

Universidad Nacional Autónoma de México





Ciudad de México, Noviembre 2016

Dr. Nissim Illich Fraija Cabrera



Universidad Nacional Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

1. Datos del alumno

Morales Rivera Gibrán 53 53 87 90 Universidad Nacional Autónoma de México Facultad de Ciencias Física 30916286-1 2. Datos del tutor Dr. Nissim Illich Fraija Cabrera 3. Datos del sinodal 1 Dr. Diego López-Cámara Ramírez 4. Datos del sinodal 2 Dr. Fabio De Colle 5. Datos del sinodal 3 Dr. Ángel Sánchez Cecilio 6. Datos del sinodal 4 Dr. Hermes León Vargas 7. Datos del trabajo Estudio de la amplificación del campo magnético en la fusión de dos estrellas de neutrones a través de la propagación de neutrinos.

no. de pags 77 2016

DEDICATORIA

A Dios.

Por haberme permitido llegar hasta este punto, por fortalecerme y ser mi roca fuerte en la que cual puedo asir cada día mi espíritu.

A mi madre Leti

Por su amor y apoyo incondicional, por su tenacidad y coraje para sacarme adelante, por sus consejos, sus valores y por la motivación constante que me han hecho ser una mejor persona.

A mi padre Ludín

Por su modelo de vida, por los ejemplos de perseverancia y constancia que me han infundado siempre y por la fortaleza de espíritu que me ha transmitido cada día desde la infancia.

Al Dr. Nissim

Por su apoyo incondicional y por cada una de las lecciones enseñadas, porque a pesar de siempre estar ocupado, siempre tuvo tiempo para mi y el desarrollo de esta tesis. Muchas gracias, ésta meta alcanzada no habría sido posible sin el apoyo de todos ustedes.

Índice general

1.	Neu	itrinos	9
	1.1.	Potencial efectivo del neutrino	11
	1.2.	Auto-energía del neutrino a un loop	13
		1.2.1. Contribución del diagrama de intercambio del bosón	
		$\mathbf W$	16
		1.2.2. Contribución del diagrama de intercambio del bosón ${\bf Z}$	19
		1.2.3. Contribución del diagrama de intercambio del Tadpole	20
		1.2.4. Caso límite de un campo magnético fuerte $\Omega_B \equiv$	
		$eB/m_e^2 \gg 1$	21
		1.2.5. Caso límite de un campo magnético moderado $\Omega_B >$	
		1 y $\Omega_B \leq 1$	22
		1.2.6. Caso límite de un campo magnético débil $\Omega_B \ll 1$.	23
	1.3.	Mecanismos de producción de neutrinos	23
2.	Mo	delo de Fireball	27
	2.1.	Tipos de fireball	29
	2.2.	Evolución de la fireball	31
	2.3.	Condición de carga-neutralidad	32
3.	Det	ectores de neutrinos	35
	3.1.	El experimento Hyper-Kamiokande	37

	3.2.	El experimento IceCube-DeepCore	38
4.	Osci	ilación de neutrinos	41
	4.1.	Teoría de oscilación de neutrinos	41
	4.2.	Oscilación de neutrinos en vacío	43
	4.3.	Oscilación de neutrinos en la materia	45
		4.3.1. El caso de la mezcla de dos neutrinos	46
		4.3.2. El caso de la mezcla de tres neutrinos	49
5.	Res	ultados	55
6.	Con	clusiones	71

Bibliografía

73

Introducción

La teoría del Big Bang predice la existencia de alrededor de 300 neutrinos por cada kilómetro cúbico del Universo, los cuales son más de 1000 millones de veces la densidad de los protones, en otras palabras, es posible asumir que las galaxias están inmersas en un mar de neutrinos [1], las fuentes de estos neutrinos son diversas, sin embargo, en este trabajo se hará énfasis en el estudio de los neutrinos provenientes de los brotes de rayos gamma o (GRBs) por sus siglas en inglés y que hasta hace algunas décadas eran completamente desconocidos.

La historia de su descubrimiento se remonta a la época de la Guerra Fría entre la ex-URSS y EEUU, particularmente durante la crisis de misiles cubana ocurrida durante octubre de 1962.

En su búsqueda por la no-proliferación de armas nucleares, en EEUU se desarrolló un proyecto encargado de la detección de explosiones nucleares llevadas en secreto tanto en el espacio como en la Tierra, el concepto era simple; mientras que en una explosión nuclear, el destello óptico puede ocultarse fácilmente, el destello en frecuencias energéticas más elevadas como Rayos-X ó Rayos-Gamma (GR) no. Esto en la práctica llevó al desarrollo del Programa Espacial Vela, el cual estaba encargado de detectar este tipo de radiaciones y consistía de seis satélites detectores, los cuales fueron lanzados entre 1964 y 1970. [2]

Los eventos detectados por los satélites Vela eran en su mayoría generados por partículas cargadas provenientes de rayos cósmicos ó de relámpagos en la Tierra, sin embargo, el 2 de julio de 1967 se detectó un evento sin precedentes, se trataba de una detección de GR captada por 4 de los satélites Vela y que debido a la triangulación en los tiempos de llegada en los satélites se supo que su origen no podía ser terrestre, solar o de algún otro objeto conocido dentro del mismo Sistema Solar. Debido a la hermeticidad del proyecto, estos descubrimientos se mantuvieron en secreto y no fueron publicados sino hasta 1973 en el artículo de Klebesadel, Strong y Olson [3].

Desde entonces, diversos satélites se han lanzado con el propósito de observar estos destellos y distintas teorías para entender su origen han sido desarrolladas.

Uno de estos satélites fue el CGRO (Compton Gamma Ray Observatory), el cual contenía al detector BATSE (Burst and Transient Source Experiment) que era más sensible que sus predecesores. A través de sus observaciones se pudo comprobar que los GRBs estaban distribuidos de manera isotrópica en el Universo y por tal motivo no podían tener éstos orígenes dentro de la Vía Láctea [4]. Experimentos posteriores confirmaron esta teoría [5].

El origen cosmológico de los GRBs implica que los destellos energéticos deben ser más brillantes de lo que originalmente se pensó. Estimaciones recientes sugieren que el destello alcanza energías $\approx 10^{51} - 10^{53}$ erg durante algunos segundos, convirtiéndose así en los objetos más luminosos del Universo, tan sólo después del Big Bang [6].

Típicamente la duración de los GRBs es de algunos segundos, sin embargo, observaciones realizadas han encontrado que la duración de estos eventos van desde los pocos milisegundos [7] hasta varios minutos [8], debido a esto los GRBs se dividen en dos grupos generales dependiendo de su duración; a los brotes con duración menor a dos segundos se les conoce como *short Gamma Ray Bursts* (sGRB) y a aquellos con duración mayor a dos segundos se les conoce como *long Gamma Ray Bursts*.

Los GRBs se consideran eventos astronómicos únicos, ya que no existen dos iguales. En los años 90, los GRBs habían sido observados más de cien veces a través de los satélites BATSE, BeppoSAX, HETE-2 e Integral, hasta la llegada del satélite Swift, el cual empezó a detectar estos eventos con una frecuencia de hasta dos eventos por semana. Otros satélites también contribuyeron a la observación de GRBs, a tal punto que para el año 2000 alrededor de 5000 GRBs se habían observado.

Los progenitores de los GRBs son un tanto incierto, sin embargo, el modelo más aceptado para los GRB cortos es la fusión de un sistema binario, estrella de neutrones-estrella de neutrones (NS-NS) o estrella de neutronesagujero negro (NS-BH) [2]. La fusión del sistema binario tiene lugar debido al momento angular y a la pérdida de energía por emisión de ondas gravitacionales (GW). En el sistema binario (NS-NS) el remanente esperado es un BH rodeado de un disco de acreción formado por los restos correspondientes a las NSs. La interacción resultante de la alta tasa de acreción y la rápida rotación del disco puede conducir en la extracción de energía por medio de aniquilaciones neutrino-antineutrino [9] o por procesos magnetohidrodinámicos (MHD) [10], la cual es capaz de producir un jet colimado relativista.

Independientemente del mecanismo que origine estos eventos, se han

propuesto diversos modelos que pretendan explicar la naturaleza de éstos, a la fecha el modelo de "fireball" (bola de fuego) ha sido uno de los más aceptados. Este modelo sugiere que cuando una gran cantidad de energía es repentinamente liberada en una región compacta de espacio, una fireball opaca de gas leptónico y fotónico es generada debido a la creación de pares de e^{\pm} .

Dentro de la fireball, la mayor parte de la energía se origina por procesos internos como choques inelásticos entre las capas internas y externas de la fireball a través de dispersión de Compton inversa y/o procesos de emisión de sincrotrón.

Dentro de esta fireball existen neutrinos de todos los sabores debido al proceso de aniquilación de pares $e^+e^- \rightarrow \nu_x\nu_x$ con $x = e, \mu, \tau$, proceso libre-libre (bremsstrahlung nucleónico) $NN \rightarrow NN + \nu_x\bar{\nu_x}$ y decaimiento beta inverso $p + e^- \rightarrow n + \nu_e$ [11]. Las propiedades de estos neutrinos se ven modificadas cuando se propagan en un medio provisto por una amplificación del campo magnético y dependiendo de su sabor, cada neutrino tendrá un potencial efectivo distinto.

En este contexto, el conocer los efectos del campo magnético, la producción de neutrinos y el proceso de enfriamiento de la fireball antes y después de la fusión del sistema binario se vuelve sumamente importante. Basado en simulaciones MHDs hechas por Price y Rosswog [12] se sabe que los campos magnéticos presentes en un sistema NS-NS (de alrededor de 10^{12} G) llegan a amplificarse por varios órdenes de magnitud dentro del primer milisegundo después de la fusión, antes de que se forme el BH. En estas simulaciones los campos magnéticos se amplifican por inestabilidades Kelvin-Helmholtz. Estas inestabilidades amplifican cualquier campo magnético poloidal produciendo un campo magnético toroidal cuya intensidad es rápidamente comparada con el campo magnético poloidad. Una serie de imágenes instantáneas de esta simulación aparece en la Imagen 1 y un acercamiento a tiempo t = 2.65 ms es presentado en la Imagen 2.



Imagen 1: Se muestran de izquierda a derecha y de arriba a abajo, imágenes instantáneas de la fusión de dos estrellas neutrones, mostrando las intensidades del campo magnético para distintos tiempos. La dimensión de cada panel en escala representa ≈ 140 km.

En esta simulación se presentan dos estrellas de neutrones de 1.4 M_{\odot} separadas incialmente a una distancia de 48 km que comienzan a moverse gradualmente una alrededor de otra y se fusionan dentro de un periodo orbital ($\approx 2 \text{ ms}$) (Imágenes 1 y 2). Este objeto deposita masa en forma de brazos espirales que son eventualmente envueltos alrededor del objeto central (Imágenes 3-5) para terminar formando una forma toroidal (Imagen 6). Es posible observar que el campo magnético es amplificado durante la inestabilidad de cizallamiento entre las estrellas y subsecuentemente advectado con la materia para conformar la superficie remanente del objeto central.

Imagen tomada de la página 720 del artículo de Price & Rosswog (2006) [12].



Imagen 2: Acercamiento de la región central a tiempo t = 2.65 ms. El código de color muestra la intensidad del campo magnético y las flechas el campo de velocidades en el marco giratorio (esto es, sin la componente de la velocidad orbital dominante).

En los vórtices que aparecen en esta imagen, la intensidad del campo magnético alcanza el orden de 10^{15} G. El material que pasa a través de estos vórtices se extiende posteriormente a través de la superficie del remanente central, como se puede observar en las Imágenes 1-3 de la Figura 1.

Imagen tomada de la página 721 del artículo de Price & Rosswog (2006) [12].

En este trabajo se estudiará el efecto de la amplificación del campo magnético en la emisión, propagación y oscilación de neutrinos con energías del orden de MeVs-GeVs generados en una fireball de GRB.

Este está conformado por cinco capítulos, en el primero de ellos se describe la física de los neutrinos y se calcula su potencial efectivo como función del ángulo entre el campo magnético y la dirección de propagación de los mismos, en el límite de los casos de un campo magnético fuerte $(\Omega_B \gg 1)$, moderado $(\Omega_B > 1 \text{ y } \Omega_B \leq 1)$ y débil $(\Omega_B \ll 1)$. A partir de este momento, todos los cálculos serán realizados en unidades naturales o unidades de Planck (velocidad de la luz en el vacío c, constante de gravitación universal G, constante reducida de Planck $\hbar = \frac{h}{2\pi}$, constante de fuerza de Coulomb $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ y constante de Boltzmann k_B toman el valor de la unidad).

En el Capítulo 2 se profundiza el estudio del modelo de fireball y su comportamiento para distintas circunstancias.

Los experimentos Hyper-Kamiokande e IceCube-DeepCore son descritos en el Capítulo 3 haciendo particular énfasis en el número de eventos esperados en cada unos de ellos.

En el capítulo 4 se desarrolla la teoría de oscilación de neutrinos en el vacío y en materia para dos (solares, atmosféricos y producidos por aceleradores) y tres parámetros de mezcla.

Finalmente en el Capítulo 5 se discuten los resultados obtenidos y las conclusiones de este trabajo se presentan en el Capítulo 6.

Capítulo 1

Neutrinos

La historia del neutrino se remonta hasta 1914 cuando J. Chadwick demostró que contrario a los casos de desintegración alfa y emisión gamma, el espectro energético de la desintegración beta era continuo [13], haciendo alusión al principio de conservación de energía. Lise Meitner demostró más tarde que la pérdida de energía no podía atribuirsele a radiación gamma, esto hacía suponer la existencia de una nueva partícula que para entonces no se había detectado. Esto llevó a Wolfgang Pauli en 1930 a proponer la existencia de una nueva partícula fermiónica que debía ser eléctricamente neutra, de interacción débil y de espín 1/2 con una masa similar al electrón y propuso que de encontrarse, en analogía al protón, debería llamarse *neutrón*. [14]

Cuando Chadwick descubrió en 1932 una partícula mucha más masiva de interacción fuerte, eléctricamente neutra y de masa similar al protón, decidió llamar neutrón a esta partícula, el nombre permanece hasta nuestros días. [15]

Debido a esto, Enrico Fermi propuso el nombre de neutrino (que en

italiano significa "pequeño neutrón") a la partícula propuesta por Pauli, concluyendo que podría tratarse de una partícula sin masa.

Tuvieron que pasar más de 20 años hasta que a principios de los años 50, F. Reines, C. L. Cowan y Bruno Pontecorvo durante un experimento en el reactor nuclear de Savannah River en Carolina del Sur, EEUU, demostraran experimentalmente la existencia del neutrino electrónico en su búsqueda de medir el decaimiento doble beta.

A partir de ahí, Pontecorvo postuló la existencia de la oscilación de neutrinos en analogía con la oscilación de kaones que para esa fecha ya había sido comprobada por Murray Gell-Mann y Abraham Pais [17].

Tiempo después, en el año de 1962, L. Lederman, M. Schwartz y J. Steinberg en un experimento en Brookhaven National Laboratory mostraron que existía más de un tipo de neutrino al detectar el neutrino muónico [18] y no fue sino hasta el año 2000 que la colaboración DONUT de FermiLab descubrió el neutrino tauónico [19].

