

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

ESTUDIO EXPERIMENTAL DE GENERACIÓN
E INTERACCIÓN DE SOLITONES
EN MEDIOS COLOIDALES

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

FÍSICA

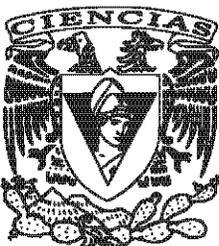
P R E S E N T A :

EMMA CELINA BRAMBILA TAMAYO

T U T O R A:

DRA. KAREN PATRICIA VOLKE SEPÚLVEDA

2016



FACULTAD DE CIENCIAS
UNAM



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Agradecimientos

Al laboratorio de micromanipulación óptica del Instituto de Física de la Universidad Autónoma de México por su apoyo en la elaboración de experimentos. En particular, a Karen Volke por su constante guía durante el desarrollo de esta tesis.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por la beca de ayudante de investigación y al programa PAPITT-IN115614 de la DGAPA por el apoyo económico brindado para la realización de este trabajo.

Índice general

Introducción	vii
1. Conceptos básicos	1
1.1. Ecuación de onda no-lineal	1
1.2. Óptica no-lineal de tercer orden	3
1.2.1. Efecto Kerr óptico	4
1.3. Autoenfocamiento, autoatrapamiento y solitones ópticos espaciales	4
1.4. Interacción de solitones-Kerr	6
1.4.1. Interacciones coherentes	7
1.4.2. Interacciones incoherentes	8
1.5. Ejemplos de medios no-lineales de tercer orden	10
1.5.1. Medios fotorefractivos	10
1.5.2. Cristales líquidos	16
1.6. Epítome	22
2. Medios no-lineales coloidales	23
2.1. Estudios experimentales de solitones ópticos espaciales en medios coloidales	24
2.2. Origen de la no-linealidad en un medio coloidal	25
2.2.1. Fuerzas ópticas sobre partículas dieléctricas	26
2.3. Modelos teóricos del efecto no-lineal en medios coloidales	30
2.3.1. Modelo de Gordon y Blakely (partículas no interactuantes)	30
2.3.2. Modelo de Matuszewski, Krolikowski y Kivshar (con interacción entre partículas)	32
2.4. Interacción de solitones en medios coloidales	34
2.4.1. Modelo teórico de Matuszewski, <i>et al.</i> (partículas interactuantes) . .	35
2.4.2. Modelo teórico y resultados experimentales de Fardad, <i>et al.</i> (medio con polarizabilidad negativa)	37
2.5. Epítome	40
3. Generación de haces autocolimados en medios coloidales	43
3.1. Montaje experimental	43
3.2. Resultados	46
3.2.1. Distancia de enfocamiento en la muestra	47
3.2.2. Perfil transversal de intensidad	48
3.2.3. Divergencia y radio del haz como función de la potencia	50

3.2.4. Absorción en función de la potencia	54
3.3. Discusión de resultados	57
4. Estudio experimental de interacción de haces autocolimados en medios coloidales dieléctricos	59
4.1. Arreglo experimental	59
4.2. Resultados	61
4.2.1. Régimen I	61
4.2.2. Régimen II: régimen de transición	62
4.2.3. Régimen III	65
4.3. Discusión de resultados	67
5. Conclusiones generales	69
A.	75
A.1. Ajustes de intensidad máxima en función de la propagación de un HAC . .	75
B.	77
B.1. Análisis Régimen I	77
B.2. Análisis Régimen II	78
B.3. Análisis Régimen III	79

Introducción

En los años 80's, A. Ashkin y sus colaboradores reportaron experimentalmente la presencia de fenómenos predichos en materiales con respuesta óptica *no-lineal Kerr* en medios coloidales con partículas dieléctricas (MCd), como el mezclado de cuatro ondas [55] y cambios en el índice de refracción local en función de la potencia de un haz de luz incidente, generando su autoenfocamiento y autoatrapamiento (i.e. solitones ópticos espaciales, SOE) [4], por lo que llamaron a éstos *medios Kerr artificiales*. Sin embargo, en 1965 ya había sido demostrado teóricamente que solitones bidimensionales, como los observados por el grupo de A. Ashkin, decaían en un colapso catastrófico en medios Kerr [34].

Después de estos trabajos, el estudio experimental en MCd ha sido poco. Se ha reportado la existencia de solitones en medios coloidales de partículas metálicas a través de la resonancia plasmónica [25]. También, se ha demostrado el guiado de ondas a través de la guía inducida por un haz autoatrapado en un coloide con partículas dieléctricas y polarizabilidad positiva (ϑ_+) [57]. Asimismo, se ha estudiado la generación de solitones ópticos espaciales en suspensiones coloidales dieléctricas con polarizabilidad negativa (ϑ_-) [40], argumentando que el fenómeno de autoenfocamiento es súper crítico para MCd con ϑ_+ , resultando en el colapso de los solitones espaciales y propagación inestable. Empero, en la referencia [57] se utilizó un medio con este tipo de polarizabilidad y se observó el autoguiado con una longitud de propagación mayor a la reportada en los trabajos previos [4]. Por otro lado, la interacción de solitones ópticos espaciales ha sido poco estudiada experimentalmente en medios coloidales y se conoce únicamente el trabajo reportado en [23], el cual fue realizado en un MCd con ϑ_+ .

La publicación de modelos teóricos ha sido más abundante, entre los cuales se encuentra desde el modelo más sencillo que incluye únicamente la deducción del índice de refracción inducido a través de la teoría de atrapamiento óptico de partículas y la ecuación de onda no-lineal [28], hasta modelos que toman en cuenta la interacción entre partículas [41, 22], y aquellos que consideran las pérdidas por esparcimiento Rayleigh [53, 21]. Sin embargo, actualmente ninguno de ellos incluye todos los posibles efectos desencadenados en el medio debido a la respuesta no-lineal del coloide. Por otro lado, únicamente se conocen dos modelos teóricos de interacción de solitones en estos medios. Uno de ellos parte de la deducción de la existencia de un régimen de biestabilidad (reportada previamente en [41]), es decir, de dos ramas de solitones con diferentes características para una misma potencia e infiere interacción repulsiva e independiente de la fase cuando la colisión se da en solitones de ramas diferentes, resultado inesperado de la colisión entre solitones típicos

[42]. El otro modelo deduce interacciones atractivas, repulsivas e intercambio de energía dependiendo de su fase relativa inicial para suspensiones con polarizabilidad negativa [23].

Debido al escaso estudio experimental de solitones ópticos espaciales en MCd y la discrepancia entre lo reportado en [40] y [57], en esta tesis se busca estudiar tanto la generación de SOE individuales como su interacción incoherente para el caso de ϑ_+ .

En el capítulo 1 se hace una breve revisión de conceptos básicos de óptica no-lineal haciendo énfasis en los efectos de tercer orden como el efecto Kerr óptico y la automodulación de fase inducida por éste. A continuación se explican los términos de *autoenfocamiento*, *autoatrapamiento* y *solitones ópticos espaciales*. También, se describen características generales de medios que presentan estos fenómenos como son los *medios fotorrefractivos* y los *crisales líquidos*. Así mismo, se mencionan los distintos escenarios de interacción entre solitones para cada uno de estos medios.

En el capítulo 2 se describe el primer trabajo experimental publicado de solitones ópticos espaciales en medios coloidales. Además, se incluye una revisión del origen de la no-linealidad de estos medios y la reseña de trabajos teóricos que se han publicado previamente tanto para SOE individuales como para su interacción.

En el capítulo 3 se explica la metodología experimental llevada a cabo para la generación de lo que fueron llamados *haces autocolimados* en MCd y se analizan los resultados obtenidos y el porqué no se considera que éstos son solitones ópticos espaciales.

En el capítulo 4 se detallan los experimentos realizados para la interacción incoherente de dos haces autocolimados en función de la separación angular entre ellos y su potencia relativa, encontrando tres regímenes con distintos comportamientos en función de cada una de las variables.

Por último, en el capítulo 5 se hace una recapitulación de los resultados, se confieren las conclusiones generales del trabajo y algunos aspectos aún pendientes de estudio.

Capítulo 1

Conceptos básicos

La óptica no lineal estudia fenómenos que ocurren como consecuencia de la modificación de propiedades ópticas de un material por presencia de luz, cuando la respuesta del material depende de forma no lineal de la magnitud y otras características del campo óptico.

1.1. Ecuación de onda no-lineal

Frecuentemente, un medio no-lineal (MNL) se ilustra haciendo referencia al modelo de Lorentz, donde un medio dieléctrico en presencia de un campo eléctrico externo E puede aproximarse considerando a sus átomos constituyentes como un conjunto de dipolos eléctricos, para los cuales los electrones están ligados a los núcleos por una fuerza elástica. Al aplicar un campo eléctrico oscilante en el tiempo $E(t) = E_0 \cos(\omega t)$ a un medio dieléctrico, la fuerza que siente el electrón de un átomo es proporcional al desplazamiento x inducido por E , resultando un dipolo eléctrico con momento dipolar $p = -q_e x$, donde q_e es la carga del electrón (véase Fig. 1.1). En el régimen lineal, el desplazamiento es proporcional al campo eléctrico aplicado y la fuerza elástica de restitución $F_r = m_e \omega_0^2 x$ (donde m_e es la masa del electrón y ω_0 la frecuencia de resonancia característica del medio) es idéntica pero en sentido contrario a la fuerza debida a E (oscilador armónico de Lorentz). Por tanto, la ecuación que rige el movimiento del electrón, de acuerdo a la segunda ley de Newton, es [31]:

$$q_e E(t) - m_e \omega_0^2 x = m_e \frac{d^2 x}{dt^2}. \quad (1.1)$$

En cambio, si a un medio dieléctrico se aplica un campo eléctrico suficientemente intenso para que el resorte que une a un electrón al núcleo de un átomo se deforme (régimen no-lineal donde $E \approx 3 \times 10^{10} [V/m]$, magnitud del campo eléctrico necesario para mantener los electrones unidos al átomo), la fuerza de restitución tendrá términos de orden mayor (oscilador anarmónico de Lorentz), es decir [12]:

$$F_r = m_e \omega_0^2 x + m_e u x^2 + \dots, \quad (1.2)$$

donde u es una constante característica de la respuesta no-lineal del medio.

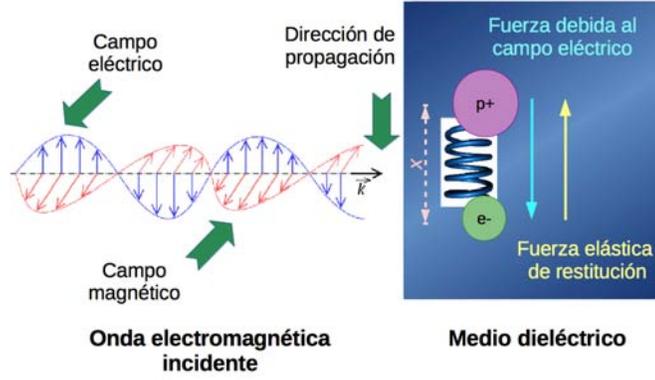


Figura 1.1: Ilustración del modelo de Lorentz.

La polarización de un medio \vec{P} es el producto del momento dipolar individual \vec{p} y el número de densidad de momentos dipolares N [51]. En un medio lineal, \vec{P} depende linealmente de \vec{E} :

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}, \quad (1.3)$$

donde ϵ_0 es la permitividad en el vacío y χ la susceptibilidad lineal del medio.

Por otra parte, se denomina *medio no-lineal* a aquel cuya relación entre \vec{P} y \vec{E} es una ecuación no-lineal. En el caso más sencillo (despreciando anisotropía, dispersión y posibles inhomogeneidades) se cumple la siguiente ecuación¹ [10]:

$$P = \epsilon_0 (\chi E + \chi^{(2)} E^2 + \chi^{(3)} E^3 + \dots + \chi^{(n)} E^n) = P^{(1)} + P^{NL}, \quad (1.4)$$

donde $P = |\vec{P}|$, $E = |\vec{E}|$, $\chi^{(i)}$ es la susceptibilidad de orden i -ésimo del medio, $P^{(1)}$ es la parte lineal y P^{NL} la no-lineal de la polarización.

En un medio dieléctrico donde el campo de desplazamiento eléctrico está dado por $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$, para el cual \vec{P} en general depende no linealmente de la magnitud local del campo eléctrico \vec{E} , la ecuación de onda no-lineal del campo eléctrico es [10]:

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \vec{D}^{(1)}}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \vec{P}^{NL}}{\partial t^2}, \quad (1.5)$$

donde c es la velocidad de la luz, $\vec{D}^{(1)} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}^{(1)}$ y t es la variable temporal². En comparación con la ecuación de onda homogénea que describe la óptica lineal, el término no-lineal de polarización actúa similar a un término fuente de un oscilador anarmónico como el descrito anteriormente con el modelo de Lorentz.

¹En un medio no-lineal anisotrópico, cada una de las tres componentes del vector de polarización es función de las tres componentes del vector de campo eléctrico y la susceptibilidad eléctrica es un tensor de rango $n+1$. En un medio no lineal dispersivo, la relación entre \vec{P} y \vec{E} es una ecuación diferencial no-lineal [10].

²Para la deducción de la ecuación anterior se consideraron las ecuaciones de Maxwell (unidades SI) suponiendo que no hay cargas ni corrientes libres y que el material es no magnético.

Considerando el caso en el que las ondas electromagnéticas incidentes al medio dieléctrico están linealmente polarizadas en la dirección y , y que el campo eléctrico de éstas no depende de la coordenada y y varía lentamente en el eje de propagación z (es decir, $|\frac{\partial \vec{E}}{\partial z}| \ll \beta_0 |\vec{E}|$ y $|\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2}| \ll \beta_0 |\frac{\partial \vec{E}}{\partial z}|$, donde $\beta_0^2 = \mu_0 \epsilon_L \omega_0^2$, μ_0 es la permeabilidad del vacío, $\epsilon_L = \epsilon_0 (1 + \chi^{(1)})$ es la constante dieléctrica lineal y ω_0 es la frecuencia central del campo eléctrico), y suponiendo que \vec{P} responde instantáneamente a los cambios de \vec{E} ; es posible deducir a partir de la ecuación (1.5), la ecuación *no-lineal de Schrödinger* (NLS) tanto en su versión espacial como temporal. Asumiendo que el campo eléctrico es independiente del tiempo, se obtiene que [24]:

$$i \frac{\partial \vec{E}}{\partial z} + \frac{1}{2\beta_0} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + \gamma |\vec{E}|^2 \vec{E} = 0, \quad (1.6)$$

la cual es conocida como la *ecuación NLS espacial* donde $\gamma = \frac{3}{8} \frac{\mu_0 \epsilon_0 \omega_0 \chi^{(3)}}{\beta_0}$.

Por otro lado, suponiendo que el campo eléctrico es independiente de x y que $\omega_0^{-1} \approx 10^{-15} \text{s}$ (haz de luz centrado en el infrarrojo), se tiene que [24]:

$$i \left(\frac{\partial \vec{E}}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial \vec{E}}{\partial z} \right) - \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \gamma |\vec{E}|^2 \vec{E} = 0, \quad (1.7)$$

donde $\beta_1 = \frac{d\beta}{d\omega} |_{\omega_0}$, $\beta_2 = \frac{d^2\beta}{d\omega^2} |_{\omega_0}$ y $\beta(\omega) = \beta_0 + (\mu_0 \epsilon_L)^{1/2} (\omega - \omega_0) + \frac{(\mu_0 \epsilon_L)^{1/2}}{2\omega_0} (\omega - \omega_0)^2$ es llamado usualmente *constante de propagación*. La ecuación (1.7) es conocida como la *ecuación NLS temporal*.

1.2. Óptica no-lineal de tercer orden

Se denomina óptica no-lineal de tercer orden cuando predominan el término cúbico y el lineal de la polarización total del medio³ (véase Ec.(1.4)), es decir [10]:

$$\mathbf{P}^{TOT} = \epsilon_0 \chi \mathbf{E} + 3\chi^{(3)} |\mathbf{E}|^2 \mathbf{E} = \epsilon_0 \chi_{\text{ef}} \mathbf{E}, \quad (1.8)$$

donde \mathbf{P}^{TOT} es la polarización total del material y $\chi_{\text{ef}} = \chi + 3\chi^{(3)} |\mathbf{E}(\omega)|^2$ la susceptibilidad efectiva.

El término de tercer orden de la polarización es responsable de efectos ópticos como: la generación de tercer armónico, mezclado de cuatro ondas, efecto Kerr óptico, dispersión Ramman y Brioullin, autoenfoque, entre otros.

³La óptica de segundo orden (donde el término cuadrático y el lineal predominan) se da únicamente en materiales “no centrosimétricos” como líquidos, gases y sólidos amorfos. Las interacciones de óptica no-lineal de tercer orden pueden ocurrir en medios isotrópicos o anisotrópicos [10].

1.2.1. Efecto Kerr óptico

Si se incide un haz de luz suficientemente intenso en un medio no-lineal Kerr (MNL-K), la componente de polarización no-lineal a una frecuencia ω corresponde a un incremento en la susceptibilidad $\Delta\chi$ dado por [51]:

$$\epsilon_0\Delta\chi = \frac{P_{NL}(\omega)}{E(\omega)} = 3\chi^{(3)}|E(\omega)|^2 = 6\chi^{(3)}\eta I, \quad (1.9)$$

donde $I = \frac{|E(\omega)|^2}{2\eta}$ es la intensidad óptica de la onda inicial, $\eta = \eta_0/n$ la impedancia del medio, $\eta_0 = (\mu_0/\epsilon_0)^{1/2} \approx 377\Omega$ la impedancia del vacío y n es el índice de refracción del medio. Por otro lado, el índice de refracción se relaciona con la susceptibilidad eléctrica como $n^2 = 1 + \chi$, por lo que el incremento de ésta implica un cambio $\Delta n = \left(\frac{dn}{d\chi}\right) \Delta\chi = \frac{\Delta\chi}{2n}$, entonces [51]:

$$\Delta n = \frac{3\eta}{\epsilon_0 n} \chi^{(3)} I = n_2 I, \quad (1.10)$$

donde $n_2 = \frac{3\eta_0}{n^2\epsilon_0} \chi^{(3)}$ es el índice de refracción de segundo orden.

Por lo tanto, el índice de refracción del MNL-K será [51]:

$$n(I) = n_0 + n_2 I, \quad (1.11)$$

donde n_0 es el índice de refracción lineal (en presencia de un haz poco intenso, excluyendo la interacción onda-medio). Este fenómeno es conocido como *Efecto Kerr óptico* y fue descubierto en 1895 en sustancias amorfas isotrópicas. De manera general, este efecto es sensible a la longitud de onda y polarización del haz incidente.

Al generarse una variación en el índice de refracción del medio, se produce un cambio en el camino óptico del haz $\Delta LCO = \Delta n(I)L$, donde L es la distancia que recorre el haz en el MNL-K. En consecuencia, la fase ϕ de un haz de longitud de onda λ_0 , dada por $\phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta LCO$, depende de su intensidad (fenómeno conocido como *automodulación de fase*), modificando el perfil del haz durante su propagación. Por lo tanto, la alteración de fase $\Delta\phi$ inducida será [51]:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} n_2 L I, \quad (1.12)$$

donde $I = \langle \frac{P}{A} \rangle$ es la intensidad del haz, P es la potencia del haz y A el área transversal de éste.

1.3. Autoenfocamiento, autoatrapamiento y solitones ópticos espaciales

El *autoenfocamiento* es un proceso que ocurre en medios no-lineales de tercer orden, cuando un campo óptico modifica el índice de refracción del material de tal forma que dicho medio asemeja el comportamiento de una lente positiva, generando que el haz converja

en el foco inducido por él mismo. Al requerir un gradiente espacial de índice de refracción (lente positiva) es necesario un gradiente espacial de intensidad del haz que lo origina (véase Fig. 1.2). La distancia focal f de la lente inducida depende de la potencia del haz de luz. En un MNL-K la distancia focal depende inversamente proporcional a la intensidad de luz del haz [51] y la potencia crítica P_c para producir autoenfocamiento es [6]:

$$P_c = \frac{\lambda_0^2}{8\pi n_0 n_2 \eta}. \quad (1.13)$$

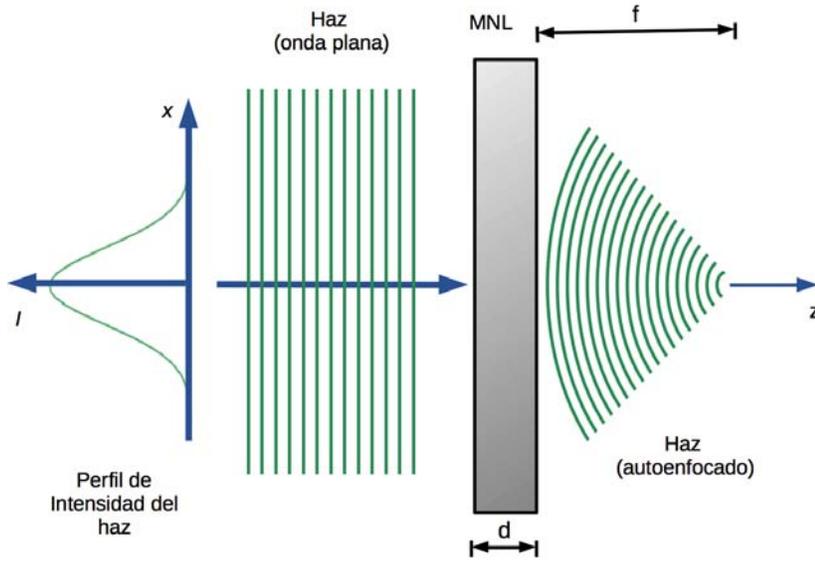


Figura 1.2: Ilustración del fenómeno de autoenfocamiento de un haz gaussiano al propagarse en un MNL.

Cuando la difracción natural de un haz de luz que viaja en un MNL es compensada exactamente por el fenómeno de autoenfocamiento, éste se propaga con un diámetro constante y se dice que se *autoatrapa* (véase Fig. 1.3). A estos tipos de onda se les denomina *solitones ópticos espaciales* (SOE)[13]. Los SOE exhiben interacciones tipo partícula durante colisiones, ejerciendo atracción o repulsión entre ellos. Manifiestan una riqueza de fenómenos que no se encuentra en los solitones temporales de fibras ópticas, como son: la fusión, fisión, aniquilación y orbitación estable en tres dimensiones [56]. Además, los solitones espaciales poseen múltiples aplicaciones como el guiado de ondas [57], divisores de haz, interconexiones ópticas, conversión de frecuencia, transmisión de imágenes, entre otros [13].

En un MNL-K únicamente son posibles los solitones (1+1)D, es decir, una dimensión atrapada y una de propagación [56]. La ecuación *no-lineal de Schrödinger* (NLS) en 1D gobierna la propagación de solitones Kerr [13], la cual para este caso puede resolverse

usando la teoría de *inverse scattering*, obteniendo una solución de la forma [6]:

$$|\psi_e(x, y, z)| = a(z) \exp[-(x^2 + y^2)/w^2(z)], \quad (1.14)$$

donde $a(z) = A \operatorname{sech}(Kz)$ es la amplitud de la onda propagante tal que: $A = (8\kappa/\beta_3 k_0)^{1/2}$, $K = 1/(-2\kappa k_0)^{1/2}$, $\omega_0/k_0 = \nu$, $\beta_3 = -(3/2n_0^2)\chi^{(3)}$ y $w^2(z) = w_0^2 - 8n_2\eta(P - P_c)\frac{z^2}{\pi n_0}$ es el radio del haz propagante. Además, la solución encontrada ψ_e varía lentamente en función de z . En los medios no-lineales Kerr, el diámetro d de un haz autoatrapado es función de la intensidad del haz y está dado por [10]:

$$d = 0.61\lambda_0(2n_0n_2I)^{-1/2}. \quad (1.15)$$

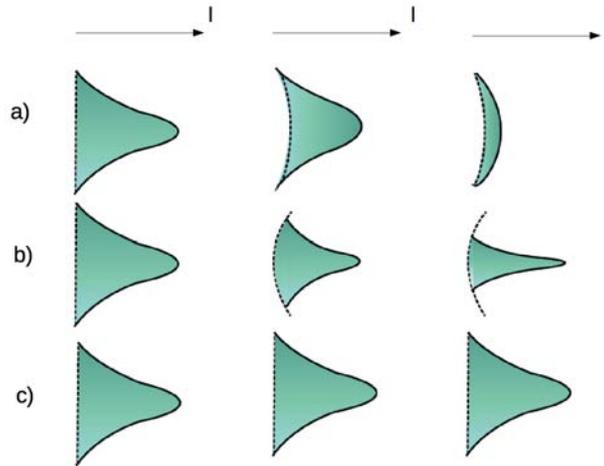


Figura 1.3: Comparación de los perfiles de intensidad y frentes de onda (línea punteada) para: a) un haz difractado, b) un haz autoenfocado y c) un haz autoatrapado.

1.4. Interacción de solitones-Kerr

El autoatrapamiento de un haz es una consecuencia de la fuerte interacción entre el medio no-lineal y una onda electromagnética, de forma que la onda modifica localmente el medio y ésta a su vez es modificada por él. Además, cualquier haz cuyo campo sea superpuesto a esta región perturbada del espacio también es afectado. Es así como los solitones interactúan con otros y con cualquier otro campo electromagnético [56].

En muchos aspectos, los solitones interactúan como partículas a pesar de la naturaleza ondulatoria de sus campos. Desde un punto de vista estrictamente matemático, un solitón es una onda no-lineal localizada que después de la interacción con otro solitón recupera asintóticamente su ancho y velocidad originales [18]. Es decir, los solitones típicos pasan a través de otros sin pérdida de energía. Esta propiedad de supervivencia tras una colisión fue originalmente descubierta en un estudio numérico de la ecuación Korteweg de Vries (KdV) [61], en el cual Zabusky y Kruskal acuñaron la palabra *solitón* como un nombre

descriptivo para este tipo de ondas no-lineales. La ecuación *NLS* también exhibe esta propiedad [3].

Las colisiones de solitones ópticos temporales Kerr son completamente elásticas, lo que implica que el número de solitones siempre se conserva y también la energía de cada uno. Además, las trayectorias y velocidades de propagación de éstos son conservados. El único efecto que se presenta en los solitones después de la colisión es un corrimiento de fase, es decir, pueden emerger trasladados en espacio o tiempo [18].

En el caso de colisiones entre SOE-Kerr, la coherencia es relevante y de acuerdo a la relación entre las fases se dan tanto efectos de atracción como de repulsión. En general, hay dos tipos de interacciones: coherentes e incoherentes. Ambas se describirán a continuación.

1.4.1. Interacciones coherentes

Las interacciones coherentes ocurren cuando el medio no-lineal puede responder a los efectos de interferencia entre haces traslapados, es decir, la fase relativa entre los haces interactuantes ($\delta\phi$) debe mantenerse estacionaria en un escala de tiempo mucho mayor que el tiempo de respuesta del medio (por ejemplo, medios Kerr y con no-linealidad cuadrática [14]).

Cuando dos haces coherentes están en fase ($\delta\phi = 0$) siempre interactúan atractivamente: la intensidad total en la región entre ellos se incrementa, generando un aumento en el índice de refracción (véase Fig. 1.4). Consecuentemente, más luz es atraída a esta región y el centro de los solitones se desliza en dirección del otro, lo cual es observado como una fuerza de atracción. En este caso, el proceso es mayormente gobernado por el ángulo de colisión entre los dos haces. Cuando su separación angular es cero, forman un “par enlazado”, resultando un movimiento oscilatorio donde los solitones se combinan y separan periódicamente a lo largo de la propagación (véase Fig. 1.5a), este fenómeno es conocido como *breathing solitons* [18]. Cuando los solitones son separados por un ángulo pequeño diferente de cero, simplemente pasan a través del otro y no son afectados por el proceso de colisión (véase Fig. 1.5b) [56],[14]. En el caso de una separación angular grande (como la contrapropagación), la interacción es muy diferente; la fase relativa no juega ningún papel, la fuerza entre ellos es siempre atractiva y contrario a lo que se espera en un medio Kerr hay radiación (véase Fig. 1.6) [14]. En una colisión asimétrica, es decir, cuando sólo uno de los haces incide con un ángulo distinto de cero, los solitones no son afectados por la colisión y emergen únicamente con un corrimiento en su posición. Además, con esta configuración es posible dividir la intensidad de un haz menos intenso que se propaga en la guía generada por alguno de los SOE (véase Fig. 1.7a) y separar sus modos (véase Fig. 1.7b) [48].

Cuando los haces interactúan mutuamente fuera de fase ($\delta\phi = \pi$), el comportamiento general de la interacción es repulsivo; ellos interfieren destructivamente y el índice de refracción en la región entre ellos es menor (véase Fig. 1.8), como si los haces estuvieran muy lejos uno del otro. Como resultado, el cambio en el índice de refracción inducido actúa como auto-desenfocante sobre el centro de los haces y los solitones parecen repelerse mutuamente, por lo que se alejan uno del otro (véase Fig. 1.9) [18].

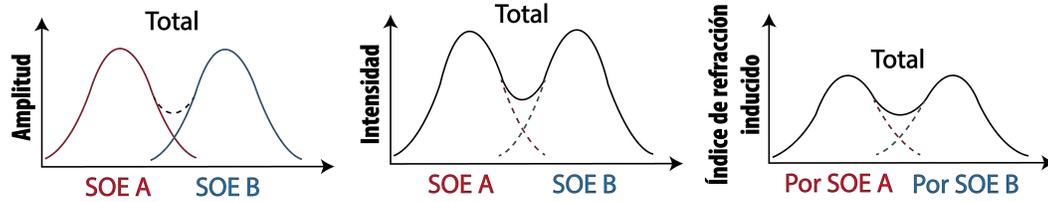


Figura 1.4: Atracción entre dos solitones mutuamente coherentes y en fase [56].

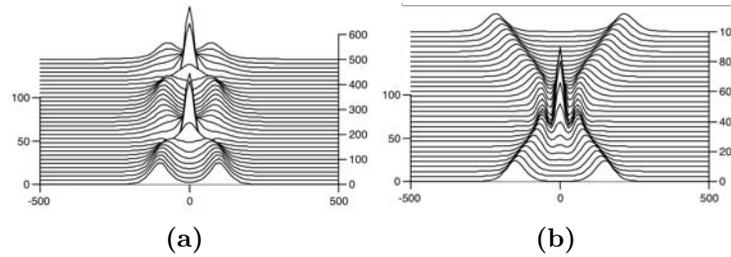


Figura 1.5: Cálculos de la evolución de dos solitones Kerr interactuantes, mutuamente coherentes y en fase, para los siguientes casos [56]: (a) Trayectorias de entrada paralelas. (b) Trayectorias de entrada convergentes (ángulos pequeños).

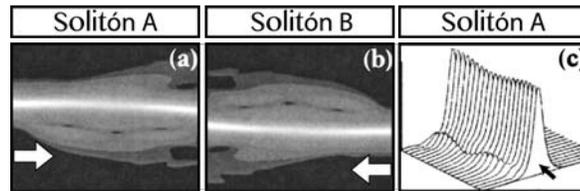


Figura 1.6: Cálculos de la evolución de dos solitones Kerr (A y B) mutuamente coherentes y trayectorias de entrada contrapropagantes separadas transversalmente [14]. Para mayor claridad, se presentan los haces resultantes de la interacción graficados por separado. La flecha indica la dirección de propagación de cada haz. (a) Solitón A que se propaga hacia delante. (b) Solitón B que se propaga hacia atrás. (c) Gráfica del valor absoluto de la amplitud del campo del solitón A.

1.4.2. Interacciones incoherentes

Los campos ópticos de solitones mutuamente incoherentes no producen patrones de interferencia. La intensidad resultante que afecta al material es cuantitativamente igual a la superposición de las intensidades de los dos componentes individuales [18].

Al estar ausente la interferencia destructiva, los haces mutuamente incoherentes siempre se atraen, aunque dicha fuerza es más débil que en el caso de la interacción coherente (véase Fig. 1.10a) [14]. Además, en este caso, cuando los SOE son contrapropagantes no hay radiación (véanse Fig. 1.10 b-d) [14]. Como resultado de interacciones incoherentes en medios Kerr los solitones pueden fusionarse, pero efectos puramente dependientes de la fase, como la fisión o aniquilación, no pueden ocurrir [18]. Además, el efecto de atracción no es sensible a la fase.

