



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
INGENIERÍA ELÉCTRICA-CONTROL

CONTROL BASADO EN PASIVIDAD DE CONVERTIDORES
DE POTENCIA PARA APLICACIONES FOTOVOLTAICAS

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:

ISAAC ORTEGA VELÁZQUEZ

TUTOR PRINCIPAL:

DR. GERARDO RENÉ ESPINOSA PÉREZ, FI-UNAM

CIUDAD DE MÉXICO, OCTUBRE DE 2016



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Maya Ortiz Paul Rolando
Secretario: Dr. Cárdenas Galindo Víctor Manuel
1^{er} Vocal: Dr. Espinosa Pérez Gerardo René
2^{do} Vocal: Dr. Mina Antonio Jesús Dario
2^{er} Vocal: Dr. Espinoza Trejo Diego Rivelino

Esta tesis se realizó en el Laboratorio de Control perteneciente a la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería en la UNAM.

Director de Tesis:

Dr. Gerardo René Espinosa Pérez.

Índice general

Índice de figuras	III
Índice de tablas	v
1. Introducción	1
1.1. Motivación	2
1.2. Antecedentes y planteamiento del problema	4
1.3. Contribuciones	5
1.4. Estructura de la tesis	6
2. Preliminares	8
2.1. Notación y acrónimos	9
2.2. Preliminares para paneles solares	9
2.2.1. Panel solar	9
2.2.2. Curva característica	11
2.2.3. Irradiancia	13
2.2.4. Métodos de búsqueda de MPPT	13
2.2.4.1. Perturba y observa	13
2.2.4.2. Voltaje fraccional de circuito abierto	13
2.2.4.3. Corriente fraccional de corto circuito	14
2.2.4.4. Conductancia incremental	14
2.3. Preliminares para análisis de sistemas dinámicos	14
2.3.1. Estabilidad en el sentido de Lyapunov	14
2.3.2. Pasividad	15
2.3.2.1. Sistemas Hamiltonianos	17
2.3.3. Interconexión de sistemas	18
2.3.4. Lema de Barbalat	19

3. Análisis del sistema fotovoltaico	20
3.1. Análisis del sistema con carga resistiva	21
3.1.1. Prueba de estabilidad del convertidor	22
3.1.2. Interconexión de sub-sistemas	24
3.2. Análisis del sistema fotovoltaico conectado a la red eléctrica .	25
3.2.1. Prueba de estabilidad del convertidor	28
3.2.2. Interconexión de sub-sistemas	28
4. Diseño del controlador basado en pasividad	31
4.1. Diseño de estrategia de control para el sistema con carga re-	
sistiva	31
4.1.1. Prueba de estabilidad de la dinámica del error	33
4.1.2. Calculo de los valores deseados	35
4.1.3. Validación numérica	36
4.2. Diseño de estrategia de control para el sistema conectado a	
la red eléctrica	37
4.2.1. Prueba de estabilidad de la dinámica del error	41
4.2.2. Validación numérica	43
4.2.3. Pre-carga del bus de CD	46
5. Conclusiones	50
5.0.4. Trabajo futuro	51
Bibliografía	52

Índice de figuras

1.1.	Trayectoria de corriente en el PMP durante un día.	4
1.2.	Sistema de control de MPPT conectado a la red eléctrica propuesto.	6
2.1.	Modelo eléctrico equivalente de una celda fotovoltaica	10
2.2.	Curvas I-V (color azul) y P-V (color verde).	11
2.3.	Curva P-V, con temperatura constante ($T = 25^{\circ}C$), y varia- ciones en la irradiancia.	12
2.4.	Curva P-V, con irradiancia constante ($G = 1[kw/m^2]$), y va- riaciones en la temperatura.	12
3.1.	Convertidor CD/CD Elevador.	21
3.2.	Sistema completo	25
3.3.	Sistema conectado a la red eléctrica	26
3.4.	Sistema completo	30
4.1.	Sistema completo	35
4.2.	Irradiancia y temperatura de un día común	38
4.3.	Estados y estados deseados	38
4.4.	Señal de control, señal de control deseada y error de la señal de control	39
4.5.	Potencia disponible y potencia extraída	39
4.6.	Primeros tres estados y estados deseados del sistema	45
4.7.	Últimos tres estados y estados deseados del sistema	46
4.8.	Señales de control, u_1 y u_2	47
4.9.	Primeros tres estados y estados deseados del sistema con pre- carga en el bus de CD	48
4.10.	Últimos tres estados y estados deseados del sistema con pre- carga en el bus de CD	49

4.11. Señales de control, u_1 y u_2 con pre-carga en el bus de CD . . . 49

Índice de tablas

2.1. Funcionamiento del algoritmo perturba y observa	13
4.1. Parámetros del sistema	36
4.2. Parámetros MPV	37
4.3. Parámetros del sistema	44

Introducción

La demanda masiva de energía eléctrica ha obligado a buscar fuentes de energía capaces de mantener el crecimiento del desarrollo industrial. Inicialmente, este crecimiento se basó en la minería del carbón para pasar al consumo de combustibles derivados del petróleo y del gas natural. En la actualidad, la estructura energética mundial se basa, en gran parte, en el consumo de las energías fósiles (carbón, petróleo y gas natural). Esta situación conduce a la emisión de gases de efecto invernadero, la generación de residuos sólidos y líquidos, además de el agotamiento paulatino de los yacimientos existentes. A fin de no llegar a una situación insostenible, es preciso acudir a fuentes de energía alternativas. Este hecho propicia la búsqueda de nuevas fuentes de energía y nuevos sistemas de producción de energía eléctrica, basados, fundamentalmente, en el uso de energías renovables.

Estas energías se pueden clasificar en dos grupos, uno que se le conoce como fuentes de energía sostenida, ya que trabajan de manera similar a las plantas convencionales, y fuentes de energía intermitente, ya que dependen de factores climáticos. Entre las fuentes de energía sostenida podemos encontrar las plantas hidroeléctricas y geotérmicas, las cuales generan energía eléctrica mediante el movimiento de una turbina, en el caso de la hidroeléctrica por medio de flujo de agua y en la geotérmica por medio del calor del interior de la tierra. Estas energías pueden ser acondicionadas fácilmente para su conexión a la red eléctrica, es por eso que han sido las más utilizadas en los últimos años.

Entre las fuentes de energía intermitentes podemos encontrar la eólica y la solar fotovoltaica (FV). Estas fuentes se les conoce como intermitentes debido a la variación del aire, en el caso de la eólica, y de la irradiancia y temperatura, en el caso de la solar FV, lo cual a limitado su participación

significativa en las energías renovables.

Sin embargo, prácticamente toda la energía que llega a la Tierra procede del Sol. La diferencia de radiación solar entre las distintas zonas de la Tierra a lo largo del año y la variación diaria para una zona determinada provocan fenómenos meteorológicos, tales como vientos, lluvias, nevadas, etc., y éstos, la formación de corrientes y almacenes de agua, lagos, ríos, mares, etc. Es decir, que la mayor parte de las energías utilizables, exceptuando la nuclear y la geotérmica, provienen de una fuente única que es el sol.

Es por ello que la energía solar es una de las fuentes de energía con mayor potencial para la producción de energía eléctrica, sin embargo, debido a que es una fuente intermitente y la energía eléctrica producida es en corriente directa, es necesaria la intervención de sistemas de electrónica de potencia, para acondicionar dicha energía y poder conectarla a la red eléctrica. El principal reto de las fuentes de energía intermitentes, es el manejo eficiente de la energía disponible para su conexión a la red eléctrica, y es en este punto, donde la teoría de control juega un papel importante, ya que es necesario el desarrollo de estrategias de control para trabajar a los sistemas fotovoltaicos en puntos óptimos, es decir aprovechar al máximo la energía disponible.

Desde un punto de vista de control, el principal reto que imponen es que los sistemas fotovoltaicos (SFV) conectados con sistemas de electrónica de potencia, generan modelos matemáticos con estructuras particulares tales que, provocan problemas a la hora de diseñar las estrategias de control y demostrar estabilidad de éstos.

1.1. Motivación

Los SFV se han incrementado últimamente, debido a la reducción de costos e incentivos gubernamentales para el uso de estas tecnologías, por lo cual, resulta pertinente realizar estudios que garanticen confiabilidad, seguridad y eficiencia en los SFV interconectados a la red de distribución de energía eléctrica, con el fin de que la energía FV resulte competitiva y se pueda integrar en mayor proporción en el suministro de energía eléctrica. De hecho, se cree que la energía solar FV crecerá rápidamente en los siguientes años, tanto en sistemas de pequeña, media y gran escala, principalmente en construcciones de edificios.

Con respecto a la eficiencia, el algoritmo de *seguimiento de punto de máxima potencia* (MPPT *por sus siglas en inglés*) juega un papel sumamente importante. Por ejemplo, es bien conocido que ante condiciones de

irradiancia no-uniformes, la eficiencia total del SFV puede verse seriamente afectada. Esto es debido a la operación de los módulos FV (MFV) en un punto de potencia sub-óptimo (*máximo local* de la curva característica $P-V$). Además, debido a la naturaleza del convertidor corriente directa corriente directa (CD/CD), empleado para ajustar el punto de máxima potencia, existen pérdidas en regimen transitorio, ocasionadas por caídas abruptas de irradiancia o cambios de referencia. Así, recientemente se ha propuesto operar el algoritmo de búsqueda MPPT en conjunto con una estrategia de control retroalimentada, lo cual mejora significativamente el desempeño de éste ante variaciones climáticas.

Los módulos fotovoltaicos ofrecen curvas características bien definidas de corriente-voltaje o potencia-voltaje con un máximo global. Sin embargo, este punto varía en función de la irradiancia y temperatura a las que esté expuesto el módulo. De esta manera, el problema de seguimiento del punto de máxima potencia de los MFVs, independientemente de los niveles de irradiancia y temperatura, se puede formular, desde el punto de vista de la teoría de control, como un problema de regulación (voltaje o corriente del MFV) o seguimiento de trayectorias si se conoce la trayectoria de máxima potencia, donde el comportamiento entrada-salida es modelado, en términos generales, por un mapeo no-lineal. Cabe mencionar que la teoría de control se utiliza para ajustar el MPP en las terminales del módulo FV. Para encontrar el MPP se utilizan diferentes métodos reportados en la literatura como *perturba y observa*, *conductancia incremental*, *voltaje fraccional de circuito abierto*, *corriente fraccional de corto cortocircuito*, entre otros.

Básicamente, existen dos modos de operación: el *control por modo voltaje* y el *control por modo corriente*. Este último, presenta una problemática de inestabilidad cuando el objetivo de control se plantea como un *problema de regulación*, ver [Panagiotis E. Kakosimos and Manias \(2012\)](#). Debido a que es una práctica común establecer la referencia como una señal *constante a tramos*, la mayoría de los enfoques propuestos hasta ahora en la literatura, consideran el control por modo voltaje, [Diego R. Espinoza-Trejo and Angelo \(2015\)](#). Pocos estudios empleando el control por modo corriente aparecen reportados en la literatura, [Enrico Bianconi and Vitelli \(2013\)](#). Sin embargo, resulta natural emplear el control por modo corriente para compensar caídas de irradiancia abruptas, debido a que es la corriente del MFV la que se modifica significativamente ante cambios de irradiancia. No obstante, esto implica realizar un seguimiento de la trayectoria de corriente del MFV en el MPP. En la Figura 1.1 se muestra una trayectoria de corriente que el SFV tendría que seguir. Esta trayectoria se obtuvo midiendo la irradiancia y temperatura de un día y con estos valores se resolvió la ecuación del mo-

dulo fotovoltaico, por medio del método fraccional de corriente, obteniendo la trayectoria de corriente de máxima potencia.

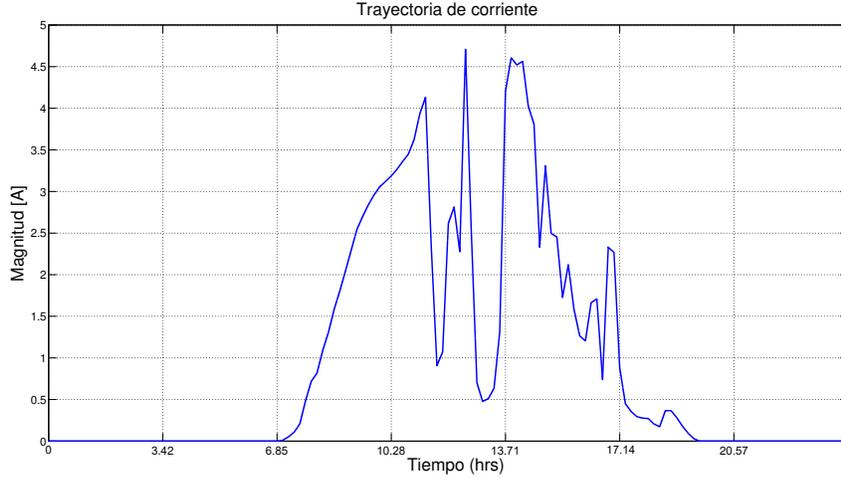


Figura 1.1: Trayectoria de corriente en el PMP durante un día.

En consecuencia, en este trabajo de tesis se explotan *propiedades de pasividad* de los elementos que componen al sistema MPPT, para diseñar una ley de control por modo corriente que garantice el seguimiento de trayectorias y, en consecuencia, la transferencia de máxima potencia. De hecho, el modelo del convertidor CD/CD elevador y el convertidor CD/CA, están descritos por un modelo hamiltoniano, ver [van der Schaft](#), el cual describe un mapeo entrada-salida pasivo (donde la entrada no es la señal de control). Debido a que la señal de control se encuentra dentro de la matriz de interconexión, al realizar el balance energético ésta desaparece, ocasionando dificultades para diseñar la ley de control, siendo esto uno de los principales atractivos para abordar este problema desde la perspectiva del control basado en pasividad (CBP).

1.2. Antecedentes y planteamiento del problema

El sistema en estudio de este trabajo de tesis es un SFV conectado a la red eléctrica mediante convertidores de potencia. El problema a resolver es aumentar la eficiencia del SFV. Para lograrlo, se pretende trabajar al

módulo en el MPPT y enviar esta potencia a la red eléctrica.

El problema de MPPT se puede dividir en 2 secciones: diseñar algoritmos de búsqueda de MPPT y, en segundo lugar, el ajuste de este punto. Esta problemática se resuelve mediante un control en lazo cerrado del convertidor que está conectado a las terminales de los módulos. Con respecto al ajuste del MPPT, existen trabajos reportados en la literatura, como por ejemplo, [Raghav Khanna and Mao. \(2014\)](#), [Emilio Mamarelis and Spagnuolo \(2014\)](#), [Diego R. Espinoza-Trejo and Angelo \(2015\)](#) entre otros. Sin embargo, estos autores realizan regulación del voltaje de máxima potencia. La desventaja de abordar el problema desde un punto de vista de regulación se debe a que a cambios abruptos de irradiancia se generan pérdidas en estado transitorio. Además, realizan un control modo voltaje, siendo la corriente la que sufre cambios considerables con respecto a variaciones de irradiancia. Es por ello que en este trabajo se pretende realizar seguimiento de trayectorias, y diseñar un control modo corriente para mejorar el desempeño del SFV.

Con respecto a la teoría de control, el problema que se aborda corresponde a un sistema de múltiples entradas, múltiples salidas, con señal de control no afín a la entrada. En este contexto se aplican resultados previos en la literatura dados por [Rafael Cisneros and Cabrera \(2014\)](#).