La propagación de neutrinos no respeta la relación de energía-momento en el vacío. La modificación de la relación de dispersión es originada por la interacción con la partículas en el fondo y puede ser considerada en términos del índice de refracción [20] o de un potencial efectivo [21]. La propagación de los neutrinos en la materia toma relevancia después del trabajo de Wolfenstein [22] y de Mikheyev-Smirnov [23] de la oscilación resonante de neutrinos en la materia. Gracias a este trabajo a la conversión adiabática o parcialmente adiabática de los sabores de neutrinos se le conoce como Efecto MSW [24].

En general, la relación de dispersión de neutrinos es una función com-

pleja $\omega_{\kappa} = \omega(\vec{\kappa})$. De acuerdo con la teoría de campos a temperatura finita (TFT), las contribuciones de la materia hacia la parte real e imaginaria de $\omega(\vec{\kappa})$ surgen de la parte de dependencia de temperatura y densidad de la auto-energía del neutrino [25].

A primer orden en (g^2/M_W^2) con g la constante de acoplamiento y M_W la masa del bosón W; la parte real de la relación de dispersión es proporcional a la asimetría partícula-antipartícula en el fondo. Si la asimetría es pequeña o igual a cero la parte imaginaria de $\omega(\vec{\kappa})$ y las correcciones de orden (g^2/M_W^4) a la parte real se vuelven importantes debido a que ellas no dependen de las diferencias entre el número de partículas y antipartículas. Este puede ser el caso del Universo temprano cuando el medio probablemente conservaba una simetría de carga-paridad (CP) [25].

Actualmente se han hecho cálculos de la parte real de la dispersión de neutrinos a orden $(1/M_W^4)$. Dentro del marco de TFT, estas correcciones surgen de la dependencia de los términos de momento del propagador de bosones en los diagramas de auto-energía.

Con base en lo anterior, en este capítulo se calculará el potencial efectivo del neutrino usando la contribución real del formalismo finito TFT para estudiar el efecto de un baño térmico en la propagación de éstos, además el efecto del campo magnético es considerado a través del método de tiempopropio de Schwinger [26].

1.1. Potencial efectivo del neutrino

El potencial efectivo del neutrino es calculado de la parte real de su diagrama de auto-energía.

La ecuación de campo del neutrino en un medio magnetizado es [27]

$$[k - \Sigma(k)]\Psi_L = 0, \qquad (1.1)$$

donde el operador $\Sigma(k)$ es una cantidad relevante que incorpora los efectos de fondo que siente un neutrino cuando se propaga a través de él. Por ejemplo; potencial químico, densidad de partículas, temperatura, campo magnético, etc. En presencia de un medio magnetizado puede ser expresado como [28]

$$\Sigma(k) = \mathcal{R}\left(a_{\parallel}k_{\parallel} + a_{\perp}k_{\perp} + b\mu + cb\right)\mathcal{L}, \qquad (1.2)$$

donde se utilizó la notación de slash de Feynman dada por $A \equiv \gamma^{\mu} A_{\mu}$, con A un vector covariante, γ las matrices de Dirac y se sobreentiende que el convenio de la suma de Einstein es utilizado.

Asimismo $k_{\parallel}^{\mu} = (k^0, k^3)$ y $k_{\perp}^{\mu} = (k^1, k^2)$ representan los cuadri-momentos del neutrino en la dirección paralela y perpendicular del campo magnético respectivamente, u^{μ} es la cuadri-velocidad del centro de masa del medio dada por $u^{\mu} = (1, \mathbf{0}), \mathcal{R} = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)$ y $\mathcal{L} = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)$ son los operadores de proyección de quiralidad. Además se introduce el efecto del campo magnético a través del cuadri-vector b^{μ} , cuyo valor está dado por $b^{\mu} = (0, \hat{\mathbf{b}})$ y debido a que el campo magnético en este caso se considera en la dirección del eje z se tiene que $b^{\mu} = (0, 0, 0, 1)$, por lo que se desvanece la componente paralela de la Ecuación 1.2

Por lo tanto, utilizando los cuadri-vectores u^μ y b^μ es posible expresar la componente paralela del momento como

con esto, la auto-energía puede ser expresada en término de tres cuadrivectores independientes $k^{\mu}_{+}, u^{\mu} \ge b^{\mu}$.

Además si se reescribe la auto-energía como $(\Sigma = \mathcal{R}\tilde{\Sigma}\mathcal{L})$, y posteriormente se compara con la Ecuación 1.2 se tiene que

$$\tilde{\Sigma} = a_{\perp} \not k_{\perp} + b \not \mu + c \not b. \tag{1.4}$$

En consecuencia, la auto-energía del neutrino puede obtenerse de la Ecuación 1.1 de la siguiente manera

$$det[k - \Sigma(k)] = 0. \tag{1.5}$$

Finalmente, usando álgebra de Dirac, la relación de dispersión de un neutrino en presencia de un medio magnetizado es

$$V_{eff} = k_0 - \mathbf{k},\tag{1.6}$$

este potencial efectivo puede escribirse como función de los escalares de Lorentz a, b y c para una partícula

$$V_{eff} = b - c \cos \phi - a_{\perp} |\mathbf{k}| \sin^2 \phi, \qquad (1.7)$$

donde ϕ es el ángulo subtendido entre el momento del neutrino y el campo magnético. Asimismo, los escalares *a*, *b* y *c* son funciones de la energía del neutrino, el momento, y el campo magnético, respectivamente y cuyos valores pueden ser calculados a partir de la auto-energía del neutrino debida a la interacción con las partículas del entorno a través de corrientes cargadas (CC) y corrientes neutras (NC).

1.2. Auto-energía del neutrino a un loop

La propagación de las partículas en presencia de temperatura finita y un medio denso han sido estudiado extensivamente por su importancia en múltiples eventos astrofísicos. En general la relación de dispersión en el vacío no se respeta dentro de un medio y las propiedades de las partículas son modificadas. Aunque los neutrinos no pueden acoplarse directamente al campo magnético, su efecto se puede notar en el acoplamiento de las partículas cargadas en el fondo. [29]

En este caso utilizando el formalismo de la teoría de campos se consideran las correcciones a un loop de la auto-energía del neutrino en un medio magnetizado que está compuesto por electrones (e^-) , positrones (e^+) , protones (p), neutrones (n) y neutrinos (ν) y se expresa como la contribución de tres diagramas, (ver Imagen 1.1). El primer diagrama (1.1.a) corresponde a la contribución de la auto-energía $\Sigma_W(k)$ del intercambio del bosón W, el segundo diagrama (1.1.b) corresponde a la contribución de auto-energía $\Sigma_Z(k)$ del bosón Z y finalmente el tercer diagrama (1.1.c) corresponde a la contribución de auto-energía $\Sigma_t(k)$ del Tadpole. La suma de todas estas contribuciones da la auto-energía del neutrino

$$\Sigma(k) = \Sigma_W(k) + \Sigma_Z(k) + \Sigma_t(k).$$
(1.8)

donde los términos en la Ecuación 1.8 pueden ser descritos individualmente con la ayuda del diagrama de Feynman en la Imagen (1.1).



Imagen 1.1: Diagrama de la contribución a un loop de la auto-energía del neutrino. (a) Diagrama de intercambio del bosón W^+ ; la línea continua representa el propagador del electrón y la línea ondulada representa el bosón W^+ dentro de un medio magnetizado. (b) Diagrama de intercambio de un bosón Z; la línea discontinua representa el propagador del neutrino en un medio térmico, análogamente la línea ondulada en este caso, corresponde al bosón Z. (c) Diagrama del Tadpole; la línea continua representa el propagador del fermión y la línea ondulada representa al bosón Z dentro de un medio magnetizado.

1.2.1. Contribución del diagrama de intercambio del bosón W

En este caso, la contribución a un loop del diagrama de intercambio del bosón W es

$$-i\Sigma_W(k) = \mathcal{R}\left[\int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \left(\frac{-ig}{\sqrt{2}}\right) \gamma_\mu \, iS_\ell(p) \left(\frac{-ig}{\sqrt{2}}\right) \gamma_\nu \, iW^{\mu\nu}(q)\right] \mathcal{L}\,, \quad (1.9)$$

donde \mathcal{R} y \mathcal{L} son los operadores de proyección de quiralidad, $g^2 = 4\sqrt{2}G_F m_W^2$ es la constante de acoplamiento débil con m_W la masa del bosón W y G_F la constante de acoplamiento de Fermi y el término $W^{\mu\nu}$ es propagador del bosón W, el cual en este caso, en presencia de un campo magnetizado uniforme a lo largo de la dirección z, en la norma unitaria y utilizando la forma linealizada del propagador (debido a que se está considerando el límite en que la magnitud del campo magnética toma el valor de $eB \ll m_W^2$) es [30]

$$W^{\mu\nu}(q) = \frac{g^{\mu\nu}}{m_W^2} \left(1 + \frac{q^2}{m_W^2} \right) - \frac{q^{\mu}q^{\nu}}{M_W^4} + \frac{3ie}{2m_W^4} F^{\mu\nu} , \qquad (1.10)$$

con $g^{\mu\nu}$ el tensor métrico y $F^{\mu\nu}$ el tensor de campo electromagnético. Además se asume que $q^2 \leq m_W^2$ y se mantiene hasta términos de orden $1/m_W^4$.

En la Ecuación 1.9, el término $S_{\ell}(p)$ corresponde al propagador del leptón cargado en presencia de un campo magnetizado, el cual puede ser separado en dos propagadores cargados, el primero correspondiente a la presencia de un campo magnético uniforme y el segundo correspondiente a la presencia de un medio magnético, por lo que puede ser escrito como

$$S_{\ell}(p) = S_{\ell}^{0}(p) + S_{\ell}^{\beta}(p).$$
(1.11)

Asumiendo que el campo magnético B se desplaza a lo largo del eje z, se puede expresar el propagador del leptón cargado en presencia de un campo

magnético uniforme como

$$iS_{\ell}^{0}(p) = \int_{0}^{\infty} e^{\phi(p,s)} G(p,s) \, ds \,, \tag{1.12}$$

donde

$$\phi(p,s) = is(p_0^2 - m_\ell^2) - is\left[p_3^2 + \frac{\tan z}{z}p_\perp^2\right]$$
(1.13)

En esta expresión $p_{\perp}^2 = p_1^2 + p_2^2$ y z = eBs, con m_{ℓ} la masa del leptón cargado, B la magnitud del campo magnético y e la magnitud de la carga del electrón.

El término de la derecha en la Ecuación 1.12esta dado por

$$G(p,s) = \sec^2 z \left[\mathbf{A} + i \mathbf{B} \gamma_5 + m_\ell (\cos^2 z - i \Sigma^3 \sin z \cos z) \right], \qquad (1.14)$$

donde $\Sigma^3 = \gamma_5 / \!\!\!/ \mu$ y los vectores covariantes están dados como

$$A_{\mu} = p_{\mu} - \sin^{2} z (p \cdot u \ u_{\mu} - p \cdot b \ b_{\mu}), B_{\mu} = \sin z \ \cos z (p \cdot u \ b_{\mu} - p \cdot b \ u_{\mu}).$$
(1.15)

Por otra parte, regresando a la Ecuación 1.11, el propagador del leptón cargado debido a la contribución del medio está dado por

$$S_{\ell}^{\beta}(p) = i\eta_F(p \cdot u) \int_{-\infty}^{\infty} e^{\phi(p,s)} G(p,s) \, ds \,, \qquad (1.16)$$

donde $\eta_F(p\cdot u)$ representa a las funciones de distribución de las partículas en el medio

$$\eta_F(p \cdot u) = \frac{\theta(p \cdot u)}{e^{\beta(p \cdot u - \mu_\ell)} + 1} + \frac{\theta(-p \cdot u)}{e^{-\beta(p \cdot u - \mu_\ell)} + 1}, \qquad (1.17)$$

En esta ecuación β representa al inverso de la temperatura del medio y μ_{ℓ} es el potencial químico del leptón cargado.

Evaluando explícitamente la Ecuación 1.9 se obtiene [28]

$$Re\Sigma_W(k) = \mathcal{R}\left[a_{W_\perp}\not\!\!\!\! k_\perp + b_W\not\!\!\!\! \mu + c_W\not\!\!\!\! b\right]\mathcal{L}, \qquad (1.18)$$

donde los escalares de Lorentz están dados por

$$a_{W\perp} = -\frac{\sqrt{2}G_F}{m_W^2} \left[\left\{ E_{\nu_e}(n_e - \bar{n}_e) + k_3(n_e^0 - \bar{n}_e^0) \right\} + \frac{eB}{2\pi^2} \int_0^\infty dp_3 \sum_{n=0}^\infty (2 - \delta_{n,0}) \times \left(\frac{m_e^2}{E_n} - \frac{H}{E_n} \right) (f_{e,n} + \bar{f}_{e,n}) \right], \qquad (1.19)$$

$$b_{W} = \sqrt{2}G_{F} \left[\left(1 + \frac{3}{2} \frac{m_{e}^{2}}{m_{W}^{2}} + \frac{E_{\nu_{e}}^{2}}{m_{W}^{2}} \right) (n_{e} - \bar{n}_{e}) + \left(\frac{eB}{m_{W}^{2}} + \frac{E_{\nu_{e}}k_{3}}{m_{W}^{2}} \right) (n_{e}^{0} - \bar{n}_{e}^{0}) - \frac{eB}{2\pi^{2}m_{W}^{2}} \int_{0}^{\infty} dp_{3} \sum_{n=0}^{\infty} (2 - \delta_{n,0}) \left\{ 2k_{3}E_{n}\delta_{n,0} + 2E_{\nu_{e}} \times \left(E_{n} - \frac{m_{e}^{2}}{2E_{n}} \right) \right\} (f_{e,n} + \bar{f}_{e,n}) \right], \qquad (1.20)$$

у

$$c_W = \sqrt{2}G_F \left[\left(1 + \frac{1}{2} \frac{m_e^2}{m_W^2} - \frac{k_3^2}{m_W^2} \right) (n_e^0 - \bar{n}_e^0) + \left(\frac{eB}{m_W^2} - \frac{E_{\nu_e} k_3}{m_W^2} \right) (n_e - \bar{n}_e) \right]$$

$$-\frac{eB}{2\pi^2 m_W^2} \int_0^\infty dp_3 \sum_{n=0}^\infty (2-\delta_{n,0}) \left\{ 2E_{\nu_e} \left(E_n - \frac{m_e^2}{2E_n} \right) \delta_{n,0} + 2k_3 \left(E_n - \frac{3}{2} \frac{m_e^2}{E_n} - \frac{H}{E_n} \right) \right\} (f_{e,n} + \bar{f}_{e,n}) \right], \qquad (1.21)$$

donde se usó que la energía de un electrón dentro de un campo magnético está dada por

$$E_{e,n} = \sqrt{p_3^2 + m_e^2 + 2neB} = \sqrt{p_3^2 + m_e^2 + H}, \qquad (1.22)$$

asimismo la densidad numérica de electrones se define como

$$n_e(\mu, T, B) = \frac{eB}{2\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} (2 - \delta_{n,0}) \int_0^\infty dp_3 f_{e,n} , \qquad (1.23)$$

 con

$$f(E_{e,n},\mu) = \frac{1}{e^{\beta(E_{e,n}-\mu)} + 1},$$
(1.24)

y la densidad numérica de electrones para el estado más bajo de Landau correspondiente an=0es

$$n_0^e(\mu, T, B) = \frac{eB}{2\pi^2} \int_0^\infty dp_3 f_{e,0} \,, \tag{1.25}$$

 con

$$f(E_{e,0},\mu) = \frac{1}{e^{\beta(E_{e,0}-\mu)} + 1},$$
(1.26)

y donde además se satisface que $\bar{f}_{e,n}(\mu,T)=f_{e,n}(-\mu,T)$

1.2.2. Contribución del diagrama de intercambio del bosón Z

En este caso, la contribución de la auto-energía a un loop de del diagrama de intercambio del bosón ${\cal Z}$ es

$$-i\Sigma_Z(k) = \mathcal{R}\left[\int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \left(\frac{-ig}{\sqrt{2}\cos\theta_W}\right) \gamma_\mu iS_{\nu_\ell}(p) \left(\frac{-ig}{\sqrt{2}\cos\theta_W}\right) \gamma_\nu iZ^{\mu\nu}(q)\right] \mathcal{L},$$
(1.27)

donde θ_W es el ángulo de Weinberg, $Z^{\mu\nu}(q)$ es el propagador del bosón Z en el vacío y S_{ν_l} es el propagador en un baño térmico de neutrinos.

