UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

MAESTRÍA EN DOCENCIA PARA LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR

FACULTAD DE CIENCIAS

"Propuesta didáctica para fortalecer el aprendizaje de la integral definida en el bachillerato.

Un ejemplo práctico de diseño"

TESIS

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

MAESTRO EN DOCENCIA PARA LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR EN EL CAMPO DE CONOCIMIENTO DE MATEMÁTICAS

PRESENTA:

JAVIER RODRÍGUEZ RAMÍREZ

DIRECTOR DE TESIS: ALEJANDRO BRAVO MOJICA FACULTAD DE CIENCIAS

CIUDAD UNIVERSITARIA, CD. MX. DICIEMBRE DE 2016

Agradecimientos

"Hoy quiero expresar mi gratitud a la vida,

por tenerla y por darme la oportunidad de encauzarme

en el maravilloso sendero del saber,

rumbo a la anhelada autorrealización".

Gracias a la UNAM, a MADEMS, a DGAPA,

a mis profesores y particularmente a mis tutores,

Mtra. Aurea Blanca Aguilar Plata, Mtro. David León Salinas y

Mtro. Alejandro Bravo Mojica por el apoyo brindado

para la realización de este trabajo.

PROPUESTA DIDÁCTICA PARA FORTALECER EL APRENDIZAJE DE LA INTEGRAL DEFINIDA EN EL BACHILLERATO. UN EJEMPLO PRÁCTICO DE DISEÑO.

ÍNDICE

I. INTRODUCCIÓN 1

II. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA 3

III. MARCO TEORICO 7

III.1 David Paul Ausubel 7

III.2 John Dewey 13

III.3 Lev Vigotsky 14

III.4 Jean Piaget 15

III.5 Tecnologías de la Información y de la Comunicación 16

III.6 Aprendizaje Invertido 20

III.7 Creatividad 21

IV. PROPORCIÓN ÁUREA 23

V. ÁREA BAJO LA CURVA Y SÓLIDO DE REVOLUCIÓN 28

VI. DESCRIPCIÓN DE LA ESTRATEGIA 33

VII. IMPLEMETACIÓN DE LA ESTRATEGIA Y RESULTADOS 36

VIII. CONCLUSIONES 74

BIBLIOGRAFÍA 79

ANEXOS 84

I. INTRODUCCIÓN

El nacimiento del cálculo representa una de las más excitantes conquistas del pensamiento humano ya que es considerado una herramienta muy útil para explicar fenómenos en la naturaleza y el universo, es también la base de estudio de diferentes disciplinas como la Física, Biología, Economía, etc.

La materia de cálculo en la Escuela Nacional Preparatoria (ENP) se divide en dos partes: en cálculo diferencial y en cálculo integral. En particular el estudio del cálculo Integral favorece la unificación de muchos conceptos matemáticos tanto algebraicos como geométricos por lo que demanda en su aprendizaje una mayor abstracción. Estudiar matemáticas ayuda a construir conocimiento, a desarrollar habilidades intelectuales, espaciales, de pensamiento lógico, de razonamiento y fomenta la creatividad, por lo que su estudio es esencial para hacer frente a las necesidades que impone la modernidad. Es esta la razón por la que el estudio del cálculo ocupa un lugar muy importante en los programas de estudio de las diferentes áreas en los diferentes bachilleratos, en México y en el mundo. Por lo tanto los estudiantes preparatorianos merecen recibir una educación que garantice la adquisición de los saberes matemáticos que le permitan incorporarse competentemente a una sociedad cada vez más exigente.

Con la llegada del Internet se han abierto agigantadamente las vías de comunicación. En plena era de la información y la comunicación, se ha puesto en evidencia el uso continuo, casi indiscriminado de dispositivos electrónicos por parte de los jóvenes y los "no tan jóvenes”. Este hecho nos hace reflexionar sobre la imperiosa necesidad de usar estas herramientas tecnológicas con fines educativos, en especial en la enseñanza de las matemáticas. Por tanto, se requiere implementar estrategias didácticas que demanden algo más que el uso mecánico de fórmulas y procedimientos en la resolución de problemas clásicos del cálculo. Ahora, el uso de software como GeoGebra, permite que los estudiantes dinamicen los objetos matemáticos en la pantalla del dispositivo o la computadora, de manera que el aprendizaje de esta disciplina ya no se limita sólo a la práctica exclusiva de lápiz y papel, situación que por supuesto, invita a reflexionar sobre el potencial que una herramienta como esta puede ofrecer a la creatividad y a las experiencias de aprendizaje.

El programa de matemáticas de sexto año del plan de estudios aún vigente de la Escuela Nacional Preparatoria, presenta cambios significativos respecto al programa anterior en la estructura metodológica de la enseñanza del cálculo y se orienta a una enseñanza de construcción del conocimiento. En esta propuesta se pretende que el alumno conozca, comprenda y aplique los contenidos propios del cálculo en la interpretación y solución de problemas disciplinarios e interdisciplinarios, privilegiando el trabajo en equipo en el aula. Con este nuevo enfoque se persigue transitar de una enseñanza lineal y algorítmica a una enseñanza basada en la solución de problemas con objeto de desarrollar en el estudiante sus capacidades metacognitivas y despertar su espíritu crítico, para que sea capaz de plantear, interpretar y resolver problemas de la matemática misma, de otras disciplinas y de su vida cotidiana.

La estrategia de resolución de problemas está pensada para que el alumno desarrolle las competencias matemáticas que le demanda el nivel superior al mismo tiempo que busca abatir los índices de reprobación y abandono escolar, ya que según datos proporcionados por la Universidad Nacional Autónoma de México (2016) en su Portal de Estadística Universitaria para 2015, aproximadamente el 28 por ciento de los estudiantes por generación no logran concluir sus estudios en la ENP.

En el Plan de Desarrollo Institucional 2010-2014 la Mtra. Jurado (2011) Directora General de la ENP plantea la necesidad de contar con profesores graduados en maestrías y doctorados para mejorar el perfil de egreso de los estudiantes de preparatoria, y que "la Maestría en Docencia para la Educación Media Superior (MADEMS) será garantía de formación pedagógica y disciplinaria para quienes la cursan" (p. 31). En su Plan de Desarrollo 2014-2018, la Mtra. Jurado (2015) ratifica esta afirmación y propone otras líneas de acción también dirigidas a la profesionalización docente.

II. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

La Escuela Nacional Preparatoria junto con el Colegio de Ciencias y Humanidades conforman el bachillerato universitario de nuestra máxima casa de estudios, la UNAM. Son dependencias en donde se imparte educación a nivel medio superior; su compromiso y obligación es brindar a sus estudiantes una educación de calidad que les permita continuar con éxito los estudios superiores y responder satisfactoriamente a las demandas de la sociedad.

Por su parte, la Mtra. Jurado (2011), subraya que una prioridad para la institución son los alumnos, quienes inmersos en los fenómenos del ambiente escolar, algunos de ellos son alcanzados por distintos factores que deben ser atendidos para prevenirlos o remediarlos, como el caso del rezago escolar y la reprobación, entre otros. Una de las acciones que propone para apoyar el rendimiento escolar consiste en emprender programas relacionados con la permanencia de los alumnos en el bachillerato y que contribuyan a la disminución del índice de reprobación.

Según Universidad Nacional Autónoma de México (2016), en el período de 2012-2013, la ENP recibió a 16,780 estudiantes (incluye iniciación universitaria) y egresaron 12,012. En el período de 2013-2014 aceptó a 17,217 estudiantes y egresaron 12,225; en el período 2014-2015 admitió a 16,922 estudiantes y egresaron 12,549.

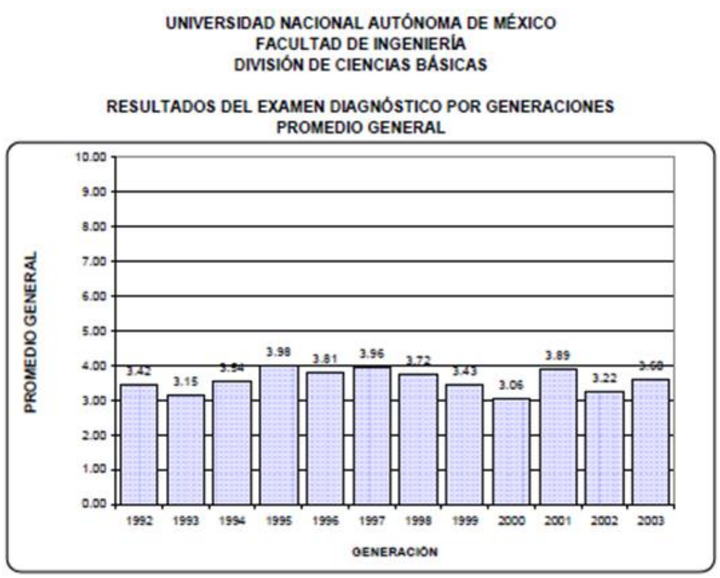
Lo que significa que en los últimos años se estima una pérdida aproximada del 28 por ciento del estudiantado por generación tan solo en la ENP, por lo que poco más de 4,700 adolescentes no logran terminar su bachillerato cada año en este subsistema. El problema se torna aún más grave si consideramos las cifras del INEGI (2015), en las que se declara que tan solo el 44% de los jóvenes en México estudian en algún centro educativo.

Sabemos que es imposible reducir las causas del problema a una sola y que hay que considerar la mayor parte de ellas para tratar de disminuir los índices de reprobación, abandono y rezago escolar en los bachilleratos de la UNAM.

El problema del alto índice de reprobación en matemáticas, en particular del cálculo, es reconocido por la Dirección General de la Evaluación Educativa. El Sistema de Aprendizaje Bachillerato en Red (SABER) surge como un proyecto para apoyar a los profesores en su desempeño, de manera que el resultado repercuta en el abatimiento del alto índice de reprobación de algunas asignaturas comunes de los programas de la ENP y el CCH, incluido el cálculo diferencial e integral (Murillo y Oliver, 2013).

Pero la mala calidad del aprendizaje del cálculo no es un problema que únicamente incida en los altos índices de reprobación en el nivel medio superior; los errores conceptuales y la falta de habilidades para resolver problemas repercuten posteriormente en el mal desempeño académico en la licenciatura.

Barrera (s.f.), profesor de carrera de la Facultad de Ingeniería de la UNAM, muestra los resultados de su investigación "Las Matemáticas y el abandono escolar", en el cual hace un análisis de los resultados del examen diagnóstico que aplica la Facultad de ingeniería de la UNAM a los alumnos de primer ingreso, con objeto de medir el impacto que tienen las matemáticas, tanto en la deserción como en el rezago escolar en los estudiantes de esta facultad. La gráfica 1 muestra los promedios generales del examen diagnóstico de los últimos doce años y la tabla 1 muestra los resultados de dicho examen.



Gráfica 1.

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS

RESULTADOS EN EL EXAMEN DIAGNÓSTICO
EN LAS ÁREAS DE MATEMÁTICAS GENERACIONES
1994 A 2003

ÁREA / GENERACIÓN	ÁLGEBRA	TRIGONOMETRÍA	GEOMETRÍA EUCLIDIANA	GEOMETRÍA ANALÍTICA	CÁLCULO	PROMEDIO MATEMÁTICAS	NÚMERO DE ALUMNOS
1994	5.56	3.08	2.89	2.89	3.82	3.97	1761
1995	4.66	4.01	3.21	3.38	3.76	3.95	1652
1996	4.55	4.49	3.76	2.35	4.27	3.99	1735
1997	5.48	3.84	5.41	2.79	4.96	4.66	1791
1998	3.88	3.73	4.83	3.51	2.67	3.75	1749
1999	4.53	2.49	4.08	3.15	3.18	3.66	1639
2000	4.69	2.09	3.03	2.31	2.74	3.26	1318
2001	5.23	3.03	4.94	3.67	3.08	4.18	1523
2002	4.11	2.57	2.35	2.88	3.76	3.3	1794
2003	5.05	3.58	3.41	2.59	3.03	3.79	1776
PROMEDIO	4.77	3.29	3.79	2.95	3.53	3.85	1674

Tabla 1.

Como conclusión Barrera (s.f.) admite que “El problema de la reprobación, la deserción y el rezago escolar es un fenómeno que depende de muchas variables y si el objetivo es emprender acciones que coadyuven en forma eficaz a disminuir este problema, entonces deberán atacarse, en la medida de lo posible, todas y cada una de estas variables” (p. 12) (sic).

Juárez y Limón (2013) en su investigación “Las matemáticas y el entorno socioeconómico como causa de deserción escolar en el nivel medio superior en México”, identificaron algunos factores determinantes que explican el bajo rendimiento académico, deserción escolar, bajo nivel de aprendizaje y la incomprensión de las matemáticas en los estudiantes del nivel medio superior en México. En dicho documento se destaca que es en el bachillerato donde ocurre el mayor porcentaje de deserción, comparado con los porcentajes de lo que sucede en primaria y secundaria.

Dentro de las múltiples causas encontradas en dicho fenómeno se encuentran la escasa motivación-estímulo del alumno y la escasa preparación docente del profesor. Las necesidades educativas actuales consideran a un profesor que sirve de guía en el trayecto de aprendizaje de sus alumnos, dejando a un lado y en la obsolescencia la simple transmisión de conocimientos. No es suficiente saber matemáticas para enseñarlas, se requiere de una preparación pedagógica para obtener mejores resultados. No obstante el educador debe ser capaz de mostrar a sus alumnos la utilidad de las matemáticas y de cómo usarlas en la resolución de situaciones reales, de esta manera se habrá dado un salto hacia la construcción y aplicación del conocimiento matemático que trascienda a la simple memorización (Juárez y Limón, 2013).

Estos referentes marcaron la pauta y abrieron el camino del presente trabajo. Se enmarcaron los problemas anteriores para hacerles frente de acuerdo a las características, recursos y posibilidades de los alumnos de Educación Media Superior (bachillerato) en México.

Se implementó una secuencia didáctica que logró un aprendizaje significativo de la integral definida mediante actividades mixtas de aprendizaje individual y en equipo en busca de un objetivo, "la creatividad". Algunas actividades prácticas se realizaron dentro y otras fuera del aula, las TIC fueron fundamentales para el logro de este propósito. Se favoreció el aprendizaje activo en donde el profesor sirvió de guía y se despertó el interés en los jóvenes con actividades que involucraron situaciones cercanas a su vida cotidiana.

III. MARCO TEORICO

III.1 David Paul Ausubel

La teoría del aprendizaje significativo fue dada a conocer en la década de los sesenta por su creador, el psicólogo norteamericano David Paul Ausubel; teoría que debe su vigencia a la naturaleza y los alcances que brinda la psicología educativa a la educación. Ausubel, parte de la idea de que en la mente de las personas hay una estructura cognoscitiva que se renueva en la medida que se incorporan nuevos conocimientos. Dicha estructura está formada por el contenido y organización totales de las ideas de la persona dada. A dichas ideas o conceptos preexistentes, Ausubel las llama ideas de anclaje, de afianzamiento o en el caso particular del aprendizaje subordinado, las llama subsumidores.

Un aprendizaje es significativo cuando las nuevas ideas son "relacionadas de modo no arbitrario y sustancial (no al pie de la letra) con lo que el alumno ya sabe" (Ausubel 2009, p. 48). Desde este punto de vista, las personas aprenden cuando son capaces de darle sentido y significado a lo que están aprendiendo, es decir cuando logran relacionar sustancialmente los conocimientos más relevantes de la estructura cognitiva con la nueva información. Por lo que el conocimiento de los saberes previos del estudiante, se convierte en un elemento de vital importancia para el proceso de orientación de la labor educativa, de este modo son aprovechados de la mejor manera en beneficio de su aprendizaje. Ausubel (2009) lo resume en el epígrafe de su obra de la manera siguiente: "Si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un solo principio, enunciaría este: el factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñese consecuentemente".

Condiciones del aprendizaje significativo

Por otro lado, Ausubel advierte que el aprendizaje significativo presupone dos cosas; que el alumno manifieste:

> Una actitud de aprendizaje significativo; es decir, una disposición para relacionar sustancial y no arbitrariamente el nuevo material con su estructura cognoscitiva, como que el material que aprende es potencialmente significativo para él, es decir relacionable con su estructura de conocimiento sobre una base no arbitraria y no al pie de la letra (Ausubel, 2009, p. 48).

Es decir, si el alumno no tiene la intención de relacionar sustancialmente el contenido de su estructura cognoscitiva con el nuevo material, entonces el aprendizaje será probablemente memorístico, mecánico y carente de significado. Lo mismo sucederá si el material presentado es poco plausible o no se relaciona de manera alguna con la estructura cognoscitiva, sin dejar de considerar la posibilidad de que ésta carezca de los elementos pertinentes en los cuales puedan anclarse las nuevas ideas.

Asimilación

Ausubel entiende la asimilación como el resultado de la interacción del nuevo material con la estructura cognoscitiva, en otras palabras, la mayor parte del aprendizaje significativo consiste en la asimilación de nueva información para formar una estructura cognoscitiva más diferenciada.

Se debe enfatizar que el aprendizaje significativo no implica un vínculo o una relación simple con los elementos preexistentes, un simple enlace sin sentido no funciona; muy por el contrario, el aprendizaje significativo implica una modificación tanto en el conocimiento que ha de adquirirse como en el establecido. Técnicamente, el resultado del proceso de aprendizaje (A’a’) no implica sólo la modificación de la idea de anclaje (A), sino que incluye también el nuevo significado del conocimiento que se va a incorporar (a).

Considérese el siguiente caso: si queremos que el alumno aprenda el concepto de área bajo la curva como un proceso de antiderivación, llamémosle (a), el alumno debe poseer el concepto previo de área (A). El nuevo concepto (a) se asimila al concepto preexistente (A) obteniéndose (A’a’); si se toma en cuenta que el cálculo de áreas no se limita sólo al uso de fórmulas de figuras geométricas conocidas (triángulos, rectángulos, circunferencias, etc.), entonces no solamente el concepto de área bajo la curva como proceso de antiderivación podrá adquirir significado para el alumno, sino también el concepto de área (que él ya poseía) será modificado.

Evidentemente el nuevo significado (A'a') no es un producto acabado en sí mismo, la asimilación es un proceso que continúa en la medida que se adquieran nuevos conocimientos o incluso que se pierdan (olvido).

Aprendizaje subordinado

Cuando la nueva información se subordina a un aspecto relevante de la estructura cognoscitiva (subsumidor), se da lo que Ausubel denomina aprendizaje inclusivo o de inclusión, y distingue dos tipos: la inclusión derivativa y la inclusión correlativa. En el caso de la inclusión derivativa el nuevo material aparece como un ejemplo más, para ampliar o ilustrar el concepto previamente aprendido; la inclusión correlativa se comprende como una extensión, elaboración, modificación o limitación de la idea establecida.

Aprendizaje superordinado

Cuando la nueva información se vincula con los conocimientos que el alumno ya tiene, de manera que a la nueva idea se le atribuyen ideas previamente establecidas como ejemplos específicos, se da lo que Ausubel llama aprendizaje superordinado. Por ejemplo cuando el alumno adquiere los conceptos de área, función y derivada de una función, el alumno más tarde podrá aprender el significado de integral definida; los primeros se subordinan al concepto de integral definida lo que representa un aprendizaje superordinado.

Aprendizaje combinatorio

En el aprendizaje combinatorio, la nueva idea es relacionable significativamente con las ideas establecidas, pero no es más inclusiva ni más específica que éstas (no subordinada, ni superordinada). Por ejemplo, cuando un alumno aprende primeramente, que el volumen de un cono truncado se puede obtener por medio de una fórmula (conocida en libros de texto), y posteriormente aprende que la integral definida sirve para el mismo propósito.

Diferenciación progresiva y reconciliación integradora

Se ha dicho que en el proceso de asimilación tanto la nueva información como la preexistente se modifican, evidentemente este proceso continúa a lo largo del tiempo generándose nuevos significados. Ausubel dedujo que la diferenciación progresiva aparece cuando el aprendizaje subordinado es reiterativo. Los nuevos significados que adquieren los subsunsores se reelaboran formando así una jerarquía de conceptos. Por ejemplo, los nuevos significados que se adquieran con el paso del tiempo de la integral definida representarán la diferenciación progresiva de este concepto.

Durante el proceso de asimilación dado en el aprendizaje superordinado o combinatorio, las ideas establecidas pueden modificarse o reorganizarse para adquirir nuevos significados. A esta recombinación o reajuste de ideas establecidas es a lo que Ausubel llama reconciliación integradora. Por ejemplo cuando un alumno llega a confundir el concepto (nuevo) de integral definida con el de antiderivada. Esta confusión el alumno la resuelve aprendiendo nuevos significados, en este caso, cuando reconoce que una integral definida es un número, en tanto que una antiderivada (integral indefinida) es una función o una familia de funciones. Una vez lograda la reconciliación integradora los nuevos significados se añaden a la estructura cognoscitiva del alumno.

La Práctica

La práctica lejos de ser una característica propia del aprendizaje repetitivo, como en muchas ocasiones suele designarse injustificadamente, constituye una variable fundamental si lo que se desea es la transferencia y la retención del conocimiento durante periodos prolongados de tiempo. Ausubel asegura que:

> La práctica aumenta la fuerza de disociabilidad de los significados recién aprendidos en un ensayo dado y con ello facilita la retención de éstos, mejora la responsividad del alumno en presentaciones subsiguientes del mismo material, capacita al alumno para que aprovechen el olvido entre ensayos y facilita el aprendizaje y la retención de tareas de aprendizaje nuevas y relacionadas (Ausubel, 2009, p. 275) (sic).

Se puede decir entonces, que la práctica es un proceso activo en donde el que aprende consolida y depura los significados recién aprendidos, mejora la retención de los mismos y los protege contra el olvido.

Tiempo

El aprendizaje significativo no se produce de manera instantánea, requiere tiempo para consolidarse, por lo que el tiempo se vuelve un factor importante en la planeación del proceso educativo. “El proceso mismo de aprendizaje significativo es necesariamente complejo y, en consecuencia, su realización requiere un período de tiempo prolongado” (Ausubel, 2002, p. 14 y 15). La interacción de la nueva información con las ideas de afianzamiento, la diferenciación progresiva y la reconciliación integradora forman parte de este proceso.

Resolución de problemas y aprendizaje por recepción

La capacidad para resolver problemas es, posiblemente, uno de los objetivos escolares que más fuerza han tomado hoy en día. Debido a los alcances educativos del proceso, ha llamado la atención de la empresa educativa así como de muchos educadores que esperan innovar en el campo de la enseñanza.

Para Ausubel (2009), “la resolución de problemas por discernimiento es… un tipo de aprendizaje significativo por descubrimiento en que las condiciones del problema y los objetivos deseados se relacionan intencionada y sustancialmente con la estructura cognoscitiva existente” (p. 488). A diferencia de lo que sucede en el aprendizaje por recepción (basado en la enseñanza explicativa) donde no hay descubrimiento, el contenido se le presenta al alumno en su forma más o menos final o acabada. Vale la pena señalar que para resolver un problema, es imprescindible la existencia y disponibilidad de ideas pertinentes, claras, estables y significativamente relacionables en la estructura cognoscitiva del que aprende. Por otro lado, el discernimiento como proceso de resolución de problemas implica una disposición y compromiso por parte del aprendiz para la formulación y comprobación de hipótesis, y para la manipulación mental de conceptos, lo que lleva a un esclarecimiento progresivo de las relaciones entre los medios y los fines, opuesto a la insulsa resolución de problemas por ensayo y error.

A este respecto, Dewey (2004), estaba convencido de que las actividades educativas en el aula deben estar vinculadas con problemas de la vida real y viceversa, debe existir un puente sobre el que transiten en ambos sentidos situaciones auténticas, reales. Es decir, "el aprender en la escuela debería continuarse con el de fuera de ella. Debería haber un libre juego entre los dos. Esto sólo es posible cuando hay numerosos puntos de contacto entre los intereses sociales del uno y del otro" (p. 299).

La resolución de problemas tiene entre otros propósitos, que los alumnos aprendan a investigar, que tengan el control de su propio proceso de aprendizaje, que adquieran habilidades y propongan soluciones. Despertar el pensamiento es la consigna, ya que "pensar es un proceso de indagación, de observar las cosas, de investigación…todo pensar es investigar y todo investigar es congénito, original de quien lo realiza…" (Dewey, 2004, p. 131).

El modelo de aprendizaje basado en problemas, es una estrategia en la que se distinguen tres características. Se empieza con el planteamiento de un problema o una pregunta que sirve de eje para la investigación por parte de los estudiantes (Duffy y Cunningham, 1996 citado por Eggen y Kauchak, 2014, p. 332). En segundo lugar se requiere que los estudiantes asuman la responsabilidad y el compromiso de investigar los conceptos que aparecen en el enunciado del problema (Slavin, Madden, Dolan y Wasik, 1994 citado por Eggen y Kauchak, 2014, p. 332) y en tercer lugar que el profesor funja como facilitador guiando los esfuerzos de los estudiantes y brindando el apoyo necesario (Stepien y Gallagher, 1993 citado por Eggen y Kauchak, 2014, p. 332).

III.2 John Dewey

John Dewey, filósofo y pedagogo estadounidense de la primera mitad del siglo XX, se interesaba por los problemas de la educación, era partidario de una enseñanza centrada en el niño, su filosofía abogaba por la unidad entre teoría y práctica. Postuló que las personas “aprendemos por la experiencia”, el hacer para aprender debe convertirse entonces, en la génesis perpetua de toda actividad pedagógica.

La experiencia, para Dewey, implica la combinación de dos elementos, uno activo y otro pasivo. Por el lado activo, la experiencia es ensayar (aunque la experiencia como ensayo carece de sentido si no se valoran las consecuencias que emanan de este) y por el lado pasivo es a lo que Dewey llama sufrir las consecuencias. Tómese en cuenta que el hacer algo como mera actividad no constituye experiencia. El ensayar cobra sentido cuando sufrimos o padecemos el retorno de las cosas debido un cambio provocado por nosotros mismos, de allí el termino, experimentar. Es decir “aprender por la experiencia, es establecer una conexión hacia atrás y hacia adelante entre lo que nosotros hacemos a las cosas y lo que gozamos o sufrimos de las cosas, como consecuencia” (Dewey, 2004, p.125).

Cabe mencionar que para Dewey no existe una experiencia con sentido si no hay un pensamiento o reflexión en el proceso. Dado que todas nuestras experiencias tienen una fase de ensayo y error, el hacer una cosa, y si no funciona hacer otra, hasta atinar, es un proceso que a veces damos por terminado sin darnos cuenta de la borrosa conexión de nuestro hacer con la consecuencia. “El pensar es, en otras palabras, el esfuerzo intencional para descubrir conexiones específicas entre algo que nosotros hacemos y las consecuencias que resultan, de modo que ambas cosas lleguen a ser continuas”. (Dewey, 2004, p. 129). El pensar o reflexionar hasta encontrar dichas conexiones, es lo que hace posible, en definitiva, actuar con fines específicos.

En el proceso educativo en el que confluyen profesor y alumno, Dewey prioriza la actividad del educando sobre la del profesor. Groso modo, su teoría sostiene que se aprende haciendo, siempre y cuando el hacer implique experiencia con sentido. Consiste en una enseñanza centrada en el alumno soportada por sus intereses, en la que se exige tenerlo activo con prácticas que estimulen su curiosidad y mantengan en alto su motivación.

El interés es uno de los conceptos más importantes que Dewey postula en su teoría pedagógica, es tan significativo que bien vale la pena explorar. En "Democracia y educación", Dewey se refiere al interés como la actitud totalmente opuesta a la de un espectador. Cuando hay interés, el participante "está unido a lo que ocurre; y sus resultados constituyen una diferencia para él" (Dewey, 2004, p. 112).

Por el contrario, cuando los elementos de enseñanza no se ajustan a los intereses del participante o del alumno se requiere de un mayor esfuerzo para el aprendizaje. Dewey lo expresa de la siguiente manera:

> Cuanto más indiferente sea la materia de estudio, menos interés ofrece para los hábitos y preferencias del individuo, y más se requiere un esfuerzo para que el espíritu se concentre en ella y, por tanto, mayor disciplina de la voluntad (Dewey 2004, p. 119).

Es claro que para Dewey el interés es lo que despierta el apetito y mantiene el esfuerzo encendido en la actuación cuando se desea un resultado.

III.3 Lev Vigotsky

Uno de los conceptos más investigados y utilizados en las últimas décadas y también uno de los más atractivos y provocativos dentro del ámbito educativo es el de Zona de Desarrollo Próximo (ZDP). Concepto de gran inspiración heurística introducido por Vigotsky a principios de la década de los treinta, conocido como:

> La distancia entre el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz (Vigotsky, 1988, p. 133).

Dentro de las implicaciones que esta definición establece, destacan primeramente la idea de una aptitud perenne para aprender a lo largo de la vida, en el entendido de que: “lo que un niño es capaz de hacer hoy con ayuda de alguien, mañana podrá hacerlo por sí solo” (Vigostsky, 1988, p. 134) y en segundo término, el aprendizaje presupone un proceso el cual puede explicarse en términos de la interacción social.