1.3. Contribuciones

Las contribuciones de este trabajo se dividen en dos partes; la primera en el área de sistemas fotovoltaicos, ya que se propone una ley de control modo corriente para extraer la máxima potencia disponible en los módulos fotovoltaicos, con seguimiento de trayectorias, y un esquema de interconexión a la red eléctrica. El sistema propuesto es el mostrado en la Figura 1.2. donde se considera que

- Los estados z_2 , z_3 , z_5 y z_6 son medibles.
- El estado z_{2^*} es medible.
- Los parámetros del sistema son conocidos.
- Todos los parámetros son positivos.
- La corriente del panel (i_{pv}) y el voltaje de la red (V_r) son medibles.

La segunda contribución corresponde al área de control, y se refiere a la metodología de análisis de los sistemas con estructura Hamiltoniana no afines en el control. Dicha contribución se refiere a la descomposición de un

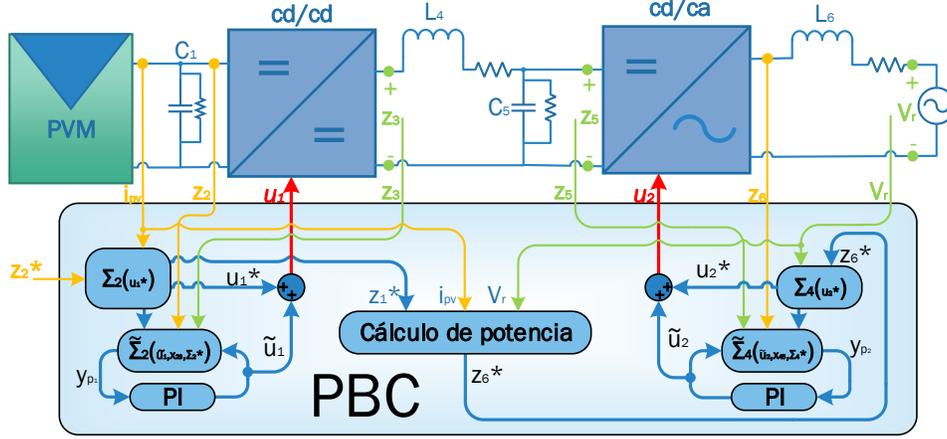


Figura 1.2: Sistema de control de MPPT conectado a la red eléctrica propuesta.

sistema completo en interconexión de sub-sistemas, de modo que la señal de control aparezca de forma lineal a la matriz de interconexión y poder aplicar la metodología de diseño reportada en [Paredes \(2015\)](#). También se presenta prueba de estabilidad del controlador propuesto.

1.4. Estructura de la tesis

El contenido de esta tesis está dividido en cinco capítulos. En el Capítulo 2 se muestran los preliminares, que se componen de la notaciones y acrónimos utilizados frecuentemente, herramientas y antecedentes útiles para el desarrollo de este trabajo. Específicamente, se presenta contenido básico de paneles solares, preliminares para análisis de sistemas que incluye estabilidad en el sentido de Lyapunov, pasividad e interconexión de sistemas.

El Capítulo 3 está dedicado al análisis del sistema en estudio. Específicamente, al modelado, prueba de estabilidad y representación Hamiltoniana de un sistema fotovoltaico conectado a la red eléctrica. En la primer parte de este capítulo se trabaja con un sistema fotovoltaico con carga resistiva, ya que es un sistema simple que permite visualizar de forma sencilla la metodología del análisis.

Por su parte, en el Capítulo 4 se presenta la ley de control por retroali-

mentación de salida pasiva que mantiene al sistema fotovoltaico en el punto de máxima potencia y dicha potencia es enviada a la red eléctrica. Se muestra validación numérica de los resultados.

Finalmente, el Capítulo 5 se muestran las conclusiones y trabajo futuro.

Preliminares

Este capítulo está dedicado a la revisión de algunas herramientas necesarias para el desarrollo de este trabajo de tesis, así como algunas definiciones teóricas y herramientas matemáticas para el análisis de sistemas físicos. En particular, se introduce la notación utilizada en la tesis. Se presentan además conceptos fundamentales de sistemas fotovoltaicos, como la definición de módulos fotovoltaicos, modelo eléctrico equivalente, modelo matemático, curvas características y algoritmos de búsqueda de MPPT. También se presentan preliminares sobre análisis de sistemas dinámicos, como estabilidad en el sentido de Lyapunov para sistemas no autónomos, punto de equilibrio, definición de sistemas pasivos, sistemas hamiltonianos e interconexión de sistemas físicos.

2.1. Notación y acrónimos

FV	Fotovoltaico
SFV	Sistema fotovoltaico
MFV	Módulo fotovoltaico
MPPT	Seguimiento de punto de máxima potencia
MPP	Punto de máxima potencia
LCK	Ley de Corrientes de Kirchhoff
LVK	Ley de Voltajes de Kirchhoff
CD	Corriente directa
CA	Corriente alterna
PBC	Control Basado en Pasividad
PI	Control Proporcional Integral
I_{sc}	Corriente de corto circuito
I_m	Corriente de máxima potencia
V_{oc}	Voltaje de circuito abierto
V_m	Voltaje de máxima potencia
∇	Operador gradiente
H	Hamiltoniano
x	Estados (flujos y cargas)
z	Estados (voltajes y corrientes)

2.2. Preliminares para paneles solares

2.2.1. Panel solar

Un panel solar o mejor conocido como módulo fotovoltaico es un sistema compuesto por celdas fotovoltaicas, entre 36 y 72 conectadas en serie y paralelo, montadas sobre una placa metálica, que convierten parte de la radiación solar incidente en energía eléctrica de corriente directa ?.

Una celda fotovoltaica es la unidad fundamental de un sistema fotovoltaico, que genera un voltaje entre $0.5V$ y $0.8V$ dependiendo el tipo de material y tecnología utilizada para su fabricación.

Para representar el comportamiento de una celda solar, generalmente se utiliza un circuito equivalente, el cual se muestra en la Figura 2.1. El modelo eléctrico consta de una fuente de corriente foto generada por acción de la irradiancia incidente en la celda, un diodo, una resistencia en paralelo, una resistencia en serie y una fuente de voltaje.

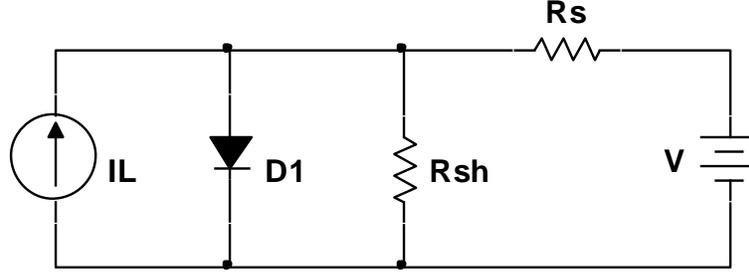


Figura 2.1: Modelo eléctrico equivalente de una celda fotovoltaica

El modelo matemático de la celda fotovoltaica se obtiene del circuito eléctrico equivalente y queda en función de la irradiancia y de la temperatura. Este modelo, al no contar con elementos almacenadores de energía, es estático, y esta dado por

$$I = N_P I_L - N_P I_0 \left[\exp \left(\frac{q \left(\frac{V}{N_S} + \frac{I R_s}{N_P} \right)}{k T_c A} \right) - 1 \right] - \frac{V + I R_s}{R_{sh}} \quad (2.1)$$

$$I_L = \frac{S}{S_{REF}} [I_{L,REF} + \mu_{ISC} (T_c - T_{c,REF})] \quad (2.2)$$

$$I_0 = I_{0,REF} \left(\frac{T_c}{T_{REF}} \right)^3 \exp \left[q E_G \left(\frac{1}{T_{REF}} - \frac{1}{T_c} \right) \right] \quad (2.3)$$

donde, N_P es el número de celdas en paralelo, N_S es el número de celdas en serie, I_L es la corriente foto generada, S es la irradiancia, S_{REF} es la irradiancia solar en condiciones de referencia ($1 \frac{kW}{m^2}$), $I_{L,REF}$ es la corriente foto generada en condiciones de referencia, μ_{ISC} es el coeficiente de corto circuito, I_0 es la corriente de saturación inversa, R_s es la resistencia en serie, R_{sh} es la resistencia en paralelo, V es el voltaje, q es la carga de un electrón ($1.6 \times 10^{-19} [C]$), k la constante de Boltzman ($1.38 \times 10^{-23} [J/K]$), T_c es la temperatura de la celda, A es el factor de idealidad (permite distinguir el comportamiento entre una celda de silicio y una de germanio) y E_G es la banda de energía prohibida del semiconductor (Band gap).

Debido a que el modelo del módulo depende de muchas variables, específicamente de la temperatura e irradiancia, en la literatura se ha optado por trabajar con las curvas representativas del sistema, las cuales se muestran a continuación.

2.2.2. Curva característica

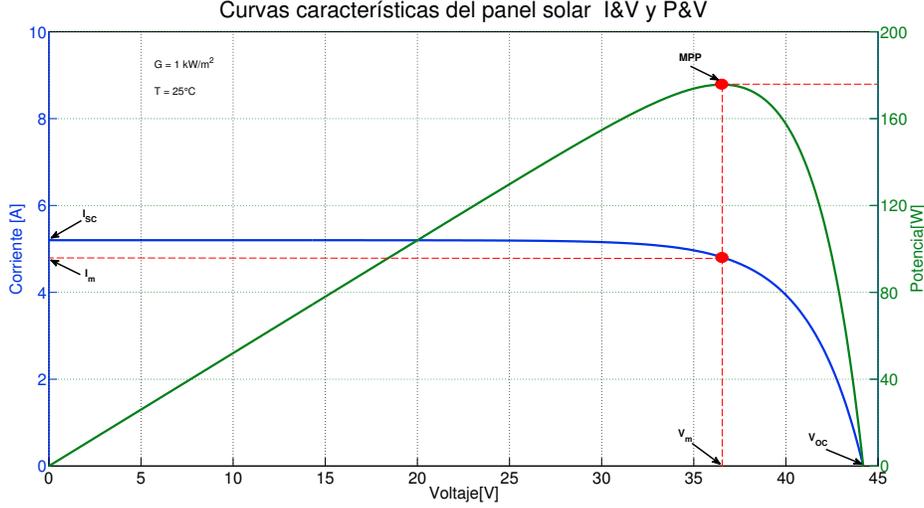


Figura 2.2: Curvas I-V (color azul) y P-V (color verde).

Los módulos fotovoltaicos ofrecen curvas características bien definidas de corriente-voltaje o de potencia-voltaje con un máximo global, al cual se le conoce como MPP. En la Figura 2.2 es posible ver en color azul la curva característica de corriente-voltaje, ante condiciones de irradiancia y temperatura constantes. En esta gráfica se muestran los parámetros de los módulos fotovoltaicos, que son: I_{sc} corriente de corto circuito, I_m corriente de máxima potencia, V_{oc} voltaje de circuito abierto y V_m voltaje de máxima potencia. En color verde se puede apreciar la gráfica de potencia-voltaje, cuyo punto más importante es MPP, que es el punto de máxima potencia. Sin embargo, este punto varía en función de la irradiancia y temperatura a las que este expuesto el módulo. Por ejemplo, en la Figura 2.3 se puede observar que el MPP en un módulo fotovoltaico disminuye en función de la irradiancia. Los cambios en el voltaje de máxima potencia son muy pequeños, en comparación con los cambios de voltaje de máxima potencia que sufre el módulo al disminuir la temperatura (ver Figura 2.4), por lo tanto al estar fuera de condiciones ideales, es decir irradiancia y temperatura distintos, se complica la búsqueda del MPP

2.2 Preliminares para paneles solares

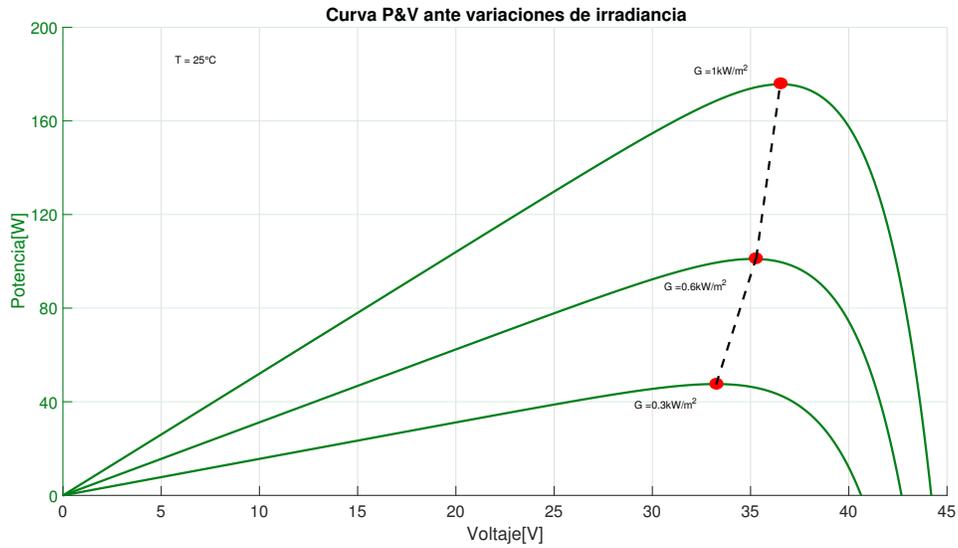


Figura 2.3: Curva P-V, con temperatura constante ($T = 25^{\circ}\text{C}$), y variaciones en la irradiancia.

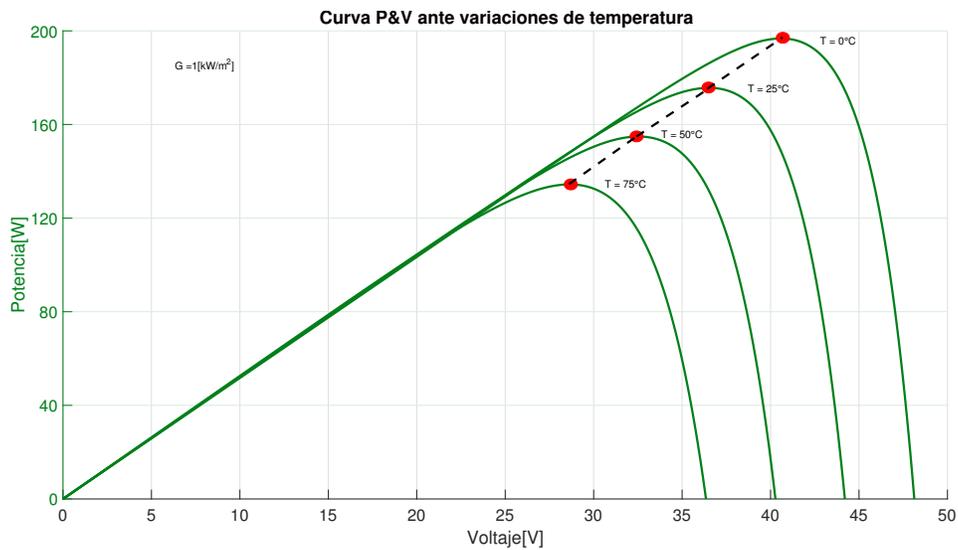


Figura 2.4: Curva P-V, con irradiancia constante ($G = 1\text{ [kw/m}^2\text{]}$), y variaciones en la temperatura.