La Ecuación 1.27 también se puede expresar como

$$Re\Sigma_Z(k) = \mathcal{R}(a_Z k + b_Z \mu) \mathcal{L}, \qquad (1.28)$$

la cual por evaluación explícita da [31]

$$a_{Z} = \sqrt{2}G_{F} \left[\frac{E_{\nu_{e}}}{m_{Z}^{2}} (n_{\nu_{e}} - \bar{n}_{\nu_{e}}) + \frac{2}{3} \frac{1}{m_{Z}^{2}} \left(\langle E_{\nu_{e}} \rangle n_{\nu_{e}} + \langle \bar{E}_{\nu_{e}} \rangle \bar{n}_{\nu_{e}} \right) \right],$$
(1.29)

у

$$b_{Z} = \sqrt{2}G_{F} \left[(n_{\nu_{e}} - \bar{n}_{\nu_{e}}) - \frac{8E_{\nu}}{3m_{Z}^{2}} \left(\langle E_{\nu_{e}} \rangle n_{\nu_{e}} + \langle \bar{E}_{\nu_{e}} \rangle \bar{n}_{\nu_{e}} \right) \right], \qquad (1.30)$$

Es posible notar que en la Ecuación 1.28 se tiene un término proporcional a los cuadri-vectores $k \neq \mu$ puesto que en este caso no hay interacción entre las partículas y el campo magnético. Pero al usar los cuadri-vectores $\mu \neq \mu$ la componente paralela del cuadri-vector k puede ser descompuesta como en la Ecuación 1.3. Es preciso decir que en los cálculos posteriores del potencial efectivo únicamente se considerarán los términos correspondientes a b_Z , puesto que los demás términos se cancelarán entre sí.

1.2.3. Contribución del diagrama de intercambio del Tadpole

En este caso, la contribución de la auto-energía a un loop de del diagrama de intercambio del Tadpole es

$$i\Sigma_t(k) = \mathcal{R}\left[\left(\frac{g}{2\cos\theta_W}\right)^2 \gamma_\mu iZ^{\mu\nu}(0) \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \operatorname{Tr}\left[\gamma_\nu \left(C_V + C_A\gamma_5\right) iS_\ell(p)\right]\right] \mathcal{L}_{\mathcal{L}}$$
(1.31)

donde C_V y C_A son las constantes axiales y vectoriales correspondientes a las interacciones con electrones (e^-) , positrones (e^+) , protones (p), neutrones (n) y neutrinos (ν) y sus formas son

$$C_V = \begin{cases} -\frac{1}{2} + 2\sin^2\theta_W & e \\ & \frac{1}{2} & \nu \\ & \frac{1}{2} - 2\sin^2\theta_W & p \\ & -\frac{1}{2} & n \end{cases}$$
(1.32)

у

$$C_A = \begin{cases} -\frac{1}{2} & \nu, p \\ \frac{1}{2} & e, n \end{cases}$$
 (1.33)

Evaluando explícitamente la Ecuación (1.31) se obtiene [28]

$$Re\Sigma_{t}(k) = \sqrt{2}G_{F}\mathcal{R}\left[\left\{C_{V_{e}}(n_{e} - \bar{n}_{e}) + C_{V_{p}}(n_{p} - \bar{n}_{p}) + C_{V_{n}}(n_{n} - \bar{n}_{n}) + (n_{\nu_{e}} - \bar{n}_{\nu_{e}}) + (n_{\nu_{\mu}} - \bar{n}_{\nu_{\mu}}) + (n_{\nu_{\tau}} - \bar{n}_{\nu_{\tau}})\right\} \not| t - C_{A_{e}}(n_{e}^{0} - \bar{n}_{e}^{0})\not| t \right] \mathcal{L}.$$
(1.34)

Para el caso de antineutrinos se debe cambiar $(n_x - \bar{n}_x)$ por $-(n_x - \bar{n}_x)$. Las diferentes contribuciones para la auto-energía del neutrino a orden $1/m_W^4$ para un medio de e^{\pm} , γ , bariones libres, neutrinos y antineutrinos.

1.2.4. Caso límite de un campo magnético fuerte $\Omega_B \equiv eB/m_e^2 \gg 1$

En el caso de la aproximación de un campo magnético fuerte, i.e. para $(m_e^2 \ll T^2 \ll \Omega_B m_e^2)$, los leptones están confinados al nivel de Landau más bajo (n=0), por lo que sólo para este nivel hay contribución en el potencial efectivo, puesto que para este caso, los leptones no se verán afectados por

el campo magnético. De tal manera que es posible escribir el potencial efectivo para un campo magnético fuerte como [32]

$$V_{eff,S} = \frac{\sqrt{2}G_F \, m_e^3}{\pi^2} \Omega_B \left[\sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \sinh \alpha_l \, K_1(\sigma_l) \\ \times \left\{ 1 + \frac{m_e^2}{m_W^2} \left(\frac{3}{2} + 2\frac{E_\nu^2}{m_e^2} + \Omega_B \right) \right. \\ \left. - \left(1 + \frac{m_e^2}{m_W^2} \left(\frac{1}{2} - 2\frac{E_\nu^2}{m_e^2} + \Omega_B \right) \right) \cos \phi \right\}$$
(1.35)
$$\left. - 4\frac{m_e^2}{m_W^2} \frac{E_\nu}{m_e} \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \cosh \alpha_l \\ \left. \times \left\{ \frac{3}{4} K_0(\sigma_l) + \frac{K_1(\sigma_l)}{\sigma_l} - \frac{K_1(\sigma_l)}{\sigma_l} \cos \phi \right\} \right].$$

1.2.5. Caso límite de un campo magnético moderado $\Omega_B > 1$ y $\Omega_B \le 1$

En el caso de la aproximación de un campo magnético moderado, i.e. para $(m_e^2 < T^2 \ll \Omega_B m_e^2)$, los leptones comienzan a ocupar los siguientes niveles de Landau (n=1,2,3,...), los cuales presentan una separación que es proporcional al campo magnético. Para este caso, cada uno de estos niveles contribuirán al potencial efectivo, puesto que la energía de los leptones es proporcional al campo magnético. Por lo tanto el potencial efectivo del neutrino en este caso es [32]

$$V_{eff,M} = \frac{\sqrt{2}G_F m_e^3}{\pi^2} \Omega_B \left[\sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \sinh \alpha_l \left\{ \frac{m_e^2}{m_W^2} \left(1 + 4\frac{E_\nu^2}{m_e^2} \right) K_1(\sigma_l) + \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n \left(2 + \frac{m_e^2}{m_W^2} \left(3 - 2\Omega_B + 4\frac{E_\nu^2}{m_e^2} \right) \right) K_1(\sigma_l \lambda_n) \right\} - 4\frac{m_e^2}{m_W^2} \frac{E_\nu}{m_e} \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \cosh \alpha_l \left\{ \frac{3}{4} K_0(\sigma_l) \right\}$$
(1.36)

$$+\sum_{n=1}^{\infty}\lambda_n^2 K_0(\sigma_l\lambda_n)\bigg\}\bigg]\,,$$

 con

$$\lambda^{2} = \begin{cases} 2n\Omega_{B} & \text{para } \Omega_{B} > 1\\ 1 + 2n\Omega_{B} & \text{para } \Omega_{B} \le 1 \end{cases}$$

1.2.6. Caso límite de un campo magnético débil $\Omega_B \ll 1$

En la aproximación del campo magnético débil $(\Omega_B m_e^2 \ll m_e^2)$, todos los niveles de Landau están ocupados y se superponen unos a otros, por lo tanto es factible suponer una contribución continua en vez de discreta $(\sum_n \to \int dn)$ sobre las sumas del parámetro $\lambda = \sqrt{1 + 2n \Omega_B}$. Por lo tanto, el potencial efectivo de neutrino en este caso resulta [32]

$$V_{eff,W} = \frac{\sqrt{2}G_F m_e^3}{\pi^2} \Omega_B \left[\sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \sinh \alpha_l \left\{ \left(2 + \frac{m_e^2}{m_W^2} \left(3 + 4 \frac{E_\nu^2}{m_e^2} \right) \right) \right. \\ \left. \times \left(\frac{K_0(\sigma_l)}{\sigma_l} + 2 \frac{K_1(\sigma_l)}{\sigma_l^2} \right) \Omega_B^{-1} - 2 \left(1 + \frac{m_e^2}{m_W^2} \right) K_1(\sigma_l) \right\} \\ \left. - 4 \frac{m_e^2}{m_W^2} \frac{E_\nu}{m_e} \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \cosh \alpha_l \left\{ \left(\frac{2}{\sigma_l^2 \Omega_B} - \frac{1}{4} \right) K_0(\sigma_l) \right. (1.37) \\ \left. + \left(1 + \frac{4}{\sigma_l^2} \right) \frac{K_1(\sigma_l)}{\sigma_l} \Omega_B^{-1} \right\} \right].$$

1.3. Mecanismos de producción de neutrinos

De acuerdo a su naturaleza, existen diversos mecanismos capaces de producir neutrinos. Entre ellos encontramos [15]:

• Neutrinos producidos por el Sol: Las reacciones termonucleares de fusión nuclear en el núcleo son una fuente productora de neutrinos del orden de 1 MeV. El flujo de estos neutrinos sobre la Tierra es de alrededor de 6×10^{10} cm⁻²s-1 pero a pesar del gran flujo de estos

neutrinos, su detección en la Tierra resulta difícil debido a que su sección eficaz es muy pequeña, es por ello, que se requieren detectores subterráneos de gran volumen. La fuente de energía del Sol es impulsada principalmente por dos procesos; la cadena protón-protón y el ciclo CNO. El resultado de ambos procesos es la conversión de cuatro protones y dos electrones en un núcleo de Helio más un neutrino electrónico

$$4p + 2e^- \to {}^4He + 2\nu_e + Q,$$
 (1.38)

donde Q representa la energía liberada en forma de fotones o energía cinética de los neutrinos en cuestión.

Para este caso, en el análisis para la oscilación de neutrinos de dos sabores, se tiene que $\Delta m^2 = (5.6^{+1.9}_{-1.4}) \times 10^{-5} \text{eV}^2 \text{ y} \tan^2 \theta = 0.427^{+0.033}_{-0.029}$ [33]

Neutrinos atmosféricos: Este tipo de neutrinos son creados principalmente por interacciones de los rayos cósmicos con los núcleos presentes en atmósfera terrestre. Los rayos cósmicos en su mayoría están compuestos de protones con una componente de núcleos más pesados. Las primeras interacciones interacciones con estos rayos cósmicos producen rayos cósmicos secundarios con una energía del orden de GeVs y el proceso se repite en forma de cascada para energías mayores siguiendo una ley de potencias. Durante estas interacciones, muchos muones son producidos mediante el siguiente proceso

$$\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu \,, \tag{1.39}$$

у

$$\pi^- \to \mu^- + \bar{\nu}_\mu \,. \tag{1.40}$$

A altas energías, también los kaones contribuyen a la producción de neutrinos y muones. Asimismo los muones que decaen antes de

1.3. MECANISMOS DE PRODUCCIÓN DE NEUTRINOS

tocar tierra son capaces de generar electrones mediante los siguientes procesos

$$\mu^+ \to e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu \,,$$
 (1.41)

у

$$\mu^- \to e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu \,.$$
 (1.42)

Los neutrinos producios mediante estas reacciones son llamados neutrinos atmosféricos, los laboratorios subterráneos con capaces de detectar la mayoría de estos neutrinos con un rango de energías energías del orden entre 100 MeV hasta 100 GeV. Bajo un modelo de desaparición de dos sabores con parámetros de mezcla separados entre neutrinos y antineutrinos se tiene para los experimentos Super-Kamiokande-I+II+III que $\Delta m^2 = (2.1^{+0.9}_{-0.4}) \times 10^{-3} \text{ eV}^2$ y sen² $2\theta = 1.0^{+0.00}_{-0.07}$ [34].

- Neutrinos producidos por reactores de fisión: Durante los procesos de fisión, neutrinos son producidos por decaimiento beta de núcleos ricos en neutrones. La potencia del reactor se debe principalmente a la fisión de cuatro isotopos; ²³⁵U (≈ 56%), ²³⁸U (≈ 8%), ²³⁹Pu (≈ 30%) y ²⁴¹Pu (≈ 6%). Los antineutrinos electrónicos son producidos en su mayoría mediante estos procesos. Debido a que en promedio la energía liberada por estos procesos es alrededor de 200 MeV y cada planta nuclear cuenta con varios reactores, la tasa de producción de este tipo de antineutrinos es bastante alta.
- Neutrinos producidos por aceleradores: Los experimentos con aceleradores de partículas pueden ser clasificados de acuerdo al método de producción de haces de neutrinos, principalmente debido a decaimientos de piones y muones (Ecuaciones 1.39-1.42. Estos pueden ser clasificados en tres categorías:

- Haces de banda ancha: Estos experimentos tienes haces de neutrinos con un amplio espectro de energía, el cual puede abarcar uno o dos órdenes de magnitud. Este tipo de haz es conveniente para la investigación de nuevas señales de oscilación en un amplio rango de valores de Δm^2 .
- *Haces de banda estrecha:* Los haces de neutrinos en estos experimentos tienen un espectro de energía estrecho, el cual es obtenido mediante la selección de los momentos de los piones y kaones productores. La intensidad resultante del flujo de neutrino de un haz de neutrones de banda estrecha es menor comparada con la intensidad de un haz de banda ancha obtenido con el mismo haz de protones.
- *Fuera de eje:* Estos son experimentos que usan haces de banda ancha de gran intensidad con el detector desplazado por un pequeño ángulo a partir del eje del haz, donde la energía del haz es casi monocromática. El principio de fuera de eje es un concepto nuevo que se prevé, se implementará en futuros experimentos.

Dos regiones bien definidas de parámetros de oscilación para $\Delta m^2 \approx 7$ eV² y $\Delta m^2 < 1$ eV² son compatibles tanto para los experimentos LAND como KARMEN para el ángulo de mezcla de sen² 2 $\theta = 0.0049$ [35]. Adicionalmente, el experimento MiniBooNE ha encontrado evidencia de oscilaciones en el rango entre 0.1-1 eV², la cual es consistente con los resultados presentados por LSND [36]

 Neutrinos producidos por supernovas (SNe): Durante las explosiones de supernovas, una gran cantidad de neutrinos con energías de entre 10-30 MeV son emitidos durante un lapso de alrededor de 10 s [15].