III.4 Jean Piaget

Piaget, figura notable de la psicología y la epistemología genética del siglo XX, pasó muchos años de su vida observando cómo la mente humana avanza desde un estado de menor conocimiento a otro estimado más alto. Su teoría ha tenido enormes repercusiones en el campo del conocimiento. Asegura que el ser humano, como producto de su propia experiencia e interacción con el medio, adquiere conocimiento y construye su propia estructura cognoscitiva para comprender e interactuar con el mundo que le rodea.

Para Piaget (1985), el desarrollo intelectual constituye un proceso de adaptación y de equilibrio perpetuo entre dos mecanismos indisociables: asimilación y acomodación. La acción humana supone siempre un interés o una necesidad (desequilibrio) fisiológica, afectiva o intelectual que la desencadena, por ejemplo una necesidad de tipo intelectual se puede presentar en forma de un problema o de una pregunta (perturbación), el equilibrio se restablece cuando se ha satisfecho la necesidad. Cabe señalar que la conducta nueva no sólo trata de restablecer el equilibrio provocado por la perturbación, sino que tiende a producir un equilibrio más estable que el que existía antes consiguiendo así una adaptación más precisa a la realidad. La asimilación será pues el proceso mediante el cual el sujeto ajusta la nueva información a las estructuras ya construidas, mientras que la acomodación reajusta las estructuras existentes a los objetos externos. La adaptación consistirá entonces, en el equilibrio entre asimilaciones y acomodaciones a lo largo de la vida.

Piaget (1985) distingue seis estadios o períodos evolutivos en el desarrollo del pensamiento los cuales se caracterizan por una determinada estructura: el estadio de los reflejos, el de los primeros hábitos motores, el de la inteligencia sensorio-motriz (hasta los dos años aproximadamente), el de la inteligencia intuitiva (de los dos a los siete años aproximadamente), el de las operaciones intelectuales concretas (de los siete a los doce años aproximadamente) y el de las operaciones intelectuales abstractas, también conocido como estadio de las operaciones formales (adolescencia). Este último comienza a parir de los once o doce años y finaliza en la adultez, aquí se desarrolla el pensamiento hipotético-deductivo, la capacidad de reflexión y el pensamiento abstracto, los adolescentes son capaces de formular hipótesis y de elaborar teorías, es así como comienza la inserción del individuo a la sociedad adulta.

III.5 Tecnologías de la Información y de la Comunicación

Es evidente la influencia que han tenido últimamente las Tecnologías de la Información y de la Comunicación en nuestra sociedad. Solo basta con mirar alrededor para darse cuenta de que han pasado a formar parte de la vida cotidiana de las personas; se usan en los hogares, los hospitales, los centros comerciales, los negocios y la economía, son pocas las áreas en las que aún no han incidido. Revolucionaron la forma de trabajar, de convivir, de informarse, etc., es una realidad que se puede constatar y es por eso que no se pueden excluir de la realidad presente y futura. Han supuesto un cambio tan profundo que no en vano la actual, ha pasado a recibir el nombre de sociedad de la información y de la comunicación (Fernández, 2010); precisamente por la forma en que ha influido nuestra manera de comunicarnos e informarnos pasa a ser un verdadero factor de globalización.

Entendemos por Tecnologías de la Información y de la Comunicación, por sus siglas TIC, como los múltiples, dispositivos, herramientas y medios tecnológicos destinados a almacenar, procesar, transmitir o recibir información, en diferentes modalidades como texto, imágenes, video y audio (Zambrano, 2009).

Debido a la veloz difusión de la tecnología digital, tanto los adolescentes como los adultos del Siglo XXI estamos experimentando un cambio revolucionario, complejo y trascendente. Prensky (2010) llama *nativos digitales* a los estudiantes del momento puesto que todos han nacido y se han formado utilizando la particular lengua digital; *inmigrantes digitales* somos aquellos que por la edad y necesidad estamos obligados a formarnos con celeridad para estar al día y hacer frente a dicho cambio.

Este claro desfasamiento generacional ha abierto una brecha de comunicación y empatía entre profesor y alumno que amerita atención. Según Prensky (2010), para los alumnos actuales los maestros somos ininteligibles al percibirnos como extranjeros que les hablamos en idiomas desconocidos. Dice "...los inmigrantes digitales que se dedican a la enseñanza están empleando una lengua obsoleta..."(p. 6). Es claro que las demandas educativas de los jóvenes de hoy son distintas a las que los adultos recibimos en su momento. Las clases pasivas les aburren, no les interesan debido a que ellos se desenvuelven en contextos muy diferentes. Cuando Prensky (2010) dice que los "profesores del siglo XXI han de aprender a comunicarse con sus estudiantes a través de una lengua y de un estilo en común" (p. 8), se refiere a la implementación de nuevas formas de aprendizaje bajo una perspectiva de entretenimiento, ya que los alumnos prefieren actividades lúdicas, amenas, divertidas, usar la computadora y consultar en internet, chatear en las redes sociales, porque es su necesidad estar conectados todo el tiempo. Y si el profesor en verdad desea estar en sintonía con sus estudiantes deberá ajustarse comprometidamente al cambio.

Dado que estamos en un mundo en constante cambio la educación pasa a ser un imperativo que debe ajustarse y responder favorablemente a las necesidades de la sociedad. Los recursos TIC van adquiriendo cada vez mayor importancia. Gracias al internet, la información está en cantidades ingentes y al alcance de todos, al mismo tiempo las herramientas tecnológicas comienzan a erigirse como un recurso imprescindible para el trabajo docente y del alumnado. La conectividad a internet de las computadoras, tabletas electrónicas, celulares con Wi-Fi, etc., nos permite comunicarnos de una manera diferente y más amplia; consultamos e intercambiamos información y habilitamos nuevas actividades enriquecedoras para la integración del conocimiento y para la formación para la vida.

Los beneficios que ofrecen las TIC en la educación son varios, según la UNESCO en los estándares de competencias en TIC para docentes (2008), pueden ayudar a los estudiantes para llegar a ser:

• Competentes para utilizar tecnologías de la información;
• Buscadores, analizadores y evaluadores de información;
• Solucionadores de problemas y tomadores de decisiones;
• Usuarios creativos y eficaces de herramientas de productividad;
• Comunicadores, colaboradores, publicadores y productores; y
• Ciudadanos informados, responsables y capaces de contribuir a la sociedad.

Lo dicho insta a un cambio educativo, a una renovación, a actualizar el modelo a uno de enseñanza apoyado en la tecnología, ya que de este cambio depende mucho la formación y competencia del trabajador, profesionista o empresario del mañana. Aprovechar el enorme potencial educativo que tienen las TIC es la consigna, hacer los métodos de enseñanza más interactivos y participativos.

Las funciones didácticas que algunos docentes dan a los recursos tecnológicos no representan una renovación pedagógica significativa y los resultados revelan un panorama más gris de lo deseable. Un estudio realizado por Area (2008), revela que algunos profesores usan las TIC sólo para apoyar y adecuar sus prácticas pedagógicas, reconocidas como tradicionales y habituales. El rendimiento que obtienen de la tecnología se limita sólo a gestionar su trabajo personal y docente. Usan el procesador de texto, hojas de cálculo, buscan información, descargan software de internet, evalúan a los alumnos, se comunican con ellos vía é-mail y usan el internet para colaborar esporádicamente con sus pares, son actividades que evidentemente no están orientadas hacia un objetivo didáctico específico y sólo muestra un uso restringido y taxativo de las TIC.

Por lo tanto se requiere poner en práctica una metodología activa e innovadora que permita la creación y ayude al docente a presentar la materia de estudio de una manera dinámica, amena, sobre todo más interactiva, muy distinto al carácter expositivo y pasivo, que sitúe al alumno como actor y protagonista de su propio aprendizaje dándole a él mismo lo que necesita para su proceso de formación. Crear un ambiente educativo en el que el alumno, estimule su creatividad, la imaginación, manipule, trabaje en colaboración, sea curioso, amplíe la información recibida y realice ejercicios con la finalidad de aprender los contenidos que al final revelen las evaluaciones correspondientes. Generar propuestas bajo un modelo constructivista, que superen a un diseño de simple transmisión de la información, de manera que los dispositivos digitales sean utilizados también con finalidades lúdicas, instructivas y comunicativas que lleven a una didáctica más asequible.

Evidentemente los maestros y maestras deben contar con recursos informáticos y acceso a internet en las escuelas y hogares, aprovecharlos para que la práctica pedagógica suponga una alteración sustantiva en sentido opuesto al modelo de enseñanza tradicional y obtener resultados innovadores, destacables y alentadores.

GeoGebra, por ejemplo, es un software de matemáticas que ha llamado mucho la atención en los últimos años por su elevado potencial educativo, promueve el aprendizaje activo, es útil en todos los niveles escolares y es gratuito. Es un medio en el cual el estudiante puede explorar, descubrir, analizar y crear, favoreciendo así la construcción del propio conocimiento matemático, Ortiz (2012).

M-learning

El m-learning también llamado aprendizaje móvil, es una rama de las TIC en la educación y consiste en el uso de la tecnología móvil con fines educativos. En la actualidad la diversidad de dispositivos móviles en el mercado es inmensa y avanza a pasos agigantados. El uso de los teléfonos celulares, tabletas electrónicas, reproductores de música, etc., todos con conectividad a internet, han cambiado y mejorado radicalmente la manera en que la gente se informa y se comunica. Dado el acomodo que ha tenido la tecnología en la sociedad, muchos países en el mundo tratan de aprovechar esta disposición para aumentar las oportunidades educativas; si han cambiado y mejorado la información y comunicación, también pueden cambiar y mejorar el modo en que la gente aprende. Según la UNESCO (2013), por su alto grado de versatilidad, conectividad y capacidades multimedia, los dispositivos digitales facilitan el acceso y uso de fuentes diversas de información, por lo que tienen un elevado potencial educativo.

III.6 Aprendizaje invertido

Dada la inserción de las tecnologías digitales en la vida cotidiana de las personas, sobre todo de los jóvenes, comienzan a sobresalir estrategias pedagógicas que incorporan elementos en línea que amplían las experiencias de aprendizaje de los estudiantes hacia modelos más activos e interactivos.

El aprendizaje invertido es un enfoque pedagógico en el que la instrucción se entrega por medio de recursos TIC (como videos u otros), de manera que el tiempo de clase liberado es aprovechado para incorporar estrategias de aprendizaje activo dentro del salón de clase (Edu Trends 2014).

Con ayuda de las tecnologías, los profesores crean materiales, como videos, presentaciones animadas en Power Point, PDF, etc. o seleccionan de la red el recurso que mejor se adecúe a su propósitos de enseñanza para que los estudiantes los revisen en el momento y lugar de su preferencia y tantas veces como lo requieran, con la finalidad de llegar mejor preparados a la siguiente clase. Como se mencionó anteriormente, el tiempo liberado de clase puede emplearse para posibilitar un aprendizaje más activo y/o lúdico, como pueden ser actividades de cooperación, colaboración, indagación o de resolución de problemas, favoreciendo así la interacción entre pares y la comunicación más personalizada entre profesor y alumno.

III.7 Creatividad

La Creatividad es un fenómeno que ha llamado bastante la atención en el campo de la psicología en las últimas décadas. Ha despertado el interés tanto de brillantes psicólogos como de grandes pensadores de distintos campos de conocimiento, pedagogos, artistas, científicos, docentes, etc. Algunos estudios sugieren que la creatividad juega un papel preponderante en la educación y por tanto es allí en donde debe incidir el currículum educativo.

Dado el número tan elevado de definiciones que podemos encontrar actualmente, se advierte lo complejo que resulta precisar y delimitar la amplitud de este concepto. A pesar de esto, la enseñanza de la creatividad se está convirtiendo en una tendencia floreciente para la empresa educativa como sinónimo de calidad.

Maslow (2010) disocia el concepto en creatividad primaria y creatividad secundaria. La creatividad primaria, que es la que este autor prioriza, se refiere a la fase de inspiración, de improvisación, dígase también esa primera chispa de inventiva que surge en el momento y que muchas veces se pierde, es ese destello que a veces nos hace comenzar a escribir un poema, componer una melodía o en ocasiones nos marca la solución del problema que no pudimos resolver el día anterior, etc. La creatividad secundaria se refiere a la elaboración y acabado final del producto, por ejemplo una pintura, una novela, un puente, un invento etc., que a diferencia de la primera no sólo requiere de la creatividad sino también de gran parte del trabajo pesado, obstinación, paciencia y la disciplina del autor.

Según Maslow (2010) la educación artística creativa puede producir mejores personas siempre y cuando se trabaje lo suficiente sobre este paradigma y se tome lo suficientemente en serio. Habla de formar personas aptas para adaptarse a un mundo en constante cambio, personas que sean suficientemente seguras de sí mismas, que enfrenten eficazmente el día de mañana a pesar de la incertidumbre que esto implique, personas capaces de improvisar ante situaciones diferentes y nunca vistas; por tanto personas creativas.

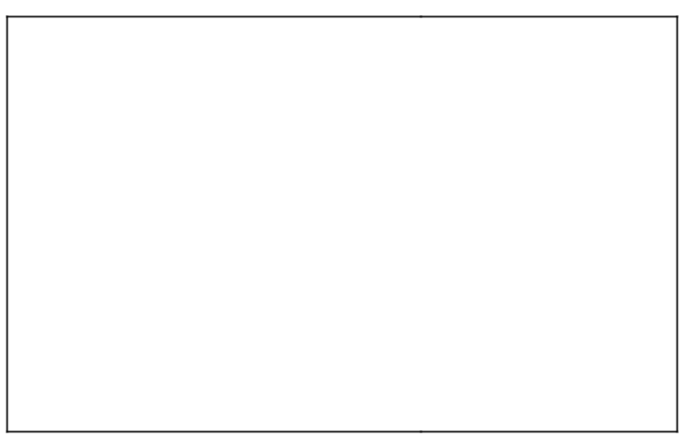
Conviene ser consciente del mundo en que vivimos ya que las generaciones del mañana tendrán que enfrentar problemas que no podemos prever, ni mucho menos sus soluciones, dicho esto, fomentar la creatividad en los estudiantes será quizás, nuestra mejor herencia.

IV. PROPORCIÓN ÁUREA

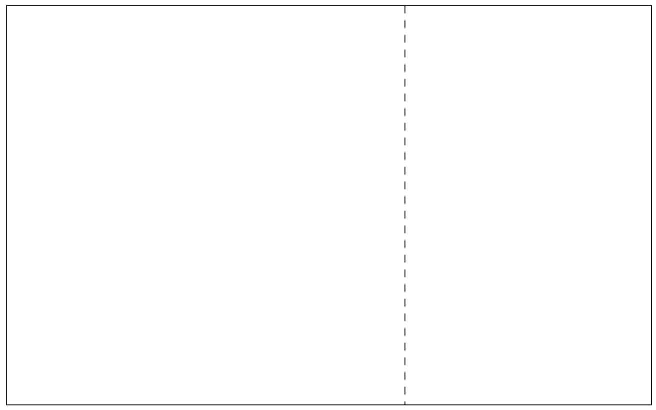
La matemática es una ciencia que ha ocupado y cautivado la mente del ser humano a lo largo de la historia. Está presente en las situaciones más insospechadas de nuestra vida cotidiana y desde la antigüedad el hombre ha tratado de descubrir los procesos matemáticos que suceden a su alrededor.

La geometría es una rama de las matemáticas que se encarga de estudiar las propiedades de las figuras en el plano o en el espacio, se encuentra en todas partes, en los edificios, en las plantas, en los automóviles, etc., estamos rodeados de líneas, ángulos, formas diversas que el cerebro humano reconoce como formas geométricas. La geometría, es por naturaleza visualmente atractiva, por esta particularidad es que arquitectos, pintores, escultores, etc., la usan para crear obras que se distinguen por su belleza.

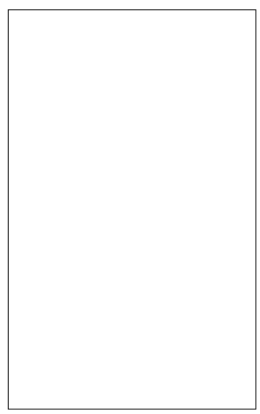
La forma ha sido estudiada durante siglos por los artistas como un elemento del arte, al parecer hay formas que por sus dimensiones gustan más que otras, pero ¿Será que hay algo común en ellas por lo que resultan visualmente más atractivas? Por ejemplo, el rectángulo es una de las figuras geométricas que más aparecen en nuestro entorno, lo podemos apreciar en la hoja de papel en que está escrito este texto, en la pantalla de nuestro teléfono móvil, en las tarjetas de crédito, etc. Hay una infinidad de objetos que tienen forma rectangular en nuestro alrededor, pero hay algunos rectángulos que son particularmente armoniosos. Por ejemplo, observemos la siguiente figura:



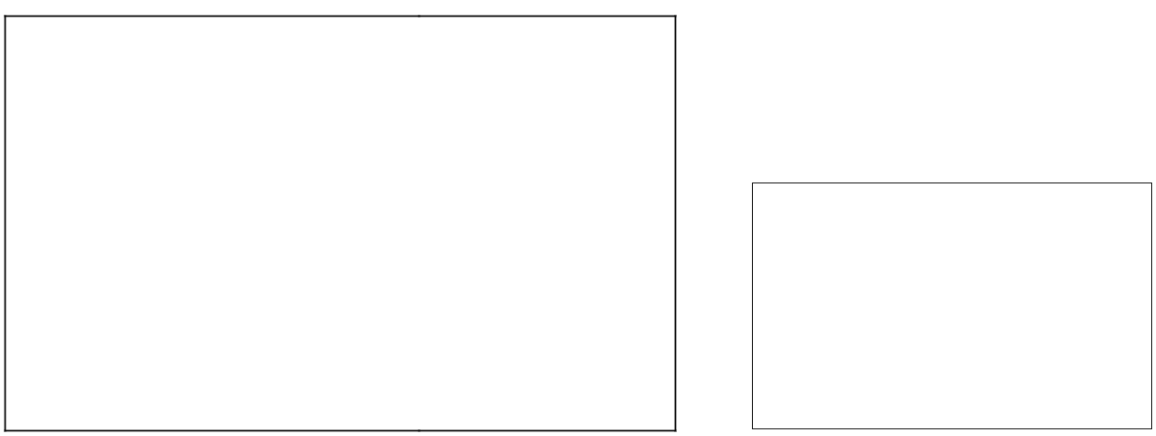
Es un rectángulo al cual recortaremos el cuadrado más grande que se puede obtener de él.



Nos queda un rectángulo de menor tamaño que el original.



Comparamos el primer rectángulo con este último.

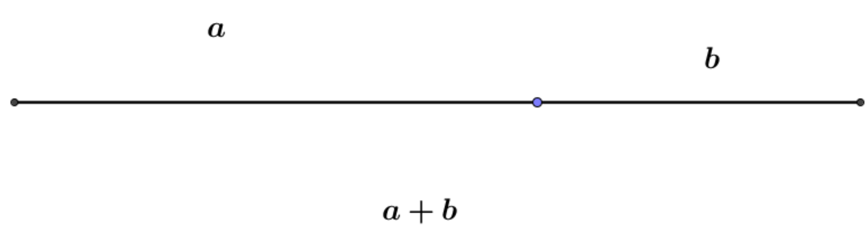


Observamos que ambos rectángulos guardan la misma proporción, es a lo que llamamos rectángulos semejantes.

Pero ¿Qué tiene de especial este rectángulo? Si dividimos la base por su altura obtenemos el número que llamamos "Phi" $\emptyset = 1.618\ldots$, lo mismo sucede al dividir la base por la altura del rectángulo pequeño. Cabe destacar que en todos los rectángulos que podemos dibujar, sólo de aquellos en los que sus lados estén en razón de $\emptyset = 1.618\ldots$ se puede obtener un rectángulo semejante. Esta particularidad corresponde únicamente a los rectángulos llamados áureos.

El número áureo $\emptyset = 1.618\ldots$, también llamado número de oro, razón extema y media, razón áurea, razón dorada, proporción áurea o divina proporción, se estudió desde la época de los griegos, cuando dividieron un segmento en dos partes de modo que la longitud total del segmento es a la parte mayor, como la parte mayor es a la parte menor.

Es decir



De donde planteamos la proporción

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$$

Obtenemos

$$1 + \frac{b}{a} = \frac{a}{b}$$

Si llamamos "Phi" $\emptyset$ a la razon $\frac{a}{b}$ obtenemos

$$1 + \frac{1}{\emptyset} = \emptyset$$

Multiplicamos ambos lados por $\emptyset$

$$\emptyset + 1 = \emptyset^2$$

Resolviendo

$$\emptyset = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

La solución negativa se descarta por tratarse de longitudes positivas.

La solución $\emptyset = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1.618$ … es el número mejor conocido como número áureo.

Uno de los modelos más conocidos y representativos es la sucesión de Fibonacci, la cual se construye de la siguiente manera: dados los números 0 y 1, el siguiente se obtiene con la suma de los dos anteriores, 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, … Resulta que al dividir un número de la sucesión entre el anterior el cociente se aproxima cada vez más a 1.618… La imagen IV-1, muestra la espiral de Fibonacci construida con arcos de circunferencia cuyos radios corresponden a los números de esta sucesión, la espiral aparece también en la naturaleza, en las flores, en los caracoles, en las plantas y en las galaxias (Imagen IV-2).

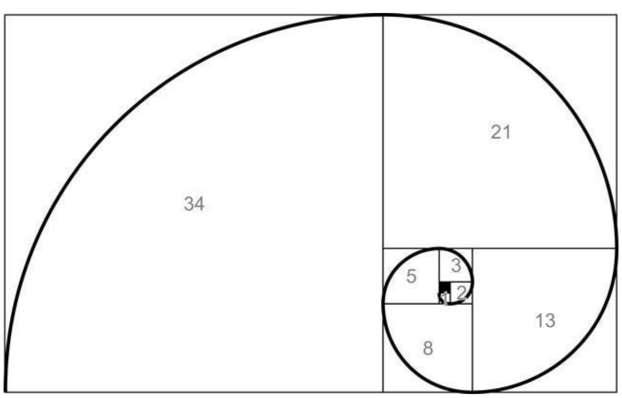
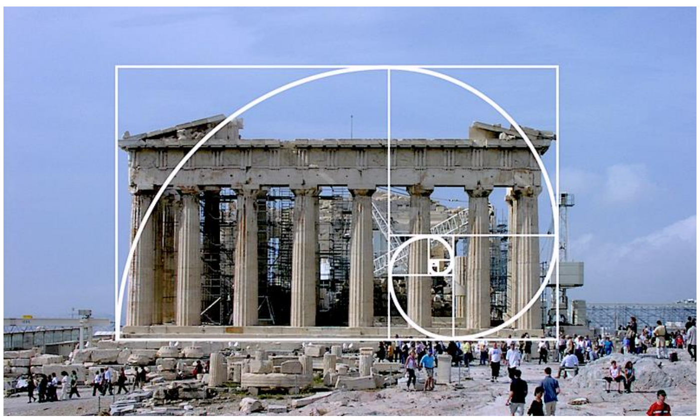


Imagen IV-1.

Imagen IV-2.

“Phi” Ø = 1.618…, es un número fascinante que durante siglos ha llamado la atención de matemáticos, artistas, arquitectos, etc., se usó mucho en la antigüedad (Imagen IV-3) y en la época del renacimiento, particularmente en el arte y la arquitectura, actualmente lo usan también los diseñadores gráficos para crear logotipos de marcas de productos (Imagen IV-4), los fotografos y los cineastas. Al parecer, es una proporción que nos agrada más que cualquier otra probablemente por la armonia y el orden en la justa medida entre los números y la naturaleza.



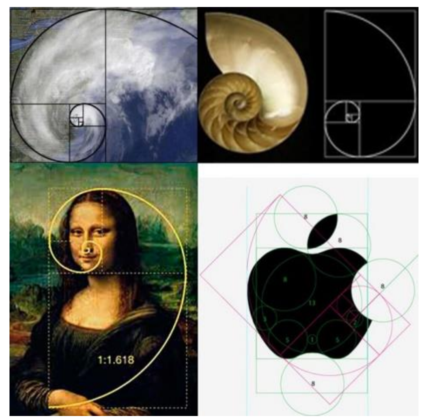


Imagen IV-3.   Imagen IV-4.

V. ÁREA BAJO LA CURVA Y SÓLIDO DE REVOLUCIÓN

Área bajo la curva

Se tiene la función $y = x^2$. Se desea calcular el área comprendida entre la gráfica de esta función y el eje de las "x" (abscisas) en el intervalo $[0, x]$. Llamémosle al área buscada $A(x)$ ya que tiene sentido pensar en un área debajo de la gráfica que varía en función de "x" como se observa en la imagen V-1.

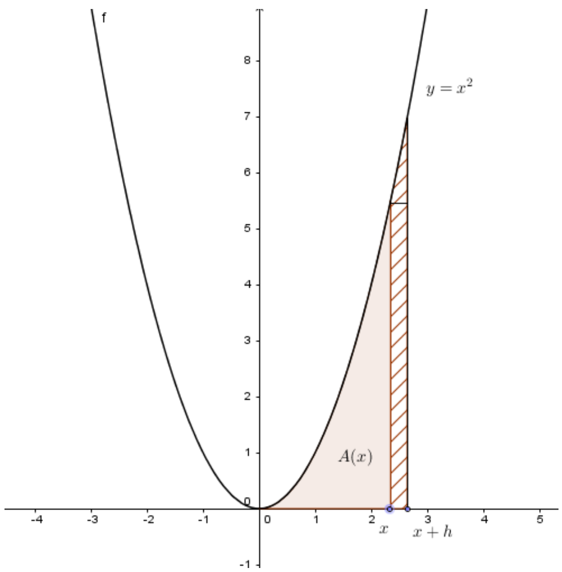


Imagen V-1.

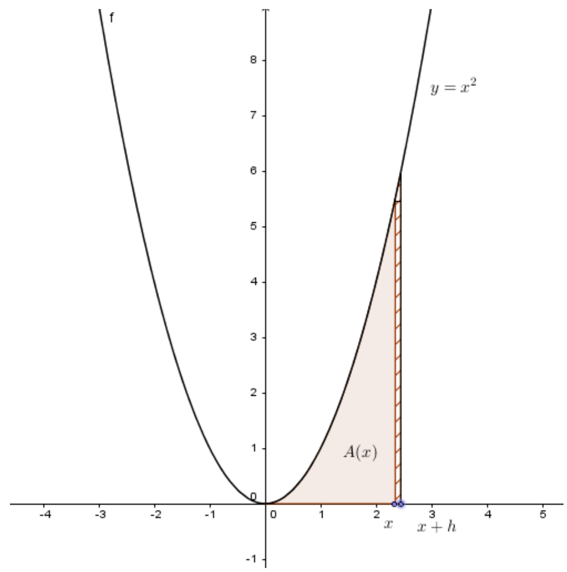


Imagen V-2.

El área bajo la curva en el intervalo $[0, x+h]$ es $A(x+h)$. Para obtener el área de la región rayada restamos $A(x)$ de $A(x+h)$, es decir $A(x+h) - A(x)$, y el área del rectángulo de base "h" y altura "y" es $h \cdot y$. Si consideramos que el área de la región rayada es aproximadamente igual al área del rectángulo (ver imagen V-2) cuando "h" es muy pequeña, podemos escribir

$$hy \approx A(x+h) - A(x)$$

Luego

$$y \approx \frac{A(x+h) - A(x)}{h}$$

Ahora podemos pensar que "h" tiende a cero

$$y = \lim_{h \to 0} \frac{A(x+h) - A(x)}{h}$$

Por lo que el lado derecho de la igualdad es la derivada de la función $A(x)$.

$$y = A'(x)$$

Pero $y = x^2$, entonces

$$x^2 = A'(x)$$

Y la antiderivada de esta expresión resulta ser

$$\frac{x^3}{3} = A(x)$$

Con lo que hemos obtenido una función para calcular el área entre la gráfica de la función $y = x^2$ y el eje de las abscisas en el intervalo $[0, x]$. De modo que para un valor particular de "x", por ejemplo $x = a$, el área es $A(a) = \frac{(a)^3}{3}$.

Si para la misma función se desea calcular el área comprendida en el intervalo $[a, b]$ como se observa en la imagen V-3, se resta el valor de $A(a)$ al de $A(b)$.

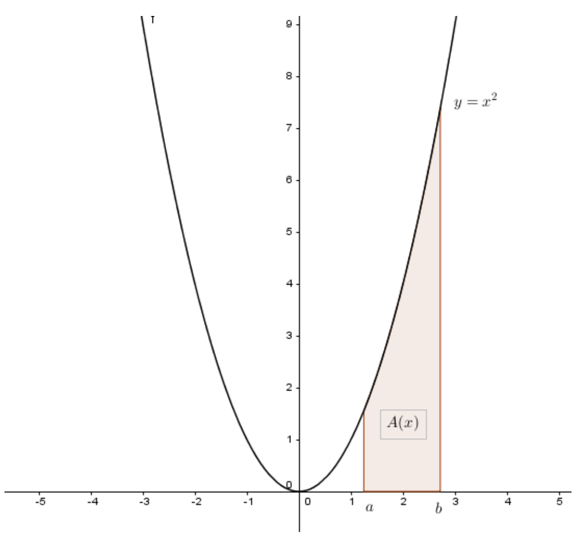


Imagen V-3.

$$A(b) - A(a) = \left.\frac{x^3}{3}\right|_a^b = \frac{b^3}{3} - \frac{a^3}{3}$$

Podemos pensar entonces, que el área entre la gráfica de una función $f(x)$ y el eje de las abscisas, siendo $f(x)$ positiva y continua en un intervalo $[a, b]$ en donde $b \geq a$, es

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

En donde $F(b)$ es la antiderivada de $f(x)$ evaluada en b y $F(a)$ es la antiderivada de $f(x)$ evaluada en a.