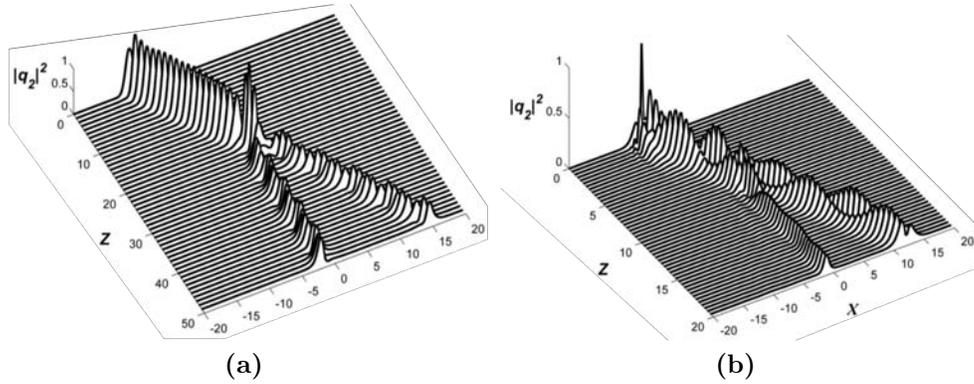


Figura 1.7: Propagación de un haz de prueba (HP) en presencia de dos solitones (S_1 y S_2 , no graficados) separados una distancia c , tal que S_2 hace un ángulo de $\theta = 26.6^\circ$ respecto a S_1 y HP es guiado inicialmente por S_2 [48]. (a) Haz de prueba gaussiano, $c = 11.5$. (b) Haz de prueba dado por la suma de un modo secante y uno de orden superior, $c = 8$.

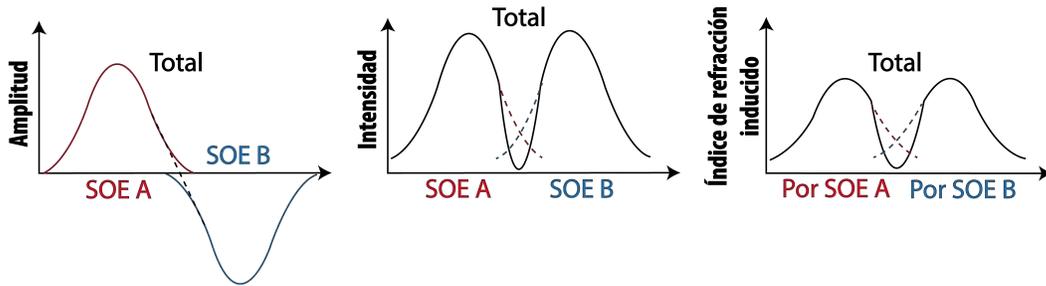


Figura 1.8: Repulsión entre dos solitones mutuamente coherentes y fuera de fase [56].

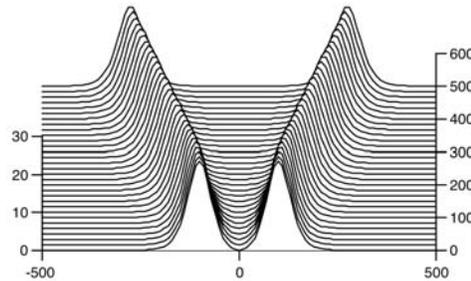


Figura 1.9: Cálculos de la evolución de dos solitones Kerr interactuantes, mutuamente coherentes, fuera de fase y trayectorias de entrada paralelas [56].

La interacción incoherente también puede ser interpretada como aquella tal que la fase relativa de los solitones varía mucho más rápido que el tiempo de respuesta del material no-lineal (por ejemplo, medios fotorrefractivos y térmicos [14]). Por tanto, el material responderá sólo a un promedio temporal del patrón de intensidad y los haces parecerán mutuamente incoherentes [18]. Sin embargo, como se verá más adelante, también es posible observar interacciones coherentes en medios con respuesta lenta (respecto a la variación de la fase relativa de los solitones) bajo ciertas condiciones.

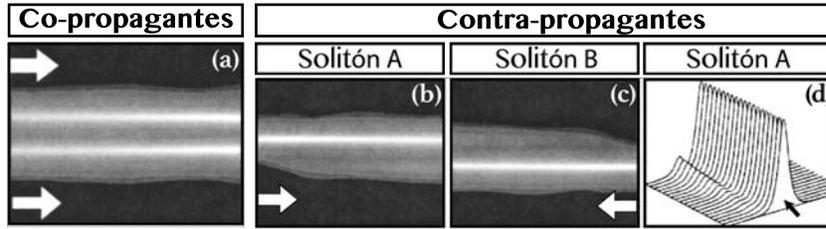


Figura 1.10: Cálculos de la evolución de dos solitones Kerr (A y B) mutuamente incoherentes y trayectorias de entrada (a) Co-propagantes y (b)-(d) Contra-propagantes [14]. En este último caso, para mayor claridad, se presentan los haces resultantes de la interacción graficados por separado. La flecha indica la dirección de propagación de cada haz. (a) Ambos solitones, se propagan hacia delante. (b) Solitón A que se propaga hacia delante. (c) Solitón B que se propaga hacia atrás. (d) Gráfica del valor absoluto de la amplitud del campo del solitón A.

1.5. Ejemplos de medios no-lineales de tercer orden

Algunos medios que presentan características ópticas no-lineales de tercer orden son los *medios fotorrefractivos* y los *cristales líquidos*. Las propiedades de éstos se mencionan a continuación con el fin de ejemplificar los fenómenos físicos involucrados en la respuesta no-lineal, en particular, de la variación del índice de refracción, que es posible inducir al aplicar un campo óptico. Cuando el índice refracción de un medio varía en función de la intensidad del haz de luz incidente son llamados *medios tipo Kerr*, aún cuando la expresión para $n(I)$ no corresponda a la Ec.(1.11).

Los haces auto-atrapados en materiales no-lineales que no son Kerr, experimentan una mayor cantidad de escenarios de colisión que los SOE-Kerr y son usualmente descritos por sistemas diferenciales no integrables. Debido a su variedad y riqueza, la definición fenomenológica de *solitones* ha sido extendida [45, 56]. La colisión entre dos SOE no Kerr es más compleja, puede ser elástica o inelástica, dependiendo tanto de la geometría como de la naturaleza particular del autoenfocamiento [45]. Además, todos los solitones que no son Kerr pueden dar lugar a la emisión de radiación y generar un cambio en las características de los solitones interactuantes debido a que típicamente tienen únicamente un número limitado de cantidades conservadas como: la energía, la velocidad de propagación, etc. [18].

1.5.1. Medios fotorefractivos

Algunos materiales son capaces de cambiar sus propiedades ópticas cuando se les aplica un campo eléctrico, las fuerzas eléctricas presentes modifican la orientación, posición o forma de las moléculas que componen el material. El *efecto electro-óptico* es el cambio en el índice de refracción producido por un campo eléctrico (corriente continua o variable). La dependencia del índice de refracción con el campo eléctrico aplicado puede ser de primer orden (*efecto Pockels*) o segundo orden (*efecto Kerr*). Para ilustrar el fenómeno,

considérese un cristal de fosfato monopotásico (KDP)⁴ cuyos ejes principales son X, Y . Al aplicar un campo eléctrico, estos ejes cambian de orientación a las direcciones x, y y se genera en consecuencia un cambio en el índice de refracción [10] que depende linealmente del campo eléctrico externo (véase Fig. 1.11) [51]:

$$\Delta n = \frac{\chi^{(2)}}{n\epsilon_0} E(0) = -\frac{1}{2} n^3 r E(0), \quad (1.16)$$

donde $E(0)$ es el campo eléctrico aplicado y $r = -\frac{2}{\epsilon_0 n^4} \chi^{(2)}$ es el coeficiente de Pockels. En el efecto de segundo orden la variación del índice de refracción está dada por [51]:

$$\Delta n = \frac{6\chi^{(3)}}{n\epsilon_0} E(0) = -\frac{1}{2} n^3 s E^2(0), \quad (1.17)$$

donde $s = -\frac{2}{\epsilon_0 n^4} \chi^{(3)}$ es el coeficiente Kerr.

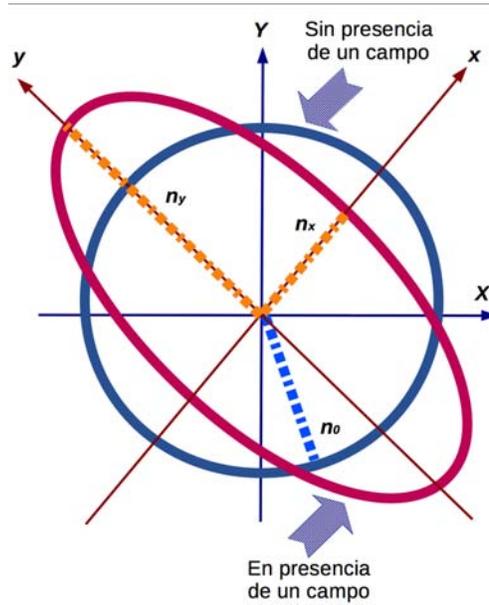


Figura 1.11: Ilustración del cambio de posición de ejes principales de un cristal KDP debido al Efecto Pockels [51].

Un medio fotorrefractivo⁵ (MF) contiene impurezas que pueden donar o aceptar electrones. Al incidir un haz de luz con variación espacial de intensidad⁶, las impurezas donadoras se ionizan por lo que se generan portadores de carga libres. Estas cargas son desplazadas a través del medio por corrientes de difusión hacia las regiones no iluminadas. Las impurezas

⁴Los cristales más comunes como el *ADP*, *KDP*, *LiNbO₃*, *LiTaO₃* y *CdTe*, presentan el efecto Pockels.

⁵Los cristales electro-ópticos como: *LiNbO₃*, *BaTiO₃*, *SBN*, *KTN*, *KTNSBN*, *BSO*, *BGO*, *GaAs*, *InP* y *CdTe* son algunos ejemplos de medios fotorrefractivos.

⁶Comúnmente generada con un patrón de interferencia de haces de luz. Al no ser necesaria una potencia óptica grande (\sim mW) para apreciar el fenómeno sino una variación espacial, también se les conoce como *medios con procesos ópticos no lineales de baja potencia*.

“aceptoras” capturan los electrones y se induce una distribución de carga espacial. Como resultado de este proceso se genera un campo eléctrico en el medio, el cual produce un cambio local del índice de refracción vía el efecto electro-óptico de segundo orden. Este fenómeno es conocido como *efecto fotorrefractivo* y fue descubierto en 1966 por Ashkin y sus colaboradores en un cristal de niobato de litio ($LiNbO_3$)[50].

La respuesta no-lineal de los MF es típicamente *no-local* debido a que la migración de carga ocurre en distancias macroscópicas y no instantánea a causa de la relajación dieléctrica y la recombinación de carga [13], generando un tiempo de respuesta lento que generalmente es inversamente proporcional a la intensidad de luz y en un rango de 10^{-2} s a 10^2 s en los experimentos de onda continua, dependiendo del material [29]. Además, estos medios son materiales no-lineales saturables y anisotrópicos [38]. El cambio inducido en el índice de refracción es diferente dependiendo del plano de propagación del SOE, debido a la existencia de dos direcciones transversales principales definidas por el eje polar del cristal.

En un caso simplificado, asumiendo que la proporción de densidad entre los átomos ionizados y no ionizados es aproximadamente uniforme, despreciando los efectos fotovoltaicos de volumen, las corrientes intrínsecas, la presencia de “huecos” y asumiendo que no hay campos eléctricos externos, se obtiene que la variación del índice de refracción para un MF es [51]:

$$\Delta n = -\frac{1}{2}n^3s \left[\frac{k_B T}{e} \frac{1}{I(x)} \frac{dI}{dx} \right]^2, \quad (1.18)$$

donde k_B es la constante de Boltzman, T la temperatura absoluta del MF, e la carga del electrón e $I(x)$ la intensidad del haz que varía en la dirección x .

Este tipo de medios son utilizados en holografía dinámica, ya que debido al efecto fotorrefractivo es posible generar y modificar un patrón de índice de refracción deseado en tiempo real con la incidencia de haces de luz. Adicionalmente, es posible generar SOE.

Los solitones ópticos espaciales en MF fueron predichos en 1992 por Segev y sus colegas, y rápidamente demostrados experimentalmente (véase Fig. 1.12) [13]. Despreciando dispersión y anisotropía en el medio, se obtiene que dichos solitones son de la forma [52]:

$$A(r, z) = U(r)e^{i\gamma z}, \quad (1.19)$$

donde γ es una constante real característica de la propagación del solitón y z la dirección de propagación de éste. Para el caso bidimensional⁷ (1+1)D, permitiendo difracción en la dirección y y buscando autoatrapamiento únicamente en la dirección x , $U(r)=U(x)$ y se satisface [52]:

$$aU'^2 + bUU'' - \gamma U^2 = 0, \quad (1.20)$$

donde U'' y U' son la segunda y primera derivada de U respecto a x , mientras que a y b son parámetros no lineales que se determinan con el coeficiente de emparejamiento entre

⁷Aunque el análisis se realiza en (1+1)D, los MF soportan SOE (2+1)D [13].

las dos ondas planas⁸. Si además $a = -2b$ ⁹, se tiene que [52]:

$$U(x) = U_0 \operatorname{sech}(ax), \quad (1.21)$$

donde $\gamma = -ba^2 > 0$, $ad \ll 1$ para justificar el truncamiento de la serie de Taylor utilizada para obtener la Ec.(1.20), siendo d la longitud efectiva de interacción del MF, es decir, la distancia a la cual influye el efecto fotorrefractivo ($\sim 14\mu\text{m}$).

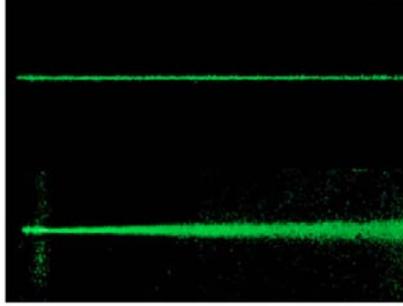


Figura 1.12: Demostración Experimental de la propagación (5mm) de un SOE a lo largo de un cristal fotorrefractivo no-lineal (SBN) [13]. Imagen superior: Vista lateral de haz autoatrapado. Imagen inferior: El mismo haz pero en ausencia del efecto no-lineal, haz naturalmente difractado.

Interacción de solitones en medios fotorrefractivos

Debido a la saturación y anisotropía presente en los medios fotorrefractivos, al interactuar dos SOE se presenta una gama más amplia de escenarios comparada con las interacciones de solitones Kerr. A continuación se describen brevemente algunos de los fenómenos encontrados en las interacciones coherentes e incoherentes de SOE apantallados¹⁰ (*screening solitons*, en inglés) generados en este tipo de medios.

Interacción coherente en MF

Como los MF tienen un tiempo de respuesta lento (10^{-2} a 10^2 s [29]), para la realización de experimentos generalmente se impone la interacción coherente controlando la fase relativa, modificando el camino óptico de uno de los haces utilizando un espejo acoplado a un transductor-piezoeléctrico [18]. Además, se alinean los haces de forma que se propaguen

⁸Este coeficiente da información de las propiedades del material y la polarización de la ondas [52].

⁹Condición necesaria para no obtener el fenómeno *del haz de abanico*, en el cual el haz es deflectado y/o distorsionado durante su propagación.

¹⁰En los MF hay varios tipos de solitones; cuasi-estables, fotovoltáicos y apantallados. Estos últimos son los más estudiados tanto teórica como experimentalmente debido a su fácil generación y estabilidad. La única diferencia con los descritos en la sección 1.5.1 es que al cristal fotorrefractivo se aplica un voltaje uniforme externo paralelo a su eje polar (x) y se incide una luz de fondo uniforme para aumentar la conductividad global del cristal. Al incidir el haz de luz, el índice de refracción se altera localmente vía el efecto Pockels [17].

perpendiculares al eje polar del cristal para suprimir el fenómeno de *mezclado de dos ondas* que se produce en caso de no hacerlo [36].

Las colisiones entre dos solitones ópticos espaciales en medios fotorrefractivos a ángulos grandes ($> 1^\circ$) son básicamente elásticas, es decir, los solitones emergen sin ser afectados por la interacción [18, 36]. Sin embargo, cuando la colisión sucede a ángulos pequeños ($\theta < 1^\circ$), el resultado de la interacción depende fuertemente de la fase relativa entre los solitones.

Cuando dos SOE interactúan en un MF a ángulos pequeños y están mutuamente en fase, tienden a colapsarse en un solo haz, mientras que los solitones fuera de fase se repelen [18],[36]. El grado de fusión observado para haces incidentes en fase, depende sensiblemente del ángulo de interacción entre ellos [18]. Si el ángulo es menor que el ángulo característico de difracción de los haces de entrada, se observa una fuerte atracción. Si el ángulo es mayor, la fusión es menos pronunciada y eventualmente los haces comienzan a pasar a través del otro sin fusionarse. En el caso de cristales de longitud más corta, o una no-linealidad más débil, el proceso de fusión no es completado. En lugar de eso, una fuerza atractiva causa que los haces se aproximen uno al otro resultando sólo una parcial coalescencia de los haces de salida. En este caso, cambiando la fase relativa entre los haces de entrada, resulta un desplazamiento de los haces de salida de alrededor de un diámetro de haz. [18].

En general, las fuerzas de atracción y repulsión son de igual magnitud. Para valores intermedios de fase relativa ($-\pi/2 < \delta\phi < \pi/2$) y ángulos un poco mayores, la interacción de solitones conlleva un intercambio de energía. Después de la colisión, una distribución de potencia inicialmente igual llega a ser asimétrica. Es posible controlar la dirección de la transferencia de energía variando la fase relativa entre los haces (véase Fig. 1.13) [36]. Gracias esta propiedad, la *aniquilación* de SOE es posible (véanse Fig. 1.14 b y c) [18, 37].

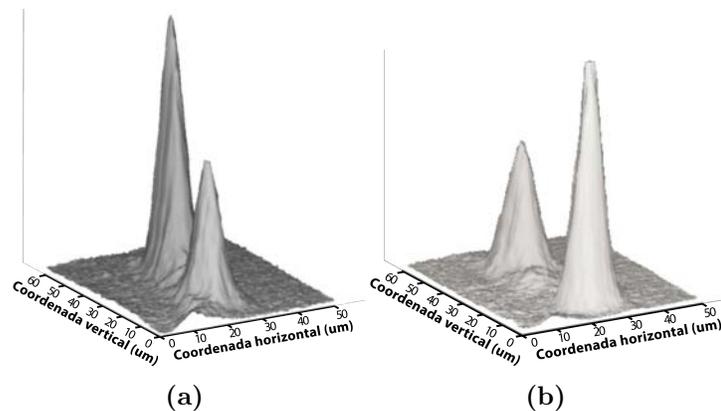


Figura 1.13: Dependencia del intercambio de energía en la fase relativa de dos solitones después de la colisión [36]. (a) Fase relativa cercana a $\pi/2$. (b) Fase relativa cercana a $-\pi/2$.

Adicionalmente, cuando dos SOE interactúan coherentemente con ángulos pequeños en MF, es posible generar un solitón adicional a través de dos SOE con un ángulo de

interacción de $\theta \approx 0.8^\circ$, escogiendo la fase relativa entre los dos haces tal que se observen tres distintas franjas de interferencia, que evolucionan a tres solitones claramente definidos (véase Fig. 1.14a), fenómeno conocido como *nacimiento de un solitón* [18].

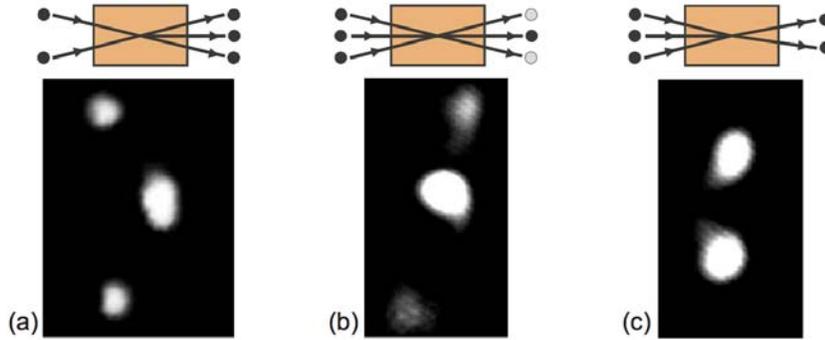


Figura 1.14: Creación y aniquilación de solitones fotorrefractivos apantallados [18]. (a) Nacimiento de un solitón que experimenta un fuerte corrimiento lateral. (b) La potencia del haz central se incrementa a expensas de A y B (aniquilación parcial de dos SOE) cuando la fase de C relativa a A y B es cercana a $\pi/2$. Los últimos continúan propagándose como solitones a pesar de que su intensidad es menor. (c) Desaparición virtual del haz central (aniquilación total de un SOE) cuando la fase relativa de éste es ajustada a $-\pi/2$, la potencia fluye hacia los haces de al lado. Consecuentemente, los solitones A y B son amplificados a expensas de C. Los esquemas superiores ilustran la propagación en el plano YZ.

Interacción incoherente en MF

En un medio isotrópico y unidimensional como los medios Kerr, dos solitones mutuamente incoherentes siempre se atraen. En los MF, debido a que son anisotrópicos es posible lograr tanto interacción atractiva como repulsiva dependiendo de la separación entre los SOE [38].

Cuando los haces se propagan perpendiculares al eje polar del cristal (x), el comportamiento es análogo a los observados en medios con no-linealidades Kerr [18], es decir, el cambio de índice de refracción siempre crea un incremento en la región entre los haces (véase Fig. 1.15a), produciendo su atracción y generando que se intersecten en un punto. La fuerza de atracción disminuye en función de la separación inicial de los solitones interactuantes, haciendo que los haces se crucen a distancias mayores (véase Fig. 1.16 a-c) [38]. Cuando se propagan además en el mismo plano, forman un *par enlazado* como en los medios Kerr (véase 1.5a). Sin embargo, las colisiones son inelásticas debido al carácter saturable de los MF, por lo que la amplitud de la mutua oscilación decae y los solitones eventualmente se fusionan (véase Fig. 1.16d) [38].

Por otro lado, si la propagación es un plano paralelo al eje polar del cristal (por ejemplo el plano XZ), el índice de refracción inducido resultado de la interacción depende de la distancia de separación entre los haces (véase Fig. 1.15) [18]. Este comportamiento es conocido como *interacción anómala*. Para haces muy cercanos, los SOE se atraen

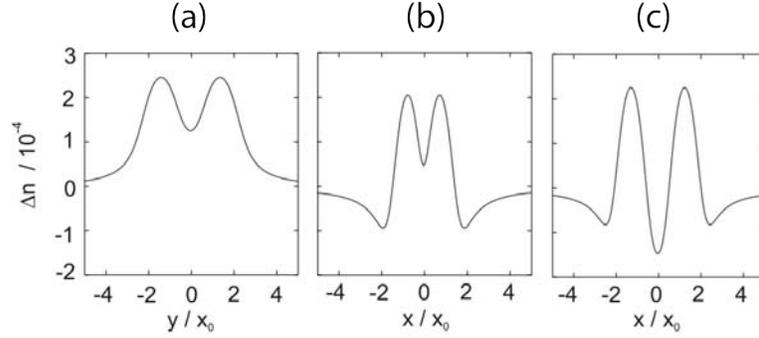


Figura 1.15: Índice de refracción no-lineal inducido por dos haces gaussianos en un cristal fotorrefractivo con campo eléctrico externo [38]. (a) Haces propagándose en el plano YZ . (b) Haces propagándose en el plano XZ con una separación pequeña. (c) Haces propagándose en el plano XZ con una separación grande.

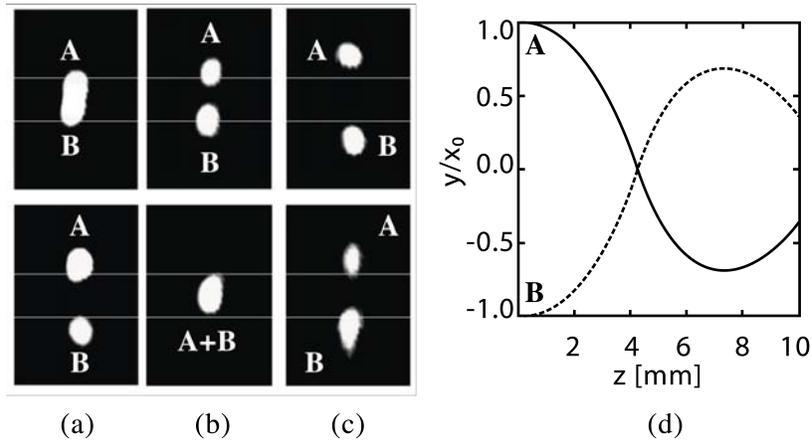


Figura 1.16: Observación experimental de atracción de dos solitones propagándose en el plano XZ [38], separaciones iniciales de: (a) $15 \mu m$. (b) $30 \mu m$ y (c) $50 \mu m$. Las fotografías superiores muestran los spots incidentes y las inferiores los spots a la salida del MF. (d) Simulación numérica de la trayectoria de dos solitones interactuantes propagándose paralelos al eje polar del cristal x en un mismo plano.

fuertemente y oscilan combinándose y separándose hasta que eventualmente coalescen en un solo haz (véanse Fig. 1.17 a-c). Para separaciones grandes, inicialmente los haces se traslapan y se atraen débilmente. Conforme los solitones se forman, se da una interacción repulsiva por lo que la separación entre los haces se incrementa (véanse Fig. 1.17 d-f). Cuando los haces se separan tanto en x como y , la propagación de haces inicialmente paralelos resulta en repulsión y movimiento espiral en sentido de las manecillas del reloj, con eje en el centro de los dos haces (véase Fig. 1.17 g-i).

1.5.2. Cristales líquidos

La fase *líquida cristalina* es un estado de la materia entre la fase sólido cristalino y líquido isotrópico. Un cristal líquido (LC por sus siglas en inglés) puede fluir como

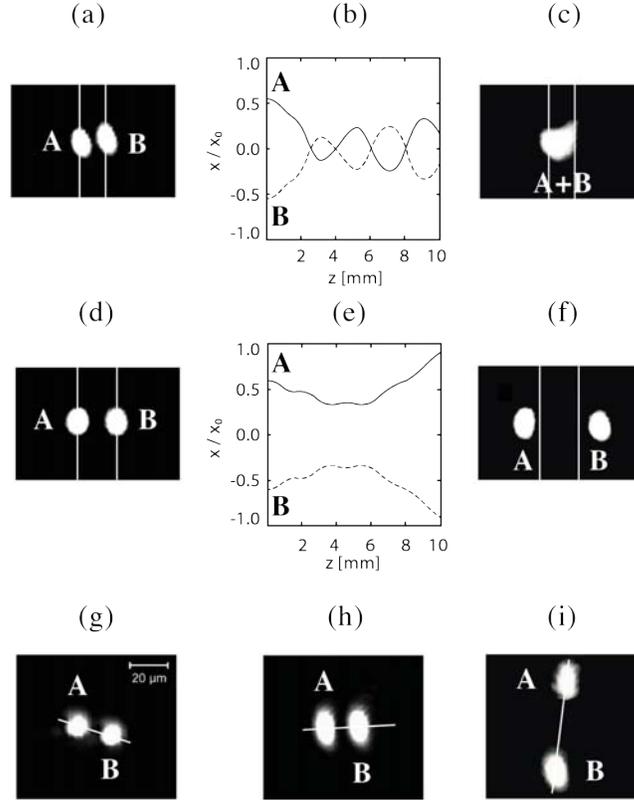


Figura 1.17: (a-c) Atracción de haces cuando dos SOE son separados una distancia pequeña ($\approx 20\mu\text{m}$) y (d-e) repulsión cuando son separados una gran distancia ($\geq 40\mu\text{m}$) [38], donde la primera columna son los spots de entrada, la segunda simulaciones numéricas de la trayectoria de ambos haces y la tercera los spots de salida. (g-i) Observación experimental de la rotación de los solitones debido a la anisotropía del MF: (g) spot de haces incidentes, (h) solitones no interactuantes y (i) Rotación debido a interacción [38].

un líquido ordinario y posee características de la fase cristalina como la birrefringencia. Los LC termotrópicos mesógenos nemáticos con alineamiento homogéneo (NLC) son los que reciben mayor atención en la investigación de óptica no-lineal. Estos materiales exhiben comportamientos mesomórficos con un rango de temperaturas definidas. Están compuestos por moléculas alargadas con ordenamiento orientacional pero no posicional. En esta fase, las moléculas tienden a ser paralelas a una dirección común (vector director \vec{n}). Además, estos medios exhiben un alto grado de *no-localidad* debido a las fuerzas elásticas entre las moléculas de cristal líquido que actúan como un mecanismo de difusión [47].

Debido a la anisotropía presente en los NLC, si se incide un haz de luz con campo eléctrico polarizado tal que $\vec{e} \cdot \vec{n} \neq 0$ (ondas extraordinarias), se genera una respuesta no-lineal grande tipo Kerr y es posible reorientar las moléculas del NLC con intensidades del orden de mW o menores (véase Fig. 1.18) [2, 46]. En cambio, si se aplica un campo eléctrico, magnético u óptico, tal que $\vec{E} \perp \vec{n}$ (ondas ordinarias), únicamente es factible modificar el

vector director cuando la magnitud del campo excede la *transición umbral de Fredericksz* [6].

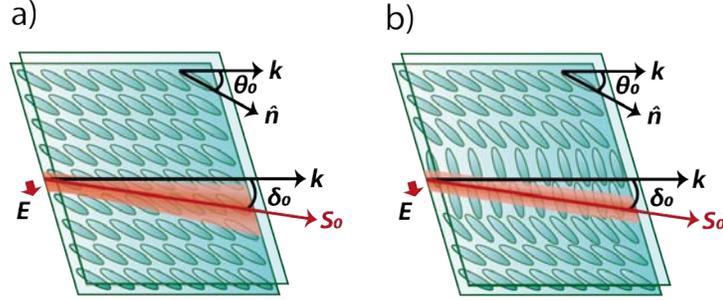


Figura 1.18: Celda de NLC: a) en presencia de un campo externo de intensidad pequeña (régimen lineal) y b) en presencia de un campo externo de intensidad suficientemente grande para generar efectos no-lineales en el material [2].

Considerando un haz de luz polarizado extraordinariamente que se propaga a lo largo de un NLC, induciendo una perturbación óptica ψ en el régimen de baja perturbación ($\psi \ll \theta_0$, donde θ_0 es el ángulo inicial del vector director del cristal líquido nemático), la no-linealidad del índice de refracción será [2]:

$$n_2(\theta_0) = 2\gamma \sin[2(\theta_0 - \delta_0)]n_e^2(\theta_0) \tan(\delta_0), \quad (1.22)$$

donde δ_0 es el ángulo de propagación del haz de luz dentro del LC cuando éste incide ortogonal a la celda¹¹, n_e el índice de refracción lineal extraordinario para un θ_0 fijo y γ depende de los parámetros del material, tal que es cero para birrefringencia nula (es decir, la anisotropía dieléctrica en el límite cuasi-estático $\Delta\epsilon$ es cero) o cuando las fuerzas intermoleculares son grandes [2].

Por otro lado, si a una celda plana de NLC se le aplica un voltaje externo de baja frecuencia¹² ($V = hE$, donde h es el ancho de la celda) y se le incide un haz de luz linealmente polarizado a lo largo de la dirección x y propagándose en la dirección z , la evolución de la función envolvente (A) con variación lenta es descrita por el siguiente sistema [46]:

$$2ik \frac{\partial A}{\partial z} + \nabla_{\perp}^2 A + k_0^2(n_{\parallel}^2 + n_{\perp}^2)[\sin(\theta)^2 - \sin(\theta_0)^2]A = 0, \quad (1.23)$$

$$K \frac{\partial \theta}{\partial Z^2} + K \nabla_{\perp}^2 \theta + \frac{\Delta\epsilon E^2}{2} \sin(2\theta) + \frac{\epsilon_0(n_{\parallel}^2 + n_{\perp}^2) |A|^2}{4} \sin(2\theta) = 0, \quad (1.24)$$

¹¹La desviación del ángulo de propagación del haz incidente es debida a un efecto presente en los LC conocido como *walk-off*, el cual es generado por la anisotropía del material [2].

¹²Dicho voltaje es utilizado para ajustar la respuesta uniaxial del material en un plano específico y garantizar la estabilidad química y física del medio con el paso del tiempo. Así mismo, es aplicado para controlar las propiedades de polarización del NLC y mantener las pérdidas por esparcimiento en límites aceptables [46].

con $k = k_0(\theta)$, donde k_0 es el vector de onda en el vacío, θ el ángulo de inclinación general resultante como consecuencia del haz incidente y el voltaje externo aplicado, y K es la constante elástica de Frank. Además, $n_e < n(\theta(x)) < n_0$ donde $n_e = n_{\parallel}$ y $n_0 = n_{\perp}$, respectivamente.