Capítulo 2

Modelo de Fireball

Hoy en día una de las teorías más aceptadas en la descripción de los GRBs es el modelo de fireball relativista propuesto por Goodman [37] y Paczinsky [38] en 1986 y en este capítulo lo decribiremos a continuación.

Una fireball se puede entender como una gran concentración de energía en forma de radiación, la cual está restringido a una pequeña región del espacio en la que la presencia de bariones es casi despreciable. Asimismo es posible referirnos a una fireball como un "plasma de radiación opaca cuya energía inicial es significativamente más grande que su energía en reposo" [6].

Este modelo sugiere que los rayos gamma observados son producidos cuando el flujo energético ultra relativista es convertido en radiación. Formas posibles de este flujo energético son el flujo de Poynting electromagnético o la energía cinética de las partículas, el cual es convertido en radiación en una región ópticamente delgada. Diversos autores postulan que esta conversión de energía se puede deber tanto a procesos externos, como la interacción con el Medio Interestelar [39] o a procesos internos, tales como, colisiones internas dentro del flujo [40]. En el trabajo publicado por Sari [41] y Paczynski [42] se demuestra que a menos que éste flujo energético esté confinado en una haz colimado, los procesos externos resultan altamente improbables debido a su gran ineficiencia, por lo que se considera que los destellos energéticos son producidos en su mayoría por procesos internos.

Puesto que las diferentes capas se mueven a velocidades diferentes dentro de la expansión, las capas internas colisionan inelásticamente con las capas externas, convirtiendo la energía cinética en energía interna de la fireball, apareciendo en dicha expansión capas con una población no térmica de bariones y electrones, los cuales son acelerados mediante el mecanismo de Fermi [28].

Esta "esfera" de radiación se expande y se enfría rápidamente hasta que la energía de los fotones decae abajo del nivel de producción de pares de e^{\pm} y la esfera, por tanto, se vuelve ópticamente transparente. Durante esa expansión, la energía asociada con movimientos aleatorios internos de las partículas y los GR serán parte de la mayoría del flujo eyectado [6].

Dos efectos son los encargados de disminuir esta profundidad óptica; Primero, las velocidades relativistas propician desplazamientos muy grandes por efecto Doppler en el espectro intrínseco (por ejemplo, un fotón que es observado con varios MeV puede en realidad ser generado en la fuente con apenas algunos keV). Segundo, una fuente emisora que se expande relativísticamente puede ser mucho más grande de lo que es, y esto porque si la fuente se expande con velocidades realtivistas, se vuelve necesario introducir una nueva variable Γ llamada el factor de Lorentz, el cual crecerá linealmente con el radio de la fireball.

Por otra parte, si una pequeña cantidad de materia bariónica se mezcla
con la fireball, parte de esta energía de radiación será convertida en energía cinética, lo cual debilitará la señal proveniente de ese brote de rayos gamma. Por otra parte si es una gran cantidad de materia bariónica la que es añadida en la fireball, la mayor parte de la energía de radiación se convertirá en energía cinética, la cual se acelerará a velocidades relativistas e impedirá la observación de rayos gamma provenientes de la fuente.

2.1. Tipos de fireball

En este contexto es posible clasificar la fireball de la siguiente manera:

Fireball pura: En este caso, la fireball tiene temperatura suficiente para producir pares libres de e^{\pm} los cuales incrementan su opacidad y evitan que la radiación pueda escapar. Esta mezcla de plasma de radiación/pares se comportan como un fluido perfecto con una ecuación de estado dada por $p = \rho/3$. Este fluido comienza a expandirse bajo el efecto de su propia presión lo que ocasiona que también la temperatura disminuya a razón de $T \propto R_i^{-1}$, con R_i el radio de la fireball. En este sistema la gravedad puede ser ignorada y cuando la temperatura decrece hasta alcanzar el nivel de producción de pares e^{\pm} , éstos se aniquilan permitiendo que la radiación contenida en la fireball escape, usualmente esto ocurre a temperaturas de $\approx 20 \text{ keV}$ y es por esta misma razón que los fotones tienen esta energía cuando escapan. Mientras tanto la fireball es acelerada relativísticamente hacia afuera y por conservación de energía se requiere que el factor de Lorentz correspondiente a este movimiento satisfaga la relación $\Gamma \propto R$. Un observador en reposo los detectaría con una temperatura de $T_{\rm obs} = \Gamma T$ y puesto que la temperatura está relacionada como $T \propto R^{-1}$ y $\Gamma \propto R$ se encuentra que la temperatura observada debe ser aproximadamente igual a la temperatura inicial $T_{\rm obs} = T_0$. Sin embargo, el espectro esperado sería casi térmico [37] y éste no aún no ha sido en observado en GRBs.

Fireball con materia bariónica: Este caso se presenta cuando la fireball contiene algún tipo de materia bariónica, la cual puede ser introducida durante el proceso de radiación original o puede estar presente en la atmósfera circundante a la fusión del sistema binario. Estos bariones pueden afectar la fireball cambiando la velocidad de expansión e incrementando la opacidad τ , lo que incrementa el tiempo necesario para que la radiación escape. Los bariones al ser acelerados junto con la fireball convierten gran parte de su energía de radiación en energía cinética.

En este punto la dinámica de la fireball se comporta diferente dependiendo de la cantidad de materia contenida, para ello es útil definir la relación entre la energía inicial y materia dada por $\eta = E/Mc^2$ y la relación entre el tamaño inicial de la fireball y el radio para el cual se da la transición hacia la fase dominada por materia, la cual es [6].

$$R\eta = R_i \eta = \frac{R_i E}{Mc^2} \approx 10^9 \,\mathrm{cm} R_{i7} E_{52} \,(M/5 \times 10^{-6} M_{\odot})^{-1} \,, \qquad (2.1)$$

con $M_\odot=1.9885(2)\times 10^{30}$ kg la masa del Sol, además se ha utilizado la notación $E_{52}\equiv E/10^{52}$ ergs y $R_{i7}\equiv R_i/10^7$ cm.

Con esto es posible calcular dos valores críticos para η correspondientes a la relación entre la cantidad de pares η_p y la cantidad de bariones η_b [44]:

$$\eta_p = \left(\frac{3\sigma_T^2 \sigma T_p^4}{4\pi m_p^2 c^4 R_i^2}\right)^{1/2} \approx 3 \times 10^{10} E_{52}^{1/3} R_{i7}^{-1/2}, \qquad (2.2)$$

у

$$\eta_b = \left(\frac{3\sigma_T E}{8\pi m_p c^2 R_i^2}\right)^{1/3} \approx 10^5 E_{52}^{1/3} R_{i7}^{-2/3}.$$
(2.3)

Con estos parámetros es posible definir cuatro tipos de fireball:

- Fireball pura $(\eta_p < \eta)$: No existe efecto producido por los bariones y la evolución de la fireball se conforma únicamente de fotones y leptones. Cuando la temperatura alcanza T_p , la opacidad de pares τ_p cae a uno mientras que la opacidad de bariones τ_b se hace despreciable $(\tau_b \ll 1)$. En este punto la fireball está dominada por la radiación y la mayor parte de la energía escapa de ésta forma.
- Fireball opaca dominada por electrones $(\eta_b < \eta < \eta_p)$: En la última fase de esta etapa, la opacidad es dominada por electrones libres asociados con los bariones, la temperatura comóvil decrece muy por debajo de T_p antes de que opacidad τ alcance la unidad. Sin embargo, la fireball continúa siendo dominada por la radiación y la energía escapa de la misma manera que en el caso anterior.
- Fireball bariónica relativista (1 < η < η_b): La fireball llega a ser dominada por la materia antes de llegar a ser ópticamente transparente y la mayor parte de la energía es convertida en energía cinética por los bariones con un factor final de Lorentz correspondiente a Γ_f ≈ η
- Fireball newtoniana (η < 1): En esta caso la energía en reposo supera a la energía de radiación y la expansión nunca llega a ser relativista. La explosión de supernovas en las cuales la energía se deposita en un entorno masivo es un ejemplo de ello.

2.2. Evolución de la fireball

Después de que se da la fusión de dos estrellas de neutrones se alcanzan densidades de $10^9 \le \rho \le 10^{12} \text{ g/cm}^3$ y temperaturas de $1 \le T \le 10 \text{ MeV}$.

En estas condiciones los núcleos están completamente fotodes integrados y el flujo consiste principalmente de pares de e[±] libres y nucleones [45]. La opacidad de la fireball puede ser descrita como función de la profundidad óptica $\tau = r/\lambda$ donde r es la escala de longitud y λ es el camino libre medio. El λ para el caso de neutrinos debido a la dispersión de electrones y positrones es [46]

$$\lambda_e = 5.9 \times 10^6 \,\mathrm{cm}T_7^{-5} \,,$$

$$\lambda_{\mu,\tau} = 2.56 \times 10^7 \,\mathrm{cm}T_7^{-5} \,, \qquad (2.4)$$

donde la diferencia viene del hecho de que sólo los neutrinos electrónicos participan en las interacciones de CC. Sus profundidades ópticas son

$$\tau_e = 54 E_{52}^{5/4} R_{0,6.5}^{-11/4} ,$$

$$\tau_{\mu,\tau} = 7.4 E_{52}^{5/4} R_{0,6.5}^{-11/4} .$$
(2.5)

Debido a que $\tau_{e,\mu,\tau} > 1$ la fireball es opaca y como se vio con anterioridad una vez que la fireball comienza a expandirse llega un punto en que la opacidad de ésta alcanza un valor menor que la unidad, es entonces cuando los neutrinos del orden de MeVs escapan, mientras que los protones y electrones permanecen acoplados unos a otros hasta que el valor del factor de Lorentz alcanza aproximadamente el valor crítico η .

2.3. Condición de carga-neutralidad

Es posible definir la condición de carga-neutralidad como

$$Y_e \frac{\rho}{m_e} = n_e(\mu, T, B) - \bar{n}_e(\mu, T, B)$$

$$= \frac{m_e^3}{\pi^2} \Omega_B \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \sinh \alpha_l \left\{ K_1(\sigma_1) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n K_1(\sigma_1 \lambda_n) \right\}, \quad (2.6)$$

donde $n_e(\mu, T, B)$ y $\bar{n}_e(\mu, T, B)$ son las densidades numéricas de electrones y positrones generadas en el plasma con temperatura T y densidad bariónica ρ (definida con la razón de cambio del flujo saliente en el jet como $\dot{M} = 4\pi R_i^2 \rho$). Asimismo σ_1 y α_1 corresponden a los valores para los cuales la condición de resonancia se satisface e $Y_e = n_p/(n_n + n_p)$ es la razón protón-nucleón. Vale la pena mencionar que esta razón es una función de la temperatura y del potencial químico durante la fase inicial de la fireball, cuando la profundidad óptica inicial es demasiado grande.

La entropía por barión es conservada dentro del flujo y relacionada con el parámetro de carga bariónica $\eta \mod s/k_B = 4\eta m_p/3T$, debido a las altas temperaturas ($T \gg m_e$) y a reacciones de CC, los protones son convertidos en neutrones mientras que los neutrones son convertidos en protones, consiguiendo el siguiente balance [47]

$$Y_e = \frac{1}{2} + \frac{7\pi^4}{1350\zeta(5)} \left(\frac{Q/2 - \mu}{T}\right) , \qquad (2.7)$$

entre las tasas de electrones y positrones capturados por n_p y n_n con Q definida como $Q = m_n - m_p$.

Por lo tanto, es posible escribir la condición de carga-neutralidad como

$$\sum_{l=0}^{\infty} (-1)^{l} \sinh \alpha_{l} \left\{ K_{1}(\sigma_{1}) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_{n} K_{1}(\sigma_{1}\lambda_{n}) \right\}$$

= $\frac{\rho \Omega_{B}^{-1}}{m_{p} m_{e}^{3}} \left[\frac{\pi^{2}}{2} + \frac{7\pi^{6}}{1350\zeta(5)} \left(\frac{Q/2 - \mu}{T} \right) \right].$ (2.8)

Durante la fase de aceleración el valor crítico η_{ν} está definido como

$$\eta_{\nu} = \left(\frac{L\,\sigma_{np}\,Y_e}{4\,\pi\,m_p\,R_i}\right)^{1/4} \approx 4.6 \times 10^2 \,L_{52}^{1/4}\,R_{i7}^{-1/4}\,Y_e^{1/4}\,,\tag{2.9}$$

y dependiendo de los valores obtenidos tanto para η como para η_{ν} se espera que ocurran diferentes procesos de desacoplamiento en un flujo de salida de protón-neutrón conduciendo a variedades distintas de rangos de energía. Por ejemplo, para valores $\eta \leq \eta_{\nu}$, se esperan neutrinos comprendidos entre un rango de energía de 5-10 GeV [48], mientras que para valores de $\eta \geq \eta_{\nu}$ se esperan neutrinos entre 2-25 GeV [49]. Resulta importante resaltar que neutrinos de multi MeV y GeV son esperados para el modelo de una fireball con radio menor a $\approx 10^{10}$ cm.

En este trabajo se considera en su estado inicial una fireball magnetizada compuesta de pares e^{\pm} y bariones en perfecto equilibrio termodinámico con una temperatura comóvil

$$T' = \left(\frac{L_{52}}{4\pi R_{i,7}^2 a}\right)^{1/4} \approx 3.8 \text{ MeV}, \qquad (2.10)$$

donde $a = \pi^2 k^4 / 15 = 7.6 \times 10^{-15} \text{ erg cm}^{-3} \text{K}^{-4}$ es la constante de radiación y *L* es la energía isotrópicamente equivalente al flujo saliente del jet.

Los campos magnéticos presentes pueden estimarse mediante la equipartición de la densidad de energía total U como [47]

$$B \approx \sqrt{8\pi\epsilon_B U} \,, \tag{2.11}$$

los cuales se vuelven considerables puesto que en este caso la densidad de energía es dominada por los bariones.

$$U \approx \frac{3}{2} \frac{T\rho}{m_p} \,. \tag{2.12}$$

Capítulo 3

Detectores de neutrinos

En los últimos años el número de experimentos de altas energías ha incrementado en gran manera, por mencionar algunos, podemos incluir experimentos para la búsqueda de materia oscura, monopolos magnéticos y decaimiento doble beta, así como experimentos de rayos cósmicos y aquellos dedicados exclusivamente para la medición de la oscilación de neutrinos.

Aunque en la mayoría de ellos la tecnología e instrumentación procede de la usada en los grandes aceleradores de partículas, ésta es usada de una manera completamente diferente.

Ejemplo de ello son los grandes detectores de radiación Cherenkov (este tipo de radiación electromagnética es producida por partículas cargadas que se mueven con velocidades mayores a la velocidad de fase de la luz en el medio en el que se encuentran) [50].

Los detectores de radiación Cherenkov permiten la detección de neutrinos en tiempo real observando las trazas de los leptones cargados ultrarelativistas producidos por interacciones débiles. En general, cuando una partícula cargada se mueve con velocidad v > 1/n a través de un medio con índice de refracción n, la partícula emite radiación Cherenkov en forma de un cono de luz alrededor de la dirección de movimiento [15].

