condición de secado/mojado, por lo que para garantizar la estabilidad y considerando el criterio descrito para h_0 , se establece un nuevo intervalo h_1 , donde $h_1 > h_0$, en el cual se garantiza que la concentración volumétrica de sedimento siempre estará analizada entre celdas con valor de $h > 0$. Para valores menores de h_1 el arrastre por fondo y suspensión E , D son cero. Si bien este parámetro mejora la condición de estabilidad puede representar una reducción en la aproximación de la zona secado/mojado y la evolución del fondo.

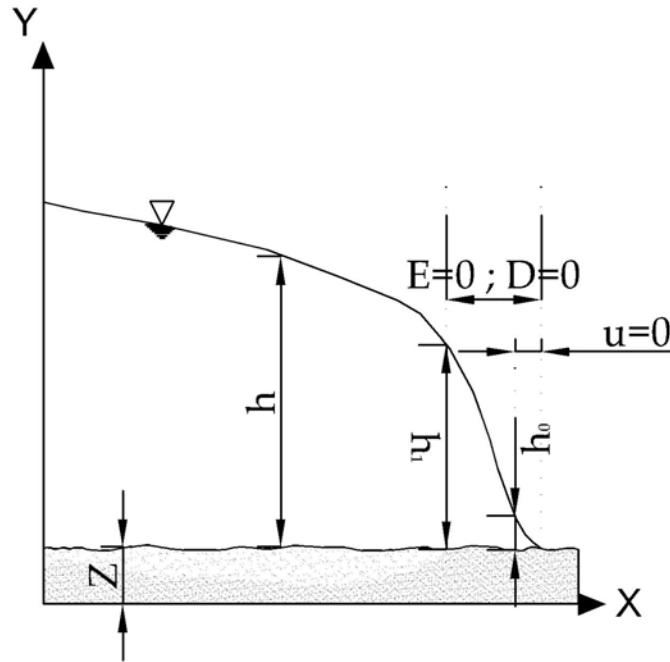


Figura 5.1: Intervalos de secado/mojado y movimiento del fondo

Como ultimo criterio para mejorar la estabilidad se agregó una condición que permita reducir las oscilaciones y que este en función del secado y el mojado. Fraccarollo & Toro (1995) proponen para el caso particular donde solo una celda contiene agua y la siguiente es seca, que los valores de lambda correspondan únicamente a la celda con agua y que la celeridad es multiplicado por dos para el valor frente a la onda de rarefacción. En este caso, si se considera que la celda i (lado izquierdo) tiene un valor de altura de agua y $i + 1$ (lado derecho) es una celda seca, el criterio se escribe como sigue (ecuaciones 5.1, 5.2):

$$\begin{aligned}
 & \text{si } C_L > 0; C_R = 0 \\
 & S_L = u_L - c_L \\
 & S_R = u_L + 2c_L
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

$$\begin{aligned} S_{Lroe} &= u_L - \sqrt{\frac{gh_L}{2}} \\ S_{Rroe} &= u_L + \sqrt{\frac{gh_L}{2}} \end{aligned} \quad (5.2)$$

Esta condición provoca un cambio mínimo en las oscilaciones generadas por el número de celdas, aun considerando la modificación en los valores de Roe, por lo que es necesario seguir considerando los valores de h_0 , h_1 .

5.3. EL valor de m

El comportamiento del modelo está directamente ligado a las condiciones del parámetro m y su calibración (ecuación 3.10). Este valor influye en la estabilidad numérica y en la aproximación de los resultados a los casos de validación.