Normalizando las variables de forma que $R_c^2 = 2\theta_0 K \sin(2\theta_0) \Delta\epsilon E^2$, reescribiendo las ecuaciones (1.23) y (1.24) con la transformación de variables $(x, y, z) = (X, Y, Z) \sqrt{\varsigma} R_c$, donde ς es un parámetro libre y considerando el caso de máxima no linealidad, se obtiene que la envolvente del campo está descrita por [46] :

$$i \frac{\partial a}{\partial z} + \nabla^2 a + a \left(1 + \frac{\nabla^2}{\varsigma} \right) \frac{|a|^2}{2\varsigma} = 0. \quad (1.25)$$

Obteniendo las soluciones de la ecuación anterior cerca de $r^2 = x^2 + y^2 = 0$ y para $r^2 \rightarrow \infty$ usando una expansión en potencias sucesivas de $\frac{1}{\sqrt{\varsigma}}$, se obtiene que [46]:

$$a = \frac{\sqrt{2p}}{2\pi} \exp\left(-\frac{pr^2}{16\pi}\right), \quad (1.26)$$

donde p es la potencia del haz normalizada. Es decir, resulta un solitón gaussiano que depende de la potencia del haz, como se podría esperar de una alta no-linealidad no-local.

Interacción de solitones en cristales líquidos

A continuación, se describe el trabajo citado en [45]. Éste, realizado en el 2002, fue el primer reporte experimental de interacción de un par de solitones ópticos espaciales (2+1)D en una celda de NLC, en el cual, las interacciones se realizaron con potencia simétrica y mismo ancho en cada solitón, cambiando la distancia y ángulo relativo entre ellos.

Cuando dos SOE con potencias $P = 3mW$ interactúan con un ángulo relativo pequeño ($\theta = 2.7^\circ$) y su separación es nula, después de transcurrir un tiempo ($t = 10s$) se atraen el uno al otro y eventualmente se fusionan en un solo haz (véase Fig. 1.19).

Al aumentar el ángulo de interacción ($\theta = 5^\circ$) y la separación entre ellos ($d = 28\mu m$), las trayectorias resultantes dependen de la potencia inicial de los haces. Si la potencia de cada solitón es muy pequeña ($P = 2.8mW$), tienden propagarse paralelos (véase Fig. 1.20b). Al aumentar la potencia de los SOE ($P = 3.6mW$), éstos se atraen y convergen al final de la celda (véase Fig. 1.20c). Al incrementar una vez más la potencia ($P = 4.5mW$), los dos solitones se cruzan a una distancia menor de propagación y posteriormente se separan nuevamente (véase Fig. 1.20d). Cuando los haces inciden paralelos con una potencia $P = 3mW$ y son separados una menor distancia ($d = 11\mu m$), los haces se cruzan y separan múltiples veces (véase Fig. 1.21).

En este trabajo se menciona que en todos sus experimentos el resultado de la interacción fue independiente de la fase y nunca se obtuvo repulsión entre solitones a pesar de usar también haces mutuamente fuera de fase.

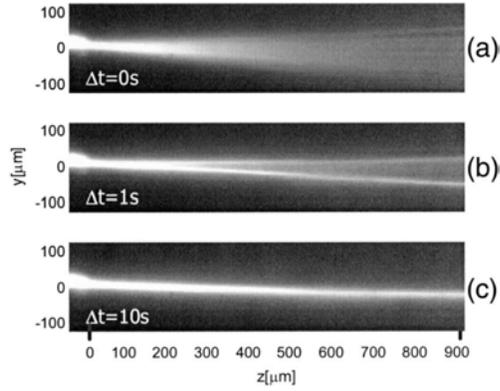


Figura 1.19: Secuencia temporal de la fusión de dos SOE [45]. Potencia $P = 3mW$ en cada uno. Ángulo de interacción $\theta = 2.7^\circ$ y separación inicial nula. (a) El NLC aún no ha reaccionado a la excitación y los haces se propagan linealmente y con difracción ($t = 0s$). (b) El medio se comporta no-linealmente y se generan los dos solitones propagándose hacia delante con su separación angular original porque la interacción atractiva a través de la no-localidad no ha tenido suficiente tiempo para establecerse ($t = 1s$). (c) Los dos solitones se atraen uno al otro y eventualmente se fusionan en un solo haz autoatrapado ($t = 10s$).

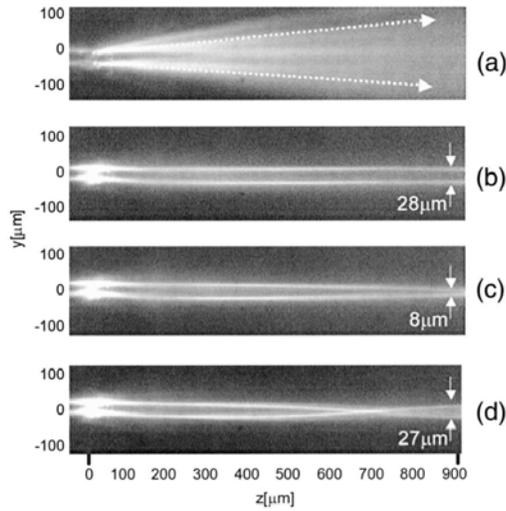


Figura 1.20: Interacción de dos SOE idénticos con un ángulo $\theta = 5^\circ$ entre ellos y separados una distancia $d = 28\mu m$ [45]. (a) Comportamiento lineal, haces difractados. (b) Atracción débil entre dos solitones con potencia $P = 2.8mw$ cada uno. (c) Atracción más fuerte a $P = 3.6mW$. (d) Entrecruzamiento a $P = 4.5mw$.

Por otro lado, en interacciones realizadas con un desbalance de potencias encontraron que siempre resulta una curvatura más marcada correspondiente al solitón con menor potencia, alterando la simetría general del proceso.

Además, presentan un estudio teórico de la interacción de dos SOE en un NLC comparando los resultados de una respuesta no-lineal: local saturable tipo Kerr y una no-local saturable. En el primer caso, la variación del índice de refracción induce dos

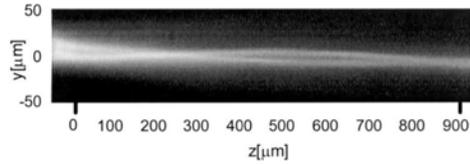


Figura 1.21: Multiple entrecruzamiento resultado de la interacción de dos SOE paralelos separados una distancia $d = 11\mu m$ [45]. Potencia $P = 3mW$ cada uno.

pozos de potencial separados uno del otro, por lo que los dos solitones se propagan independientes manteniendo su momento transversal (véase Fig. 1.22 a,b). En el segundo caso, cuando la no-localidad es suficientemente grande para que la perturbación de los solitones se superponga, el gradiente de índice de refracción atrae los haces al centro con una fuerza de atracción que curva las trayectorias en dirección al otro (véase Fig. 1.22 c,d). Eventualmente, conforme aumenta la distancia de propagación, los solitones se cruzan en un comportamiento cuasi-periódico, cuyo periodo decae al aumentar la potencia de los haces. Debido al número finito de deformaciones en cada colisión inelástica, las oscilaciones se vuelven más rápidas conforme aumenta la distancia de propagación y eventualmente los solitones se fusionan en uno solo. Además, en esta situación, la interacción es substancialmente independiente de la fase.

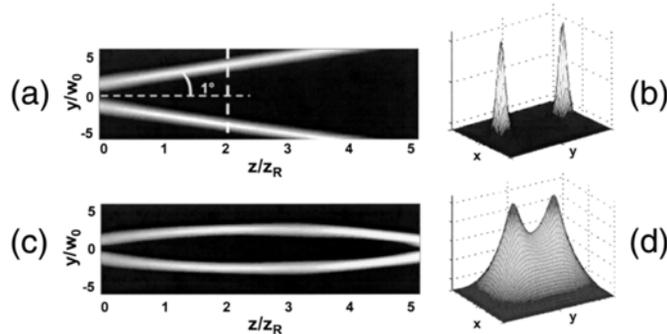


Figura 1.22: Comportamiento simulado de dos SOE (2+1)D [45]. Potencia $P = 0.1mW$ cada uno. Separación $d = 25\mu m$. Ángulo relativo $\theta = 2^\circ$ en el plano YZ . (a),(b) No-linealidad local tipo Kerr. (c),(d) No-linealidad no-local. En cada caso, las gráficas tridimensionales representan la distribución de índice de refracción inducido a $z = 2z_R$.

Años después, en 2005, se demostró teórica y experimentalmente que la interacción entre dos SOE en NLC depende del grado de no-localidad, el cual puede ser modulado tanto con el ancho del haz incidente [47] como a través del ángulo de inclinación inicial de las moléculas del NLC [60]. Éste último es fácilmente controlado aplicando un voltaje inicial a la celda de cristal líquido. Cuando θ_0 crece, el grado de no-localidad ρ decrece como $1/\rho$ y también la longitud característica de la no-linealidad, por lo que aumenta la sensibilidad a la fase [60]. Si el ángulo de inclinación inicial de las moléculas es cercano a cero, la no-localidad es muy grande y se observa que los solitones se atraen independientemente de su fase relativa y su trayectorias se cruzan más de una vez (véase Fig. 1.23 a y d) [60].

Si el ángulo de inclinación de las moléculas aumenta a $\theta_0 \approx \pi/4$, la no-localidad disminuye pero es suficientemente fuerte para eliminar la dependencia de la interacción de la fase relativa entre los solitones y se continúan atrayendo, sin embargo con menor fuerza, por lo que únicamente se cruzan sus trayectorias en un punto (véase Fig. 1.23 b y e) [60]. Al aumentar aún más el valor de θ_0 , es decir, disminuir nuevamente la no-localidad, se encuentra que existe un valor crítico tal que si el grado de no-localidad es menor que este umbral, los solitones se comportan como si se propagaran en un medio local, es decir, los solitones se atraen cuando están mutuamente en fase y se repelen cuando su fase relativa es π (véase Fig. 1.23 c y f) [60].

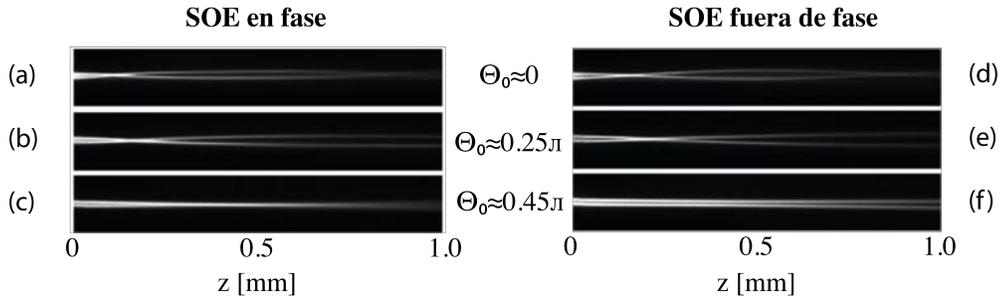


Figura 1.23: Interacción de dos SOE en fase (a-c) y fuera de fase (d-f), propagándose en un NLC variando la inclinación inicial de las moléculas de cristal líquido θ_0 [60].

1.6. Epítome

En las secciones anteriores se mostró que existe una variedad de medios con respuestas ópticas no lineales de tercer orden, y debido a su efecto en el índice de refracción es posible generar fenómenos como el autoenfocamiento, el cual es necesario para la formación de solitones ópticos espaciales.

La interacción de SOE es estudiada en medios no-lineales diferentes a los Kerr debido a la variedad de fenómenos y mayor riqueza comparadas con los comportamientos presentes en MNL-K. Como previamente se describió, la interacción en medios no-Kerr depende tanto de la geometría como de la naturaleza de la no-linealidad. En un medio saturable y anisotrópico como los medios fotorrefractivos, se consigue crear solitones con geometría (2+1)D y las colisiones pueden ocurrir en la tres dimensiones, generando nuevos efectos que no existen en un medio plano como la orbitación de solitones. Por otro lado, en un medio con una no-localidad modulable como los cristales líquidos nemáticos, es posible observar una transición entre repulsión y atracción de dos solitones fuera de fase. Cabe destacar que el carácter anisotrópico de ambos medios (MF y LC) genera una respuesta altamente sensible a la polarización del campo incidente.

El siguiente capítulo hace referencia a la no-linealidad de medios coloidales, por lo que se podrá comparar la respuesta óptica para varios casos, ampliando el panorama y discusión del tema central de la tesis.

Capítulo 2

Medios no-lineales coloidales

El término de coloide fue acuñado en 1861 por Thomas Graham [16]. Los primeros medios coloidales fueron definidos por su incapacidad de pasar a través de una membrana fina. Consistían en mezclas delicadamente divididas de partículas sólidas dispersas en soluciones de electrolitos. Actualmente, un medio coloidal o coloide (MC) es definido por al menos dos fases, una dispersada β (partículas de diámetro de $1nm$ a $1\mu m^1$) y una continua α (fase dispersante), véase Fig. 2.1. Ejemplos de coloides son: la espuma, las emulsiones líquidas, el gel, etc.. Para describir el comportamiento de este tipo de medios pueden aplicarse un conjunto de leyes físicas generales, sin embargo, en los casos extremos éstas se vuelven menos efectivas. Cuando se trata de dimensiones de algunos nanómetros se deben considerar las propiedades moleculares y atómicas. Al utilizar tamaños de micrómetros se debe considerar la cinemática y peso. El número de Reynolds (Re) puede usarse como una definición de frontera, ya que una vez que éste excede el valor de $Re = 0.1$, se pierde el comportamiento coloidal [16], cuya dinámica es fuertemente influida por el movimiento Browniano [32].

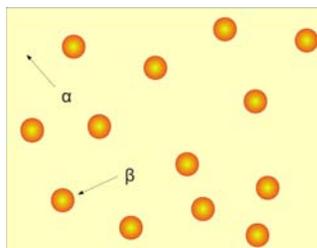


Figura 2.1: Representación esquemática de un sistema coloidal [16].

¹En el límite de partículas pequeñas, el número de átomos situados en la superficie es mayor que el número en bulto, cambiando las propiedades tanto ópticas como generales de la partícula.

2.1. Estudios experimentales de solitones ópticos espaciales en medios coloidales

El primer estudio experimental de solitones ópticos espaciales en medios coloidales fue reportado por Ashkin y sus colaboradores en 1982 [4]. Utilizaron un haz con perfil de intensidad gaussiano², el cual enfocaron dentro de una suspensión de partículas dieléctricas³ en agua, que llamaron “medio Kerr artificial”⁴. Observaron que el haz a una potencia relativamente baja se difractaba (véanse Figs. 2.2A y 2.3A). Sin embargo, al aumentar la potencia éste se contraía debido al autoenfocamiento y al superar una potencia crítica, éste se propagaba como un filamento autoatrapado alrededor de $\sim 600\mu m$ (véanse Figs. 2.2B y 2.3B).

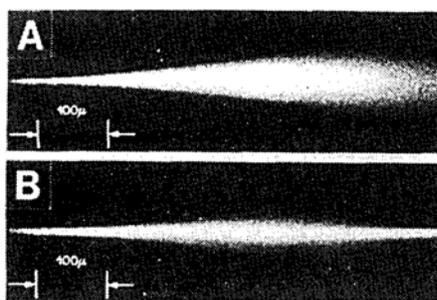


Figura 2.2: Propagación de un haz con perfil gaussiano modo TEM_{00} [4]. A) Muestra la trayectoria del haz con difracción a baja potencia. B) Muestra la formación de un haz autoatrapado a una potencia superior a la crítica. Es notable la presencia de una porción de luz no atrapada emergente de la región focal. Esta componente es pequeña ($\sim 25\%$) para potencias cercanas a la potencia crítica y aumenta para potencias mayores.

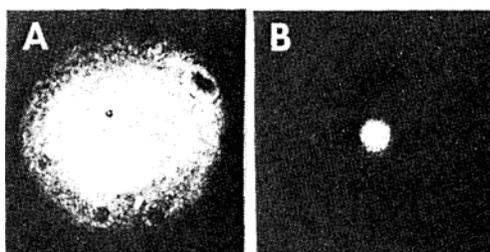


Figura 2.3: Spot fuera de la celda de un haz con perfil gaussiano modo TEM_{00} [4]. A) Spot del haz con difracción a baja potencia. B) Spot del haz reducido debido a autoatrapamiento a una potencia mayor a la crítica.

²De longitud de onda de 5145\AA y modo TEM_{00} .

³Las partículas fueron de látex y se varió tanto el tamaño de partícula (de $0.038\mu m$ a $0.234\mu m$) como la concentración de sólidos ($\sim 3 \times 10^{15}/cm^3 \sim 8\%$).

⁴Dado que un medio Kerr no soporta solitones (2+1)D, esta denominación puede considerarse incorrecta. Es por eso que en este trabajo se denominará este tipo de medios como *Medios Coloidales dieléctricos* (MCD).

Además, reportaron independencia de la potencia crítica para generar autoenfocamiento en estos medios respecto del diámetro del haz y el tamaño de partícula en la región libre de saturación del medio⁵, cuando las pérdidas por esparcimiento eran $\gamma_0 \approx 0.05\text{cm}^{-1}$ (véase Cuadro 2.1).

Diámetro del haz (μm)	Diámetro de partícula (μm)				
	0.038	0.085	0.091	0.109	0.234
Potencia crítica ± 0.05 (W)					
2.0	0.77	0.77	0.66	0.95	—
3.2	0.68	0.78	0.64	0.85	0.76
4.8	0.80	0.84	0.69	0.89	0.68

Cuadro 2.1: Potencia crítica vs diámetro de partícula y diámetro del haz tal que $\gamma_0 \approx 0.05\text{cm}^{-1}$ [4].

Por último, utilizando el promedio de potencia crítica en dicha región ($\langle P_{crit} \rangle = 0.77W$) y aproximando al MCd como un medio Kerr (véase Ec. (1.13)), encontraron que el índice de refracción de segundo orden era $n_2 = 0.38 \times 10^{-9}\text{cm}^2/W$, el cual además, al igual que la potencia crítica, era independiente del diámetro del haz y del diámetro de partícula cuando las pérdidas por esparcimiento eran de $\gamma_0 = 5\text{cm}^{-1}$. Por lo que en este experimento se encontró una respuesta no-lineal superior comparada con la del sulfuro de carbono ($\sim 10^4$ veces).

A pesar de la importancia de este trabajo por ser el primer estudio experimental de solitones ópticos espaciales en MCd, en la actualidad han sido realizados análisis más detallados [25, 40, 57, 58]. Así mismo, el cálculo del índice de refracción de segundo orden a través de la deducción teórica de la potencia crítica fue hecho considerando al medio como una aproximación de medio Kerr, lo cual, como se ha mencionado anteriormente, no es posible.

Desde este primer trabajo, aunque ha sido poco el reporte experimental de generación de SOE en medios coloidales, se ha demostrado el guiado de ondas a través de la guía inducida por un solitón óptico espacial en un MCd [57]. Además, se ha estudiado la existencia de SOE en medios coloidales de partículas metálicas a través de la resonancia plasmónica [25] y en suspensiones coloidales con polarizabilidad negativa [40].

2.2. Origen de la no-linealidad en un medio coloidal

Un haz láser enfocado se comporta como una trampa óptica individual para partículas de tamaño micrométrico como se verá en la subsección 2.2.1. Sin embargo, en el caso de un MCd, éste induce un comportamiento colectivo. La fuerza de gradiente generada por

⁵Reportada para diámetros de haz $\sim 2\mu\text{m}$, valor que es un orden de magnitud menor que el observado en otros medios no-lineales [4].

el haz actúa opuesta a la difusión, concentrando las nanopartículas en la región de mayor intensidad⁶. Como consecuencia de la redistribución espacial de partículas se produce un cambio local en el índice de refracción efectivo del MCd que origina una respuesta no-lineal, por lo cual es posible producir los fenómenos de autoenfocamiento y autoatrapamiento [28].

Como se mencionó en la sección anterior, en un inicio se aproximó a los MCd con una no-linealidad Kerr [55]. No obstante, a diferencia de los medios Kerr, los MCd sí soportan solitones estables (2+1)D [56], por lo que la no-linealidad debe tener una forma distinta. Lo anterior, motivó el desarrollo de modelos teóricos para explicar correctamente el tipo de no linealidad presente en estos medios. En general, todos los modelos teóricos describen la propagación en un MCd de un haz de luz con un campo eléctrico de la forma⁷ $E(\vec{r}, t) = \psi(\vec{r}) \exp[i(k_0 n_0 z - \omega t)]$ con una ecuación similar a la NLS espacial [58]:

$$i \frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{1}{2k_0 n_0} \nabla_{\perp}^2 \psi + F(\rho) \psi = 0. \quad (2.1)$$

La no linealidad está representada por $F(\rho)$, la cual denota una función compleja de la densidad de partículas (o concentración), cuya parte real e imaginaria están asociadas con el índice de refracción y pérdidas por esparcimiento Rayleigh, respectivamente.

2.2.1. Fuerzas ópticas sobre partículas dieléctricas

Con el fin de entender por qué las partículas se acumulan en las regiones de mayor intensidad, en esta sección se discutirán las fuerzas ópticas.

La luz ejerce una fuerza generada por el cambio de momento de los fotones que la conforman. El ímpetu de éstos se ve afectado cuando la luz es esparcida (*esparcimiento de Mie o de Rayleigh*) o refractada por un material dieléctrico. La luz esparcida genera una fuerza en la dirección de propagación (F_{scatt}), mientras que la refractada crea una fuerza de gradiente (F_{grad}) en dirección del gradiente espacial de intensidad óptica. Estas fuerzas son pequeñas comparadas con las del mundo macroscópico ($\sim nN$), sin embargo, son relativamente grandes cuando se habla de átomos, moléculas y partículas de tamaños micrométricos [43].

Existen diferentes tratamientos teóricos de acuerdo al tamaño de partícula que se desee manipular y la longitud de onda que se utilice para este fin. Si el diámetro de la partícula d es mucho mayor que la longitud de onda λ , es posible utilizar la teoría de *óptica de rayos* para el cálculo de las fuerzas ópticas. La fuerza de gradiente sobre la partícula es resultado de la refracción de luz y proporcional su intensidad. Así mismo, la componente de la fuerza de esparcimiento surge tanto de la absorción como de la reflexión especular debida al objeto atrapado [43, 5]. Cuando el tamaño de partícula es muy cercano a la

⁶Si además existe un gradiente de temperatura, se ocasiona una corriente de partículas debido al efecto termoforético. La magnitud y dirección de la termodifusión es determinada por el coeficiente de Soret [20].

⁷Donde k_0 es el número de onda en el vacío, ω la frecuencia del haz y n_0 el índice de refracción efectivo del medio en ausencia de luz, tal que la función envolvente $\psi(\vec{r})$ varía lentamente.

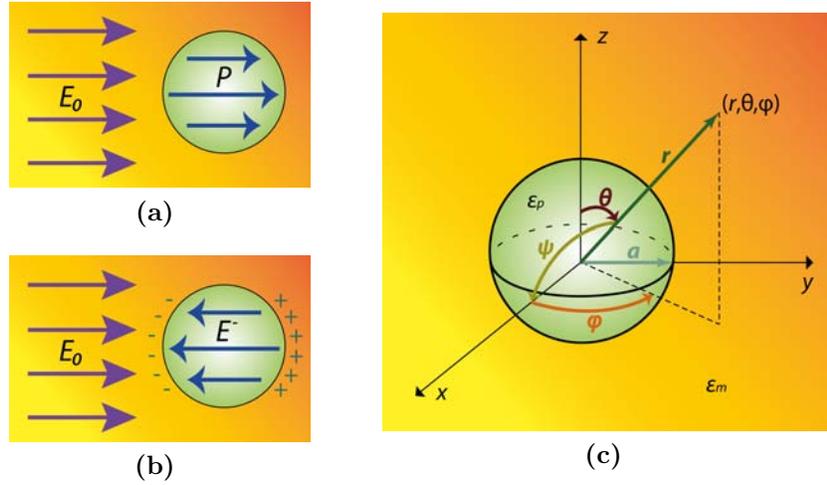


Figura 2.4: (a)-(b) Análisis de una esfera dieléctrica en presencia de un campo eléctrico uniforme E_0 [1]. (a) Polarización P debida al campo externo. (b) Campo eléctrico en el interior inducido por la redistribución de cargas en la esfera dieléctrica. (c) Sistema de coordenadas considerado [1].

longitud de onda, se requieren teorías electromagnéticas más completas para proporcionar una descripción exacta [9, 49]. Por último, si la partícula atrapada es mucho más pequeña que la longitud de onda de la luz de atrapamiento, como es en el caso que se estudia en esta tesis, se satisfacen las condiciones del esparcimiento Rayleigh y las fuerzas ópticas pueden ser calculadas tratando a la partícula como un dipolo puntual, como se describirá a continuación.

Aproximación de Rayleigh

Al aplicar un campo eléctrico uniforme E_0 en la dirección \hat{x} (i.e. $\vec{E}_0 = E_0\hat{x}$) a una partícula esférica dieléctrica pequeña (con permitividad ϵ_p y radio a), se inducirá una polarización P dentro de ésta (véase Fig. 2.4a). La nueva distribución de cargas en la esfera generarán un potencial eléctrico dentro (ϕ^-) y fuera (ϕ^+) de ella. Suponiendo que la partícula es de un material dieléctrico homogéneo y partiendo de la solución de la ecuación de Laplace en coordenadas esféricas (véase Fig. 2.4c), el potencial eléctrico que satisface las condiciones de frontera ($\phi^+ = \phi^-$ y $\epsilon_p \frac{\partial \phi^+}{\partial r} = \epsilon_m \frac{\partial \phi^-}{\partial r}$, donde ϵ_m es la permitividad del medio donde se sitúa la partícula esférica) será en el interior [1]:

$$\phi^- = \frac{3\epsilon_p'}{1 + 2\epsilon_p'} E_0 r \cos \theta. \quad (2.2)$$

Aquí $\epsilon_p' = \epsilon_p/\epsilon_0$ es la permitividad relativa de la partícula. Por tanto, el campo eléctrico dentro de la partícula es [1]:

$$E^- = \frac{3\epsilon_p'}{1 + 2\epsilon_p'} E_0, \quad (2.3)$$

del cual se observa que en el interior se induce un campo eléctrico que siempre es paralelo al aplicado (véase Fig. 2.4b).

Por otro lado, el potencial eléctrico inducido fuera de la esfera estará dado por [1]:

$$\phi^+ = \frac{\epsilon'_p - \epsilon'_m}{\epsilon'_p + 2\epsilon'_m} a^3 E_0 \frac{\cos \theta}{r^2}, \quad (2.4)$$

donde $\epsilon'_m = \epsilon_m/\epsilon_0$ es la permitividad relativa del medio. De la ecuación anterior, se observa que el campo inducido externo es el de un dipolo orientado a lo largo del eje de polarización del campo eléctrico externo con momento dipolar [1]:

$$\vec{p} = 4\pi\epsilon'_m \frac{\epsilon'_p - \epsilon'_m}{\epsilon'_p + 2\epsilon'_m} a^3 E_0 \hat{x} = \vartheta \vec{E}, \quad (2.5)$$

donde $\vartheta = 4\pi n_m^2 a^3 \left(\frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right)$ es la polarizabilidad de partícula en el vacío⁸ ($\epsilon_m = \epsilon_0$), n_m el índice de refracción del medio⁹ y $m = n_p/n_m = \sqrt{\epsilon'_p/\epsilon'_m}$ es la razón entre el índice de refracción del medio y el de la partícula (n_p). Se denomina medio con polarizabilidad positiva (ϑ_+) si $\vartheta > 0$ y con polarizabilidad negativa (ϑ_-) si $\vartheta < 0$, es decir, si $n_p > n_m$ y $n_p < n_m$, respectivamente.

Considérese ahora una partícula dieléctrica en presencia de un campo eléctrico $\vec{E} = \vec{E}(\vec{r}, t)$ oscilante en el tiempo, homogéneo, con una frecuencia angular ω y longitud de onda λ . En este caso el dipolo inducido oscilará. En consecuencia, éste generará una radiación secundaria en todas direcciones. Utilizando el vector de Hertz en coordenadas esféricas para calcular el campo eléctrico $\vec{E}_{\text{rad}} = (E_r^{\text{rad}}, E_\theta^{\text{rad}}, 0)$ y magnético $\vec{H}_{\text{rad}} = (0, 0, H_\phi^{\text{rad}})$ de esta radiación secundaria, se obtiene que [32]:

$$\begin{aligned} E_r^{\text{rad}} &= \frac{pk_0^3}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^{ik_0r}}{k_0r} 2 \cos(\theta) \left[\frac{1}{(k_0r)^2} - \frac{i}{k_0r} \right], \\ E_\theta^{\text{rad}} &= \frac{pk_0^3}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^{ik_0r}}{k_0r} \sin(\theta) \left[\frac{1}{(k_0r)^2} - \frac{i}{k_0r} - 1 \right], \\ H_\phi^{\text{rad}} &= \frac{1}{c} \frac{pk_0^3}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^{ik_0r}}{k_0r} \sin(\theta) \left[-\frac{i}{k_0r} - 1 \right], \end{aligned} \quad (2.6)$$

donde k_0 es el número de onda en el vacío y $p = |\vec{p}|$.

Asumiendo que el dipolo inducido oscila a una frecuencia angular ω' y está orientado a lo largo del eje polar \hat{s} , además que \vec{E} , \vec{E}_{rad} , \vec{P} son uniformes en todo el volumen de la partícula esférica dieléctrica¹⁰; se tiene que [32]:

$$\vec{P} = \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) \left(\vec{E} + \vec{E}'_{\text{rad}} \right), \quad (2.7)$$

⁸El factor de 4π puede variar dependiendo de las unidades, en este caso se usó el Sistema Internacional.

⁹El índice de refracción n se relaciona con la permitividad relativa ϵ_r tal que $n = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$ y en la mayoría de los materiales $\mu_r \approx 1$, por lo que $n \approx \sqrt{\epsilon_r}$.

¹⁰Condición válida en el caso de partículas pequeñas, es decir, tales que $a \ll \lambda$.

donde $\vec{E}'_{\text{rad}} = \int_{r \in V} dE_{\text{rad},s}(\vec{r}) \hat{s} = \frac{1}{3\epsilon_0} [-1 + (k_0 a)^2 + \frac{2i}{3}(k_0 a)^3] \vec{P}$ y $dE_{\text{rad},s}$ es la componente paralela a \hat{s} del campo radiado^{11,12} [véase Ec. (2.6)]. Entonces, la polarizabilidad efectiva de una pequeña esfera, es decir, la constante de proporcionalidad entre el momento dipolar y el campo eléctrico incidente, es [32]:

$$\vartheta_{\text{osc}} = \frac{\vartheta}{1 - \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} [(k_0 a)^2 + \frac{2i}{3}(k_0 a)^3]}. \quad (2.8)$$

La componente imaginaria de ésta es resultado de la interacción del dipolo con el campo que radía al oscilar.

Por todo lo anterior, la fuerza que sentirá una partícula dieléctrica debido a la presencia de un campo electromagnético oscilante será la fuerza de Lorentz para un dipolo, que está dada por [27]:

$$\vec{F}_L(\vec{r}, t) = (\vec{p} \cdot \vec{\nabla}) \vec{E} + \frac{1}{c} \frac{d\vec{p}}{dt} \times \vec{B}. \quad (2.9)$$

Expandiendo en su serie de Taylor cada uno de los campos alrededor del centro de masa del dipolo ($\vec{r}_{\text{dip}} = \frac{\vec{r}_+ + \vec{r}_-}{2}$, donde \vec{r}_+ y \vec{r}_- son las posiciones de las cargas $+q$ y $-q$, respectivamente), utilizando la ecuación de Maxwell para el rotacional del campo eléctrico¹³ y considerando que el dipolo es no relativista; la Ec. (2.9) queda como [32]:

$$\vec{F}_L(\vec{r}_{\text{dip}}, t) = (\vec{p} \cdot \nabla) \vec{E}(\vec{r}_{\text{dip}}, t) + \vec{p} \times [\nabla \times \vec{E}(\vec{r}_{\text{dip}}, t)] + \frac{d}{dt} [\vec{p} \times \vec{B}(\vec{r}_{\text{dip}}, t)]. \quad (2.10)$$

Ahora, tomando el promedio temporal de esta fuerza, considerando que el haz incidente es monocromático (con frecuencia angular ω) y usando algunas identidades vectoriales para el campo eléctrico¹⁴; se obtiene que [32]:

$$\langle \vec{F}_L \rangle_T = \frac{1}{4} \vartheta_{\text{Re}} \nabla E_0^2 + \frac{\sigma}{c} \langle \vec{S} \rangle_T - \frac{1}{2} \sigma c \nabla \times \langle \vec{s} \rangle_T, \quad (2.11)$$

donde $\vartheta_{\text{Re}} = \text{Re}\{\vartheta_{\text{osc}}\}$; $E_0 = |\vec{E}|$ es la magnitud del campo eléctrico incidente; $\sigma = \frac{k_0}{\epsilon_0} \vartheta_{\text{Im}}$ es la sección transversal de extinción, tal que $\vartheta_{\text{Im}} = \text{Im}\{\vartheta_{\text{osc}}\}$; $\langle \vec{S} \rangle_T = \frac{1}{2} \langle \text{Re}\{\vec{E} \times \vec{H}^*\} \rangle_T$ es el promedio temporal del vector de Poynting, tal que $\vec{H} = \frac{1}{\mu} \vec{B}$ y μ es la permeabilidad magnética del material dieléctrico, por último $\langle \vec{s} \rangle_T = \langle i \frac{\epsilon_0}{2\omega} \vec{E} \times \vec{E}^* \rangle_T$ es el promedio temporal de la densidad de spín de la onda incidente.