El ángulo θ de apertura del cono está dado por $\cos\theta=1/nv$ con un espectro

$$\frac{dN}{d\lambda dx} = 2\pi\alpha \left[1 - \left(\frac{1}{nv}\right)^2\right]\lambda^{-2},\qquad(3.1)$$

donde N es el número de fotones, λ es la longitud de onda y x es la coordenada espacial a lo largo de la traza [50].

El agua tiene un índice de refracción de $n \approx 1.33$, por lo que se tiene un ángulo $\theta \approx 41^{\circ}$ para las partículas relativistas. Por cada cm de traza se tienen alrededor de 340 fotones que son producidos en un rango de longitud de onda de 300nm $\leq \lambda \leq 600$ nm, el cual es apropiado para su detección utilizando fotomultiplicadores (PMTs) [15].

A través de la observación de estos fotones y conociendo el tiempo preciso de llegada de cada uno de ellos, es posible determinar el punto de interacción débil, la dirección de la traza producida por los leptones cargados y su energía.

En los detectores subterráneos de radiación Cherenkov una gran cantidad de agua es rodeada por un arreglo de PMTs. Ejemplos de este tipo de detectores son los experimentos Hyper-Kamiokande e IceCube en los cuales se requiere el uso de materiales radiológicos ultra-puros. La descripción y funcionamiento de estos experimentos se tratan a continuación.

3.1. El experimento Hyper-Kamiokande

El observatorio Hyper-Kamiokande cuando se termine de construir, será un detector subterráneo de agua de radiación Cherenkov diseñado para el estudio de diferentes experimentos con neutrinos, estará localizado en la mina de Tochibora, Prefectura de Gifu, Japón, a tan sólo 8 km al sur de su predecesor; Super-Kamiokande.

Consistirá en dos cavernas adyacentes cilíndricas con casquetes en forma de huevo en los extremos, con dimensiones previstas de 210 metros de largo, 54 metros de altura que a su vez contendrán en su interior, una estructura cilíndrica de 43 metros de diámetro, la cuál servirá de soporte para la colocación de 99000 fotomultiplicadores (PMTs) de 20 pulgadas cada uno uniformemente espaciados a lo largo de ésta.

Tendrá una masa fiducial total de 0.99 millones de toneladas métricas, lo cual representa 20 veces más la capacidad actual de Super-Kamiokande.

Como lo mencionan explícitamente en su declaración de intenciones [34] "Hyper-Kamiokande tendrá la capacidad sin precedentes para la medición con precisión de los parámetros de oscilación de neutrinos así como de pretender descubrir la violación CP en el sector leptónico".

Es posible estimar el número de eventos esperados en Hyper-Kamiokande de la siguiente manera

$$N_{\text{eventos}} = V N_A \rho_N \int_{t'} \int_{E'} \sigma_{cc}^{\bar{\nu}_e p} \frac{dN}{dE} \, dE \, dt \,, \qquad (3.2)$$

donde $V = 0.99 \times 10^{12} \text{ cm}^3$ (0.99 Mton) es el volumen efectivo del agua, $N_A = 6.022 \times 10^{23} \text{ g}^{-1}$ es el número de Avogadro, $\rho_N = 2/18 \text{ g cm}^{-3}$ es la densidad nucleónica en el agua, $\sigma_{cc}^{\bar{\nu}_e p} \approx 9 \times 10^{-44} E_{\bar{\nu}_e}^2/\text{MeV}^2$ es la sección eficaz [51], dt es el tiempo de emisión de los neutrinos y dN/dEes el espectro de los neutrinos. Teniendo además en cuenta que la relación entre la luminosidad de los neutrinos $L_{\bar{\nu}_e}$ y el flujo $F_{\bar{\nu}_e}$ es

$$L_{\bar{\nu}_e} = 4\pi D_z^2 F_{\bar{\nu}_e} \langle E \rangle_{T,\bar{\nu}_e} = 4\pi D_z^2 F_{\bar{\nu}_e} E_{T,\bar{\nu}_e}^2 \frac{dN}{dE_{\bar{\nu}_e}}, \qquad (3.3)$$

se tiene que el número de eventos esperados es

$$N_{\text{eventos}} \approx \frac{N_A \rho_N \sigma_{cc}^{\nu_e p}}{4\pi D_z^2 \langle E_{\bar{\nu}_e} \rangle} V_{\text{det}} E_{T,\bar{\nu}_e} , \qquad (3.4)$$

donde D_z es la distancia desde la fuente puntual de producción de neutrinos hasta la Tierra, $\langle E_{\bar{\nu}_e} \rangle$ es el valor esperado de la energía del antineutrino electrónico y $E_{T,\bar{\nu}_e} = \int L_{\bar{\nu}_e} dt$ es la energía total emitida [53].

3.2. El experimento IceCube-DeepCore

IceCube es un detector subterráneo de 1 km cúbico de hielo antártico natural de radiación Cherenkov, localizado a una profundiad comprendida entre 1450 y 2450 m debajo del IceCube Neutrino Telescope en el Polo Sur Geográfico [54], está compuesto de 86 cables orddenados en una trama casi hexagonal, la mayoría separados por una distancia de 125 m. Cada cable contiene 60 PMTs separados verticalmente cada 17 m. Enmedio de esta trama hexagonal se colocaron 8 cables adicionales (DeepCore), los cuales redujeron el espacio entre cables a un intervalo de 40-70 m.

DeepCore fue diseñado para detectar neutrinos de energías del orden de 10 GeV y tiene la ventaja principal de estar rodeado en la parte superior por los módulos de IceCube lo que le permite evitar las interacciones provenientes de las partículas de rayos cósmicos.

3.2. EL EXPERIMENTO ICECUBE-DEEPCORE

Situado a 2100 m de profundidad está provisto con 80 nuevos PMTs de alta eficiencia cuántica (35 % más eficientes que los usados en IceCube) estrechamente desplegados, además de contar con un módulo de densidad de aproximadamente cinco veces mayor que el arreglo de IceCube. Estas características le permiten a DeepCore incrementar la sensibilidad para la detección de partículas masivas de interacción débil (PMID) y se espera que en conjunto con IceCube se incremente la sensibilidad para la detección de neutrinos provenientes de la aniquilación de PMID, oscilación de neutrinos atmosféricos, neutrinos de supernovas galácticas, así como el estudio de fuentes puntuales de neutrinos de origen extragaláctico [55].

Teniendo en cuenta el número total de neutrinos involucrados en el choque como $N_n = (1-Y_e)\epsilon E/(\eta m_p)$ y asumiendo una eficiencia en disipación de choque de $\epsilon = 0.2$, el número de eventos esperados por año en DeepCore es

$$R_{\nu\bar{\nu}} \approx 0.33 E_{53}(1-Y_e) N_{t37.7} R_{b3} h_{65}^2 \times \left(\frac{2-\sqrt{2}}{1+z-\sqrt{1+z}}\right) a \tilde{n} o^{-1}, \quad (3.5)$$

donde se ha tomado en cuenta el producto de la densidad del hielo y el volumen efectivo a 100 GeV como $\rho_{\text{hielo}} V_{\text{eff}} \approx 50$ Mton ($V_{\text{eff}} \approx 5.56 \times 10^{-2}$ km³ y protones objetivo de $N \approx 10^{37.7} N_{t37.7}$) [55], una tasa de explosión del radio de Hubble de $10^3 R_b$ y un universo Einstein-de-Sitter con una constante de Hubble $H = 65 h_{65} \text{ km/sMpc}^{-1}$.

CAPÍTULO 3. DETECTORES DE NEUTRINOS

Capítulo 4

Oscilación de neutrinos

Para cada una de las familias leptónicas, existe un tipo (sabor) de neutrino, estos son el neutrino electrónico (ν_e), el neutrino muónico (ν_{μ}) y el neutrino tauónico (ν_{τ}). Después de que Lederman, Schwartz y Steinberg mostraron la existencia de un segundo tipo de neutrino, se postuló que la oscilación de neutrinos era posible si éstos tuviesen masas distintas de cero.

La oscilación de neutrinos es un fenómeno cuántico en el que un neutrino creado con un sabor leptónico específico $(e, \mu, \circ \tau)$ cambia posteriormente en otro sabor. Fue predicho en 1957 por Bruno Pontecorvo [56] en analogía con la oscilación de otras partículas neutrales.

4.1. Teoría de oscilación de neutrinos

El descubrimiento de las oscilaciones de neutrinos implica que los estados de sabores de neutrinos no son eigenestados de masa sino superposiciones de éstos. En la teoría de oscilaciones de neutrinos, un estado de neutrino $|\nu_{\alpha}\rangle$ con sabor bien definido $\alpha = e, \mu, \tau$ y momento \vec{p} se describe en términos de sus eigenestados como [28],

$$|\nu_{\alpha}\rangle = \sum_{k=1}^{3} U_{\alpha k}^{*} |\nu_{\alpha}\rangle , \qquad (4.1)$$

donde $U_{\alpha k}^{*}$ es una matriz unitaria llamada "matriz de mezcla leptónica" y corresponde al peso del estado de sabor $|\nu_{\alpha}\rangle$, puesto que los neutrinos ν_{α} son creados mediante un proceso de interacción débil, ya sea mediante una corriente cargada de un leptón cargado (mediante una transición $l_{\alpha}^{-} \rightarrow \nu_{\alpha}$) ó de un antileptón cargado (mediante una transición $l_{\alpha}^{+} \rightarrow \nu_{\alpha}$).

Para tener en este caso estados de neutrinos masivos ortonormales, se considera una normalización de volumen finito

$$\langle \nu_k | \nu_j \rangle = \delta_{kj} \,. \tag{4.2}$$

Debido a la unitariedad de la matriz de mezcla leptónica se tiene que también los estados de sabor son ortonormales

$$\langle \nu_{\alpha} | \nu_{\beta} \rangle = \delta_{\alpha\beta} \,. \tag{4.3}$$

Aplicando la ecuación estacionaria de Schrödinger a los estados de neutrinos masivos $|\nu_{\alpha}\rangle$ se tiene

$$\mathcal{H} \left| \nu_{\alpha} \right\rangle = E_k \left| \nu_{\alpha} \right\rangle \,, \tag{4.4}$$

con eigenvalores de energía

$$E_k = \sqrt{\vec{p}^2 + m_k^2} \,,$$

lo que implica que

$$i\frac{d}{dt}\left|\nu_{k}(t)\right\rangle = \mathcal{H}\left|\nu_{k}(t)\right\rangle\,,\tag{4.5}$$

y por tanto los estados de neutrinos evolucionan en el tiempo de la siguiente manera

$$|\nu_k(t)\rangle = e^{-iE_k t} |\nu_k\rangle . \tag{4.6}$$

Utilizando las Ecuaciones 4.1 y 4.6 es posible describir la evolución temporal de neutrino de sabor α definido en el tiempo t = 0 con estado de sabor $|\nu_{\alpha}(t)\rangle$ como

$$|\nu_k(t)\rangle = \sum_k U^*_{\alpha k} \, e^{-iE_k t} \, |\nu_k\rangle \,, \qquad (4.7)$$

puesto que $|\nu_{\alpha}(t=0)\rangle = |\nu_{\alpha}\rangle$.

Por otra parte, utilizando la relación de unitariedad $U^{\dagger}U = 1 \iff \sum_{\alpha} U^*_{\alpha k} U_{\alpha j} = \delta_{jk}$ los estados masivos pueden ser expresados en términos de los estados de sabor al invertir la Ecuación 4.1

$$|\nu_k\rangle = \sum_{\alpha} U_{\alpha k} |\nu_{\alpha}\rangle , \qquad (4.8)$$

para finalmente obtener

$$|\nu_k\rangle = \sum_{\beta=e,\nu,\tau} \left(\sum_k U_{\alpha k}^* e^{-iE_k t} U_{\beta k} \right) |\nu_\beta\rangle .$$
(4.9)

4.2. Oscilación de neutrinos en vacío

Para oscilaciones de neutrinos en el vacío, es posible derivar la probabilidad del cambio de sabores a partir de la Ecuación 4.1 y obtener

$$P(\nu_{\alpha} \to \nu_{\beta}(t)) = \sum_{k>j} U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j}^* U_{\beta k} \ e^{-i(E_k - E_j)t} , \qquad (4.10)$$

con ${\cal E}_k$ la relación de dispersión para neutrinos relativistas aproximada por

$$E_k \approx E + \frac{m_k^2}{2E}, \qquad (4.11)$$

con $E = |\vec{p}|$ y donde además se utiliza que

$$E_k - E_j \approx \frac{\Delta m_{kj}^2}{2E} \,, \tag{4.12}$$

con Δm_{kj}^2 la diferencia de masas al cuadrado definida como $\Delta m_{kj}^2\equiv m_k^2-m_j^2$, por lo que también la Ecuación 4.10 puede ser escrita como

$$P(\nu_{\alpha} \to \nu_{\beta}(t)) = \sum_{k>j} U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j}^* U_{\beta k} \ e^{-i(\frac{\Delta m_{kj}^2}{2E})t} .$$
(4.13)

Se asume que el eigenestado de sabor ν_{α} se produce en una fuente de neutrinos en una interacción débil, propagándose como una superposición de los eigenestados de masa ν_k . Sin embargo, en la práctica en los experimentos de oscilación de neutrinos, el tiempo de propagación t no se mide, en cambio, se mide la distancia L entre el detector y la fuente. Aunado a esto, los neutrinos se propagan a velocidades cercanas a la velocidad de la luz, por lo que resulta plausible aproximar t = L obteniendo

$$P(\nu_{\alpha} \to \nu_{\beta}(t), L, E) = \sum_{k>j} U_{\alpha k}^{*} U_{\beta k} U_{\alpha j}^{*} U_{\beta k} \ e^{-i(\frac{\Delta m_{kj}^{2}}{2E})L}, \qquad (4.14)$$

donde queda determinada la de fase de oscilación de los neutrinos como

$$\phi_{kj} = -\frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E} \,. \tag{4.15}$$

Para que los efectos de oscilación sean observables, la fase debe ser de primer orden. Esto implica que la longitud de oscilación característica

$$L_{kj}^{\rm osc} = \frac{4\pi E}{\Delta m_{kj}^2} \,,$$

debe ser similar a la distancia entre la fuente y el detector. Si $L \ll L_{kj}^{\text{osc}}$ las oscilaciones no tiene tiempo de efectuarse, por otra parte, si $L \gg L_{kj}^{\text{osc}}$ sólo el efecto promedio en la probabilidad es detectable. [57]

4.3. OSCILACIÓN DE NEUTRINOS EN LA MATERIA

Los elementos de la matriz U determinan la amplitud de oscilaciones. Con esto, es posible ver que las mediciones de neutrinos sólo permiten conocer los valores de la diferencia de masas a segundo orden Δm_{kj}^2 y que la probabilidad de oscilación está directamente relacionada con el producto cuártico $U^*_{\alpha k} U_{\beta k} U^*_{\alpha j} U_{\beta k}$ el cual es independiente de la selección de fases y de la parametrización de la matriz de mezclas leptónicas.

Si los neutrinos tienen masa cero entonces $\Delta m_{kj}^2 L = 0$ y por lo tanto $P(\nu_{\alpha} \rightarrow \nu_{\beta}) = \delta_{\alpha\beta}$, lo que implica que en las observaciones de la oscilación de neutrinos al menos una especie tiene masa distinta de cero.