Sólido de revolución

La imagen V-5 muestra en amarillo el volumen que se forma al girar alrededor del eje "x" el área bajo la curva de la función $y = x^2$ en el intervalo $[0, x]$. Llamémosle $V(x)$ ya que tiene sentido pensar en un volumen que varía en función de "x" en la medida que lo hace $y = x^2$, como se observa en la imagen V-5.

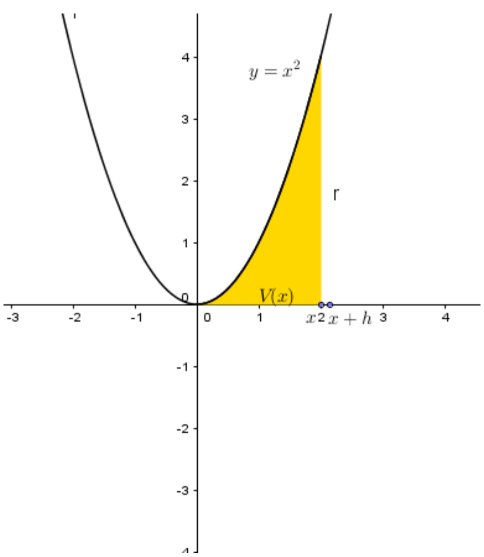


Imagen V-4.

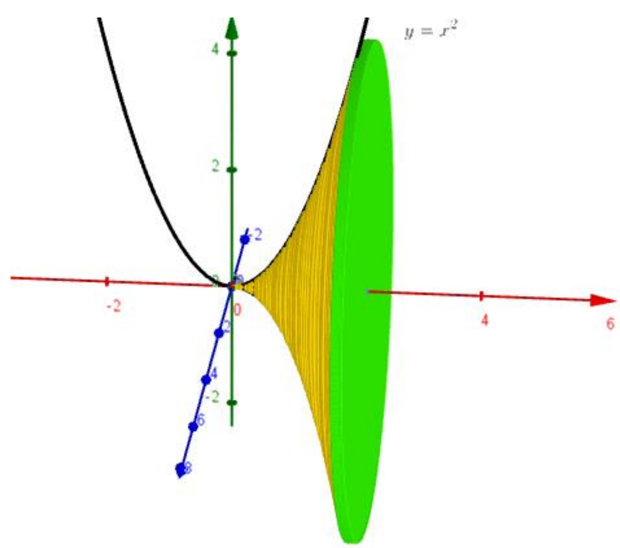


Imagen V-5.

El volumen en un intervalo $[0, x + h]$ lo podemos escribir como $V(x + h)$. Para obtener, por un lado, una estimación del volumen del disco (verde) restamos $V(x)$ de $V(x + h)$, es decir $V(x + h) - V(x)$, y por otra lado, como el disco tiene espesor "h" y área "$A(x)$"

entonces su volumen es $A(x) \cdot h$, en donde $A(x)$ es el área de la sección transversal del disco. Si consideramos que el volumen $V(x+h) - V(x)$ es aproximadamente igual al volumen del disco (ver imagen V-5) cuando "h" es muy pequeña, entonces podemos escribir

$$A(x)h \approx V(x+h) - V(x)$$

Luego

$$A(x) \approx \frac{V(x+h) - V(x)}{h}$$

Ahora podemos pensar que "h" tiende a cero

$$A(x) = \lim_{h \to 0} \frac{V(x+h) - V(x)}{h}$$

Por lo que el lado derecho de la igualdad es la derivada de la función $V(x)$

$$A(x) = V'(x)$$

Pero $A(x) = \pi r^2 = \pi y^2 = \pi (x^2)^2$. Entonces

$$\pi x^4 = V'(x)$$

La antiderivada de esta expresión es

$$\pi \frac{x^5}{5} = V(x)$$

Con lo que hemos obtenido una función para calcular el volumen del sólido que se forma al girar alrededor del eje "x" el área bajo la curva de la función $y = x^2$ en el intervalo $[0, x]$. De modo que para un valor particular de "x", por ejemplo $x = a$, el volumen es $V(a) = \pi \frac{(a)^5}{5}$.

Si para la misma función se desea calcular el volumen comprendido en el intervalo $[a, b]$ como se observa en la imagen V-6, se resta el valor de $V(a)$ al de $V(b)$.

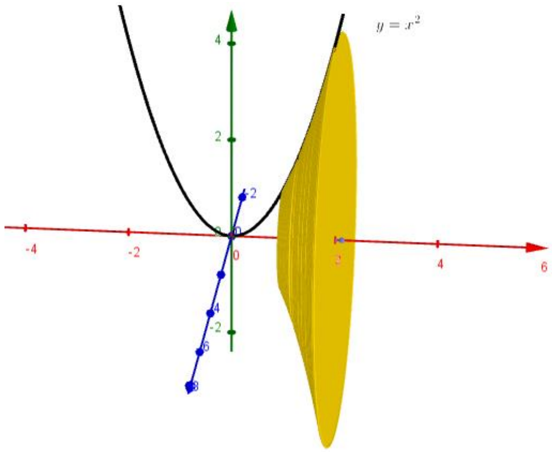


Imagen V-6.

$$V(b) - V(a) = \pi \frac{x^5}{5}\bigg|_a^b = \pi \frac{b^5}{5} - \pi \frac{a^5}{5}$$

Podemos pensar entonces, que el volumen del sólido que se obtiene al girar la región bajo la curva de $f(x)$ alrededor del eje "x" siendo $f(x)$ positiva y continua en el intervalo $[a, b]$ en donde $b \geq a$, es

$$\int_a^b A(x)dx = \int_a^b \pi\big(f(x)\big)^2 dx$$

VI. DESCRIPCIÓN DE LA ESTRATEGIA

Habitamos un mundo en constante cambio y en el que la sociedad es cada vez más exigente, la modernidad requiere de ciudadanos más comprometidos y más responsables que sepan adaptarse y hacer frente a la globalización. Según la UNESCO (2007), es obligación de los Estados promover una educación de calidad para todos con el fin de asegurar la igualdad de oportunidades en el acceso al conocimiento, responsabilidad que atañe desde luego a la empresa educativa. En México, la UNAM pugna para hacer frente y satisfacer dicha demanda, una manera es promoviendo y apoyando la formación de profesores del bachillerato por medio de programas de superación docente que garanticen su preparación, y lograr así incidir en la labor educativa que acontece dentro de las aulas.

A pesar de los esfuerzos realizados para transformar los procesos de enseñanza y aprendizaje, algunos profesores siguen siendo los principales protagonistas en sus técnicas de enseñanza, particularmente en las clases de cálculo diferencial e integral. Son los monólogos el único recurso pedagógico con que cuentan para enseñar lo que saben, literalmente dan la clase sin más recurso que el gis y el pizarrón, resuelven los problemas clásicos de cálculo expuestos en los libros para posteriormente dejar tarea de los mismos textos bajo la creencia de estar logrando aprendizajes significativos en sus alumnos. Podríamos afirmar que la única utilidad que el alumno adquiere con esta práctica es en el mejor de los casos, la habilidad para resolver problemas clásicos de cálculo, encerrándose en un círculo limitado de destrezas.

Es claro que con esta técnica de enseñanza la interacción en el aula es limitada o prácticamente nula. La postura receptiva y pasiva que toma el estudiante le impide adquirir las competencias matemáticas deseadas en el nivel medio superior, al final lo que se obtienen son conocimientos conceptualmente pobres, altos índices de reprobación y deserción. Por lo tanto es tarea del profesor preparatoriano implementar estrategias didácticas opuestas al método expositivo, se necesitan clases más dinámicas y participativas, en donde el alumno sea el actor principal en el proceso de aprendizaje, en las que se favorezca el desarrollo de sus habilidades de pensamiento, de investigación y de colaboración, para lograr los propósitos formativos que demanda la ENP. En este contexto, es importante que los alumnos adquieran habilidades para la investigación y para el aprendizaje autónomo, también que aprovechen el conocimiento para construir, para crear o para usarse en situaciones reales, de otra manera será un conocimiento inerte y con el tiempo se olvidará.

La presente propuesta es una secuencia de actividades didácticas apoyadas con TIC, está estructurada de tal manera que los alumnos de sexto año de bachillerato alcancen el nivel cognitivo de aplicación de acuerdo a la conocida taxonomía de Bloom. Dicha secuencia se compone por cinco bloques, a saber:

- Encuadre, en donde se dan a conocer los pormenores del curso.
- Proporción áurea, bloque introductorio en el que se dan las bases motivacionales que despiertan la atención del estudiante.
- Área bajo la curva, primer acercamiento al concepto de la integral definida y su consolidación mediante la práctica y el planteamiento de situaciones cotidianas.
- Sólido de revolución, ampliación del concepto de integral definida para calcular volúmenes.
- Proyecto, actividad creativa en la que los alumnos muestran los conocimientos de proporción áurea e integral definida.

Los bloques, dos, tres y cuatro se desarrollan con actividades encaminadas a un tipo de aprendizaje progresivo que transita por los tres primeros niveles de la taxonomía de Bloom, conocer, comprender y aplicar (Gacitúa B., Ricardo A.; 2001), se empieza con actividades para que el alumno conozca el concepto nuevo, seguido de actividades para que lo comprenda y finalmente actividades para que lo utilice en el planteamiento de situaciones cotidianas.

Se especifican los elementos de evaluación de los conocimientos previos del estudiante así como los del progreso de su aprendizaje y la evaluación del logro de las habilidades y contenidos disciplinares establecidos en el programa de la asignatura.

Es una secuencia didáctica planeada para lograr el aprendizaje significativo de la integral definida en los estudiantes de sexto año que cursan la asignatura de Matemáticas VI en la Escuela Nacional Preparatoria de la Universidad Nacional Autónoma de México, en el entendido de que las secuencias didácticas se planean para premiar las actividades que satisfacen las necesidades educativas de una institución. Para su diseño se consideró el contexto y características de los estudiantes preparatorianos, cuenta con una estructura flexible de manera que puede modificarse, ajustarse o seguirse rigurosamente dependiendo de las necesidades actuales en el aula de clase.

Sabemos que el ser humano es un ser social por naturaleza, no puede vivir aislado o en soledad, implica que las personas debemos formar lazos de convivencia armónica orientados a un bien común que nos doten de fortaleza y habilidad para vivir juntos.

El ambiente de colaboración propuesto, dota al alumno de habilidades que le serán útiles en la vida para afrontar este tipo de exigencias y desafíos por lo que deben estar en el centro de su formación, de esta manera tendrá la capacidad de comprender su entorno e influir en él, ahora contará con las herramientas para seguir aprendiendo a lo largo de la vida y ser partícipe activo en una convivencia social más saludable.

VII. IMPLEMENTACIÓN DE LA ESTRATEGIA Y RESULTADOS

De acuerdo a los programas de estudios de matemáticas VI áreas I, II, III y IV párrafos 5 y 6 de la página segunda del plan 1996 de la Escuela Nacional Preparatoria, el propósito general del curso es:

> Iniciar a los alumnos en el conocimiento, la comprensión y las aplicaciones del cálculo diferencial e integral... Fomentar en los educandos la capacidad de razonamiento lógico, su espíritu crítico y el deseo de investigar para adquirir nuevos conocimientos, lo que resulta necesario para plantear y resolver numerosos problemas de aplicación, tanto en la misma matemática como en otras disciplinas y a la vida cotidiana (ENP, 1996, p. 2) (sic).

Y como propósito particular de la quinta unidad "La integral" para las áreas I y II en coincidencia con la cuarta unidad para las áreas III y IV del programa antes mencionado, es:

> Que comprenda el concepto de integral y lo aplique correctamente en la solución de problemas tanto de Matemáticas como de otras disciplinas, así vinculará las Matemáticas con otras ciencias y la vida cotidiana (ENP, 1996, p. 18) (sic).

La siguiente estrategia didáctica se desarrolló en un grupo de 39 alumnos que cursaron área III en el Plantel 7 en la Escuela Nacional Preparatoria de la Universidad Nacional Autónoma de México en el ciclo escolar 2015-2016. Dicha área está planeada para que el alumno adquiera las competencias matemáticas que le demanda el nivel superior en las licenciaturas de las ciencias sociales. Son alumnos que en el primer año escolar de este bachillerato cursaron la asignatura de matemáticas IV de carácter obligatorio cuyo contenido temático corresponde propiamente al álgebra, en el segundo año cursaron matemáticas V también de carácter obligatorio, en donde adquirieron los conocimientos correspondientes a la geometría analítica, ambas asignaturas conforman el antecedente prioritario al cálculo diferencial e Integral por lo que asumimos que adquirieron las competencias matemáticas mínimas necesarias para lograr un buen desempeño académico.

Elaborado por Javier Rodríguez Ramírez

Bloque 1. Encuadre

Propósito(s):

Que el alumno conozca el propósito del curso, las características de la evaluación y los propósitos actitudinales y conductuales tanto del profesor como de los alumnos para un buen desempeño.

Inicio. Se comenzó con una etapa de socialización con el objeto de conocerse y generar lazos de confianza, es decir, profesor y alumnos crearon una atmósfera de diálogo en el que ambas partes se presentaron y expusieron sus expectativas del curso.

Se propuso que el proceso se desarrolle en un ambiente dinámico, participativo, jovial, de confianza y respeto, algo completamente opuesto a las clases expositivas y unidireccionales, con el propósito de que el profesor se convierta en un compañero más en el aula.

Las opiniones de los estudiantes fueron consideradas (sólo aquellas que contribuyeron a su aprendizaje) para que supieran que sus aportaciones son importantes y que ellos son parte esencial del proceso.

Encuadre. Para mantener un ambiente de colaboración y compañerismo fue importante dar lectura a los propósitos explicitados en el programa de estudios correspondiente y fijar con los alumnos los criterios de evaluación y acreditación, así como el establecimiento de los acuerdos internos del grupo. Por ejemplo, se subrayó la importancia de la puntualidad para entrar a clase y para la entrega de trabajos. También se les invitó a pertenecer a un grupo de Facebook (Imagen VII-1-1) con carácter de opcional y a hacer uso de un blog (Imagen VII-1-2) también opcional, los cuales están disponibles como fuentes alternativas de consulta.

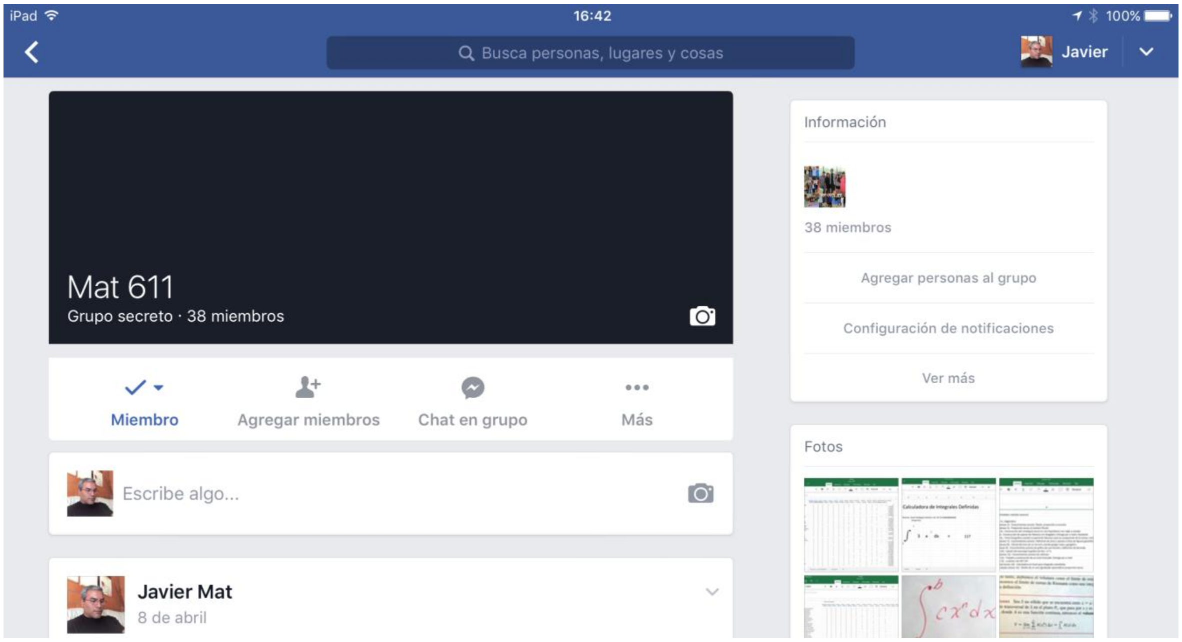


Imagen VII-1-1

Para ingresar al blog es necesario un permiso de acceso emitido por el profesor vía correo electrónico, por lo que los alumnos interesados lo solicitaron personalmente.

Por otro lado fue pertinente comentarles que algunas actividades deberían elaborarlas en Geogebra (Imagen VII-1-3), por lo que tendrían que disponer de este recurso TIC desde el siguiente día de clases.

Fue muy importante especificar a los alumnos las estrategias y dinámicas que se iban a emplear en el curso, así como el tipo de tareas y actividades a desarrollar dentro y fuera del aula. El resultado de esta sesión buscó impactar directamente en la motivación del estudiante dado que se le dio a conocer el marco de referencia en que se desenvolvería y evaluaría.

Esta etapa fue de vital importancia ya que cuando el encuadre se desarrolla adecuadamente se eliminan todas las ambigüedades relacionadas con la manera en que se desarrollará el curso, pero sobre todo, en uno de los aspectos que también les interesa; “su calificación”.

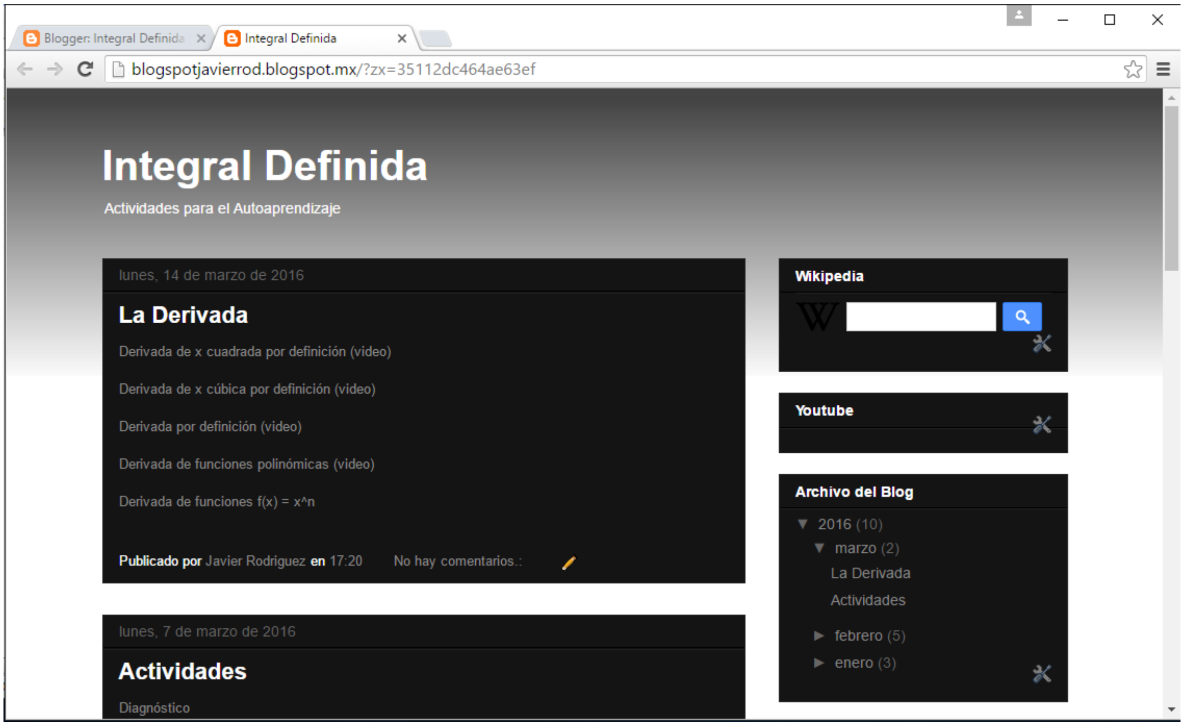


Imagen VII-1-2

Imagen VII-1-3

50 minutos

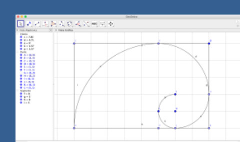
Actividad. Con una breve explicación previa acerca del propósito de la actividad, se aplicó el cuestionario diagnóstico (Anexo 1) en hojas impresas, las cuales se recogieron a los treinta minutos, a criterio del profesor considerado tiempo pertinente para su contestación.

Cierre. Se dieron instrucciones para que realizaran la actividad correspondiente a la recuperación de conocimientos previos (Anexo 2), y se subrayó la importancia que tiene dicha actividad ya que en esta se retoman los conocimientos necesarios para el abordaje exitoso del siguiente tema. Se concluyó atendiendo dudas sobre lo visto en la sesión y se agradeció su participación.

50 minutos

Elaborado por Javier Rodríguez Ramírez

Bloque 2. Proporción áurea



Propósito(s):

Que el alumno aplique los conceptos de rectángulo áureo y espiral de Fibonacci en fotografías tomadas por ellos mismos.

Conceptos nuevos:

Proporción áurea, número phi, rectángulo áureo, números de Fibonacci y espiral de Fibonacci.

Forma de aprendizaje significativo: Subordinado de inclusión correlativa.	**Forma de aprendizaje significativo:**
Subsumidores: Razón, proporción.	**Ideas de afianzamiento:**

Estrategias didácticas: Aprendizaje autónomo, aprendizaje colaborativo, aula invertida y solución de problemas apoyado con TIC.
Recurso(s) y material(es): Cámara fotográfica (Disponible también en dispositivo móvil), conectividad a internet, acceso al blog (opcional), ser miembro del grupo de Facebook (opcional), regla y compás.
Proporción áurea
Valoración y juicio de las ideas de afianzamiento generales. Se valoraron las respuestas obtenidas en el cuestionario (Anexo 1) aplicado en el bloque anterior. Se comentó con los alumnos la situación de sus conocimientos generales en relación con la integral definida y de los tópicos matemáticos necesarios para el abordaje de la misma, lo que justifica los ajustes en la planeación de la presente secuencia didáctica. **5 minutos** **Etapa de valoración de las ideas de afianzamiento particulares.** Los alumnos entregaron el producto de la actividad Anexo 2 (Para valoración, calificación y ponderación del mismo, ver las condiciones de evaluación al final del bloque). Se discutieron los conceptos revisados en dicha actividad, se aclararon dudas y se concluyó con los conceptos correctos de razón, proporción y sucesión, que serán utilizados en los nuevos aprendizajes. **10 minutos**
I. Etapa de motivación
Presentación. Se inició con un monólogo que consistió en relatar una anécdota de las vicisitudes que pasan muchas personas en sus primeras experiencias como fotógrafos, los alumnos atentos comenzaron a compartir sus propias experiencias, entonces se les preguntó si todas sus tomas habían sido buenas, a lo que respondieron que no. Se les entregó una colección de cinco fotografías estratégicamente seleccionadas bajo criterio propio de buenas y malas (Ver anexo 3), y se pidió que en equipos de cuatro

integrantes las observaran y discutieran. La instrucción fue que seleccionaran aquella o aquellas que les gustaran más o que les parecieran más interesantes explicando por qué. Dos de estas fotografías fueron las que más gustaron, lo que marcó el camino para la siguiente etapa. **30 minutos**
Estímulo de la curiosidad. Se les preguntó ¿Cuándo decimos que una fotografía es buena? ¿Cuándo decimos que una fotografía es mala? ¿A que podemos atribuir la buena calidad de una fotografía? Las respuestas se fueron anotando en el pizarrón en el orden de aparición, fueron muy variadas y algunas hasta dispersas, pero surgieron algunas que llamaron la atención por su contenido matemático, usaron términos como “simetría” y “geometría”, la más relevante se enunció como sigue: “una fotografía gusta por el acomodo de los objetos en el cuadro” siendo ésta la que usó como puente para la siguiente etapa. **5 minutos**
50 minutos
Despertar el interés. Para despertar el interés se formularon las siguientes preguntas: ¿Qué relación hay entre matemáticas y fotografía? ¿Qué matemáticas necesitamos saber para tomar mejores fotografías? ¿Para qué podría sernos útil saber tomar mejores fotografías? **10 minutos**
II. Etapa de aprendizaje

Tipo de aprendizaje	**Fases. Propósito, desarrollo, cierre y evaluación**
	Aprendizaje autónomo y/o colaborativo apoyado con TIC. ***Propósito:*** Que el alumno sepa que la espiral de Fibonacci y el rectángulo áureo son conceptos matemáticos que se usan en la fotografía profesional. ***Desarrollo.*** Se abrió la actividad con la pregunta ¿Qué relación existe entre las matemáticas y la fotografía? Se sugirió a los alumnos que

Por recepción	escribieran en el navegador de internet de su teléfono móvil “Proporción áurea y su aplicación en la fotografía” (Imagen VII-2-1 y VII-2-2), esto con el fin de orientarlos en su investigación y ganar tiempo de clase.

Imagen VII-2-1

En su búsqueda encontraron respuestas a la pregunta en términos de conceptos desconocidos así como la manera de aplicarlos en la fotografía, por ejemplo, el concepto de proporción áurea, número phi, regla de los tercios, etc.,(Imagen VII-2-3).

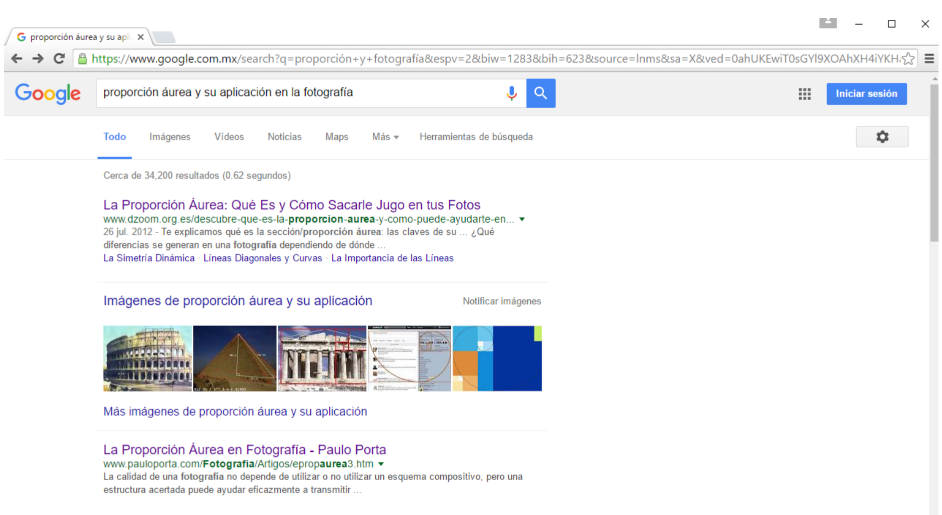


Imagen VII-2-2

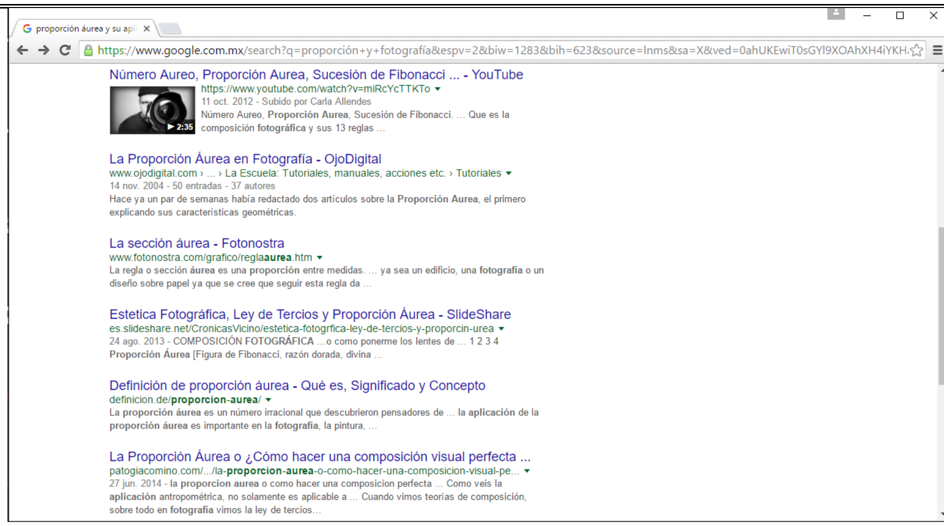


Imagen VII-2-3

Los términos se fueron anotando en el pizarrón en el orden en que fueron apareciendo. La actividad de supervisó desde el comienzo para reducir al mínimo el tiempo de dispersión de los alumnos en su investigación, al mismo tiempo se aclararon dudas.

Cierre. La fase concluyó afirmando que los fotógrafos profesionales usan muchos conceptos en el arte fotográfico. Con respecto a matemáticas muy pocos alumnos habían escuchado términos como proporción áurea, número phi, espiral de Fibonacci, etc.