2.2.3. Irradiancia

La irradiancia es utilizada para describir el valor de la potencia luminosa (energía/unidad de tiempo) incidente en un determinado instante por unidad de superficie de todo tipo de radiación electromagnética. Sus unidades de medida son $\frac{W}{m^2}$

2.2.4. Métodos de búsqueda de MPPT

2.2.4.1. Perturba y observa

El método se basa en modificar (perturbar) el voltaje en las terminales del MFV y observar la variación de la potencia de salida del convertidor de potencia. El incremento o decremento de tensión, modifica la potencia de salida. Por lo tanto, si hay un aumento en la potencia, la perturbación debe continuar realizándose en el mismo sentido para alcanzar el MPP. Si hay una disminución en la potencia, la perturbación debe ser invertida (ver Tab.2.1).

Tabla 2.1: Funcionamiento del algoritmo perturba y observa

Perturbación	Cambio en la potencia de salida	siguiente perturbación
Positiva	Positiva	Positiva
Positiva	Negativa	Negativa
Negativa	Positiva	Negativa
Negativa	Negativa	Positiva

2.2.4.2. Voltaje fraccional de circuito abierto

En sistemas fotovoltaicos existe una relación aproximadamente proporcional entre las variables de voltaje de máxima potencia V_m y voltaje de circuito abierto V_{oc} , para diferentes niveles de irradiación y temperatura. La relación es lineal y está dada por $V_m = k_1 * V_{oc}$. El factor k_1 es una constante. Una vez que se conoce k_1 , el V_m se puede calcular a partir del valor de V_{oc} .

2.2.4.3. Corriente fraccional de corto circuito

De igual forma que con el método de *voltaje fraccional de circuito abierto* es posible obtener el valor de la corriente de máxima potencia I_m por medio de la relación $I_m = k_2 * I_{sc}$, donde el valor de k_2 lo podemos obtener con ayuda de la hoja de especificaciones del MFV.

2.2.4.4. Conductancia incremental

El método de conductancia incremental está basado en el hecho de que la pendiente de la curva de potencia del panel solar es cero en el MPP, positiva a la izquierda del MPP y negativa a la derecha, es decir

$$\begin{cases} \frac{dP}{dV} = 0 & \text{en el MPP} \\ \frac{dP}{dV} > 0 & \text{a la izquierda del MPP} \\ \frac{dP}{dV} < 0 & \text{a la derecha del MPP} \end{cases} \quad (2.4)$$

dato que

$$\frac{dP}{dV} = \frac{d(VI)}{dV} = I + V \frac{dI}{dV} \approx I + V \frac{\Delta I}{\Delta V}$$

por lo tanto la ecuación (2.4) se puede escribir como

$$\begin{cases} \frac{\Delta I}{\Delta V} = -\frac{I}{V} & \text{en el MPP} \\ \frac{\Delta I}{\Delta V} > -\frac{I}{V} & \text{a la izquierda del MPP} \\ \frac{\Delta I}{\Delta V} < -\frac{I}{V} & \text{a la derecha del MPP} \end{cases}$$

El MPP puede alcanzarse comparando la conductancia instantánea (I/V) con la conductancia incremental ($\Delta I/\Delta V$). Dependiendo del resultado de la comparación se aumenta o disminuye el ciclo de trabajo del convertidor utilizado para acercar el punto de operación al MPP.

2.3. Preliminares para análisis de sistemas dinámicos

2.3.1. Estabilidad en el sentido de Lyapunov

Definición 1. *Suponga un sistema cuya dinámica está descrita por $\dot{x} = f(x, t)$. En caso de que la función f no tenga dependencia explícita del tiempo*

po, el sistema será autónomo; de lo contrario será un sistema no autónomo

Debido a que la estabilidad en el sentido de Lyapunov se enfoca a los puntos de equilibrio, es necesaria la siguiente definición tomada de [Khalil \(1996\)](#)

Definición 2. *Considere un sistema con dinámica $\dot{x} = f(x, t)$. Entonces x_* es un punto de equilibrio si $\dot{x} = f(x_*, t) = 0 \quad \forall t$. Es decir, si el sistema inicia en el punto x_* , permanece en dicho punto para todo tiempo.*

2.3.2. Pasividad

La pasividad es una propiedad intrínseca que poseen algunos sistemas y está relacionada con la energía. Suponga el sistema

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (2.5)$$

$$y = h(x, u) \quad (2.6)$$

donde $f : R^n \times R^p \rightarrow R^n$ es localmente Lipschitz, $h : R^n \times R^p \rightarrow R^p$ es continuo, $f(0; 0) = 0$ y $h(0; 0) = 0$. El número de entradas del sistema es igual al número de salidas. El sistema (2.5), (2.6) es pasivo si la energía que absorbe en cualquier período de tiempo $[0; t]$, es mayor o igual al incremento en la energía almacenada por el sistema en el mismo período de tiempo. Es decir

$$\int_0^t u(s)y(s)ds \geq V(x(t)) - V(x(0)) \quad (2.7)$$

donde $V(x)$ es la función de almacenamiento de energía del sistema. Debido a que (2.7) debe cumplirse para todo $t \geq 0$, el flujo de potencia interno del sistema debe ser mayor o igual a la tasa de cambio de la energía almacenada por el mismo. Lo cual queda expresado en la siguiente definición.

Definición 3. *El sistema (2.5), (2.6) es pasivo si existe una función semidefinida positiva continuamente diferenciable $V(x)$, llamada función de almacenamiento, tal que*

$$u^T y \geq \dot{V} = \frac{\partial V}{\partial x} f(x, u), \quad \forall (x, u) \in R^n \times R^p$$

Más aún, se dice que es un sistema

- *sin pérdidas si $u^T y = \dot{V}$*
- *pasivo por prealimentación de entrada si $u^T y \geq \dot{V} + u^T \varphi(u)$ para alguna función φ*
- *estrictamente pasivo a la entrada si $u^T y \geq \dot{V} + u^T \varphi(u)$ con $u^T \varphi(u) > 0, \forall u \neq 0$*
- *pasivo por retroalimentación de salida si $u^T y \geq \dot{V} + y^T \rho(y)$ para alguna función ρ*
- *estrictamente pasivo a la salida si $u^T y \geq \dot{V} + y^T \rho(y)$ con $y^T \rho(y) > 0, \forall y \neq 0$*
- *estrictamente pasivo si $u^T y \geq \dot{V} + \phi(x)$ para alguna función positiva definida ϕ*

En todos los casos, las desigualdades deben mantenerse para todo par (x, u) .

La propiedad de pasividad está fuertemente relacionada con estabilidad en el sentido de Lyapunov, como se muestra en el siguiente lema.

Lema 1. *Suponga que el sistema (2.5, 2.6) es pasivo con una función de almacenamiento $V(x)$ positiva definida, entonces el origen de $\dot{x} = f(x, 0)$ es estable.*

La estabilidad asintótica se puede demostrar a través de la definición de estado cero observable.

Definición 4. *El sistema es de estado cero observable si la única trayectoria del sistema con entrada $u = 0$ que puede hacer la salida cero, es decir, que puede permanecer en el conjunto $h(x) = 0$, es la solución trivial $x(t) \equiv 0$.*

Para demostrar estabilidad asintótica con el Lema 1 y la Definición 4, se presenta el siguiente lema.

Lema 2. *Considere el sistema (2.5), (2.6). El origen de $\dot{x} = f(x, 0)$ es asintóticamente estable si alguna de las siguientes condiciones se cumple*

- *es estrictamente pasivo*
- *es estrictamente pasivo a la salida y estado cero detectable.*

Más aún, si la función de almacenamiento es radialmente no acotada, el origen será global y asintóticamente estable.

Un resultado básico de estabilización asintótica para sistemas pasivos, es el siguiente teorema

Teorema 1. *El sistema (2.5), (2.6) es*

- *Pasivo, con función de almacenamiento positiva definida y radialmente no acotada, y*
- *de estado cero observable*

entonces el origen $x = 0$ puede ser estabilizado global y asintóticamente mediante la ley de control $u = -\phi(y)$ donde ϕ es cualquier función localmente Lipschitz, tal que $\phi(0) = 0$ y es pasiva $y^T \phi(y) > 0, \quad \forall y \neq 0$.

2.3.2.1. Sistemas Hamiltonianos

Un sistema Hamiltoniano es una representación de un sistema físico (puede ser no lineal) con ciertas propiedades, como por ejemplo, los puntos de equilibrio del sistema al que representan, coinciden con los puntos críticos de la función de energía del sistema. Los sistemas Hamiltonianos son pasivos, además todas las interconexiones del sistema quedan representadas en una matriz anti-simétrica, todos los elementos de amortiguamiento quedan representados por una matriz semidefinida positiva simétrica y es función del gradiente de la función de almacenamiento de energía del sistema. La estructura es la siguiente

$$\begin{aligned}\dot{x} &= [J(x) - R(x)] \nabla_x H(x) + g(x)u \\ y &= g(x)^T \nabla_x H(x)\end{aligned}$$

donde $x \in R^n$ son las variables que almacenan energía, $H(x) : R^n \rightarrow R$ es una función escalar definida positiva que representa la energía total almacenada del sistema, $u, y \in R^p$ son las variables de puerto (entradas y salidas). La matriz $J(x) \in R^{n \times n}$ es una matriz antisimétrica $J(x) = -J(x)^T$ que captura la interconexión del sistema, $R(x) \in R^{n \times n}$ es una matriz simétrica positiva semidefinida $R(x) = R^T(x) \geq 0$ que contiene a los elementos de disipación. Finalmente el vector $g(x) \in R^{n \times p}$ modela los puertos del sistema.

Los sistemas Hamiltonianos permiten hacer uso de la teoría de estabilidad en el sentido de Lyapunov si definimos el Hamiltoniano como función candidata de Lyapunov, pidiendo que el argumento mínimo sea igual al punto de equilibrio que se desea estabilizar, y obtenemos la derivada temporal a lo largo de las trayectorias del sistema, es decir

$$\begin{aligned} \dot{H} &= \nabla_x^T H(x) \dot{x} \\ &= \nabla_x^T H(x) ([J - R] \nabla_x H(x) + g(x)u) \\ &= \nabla_x^T H(x) J \nabla_x H(x) - \nabla_x^T H(x) R \nabla_x H(x) + \nabla_x^T H(x) g(x)u \\ &= -\nabla_x^T H(x) R \nabla_x H(x) + u^T y \end{aligned}$$

Además, si la función de almacenamiento de energía es lineal, entonces $\nabla_x H(x) = Px$ donde $P \in R^{n \times n}$ y es simétrica definida positiva $P = P^T > 0$, entonces

$$\dot{H} = -x^T P R P x + u^T y$$

Con el uso del Teorema 1 se puede diseñar una ley de control, además de obtener la prueba de estabilidad de forma sencilla para este tipo de sistemas.

2.3.3. Interconexión de sistemas

Cuando analizamos la estabilidad de un sistema dinámico no lineal, la complejidad del análisis crece rápidamente a medida que aumenta el orden del sistema. Esta situación nos motiva a buscar maneras de simplificar el análisis. Si el sistema puede ser modelado como una interconexión de subsistemas de orden inferior, entonces podemos seguir el análisis de estabilidad en dos pasos. En el primer paso, descomponemos el sistema en subsistemas aislados más pequeños haciendo caso omiso de las interconexiones y analizando la estabilidad de cada subsistema. En el segundo paso, combinamos nuestras conclusiones del primer paso con información sobre las interconexiones para sacar conclusiones sobre la estabilidad del sistema interconectado

Khalil (1996) Consideremos el sistema interconectado

$$\dot{x} = f_i(t, x_i) + g_i(t, x), \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2.8)$$

donde $x_i \in R^{n_i}$, $n_1 + \dots + n_m = n$, y $x = [x_1^T, \dots, x_m^T]^T$. Suponga que f_i y g_i son lo suficientemente suaves para asegurar la existencia local y la unicidad de la solución para todas las condiciones iniciales en un dominio de interés, y que

$$f_i(t, 0) = 0, \quad g_i(t, 0) = 0, \quad \forall i$$

De modo que el origen $x = 0$ es un punto de equilibrio del sistema. Ignorando las condiciones de interconexión, el sistema se descompone en m sub-sistemas aislados:

$$\dot{x}_i = f_i(t, x_i) \quad (2.9)$$

donde cada uno tiene un punto de equilibrio en su origen $x_i = 0$. Comenzamos buscando las funciones de Lyapunov que establecen una estabilidad uniforme y asintótica del origen para cada sub-sistema aislado. Supongamos que esta búsqueda ha sido exitosa y que, para cada sub-sistema, tenemos una función decreciente definida positiva de Lyapunov $V_i(t, x_i)$ cuya derivada a lo largo de las trayectorias del sub-sistema aislado (2.9) es definida negativa. La función

$$V(t, x) = \sum_{i=1}^m d_i V_i(t, x_i), \quad d_i > 0$$

Es la unión de funciones de Lyapunov compuesta para la colección de los m sub-sistemas aislados para todos los valores de las constantes positivas d_i .

2.3.4. Lema de Barbalat

En algunas ocasiones al demostrar estabilidad, podemos encontrar que la derivada de la función candidata de Lyapunov para sistemas no autónomos, es semidefinida negativa por lo cual, solo es posible demostrar estabilidad. Sin embargo, mediante el lema de Barbalat, es posible concluir estabilidad asintótica.

Lema 3. *Dada una función $f(t)$ diferenciable, tiene límite finito cuando $t \rightarrow \infty$ y si \dot{f} es uniformemente continua, entonces $\dot{f} \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$.*

Análisis del sistema fotovoltaico

Como se menciono anteriormente, en este trabajo de tesis se pretende trabajar en el MPPT de los MFV conectados a la red eléctrica, sin embargo, por facilidad de análisis, primero se trabajará con un sistema más simple, que consta de un panel solar, un convertidor de potencia y una carga resistiva; un vez entendido este sistema se cambiará la carga resistiva por un inversor con conexión a la red eléctrica.

En este trabajo, partimos de que queremos operar en el punto de máxima potencia de un panel solar, por ende, se debe tener una carga que sea capaz de consumir dicha potencia, es decir, que se cumpla la siguiente restricción de conservación de potencia

$$P_{MPE}(G, T) = P_c + P_p \quad (3.1)$$

donde $P_{MPE}(G, T)$ es la máxima potencia extraída del MFV (varía en función de la irradiancia y temperatura), P_c es la potencia entregada a la carga y P_p es la potencia de pérdidas del convertidor de potencia (constante). De la ecuación (3.1) se puede notar que la potencia entregada a la carga no puede ser constante.

En el primer sistema de estudio, la carga es una resistencia, y es bien conocido que la potencia de la resistencia se puede calcular por $P_R = V_R I_R$, y la relación constitutiva de la resistencia es $V_R = R I_R$, por lo tanto, se puede variar la potencia en una resistencia de tres formas diferentes, ya sea, variando la resistencia, el voltaje o la corriente. En este caso, dejaremos la resistencia constante y la ley de control variará el voltaje en función del MPPT para satisfacer en todo momento (3.1). En este sistema no se consideran pérdidas en el convertidor de potencia, por lo tanto, la potencia extraída al panel, es la potencia que consume la carga resistiva.

El segundo sistema es un escenario más real, ya que se consideran pérdidas en los elementos de los convertidores de potencia y se realiza la interconexión a la red eléctrica. La potencia inyectada a la red eléctrica es puramente activa. En este escenario, con el primer convertidor de potencia, se busca operar al MFV en el punto de máxima potencia, mientras que con el segundo convertidor se controla la potencia inyectada a la red eléctrica. Debido a que al realizar la conexión con la red eléctrica es necesario cumplir con un voltaje y una frecuencia dados, la única forma de inyectar la potencia extraída del MFV es por medio de la corriente, por lo tanto la corriente aumentará y disminuirá su amplitud en función del MPPT.

3.1. Análisis del sistema con carga resistiva

El sistema propuesto para el MPPT con carga resistiva se puede observar en la Figura 3.1, el cual consta de tres secciones: *i*) el módulo fotovoltaico (MFV), *ii*) un convertidor CD/CD elevador y *iii*) la carga. Tomando en

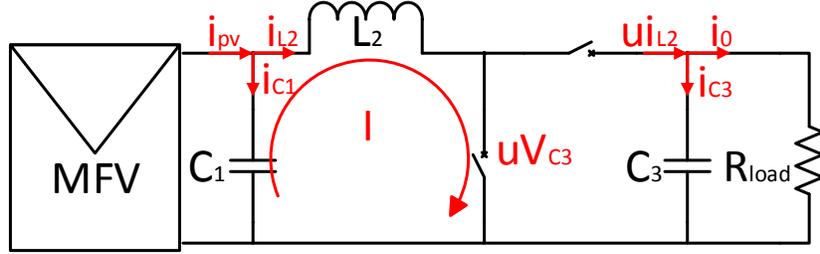


Figura 3.1: Convertidor CD/CD Elevador.

cuenta LVK y LCK y las relaciones constitutivas de los elementos, entonces es posible llegar a la representación matemática (3.2-3.4), donde $0 < u < 1$ ya que se considera el modelo promediado del sistema [Romeo Ortega \(1998\)](#).

$$C_1 \dot{z}_1 + z_2 = i_{pv} \quad (3.2)$$

$$L_2 \dot{z}_2 - z_1 + uz_3 = 0 \quad (3.3)$$

$$C_3 \dot{z}_3 + R_{load}^{-1} z_3 - uz_2 = 0. \quad (3.4)$$

En esta figura z_1 es el voltaje del MFV o voltaje del capacitor de entrada al convertidor, z_2 es la corriente del inductor y z_3 es el voltaje de la carga o voltaje de capacitor de salida del convertidor.

Además, se debe notar que $z_1 = C_1 q_{C_1}$, $z_2 = L_2 \phi_{L_2}$ y $z_3 = C_3 q_{C_3}$, donde q es la carga del capacitor, y ϕ el flujo magnético del inductor. Como resultado, el modelo matemático se puede representar en forma matricial a través de una estructura Hamiltoniana de la forma

$$\dot{x} = (J(u) - R)\nabla_x H(x) + E \quad (3.5)$$

$$y = \nabla_x H(x) \quad (3.6)$$

donde

$$H(x) = \frac{1}{2}x^T D x$$

$$x = \begin{bmatrix} q_{C_1} \\ \phi_{L_2} \\ q_{C_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} i_{pv} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_{load} \end{bmatrix}$$

$$J(u) = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -u \\ 0 & u & 0 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} C_1^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & L_2^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & C_3^{-1} \end{bmatrix}.$$

Algunas características del sistema son las siguientes:

- La señal de control no es afín, sólo actúa en dos canales del sistema, y no es lineal con respecto de la matriz de interconexión.
- El sistema es sub-actuado.
- La matriz de amortiguamiento R es semidefinida positiva y simétrica $R = R^T \geq 0$; la matriz de interconexión J , es una matriz antisimétrica $J = -J^T$ y la matriz de inercia D , es simétrica definida positiva $D = D^T > 0$.

3.1.1. Prueba de estabilidad del convertidor

La función de almacenamiento de energía del sistema es

$$V(x) = \frac{1}{2}x^T D x$$

la cual es radialmente no acotada, definida positiva y cuya derivada evaluada a lo largo de las trayectorias del sistema está dada por:

$$\dot{V}(x) = x^T D [(J(u) - R)\nabla_x H(x) + E].$$

Note que $x^T D = \nabla_x^T H(x)$ y $J(u)$ es una matriz antisimétrica que se encuentra en una forma cuadrática. Por lo tanto, este termino es cero para todo tiempo, entonces:

$$\begin{aligned}\dot{V}(x) &= -\nabla_x^T H(x) R \nabla_x H(x) + \nabla_x^T H(x) E \\ \dot{V}(x) &= -y^T R y + y^T E\end{aligned}$$

por lo tanto, el sistema es estrictamente pasivo a la salida desde $E \rightarrow y$. Note que en la prueba de estabilidad, la señal de control no aparece en el balance energético, debido a que esta inmersa en la matriz de interconexión J , siendo éste uno de los problemas para el diseño de la ley de control.

Además, teniendo en cuenta que la ley de control no interviene en esta prueba, se considera que el suministro de energía al sistema es cero, es decir $E = 0$, se obtiene que

$$\dot{V}(x) = -y^T R y$$

por lo que es posible concluir que el sistema es estable en el origen, ya que la derivada de la función de Lyapunov es semidefinida negativa $\dot{V}(x) \leq 0$. Sin embargo

$$\begin{aligned}\dot{V}(x) &\leq -\|R^{1/2}y\|^2 \\ \int_0^T \dot{V}(x) dt &\leq -\int_0^T \|R^{1/2}y\|^2 dt \\ V(x(T)) - V(x(0)) &\leq -\int_0^T \|R^{1/2}y\|^2 dt\end{aligned}$$

como $V(x)$ es una función decreciente $V(x(0)) \geq V(x(T))$ por lo tanto

$$-V(x(0)) \leq -\int_0^T \|R^{1/2}y\|^2 dt \quad (3.7)$$

$$\int_0^T \|R^{1/2}y\|^2 dt \leq V(x(0)) \leq \infty, \quad \forall t \quad (3.8)$$

ya que $V(x)$ es acotada por abajo y la derivada es semidefinida negativa, es posible concluir que $x \in L_\infty$. Además de la ecuación (3.8) es posible concluir que $R^{1/2}y \in L_2$ por lo tanto $x \in L_2$. De la ecuación (3.5) se puede ver que $\dot{x} \in L_\infty$ y por lo tanto, utilizando el lema de Barbalat podemos concluir que el punto de equilibrio $x = 0$ es global y asintóticamente estable.

Debido a que la ley de control se encuentra en el término antisimétrico, el sistema siempre es, global y asintóticamente estable, sin importar el valor de la ley de control, con entrada $E = 0$.

La conclusion anterior es muy importante, ya que es una prueba matemática del funcionamiento del sistema físico. En otras palabras quiere decir que si en el sistema mostrado en la Figura 3.1 hacemos que $i_{pv} = 0$, sin importar las condiciones iniciales de los elementos ni el valor de u , la energía del sistema disminuirá con el tiempo hasta llegar a cero.

3.1.2. Interconexión de sub-sistemas

Debido a que la señal de control no entra en todos los canales del sistema, se propone analizar al sistema general como una interconexión de sub-sistemas, uno en el que la señal de control entra en todos los canales y otro que no depende de la señal de control, es decir

$$\begin{aligned}\Sigma_1 : \\ \dot{x}_1 &= -L_2^{-1}x_2 + i_{pv} \\ y_1 &= C_1^{-1}x_1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Sigma_2 : \\ \dot{x}_{23} &= [J_2u - R_2]\nabla_{x_{23}}H_2(x_{23}) + E_2 \\ y_{23} &= \nabla_{x_{23}}H_2(x_{23})\end{aligned}$$

donde

$$\begin{aligned}J_2 &= \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} & R_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & R_{load} \end{bmatrix} & E_2 &= \begin{bmatrix} C_1^{-1}x_1 \\ 0 \end{bmatrix} \\ x_{23} &= \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} & D_2 &= \begin{bmatrix} L_2^{-1} & 0 \\ 0 & C_3^{-1} \end{bmatrix} \\ H_2(x_{23}) &= \frac{1}{2}x_{23}^T D_2 x_{23}.\end{aligned}$$

En este contexto las salidas y_1 y y_{23} , son las salidas pasivas del sistema.

En un diagrama de bloques, el sistema toma la forma mostrada en la Figura 3.4, donde se puede observar que la salida del sistema Σ_1 es la entrada del sistema Σ_2 y la salida del sistema Σ_2 es un vector, del cual solo un elemento es la entrada del sistema Σ_1 .

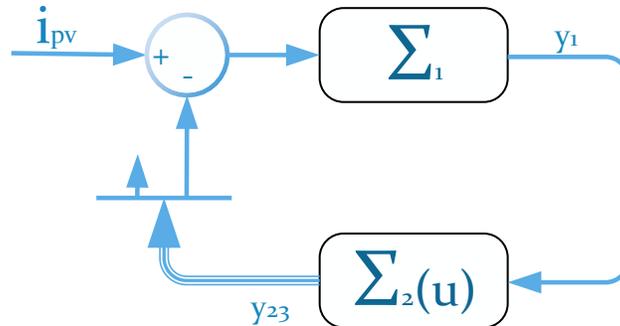


Figura 3.2: Sistema completo

La importancia de realizar el análisis del sistema como la interconexión de dos sub-sistemas, es que en el sistema Σ_2 es posible hacer que la matriz J_2 sea lineal con respecto a la señal de control, esta propiedad se aprovechará más adelante para el diseño de la ley de control.

3.2. Análisis del sistema fotovoltaico conectado a la red eléctrica

El sistema que se muestra en la Figura 3.3, es el propuesto para realizar la interconexión a la red eléctrica, el cual consta de ocho secciones: *i*) el módulo fotovoltaico (MFV), *ii*) un filtro de entrada, *iii*) un convertidor CD/CD elevador, *iv*) un inductor de enlace, *v*) un capacitor que genera el bus de CD, *vi*) un inversor, *vii*) un inductor de enlace con la red eléctrica y *viii*) dos bloques que generan dos leyes de control, una para cada convertidor.

Tomando en cuenta las LVK y LCK, las relaciones constitutivas de los elementos y el modelo promediado, entonces es posible llegar a la represen-

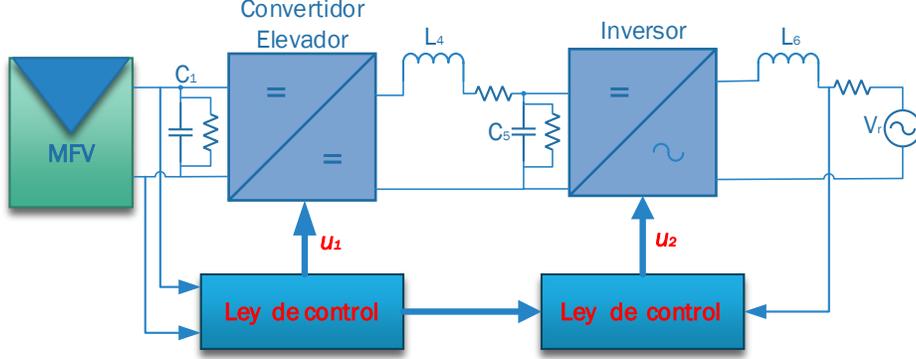


Figura 3.3: Sistema conectado a la red eléctrica

tación matemática dada por (3.9-3.14).

$$C_1 \dot{z}_1 + \frac{1}{r_1} z_1 + z_2 = i_{pv} \quad (3.9)$$

$$L_2 \dot{z}_2 + r_2 z_2 - z_1 + u_1 z_3 = 0 \quad (3.10)$$

$$C_3 \dot{z}_3 + \frac{1}{r_3} z_3 + z_4 - u_1 z_2 = 0 \quad (3.11)$$

$$L_4 \dot{z}_4 + r_4 z_4 - z_3 + z_5 = 0 \quad (3.12)$$

$$C_5 \dot{z}_5 + \frac{1}{r_5} z_5 + u_2 z_6 - z_4 = 0 \quad (3.13)$$

$$L_6 \dot{z}_6 + r_6 z_6 - u_2 z_5 = -V_r \quad (3.14)$$

donde z_1 es el voltaje del MPV, z_2 es la corriente de entrada del convertidor elevador, z_3 es el voltaje de salida del convertidor elevador, z_4 es la corriente del inductor de enlace, z_5 es el voltaje de bus de CD, z_6 es la corriente de salida del inversor, $0 < u_1 < 1$ es la ley de control del convertidor elevador y $-1 < u_2 < 1$ es la ley de control del inversor.

En este análisis también se realizará un cambio de variables para trabajar con flujos y cargas, por lo tanto, el modelo matemático se puede representar en forma matricial a través de la estructura Hamiltoniana:

$$\dot{x} = (J(u_1, u_2) - R) \nabla_x H(x) + E \quad (3.15)$$

$$y = \nabla_x H(x) \quad (3.16)$$

donde

$$H(x) = \frac{1}{2} x^T D x$$

$$\begin{aligned}
 x &= \begin{bmatrix} q_{C_1} \\ \phi_{L_2} \\ q_{C_3} \\ \phi_{L_4} \\ q_{C_5} \\ \phi_{L_6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} & E &= \begin{bmatrix} i_{pv} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -V_r \end{bmatrix} \\
 R &= \begin{bmatrix} r_1^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_3^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_5^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_6 \end{bmatrix} \\
 J(u) &= \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -u_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & u_1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -u_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & u_2 & 0 \end{bmatrix} \\
 D &= \begin{bmatrix} C_1^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_2^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_3^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_4^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_5^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_6^{-1} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Algunas características del sistema son las siguientes:

- El sistema cuenta con dos entradas de control, una de ellas se usará para MPPT del MFV y la otra para inyectar a la red la potencia extraída del MFV.
- Ninguna de las dos señales de control son afín, y sólo actúan en cuatro canales del sistema.
- El sistema es sub-actuado.
- Se tiene que $R = R^T > 0$; $J = -J^T$ y $D = D^T > 0$.

3.2.1. Prueba de estabilidad del convertidor

La función de almacenamiento de energía del sistema es

$$V(x) = \frac{1}{2}x^T D x \quad (3.17)$$

cuya derivada evaluada a lo largo de las trayectorias del sistema está dada por

$$\dot{V}(x) = x^T D [(J(u_1, u_2) - R) \nabla_x H(x) + E]. \quad (3.18)$$

Note que en este caso también se cumple que $x^T D = \nabla_x^T H(x) = y^T$ y $J(u_1, u_2)$ es una matriz antisimétrica que se encuentra en una forma cuadrática. Por lo tanto, este término es cero para todo tiempo, entonces

$$\dot{V}(x) = -y^T R y + y^T E. \quad (3.19)$$

Por lo tanto, el sistema es estrictamente pasivo a la salida desde $E \rightarrow y$. Esto quiere decir que con $E = 0$, $\dot{V}(x)$ es definida negativa, con lo que podemos concluir estabilidad asintótica del punto de equilibrio $x = 0$. Debido a que las dos leyes de control se encuentran en el término antisimétrico, el sistema siempre es global y asintóticamente estable, sin importar los valores de la ley de control, con entrada $E = 0$.

3.2.2. Interconexión de sub-sistemas

De manera similar al análisis anterior, se propone separar al sistema en cuatro sub-sistemas, dos de ellos que no dependan de ninguna de las señales de control, los otros dos sub-sistemas dependiendo de ellas, es decir

$\Sigma_1 :$

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -\frac{1}{r_1 C_1} x_1 - \frac{1}{L_2} x_2 + i_{pv} \\ y_1 &= \frac{1}{C_1} x_1 \end{aligned}$$

$\Sigma_2 :$

$$\begin{aligned} \dot{x}_{23} &= [J_{23} u_1 - R_{23}] \nabla_{x_{23}} H(x_{23}) + E_{23} \\ y_{23} &= \nabla_{x_{23}} H(x_{23}) \\ H(x_{23}) &= \frac{1}{2} x_{23}^T D_{23} x_{23} \end{aligned}$$

donde

$$J_{23} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad R_{23} = \begin{bmatrix} r_2 & 0 \\ 0 & r_3^{-1} \end{bmatrix} \quad E_{23} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_1}x_1 \\ -\frac{1}{L_4}x_4 \end{bmatrix}$$

$$x_{23} = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad D_{23} = \begin{bmatrix} L_2^{-1} & 0 \\ 0 & C_3^{-1} \end{bmatrix}.$$

Σ_3 :

$$\dot{x}_4 = -\frac{r_4}{L_4}x_4 + \frac{1}{C_3}x_3 - \frac{1}{C_5}x_5$$

$$y_4 = \frac{1}{L_4}x_4$$

Σ_4 :

$$\dot{x}_{56} = [J_{56}u_2 - R_{56}]\nabla_{x_{56}}H(x_{56}) + E_{56}$$

$$y_{56} = \nabla_{x_{56}}H(x_{56})$$

$$H(x_{56}) = \frac{1}{2}x_{56}^T D_{56}x_{56}$$

donde

$$J_{56} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad R_{56} = \begin{bmatrix} r_5^{-1} & 0 \\ 0 & r_6 \end{bmatrix} \quad E_{56} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_4}x_4 \\ -V_r \end{bmatrix}$$

$$x_{56} = \begin{bmatrix} x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} \quad D_{56} = \begin{bmatrix} C_5^{-1} & 0 \\ 0 & L_6^{-1} \end{bmatrix}.$$

En la Figura 3.4, se puede observar el diagrama de bloques de la interconexión de los cuatro sistemas, donde se puede notar que las señales de control u_1 y u_2 están presentes únicamente en los sub-sistemas Σ_2 y Σ_4 . Además, ahora aparecen de forma lineal con respecto a las matrices de interconexión, respectivamente, que es lo que se buscaba para el diseño de la ley de control.

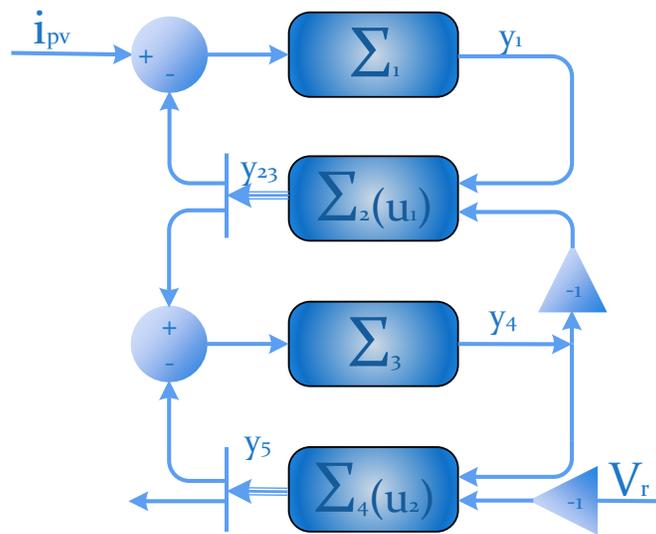


Figura 3.4: Sistema completo

Diseño del controlador basado en pasividad

Una vez que se tiene a los dos sistemas en una forma conveniente para el diseño de la ley de control, la cual esta basada en [Rafael Cisneros and Cabrera \(2014\)](#) con estructura Hamiltoniana, siguiendo las ideas presentadas en [Paredes \(2015\)](#), procederemos con el diseño de la estrategia de control para el sistema con carga resistiva, después se diseñaran las estrategias de control correspondientes al sistema conectado a la red eléctrica. Se debe tomar en cuenta que se requiere hacer seguimiento de trayectorias, por lo que se hace un cambio de variables, para trabajar con el error de seguimiento, y así convertir el problema de seguimiento en un problema de regulación de un punto de equilibrio.

4.1. Diseño de estrategia de control para el sistema con carga resistiva

Como se mencionó anteriormente, la ley de control no aparece de forma explícita en la prueba de estabilidad, por lo tanto se propone trabajar con el sistema incremental que se obtiene al definir un error del estado y del control, como se muestra a continuación

$$\tilde{x} = x_{23} - x_{\star} \tag{4.1}$$

$$\tilde{u} = u - u_{\star} \tag{4.2}$$

donde x_* y u_* , son los valores deseados. Entonces el objetivo de control es que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{x} = 0$$

garantizando estabilidad interna del sistema completo.

Los valores deseados deben pertenecer a las trayectorias admisibles del sistema. Las trayectorias admisibles del sistema se obtienen partiendo del hecho de que dada una trayectoria deseada existe una señal de control deseada que la genera, esto es

$$\dot{x}_* = [J_2 u_* - R_2] \nabla_{x_*} H_2(x_*) + E_2(x_{1*}). \quad (4.3)$$

$$y_* = \nabla_{x_*} H_2(x_*) \quad (4.4)$$

Por lo tanto, se sustituyen las ecuaciones (4.1-4.3) en la dinámica del sistema Σ_2 y se obtiene

$$\dot{\tilde{x}} = [J_2(\tilde{u} + u_*) - R_2] \nabla_{\tilde{x}+x_*} H_2(\tilde{x} + x_*) + E_2 - \dot{x}_*$$

Al sustituir el valor de \dot{x}_* se tiene la dinámica del error de seguimiento

$$\dot{\tilde{x}} = [J_2(\tilde{u} + u_*) - R_2] \nabla_{\tilde{x}} H_2(\tilde{x}) + J_2 \nabla_{x_*} H_2(x_*) \tilde{u} + E_2(\tilde{x}_1) \quad (4.5)$$

$$\tilde{y} = \nabla_{\tilde{x}} H_2(\tilde{x}) \quad (4.6)$$

donde $E_2(\tilde{x}_1)$ es el error de entrada y este error depende del sistema Σ_1 . Así se obtiene la dinámica del error de este sistema, la cual esta dada por

$$\dot{\tilde{x}}_1 = -L_2^{-1} x_2 + i_{pv} - \dot{x}_{1*}$$

donde \dot{x}_{1*} es la dinámica deseada que se define como

$$\dot{x}_{1*} = -L_2^{-1} x_{2*} + i_{pv}$$

Al sustituir la dinámica deseada en la dinámica del error obtenemos

$$\dot{\tilde{x}}_1 = -L_2^{-1} x_2 + i_{pv} - (-L_2^{-1} x_{2*} + i_{pv}) \quad (4.7)$$

$$\dot{\tilde{x}}_1 = -L_2^{-1} \tilde{x}_2 \quad (4.8)$$

con salida pasiva

$$\tilde{y}_1 = C_1^{-1} \tilde{x}_1$$

donde

$$E_2(\tilde{x}_1) = \begin{bmatrix} \tilde{y}_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

4.1.1. Prueba de estabilidad de la dinámica del error

La función de almacenamiento de energía del error de seguimiento, es la suma de las funciones de almacenamiento de los sub-sistemas que componen al sistema total, por lo tanto

$$V(\tilde{x}, \tilde{x}_1) = \frac{1}{2} \tilde{x}^T D_2 \tilde{x} + \frac{1}{2C_1} \tilde{x}_1^2$$

La derivada evaluada a lo largo de las trayectorias del error de seguimiento es

$$\dot{V}(\tilde{x}, \tilde{x}_1) = \nabla_{\tilde{x}}^T H_2(\tilde{x}) \dot{\tilde{x}} + C_1^{-1} \tilde{x}_1 \dot{\tilde{x}}_1$$

y al sustituir la dinámica del error, se tiene

$$\dot{V}(\tilde{x}, \tilde{x}_1) = -\tilde{y}^T R_2 \tilde{y} + \tilde{y}^T J_2 y_\star \tilde{u} + \tilde{y}^T E_2(\tilde{x}_1) - \tilde{y}_1(L_2^{-1} \tilde{x}_2) \quad (4.9)$$

note que los últimos dos términos de la ecuación (4.9) son iguales pero con signo diferente, se tiene que la derivada de la función de almacenamiento de energía es

$$\dot{V}(\tilde{x}, \tilde{x}_1) = -\tilde{y}^T R_2 \tilde{y} + \tilde{y}^T J_2 y_\star \tilde{u} \quad (4.10)$$

Como podemos darnos cuenta, ahora tenemos un grado de libertad para modificar la derivada del error de la función de almacenamiento de energía, ya que el error de la señal de control está presente de manera explícita en la derivada.

Si definimos una salida pasiva como

$$y_p^T = \tilde{y}^T J_2 y_\star \quad (4.11)$$

podemos concluir que el sistema es pasivo desde $\tilde{u} \rightarrow y_p$, por lo tanto se propone un control PI dado por

$$\dot{\zeta} = -y_p \quad (4.12)$$

y señal de control $\tilde{u} = -k_p y_p + k_i \zeta$, donde k_p , es la ganancia proporcional del controlador y es simétrica definida positiva $k_p = k_p^T > 0$ y k_i es la ganancia integral y también es simétrica definida positiva $k_i = k_i^T > 0$. Se propone la siguiente función candidata de Lyapunov, que es la suma de las funciones

4.1 Diseño de estrategia de control para el sistema con carga resistiva

de almacenamiento de energía de cada sub-sistema, tomando en cuenta el controlador dinámico

$$W(\tilde{x}, \tilde{x}_1, \zeta) = \frac{1}{2} \tilde{x}^T D_2 \tilde{x} + \frac{1}{2C_1} \tilde{x}_1^2 + \frac{1}{2} \zeta^T K_i \zeta \quad (4.13)$$

cuya derivada evaluada a lo largo de las trayectorias del sistema es

$$\dot{W}(\tilde{x}, \tilde{x}_1, \zeta) = -\tilde{y}^T R_2 \tilde{y} + y_p^T \tilde{u} + \zeta^T k_i(-y_p)$$

Al sustituir la ley de control \tilde{u} , se tiene

$$\dot{W}(\tilde{x}, \tilde{x}_1, \zeta) = -\tilde{y}^T R_2 \tilde{y} + y_p^T (-k_p y_p + k_i \zeta) - \zeta^T k_i(y_p) \quad (4.14)$$

$$\dot{W}(\tilde{x}, \tilde{x}_1, \zeta) = -\tilde{y}^T R_2 \tilde{y} - y_p^T k_p y_p \quad (4.15)$$

$$\dot{W}(\tilde{x}, \tilde{x}_1, \zeta) \leq -\|R_2^{1/2} \tilde{y}\|^2 - \lambda_{\min}(k_p) \|y_p\|^2 \quad (4.16)$$

Ahora, se define una salida aumentada

$$y_a = \begin{bmatrix} y_\star^T J_2 \\ R^{1/2} \end{bmatrix} \tilde{y} \quad (4.17)$$

si el rango de la matriz

$$\begin{bmatrix} y_\star^T J_2 \\ R^{1/2} \end{bmatrix}$$

es completo por columnas entonces, se puede concluir estabilidad asintótica al punto de equilibrio $\tilde{x} = 0$, ya que los estados del sistema $\tilde{x}, \tilde{x}_1, \zeta \in L_\infty$ y que $R^{1/2} \tilde{y}, y_p \in L_2$, por lo tanto $y_a \in L_2$ y para poder concluir que $y_a \rightarrow 0$ utilizamos [Tao \(1997\)](#), que dice, si una función es cuadráticamente integrable y su derivada es acotada, entonces la función converge asintóticamente a cero. Por lo cual, se tiene que demostrar que $\dot{y}_a \in L_\infty$, es decir que los argumentos de $\dot{y}_a \in L_\infty$

$$\dot{y}_a = \begin{bmatrix} \dot{y}_\star^T J_2 \\ R^{1/2} \end{bmatrix} \tilde{y} + \begin{bmatrix} y_\star^T J_2 \\ R^{1/2} \end{bmatrix} \dot{\tilde{y}} \quad (4.18)$$

recordando que $y_\star = D x_\star$ por lo tanto $\dot{y}_\star = D \dot{x}_\star$, y que $\tilde{y} = D \tilde{x}$ por lo tanto $\dot{\tilde{y}} = D \dot{\tilde{x}}$, y debido a que $\tilde{x}, \dot{\tilde{x}} \in L_\infty$, entonces se concluye que $\dot{y}_a \in L_\infty$.

El diagrama de bloques del sistema completo en coordenadas del error es el que se muestra en la Figura 4.1, donde se puede apreciar de mejor manera la interconexión de los sub-sistemas, donde ahora también aparece un bloque debido al controlador.

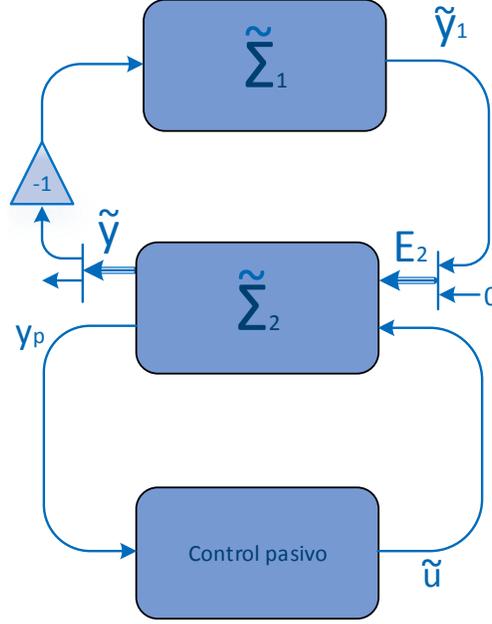


Figura 4.1: Sistema completo

4.1.2. Cálculo de los valores deseados

Hasta ahora lo que se ha hecho es analizar y demostrar matemáticamente que el punto de equilibrio $\tilde{x} = 0$ es asintóticamente estable. Sin embargo falta calcular las trayectorias deseadas, que deben ser las de MPPT y que son parte de la ley de control. Como se mencionó anteriormente, las trayectorias deseadas son todas las que satisfacen la ecuación (4.3) o bien, en voltajes y corrientes las ecuaciones de

$$\begin{aligned} C_1 \dot{z}_{1*} + z_{2*} &= i_{pv} \\ L_2 \dot{z}_{2*} - z_{1*} + u_* z_{3*} &= 0 \\ C_3 \dot{z}_{3*} + R_{load}^{-1} z_{3*} - u_* z_{2*} &= 0. \end{aligned}$$

Existen varios métodos para generar la referencia y la que se utilizará en este trabajo es el método de *Fracción de corriente de corto circuito*. Ya que es necesario conocer el valor de la corriente de máxima potencia en todo tiempo, con este método se puede lograr, ya que se coloca un panel solar con las mismas características del panel a controla y se cortocircuita, siendo una fracción de esta corriente, la de máxima potencia.

Considere z_{2*} conocida, por lo tanto

$$\dot{z}_{1*} = \frac{1}{C_1}(i_{pv} - z_{2*}) \quad (4.19)$$

$$u_* = -\frac{1}{z_{3*}}(L_2\dot{z}_{2*} - z_{1*}) \quad (4.20)$$

$$\dot{z}_{3*} = -\frac{1}{C_3}(R_{load}^{-1}z_{3*} - u_*z_{2*}). \quad (4.21)$$

De esta ecuación se concluye que z_{3*} debe ser diferente de cero para que u_* exista.

4.1.3. Validación numérica

Los parámetros que se utilizaron para la validación numérica del controlador son los mostrados en la Tabla 4.1. La señal de referencia se obtuvo

Tabla 4.1: Parámetros del sistema

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidades
Capacitor de entrada	C_1	1	mF
Inductor	L_2	0.4	mH
Capacitor de salida	C_3	25	μF
Resistencia de carga	R_3	100	Ω
Ganancia integral	k_i	25	--
Ganancia proporcional	k_p	$22e^{-3}$	--

mediante el hecho de que la corriente de máxima potencia es el 92% de la corriente de cortocircuito. Por lo tanto, se cortocircuitó el modelo de un panel que tiene las mismas condiciones de irradiancia y temperatura que el panel a controlar.

Los parámetros del MFV simulado, son los que se muestran en la Tabla 4.2

La irradiancia y temperatura que se tomaron en cuenta son los mostrados en la Figura 4.2, que son datos reales, de un día común. Es pertinente mencionar que estos datos se utilizaron con el fin de simulación y debido a

4.2 Diseño de estrategia de control para el sistema conectado a la red eléctrica

Tabla 4.2: Parámetros MPV

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidades
Voltaje de máxima potencia	V_m	35.2	V
Voltaje de circuito abierto	V_{oc}	44.2	V
Corriente de máxima potencia	I_m	4.95	A
Corriente de corto circuito	I_{sc}	5.2	A

que el valor de la irradiancia es muy bajo en el horario de 00 : 00 – 7 : 00Hr. y de 19 : 00 – 24 : 00Hr., estos lapsos de tiempo se omitirán, ya que en una situación real el sistema no puede operar en esta zona, ya que no hay energía disponible.

En la Figura 4.3 se puede observar que se logra el seguimiento de la señal deseada en los tres estados después de la línea punteada de color verde, esto se debe al comportamiento de la gráfica de irradiancia.

En la Figura 4.4 podemos observar la señal de control, la cual permanece entre cero y uno dentro de las dos líneas verdes, cruzando esos puntos la señal de control se satura, debido a que no hay energía suficiente en el sistema, y la ley de control intenta compensar dicha falta de energía. Físicamente la interpretación es que el interruptor de conmutación permanece cerrado. Se observa que la señal de control y la señal de control deseada son prácticamente las mismas, con un error al inicio, el cual podemos ver en la tercer gráfica.

Finalmente en la Figura 4.5 se muestra la potencia máxima que podemos extraer al panel solar, y la potencia que estamos extrayendo con el algoritmo de control, las cuales son idénticas, por lo tanto se cumple el objetivo de control.

4.2. Diseño de estrategia de control para el sistema conectado a la red eléctrica

Para este sistema seguiremos la metodología anterior, que es, obtener el sistema incremental, para que el error de la señal de control sea afín a la

4.2 Diseño de estrategia de control para el sistema conectado a la red eléctrica

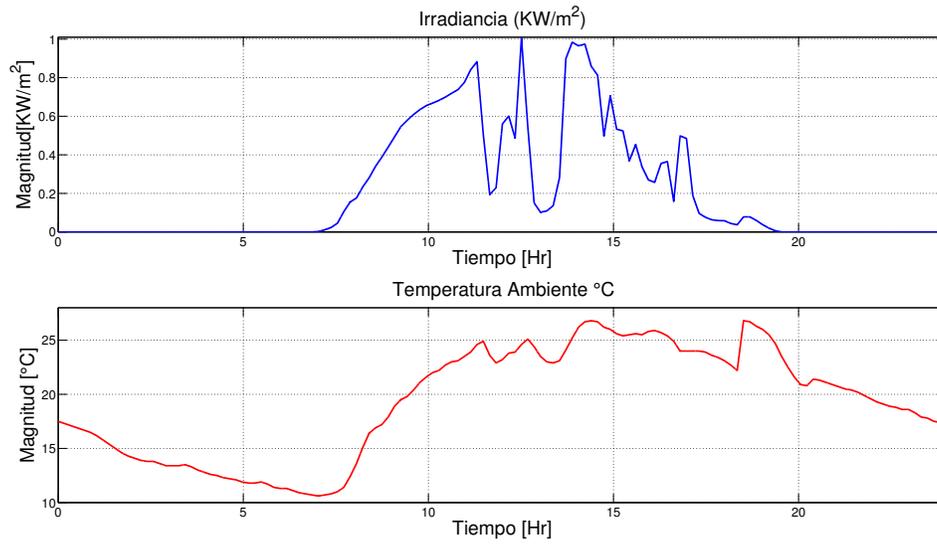


Figura 4.2: Irradiancia y temperatura de un día común

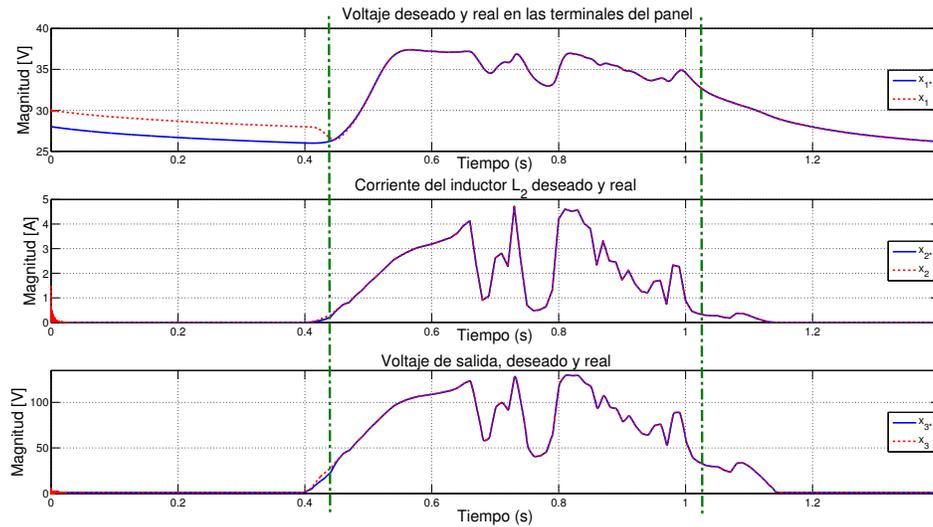


Figura 4.3: Estados y estados deseados

4.2 Diseño de estrategia de control para el sistema conectado a la red eléctrica

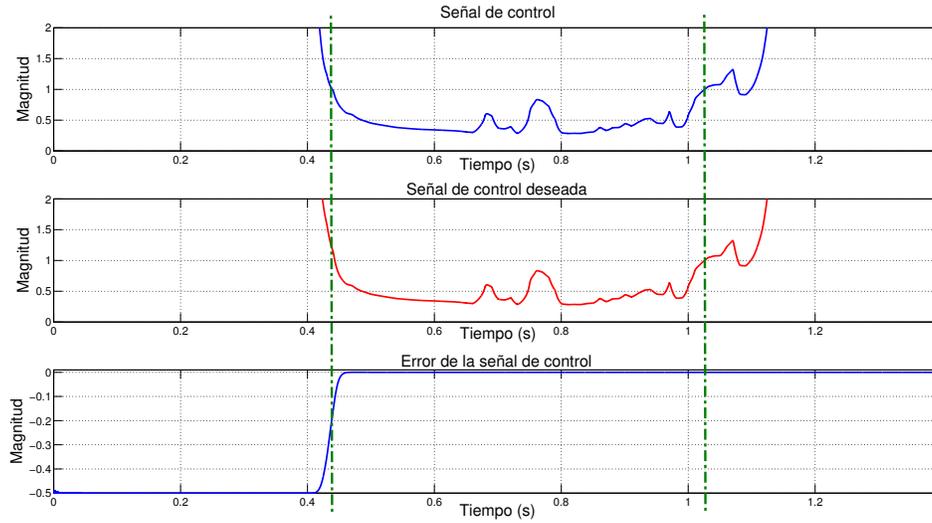


Figura 4.4: Señal de control, señal de control deseada y error de la señal de control

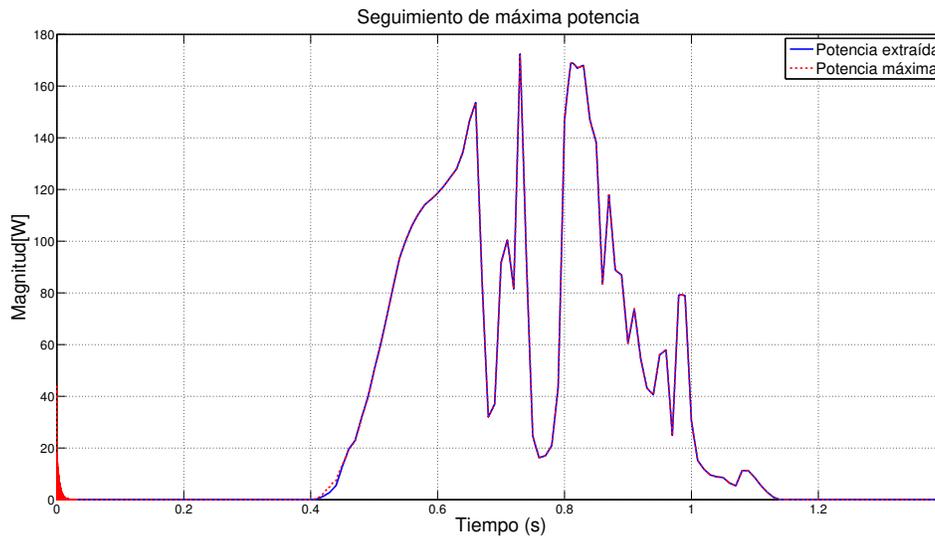


Figura 4.5: Potencia disponible y potencia extraída

4.2 Diseño de estrategia de control para el sistema conectado a la red eléctrica

entrada. Primero se analizará el sub-sistema Σ_2 donde se obtiene el sistema incremental de la siguiente forma

$$\tilde{x}_{23} = x_{23} - x_{\star 23} \quad (4.22)$$

$$\tilde{u}_1 = u_1 - u_{\star 1} \quad (4.23)$$

donde $x_{\star 23}$ y $u_{\star 1}$, son los valores deseados, tanto del estado como de la señal de control respectivamente. Entonces, el objetivo de control es

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{x}_{23} = 0$$

garantizando estabilidad interna del sistema completo.

Los valores deseados pertenecer a las trayectorias admisibles del sistema. Como se menciono anteriormente, las trayectorias admisibles del sistema se obtienen partiendo del hecho de que dada una trayectoria deseada existe una señal de control deseada que la genera, esto es

$$\dot{x}_{\star 23} = [J_{23}u_{\star 1} - R_{23}] \nabla_{x_{\star 23}} H_{23}(x_{\star 23}) + E_{23}. \quad (4.24)$$

Por lo tanto, se sustituyen las ecuaciones (4.22-4.24) en la dinámica del sistema Σ_2 , obteniendo

$$\dot{\tilde{x}}_{23} = [J_{23}u_1 - R_{23}] \nabla_{(\tilde{x}_{23} + x_{\star 23})} H_{23}(\tilde{x}_{23} + x_{\star 23}) + E_{23} - \dot{x}_{\star 23}$$

Al sustituir el valor de $\dot{x}_{\star 23}$ se tiene la dinámica del error de seguimiento

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_{23} &= [J_{23}u_1 - R_{23}] \nabla_{\tilde{x}_{23}} H_{23}(\tilde{x}_{23}) + J_{23} \nabla_{x_{\star 23}} H_{23}(x_{\star 23}) \tilde{u}_1 + \tilde{E}_{23} \\ \tilde{y}_{23} &= \nabla_{\tilde{x}_{23}} H_{23}(\tilde{x}_{23}) \end{aligned}$$

donde

$$\tilde{E}_{23} = \begin{bmatrix} C_1^{-1} \tilde{x}_1 \\ -L_4^{-1} \tilde{x}_4 \end{bmatrix}. \quad (4.25)$$

Debido a que los sub-sistemas Σ_2 y Σ_4 tienen la misma estructura, entonces es posible deducir que

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_{56} &= [J_{56}u_2 - R_{56}] \nabla_{\tilde{x}_{56}} H_{56}(\tilde{x}_{56}) + J_{56} \nabla_{x_{\star 56}} H_{56}(x_{\star 56}) \tilde{u}_2 + \tilde{E}_{56} \\ \tilde{y}_{56} &= \nabla_{\tilde{x}_{56}} H_{56}(\tilde{x}_{56}) \end{aligned}$$

donde

$$\tilde{E}_{56} = \begin{bmatrix} L_4^{-1} \tilde{x}_4 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (4.26)$$

De (4.25) se puede observar que se requiere de \tilde{x}_1 , la cual se define como $\tilde{x}_1 = x_1 - x_{1\star}$ donde

$$\dot{x}_{\star 1} = -r_1^{-1}C_1^{-1}x_{\star 1} - L_2^{-1}x_{\star 2} + i_{pv} \quad (4.27)$$

Al sustituir (4.27) en la dinámica del error se obtiene

$$\dot{\tilde{x}}_1 = -r_1^{-1}C_1^{-1}\tilde{x}_1 - L_2^{-1}\tilde{x}_2 \quad (4.28)$$

$$\tilde{y}_1 = C_1^{-1}\tilde{x}_1. \quad (4.29)$$

También se requiere de \tilde{x}_4 , que se define como $\tilde{x}_4 = x_4 - x_{\star 4}$, donde

$$\dot{x}_{\star 4} = -r_4L_4^{-1}x_{\star 4} - C_3^{-1}x_{\star 3} - C_5^{-1}x_{\star 5} \quad (4.30)$$

Al sustituir (4.27) en la dinámica del error se obtiene

$$\dot{\tilde{x}}_4 = -r_4L_4^{-1}\tilde{x}_4 + C_3^{-1}\tilde{x}_3 - C_5^{-1}\tilde{x}_5 \quad (4.31)$$

$$\tilde{y}_1 = C_1^{-1}\tilde{x}_1. \quad (4.32)$$

Note que

$$\tilde{E}_{23} = \begin{bmatrix} \tilde{y}_1 \\ -\tilde{y}_4 \end{bmatrix} \quad \tilde{E}_{56} = \begin{bmatrix} \tilde{y}_4 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

4.2.1. Prueba de estabilidad de la dinámica del error

La función de almacenamiento de energía del error de seguimiento de todo el sistema es la suma de las funciones de almacenamiento de cada sub-sistema, es decir

$$V(\tilde{x}_1, \tilde{x}_{23}, \tilde{x}_4, \tilde{x}_{56}) = \frac{1}{2C_1}\tilde{x}_1^2 + \frac{1}{2}\tilde{x}_{23}^T D_2 \tilde{x}_{23} + \frac{1}{2L_4}\tilde{x}_4^2 + \frac{1}{2}\tilde{x}_{56}^T D_4 \tilde{x}_{56}$$

cuya derivada evaluada a lo largo de las trayectorias del error de seguimiento es

$$\begin{aligned} \dot{V}(\tilde{x}_1, \tilde{x}_{23}, \tilde{x}_4, \tilde{x}_{56}) &= C_1^{-1}\tilde{x}_1\dot{\tilde{x}}_1 + \nabla_{\tilde{x}_{23}}^T H_{23}(\tilde{x}_{23})\dot{\tilde{x}}_{23} + L_4^{-1}\tilde{x}_4\dot{\tilde{x}}_4 \\ &\quad + \nabla_{\tilde{x}_{56}}^T H_{56}(\tilde{x}_{56})\dot{\tilde{x}}_{56} \end{aligned}$$

Al sustituir la dinámica del error se tiene

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -r_1^{-1}\tilde{y}_1^2 - \tilde{y}_1L_2^{-1}\tilde{x}_2 - \tilde{y}_{23}^T R_{23}\tilde{y}_{23} + \tilde{y}_{23}^T J_{23}y_{23\star}\tilde{u}_1 + \tilde{y}_{23}^T \tilde{E}_{23} - \\ &\quad - r_4\tilde{y}_4^2 + \tilde{y}_4C_3^{-1}\tilde{x}_3 - \tilde{y}_4C_5^{-1}\tilde{x}_5 - \tilde{y}_{56}^T R_{56}\tilde{y}_{56} + \tilde{y}_{56}^T J_{56}y_{56\star}\tilde{u}_2 + \tilde{y}_{56}^T \tilde{E}_{56} \end{aligned}$$

Reduciendo la expresión anterior, es posible llegar a

$$\dot{V} = -r_1^{-1}\tilde{y}_1^2 - \tilde{y}_{23}^T R_{23}\tilde{y}_{23} + y_{p1}^T \tilde{u}_1 - r_4\tilde{y}_4^2 - \tilde{y}_{56}^T R_{56}\tilde{y}_{56} + y_{p2}^T \tilde{u}_2 \quad (4.34)$$

donde

$$\begin{aligned} y_{p1}^T &= \tilde{y}_{23}^T J_{23} y_{23*} \\ y_{p2}^T &= \tilde{y}_{56}^T J_{56} y_{56*}. \end{aligned}$$

La derivada de la función de almacenamiento de energía depende del error de la señal de control \tilde{u}_1 y \tilde{u}_2 , con lo cual, es posible asegurar que la función sea negativa, definiendo adecuadamente el error de la señal de control.

Se propone un control PI, el cual se define de la siguiente forma

$$\dot{\zeta}_1 = -y_{p1} \quad \dot{\zeta}_2 = -y_{p2}$$

y señal de control $\tilde{u}_1 = -k_{p1}y_{p1} + k_{i1}\zeta_1$ y $\tilde{u}_2 = -k_{p2}y_{p2} + k_{i2}\zeta_2$ donde $k_{p1} = k_{p1}^T > 0$, $k_{i1} = k_{i1}^T > 0$, $k_{p2} = k_{p2}^T > 0$ y $k_{i2} = k_{i2}^T > 0$.

Por lo tanto, la función de almacenamiento de energía del sistema, es la suma de las funciones de almacenamiento de energía de cada sub-sistema más la suma de las funciones de almacenamiento de energía debidas al controlador, es decir

$$\begin{aligned} W(\tilde{x}_1, \tilde{x}_{23}, \tilde{x}_4, \tilde{x}_{56}) &= \frac{1}{2C_1}\tilde{x}_1^2 + \frac{1}{2}\tilde{x}_{23}^T D_2\tilde{x}_{23} + \frac{1}{2L_4}\tilde{x}_4^2 + \frac{1}{2}\tilde{x}_{56}^T D_4\tilde{x}_{56} \\ &+ \frac{1}{2}\zeta_1^T k_{i1}\zeta_1 + \frac{1}{2}\zeta_2^T k_{i2}\zeta_2 \end{aligned}$$

cuya derivada evaluada a lo largo de las trayectorias del sistema es

$$\begin{aligned} \dot{W} &= -r_1^{-1}\tilde{y}_1^2 - \tilde{y}_{23}^T R_{23}\tilde{y}_{23} + y_{p1}^T \tilde{u}_1 - r_4\tilde{y}_4^2 - \tilde{y}_{56}^T R_{56}\tilde{y}_{56} + y_{p2}^T \tilde{u}_2 \\ &+ \zeta_1^T k_{i1}(-y_{p1}) + \zeta_2^T k_{i2}(-y_{p2}) \end{aligned}$$

Al sustituir \tilde{u}_1 y \tilde{u}_2 se tiene que

$$\begin{aligned} \dot{W} &= -r_1^{-1}\tilde{y}_1^2 - \tilde{y}_{23}^T R_{23}\tilde{y}_{23} + y_{p1}^T (-k_{p1}y_{p1} + k_{i1}\zeta_1) - r_4\tilde{y}_4^2 - \tilde{y}_{56}^T R_{56}\tilde{y}_{56} + \\ &+ y_{p2}^T (-k_{p2}y_{p2} + k_{i2}\zeta_2) + \zeta_1^T k_{i1}(-y_{p1}) + \zeta_2^T k_{i2}(-y_{p2}) \\ \dot{W} &= -r_1^{-1}\tilde{y}_1^2 - \tilde{y}_{23}^T R_{23}\tilde{y}_{23} - y_{p1}^T k_{p1}y_{p1} - r_4\tilde{y}_4^2 - \tilde{y}_{56}^T R_{56}\tilde{y}_{56} - y_{p2}^T k_{p2}y_{p2} \end{aligned}$$

Se puede observar que todos los argumentos del sistema tienen signo definido, además, las funciones $\tilde{y}_1, \tilde{y}_4, \tilde{y}_{23}$ y \tilde{y}_{56} son lineales con respecto de \tilde{x} . Además, la función y_{p1} es lineal con respecto de \tilde{y}_{23} y y_{p2} es lineal con respecto de \tilde{y}_{56} , sin embargo no depende de la variable ζ , es decir, la derivada de la función de Lyapunov es semidefinida negativa, por lo tanto el punto de equilibrio es estable. Afortunadamente, debido a que $W \in L_\infty$ entonces $\tilde{x}_1, \tilde{x}_{23}, \tilde{x}_4, \tilde{x}_{56} \in L_\infty$, además como $\tilde{y}_1, \tilde{y}_4, \tilde{y}_{23}, \tilde{y}_{56} \in L_2, y_{p1}, y_{p2} \in L_2$ por lo tanto $\dot{\tilde{x}}_1, \dot{\tilde{x}}_{23}, \dot{\tilde{x}}_4, \dot{\tilde{x}}_{56} \in L_2$, analizando la dinámica del sistema es posible concluir que $\dot{\tilde{x}}_1, \dot{\tilde{x}}_{23}, \dot{\tilde{x}}_4, \dot{\tilde{x}}_{56} \in L_\infty$ por lo tanto por el lema de Barbalat podemos concluir que el punto de equilibrio es global y asintóticamente estable.

4.2.2. Validación numérica

Los parámetros que se utilizaron para la validación numérica del controlador son los mostrados en la Tabla 4.3. Debido a que se tienen dos señales de control, es posible imponer dos de los estados del sistema, que serán las señales de referencia. Una de las señal de referencia deseadas es la corriente del inductor L_2 la cual se obtuvo mediante el hecho de que la corriente de máxima potencia es el 92 % de la corriente de cortocircuito. Por lo tanto, se cortocircuitó el modelo de un panel que tiene las mismas condiciones de irradiancia y temperatura que el panel a controlar. La segunda señal de referencia que se desea imponer es la corriente de salida, pues con ésta, es posible controlar la potencia que queremos inyectar a la red eléctrica, la cual está limitada por la potencia del MFV. Como se quiere trabajar en el punto de máxima potencia del MFV, la potencia de salida del sistema debe ser igual al de entrada menos la potencia disipada por las resistencias de pérdidas de los elementos, esto es

$$P_s = P_e - P_p$$

donde P_s es la potencia de salida, P_e es la potencia del MFV, P_p es la potencia de pérdidas. Como P_e se debe al MFV y éste trabaja con corriente directa, la potencia se calcula de la siguiente manera

$$P_e = z_1 i_{pv}.$$

Como solo se requiere extraer potencia activa del sistema, la potencia de salida se calcula con la siguiente ecuación

$$P_s = V_{rRMS} z_{6RMS}$$

4.2 Diseño de estrategia de control para el sistema conectado a la red eléctrica

Tabla 4.3: Parámetros del sistema

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidades
Capacitor de entrada	C_1	1	mF
Pérdidas de C_1	R_1	1	$M\Omega$
Inductor	L_2	0.4	mH
Pérdidas de L_2	R_2	0.1	Ω
Capacitor C_3	C_3	25	μF
Pérdidas de C_3	R_3	1.1	$M\Omega$
Inductor de enlace	L_4	1	mH
Pérdidas de L_4	R_4	0.13	Ω
Capacitor C_5	C_5	47	μF
Pérdidas de C_5	R_5	1.4	$M\Omega$
Inductor de salida	L_6	40	mH
Pérdidas de L_6	R_6	0.06	Ω
Voltaje de red eléctrica	V_r	$127 * \sqrt{2} f = 60$	$[V], [Hz]$
Ganancia integral 1	k_{i_2}	$2.5e^{-6}$	--
Ganancia proporcional 1	k_{p_2}	$0.15e^{-3}$	--
Ganancia integral 2	k_{i_5}	$25e^{-8}$	--
Ganancia proporcional 2	k_{p_5}	$1.5e^{-5}$	--

4.2 Diseño de estrategia de control para el sistema conectado a la red eléctrica

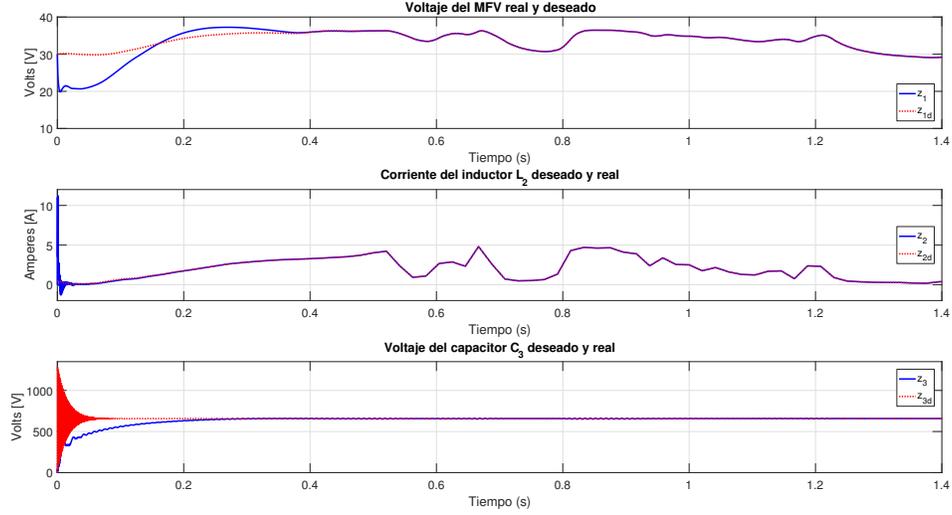


Figura 4.6: Primeros tres estados y estados deseados del sistema

y la potencia de pérdidas esta dada por

$$P_p = \frac{1}{R_1} z_1^2 + \frac{1}{R_2} z_2^2 + \frac{1}{R_3} z_3^2 + \frac{1}{R_4} z_4^2 + \frac{1}{R_5} z_5^2 + \frac{1}{R_6} z_6^2$$

por lo tanto la señal $z_{\star 6}$ esta dada por

$$z_{\star 6_{RMS}} = \frac{P_e - P_p}{V_{r_{RMS}}}$$

Los parámetros del MFV simulado, son los que se muestran en la Tabla 4.2.

En la Figura 4.6 se puede observar que se logra el seguimiento de la señal deseada en los primeros tres estados, donde la primer gráfica muestra el voltaje del MPV, el cual varía entre 20 y 39[V], dependiendo de las condiciones de irradiancia, en la segunda gráfica se muestra la corriente extraída del MFV, en la que se observan los cambios abruptos de irradiancia que incide en el MPV. En la última gráfica se muestra el voltaje de salida del convertidor elevador, el cual llega a un valor constante.

En la Figura 4.7 se puede observar que se logra el seguimiento de la señal deseada en los últimos tres estados, donde la primer gráfica muestra la corriente de enlace entre ambos convertidores de potencia, la cual en estado permanente siempre es positiva. Esto quiere decir que la transferencia de potencia siempre es del MPV a la red eléctrica. En la gráfica del centro se

4.2 Diseño de estrategia de control para el sistema conectado a la red eléctrica

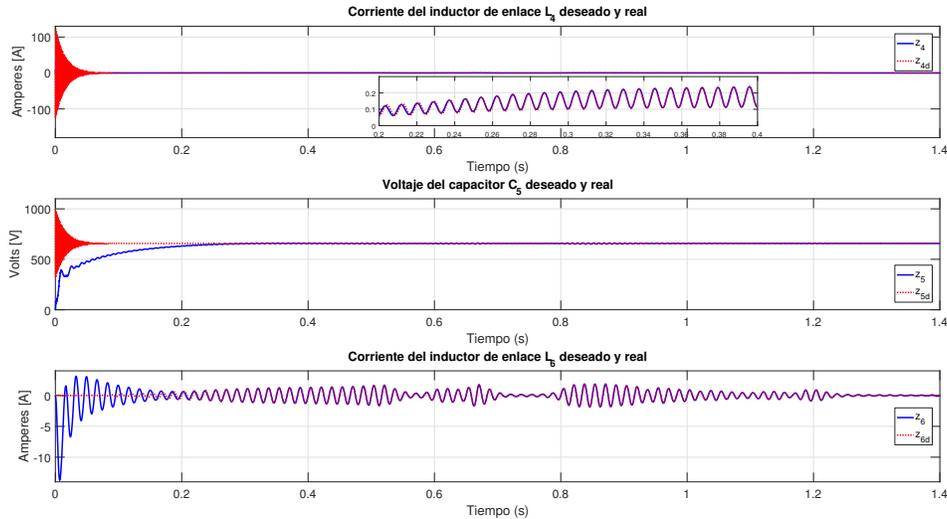


Figura 4.7: Últimos tres estados y estados deseados del sistema

muestra el voltaje del bus de corriente directa del inversor, el cual llega a un valor constante. En la última gráfica se muestra la corriente transmitida a la red eléctrica, la cual, es de amplitud variante, ya que depende de las condiciones climáticas en las que este operando el MPV.

En la Figura 4.8 se pueden observar las señales de control del sistema. En la parte superior se muestra la señal de control del primer convertidor de potencia, la cual esta entre los valores de cero y uno, que satisfacen las condiciones físicas del sistema, además observa un zoom de esta gráfica, en la cual se aprecian las variaciones del controlador para seguir el MPP. En la parte inferior se observa la señal de control del segundo convertidor de potencia, y debido a que es un inversor, la señal de control se encuentra entre los valores de -1 y 1 .

4.2.3. Pre-carga del bus de CD

Notar que, en todas las gráficas del sistema, el transitorio del estado deseado es muy grande, aproximadamente del 100 % del valor del estado en estado estacionario. En un principio, se pensó que era únicamente problema de las condiciones iniciales, sin embargo, se realizaron simulaciones con diferentes condiciones iniciales, sin obtener muchos cambios. Por lo cual, se analizó nuevamente al sistema y nos dimos cuenta que hay dos formas de

4.2 Diseño de estrategia de control para el sistema conectado a la red eléctrica

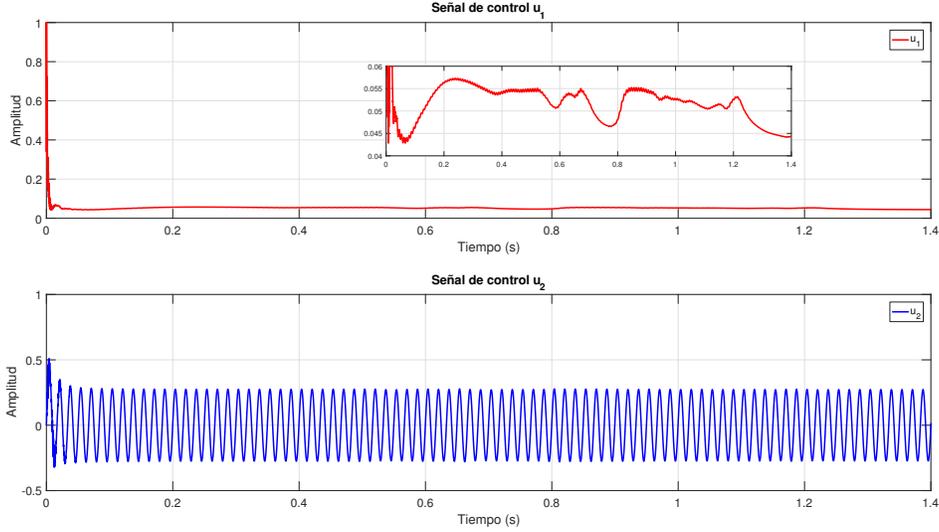


Figura 4.8: Señales de control, u_1 y u_2 .

cargar el bus de corriente directa, la primera, por medio del voltaje de la red eléctrica, y la segunda por el MFV. En la Fig. 4.7, en la gráfica inferior, se observa que el estado z_6 genera un pico de corriente de $15[A]$, lo cual es utilizado para cargar el bus de CD, sin embargo esto implica que existe un flujo de potencia de la red al sistema.

En este apartado, se abordara el problema de pre-carga del bus de CD, para evitar transitorios que puedan dañar al sistema físico. En este punto, se considera que el flujo de potencia es únicamente del sistema a la red eléctrica. Con esta consideración, estamos fijando una restricción estática sobre el modelo, la cual se muestra a continuación

$$z_5 > V_r \quad (4.35)$$

si se cumple esta restricción, se puede asegurar que el SFV siempre entrega energía a la red eléctrica. Físicamente lo que se hace, es que el inversor no entre en operación hasta que el bus de corriente directa satisfaga la condición (4.35).

Al realizar las simulaciones con estas condiciones, mejoraron significativamente los transitorios del sistema. En las Fig. , se pueden observar los primeros tres estados del sistema, done el transitorio es realmente pequeño en comparación a los primeros resultados.

En la Fig. se muestran los últimos tres estados, donde de igual manera los transitorios disminuyeron considerablemente, además en la gráfica central se

4.2 Diseño de estrategia de control para el sistema conectado a la red eléctrica

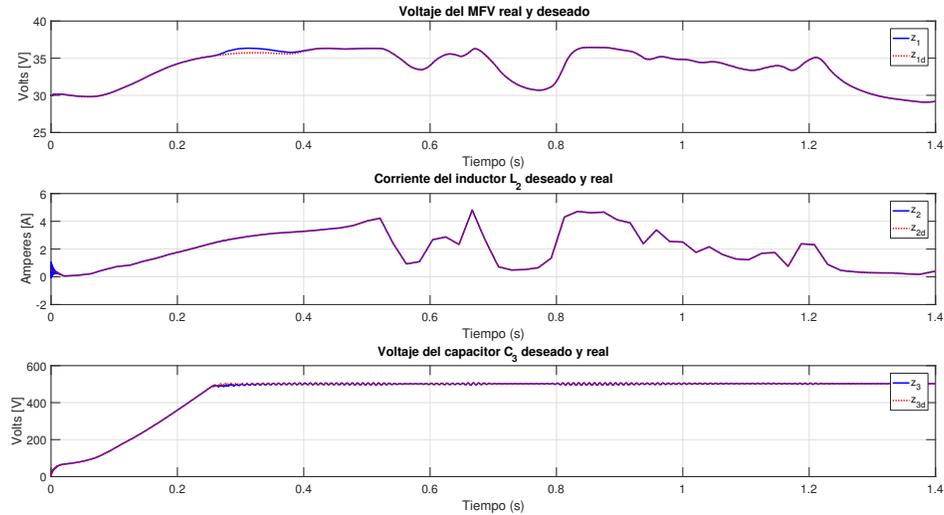


Figura 4.9: Primeros tres estados y estados deseados del sistema con pre-carga en el bus de CD

observa la curva de carga del bus de CD, una vez que llega a la referencia, se conecta con la red eléctrica y se mantiene constante en ese valor. Finalmente en la Fig. , se muestra el comportamiento de las señales de control, las cuales están acotadas $0 < u_1 < 1$ en el caso del convertidor de potencia elevador, y $-1 < u_2 < 1$ en el caso del inversor.

Las simulaciones se realizaron con las mismas consideraciones que en el caso anterior, es decir, con los mismos parámetros y mismas condiciones iniciales.

4.2 Diseño de estrategia de control para el sistema conectado a la red eléctrica

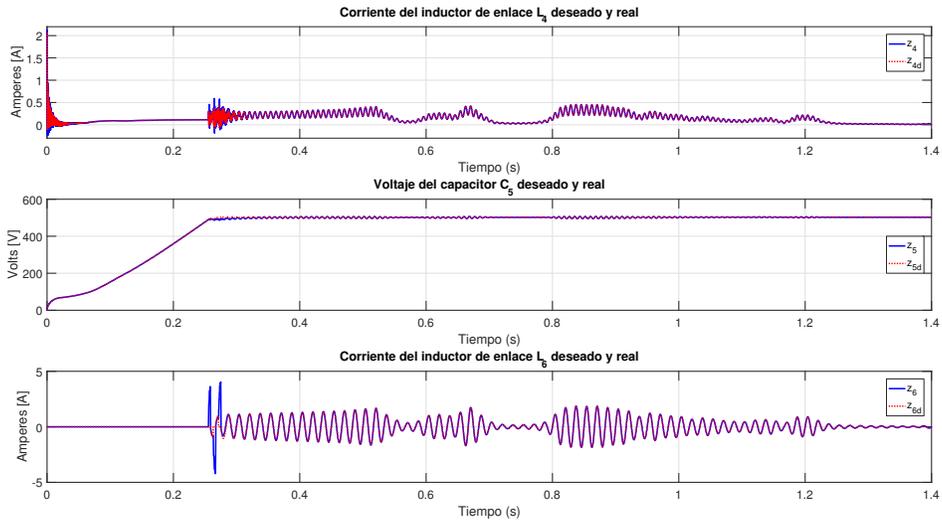


Figura 4.10: Últimos tres estados y estados deseados del sistema con pre-carga en el bus de CD

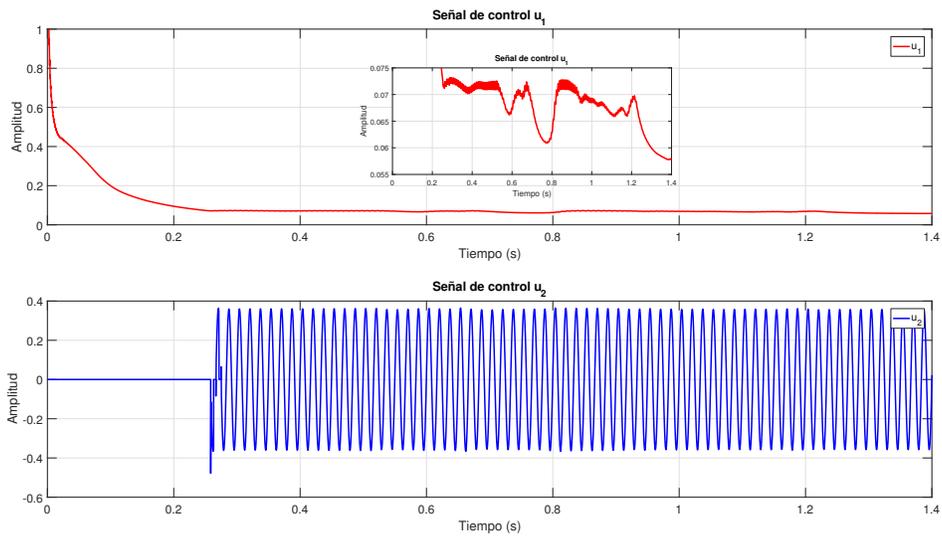


Figura 4.11: Señales de control, u_1 y u_2 con pre-carga en el bus de CD

Conclusiones

Los sistemas fotovoltaicos son una de las soluciones factibles para la reducción de gases de efecto invernadero y la dependencia de los combustibles fósiles. Además es una de las energías renovables con mayor potencial. Sin embargo este tipo de sistemas son multidisciplinarios, ya que involucra temas de electrónica de potencia para acondicionar la energía eléctrica, teoría de control para mejorar eficiencia, sistemas económicos para realizar un balance de costo beneficio y estudio de materiales para mejorar la transformación de energía solar en energía eléctrica.

En esta tesis se resuelve únicamente el hecho de operar a los SFV en un punto óptimo, es decir en el MPP, y transferir dicha potencia a la red eléctrica. Este resultado se obtuvo con ayuda de la teoría de control, específicamente con la técnica de pasividad, obteniendo modelos Hamiltonianos de cada sub-sistema que conforma el sistema fotovoltaico conectado a la red eléctrica, posteriormente, se propuso una ley de control garantizando estabilidad interna, lo cual se logró empleando resultados de [Rafael Cisneros and Cabrera \(2014\)](#).

Como se observó en el desarrollo de este trabajo de tesis, el principal problema para el diseño de la ley de control, fue que ésta no es lineal con respecto a la matriz de interconexión, como se pide en [Paredes \(2015\)](#), por lo cual, se propuso descomponer al sistema como una interconexión de sistemas de menor orden para conseguir que la señal de control sea lineal con respecto de la matriz de interconexión y así poder proponer una ley de control basada en pasividad que estabiliza de forma asintótica el punto de equilibrio $\tilde{x} = 0$, garantizando estabilidad interna del sistema.

Con respecto al sistema fotovoltaico, podemos concluir que el conocer la trayectoria de máxima potencia, es posible diseñar un control modo corriente sin tener los problemas de cortocircuitar al MFV, además de que se mejora significativamente la eficiencia de los MFV, con el problema de que se aumenta el número de sensores en el sistema.

La principal ventaja de modelar el SFV como un sistema Hamiltoniano, es que podemos seguir inter-conectando sistemas Hamiltonianos, es decir, que este resultado es la base para seguir analizando SFV a gran escala, con seguimiento de punto de máxima potencia distribuido en sistemas de generación fotovoltaica. Además de poder analizar otro tipo de topologías de convertidores de potencia, que se puedan modelar de esta misma forma.

5.0.4. Trabajo futuro

Como trabajo futuro queda pendiente validar los resultados obtenidos de forma experimental, además de implementar alguna forma de derivar la señal deseada, ya que ésta proviene de un sensor, y si se utiliza el derivador convencional se corre el riesgo de amplificar ruido.

Otro punto interesante, sería diseñar un estimador de irradiancia, ya que si pensamos en sistemas de generación fotovoltaica con seguimiento de punto de máxima potencia, se necesitaría un sensor por cada MFV, el cual aumentaría los costos de implementación.

Bibliografía

- Abdelhalim Sandali, Tarik Oukhoya, A. C. (2014). Modemode and design of pv grid conne modified fractional short-circuit. *Renewable and Sustainable Energy Conference (IRSEC)*.
- Ahmad El Khateb, Nasrudin abd Rahim, J. S. M. N. U. (2013). Maximum power point tracking of single-ended primary-inductor converter employing a novel optimisation technique for proportional-integral-derivative controller. *Power Electronics*.
- Ancheyta, G. S. (2011). Diseonstrucción de un inversor de 500w para la interconexión de un sistema fotovoltaico con la red elctrica. Master's thesis, Universidad Nacional Autónoma de México.
- Diego R. Espinoza-Trejo, Ernesto Bárcenas-Bárcenas, D. U. C.-D. and Angelo, C. H. D. (2015). Voltage-oriented input-output linearization controller as maximum power point tracking technique for photovoltaica systems. *IEEE Transactions on industrial electronics*, 62(6):9. 3, 5
- Emilio Mamarelis, G. P. and Spagnuolo, G. (2014). Design of a sliding-mode-controlled sepic for pv mppt applications. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 61(7):3387 – 3398. 5
- Enrico Bianconi, Javier Calvente, R. G.-E. M. G. P.-C. A. R.-P. G. S. and Vitelli, M. (2013). A fast current-based mppt technique employing sliding mode control. *Transactions on Industrial Electronics*, 60:11. 3
- Enrique Romero-Cadaval, Bruno Francois, M. M. and Zhong, Q.-C. (2015). Grid-connected photovoltaic plants an alternative energy source, replacing conventional sources. *Industrial Electronics Magazine*, 9.

- Espinosa-Prérez, F. R.-P. G. (2015). Control de convertidores cd-cd tipo boost: Retroalimentación estática versus retroalimentación dinámica. In *Congreso Nacional de Control Automático, AMCA 2015, Cuernavaca, Morelos, México*.
- Everardo E Granda-Gutierrez, J. C. D-Guill M. A. J. M. O. (2013). Modelado y simulaci de celdas y paneles solares.
- Khalil, H. K. (1996). *Nonlinear Systems*. 15, 19
- Moreno, J. A. (2013). *Notas del Curso Mdos de Disera Sistemas No Lineales*.
- Panagiotis E. Kakosimos, A. G. K. and Manias, S. N. (2012). Fast photovoltaic-system voltage-or current-oriented mppt employing a predictive digital current-controlled converter. *Transactions on Industrial Electronics*, 60:13. 3
- Paredes, F. J. R. (2015). Estabilización de sistemas hamiltonianos no afines en el control. Master's thesis, Universidad Nacional Autónoma de México. 6, 31, 50
- Rafael Cisneros, Romero Ortega, M. P. G. I. G. B. and Cabrera, M. M. (2014). Global tracking passivity-based pi control for power converters: an application to the boost and modular multilevel converters. *Industrial Electronics*, page 7. 5, 31, 50
- Raghav Khanna, Qin hao Zhang, W. E. S. G. F. R. and Mao., Z.-H. (2014). Maximum power point tracking using model reference adaptive control. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 29(3):1490 – 1499. 5
- Romeo Ortega, Antonio Loría, P. J. N. H. S.-R. (May, 1998). *Passivity-based Control of Euler-Lagrange Systems: Mechanical, Electrical and Electromechanical Applications*, chapter II Electrical systems, pages 169–171. 21
- Tao, G. (1997). A simple alternative to the barbálat lemma. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 42:698. 34
- van der Schaft, A. *L2-Gain and Passivity Techniques in Nonlinear Control*. Springer. 4
- Xueyu Bao, Jiuhe Wang, H. X. and Ma, Y. (2012). The maximun power point tracking technology of passivity-based photovoltaic grid-connected system. *International Power Electronics*.