Usando el conjunto de parámetros dados por la Ecuación 4.44 y 4.45 presentadas más adelante y promediando el término sinusoidal correspondiente a la probabilidad a 0.5 para distancias grandes [58], la matriz de probabilidades para el cambio de sabores de un neutrino terrestre $(\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau)_E$ procedente de uno de la fuente $(\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau)_S$ es

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix}_E = \begin{pmatrix} 0.534143 & 0.265544 & 0.200313 \\ 0.265544 & 0.366436 & 0.368020 \\ 0.200313 & 0.368020 & 0.431667 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix}_S$$

4.3. Oscilación de neutrinos en la materia

El trabajo de Wolfenstein [22] demostró que los neutrinos que se propagan dentro de un medio material están sometidos a un potencial equivalente al índice de refracción que altera las propiedades de propagación de los neutrinos. Posteriormente Mikhaev y Smirnov [23] mostraron que las oscilaciones de los neutrinos pueden ser modificadas considerablemente por los efectos que sufren estos al propagarse en un medio con densidad variable. Actualmente a esto se le conoce como *mecanismo MSW*, cuyas iniciales corresponden al apellido de estos tres físicos. El mecanismo MSW en las producciones de neutrinos solares explica la razón por la cual un neutrino electrónico ν_e producido a través de reacciones termonucleares en el núcleo solar puede sufrir interacciones con CC y NC en su trayectoria hacia la corteza solar, mientras que los neutrinos muónicos y tauónicos sólo se limitan a NC, puesto que las energías implicadas son menores a 20 MeV, las cuales son insuficientes para crear el leptón cargado correspondiente.

Esto significa que los ν_e están sujetos a un potencial débil adicional, equivalente al incremento en su masa efectiva, a su vez esto contribuye en una especie de reacción de resonancia en el que los eigenestados de ν_e pueden cambiar a ν_{τ} y/o ν_{μ} .

4.3.1. El caso de la mezcla de dos neutrinos

En esta sección se considera el caso de la oscilación de neutrinos electrónicos hacia neutrinos muónicos o tauónicos ($\nu_e \rightarrow \nu_{\mu}$ y $\nu_e \rightarrow \nu_{\tau}$). Puesto que el desarrollo de la mezcla es análogo debido a que el potencial efectivo dentro del medio es el mismo, únicamente se considera sin pérdida de generalidad el primer caso.

En este caso, la ecuación de la evolución temporal de la propagación de neutrinos en el medio es

$$i\frac{d}{dt}\begin{pmatrix}\psi_{\nu_e\nu_e}\\\psi_{\nu_e\nu_\mu}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}V_{eff} - \Delta\cos 2\theta & \frac{\Delta}{2}\mathrm{sen}2\theta\\\frac{\Delta}{2}\mathrm{sen}2\theta & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\psi_{\nu_e\nu_e}\\\psi_{\nu_e\nu_\mu}\end{pmatrix},\qquad(4.16)$$

donde V_{eff} es el potencial efectivo del neutrino entre V_{ν_e} y $V_{\nu_{\mu,\tau}}$, E_{ν} es la energía del neutrino, θ es el ángulo de mezcla del neutrino y se tiene que

$$\Delta = \frac{\delta m_{\nu}^2}{2E_{\nu}} = \frac{m_{\nu_e}^2 - m_{\nu_e}^2}{2E_{\nu}} \,,$$

de tal manera que la Ecuación 4.1 toma la forma

$$\nu_e = \cos \theta \nu_1 + \sin \theta \nu_2$$

$$\nu_\mu = -\sin \theta \nu_1 + \cos \theta \nu_2, \qquad (4.17)$$

lo que lleva al siguiente sistema de ecuaciones

$$i\frac{d}{dt}\psi_{\nu_e\nu_e} = (V_{eff} - \Delta\cos 2\theta)\psi_{\nu_e\nu_e} + \frac{\Delta}{2}\mathrm{sen}2\theta\psi_{\nu_e\nu_\mu}$$
$$i\frac{d}{dt}\psi_{\nu_e\nu_e} = \frac{\Delta}{2}\mathrm{sen}2\theta\psi_{\nu_e\nu_e}.$$
(4.18)

Por lo que al resolver la ecuación de movimiento para cada uno de esos estados, se tiene para el caso $\psi_{\nu_e\nu_\mu}$

$$\frac{d^2 \psi_{\nu_e \nu_\mu}}{dt^2} + i(V_{eff} - \Delta \cos 2\theta) \frac{d \psi_{\nu_e \nu_\mu}}{dt} + \left(\frac{\Delta}{2} \mathrm{sen} 2\theta\right) \psi_{\nu_e \nu_\mu} = 0, \quad (4.19)$$

cuya solución es

$$\psi_{\nu_e\nu_\mu} = 2i\,\psi_{\nu_e\nu_\mu}(0)\,\mathrm{sen}\left(\frac{\omega t}{2}\right)e^{\frac{i}{2}(V_{eff}-\Delta\cos2\theta)t}\,,\qquad(4.20)$$

la cual al evaluar en la Ecuación 4.18 queda

$$\psi_{\nu_e\nu_\mu}(0) = \frac{\Delta \operatorname{sen} 2\theta}{2i\omega} \,\psi_{\nu_e\nu_e}(0)\,,\qquad(4.21)$$

con $\omega = \sqrt{(V_{eff} - \Delta \cos 2\theta)^2 + (\Delta^2 (\operatorname{sen})^2 2\theta)^2}$.

Usando además la condición inicial

$$\Psi(0) = \begin{pmatrix} \psi_{\nu_e \nu_e}(0) \\ \psi_{\nu_e \nu_\mu}(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad (4.22)$$

y la probabilidad de transición de $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ al tiempo t se tiene

$$P_{\nu_e \to \nu_\mu}(t) = \frac{\Delta^2 \mathrm{sen}^2 2\theta}{\omega^2} \mathrm{sen}^2\left(\frac{\omega t}{2}\right) \,. \tag{4.23}$$

Por otra parte, el potencial efectivo para el proceso de oscilación está dado por [28]

$$V_{eff} = \sqrt{2}G_F \frac{m_e^3}{\pi^2} \left(\Phi_A - \frac{2m_e E_\nu}{M_W^2} \Phi_B \right) , \qquad (4.24)$$

 \cos

$$\Phi_{A} = \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^{l} \operatorname{senh} \alpha \left[\left(1 + \frac{3m_{e}^{2}}{2M_{W}^{2}} - \frac{eB}{M_{W}^{2}} \right) \left(\frac{2}{\sigma} K_{2}(\sigma) - \frac{B}{B_{c}} K_{1}(\sigma) \right) - \frac{B}{B_{c}} \left(1 + \frac{m_{e}^{2}}{2M_{W}^{2}} - \frac{eB}{M_{W}^{2}} \right) K_{1}(\sigma) \right], \qquad (4.25)$$

у

$$\Phi_B = \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \cosh \alpha \left[\left(\frac{8}{\sigma^2} - \frac{5B}{2B_c} \right) K_0(\sigma) + \left(2 - \frac{4B}{B_c} + \frac{16}{\sigma^2} \right) \frac{K_1(\sigma)}{\sigma} \right].$$
(4.26)

En este caso la longitud de oscilación para el neutrino es [28]

$$L_{\rm osc} = \frac{L_v}{\sqrt{\cos^2 2\theta (1 - \frac{V_{eff}}{\Delta \cos 2\theta})^2 + \sin^2 2\theta}},$$
(4.27)

donde $L_v = 2\pi/\Delta$ es la longitud de oscilación de vacío. Asimismo para que se satisfaga la condición de resonancia, es necesario que $V_{eff} > 0$ y

$$V_{eff} = \Delta \, \cos 2\theta \,, \tag{4.28}$$

esto garantiza que el potencial químico μ dentro del medio sea distinto de cero para que la diferencia de la densidad numérica de las partículas y antipartículas sea también distinta de cero, además el potencial químico μ no debe ser pequeño para que V_{eff} sea positivo.

Además haciendo uso de la Ecuación 4.24 se tiene que la condición de resonancia es [32]

$$\Phi_A - \frac{2m_e E_{\nu}}{M_W^2} \Phi_B = 2.26 \frac{\Delta m_{eV}^2}{E_{\nu, MeV}} \cos 2\theta , \qquad (4.29)$$

donde Δm^2 está expresado en unidades de eV^2 y la energía del neutrino E_{ν} en unidades de MeV. Como se puede apreciar; el lado izquierdo de la Ecuación 4.29 únicamente depende del campo magnético B, de la energía del neutrino E_{ν} y del potencial químico μ , mientras que el lado derecho solamente depende de la energía propia del neutrino los parámetros de oscilación (ángulo de mezcla y diferencia de masas al cuadrado).

Es importante recalcar que las condiciones de resonancia son distintas para los casos en que el campo magnético sea nulo y no nulo, en el primer caso, para que la condición de resonancia se satisfaga [59] $L_e > 6.14 \times 10^{-9}$ T $^2_{\text{MeV}}$, mientras que en el segundo caso la presencia del campo magnético es modificada de acuerdo a la Ecuación 4.29.

Finalmente la longitud de resonancia puede ser expresada como

$$L_{\rm res} = \frac{L_v}{\sin 2\theta} \,, \tag{4.30}$$

esta longitud al no depender del campo magnético, permanece inmutable para la existencia y no existencia de éstos.

4.3.2. El caso de la mezcla de tres neutrinos

Para el caso de la mezcla de tres neutrinos, se utiliza nuevamente la ecuación de la evolución temporal de la propagación de neutrinos en el medio

$$i\frac{d\vec{\nu}}{dt} = \mathcal{H}\vec{\nu}\,,\tag{4.31}$$

con el vector de estado definido en este caso como

$$\vec{\nu} \equiv (\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau)^T \,,$$

por lo que el Hamiltoniano efectivo queda definido como

$$\mathcal{H} = U \cdot \mathcal{H}_0^d \cdot U^{\dagger} + \operatorname{diag}\left(v_e, 0, 0\right), \qquad (4.32)$$

donde V_e es le potencial efectivo en la materia y

$$\mathcal{H}_{0}^{d} = \frac{1}{2E_{\nu}} \operatorname{diag}\left(-\Delta m_{21}^{2}, 0, \Delta m_{32}^{2}\right).$$

Cabe mencionar que en este caso las contribuciones por NC no son consideradas, pues la contribución de todos los neutrinos es la misma y al tomar la diferencia de potencial, dicha contribución será cancelada, por lo que no tendrá contribución alguna en la oscilación de neutrinos.

En el caso en el que los tres neutrinos tengan masa distinta de cero, la matriz U puede ser parametrizada en términos de sus tres ángulos de Euler (llamados ángulos de la mezcla) y seis parámetros de fase. Si se supone que los neutrinos son fermiones de Dirac (fermión que no es su propia antipartícula), sólo una de las fases es física y da lugar a la violación de carga-paridad (CP).

Se suele parametrizar frecuentemente la matriz de la mezcla de tres neutrinos como [60]

$$U = \begin{pmatrix} c_{13}c_{12} & s_{12}c_{13} & s_{13} \\ -s_{12}c_{23} - s_{23}s_{13}c_{12} & c_{23}c_{12} - s_{23}s_{13}s_{12} & s_{23}c_{13} \\ s_{23}s_{12} - s_{13}c_{23}c_{12} & -s_{23}c_{12} - s_{13}s_{12}c_{23} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}, \quad (4.33)$$

donde $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$ y $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$.

Las probabilidades de transformación entre diferentes sabores están dadas por: [28]

$$P_{ee} = 1 - 4s_{13,m}^2 c_{13,m}^2 S_{31} \,,$$

$$\begin{split} P_{\mu\mu} &= 1 - 4s_{13,m}^2 c_{13,m}^2 s_{13}^4 S_{31} - 4s_{13,m}^2 s_{23}^2 c_{23}^2 S_{21} - 4c_{13,m}^2 s_{23}^2 c_{23}^2 S_{32} \,, \\ P_{\tau\tau} &= 1 - 4s_{13,m}^2 c_{13,m}^2 c_{23}^4 S_{31} - 4s_{13,m}^2 s_{23}^2 c_{23}^2 S_{21} - 4c_{13,m}^2 s_{23}^2 c_{23}^2 S_{32} \,, \\ P_{e\mu} &= 4s_{13,m}^2 c_{13,m}^2 s_{23}^2 S_{31} \,, \\ P_{e\tau} &= 4s_{13,m}^2 c_{13,m}^2 c_{23}^2 S_{31} \,, \\ P_{\mu\tau} &= -4s_{13,m}^2 c_{13,m}^2 s_{23}^2 c_{23}^2 S_{31} + 4s_{13,m}^2 s_{23}^2 c_{23}^2 S_{21} + 4c_{13,m}^2 s_{23}^2 c_{23}^2 S_{32} \,, \end{split}$$

donde

$$\sin^{2}\theta_{13,m} = \frac{\sin^{2}\theta_{13}}{\sqrt{\left(\cos^{2}\theta_{13} - \frac{2E_{\nu}V_{eff}}{\Delta m_{32}^{2}}\right)^{2} + (\sin^{2}\theta_{13})^{2}}}, \qquad (4.35)$$
$$S_{ij} = \sin^{2}\left(\frac{\Delta \mu_{ij}^{2}L}{4E_{\nu}}\right) \qquad (4.36)$$

En la Ecuación 4.36 los potenciales químicos están dados por

$$\Delta \mu_{21}^2 = \frac{\Delta m_{32}^2}{2} \left(\frac{\mathrm{sen}^2 \theta_{13}}{\mathrm{sen}^2 \theta_{13,m}} - 1 \right) - E_{\nu} V_{eff} ,$$

$$\Delta \mu_{32}^2 = \frac{\Delta m_{32}^2}{2} \left(\frac{\mathrm{sen}^2 \theta_{13}}{\mathrm{sen}^2 \theta_{13,m}} + 1 \right) + E_{\nu} V_{eff} , \qquad (4.37)$$

$$\Delta \mu_{31}^2 = \Delta m_{32}^2 \left(\frac{\mathrm{sen}^2 \theta_{13}}{\mathrm{sen}^2 \theta_{13,m}} \right) ,$$

donde

$$\sin^2 \theta_{13,m} = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \sin^2 \theta_{13,m}} \right), \cos^2 \theta_{13,m} = \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{1 - \sin^2 \theta_{13,m}} \right).$$
 (4.38)

Finalmente se tiene que la longitud de oscilación para este caso es

$$L_{\rm osc} = \frac{L_v}{\sqrt{\cos^2 2\theta_{13} (1 - \frac{2e_\nu V_{eff}}{\Delta m_{32}^2 \cos 2\theta_{13}})^2 + \sin^2 2\theta_{13}}},$$
(4.39)

con $L_v = 4\pi E_\nu / \Delta m_{32}^2$ la longitud de oscilación en el vacío.