Se dieron instrucciones para que realizaran la actividad correspondiente al Anexo 4 y que la siguiente clase debían presentarse con regla, compás y una hoja blanca.

Evaluación. Con objeto de valorar los aprendizajes en los estudiantes, se promovió un diálogo grupal en el que los alumnos expresaron sus aprendizajes y descubrimientos, todos escucharon con atención y enriquecieron sus comentarios.

40 minutos

50 minutos

	Aula invertida. ***Propósito:*** Que el alumno construya un rectángulo áureo con regla y compás usando los conceptos de número phi y en su interior la espiral de Fibonacci. ***Desarrollo.*** Para que los alumnos conocieran los conceptos de proporción áurea, número phi, números de Fibonacci y rectángulo áureo, se les pidió que en actividad extraescolar investigaran las preguntas del cuestionario (Anexo 4). Las fuentes de consulta fueron el blog o alguna otra fuente de su preferencia.
Resolución de problemas	***Aprendizaje por experiencia.*** Se recibió el producto Anexo 4 (Para valoración, calificación y ponderación del producto, ver las condiciones de evaluación al final del bloque) con lo que se inició un diálogo en el que se pidió a tres alumnos al azar que explicaran los conceptos investigados, los cuales se valoraron y retroalimentaron. Para la realización de la nueva tarea (Anexo 5), se les dio la instrucción de construir un rectángulo áureo con regla y compás con la libertad de consultar en internet el recurso de su preferencia, se les avisó que contaban con un tiempo limitado de 30 minutos para realizar la actividad. Por lo que se pudo observar, escribieron en la barra de navegación de internet "Construcción de un rectángulo áureo con regla y compás" en donde aparece un sinnúmero de páginas ilustrativas (Imagen VII-2-4, VII-2-5 y VII-2-6). Durante el proceso algunos estudiantes tuvieron la necesidad de exponer sus preguntas y de colaborar con un compañero más capaz, ya que para ellos la actividad significó resolver un problema, por lo que se permitió la libre interacción e intercambio de ideas al tiempo que se les

guiaba y se atendían sus dudas.

Cierre. La fase se cerró con una plenaria que duró 15 minutos en la que se le explicó a los alumnos que independientemente del tamaño del rectángulo que hayan construido, el cociente del lado mayor entre el lado menor, es siempre 1.618… aproximadamente. Para finalizar, en 5 minutos se les dio instrucción detallada para la realización de la actividad extraescolar (Anexo 6) que se describe en el siguiente apartado, también se les dijo que el producto debía enviarse por e-mail para su valoración y calificación. Se atendieron las dudas al respecto.

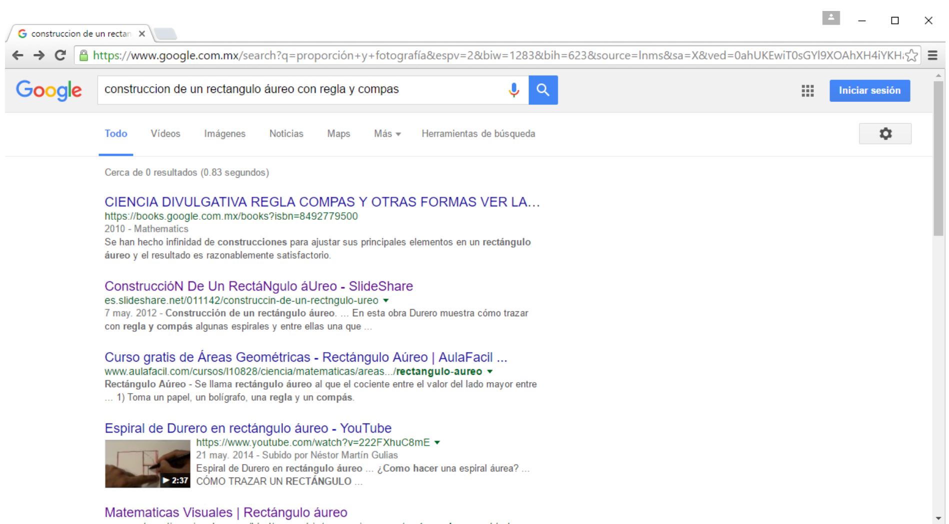


Imagen VII-2-4

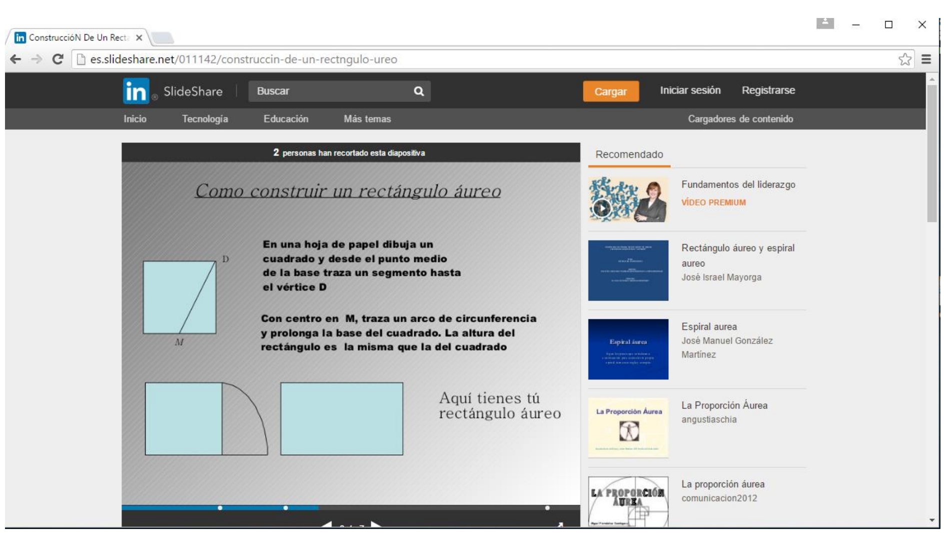


Imagen VII-2-5

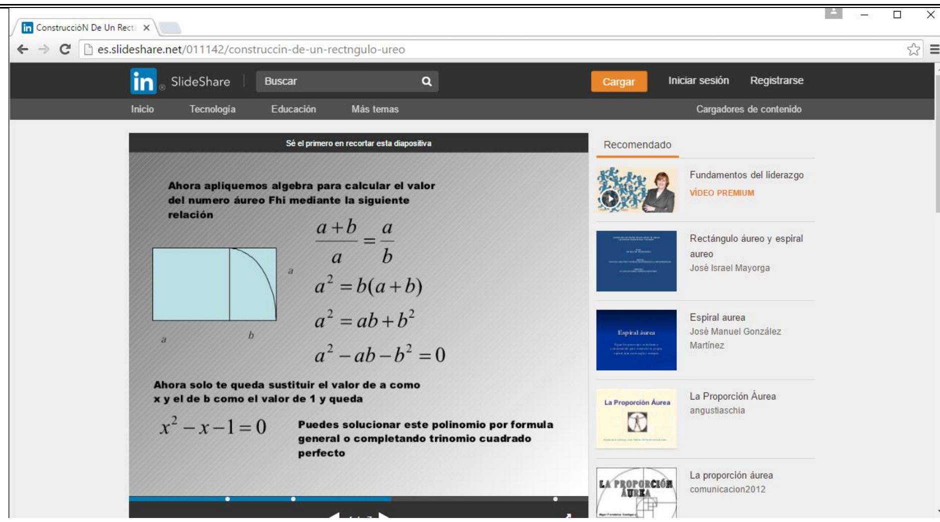


Imagen VII-2-6

Evaluación. A finalizar los alumnos entregaron el producto Anexo 5 (Para valoración, calificación y ponderación del mismo, ver las condiciones de evaluación al final del bloque).

50 minutos

50 minutos

Actividad extraescolar.

Propósito: Que el alumno construya en GeoGebra un rectángulo áureo y en su interior la espiral de Fibonacci.

Desarrollo. Como propósito de fomentar el aprendizaje autónomo del software y considerando que el grado de dificultad de la tarea es menor, se adaptó ésta como actividad extraescolar (Anexo 6) en la que se dejó al estudiante solo en la realización de la misma.

Cierre. Se pidió a los alumnos que expusieran sus impresiones de la actividad, a lo que respondieron con comentarios favorables, y se entiende ya que el uso de GeoGebra a este nivel es muy elemental.

Evaluación. La entrega del producto (Anexo 6) fue por e-mail (Para valoración, calificación y ponderación del producto, ver las condiciones de evaluación al final del bloque).

Creatividad.

Propósito: Que el alumno aplique los conceptos de rectángulo áureo y espiral de Fibonacci en la composición fotográfica.

Desarrollo. Para que los alumnos desarrollen su creatividad y apliquen los conceptos aprendidos se les invitó y a que en parejas se tomaran fotografías entre sí en el ambiente escolar. Se les aclaró que la fotografía (Producto 7) debía cumplir con el propósito especificado en esta actividad, por lo que se les recomendó ver el siguiente video (Imagen VII-2-7 y VII-2-8):

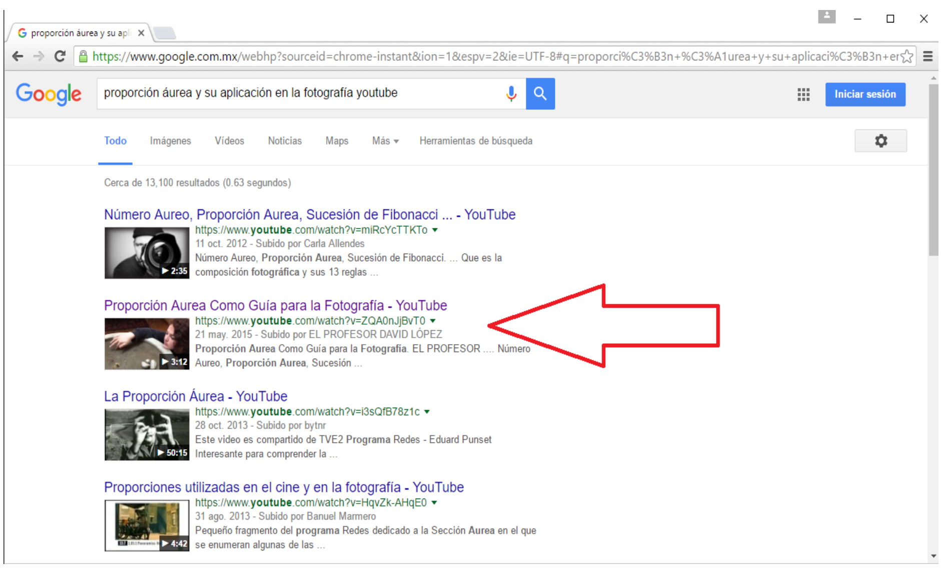


Imagen VII-2-7

Cabe señalar que el recurso de mayor preferencia fue la cámara de su teléfono celular, destacando con esto el valor educativo que ha tomado dicho dispositivo (Imagen VII-2-9).

Cierre. Se les dio la oportunidad de exponer sus opiniones acerca de la dinámica, a lo que respondieron convenientemente ya que la actividad les pareció lúdica y muy ilustrativa.

Evaluación. El producto (Anexo 7) se entregó por e-mail (Para valoración y calificación del mismo, ver características de evaluación al final del bloque)

35 minutos

https://www.youtube.com/watch?v=ZQA0nJjBvT0

Imagen VII-2-8

Imagen VII-2-9

Cierre

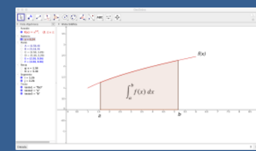
Conclusiones finales del bloque. La sección áurea y la espiral de Fibonacci junto con otros conceptos como el de la regla de los tercios, son conceptos usados por algunos fotógrafos como técnicas de composición fotográfica, sin ser una norma que deba seguirse al pie de la letra (Nota: *“la composición en la fotografía es la disposición de elementos y sujetos dentro del cuadro”*).

El bloque se cierra enfatizando que la matemática es una herramienta útil y muy interesante para esta situación particular de su vida cotidiana. Se dan instrucciones para que realicen la actividad extraescolar de recuperación de conocimientos previos particulares (Anexo 8), se subraya la importancia que tiene dicha actividad ya que en esta se retoman los conocimientos necesarios para el abordaje exitoso del siguiente tema. **15 minutos**
50 minutos
Evaluación y calificación
Características. Con objeto de valorar los conocimientos en los estudiantes, el profesor juzgó la congruencia entre los aprendizajes esperados y los productos obtenidos en las fases. Si a juicio del profesor algún producto no cumplía con las expectativas, el trabajo era devuelto al alumno con los comentarios y sugerencias pertinentes para su reelaboración y con una fecha límite para su entrega, esto con objeto de despertar en el estudiante la conciencia de que, tanto su profesor como sus compañeros de grupo, esperan mayor compromiso en su quehacer. Por otra parte los trabajos bien realizados recibieron una felicitación por parte del profesor y compañeros del grupo, así como la calificación meritoria.

Anexo	Entregados a tiempo valor 0.5 décimas	Entregados fuera de tiempo con un valor del 0.25 décimas	No cumplió con el propósito	Total
1	Sin puntaje			39
2	39			39
4	39			39
5	39			39
6	39			39
7	39			39

Elaborado por Javier Rodríguez Ramírez

Bloque 3. Área bajo la curva y la integral definida



Propósito(s):

Que el alumno use la integral definida para calcular áreas en situaciones cotidianas.

Conceptos nuevos:

Área bajo la curva, integral indefinida (antiderivada) e integral definida.

Forma de aprendizaje significativo:	Forma de aprendizaje significativo:
Subordinado de inclusión derivativa.	
Subsumidor(es):	**Ideas de afianzamiento:**
Área y derivada de una función	

Estrategias didácticas:

Aprendizaje autónomo, aprendizaje colaborativo, aula invertida y solución de problemas apoyado con TIC.

Recurso(s) y material(es):

Dispositivo con conectividad a internet, acceso al blog (opcional) y ser miembro del grupo en Facebook (opcional).

Área bajo la curva y la integral definida

I. Etapa de motivación

Presentación.

Se empezó preguntándole al grupo ¿En dónde y cómo han aplicado el concepto de área? ¿En qué situaciones han tenido necesidad de calcular áreas? A lo que respondieron refiriéndose a figuras geométricas conocidas en situaciones escolares, por ejemplo el área del cuadrado, del triángulo, del círculo, etc., mencionaron también que el concepto se usa para referirse a extensiones como en las canchas deportivas y terrenos de cultivo. La

<table>
<tr><td colspan="2">presentación terminó reconociendo que el concepto de área no pasa desapercibido en la vida cotidiana y que por el contrario está presente en muchas actividades o situaciones diarias.
 10 minutos </td></tr>
<tr><td colspan="2">Para despertar la curiosidad.
Uno de los usos más frecuentes del concepto de área es para cuantificar extensiones de tierra, por ejemplo se encontró en el periódico que un departamento de "x" metros cuadrados en una colonia conocida tiene un costo de "y" pesos, se le preguntó al grupo ¿Cuantos metros cuadrados tiene la casa en donde viven? Se escucharon respuestas para posteriormente ponerlos en duda preguntando ¿Y por qué están seguros? ¿Cómo lo confirmaron? Pretendiendo con esto despertar un poco su curiosidad.
 5 minutos </td></tr>
<tr><td colspan="2">Para despertar el interés.
Se invitó a los alumnos a reflexionar acerca de si en un futuro tienen la oportunidad de comprar una casa, departamento o predio ¿Cómo pueden asegurarse de que la casa o departamento tiene los metros cuadrados que el vendedor dice que tiene? O simplemente pueden necesitar saber cuántos metros cuadrados tiene un terreno, pero ¿Y si el terreno es muy grande y tiene secciones curvas en su perímetro? ¿Cómo podemos estimar su área?
 5 minutos </td></tr>
<tr><td colspan="2">II. Etapa de aprendizaje</td></tr>
<tr><td>Tipo de aprendizaje</td><td>Fases. Propósito, desarrollo, cierre y evaluación.</td></tr>
<tr><td></td><td>Aprendizaje por experiencia, autónomo y/o colaborativo apoyado con TIC.
Se recibió la actividad (Anexo 8) correspondiente al cálculo de áreas de figuras geométricas y se aclararon dudas con respecto a la manera de estimar el área del sector parabólico.
Propósito: Que los alumnos usen las TIC para estimar áreas de</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>Por recepción</td>
<td>
extensiones planas de tierra.

Desarrollo. Se les planteó como actividad extraescolar, el reto de obtener una aproximación en metros cuadrados del predio de su casa, o del terreno por el que ellos sientan curiosidad, el estadio de C.U. por ejemplo, o el del parque al que van a correr por las mañanas, etc. (Anexo 9). Se les facilitó un video en el que se observa cómo se obtuvo una estimación del área del terreno anexo al plantel 7 de la ENP usando GeoGebra (Imagen VII-3-1).

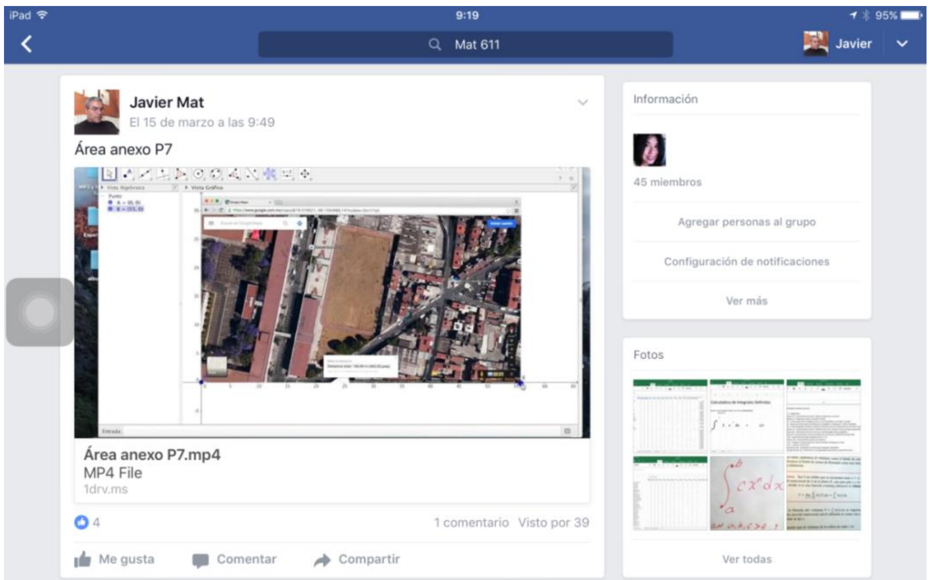


Imagen VII-3-1

Los alumnos vieron el video ahí mismo en la página de Facebook, algunas dudas que surgieron se atendieron en el momento y otras se aclararon por Facebook y por e-mail.

Cierre. Se concluyó con un diálogo grupal en el que se confirmó la importancia de usar las TIC al analizar algunas situaciones cotidianas.

Evaluación. La entrega del producto fue por e-mail (Anexo 9), los trabajos con uno o dos días de retraso se sancionaron con el 50 por ciento de su calificación (Para valoración, calificación y ponderación del mismo, ver las condiciones de evaluación al final del bloque).

25 minutos
</td>
</tr>
</table>

	Aprendizaje invertido. Se dieron instrucciones para que realizaran la actividad extraescolar correspondiente al Anexo 10. ***Propósitos:*** a) Que los alumnos recuerden el proceso de derivación de funciones usando la definición. b) Que los alumnos obtengan la antiderivada de funciones polinómicas. ***Desarrollo (actividad extraescolar).*** Se llevó a cabo una actividad compuesta por dos fases. En la primera los alumnos hicieron ejercicios conocidos por ellos, ya que esta fase es literalmente una actividad para recordar conceptos y procedimientos para obtener el límite y la derivada de una función. La segunda fase contempló el primer acercamiento del alumno a un concepto nuevo, la antiderivada. Con una serie de preguntas retadoras se condujo al alumno a conocer y comprender el concepto inverso la derivación de una función, el cual es mejor conocido como antiderivación o integración indefinida. **5 minutos**
	50 minutos
Resolución de problemas	***Valoración de las ideas de afianzamiento particulares.*** Los alumnos entregaron el producto de la actividad, Anexo 10. Se les pidió que explicaran los conceptos revisados y que expusieran sus dudas. Las preguntas que hicieron se refirieron básicamente a detalles del procedimiento y buscaban esencialmente disipar la incertidumbre de haber obtenido las respuestas correctas. **5 minutos**
	Práctica. Con la finalidad de eliminar dudas y consolidar el aprendizaje se insistió en la parte operativa de la derivada de una función por definición, es decir se hizo en el pizarrón paso a paso un ejercicio de la

	actividad dándoles oportunidad de detener el proceso para exponer el momento exacto de su duda. El concepto y la parte operativa de la antiderivada (integral indefinida), se revisaron en quince minutos mediante una dinámica de clase que consistió en escribir en el pizarrón cinco ejercicios invitando a los alumnos a participar pasando al frente a hacerlos, al tiempo que se supervisaba la técnica. ***Cierre.*** La estrategia de aula invertida fue útil para que los alumnos reaprendieran el proceso de derivación por definición y por otro lado para que aprendieran de manera autónoma el concepto de antiderivada (integral indefinida), el cual fue fortalecido para servir de anclaje en el proceso de nuevos aprendizajes. ***Evaluación.*** Para valoración, calificación y ponderación del producto (Anexo 10), ver las condiciones de evaluación al final del bloque. **15 minutos**
	Aprendizaje colaborativo ***Propósito:*** Que los alumnos expliquen la interpretación geométrica de la integral definida. ***Desarrollo.*** Se organizaron equipos de tres personas a quienes se les dio la instrucción de investigar en internet lo referente a la interpretación geométrica de la integral definida. Se guiaron sus esfuerzos de búsqueda, estudio y comprensión. Escribieron en el navegador “Interpretación geométrica de la integral definida” y encontraron en la página www.objetos.unam.mx la información necesaria (Imagen VII-3-2 y VII-3-3).

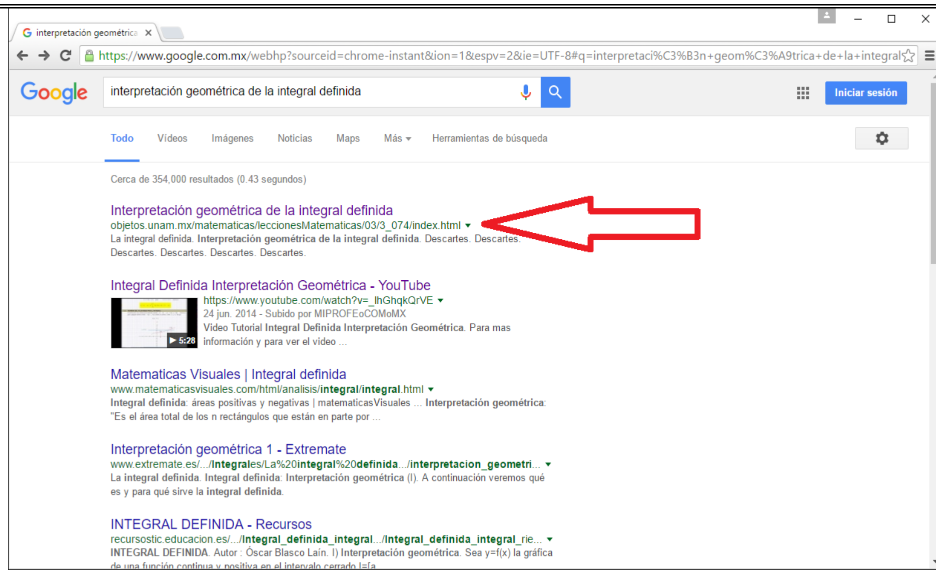


Imagen VII-3-2

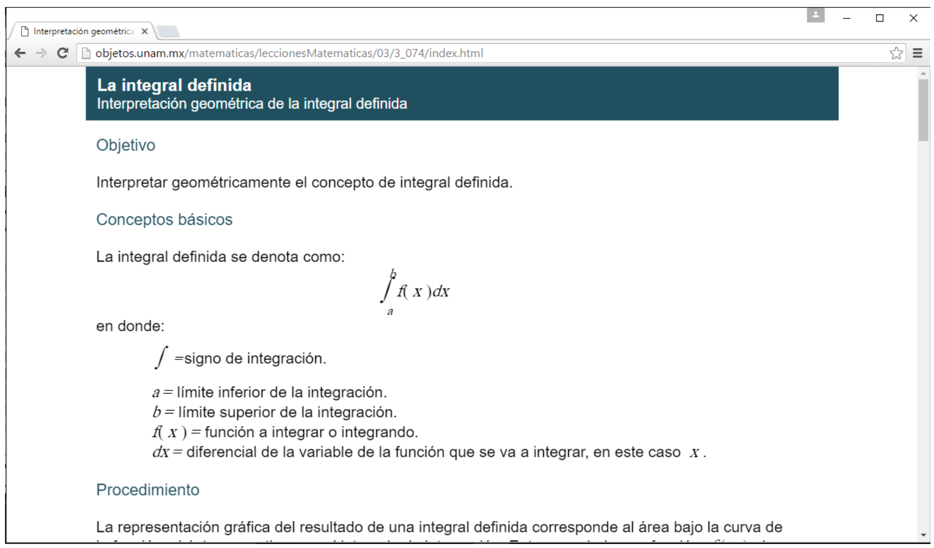


Imagen VII-3-3

Para mayor información y fortalecer lo aprendido se recomendó que buscaran en el navegador "Teorema fundamental del cálculo" (Imagen VII-3-4 y VII-3-5).

Debido al grado de dificultad del concepto se tuvo que apoyar a algunos equipos con una explicación complementaria en su cuaderno (Imagen VII-3-6) brindándoles la confianza de exponer sus dudas y valorándose así la interacción entre alumnos y profesor.

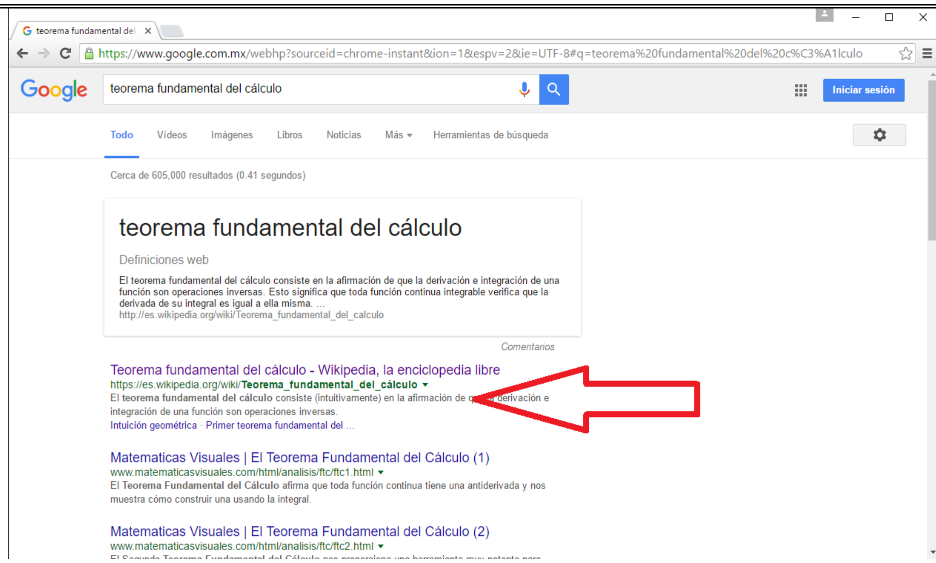


Imagen VII-3-4

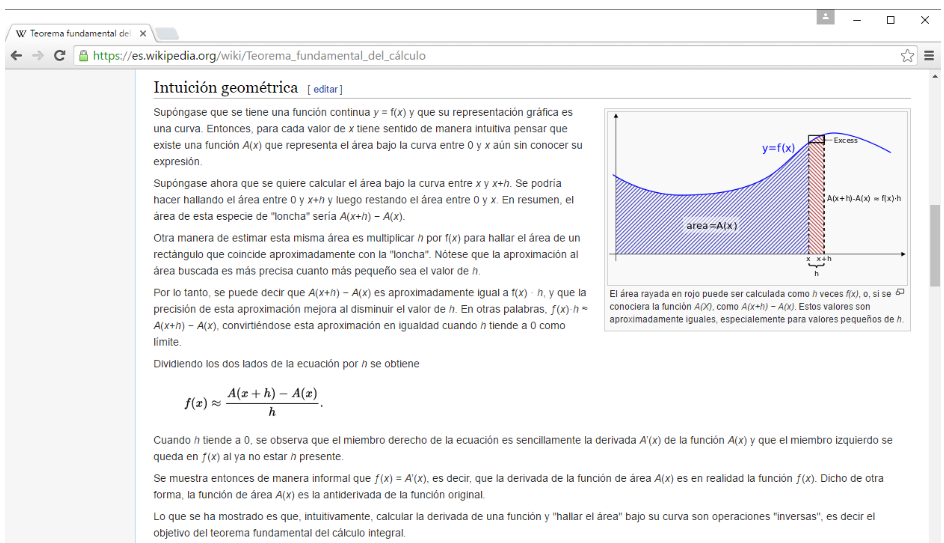


Imagen VII-3-5

Cierre. La actividad se cerró con un breve resumen del concepto.