Retomando la Ec. (2.11), el primer término se denomina *fuerza óptica de gradiente*, la cual en términos de la intensidad del campo óptico incidente $I = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2$ se expresa como [32]:

$$\vec{F}_{\text{grad}} = \frac{1}{2} \frac{\vartheta_{\text{Re}}}{c \epsilon_0} \nabla I(r_{\text{dip}}). \quad (2.12)$$

¹¹Obtenido a través de su expansión en serie de potencias del parámetro $k_0 r$, que es muy pequeño, hasta el término de tercer orden [32].

¹²Nótese que sólo se necesita considerar esta componente debido a que $d\vec{p} = dp\hat{s}$.

¹³ $\nabla \times \vec{E}(\vec{r}, t) = -\frac{\partial \vec{B}(\vec{r}, t)}{\partial t}$.

¹⁴ $\nabla(\vec{E} \cdot \vec{E}^*) = (\vec{E} \cdot \nabla) \vec{E}^* + \vec{E} \times (\nabla \times \vec{E}^*) + (\vec{E}^* \cdot \nabla) \vec{E} + \vec{E}^* \times (\nabla \times \vec{E})$
y $\nabla \times (\vec{E} \times \vec{E}^*) = \vec{E}(\nabla \cdot \vec{E}^*) - \vec{E}^*(\nabla \cdot \vec{E}) + (\vec{E}^* \cdot \nabla) \vec{E} - (\vec{E} \cdot \nabla) \vec{E}^*$, donde * indica el conjugado.

El segundo es un término no conservativo y es nombrado como la *fuerza de esparcimiento* [32]:

$$\vec{F}_{\text{scatt}} = \frac{\sigma}{c} \langle \vec{S} \rangle_T = \frac{\sigma}{c} I(\vec{r}_{\text{dip}}) \hat{k}, \quad (2.13)$$

ya que es proporcional a la sección transversal de extinción y por tanto es resultado de la transferencia de momento del campo a la partícula debido a la dispersión generada por ésta y procesos de absorción. Además, como esta fuerza apunta en la dirección del vector de Poynting, también lo hace en la dirección de propagación de la onda electromagnética incidente ($\hat{k} = \vec{k}/|\vec{k}|$, donde \vec{k} es el vector de onda). El último término de esta ecuación es llamado *fuerza rotacional del spín* [32]:

$$\vec{F}_{\text{spín}} = -\frac{1}{2} \sigma c \nabla \times \langle \vec{s} \rangle_T, \quad (2.14)$$

surge cuando existe un gradiente en la polarización óptica de la onda electromagnética incidente, por lo que es necesario que dicha polarización sea inhomogénea. Esta fuerza es no conservativa y su magnitud es relativamente pequeña comparada con la de la fuerza gradiente y la fuerza debida al esparcimiento, por lo que no juega un papel importante en los experimentos de pinzas ópticas [32].

2.3. Modelos teóricos del efecto no-lineal en medios coloidales

Debido a la complejidad que implica un MCd, actualmente existen varios modelos teóricos para describir su respuesta no lineal. Todos ellos consideran únicamente la fuerza óptica de gradiente ya que cuando las partículas dieléctricas coloidales son pequeñas ($a \ll \lambda$), la fuerza $\vec{F}_{\text{scatt}} \ll \vec{F}_{\text{grad}}$ [véanse Ec.(2.12) y (2.13)]. En algunos trabajos se concluye que se trata de una no-linealidad exponencial [21, 28] y en otros se deduce una no-linealidad saturable tipo Kerr [41]. En esta sección se describirán dos de los modelos reportados.

2.3.1. Modelo de Gordon y Blakely (partículas no interactuantes)

A continuación se presenta una teoría de autoatrapamiento óptico de partículas (POST, por sus siglas en inglés) para el régimen de baja intensidad óptica en la que se incluye tanto el transporte de partículas en un medio continuo (en ausencia de efectos electroforéticos y de dinámica de fluidos tipo bulto), como la ecuación de onda no-lineal. En este caso es posible obtener una solución analítica.

Al incidir un haz de luz con un gradiente de intensidad a un MCd, las partículas son atraídas a la región de mayor intensidad de éste debido al gradiente de intensidad del campo eléctrico local (E). El incremento en la concentración de partículas induce un cambio local de índice de refracción generando el fenómeno de autoenfocamiento. Cuando se compensa parcialmente la difracción con este fenómeno, se produce una guía de onda

de luz y aumenta la fuerza de atrapamiento de las partículas debido al confinamiento del haz. Este proceso es balanceado por la difusión de partículas generando una geometría fija del haz de luz, es decir, un solitón óptico espacial (véase Fig. 2.5) [28].

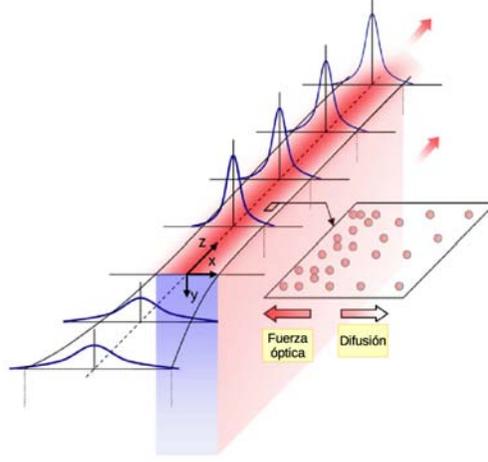


Figura 2.5: Esquema de autoatrapamiento óptico de partículas [28].

La ecuación que gobierna el transporte de partículas en un medio continuo es [28]:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{j}, \quad (2.15)$$

donde C es la concentración de partículas y \vec{j} es el flujo asociado. En ausencia de transporte a través de movimiento de fluidos tipo bulto y efectos electroforéticos, el flujo puede ser expresado como [28]:

$$\vec{j} = -D\vec{\nabla}C + \nu\vec{F}C, \quad (2.16)$$

donde D es el coeficiente de difusión, \vec{F} la suma de fuerzas externas actuando sobre las partículas y ν la movilidad. La ecuación *Nernst-Einstein* provee la relación $\nu = \frac{D}{k_B T}$, donde k_B es la constante de Boltzmann y T la temperatura.

Si se desprecia la fuerza óptica debida al esparcimiento, la fuerza externa puede escribirse como la componente transversal de la fuerza óptica de gradiente [28], véase Ec.(2.12). Por lo anterior, la ecuación de transporte será [28]:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D\nabla_{\perp}^2 C - \frac{2\pi a^3 D}{ck_B T} \left(\frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right) \vec{\nabla}_{\perp} \cdot (C\vec{\nabla}_{\perp} I), \quad (2.17)$$

donde $I = |E|^2$. Para una concentración suficientemente baja ($C < 0.1$), $m \sim 1$ y suponiendo que $\frac{\partial C}{\partial t} = 0$, el índice de refracción es [28]:

$$n^2 = n_m^2 + (n_p^2 - n_m^2)C_0 \exp\left(\frac{I}{I_c}\right), \quad (2.18)$$

donde a $I_c = \frac{ck_B T}{2\pi a^3} \frac{m^2+2}{m^2-1}$ se le llama intensidad óptica crítica y C_0 es la concentración inicial de partículas.

Utilizando la Ec.(2.17), la ecuación de onda para un campo eléctrico linealmente polarizado y considerando que el campo eléctrico del haz de luz varía como: $\vec{E} = A(x, y) \exp(ik_z z - i\omega t) \hat{y}$ tal que $I < I_0$; se obtiene que [28]:

$$\nabla_{\perp}^2 A - \Gamma^2 A + \Lambda^2 |A|^2 A = 0, \quad (2.19)$$

donde $\Lambda^2 = \frac{(n_p^2 - n_m^2) C_0 \omega^2}{I_0 c^2}$ y $\Gamma^2 = \frac{k_z^2 - n_m^2 \omega^2}{c^2 - I_0 \Lambda^2}$. La solución unidimensional de la función envolvente A es un solitón espacial (1+1)D de la forma [28]:

$$A(x) = \frac{\sqrt{2}\Gamma}{\Lambda \cosh(\Gamma x)}. \quad (2.20)$$

Ésta no depende de la geometría inicial del haz y converge a una solución estable cuando $I < 1.4I_c$.

Por último, cabe mencionar que el modelo de POST depende críticamente de las características de las partículas de interés como son su índice de refracción y su tamaño. Desde una perspectiva de la ecuación de transporte [Ec.(2.17)], un tamaño grande partículas favorece el enfocamiento óptico. Sin embargo, el tratamiento con la aproximación Rayleigh de la solución analítica limita su aplicación respecto al tamaño de partícula. Así mismo, desde una perspectiva de aplicaciones en guiado de ondas, los efectos de esparcimiento limitan nuevamente el tamaño de partícula [15].

2.3.2. Modelo de Matuszewski, Krolkowski y Kivshar (con interacción entre partículas)

En seguida se describe un modelo de propagación de luz en medios coloidales, en el cual se toman en cuenta las interacciones entre partículas a través de un potencial de esferas duras y se describe el sistema coloidal en los regímenes de baja y alta intensidad óptica, para pequeñas y grandes concentraciones de partículas. Este modelo, reproduce el resultado anteriormente obtenido para una no-linealidad exponencial.

Utilizando la ecuación de estado de un gas de esferas duras y suponiendo que el gradiente de densidad es localmente paralelo a la dirección \hat{x} , se tiene que [41]:

$$\frac{d(\rho Z)}{dx} = -f_{\text{int}} \rho \beta, \quad (2.21)$$

donde ρ es la densidad de partículas coloidales, f_{int} la fuerza interna promedio actuando sobre una partícula, $\beta = \frac{1}{\kappa_B T}$ y $Z = Z(C)$ es la compresibilidad, tal que $C = \rho/\rho_0$ es la concentración.

Por otro lado, la densidad de corriente de partículas en presencia de fuerzas externas \vec{f}_{ex} , es igual a [41]:

$$\vec{j} = \rho \nu \left(\vec{f}_{\text{ex}} + \vec{f}_{\text{int}} \right). \quad (2.22)$$

Para el estado de equilibrio ($\vec{j} = 0$) en presencia de un gradiente de campo óptico [$\vec{f}_{\text{ex}} = \vec{F}_{\text{grad}}$, véase Ec. (2.12)], se obtiene que [41]:

$$\rho \frac{\vartheta\beta}{4} \frac{dI}{dx} = \frac{d(\rho Z)}{dx}, \quad (2.23)$$

la cual puede ser resuelta analíticamente para dar la dependencia $I(C)$, tal que [41]:

$$\frac{\vartheta\beta}{4} I(C) = g(C) - g(C_0), \quad (2.24)$$

donde $g(C) = \frac{(3-C)}{(1-C)^3} + \ln(C)$ y C_0 es la concentración inicial. Para C pequeña, el resultado es equivalente a una dependencia exponencial [41] [como la derivada en la sección anterior, véase Ec.(2.18)]:

$$C = C_0 \exp\left(\frac{\vartheta\beta}{4} I\right). \quad (2.25)$$

Asumiendo una concentración relativamente pequeña y un bajo contraste entre los índices de refracción de las partículas y el medio ($n_p/n_m \approx 1$), se estima que la permitividad efectiva del medio aproximada con la fórmula de Maxwell–Garnett es [41]:

$$\epsilon_{\text{ef}} = \epsilon_m + \delta C, \quad (2.26)$$

donde $\delta = \frac{3\epsilon_m(\epsilon_p - \epsilon_m)}{(\epsilon_p + 2\epsilon_m)}$. Utilizando el índice de refracción efectivo¹⁵, calculado con la ecuación (2.26), para resolver la ecuación de Helmholtz, se obtiene la ecuación de propagación para un campo eléctrico definido por $E = u \exp[ik_0(\epsilon_m + \delta C_0)^{1/2}z]$, cuya envolvente varía lentamente y cumple la siguiente ecuación [41]:

$$i \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{1}{2} \nabla_{\perp}^2 u \pm (C - C_0)u = 0, \quad (2.27)$$

donde \pm corresponde a los casos positivos y negativos de la cantidad $(m - 1)$, que está relacionada con la polarizabilidad del medio ϑ . La envolvente en unidades normalizadas ($|u|^2 = \frac{\vartheta\beta}{4} I$) es [41]:

$$|u|^2 = \pm [g(C) - g(C_0)]. \quad (2.28)$$

De esta ecuación se observa también la forma que tiene la concentración en función de la intensidad $C(|u|^2)$ (véase Fig. 2.6b). En el límite de baja intensidad, el índice de refracción [que es proporcional a la concentración de partículas C , véase Ec. (2.26)] es como el de un medio Kerr, es decir, proporcional a la intensidad. Para intensidades más grandes, éste es mejor descrito por el modelo exponencial. Finalmente, para grandes densidades de partículas con interacciones de esferas duras, se vuelve significativa la saturación ya que el modelo exponencial colapsa. También se puede observar que para una concentración inicial grande (C_0), el régimen exponencial puede ser despreciado, con la transición directa de un Kerr a un régimen saturado.

¹⁵Éste está asociado con la permitividad efectiva a través de la susceptividad eléctrica con las ecuaciones: $n_{\text{ef}}^2 = 1 + \chi_{\text{ef}}$ y $\epsilon_{\text{ef}} = (1 + \chi_{\text{ef}})\epsilon_0$ [51].

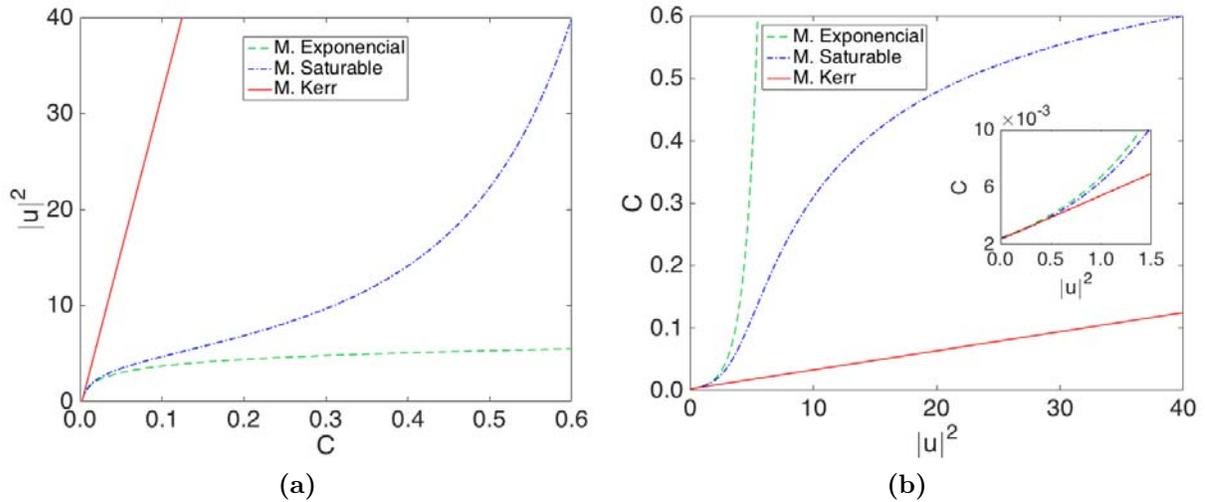


Figura 2.6: (a) Intensidad de haz $|u|^2$ en función de la concentración de partículas C , [véase Ec.(2.28)]. (b) Concentración de partículas C en función de la intensidad de haz $|u|^2$. Para el límite de baja intensidad (línea sólida), intensidades grandes (línea discontinua) y para grandes densidades de partículas que interactúan a través de un potencial de esfera dura (línea y punto).

Al buscar soluciones de solitones en la forma $u(\vec{r}) = A(\vec{r}_\perp) \exp(I\kappa z)$ tal que $m > 1$, se tiene que [41]:

$$-\kappa A + \frac{1}{2} \frac{d^2 A}{dx^2} + (C - C_0) A = 0. \quad (2.29)$$

Esta ecuación puede ser integrada una vez, obteniendo una ecuación diferencial de primer orden para $C(x)$, la cual puede ser resuelta numéricamente para C_0 y κ dadas.

Por otro lado, usando el criterio para la estabilidad de un solitón de Vakhitov-Kolokolov ($dP/d\kappa > 0$), se encuentra que existe una región de biestabilidad cuando la potencia del haz¹⁶ corresponde a $P \approx 35 - 50$ y la concentración inicial cumple que $C_0 < C_b \approx 0.5\%$ [41]. Además, las dos regiones de solitones estables (denominadas ramas alta y baja en función de la magnitud de κ) son separadas por una región de inestabilidad. Al investigar la posibilidad de cambiar los solitones inestables perturbando ligeramente su amplitud, se obtiene que si la amplitud del solitón se aumenta ligeramente, éste se convierte en una solución estable correspondiente a grandes valores de constante de propagación de la rama alta. Por otro lado, la disminución de la amplitud del solitón conduce a la difracción en lugar de transformarse en un solitón estable de la rama baja (véase Fig. 2.7) [41].

2.4. Interacción de solitones en medios coloidales

En las siguientes subsecciones se describirá brevemente los dos únicos trabajos que se conocen de interacción de solitones ópticos espaciales en medios coloidales ([42, 23]). El

¹⁶La potencia del haz está dada en unidades adimensionales pero se desconoce el factor de normalización ya que no es mencionado en ninguno de sus trabajos.

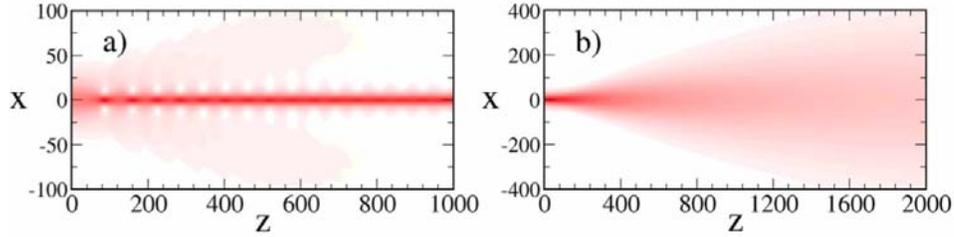


Figura 2.7: Propagación de un solitón inestable perturbado tal que $\eta_0 = 10^{-3}$, $\kappa = 9 \times 10^{-3}$, $P = 41$ y $m > 1$. (a) Incremento de la potencia del solitón del 1% resultando un solitón estable después de perder cerca del 10% de la potencia del haz; (b) disminución de la potencia del solitón del 1% resultando difracción [41].

primero estudia numéricamente las colisiones de dos SOE biestables y coherentes en un MCD con polarizabilidad positiva e interacción de potencial de esfera dura entre partículas, en términos de las ramas generadas por la biestabilidad. El segundo analiza tanto teórica como experimentalmente las colisiones de dos haces autoatrapados coherentes en una suspensión con polarizabilidad negativa en función de su fase relativa .

2.4.1. Modelo teórico de Matuszewski, *et al.* (partículas interactuantes)

A continuación se describe el estudio teórico citado en la referencia [42]. Éste parte utilizando el modelo con interacción entre partículas de [41] para obtener la ecuación de propagación del campo eléctrico y encontrar la región de biestabilidad reportada anteriormente. Sin embargo, en este trabajo, se deduce que el ancho de los solitones de la rama baja es aproximadamente 20 veces más grande que el ancho de los de la rama alta a pesar de tener la misma potencia de haz¹⁷ (véase Fig. 2.8).

Al estudiar la interacción coherente entre solitones biestables de las dos ramas, se observan diferentes comportamientos cuando las colisiones son entre solitones de la misma rama y cuando son de ramas diferentes. Sin embargo, no observaron diferencias cualitativas al realizarlas con potencias diferentes.

Colisión de solitones de la misma rama

Lejos de la región de inestabilidad, la interacción de solitones de la rama baja es similar a la descrita por solitones-Kerr, mientras que las colisiones entre SOE de la rama alta son inelásticas como en un medio saturable. En esta última, la fuerza entre ellos puede ser atractiva o repulsiva dependiendo de su diferencia de fase y puede haber transferencia de energía entre solitones en el caso no integrable.

¹⁷Nuevamente la potencia del haz está dada en unidades adimensionales pero se desconoce el factor de normalización, ya que no es mencionado en ninguno de sus trabajos.

¹⁸La potencia está dada en unidades adimensionales. Sin embargo, se desconoce el factor de normalización ya que no es mencionado en ninguno de sus trabajos.

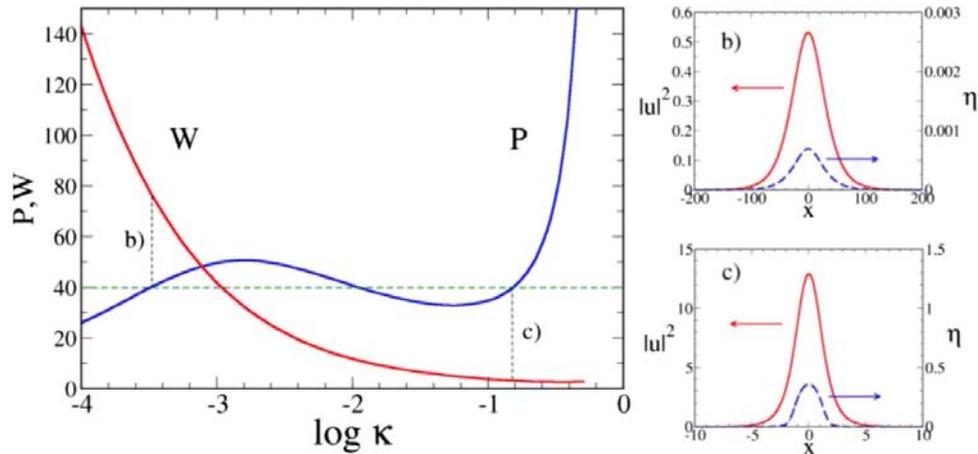


Figura 2.8: Análisis de la región de biestabilidad presente en un MCD [42]. a) Potencia¹⁸ de solitón (**P**) y ancho (**W**) contra la constante de propagación (κ) en escala logarítmica, para una concentración $C_0 = 10^{-3}$. Los gráficos de la derecha muestran el perfil de intensidad (línea sólida) y la concentración (línea punteada) para solitones biestables con potencia $P = 40$ de las diferentes ramas estables. b) Rama estable baja . c) Rama estable alta.

Por otro lado, si la potencia del solitón¹⁹ o la constante de propagación se acercan a valores de la región de inestabilidad, el comportamiento es muy diferente al descrito anteriormente. Dos solitones de alta potencia ($P = 45$) de la rama baja y en fase ($\Delta\phi = 0$ ó $\pi/2$) se fusionan en uno de la rama alta, radiando una cantidad de energía significativa (véase Fig. 2.9 a y b). Cuando interactúan fuera de fase ($\Delta\phi = \pi$), se repelen y ambos se transforman en solitones de la rama superior disminuyendo su ancho (véase Fig. 2.9c). Si la interacción es entre dos SOE de la rama alta ($P = 33$) y la fase relativa es muy pequeña pero estrictamente mayor a cero ($\Delta\phi = 0.01$), los dos se aniquilan (véase Fig. 2.9d). Al aumentar la diferencia de fase ($\Delta\phi = \pi/2$), los solitones se atraen (véase Fig. 2.9e). Sin embargo, en este mismo caso cuando la colisión ocurre entre dos solitones fuera de fase, éstos se repelen y se propagan sin cambiar sus propiedades (véase Fig. 2.9f).

Colisión de solitones de diferente rama

La interacción entre solitones de distintas ramas es siempre repulsiva e independiente de la fase relativa entre ellos, lo cual podría ser consecuencia de la gran diferencia en el valor de constantes de propagación entre una rama y otra (véase Fig. 2.8), y por tanto, entre sus velocidades de fase. Esta diferencia conlleva a una oscilación muy rápida de su fase relativa en el área de interacción. Como resultado, la contribución coherente en la interacción es en promedio despreciable y se vuelve efectivamente incoherente.

A continuación, se describen algunos de los escenarios posibles resultado de la interacción entre dos SOE de diferentes ramas. Para valores de potencia alta ($P \approx 46 - 50.6$) y

¹⁹Como se señala en la Fig. 2.8, la potencia del haz está dada en unidades adimensionales pero se desconoce el factor de normalización ya que no es mencionado en ninguno de sus trabajos.

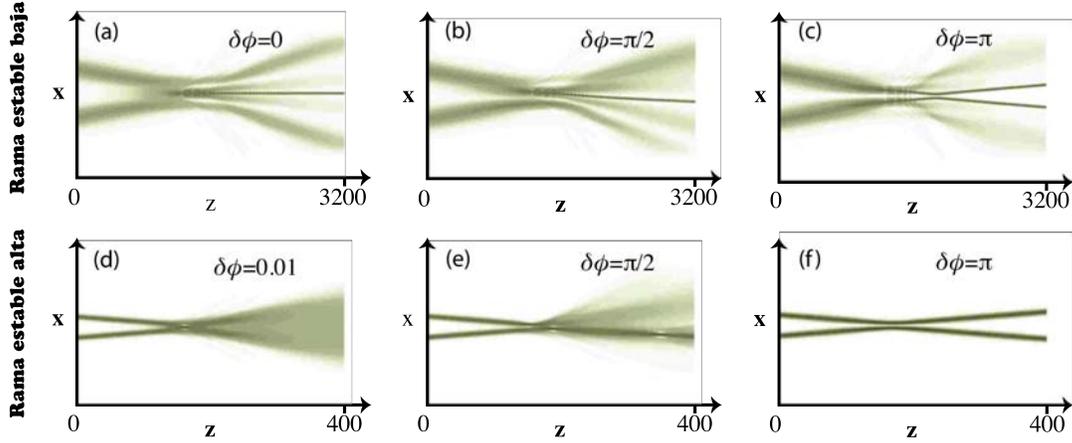


Figura 2.9: Colisión de solitones de la misma rama para diferentes valores de fase relativa $\Delta\phi$ [42]. (a)-(c) Interacción de la rama estable baja ($P = 45$ y $k_0 = 0.05$). (d)-(f) Interacción de la rama estable alta ($P = 33$ y $k_0 = 0.1$).

$k_0 < 0.15$, el solitón de la rama baja se transforma en uno de la rama alta disminuyendo su ancho y radiando energía (véase Fig. 2.10a). Si el ángulo de inclinación o la velocidad transversal son suficientemente grandes, los solitones pasan a través del otro (véase Fig. 2.10b). Para potencias menores ($P = 34$ y 46) y constantes de propagación muy pequeñas ($k_0 < 0.02$), ambos solitones son reflejados sin alterar sus propiedades (véase Fig. 2.10c). Si se aumenta la constante de propagación, el solitón de la rama inferior deflecta al de la rama superior y eventualmente se difracta (véase Fig. 2.10d).

2.4.2. Modelo teórico y resultados experimentales de Fardad, *et al.* (medio con polarizabilidad negativa)

En seguida se presenta el segundo trabajo que se conoce de interacción de solitones en medios coloidales de la referencia [23]. En éste se reportan tanto resultados experimentales como teóricos para la interacción coherente entre dos SOE en soluciones de partículas con polarizabilidad negativa, la cual es implementada con partículas de polytetrafluoro-ethylene ($n_p = 1.35$) dispersadas en una solución de glicerina diluida ($n_m = 1.44$), generando una no-linealidad óptica saturable. Además, se menciona que el fenómeno de autoenfocamiento es súper crítico para MCd con ϑ_+ , resultando en el colapso de los solitones espaciales y propagación inestable.

Modelo teórico

En el modelo teórico se parte de la suposición de que localmente el índice de refracción efectivo se puede expresar como $n_{\text{ef}} = (1 - C)n_m + Cn_p$, donde C es la concentración dada por la Ec. (2.25). Además, se plantea la siguiente ecuación no-lineal para la envolvente del campo eléctrico (A):

$$i\frac{\partial A}{\partial z} + \frac{1}{k_0 n_m} \nabla_{\perp}^2 A + k_0(n_p - n_m)C\phi + \frac{i\sigma C}{2V_p} A = 0, \quad (2.30)$$

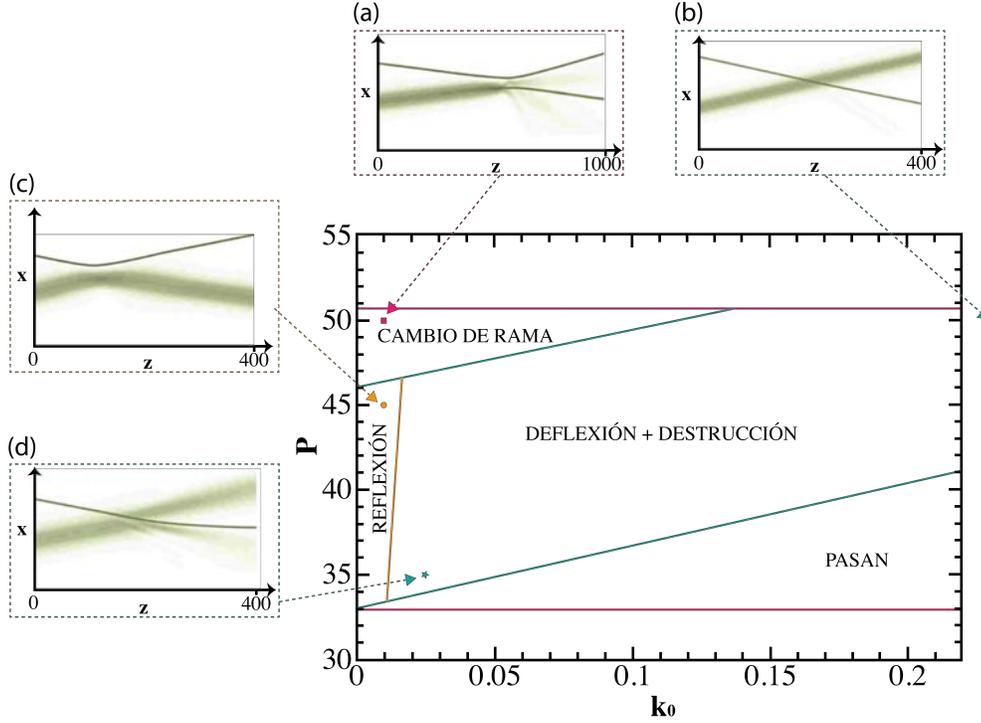


Figura 2.10: Diagrama de colisión entre solitones de distintas ramas para diferentes valores de potencia (P) y de constante de propagación (k_0) [42]. (a) Solitón de la rama baja cambia a la rama alta después de la colisión, $P = 50$ y $k_0 = 0.01$. (b) Los solitones pasan a través del otro, $P = 50$ y $k_0 = 0.5$. (c) Reflexión de solitones, $P = 45$ y $k_0 = 0.01$. (d) El solitón de la rama alta es deflectado y el de la rama baja se difracta, $P = 35$ y $k_0 = 0.025$.

donde $k_0 = 2\pi/\lambda_0$, λ_0 es la longitud de onda del haz en el vacío, σ la sección transversal de esparcimiento Rayleigh y V_p es el volumen individual de cada partícula. Dicha ecuación es resuelta numéricamente para la comparación con sus resultados experimentales.

Resultados experimentales

En los experimentos se utilizó una concentración inicial de partículas $C_0 = 0.3\%$ y haces con diámetro $W_{FWHM} = 13\mu m$ a potencia $P = 2W$, ya que cuando ésta era menor se observó difracción considerable en el spot de salida (véase Fig. 2.11d).

Por otro lado, se reporta que los solitones que se producen en estos medios se propagan sin divergencia notable hasta $L_{\theta} = 4mm$. Sin embargo, la observación del spot de salida se hace después de $3mm$ de propagación.

Al estudiar la colisión entre dos SOE paralelos separados transversalmente una distancia $d_I = 13\mu m$ y que interactúan con fase relativa $\phi = \pi$, se observa interacción repulsiva entre ellos a través de simulaciones numéricas, lo cual concuerda con el incremento en la separación de los spots de salida que se nota en los experimentos (véase Fig. 2.11).