El parámetro m permite calibrar las condiciones de arrastre y suspensión de sedimentos. En el caso de una dimensión se empleó un valor de $m = 0.45$ para la ecuación 3.10; mientras que Cao *et al.* (2004); Liu *et al.* (2015) emplean $m = 2.0$. Si se emplea un valor mayor el modelo sigue presentando un comportamiento similar, pero existe un retroceso en los efectos hidrodinámicos y de erosión. Para verificar lo anterior, se realizó una comparación del caso experimental de Fraccarollo & Capart (2002) con 2 valores de $m = 0.45$, 2.0 y un ancho de celda de $dx = 0.0167 m$; en este caso el modelo debe resolver las condiciones de secado y mojado. Se considera que el modelo toma velocidad nula, pero conserva la elevación de agua, para valores de menores a 0.02 m y concentración volumétrica de sedimentos para valores menores de 0.022 m . La figura 5.2 indica el comportamiento del fondo y de la superficie libre, donde el incremento de m genera un estado de mayor erosión y un retroceso en la propagación, aunque genera un estado más continuo en la superficie libre difiere con los resultados experimentales. Por último, este comportamiento no es modificado si existe una reducción en los pasos de tiempo ya que el comportamiento del CFL corrige el estado hidrodinámico y lo estabiliza.

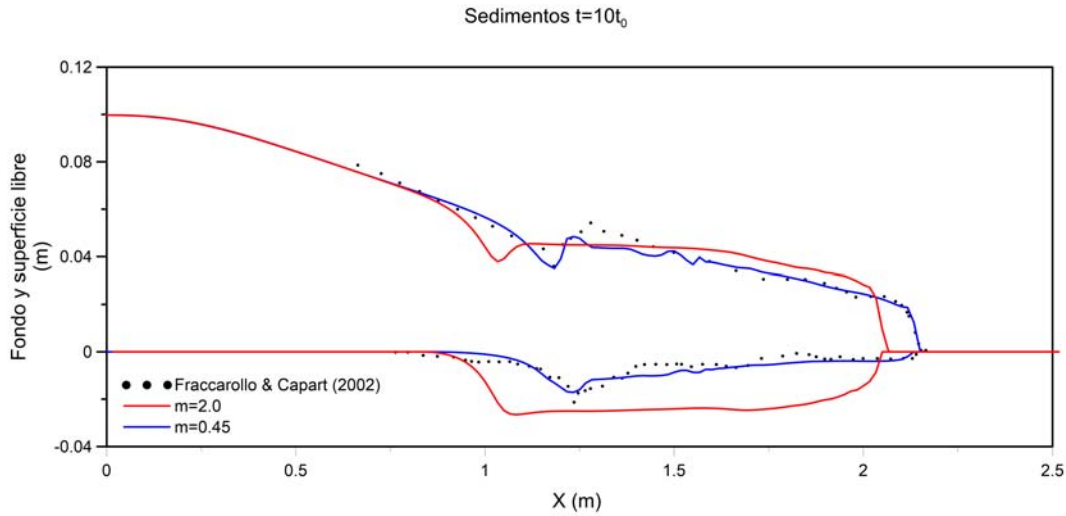


Figura 5.2: Comportamiento de la superficie libre y fondo, para diferentes valores de m

5.4. Intervalo de aplicación

Las ecuaciones de aguas someras son desarrolladas bajo la consideración de que la velocidad es promediada sobre la vertical, es decir, la velocidad se considera constante en la columna de agua. En el caso de 2 dimensiones los componentes u , v representan las velocidades en direcciones X , Y respectivamente, mientras que en el eje z la velocidad permanece constante. Para la solución de Riemann en las ecuaciones de aguas someras, los valores de la celeridad se calculan como \sqrt{gH} donde a mayor profundidad mayor será la celeridad.

Por otro lado, el comportamiento del oleaje considera los valores de velocidad u y w , horizontal y vertical respectivamente, en función de la profundidad y son calculados como en la teoría lineal (Airy, 1841), donde a mayor profundidad el efecto sobre la superficie libre y las velocidades es menor. Una de las características de esta teoría es que la celeridad es función de la longitud de onda L , que depende de la profundidad y del periodo de oleaje T , $C = \frac{L}{T}$. Se considera en esta teoría que a una profun-

dad mayor a $L/2$ el fondo ya no afecta el comportamiento del oleaje por lo que la celeridad permanece constante. Por lo tanto, para el estudio del oleaje y playas, no es adecuado considerar una velocidad constante sobre la vertical y evaluar el modelo a cualquier profundidad. Entonces surge la necesidad de acotar el intervalo de aplicación.