Evaluación. Se le pidió a un equipo a pasar al frente a explicar lo aprendido y quedaron convencidos de que del segundo teorema fundamental del cálculo justifica por qué el área bajo la gráfica de una función se calcula con una integral definida.

Imagen VII-3-6

30 minutos

50 minutos

Aprendizaje colaborativo.

Propósito: Que los alumnos calculen el área bajo la curva de una función polinómica.

Desarrollo. Se organizaron equipos de dos o tres personas a los cuales se les entregó una hoja impresa (Anexo 11) con las instrucciones para responder a las preguntas y resolver los problemas. Se les dio libertad de investigar en el recurso de su preferencia, aunque prefirieron apoyarse en sus notas de sesiones anteriores.

Cierre. La actividad se cerró verificando el resultado obtenido de cada equipo y se les dieron instrucciones para realizar la siguiente actividad extraescolar.

Evaluación. Los alumnos entregaron el producto Anexo 11 (Para valoración, calificación y ponderación del mismo, ver las condiciones de evaluación al final del bloque).

50 minutos

50 minutos

	Actividad extraescolar (aprendizaje por experiencia y creatividad). ***Propósito:*** Que el alumno diseñe una calculadora en Excel que encuentre los valores de integrales definidas de funciones polinómicas. ***Desarrollo.*** Con el propósito de consolidar la parte operativa de la integral definida y de fomentar el aprendizaje autónomo del software se adaptó ésta como actividad extraescolar en la que se dejó al estudiante solo en la realización de la misma (Anexo 12). Las dudas se atendieron en el momento y también por correo electrónico. ***Cierre.*** Algunos alumnos expresaron su agrado por la actividad, les pareció diferente y novedosa, significó para ellos un reto ya que tuvieron que descubrir algunas bondades del software. ***Evaluación.*** La entrega del producto fue por e-mail (Anexo 12), los trabajos entregados con uno o dos días de retraso se sancionaron con el 50 por ciento de su calificación. (Para valoración, calificación y ponderación del producto, ver las condiciones de evaluación al final del bloque).
	Aprendizaje colaborativo. ***Propósito:*** Que los alumnos apliquen el concepto de área bajo la curva en la resolución de problemas. ***Desarrollo.*** Se organizaron equipos de dos o tres personas a los cuales se les entregó la hoja impresa (Anexo 13) con las instrucciones y el planteamiento de los problemas, se les avisó que contaban con 45 minutos para resolverlos. Comprendieron que tenían que usar la integral definida para calcular el área de un sector parabólico. Encontraron en internet un video (Imagen VII-3-7 y VII-3-8) en donde se explica cómo obtener la ecuación de una parábola conocidos tres puntos de la misma, para luego calcular su área y resolver los problemas. Durante la actividad se atendieron todas las preguntas y comentarios

de los estudiantes.

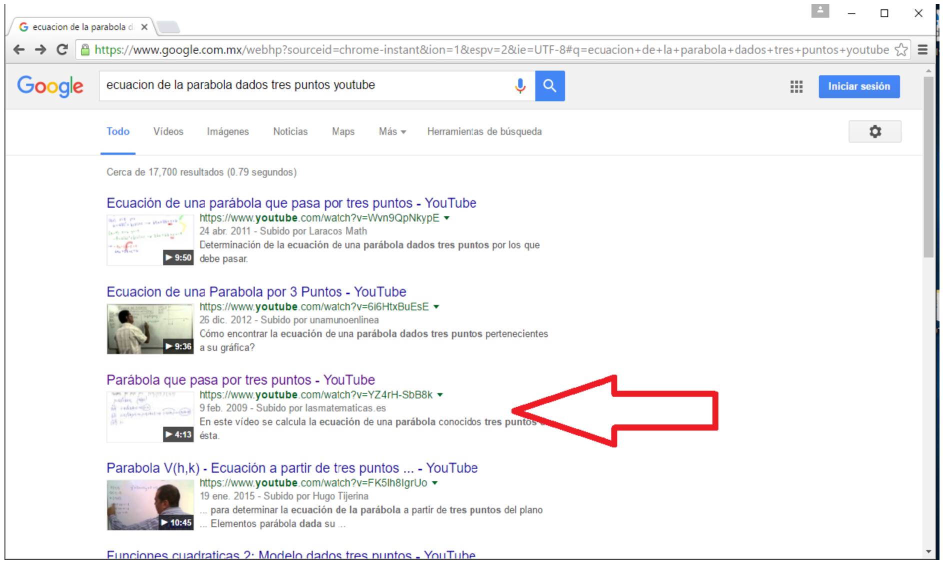


Imagen VII-3-7

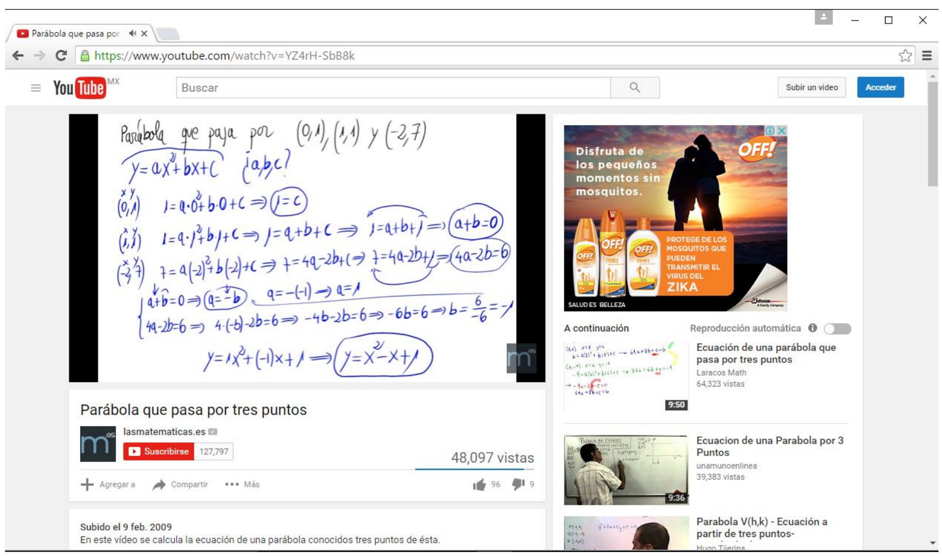


Imagen VII-3-8

Cierre. La actividad se cerró verificando el resultado obtenido de cada equipo. No hubo comentarios ni dudas con respecto a esta actividad.

Evaluación. Para finalizar entregaron el producto Anexo 13 (Para valoración, calificación y ponderación del mismo, ver las condiciones de evaluación al final del bloque).

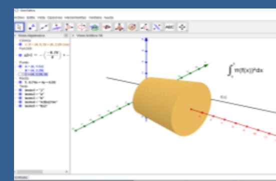
45 minutos

III. Etapa de cierre
***Conclusiones finales del bloque*.** La integral es un concepto de la matemática relevante en otras disciplinas, es una herramienta muy útil e interesante por sus múltiples aplicaciones como en la física y la ingeniería. Así como para entender situaciones que suceden a nuestro alrededor. Se dieron instrucciones para que realizaran la actividad extraescolar de recuperación de conocimientos previos particulares (Anexo 14), se subraya la importancia que tiene dicha actividad ya que en esta se retoman los conocimientos necesarios para el abordaje exitoso del siguiente tema. **5 minutos**
50 minutos
Evaluación y calificación
Características. Con objeto de valorar los conocimientos en los estudiantes, se juzgaron la congruencia y la pertinencia entre los aprendizajes esperados con los productos obtenidos en las fases. A buen juicio cuando un producto no cumplió con las expectativas, el trabajo fue devuelto con los comentarios y sugerencias pertinentes para su reelaboración y con una fecha límite para su entrega, esto con objeto de despertar en el estudiante la conciencia de que, tanto el profesor como sus compañeros de grupo, esperan mayor compromiso con su quehacer. Por otra parte los trabajos bien realizados se elogiaron y se felicitó merecidamente a los alumnos otorgándoles la calificación meritoria.

Anexo	Entregados a tiempo valor 0.5 décimas	Entregados fuera de tiempo con un valor de 0.25 décimas	No cumplió con el propósito	Total
9	22	7	4	33
10	31	0	5	36
11	31	0	6	37
12	27	8	4	39
13	22	0	12	34

Elaborado por Javier Rodríguez Ramírez

Bloque 4. Volumen e integral definida



Propósito(s):

Que el alumno aplique la integral definida para calcular volúmenes de sólidos de revolución.

Conceptos nuevos:

Sólido de revolución.

Forma de aprendizaje significativo:	**Forma de aprendizaje significativo:**
Subordinado de inclusión correlativa.	
Subsumidor(es):	**Ideas de afianzamiento:**
Volumen e integral definida.	

Estrategias didácticas:

Aprendizaje autónomo, aprendizaje colaborativo, y solución de problemas apoyado con TIC.

Recurso(s) y material(es):

Dispositivo con conectividad a internet, acceso al blog (opcional), ser miembro del grupo en Facebook (opcional), transportador, regla, compás, tijeras, pegamento y medio pliego de cartulina.

Volumen e integral definida

I. Etapa de motivación

Presentación.

Se empezó preguntándole al grupo ¿En dónde y cómo han aplicado el concepto de volumen? ¿En qué situaciones han tenido necesidad de calcular volúmenes? A lo que respondieron refiriéndose a figuras geométricas conocidas en situaciones escolares, el cubo, el cilindro, la pirámide, etc., mencionaron también haber usado un vaso medidor para cocina en la preparación de recetas y recordaron que algunas dosis medicinales, por ejemplo el jarabe para la tos, deben suministrarse en cantidades de mililitros. La presentación terminó reconociendo que el concepto de volumen no pasa desapercibido en la vida cotidiana y que por el contrario está presente en muchas actividades o situaciones diarias.

10 minutos

Para despertar la curiosidad.

Una manera de saber si una pulsera es o no de oro es usando la fórmula de densidad=masa/volumen, en donde la densidad del oro es conocida, la masa se obtiene con una báscula, pero ¿Cómo podrían obtener el volumen de la pulsera? Se le preguntó al grupo si ¿Alguna vez han comprobado si sus alhajas son verdaderamente genuinas? La respuesta de algunos alumnos fue "no", pretendiendo con esto despertar un poco su curiosidad.

5 minutos

Para despertar el interés.

Se invitó a los alumnos a reflexionar acerca de lo útil que es el saber calcular o medir el volumen de un objeto sólido o líquido, por ejemplo se encontró en una envoltura de comida deshidratada cuyo contenido debe prepararse con 437 mililitros de agua, ¿Qué es mejor, seguir la recomendación del fabricante o no hacerlo? Pero ¿Cómo podemos saber cuántos son 437 mililitros de agua cuando no tenemos un vaso medidor? ¿Cómo podemos hacer nuestro propio vaso medidor?

5 minutos

II. Etapa de aprendizaje

Tipo de aprendizaje	**Fases. Propósito, desarrollo, cierre y evaluación.**
	Aprendizaje por experiencia apoyado con TIC Se recibió la actividad Anexo 14 y se aclararon dudas con respecto a la

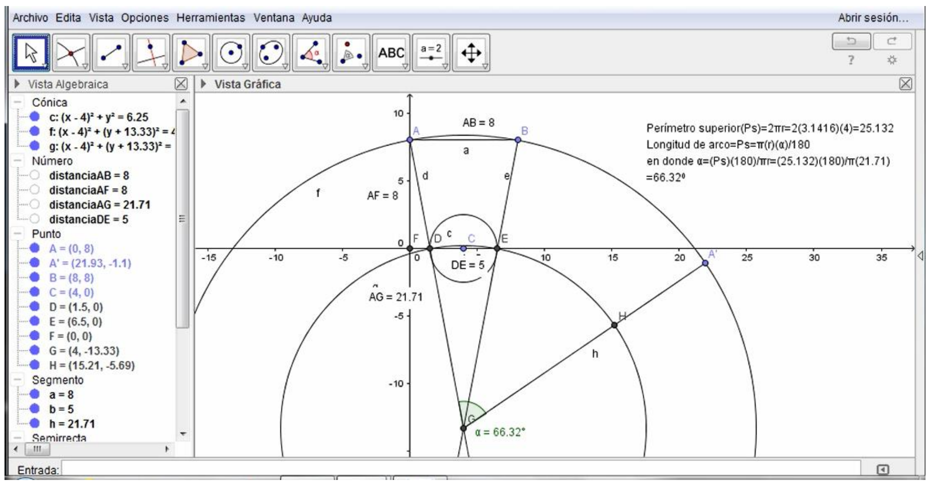
<table>
<tr>
<td>Por recepción</td>
<td>fórmula para calcular el volumen del cono truncado.
Propósito: Que los alumnos construyan un cono truncado cuyas medidas son números consecutivos de la sucesión de Fibonacci.
Desarrollo. Para la construcción de un cono truncado de medidas específicas (Anexo 15), consultaron en la cuenta grupal de Facebook el video (elaborado por el profesor) en el que se traza paso a paso la plantilla para construir un cono truncado (Imagen VII-4-1), el cual sirvió de guía para que ellos construyeran uno de cinco y tres centímetros de diámetros y cinco centímetros de altura.


Imagen VII-4-1

Cierre. Al preguntar a los jóvenes su experiencia manifestaron que era la primera vez que construían un cono truncado con medidas específicas, también se dieron cuenta que quitando la tapa mayor queda un vaso cuyas medidas están en proporción áurea.
Evaluación. El producto (Anexo 15) se entregó la siguiente clase ya que no fue suficiente el tiempo para recortar y pegar. (Para valoración, calificación y ponderación del mismo, ver las condiciones de evaluación al final del bloque).</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="2"></td><td>
Imagen VII-4-2

30 minutos</td></tr>
<tr><td>50 minutos</td></tr>
<tr><td>Resolución de problemas</td><td>Aprendizaje autónomo y/o colaborativo apoyado con TIC.
Propósito: Que los alumnos calculen la altura que alcanzan 437 ml de agua en un vaso de unicel.
Desarrollo. Se les mostró un sobre para preparar arroz instantáneo de una marca conocida (Imagen VII-4-3); en las instrucciones se indica que hay que verter el contenido del sobre en 437 mililitros de agua, pero ¿Cuántos son 437 ml de agua?
Se les organizó en equipos de dos o tres integrantes, se les dio una hoja con el planteamiento del problema (Anexo 16), un vaso de unicel de un litro y una regla graduada en centímetros, la instrucción fue que pusieran una marca en el vaso tal que indicara la altura que alcanzan 437 ml de agua (Imagen VII-4-4).
El problema lo resolvieron por ensayo y error con la fórmula del volumen de un cono truncado que investigaron previamente para hacer la actividad.</td></tr>
</table>

Imagen VII-4-3

Imagen VII-4-4

Cierre. La respuesta la comprobaron vertiendo 437 ml de agua en el vaso de unicel, medidos (aproximadamente) con un vaso de precipitado.

Evaluación. Para valoración, calificación y ponderación de la actividad, ver las condiciones de evaluación al final del bloque.

50 minutos

50 minutos

Aprendizaje colaborativo apoyado con TIC

Propósito: Que los alumnos usen la integral definida para calcular volúmenes de sólidos de revolución.

Desarrollo. Se les pidió a los alumnos que formaran equipos de tres personas y que comprobaran el resultado del problema anterior usando la integral definida para volúmenes de revolución. El correcto desarrollo de la actividad se supervisó desde el momento mismo en que investigaron la fórmula en internet hasta su comprensión y correcta aplicación.

Cierre. El beneficio de esta actividad consistió en que los alumnos comprendieron que para calcular el volumen de un sólido de revolución es importante conocer la ecuación de la pared del sólido.

Evaluación. El propósito de la actividad se cumplió en el momento en que los equipos mostraron la comprobación del resultado. (Para valoración, calificación y ponderación del producto, ver las condiciones de evaluación al final del bloque).

50 minutos

50 minutos

Revisión

Propósito: Que los alumnos usen la integral definida para calcular volúmenes de sólidos de revolución.

Desarrollo. Se les entrego una hoja impresa de manera individual (Anexo 17) con las instrucciones para resolver un problema en el que ellos tienen que partir desde averiguar la ecuación que describe la pared del recipiente, hasta la correcta aplicación de la integral definida para dar respuesta a la pregunta que se hace.

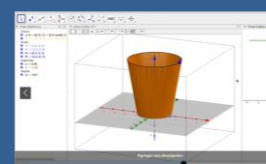
Cierre. La actividad se cerró con comentarios positivos acerca del problema de la actividad, les gustó y les pareció interesante.

	Evaluación. El producto (Anexo 17) se entregó en el momento (Para valoración, calificación y ponderación del producto, ver las condiciones de evaluación al final del bloque). **40 minutos**
III. Etapa de cierre	
***Conclusiones finales del bloque*.** En plenaria se concluyó que la integral es un concepto de la matemática relevante para el estudio de otras disciplinas, es considerada una herramienta muy útil e interesante por sus múltiples aplicaciones en la física y la ingeniería. Se enfatizó que es un concepto muy útil y valioso para entender situaciones que suceden a nuestro alrededor. Para finalizar se les preguntó a los alumnos si con lo aprendido podrían hacer solos su propio vaso medidor a lo que respondieron afirmativamente. Se dan instrucciones para que realicen la actividad extraescolar del diseño de un vaso cuyas dimensiones estén en proporción áurea (Anexo 18), se subraya la importancia que tiene dicha actividad ya que en esta se consolida el objetivo principal el curso. **10 minutos**	
50 minutos	
Evaluación y calificación	
Características. Con objeto de valorar los conocimientos en los estudiantes, se juzgaron la congruencia y la pertinencia entre los aprendizajes esperados con los productos obtenidos en las fases. A buen juicio cuando un producto no cumplió con las expectativas, el trabajo fue devuelto con los comentarios y sugerencias pertinentes para su reelaboración y con una fecha límite para su entrega, esto con objeto de despertar en el estudiante la conciencia de que, tanto el profesor como sus compañeros de grupo, esperan mayor compromiso con su quehacer. Por otra parte los trabajos bien realizados se elogiaron y se felicitó merecidamente a los alumnos otorgándoles la calificación meritoria.	

Anexo	Entregados a tiempo valor 0.5 décimas	Entregados fuera de tiempo con un valor del 0.25 décimas	No cumplió con el propósito	Total
14	39	0	0	39
15	23	9	0	32
16	22	0	11	33
17	22	0	10	32

Elaborado por Javier Rodríguez Ramírez

Bloque 5. Proyecto



Propósito(s):

Que el alumno calcule la capacidad de un vaso diseñado por él mismo con dimensiones en proporción áurea.

Creatividad. Actividad extraescolar.

Propósito: Que el alumno calcule la capacidad de un vaso diseñado por él mismo con dimensiones en proporción áurea.

Desarrollo. Para que los alumnos desarrollen su creatividad y apliquen los conceptos aprendidos se les invitó a que en equipos de dos o tres personas desarrollen un proyecto de diseño con las características señaladas en el propósito de la actividad. Se les aclaró que el proyecto debía tener las características de evaluación especificadas en la rúbrica correspondiente y que la entrega debía ser por e-mail.

Cierre. En plenaria expusieron sus opiniones acerca del proyecto, a lo que respondieron convenientemente ya que les pareció muy interesante y retador (Imagen VII-5-5).

Evaluación. El producto se entregó por impreso Anexo 18 (Para valoración y calificación del mismo, ver características de evaluación al final del bloque).

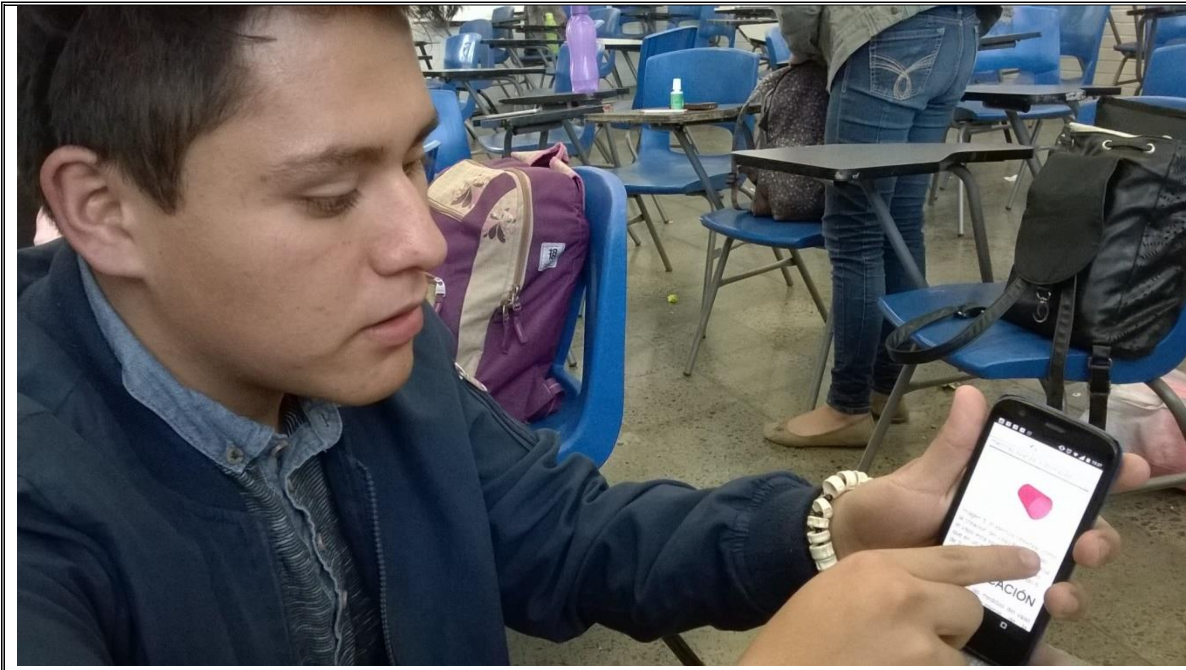


Imagen VII-5-5

Rúbrica.		
Contenido.	**Características y calificación.**	
Portada, objetivos e introducción.	Tiene creatividad y explica con claridad.	
	Si 0.5 puntos.	No 0 puntos.
Fundamentación.	Es pertinente, completa y precisa (proporción áurea, integral definida, etc.).	
	Si 0.5 puntos.	No 0 puntos.
Recursos.	Los enuncia y los explica con claridad y detalle.	
	Si 0.5 puntos.	No 0 puntos.
Diseño.	Es original y creativo. Contiene fórmulas y cálculos matemáticos.	
	Si 0.5 puntos.	No 0 puntos.
Conclusiones.	Son concretas y objetivas.	
	Si 0.5 puntos.	No 0 puntos.
		Puntuación___________________

Cierre
***Conclusiones finales del bloque*.** En plenaria se subrayó la importancia que tiene el aprendizaje de la matemática como herramienta en la solución de situaciones cotidianas, pero sobre todo la importancia que adquiere cuando se le da un uso con fines creativos. Se concluyó que el concepto de proporción áurea tiene actualmente múltiples aplicaciones y que el resultado de este proyecto ha servido para que los alumnos usaran su imaginación en un reto novedoso para ellos, el diseño. Se aclaró que la integral definida también tiene múltiples aplicaciones y que no se limita solo a calcular áreas y volúmenes, se usa por ejemplo para calcular longitudes de arco, velocidades, desplazamientos entre otras cosas, conocimiento que por supuesto puede serles de gran utilidad para plantear situaciones reales y para comprender nuevos conceptos en sus estudios posteriores.
50 minutos
Evaluación y calificación
Características. Con objeto de valorar los conocimientos en los estudiantes, el profesor juzga la congruencia entre los productos obtenidos y los aprendizajes esperados. A buen juicio cuando algún producto no cumplió con las expectativas, el trabajo se devolvió al alumno con los comentarios y sugerencias pertinentes para su reelaboración y con una fecha límite para su entrega, esto con objeto de despertar en el estudiante la conciencia de que, tanto su profesor como sus compañeros de grupo, esperan mayor compromiso en su quehacer. Por otra parte los trabajos bien realizados recibieron una felicitación así como la calificación meritoria.

Anexo.	Entregados con valor de 2.5 puntos.	Entregados con valor de 2 puntos.	Entregados con valor de 1 punto.	Total.
18	4	8	27	39

Resultados.

La evaluación del curso se estableció sobre quince actividades (Anexos) con un peso de medio punto cada una, y sobre el proyecto final el cual tuvo un valor de 2.5 puntos de acuerdo a la rúbrica en el bloque correspondiente. De las quince actividades, los alumnos realizaron doce de ellas de modo individual y tres en equipo, ocho de las actividades individuales fueron extraescolares y cuatro en el aula, las actividades en equipo todas se desarrollaron en el aula. Cabe señalar que las actividades individuales en esta propuesta no significa una exigencia por parte del profesor de que el trabajo de los alumnos deba ser en solitario estrictamente, es decir los alumnos trabajaron individualmente pero tuvieron total libertad de preguntar o solicitar apoyo al profesor o a un compañero más capaz.

Las imagen VII-1 muestra las calificaciones obtenidas y la imagen VII-2 muestra la distribución en porcentaje de las mismas de acuerdo a la evaluación propuesta. Se observa que a pesar de no haber deserción ni reprobación, las calificaciones de los alumnos tendieron a ser menores e iguales a ocho.

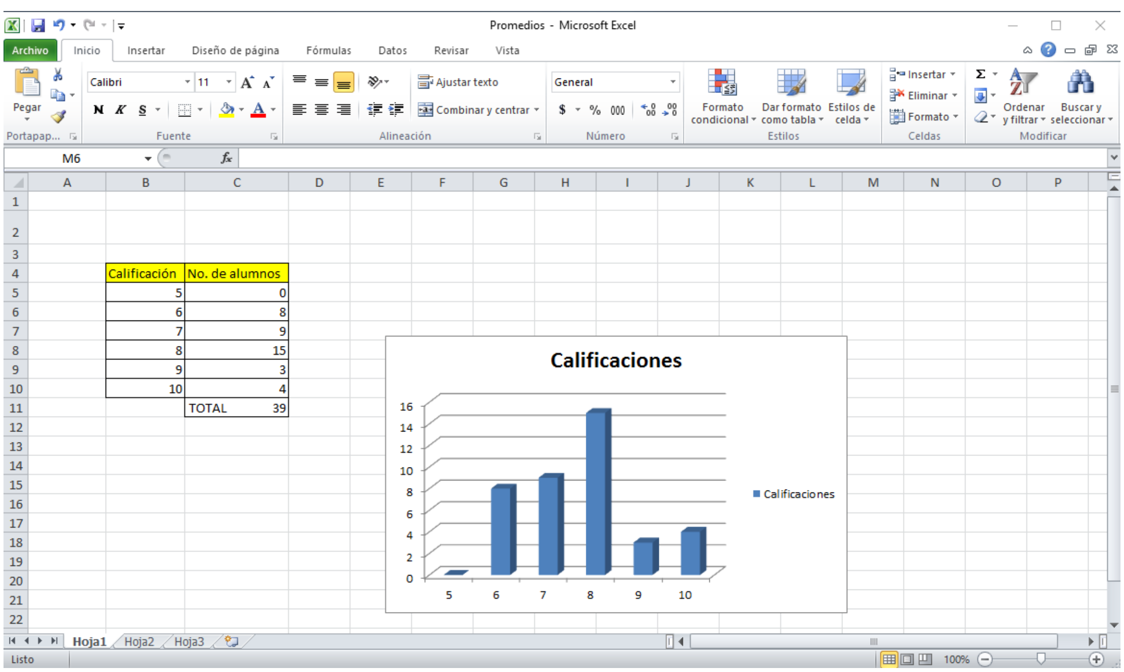
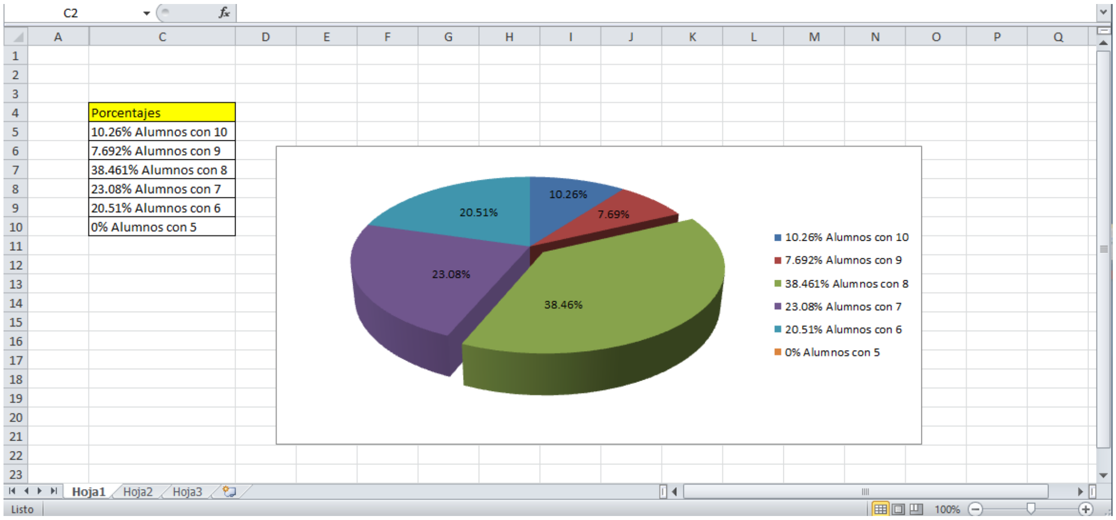


Imagen VII-1


Porcentajes
10.26% Alumnos con 10
7.692% Alumnos con 9
38.461% Alumnos con 8
23.08% Alumnos con 7
20.51% Alumnos con 6
0% Alumnos con 5
10.26%
7.69%
20.51%
23.08%
38.46%
Hoja1
Hoja2
Hoja3
Listo
Imagen VII-2

VIII. CONCLUSIONES

Uno de los objetivos de la educación media superior en México es la de brindar a los estudiantes una formación de calidad que les permita ingresar a una universidad y mantenerse activos en sus estudios, así como de dotarlos de habilidades para incorporarse eficazmente a una sociedad cada vez más demandante, sin embargo, a pesar de los esfuerzos realizados por la Escuela Nacional Preparatoria (ENP) muchos de los alumnos que ingresan a este subsistema no logran por alguna razón concluir con sus estudios.