Para que la condición de resonancia se satisfaga se debe cumplir que

$$\cos 2\theta_{13} = \frac{2E_{\nu}V_{eff}}{\Delta m_{32}^2} \,. \tag{4.40}$$

Por lo que haciendo uso de la Ecuación 4.24 para V_{eff} y simplificando se obtiene

$$\Phi_A = -1.58027 \times 10^{-10} E_{\nu,\text{MeV}} \Phi_B \simeq 2.24208 \frac{\tilde{\Delta}m_{32}^2}{E_{\nu,\text{MeV}}} \cos^2\theta_{13}, \quad (4.41)$$

con $\tilde{\Delta}m_{32}^2$ expresada en unidades de eV^2 y $E_{\nu,MeV}$ en unidades de MeV y con las funciones Φ_A y Φ_B definidas en las Ecuaciones 4.25 y 4.26 respectivamente.

Para este caso la longitud de resonancia está dada por

$$L_{\rm res} = \frac{L_{\nu}}{{\rm sen}2\theta_{13}}\,,\tag{4.42}$$

Cuando se cumple la condición de resonancia, ésta longitud coincide con la longitud de oscilación (Ecuación 4.39).

Al suponer que el potencial del neutrino varía con la distancia, necesariamente se debe tomar en consideración la condición adiabática dada por

$$\kappa_{\rm res} \equiv \frac{2}{\pi} \left(\frac{\Delta m_{32}^2}{2E_{\nu}} \,{\rm sen}2\theta_{13} \right)^2 \left(\frac{dV_{eff,B}}{dr} \right)^{-1} \ge 1 \,,$$

= $3.62 \times 10^{-2} \left(\frac{\tilde{\Delta} m_{32}^2}{E_{\nu,\rm MeV}} \,{\rm sen}2\theta_{13} \right) \frac{l_{\rm cm}}{\Phi'} \ge 1 \,,$ (4.43)

 con

$$\Phi' = \frac{d\Phi_A}{dx} - 1.58027 \times 10^{-10} E_{\nu,\text{MeV}} \frac{d\Phi_B}{dx} \,,$$

donde se ha expresado la variable de longitud como r=lx con $l_{\rm cm}$ dada en centímetros yxadimensional.

Los parámetros combinados para el caso de la mezcla de tres sabores en neutrinos solares, atmosféricos y producidos por aceleradores son los siguientes: [33]

Para

$$\sin^2 \theta_{13} < 0.053 \quad : \quad \Delta m_{21}^2 = (7.41^{+0.21}_{-0.19}) \times 10^{-5} \text{ eV}^2$$

y
$$\tan^2 \theta_{12} = 0.446^{+0.030}_{-0.029}, \qquad (4.44)$$

y para

donde $\Delta m_{21} \equiv m_2^2 - m_1^2 = \Delta m_{sol}^2$ y $\Delta m_{32} \equiv m_3^2 - m_2^2 = \Delta m_{sol}^2$. os parámetros solares seleccionados describen la solución para un gran ángulo de mezcla.

CAPÍTULO 4. OSCILACIÓN DE NEUTRINOS

Capítulo 5

Resultados

Usando la Ecuación 1.35, en la Imagen 5.1 se graficaron los potenciales efectivos para el caso de un campo magnético fuerte como función de la temperatura (los cuales se muestran en la parte izquierda), campo magnético (parte derecha) y potencial químico (parte inferior).

Para estas gráficas se consideraron energías de neutrino de 3 MeV, valores de temperatura comprendidos entre $1 \leq T \leq 10$ MeV, valores del campo magnético comprendidos entre $4 \times 10^{15} \leq B \leq 4 \times 10^{16}$ G y valores de potencial químico en el rango de $5 \times 10^{-4} \leq \mu \leq 0.5$ keV.

Los resultados obtenidos en los gráficos de la Imagen 5.1 muestran que el potencial efectivo de neutrinos está comprendido entre el rango de $1.2 \times 10^{-19} \leq V_{eff} \leq 2.5 \times 10^{-8}$ eV para el caso de la parte izquierda, $7.6 \times 10^{-12} \leq V_{eff} \leq 10^{-5}$ eV para el caso de la parte derecha y $5.1 \times 10^{-14} \leq V_{eff} \leq 1.4 \times 10^{-7}$ eV para el caso de la parte inferior.

Asimismo es posible observar en el gráfico de la parte derecha en la Imagen 5.1 que el potencial efectivo de neutrinos está estrechamente relacionado con el ángulo entre el campo magnético y la dirección de propagación. Por ejemplo, para un valor de $B=10^{15}$ G, el potencial efectivo de neutrinos se incrementa desde un valor de $\approx 10^{-11}$ eV hasta un valor $\approx 10^{-7}$ eV cuando el ángulo varía desde $\varphi = 0^{\circ}$ hasta $\varphi = 90^{\circ}$.



Imagen 5.1: Potencial efectivo de neutrinos para el caso de un campo magnético fuerte como función de la temperatura (parte izquierda), campo magnético (parte derecha) y potencial químico (parte inferior).

Para una completa descripción de las oscilaciones resonantes de neutrinos en una etapa temprana del fireball, se han usado los valores típicos observables durante la fase inicial y la fase de aceleración.

En la fase inicial se considera una fireball dotada con un campo magnéti-

co de $B = 10^{15}$ G, una temperatura comprendida en el rango de $1 \le T \le 5$ MeV y energías térmicas de los neutrinos de $E_{\nu} = 5$, 10, 15 y 30 MeV respectivamente, mientras que en la fase de aceleración de la fireball se considera un campo magnético de $B = 10^9$ G, una temperatura comprendida en el rango de 30 $\le T \le 400$ keV y energías de los neutrinos de $E_{\nu} = 5$, 10, 15 y 30 GeV.

En ambos casos se tomaron los mejores ajustes de los parámetros para dos (solares, atmosféricos y producidos por aceleradores) y mezcla de tres neutrinos con el propósito de analizar las condiciones de resonancia en ambos casos.

Usando las condiciones de resonancia (Ecuaciones 4.28 y 4.40) se graficaron las líneas correspondientes a la temperatura T y al potencial químico μ para energías de MeVs (Imagen 5.2) y de algunos GeVs (Imagen 5.3) como función del ángulo correspondiente a la oscilación resonante de los neutrinos.

Como es posible ver en ambas figuras, el potencial químico está comprendido en el rango de $1.2 \leq \mu \leq 7.2$ eV para neutrinos solares, $1.5 \leq \mu \leq 12.1 \times 10^4$ eV para neutrinos atmosféricos y $0.9 \leq \mu \leq 3.2 \times 10^6$ eV para neutrinos producidos en aceleradores, mientras que para la mezcla de tres neutrinos el potencial químico toma valores entre $1.5 \leq \mu \leq 19.4 \times 10^6$ eV cuando los neutrinos se están moviendo en la dirección de las líneas de campo magnético.

Asimismo es posible notar que la temperatura como función de potencial químico presenta dos comportamientos diferentes dependiendo de los parámetros de mezcla de neutrinos y de su ángulo de propagación. Por ejemplo, considerando el caso de tres sabores, la temperatura se incremen-



Imagen 5.2: Líneas de temperatura y potencial químico para neutrinos con energías de MeVs para los cuales las condiciones de resonancias se satisfacen. En este caso se graficaron los potenciales efectivos de neutrinos para el caso de campo magnético fuerte y se usaron valores angulares de $\varphi = 0^{\circ}$ (parte izquierda de la imagen) y $\varphi = 90^{\circ}$ (parte derecha de la imagen), donde se usó el mejor ajuste para los valores de mezcla de neutrinos. De arriba a abajo se muestran los neutrinos: de dos (solares, atmosféricos, producidos en aceleradores) y tres sabores.



Imagen 5.3: Líneas de contorno de temperatura y potencial químico para neutrinos con energías de GeV para los cuales las condiciones de resonancias se satisfacen. En este caso se graficaron los potenciales efectivos de neutrinos para el caso de campo magnético fuerte y se usaron valores angulares de $\varphi = 0^{\circ}$ (parte izquierda de la imagen) y $\varphi = 90^{\circ}$ (parte derecha de la imagen), donde se usó el mejor ajuste para los valores de mezcla de neutrinos. De arriba a abajo se muestran los neutrinos: de dos (solares, atmosféricos, producidos en aceleradores) y tres sabores.

ta para valores de $\varphi = 0^{\circ}$ y disminuye para valores de $\varphi = 90^{\circ}$.

Por otra parte, se observa que cuando los neutrinos se están moviendo de manera perpendicular a las líneas de campo magnético ($\varphi = 90^{\circ}$) el potencial químico toma los valores $0.4 \leq \mu \leq 4.8 \times 10^{-1}$ eV para neutrinos solares, $0.3 \leq \mu \leq 4.5 \times 10^{-1}$ eV para neutrinos atmosféricos, $2.8 \leq \mu \leq 25.1 \times 10^{3}$ eV para neutrinos producidos en aceleradores y $1.3 \leq \mu \leq 12.1 \times 10^{1}$ eV para es caso de la mezcla de tres neutrinos.

Con estos resultados, es posible notar una estrecha dependencia entre el ángulo de propagación de los neutrinos y la dirección del campo magnético. Puesto que todas la partículas cargadas están confinadas a niveles de Landau, sus momentos deben de igual manera estar confinados a la dirección de las líneas del campo magnético, por lo que en un evento de aniquilación, el par de neutrino-antineutrino resultante conserva su momentos originales y de este modo los neutrinos por sí mismos solamente se desplazarán a través de las líneas del campo magnético, lo que implica que estos neutrinos sometidos a un campo magnético fuerte son capaces de proveer información de la topología del campo magnético a través del cual están desplazando.

Más aún, extrapolando esta situación al de una estrella compacta que se encuentra rotando, implicaría que el flujo de neutrinos sólo dependería de la fase de su espín, por lo que en principio, se podría detectar el pulso de neutrinos de magnetares rotatorias.

Por otra parte, utilizando las Ecuaciones 4.30 y 4.42 se han calculado las longitudes de resonancia para energías de neutrinos de MeVs y GeVs, las cuales se muestran en la Tabla 5.1 y 5.2 respectivamente.

En la Tabla 5.1 es posible apreciar que las longitudes de resonancia

toman valores entre $(3.6 \times 10^4 \leq l_{osc} \leq 1.5 \times 10^8)$ cm la cual es similar a la escala de longitud de la fireball. Por lo tanto, dependiendo de los parámetros de oscilación de neutrinos, éstos pueden oscilar con resonancia incluso antes de que salgan de la fireball. Por ejemplo, considerando un tamaño típico de fireball de $10^{6.5}$ cm ([61], [45]) es posible notar que sólo los neutrinos con baja energía serán capaces de oscilar con resonancia para los neutrinos atmosféricos, producidos en aceleradores y mezcla de tres neutrinos pero no así para los neutrinos solares.

Energía (MeV)	Solares	Atmosféricos	Aceleradores	Tres sabores
5	$2.4 imes 10^7$	$5.9 imes 10^5$	$3.6 imes 10^4$	$1.3 imes 10^6$
10	4.8×10^7	$1.2 imes 10^6$	$7.2 imes 10^4$	$2.6 imes 10^6$
20	$1.0 imes 10^8$	$2.4 imes 10^6$	$1.4 imes 10^5$	$5.0 imes 10^7$
30	1.5×10^8	$3.5 imes 10^6$	$2.1 imes 10^5$	7.6×10^7

Tabla 5.1: Longitudes de resonancia [cm] de neutrinos para los parámetros de mejor ajuste en el caso de la mezcla de dos y tres neutrinos.

Energía (GeV)	Solares	Atmosféricos	Aceleradores	Tres sabores
5	2.4×10^{10}	5.9×10^8	$3.6 imes 10^7$	1.3×10^9
10	4.8×10^{10}	1.2×10^9	$7.2 imes 10^7$	2.5×10^9
20	9.6×10^{10}	$2.4 imes 10^9$	$1.4 imes 10^8$	$5.0 imes 10^9$
50	2.4×10^{11}	5.9×10^9	$3.6 imes 10^8$	1.3×10^{10}

Tabla 5.2: Longitudes de resonancia [cm] de neutrinos para los parámetros de mejor ajuste en el caso de la mezcla de dos y tres neutrinos.

Asimismo en la Tabla 5.2 se muestra que las longitudes de resonancia

corresponden a la escala de longitud donde los neutrinos con energías del orden de GeVs son generados para el caso de tres sabores, lo que significa que teniendo en cuenta los parámetros anteriores, los neutrinos creados entre $\approx (10^9 - 10^{11})$ cm tendrán oscilaciones resonantes.

En la fase de aceleración de la fireball (Imagen 5.3), considerando un ángulo de $\varphi = 0^{\circ}$ (parte izquierda) el potencial químico μ está comprendido entre $0.1 \leq \mu \leq 8.0$ eV para neutrinos solares, entre $1.0 \leq \mu \leq 80.0$ eV para neutrinos atmosféricos, entre $0.1 \leq \mu \leq 30 \times 10^3$ eV para neutrinos producidos en aceleradores y $1 \leq \mu \leq 2 \times 10^3$ eV para neutrinos de tres sabores. Mientras que para un ángulo de $\varphi = 90^{\circ}$ (parte derecha) el potencial químico μ está comprendido entre $0.2 \leq \mu \leq 30.0$ eV, $1.0 \leq \mu \leq 30 \times 10^2$ eV, $100.0 \leq \mu \leq 30 \times 10^3$ eV y $1 \leq \mu \leq 2 \times 10^3$ eV para los mismos casos respectivamente.

Considerando la oscilación de neutrinos en la fireball y en el vacío (como el caso entre la fusión de estrellas de neutrones y la Tierra) y tomando en cuenta los diferentes procesos de enfriamiento de neutrinos (aniquilación electrón-positrón, decaimiento beta inverso y bremsstrahlung) solamente el decaimiento beta inverso es aquel capaz de producir neutrinos electrónicos, por lo tanto, es posible estimar la proporción de los sabores de neutrinos del orden de MeVs en una fase inicial del fireball. Esto se muestra en la Imagen 5.4, en la cual se tomaron en cuenta dos valores diferentes de campo magnético, el primero de $B = 10^{14.5}$ G y el segundo de $B = 10^{11}$ G, dos valores de radio del fireball; $10^{6.5}$ cm y $10^{7.5}$ cm para un ángulo de $\varphi = 0^{\circ}$ (parte izquierda) y $\varphi = 90^{\circ}$ (parte derecha).

Como se puede observar no existe una desviación predominante de la proporción estándar pues ésta conserva aproximadamente la relación $(\frac{\varphi_{\nu_e}}{\varphi_{\nu_{\mu}}}:\frac{\varphi_{\nu_{\mu}}}{\varphi_{\nu_{\tau}}}:\frac{\varphi_{\nu_{\tau}}}{\varphi_{\nu_{\tau}}};1:1:1).$

Al considerar que la relación entre el flujo de los piones y muones π^{\pm} y μ^{\pm} decaen como $\dot{N}_{\nu\mu} \approx \dot{N}_{\bar{\nu}_{\mu}} \approx 2\dot{N}_{\nu_{e}} \approx 2\dot{N}_{\bar{\nu}_{e}}$ y utilizando las probabilidades de oscilación [32], en la Imagen 5.5 se han calculado los sabores para neutrinos del orden de GeVs para dos valores de campo magnético diferentes $(B = 10^{11.5} \text{ y } B = 10^8 \text{ G})$, dos tamaños de fireball $(r = 10^9 \text{ y } r = 10^{10} \text{ cm})$ y ángulos de $\varphi = 0^{\circ} \text{ y } \varphi = 90^{\circ}$.