Si bien el modelo puede ser aplicado a las condiciones de mayor profundidad, la relación de la celeridad puede diferir y separarse de resultados adecuados (como se demostró en el capítulo 4.1). Es importante notar que este intervalo es función del periodo de la ola y por lo tanto variable dependiendo del estado de mar a analizar.

De la teoría lineal se establecen 3 intervalos de profundidad, aguas profundas ($\frac{d}{L} < \frac{1}{2}$), intermedia y someras ($\frac{d}{L} < \frac{1}{25}$). En este caso considerando que la velocidad es promediada en la vertical, el intervalo de aplicación del modelo deberá estar acotado a la zona donde el oleaje puede considerarse con velocidad constante en la vertical, esta zona corresponde a la sección de aguas somera debido a la condición del análisis de las celeridades.

Capítulo 6

Conclusiones y futuras líneas de investigación

6.1. Conclusiones

Se presentó la implementación numérica de un modelo hidrodinámico de una y dos dimensiones con transporte de sedimentos por suspensión y arrastre, bajo las formulaciones desarrolladas por Cao *et al.* (2004) para sedimentos no cohesivos, resuelto por volumen finito y la metodología presentada por Murillo & García-Navarro (2012) para el método HLLC, que incluye los términos fuente de variación y fricción por fondo dentro del flujo. De la validación y análisis de sensibilidad del modelo, se puede concluir lo siguiente:

- La evaluación de la hidrodinámica utilizando las ecuaciones de aguas someras permite establecer un comportamiento como función de las propiedades del fondo y del estado de mar que se analiza. Si a esta condición se le agregan las condiciones de transporte y un fondo que evoluciona en el tiempo, es posible obtener un modelo de transporte de sedimentos donde las formulaciones no están ligadas a un tipo de transporte, transversal o longitudinal, sino a un comportamiento de un fenómeno físico, aproximando mejor los resultados.
- De la clasificación de Larson *et al.* (1990) este modelo puede considerarse como un modelo cuasi 3D, donde los valores de velocidad promediados sobre la vertical limitan su intervalo de aplicación. El modelo entonces representa los fenómenos físicos y se considera de bucle abierto, bajo estas condiciones los tiempos de simulación no pueden ser muy extensos ya que pierde estabilidad o los resultados tienden a ser divergentes .
- La condición de incluir los términos fuente de variación y fricción por fondo dentro del flujo, favorece el comportamiento hidrodinámico ya que se obtiene una mejor aproximación en la condición de variación de la superficie libre y velocidad.
- Después de obtener los flujos numéricos por medio del método HLLC modificado, se consideran los términos fuente que provocan el cambio en el fondo como una metodología convencional, estos son función de los valores primitivos, por lo que esta modificación del método HLLC afectará de forma directa su estado. Tal es el caso de que

para obtener los resultados presentados en el caso experimental es necesario modificar el valor de parámetro m y considerar una malla que mejore la estabilidad del modelo.

- La concentración volumétrica de sedimentos es un valor positivo en todo el análisis, pero depende de la velocidad del fluido que en su cambio de dirección puede ser negativa. De tal forma, para el cálculo de la concentración volumétrica de sedimentos se consideran únicamente los valores absolutos de la velocidad.
- Para que el modelo represente los fenómenos físicos correctamente es necesario calibrar el valor de m en las ecuaciones de transporte de sedimentos. Se observó que si se incrementa el valor disminuye la inestabilidad, pero esto también genera un retroceso en dichos procesos, entonces los resultados pueden representar un incremento en la erosión fuera de la realidad o bien un estado hidrodinámico incorrecto.
- Para generar una mayor estabilidad en el modelo numérico en la zona de secado/mojado se establecieron dos intervalos de aplicación de las ecuaciones de aguas someras. El primer intervalo h_0 limita obtener condiciones de velocidad altas en niveles de agua reducidos, considerando para alturas $h < h_1$ velocidad cero, pero conservando las alturas de agua. El segundo valor h_1 tiene como función limitar las concentraciones volumétricas de sedimentos, garantizando que el cálculo es siempre dentro de dos celdas con agua.
- De las propiedades del oleaje se estableció que el correcto comportamiento dentro del modelo se presenta únicamente en el intervalo de aguas someras, en donde considerar la velocidad promediada sobre la vertical no afecta los resultados. De tal forma, la condición de aplicación del modelo queda limitada por el estado de mar a modelar.
- De las simulaciones realizadas se concluye que una parte fundamental para mejorar la modelación numérica es el tamaño de la malla. Esto influye desde obtener resultado demasiado robusto, con mallas muy grandes, a datos muy detallados pero en un tiempo de cómputo muy elevado.

El modelo numérico genera buenos resultados si se toman en cuenta las consideraciones antes expuestas, además de considerar una correcta calibración del parámetro m , por lo cual sirve para estimar el comportamiento del fondo ya sea para playas o para otras aplicaciones. La desventaja es el tiempo de simulación del modelo ya que puede perder su estabilidad.

6.2. Futuras líneas de investigación

Para continuar con el desarrollo del modelo y poder emplearlo en procesos de costa con diferentes características, donde el oleaje será la condición que determine el transporte de sedimentos y por tanto la modificación del fondo, es necesario considerar las siguientes actividades:

- Para reducir el tiempo de cómputo, es necesario realizar un código en paralelo.
- Para poder asegurar la correcta propagación de la superficie libre las condiciones de estado de mar que se consideran deben ser representativas del lugar. Debido a esto y a los intervalos de aplicación del modelo. Es necesario realizar una propagación del oleaje previa hasta llegar a las aguas someras.
- Como caso de validación en dos dimensiones, deberá ser posible analizar una prueba en el laboratorio del estanque de olas de la facultad de ingeniería.

Bibliografía

- AIRY, G. B. (1841). Tides and waves .
- ÁVILA, A. (2007). Procesos de múltiple escala en la evolución de la línea de costa. *Granada, Spain: University of Granada, Ph. D. thesis* .
- BAILARD, J. A. (1981). An energetics total load sediment transport model for a plane sloping beach. *Journal of Geophysical Research: Oceans* **86**(C11), 10938–10954.
- BAKKER, W., BRETELER, E. K. & ROOS, A. (1970). The dynamics of a coast with a groyne system. *Coastal Engineering Proceedings* **1**(12).
- BAKKER, W., VAN DER KERK, C. & DE VROEG, J. (1988). Determination of coastal constants in mathematical line-models. In: *2nd European Workshop on Coastal Zones (Loutraki, Greece)*.
- BERMUDEZ, A. & VAZQUEZ, M. E. (1994). Upwind methods for hyperbolic conservation laws with source terms. *Computers & Fluids* **23**(8), 1049–1071.
- BLADÉ, E., CEA, L., CORESTEIN, G., ESCOLANO, E., PUERTAS, J., VÁZQUEZ-CENDÓN, E., DOLZ, J. & COLL, A. (2014). Iber: herramienta de simulación numérica del flujo en ríos. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería* **30**(1), 1–10.
- BURGUETE, J., GARCÍA-NAVARRO, P. & MURILLO, J. (2008). Friction term discretization and limitation to preserve stability and conservation in the 1d shallow-water model: Application to unsteady irrigation and river flow. *International Journal for Numerical Methods in Fluids* **58**(4), 403–425.

- CAO, Z., PENDER, G., WALLIS, S. & CARLING, P. (2004). Computational dam-break hydraulics over erodible sediment bed. *Journal of hydraulic engineering* **130**(7), 689–703.
- CASULLI, V. (1990). Semi-implicit finite difference methods for the two-dimensional shallow water equations. *Journal of Computational Physics* **86**(1), 56–74.
- CEA, L. & VÁZQUEZ-CENDÓN, M. E. (2010). Unstructured finite volume discretization of two-dimensional depth-averaged shallow water equations with porosity. *International journal for numerical methods in fluids* **63**(8), 903–930.
- DABEES, M. & KAMPHUIS, J. (1997). Numerical modeling and coastal processes: overview of a modeling system for simulating shoreline change. In: *Proc, Canadian Coastal Conf.'97*.
- DABEES, M. & KAMPHUIS, J. (1999). Beach evolution modeling. In: *Proceedings of the Canadian Coastal Conference (Victoria, British Columbia, Canada)*.
- DABEES, M. & KAMPHUIS, J. W. (1998). Oneline, a numerical model for shoreline change. *Coastal Engineering Proceedings* **1**(26).
- DABEES, M. & KAMPHUIS, J. W. (2001). Nline: Efficient modeling of 3-d beach change. In: *COASTAL ENGINEERING CONFERENCE*, vol. 3. ASCE AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS.
- DEAN, R. G. (1977). *Equilibrium beach profiles: US Atlantic and Gulf coasts*. Department of Civil Engineering and College of Marine Studies, University of Delaware.
- DELGADILLO-CALZADILLA, M. N. (2011). *Comparación de la respuesta dinámica de perfiles de playa, bajo un gradiente hidráulico*. Master's thesis, Universidad Nacional Autónoma de México, México.
- DÍAZ, M. J. C., FERNÁNDEZ-NIETO, E. D., DE LUNA, T. M., NARBONA-REINA, G. & PARÉS, C. (2013). A hllc scheme for nonconservative hyperbolic problems. application to turbidity currents with sediment transport. *ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis* **47**(1), 1–32.

- FAEH, R. (2007). Numerical modeling of breach erosion of river embankments. *Journal of Hydraulic Engineering* **133**(9), 1000–1009.
- FRACCAROLLO, L. & CAPART, H. (2002). Riemann wave description of erosional dam-break flows. *Journal of Fluid Mechanics* **461**, 183–228.
- FRACCAROLLO, L. & TORO, E. F. (1995). Experimental and numerical assessment of the shallow water model for two-dimensional dam-break type problems. *Journal of hydraulic research* **33**(6), 843–864.
- GONZÁLEZ, M., MEDINA, R., GONZÁLEZ-ONDINA, J., OSORIO, A., MÉNDEZ, F. & GARCÍA, E. (2007). An integrated coastal modeling system for analyzing beach processes and beach restoration projects, smc. *Computers & Geosciences* **33**(7), 916–931.
- HANSON, H., AARNINKHOF, S., CAPOBIANCO, M., JIMENEZ, J., LARSON, M., NICHOLLS, R., PLANT, N., SOUTHGATE, H., STEETZEL, H., STIVE, M. *et al.* (2003). Modelling of coastal evolution on yearly to decadal time scales. *Journal of Coastal Research* , 790–811.
- HANSON, H., CONNELL, K. J., LARSON, M., KRAUS, N. C., BECK, T. M. & FREY, A. E. (2011). Coastal evolution modeling at multiple scales in regional sediment management applications. Tech. rep., DTIC Document.
- HANSON, H. & KRAUS, N. C. (1989). Genesis: Generalized model for simulating shoreline change. report 1. technical reference. Tech. rep., DTIC Document.
- HANSON, H. & LARSON, M. (1999). Extension of genesis into the cross-shore dimension—from 1-line to n-line. In: *5th Conference on Coastal and Port Engineering in Developing Countries*.
- HASHIMOTO, H. & UDA, T. (1980). An application of an empirical prediction model of beach profile change to ogawara coast. *Coastal Engineering Japan* **23**, 191–204.
- HORIKAWA, K., HARIKAI, S. & KRAUS, N. (1979). A physical and numerical modeling of waves, currents and sediment transport near a breakwater. *Ann. Rep. Engin. Res. Inst., Fac. Eng., Univ. of Tokyo* **38**, 41–48.

- HORRITT, M. & BATES, P. (2002). Evaluation of 1d and 2d numerical models for predicting river flood inundation. *Journal of hydrology* **268**(1), 87–99.
- HORVÁTH, Z., WASER, J., PERDIGÃO, R. A., KONEV, A. & BLÖSCHL, G. (2015). A two-dimensional numerical scheme of dry/wet fronts for the saint-venant system of shallow water equations. *International Journal for Numerical Methods in Fluids* **77**(3), 159–182.
- HUANG, Y., ZHANG, N. & PEI, Y. (2013). Well-balanced finite volume scheme for shallow water flooding and drying over arbitrary topography. *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics* **7**(1), 40–54.
- KAMPHUIS, J., DAVIES, M., NAIRN, R. & SAYAO, O. (1986). Calculation of littoral sand transport rate. *Coastal engineering* **10**(1), 1–21.
- KASSEM, A. A. & CHAUDHRY, M. H. (1998). Comparison of coupled and semicoupled numerical models for alluvial channels. *Journal of Hydraulic Engineering* **124**(8), 794–802.
- KOBAYASHI, N. & JOHNSON, B. D. (1998). Computer program cshore for predicting cross-shore transformation of irregular breaking waves. Tech. rep., Newark, DE: Center for Applied Coastal Research, University of Delaware.
- KRIEBEL, D. L. (1982). *Beach and dune response to hurricanes*.
- KURGANOV, A., PETROVA, G. *et al.* (2007). A second-order well-balanced positivity preserving central-upwind scheme for the saint-venant system. *Communications in Mathematical Sciences* **5**(1), 133–160.
- LARSON, M. & KRAUS, N. C. (1989). Sbeach: numerical model for simulating storm-induced beach change. report 1. empirical foundation and model development. Tech. rep., DTIC Document.
- LARSON, M., KRAUS, N. C. & HANSON, H. (1990). Decoupled numerical model of three-dimensional beach change. *Coastal Engineering Proceedings* **1**(22).
- LEVEQUE, R. J. (2002). *Finite volume methods for hyperbolic problems*, vol. 31. Cambridge university press.

- LEVEQUE, R. J. & LEVEQUE, R. J. (1992). *Numerical methods for conservation laws*, vol. 132. Springer.
- LIU, X., SEDANO, J. A. I. & MOHAMMADIAN, A. (2015). A robust coupled 2-d model for rapidly varying flows over erodible bed using central-upwind method with wetting and drying. *Canadian Journal of Civil Engineering* 42(8), 530–543.
- MARQUÉS, J. F. (2005). *Aplicación del método de volúmenes finitos a la resolución numérica de las ecuaciones de aguas someras con incorporación de los esfuerzos debidos a la turbulencia*. Ph.D. thesis, Universidade da Coruña.
- MEWIS, P. (2013). Sparse element for shallow water wave equations on triangle meshes. *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 72(8), 864–882.
- MOORE, B. D. (1982). *Beach profile evolution in response to changes in water level and wave height*.
- MURILLO, J. & GARCÍA-NAVARRO, P. (2010). An exner-based coupled model for two-dimensional transient flow over erodible bed. *Journal of Computational Physics* 229(23), 8704–8732.
- MURILLO, J. & GARCÍA-NAVARRO, P. (2012). Augmented versions of the hll and hllc riemann solvers including source terms in one and two dimensions for shallow flow applications. *Journal of Computational Physics* 231(20), 6861–6906.
- NAM, P. T., LARSON, M., HANSON, H. *et al.* (2011). A numerical model of beach morphological evolution due to waves and currents in the vicinity of coastal structures. *Coastal Engineering* 58(9), 863–876.
- PECHON, P. & TEISSON, C. (1996). Numerical modeling of bed evolution behind a detached breakwater. *Coastal Engineering Proceedings* 1(25).
- PEECK, H., PROCTOR, R. & BROCKMANN, C. (1983). Operational storm surge models for the north sea. *Continental Shelf Research* 2(4), 317–329.
- PELNARD-CONSIDERE, R. (1956). *Essai de theorie de l'évolution des formes de rivage en plages de sable et de galets*. Tech. rep., Société hydrotechnique de France.

- PERLIN, M. (1978). *A numerical model to predict beach planforms in the vicinity of littoral barriers.*
- PERLIN, M. & DEAN, R. (1978). Prediction of beach planforms with littoral controls. *Coastal Engineering Proceedings* 1(16).
- PERLIN, M. & DEAN, R. G. (1983). A numerical model to simulate sediment transport in the vicinity of coastal structures. Tech. rep., DTIC Document.
- REQUEJO LANDEIRA, M. S. *et al.* (2005). *Análisis y mejoras en la evaluación de diversos términos de los modelos de evolución de playas en escalas de medio plazo.* Universidad de Cantabria.
- ROE, P. (1986). A basis for upwind differencing of the two-dimensional unsteady euler equations. *Numerical Methods in Fluid Dynamics II* , 55–80.
- ROELVINK, D., RENIERS, A., VAN DONGEREN, A., VAN THIEL DE VRIES, J., LESKINSKI, J. & MCCALL, R. (2010). Xbeach model description and manual. *Delft University of Technology, User Manual, Delft, The Netherlands* .
- SADOURNY, R. (1975). The dynamics of finite-difference models of the shallow-water equations. *Journal of the Atmospheric Sciences* 32(4), 680–689.
- SALAZAR-CARRILLO, E. E. (2014). *Implementación y validación de un modelo numérico de circulación oceánica para el Golfo de México.* Ph.D. thesis, Universidad Nacional Autónoma de México, México.
- SCHEFFNER, N. W. & ROSATI, J. D. (1987). A user's guide to the n-line model: A numerical model to simulate sediment transport in the vicinity of coastal structures. Tech. rep., DTIC Document.
- SHIMIZU, T., KUMAGAI, T. & WATANABE, A. (1996). Improved 3-d beach evolution model coupled with the shoreline model (3d-shore). *Coastal Engineering Proceedings* 1(25).
- SILVA, R., BORTHWICK, A. G. & TAYLOR, R. E. (2005). Numerical implementation of the harmonic modified mild-slope equation. *Coastal engineering* 52(5), 391–407.

- SMITH, L. S. & LIANG, Q. (2013). Towards a generalised gpu/cpu shallow-flow modelling tool. *Computers & Fluids* **88**, 334–343.
- SOARES-FRAZÃO, S. & ZECH, Y. (2011). Hllc scheme with novel wave-speed estimators appropriate for two-dimensional shallow-water flow on erodible bed. *International Journal for Numerical Methods in Fluids* **66**(8), 1019–1036.
- SONG, L., ZHOU, J., GUO, J., ZOU, Q. & LIU, Y. (2011). A robust well-balanced finite volume model for shallow water flows with wetting and drying over irregular terrain. *Advances in Water Resources* **34**(7), 915–932.
- SOULIS, J. V. (2002). A fully coupled numerical technique for 2d bed morphology calculations. *International journal for numerical methods in fluids* **38**(1), 71–98.
- STEETZEL, H. J., DE VROEG, H., VAN RIJN, L. C. & STAM, J. (2000). Long-term modelling of the holland coast using a multi-layer model. *Coastal Engineering*(2000) , 2942–2955.
- SUTTON, A. P., FINNIS, M. W., PETTIFOR, D. G. & OHTA, Y. (1988). The tight-binding bond model. *Journal of Physics C: Solid State Physics* **21**(1), 35.
- SWARTENBROEKX, C., ZECH, Y. & SOARES-FRAZÃO, S. (2013). Two-dimensional two-layer shallow water model for dam break flows with significant bed load transport. *International Journal for Numerical Methods in Fluids* **73**(5), 477–508.
- TAKAOKI, U., YAMAMOTO, Y., ITABASHI, N. & YAMAJI, K. (1997). Field observation of movement of sand body due to waves and verification of its mechanism by numerical model. In: *Coastal Engineering 1996*. pp. 137–150.
- TORO, E. F., SPRUCE, M. & SPEARES, W. (1994). Restoration of the contact surface in the hll-riemann solver. *Shock waves* **4**(1), 25–34.
- VÁZQUEZ-CENDÓN, M. E. (2015). *Solving Hyperbolic Equations with Finite Volume Methods*, vol. 90. Springer.
- VEMULAKONDA, S. R. & SCHEFFNER, N. W. (1988). Kings bay coastal processes numerical model. Tech. rep., DTIC Document.

- WARREN, I. & BACH, H. (1992). Mike 21: a modelling system for estuaries, coastal waters and seas. *Environmental Software* 7(4), 229–240.
- ZVIELY, D., KIT, E. & KLEIN, M. (2007). Longshore sand transport estimates along the mediterranean coast of israel in the holocene. *Marine geology* 238(1), 61–73.