El problema no es nada sencillo de resolver, la reprobación de materias, la deserción escolar, el bajo rendimiento son causados por múltiples factores, que pueden ser sociales, económicos, familiares, personales, etc. En matemáticas por ejemplo, hay investigaciones que muestran un escaso interés hacia su aprendizaje por parte de los estudiantes porque las consideran muy complicadas o de poca utilidad en la vida real (Juárez y Limón 2013).

La integral definida es un tema que corresponde al estudio del cálculo que se aborda en el último ciclo escolar de acuerdo al plan de estudios vigente de la ENP. Es un tópico matemático que para su comprensión, demanda excesiva atención por parte del estudiante debido a su complejo contenido simbólico y conceptual. Es por esto que para lograr un aprendizaje significativo, se decidió abordar el tema con el diseño de una secuencia de actividades didácticas encaminadas hacia la creatividad, que en primera instancia, tratan de despertar la curiosidad del estudiante para posteriormente pasar a una etapa de aprendizaje por recepción y otra por resolución de problemas, en la que cada etapa incluye fases en las que se detallan las actividades a realizar.

Dado que no hay aprendizaje significativo sin una actitud *ad hoc*, se buscó ésta estimulando la curiosidad e interés del estudiante, el cual fue el primer móvil para la realización de este trabajo. Según Piaget (1985), toda conducta es desencadenada por una necesidad o un interés, por ejemplo el planteamiento de una pregunta o un problema puede en un momento dado perturbar el equilibrio cognitivo actual llevando al individuo a la búsqueda de uno nuevo consistente en la respuesta a la pregunta o a la solución al problema. Dewey (2004) expuso que debe haber un vínculo entre el aprender en la escuela con el aprender fuera de ella. Con base en estas premisas, cada bloque inicia con el planteamiento de resolución de situaciones lo más cercanas posible a la realidad del estudiante.

La elección de los subsumidores y el tipo de inclusión de acuerdo a la teoría de la asimilación de Ausubel (2009) se eligieron por ser considerados los de mayor pertinencia, es decir para afianzar el concepto de integral definida en la estructura cognoscitiva de los alumnos hay más de una manera, por ejemplo elegir entre dos subsumidores, el concepto de área o el de derivada de una función. Cuando se les preguntó a los jóvenes por el concepto de área todos tuvieron una idea cuando menos mínima de su significado, lo relacionan comúnmente con el cálculo del área de un cuadrado, de un triángulo, etc., en cambio cuando se les pregunto por el concepto de derivada de una función no todos tuvieron una idea clara de su significado, es por esto que con fines introductorios al tema, se consideró al área como el subsumidor de mayor pertinencia para anclar el concepto de integral definida como una forma de calcular el área bajo la curva de una función, queriendo decir con esto que el aprendizaje de la integral definida adquirió mayor significado anclándolo al concepto más estable de la estructura cognoscitiva del estudiante. Se puede decir ahora que cuando el alumno recuerde el concepto de área, recordará las fórmulas para calcular el área de figuras geométricas planas y por tanto la fórmula de la integral definida. Lo único que no se puede afirmar es el nivel o grado de retención en su estructura cognoscitiva, ya que eso depende de la disposición que cada alumno haya tenido para relacionar significativamente el nuevo concepto.

La estrategia de aprendizaje invertido se aplicó con actividades extraescolares apoyadas con recursos TIC, como videos, PDF y ligas de internet para que los alumnos los consultaran en el momento y lugar de su preferencia, y tantas veces como lo desearan con la intención de que llegaran mejor preparados a la siguiente clase, de manera que el tiempo de clase liberado se aprovechó con dinámicas grupales para consolidar el conocimiento señalado en el objetivo previamente establecido. Aprendizaje invertido se usó con dos propósitos, el primero fue la recuperación de conocimientos previos. Dado que para lograr un aprendizaje significativo es muy importante lo que el alumno ya sabe, se consideró pertinente una actividad extraescolar de revisión autónoma de los conocimientos necesarios para facilitar el proceso de afianzamiento del nuevo saber, y segundo, se aplicó con el objetivo de propiciar el primer acercamiento del alumno a un concepto nuevo. Por ejemplo, para la adquisición del concepto nuevo, la antiderivada, primero se revisó la parte operativa de la derivada de una función, y después, con la finalidad de avivar las capacidades deductivas del alumno, se le planteó el reto de pensar en la operación inversa a la derivada como una manera simple de regresar a la función original, es decir si se conoce una función f'(x) proponer una función f(x) sin decirles que lo que estaban buscando era una antiderivada o integral indefinida. La clase presencial consistió en una dinámica grupal en la que se retomó el tema, se aclararon dudas y se dio la práctica necesaria para la consolidación de la parte operativa.

Las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) fue el medio vital en el que se desarrolló el proceso de enseñanza y aprendizaje, dado que vivimos en un mundo tecnológicamente globalizado no se puede excluir a las TIC de la realidad escolar. El acceso al internet en el aula por medio del teléfono móvil fue el que más se aprovechó como recurso para consultar y analizar información, así mismo para la investigación e indagación de conceptos, procurándose así el aprendizaje autónomo, la interacción en equipo y la toma de decisiones. Como señala Prensky (2010) los alumnos actuales prefieren las clases activas y amenas, ya que las pasivas les aburren debido a que se desenvuelven en un contexto diferente, al de hace unas décadas. En su función de acompañante, la actuación del profesor, como mediador en el aprendizaje, funcionó convenientemente organizando, supervisando y guiando las actividades encaminadas a un aprender a aprender del estudiante, consiguiéndose así el papel protagónico de su propio aprendizaje. La distracción fue uno de los problemas que con más frecuencia se presentó y enfrentó en el aula; como no todos los equipos terminaron la tarea al mismo tiempo, se tuvo que apoyar a los equipos más atrasados, esto incrementó la labor docente y al mismo tiempo provocó un pequeño lapso de distracción en los alumnos más avanzados.

Para estimular su creatividad, se les dio el tiempo y espacio necesarios para que desarrollaran un proyecto en equipo, en el que usaron su imaginación e inventiva y consistió en el diseño de un vaso con dimensiones en proporción áurea, del cual calcularon su capacidad. Tuvieron libertad de decidir qué hacer y cómo hacer, determinaron en qué y cómo aplicarlo, sólo se intervino cuando pidieron ayuda, en ese caso se les guió hasta que tomaron las riendas.

De este modo el alumno empleó creativamente el concepto de la integral definida en un contexto cotidiano, aclaró su utilidad y reflexionó sobre su significado, cumpliendo con uno de los propósitos de la ENP de formar personas capaces de comprender e interpretar matemáticamente los fenómenos que acontecen en su entorno.

Motivar a los alumnos y comprometerlos para el aprendizaje de la integral definida fue todo un reto. La elaboración del proyecto fue una experiencia de indagación y descubrimiento en donde las TIC fueron una pieza clave en el proceso. La estrategia se gestionó en cuanto a la recopilación de información desde el inicio, durante y al finalizar la actividad.

Como profesor enfrenté una dinámica desafiante y compleja en donde hice a un lado la enseñanza enciclopédica para dar paso a nuevas formas de concebir la generación del conocimiento. Serví de guía para que los alumnos reconocieran las habilidades que les ayudan a organizar y a persistir en su propio aprendizaje, por lo que el beneficio que aporta esta experiencia es aplicable a los procesos de enseñanza y aprendizaje en el sistema de educación de la ENP.

Al final del curso los estudiantes tuvieron la oportunidad de dar testimonio de su experiencia adquirida y expresar sus sentimientos hacia la misma. Principalmente manifestaron dos cosas, la primera que adquirieron confianza y desarrollaron su capacidad para el aprendizaje autónomo, pero al mismo tiempo manifestaron que la carga de trabajo se multiplicó comparada con la enseñanza tradicional por lo que se requiere de más tiempo para su realización. Y la segunda, que en la dinámica de trabajar en equipos, la falta de compromiso que mostraron algunos integrantes provocó que la distribución del trabajo no fuera homogénea y por lo tanto unos trabajaron más que otros.

BIBLIOGRAFÍA

Area, M. (2008). Innovación pedagógica con TIC y el desarrollo de las competencias informacionales y digitales. Revista Investigación en la escuela [en línea]. 2008, nº 64, págs. 518. [Fecha de consulta: 25 noviembre 2015] Disponible en: <http://manarea.webs.ull.es/articulos/art16_investigacionescuela.pdf>

Ausubel, D. P. (2002). Adquisición y retención del conocimiento: una perspectiva cognitiva. Editorial Paidós. España.

Ausubel, David P. (2009). Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo. Editorial Trillas. México.

Avila, R. (2016). Espiral de Fibonacci. [Imagen IV-1]. Recuperado el 31 de agosto del 2016 de: http://fotografia.about.com/od/Composicion/ss/espiral-fibonacci.htm

Barrera, F. (Sin fecha). "Las matemáticas y el abandono escolar". [En línea]. Recuperado el 15 de agosto del 2016 de: http://dcb.fi-c.unam.mx/Eventos/ForoMatematicas2/memorias2/ponencias/55.pdf

Bordes, R. (2013). Es posible aplicar el número de oro en tu empresa. [Imagen IV-4]. Recuperado el 31 de agosto de 2016 de: http://www.rafabordes.com/1973/es-posible-aplicar-el-numero-de-oro-en-tu-empresa/

CamSotiello (2011). Ley del horizonte. [Imagen 2]. Recuperado el 31 de agosto del 2016 de: http://camsotiello.blogspot.mx/2011/05/composicion-fotografica.html

Carrera, E. (2016). El número de oro o divina proporción, presente en el cuerpo humano, la naturaleza, el arte o la música. [Imagen IV-3]. Recuperado el 31 de agosto de 2016 de: http://www.tunuevainformacion.com/etica-filosofia-de-vida/532-el-numero-aureo-o-la-divina-proporcion-presente-en-el-cuerpo-humano-la-naturaleza-el-arte-o-la-musica.html

Dewey, J. (2004). Democracia y educación. Editorial Morata. España.

Edu Trends (2014). Aprendizaje invertido. Observatorio de innovación educativa del Tecnológico de Monterrey. Reporte de octubre de 2014. [En línea]. Recuperado el 12 de julio de 2016 de: http://observatorio.itesm.mx/redutrends/

Eggen, P. D., y Kauchak, D. P. (2014). Estrategias docentes. Enseñanza de contenidos curriculares y desarrollo de habilidades de pensamiento. Editorial Fondo de cultura económica. México.

ENP (1996). Programa de estudios de la asignatura de: Matemáticas VI, áreas I y II. México. [En línea]. Recuperado el 13 de octubre del 2016 de:
http://dgenp.unam.mx/planesdeestudio/sexto/1600.pdf

Fernández, I. (2010). Las TICS en el ámbito educativo [en línea]. Abril de 2010. Documento electrónico recurso de internet. [Fecha de consulta: 25 noviembre 2015]. Disponible en:
< http://www.eduinnova.es/abril2010/tic_educativo.pdf>

FotoLam (2012). La fotografía en el siglo XX. [Imagen 1]. Recuperado el 31 de agosto del 2016 de: http://fotolamm.blogspot.mx/2012/10/lee-friedlander.html

Fotonostra. Composición fotográfica. [Imagen 3]. Recuperado el 31 de agosto del 2016 de:
https://www.google.com.mx/search?q=malas+fotos&espv=2&biw=870&bih=590&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwiu0JGYhrrOAhXHKGMKHUUKB_oQ_AUIBigB&dpr=1#tbm=isch&q=mala+composici%C3%B3n+fotografica&imgrc=E5tnP-iD6it3DM%3A

Gacitúa B., Ricardo A.; (2001). Identificación de requisitos: Un enfoque basado en taxonomía verbal. Identification of requirements: A focus based on a verb taxonomy.. Theoria, . 67-79. [En línea] Disponible en:
http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=29901008

INEGI (2015). Cuéntame de México. Asistencia escolar. México. [En línea]. Recuperado el 13 de septiembre de 2016 de:
http://cuentame.inegi.org.mx/poblacion/asistencia.aspx?tema=P

Juárez, B. y Limón, O. (2013). Las matemáticas y el entorno socioeconómico como causa de deserción escolar en el nivel medio superior en México. Portal de revistas científicas y arbitradas de la UNAM. Número 15, [En línea]. Recuperado el 17 de agosto del 2016 de: http://www.revistas.unam.mx/index.php/multidisciplina/article/view/45299/40810

Jurado, S. (2011). Plan de desarrollo institucional 2010 – 2014. Universidad Nacional Autónoma de México. Escuela Nacional Preparatoria. [En línea]. Recuperado el 17 de agosto de 2016 de:
http://dgenp.unam.mx/direccgral/directora/plan_desarrollo_2010_2014.pdf

Jurado, S. (2015). Plan de desarrollo institucional 2014 – 2018. Universidad Nacional Autónoma de México. Escuela Nacional Preparatoria. [En línea]. Recuperado el 17 de agosto de 2016 de:
http://dgenp.unam.mx/direccgral/directora/plan_desarrollo_ENP_2014_2018.pdf

La posadita. Tras la sierra. [Imagen 6]. Recuperado el 31 de agosto del 2016 de: http://laposaditaminaclavero.com/index.php/traslasierra

Murillo y Oliver (2013). El saber en el diagnóstico de conocimientos y autoevaluación y estudio de asignaturas del bachillerato de la UNAM. México. [En línea]. Racuperado el 13 de octubre del 2016 de:
http://www.alfaguia.org/wwwalfa/images/ponencias/clabesIII/LT_2/ponencia_completa_170.pdf

Maslow, H. (2010). Amplitud de la naturaleza humana. Editorial Trillas. México.
Bibliografía.

Musso, C. (2010). 9 consejos y trucos para mejorar tu composición fotográfica. [Imagen 5]. Recuperado el 31 de agosto de 2016 de: http://www.blogdelfotografo.com/consejos-trucos-composicion-fotografica/

Ortiz, A. H. (2012). GeoGebra como herramienta para la Enseñanza de la Matemática: Resultados de un concurso de capacitación. Extraído el 5 de julio del 2016 de:
http://www.cientec.or.cr/matematica/2012/ponenciasVIII/Andres-Ortiz.pdf

Piaget, J. (1985). Seis estudios de psicología. Editorial Planeta. Barcelona.

Pierre, J. (2013). Composición fotográfica. [Imagen 4]. Recuperado el 31 de agosto del 2016 de:http://jpcombatt.blogspot.mx/2013/03/composicion-fotografica.html

Prensky, M. (2010). Nativos e inmigrantes digitales [en línea]. 2010. Albatros, S.L. Distribuidora SEK S.A. Documento electrónico recurso de internet. [Fecha de consulta: 25 noviembre 2015]. Disponible en:
<http://www.marcprensky.com/writing/Prensky-NATIVOS%20E%20INMIGRANTES%20DIGITALES%20%28SEK%29.pdf >

Sara, Cristina, Paula, María. (2016). Sección áurea. [Imagen IV-2]. Recuperado el 31 de agosto del 2016 de: http://aureo.webgarden.es/menu/naturaleza/arte-y-arquitectura

UNESCO (2007). Educación de calidad para todos: un asunto de derechos humanos. [En línea]. Recuperado el 27 de agosto de 2016 de:
http://portal.unesco.org/geography/es/ev.php-URL_ID=7910&URL_DO=DO_TOPIC&URL_SECTION=201.html

UNESCO (2008, 8 de Enero). Estándares de competencias en TIC para docentes. [En línea]. Recuperado el 5 de Julio de 2016 de:
http://www.eduteka.org/pdfdir/UNESCOEstandaresDocentes.pdf

UNESCO (2013). Directrices para políticas de aprendizaje móvil. ISBN 978-92-3-001145-1. Recuperado el 11 de julio del 2016 de:
http://unesdoc.unesco.org/images/0021/002196/219662S.pdf

Universidad Nacional Autónoma de México (2016). Portal de Estadística Universitaria. México. [En línea]. Recuperado el 13 de septiembre de 2016 de:
http://www.estadistica.unam.mx/numeralia/

Vigotsky, L. (1988). El desarrollo de los procesos psicológicos superiores. Editorial Crítica. Barcelona.

Zambrano, F. (2009). Innovación en TICS. Revista unam.mx [en línea]. 1 de noviembre de 2009 Vol.10, No.11. [Fecha de consulta: 25 noviembre 2015] Disponible en: < http://www.revista.unam.mx/vol.10/num11/art79/int79.htm>

ANEXOS

Anexo 1. Evaluación diagnóstica.

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

ESCUELA NACIONAL PREPARATORIA

PLANTEL 7 EZEQUIEL A. CHÁVEZ

DIAGNOSTICO

________________	________________	________________	________
Apellido Paterno	Apellido Materno	Nombre(s)	Grupo

Instrucciones: Lee detenidamente y responde lo más ampliamente posible.

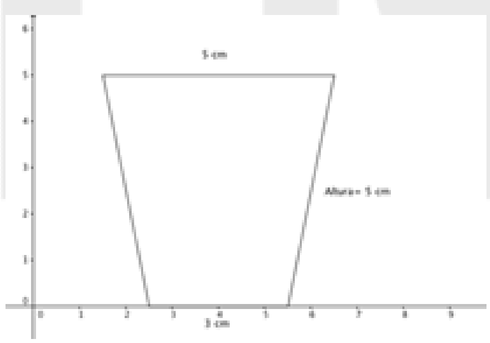
1.- El concepto de integral definida es muy conocido e importante en matematicas. Explica con tus propias palabras su significado.

2.- La siguiente sucesión de números es llamada sucesión de Fibonacci en honor a Leonardo de Pisa su descubridor. Escribe el número que sigue a la secuencia y explica como lo obtuviste.

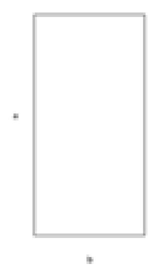
0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, _____

¿Sabias que en esta sucesión está implicito el número Phi?

3.- La siguiente figura muestra un vaso en vista frontal. Dibuja sobre la imagen el nivel que alcanzarian 75 ml de agua vertidos en él. ¿Cómo podrías calcular dicha altura?



4.- La siguiente figura muestra un rectangulo de base "b" y altura "a". El area del rectangulo es A= ab.



¿Qué sucede con el área "A" del rectángulo en la medida que "b" tiende a cero y "a" permanece constante?

5.- Seguramente haz escuchado que las matematicas estan en todas partes. ¿Te han sido utiles para resolver problemas cotidianos? Explica cuáles.

6.- ¿Te gustaria aplicar a situaciones reales los conocimientos que adquieres en tus clases de matemáticas? Explica.

Anexo 2. Recuperación de conocimiento previos. Razón, proporción sucesión.

Conocimientos previos No. de cuenta___________

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

ESCUELA NACIONAL PREPARATORIA

PLANTEL 7 EZEQUIEL A. CHÁVEZ

CONOCIMIENTOS PREVIOS

____________________	____________________	____________________	__________
Apellido Paterno	Apellido Materno	Nombre(s)	Grupo

Instrucciones: Puedes apoyarte en los recursos de tu preferencia (Web, libros, videos, etc.) para investigar los siguientes conceptos. Explica brevemente y da un ejemplo en cada caso; no olvides anotar las referencias que consultaste.

1.- ¿Qué es una razón matemática?

2.- ¿Qué es una proporción?

3.- ¿Qué es una sucesión?

Prof. Javier Rodríguez Colegio de Matemáticas

Anexo 3. Actividad en el aula. Composición fotográfica.

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

ESCUELA NACIONAL PREPARATORIA

PLANTEL 7 EZEQUIEL A. CHÁVEZ

CONOCIMIENTOS PREVIOS

ACTIVIDAD

Apellido Paterno	Apellido Materno	Nombre(s)	Grupo

Instrucciones: De las siguientes imágenes elige cual o cuales te gustaron más y explica porque a tus compañeros de equipo.

Imagen 1.

Imagen 2.

Imagen 3.

Imagen 4.

Imagen 5.

Anexo 4. Recuperación de conocimientos previos. Proporción áurea.

Actividad   No. de cuenta__________

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

ESCUELA NACIONAL PREPARATORIA

PLANTEL 7 EZEQUIEL A. CHÁVEZ

CONOCIMIENTOS PREVIOS

____________________	____________________	____________________	__________
Apellido Paterno	Apellido Materno	Nombre(s)	Grupo

Instrucciones: Puedes apoyarte en los recursos de tu preferencia (Web, libros, videos, etc.) para investigar los siguientes conceptos. Explica brevemente y da un ejemplo en cada caso; no olvides anotar las referencias que consultaste.

1.- ¿Qué es proporción áurea?

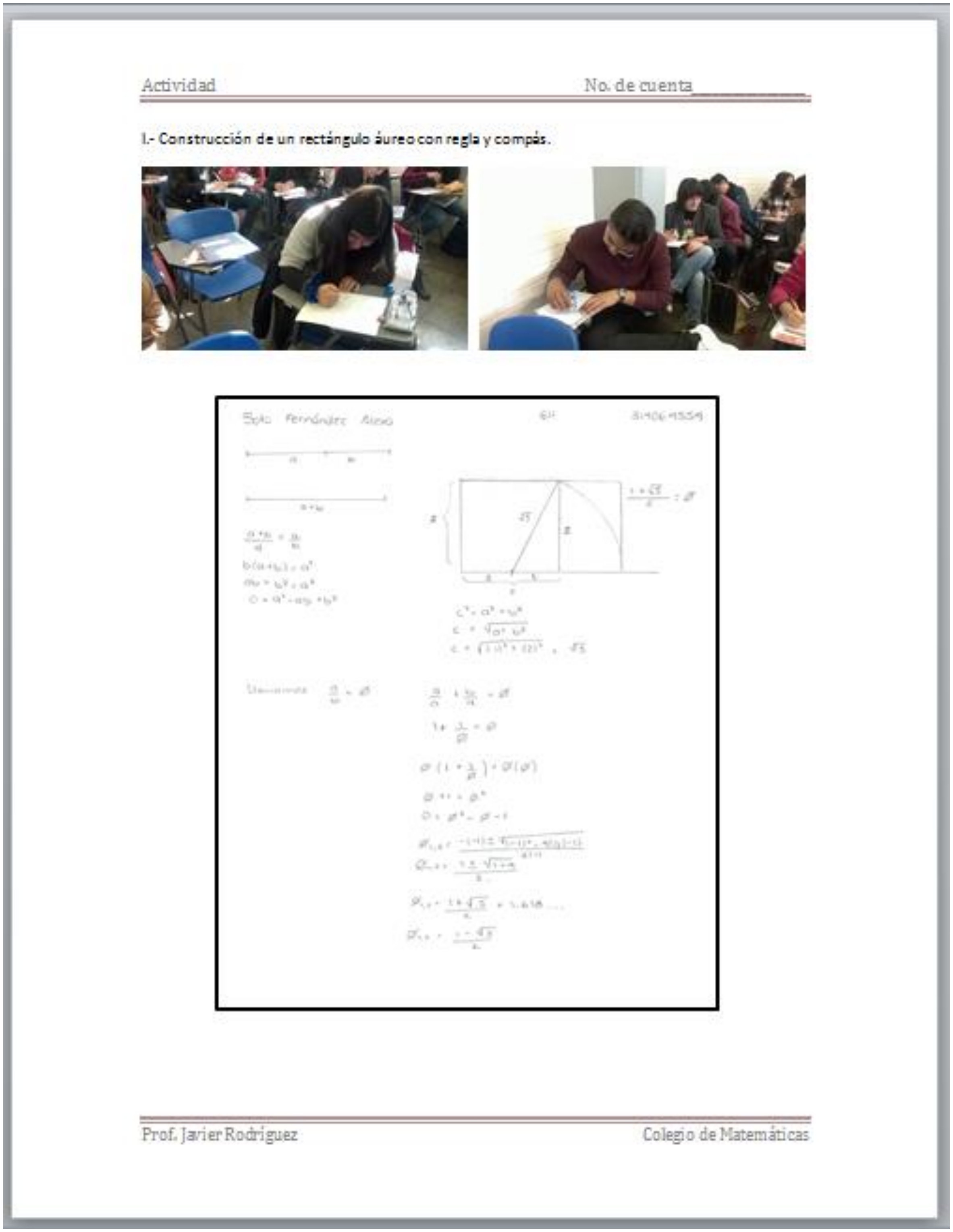
2.- ¿Cómo se obtiene el número dorado Phi?

3.- ¿Cuál es la relación de entre los números de Fibonacci y el número Phi?

4.- ¿Qué es un rectángulo áureo?

Prof. Javier Rodríguez   Colegio de Matemáticas

Anexo 5. Actividad en el aula. Construcción de un rectángulo áureo con regla y compás.

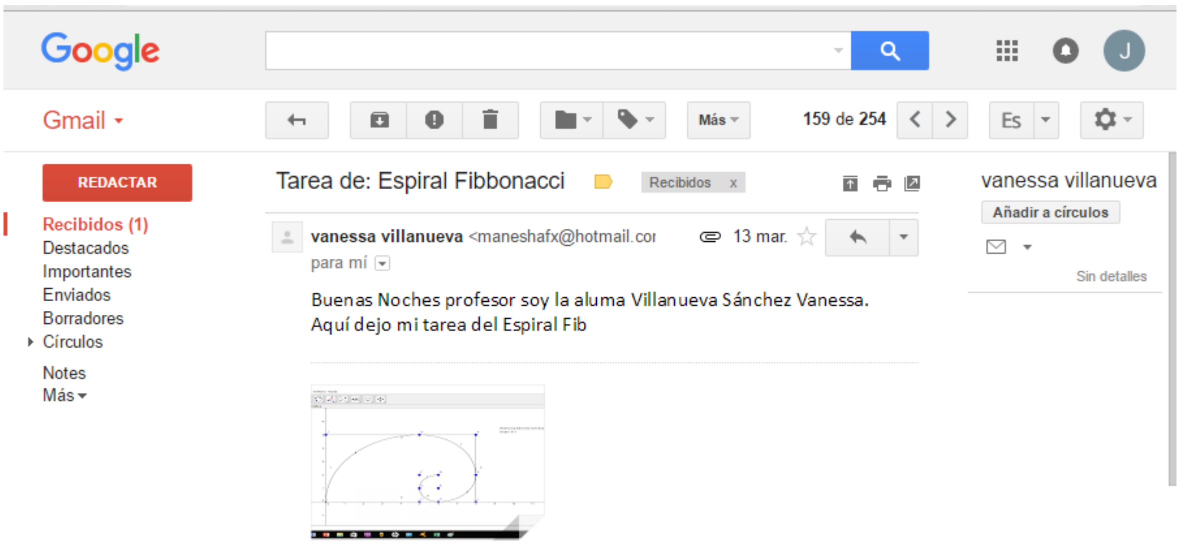


Actividad No. de cuenta____________

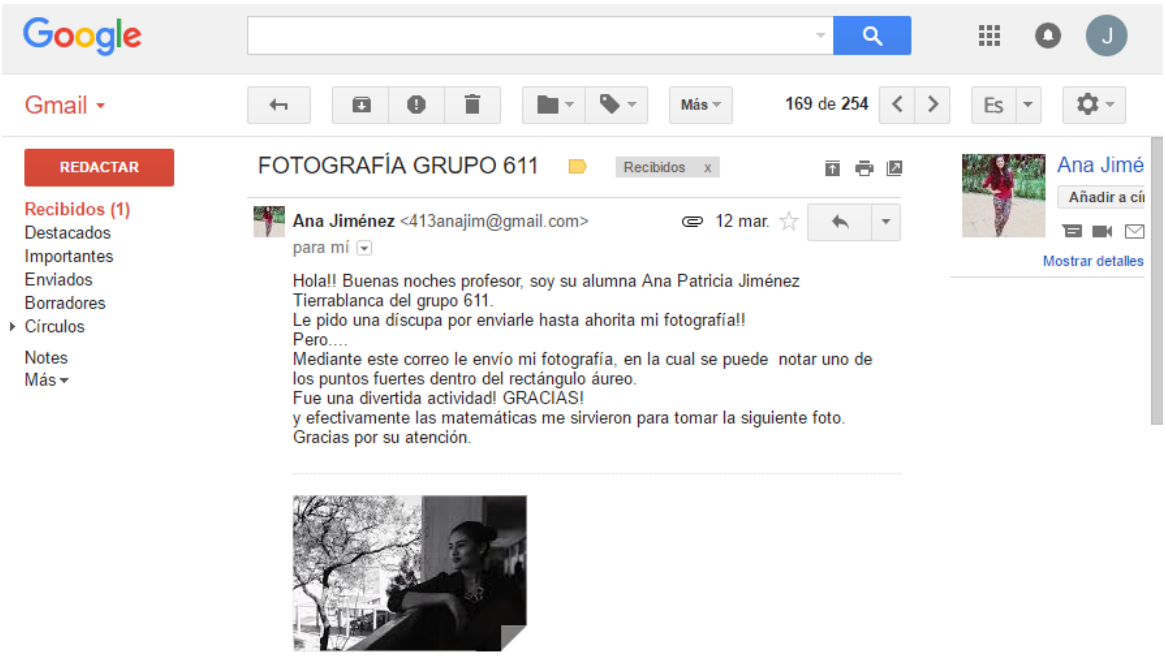
I.- Construcción de un rectángulo áureo con regla y compás.