Análogamente se puede ver que aproximadamente también se conserva la relación $(\frac{\varphi_{\nu_e}}{\varphi_{\nu_{\mu}}}:\frac{\varphi_{\nu_{\mu}}}{\varphi_{\nu_{\tau}}};1:1:1).$



Imagen 5.4: Razones de sabores esperadas en la Tierra como función de la energía térmica de los neutrinos. Se consideraron dos tamaños de fireball ($r = 10^{6.5} y 10^{7.5} cm$), ángulos de $\varphi = 0^{\circ} y \varphi = 90^{\circ} y$ campos magnéticos de $B = 10^{14.5} y B = 10^{11} G$, respectivamente.


Imagen 5.5: Razones de sabores esperadas en la Tierra como función de la energía subfotosférica de los neutrinos. Se consideraron dos tamaños de fireball ($r = 10^9 y r = 10^{10} cm$), ángulos de $\varphi = 0^\circ y \varphi = 90^\circ y$ campos magnéticos de $B = 10^{11.5} y B = 10^8 G$, respectivamente.

Refiriendo el volumen total del experimento Hyper-Kamiokande [34] también se calculó el número de neutrinos del orden de MeVs que se esperan detectar como función de la distancia, estos resultados son presentados en la Imagen 5.6 en cuya cual se consideraron energías totales de neutrinos de $E = 10^{51}$ erg y $E = 10^{53}$ erg.



Imagen 5.6: Número de eventos de neutrinos del orden de MeVs esperados como función de la distancia en el detector Hyper-Kamiokande para una energía total de $E = 10^{51}$ erg (parte izquierda) y $E = 10^{53}$ erg (parte derecha).

En la misma Imagen 5.6 es posible notar que potencialmente se podrían detectar neutrinos con energías superiores a 30 MeV provenientes de la fusión de dos estrellas de neutrones con $E_{T,\nu} = 10^{53}$ erg localizadas a una distancia de 10 MPc y de tan sólo 100 MPc para $E_{T,\nu} = 10^{55}$ erg.

Por otra parte, en el articulo de Edo Berger [62] se menciona que la mayoría de los redshifts (corrimientos al rojo) obtenidos de los espectros de GRB han sido localizados en galaxias locales que se encuentran entre un redshift de $z \approx 0.1 - 1.3$, por tal motivo se suele considerar que la media de la población para estos eventos es de $\langle z \rangle \approx 0.48$, además basándose en la ausencia de éstos eventos provenientes de galaxias a alto redshift (Lyman-Break Galaxies por sus siglas en inglés) es posible asignar una cota superior

al valor esperado del redshift observado, siendo esta de $\langle z \rangle \lesssim 0.83$. Por lo tanto, para poder observar un neutrino de energías del orden de 30 MeV de la fusión de dos estrellas de neutrones localizada a un redshift de $z \approx 0.1$, una energía de $E_{T,\bar{\nu}_e} = 10^{55}$ erg es requerida.

Asimismo tomando en cuenta el rango de valores del potencial químico y las temperaturas comprendidas en las condiciones de resonancia, teniendo en cuenta valores del campo magnético entre $10^{15} - 10^{11}$ G y requiriendo la condición de carga-neutralidad 2.6, se graficaron en la Imagen 5.7 las líneas de contorno de la densidad bariónica ρ y del número de neutrinos $R_{\nu\bar{\nu}}$ esperados en DeepCore como función de la temperatura.

En el lado izquierdo de esta Imagen se puede apreciar que la densidad bariónica es mayor para altos valores del campo magnético asociado. Por ejemplo, considerando valores del potencial químico de $\mu = 1$ keV y temperaturas de 1 MeV, la densidad bariónica obtenida es $\rho \approx 5.5 \times 10^5$ g/cm³ para valores de campo magnético de $B = 10^{15}$ G, mientras que para valores de $B = 10^{12}$ G, el valor de la densidad bariónica es de $\rho \approx 7.1 \times 10^3$ g/cm³.

Del lado derecho de la misma Imagen al tomar como ejemplo y sin pérdida de generalidad el caso en el que se tienen los valores de $\rho = 10^3$ g/cm³ y T = 250 keV, el número de neutrinos esperados es aproximadamente 1.7 y 3.2 para valores de $B = 10^{11}$ y $B = 10^8$ G respectivamente. Esto es un indicador de la importancia de conocer la intensidad del campo magnético.

Se ha mostrado que para GRBs de baja luminosidad localizados a una distancia de D=10 Mpc y con una luminosidad neutrónica de $L_n \approx 10^{46}$ erg/s, neutrinos del orden de 10 GeV son esperados en DeepCore [63] y en este trabajo se ha demostrado que, en efecto, neutrinos del orden de varios



Imagen 5.7: Gráficas de la densidad bariónica (parte izquierda) y del número de neutrinos esperados del orden de GeVs (parte inferior) como función de la temperatura para la cual se satisface la condición de equilibrio.

GeVs son esperados en la Tierra dependiendo de la intensidad del campo magnético.

En 2009 fue observado el GRB090510 a un redshift de 0.903 y con una energía isotrópica equivalente de $E_{\rm iso} = (1.08 \pm 0.06) \times 10^{23}$ erg en el rango entre 10 KeV - 30 GeV del sistema en reposo [64], por lo que Asano *et al.* [65] propuso un modelo de inyección protónica en el flujo de salida para reproducir la componente energética desde 10 MeV hasta 30 GeV proporcionando evidencia plausible de emisión hadrónica en GRB090510. Recientemente, existen dos mecanismos capaces de sostener de suministrar el flujo de salida con diferentes energías; aniquilación de neutrinos y procesos magnéticos. Los primeros son capaces de suministrar hasta 10^{48} erg como se muestra en el GRB050509B [66], mientras que los segundos son capaces de suministrar 10^{51} erg [67] como en el caso del GRB090510.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS

Capítulo 6

Conclusiones

En este trabajo se ha obtenido la auto energía del neutrino y los potenciales efectivos del neutrino hasta el orden $(1/M_W^4)$ para un plasma en un campo magnético fuerte, moderado y débil en términos de las funciones de Bessel. como se puede observar, el potencial efectivo del neutrino depende de la temperatura, potencial químico, energías propias del neutrino y el ángulo entre la dirección de propagación del neutrino y la intensidad del campo magnético.

Asimismo se ha mostrado que i) no existe una desviación significativa de la tasa estándar (1:1:1) esperada tanto para neutrinos con energías del orden de MeVs y GeVs, ii) un neutrino del orden de 50 MeV localizado a un redshift aproximado de $z \approx 0.04$ puede ser detectado con el experimento Hyper-Kamiokande proporcionado por un sistema binario con una energía de $E_{T,\bar{\nu}} = 10^{53}$ erg, iii) el efecto de la intensidad del campo magnético decrece proporcionalmente al número de neutrinos de GeV esperados y iv) la topología del campo magnético puede ser conocida a través del estudio de la propagación y oscilación de neutrinos. Neutrinos con energías entre 1 y 30 MeV son similares a aquellos producidos por la supernova SN1987A pero a distancias cosmológicas. Estos eventos cosmológicos propician que el flujo de neutrinos sea bajo en la tierra comparado con aquellos creados dentro de nuestra galaxia. A pesar de que en los actuales experimentos de neutrinos, resulta difícil detectar neutrinos de MeV-GeV, estos experimentos permiten entender la dinámica de la amplificación del campo magnético en la fusión de un sistema binario.

La reciente confirmación de la existencia de GW por LIGO [68] a través de la observación directa de un sistema binario BH-BH y la posible asociación de un sGRB a dicho evento [69] posiciona al escenario de la fusión de dos objetos compactos en una nueva pespectiva.

Basado en esta asociación, algún porcentaje de los sGRBs pueden no incluir NSs como progenitores, los cuales eran pensados necesarios para mantener un disco de acreción alrededor del objeto central (BH).

Vale la pena mencionar las importantes implicaciones que tienen los GRBs en distintas ramas de la astronomía, puesto que nuestra galaxia como el Universo son ópticamente delgados para rayos gamma de baja energía y aunado a la reciente confirmación y detección de GW esto podría abrir una nueva ventana para el estudio de nuestro Universo.

Bibliografía

- Duff, M. J., & Liu J. T., 2001 A spacetime odyssey : proceedings of the Inaugural Conference of the Michigan Center for Theoretical Physics, Michigan, USA, 21-25 May 2001.
- [2] Bloom, J.S., What Are Gamma-Ray Bursts?, Princeton University Press, 2011.
- [3] Klebesadel, R.W., Strong, I.B., & Olson, R.A. 1973, Ap. J. Lett., 182, L85.
- [4] Meegan, C.A., et al., 1992, Nature, 355, 143.
- [5] Costa, E., et al., 1997, Nature, 387, 783.
- [6] Piran T., Phys.Rept.314 (1999) 575 [arXiv:astro-ph/9810256].
- [7] Fishman, G.J., et al., 1993, A&A Supp, 97, 17.
- [8] Klebesadel, R., Laros, J., & Fenimore, E.E., 1984, BAAS, 16, 1016.
- [9] Rosswog, S., & Ramirez-Ruiz, E., 2002, MNRAS, 336, L7.
- [10] Blandford, R. D., Znajek, R. L., 1977, MNRAS, 179, 433.
- [11] Raffelt, G. G., 2001, Ap. J., 561(2), 890.
- [12] Price, D. J., & Rosswog, S., 2006, Science, 312, 719.

- [13] Chadwick, J., 1914, Verhandl. Dtsch. Phys. Ges. 16, 383.
- [14] Pauli, W., 2000, Letter to the "radioactives" in Tübingen, December 1930, reproducida en Cambridge Monogr. Part. Phys. Nucl. Phys. Cosmol. 14, 1.
- [15] Giunti, C., &Kim, C. W., Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics, Oxford University Press, USA, 2007.
- [16] Chadwick, J., 1932, Nature, 129, 312.
- [17] Gell-Mann, M., & Pais, A., 1955, Physical Review, 97(5), 1387.
- [18] Eliezer, S., & Swift, A. R., 1976, Nuclear Physics B, 105(1), 45.
- [19] Kodama, K., et al., 2001, Phys. Lett. B 504, 218, [ar-Xiv:hepex/0012035].
- [20] Langacker, P., Leveille, J.P., & Sheiman J., 1983, Phys. Rev. D, 27, 1228.
- [21] Bethe, H.A., 1986, Phys. Rev. Lett. 56, 1305.
- [22] Wolfenstein, L., 1978, Phys. Rev. D 17, 2369.
- [23] Mikheyev, S.P., & Smirnov, A., 1985, Sov. J. Nucl. Phys. 42, 913
- [24] Smirnov, A. Y., 2005, Physica Scripta, 2005(T121), 57.
- [25] Tututi, E. S., Torres, M., & D'Olivo, J. C., 2002, Physical Review D, 66.
- [26] Schwinger, J., 1951, Physical Review, 82(5), 664.
- [27] Nötzold, D., & Raffelt, G., 1988, Nucl. Phys. B307, 924.
- [28] Fraija, N., 2010, Propagación y oscilación de Neutrinos en una "Fireball de Gamma-Ray Burst (GRB)". Tesis de Doctorado. UNAM.

- [29] Sahu, S., Fraija, N., & Keum, Y. Y., 2009, Physical Review D, 80(3), 033009.
- [30] Erdas, A., Kim, C. W., & Lee, T. H., 1988, Phys. Rev. D., 58, 085016
- [31] D'Olivo, J. C., & Nieves, J., 1994, Nuclear Physics B-Proceedings Supplements, 35, 466-468.
- [32] Fraija, N., 2014, Ap. J., 787(2), 140.
- [33] Aharmin, B., et al., 2011, Phys. Rev.Lett, 107, 21, 212501.
- [34] Abe, K., et al., 2011, Letter of Intent: The Hyper-Kamiokande Experiment—Detector Design and Physics Potential—, [ar-Xiv:1109.3262].
- [35] Church, E. D., et al., 2002, Phys. Rev. D, 66, 013001.
- [36] Athanassopoulos, C., et al., 1998, Phys. Rev. Lett., 81, 1774.
- [37] Goodman, J., 1986, Ap. J., 308, L47.
- [38] Paczynski, B., 1986, Ap. J. Lett., 308, L43.
- [39] Meszaros, P., & Rees, M.J., 1992, MNRAS, 258, 41P.
- [40] Rees, M. J., & Meszaros, P., 1994, Ap. J. Lett., 430, L93.
- [41] Sari, R., & Piran, T., 1997, Ap. J., 485, 270.
- [42] Paczynski, B., & Xu, G., 1994, Ap. J., 427, 709.
- [43] Eichler, D., et al., 1989, Nature, 340, 126.
- [44] Shemi, A., & Piran, T., 1990, Ap. J., 365, L55.
- [45] Lee, W. H., Ramirez-Ruiz, E., & Page, D., 2004, Ap. J., 608(1), L5.

- [46] Koers, H. B. J. & Wijers, R. A. M. J., 2005, MNRAS, 364, 934.
- [47] Beloborodov, A. M., 2003, Ap. J., 585, L19.
- [48] Bahcall, J. N., Mészáros P., 2000, Phys. Rev. Lett., 85, 1362.
- [49] Mészáros, P. & Rees, M. J., 2000, Ap. J., 541, L5.
- [50] Jackson, J.D., 1998, Classical Electrodynamics, 3rd edition, (John Wiley and Sons, New York.
- [51] Bahcall, J. N., 1989 Neutrino astrophysics, Cambridge University Press.
- [52] Mohapatra, R. N., & Palash B. P., 2004, Massive neutrinos in physics and astrophysics., Vol. 72. World scientific.
- [53] Fraija, N., Cristian G. B., & Hidalgo-Gamez, A. M.,2014, MNRAS, 442.1.
- [54] IceCube Collaboration, Achterberg, A., et al., 2006, Astroparticle Physics, 26(3).
- [55] Abbasi, R., et al., 2012, Astroparticle physics, 35(10).
- [56] Pontecorvo, B., 1958, ZhETF 34, 247 (1957). Sov. Phys. JETP, 7, 172.
- [57] Jarlskog, C., 1985, Phys. Rev. Lett., 55(10), 1039.
- [58] Learned, J. G., & Pakvasa S., 1995, Astroparticle Physics, 26, 155.
- [59] Sahu, S., & D'Olivo, J. C., 2005, Physical Review D, 71(4), 047303.
- [60] Gonzalez-Garcia, M. C., 2002, RvMP, 75, 345.
- [61] Koers, H. B., & Wijers, R. A., 2005, MNRAS, 364(3), 934.
- [62] Berger, E., 2014, ARA&A, 52, 43.

- [63] Murase, K., & Ioka, K., 2013, Phys. Rev. Lett., 111(12), 121102.
- [64] De Pasquale, M., et al., 2010, Ap. J. Lett., 709(2), L146.
- [65] Asano, K., Guiriec, S., & Mészáros, P., 2009, Ap. J. Lett., 705(2), L191.
- [66] Lee, W. H., Ramirez-Ruiz, E., & Granot, J., 2005, Ap. J. Lett., 630(2), L165.
- [67] Rosswog, S., Ramirez-Ruiz, E., & Davies, M. B., 2003, MNRAS, 345(4), 1077-1090.
- [68] Abbott, B. P., et al., 2016, Phys. Rev. Lett., 116, 061102.
- [69] Connaughton, V., et al., 2016, arXiv preprint [arXiv:1602.03920].