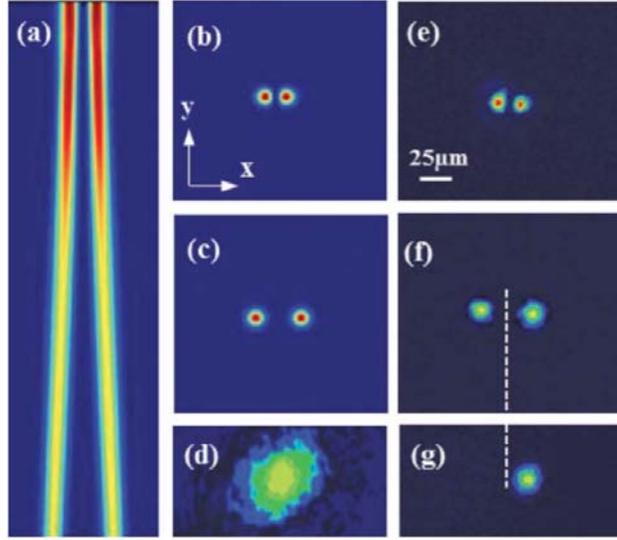


Figura 2.11: Repulsión de dos SOE fuera de fase y con separación d_I en un coloide con polarizabilidad negativa [23]. (a)–(c) Simulaciones numéricas de la interacción repulsiva entre los haces, (b) perfil del haz de entrada y (c) salida. (d) Haz difractado a menor potencia (régimen lineal $P < 2W$). (e), (f) Corresponden a los spots experimentales. En (g), uno de los haces es bloqueado antes de incidir a la muestra. En este caso, el haz se mantiene a la misma distancia de la línea punteada.

Cuando dos solitones ópticos espaciales paralelos se propagan con fase relativa $\phi = 0$ y con separación inicial $d_{II} = 26\mu m$, las simulaciones muestran que se atraen el uno al otro durante la propagación y se verifica experimentalmente porque la separación de los spots a la salida disminuye (véase Fig. 2.12).

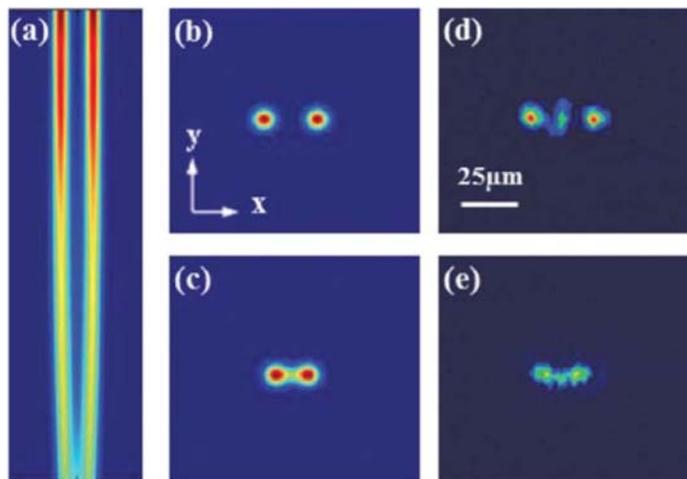


Figura 2.12: Interacción de dos haces autoatrapados en fase con separación inicial d_{II} después de $3mm$ [23]. (a)–(c) Simulaciones numéricas que indican atracción. (b) Perfil de haces combinados a la entrada y (c) salida. (d), (e) Muestra los resultados experimentales correspondientes resultados a la entrada y salida, respectivamente.

Por último, si la colisión se da entre dos haces autoatrapados con fase relativa $\phi = \pi/2$ y separados una distancia $d_{III} = 20\mu m$ a la entrada, los haces se afectan de una forma más compleja. En este caso, se repelen el uno al otro e intercambian energía a través de un proceso de mezclado de cuatro ondas (véase Fig. 2.12).

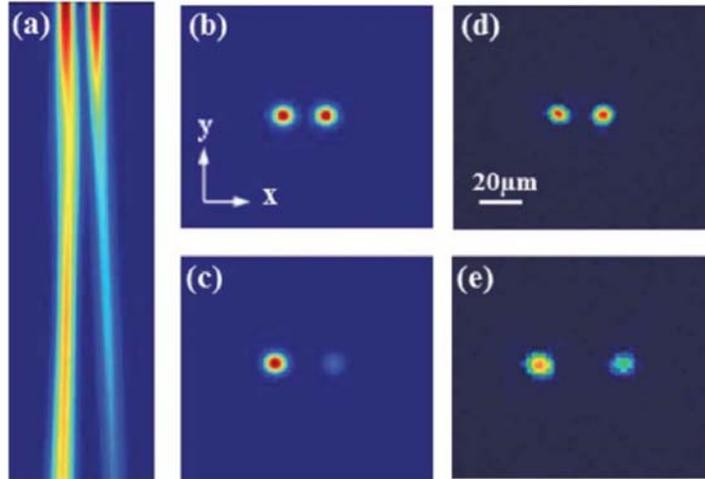


Figura 2.13: Interacción entre dos haces con fase relativa $\phi = \pi/2$, después de $3mm$ de propagación [23]. (a)–(c) Simulaciones numéricas muestran intercambio entre los dos haces. (d), (e) Resultados experimentales correspondientes muestran un comportamiento similar para las mismas condiciones iniciales.

2.5. Epítome

En el primer estudio experimental de generación de SOE en MCd elaborado por Ashkin y sus colaboradores, se reporta que la respuesta óptica no-lineal es cuatro órdenes de magnitud mayor que la deducida para el CS_2 . Además, se observó que la potencia crítica para producir el autoenfocamiento es independiente del radio del haz incidente cuando éste es mayor a $2\mu m$ (fuera del régimen de saturación) y las pérdidas por esparcimiento son de $\gamma_0 = 5cm^{-1}$.

Por otro lado, como se mostró en las secciones anteriores, la respuesta no-lineal de los MCd es generada principalmente por la fuerza óptica de gradiente, en consecuencia, es un medio no-lineal *tipo Kerr* y su no-linealidad no depende de la polarización óptica del haz incidente. Los modelos teóricos que buscan describir la forma de la no-linealidad de las suspensiones coloidales deducen una respuesta exponencial y la de un medio saturable dependiendo del tipo de interacciones entre partículas que se considere, las cuales tienen mayor o menor influencia en función de la intensidad del haz y la densidad de partículas.

Únicamente se conocen dos trabajos de interacción de solitones ópticos espaciales en estos medios. Uno de ellos estudia teóricamente la colisión de solitones biestables en función de las ramas generadas por la biestabilidad reportada en un MCd con polarizabilidad positiva tomando en cuenta la interacción entre partículas a través de un potencial de esfera dura.

En este trabajo se predice tanto repulsión como atracción cuando la interacción se da en SOE de la misma rama, dando lugar a diferentes fenómenos como la fusión y aniquilación. Así mismo, se deduce que la interacción entre solitones de diferentes ramas es siempre repulsiva e independiente de la fase relativa de éstos, originando distintos comportamientos dependiendo de su potencia y constante de propagación como: deflexión y cambio de rama. En el segundo trabajo, se estudia tanto experimental como numéricamente la interacción coherente de dos SOE en un MC con polarizabilidad negativa, argumentando que el fenómeno de autoenfocamiento es súper crítico para MCd con ϑ_+ . En éste se reporta que en la generación de un haz autoatrapado individual no se observa difracción significativa hasta distancias de propagación $L_{\vartheta_-} = 4mm$. Además, en la colisión de dos solitones se observa atracción o repulsión en función de su fase relativa e intercambio de energía a través del proceso de mezclado de cuatro ondas cuando la diferencia de fase entre ellos es $\pi/2$.

En los dos capítulos siguientes, se detallarán los experimentos realizados de generación e interacción de haces autocolimados en MCd con polarizabilidad positiva (ϑ_+) para la elaboración de esta tesis. Como se profundizará en el Capítulo 3, se encontró vinculado el fenómeno de autoenfocamiento con la magnitud del radio incidente, contrario a lo reportado por [4]. Asimismo, se determinó la longitud mínima de propagación sin difracción significativa para comparar con L_{ϑ_-} . Por otro lado, debido a que la respuesta no-lineal es independiente de la polarización, en esta tesis se estudió la interacción de haces autocolimados incoherentes imponiendo polarizaciones ortogonales entre los haces.

Capítulo 3

Generación de haces autocolimados en medios coloidales

A continuación se presentan los experimentos realizados para la generación de haces autocolimados (*HAC*) en medios coloidales con nanopartículas dieléctricas (MCd). A diferencia de lo mencionado en las referencias, no se logró generar solitones ópticos espaciales, el porqué se justifica a lo largo de este capítulo. Sin embargo, contrario a lo argumentado en [40], no se observó un colapso del haz tras el autoenfocamiento de éste, a pesar de que la polarizabilidad del medio utilizado era positiva, incluso se dedujo que la distancia de propagación mínima sin divergencia apreciable era mucho mayor que la reportada en [4] y del orden de la reportada en las referencias [40, 23] para medios con polarizabilidad negativa. Además, se encontró relacionado el fenómeno de autocolimación con el radio del haz incidente, resultado inesperado tras lo reportado en [4].

3.1. Montaje experimental

Se utilizaron cubetas de vidrio transparente ($n_v \approx 1.52$) con las dimensiones que se muestran en la Fig. 3.1a¹. En éstas se colocó una suspensión de nanopartículas dieléctricas esféricas de poliestireno, con diámetro² $d_p = 0.057\mu m$ e índice de refracción $n_p = 1.592$. El coeficiente de Soret³ para este tamaño de partículas es $S_T \approx 0$ a $25^\circ C$ [11], por lo que el efecto termoforético es despreciable. La concentración utilizada fue $C_0 = 1.04\%$ de sólidos⁴ dispersados en agua destilada⁵ ($n_m \approx 1.33$).

¹Fabricadas en el laboratorio específicamente para estos experimentos.

²El fabricante no menciona la dispersión de tamaños de partículas en la muestra, por lo que se considerará que es muy pequeña comparada con la reportada.

³Éste determina la magnitud de la termodifusión [20].

⁴Esta concentración fue previamente utilizada exitosamente para la formación de guías de onda a través del autoenfocamiento de un haz de alta potencia [57].

⁵En estas condiciones, el número de Reynolds es: $Re < \frac{\rho v_p d_p}{\mu} = 6.23 \times 10^{-10}$, donde $\rho = 1000 kg/m^3$ es la densidad del agua destilada, $v_p = 0.545(\rho_p - 1)d_p^2 = 9.74 nm/s$ es la velocidad máxima de la partícula en agua [7], ρ_p es la densidad de la partícula (en g/cm^3) [8], y $\mu = 0.891 g/(m \cdot s)$ es la viscosidad dinámica a $25^\circ C$.

Como se mencionó en el capítulo anterior, lo único que se necesita para producir el fenómeno de autoenfocamiento en un MCd es un haz altamente enfocado con potencia suficiente para generar una nueva distribución de nanopartículas. El montaje utilizado puede observarse en la Fig. 3.1b. Se usó un láser continuo de perfil gaussiano (con diámetro de cintura $d_0 = 2.25\text{mm} \pm 10\%$ y divergencia $\theta < 0.5\text{mrad}$ en aire), linealmente polarizado, con longitud de onda⁶ $\lambda = 532\text{nm}$ y de alta potencia (con un rango de potencia de salida de $P_s = 0.01 - 5.00\text{W}$). El haz se hizo incidir ortogonalmente en las delgadas paredes de la cubeta (espesor $e \approx 0.015\text{cm}$) y se enfocó dentro de ella con un objetivo de microscopio de apertura numérica $NA = 0.40$, magnificación $M = 20\times$, distancia focal $f = 9.0\text{mm}$ y distancia de trabajo $D.T. = 1.7\text{mm}$. Con ayuda de un fotodetector se midió la potencia del haz cerca del foco del objetivo de microscopio en función de la potencia de salida del láser por lo que todas las potencias que se mencionan en las siguientes secciones son potencias incidentes en la muestra.

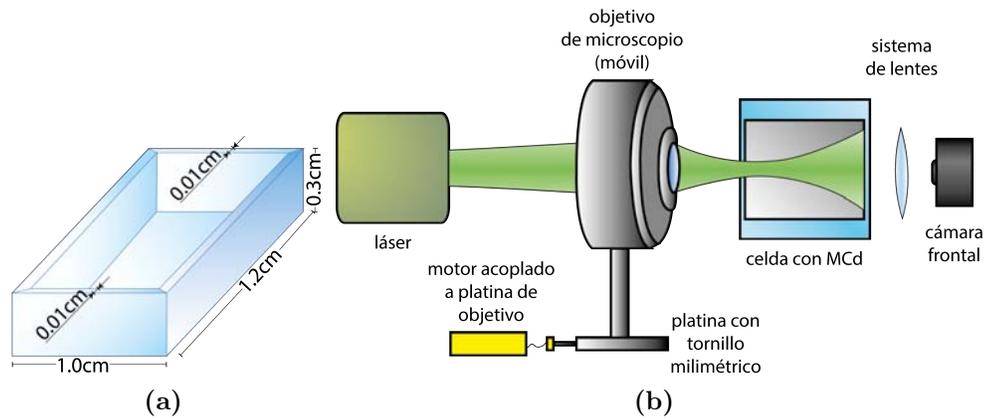


Figura 3.1: (a) Celda de vidrio utilizada. (b) Ilustración del montaje experimental. Adicionalmente a la cámara frontal mostrada en la figura, se colocó una segunda cámara para observar desde arriba la muestra del MCd.

Para obtener el tamaño del haz resultante de la propagación se observó el spot a la salida de la muestra con una cámara CCD (cámara frontal). Se implementó un sistema de lentes para enfocar el spot exactamente en la última pared de la celda, antes de hacer incidir el láser se varió la distancia al sistema de lentes hasta focalizar el vidrio de ésta. Posteriormente, se determinó la amplificación del sistema de lentes fotografiando una escala micrométrica a la misma distancia.

Por otro lado, se observó la propagación del haz a lo largo de la muestra con una segunda cámara sobre la celda. Para evitar la saturación en las imágenes superiores, se utilizó una serie de filtros y fue necesario disminuir el tiempo de exposición en la cámara.

Debido a la dependencia directa del fenómeno de autoenfocamiento con la intensidad inicial del haz, se calculó (utilizando la teoría de propagación de haces gaussianos) el

⁶Las partículas utilizadas tienen picos de absorción a longitudes de onda: 260nm, 194nm y 80nm.

tamaño y posición de la cintura del haz dentro del coloide como resultado del enfoque únicamente debido al objetivo de microscopio. Para conocer la eficiencia del proceso de autoenfocamiento, se determinó la divergencia del haz en el régimen lineal y se comparó con la estimada experimentalmente en el régimen no-lineal.

En la estimación del tamaño y posición de la cintura del haz dentro del coloide como resultado del enfoque del objetivo de microscopio, se debe considerar toda la trayectoria del haz. En primera instancia, se sabe que un haz gaussiano a lo largo de su propagación en aire ($n_a = 1.00$) incrementa su radio gradualmente a partir de la cintura (véase Fig. 3.2). A una distancia $z_1 = 695mm \pm 3.6\%$ el radio es [51]:

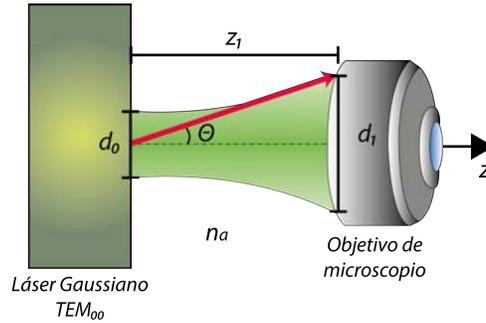


Figura 3.2: Esquema de la divergencia del haz láser antes de entrar al objetivo de microscopio.

$$\frac{d_1}{2} = W_1(z = z_1) = W_0 \left[1 + \left(\frac{z_1}{z_0} \right)^2 \right]^{1/2} = 1.128mm \pm 10\%, \quad (3.1)$$

donde $W_0 = \frac{d_0}{2} = 1.125mm \pm 10\%$ es el radio mínimo del haz a $z = 0$ y $z_0 = \frac{n_a \pi W_0^2}{\lambda} = 9940mm \pm 20\%$ es la distancia de Rayleigh. Por tanto, la divergencia del haz antes del objetivo de microscopio es despreciable.

En la segunda parte de la trayectoria del haz (véase Fig. 3.3), para calcular el diámetro (d'_0) y posición de la cintura de éste dentro del coloide (z_3), se consideró la matriz ABCD de propagación [51] debida a⁷:

1. el enfoque del objetivo de microscopio,
2. propagación libre en aire una distancia $z_2 = 1.75 \pm 0.03mm$,
3. cambio de medio (aire \Rightarrow MCd),
4. y propagación libre dentro del MCd una distancia z_3 , buscando que a dicha distancia el radio del haz fuera mínimo. Ésta se determinó en el régimen lineal ($I=0$) a través de la expresión del índice de refracción efectivo dada por el modelo en [21]:

⁷Despreciando el efecto de la pared de la celda por su espesor insignificante.

$$n_{\text{ef}} = n_m^2 \frac{n_p^2 + 2n_m^2 + 2C(n_p^2 - n_m^2)}{n_p^2 + 2n_m^2 - C(n_p^2 - n_m^2)}, \quad (3.2)$$

donde $C = C(0) \exp\left(\frac{\vartheta I}{4k_B T}\right)$ es la concentración y $C(0)$ es la concentración inicial. En la referencia [21], el modelo es parecido al modelo de Gordon [28]: parte de la ecuación de continuidad de corriente [véase Ec. (2.15)] y de la ecuación de Nernst-Planck [véase Ec. (2.16)], pero a la concentración le llama *fracción de llenado*. Obsérvese que para el régimen lineal $I \approx 0$, por lo que $C = C(0)$.

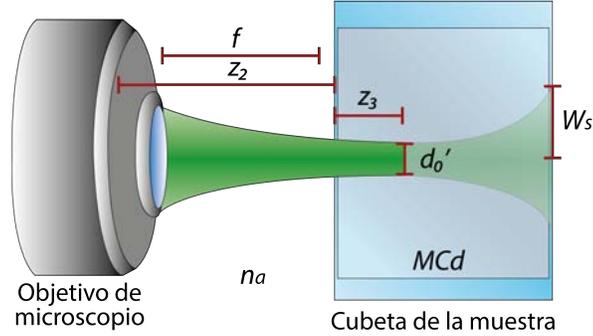


Figura 3.3: Ilustración de la trayectoria del haz láser después de pasar por el objetivo de microscopio y entrar al MCd.

Se obtuvo que debido a la presencia de la muestra del MCd, la distancia de enfocamiento en el régimen lineal es: $z_2 + z_3 = 1.7\text{mm}$, con un radio de cintura de: $\frac{d_0'}{2} = 2.55\mu\text{m}$. Comparando con los valores obtenidos de la propagación en aire ($D.T. = 1.7\text{mm}$ y $W_a = 2.55\mu\text{m}$), tanto el radio la cintura como la distancia de enfocamiento son las mismas. Asimismo, se calculó el radio de haz a la salida de la celda $W_{sRL} = 5.9\text{mm}$. La divergencia dentro del MCd en este régimen se estimó en $\theta_{RL} = 457\text{mrad}$.

Haciendo el mismo análisis, se varió la distancia entre el objetivo y la celda (z_2) y se propagó con la teoría de haces gaussianos a lo largo de la muestra. En la Fig. 3.4 se aprecia que mientras más lejos se encuentre la celda del objetivo, el radio del haz que incide en la muestra es menor hasta una distancia $z_2^{op} < 1.70\text{mm} = D.T.$, a partir de la cual el haz diverge dentro de la muestra. También se observa que cuando el haz es convergente, la distancia a la que se encuentra la cintura crece conforme aumenta el radio del haz incidente.

3.2. Resultados

Durante los experimentos, se observó dependencia de las características del haz autocolimado con respecto a la potencia del haz incidente y a la distancia entre el objetivo de microscopio y la muestra (z_2), por lo que se hicieron algunas mediciones para determinar el comportamiento de éste con ambas variables.

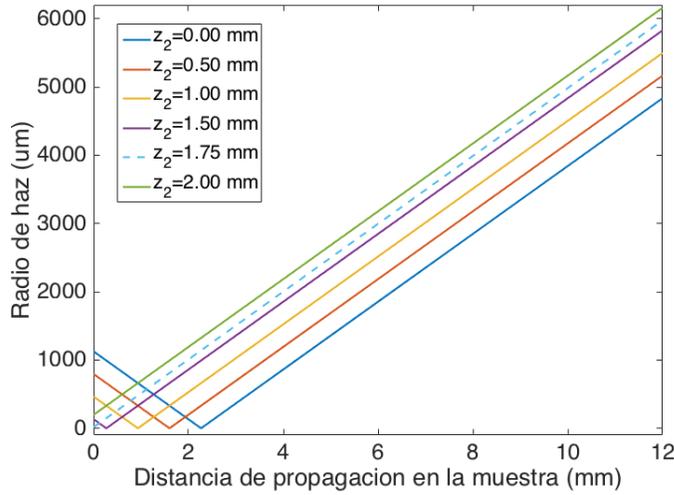


Figura 3.4: Radio de haz en función de la distancia de propagación dentro de la muestra de MCd, en el régimen lineal, variando la distancia entre objetivo y celda (z_2).

3.2.1. Distancia de enfocamiento en la muestra

Para encontrar la distancia óptima entre el objetivo de microscopio y la celda, se fijó la potencia en la máxima a la cual se observó estabilidad del haz ($P = 1.25W$), ya que a potencias más grandes efectos térmicos como la convección se hacen notorios sobre el coloide. Se utilizó un motor para alejar la celda del objetivo de microscopio a velocidad constante con precisión de micras (véase Fig. 3.1b), desde una distancia mínima $D_{min} = 1.0mm$ (mayor acercamiento a la celda visualmente) hasta una máxima $D_{max} = 1.8mm$, identificada por la pérdida de autoenfocamiento. Se hicieron doce repeticiones del recorrido con el motor y en cada uno se grabaron videos con la cámara frontal.

Se analizó los videos obtenidos con un programa en Matlab, el cual dividió cada video en imágenes por cuadro, detectó la región más intensa de cada imagen, suavizó el perfil con un filtro Savitzky-Golay (*sgolay*), ajustó una función gaussiana al perfil suavizado (véase Fig. 3.5) y descartó los cuadros con ajuste de intensidad cero⁸, respetando el espacio temporal de cada uno para realizar correctamente el cálculo de z_2 debido a que el motor se movía a una velocidad constante.

Se observó que el radio del haz a la salida de la celda (W_s) disminuía en función de la distancia al objetivo de microscopio hasta un valor óptimo y en seguida divergía significativamente (véase Fig. 3.6). Para deducir la distancia de separación óptima en cada video (D_o), se promedió los radios mínimos a las mayores distancias de separación (W'_s). Por último, se promediaron las distancias óptimas obtenidas de varios videos y se obtuvo como distancia óptima promedio: $D_{op} = 1.75 \pm 0.03mm$.

Recordando que en el régimen lineal el tamaño del haz incidente y la posición de la cintura del haz disminuye conforme aumenta la separación entre el objetivo y la celda hasta una

⁸Que aparecen aleatoriamente debido al funcionamiento de la cámara.

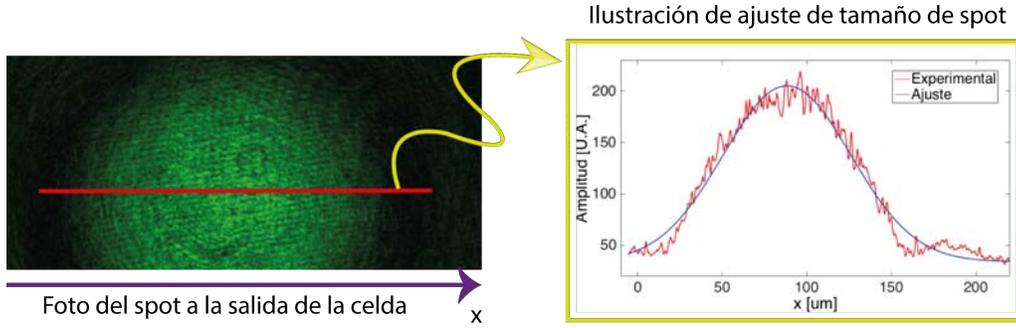


Figura 3.5: Ilustración del análisis de imágenes del spot a la salida de la celda.

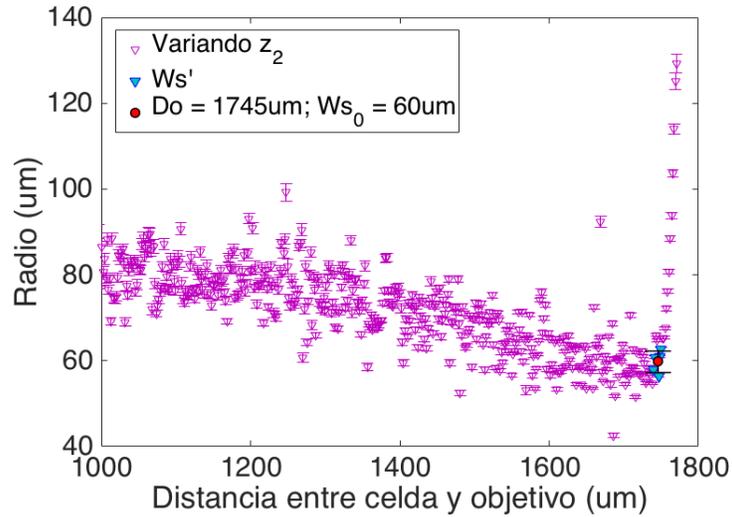


Figura 3.6: Análisis de la distancia óptima D_o en cada vídeo.

distancia crítica después de la cual el haz ya no converge dentro del MCd (véase Fig. 3.4), y observando en el régimen no-lineal que el haz a la salida de la celda disminuye conforme aumenta z_2 hasta un valor a partir del cual el radio crece rápidamente (véase Fig. 3.6); se deduce que D_{op} es reflejo de la fuerte dependencia del autoenfocamiento con el tamaño del haz incidente, tal que el HAC óptimo se logra cuando el enfoque se induce inmediatamente al entrar al MCd, es decir, con el menor radio posible.

3.2.2. Perfil transversal de intensidad

Para verificar que dicha distancia realmente era la óptima, se tomaron fotografías con la cámara superior, variando la separación desde D_{op} hasta D_{min} , y a cada distancia de separación se hizo también un barrido de potencias. En cada caso se tomaron dos fotografías de la vista superior de la celda ya que, como se mencionó anteriormente: la inestabilidad del HAC crece al aumentar la potencia debido a efectos térmicos.

Para las imágenes de la vista superior de la muestra, se probaron varios ajustes comunes para el perfil de intensidad transversal a lo largo de la propagación del haz y se calculó el

intervalo de confianza de éstos respecto a los datos experimentales para conocer cuál era el que mejor describía dichos datos. En la Fig. 3.7 se observa que a lo largo de la propagación (z) el mejor ajuste (con menor *intervalo de confianza* Fig. 3.8) es con el cuadrado de la función lorentziana: $f_L(y) = a + \left[\frac{b}{1 + \left(\frac{y-c}{d}\right)^2} \right]^2$, donde a , b , c y d son parámetros de ajuste y y es transversal a la dirección de propagación del haz (véase Fig. 3.9). Nótese también que conforme la distancia de propagación crece (o la potencia de haz incidente disminuye), el ajuste gaussiano mejora debido a que se atenúa la presencia del pedestal⁹ en el perfil de intensidad, cuyo origen podría ser causado por la luz no autoenfocada.

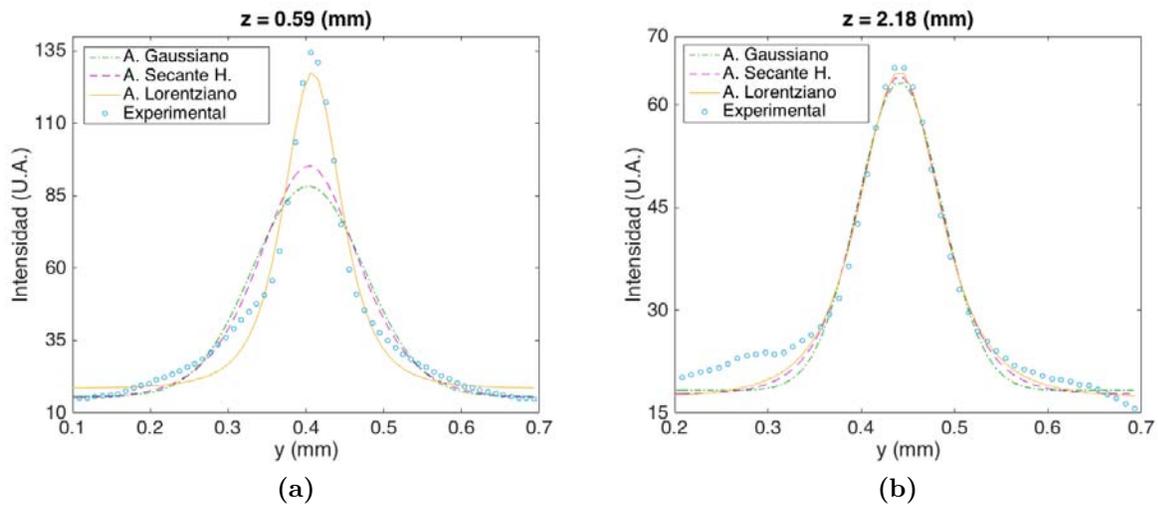


Figura 3.7: Comparación de diferentes ajustes del perfil de intensidad transversal (y) a lo largo del eje de propagación (z). $P = 1.25W$

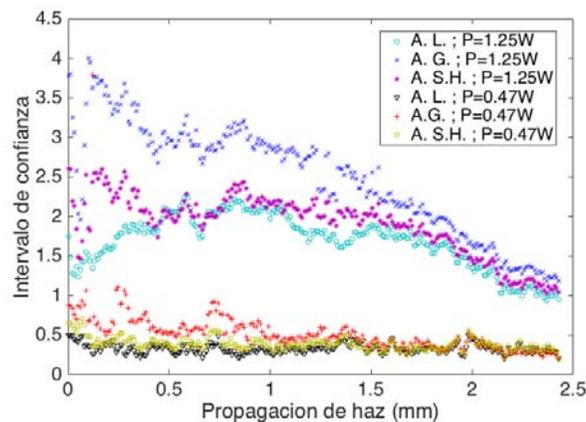


Figura 3.8: Medida del intervalo de confianza de diferentes ajustes del perfil de intensidad a lo largo del eje de propagación para dos potencias de haz P distintas.

⁹En esta tesis se le llama pedestal a las prominencias que sobresalen en el decaimiento lateral del perfil de intensidad transversal.

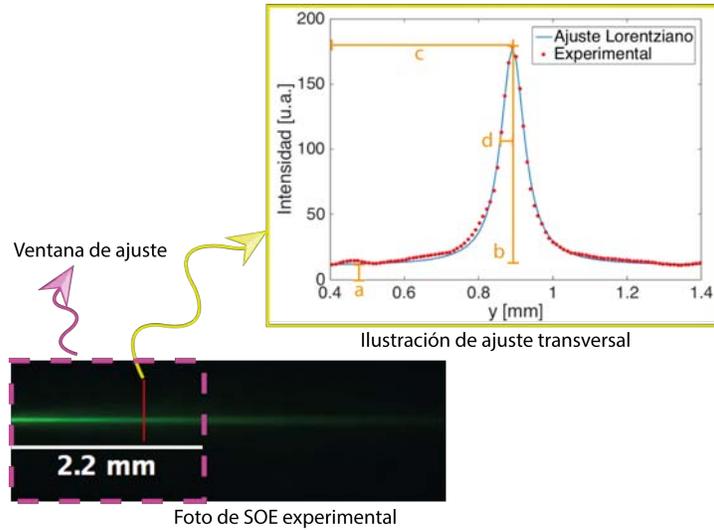


Figura 3.9: Ilustración de los parámetros de ajuste Lorentziano ($P = 1.25W$).

Por lo anterior, se utilizó un ajuste del tipo Lorentziano y a partir de éste se estimó la intensidad máxima (b^2) y radio (d) del haz a lo largo de la propagación en la muestra. Aunque se sabe que dichos valores fueron alterados en magnitud debido a la presencia de filtros y a la modificación del tiempo de exposición de la cámara superior utilizada, se espera observar únicamente el comportamiento cualitativo.

3.2.3. Divergencia y radio del haz como función de la potencia

Con los datos obtenidos para el radio a través del parámetro d de ajuste lorentziano, se dedujo la divergencia del haz para distintas potencias y distintas distancias de enfocamiento, haciendo un ajuste lineal del radio a lo largo de la propagación. La distancia de propagación en la que el haz se autoenfoca depende de la potencia incidente, por lo que si se utiliza la propagación total del haz para potencias pequeñas ($P \approx 0.50W$), el ajuste se desvía de la propagación inicial donde sí hay intensidad suficiente para el fenómeno de autocolimación (véase Fig. 3.10). Es por esto que todos los ajustes se hicieron con una ventana de ajuste de longitud $L_z = 2.2mm$ (225pxl), que es la distancia de propagación observada a la cual deja de enfocarse el haz con la menor potencia utilizada ($P = 0.47W$). Por lo anterior, es posible que el haz ya no continúe autoenfocado a la salida de la celda y que el tamaño del spot en dicha posición sea resultado de propagación en el régimen lineal la distancia restante de la celda. Además, de las Figs. 3.7 y 3.8, se aprecia que conforme aumenta la distancia de propagación, el ajuste gaussiano se acerca más a la descripción de los datos experimentales.

Aunque no es posible determinar la longitud exacta de la propagación en el régimen de óptica no-lineal mediante las imágenes de la vista superior debido a la presencia de filtros, a través de la determinación del tamaño de la ventana de ajuste se puede deducir que al menos la longitud de propagación en este régimen es $L_z \approx 2.2mm$. Además, se observó

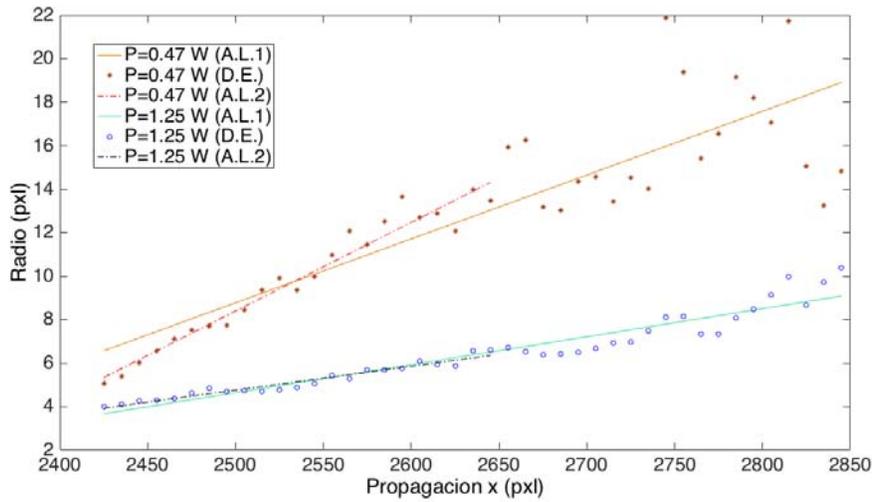


Figura 3.10: Ajuste lineal para los datos de radio obtenidos (D.E.) a lo largo de la propagación del haz para dos distintas potencias. Donde el ajuste A.L.1 fue hecho con la longitud propagación total del haz y el ajuste A.L.2 con una ventana de ajuste menor. Cabe mencionar que esta gráfica fue elaborada con fines ilustrativos por lo que se utilizó un menor número de puntos de los que se cuenta.

que conforme la potencia aumenta también lo hace esta longitud (véase Fig. 3.10 y Fig. 3.11).

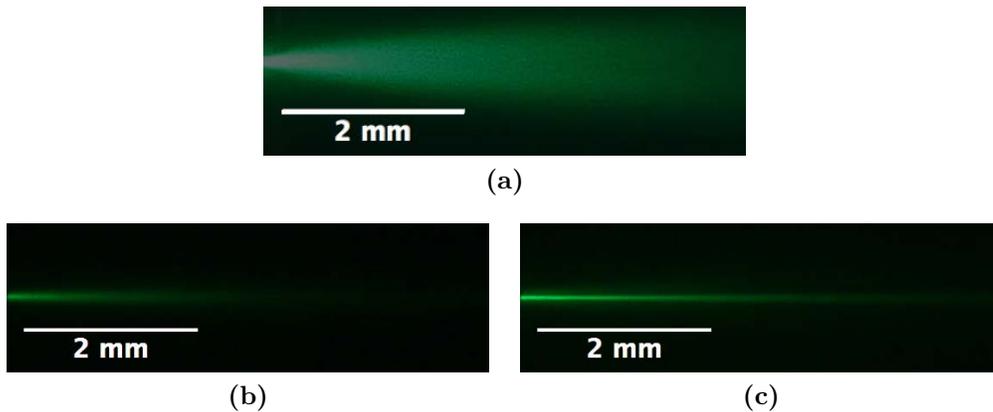


Figura 3.11: Aumento de distancia de propagación en el régimen no-lineal en función de la potencia (distancia entre objetivo de microscopio y muestra D_{op}). (a) Haz difractado ($P = 0.01\text{ W}$) (b) Potencia de haz incidente 0.62 W. (c) Potencia de haz incidente 1.25 W.

Los resultados de la divergencia del haz en función de la potencia y distancia de enfocamiento a la celda se muestran en la Fig. 3.12, donde cada punto representa el promedio de las dos fotos tomadas. Es posible apreciar que a la distancia óptima determinada anteriormente ($D_{op} = D_1$), realmente se generaron los haces menos

divergentes y conforme esta disminuyó, la divergencia del haz aumentó hasta un valor máximo.

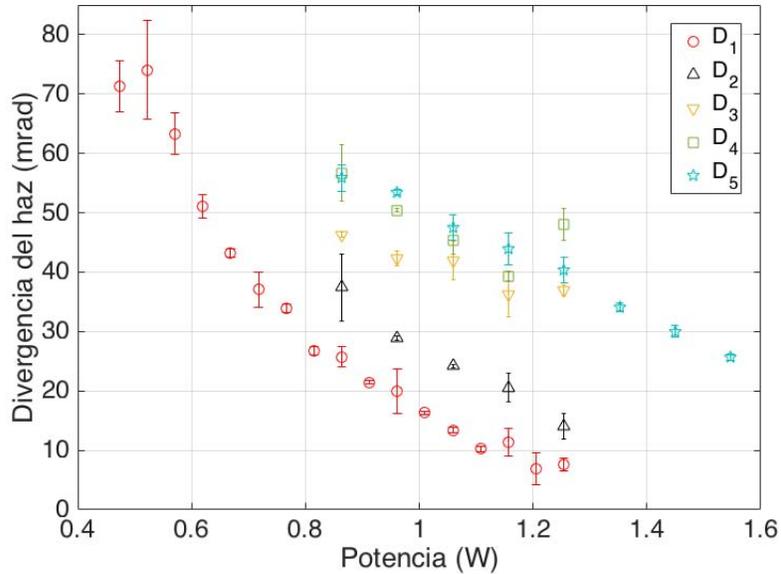


Figura 3.12: Divergencia del haz en función de la potencia para distintas distancias de enfocamiento. Las distancias de separación del objetivo a la muestra utilizadas fueron: $D_1 = D_{op}$, $D_2 = 1.52 \pm 0.03mm$, $D_3 = 1.32 \pm 0.03mm$, $D_4 = 1.12 \pm 0.03mm$ y $D_5 = 0.92 \pm 0.03mm$.

Por otro lado, en todos los casos la divergencia del haz disminuye al aumentar la potencia de éste, es decir, conforme crece la acumulación de partículas en las regiones de mayor intensidad. En particular, a la distancia óptima D_{op} se observa que el decaimiento de la divergencia inicia desde un valor umbral ($P \approx 0.5W$) hasta una posible región de saturación que inicia para potencias mayores a $1.1W$. Sin embargo, no es posible comprobar dicha región ya que como se mencionó anteriormente, a potencias mayores se hacen notables efectos térmicos como la convección de partículas.

Una vez confirmada la distancia óptima entre el objetivo de microscopio y la celda, se grabaron videos del spot a la salida de la muestra para determinar el tamaño de éste, resultante de la propagación en el MCd en función de la potencia. Para el análisis, nuevamente se generaron imágenes para los cuadros de cada vídeo y se ajustó una función gaussiana al cuadrado en la región más intensa del spot, ya que, como se mencionó anteriormente, dicho ajuste es factible al final de la celda porque existe la posibilidad de que el spot en ésta posición sea resultado del resto de la propagación sin el fenómeno de autocolimación. Con el parámetro de ajuste del ancho del cuadrado de la función gaussiana, se determinó el radio del spot.

La Fig. 3.13 muestra el spot a la salida con una menor magnificación que la de los vídeos analizados en esta sección, con el fin de ilustrar visualmente el decremento del tamaño

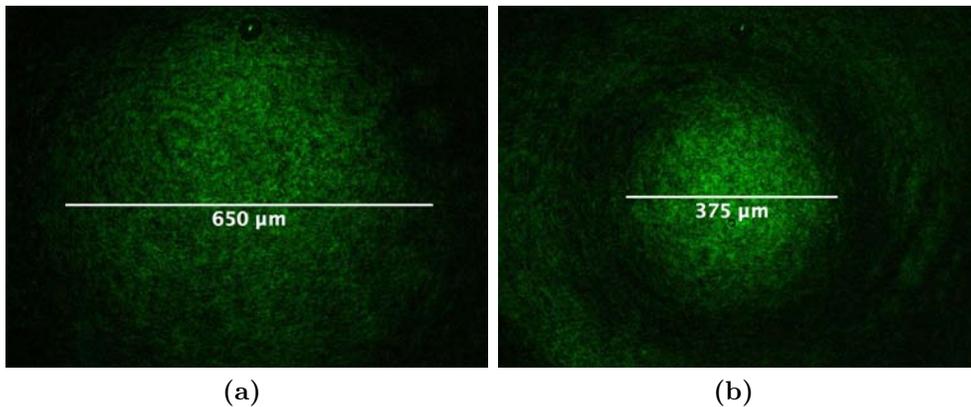


Figura 3.13: Spot a la salida de la muestra. (a) Potencia de haz incidente 0.47 W. (b) Potencia de haz incidente 0.77 W.

del spot y la presencia de anillos alrededor de éste. Dichos anillos pueden ser resultado de la difracción de la luz no autoatrapada.

De la Fig. 3.14, se observa la disminución del radio del spot a la salida de la muestra del MCd en función del aumento en la potencia del haz desde un valor umbral ($P \approx 0.65W$) hasta una posible región de saturación ($P > 1.1W$). No fue posible determinar el radio del haz a potencias menores porque en ese caso era necesario el cambio en el tiempo de exposición de la cámara frontal, lo cual resultaba en imágenes saturadas para el resto de las potencias utilizadas. Sin embargo, se corrobora nuevamente la potencia en la que es posible que comience un régimen saturado.

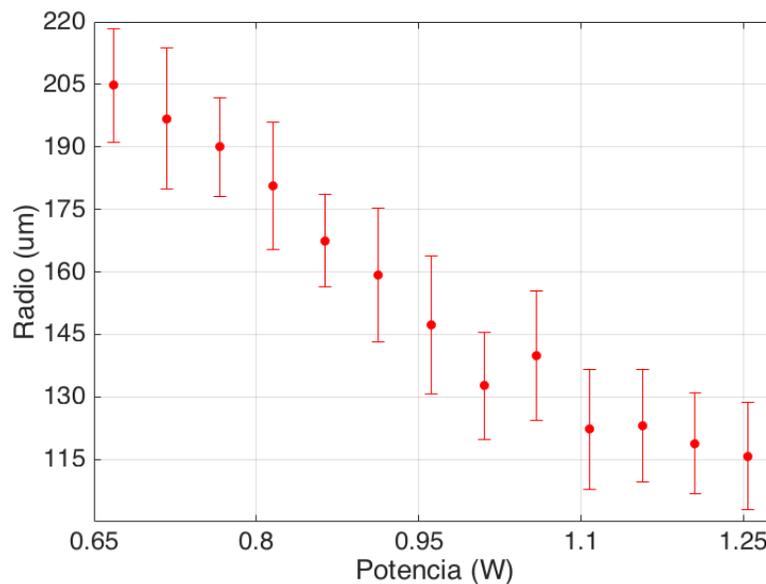


Figura 3.14: Radio del spot a la salida de la celda del MCd para distintas potencias del haz y cuando la distancia de enfocamiento a la muestra era óptima (D_{max}).

3.2.4. Absorción en función de la potencia

La *Ley de Beer-Lambert* describe el decaimiento de la intensidad máxima (I_{max}) de un haz que se propaga en un medio dispersivo en función de la distancia de propagación (z), y está dada por la siguiente ecuación:

$$I_{max} = I_0 e^{-\gamma z}. \quad (3.3)$$

Esta ley es aplicable para medios con pequeñas concentraciones de dispersores [59]. De acuerdo con los cálculos numéricos hechos por [19] en el régimen de dispersión de Mie, la concentración máxima c_v para utilizar dicha ley depende de las características de las partículas y varía desde fracciones a decenas de porcentaje. En este trabajo, calculan c_v en función del parámetro:

$$x \mid m - 1 \mid = \left(k_m \frac{d_p}{2} \right) \mid n_p/n_m - 1 \mid, \quad (3.4)$$

donde k_m es el número de onda en el medio en que se encuentran las partículas esféricas dispersantes. Suponiendo los parámetros del experimento de esta tesis, $m \approx 1.2$ y $x \mid m - 1 \mid \approx 0.09$. Por lo que observando las gráficas presentadas por [19], en este caso $c_v \approx 0.008$.

Por otro lado, en la referencia [59] se reportó la siguiente expresión para la transmitancia $T = I/I_0$ en el caso de empaquetamiento estrecho:

$$T = (1 + a)^{-z/d_p}. \quad (3.5)$$

Con los datos obtenidos para la intensidad máxima a través del cuadrado del parámetro d de ajuste lorentziano, se realizaron diferentes ajustes de la intensidad normalizada (I/I_0) en función de la distancia de propagación, véase Fig. 3.15. El primero de ellos fue el de un decaimiento exponencial suponiendo que era válida la Ec. (3.3), también se probó con una función con la forma de la Ec.3.5 y con una función *exponencial-lorentziana* $f(x) = \frac{e^{-\gamma z}}{(1+az^2)^2}$, la cual incluye la ley de Beer y el decaimiento de la intensidad debido a un haz gaussiano divergente. Por último, se hizo también un ajuste *lorentziano* en caso de que el decaimiento en intensidad fuera únicamente debido a la divergencia del haz.

De la Fig. 3.15 se observa que el peor ajuste es el *lorentziano*, por lo que se deduce que es posible que el decaimiento de la intensidad observado a lo largo de la propagación no sea únicamente debido a la divergencia del haz, sino también al esparcimiento de las partículas. A pesar de que el ajuste *exponencial-lorentziano* no se aleja mucho de los datos experimentales a $P = 1.25W$, si lo hace a menor potencia. Además, el parámetro asociado a la divergencia es muy pequeño y aunque su magnitud aumenta un poco conforme disminuye la potencia, también lo hace el error asociado a éste en mayor escala (las gráficas de los parámetros de ajuste con sus respectivos errores se pueden consultar en el Apéndice A.1). Aunque la función de la forma $(1 + a)^{-z/d_p}$ se ajusta bien a ambas potencias, dicho ajuste se realizó al considerar a y d_p como parámetros de ajuste. Sin embargo, el valor

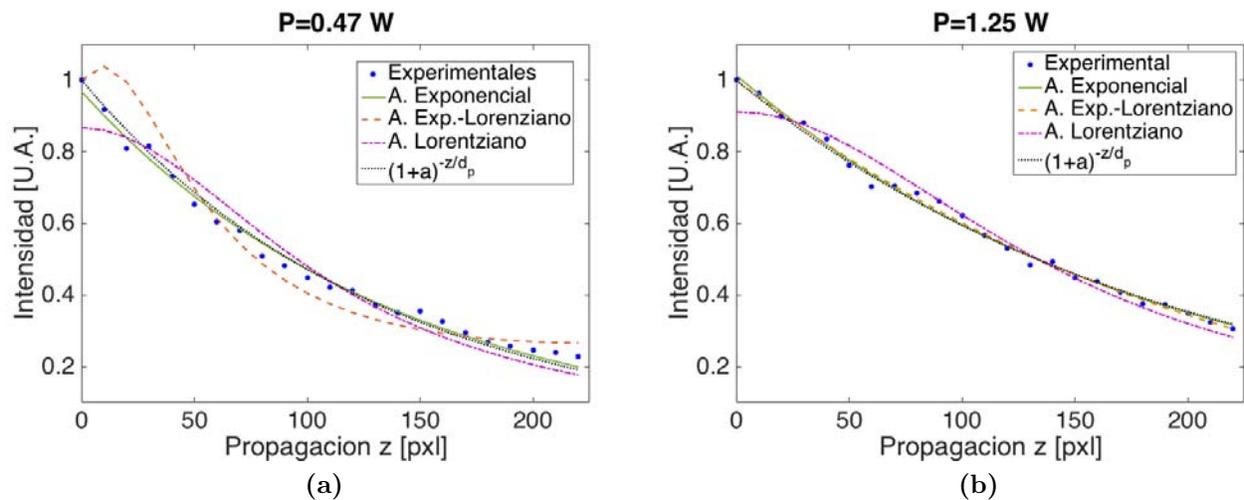


Figura 3.15: Ilustración de diferentes ajustes de la intensidad normalizada en función de la distancia de propagación z para diferentes potencias de haz incidente P .

de d_p ajustado no corresponde a la magnitud real del diámetro y al fijar dicho número, no es posible realizar el ajuste, por lo que es posible que el empaquetamiento no sea tan estrecho, es decir, que aún podría considerarse que la concentración máxima inducida por la respuesta no-lineal es suficientemente pequeña para aplicar la Ec.(3.3), lo que implicaría que tal vez la concentración máxima inducida es menor que $c_v = 0.008$.

Por lo anterior, se utilizó la Ley de Beer y se dedujo el coeficiente de extinción (γ) para distintas potencias y distintas distancias de enfocamiento.

Los resultados de extinción en función de la potencia y distancia de enfocamiento a la celda se muestran en la Fig. 3.16. Se observa el aumento en la magnitud del coeficiente de extinción con el decremento de la distancia de enfocamiento y la disminución de éste conforme se incrementa la potencia del haz. Lo anterior se traduce en menor absorción conforme aumenta la acumulación de partículas, ya que ésta está ligada a la potencia del haz incidente. Contrario a lo que se esperaría (comparado con el régimen lineal [15]), mientras más partículas hay, el medio presenta mayor transparencia al haz, por lo que éste fenómeno debe analizarse a mayor profundidad en estudios posteriores. Sin embargo, cabe destacar que el comportamiento de la disminución del coeficiente de extinción en función de la potencia ya ha sido observado experimentalmente para longitudes de onda $\lambda = 532nm$ y $\lambda = 440nm$ en soluciones de partículas de plata en el rango de óptica no-lineal [54].

Por otro lado, por el análisis experimental de la sección 3.2.2., se sabe que el perfil de intensidad transversal (I) a lo largo de la dirección de propagación del HAC (z), puede expresarse como el cuadrado de una función lorentziana:

$$I(y, z) = \frac{I_{max}(z)}{[1 + [y/W(z)]^2]^2}, \quad (3.6)$$

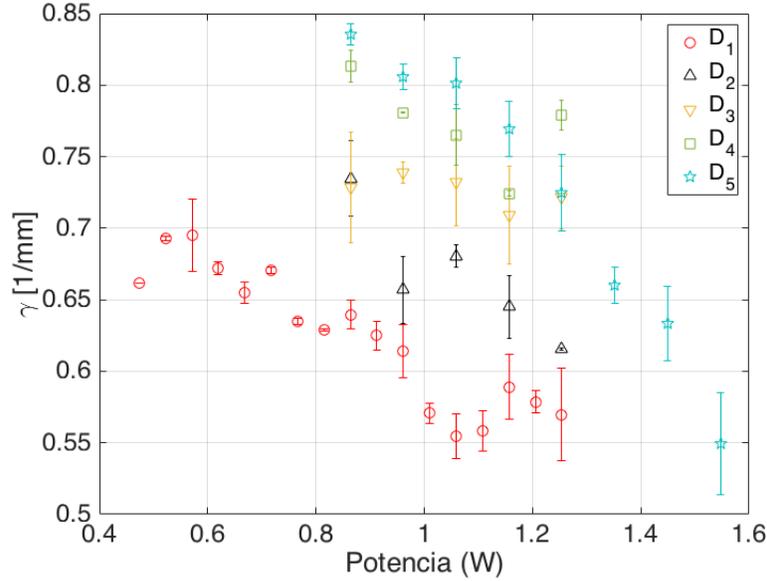


Figura 3.16: Absorción en función de la potencia para distintas distancias de enfocamiento en la muestra. Las distancias de separación del objetivo a la muestra utilizadas fueron: $D_1 = D_{op}$, $D_2 = 1.52 \pm 0.03mm$, $D_3 = 1.32 \pm 0.03mm$, $D_4 = 1.12 \pm 0.03mm$ y $D_5 = 0.92 \pm 0.03mm$.

donde $I_{max}(z)$ es el cuadrado de la amplitud de la lorentziana que decae con la distancia de propagación [véase Ec. (3.3)] y $W(z)$ es la mitad del ancho de la lorentziana (radio del haz) que aumenta a lo largo de z , proporcional a la divergencia del haz θ . Considerando el caso en el que la distancia de propagación es muy pequeña (z'), la ecuación (3.6) puede aproximarse como:

$$I(y, z') \approx \frac{I_0(\gamma z' - 1)}{[1 + [y/W(z')]^2]^2}. \quad (3.7)$$

Como z' es pequeña, entonces la intensidad es grande (i.e. aún no decae mucho), caso en el cual es posible utilizar la aproximación de medio saturable del modelo de Kivshar [41]. Entonces, $I(y, z')$ puede ser expresada en función de la concentración con la Ec.(2.28). Igualando la Ec. (3.7) con la Ec. (2.28) y despejando γ , se obtiene que para una distancia de propagación fija muy pequeña (z'):

$$\gamma = \sqrt{g(C_0) - g(C)} \left[\frac{[1 + [y/W(z')]^2]^2}{I_0 z'} \right] + \frac{1}{z'}. \quad (3.8)$$

De la Fig. 2.6a, se puede observar que la función $[g(C) - g(C_0)] = |u|^2$ es monótona creciente en función de la concentración y la raíz de dicha función también, por tanto, la función $\sqrt{g(C_0) - g(C)}$ es monótona decreciente en función de la concentración. Con este argumento cualitativo sencillo, se observa teóricamente que el coeficiente de absorción podría ser una función no lineal respecto a C que decae conforme ésta crece, lo cual concuerda con lo observado durante el experimento (véase Fig. 3.16).

3.3. Discusión de resultados

Se observó que la divergencia del haz depende de la distancia entre la muestra y el objetivo de microscopio, lo cual posiblemente es reflejo de la fuerte dependencia del autoenfocamiento con el tamaño del haz incidente. Experimentalmente se determinó que existe una distancia óptima de enfoque invariante ante la potencia, al menos con la resolución que se cuenta, tal que el HAC óptimo se logra cuando el enfoque se induce inmediatamente al entrar al MCd, es decir, cuando el haz se introduce con el menor radio posible. En este caso, el fenómeno de autoenfocamiento se produce desde una potencia umbral ($P \approx 0.5W$) hasta una posible región de saturación ($P > 1.1W$), logrando que la divergencia disminuya siete veces su valor, de $\theta_{max} \approx 70mrad$ a $\theta_{min} \approx 10mrad$, esta última es cercana al 2% de la calculada en el régimen lineal ($\theta_{RL} = 457mrad$). No obstante, debido a esta divergencia no se trata estrictamente de SOE, por lo que fueron llamados *haces autocolimados*.

La presunta región de saturación podría ser explicada añadiendo a la descripción teórica la interacción entre partículas con un potencial de esfera dura como se señala en el modelo de Matuszewski, Krolkowski y Kivshar. Por otra parte, utilizando la aproximación para el perfil de intensidad deducida en ese trabajo y el extraído de los experimentos, se encontró que es posible que el coeficiente de absorción sea una función no-lineal de la concentración de partículas y que decaiga conforme ésta aumenta.

Con base en los experimentos se estableció que la propagación en el régimen no-lineal es al menos de $L \approx 2.2mm$, la cual es cercana a la mitad de la reportada en medios con polarizabilidad negativa ($L_{\zeta-} = 4mm$) [23]. Sin embargo, no se corrobora que la autocolimación sea súper crítica como se argumenta en las referencias [40, 23]. Más aún, se advirtió que la propagación en el régimen no-lineal es al menos un orden de magnitud mayor comparada con la reportada por Ashkin y sus colaboradores ($\sim 600\mu m$ [4]).

Por otro lado, el radio del haz a la salida de la muestra decrece de $W_{s_{max}} \approx 205\mu m$ a $W_{s_{min}} \approx 115\mu m$, por lo que desde la mínima potencia éste es un orden de magnitud menor que el calculado en el régimen lineal ($W_{s_{RL}} = 5.9mm$). Cabe destacar que el spot en dicha posición presenta anillos que podrían ser resultado de la difracción de la luz no autoatrapada.

Dos factores importantes que ninguno de los modelos mencionados toma en cuenta, son las pérdidas por esparcimiento y los efectos térmicos generados por la presencia de un haz de alta potencia en el MCd. Ambos fenómenos han sido estudiados por separado en este tipo de medios ([21], [53] y [15],[39],[26]) pero actualmente no se cuenta con un modelo matemático que los incluya todos.

Capítulo 4

Estudio experimental de interacción de haces autocolimados en medios coloidales dieléctricos

En este capítulo se presenta el estudio experimental de la interacción incoherente de dos haces autocolimados (HAC) en un medio coloidal con nanopartículas dieléctricas (MCd) en función del ángulo de interacción y la potencia relativa entre ellos.

4.1. Arreglo experimental

Se generaron dos HAC en una muestra de MCd (con las características mencionadas en el Capítulo 3), de tal forma que interactuarán con una potencia relativa variable y un ángulo de interacción controlado (α). El montaje utilizado muestra en la Fig. 4.1a. Para el control de la potencia relativa, se colocó una placa retardadora de $\lambda/2$ a la salida del láser (PA) y en seguida se hizo incidir el haz a un cubo divisor de haz polarizador (BS1), por lo que las polarizaciones de los HAC eran ortogonales entre sí. La potencia de cada haz en función del ángulo de rotación de PA fue caracterizada antes de iniciar los experimentos de interacción, midiendo con un fotodetector la potencia de cada uno cerca del foco del objetivo de microscopio. Con el fin de controlar el ángulo de interacción, cada uno de los haces generados por BS1, fue desviado con un espejo (E1 y E2) y un segundo cubo polarizador (BS2), de tal forma que ambos incidieran paralelos entre sí a un objetivo de microscopio con apertura numérica $NA = 0.4$ y a una cierta distancia del eje óptico de éste (véase Fig. 4.1b) para que sea una colisión simétrica. Antes de cada experimento, se caracterizó el ángulo emergente de cada haz autocolimado respecto a la posición de los espejos E1 y E2. Primero, se tomaron fotografías de la propagación del HAC con una cámara colocada para observar la muestra desde arriba. Posteriormente, se analizó su trayectoria con un programa que detectaba el máximo del perfil transversal de intensidad a lo largo de la propagación y después ajustaba una recta al conjunto de datos para obtener el ángulo emergente a través de la pendiente de ajuste (véase Fig. 4.2).

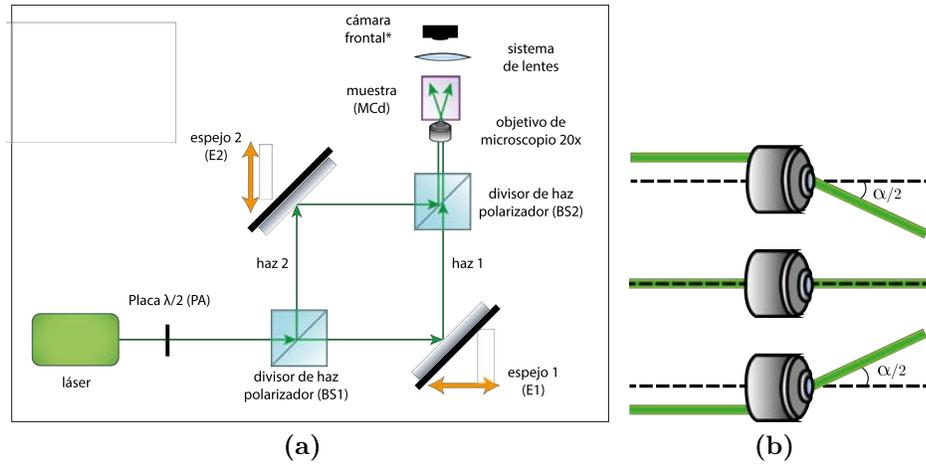


Figura 4.1: (a) Montaje experimental utilizado para el análisis de interacción de dos HAC. Adicionalmente a la cámara frontal mostrada en la figura, se colocó una segunda cámara para observar la muestra del MCd desde arriba. En todos los casos, se colocó la muestra del MCd a la distancia óptima de enfocamiento D_{op} caracterizada en el Capítulo 3. (b) Esquema del sistema de control de ángulo de interacción α .

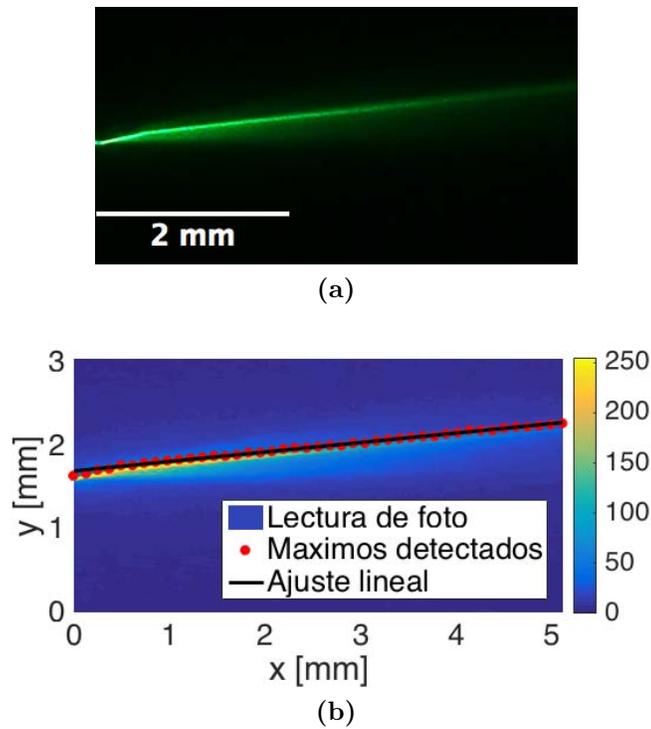


Figura 4.2: Ajuste realizado para el cálculo del ángulo emergente del haz autocolimado. (a) Foto Experimental. (b) Ajuste.

4.2. Resultados

Se encontraron tres regímenes de acuerdo al ángulo de interacción. Sin embargo, como se describe en las siguientes subsecciones, se conservan características del primero en el II y III, a excepción de nuevos fenómenos cuando la potencia relativa es cercana a la mitad de la total, por lo que se determinó que hay una transición suave señalada por el régimen II, que además es limitado por un pequeño rango de ángulos de interacción. Es por esto que éste es también llamado régimen de transición.

4.2.1. Régimen I

Tras la colisión de dos haces autocolimados con un ángulo de interacción pequeño ($\alpha < 10^\circ$), se observó la fusión de ambos en uno solo, cuyo ángulo emergente variaba de forma continua conforme se cambiaba la potencia relativa entre ellos (véase Fig. 4.3).

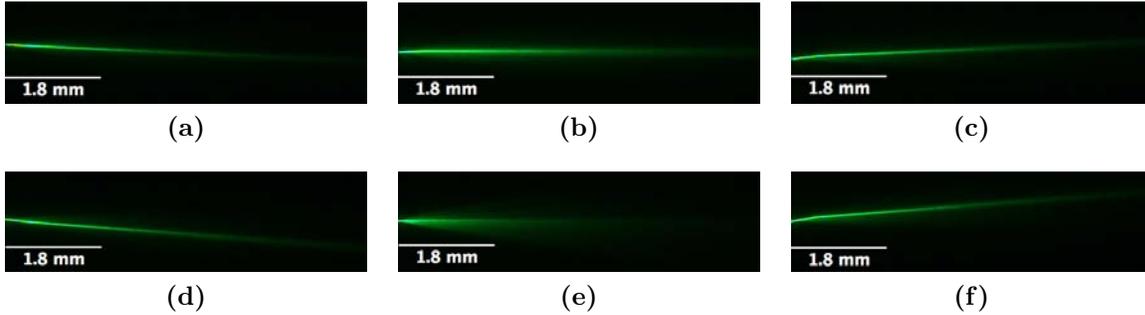


Figura 4.3: Fotografías del haz autocolimado resultante de la interacción para distintos ángulos de colisión variando la potencia relativa. (a)-(c) $\alpha = 5.0^\circ$. (d)-(f) $\alpha = 9.0^\circ$. (a),(d) $P_R = 0.0$. (b),(e) $P_R = 0.5$. (c),(f) $P_R = 1.0$.

Con el fin de caracterizar el ángulo emergente del HAC resultante, se tomaron fotografías con la cámara superior variando la potencia relativa¹ ($P_R = P_1/P_T$, donde P_1 es la potencia del haz 1, $P_T = P_1 + P_2 = 1.2W$ la potencia total incidente y P_2 es la potencia del haz 2) para un ángulo de interacción fijo. Se repitió el experimento para $\alpha = 5.0^\circ, 7.0^\circ, 8.0^\circ, 9.0^\circ$ y 9.5° . Como en el análisis de un HAC individual, nuevamente se hicieron ajustes lorentzianos del perfil de intensidad transversal (suavizado con un filtro *sgolay*) en diferentes distancias de propagación (véase Fig. 3.9) pero en este caso hasta una longitud $L_{RI} = 150pxl = 1.8mm$, donde se observó que se perdía el fenómeno de autoenfocamiento del HAC resultante cuando $P_R = 0.5$ y $\alpha = 9.0^\circ$ (véase Fig. 4.3e). Este conjunto de parámetros se utilizaron como limitantes porque con ellos se logra la longitud mínima a la que se observa el fenómeno de autocolimación del haz resultante en este régimen. Como se aprecia de la Fig. 4.3b, esta distancia aumenta si el ángulo de interacción disminuye. Posteriormente se ajustó la posición de los máximos de intensidad a una recta para deducir el ángulo del HAC resultante (β). Con el parámetro de ancho de

¹La potencia relativa se varió rotando PA, por lo que la resolución dependió de la graduación de la montura rotatoria de ésta ($\Delta\angle = 2^\circ$).

las lorentzianas, se hizo un ajuste lineal del radio del HAC para deducir la divergencia (θ). Las gráficas de comparación de datos experimentales con los ajustes realizados se pueden consultar en el Apéndice B.1.

Los resultados obtenidos de tres diferentes ángulos de interacción se muestran en la Fig. 4.4a. Se observa que para ángulos de interacción $\alpha > 5.0^\circ$, en potencias relativas cercanas a la mitad de la total ($0.4 < P_R < 0.6$), la variación del ángulo emergente del HAC resultante es mayor. Durante el experimento, también se observó crecimiento en el tamaño del spot de salida para ese rango de potencias relativas, el cual se ve reflejado en el aumento de divergencia mostrado en la Fig. 4.4b.

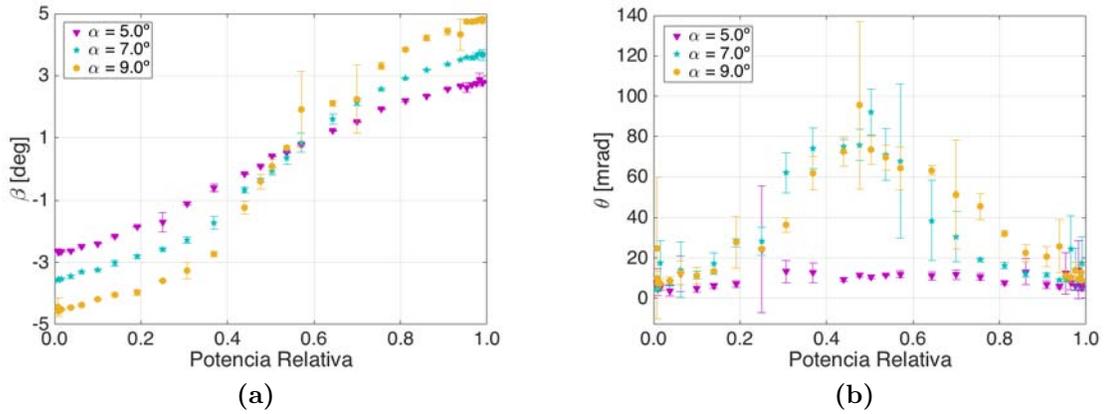


Figura 4.4: Resultados obtenidos del análisis del HAC resultante de la interacción en el régimen I con ángulo de colisión α conforme se varía la potencia relativa. (a) Ángulo emergente β . (b) Divergencia θ .

4.2.2. Régimen II: régimen de transición

Cuando el experimento se repitió para ángulos de interacción intermedios ($10.0^\circ < \alpha < 11.0^\circ$), nuevamente se observó la fusión de HAC (véase Fig. 4.5 a y c), reproduciendo el comportamiento de variación continua del ángulo emergente del haz autocolimado resultante para potencias relativas cercanas a 0 y 1.0 (véase Fig. 4.6a). Para $0.4 < P_R < 0.6$, se notaron variaciones abruptas en β con pequeños cambios de potencia relativa. Si ésta era exactamente igual a la mitad de la total, el haz autocolimado resultante oscilaba entre dos posiciones. Cabe señalar que la observación de dicha oscilación es muy sensible a la alineación de los haces, para que ésta se presente los HAC deben propagarse en el mismo plano.

Para la caracterización del ángulo emergente del haz autocolimado resultante se hizo un análisis de los perfiles de intensidad transversales sin filtrar y se detectó los máximos locales. Posteriormente, si se detectaba solamente un máximo de intensidad, realizaba un ajuste lorentziano del perfil suavizado; si se detectaba más de un máximo local de intensidad (véase Fig. 4.5 b), no continuaba con el análisis porque en tal caso el ángulo del HAC resultante quedaba indeterminado a causa de las oscilaciones. A través del análisis

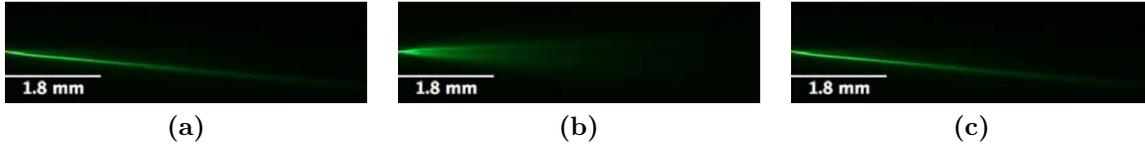


Figura 4.5: Fotografías del haz autocolimado resultante de la interacción para $\alpha = 10.0^\circ \pm 0.5^\circ$ variando la potencia relativa. (a) $P_R = 0.0$. (b) $P_R = 0.5$. (c) $P_R = 1.0$.

descrito, se obtuvo la intensidad máxima, el radio y la posición del haz autocolimado resultante a lo largo de la propagación para cada potencia relativa, a excepción donde el haz oscilaba.

Ajustando una recta a la posición del máximo de intensidad del perfil transversal a lo largo de la propagación, se obtuvo el ángulo emergente (β) del haz autocolimado derivado de la interacción. Los resultados para $\alpha = 10^\circ$ y 11° se muestran en la Fig. 4.6a. En ésta se observa nuevamente la variación continua de β en función de la potencia relativa, la cual aumenta cuando $0.4 < P_R < 0.6$ y se indetermina cuando $P_R \approx 0.5$ debido a la oscilación del HAC, lo cual es señalado con un cuadro con línea punteada en la figura. Asimismo, ajustando el radio del haz autocolimado a una recta, se obtuvo su divergencia, los resultados se muestran en la Fig. 4.6b. Al igual que en el régimen anterior, se observa el incremento de θ cuando $0.4 < P_R < 0.6$. Las gráficas de comparación de datos experimentales con los ajustes realizados se pueden consultar en el Apéndice B.2.

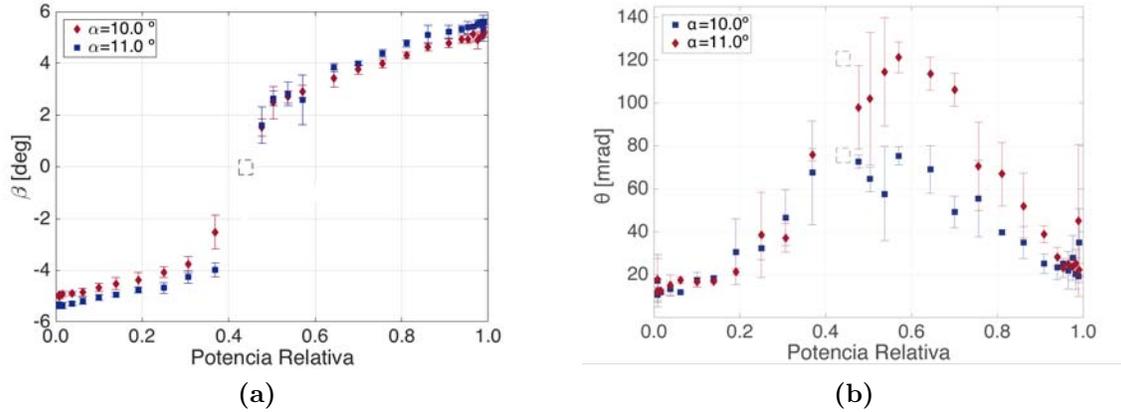


Figura 4.6: Resultados obtenidos del análisis del HAC resultante de la interacción en el régimen II con ángulo de colisión α , conforme se varía la potencia relativa. (a) Ángulo emergente β . (b) Divergencia θ . El cuadro dibujado con línea punteada señala la indeterminación de β debido a las oscilaciones presentes cuando la potencia relativa es la mitad de la total incidente.

Además del estudio de la trayectoria del HAC resultante, se grabaron vídeos del spot a la salida de la celda para observar la posición de este a través del tiempo, cuando

la potencia relativa era exactamente la mitad y $\alpha = 10.0^\circ \pm 0.5^\circ$. Para poder apreciar la oscilación se tuvo que disminuir la amplificación del sistema de imagen frontal (spot a la salida de la celda), por lo que en los vídeos se detectan anillos alrededor de éste como en la Fig. 3.13. Para el análisis, se hizo un ajuste gaussiano al cuadrado del perfil de intensidad del spot para el cual se redujo la ventana de ajuste a la región del máximo global, suponiendo que la intensidad de los anillos es menor a la intensidad máxima del spot. Nuevamente se depuraron los cuadros con intensidad cero (generados aleatoriamente por la cámara) respetando el espacio temporal de cada uno. Utilizando el parámetro de corrimiento de posición del ajuste realizado y considerando la longitud total de la celda, se calculó el ángulo emergente en función del tiempo mostrado en la Fig. 4.7a. Utilizando el parámetro de ancho del ajuste gaussiano, se calculó el radio del spot promedio $W_{SRII} = 196\mu m \pm 23\mu m$, sin embargo no es posible compararlo con el radio previamente determinado del HAC individual ya que se tuvo que modificar el tiempo de exposición de la cámara frontal para visualizar el fenómeno de oscilación. Las gráficas de comparación de datos experimentales con los ajustes realizados se pueden consultar en el Apéndice B.2.

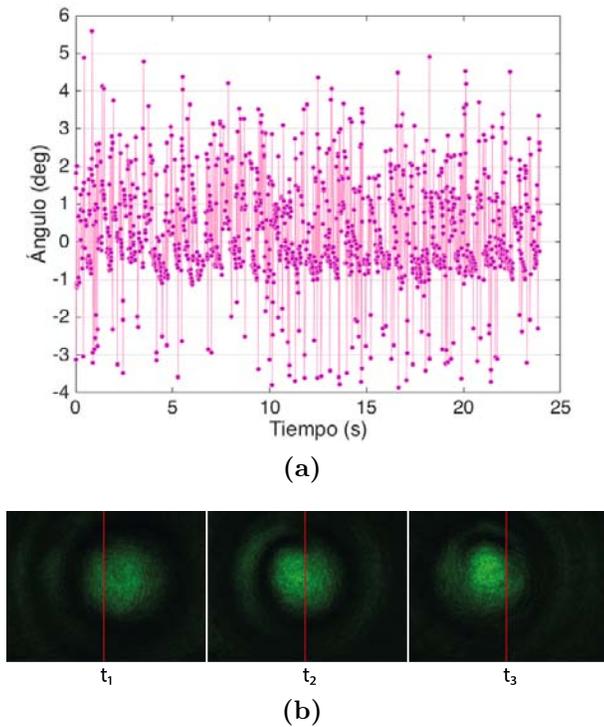


Figura 4.7: (a) Ángulo emergente del haz autocolimado resultante de la fusión de dos HAC con un ángulo de interacción $\alpha = 10^\circ \pm 0.5^\circ$ en función del tiempo. Potencia relativa $P_R = 0.5$ y potencia $P = 0.72W$ en cada haz. (b) Spot a la salida de la celda para diferentes tiempos t_i .

Por último, para cada vídeo se calculó el espectro de frecuencias del ángulo del haz autocolimado emergente en función del tiempo pero no se obtuvo ninguna frecuencia

característica.

4.2.3. Régimen III

En los experimentos para ángulos de interacción $\alpha > 11^\circ$, nuevamente se observó la fusión de haces autocolimados con variación continua en la posición del HAC resultante para potencias relativas lejanas a la mitad (véanse Fig. 4.8 a y c). Conforme el valor de P_R se acercaba a la mitad de la total, se notó que coexistían dos haces no autocolimados a pesar de contar la potencia suficiente para el fenómeno (véase Fig. 4.8 b). Sin embargo, nuevamente estos haces se atraían y el radio de cada haz a la salida de la celda aumentaba debido a la atracción. No obstante, este último continuaba siendo de menor tamaño que el deducido en el régimen lineal.

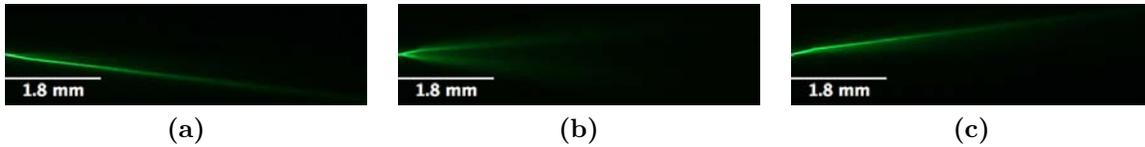


Figura 4.8: Fotografías del haz autocolimado resultante de la interacción para $\alpha = 14.0^\circ \pm 0.5^\circ$ variando la potencia relativa. (a) $P_R = 0.0$. (b) $P_R = 0.5$. (c) $P_R = 1.0$.

Se analizó el perfil de intensidad transversal a lo largo de la propagación como en el régimen anterior, descartando el ajuste lorentziano cuando detectaba la coexistencia de los dos haces. En la Fig. 4.9a se muestra el ángulo emergente del HAC resultante deducido en función de P_R . En ésta se observa que la variación de β es comparable con los dos regímenes anteriores cuando $P_R < 0.4$ ó $P_R > 0.6$ (véanse Fig. 4.3a y 4.5a), a pesar de que se indetermina cuando $0.4 < P_R < 0.6$. Así mismo, se determinó la divergencia del haz autocolimado resultante en función de la potencia relativa mostrados en la Fig.4.9b. En este régimen se advierte nuevamente el aumento de θ para potencias relativas cercanas a la mitad de la total. Las gráficas de comparación de datos experimentales con los ajustes realizados se pueden consultar en el Apéndice B.3.

Con el fin de caracterizar la atracción de los haces para potencias relativas cercanas a la mitad de la total, se fijó el ángulo de interacción en $\alpha = 12^\circ$ y $P_R = 0.5$, tal que la potencia de cada haz era $P = 0.73W$. Además, se colocó una segunda placa retardadora $\lambda/2$ (PB), entre E1 y BS2 (véase Fig. 4.1a), para modificar únicamente la potencia del haz 1 P_1 . Se disminuyó la amplificación del sistema de imagen frontal (spot a la salida de la celda) y se tomaron vídeos variando P_1 . Nuevamente se realizaron ajustes de funciones gaussianas reduciendo la sección de ajuste únicamente al spot central (debido a la presencia de anillos) y se descartaron los cuadros borrosos (generados aleatoriamente por la cámara). Para calcular el ángulo emergente del haz 2 (con potencia fija) en función de la potencia del haz 1, se utilizó el parámetro de corrimiento de la función ajustada y se asoció un ángulo a cada posición obteniendo el primero ($P_2 = 0.73W$ y $P_1 \approx 0$) con el ángulo promedio de tres fotos tomadas con la cámara superior. Para obtener el radio del haz 2, se utilizó

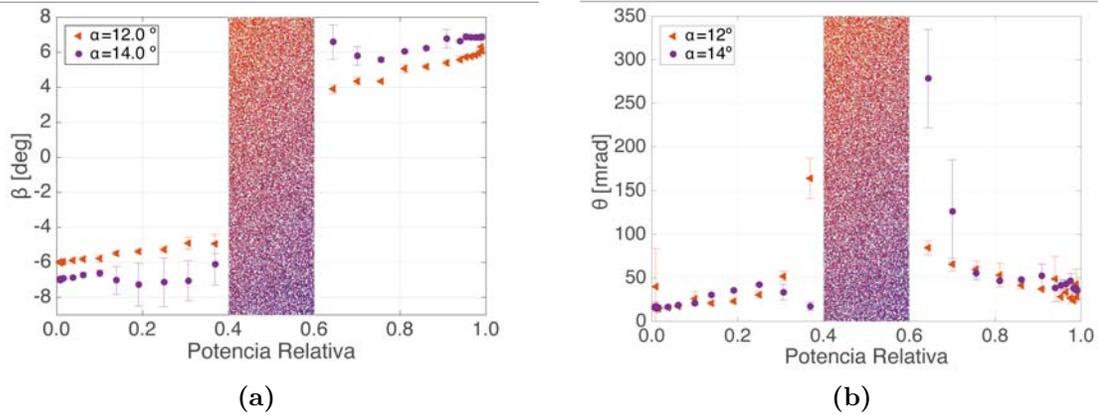


Figura 4.9: Resultados obtenidos del análisis del HAC resultante de la interacción en el régimen III con ángulo de colisión α conforme se varía la potencia relativa. (a) Ángulo emergente β . (b) Divergencia θ . El degradado indica la región en la cual se indetermina β debido a la coexistencia de dos haces no autocolimados.

el parámetro de ancho. Las gráficas resultantes se muestra en las figuras 4.10a y 4.10b. En la primera, se observa la disminución del ángulo emergente del haz 2 (β_2) conforme aumenta la potencia del haz 1 P_1 , es decir, la atracción entre ambos aumenta conforme adquiere mayor energía el haz 1. De la otra gráfica, se nota un crecimiento en el radio del haz 2 (R_2) al intensificar el haz 1, es decir, se pierde gradualmente el autoenfocamiento.

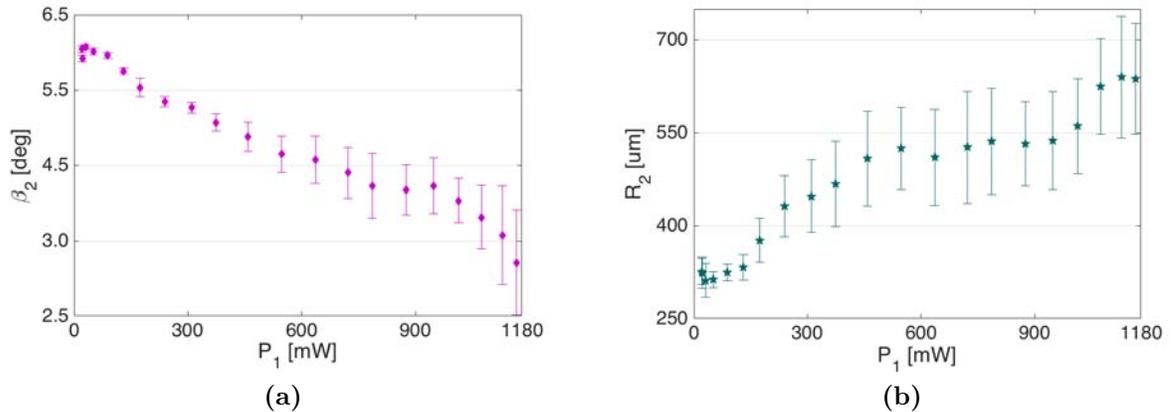


Figura 4.10: Resultados obtenidos en la caracterización de la atracción del haz 2 en función de la potencia del haz 1 (P_1). Ángulo de interacción $\alpha = 12^\circ$ y potencia relativa inicial $P_R = 0.5$, tal que $P_2 = 0.73W$ (fija). (a) Ángulo emergente del haz 2 (β_2). (b) Radio del spot a la salida de la celda del haz 2 (R_2).

4.3. Discusión de resultados

En todos los regímenes se observó interacción atractiva entre los HAC, la cual es característica de interacción incoherente de SOE típicos [56]. Cabe destacar que no se obtuvo un comportamiento de entrecruzamiento (i.e. *breathing solitons*) como en medios saturables anisotrópicos (medios fotorrefractivos) sino más bien, una atracción parecida a la de dos SOE cuando interactúan a ángulos pequeños en medios altamente no-locales (cristales líquidos nemáticos) pero con un tiempo de respuesta menor, ya que en estos últimos la fusión se da después de 10s y en nuestros experimentos fue menor a 1s.

Por otra parte, se deduce que es posible que el MCd sea un medio *no-local*, ya que en caso contrario, cuando el haz 1 no tiene intensidad suficiente para formar su propia guía de onda ($P_1 < 0.5W$, es decir, $P_R < 0.42$), no sería guiado. Sin embargo, siempre hay un HAC resultante de la interacción, aún con ángulos de interacción grandes ($\alpha > 11^\circ$). Esta hipótesis debe ser analizada con nuevos experimentos ya que no se tiene punto de comparación para el papel que juega la no-localidad, porque hasta el momento no se han realizado estudios de interacción variando la potencia relativa en medios no-locales que ya han sido determinados anteriormente.

Debido a lo observado en el análisis del régimen III es posible que también aumente la atracción con la potencia de cada HAC en el régimen I y II. Como la interacción se realiza debido a la superposición de campos en la región perturbada [56], este último hecho implicaría que también la no-localidad podría aumentar en función de la intensidad, por lo que de igual manera se vería afectada la apertura numérica de la guía inducida. Adicionalmente, es viable que el crecimiento en la divergencia del HAC resultante cuando $11^\circ > \alpha > 5^\circ$ y $0.4 < P_R < 0.6$, sea consecuencia de la intensificación de la atracción entre ellos. No obstante, este comportamiento también se puede deber a la disponibilidad de partículas para formar la guía, es decir, cuando los haces están muy separados y la potencia relativa es cercana a la mitad, ninguno puede atraer suficientes partículas para inducir un autoenfocamiento mayor en el HAC resultante. De igual manera, es factible que tanto la ausencia del fenómeno de fusión para ángulos grandes ($\alpha > 11^\circ$) como la oscilación en el régimen II cuando $P_R \approx 0.5$, sea reflejo del decaimiento de su atracción en función de α , es decir, la posible no-localidad podría no ser muy grande.

No fue posible hacer una comparación directa del radio del HAC individual con el radio del haz autocolimado resultante de la interacción ya que el cálculo de W_{RII} se hizo con videos cuyo tiempo de exposición fue distinto al utilizado en los experimentos del haz autocolimado individual. Sin embargo, se espera que éste sea mayor dado que para los regímenes I y II, la divergencia para potencias relativas cercanas a la mitad de la total es mayor que la máxima para el HAC sin interacción pero nuevamente menor que la calculada en el régimen lineal. La divergencia mínima en todos los regímenes es del orden de la divergencia mínima para el haz autocolimado sin interacción. Así mismo, la longitud mínima del HAC resultante de la fusión es del orden de la longitud mínima deducida para un solo haz autocolimado. La comparación de los parámetros descritos anteriormente se resumen en la tabla 4.1.

Variable	R. Lineal	P [W]	Sin Interacción	P_R	Interacción		
					RI	RII	RIII
$\theta[mrad]$	457	0.47	71 ± 4	$0.4 < P_R < 0.6$	85 ± 10	> 80	
$\theta_{min}[mrad]$		1.25 ± 0.05	7 ± 1	$P_R < 0.4$ y $P_R > 0.6$	7.9 ± 1.6	19.3 ± 5.6	21.3 ± 9.8
$L_{min}[mm]$			2.2		1.8		

Cuadro 4.1: Resumen de resultados obtenidos en la interacción y comparación con los resultados de HAC sin interactuar y haz en el régimen de óptica lineal.

Capítulo 5

Conclusiones generales

En esta tesis se realizaron distintos experimentos para estudiar la generación de haces autocolimados individuales (HAC) en un medio coloidal dieléctrico (MCd) con polarizabilidad positiva¹ (ϑ_+), así como la interacción incoherente entre dos de ellos debido al escaso estudio experimental de solitones ópticos espaciales (SOE) en estos medios y la discrepancia en lo reportado en las referencias [40] y [57].

Existe una gran variedad de medios con respuestas ópticas no-lineales de tercer orden, es decir, cuyo índice de refracción depende de la intensidad del haz de luz incidente. Debido a éste efecto, es posible generar fenómenos como el autoenfocamiento, el cual es necesario para la formación de SOE.

La interacción de solitones ópticos espaciales en medios *tipo Kerr* posee mayor riqueza de fenómenos que la de solitones típicos (Kerr) y depende tanto de la geometría como de la naturaleza de la no-linealidad. Por ejemplo, en un medio saturable y anisotrópico como los medios fotorrefractivos, se consigue crear solitones con geometría (2+1)D y las colisiones pueden ocurrir en tres dimensiones, generando nuevos efectos que no existen en el caso (1+1)D, como la orbitación de solitones [52, 18]. Por otro lado, en un medio con no-localidad modulable como los cristales líquidos nemáticos (NLC), es posible observar una transición entre repulsión y atracción de dos solitones coherentes fuera de fase [60].

Los medios coloidales con partículas dieléctricas son otro ejemplo de medios tipo Kerr, debido a que su respuesta no-lineal es generada principalmente por la *fuerza óptica de gradiente*. Los modelos teóricos que buscan describir la forma de la no-linealidad deducen una respuesta exponencial [28] y la de un medio saturable [41], dependiendo del tipo de interacciones entre partículas que se considere, las cuales tienen mayor o menor influencia en función de la intensidad del haz y la densidad de partículas.

En el primer estudio experimental de generación de SOE en MCd, elaborado por Ashkin y sus colaboradores [4], se reporta que la potencia crítica para producir el autoenfocamiento es independiente del radio del haz incidente cuando éste es mayor a $2\mu\text{m}$ y del tamaño de partícula cuando las pérdidas por esparcimiento se limitan a un cierto valor. Como se

¹Se denomina medio con polarizabilidad positiva (ϑ_+) si $\vartheta > 0$ y con polarizabilidad negativa (ϑ_-) si $\vartheta < 0$, es decir, si $n_p > n_m$ y $n_p < n_m$, respectivamente.

detalla más adelante, en esta tesis se encontró vinculado el fenómeno de autoenfocamiento con la distancia a la cual se enfocaba el haz, que está íntimamente relacionada con el radio incidente.

Por otro lado, hasta el momento únicamente se conocen dos modelos teóricos de interacción de solitones en estos medios. Uno de ellos estudia la colisión de solitones biestables en función de las ramas generadas por la biestabilidad pronosticada en un MCD con polarizabilidad positiva, tomando en cuenta la interacción entre partículas a través de un potencial de esfera dura [42]. En este trabajo se predice tanto repulsión como atracción cuando la interacción se da en SOE de la misma rama, dando lugar a diferentes fenómenos como la fusión y aniquilación. Así mismo, se deduce que la interacción entre solitones de diferentes ramas es siempre repulsiva e independiente de la fase relativa de éstos, originando distintos comportamientos dependiendo de su potencia y constante de propagación como: deflexión y cambio de rama. En el segundo trabajo, se estudia la interacción coherente de dos SOE en un MC con polarizabilidad negativa [23], argumentando que el fenómeno de autoenfocamiento es súper crítico para MCD con ϑ_+ [40]. En este estudio se deduce que la colisión de dos solitones puede ser atractiva o repulsiva en función de su fase relativa y que hay un intercambio de energía a través del proceso de mezclado de cuatro ondas cuando la diferencia de fase entre ellos es $\pi/2$. Además, se comparan simulaciones numéricas con resultados experimentales. Sin embargo, únicamente se muestran las posiciones de entrada y salida de los haces, concluyendo atracción cuando la distancia entre ellos disminuye y repulsión si ésta aumenta. A pesar de su correspondencia con el análisis numérico para cada valor de fase relativa, es posible que a lo largo de su propagación sucedan más fenómenos de los predichos o con algunas variantes. Por otro lado, en este mismo trabajo se reporta la distancia máxima de propagación para la cual no se observa difracción significativa en un haz autoatrapado individual. Esta magnitud es casi el doble de la longitud mínima obtenida en los experimentos de esta tesis. No obstante, no se corroboró que la autocolimación sea súper crítica. Más aún, se encontró que la propagación en el régimen no-lineal es al menos un orden de magnitud mayor comparada con la reportada anteriormente [4].

En este trabajo inicialmente se buscaba generar solitones ópticos espaciales, pero se determinó que a pesar de que la divergencia del haz disminuye considerablemente, no es posible compensar la divergencia del haz exactamente con el fenómeno de autoenfocamiento en las condiciones de los experimentos descritas en los capítulos 3 y 4. En la siguiente sección, se enuncian las características más importantes encontradas durante los experimentos de generación de un HAC. Por otro lado, en los experimentos de interacción, se encontraron tres regímenes de acuerdo al ángulo de interacción y variaciones en el comportamiento dependiendo de la potencia relativa. Sin embargo, entre ellos hay una transición suave definida por un pequeño rango de ángulos de interacción que limita el segundo régimen, también llamado régimen de transición. En la sección 5.2 se describirán las propiedades más relevantes encontradas.

Haces autocolimados individuales

En la generación de un HAC, se percibió que la divergencia del haz depende de la distancia entre la muestra y el objetivo de microscopio, lo cual podría ser resultado de la dependencia del autoenfocamiento con el tamaño del haz incidente, contrario a lo reportado en [4]. Empero, en ese trabajo se estudió el fenómeno de autoenfocamiento en la región libre de saturación, lo cual podría explicar la discrepancia con los resultados presentados en la tesis. Debido a la posible subordinación de la autocolimación con el radio incidente, también existe la posibilidad de que éste fenómeno dependa del radio de curvatura inicial, como en el caso de cristales líquidos nemáticos [33].

Se observó que el haz autocolimado óptimo se consigue cuando el enfoque se induce inmediatamente al entrar al MCd, es decir, con el menor radio posible. También se dedujo que esta distancia óptima de enfoque es invariante ante la potencia. La inclusión de un sistema de lentes antes del objetivo de microscopio que permita manipular la posición de la cintura del haz dentro de la muestra dejando invariante el tamaño con el que entra, resultaría útil para entender mejor el papel de dicho parámetro.

A la distancia de enfoque óptima se advirtió que el autoenfocamiento ocurre desde una potencia umbral hasta una posible región de saturación. Haciendo referencia al modelo de Matuszewski, Krolikowski y Kivshar, la saturación podría ser explicada añadiendo a la descripción teórica la interacción entre partículas con un potencial de esfera dura. En esta referencia también se predicen soluciones de solitones biestables, por lo que deja como interrogante la posibilidad de observar este tipo de solitones en MCd encontrando los parámetros experimentales adecuados.

Asimismo, cuando el autoenfoco es eficiente, la mínima divergencia que se observa es cercana al 2 % de la calculada en el régimen lineal. Debido a esta divergencia no se trata estrictamente de SOE, por lo que fueron llamados *haces autocolimados*.

Por otra parte, el radio del haz a la salida de la muestra decrece significativamente, de modo que desde la mínima potencia es un orden de magnitud menor que el radio del spot calculado en el régimen lineal. Además, tras el autoenfoco, el spot a la salida de la celda presenta anillos que podrían ser resultado de la difracción de la luz no autoatrapada. La cuantificación de la intensidad y separación entre éstos ayudaría a determinar el porcentaje de luz que se pierde en ellos y a resolver si dicha energía se difracta en el régimen de óptica lineal.

Utilizando la aproximación del perfil de intensidad del haz dentro del MCd dada en el modelo reportado en [41] y el deducido a través de los experimentos, se encontró que es posible que el coeficiente de extinción sea una función no-lineal de la concentración de partículas y que decaiga conforme esta aumenta. Este hecho fue observado también a través de los experimentos, al calcular el coeficiente de extinción suponiendo que la concentración de partículas inducida era lo suficientemente pequeña para aplicar la Ley de Beer, lo cual no es estrictamente cierto porque se desconoce este valor, pero depende de las características de las partículas y varía desde fracciones a decenas de porcentaje [19].

Sin embargo, anteriormente ya se ha reportado la disminución del coeficiente de extinción en función de la potencia para longitudes de onda $\lambda = 532nm$ y $\lambda = 440nm$ en soluciones de partículas de plata en el rango de óptica no-lineal [54].

Por otro lado, dos factores que fueron observados durante los experimentos y que ninguno de los modelos mencionados en esta tesis considera, son las pérdidas por esparcimiento y los efectos térmicos generados por la presencia de un haz de alta potencia en el MCd. Éstos han sido analizados por separado ([22, 21, 26, 39, 59, 15, 19]), pero hasta hoy no se cuenta con un modelo matemático que los incluya todos.

Interacción de haces autocolimados

Se observó que la interacción de dos haces autocolimados es siempre atractiva, característica de la interacción incoherente de SOE típicos [56]. Además, se distinguieron tres regímenes diferentes y comportamientos nuevos dependiendo de la potencia relativa.

Después de la colisión de HAC, no se observó un comportamiento de entrecruzamiento (*breathing solitons*) como en medios fotorrefractivos, sino parecido a la atracción de dos SOE cuando interactúan a ángulos pequeños en cristales líquidos nemáticos, pero con un tiempo de respuesta más rápido que el de estos medios. Utilizando una cámara rápida para fotografiar la propagación del haz en la muestra o bien el spot a la salida de ésta, sería posible determinar el tiempo exacto de respuesta del coloide tras la incidencia del haz.

Debido a la fusión de dos haces autocolimados aún a ángulos de interacción grandes ($\alpha \approx 10^\circ$) con el rango de potencias relativas utilizadas, y a la observada similitud con la interacción de SOE en cristales líquidos nemáticos; se dedujo que es posible que el MCd sea un medio no-local. También, es factible que tanto la ausencia del fenómeno de fusión para ángulos grandes como la oscilación observada en el régimen II cuando la potencia relativa era cercana a la mitad, sea reflejo del decaimiento de su atracción en función del ángulo de interacción, es decir, es probable que la no-localidad, en caso de existir, no sea muy extensa. Se requiere que dichas hipótesis sean analizadas con nuevos experimentos, como el estudio de interacción variando la potencia relativa de los haces en medios con no-localidad determinada anteriormente como es el caso de los cristales líquidos nemáticos, los cuales poseen una alta no-localidad modulable. O bien, analizando el efecto de un haz autoenfocado conforme se aproxima uno de baja intensidad.

Por otro lado, debido al aumento de atracción en función de la potencia observada en el régimen III, es posible que ésta se incremente con este parámetro en todos los regímenes. Como la interacción se realiza debido a la superposición de campos en la región perturbada [56], este último hecho implicaría que también la no-localidad podría aumentar en función de la intensidad, por lo que de igual forma se vería afectada la apertura numérica de la guía inducida. Cabe señalar que ya se han reportado variaciones en el radio de apertura y factor de ganancia al guiar un haz de prueba a través de una guía inducida por un HAC en un MCd como función de la potencia [57]. Así mismo, es viable que el crecimiento en la

divergencia del haz resultante de la interacción en los otros regímenes, cuando la potencia relativa es cercana a la mitad, sea consecuencia de la intensificación de la atracción entre ellos. Si ese fuera el caso, podría verificarse repitiendo dichos experimentos para ese rango de potencias relativas aumentando la potencia total incidente y cuantificando si efectivamente la divergencia del haz resultante se incrementa con la atracción. No obstante, este comportamiento también se puede deber a la disponibilidad de partículas, es decir, como las partículas disponibles se reparten entre ambos haces, cuando éstos están muy separados y la potencia relativa es cercana a la mitad, ninguno cuenta con partículas suficientes para un autoenfocamiento mayor. Esta segunda hipótesis podría verificarse al realizar los experimentos de interacción con diferentes concentraciones.

Se observó que el radio del haz resultante de la interacción a la salida de la celda es del orden del medido para el haz autocolimado sin interacción, y que la divergencia de éste es mayor que el de un HAC individual, pero aún así, menor que la calculada en el régimen lineal. Además, la divergencia mínima en todos los regímenes, es del orden del ínfimo valor de esta variable del haz autocolimado individual. Así mismo, la longitud mínima del HAC resultante de la fusión es del orden de la deducida para un solo haz autocolimado.

Para explorar más detalladamente la oscilación presente en el régimen II, se propone analizar el ruido de la señal generada por las oscilaciones para determinar el tipo de fluctuaciones existentes, es decir, determinar si es *ruido blanco*, *rojo* (movimiento browniano), etc. y de esta forma establecer las causas de este fenómeno.

Trabajo a futuro

Además de las sugerencias descritas previamente para el refinamiento de experimentos y la corroboración de hipótesis, se proponen algunos diferentes debido a los antecedentes previos en estos medios. Por ejemplo, se ha reportado anteriormente el guiado de haces de prueba por haces autoenfocados en MCd [57], por lo que se propone estudiar este caso en la interacción de HAC. Así mismo, como la no-localidad, en caso de existir, dependería de la potencia del haz que la induce y afectaría directamente la apertura numérica de la guía generada, se propone explorar la posibilidad de guiar diferentes modos y separarlos modificando dinámicamente la apertura a través de la potencia. Además, en [4], se estudia el autoenfocamiento de haces estructurados en MCd sin resultados concluyentes ni seguimiento posterior, por lo que se propone probar nuevamente con este tipo de haces y estudiar su interacción. También, resulta de interés experimentar con la interacción de tres haces, debido al reporte previo de fenómenos como aniquilación y creación de solitones en medios fotorrefractivos [18], los cuales son medios saturables como posiblemente también lo son los MCd. Debido a este último hecho, también se propone determinar la región de saturación estudiando a profundidad las pérdidas por esparcimiento como en la referencia [4].

Apéndice A

A.1. Ajustes de intensidad máxima en función de la propagación de un HAC

Uno de los ajustes realizados para el decaimiento de la intensidad máxima en función de la propagación de un HAC fue con una función de la forma $f(z) = \frac{e^{-\gamma z}}{(1+az^2)^2}$, que incluye tanto la *Ley de Beer* como la disminución de la intensidad debido a la divergencia de un haz gaussiano. Este ajuste no se aleja mucho de los datos experimentales a $P = 1.25W$ pero sí lo hace a menor potencia (véase Fig. 3.15). A continuación, se muestran gráficas de los parámetros de ajuste con sus respectivos errores en función de la potencia.

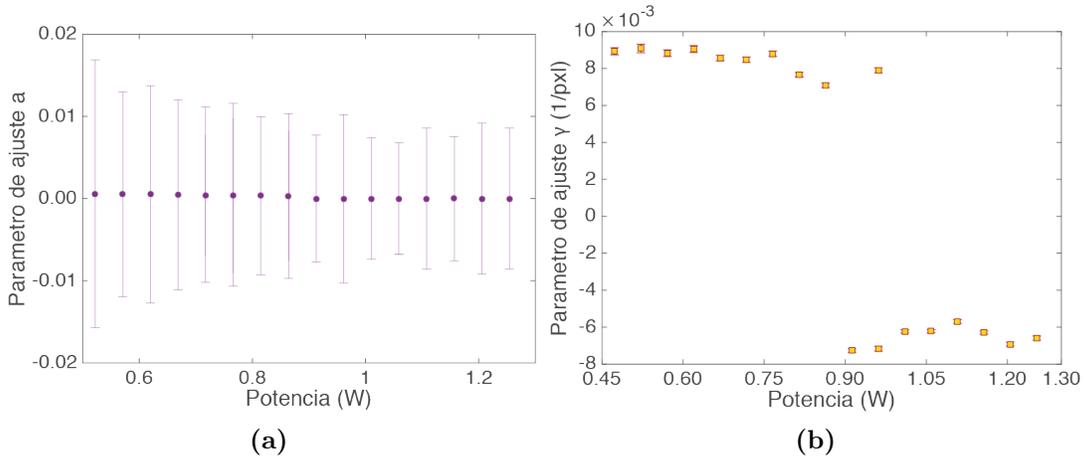


Figura A.1: Parámetros de ajuste para el decaimiento de la intensidad máxima con una función $f(z)$, con sus respectivos errores de ajuste. (a) Parámetro de ajuste a , asociado a la divergencia de un haz gaussiano. (b) Parámetro de ajuste γ , asociado a la absorción y esparcimiento de las partículas coloidales.

De la Fig. A.1a, se observa que el parámetro debido a la divergencia es muy pequeño y aunque aumenta un poco al disminuir la potencia también lo hace el error asociado a este en mayor escala.

Apéndice B

B.1. Análisis Régimen I

En esta sección, se muestran gráficas comparativas de datos experimentales con los ajustes realizados para el análisis del régimen I de interacción de dos HAC.

Para el perfil de intensidad transversal a lo largo de la propagación (z) se realizó un ajuste lorentziano. En seguida, se muestra una gráfica comparativa de dicho ajuste para diferentes valores de z y para potencias relativas distintas.

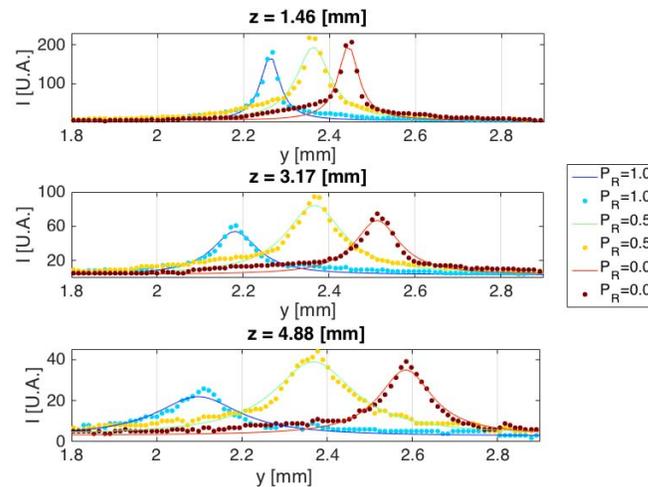


Figura B.1: Ajuste lorentziano (líneas) al perfil de intensidad transversal suavizado (puntos) a lo largo del eje de propagación (z) para tres potencias relativas distintas (P_R).

A continuación, se muestran dos gráficas comparativas de los ajustes realizados a los parámetros de posición y radio obtenidos a través del ajuste del perfil de intensidad a lo largo del eje de propagación z para diferentes potencias relativas.

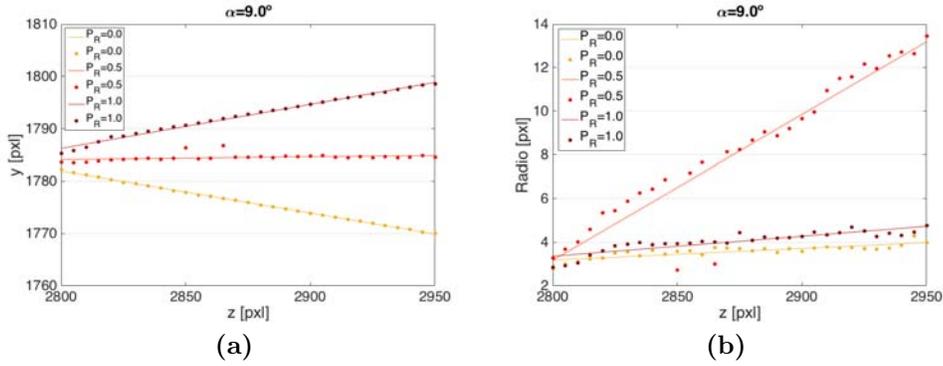


Figura B.2: Ajustes realizados (líneas) a los parámetros de una función lorentziana (puntos) a lo largo de la propagación z , para tres potencias relativas distintas P_R . (a) Ajuste del parámetro de corrimiento en y (posición del máximo del perfil de intensidad transversal). (b) Ajuste del parámetro de ancho (radio).

B.2. Análisis Régimen II

En esta sección, se muestran gráficas comparativas de datos experimentales con los ajustes realizados para el análisis del régimen II de interacción de dos HAC.

Para el ajuste del perfil de intensidad transversal, primero se detectaron los máximos locales sin ningún filtro que lo suavizara, con una tolerancia de intensidad mínima y un espaciamiento mínimo entre ellos; por si en algún momento, para potencias relativas cercanas a 0.5, la velocidad de captura de la cámara superior no era suficiente para detectar una sola posición del haz mientras este oscilaba. Posteriormente, si localizaba solamente un máximo, suavizaba el perfil y realizaba un ajuste lorentziano; en caso contrario, descartaba el ajuste porque significaba que había fotografiado el haz en dos posiciones distintas. En la Fig. B.3, se muestra una gráfica comparativa del ajuste realizado al perfil de intensidad a una distancia de propagación $z = 40pxl = 0.5mm$ para $\alpha = 11.0^\circ$, a diferentes potencias relativas.

En la Fig. B.4, se muestra la comparación de los ajustes realizados a los parámetros de posición y radio encontrados a través del análisis del perfil de intensidad transversal en función de la distancia de propagación z . Nótese que si se intenta ajustar ambos parámetros del haz cuando $P_R = 0.5$ a través de un ajuste lorentziano, hay una mayor dispersión de éstos a lo largo de la propagación (Fig. B.4) comparada con $\alpha < 10^\circ$ cuando $P_R = 0.5$ (Fig. B.2), por lo que dicho ajuste a este valor de potencia relativa fue descartado.

Para el análisis de la posición del spot en función del tiempo cuando $P_R = 0.5$, se dividieron los vídeos en cuadros y se detectó la región más intensa de cada uno. Posteriormente, se localizaron los máximos locales del perfil de intensidad en dicha región. En seguida, se determinó el máximo global y se redujo la sección de ajuste gaussiano a la región de éste como se muestra en la Fig. B.5.

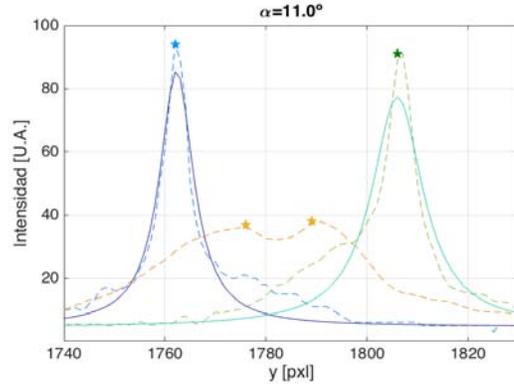


Figura B.3: Ajuste lorentziano del perfil de intensidad para $\alpha = 11.0^\circ$ a una distancia de propagación $z = 40pxl = 0.5mm$. Azul: $P_R = 0.0$. Naranja: $P_R = 0.5$. Verde: $P_R = 1.0$. En cada caso, las estrellas son los máximos locales encontrados, las líneas discontinuas los perfiles de intensidad transversales y las líneas sólidas son los ajustes lorentzianos del perfil.

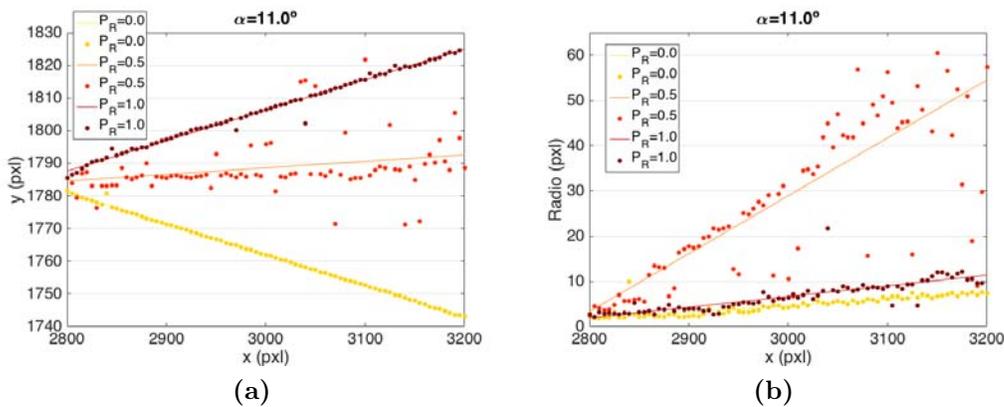


Figura B.4: Ajustes realizados (líneas) a los parámetros de una función lorentziana (puntos) a lo largo de la propagación z , para tres potencias relativas distintas P_R . (a) Ajuste del parámetro de corrimiento en y (posición del máximo del perfil de intensidad transversal). (b) Ajuste del parámetro de ancho (radio).

B.3. Análisis Régimen III

En esta sección, se muestran gráficas comparativas de datos experimentales con los ajustes realizados para el análisis del régimen III de interacción de dos HAC.

El análisis del perfil transversal de intensidad a lo largo de la propagación se realizó de la misma forma que en el régimen II, descartando el ajuste lorentziano cuando detectaba la coexistencia de dos haces. En la Fig. B.6, se muestra la comparación del perfil de intensidad y el ajuste realizado para diferentes potencias relativas.

En la Fig. B.7, se muestra la comparación de los ajustes realizados a los parámetros de posición y radio encontrados a través del análisis del perfil de intensidad transversal en función de la distancia de propagación z .

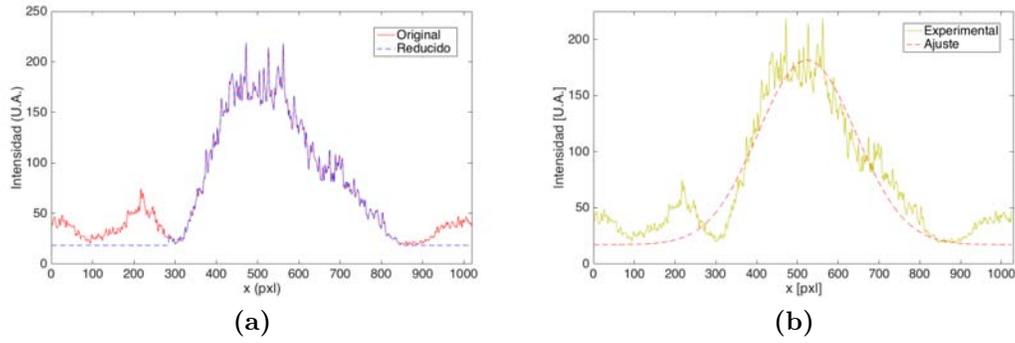


Figura B.5: Análisis del perfil de intensidad del spot a la salida de la celda. (a) Reducción de la ventana de ajuste para evitar la distorsión del parámetro de posición por la presencia de anillos. (b) Comparación entre el perfil de intensidad y el ajuste gaussiano realizado.

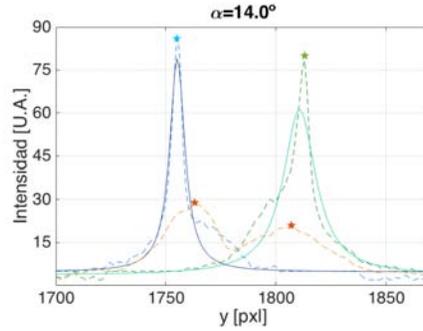


Figura B.6: Ajuste lorentziano del perfil de intensidad para $\alpha = 14.0^\circ$ a una distancia de propagación $z = 40pxl = 0.5mm$. Azul: $P_R = 0.0$. Naranja: $P_R = 0.5$. Verde: $P_R = 1.0$. En cada caso, las estrellas son los máximos locales encontrados, las líneas discontinuas los perfiles de intensidad transversales y las líneas sólidas son los ajustes lorentzianos del perfil.

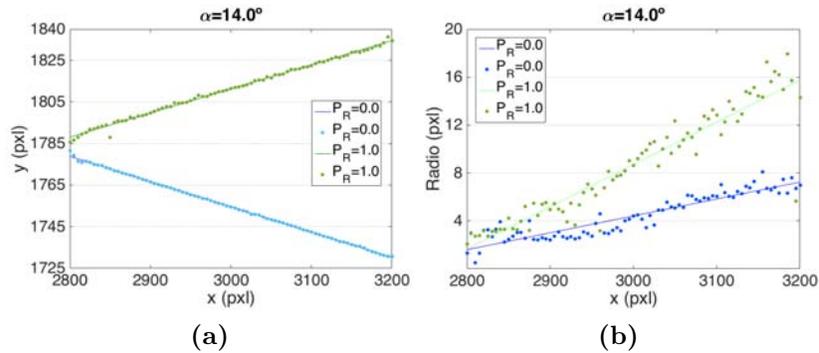


Figura B.7: Ajustes realizados (líneas) a los parámetros de la función lorentziana (puntos) ajustada a lo largo de la propagación z , para tres potencias relativas distintas P_R . (a) Ajuste del parámetro de corrimiento en y (posición del máximo del perfil de intensidad transversal). (b) Ajuste del parámetro de ancho (radio).

Bibliografía

- [1] Adams, J. (2007). “Electromagnetic Theory”. Chippenham: Wiley.
- [2] Alberucci, A., Piccardi, A., Kaczmarek, M., *et al.* (2010, Agosto). “Propagation of spatial optical solitons in a dielectric with adjustable nonlinearity”. *Phys. Rev. A* *82*(2), 023806-023816.
- [3] Aosse, D. W. y Skinner, S. R. (1992, Febrero). “Properties of soliton-soliton collisions”. *Phys. Rev. A* *45*(4), 2606-2610.
- [4] Ashkin, A., Dziedzic, J.M. y Smith, P. W. (1982, Junio). “Continuous-wave self-focusing and self-trapping of light in artificial Kerr media”. *Opt. Lett.* *7*(6), 276-278.
- [5] Ashkin, A. (1992, Febrero). “Forces of a single-beam gradient laser trap on a dielectric sphere in the ray optics regime”. *Biophys. J.* *61*(2), 569–582.
- [6] Banerjee, P. (2004). “Nonlinear Optics: Theory, Numerical Modelling and Applications”. New York, N. Y.: M. Dekker.
- [7] Bangs Laboratories, Inc., TechNote 206, Rev. 006, Active: 20/March/2015.
- [8] Bangs Laboratories, Inc., Tech Support, Doc 0021, Rev. 001, Active: 28/April/2015.
- [9] Barton, J. P., Alexander, D. R. y Schaub, S. A. (1989, Noviembre). “Theoretical determination of net radiation force and torque for a spherical particle illuminated by a focused laser beam”. *J. Appl. Phys.* *66*(10), 4594-4602.
- [10] Boyd, R. (2008). “Nonlinear Optics” (3ra. Ed.). Amsterdam: Academic Press.
- [11] Braibanti, M., Vigolo, D. y Piazza, R. (2008, Marzo). “Does Thermophoretic Mobility Depend on Particle Size?”. *Phys. Rev. Lett.* *100*(10), 108303-108307.
- [12] Butcher, P. N. y Cotter, D. (1991). “The elements of Nonlinear Optics”. Cambridge: Cambridge University Press.
- [13] Chen, Z., Segev, M. y Christodoulides, D. N. (2012, Julio). “Optical spatial solitons: historical overview and recent advances”. *Rep. Prog. Phys.* *75*(8), 086401-086421.
- [14] Cohen, O., *et al.* (2002, Septiembre). “Collisions between Optical Spatial Solitons Propagating in Opposite Directions”. *Phys. Rev. Lett.* *89*(13), 133901-133905.

- [15] Conroy, R. S., *et al.* (2005, Diciembre). “Optical waveguiding in suspensions of dielectric particles”. *Appl. Optics* *44*(36), 7853-7857.
- [16] Cosgrove, T. (2010). “Colloid Science. Principles, Methods and Applications” (2da. Ed.). Chhippenham: Wiley.
- [17] DelRe E., Crosignani, B. y Di Porto, P. (2001). *Photorefractive spatial solitons Spatial Solitons*. Springer Series in Optical Sciences, (Vol. 82). Berlín: Springer. 61–86.
- [18] Denz, C., Schwab, M. y Weilmann, C. (2003). *Interaction of Spatial Solitons in a Saturable Photorefractive Medium: Transverse-Pattern Formation in Photorefractive Optics* (p.p. 113-146). Berlín: Springer Berlin Heidelberg.
- [19] Dick, V. P. (1998, Julio). “Applicability limits of Beer’s law for dispersion media with a high concentration of particles”. *Appl. Optics* *37*(21), 4998-5004.
- [20] Duhr, S. y Braun, D. (2006, Octubre). “Why molecules move along a temperature gradient?”. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, *103*(52), 19678-19682.
- [21] El-Ganainy, R., Christodoulides, D. N., Rotschild, C. y Segev, M. (2007, Agosto). “Soliton dynamics and self-induced transparency in nonlinear nanosuspensions”. *Opt. Express* *15*(16), 10207-10218.
- [22] El-Ganainy, R., Christodoulides, D. N., *et al.* (2009, Noviembre). “Nonlinear optical dynamics in nonideal gases of interacting colloidal nanoparticles”. *Phys. Rev. A*, *80*(5), 053805-053811.
- [23] Fardad, S., *et al.* (2013, Septiembre). “Interactions between self-channeled optical beams in soft-matter systems with artificial nonlinearities”. *Opt. Lett.* *38*(18), 3585-3587.
- [24] Fujioka, J. (2003). “NLS una introducción a la ecuación no lineal de Schrödinger”. Serie FENOMECC. Ciudad de México, D. F.: UNAM.
- [25] Fardad, S., Salandrino, A., Heinrich, M., *et al.* (2014, Abril). “Plasmonic Resonant Solitons in Metallic Nanosuspensions”. *Nano Lett.* *14*(5), 2498-2504.
- [26] García Reimbert, C., Minzoni, A. A. y Smyth, N. F. (1996, Abril). “Effect of radiation losses on hotspot formation and propagation in microwave heating”. *IMA J. Appl. Math.* *57*(2), 165-179.
- [27] Gordon, J. (1973, Julio). “Radiation Forces and Momenta in Dielectric Media”. *Phys. Rev. A*, *8*(1), 14-21.
- [28] Gordon, J. y Blakely, J. (2007, Mayo). “Particle-optical self-trapping”. *Phys. Rev. A*, *75*(5), 055801-055805.
- [29] Günter, P. y Huignard, J. P. (2006). Basic Effects. *Photorefractive Materials and their applications*, (Vol. 1). New York, N. Y.: Springer-Verlag.

- [30] Harada, Y. y Asakura, T. (1996, Marzo). “Radiation forces on a dielectric sphere in the Rayleigh scattering regime”. *Optics Commun.* 124(5-6), 529-541.
- [31] Hetcht, E. (2002). “Optics” (4ta Ed.). San Francisco, California: Addison Wesley.
- [32] Jones, P., Marago, O. y Volpe, G. (2015). “Optical Tweezers: Principles and Applications”. Cambridge: Cambridge University Press.
- [33] Karimi, N., Alberucci, A., Buchnev, O., *et al.* (2016, Mayo) . “Phase-front curvature effects on nematicon generation”. *J. Opt. Soc. Am. B*, 33(5), 903-909.
- [34] Kelley, P. L. (1965, Diciembre). “Self-focusing of optical beams”. *Phys. Rev. Lett.* 15(26), 1005-1008.
- [35] Kerker, M. y Loeb, E. M. (1969). “The scattering of light and other electromagnetic radiation”. New York, N. Y.: Academic Press.
- [36] Królikowski, W., Denz, C., *et al.* (1998, Diciembre). “Interaction of spatial photorefractive solitons”. *Quantum Semicl. Opt.* 10(6), 823–837.
- [37] Królikowski, W., Luther-Davies, B., Denz, C. y Tschudi, T. (1998, Enero). “Annihilation of photorefractive solitons”. *Opt. Lett.* 23(2), 97-99.
- [38] Królikowski, W., *et al.* (1999, Mayo). “Interaction of two-dimensional spatial incoherent solitons in photorefractive medium”. *Appl. Phys. B* 68(5), 975–982.
- [39] Lamhot, Y., Barak, A., Peleg, O. y Mordechai, S. (2010, Octubre). “Self-Trapping of Optical Beams through thermophoresis”. *Phys. Rev. Lett.* 105(16), 163906-163910.
- [40] Man, W., Fardad, S., Ze, Z., *et al.* (2013, Noviembre). “Optical Nonlinearities and enhanced light transmission in soft matter systems with tunable polarizabilities”. *Phys. Rev. Lett.* 111(21), 218302-218307.
- [41] Matuszewski, M., Królikowski, W. y Kivshar, Y. S. (2008, Enero). “Spatial solitons and light-induced instabilities in colloidal media”. *Opt. Express* 16(2), 1371-1376.
- [42] Matuszewski, M., Królikowski, W. y Kivshar, Y. S. (2009, Febrero). “Soliton interactions and transformations in colloidal media”. *Phys. Rev. A*, 79(2), 023814-023820.
- [43] Neuman, K. C. y Block, S. M. (2004, Septiembre). “Optical trapping”. *Rev. Sci. Instrum.* 75(9), 2787-2809.
- [44] Pabst, W. y Gregorová, E. (2007). *Characterization of particles and particle systems*. (Proyecto inédito FRVS 674/2007 F1/b). Instituto Químico-Tecnológico de Praga. República Checa.
- [45] Peccianti, M., Brzdakiewicz, K. A. y Assanto, G. (2002, Agosto). “Nonlocal spatial soliton interactions in nematic liquid crystals”. *Opt. Lett.* 27(16), 1460-1462.

- [46] Peccianti, M., Conti, C. y Assanto, G. (2003, Diciembre). “Nonlocal optical propagation in nonlinear nematic liquid crystals”. *J. Nonlinear Opt. Phys.* *12(4)*, 525–538.
- [47] Peer Dalgaard, R., Bang, O. y Królikowski, W. (2005, Diciembre). “Theory of nonlocal soliton interaction in nematic liquid crystals”. *Phys. Rev. E*, *72(6)*, 066611-066618.
- [48] Ramírez Martínez, D., Méndez Otero, M. M., Arroyo Carrasco, M. L. e Iturbe Castillo, M. D. (2012, Noviembre). “Waveguide properties of the asymmetric collision between two bright spatial solitons in Kerr media”. *Opt. Express* *20(24)*, 27411-27418.
- [49] Ren, K. F., Gréha, G. y Gouesbet, G. (1994, Junio). “Radiation pressure forces exerted on a particle arbitrarily located in a Gaussian beam by using the generalized Lorenz-Mie theory, and associated resonance effects”. *Optics Commun.* *108(4-6)*, 343-354.
- [50] Rueda, J. y Guerra, L. (2009). “El Efecto fotorrefractivo: Un eslabón hacia la computación óptica”. *Fisica.ru*, *1(3)*, 21-25. ISSN: 2011-8414
- [51] Saleh, B. (2007). “Fundamentals of Photonics” (2da. Ed.). Hoboken, New Jersey: J. Wiley.
- [52] Segev, M., Crosignani, B., Yariv, A. y Fischer, B. (1992, Febrero). “Spatial Solitons in Photorefractive Media”. *Phys. Rev. Lett.* *68(7)*, 923-926.
- [53] Selvaraj, S. (2013, Abril-Mayo). “Semi-analytical solution for soliton propagation in colloidal suspension”. *International Journal of Engineering and Technology*, *5(2)*, 1268-1271.
- [54] Shalaev, V. M. (2002). “Optical properties of nanostructured random media”. Topics in Applied Physics. Berlín: Springer.
- [55] Smith, P. W., Maloney, P. J. y Ashkin, A. (1982, Agosto). “Use of a liquid suspension of dielectric spheres as an artificial Kerr medium”. *Opt. Lett.* *7(8)*, 347-349.
- [56] Stegeman, G. y Segev, M. (1999, Noviembre). “Optical Spatial Solitons and Their Interactions: Universality and Diversity”. *Science*, *289*, 1518-1523.
- [57] Terborg del Rosal, R. A. (2013). *Guía de luz inducida por luz en un medio no lineal artificial*. (Tesis de maestría inédita). Universidad Nacional Autónoma de México. México.
- [58] Terborg, R. A., P. Torres, J. y Volke-Sepulveda, K. (2013, Diciembre). “Steering and guiding light with light in a nanosuspension”. *Opt. Lett.* *38(24)*, 5284-5287.
- [59] Vereshchaginand, V. G. y Ponyavina, A. N. (1979, Julio). “Effect of the packing density of scattering layers on their transmission”. *J. Appl. Spectrosc.* *31(1)*, 910-912.

- [60] Wei, H., Zhang, T. y Guo, Q. (2006, Agosto). “Nonlocality-controlled interaction of spatial solitons in nematic liquid crystals”. *Appl. Phys. Lett.* 89(7), 071111-071114.
- [61] Zabusky, N. J. y Kruskal, M. D. (1965, Agosto). “Interaction of Solitons in a Collisionless Plasma and the Recurrence of Initial States”. *Phys. Rev. Lett.* 15(6), 240-243.