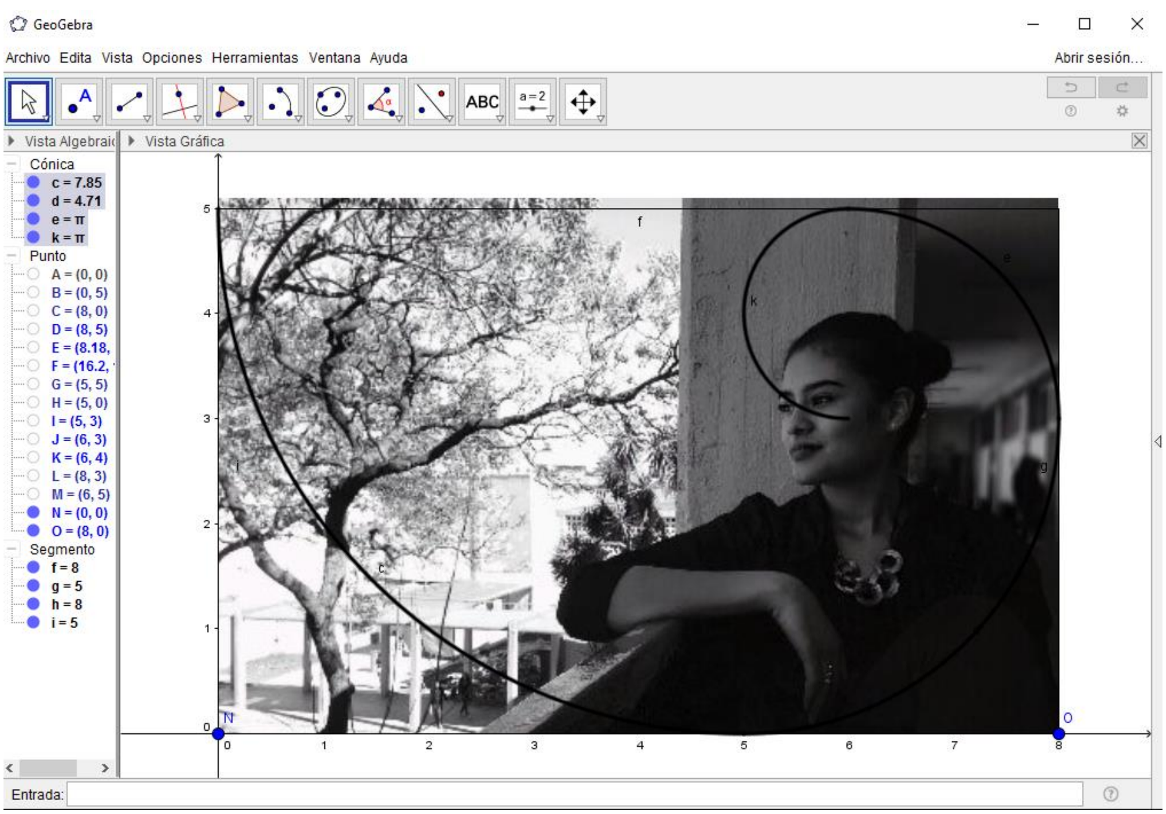
Prof. Javier Rodríguez Colegio de Matemáticas

Anexo 6. Actividad extraescolar. Construcción de un rectángulo áureo y espiral de Fibonacci con GeoGebra.



Anexo 7. Actividad. Aplicación del rectángulo áureo y la espiral de Fibonacci en la fotografía.





Anexo 8. Recuperación de conocimientos previos. Área.

Conocimientos previos   No. de cuenta: ______________

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

ESCUELA NACIONAL PREPARATORIA

PLANTEL 7 EZEQUIEL A. CHÁVEZ

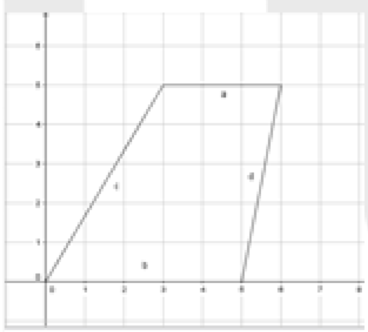
CONOCIMIENTOS PREVIOS

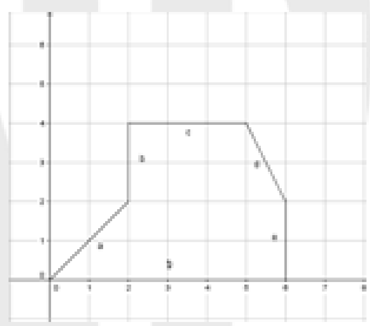
________________	________________	________________	________
Apellido Paterno	Apellido Materno	Nombre(s)	Grupo

Instrucciones: Puedes apoyarte en los recursos de tu preferencia (Web, libros, videos, etc.) para investigar lo que se pide.

1.- Define área

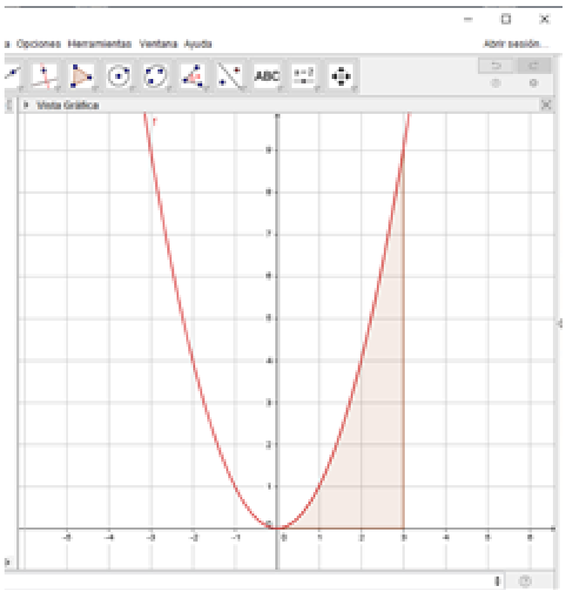
2.- Calcula el área de las siguientes figuras y explica como las obtuviste. Considera la escala en centímetros.



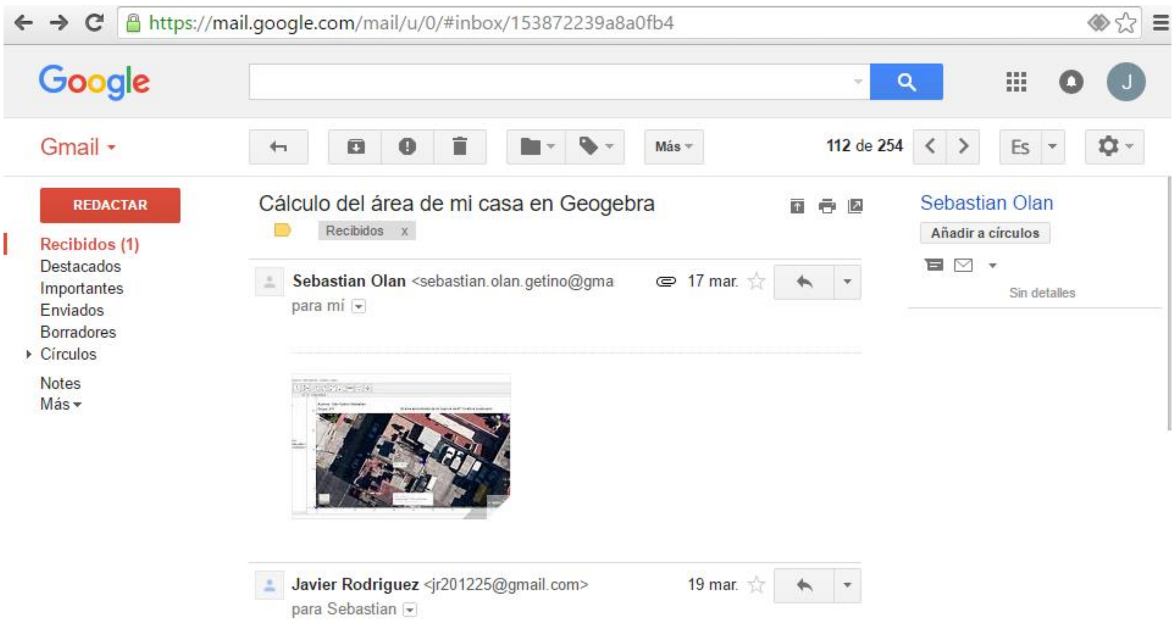


Prof. Javier Rodríguez   Colegio de Matemáticas

3.- Calcula o estima el área de la región sombreada de la siguiente figura. Considera la escala en centímetros.



Anexo 9. Actividad extraescolar. Aproximación en metros cuadrados del área de un predio usando las TIC.



Anexo 10. Recuperación de conocimientos previos. Derivada y antiderivada de una función.

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

ESCUELA NACIONAL PREPARATORIA

PLANTEL 7 EZEQUIEL A. CHÁVEZ

CONOCIMIENTOS PREVIOS

________________	________________	________________	________
Apellido Paterno	Apellido Materno	Nombre(s)	Grupo

Instrucciones: Puedes apoyarte en los recursos de tu preferencia (Web, libros, videos, etc.) para investigar y realizar lo que se pide.

1.- Usa un graficador para obtener las gráficas de las siguientes funciones en el intervalo que se pide.

a) y= 2x+1 en [0,6]

b) $f(x)=x^2$ en [0,3]

c) $f(x)=x^3$ en [0,2]

d) $f(x)=x^{1/2}$ en [0,4]

2.- Obtén los siguientes límites cuando "h" tiende a cero

A) $\lim_{h\to 0} \frac{(x+h)-x}{h}$

B) $\lim_{h\to 0} \frac{(x+h)^2-x^2}{h}$

C) $\lim_{h\to 0} \frac{(x+h)^3-x^3}{h}$

3.- Deriva las siguientes funciones

a) $f(x) = 2x$

b) $f(x) = 3x^2 - x + 2$

c) $f(x) = 5x^3 + \frac{x^2}{4} - 3x + 1$

4.- Proceso inverso. Si la derivada de la función es f(x)= x entonces ¿cómo debe ser f(x)?

5.-Ejercicios: Proponer una función f(x) si se conoce su derivada f'(x)

a) Si $f'(x) = x^2$ entonces f(x)=____________

b) Si $f'(x) = x^2$ entonces $f(x)=$________________

c) Si $f'(x)= x^4 + 2x$ entonces $f(x)=$________________

d) Si $y'= 3x^5 - 4$ entonces $y=$________________

Anexo 11. Antiderivada y área bajo la curva.

Actividad

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

ESCUELA NACIONAL PREPARATORIA

PLANTEL 7 EZEQUIEL A. CHÁVEZ

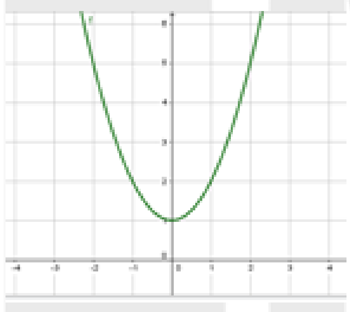
ACTIVIDAD

____________	____________	____________	________
Apellido Paterno	Apellido Materno	Nombre(s)	Grupo
____________	____________	____________	
Apellido Paterno	Apellido Materno	Nombre(s)	
____________	____________	____________	
Apellido Paterno	Apellido Materno	Nombre(s)	

Instrucciones: Pueden apoyarse en los recursos de su preferencia (Web, libros, videos, etc.) para investigar lo que se pide. Expliquen cómo lo resolvieron y no olviden anotar las referencias que consultaron.

1.- Si se conoce una función f'(x) ¿Qué significa encontrar una función f(x)? ¿Qué nombre recibe esta operación?

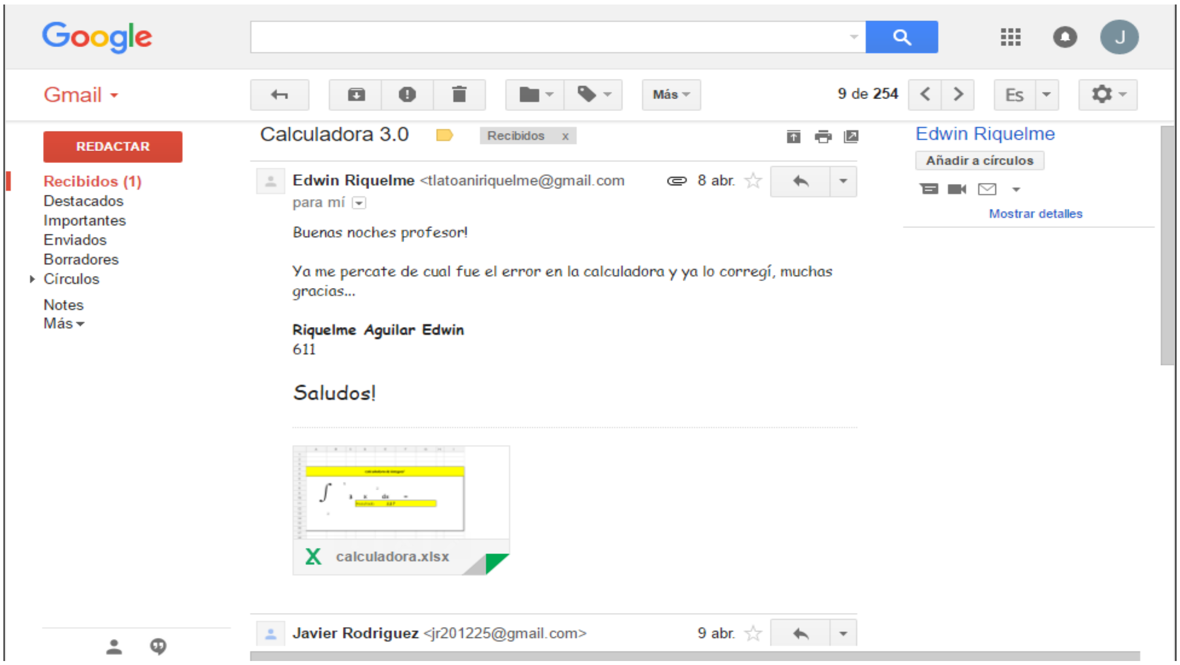
2.- La siguiente figura muestra la gráfica de la función $f(x) = x^2 + 1$. Calculen el área comprendida entre la gráfica de esta función y el eje "x", en el intervalo [0, 2].

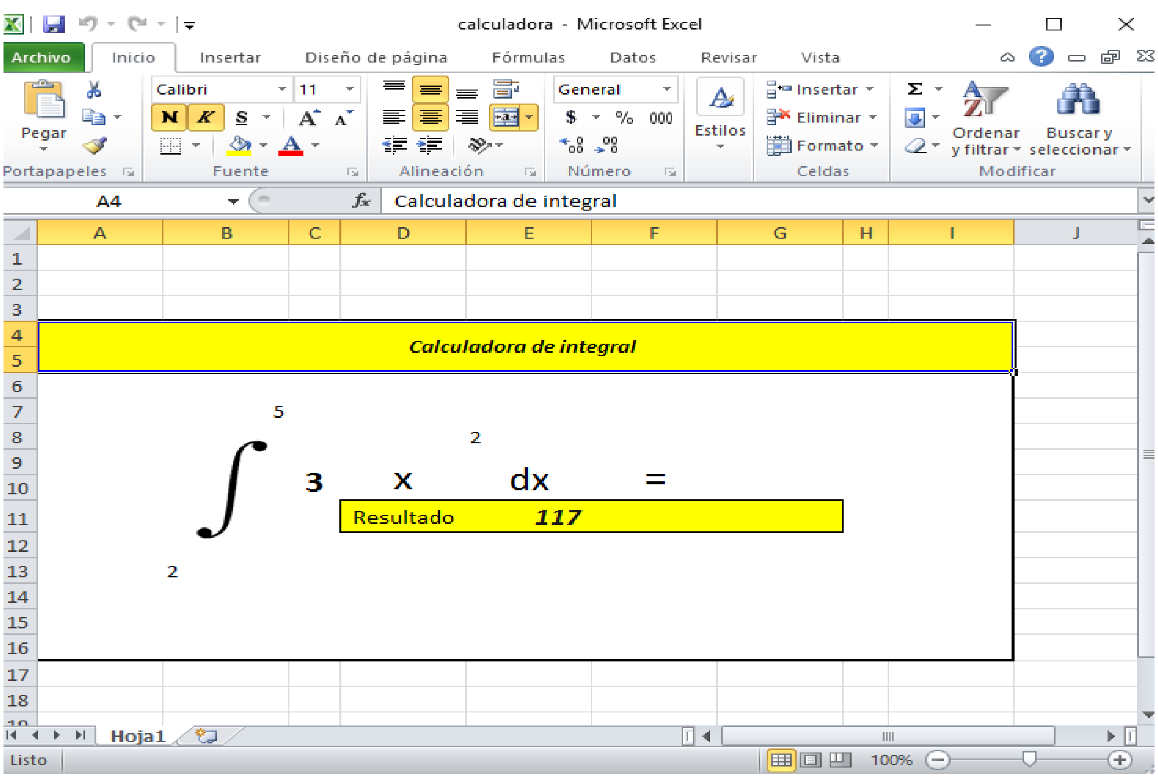


3.- Con relación a la misma figura. Calculen el área comprendida entre la gráfica de esta función y el eje "x", en el intervalo de [1, 2].

Prof. Javier Rodríguez　　　Colegio de Matemáticas

Anexo 12. Diseño de una calculadora en Excel para resolver integrales definidas para funciones polinómicas.





Anexo 13. Resolución de problemas. Integral definida.

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

ESCUELA NACIONAL PREPARATORIA

PLANTEL 7 EZEQUIEL A. CHÁVEZ

ACTIVIDAD

________________	________________	________________	________
Apellido Paterno	Apellido Materno	Nombre(s)	Grupo
________________	________________	________________	
Apellido Paterno	Apellido Materno	Nombre(s)	
________________	________________	________________	
Apellido Paterno	Apellido Materno	Nombre(s)	

Instrucciones: Pueden apoyarse en los recursos de su preferencia (Web, libros, videos, etc.) para investigar lo que se pide. Expliquen cómo lo resolvieron y no olviden anotar las referencias que consultaron.

1.- Problema. Algunos fabricantes de pintura indican en las instrucciones el rendimiento de sus productos (Figura 1). Se quiere pintar el costado de una casa que tiene dos ventanas de forma parabólica (Figura 2). Si consideras la escala en metros y el rendimiento de la pintura de 8 m^2 por litro ¿Cuántos litros de pintura se necesitan para pintar la pared?

Figura 1.

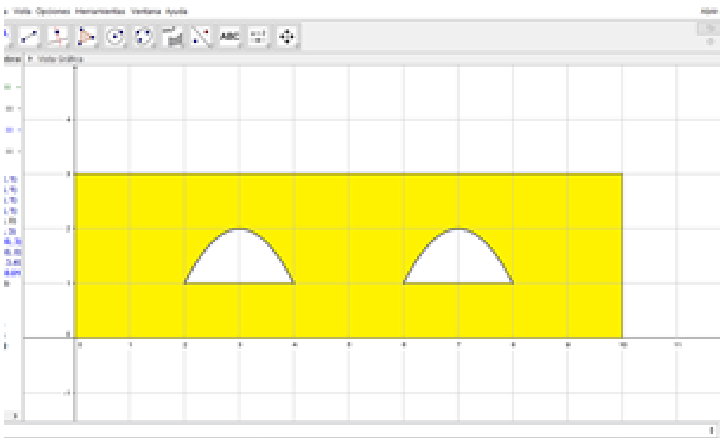


Figura 2.

2.- Problema. Se necesita atravesar un cerro por medio de un túnel de 50 metros de largo. El equipo de ingenieros acordaron que debía tener forma parabólica con cuatro metros de base y cuatro metros de altura. Para fines de gestión de la obra necesitan saber el volumen de tierra que se sacarán. ¿Cuántos metros cúbicos de tierra se extraerán?

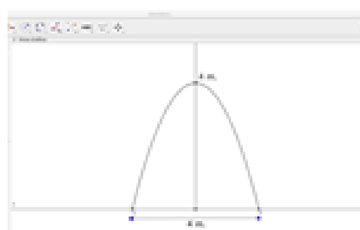


Imagen 6.

Anexo 14. Recuperación de conocimientos previos. Volumen.

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

ESCUELA NACIONAL PREPARATORIA

PLANTEL 7 EZEQUIEL A. CHÁVEZ

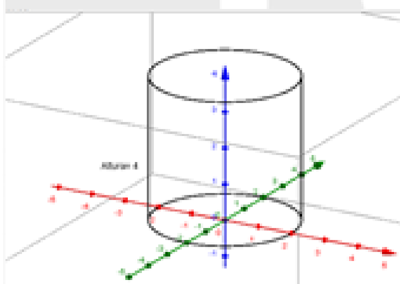
CONOCIMIENTOS PREVIOS

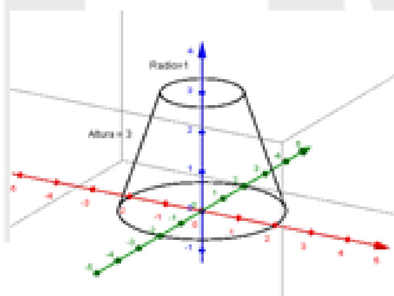
______________	______________	______________	________
Apellido Paterno	Apellido Materno	Nombre(s)	Grupo

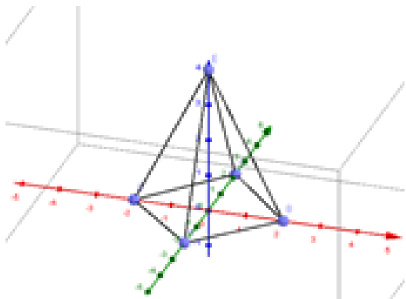
Instrucciones: Puedes apoyarte en los recursos de tu preferencia (Web, libros, videos, etc.) para investigar lo que se pide. No olvides anotar las referencias de los recursos que utilizaste.

1.- Define volumen

2.- Calcula el volumen de los siguientes cuerpos geométricos.







Anexo 15. Construcción de un cono truncado de medidas específicas.

Anexo 16. Resolución de problemas. Sólido de revolución.

Actividad

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

ESCUELA NACIONAL PREPARATORIA

PLANTEL 7 EZEQUIEL A. CHÁVEZ

ACTIVIDAD

Apellido Paterno	Apellido Materno	Nombre(s)	Grupo
Apellido Paterno	Apellido Materno	Nombre(s)	
Apellido Paterno	Apellido Materno	Nombre(s)	

1.- Un problema de volumen. Cada vez son más las personas que se ven en la necesidad de consumir alimentos deshidratados (sopas, caldos, etc.) por la facilidad y rapidez en su preparación. Una marca conocida presenta un sobre para preparar 500 g de "arroz", para el cual hay que agregar 437 ml (1 ¾ tazas) de agua en una cacerola, pero ¡¡ ¿Cuántos son 437 ml de agua?!!

Instrucciones. Para el vaso de unicel que se te presenta calcula el nivel (altura en centímetros) que alcanzan 437 ml de agua.

Prof. Javier Rodríguez | Colegio de Matemáticas

Anexo 17. Evaluación.

Actividad No. de cuenta: ______________

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

ESCUELA NACIONAL PREPARATORIA

PLANTEL 7 EZEQUIEL A. CHÁVEZ

ACTIVIDAD

¿Qué aprendimos?

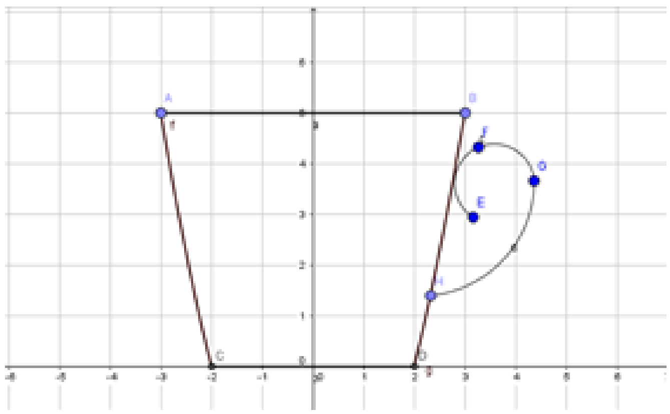
______________	______________	______________	________
Apellido Paterno	Apellido Materno	Nombre(s)	Grupo

Instrucciones. Lee con cuidado y responde a lo que se pide.

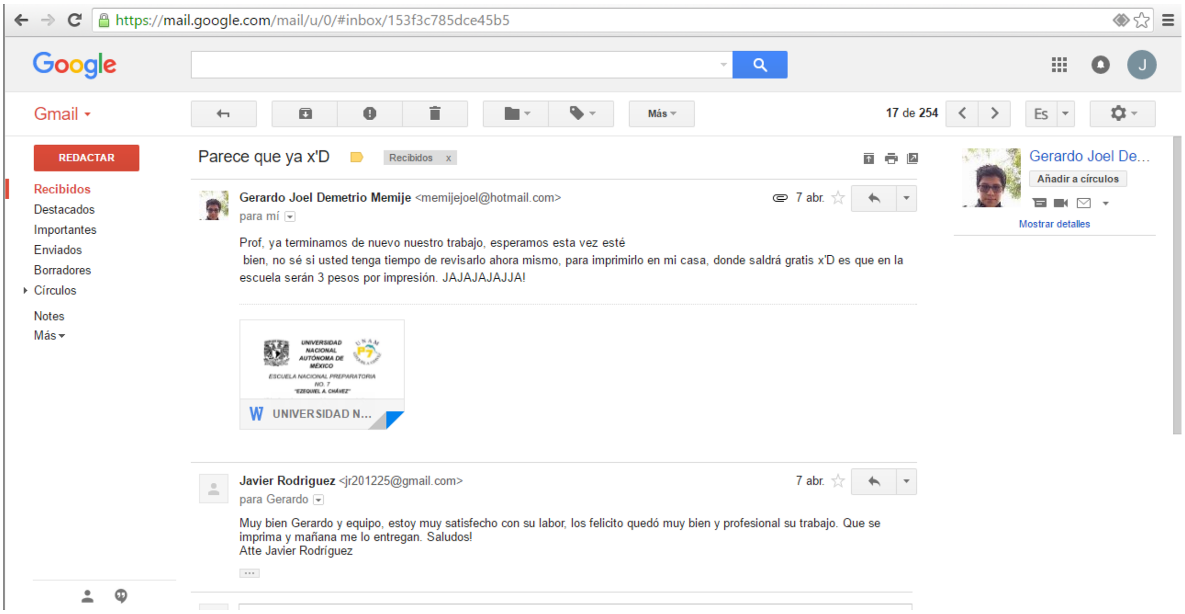
1.- Según los expertos, el café espresso debe servirse en tazas con asa y con capacidades entre 60 y 90 ml.

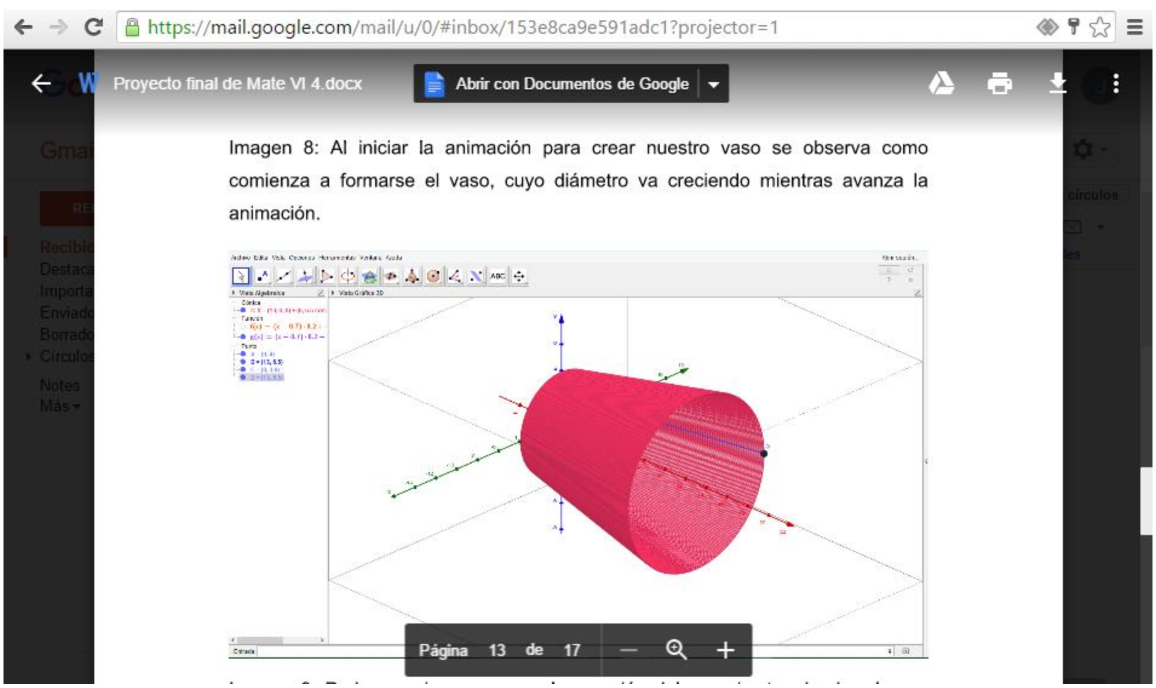
Prof. Javier Rodríguez Colegio de Matemáticas

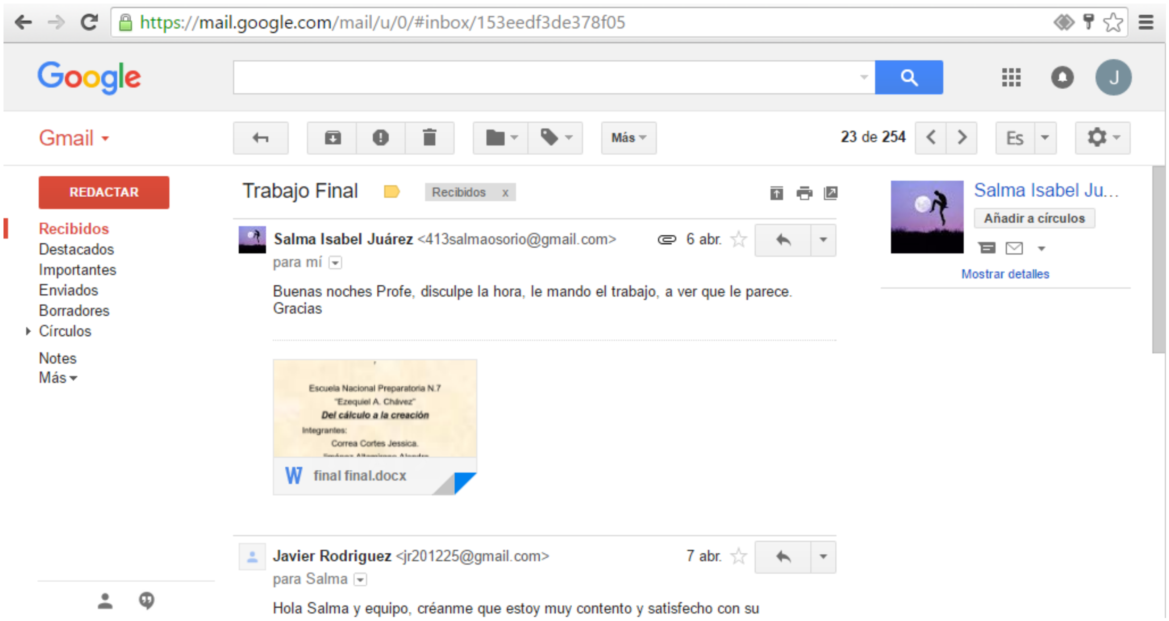
En la figura se muestran las medidas (en centímetros) de una taza con pared parabólica. Averigua si esta taza tiene la capacidad adecuada para degustar dicha cantidad de café.

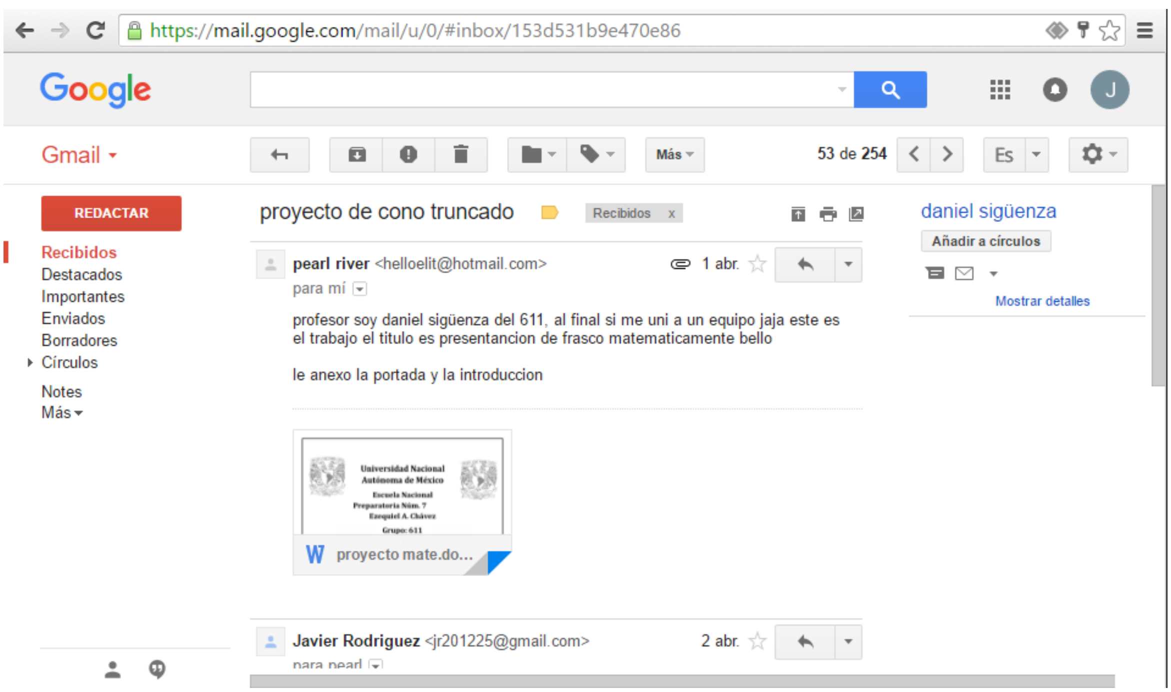


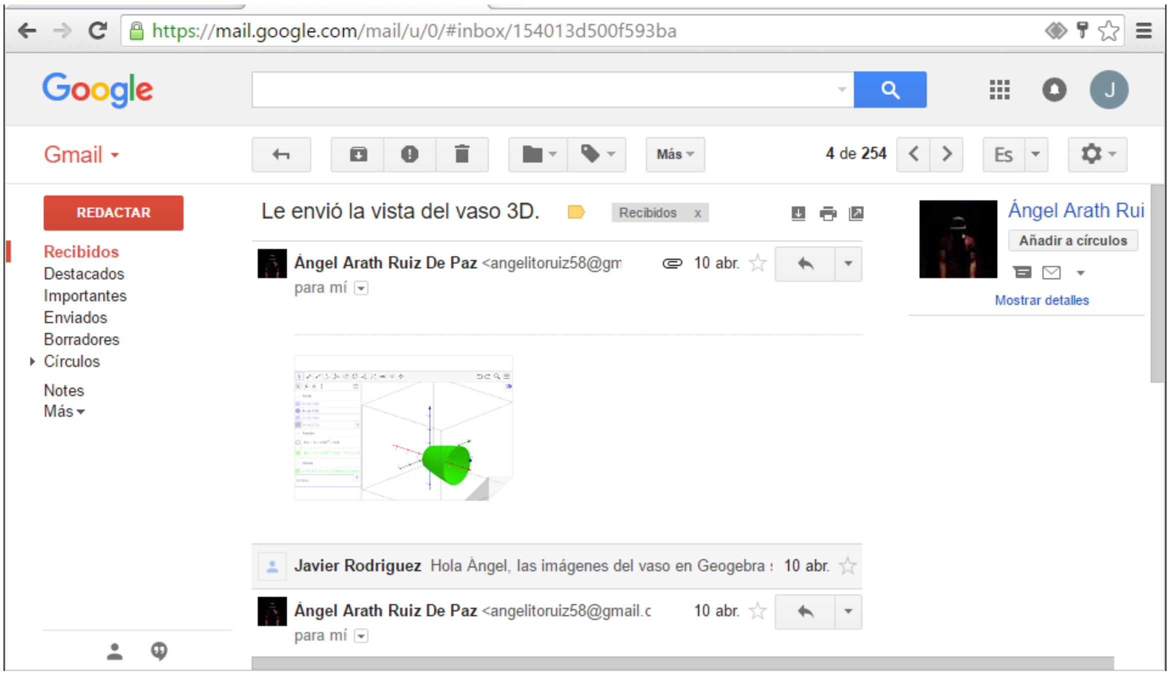
Anexo 18. Proyecto. Diseño de un vaso en proporción áurea.



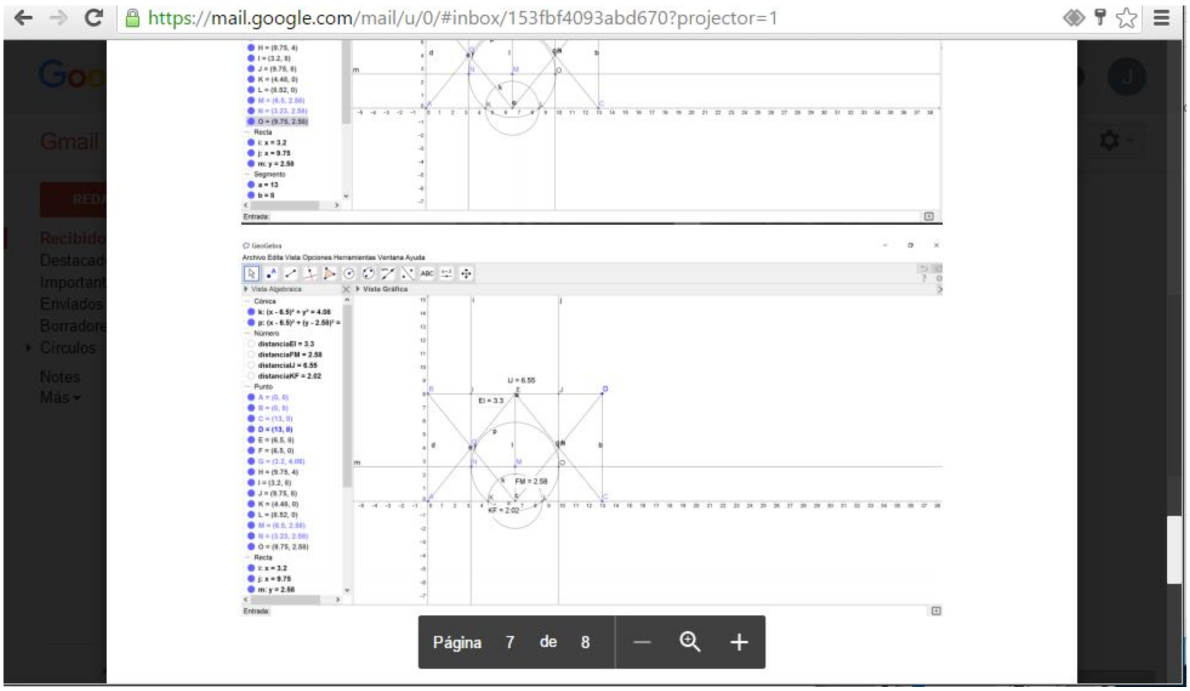



https://mail.google.com/mail/u/0/#inbox/153eedf3de378f05
Google
Gmail
Más
23 de 254
Es
REDACTAR
Recibidos
Destacados
Importantes
Enviados
Borradores
Círculos
Notes
Más
Trabajo Final
Recibidos x
Salma Isabel Juárez <413salmaosorio@gmail.com>
6 abr.
para mí
Buenas noches Profe, disculpe la hora, le mando el trabajo, a ver que le parece.
Gracias
Escuela Nacional Preparatoria N.7
"Ezequiel A. Chávez"
Del cálculo a la creación
Integrantes:
Correa Cortes Jessica.
final final.docx
Javier Rodriguez <jr201225@gmail.com>
7 abr.
para Salma
Hola Salma y equipo, créanme que estoy muy contento y satisfecho con su
Salma Isabel Ju...
Añadir a círculos
Mostrar detalles

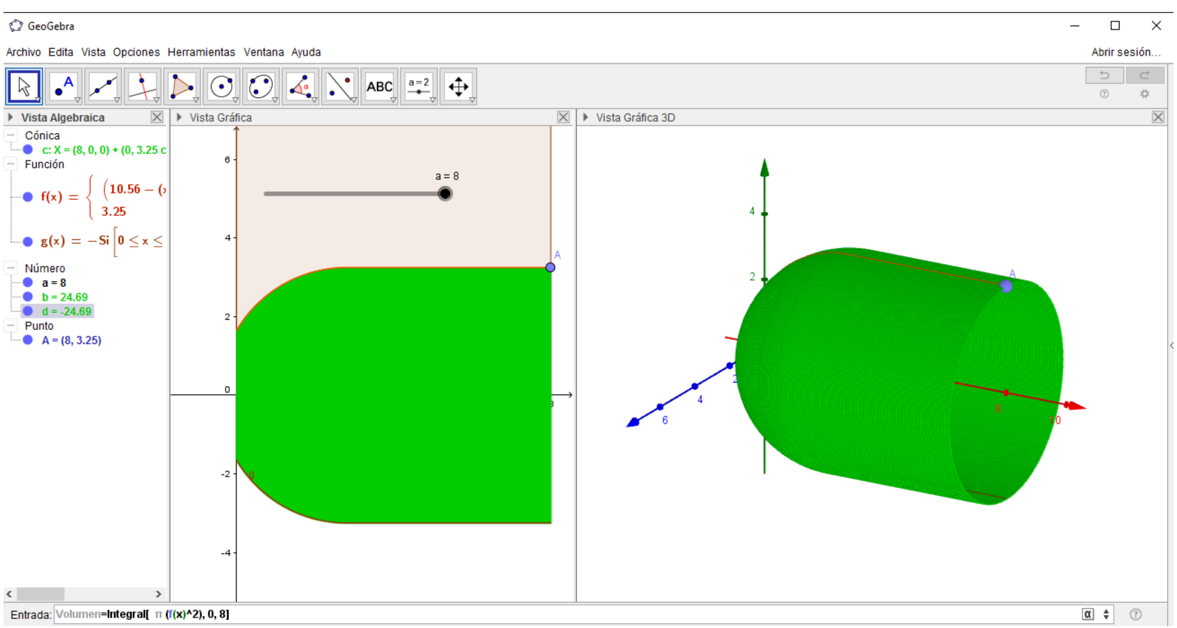

https://mail.google.com/mail/u/0/#inbox/153d531b9e470e86
Google
Gmail
Más
53 de 254
Es
REDACTAR
Recibidos
Destacados
Importantes
Enviados
Borradores
Círculos
Notes
Más
proyecto de cono truncado
Recibidos x
pearl river <helloelit@hotmail.com>
1 abr.
para mí
profesor soy daniel sigüenza del 611, al final si me uni a un equipo jaja este es el trabajo el titulo es presentancion de frasco matematicamente bello
le anexo la portada y la introduccion
Universidad Nacional Autónoma de México
Escuela Nacional Preparatoria Núm. 7
Ezequiel A. Chávez
Grupo: 611
proyecto mate.do...
Javier Rodriguez <jr201225@gmail.com>
2 abr.
daniel sigüenza
Añadir a círculos
Mostrar detalles


https://mail.google.com/mail/u/0/#inbox/154013d500f593ba
Gmail
4 de 254
REDACTAR
Recibidos
Destacados
Importantes
Enviados
Borradores
Círculos
Notes
Más
Le envió la vista del vaso 3D.
Recibidos
Ángel Arath Ruiz De Paz <angelitoruiz58@gm
10 abr.
para mí
Ángel Arath Rui
Añadir a círculos
Mostrar detalles
Javier Rodriguez Hola Ángel, las imágenes del vaso en Geogebra
10 abr.
Ángel Arath Ruiz De Paz <angelitoruiz58@gmail.c
10 abr.
para mí

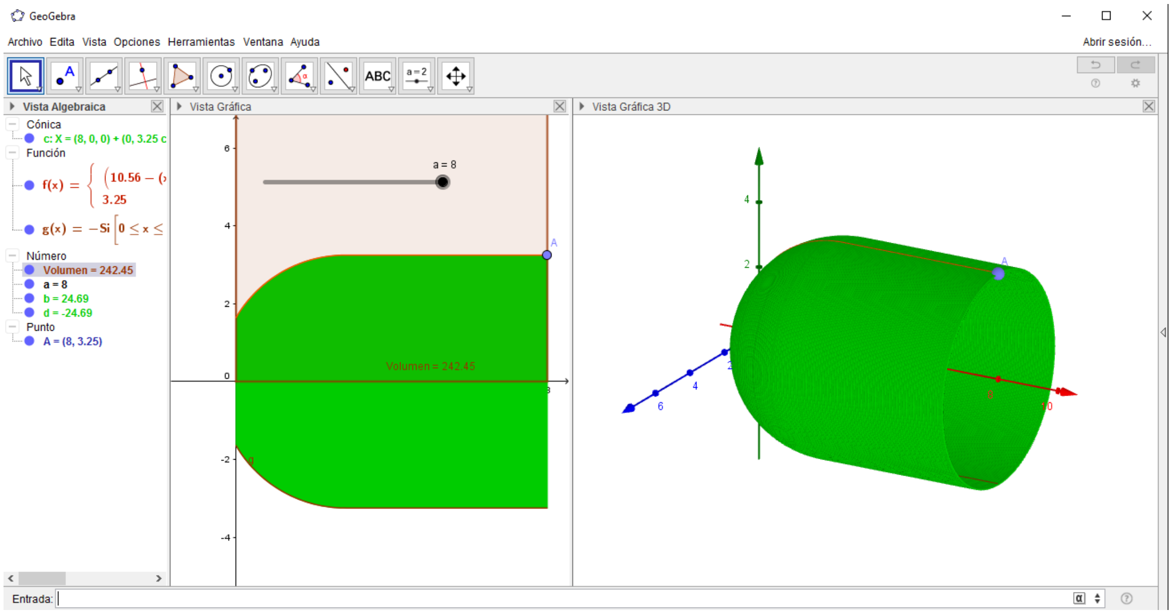

https://mail.google.com/mail/u/0/#inbox/153fbf4093abd670
Gmail
7 de 254
REDACTAR
Recibidos
Destacados
Importantes
Enviados
Borradores
Círculos
Notes
Más
Alexa Soto <ale-sk897@hotmail.com>
9 abr.
para mí
Añadir a círculos
Mostrar detalles
Alexa Soto has shared a OneDrive file with you. To view it, click the link below.
mate8-5.pdf
buenos días profesor, le envio estos documentos, el de "mate 8-13" es el que habíamos estado trabajando y el de "mate 8-5" son las medidas con las que usted nos apoyo. Espero le guste.
Gracias por todo.
ESCUELA NACIONAL PREPARATORIA PLANTEL 7
Matemáticas
mate 8-13.pdf
Javier Rodriguez Muy bien Alexa, puedes avisar a tus compañeras c
9 abr.

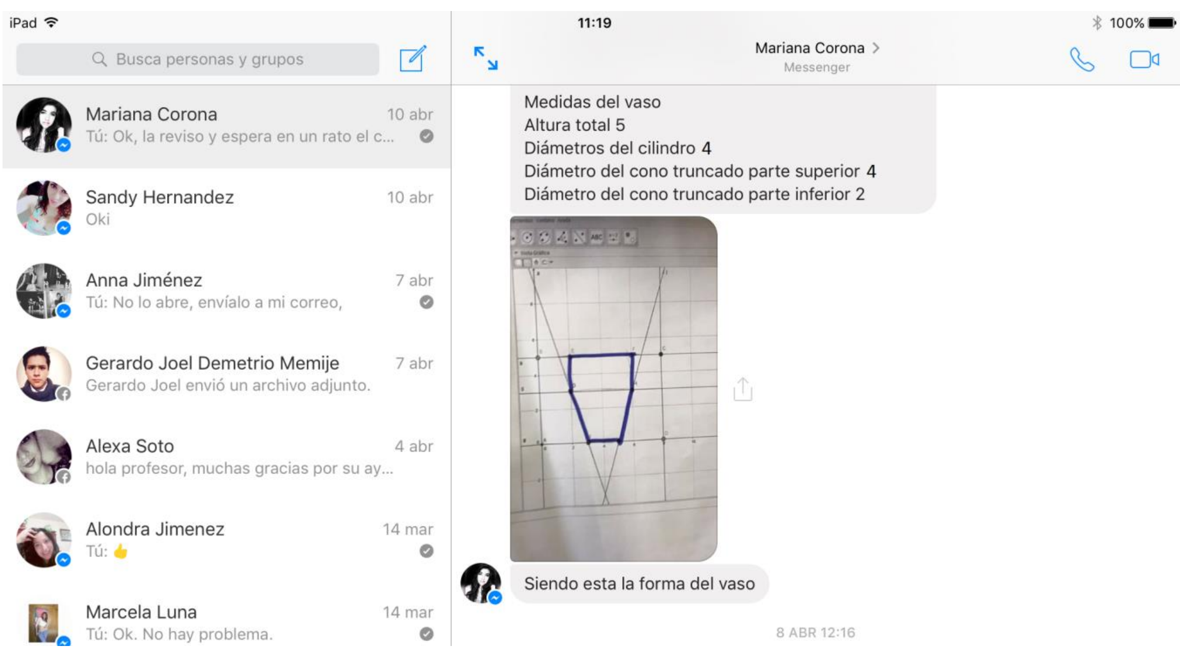


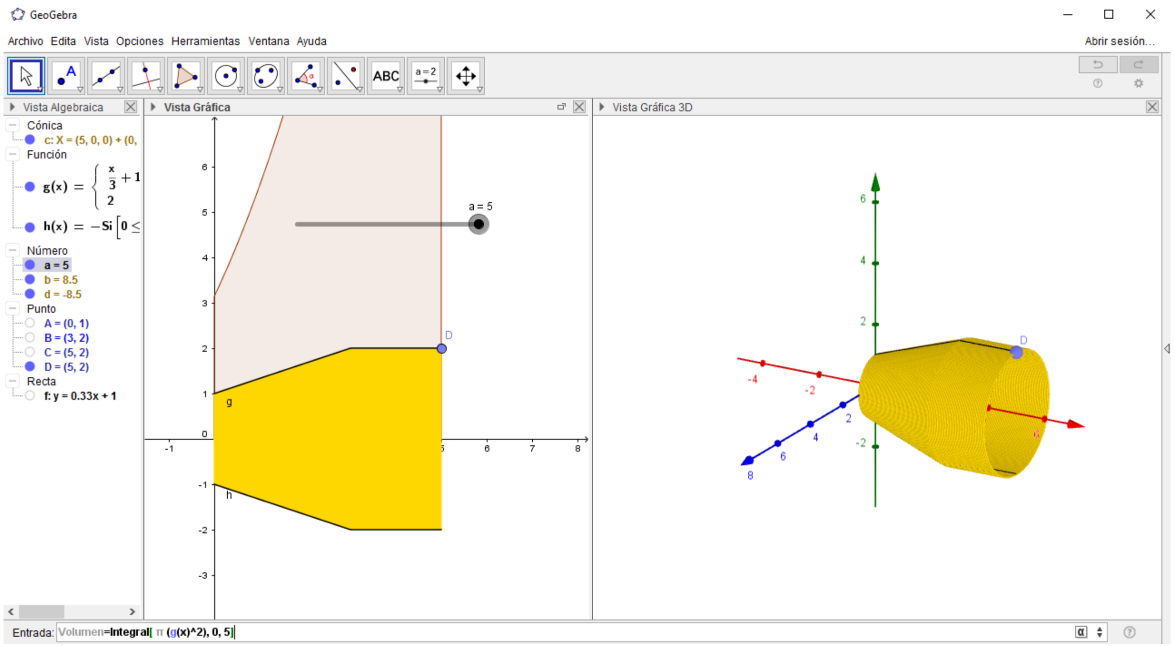
https://mail.google.com/mail/u/0/#inbox/153fbf4093abd670?projector=1
Página 7 de 8

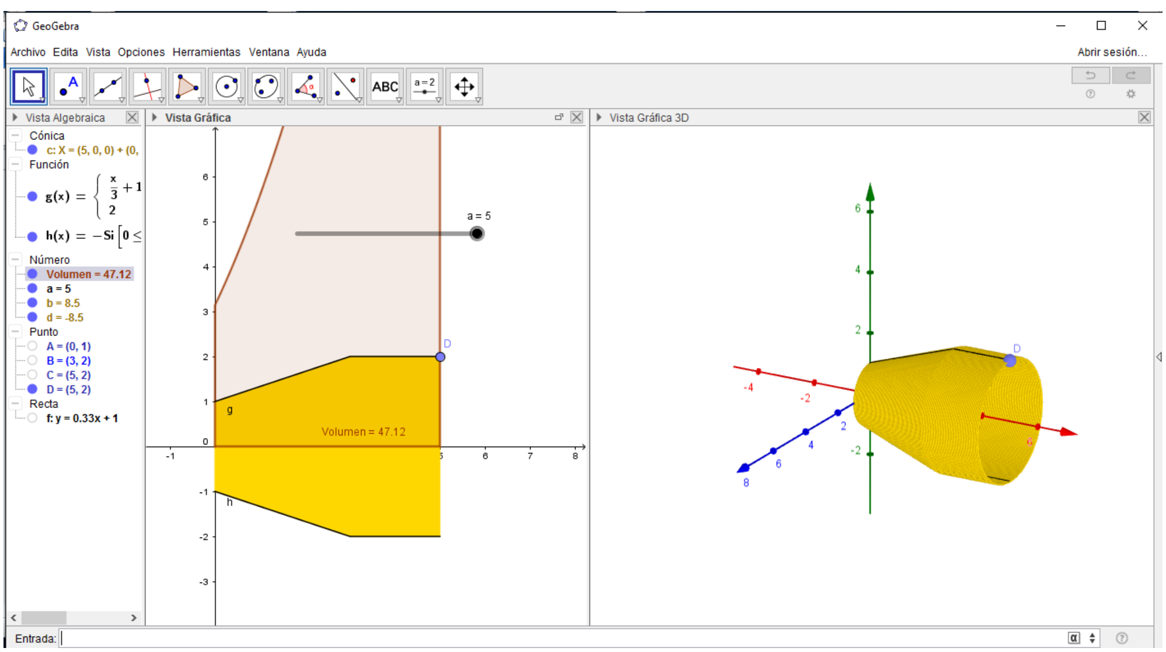


GeoGebra
Archivo Edita Vista Opciones Herramientas Ventana Ayuda
Abrir sesión...
ABC
a = 2
Vista Algebraica
Vista Gráfica
Vista Gráfica 3D
Cónica
c: X = (8, 0, 0) + (0, 3.25 c
Función
f(x) = { (10.56 − (x
3.25
g(x) = −Si [0 ≤ x ≤
Número
a = 8
b = 24.69
d = -24.69
Punto
A = (8, 3.25)
a = 8
Entrada: Volumen=Integral[π (f(x)^2), 0, 8]


GeoGebra
Archivo Edita Vista Opciones Herramientas Ventana Ayuda
Abrir sesión...
Vista Algebraica
Vista Gráfica
Vista Gráfica 3D
Cónica
c: X = (8, 0, 0) + (0, 3.25 c
Función
Número
Volumen = 242.45
a = 8
b = 24.69
d = -24.69
Punto
A = (8, 3.25)
a = 8
Volumen = 242.45
Entrada:


iPad
11:19
100%
Busca personas y grupos
Mariana Corona
Messenger
Mariana Corona 10 abr
Tú: Ok, la reviso y espera en un rato el c...
Sandy Hernandez 10 abr
Oki
Anna Jiménez 7 abr
Tú: No lo abre, envíalo a mi correo,
Gerardo Joel Demetrio Memije 7 abr
Gerardo Joel envió un archivo adjunto.
Alexa Soto 4 abr
hola profesor, muchas gracias por su ay...
Alondra Jimenez 14 mar
Tú:
Marcela Luna 14 mar
Tú: Ok. No hay problema.
Medidas del vaso
Altura total 5
Diámetros del cilindro 4
Diámetro del cono truncado parte superior 4
Diámetro del cono truncado parte inferior 2
Siendo esta la forma del vaso
8 ABR 12:16


GeoGebra
Archivo Edita Vista Opciones Herramientas Ventana Ayuda
Abrir sesión...
Vista Algebraica
Vista Gráfica
Vista Gráfica 3D
Cónica
c: X = (5, 0, 0) + (0,
Función
g(x) =
h(x) = −Si [0 ≤
Número
a = 5
b = 8.5
d = -8.5
Punto
A = (0, 1)
B = (3, 2)
C = (5, 2)
D = (5, 2)
Recta
f: y = 0.33x + 1
a = 5
Entrada: Volumen=Integral[π (g(x)^2), 0, 5]


GeoGebra
Archivo Edita Vista Opciones Herramientas Ventana Ayuda
Abrir sesión...
Vista Algebraica
Vista Gráfica
Vista Gráfica 3D
Cónica
c: X = (5, 0, 0) + (0,
Función
g(x) =
h(x) = −Si [0 ≤
Número
Volumen = 47.12
a = 5
b = 8.5
d = -8.5
Punto
A = (0, 1)
B = (3, 2)
C = (5, 2)
D = (5, 2)
Recta
f: y = 0.33x + 1
a = 5
Volumen = 47.12
Entrada: