



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
INSTITUTO DE ENERGÍAS RENOVABLES  
ENERGÍA – SISTEMAS ENERGÉTICOS

**ESTUDIO DE LA CONVECCIÓN NATURAL Y DE LA SOLIDIFICACIÓN EN  
SISTEMAS FIJOS Y EN ROTACIÓN**

**T E S I S**

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
DOCTOR EN INGENIERÍA

**P R E S E N T A:**

M. I. GUILLERMO RAMÍREZ ZÚÑIGA

**TUTOR PRINCIPAL:**

DR. EDUARDO RAMOS MORA, IER-UNAM

**COMITÉ TUTOR**

DR. ROJAS MENÉNDEZ JORGE, IER-UNAM

DR. CUEVAS GARCÍA SERGIO, IER-UNAM

DR. ASCANIO GASCA GABRIEL, CCADET-UNAM

DRA. VARGAS VEGA MINERVA, ITZ

**TEMIXCO, MORELOS.**

**OCTUBRE 2016**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



## **JURADO ASIGNADO:**

Presidente: Dr. Rojas Menéndez Jorge Instituto de Energías Renovables

Secretario: Dr. Cuevas García Sergio Instituto de Energías Renovables

vocal: Dr. Ramos Mora Eduardo Instituto de Energías Renovables

1er. suplente: Dr. Ascanio Gasca Gabriel Centro de Ciencias Aplicadas y  
Desarrollo Tecnológico

2do. suplente: Dra. Vargas Vega Minerva Instituto Tecnológico de Zacatepec

Lugar donde se realizó el examen de candidatura:

Instituto de Energías Renovables

TUTOR DE TESIS:

Dr. Eduardo Ramos Mora

-----  
FIRMA



## **DEDICADO A:**

### **A DIOS.**

Por haberme permitido llegar hasta este punto y haberme dado salud para lograr mis objetivos, además de su infinita bondad y amor.

### **A MI MADRE PETRA.**

Por haberme apoyado en todo momento, por sus consejos, sus valores, por la motivación constante que me ha permitido ser una persona de bien, pero más que nada, por su amor.

### **A MI PADRE ANTONIO.**

Por los ejemplos de perseverancia y constancia que lo caracterizan y que me ha infundado siempre, por el valor mostrado para salir adelante a pesar de las adversidades que la vida nos presenta.

### **A MI ADORABLE ESPOSA NANCY.**

Por su apoyo y su amor, por darme la bendición más grande del mundo, mi hermoso y amado hijo *Guillermo*.

### **A MI QUERIDO HIJO GUILLERMO.**

Por ser desde el 4 de diciembre de 2015 mi razón de vivir, de superarme y de dar siempre lo mejor de mi en cada cosa que realice.



## **AGRADECIMIENTOS:**

A la Universidad Nacional Autónoma de México, y en particular al Instituto de Energías Renovables donde me brindaron todas las facilidades para realizar este trabajo de tesis doctoral.

Al Dr. Eduardo Ramos, por su apoyo y orientación a lo largo de los estudios de posgrado, así como las correcciones y comentarios para mejorar el presente trabajo.

Al Dr. José Núñez, por su apoyo y colaboración en la comparación de datos experimentales generados en esta tesis y sus resultados numéricos de la convección natural en cavidades cilíndricas.

Al Ing. Guillermo Hernández Cruz, por su apoyo y consejos en la parte de instrumentación, diseño y control para el desarrollo de los diferentes equipos de medición que en este trabajo se describen, así como su amistad que durante mi estancia en el IER me ha brindado.

Al CONACyT, ya que este trabajo no hubiera sido posible sin el apoyo económico otorgado mediante la beca número 332737.

Al Dr. José Luis Luviano por su amistad y ayuda para resolver diferentes problemas que se presentaron durante el trabajo doctoral.

Por último y sin ser menos importantes, se le agradece a los alumnos del Instituto Tecnológico de Zacatepec, Jonathan Cisneros, Fernando Navarro, Victor Castillo, Roberto Perfecto, Jorge Cruz y otros alumnos, los cuales fueron un gran apoyo en las actividades experimentales realizadas en este trabajo.





## RESUMEN:

El trabajo de investigación reportado en esta tesis está enmarcado en el estudio de los procesos físicos que ocurren en el crecimiento de cristales y su modificación cuando estos ocurren en un sistema rotatorio. Se exploraron dos aspectos esenciales del proceso de crecimiento de cristales: la convección natural en cavidades y la solidificación en presencia de convección natural. En ambos casos se desarrollaron equipos experimentales que permiten extraer una gran cantidad de información dinámica de los fenómenos físicos involucrados. También se explican los avances en la adaptación de la centrífuga del IER para llevar a cabo los experimentos en un sistema rotatorio (no inercial).

En el estudio de la convección natural se usaron cavidades cilíndricas con una temperatura alta y baja en las tapas inferior y superior, con una razón de aspecto (altura/diámetro)  $h = 1.5$  y usando agua como fluido de trabajo. Bajo estas condiciones, el comportamiento cualitativo de este fenómeno puede ser descrito en términos del número de Rayleigh (Ra) definido por  $g\beta\Delta TH^3/\alpha\nu$ , donde  $g$  es la aceleración de la gravedad,  $\beta$  es el coeficiente de expansión volumétrica,  $\Delta T$  es el gradiente de temperatura característico y  $H$  es la altura de la celda.  $\alpha$  y  $\nu$  son respectivamente la difusividad térmica y la viscosidad cinemática. El intervalo de valores de número de Rayleigh explorado es  $0.58 \times 10^6 < Ra_c < 2.57 \times 10^6$ . Para obtener los campos de velocidad en el interior las cavidades, se desarrolló un dispositivo basado en la técnica PIV (*Particle Image Velocimetry*) estereoscópica, que permite extraer las tres componentes del campo de velocidades en todo el volumen interior de la cavidad, cuando el flujo es independiente del tiempo. Con este equipo se reconstruyó la compleja estructura del flujo y se determinó que es no axisimétrica, y que se puede describir como una celda convectiva que ocupa la mayor parte del volumen cuando se le observa desde una orientación específica, pero que tiene una estructura compuesta por cuatro vórtices cuando se le observa desde una orientación perpendicular a la primera. Aunque los detalles de este patrón de movimiento se conocían por simulaciones numéricas, las observaciones experimentales de este fenómeno son reportadas por primera vez en este documento. Otro resultado importante obtenido con el dispositivo desarrollado son los patrones de flujo obtenidos con números de Rayleigh cercanos al valor crítico, donde el flujo en estado permanente evoluciona a un movimiento dependiente del tiempo.

Observaciones experimentales del congelamiento (solidificación) de agua en presencia de la convección natural en una celda de Hele-Shaw también se reportan en este documento. En el curso de la investigación se diseñó, construyó y se usó un dispositivo que permite registrar la influencia mutua entre el crecimiento del hielo (sólido) y la convección natural, que se genera en la celda a causa de que se mantienen sus fronteras inferior y superior a temperaturas diferentes. La técnica para obtener el campo de velocidades es PIV. La temperatura de la pared superior de la celda se mantiene a un valor menor al punto de congelamiento, de tal manera que se extrae calor de la celda de manera continua. Por esta razón, se forma un frente de congelamiento que avanza hacia la parte inferior de la celda. El movimiento convectivo se describe también en términos del número de Rayleigh, pero en este caso, la longitud característica es función del tiempo. Se obtuvo información cuantitativa sobre la evolución del patrón de movimiento convectivo y la geometría del frente de congelamiento. Específicamente, se determinaron las condiciones bajo las cuales el flujo convectivo se detiene.

Todos los dispositivos construidos fueron diseñados para operar en las condiciones de gravedad aumentada que prevalecerán cuando estén montados en la centrífuga. Además, se hicieron varias adaptaciones a la centrífuga para observar los fenómenos descritos en los párrafos anteriores en un sistema en rotación; específicamente, se rehicieron las canastillas que alojan los equipos experimentales y se hizo la adaptación correspondiente de los brazos de la centrífuga. Esto último se describe de manera detallada en la parte final de esta tesis.



## ABSTRACT:

The research reported in this thesis is based in the study of physical processes occurring in the growth of crystals and their possible modification when develop in a rotating system. Two essential aspects of the process of crystal growth were explored: natural convection in cavities and solidification in the presence of natural convection. In both cases were developed experimental equipments for extracting dynamic information of the physical phenomena. We also briefly report on the adaptation of the IER centrifuge to conduct experiments in a non inertial rotatory system.

Cylindrical cavities are used in the study of natural convection, with high and low temperature in the lower and upper caps, with an aspect ratio (height / diameter)  $h = 1.5$  and using water as working fluid. Under these conditions, the qualitative behavior of this phenomenon can be described in terms of Rayleigh number ( $Ra$ ) defined by  $g\beta\Delta TH^3/\alpha\nu$ , where  $g$  is the acceleration of gravity,  $\beta$  is the volumetric expansion coefficient,  $\Delta T$  is the gradient of temperature characteristic and  $H$  is the characteristic length of the cell.  $\alpha$  and  $\nu$  are the thermal diffusivity and kinematic viscosity, respectively. The range of Rayleigh number analyzed is  $0.58 \times 10^6 < Ra < 2.57 \times 10^6$ . A device based on the Stereoscopic PIV (Particle Image Velocimetry) technique was developed to extract the three components of the velocity throughout the volume of the cavity for a time independent flow. With this equipment the complex flow structure is reconstructed and can be described as single convective cell in most of the angular orientations, but has a structure composed of four vortices when viewed from specific angular orientation. This lead us to conclude that the flow is not axisymmetric. This motion was reported only in numerical simulations, in this Thesis by first time experimental observations of this phenomenon was showed. Another important result obtained with developed device, are flow patterns obtained with Rayleigh numbers near the critical value, where the flow in a permanent state evolves to a time dependent movement.

Experimental observations of freezing (solidification) of water in the presence of natural convection in a Hele-Shaw cell are also reported in this document. In the development of this research a device designed, constructed and used to record the mutual influence between the growth of ice (solid) and natural convection. These conditions are generated in the cell because of their lower and upper boundaries are maintained at different temperatures. The technique to obtain the velocity field is PIV. The temperature of the upper wall of the cell is maintained at a value below the freezing point, so that heat is removed from the cell continuously. For this reason, a freezing front that progresses toward the bottom of the cell is formed. The convective motion is also written in terms of the number of Rayleigh, but in this case, the characteristic length is function of time. Quantitative information on the evolution of convective motion pattern and geometry of the freezing front was obtained. Specifically, the conditions under which the convective flow stops were determined.

All devices built were designed to operate under the conditions of supergravity that prevail when mounted on the centrifuge. In addition, various adaptations to the centrifuge were made to observe in a rotating system the phenomena described in the preceding paragraphs; specifically, the adaptation of the baskets that contain the experimental equipment and the corresponding adjustment of the arms of the centrifuge was made. This is described in detail in the final part of this thesis.



# ÍNDICE DE CONTENIDO

	<b>Página</b>
<b>1. Descripción del proyecto</b>	<b>1</b>
1.1. Justificación . . . . .	5
1.2. Planteamiento del problema . . . . .	7
PARTE	
<b>I Convección natural Rayleigh–Bénard cavidades cilíndricas</b>	<b>8</b>
<b>2. Marco teórico referente a la convección natural</b>	<b>9</b>
2.1. Convección natural en cilindros esbeltos . . . . .	10
2.2. Números adimensionales . . . . .	13
2.3. Medición de la velocidad de fluidos . . . . .	14
2.4. Aspectos técnicos de la Velocimetría por Imágenes de Partícula PIV . . . . .	17
2.4.1. Procesamiento de las imágenes. . . . .	22
2.4.2. PIV Estereoscópico . . . . .	25
<b>3. Antecedentes</b>	<b>30</b>
3.1. Estudios experimentales. . . . .	30
3.2. Estudios teóricos . . . . .	32
<b>4. Equipo experimental para el estudio de la convección natural</b>	<b>35</b>
4.1. Diseño, fabricación y pruebas de funcionamiento del prototipo . . . . .	35
4.2. Celda convectiva . . . . .	37
4.3. Software para la adquisición, almacenamiento y procesamiento de las imágenes . . . . .	39
4.4. Equipo de PIV estereoscópico por exploración . . . . .	41
4.5. Parámetros experimentales, condiciones de llenado y calibración del PIV estereoscópico . . . . .	42
<b>5. Resultados del estudio de la convección natural en cavidades</b>	<b>49</b>
5.1. Calibración del sistema PIV estereoscópico . . . . .	49



5.2. Descripción del flujo convectivo al interior de una cavidad cilíndrica . . . . .	51
PARTE	
<b>II Solidificación bidimensional en celdas de Hele-Shaw</b>	<b>67</b>
<b>6. Marco teórico referente a la solidificación</b>	<b>68</b>
6.1. Termodinámica del cambio de fase . . . . .	68
6.1.1. Postulado de estado . . . . .	69
6.2. Congelamiento . . . . .	70
6.3. Flujo convectivo en una celda de Hele-Shaw . . . . .	73
6.4. Ley de Stefan . . . . .	83
<b>7. Antecedentes</b>	<b>86</b>
<b>8. Equipo experimental para el estudio de la solidificación</b>	<b>88</b>
8.1. Celda de Hele-Shaw . . . . .	88
8.2. Protocolo experimental . . . . .	94
8.3. Metodología de experimentación . . . . .	96
8.4. Calibración del equipo . . . . .	97
<b>9. Resultados del estudio de la solidificación en una celda de Hele-Shaw</b>	<b>101</b>
9.1. Caso 1, condiciones de temperatura en las fronteras dependientes del tiempo	101
9.2. Caso 2, condiciones semiconstantes en las caras de la celda de Hele-Shaw .	106
9.3. Caso 3, condiciones de temperatura constante en las tapas de la celda . . . . .	111
PARTE	
<b>III Convección natural y solidificación en sistemas en rotación</b>	<b>116</b>
<b>10. Antecedentes: centrífuga del Instituto de Energías Renovables</b>	<b>117</b>
<b>11. Condiciones experimentales para solidificación y convección</b>	<b>121</b>
11.1. Cálculo de la aceleración resultante en la canastilla experimental . . . . .	121
11.2. Condiciones sugeridas para experimentos a gravedad aumentada . . . . .	123
<b>12. Equipo experimental para el estudio a gravedad aumentada</b>	<b>126</b>
12.1. Nueva estructura de la centrífuga del IER-UNAM . . . . .	126
12.2. Nueva versión de canastilla para la centrífuga del IER . . . . .	129
<b>13. Resultados de la parte experimental a gravedad aumentada</b>	<b>133</b>
13.1. Pruebas aerodinámicas del perfil de la canastilla . . . . .	133
13.2. Instrumentación realizada para la centrífuga . . . . .	138

PARTE	
<b>IV</b>	<b>Discusión de resultados y logros obtenidos en el proyecto</b> <b>145</b>
<b>14.</b>	<b>Conclusiones y Trabajo a futuro</b> <b>146</b>
14.1.	Conclusiones . . . . . 146
14.2.	Trabajo a futuro . . . . . 150
PARTE	
<b>V</b>	<b>Anexos</b> <b>163</b>
<b>A.</b>	<b>Artículos, capítulos de libro y trabajos en extenso</b> <b>164</b>
*	



## ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA	Pagina
1.1. Esquema representativo del método de Czochralski [1] . . . . .	2
1.2. Proceso de Czochralski en condiciones reales al interior de un reactor, desde la fundición del material hasta el inicio de la obtención del mono-cristal de silicio [1].	2
1.3. Esquema representativo de un reactor usado en el proceso de Czochralski para hacer crecer cristales, 1) semilla de silicio, 2) lingote de silicio monocristalino, 3) crisol de cuarzo, 4) cámara de agua refrigerada, 5) protector calorífico, 6) calentador, 7) soporte del crisol y 8) bandeja de derrame [2]. . . . .	3
1.4. Vista a detalle del interior de un reactor para el proceso de Czochralski. Flujo de argón para la purga del reactor (flechas negras), flujo convectivo producido por el gradiente de temperaturas (flechas blancas) y rotación del lingote y el crisol en sentido contrario (flecha roja y amarilla respectivamente) . . . . .	4
2.1. Gráfica de comportamiento cualitativo de la convección natural observada por Müller et al. [3]. Los triángulos verdes se refieren a los casos explorados por Leong [4]. La línea roja indica el rango al cual se tiene acceso con el dispositivo experimental descrito en la Sección 3.2 (PIV de segunda generación). . . . .	11
2.2. Campo de velocidades observado en dos planos mutuamente perpendiculares de una celda convectiva. [5]. . . . .	13
2.3. Esquema de un anemómetro láser Doppler [6] . . . . .	15
2.4. Ejemplo de una imagen de PIV. Izquierda, imagen de un flujo de convección natural con trazadores. Derecha, mapa de vectores obtenidos a partir de dos imágenes consecutivas de trazadores. [7]. . . . .	16
2.5. Diagrama de la dispersión de la luz que incide en una partícula. La iluminación esta en la dirección que indica la flecha en color negro, la partícula se encuentra en el centro del diagrama y la línea sólida representa la dispersión de la luz. . . . .	21
2.6. Configuraciones estereoscópicas para la toma de imágenes. . . . .	26
2.7. Geometría de la detección de dos posiciones de una partícula que se mueve fuera del plano focal. . . . .	27
2.8. Geometría de la detección de dos posiciones de una partícula que se mueve fuera del plano focal con dos cámaras desplazadas en el plano de la imagen. . . . .	28

3.1.	Sistema de dos velocímetros por imágenes de partículas para analizar la convección natural en una cavidad cilíndrica, diseñado y construido en el Laboratorio de Transferencia de Energía y Masa del Departamento de Termociencias del Instituto de Energías Renovables. . . . .	31
3.2.	Planos a los que se tuvo acceso en los experimentos reportados en la referencia [7]. Las letras $V-$ , $V$ , $V+$ , $H-$ , $H$ y $H+$ corresponden a las posiciones en la cual los campos vectoriales fueron registrados. Los planos $\pm V$ , se encuentran a $\pm 4$ mm del centro del cilindro. Los planos $\pm H$ , se encuentran a $\pm 5$ mm del centro del cilindro. . . . .	32
3.3.	Campos de velocidad obtenidos con el equipo de PIV desarrollado por M. López Caballero [7], a) vista del plano horizontal, b) vista del plano vertical y c) reconstrucción tridimensional de los vectores de las componentes de la velocidad (vectores rojos) para los planos vertical y horizontal. Obsérvese que la reconstrucción solo es posible en la intersección de los puntos de intersección de los planos. . . . .	32
3.4.	Representación gráfica de las condiciones físicas del fenómeno simulado en el trabajo de J. Núñez [8]. Temperatura baja $T_C$ , temperatura alta $T_H$ , altura y diámetro del cilindro $h$ y $D$ respectivamente, y gravedad de la tierra $g$ ( $g = 9.81$ m/s). . . . .	33
3.5.	Campos de velocidad en dos planos verticales y perpendiculares entre sí. Patrones característicos en el flujo convectivo en la cavidad, un vórtice (izquierda) y cuatro vórtices (derecho). El cálculo fue determinado para el $Ra=5.12 \times 10^5$ . . . . .	33
3.6.	Comparación teórico - experimental [5], para el flujo convectivo al interior de una cavidad cilíndrica. La fila superior, componente de la velocidad $u$ y fila inferior, componente $v$ , ambos casos para diferentes alturas de la cavidad y a lo largo del radio de la cavidad. . . . .	34
4.1.	Equipo de PIV estereoscópico rotatorio completo (con todos los accesorios necesarios para su correcto funcionamiento. 1) cámaras de vídeo, 2) celda convectiva, 3) base del sistema PIV estereoscópico rotatorio, 4) Powell lens (lente para generar plano de luz láser), 5) columnas de la base superior, 6) base inferior, 7) láser de estado sólido, 8) base motorizada, 9) placa de montaje del sistema PIV, 10) fuente de energía del láser y 11) anillos deslizantes. . . . .	36
4.2.	Imagen realista de la celda convectiva y vista de los cilindros internos de la celda, 1) cavidad cilíndrica y 2) intercambiadores de calor. . . . .	36
4.3.	Celda convectiva desarrollada para generar gradientes de temperatura mediante dispositivos termoelectrónicos. 1) Ventilador, 2) disipador de calor, 3) dispositivo termoelectrónico, 4) tapón de cobre, 5) tapa superior de Nylamid, 6) cavidad experimental, 7) camisa protectora y 8) sistema gemelo de intercambiador de calor. . . . .	38
4.4.	Características principales de la celda, (a) Llenado de la celda convectiva con sus respectivos fluidos, (b) Posición de los termopares para la medición de la temperatura al interior de la celda. . . . .	38
4.5.	Diagrama del programa para la adquisición de imágenes. . . . .	39

4.6.	Fotografías de la celda capturadas con las cámaras un ángulo de 30° entre las dos cámaras. . . . .	40
4.7.	Traslape o suma pixel a pixel de las imágenes mapeadas provenientes de las cámaras empleadas. . . . .	40
4.8.	Equipo de PIV estereoscópico rotatorio. 1) vídeo cámaras, 2) celda convectiva, 3) base de las cámaras, 4) base de la celda convectiva, 5) sistema óptico y 6) fibra óptica que transporta la luz láser desde el diodo emisor. . . . .	41
4.9.	Vista en planta del sistema de PIV estereoscópico rotatorio. La línea que divide los ejes ópticos de las cámaras es perpendicular a la línea que indica la posición del plano de la luz. 1) Vídeo cámaras, 2) celda convectiva con sus intercambiadores de calor y 3) sistema óptico para generar el plano de luz láser. . . . .	42
4.10.	Primera condición experimental, tapa rígida, todo el volumen de la celda ocupada por agua destilada, $T_C$ y $T_H$ temperatura fría y caliente respectivamente, la altura efectiva de la columna de agua es de 24 mm. . . . .	44
4.11.	Segunda condición experimental, superficie libre, el volumen de la celda está casi llena por agua destilada, $T_C$ y $T_H$ temperatura fría y caliente respectivamente, la altura efectiva de la columna de agua es de 21 mm. . . . .	44
4.12.	Tercera condición experimental, superficie libre-obstáculo, el volumen de la celda está casi llena por agua destilada, $T_C$ y $T_H$ temperatura fría y caliente respectivamente, la altura efectiva de la columna de agua es de 21 mm. . . . .	45
4.13.	Principio de funcionamiento del equipo de PIV estereoscópico, (a) esquema del movimiento de las cámaras y del láser, (b) animación del movimiento del láser alrededor de la cavidad cilíndrica. . . . .	45
4.14.	Movimiento aparente de las partículas respecto al movimiento de las cámaras . . .	46
4.15.	Placas de calibración, a) Imagen de la placa de calibración del equipo comercial de PIV Estereoscópico de la marca LaVision y b) placa de calibración reducida, con un diámetro de 16 mm por 24 mm de largo, fabricado en acrílico y pintado a mano [9]. . . . .	47
4.16.	Imágenes capturadas de la placa de calibración hechiza, (a) cámara izquierda y (b) cámara derecha. . . . .	47
4.17.	Calibración del nivel y plano de enfoque de las cámaras, (a) patrón de puntos y (b) alineación del patrón con los puntos de la placa de calibración. . . . .	48
5.1.	La velocidad relativa registrada por el dispositivo corresponde a una rotación del cuerpo sólido. . . . .	50
5.2.	Desviación estándar para cada velocidad de prueba realizada, $V_T$ es la velocidad tangencial del equipo de PIV al momento de rotar y $V_{PIV}$ es la velocidad que el sistema de PIV registra de las partículas de la celda. . . . .	51

5.3.	Gráfica de comportamiento cualitativo de la convección natural observada por Müller et al. [3], para un fluido con $Pr = 6.7$ , la línea roja indica el rango al cual se tiene acceso con el dispositivo experimental descrito en la Sección 4 (PIV de segunda generación). La regiones indicadas con las letras <b>A</b> y <b>B</b> son zonas independientes del tiempo con flujos axisimétricos y no axisimétricos respectivamente.	52
5.4.	Campo de velocidad característico de cuatro vórtices, el punto $P$ indica la posición en donde se gráfica la componente de la velocidad $v$ en función del tiempo. . . . .	53
5.5.	Velocidad en función del tiempo en el punto $P$ para diferentes números de Rayleigh.	54
5.6.	Posiciones angulares de observación, A) Patrones característicos del flujo con condición de tapa rígida, B) posiciones generales para la observación del flujo al interior de la celda ( $0^\circ$ , $30^\circ$ , $60^\circ$ y $90^\circ$ ) y C) posiciones para la vista a detalle de la transición del patrón ( $70^\circ$ , $80^\circ$ , $90^\circ$ , $100^\circ$ y $110^\circ$ ). . . . .	55
5.7.	Campos de velocidad representativos de la celda convectiva, un vórtice (plano $AA'$ , izquierda) y cuatro vórtices (Plano $BB'$ , derecha), campos separados $90^\circ$ grados.	55
5.8.	Vistas horizontales a diferentes alturas axiales de la celda convectiva. Alturas axiales de, A) 18 mm, b) 12 mm y c) 6 mm. . . . .	56
5.9.	Estructura tridimensional del flujo convectivo al interior de la celda, observación obtenida al graficar la isosuperficie generada al emplear la velocidad en dirección axial. . . . .	56
5.10.	Energía cinética (por unidad de masa) como función del número de Rayleigh. 1) Flujo en estado permanente, 2) transición del flujo en estado permanente a flujo dependiente del tiempo y 3) flujo dependiente del tiempo. . . . .	57
5.11.	Campos de la velocidad ( $u$ y $v$ ) para los planos a $0^\circ$ , $30^\circ$ , $60^\circ$ y $90^\circ$ , con su respectiva representación de la velocidad normal al plano ( $w$ ). Las observaciones se obtuvieron para $Ra = 5.8 \times 10^5$ , $Pr = 6.1$ y $A = 1.5$ . . . . .	58
5.12.	Campos de velocidad característicos para la condición de tapa rígida, para orientaciones cercanas a $90^\circ$ , $Ra = 5.8 \times 10^5$ , $Pr = 6.1$ y $A = 1.5$ . . . . .	59
5.13.	Campos de velocidad representativos del flujo convectivo al interior de la celda, un vórtice denominado plano $AA'$ , cuatro vórtices denominado plano $BB'$ . . . . .	60
5.14.	Comparación de los campos de velocidad experimentales y los numéricos para los planos $AA'$ y $BB'$ . Los planos $AA'$ y $BB'$ se encuentran separados $90^\circ$ uno de otro	61
5.15.	Vistas horizontales a diferentes alturas axiales de la celda convectiva. Alturas axiales de, a) experimental a 18 mm, b) experimental a 12 mm, c) experimental a 6 mm, d) simulación a 18 mm, e) simulación a 12 mm y f) simulación a 6 mm. . . . .	62
5.16.	Estructura tridimensional del flujo convectivo al interior de la celda, observación obtenida al graficar la isosuperficie generada al emplear la velocidad en dirección axial. a) isosuperficie con datos experimentales y b) isosuperficie con datos simulados. . . . .	62

5.17. Posición de los perfiles de velocidad de las componentes $u$ , $v$ y $w$ para el patrón de movimiento de un vórtice. En la posición de la componente $u$ predominan las velocidades negativas, en la posición de la componente $v$ predominan velocidades negativas del lado derecho y velocidades positivas del lado izquierdo de la celda. La posición de la componente $w$ puede ser en cualquier parte, ya que se espera que la velocidad sea nula. . . . .	63
5.18. Posición de los perfiles de velocidad de las componentes $u$ , $v$ y $w$ para el patrón de movimiento de cuatro vórtices. En la posición de la componente $u$ predominan las velocidades negativas del lado derecho de la celda y velocidades positivas del lado izquierdo, en la posición de la componente $v$ existen 2 vórtices y se espera tener dos picos positivos y dos negativos, así como dos cruces por cero. La posición de la componente $w$ se debe a que en esta región se localizan velocidades negativas (velocidades entrando al plano de observación). . . . .	64
5.19. Comparación de los perfiles de velocidad teóricos (línea azul) y los experimentales (círculos rojos) a lo largo del radio de la celda convectiva, para el caso de un vórtice. a) Perfil de la componente de la velocidad en dirección $u$ (parabólico) y b) perfil de la componente de la velocidad en dirección $v$ (sinusoidal). . . . .	64
5.20. Comparación de los perfiles de velocidad teóricos (línea azul) y los experimentales (círculos rojos) a lo largo del radio de la celda convectiva, para el caso de cuatro vórtices. a) Perfil de la componente de la velocidad en dirección $u$ (sinusoidal), b) perfil de la componente de la velocidad en dirección $v$ (forma compleja de describir con geometrías sencillas) y c) perfil de la componente de la velocidad en dirección $w$ (parabólica). . . . .	65
5.21. Campos de velocidad característicos para la condición de superficie libre, la altura total de la cavidad es de 24 mm y la altura de la columna de agua es de 21, razón de aspecto 1.3. . . . .	66
5.22. Campos de velocidad característicos para la condición de superficie libre con semilla, la altura total de la cavidad es de 24 mm y la altura de la columna de agua es de 21, razón de aspecto 1.3, zona enmarcada por el rectángulo de color negro, representa la semilla que está en contacto con la superficie del fluido. . . . .	66
6.1. Diagrama de presión-temperatura para el agua [10]. . . . .	70
6.2. Tipos de cristales para la zona de hielo hexagonal en función de la temperatura y el grado de saturación en el fluido [11]. . . . .	73
6.3. a) Esquema de celda de Hele-Shaw, donde $d$ es la separación entre las paredes, $H$ y $2a$ son altura y ancho de la celda respectivamente. b) Vista lateral del flujo entre las placas donde se muestra el perfil de velocidades como función de la coordenada $z$ . $\bar{u}$ es la velocidad media respecto a la dirección $z$ . Las líneas punteadas azules indican el movimiento del fluido al interior de la celda; la línea negra punteada indica el eje de simetría en la vista lateral de la celda de Hele-Shaw . . . . .	74



6.4.	Variación de la densidad del agua a presión atmosférica con la temperatura. La inserción a la derecha muestra que la densidad máxima del agua se presenta a 4°C [12]. . . . .	78
6.5.	Variación del número de Rayleigh crítico en función de $s^2$ para una celda de Hele-Shaw [13] . . . . .	83
7.1.	Interferómetro de difracción por punto (sección horizontal) y sistema de refrigeración con celda de Hele-Shaw (sección vertical), diseñados en el INAOE. . . . .	87
7.2.	Equipo de solidificación para la celda de Hele-Shaw, 1) disipador de calor de cobre, 2) termoeléctrico, 3) tapa superior de la celda y 4) celda de Hele-Shaw. . . . .	87
8.1.	a) Magnitudes y características principales de la celda de Hele-Shaw, b) piezas que constituyen el intercambiador de calor de la celda [14]. . . . .	89
8.2.	Diagrama la celda Hele-Shaw con sus elementos de control y monitoreo de temperatura, 1) resistencia eléctrica, 2) LED, 3) y 4) termopares para medir la temperatura de las caras inferior y superior de la celda respectivamente, 5) sistema de intercambiador de calor a base de hielo seco y termoeléctrico y 6) guía óptica de acrílico. . . . .	89
8.3.	Celda de Hele-Shaw ensamblada. . . . .	90
8.4.	Esquema del acomodo de las piezas del intercambiador de calor de la celda de Hele-Shaw. $T_H$ , temperatura caliente, $T_C$ , Temperatura fría. . . . .	91
8.5.	Ensamble de la celda de Hele-Shaw y sus accesorios necesarios para su funcionamiento, depósito de hielo seco, intercambiador de calor y cámara de vídeo [14]. . . . .	92
8.6.	Cámara de atmósfera controlada: 1) guantes de hule para la manipulación de los equipos al interior, 2) tapas superior e inferior de la cámara, 3) celda de Hele-Shaw y 4) cámara de vídeo. . . . .	93
8.7.	Cámara Microsoft lifecam Full HD. . . . .	93
8.8.	Distancia característica entre la celda de Hele-Shaw y la lente de la cámara. . . . .	94
8.9.	Fotografía de referencia para la calibración del sistema PIV 2D. . . . .	98
8.10.	Captura de los valores característicos de la celda Hele-Shaw y de las imágenes obtenidas en los experimentos: a) asignación del área de análisis para la técnica de PIV y b) cuadro de diálogo para la captura de los valores del sistema en el software. . . . .	99
8.11.	Ejemplo del ajuste del área de análisis para la técnica de PIV, los rectángulos. rojos indican ésta. . . . .	100
9.1.	Temperaturas al interior de la celda de Hele-Shaw, cara superior en línea azul $T_C$ , cara inferior en línea roja $T_H$ , gradiente de temperaturas entre las caras de la celda en línea cían $T_H - T_C$ y temperatura del medio ambiente en línea verde $T_{amb}$ . . . . .	102

9.2.	Campos de velocidad en la región líquida de la celda y el avance del frete de solidificación vistos en 6 momentos específicos. La zona de color blanco por encima de los campos de velocidad es hielo: a) $t = 2$ min, $Ra = 10^5$ ; b) $t = 3.5$ min, $Ra = 6.9 \times 10^4$ ; c) $t = 6$ min, $Ra = 3.6 \times 10^4$ ; d) $t = 8$ min, $Ra = 1.9 \times 10^4$ ; e) $t = 10.5$ min, $Ra = 9 \times 10^3$ ; f) $t = 15.7$ min, $Ra = 3.2 \times 10^3$ . . . . .	103
9.3.	Perfiles del frente de solidificación en función del tiempo. El frente se desplaza de la cara superior a la inferior, la posición de los frentes de solidificación fueron capturados a distintos tiempos, los cuales se indican en la figura. . . . .	104
9.4.	Comportamiento del frente de solidificación ( $h^*$ , variable normalizada) y del número de Rayleigh (se toma la altura de la región de agua para los cálculos) en función del tiempo. La gráfica pequeña tiene los ejes en log-log y la inserción indica el instante cuando el frente de solidificación en función del tiempo se rige por la relación $h^* \sim t^{1/2}$ , para toda $t > 15.7$ min. Las líneas verticales en el recuadro indican los tiempos correspondientes a 2.7 y 15.7 min, respectivamente. . . . .	105
9.5.	Temperaturas al interior de la celda de Hele-Shaw, cara superior en línea azul $T_C$ , cara inferior en línea roja $T_H$ , gradiente de temperaturas entre las caras de la celda en línea cían $T_H - T_C$ y temperatura del medio ambiente en línea verde $T_{amb}$ . . . . .	107
9.6.	Campos de velocidad en la región líquida de la celda y el avance del frete de solidificación vistos en 6 momentos específicos. La zona de color blanco por encima de los campos de velocidad es hielo: a) $t = 0$ min, $Ra = 6 \times 10^5$ ; b) $t = 1.38$ min, $Ra = 2.61 \times 10^5$ ; c) $t = 2.73$ min, $Ra = 1.77 \times 10^5$ ; d) $t = 4.09$ min, $Ra = 1.08 \times 10^5$ ; e) $t = 5.45$ min, $Ra = 0.70 \times 10^5$ ; f) $t = 6.81$ min, $Ra = 0.45 \times 10^5$ . . . . .	107
9.7.	Posición del frente de solidificación a distintos instantes de tiempo. . . . .	108
9.8.	Comportamiento del frente de solidificación ( $h^*$ , variable normalizada) y del número de Rayleigh (se toma la altura de la región de agua para los cálculos) en función del tiempo. La gráfica pequeña tiene los ejes en log-log y la inserción indica el instante cuando el frente de solidificación en función del tiempo se rige por la relación $h^* \sim t^{1/2}$ , para todo $t > 4.0$ min. . . . .	109
9.9.	Comparación del $Ra_C$ entre el determinado por Sutton (línea roja) [13] y los $Ra$ calculados con los datos experimentales (línea azul), frontera entre los modos del flujo convectivo. . . . .	110
9.10.	Temperaturas al interior de la celda de Hele-Shaw, cara superior en línea roja $T_C$ , cara inferior en línea azul $T_H$ , gradiente de temperaturas entre las caras de la celda en línea cían $T_H - T_C$ y temperatura del medio ambiente en línea verde $T_{amb}$ . . . . .	111
9.11.	Campos de velocidad en el fluido: a) $t = 0.02$ min, $Ra = 7.9 \times 10^5$ ; b) $t = 1.4$ min, $Ra = 6.8 \times 10^5$ ; c) $t = 5.58$ min, $Ra = 3.2 \times 10^5$ ; d) $t = 15.88$ min, $Ra = 1.6 \times 10^5$ ; e) $t = 17.8$ min, $Ra = 1.56 \times 10^5$ ; f) $t = 20.12$ min, $Ra = 1.54 \times 10^5$ . . . . .	112
9.12.	Perfil de los frentes de solidificación a diferentes tiempos. . . . .	113

9.13. Comportamiento del frente de solidificación ( $h^*$ , variable normalizada) y del número de Rayleigh (se toma la altura de la región de agua para los cálculos) en función del tiempo. La gráfica pequeña tiene los ejes en log-log y la inserción indica el instante cuando el frente de solidificación en función del tiempo se rige por la relación $h^* \sim t^{1/2}$ , para toda $t > 23.0$ min. Esto es consistente con la ley de Stefan (ver Sección 6.4). . . . .	114
9.14. Comparación del $Ra_C$ determinado por Sutton (línea roja) y los $Ra$ calculados con los datos experimentales (línea azul), frontera entre los modos del flujo convectivo, indicado con líneas amarilla. . . . .	115
10.1. Centrífuga del laboratorio de Termociencias: 1) sección fija, 2) sección rotatoria, 3) canastilla y 4) dimensiones características de la canastilla. . . . .	117
10.2. Fotografía de la canastilla original de la centrífuga. . . . .	118
10.3. Componentes no rotatorios: a) Soporte central, b) Placa metálica, c) Motor, d) Sistema de transmisión mecánica a base de poleas. . . . .	119
10.4. Componentes rotatorios de la centrífuga (dimensiones en centímetros). . . . .	120
11.1. Esquema ideal del brazo de la centrífuga rotando y las aceleraciones que se presentan.	121
11.2. Aceleración relativa teórica calculada para las diferentes velocidades angulares de la centrífuga. La línea con marcas cuadradas negras corresponde a la aceleración relativa teórica y los triángulos verdes indican las mediciones experimentales realizadas al momento de estar en operación la centrífuga. . . . .	123
11.3. Ejemplo de ensamble del equipo de solidificación en la canastilla, 1) equipo para observar la convección natural y la solidificación en una celda de Hele-Shaw, 2) placa para ensamble de los equipos experimentales. . . . .	124
11.4. Celda de Hele-Shaw en la presencia de la fuerza de Coriolis. a) Vector de rotación de la centrífuga perpendicular a las caras de la celda Hele-Shaw. La fuerza de Coriolis actúa en la dirección paralela a las placas, tanto en el punto 1 como en toda la celda $\vec{F}_C \neq 0$ . b) Vector de rotación de la centrífuga paralelo a las caras de la celda Hele-Shaw. En el punto 1 $\vec{F}_C = 0$ , en el punto 2 $\vec{F}_C$ se encuentra en dirección perpendicular a las placas de la celda. . . . .	125
12.1. Dibujo CAD de la centrífuga nueva del Departamento de Termociencias del IER: 1) base general, 2) brazos de la centrífuga (estructura soldada, formada por tres piezas), 3) nuevas canastillas aerodinámicas para la experimentación y 4) medidas internas de las canastillas. . . . .	127
12.2. Distancias características de la centrífuga. . . . .	127
12.3. Distancias características del sistema de transmisión de potencia mecánica. . . . .	128
12.4. Distancias características de la antigua centrífuga después de las modificaciones realizadas para emplear las nuevas canastillas, $D= 3.70$ m, $l= 2.46$ m y $h= 1.10$ m.	129
12.5. Perfil modificado NACA-64A210 . . . . .	129

12.6. a) Perfil 2D de la canastilla: 1) parte frontal, 2) parte intermedia, 3) parte trasera. b) transición de una circunferencia a un cuadrado mediante la ecuación de la elipse generalizada. . . . .	130
12.7. 1) Vista a detalle del ensamble de las figuras de la ecuación de la elipse y el perfil modificado, 2) parte frontal, 3) parte trasera, estas últimas dos secciones elaboradas en SolidWorks. . . . .	130
12.8. Estructura interna de la canastilla, A) perfil IPS 40x40 mm, esquina de refuerzo B), C) uniones de la estructura mediante tornillos de alta resistencia y D) ensamble de las esquinas de refuerzo. . . . .	131
12.9. Partes de la canastilla: 1) parte frontal, 2) sección intermedia, 3) estructura metálica, 4) sección trasera, y 5) ensamble de la canastilla. . . . .	131
12.10 Fabricación de la canastilla, 1) estructura metálica interna y 2) canastilla terminada.	132
12.11 Canastilla empotrada en uno de los brazos de la centrífuga. . . . .	132
12.12 Fotografías del proceso de impresión del modelo a escala de la canastilla aerodinámica: 1) arreglo de la impresión en forma de panal de abeja. . . . .	132
13.1. Esquema del canal de agua del Departamento de Termociencias y sus diferentes secciones y dimensiones características. . . . .	134
13.2. Esquema representativo de la sección de prueba del canal. . . . .	135
13.3. Perfil de velocidad axial $u$ , línea negra, y de la intensidad de la turbulencia ( $I$ , línea roja) para el flujo del canal de agua. . . . .	136
13.4. Campo de velocidades normalizado con respecto a $u_r$ (velocidad promedio del flujo del canal). . . . .	137
13.5. Campo de vorticidad normalizado alrededor del modelo de la canastilla aerodinámica. . . . .	137
13.6. Diagrama general de conexión eléctrica para el control del encendido, apagado y velocidad de la centrífuga. . . . .	138
13.7. Fotografía de la posición del tacómetro de la centrífuga: a) eje de rotación, b) tacómetro y c) disco con ranuras. . . . .	139
13.8. Diagrama eléctrico del tacómetro empleado para medir la velocidad de rotación de la centrífuga. . . . .	140
13.9. Diagrama general del sistema inalámbrico para el monitoreo de las condiciones ambientales de la canastilla experimental, basado en la tecnología Arduino y páginas web. . . . .	141
13.10 Diagrama eléctrico del acondicionamiento de las señales de los sensores empleado para medir las condiciones ambientales de la canastilla: a) acondicionamiento del acelerómetro, b) eliminación del offset del acelerómetro, c) amplificación de la señal del acelerómetro, d) buffer para el acoplamiento eléctrico entre el acelerómetro y el Arduino, e) acondicionamiento del sensor de humedad y temperatura, y f) acondicionamiento de la señal de termopares tipo T. . . . .	141

13.11	Diagrama del sistema de control de temperaturas para equipos experimentales en la canastilla, el sistema emplea un termopar y un circuito de acondicionamiento para la compensación de punta fría y un circuito de potencia para activar los intercambiadores de calor. . . . .	142
13.12	Diagrama eléctrico del circuito de acondicionamiento para termopares: a) primer filtro pasabajas, b) sección de amplificación de la señal del termopar, c) segundo filtro pasabajas, d) circuito para compensación de voltaje para temperaturas bajo cero grados centígrados y e) sensor de temperatura para la compensación de punta fría. . . . .	143
13.13	Diagrama eléctrico del circuito de potencia, a) optoacopladores y b) relevadores para manejo de cargas de alto voltaje en corriente directa o para voltajes de corriente alterna. . . . .	144
14.1.	Planos de luz láser de los equipos de PIV desarrollados en el IER: a) planos de observación del equipo de primera generación de PIV empleado por M. López Caballero [7, 5], y b) Planos de observación del equipo de segunda generación empleado en este trabajo. . . . .	147
14.2.	Perfil aerodinámico de las canastillas de la centrífuga del IER: a) representación gráfica del acople entre las geometrías de la ecuación de la elipse (2) y el perfil NACA modificado (1). b) Resultado de la simulación en dos dimensiones realizada en Comsol por J. Cruz [15]. . . . .	149
14.3.	Seguimiento lagrangiano de una partícula dentro de la celda convectiva con datos numéricos. . . . .	151
14.4.	Comparación cualitativa entre los datos teóricos y los experimentales, las imágenes a la izquierda son obtenidas de forma numérica y las de la derecha son resultados experimentales. . . . .	152



## ÍNDICE DE TABLAS

<b>TABLA</b>	<b>Pagina</b>
8.1. Condiciones físicas en las caras de la celda de Hele-Shaw . . . . .	95
9.1. Casos propuestos para la experimentación en la celda de Hele-Shaw . . . . .	101





---

## DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO

---

El presente trabajo de investigación doctoral titulado *Estudio de la convección natural y de la solidificación en sistemas fijos y en rotación*, consiste en el estudio experimental de la convección natural generada por gradientes de densidad en presencia de fuerzas de cuerpo. En todos los experimentos se usó agua como fluido de trabajo y se estudió el fenómeno usando dos diferentes contenedores estrechos, uno de geometría cilíndrica y el otro de geometría rectangular (celda de Hele-Shaw). En el segundo caso se analiza la convección natural en presencia de la solidificación del fluido de trabajo.

La motivación principal de este estudio es el entendimiento de algunos de los fenómenos que ocurren en el proceso de crecimiento de cristales. Por esta razón haremos una breve presentación del proceso.

Entre los métodos de crecimiento de cristales más usados en la industria se encuentra el de Czochralski, nombre que refiere a su creador, Jan Czochralski, químico Polaco, que en el año de 1918 dió a conocer este proceso en el artículo titulado *Ein neues Verfahren zur Messung der Kristallisationsgeschwindigkeit der Metalle* (Un nuevo método para la medición de la velocidad de cristalización de los metales). En el año de 1950 este método fue retomado por Teal y Little [16], de los Laboratorios Bell, para hacer crecer monocristales de germanio, que empezaban a usarse en la producción de semiconductores en la industria electrónica.

El método Czochralski consiste en fundir el material a cristalizar dentro de un crisol, como primer paso. En seguida se introduce por la parte superior del crisol un cristal semilla que toca ligeramente al material fundido y que se mantiene a una temperatura inferior a la temperatura de solidificación del fluido; una vez iniciada la cristalización del material fundido, la semilla es rotada y retirada lentamente del contenedor. En el punto de contacto entre la semilla y el fluido, se va formando una pieza sólida del material deseado. En la Figura 1.1 se puede apreciar esquemáticamente el procedimiento de esta técnica.

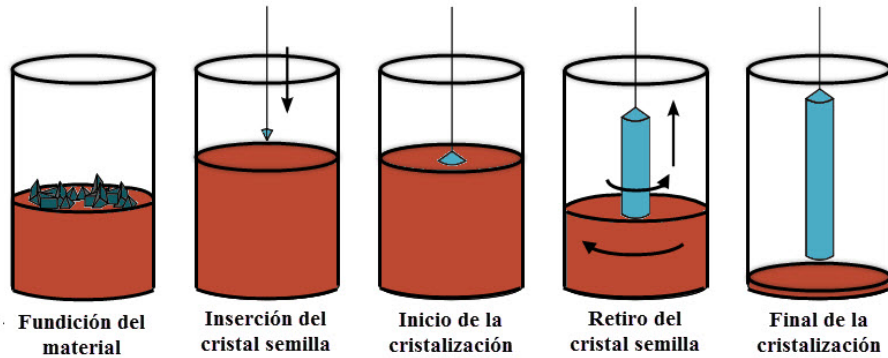


Fig. 1.1: Esquema representativo del método de Czochralski [1]

En la Figura 1.2 se puede apreciar el proceso de Czochralski en condiciones reales al interior de un reactor industrial para procesar silicio poli-cristalino y obtener silicio mono-cristalino, siguiendo el proceso antes descrito.

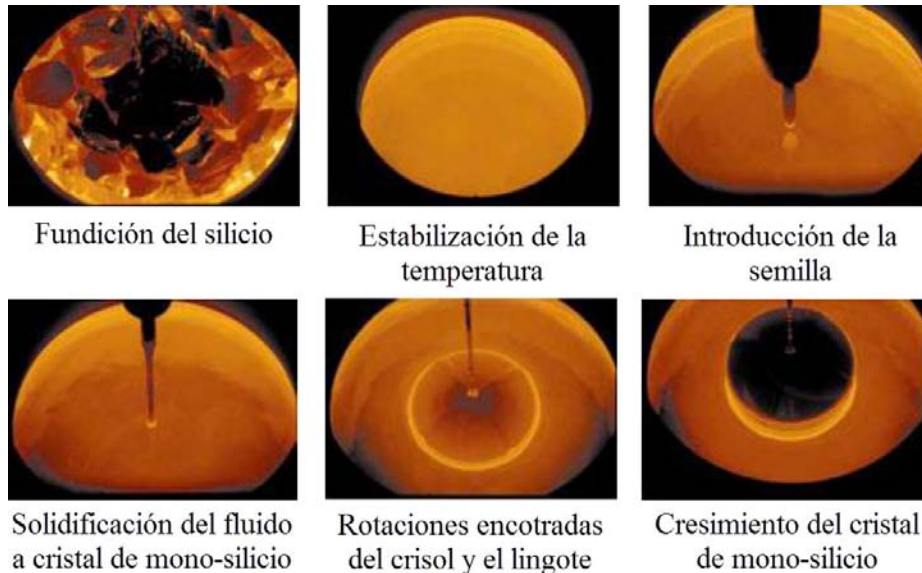


Fig. 1.2: Proceso de Czochralski en condiciones reales al interior de un reactor, desde la fundición del material hasta el inicio de la obtención del mono-cristal de silicio [1].

Para llevar a cabo este proceso se requiere un equipo complejo, con varios componentes y funciones. En la Figura 1.3 se muestra un típico reactor usado para producir silicio mono-cristalino. Dentro de éste se lleva la fundición del material en bruto mediante el calentamiento del crisol, empleando para ello una bobina de inducción por radiofrecuencia. Al interior de los reactores se generan temperaturas de aproximadamente 1400°C y se requiere de un sistema al vacío, así que al comienzo del proceso de crecimiento de cristales

son evacuadas las cámaras del reactor y luego se purga con gas inerte, típicamente argón (Ar) a baja presión (5-50 mbar para la industria fotovoltaica y presión atmosférica para la industria microelectrónica). Además la zona del crisol es aislada térmicamente, del medio ambiente.

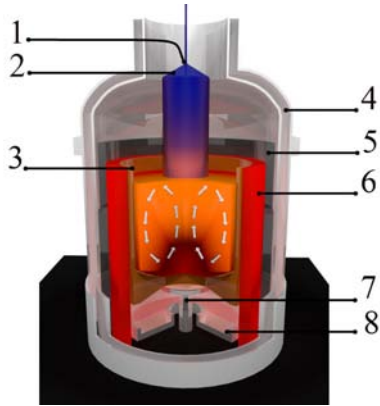


Fig. 1.3: Esquema representativo de un reactor usado en el proceso de Czochralski para hacer crecer cristales, 1) semilla de silicio, 2) lingote de silicio monocristalino, 3) crisol de cuarzo, 4) cámara de agua refrigerada, 5) protector calorífico, 6) calentador, 7) soporte del crisol y 8) bandeja de derrame [2].

Con este proceso se pueden obtener lingotes con diámetros hasta de 300 mm, en comparación de otros métodos que están por debajo de esta magnitud. En estos dispositivos, el tamaño del lingote depende de la temperatura de la fundición y de la tracción de salida del material fundido. Es importante observar que en este proceso se produce cristales con inhomogeneidades, dominios cristalinos pequeños, estrías y otros defectos en el material resultante, debido a una serie de condiciones al interior del reactor, tales como [17]:

- Convección natural, en el material fundido.
- Solidificación inhomogénea en la región de contacto entre la semilla.
- Movimiento rotativo relativo no uniforme del crisol y de la semilla.
- Velocidad de ascenso relativo no uniforme de la semilla.
- Gradientes de temperatura no uniformes en el interior del crisol y en el lingote.

En la Figura 1.4 se muestra una vista a detalle del interior del reactor, enfatizando los principales fenómenos naturales e inducidos que existen en su interior. En primera instancia, se tiene el calentamiento del crisol mediante una bobina de inducción, generándose un flujo de calor de las paredes del crisol hacia el silicio en estado bruto (pieza pequeña de silicio sólido), provocando su fundición. Esta parte del proceso no representa un problema para la calidad del material resultante. Debido al gradiente térmico existente entre las paredes del crisol (temperatura caliente), la superficie libre de la fundición (temperatura fría) y el cristal semilla se inducen flujos convectivos. Alrededor de la semilla se propicia la solidificación del silicio mono-cristalino que se encuentra a una temperatura mucho menor que la temperatura del fluido en el interior del crisol. Obsérvese que esto ocurre aún para el silicio fundido que se encuentra cercano a la superficie libre.

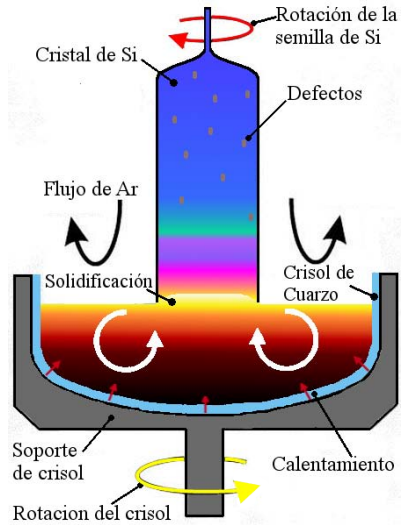


Fig. 1.4: Vista a detalle del interior de un reactor para el proceso de Czochralski. Flujo de argón para la purga del reactor (flechas negras), flujo convectivo producido por el gradiente de temperaturas (flechas blancas) y rotación del lingote y el crisol en sentido contrario (flecha roja y amarilla respectivamente)

En cuanto a los fenómenos inducidos, tenemos a la convección forzada, que se genera por la rotación de la semilla y del crisol, uno en sentido contrario al otro. Esto conlleva a mantener a la masa fundida en rotación durante todo el proceso. La rotación de semilla tiene como propósito homogeneizar la distribución de impurezas o contaminantes y suprimir inhomogeneidades de temperatura. Por otro lado, la rotación crisol que se induce en sentido opuesto al del lingote, se da con el fin de estabilizar el flujo de masa fundida y el control de la concentración de oxígeno en el cristal. Por lo tanto, la geometría del lingote es de forma helicoidal a consecuencia del desplazamiento axial y de los movimientos de rotación. Se ha encontrado que en estas condiciones, cualquier variación de temperatura aun siendo pequeña, inevitablemente genera fluctuaciones en la tasa de crecimiento y como consecuencia pueden generar defectos en el material solidificado [3].

En la búsqueda de métodos que mejoren la calidad óptica y electrónica de los cristales, se ha sugerido reducir o suprimir la convección natural en el interior del crisol. Esto se ha conseguido reduciendo la aceleración de la gravedad (por ejemplo, llevando a cabo el proceso en la Estación Espacial) o añadiendo otra fuerza de cuerpo para la modificar la dinámica. En el contexto de esta última propuesta, se ha sugerido el uso de campos magnéticos para generar la fuerza de Lorentz [18] o montar el equipo de crecimiento de cristales en una centrífuga para generar la fuerza de Coriolis.

En el presente estudio, se propone realizar experimentos de convección natural y de cambio de fase, enfocados a entender los mecanismos físicos fundamentales que gobiernan el proceso de crecimiento de cristales por el método de Czochralski. En principio, un entendimiento más profundo de estos fenómenos permitirán identificar los valores de los parámetros que dan por resultado condiciones de crecimiento de cristales más favorables para obtener una mejor calidad en los materiales obtenidos.

Para lograr estudiar los fenómenos de convección natural y de cambio de fase de líquido a sólido con y sin aumento de gravedad, el departamento de Termociencias del Instituto de Energías Renovables ha desarrollado herramientas relativamente sofisticadas para crear las condiciones físicas requeridas. Como ejemplo de esto, en el laboratorio se ha construido un celda de Hele-Shaw y un interferómetro de punto para el estudio del frente de solidificación, medición de campos de temperatura y visualización de los patrones de flujo; además se ha diseñado y construido un equipo de visualización PIV estereoscópico para analizar la convección natural en cavidades cilíndricas pequeñas [19]. Además, tiene una centrífuga de 4 metros de diámetro, 1.17 metros de alto y opera en un intervalo de velocidades de 0 a 86 RPM [20]. Con esta clase de equipo se puede generar condiciones de supergravedad con aceleraciones resultantes hasta de 14 veces la aceleración terrestre. En este dispositivo se han efectuado numerosos experimentos, tales como: Formación y caracterización de nanomateriales bajo condiciones de supergravedad [21], secado de películas electroconductoras en un plano inclinado a diferentes condiciones físicas [22] y películas de nanotubos de carbón elaboradas a tres veces la aceleración de la gravedad [23].

## 1.1. Justificación

El crecimiento de cristales es un proceso de enorme importancia en la industria electrónica y en la fabricación de muchos dispositivos de estado sólido, incluyendo circuitos integrados y las celdas solares de silicio cristalino. Actualmente se usan varias metodologías para generar cristales, entre las que, destaca la técnica de Czochralski, que fue descrita brevemente en la sección anterior. Como se explicó, el calentamiento del material que se encuentra dentro del crisol induce en su interior gradientes térmicos y de densidad, que sumados a la fuerza de gravedad terrestre, generan un movimiento convectivo. Este movimiento está obviamente confinado por las paredes laterales e inferior del crisol, y por la superficie libre del fluido. Ésta última se encuentra parcialmente cubierta por la semilla de cristal. Al avanzar el proceso de crecimiento, el material cristalizado se retira del crisol y el movimiento convectivo se va desarrollando en un volumen menor, a causa de la extracción del material. En principio, para describir a detalle la convección en el crisol, se deben tomar en cuenta la continua reducción en el volumen y otros efectos importante como el cambio de fase. Se sabe que la convección natural en un recipiente cilíndrico a volumen constante puede estar en estado permanente, en donde las variables dinámicas y termodinámicas son independientes del tiempo o en un estado en el que las variables dependientes son función del tiempo [24]. Se ha demostrado que la dinámica del patrón de convección natural del material fundido durante la cristalización, juega un papel determinante en la calidad del cristal semiconductor [3]. Específicamente, se ha encontrado que la convección natural dependiente del tiempo genera estrías en la estructura ordenada del cristal, degradando su calidad óptica y electrónica. Por otro lado, el frente de avance de la cristalización tam-

bién influye sobre la calidad del cristal resultante. De aquí la importancia de comprender a detalle estos dos fenómenos para que se pueda hacer una extrapolación de los resultados de estudios simplificados a los procesos de cristalización como el de Czochralski u otros. Adicionalmente, en la literatura se encuentran reportes sobre la calidad de materiales manufacturados bajo condiciones distintas a las que se encuentran en un laboratorio industrial convencional. Por ejemplo, cristales crecidos en ausencia de la gravedad [25] y en rotación, en presencia de la aceleración de Coriolis y de gravedad aumentada [26], presentan estructuras que no ha sido posible de conseguir en las condiciones de laboratorio. Aunque se tienen indicios de que la calidad del cristal es superior cuando el crecimiento se efectuó bajo ciertas condiciones de rotación, no se cuenta con estudios sistemáticos para determinar las condiciones precisas requeridas para mejorar propiedades específicas.

La cristalización es un fenómeno complejo en el que efectos macroscópicos como gradientes de presión, temperatura o la velocidad del fluido se combinan con efectos microscópicos como la formación de dendritas o fronteras de dominios cristalinos, por lo cual, actualmente no se ha establecido una teoría general para describir este fenómeno y frecuentemente se han descrito casos particulares con la finalidad de entender el proceso a detalle. En el presente, la elección de los parámetros óptimos en muchos procesos se llevan a cabo a prueba y error, como recetas de cocina y en el caso de crecimiento de cristales esto es muy costoso. Desde un punto de vista teórico, la optimización de estos procesos se pueden hacer a través de la simulación de los fenómenos físicos involucrados. Por esta razón, se han desarrollado herramientas computacionales basadas en modelos matemáticos que pueden proporcionar los parámetros óptimos de operación de un sistema, reflejándose en el incremento de la producción y uso eficiente de los recursos energéticos. Sin embargo, los modelos matemáticos presentan ciertas dificultades, como: a) las ecuaciones que rigen los fenómenos de estudio no tienen solución simple, b) requieren de muchas horas de cómputo, c) las computadoras empleadas en estos ámbitos tienen un costo económico alto y d) se requiere la validación previa contra una base de datos experimentales para decir que la simulación es correcta. Inicialmente, en este último punto es donde el presente estudio da una importante aportación a la ciencia. Con los resultados obtenidos en este estudio, se podrán validar simulaciones matemáticas, que proporcionarían los parámetros óptimos de operación de algún sistema en el que se presenten los fenómenos antes mencionados, en especial los aplicados al mejoramiento del método de Czochralski.

En el presente trabajo se enfocan los esfuerzos para entender los fenómenos de convección natural y cambio de fase, confinados en sistemas similares a los involucrados en el proceso de fabricación de cristales por el método de Czochralski, tanto en condiciones normales de trabajo, como con rotación.

## 1.2. Planteamiento del problema

En las secciones anteriores se ha explicado la importancia del estudio de los fenómenos físicos relacionados al proceso de crecimiento de cristales y en seguida se listan los objetivos particulares que se resolverán en este trabajo.

1. Generar una base de datos de los campos de velocidad del fenómeno de convección natural al interior de un cilindro.
2. Reconstruir el campo de velocidades en todo el volumen del cilindro.
3. Determinar los patrones característicos del flujo convectivo al interior de la celda cilíndrica.
4. Generar una base de datos de los campos de velocidad del fenómeno de convección natural en interacción con un frente de congelación que varía su posición en el tiempo, al interior de una celda de Hele-Shaw.
5. Determinar los patrones característicos del flujo convectivo y su dependencia con el frente de congelación al interior de la celda Hele-Shaw.

Para llevar a cabo este trabajo de investigación se realizarán las siguientes actividades durante el proyecto:

1. Calibración de los equipos experimentales para convección natural y cambio de fase.
2. Realización de experimentos de convección natural y de cambio de fase a condiciones normales de operación (sin rotación).
3. Análisis los datos obtenidos de los experimentos.

## **Parte I**

# **Convección natural Rayleigh–Bénard cavidades cilíndricas**



# MARCO TEÓRICO REFERENTE A LA CONVECCIÓN NATURAL

La transferencia de calor por convección se debe a la presencia simultánea de gradientes térmicos y un flujo en movimiento. El fluido frío adyacente a superficies calientes recibe calor que luego transfiere al resto del fluido frío mezclándose con él. La convección libre o natural ocurre cuando el movimiento del fluido es generado por la presencia simultánea de una fuerza de cuerpo y gradientes de densidad. En los casos de interés en esta investigación, los gradientes de densidad son causados por gradientes de temperatura. El transporte convectivo de calor se da simultáneamente al de transporte conductivo, aunque normalmente alguno de los dos domina. Se debe recordar que, la convección de calor es un mecanismo fuertemente dependiente de las características del flujo.

En la interfaz fluido-superficie, el calor ( $q$ ) se transfiere por conducción, y por lo tanto puede describirse por la ley de Fourier:

$$q = -\kappa \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right)_{n=0} \quad (2.1)$$

donde  $T$  es la temperatura,  $n$  denota la dirección normal a la superficie y  $\kappa$  es la conductividad térmica del fluido. Obsérvese que  $q$  está dada en  $\text{W}/\text{m}^2$ . La transferencia de calor por convección depende de la densidad, viscosidad y la velocidad del fluido, al igual que de su conductividad térmica y su calor específico. Se puede definir un coeficiente de transferencia de calor  $h$  mediante la ecuación siguiente (para un flujo externo), conocida como la ley de enfriamiento de Newton.

$$q = h(T_w - T_\infty) \quad (2.2)$$

De esta ecuación podemos deducir que sí existe equilibrio térmico entre el fluido (temperatura  $T_\infty$ ) y la pared (temperatura  $T_w$ ), el flujo de calor se hace cero. sí se conoce la sección transversal  $A$  del la pared y  $h$ , la tasa de transferencia de calor estará dada por:

$$\dot{q}'' = hA(T_w - T_\infty) \quad (2.3)$$

Al igualar las ecuaciones 2.1 y 2.2, podremos determinar el coeficiente de transferencia de calor  $h$  de la siguiente manera:

$$h = -\frac{\kappa}{T_w - T_\infty} \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right)_{n=0} \quad (2.4)$$

## 2.1. Convección natural en cilindros esbeltos

La convección natural en cilindros esbeltos puede entenderse como un problema de Rayleigh-Bénard en el que la influencia de las paredes verticales es determinante, y debido a que constituye uno de los temas centrales de el proyecto presente, en este capítulo se presenta una breve reseña de este fenómeno. En seguida se describirán algunas características del flujo de convección natural en cilindros esbeltos que se encuentran disponibles en la literatura.

La primera investigación sistemática sobre la convección natural en una capa de fluido calentada por la parte inferior y con un gradiente de temperaturas paralelo al vector de la gravedad fue hecha por Henry Bénard en 1900, quien encontró de forma experimental los parámetros físicos y geométricos para que exista un movimiento de convección natural estable y con velocidad constante [27]. Sus observaciones se basaron en un experimento que consistía en calentar una capa muy delgada de aceite de ballena (spermaceti) que descansaba sobre una placa horizontal. La razón de aspecto  $A$ , definida como el espesor de la capa de aceite dividido entre la magnitud característica horizontal, era del orden de  $10^{-3}$ . Posteriormente, Lord Rayleigh determinó teóricamente que para una capa de un determinado espesor, existe una diferencia de temperaturas crítica por encima de la cual el sistema no puede mantenerse inmóvil y aparece de manera espontánea un movimiento convectivo. Esta teoría indica que la estabilidad del sistema depende únicamente del siguiente parámetro adimensional:

$$Ra = \frac{g\beta\Delta Th^3}{\alpha\nu} \quad (2.5)$$

donde  $g$  denota la aceleración de la gravedad,  $h$  profundidad del fluido,  $\Delta T$  es el gradiente de la temperatura uniforme mantenido por agentes externos, y  $\beta$ ,  $\alpha$  y  $\nu$  son los coeficientes de expansión volumétrica, conductividad térmica y viscosidad cinemática, respectivamente;  $Ra$  es llamado el número de Rayleigh [28]. El número de Rayleigh crítico caracteriza el estado físico del sistema a partir del cual cualquier perturbación en el sistema inicia el movimiento convectivo en el fluido. Cuando el sistema se compone de dos placas planas infinitas el número de Rayleigh crítico es  $Ra_C = 1708$ . Siguiendo el método propuesto por Lord Rayleigh, muchos autores han encontrado el valor del  $Ra$  crítico ( $Ra_C$ ) para otros sistemas. Los primeros trabajos en los que se considera que el fluido está contenido en una cavidad cilíndrica y por tanto el efecto de las paredes laterales es de gran importancia, fueron presentados por Davis [29], Catton [30, 31, 32], Heitz y Westwater [33]. A través de estos estudios se conoce que el número de Rayleigh crítico como función de la razón de

aspecto del contenedor que es en todos los casos, mayor que el obtenido para placas planas infinitas.

El patrón del movimiento convectivo dentro de una cavidad cilíndrica de altura  $h$  y diámetro ( $D$ ), fue descrito por Müller et al. [3]. En un estudio numérico y experimental, analizaron los patrones de movimiento convectivo para diferentes razones de aspecto  $A = h/D$ . Estos autores resumieron los resultados en un diagrama  $(Ra, A)$ , para dos tipos de fluidos de trabajo: agua y un material semiconductor (GaSb), en un rango de razón de aspecto de  $0.1 < A < 5$ . El mapa de comportamiento cualitativo para agua encontrado por Müller et al se presenta en la Figura 2.1, donde se observan cuatro regiones que indican las características del flujo. La región inferior del mapa corresponde al flujo sin movimiento. Es en esta región donde se han realizado la mayoría de los cálculos teóricos del número de Rayleigh crítico para el inicio de convección. Para valores menores a  $A = 0.5$  el flujo convectivo presenta un patrón axisimétrico, el fluido asciende o desciende por el centro de la cavidad dependiendo de las condiciones iniciales con las que se realizó el experimento. En sus resultados numéricos para esta razón de aspecto, Müller et al. obtuvieron un modo no axisimétrico encontrado analíticamente por Charlson y Sani [34].

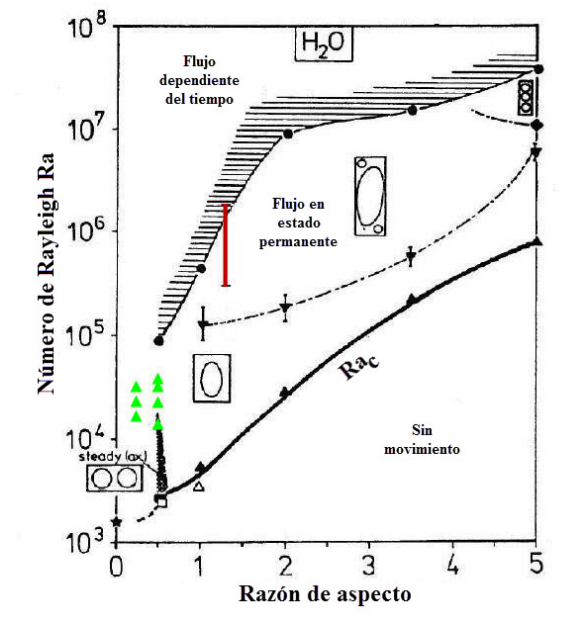


Fig. 2.1: Gráfica de comportamiento cualitativo de la convección natural observada por Müller et al. [3]. Los triángulos verdes se refieren a los casos explorados por Leong [4]. La línea roja indica el rango al cual se tiene acceso con el dispositivo experimental descrito en la Sección 3.2 (PIV de segunda generación).

El primer número de Rayleigh crítico ( $Ra_c$ ), indica la frontera por encima de la cual se manifiesta el movimiento convectivo. Su lugar geométrico se denota en la Figura 2.1 por la línea negra. Cuando los contenedores tienen una razón de aspecto menor a 1, el flujo es axisimétrico sí el número de Rayleigh es cercano al número de Rayleigh crítico. Leong [4], hizo un estudio numérico del flujo de convección natural para un contenedor cilíndrico en donde la tapa superior es enfriada, la base calentada y la pared cilíndrica es

considera adiabática. Las soluciones que presentó fueron calculadas para razones de aspecto de  $A = 1/2$  y  $A = 1/4$ , con número de Prandtl  $Pr = 7$ . Leong observó seis patrones de flujo al incrementar el número de Rayleigh entre  $2 \times 10^3$  hasta  $35 \times 10^3$ , para las dos razones de aspecto y concluyó que la transferencia de calor entre las placas depende de la estructura que tenga el flujo dentro del contenedor, por lo que el estudio de las estructuras tridimensionales de los flujos de convección natural en cavidades cobran importancia.

El patrón de movimiento observado en una celda convectiva con los parámetros que se encuentran en la zona del mapa contenida entre las dos líneas inferiores (línea punteada y continua), puede describirse como una única celda convectiva no axisimétrica, donde el movimiento del fluido es ascendente en un lado y descendente en el otro (los detalles de este patrón de movimiento se describe con detalle en la sección 5.2. Una imagen ilustrativa del movimiento se encuentra en la Figura 12.11). El intervalo de número de Rayleigh en donde podemos encontrar este tipo de movimiento es de  $2 \times 10^3 - 2 \times 10^5$  para cavidades con razón de aspecto aproximadamente igual a la unidad. En la tercera zona del mapa de Müller et al. situada entre la línea punteada y la zona sombreada, podemos observar un flujo tricelular en el que existe una celda que ocupa la mayor parte de la cavidad y dos pequeñas celdas situadas en las esquinas. El movimiento de las celdas pequeñas es opuesto al de la celda central. Neumann [35] realizó un estudio numérico en el que encontró patrones de flujo semejantes a éste. En la parte superior del mapa (región sombreada), se encuentra la zona en la que el flujo es dependiente del tiempo. Aquí, se observan celdas múltiples que evolucionan, fusionándose y fraccionándose continuamente. Müller et al. observan este tipo de movimiento en todas las razones de aspecto analizadas y para grandes números de Rayleigh.

Se han realizado numerosos trabajos de simulación enfocados al entendimiento de la dinámica del flujo al interior de un cilindro. Entre los más cercanos al proyecto presente, se encuentra el trabajo desarrollado por Nuñez [8], donde se simula el flujo convectivo resolviendo las ecuaciones de conservación de masa, cantidad de movimiento y de energía. Para resolver las ecuaciones se emplearon técnicas de volumen finito y métodos espectrales. Como resultado de este trabajo se logró determinar que existen dos patrones de movimiento claramente distinguibles cuando se observa el campo de velocidades desde dos ángulos perpendiculares entre sí en un flujo de convección natural al interior del cilindro, los cuales se pueden apreciar en la Figura 12.11. Uno de los patrones de movimiento es el de un sólo vortice (figura de la izquierda) y el otro es el de cuatro vortices (figura de la derecha).

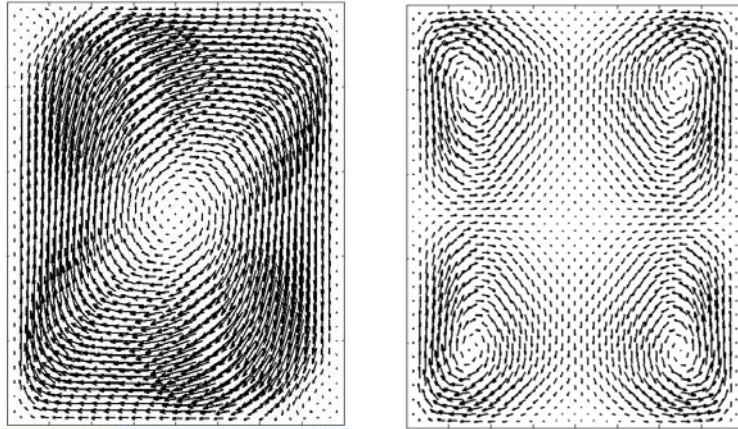


Fig. 2.2: Campo de velocidades observado en dos planos mutuamente perpendiculares de una celda convectiva. [5].

Aunque los estudios de flujos similares al estudiado por Nuñez [8] están disponibles en la literatura, ha habido muy pocos intentos de comparación detallada entre las observaciones experimentales y los cálculos por simulaciones numéricas de los flujos de convección natural. Debe enfatizarse que en la actualidad se cuenta con reconstrucciones del campo de velocidades en un volumen completo de un fluido únicamente por simulaciones numéricas, pero en la literatura no se encuentran las verificaciones experimentales de estas predicciones. La reconstrucción experimental del campo de velocidades volumétrica es una de las principales aportaciones de esta tesis. Ver la sección 5.2.

## 2.2. Números adimensionales

Aquí resumiremos algunos números adimensionales importantes por su utilidad para describir la transferencia de calor y la convección natural.

- $Pr = \nu/\alpha$ : El Número de Prandtl (Pr) es el cociente entre la difusividad de cantidad de movimiento (viscosidad, denotada por  $\nu$ ) y la difusividad térmica ( $\alpha$ ). Puede interpretarse también como el cociente de la velocidad de difusión de la cantidad de movimiento y la velocidad de difusión de calor.
- $Nu = hL/\kappa$ : El Número de Nusselt (Nu) mide el aumento de la transferencia de calor desde una superficie por la que un fluido discurre (transferencia de calor por convección) comparada con la transferencia de calor si ésta ocurriera solamente por conducción. El parámetro  $L$  denota una distancia característica.
- $Gr = g\beta(T_s - T_\infty)L^3/\nu^2$ : El Número de Grashof (Gr) es un número adimensional que es proporcional al cociente entre los efectos de flotación y los efectos viscosos que

actúan en un fluido. Los símbolos  $g$  y  $\beta$  denotan la aceleración de la gravedad y el coeficiente de expansión volumétrica respectivamente.

- $Ra = g\beta(T_s - T_\infty)L^3/\nu\alpha$ : El Número de Rayleigh (Ra) de un fluido es un número adimensional asociado con la transferencia de calor en el interior del fluido. Cuando el número de Rayleigh está por debajo de un cierto valor crítico, la transferencia de calor se produce principalmente por conducción; cuando está por encima del valor crítico, la transferencia de calor se produce principalmente por convección.

## 2.3. Medición de la velocidad de fluidos

La medición de los campos de velocidad en un flujo es un problema que debe resolverse frecuentemente en diferentes áreas de la ingeniería, la industria y la ciencia. Las técnicas clásicas emplean diferentes dispositivos que se introducen al fluido, para medir la velocidad en un punto durante un intervalo de tiempo. Algunos de los primeros métodos experimentales cuantitativos para medir velocidades en fluidos se basan en tubos Pitot. Un avance importante fue la invención de los anemómetros de hilo caliente en 1920, por su mejor respuesta en frecuencia, miniaturización del transductor, y la posibilidad de medir varias componentes de velocidad. Sin embargo, ambas técnicas implicaban fuertes perturbaciones del medio, no despreciables en muchos problemas. El advenimiento del láser en los años 60 permitió desarrollar la técnica del anemómetro láser de efecto Doppler. Si bien permitió medir velocidades con alta precisión y con una muy pequeña perturbación, no dejaban de ser puntuales. La posibilidad de realizar mediciones globales de velocidad condujo rápidamente a las técnicas basadas en imágenes de partículas como la velocimetría por imágenes de partículas (PIV - *Particle Image Velocimetry*), la cual puede entenderse como la medición simultánea de un campo de velocidades en un gran número de puntos.

A continuación se describe brevemente estas últimas tres técnicas, de medición de velocidad listadas en este párrafo.

- Anemometría de hilo caliente: La anemometría de hilo caliente mide la velocidad de un fluido por detección de cambios en el calor transferido desde un pequeño sensor o hilo caliente con resistencia eléctrica  $R$ , a la corriente fluida. Este sensor es calentado eléctricamente de forma que la velocidad del fluido se determina a partir de la corriente  $I$  requerida para mantener el sensor a temperatura constante. La pérdida de calor  $Q$  del sensor se puede relacionar con la velocidad según la ley de King [36].

$$Q = I^2 R \approx a + b(\rho V)^n \quad (2.6)$$

El valor del exponente  $n$ , para Reynolds bajos es  $n \approx 1/3$ , mientras que para Reynolds

altos es  $n \approx 1/2$ . De cualquier forma, el equipo debe ser previamente calibrado para hallar las constantes  $a$ ,  $b$  y  $n$  en cada situación.

- Anemometría láser Doppler: La figura 2.3 muestra un esquema básico del funcionamiento del anemómetro láser Doppler. En esta técnica, dos haces de luz láser procedentes de una única fuente se hacen cruzar para formar el volumen de medida donde la luz coherente de los haces interfiere. La interferencia produce el patrón de franjas iluminadas y oscuras y cuando las partículas arrastradas por el flujo atraviesan el volumen de medición, la luz dispersada por aquéllas tiene una frecuencia Doppler. Esta variación de frecuencia se denomina frecuencia Doppler  $f_D$ , y su valor es igual a la velocidad de la partícula dividida entre el espaciado entre franjas de interferencia  $d_f$ . La luz dispersada es recogida por el fotodetector que convierte la luz en señal eléctrica y hace posible la medida de su frecuencia.

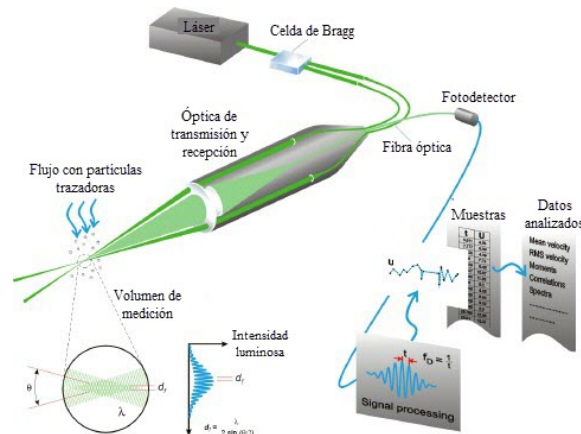


Fig. 2.3: Esquema de un anemómetro láser Doppler [6]

La relación entre las diversas magnitudes se recoge en la siguiente expresión,

$$U = d_f \cdot f_D = \frac{\lambda}{2 \sin \frac{\theta}{2}} \cdot f_D \quad (2.7)$$

Donde  $\lambda$  es la longitud de onda de la luz del láser, y  $\theta$  es el ángulo entre los dos haces de luz láser. La ventaja de usar anemometría láser es que el sensor es un haz de luz y por lo tanto no es intrusivo, mientras que la desventaja consiste en que la medición requiere acceso óptico. Al igual que con la técnica de hilo caliente, con un anemómetro láser se obtiene información sobre una componente de la velocidad en un solo punto.

- Velocimetría por imágenes de partículas en un plano: Esta técnica permite hacer mediciones de dos componentes de la velocidad en un plano. El uso de esta técnica

combina el desarrollo en el procesamiento y adquisición de imágenes en cámaras y el procesamiento de imágenes para la obtención de mapas de vectores de velocidad en un área seleccionada. Usando una segunda cámara, es posible obtener la tercera componente. Debido a que el equipo construido en este proyecto tiene por objetivo permitir la obtención de campos de velocidad usando esta técnica. Se hará una descripción más o menos amplia en algunos aspectos fundamentales en la sección 2.4. Descripciones más completas se pueden encontrar en [37].

La técnica de Velocimetría por Imágenes de Partículas, es capaz de determinar el campo prácticamente instantáneo de velocidades en un plano del flujo. Con este propósito se agregan partículas trazadoras en el fluido que son arrastradas por su movimiento y que adquieren una velocidad que es aproximadamente igual a la del flujo. Con un haz de luz láser y óptica apropiada, se forma una lámina de luz delgada que atraviesa el flujo, iluminando las partículas contenidas en él. Las partículas reflejan o dispersan la luz del láser e indican su posición dentro del flujo. Esta información puede ser registrada por un sensor CCD.

Si se toman dos imágenes del flujo con un intervalo de tiempo conocido entre ellas, se pueden registrar dos posiciones de cada partícula, conociendo así el desplazamiento sufrido por dicha partícula durante ese intervalo de tiempo. Posteriormente, se deduce la velocidad de las partículas y del fluido como el cociente del desplazamiento entre el intervalo de tiempo. Un ejemplo típico de la imagen y su correspondiente interpretación PIV se muestra en la Figura 2.4.

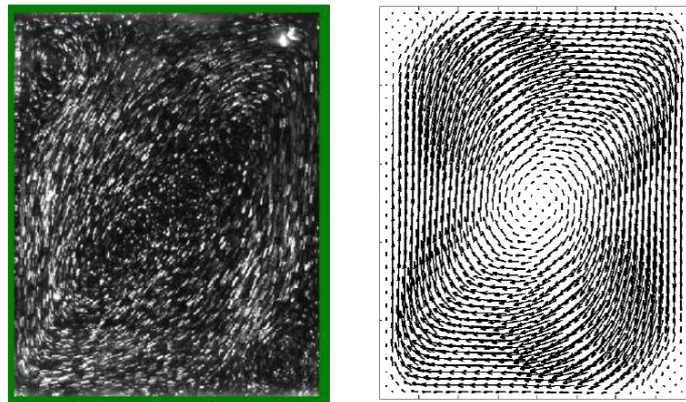


Fig. 2.4: Ejemplo de una imagen de PIV. Izquierda, imagen de un flujo de convección natural con trazadores. Derecha, mapa de vectores obtenidos a partir de dos imágenes consecutivas de trazadores. [7].

Desde su aparición, en la década de los 60s, la técnica PIV ha progresado enorme-



mente, debido a diversos avances tecnológicos. La evolución de las computadoras ha permitido desarrollar equipos con una capacidad y velocidad de procesamiento mucho mayores, lo que unido a la aparición de sensores CCD con una resolución cada vez mayor, ha contribuido a la sustitución del método de registro original en película fotográfica por el registro con cámara CCD. Los sistemas actuales de video PIV tienen una resolución cercana al sistema fotográfico, ofreciendo la posibilidad de la adquisición rápida de una mayor cantidad de imágenes que pueden ser verificadas en el momento, eliminando además el siempre inconveniente proceso de revelado fotográfico. Los láser, que son más compactos y de mayor potencia, simultáneamente han aumentado su versatilidad y reduciendo su precio.

## 2.4. Aspectos técnicos de la Velocimetría por Imágenes de Partícula PIV

Aunque la idea en la que se basa la medición de velocidad mediante la técnica de PIV es muy sencilla, su realización práctica no lo es, pues hay muchos aspectos técnicos que deben ser solucionados para conseguir un resultado satisfactorio. En seguida se discutirán los aspectos más importantes de la técnica. La mayoría de los comentarios presentados en esta sección fueron adaptados de la referencia [37].

### Principio de operación del PIV

La Velocimetría de Imágenes de Partículas se basa en la medida de la velocidad de las partículas trazadoras transportadas por el fluido. Para ello se ilumina el plano a investigar mediante una lámina de luz láser, de forma que las partículas son visualizadas y su imagen puede ser registrada. Los registros de las imágenes de partículas en dos instantes  $t$  y  $t'$ , separados un intervalo de tiempo  $\Delta t$  permiten determinar el desplazamiento  $\Delta \vec{X}$  de las partículas. Así, el principio básico es muy simple: la velocidad instantánea  $\vec{u}(\vec{X}, t)$  de un fluido es el cociente del desplazamiento de las partículas trazadoras iluminadas por la lámina de luz, lo cual se puede expresar como,

$$\vec{u}(\vec{X}, t) = \frac{\Delta \vec{X}(\vec{X}, t)}{\Delta t} \quad (2.8)$$

Ajustando el sistema adecuadamente, esta técnica permite la visualización cuantitativa de un campo velocidad bidimensional. Nótese, sin embargo, que en general, los movimientos presentan vectores de velocidad con tres componentes y la técnica de PIV solo muestra la proyección del vector velocidad en el plano iluminado.

## Partículas trazadoras.

Las partículas trazadoras sembradas en el fluido deben seguir fielmente el movimiento, para que su velocidad sea representativa del flujo. Además, estas partículas deben reflejar y/o dispersar fácilmente la luz con la que son iluminadas.

La primera condición requiere que la densidad del material que constituye la partícula sea igual o similar al del fluido circundante, y que su tamaño sea pequeño comparado con la dimensión característica del contenedor, sin que afecte la dinámica del flujo. La segunda, no sólo depende de la propia partícula sino que está relacionado con la potencia y longitud de onda del láser empleado y con la sensibilidad del sistema de registro; ya que la intensidad luminosa del plano de observación depende del área requerida, a mayor área mayor potencia del láser y viceversa, con la finalidad de que el sistema de registro sea excitado, por otro lado, sí el sistema es poco sensible se necesitará una potencia mayor del láser o una longitud de onda particular que lo excite. Las partículas trazadoras utilizadas en PIV suelen tener tamaños de entre 0.5 y 10  $\mu m$  [38]. Estas partículas son de materiales muy diversos, tales como poliestireno, nylon o poliestireno-látex (PSL) para flujos de agua, con diámetros del orden de 10  $\mu m$ . Para flujos gaseosos se utilizan pequeñas gotas atomizadas de aceite de silicona o aceites orgánicos, como por ejemplo de oliva, con diámetros del orden de una micra.

Uno de los tratamientos habituales en teoría de PIV va encaminado al estudio del tamaño de imagen de partícula en el plano imagen o sensor del sistema de registro (película o CCD). Para determinar este tamaño hay que considerar dos efectos; el geométrico y el de difracción, por lo que el diámetro efectivo  $d_e$  de la imagen de una partícula puede expresarse como:

$$d_e = ((Md_p)^2 + d_s^2)^{1/2} \quad (2.9)$$

La consideración geométrica viene indicada por el factor  $Md_p$  donde  $d_p$  es el diámetro de la partícula en el plano objeto, y  $M$  es la magnificación o aumento dado por,

$$M = \frac{d_i}{d_0} \quad (2.10)$$

$$d_0 = (1 + M^{-1}) \cdot f \quad (2.11)$$

$$d_i = (1 + M) \cdot f \quad (2.12)$$

$d_0$  y  $d_i$  son las distancias de la lente al plano objeto y al plano imagen respectivamente, y  $f$  es la longitud focal de la lente.

El efecto de la difracción se evalúa mediante la cantidad  $d_s$ , que se puede expresarse como:

$$d_s = 2.44(1 + M) \frac{f}{D} \lambda \quad (2.13)$$

siendo  $D$  el diámetro de apertura de la lente y  $\lambda$  la longitud de onda de la luz.

Una estimación con valores habituales en PIV,  $M \sim 0.2$ ,  $\lambda = 532 \text{ nm}$  (láser Nd:YAG)  $f = 5.6$  y  $d_p \sim 1 \mu\text{m}$ , da un valor  $d_s = 8.7 \mu\text{m}$ ; por tanto el efecto de difracción es dominante comparado con el geométrico ( $d_s \gg Md_p$ ).

### **Cantidad de Partículas trazadoras.**

La distribución uniforme de partículas depende del tipo de flujo, y en la práctica es difícil de conseguir. Simulaciones teóricas han permitido estimar el número mínimo de partículas para conseguir un buen resultado en la fase de análisis. Este número mínimo se ha fijado en 15 pares de imágenes por ventana de análisis [39], lo que implica 15 partículas por ventana. Cabe aclarar que no importa que no sean las mismas 15 partículas, ya que en la técnica de PIV no se trata de seguir partículas, se busca encontrar regiones con cambios en la intensidad de la escala de grises similares, empleando la función de autocorrelación para este propósito, además a cada región se le aplica un traslape (generalmente del 50 % entre la actual y siguiente región) entre las regiones aledañas a la región analizada con el fin de tener una mejor autocorrelación en el desplazamiento del fluido; es decir el tener 15 o más partículas garantiza un óptimo desempeño del algoritmo de PIV.

### **Movimiento de las Partículas trazadoras.**

La diferencia entre la densidad de las partículas  $\rho_p$  y la del fluido  $\rho_f$  provoca una velocidad de sedimentación  $v_s$  en dirección de la gravedad. El movimiento de partículas pequeñas (diámetro  $d_p \sim 1 \mu\text{m}$ ) se encuentra dentro del régimen en que es aplicable la ley de Stokes (número de Reynolds<sup>1</sup> menor a la unidad) para la fuerza de resistencia de una esfera en un fluido, de forma que la velocidad de sedimentación es,

$$v_s = \frac{(\rho_p - \rho_f)g d_p^2}{18 \mu_f} \quad (2.14)$$

donde  $g$  es la aceleración de la gravedad y  $\mu_f$  la viscosidad dinámica del fluido. Este efecto de sedimentación puede ser minimizado seleccionando partículas de densidad similar a la del fluido, lo cual es relativamente sencillo cuando el fluido es agua, pero muy difícil cuando el fluido es aire.

---

<sup>1</sup>El número de Reynolds se define como el producto del diámetro de la partícula por su velocidad, dividido entre la viscosidad cinemática del fluido.

El movimiento de las partículas en la dirección del flujo puede evaluarse de forma aproximada mediante la ecuación [40],

$$\frac{du_p}{dt} = K(u_f - u_p) \quad (2.15)$$

donde  $u_f$  y  $u_p$  son las velocidades del fluido y de la partícula respectivamente, cabe mencionar que si ambas velocidades fueran iguales implicaría que el fluido no arrastra a la partícula y por consiguiente no describiría el movimiento del fluido. Por otro lado,  $K$  es una constante que depende de los siguientes parámetros característicos de las partículas y del fluido,

$$K = \frac{18\mu_f \rho_f}{d_p^2 \rho_p} \quad (2.16)$$

Integrando la ecuación 2.15 con la condición inicial de que las partículas están en reposo, tendremos:

$$u_p = u_f(1 - e^{-Kt}) \quad (2.17)$$

La ecuación 2.17 expresa que una partícula insertada en el flujo con velocidad nula adquiere la velocidad de aquél de forma exponencial con coeficiente  $K$ .

En algunas ocasiones, en lugar de  $K$  se utiliza un tiempo de relajación  $\tau$  que está relacionado con el inverso de  $K$ , de forma que la expresión 2.17 puede escribirse como [41],

$$u_p = u_f \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_s}}\right) \quad (2.18)$$

donde el tiempo de relajación es,

$$\tau_s = \frac{d_p^2 \rho_p}{18 \mu_f}. \quad (2.19)$$

Este tiempo de relajación representa un tiempo para el cual la partícula ha alcanzado el 63 % de la velocidad del fluido. Por consiguiente este tiempo de relajación será tanto menor cuanto menores sean el diámetro y la densidad de las partículas utilizadas [37].

### **Dispersión de la luz por las partículas trazadoras.**

La dispersión de la luz por las partículas trazadoras juega un papel importante en la técnica PIV. Para el estudio de dispersión de luz por partículas pequeñas, suele definirse el diámetro normalizado  $q = \pi d_p / \lambda$  [41]. Cuando  $q \ll 1$  se sigue la teoría de Rayleigh, mientras que cuando  $q \gg 1$  se sigue la ley geométrica. La técnica PIV se encuentra en el rango intermedio ( $q \sim 1$ ) y la dispersión de luz por partículas esféricas de diámetro  $d_p \sim \lambda$  sigue la teoría de Mie [42]. La teoría de Mie indica la intensidad de la luz dispersada como

función del ángulo medido a partir de la dirección de incidencia de la luz. Con la finalidad de ilustrar la información obtenida con la teoría de Mie, en la Figura 2.5 se muestra en escala logarítmica el diagrama de dispersión de la luz para una partícula con un diámetro. La flecha indica la dirección de procedencia de la luz, y según puede observarse en dicho diagrama la mayor parte de la luz es dispersada hacia delante, lo cual es una desventaja para PIV, pues la configuración habitual del equipo es tal que el registro se realiza a  $90^\circ$  respecto a la dirección incidente de la luz del láser, y en esta dirección la intensidad dispersada se reduce, lo que implica la necesidad de utilizar láseres de mayor potencia.

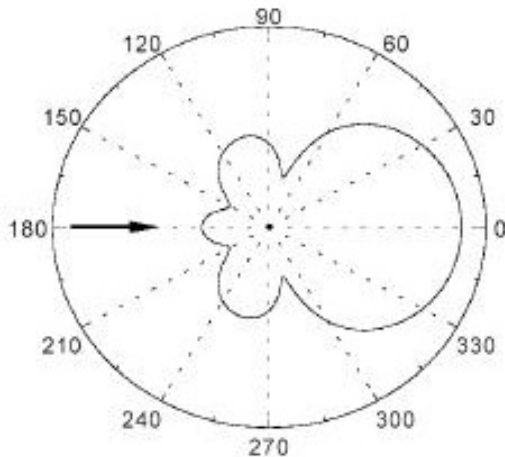


Fig. 2.5: Diagrama de la dispersión de la luz que incide en una partícula. La iluminación esta en la dirección que indica la flecha en color negro, la partícula se encuentra en el centro del diagrama y la línea sólida representa la dispersión de la luz.

La luz dispersada aumenta con el valor de  $q$ , por lo que desde este punto de vista son preferibles partículas grandes y menores longitudes de onda  $\lambda$  de la luz. Por lo tanto habrá que buscar una solución de compromiso entre ambos requerimientos.

### Sistema de Iluminación.

Los sistemas de PIV constan de una o varias fuentes de iluminación. En la mayoría de las aplicaciones las fuentes de luz son láseres que pueden ser de tipo continuo de argon-ion, con una potencia de unos pocos Watts, o pulsado del tipo Nd:YAG que producen pulsos con energía de entre 0.1 a 0.3 J, con una frecuencia de repetición de decenas de Hertz. Los sistemas más utilizados son los pulsados porque ofrecen la ventaja de que el pulso de luz es de muy corta duración (nanosegundos), de forma que las partículas aparecen inmóviles en la imagen, con lo que su imagen aparece nítida sobre el sensor del sistema de registro.

Un sistema para generar un plano de luz láser se conforma por una fuente de luz láser, la cual se controla electrónicamente para producir pulsos cortos de luz, con un intervalo de separación seleccionable. La formación de un plano se puede conseguir fácilmente al emplear una lente cilíndrica en combinación con otra esférica. La lente cilíndrica expande

el láser en una dirección, mientras que la lente esférica lo enfoca a una distancia igual a la longitud focal, haciéndolo converger hasta alcanzar su espesor mínimo, para luego diverger. Debido a la naturaleza gaussiana del perfil de intensidad del láser, el plano de luz retiene esta propiedad en las dos direcciones, por lo que la iluminación no es homogénea.

Debe aclararse que cuando la velocidad característica del flujo es pequeña ( $1\text{ mm/s}$ ), como es el caso en la presente investigación, no se requiere pulsar el haz de luz láser, pues los pares de imágenes requeridos para hacer el análisis pueden tomarse a partir de imágenes consecutivas del registro de la cámara de vídeo, que normalmente toma 15 o 30 cuadros por segundo. Esta estrategia simplifica enormemente la técnica requerida para efectuar mediciones PIV. Aún flujos más rápidos pueden ser capturados sí se cuenta con cámaras de alta velocidad.

### **Sistema de Almacenamiento y procesamiento de Imágenes**

El sistema de registro de la técnica PIV está basado en las cámaras digitales con CCD, ya que cuentan con buenas resoluciones espaciales. Las imágenes se almacenan digitalmente, lo que permite un amplio registro que a su vez es susceptible de análisis digital mediante el uso del algoritmos de transformada rápida de Fourier (FFT) o correlación en el espacio real.

#### **2.4.1. Procesamiento de las imágenes.**

El proceso de análisis de imágenes de PIV tiene como finalidad la determinación del desplazamiento de las partículas contenidas en el flujo, lo que conducirá al conocimiento de la velocidad local del mismo. Para poder realizar esta tarea habrá que conocer la distancia que se han desplazado las partículas entre los dos pulsos de luz láser.

El método de análisis de las imágenes de PIV más extendido es la correlación, sobre dos imágenes monopulso. La técnica de correlación no requiere buscar la pareja de cada partícula individual. Más bien, el método basado en la correlación determina el desplazamiento medio de grupos de partículas contenidas en pequeñas regiones conocidas como ventanas de análisis o áreas de interrogación. La imagen de PIV es dividida en las ventanas de análisis en estas regiones y la función de correlación se calcula secuencialmente sobre todas las ventanas, proporcionando un vector desplazamiento por ventana de análisis. Dichas ventanas suelen ser cuadradas y se distribuyen como una malla uniforme sobre la imagen del flujo.

### Correlación cruzada.

Este tipo de correlación estadística se establece entre dos imágenes de PIV, que corresponden cada una a un pulso de luz láser (dos imágenes monopolso) que contienen imágenes de cada partícula.

La función de correlación  $C(\vec{s})$  de las intensidades  $I_1(\vec{x})$  y  $I_2(\vec{x})$  de las ventanas de análisis 1 y 2 está dada por la expresión,

$$C(\vec{s}) = \int_{\text{ventana}} I_1(\vec{x})I_2(\vec{x} + \vec{s})d\vec{x} \quad (2.20)$$

donde  $\vec{x}$  es la coordenada espacial en el plano imagen y  $\vec{s}$  la coordenada espacial en el plano de la correlación.

En general no suele hacerse la correlación de forma directa, pues resulta muy cara en términos de cálculo [43]. El cálculo de dicha función se realiza mediante el algoritmo de la Transformada Rápida de Fourier (FFT) sobre la imagen digital.

La operación de correlación puede expresarse en la forma,

$$C(\vec{s}) = I_1(\vec{x}) \otimes I_2(\vec{x}) \quad (2.21)$$

donde el símbolo  $\otimes$  indica el operador de correlación, o convolución.

Aplicando los teoremas de convolución para dos funciones, podemos pasar de la correlación en el plano espacial a una multiplicación en el plano de la frecuencia [44].

De esta forma, tomando transformadas de Fourier y usando el teorema de correlación, tendremos,

$$\mathcal{F}C(\vec{s}) = \mathcal{F}[I_1(\vec{x}) \otimes I_2(\vec{x})] = \mathcal{F}(I_1)\mathcal{F}^*(I_2) \quad (2.22)$$

donde  $\mathcal{F}$  representa la transformada de Fourier de la función y  $*$  representa el conjugado complejo de la transformada de la función.

Finalmente la función de correlación cruzada puede despejarse de la expresión 2.22, quedando,

$$C(\vec{s}) = \mathcal{F}^{-1}[\mathcal{F}(I_1)\mathcal{F}^*(I_2)] \quad (2.23)$$

donde  $\mathcal{F}^{-1}$  indica transformada inversa de Fourier.

## Correlación cruzada para imágenes digitales

Debido que la mayoría de los sistemas de PIV operan con imágenes digitales, la función de correlación se aplica al campo discreto bidimensional y se expresa de forma genérica como:

$$\Phi_{cross}(m, n) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N g_1(i, j)g_2(i + m, j + n) \quad (2.24)$$

donde  $g_1(i, j)$  y  $g_2(i, j)$  son las distribuciones de niveles de gris de las dos muestras analizadas, restringidas a una ventana rectangular de  $M \times N$  pixels. Los subíndices  $i, j$  indican la posición de cada píxel de la imagen digital.

Cuando el cálculo de la función de correlación es acelerado con la Transformada Rápida de Fourier (FFT), las funciones  $g_1(i, j)$  y  $g_2(i, j)$  se suponen distribuidas periódicamente en el plano  $i, j$  con periodicidad  $M, N$  [45].

## Post-procesado

Una vez conocido el desplazamiento de las imágenes de partículas, en general, la velocidad puede ser calculada siempre que se conozca el tiempo entre pulsos y de la magnificación de la imagen. Cuando se ha calculado la velocidad se pueden realizar diversas operaciones: obtención de magnitudes estadísticas de los resultados (medias, desviaciones, etc.), validación, relleno de huecos producidos por análisis erróneo (vectores espúreos), cálculo de magnitudes derivadas de la velocidad, etc.

## Variantes de la configuración de los sistemas de Velocimetría por Imágenes de Partículas

Con base en el principio de la velocimetría por imágenes de partículas, se han desarrollado variantes con las que se puede obtener la componente de la velocidad perpendicular al plano iluminado. Ejemplos de estas configuraciones de PIV son:

- PIV estereoscópico: utiliza dos cámaras con distintos ángulos de visión para extraer las tres componentes de la velocidad. Las imágenes de las dos cámaras deben observar el mismo plano del flujo aunque lo hacen de manera oblicua. Una vez capturadas, las imágenes son postprocesadas para entregar información de la misma región del flujo, observada de manera estereoscópica. Usando estas imágenes, es posible calcular la componente de la velocidad normal al plano iluminado, además de las dos componentes contenidas en el plano. Esto se describirá con mayor detalle en la subsección siguiente.



- PIV holográfico: en esta técnica, la posición de todas las partículas presentes en un instante de tiempo se registra en una placa holográfica con doble exposición. Posteriormente, el rayo láser de referencia se hace incidir sobre la placa holográfica y entonces se puede registrar la posición tridimensional de las partículas. Con esta información y conociendo el intervalo de tiempo entre las dos exposiciones, es posible encontrar las tres componentes de la velocidad.
- PIV por exploración: se mueven la o las cámaras y el láser para obtener diferentes planos del volumen completo del fluido estudiado.

### 2.4.2. PIV Estereoscópico

A pesar de todas sus ventajas, el método de PIV tiene algunas limitaciones que necesitan un mayor desarrollo en la base de la instrumentación. Una de esas desventajas es el hecho que el método clásico de PIV solo es capaz de grabar la proyección del vector de velocidad dentro del plano iluminado; la componente de la velocidad fuera del plano se pierde mientras que las componentes dentro del plano son afectadas por un irrecuperable error debido a la perspectiva de la transformación. Para flujos altamente tridimensionales esto puede llevar a errores de medición importantes del vector de velocidad local. Este error se incrementa a medida que la distancia al eje principal de la óptica de imagen aumenta. Por lo tanto, a menudo es ventajoso seleccionar una distancia grande en comparación con el área de la imagen para mantener el error de proyección al mínimo. Esto se consigue fácilmente con lentes de distancia focal larga.

Sin embargo, un número creciente de aplicaciones PIV requieren el conocimiento adicional de la componente de velocidad fuera del plano. Se han propuesto una gran variedad de ideas para recuperar las tres componentes de la velocidad. El más sencillo, pero no necesariamente fácil de implementar, es el método que consiste en adicionar un registro PIV desde una dirección de vista diferente con una segunda cámara, que puede ser genéricamente conocido como registro PIV estereoscópico. La reconstrucción de las tres componentes del vector de velocidad se basa en la medición de la diferencia del desplazamiento de las partículas visto desde direcciones oblicuas. Como se discutirá más adelante, la precisión de la medición de las componentes fuera de plano aumenta con el ángulo de apertura entre las dos cámaras alcanzando un máximo a  $90^\circ$ .

La formación de las imágenes de las partículas que se encuentran en el plano iluminado usando un sistema óptico oblicuo presenta problemas complejos. Para ilustrar una de las principales dificultades que surge con el uso de lentes con distancia focal grande, es que su abertura angular restringe la distancia entre las lentes en un enfoque de traslado de imágenes.

Las lentes de distancia focal grande están diseñadas para el uso con un sensor del formato fijo centrado en el eje óptico del lente, la mayoría de lentes no están solo limitadas en su apertura óptica sino que también caracterizado por una pronunciada disminución en la función de transferencia de modulación ( $M_{TF}$ ) hacia los bordes del campo de vista <sup>2</sup>. Para la buena calidad de las imágenes de partículas pequeñas, un buen  $M_{TF}$  en números  $f$  pequeños ( $f < 4$ ) es un requisito indispensable. Dado que los sistemas de lentes con un eje principal oblicuo son prácticamente inexistentes, un alejamiento de la técnica de traslación de imagen de la figura 2.6(a) es inevitable. Como el mejor  $M_{TF}$  generalmente está presente cerca del eje principal, se propone el método alternativo de desplazamiento angular, como el que se muestra en la Figura 2.6(b). En este arreglo la lente se alinea con la dirección de la vista principal.

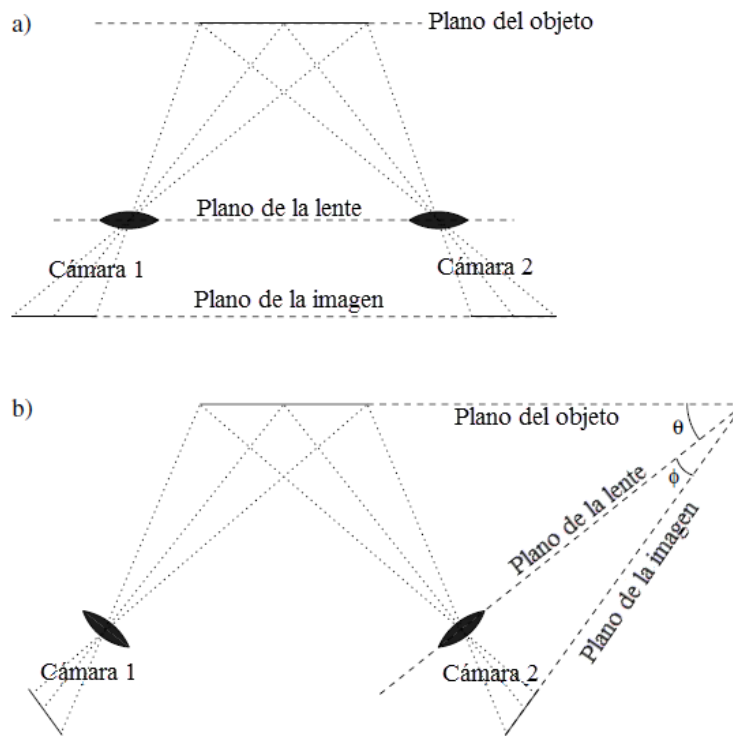


Fig. 2.6: Configuraciones estereoscópicas para la toma de imágenes.

Un requisito adicional para números  $f$  pequeños se asocia con una profundidad de cam-

<sup>2</sup>La función de transferencia de modulación ( $M_{TF}$ ) es el cociente de la modulación de la imagen ( $M_i$ ) entre la modulación del objeto ( $M_o$ ). Esto es:

$$M_{TF} = M_i / M_o$$

La modulación es una medida del contraste. La  $M_{TF}$  se puede determinar por tablas, las cuales se pueden encontrar en la referencia [37]

po pequeño que solo puede ser acomodado adicionando una inclinación al plano posterior de acuerdo con el criterio de Scheimpflug en la que el plano de la imagen, plano de lente y el plano de objeto para cada una de las cámaras se cruzan en una línea común<sup>3</sup>. La vista oblicua de la escena está asociada con una distorsión de perspectiva que se incrementa aún más por la disposición de imágenes. En esencia, la distorsión de perspectiva resulta en un factor de amplificación que ya no es constante a través del campo de visión y requiere un proceso de calibración, adicional.

Para reconstruir el campo de desplazamiento de tres dimensiones de dos proyecciones es necesario que las dos cámaras se coloquen en cualquier configuración deseable siempre que los ejes de visión no sean colineales. Con el fin de ejemplificar el método para calcular la componente de la velocidad normal al plano iluminado, describiremos con un cierto detalle un caso sencillo de visión estereoscópica. En este ejemplo se tienen dos cámaras desplegadas en el plano de la imagen. Consideremos primero la detección de la posición de una partícula cuya trayectoria está cerca, pero no está contenida en el plano focal de una lente, como se muestra en la Figura 2.7.

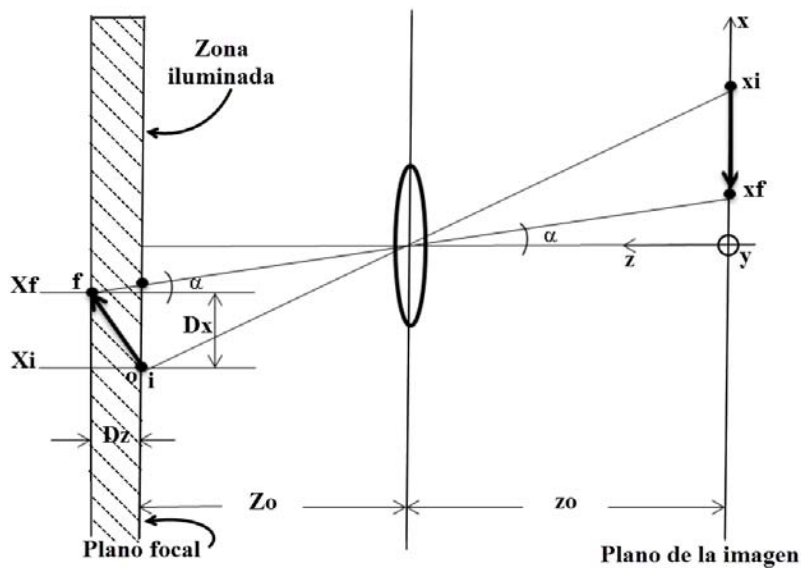


Fig. 2.7: Geometría de la detección de dos posiciones de una partícula que se mueve fuera del plano focal.

La posición inicial de la partícula se denota por el punto  $o$ , el cual se encuentra en

<sup>3</sup>El principio de Scheimpflug es una regla geométrica que describe la orientación del plano de enfoque de un sistema óptico (por ejemplo, una cámara) cuando el plano de la lente no es paralelo al plano de imagen. Comúnmente se emplean monturas especiales que modifican la orientación de la lente para hacer coincidir los dos planos y de esta manera evitar el desenfoque de la imagen [46, 47, 48]

el plano focal; la posición inicial en  $x$  se denota por  $X_i$  y la final por  $X_f$ . Las posiciones respectivas en el plano de la imagen son  $x_i$  y  $x_f$ . De la Figura 2.7 podemos observar que:

$$\tan\alpha = \frac{x_f}{z_o} \quad (2.25)$$

por lo tanto

$$x_i - x_f = -M(D_x + D_z(x_f/z_o)) \quad (2.26)$$

donde  $M$  es la magnificación de la lente definida por  $M = z_o/Z_o$ .

Supongamos ahora, que el movimiento de la partícula no está contenida en el plano  $xz$  y que el desplazamiento de la partícula mostrado en la Figura 2.7 es la proyección del movimiento sobre el plano  $xz$ . Entonces, por simetría entre las direcciones  $x$  y  $y$  (perpendicular al plano  $xz$ ) se tiene:

$$y_i - y_f = -M(D_x + D_z(y_f/z_o)) \quad (2.27)$$

Consideremos ahora la configuración mostrada en la Figura 2.8 que ilustra la observación del mismo desplazamiento, pero ahora usando dos cámaras con idénticas configuraciones ópticas y geométricas, desplazadas una distancia  $H$  entre sí.

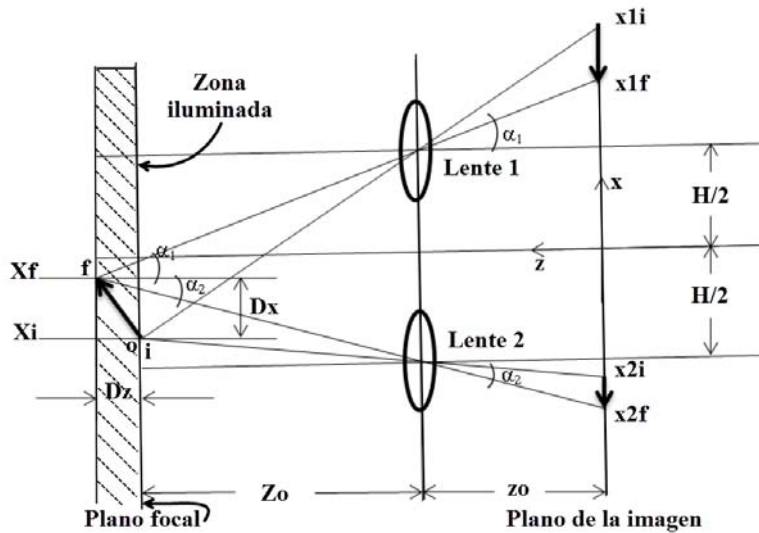


Fig. 2.8: Geometría de la detección de dos posiciones de una partícula que se mueve fuera del plano focal con dos cámaras desplazadas en el plano de la imagen.

Las expresiones equivalentes a la ecuación 2.26 para este sistema son:

$$\Delta x_1 = x_{1i} - x_{1f} = M(D_x + D_z(x_{1f}/z_o)) \quad (2.28)$$

y

$$\Delta y_1 = y_{1i} - y_{1f} = M(D_y + D_z(y_{1f}/z_o)) \quad (2.29)$$

definiendo,  $\tan\alpha = x_{1f}/z_o$  y  $\tan\beta = y_{1f}/z_o$ , de esta forma las componentes de la velocidad medidas por la cámara uno vienen dados por:

$$U_1 = -\frac{x_{1f} - x_{1i}}{M\Delta t}$$

$$V_1 = -\frac{y_{1f} - y_{1i}}{M\Delta t}$$

Las componentes de la velocidad  $U_2$  y  $V_2$  para la cámara dos se pueden determinar empleando las ecuaciones anteriores pero sustituyendo sus variables correspondientes.

De estas expresiones, se puede despejar el desplazamiento real en la dirección normal al plano iluminado ( $D_z$ ) como función de los parámetros geométricos del arreglo óptico y de las coordenadas de las imágenes de los trazadores:

$$D_z = \frac{-z_o(\Delta x_1 - \Delta x_2)}{MH - (\Delta x_1 - \Delta x_2)} \quad (2.30)$$

La velocidad normal al plano iluminado es simplemente  $W = D_z/\Delta t$ , donde  $\Delta t$  es el tiempo entre las dos imágenes.

En el capítulo anterior se explicó que, en la técnica de PIV se siguen distribuciones de niveles de gris, y no partículas individuales, aunque la ecuación 2.30 aplica para una partícula, puede interpretarse de manera natural al desplazamiento obtenido por la correlación cruzada en el área de interrogación.

---

## ANTECEDENTES

---

**D**urante los últimos 20 años se ha desarrollado dentro de la ahora coordinación de Transferencia de Energía y Masa proyectos para estudiar teóricamente y experimentalmente la convección natural en cavidades cilíndricas. Los resultados de los estudios de convección natural en cavidades presentados y en lo que se ha basado esta tesis, son avances logrados por diferentes estudiantes que realizaron con anterioridad trabajos similares, por esta razón se considera importante describir algunos de los resultados alcanzados por los predecesores.

### 3.1. Estudios experimentales.

Para el estudio experimental de la convección natural, el CIE<sup>1</sup> desarrolló un Equipo de PIV por exploración, que es el antecedente directo del sistema que se empleó en el presente proyecto. El sistema experimental diseñado y fabricado en el CIE, por varias generaciones de estudiantes y que culminó con el trabajo de M. López Caballero [7], tenía como objetivo hacer un doble análisis PIV simultáneo para capturar el campo de velocidades de un fluido confinado en una cavidad cilíndrica. El dispositivo experimental construido para ese estudio se compone de una cavidad cilíndrica equipada con intercambiadores de calor para generar el movimiento convectivo en su interior, y dos velocímetros por imágenes de partículas que capturan imágenes planos horizontales y verticales. Estos equipos están montados sobre sendos brazos mecánicos que permiten cambiar la posición relativa entre cada uno de los planos de análisis y los planos y la cavidad. Todo el dispositivo es controlado por un programa de LabView que coordina los brazos mecánicos y la captura de las imágenes.

La cavidad está hecha de vidrio con 1.6 mm de diámetro interno y 20 mm de alto. La cavidad cilíndrica fue colocada dentro de una camisa de sección transversal cuadrada de vidrio con el fin de reducir los efectos de refracción de los haces de láser al incidir sobre la cavidad. Las paredes horizontales de la cavidad son dos intercambiadores de calor capaces de mantener una diferencia de temperatura de hasta 14 °C, el sistema cuenta con cuatro

---

<sup>1</sup>Centro de Investigación en Energía (CIE), institución que antecedió al Instituto de Energías Renovables (IER)

termopares que se encuentran ubicados de la siguiente manera: dos en la parte inferior, uno en la parte superior y uno en el ambiente. La adquisición de temperaturas, el movimiento de los planos de luz y la adquisición de imágenes se controla con una computadora através de la plataforma LabView.

El sistema de adquisición de imágenes consiste en dos fuentes de luz láser, dos cámaras y dos brazos mecánicos. Cada uno de los láseres cuenta con una fibra óptica que conduce la luz hasta un prisma que genera un plano de luz. Los brazos mecánicos sujetan las fibras ópticas que conducen la luz láser que ilumina los planos. Las cámaras toman imágenes de los trazadores visualizados en cada plano; cuentan con filtros colocados frente a sus lentes, para bloquear la luz dispersada que proviene de fuentes indeseadas. Los brazos mecánicos funcionan mediante sistema independientes, accionados por motores de pasos que son controlados por un programa en la computadora y alimentados por fuentes externas. La Figura 3.1 muestra una vista general del equipo. Las cámaras usadas son una Kodak MegaPlus ES 1.0 y una Basler A302b. La frecuencia de adquisición de las imágenes fue de 30 cuadros por segundo. Para iluminar el plano vertical se utilizó un láser de estado sólido B&WTEK modelo BWT-50-PIG con una potencia de 300 mW y  $\lambda = 532$  nm. Para el plano horizontal, se usó un láser de Helio Neón Melles Griot modelo 05-LPH-927 con una potencia de 75 mW y  $\lambda = 632$  nm. En ambos casos, el ancho del plano de luz es de 1 mm de espesor con un ángulo de apertura de  $30^\circ$ .



Fig. 3.1: Sistema de dos velocímetros por imágenes de partículas para analizar la convección natural en una cavidad cilíndrica, diseñado y construido en el Laboratorio de Transferencia de Energía y Masa del Departamento de Termociencias del Instituto de Energías Renovables.

Con el sistema descrito se tuvo acceso a tres planos horizontales y tres verticales. Se escogió este número, por la relativa simplicidad y rapidez para efectuar el experimento y porque de esta manera se tiene una información suficiente para bosquejar la reconstrucción tridimensional del flujo, pues estos planos se encuentran en las zonas más representativas del flujo. En la Figura 14.1(a), se muestran los planos a los que se tiene acceso.

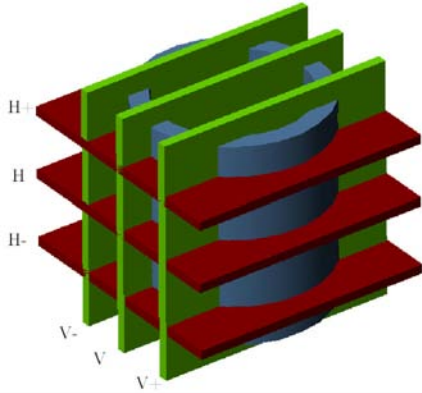


Fig. 3.2: Planos a los que se tuvo acceso en los experimentos reportados en la referencia [7]. Las letras  $V-$ ,  $V$ ,  $V+$ ,  $H-$ ,  $H$  y  $H+$  corresponden a las posiciones en la cual los campos vectoriales fueron registrados. Los planos  $\pm V$ , se encuentran a  $\pm 4$  mm del centro del cilindro. Los planos  $\pm H$ , se encuentran a  $\pm 5$  mm del centro del cilindro.

El sistema permitió observar dos componentes de la velocidad en planos horizontales (Figura 3.3(a)) y verticales (Figura 3.3(b)), además, de observar la resultante tridimensional de los vectores de velocidad en la intersección de los planos verticales y horizontales (Figura 3.3(c)), cabe aclarar que sólo en estos puntos se podía realizar esta reconstrucción. Por otro lado, con estas observaciones, se logró validar códigos computacionales, que dan mayor información que el propio sistema experimental, respecto al comportamiento del flujo convectivo y de su dependencia con el número de Rayleigh.

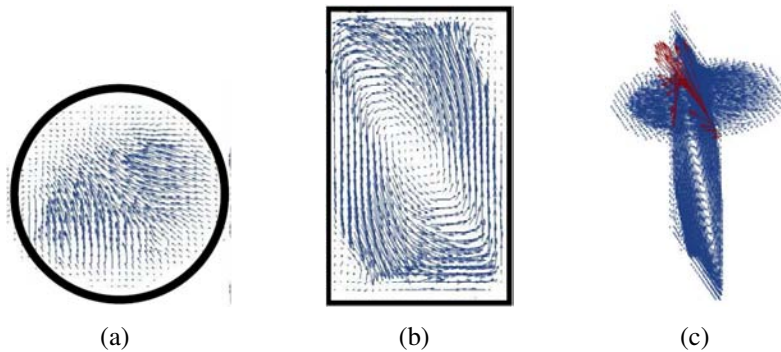


Fig. 3.3: Campos de velocidad obtenidos con el equipo de PIV desarrollado por M. López Caballero [7], a) vista del plano horizontal, b) vista del plano vertical y c) reconstrucción tridimensional de los vectores de las componentes de la velocidad (vectores rojos) para los planos vertical y horizontal. Obsérvese que la reconstrucción solo es posible en la intersección de los puntos de intersección de los planos.

### 3.2. Estudios teóricos

Otro aspecto importante de los estudios que antecedieron a la investigación descrita en el presente documento, se refiere a las simulaciones numéricas del flujo en cavidades cilíndricas, mediante modelos teóricos del flujo y la solución numérica de las ecuaciones de



balance de masa, cantidad de movimiento y energía en coordenadas cilíndricas. En el trabajo reportado por J. Núñez se emplearon la técnica de volumen finito y métodos espectrales para la modelación computacional de la convección natural en un contenedor cilíndrico lleno de agua [8]. Adicionalmente, en este trabajo se propuso una formulación híbrida para resolver las ecuaciones gobernantes de la convección en coordenadas cilíndricas, se utilizó el método de Fourier Galerkin en la dirección azimutal y el método de volumen finito para la dirección radial y axial [5]. Las condiciones físicas que se tomaron en cuenta para la simulación se muestran la Figura 3.4

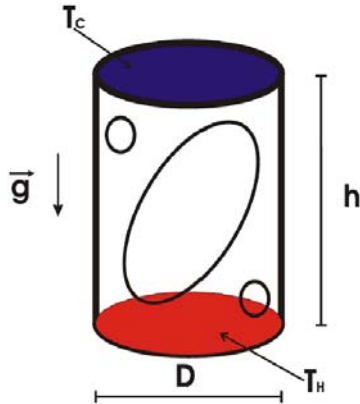


Fig. 3.4: Representación gráfica de las condiciones físicas del fenómeno simulado en el trabajo de J. Núñez [8]. Temperatura baja  $T_C$ , temperatura alta  $T_H$ , altura y diámetro del cilindro  $h$  y  $D$  respectivamente, y gravedad de la tierra  $g$  ( $g = 9.81 \text{ m/s}$ ).

Con la simulación numérica realizada se logró determinar bajo este método de análisis los campos de velocidad del flujo convectivo al interior de la celda, determinando los patrones característicos para flujos en estado permanente, como se muestran en la Figura 3.5.

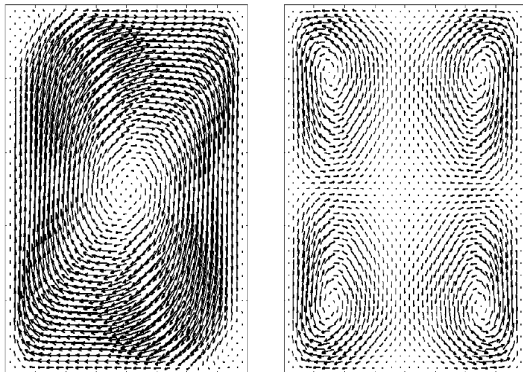


Fig. 3.5: Campos de velocidad en dos planos verticales y perpendiculares entre sí. Patrones característicos en el flujo convectivo en la cavidad, un vórtice (izquierda) y cuatro vórtices (derecho). El cálculo fue determinado para el  $Ra=5.12 \times 10^5$ .

La simulación permitió visualizar el comportamiento de flujo convectivo en todo el volumen de la cavidad y se determinó que el patrón de cuatro vórtices y el de un vórtice se encuentran perpendicularmente entre sí, y que el patrón de un vórtice predomina en la mayor parte del volumen de la celda. Por otro lado, estos resultados fueron comparados de forma cuantitativa y cualitativa con los datos obtenidos experimentalmente por M. López

Caballero. Dichas comparaciones fueron limitadas debido a las características de operación del equipo experimental, pero, se pudo validar el software y las condiciones empleadas para simular el fenómeno, gracias al correcto ajuste de los datos teóricos y experimentales, como se muestra en la Figura 3.6.

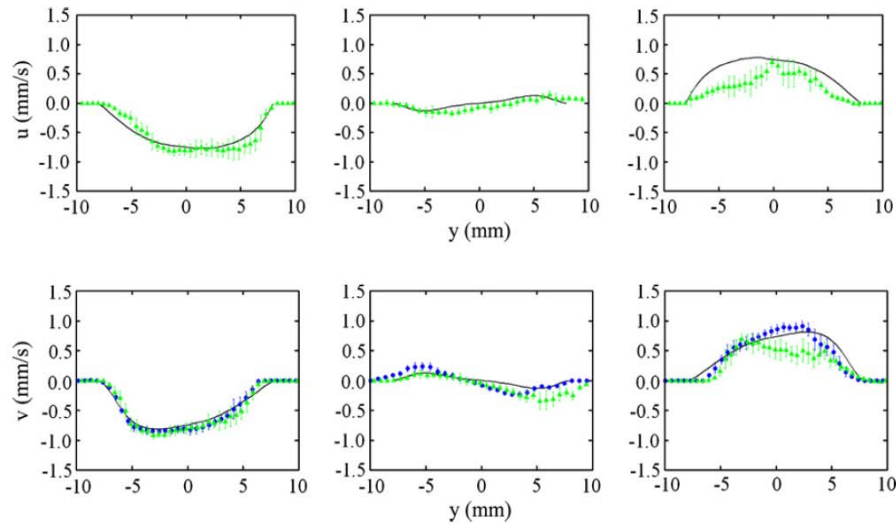


Fig. 3.6: Comparación teórico - experimental [5], para el flujo convectivo al interior de una cavidad cilíndrica. La fila superior, componente de la velocidad  $u$  y fila inferior, componente  $v$ , ambos casos para diferentes alturas de la cavidad y a lo largo del radio de la cavidad.

Aún teniendo una correcta correlación entre datos simulados y experimentales, debido al modo de operación del instrumento empleado (movimientos en coordenadas cartesianas) y al desarrollo de la celda convectiva al interior de la cavidad (orientación en función del ángulo de observación), no es posible determinar la existencia del patrón de cuatro vórtices mediante el experimento, pero, gracias a los resultados teóricos-experimentales entre estos dos trabajos, permiten afirmar que la visualización numérica del patrón de cuatro vórtices es correcta.

---

# EQUIPO EXPERIMENTAL PARA EL ESTUDIO DE LA CONVECCIÓN NATURAL

---

En este capítulo se describe el dispositivo diseñado y construido para obtener campos de velocidad en sus tres componentes,  $u$ ,  $v$  y  $w$ , para flujos en estado estacionario y para todo el volumen ocupado por el fluido en movimiento contenido en una cavidad cilíndrica. El equipo se compone de una celda convectiva para generar gradientes de temperatura entre las caras horizontales de la cavidad y de un sistema de Velocimetría por Imágenes de Partículas estereoscópico, compuesto por dos cámaras montadas sobre una plataforma que gira alrededor de la cavidad bajo análisis, dicha plataforma cuenta con un anillo colector que transmite los datos de los sensores en rotación a la PC. En la sección siguiente se describe a detalle cada una de las partes que componen el equipo experimental. Este capítulo se basa en el artículo *Note: Device for obtaining volumetric, three-component velocity fields inside cylindrical cavities* [49].

## 4.1. Diseño, fabricación y pruebas de funcionamiento del prototipo

En la figura 4.1 se muestra una vista general del equipo diseñado y construido en el IER, éste forma parte de los equipos especializados para el análisis de fenómenos relacionados a la mecánica de fluidos y transferencia de calor desarrollados en esta tesis. Cabe mencionar que con este instrumento se obtienen mejores resultados (precisión en las mediciones de los campos de velocidad, mayor números de campos, desplazamiento uniforme y repetitivo del sistema de visualización) que con equipos anteriores elaborados en el laboratorio, esta mejora se debe al aprovechamiento de la simetría de la celda convectiva y al uso de un sistema polar de desplazamiento para el sistema de vídeo utilizado para la captura de imágenes de la cavidad.

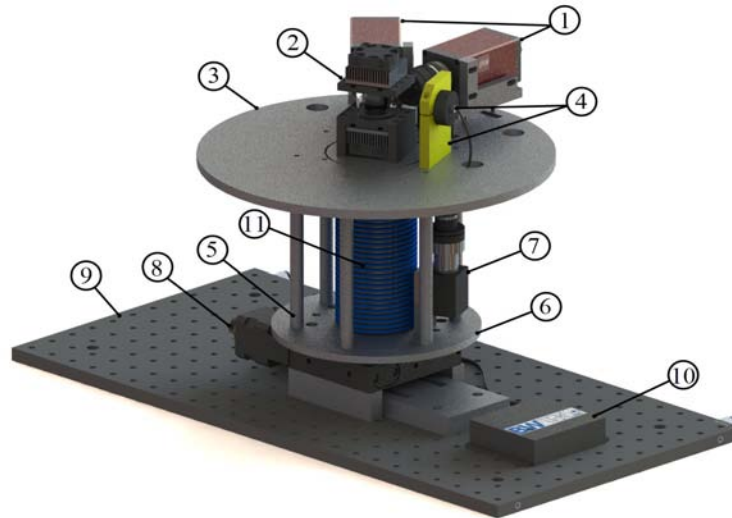


Fig. 4.1: Equipo de PIV estereoscópico rotatorio completo (con todos los accesorios necesarios para su correcto funcionamiento. 1) cámaras de vídeo, 2) celda convectiva, 3) base del sistema PIV estereoscópico rotatorio, 4) Powell lens (lente para generar plano de luz láser), 5) columnas de la base superior, 6) base inferior, 7) láser de estado sólido, 8) base motorizada, 9) placa de montaje del sistema PIV, 10) fuente de energía del láser y 11) anillos deslizantes.

Las secciones del equipo se listan a continuación:

1. Cavity cilíndrica o celda convectiva. Es el dispositivo que contiene al fluido de trabajo, se encuentra constituido por dos cavidades cilíndricas concéntricas, construidas de vidrio para permitir acceso óptico a su interior, además cuenta con dos intercambiadores gemelos de calor a base de termoeléctricos [50, 51].

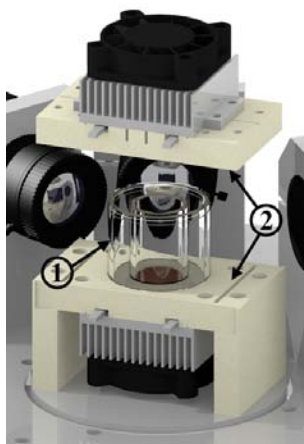


Fig. 4.2: Imagen realista de la celda convectiva y vista de los cilindros internos de la celda, 1) cavidad cilíndrica y 2) intercambiadores de calor.

2. Equipo de video. Este sistema está conformado por un par de cámaras, que capturan imágenes estereoscópicas de las partículas suspendidas en el fluido de trabajo contenido en la cavidad.
3. Sistema de iluminación. Consiste en un diodo láser que emite luz con una longitud de 532 nm, adaptadores mecánicos de fibra óptica, una fibra óptica y una lente Powell con su respectiva montura. Estos dispositivos son empleados para generar un plano de luz, que ilumina un corte transversal del flujo en el interior de la cavidad.
4. Bases y accesorios. Este equipo incluye una base giratoria, sobre la que están montadas el sistema óptico que genera el haz de luz y las cámaras, para girar alrededor de la cavidad cilíndrica que contiene al fluido de trabajo. La celda convectiva está montada sobre una base fija y concéntrica a la base rotatoria. El suministro de energía, la salida de información de las cámaras y las mediciones de los termopares son comunicados entre las partes rotatorias y las fijas del sistema a través de 24 anillos rotatorios.
5. Sistema de desplazamiento angular. Se compone de un posicionador electromecánico con resolución angular de  $0.213^\circ \times 10^{-3}$  ( $3.7 \mu\text{rad}$ ) por micropaso, de la marca Thorlabs, modelo, NR306S, que se emplea para mover angularmente a la base giratoria y la precisión en su movimiento garantiza una repetibilidad en el desplazamiento y la posición del equipo en las observaciones experimentales [52, 53].

## 4.2. Celda convectiva

La celda convectiva se muestra a detalle en la Figura 4.3; sus partes principales se pueden visualizar en el despiece. Esta celda permite generar un gradiente de temperatura entre las caras inferior y superior mediante un sistema de intercambiadores de calor a base de dispositivos termoeléctricos (marca, TE Technology, 60 W de potencia), que pueden calentar o enfriar las caras de la celda al suministrarles una corriente eléctrica.

La cavidad principal es un tubo de vidrio de 24 mm de altura por 16 mm de diámetro con tapas de cobre. En su posición de experimentación, la cavidad es concéntrica al eje de rotación del sistema [54].

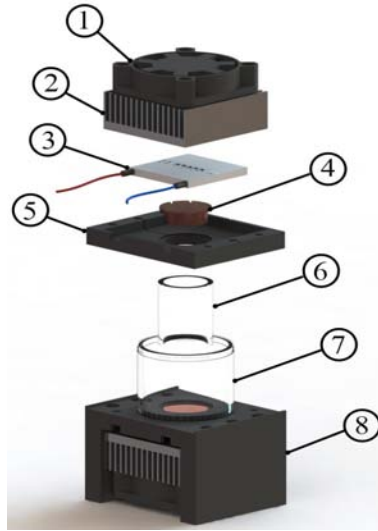


Fig. 4.3: Celda convectiva desarrollada para generar gradientes de temperatura mediante dispositivos termoelectricos. 1) Ventilador, 2) disipador de calor, 3) dispositivo termoelectrico, 4) tapón de cobre, 5) tapa superior de Nylamid, 6) cavidad experimental, 7) camisa protectora y 8) sistema gemelo de intercambiador de calor.

La celda se coloca dentro de una camisa cilíndrica de vidrio de 35 mm de diámetro externo, que la aísla de los cambios de temperatura del medio ambiente. Entre la cavidad experimental y la camisa se coloca aceite óptico tipo A, marca Laica Microsystems, que ayuda a reducir los cambios de índice de refracción entre las diferentes secciones que cruza el plano de luz láser para iluminar el interior de la cavidad experimental. En la Figura 4.4(a) se puede apreciar el modo de llenado de la celda con el aceite, que es transparente y tiene un índice de refracción similar al del vidrio ( $n = 1.52$ ).

La cavidad cuenta con dos termopares tipo T para la medición de la temperatura, colocados al interior de los tapones de cobre, como se muestra en la Figura 4.4(b). Los termopares están conectados a una tarjeta National Instruments, modelo PCI-MIO-16XE-50, con una velocidad de adquisición de 200 datos por segundo.

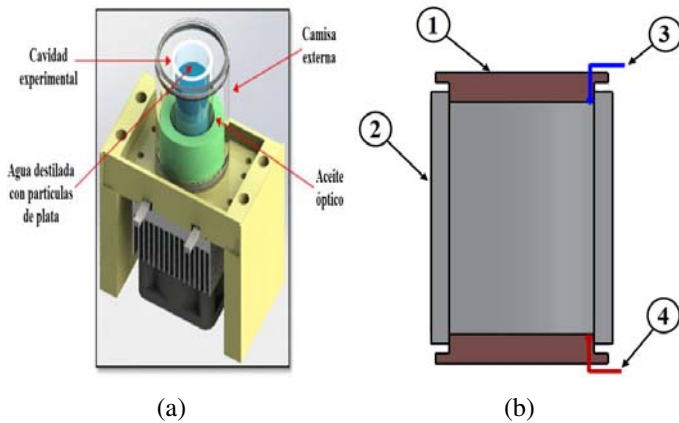


Fig. 4.4: Características principales de la celda, (a) Llenado de la celda convectiva con sus respectivos fluidos, (b) Posición de los termopares para la medición de la temperatura al interior de la celda.

### 4.3. Software para la adquisición, almacenamiento y procesamiento de las imágenes

La adquisición de imágenes y la instrumentación del equipo de PIV descrito anteriormente se lleva a cabo con una biblioteca de programas (software) construidos específicamente para este propósito. El software incluye programas en LabView para el control de las cámaras, la adquisición y etiquetado de las imágenes guardadas. En la Figura 4.5 se muestra una parte del programa elaborado para la adquisición de imágenes, para mayor información ver la referencia [55].

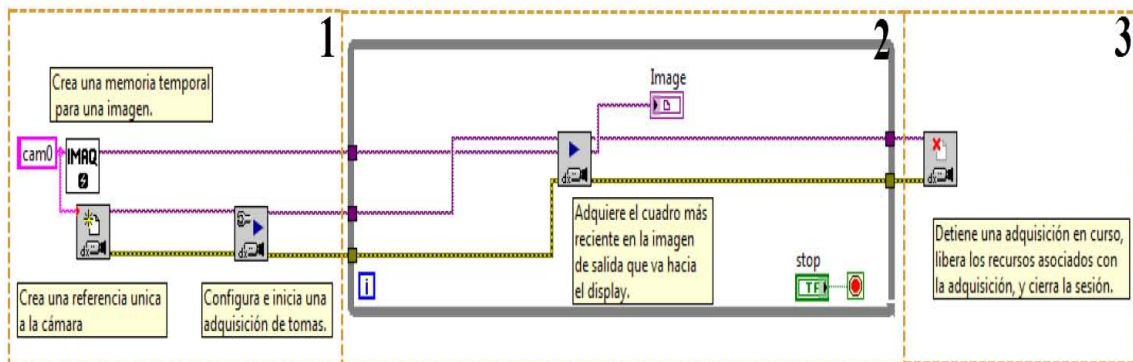


Fig. 4.5: Diagrama del programa para la adquisición de imágenes.

El programa fue elaborado en la plataforma LabView, y consiste de tres etapas: en la primera se especifica la cámara a utilizar y se inicia la comunicación entre este dispositivo y la PC. En la segunda etapa se comienza a adquirir las imágenes de la cámara desplegando la etiqueta del nombre asignado a la imagen en el panel de control. Posteriormente las imágenes son almacenadas en el disco duro de la PC. Por último, se cierra o finaliza la comunicación entre la PC y la cámara.

Además de la adquisición de las imágenes también se realiza el procesamiento o mapeo de éstas, ya que las cámaras no se encuentran perpendiculares al plano de observación. En la Figura 4.6 se muestran dos pares de fotografías de la celda. En el primer par se pueden observar las tomas realizadas de las cámaras sin procesamiento; es evidente que la celda de trabajo se ve en perspectiva. El segundo par de imágenes se someten a un tratamiento (mapeo) para corregir la distorsión de la celda debida al ángulo de observación.

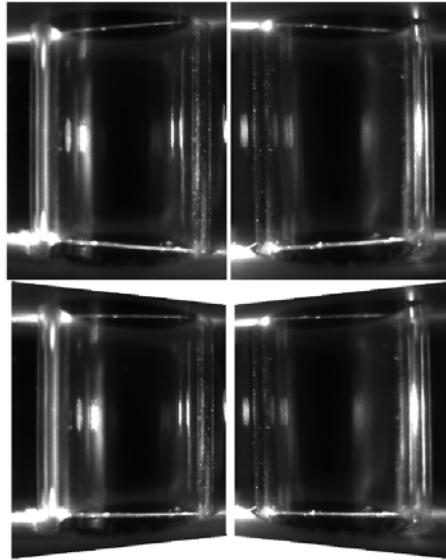


Fig. 4.6: Fotografías de la celda capturadas con las cámaras un ángulo de  $30^\circ$  entre las dos cámaras.

Al sobreponer o en otras palabras, sumar pixel a pixel dos imágenes, una de cada cámara, se tiene un perfecto traslape, como si ambas imágenes fueran tomadas desde una vista perpendicular, como se puede apreciar en la siguiente imagen.

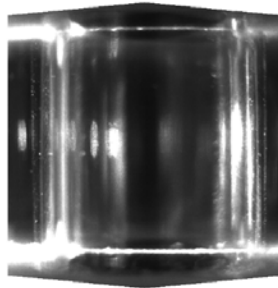


Fig. 4.7: Traslape o suma pixel a pixel de las imágenes mapeadas provenientes de las cámaras empleadas.



## 4.4. Equipo de PIV estereoscópico por exploración

El equipo de Velocimetría por Imágenes de Partículas estereoscópico por exploración se muestra en la Figura 5.21, donde se puede observar los componentes principales: cámaras de video (Allied Vision Technologies, PIKE-F032/B, 120 FPS máximo [56]), cada cámara cuenta con una lente Computar de 12 mm de longitud focal [57], y con un sensor CCD de 640 x 480 píxeles, con una longitud de palabra de 16 Bits y con un factor de amplificación de 23.75 píxeles/mm. Se puede observar también la celda convectiva (descrita en la sección anterior), la base fija y rotatoria, y la lente Powell de la marca OZ Optics, que permite generar el plano de luz láser [58, 59, 60, 61], el plano de luz tiene un ángulo de apertura de 30° y un espesor de 0.7 mm.

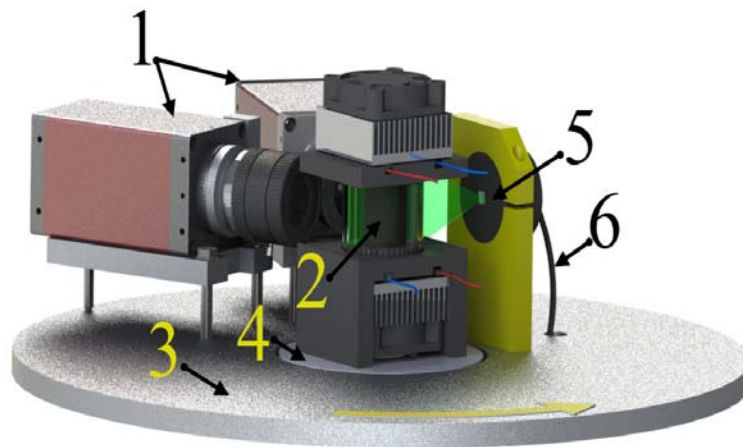


Fig. 4.8: Equipo de PIV estereoscópico rotatorio. 1) vídeo cámaras, 2) celda convectiva, 3) base de las cámaras, 4) base de la celda convectiva, 5) sistema óptico y 6) fibra óptica que transporta la luz láser desde el diodo emisor.

En la Figura 4.9 (vista en planta) se puede observar todos los componentes del sistema de PIV (cámaras y óptica del plano de luz) que están montados sobre una base circular que gira alrededor del eje de simetría axial de la celda, mientras que ésta última cuenta con una base que permanece fija en todo momento. Por lo tanto, la hoja de luz láser que define el plano de interrogación atraviesa la celda por diferentes direcciones azimutales, haciendo un barrido en todo el volumen del cilindro. Otra característica importante del equipo es la alineación de las cámaras, que están a  $\pm 21^\circ$  respecto un eje imaginario, perpendicular al plano de inspección de luz láser. Las cámaras se encuentran a  $42^\circ$  una de otra. Obsérvese que este ángulo excede los  $30^\circ$ , que es la separación angular recomendada para sistemas estereoscópicos de PIV.

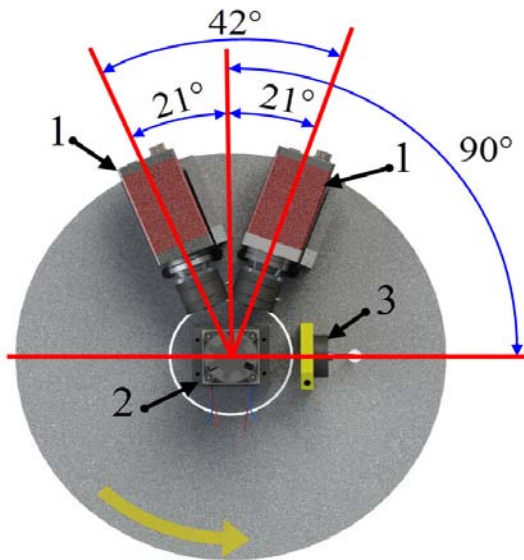


Fig. 4.9: Vista en planta del sistema de PIV estereoscópico rotatorio. La línea que divide los ejes ópticos de las cámaras es perpendicular a la línea que indica la posición del plano de la luz. 1) Vídeo cámaras, 2) celda convectiva con sus intercambiadores de calor y 3) sistema óptico para generar el plano de luz láser.

En la Figura 4.1-8 se muestra la montura motorizada que permite que la base de las cámaras giren a una velocidad angular constante (0.5-50 grados/segundo). La base es marca Thorlabs, modelo NR360S/M, se controla mediante una aplicación en LabView y tiene una capacidad de carga de 50 kg en dirección axial. Aunque el experimento de convección natural en la cavidad cilíndrica está bien definido con 180 grados de rotación, el equipo puede rotar 360 grados o un número de arbitrario de vueltas. Las exploraciones de vuelta completa se utilizan para la redundancia de datos y mejorar los resultados experimentales. La alimentación de la energía eléctrica suministrada a los diferentes componentes del plato giratorio se realiza mediante anillos deslizantes (LNT modelo MS-070, 24 anillos independientes de oro), mostrados en la Figura 4.1 con el número 11. Además de la potencia eléctrica, los anillos permiten la comunicación y salida de la señal de las cámaras al momento de estar rotando, dichos datos llegan a una tarjeta FireWire IEEE-1394 instalada en una computadora.

## 4.5. Parámetros experimentales, condiciones de llenado y calibración del PIV estereoscópico

En el estudio de convección natural se utilizó una celda cilíndrica de vidrio, dentro de la cual se coloca agua y se genera un gradiente de temperatura entre sus paredes superior e inferior de la cavidad. Las dimensiones y características de la celda convectiva como dispositivo se han descrito a detalle en la sección 4.2, a continuación se describen las condiciones físicas que se emplea para realizar los experimentos

Con el fluido en el interior de la cavidad, las paredes inferior y superior se mantienen

a temperaturas alta y baja respectivamente, con la finalidad de establecer un gradiente de temperatura, que en presencia de fuerzas de cuerpo, generarán movimiento vertical del fluido.

El estudio de la convección en este trabajo comprende la variación de diferentes parámetros característicos de la celda, los cuales son los siguientes:

- $\Delta T$  (gradiente de temperatura entre las caras del cilindro), variar este parámetro es equivalente a explorar el comportamiento del sistema variando el número de Rayleigh, ya que este número es dependiente de la diferencia de temperatura.
- $A$  (razón de aspecto, cociente de la altura y el diámetro de la celda,  $h/d$ ), este parámetro ya está definido al principio del experimento, ya que la cavidad tiene un volumen fijo, pero se puede variar la cantidad de fluido al interior de la celda. Modificando el volumen del fluido se genera una nueva condición experimental llamada superficie libre. Esta condición ha sido poco reportada en la literatura, ya la mayoría de los reportes estudian cavidades completamente llenas.
- $Pr$  (número de Prandtl), característico del fluido empleado, en los experimentos se empleará agua como fluido de trabajo. A largo plazo se pretende utilizar un fluido que tenga un número de Prandtl similar al del silicio fundido, pero sin ser opaco, ya que de lo contrario no se podrá implementar la técnica de PIV.
- $g$  (aceleración de la gravedad,  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ ). Inicialmente, quisiera comentar que en futuros experimentos se pretende utilizar una centrífuga de 4 metros de diámetro, localizada en las instalaciones del IER y con la cual se variará la gravedad de 1 a 7  $g$ , de tal forma que se podrá analizar el efecto del incremento de la gravedad sobre la convección natural.

En primera instancia, el número de Prandtl es igual a 6.1, valor característico del agua destilada y la razón de aspecto de la cavidad es fija ya que es un cilindro de 16 mm de diámetro interno por 24 mm de alto, con lo cual se tiene una  $A = 1.5$ , con estos dos parámetros fijos ya solo se puede modificar la temperatura o gradiente térmico entre las tapas superior e inferior de la cavidad, situando a los resultados e inspecciones de este trabajo sobre la línea vertical roja marcada en el mapa de Müller (ver la Figura 5.3).

La primera configuración de la celda convectiva es la que se muestra en la figura siguiente, en donde el fluido de trabajo cubre todo el volumen de la celda, es decir el fluido está en contacto con las paredes superior e inferior de la cavidad, teniendo una condición de no deslizamiento, en donde el fluido no se mueve.

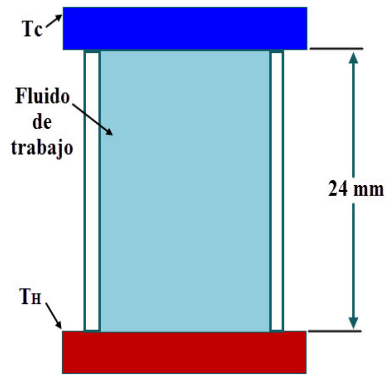


Fig. 4.10: Primera condición experimental, tapa rígida, todo el volumen de la celda ocupada por agua destilada,  $T_C$  y  $T_H$  temperatura fría y caliente respectivamente, la altura efectiva de la columna de agua es de 24 mm.

Otra de las condiciones experimentales abordadas en este trabajo, es la condición de superficie libre, ésta se da cuando la cavidad no está completamente llena de fluido de trabajo, en lo particular, la columna de agua tiene una altura promedio de 21 mm, como se visualiza en la Figura 4.11.

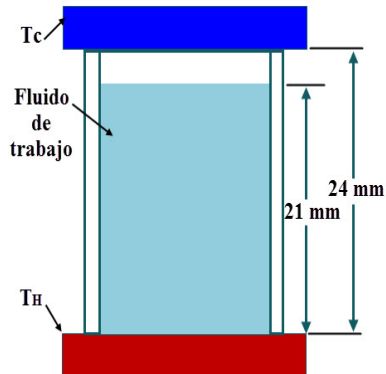


Fig. 4.11: Segunda condición experimental, superficie libre, el volumen de la celda está casi llena por agua destilada,  $T_C$  y  $T_H$  temperatura fría y caliente respectivamente, la altura efectiva de la columna de agua es de 21 mm.

Por último, se tiene la condición de superficie libre con obstáculo en su superficie, en la cual se hace que una pequeña barra cilíndrica toque la superficie libre del fluido, a su vez esta barra tiene la misma temperatura de la tapa superior, de esta forma se tiene un punto localizado con temperatura baja; tratando de recrear la condición en donde la semilla de silicio monocristalino toca al silicio fundido en el método de Czochralski.

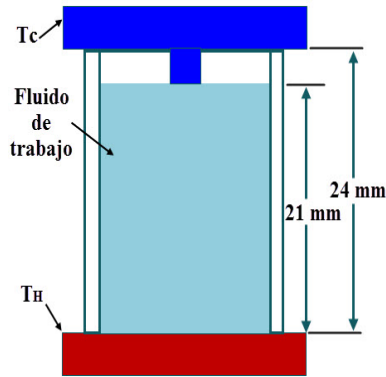


Fig. 4.12: Tercera condición experimental, superficie libre-obstáculo, el volumen de la celda está casi llena por agua destilada,  $T_C$  y  $T_H$  temperatura fría y caliente respectivamente, la altura efectiva de la columna de agua es de 21 mm.

### Parámetros experimentales del PIV estereoscópico

El principio de funcionamiento del equipo de PIV estereoscópico consiste básicamente en generar un plano de luz láser que se proyecta sobre la cavidad (plano de *inspección* o de *interrogación*), con la finalidad de iluminar las partículas trazadoras de plata de  $10 \mu\text{m}$  de diámetro. Las cámaras capturan imágenes de las partículas en movimiento y posteriormente, procesando la información contenida en las imágenes, se puede obtener las tres componentes de velocidades del plano de inspección. El conjunto de cada uno de los planos de inspección tomados a diferentes ángulos de observación permiten una reconstrucción tridimensional del flujo al interior de la cavidad cilíndrica. En la Figura 4.13(a) se muestra un diagrama del movimiento que las cámaras y el plano de luz que hacen al estar en funcionamiento el equipo de PIV.

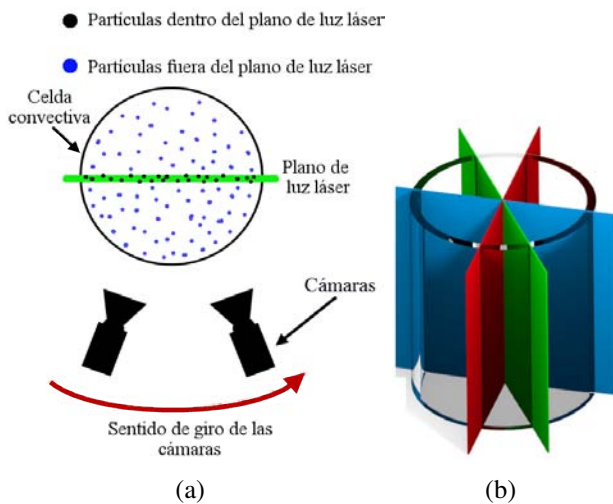


Fig. 4.13: Principio de funcionamiento del equipo de PIV estereoscópico, (a) esquema del movimiento de las cámaras y del láser, (b) animación del movimiento del láser alrededor de la cavidad cilíndrica.

Dado que el dispositivo de medición y el flujo bajo análisis tienen un movimiento relativo, es necesario una corrección a la velocidad azimutal (velocidad normal al plano) para la correcta interpretación de los campos de velocidad obtenidos con PIV. Para ello a la velocidad azimutal relativa se le debe restar o sumar la velocidad angular de giro de las cámara y el láser, según sea el caso. Como se puede ver en la Figura 4.14 existen dos regiones bien delimitadas por el diámetro, para partículas que están del lado izquierdo del eje tiene en apariencia un movimiento negativo (entrando al plano) y las del lado derecho tienen un movimiento aparente positivo (salen del plano), respectivamente se le suman y se le restan a los campos de velocidad la velocidad de giro de las cámaras.

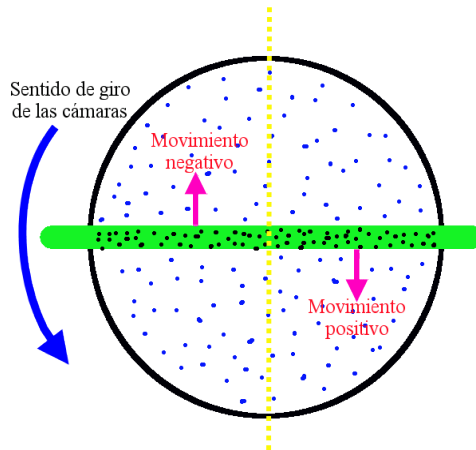


Fig. 4.14: Movimiento aparente de las partículas respecto al movimiento de las cámaras

### Calibración del equipo de PIV 3D y celda convectiva

Para obtener los campos de velocidad de la celda convectiva es necesario capturar fotografías del flujo en su interior, posteriormente se requiere analizar las fotografías con un software de PIV, en esta parte del proyecto se utiliza el programa llamado *Davis* de la compañía de LaVision, con el cual se configuran las principales características de análisis, tales como, área de interrogación para dividir las imágenes (16 x 16 píxeles) y un traslape entre áreas de interrogación del 50 %.

Antes de calcular los campos de velocidad, se tiene que calibrar previamente, mediante la toma de fotografías de una placa de calibración, fabricada especialmente para este dispositivo. Cada una de las cámaras debe que tener una imagen de referencia de esta placa desde la distancia y posición final de éstas. En la Figura 4.15(a) se muestra la placa de calibración original que se utiliza normalmente, pero debido a su tamaño no es utilizada en la cavidad. En la Figura 4.15(b) se muestra la placa de calibración utilizada en la celda, que tiene una superficie con características geométricas análogas a las de placa de calibración original, pero de dimensiones adecuadas para ser colocada en el interior de la celda convectiva.

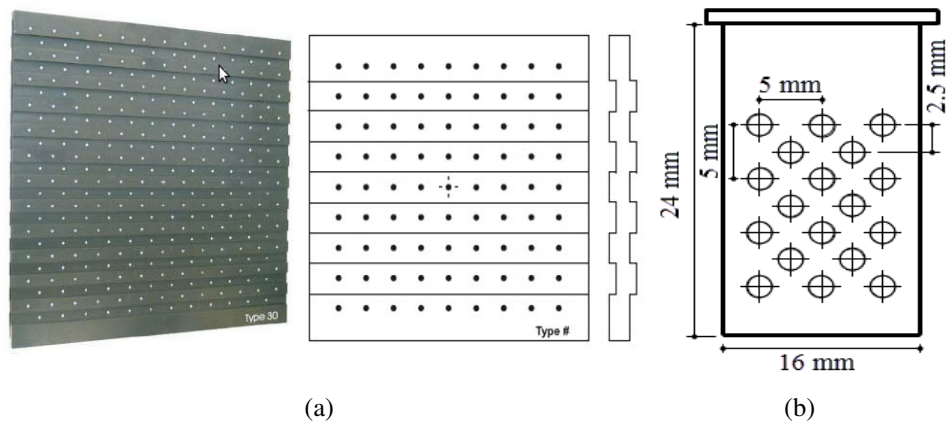


Fig. 4.15: Placas de calibración, a) Imagen de la placa de calibración del equipo comercial de PIV Estereoscópico de la marca LaVision y b) placa de calibración reducida, con un diámetro de 16 mm por 24 mm de largo, fabricado en acrílico y pintado a mano [9].

Para calibrar el equipo, primero, se llena con aceite óptico el espacio que se encuentra entre la camisa y la celda; después, la placa es colocada al interior de la celda, que contiene agua destilada en la cavidad y se toman fotografías, una con cada cámara, que se encuentran en la posición que se indica en la Figura 4.9. Posteriormente se sigue el procedimiento descrito en el manual del software de Davis para la calibración [62, 63, 64]. En las Figuras 4.16(a) y 4.16(b) se muestran las fotografías de las cámaras izquierda y derecha respectivamente.

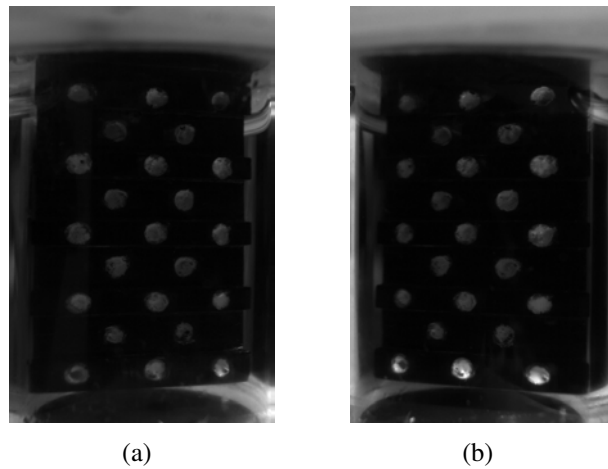


Fig. 4.16: Imágenes capturadas de la placa de calibración hechiza, (a) cámara izquierda y (b) cámara derecha.

Una condición importante para la calibración consiste en que se debe garantizar que ambas cámaras están alineadas al mismo plano, para lo cual se utiliza un patrón virtual de puntos de referencia, que se superpone a la imagen de la placa de calibración. Los puntos del patrón se hacen coincidir con los puntos de la placa mediante el ajuste de la altura y nivel de las monturas de las cámaras. En la Figura 4.17(a) se muestra el patrón de puntos antes mencionado y en la Figura 4.17(b) se muestra una fotografía en donde se alinean los puntos de la placa y el patrón.

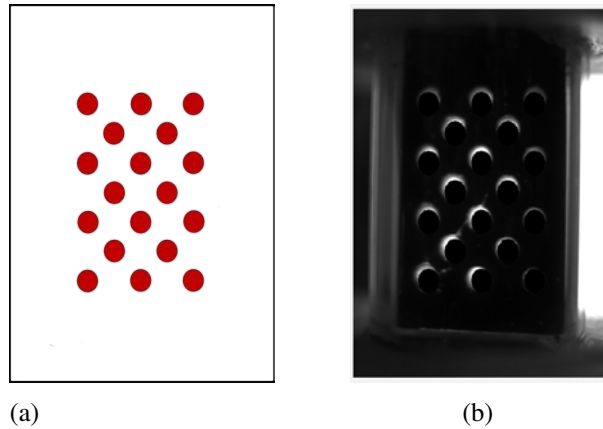


Fig. 4.17: Calibración del nivel y plano de enfoque de las cámaras, (a) patrón de puntos y (b) alineación del patrón con los puntos de la placa de calibración.

Una descripción más detallada de la calibración y resultados del procesamiento de las imágenes mediante la técnica de PIV para obtener los campos de velocidad se reportan en el artículo *Note: Device for obtaining volumetric, three-component velocity fields inside cylindrical cavities* [49] y en el Capítulo de resultados de esta parte del trabajo.



---

# RESULTADOS DEL ESTUDIO DE LA CONVECCIÓN NATURAL EN CAVIDADES

---

Los resultados experimentales de la convección natural en la celda cilíndrica que se reportan en este capítulo son el resultado de la constante mejora del equipo de PIV estereoscópico. A continuación se describen los resultados obtenidos en la experimentación de convección natural, comenzando por la calibración del sistema de PIV. Posteriormente se describirá el flujo convectivo al interior de la cavidad cilíndrica.

## 5.1. Calibración del sistema PIV estereoscópico

Para evaluar las capacidades y limitaciones del dispositivo de PIV 3D estereoscópico, se realizaron varias observaciones a un fluido sin movimiento. En estas condiciones, las únicas velocidades observadas son debidas al movimiento de rotación relativo que existe entre las cámaras y la celda convectiva que se encuentra fija.

Con el fin de garantizar que la velocidad del fluido dentro de la celda sea cero, se genera una estratificación térmica estable, fijando una temperatura alta ( $T_H$ ) en la pared superior y una temperatura baja ( $T_C$ ) en la pared inferior. La velocidad azimutal correspondiente a la rotación de las cámaras, se manifiesta como una velocidad normal al plano de iluminación y que es una función lineal del radio, la cual puede ser capturada con el PIV estereoscópico.

Los resultados obtenidos de la velocidad normal al plano de inspección se ilustran en la Figura 5.1. El movimiento aparente entre las cámaras y la celda, es igual al movimiento de cuerpo rígido, por lo tanto, las velocidades sólo varían en función del radio, pero, no varían en función de la altura. Cada punto de la gráfica es el promedio de 30 vectores de velocidad y cada curva tiene 75 posiciones en la dirección radial. La gráfica contiene los datos de cinco observaciones experimentales a velocidades angulares del equipo de 0.5 (círculos rojos), 1.0 (círculos azules), 2.5 (círculos verdes), 5.0 (círculos rosas) y 10.0 (círculos negros)  $^\circ/s$ . Las líneas sólidas son el mejor ajuste a cada uno de los conjuntos de datos y como era de esperar, se observa el comportamiento lineal de la velocidad normal al plano de inspección en función del radio.

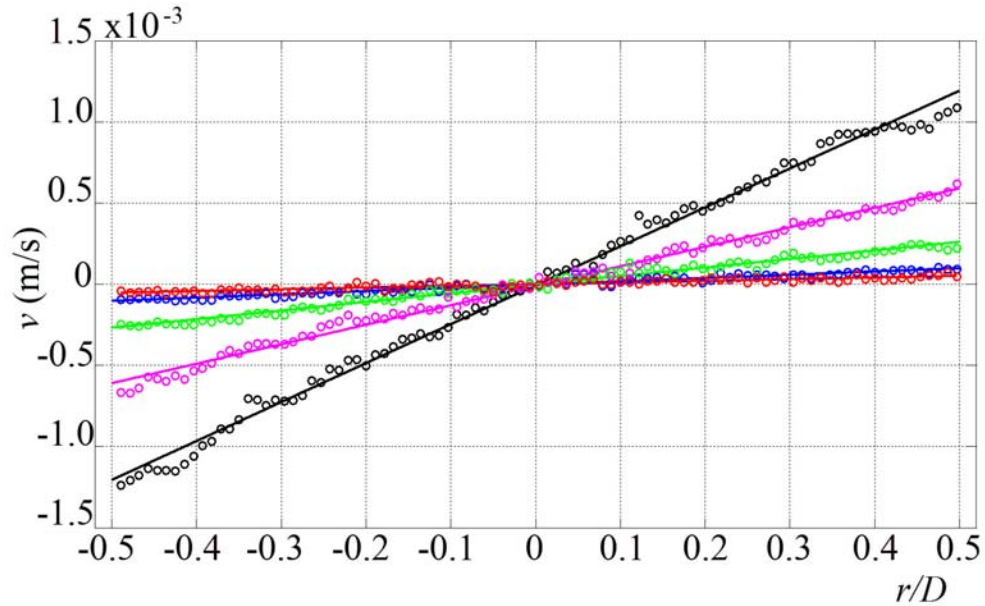


Fig. 5.1: La velocidad relativa registrada por el dispositivo corresponde a una rotación del cuerpo sólido.

La estrecha coincidencia de las observaciones y el valor esperado indica el correcto funcionamiento del sistema estereoscópico PIV. Además, se concluye que, 1) el equipo es capaz de girar a una velocidad angular de  $0.5^\circ/\text{s}$  sin afectar las magnitudes de las velocidades normales al plano de observación, 2) tomando en cuenta las características eléctricas y límites de la base giratoria, la velocidad mínima de operación para desplazamiento angular de las cámaras es de  $0.5^\circ/\text{s}$ , ya que a menores velocidades la base giratoria demanda una elevada corriente eléctrica que podría dañar el motor paso a paso. 3) Se tiene la confianza de poder medir velocidades normales al plano de observación entre los  $0.065\text{ mm/s}$  a  $1.1\text{ mm/s}$ , máximas velocidades normales registradas en las pruebas de rotación a  $0.5^\circ/\text{s}$  y  $10.0^\circ/\text{s}$  respectivamente.

En la siguiente figura se muestra la desviación estándar para cada velocidad de prueba realizada, es evidente que bajas velocidades, la desviación es pequeña y a velocidades altas de rotación la desviación aumenta, pero, todas las velocidades están cercanas a lo esperado teóricamente (línea roja).

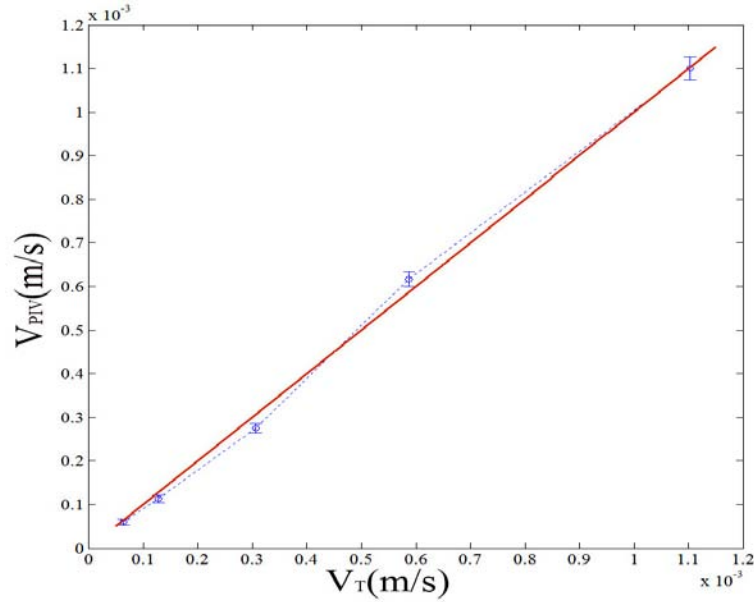


Fig. 5.2: Desviación estándar para cada velocidad de prueba realizada,  $V_T$  es la velocidad tangencial del equipo de PIV al momento de rotar y  $V_{PIV}$  es la velocidad que el sistema de PIV registra de las partículas de la celda.

## 5.2. Descripción del flujo convectivo al interior de una cavidad cilíndrica

Se realizaron experimentos para estudiar la convección natural dentro de cavidades esbeltas, siguiendo las condiciones descritas en la sección 4.5. Las condiciones particulares del equipo, son: una cavidad cilíndrica de razón de aspecto fija (1.5) y gradiente de temperatura constante y ajustable para obtener diferentes números de Rayleigh. Con el fin de poner en contexto este trabajo, en la Figura 5.3 se muestra una superposición de los resultados del estudio de la convección natural en cavidades reportados por Müller et al [3] e ilustrados por J. Núñez [8] y los experimentos realizados. En esta figura, la línea vertical roja indica los casos de cavidades con razón de aspecto de 1.5 y los cuadrados azules, los experimentos realizados. Las líneas horizontales de color rosa, indican los valores del número de Rayleigh para la transición entre flujos independientes a dependientes del tiempo obtenido de los experimentos. En el curso de la investigación se llevaron a cabo más de 20 corridas experimentales, pero en el presente documento se reportan solo ocho casos representativos.

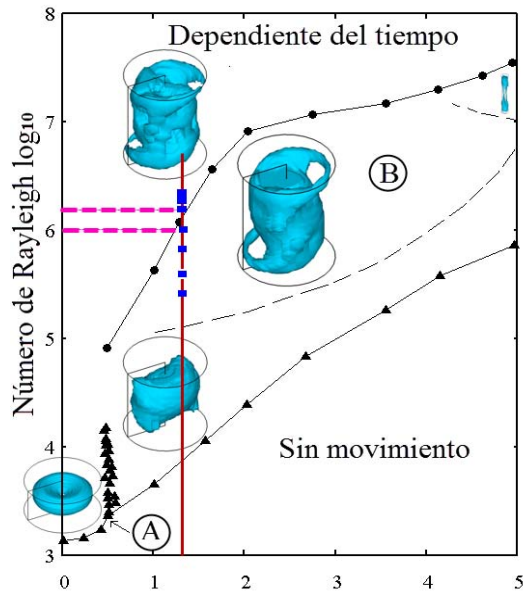


Fig. 5.3: Gráfica de comportamiento cualitativo de la convección natural observada por Müller et al. [3], para un fluido con  $Pr = 6.7$ , la línea roja indica el rango al cual se tiene acceso con el dispositivo experimental descrito en la Sección 4 (PIV de segunda generación). La regiones indicadas con las letras **A** y **B** son zonas independientes del tiempo con flujos axisimétricos y no axisimétricos respectivamente.

Los experimentos reportados se encuentran en el intervalo de  $1.1 \times 10^6 < Ra < 1.4 \times 10^6$  y un número de Prandtl igual a 6.3. Para cada experimento se obtuvieron 20000 imágenes, que después de ser procesadas por el software de PIV, dan como resultado 5000 campos de velocidad para todo el fluido contenido en la cavidad, de tal forma que se tienen 13 campos por cada grado angular que se desplaza el equipo de PIV y cada campo tiene dos dimensiones (coordenadas cartesianas,  $x$  y  $y$ ) y tres componentes de la velocidad ( $u$ ,  $v$ ,  $w$ ). Además del número de Rayleigh, para comparar un experimento con otro se requiere conocer los patrones de movimiento del fluido y las fluctuaciones de la velocidad en un punto determinado del campo de velocidades. Como se va a describir más tarde con detalle, los patrones del flujo convectivo para distintos números de Rayleigh son similares. Se observa que el patrón de flujo en el plano de análisis tiene diferentes propiedades geométricas, dependiendo de la dirección de observación. Los patrones más representativos son un vórtice y cuatro vórtices. Estos patrones observan en planos mutuamente perpendiculares.

### Determinación del número de Rayleigh crítico.

El patrón de flujo descrito en los párrafos anteriores se hace inestable al aumentar el número de Rayleigh. El equipo experimental desarrollado para este trabajo permite determinar el número de Rayleigh crítico mediante la observación de la velocidad  $v$ , en un punto  $P$  del campo de velocidades. En la Figura 5.4 se muestra la elección óptima para la posición del punto  $P$  en el campo de velocidades de cuatro vórtices. Para casos con números de Rayleigh menores al crítico, en este punto, la velocidad es cero para cualquier dirección, para todo tiempo, pero, para casos con números de Rayleigh mayores al valor crítico, la

velocidad de este punto comenzará a ser distinta de cero.

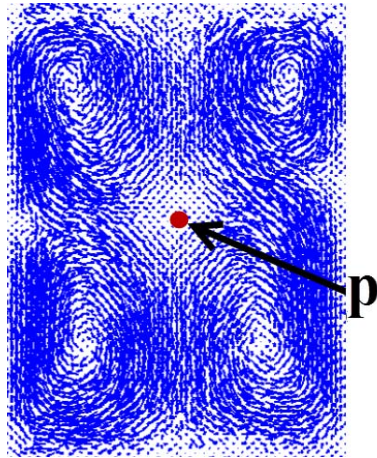


Fig. 5.4: Campo de velocidad característico de cuatro vórtices, el punto  $P$  indica la posición en donde se gráfica la componente de la velocidad  $v$  en función del tiempo.

El plano utilizado para el análisis de la velocidad en el punto  $P$  fue seleccionado mediante la inspección previa del flujo, rotando el equipo de PIV a diferentes ángulos de observación; con el fin de localizar el plano con el patrón característico de cuatro vórtices.

En la Figura 5.5 se muestra la componente de la velocidad  $v$ , medida en el punto  $P$  como función del tiempo, tomando como parámetro el número de Rayleigh. Cada observación duró 220 segundos. Posteriormente se incrementa el número de Rayleigh y nuevamente se toman mediciones, hasta terminar de capturar todos los datos. Se muestran trazas con promedio constante durante todo el periodo de observación y con una perturbación superpuesta menor a  $\pm 0.06$  mm/s para los primeros tres casos ( $Ra = 0.58 \times 10^6$ ,  $0.85 \times 10^6$  y  $1.15 \times 10^6$ ) de la velocidad en el punto  $P$ . En el punto  $P$  se observa que para el caso  $Ra = 1.69 \times 10^6$ , es notablemente diferente a las observadas a menores números de Rayleigh en el sentido que muestra una oscilación de una amplitud 0.5 mm/s y frecuencia dominante de 0.025 Hz. Aunque la traza contiene muchos modos de Fourier, el modo dominante se puede identificar de manera no ambigua. Esto indica que el valor crítico del número de Rayleigh  $Ra_c$  debe encontrarse en el intervalo de  $1.41 \times 10^6 < Ra_c < 1.69 \times 10^6$ .

Para  $Ra > Ra_c$  el flujo convectivo es dependiente del tiempo; para subsecuentes experimentos la fluctuación en la velocidad sigue presente, así como el incremento en la magnitud de la velocidad. Estos dos valores son consistentes con lo determinado por Müller. Es complicado de determinar un valor más exacto para las condiciones experimentales, ya que la precisión del control de temperatura del sistema de la celda convectiva se encuentra en su límite, por lo cual estos valores son los más cercanos que se pueden obtener con el equipo presente. Quisiera enfatizar que, mediante la simulación numérica se puede estimar este valor aproximado, que según estos métodos es  $1.2 \times 10^6 < Ra_c < 1.5 \times 10^6$ .

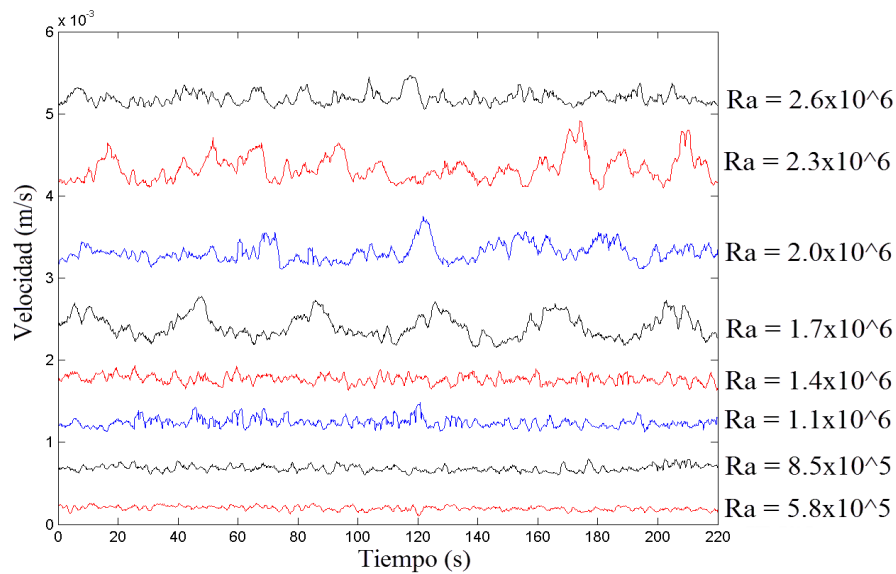


Fig. 5.5: Velocidad en función del tiempo en el punto  $P$  para diferentes números de Rayleigh.

La información de la velocidad mostrada en la gráfica anterior se obtuvo mediante la técnica de PIV para dos dimensiones (una cámara de vídeo), cabe aclarar que tanto la cámara y todo el sistema de visualización y el plano de luz láser se encontraban en reposo.

### Flujo con tapa rígida en la cara superior

En esta sección se describirá el flujo observado cuando la superficie superior es rígida, para un número de Rayleigh de  $10^5$  que corresponde a un flujo en estado permanente, pero antes de discutir las características del movimiento convectivo, es conveniente establecer la nomenclatura necesaria para la descripción. En la Figura 5.6(A) se muestra un esquema en perspectiva de la celda y dos planos verticales mutuamente perpendiculares que pasan por el eje de simetría. Los planos serán denotados como plano AA' y BB' y su orientación será definida con precisión en los párrafos siguientes. Definimos que el plano AA' tiene la coordenada azimutal ( $0^\circ$ ). En la Figura 5.6(B) se muestra la posición de cuatro observaciones del fluido en función de la posición angular ( $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  y  $90^\circ$ ). La Figura 5.6(C) muestra la posición angular de otros puntos de observación, para una mejor resolución espacial para la transición del flujo.

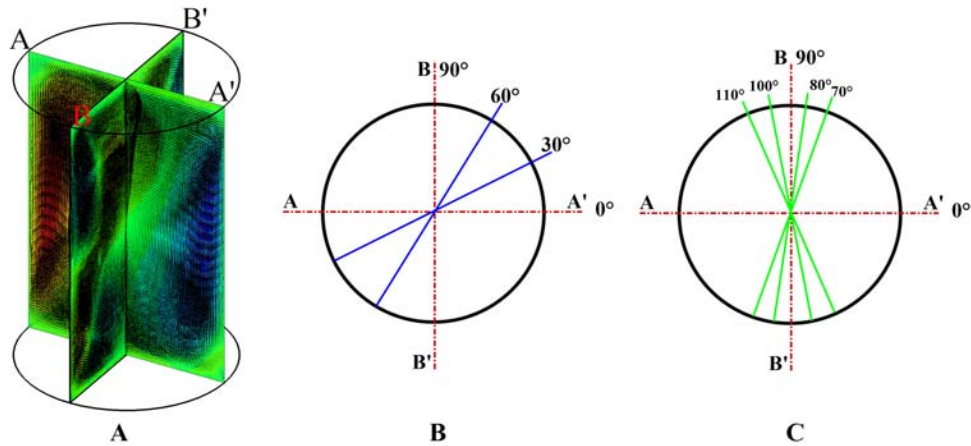


Fig. 5.6: Posiciones angulares de observación, A) Patrones característicos del flujo con condición de tapa rígida, B) posiciones generales para la observación del flujo al interior de la celda ( $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  y  $90^\circ$ ) y C) posiciones para la vista a detalle de la transición del patrón ( $70^\circ$ ,  $80^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $100^\circ$  y  $110^\circ$ ).

En primera instancia, los datos obtenidos del equipo de PIV estereoscópico se pueden graficar para generar una versión volumétrica de la cavidad. Debido a que se cuenta con información de las tres componentes de la velocidad en todo el volumen, empleando todos estos datos generados se pueden tener cortes de diferentes secciones de la cavidad como se ilustra en la Figura 5.7 para cortes verticales. Estas vistas permiten observar los dos patrones característicos del flujo, un vórtice (plano AA') y cuatro vórtices (plano BB')

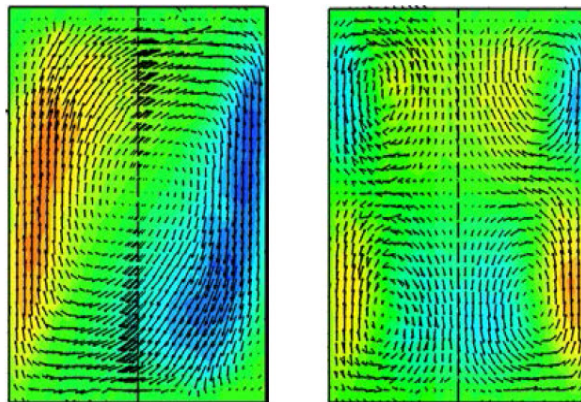


Fig. 5.7: Campos de velocidad representativos de la celda convectiva, un vórtice (plano AA', izquierda) y cuatro vórtices (Plano BB', derecha), campos separados 90 grados.

Por otro lado, la información obtenida puede ser graficada de manera alternada que pone de manifiesto propiedades geométricas relevantes, que hubiera sido difícil identificar

con los planos de corte vertical. Para ilustrar este comentario, en las Figuras 5.8(a), 5.8(b) y 5.8(c) se muestran campos de velocidad en planos horizontales para diferentes coordenadas axiales. Con estas gráficas se puede descubrir una simetría en la distribución de la velocidad axial.

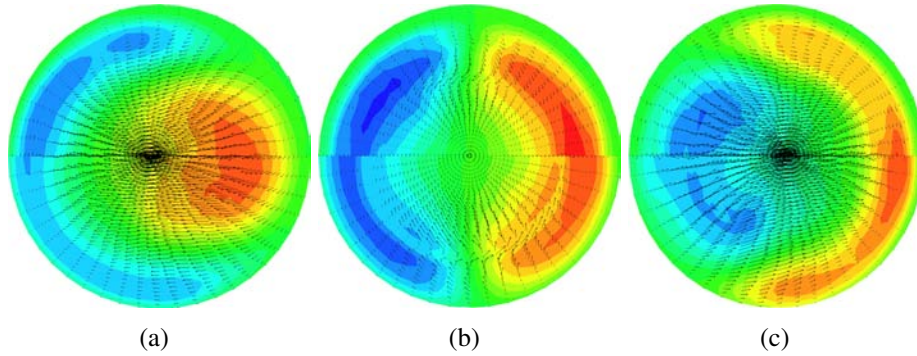


Fig. 5.8: Vistas horizontales a diferentes alturas axiales de la celda convectiva. Alturas axiales de, A) 18 mm, b) 12 mm y c) 6 mm.

Otra ilustración representativa del flujo convectivo al interior de la celda es la estructura tridimensional de la distribución de las velocidades mostrada en la Figura 5.9.

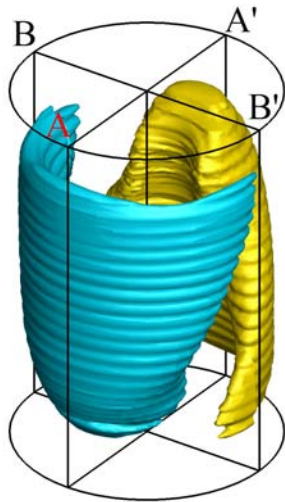


Fig. 5.9: Estructura tridimensional del flujo convectivo al interior de la celda, observación obtenida al graficar la isosuperficie generada al emplear la velocidad en dirección axial.

Las figuras anteriores corresponden al caso  $Ra = 5.8 \times 10^5$  y se realizaron observaciones para fluidos análogos con números de Rayleigh en el intervalo  $5.8 \times 10^5 < Ra < 1.7 \times 10^6$ . Los resultados obtenidos indican que las propiedades geométricas del flujo son muy similares en todos los casos en los que el flujo no es dependiente del tiempo. Sin embargo la energía cinética total (por unidad de masa) definida por:



$$E = \frac{1}{V} \int_V u^2 dV \quad u^2 = u_x^2 + u_y^2 + u_z^2 \quad (5.1)$$

donde  $E$  es la energía cinética y  $V$  es el volumen ocupado por el líquido, esta función es monótonamente creciente del número de Rayleigh como se muestra en la Figura 5.10.

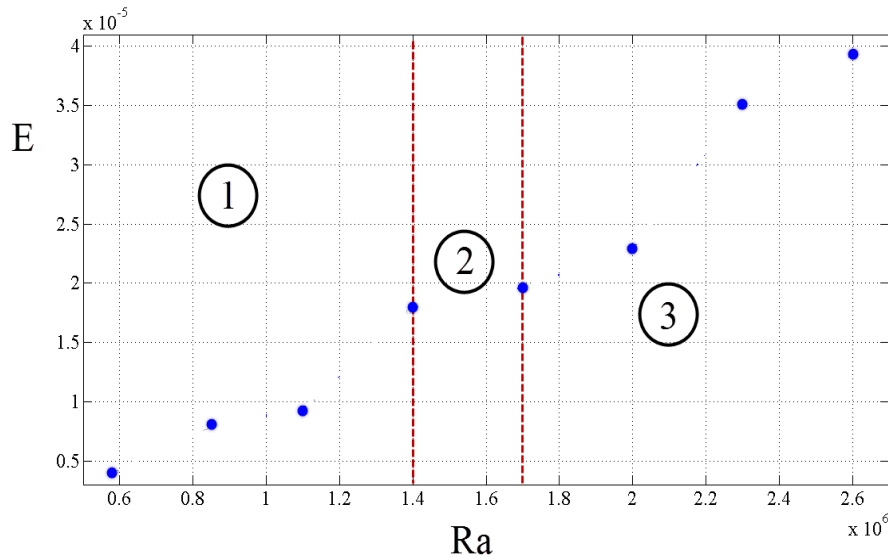


Fig. 5.10: Energía cinética (por unidad de masa) como función del número de Rayleigh. 1) Flujo en estado permanente, 2) transición del flujo en estado permanente a flujo dependiente del tiempo y 3) flujo dependiente del tiempo.

Además del análisis para determinar los patrones característicos y la dependencia de estos respecto al número de Rayleigh, se realizó una observación a detalle de la transición del patrón de un vórtice al de cuatro de forma detallada, que a continuación se describe.

En la Figura 5.11 se muestran los campos de velocidad para los ángulos  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  y  $90^\circ$ , obtenidas para  $Ra = 5.8 \times 10^5$ , donde se puede observar las características principales del patrón del flujo, pero, es evidente que entre la observación a  $60^\circ$  y la de  $90^\circ$  existe un cambio brusco en el flujo, que se debe a la estrecha región en la que se desarrolla el patrón de cuatro vórtices, aproximadamente  $\pm 10^\circ$  a partir de la posición a  $90^\circ$ . Cuando se hace la observación a  $60^\circ$  se detecta un pequeño vórtice a la derecha en la parte superior y a la izquierda en la parte inferior. Por otro lado, es muy evidente que las velocidades normales del plano a  $0^\circ$  no se observa que exista un flujo en esta dirección, pero conforme se observa el flujo desde otras orientaciones, la velocidad normal cobra fuerza, presentando su mayor magnitud en el plano  $90^\circ$ , esto ocurre porque se observa completamente de costado al plano de un vórtice. La colección de campos de velocidad en planos colocados a diferentes

orientaciones permite definir sin ambigüedades la orientación del plano  $BB'$ . Formalmente, se define la orientación a  $90^\circ$  en donde la distribución de velocidades sobre el eje de coordenadas bidimensional presenta las simetrías:

1. Respecto a la línea media vertical

$$\begin{aligned} u(x, y) &= -u(-x, y) \\ v(x, y) &= v(-x, y) \end{aligned} \tag{5.2}$$

2. Respecto a la línea media horizontal

$$\begin{aligned} u(x, y) &= u(x, -y) \\ v(x, y) &= -v(x, -y) \end{aligned} \tag{5.3}$$

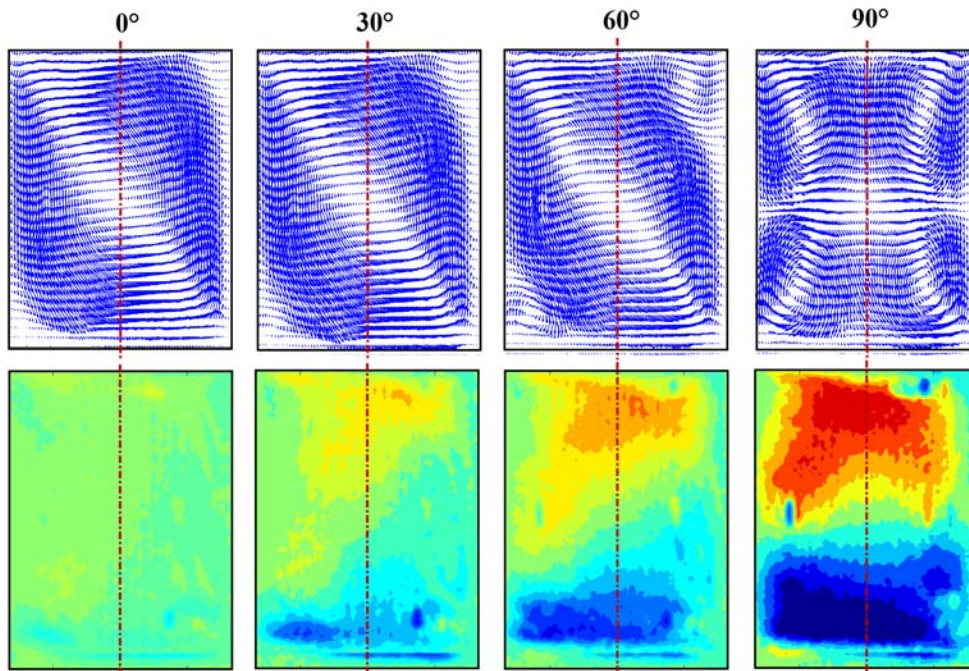


Fig. 5.11: Campos de la velocidad ( $u$  y  $v$ ) para los planos a  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  y  $90^\circ$ , con su respectiva representación de la velocidad normal al plano ( $w$ ). Las observaciones se obtuvieron para  $Ra= 5.8 \times 10^5$ ,  $Pr= 6.1$  y  $A= 1.5$

Para observar el cambio de patrón se realizó una inspección minuciosa a la región comprendida entre los  $70$  y  $110$  grados, con intervalos de  $10^\circ$ . Estos campos de velocidad observados desde los ángulos de  $70^\circ$ ,  $80^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $100^\circ$  y  $110^\circ$ , se muestran en la Figura 5.12. El

vórtice principal comienza a deformarse y a dividirse a los  $70^\circ$  y es acompañado de dos pequeños vórtices en las esquinas; a los  $80^\circ$  el vórtice principal se ha dividido completamente en dos nuevos vórtices y los dos vórtices pequeños incrementan su tamaño. Los vórtices que se observan a los  $90^\circ$  son simétricos y a partir de esta posición al aumentar el ángulo de observación ( $> 90^\circ$ ) el proceso de cambio de forma del patrón de cuatro a un vórtice de forma invertida a lo observado de  $0^\circ$  a  $90^\circ$ . En cuanto a la velocidad normal de estos campos, son muy similares entre sí con ligeros cambios.

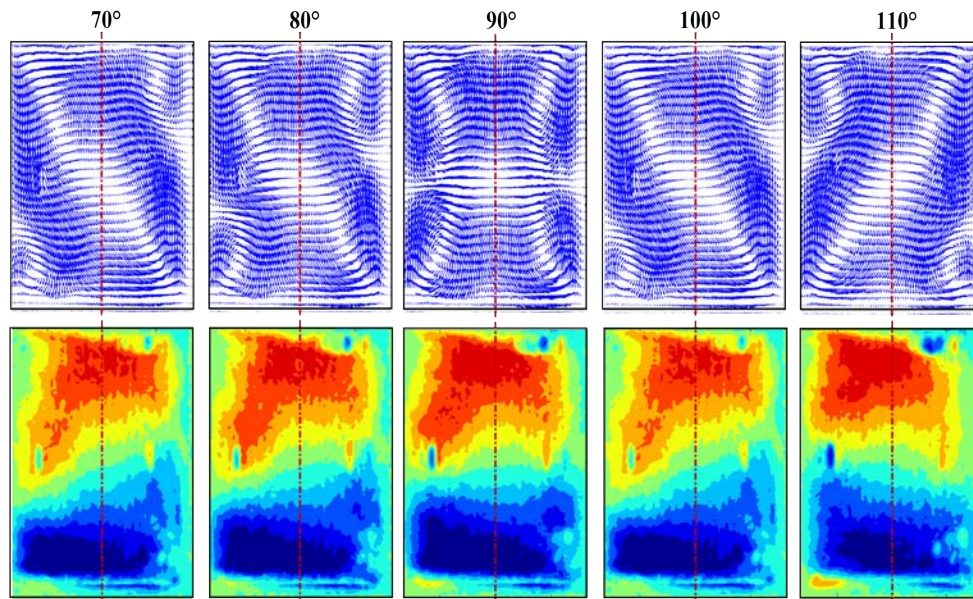


Fig. 5.12: Campos de velocidad característicos para la condición de tapa rígida, para orientaciones cercanas a  $90^\circ$ ,  $Ra= 5.8 \times 10^5$ ,  $Pr= 6.1$  y  $A= 1.5$

Como es evidente las Figuras 5.11 y 5.12 el flujo no tiene simetría cilíndrica. Esto es:

$$\vec{u}(r, \theta, z) \neq \vec{u}(r, \theta + \varphi, z)$$

donde  $\varphi$  es un ángulo arbitrario. Aunque esta propiedad del flujo se conocía por simulaciones numéricas y observaciones cualitativas o limitadas del campo de velocidades [8, 7], es en este documento donde se ofrece una descripción detallada del flujo con las condiciones experimentales antes descritas.

Por otro lado, uno de los objetivos principales del trabajo, es la comparación de los datos experimentales con los datos numéricos, con la finalidad de validar los códigos empleados en las simulaciones. Una vez verificados los códigos de simulación, éstos podrán ser usados con confianza para simular flujos más complejos que los estudiados en esta tesis.

El primer paso para la comparación, es determinar las orientaciones coincidentes entre los datos experimentales y los numéricos. De todos los campos de velocidad experimentales disponibles, los más fáciles de interpretar son los de uno y cuatro vórtices. En la Figura 5.13 se pueden observar estos campos de velocidad, junto a las gráficas de color, que representan la velocidad normal al plano correspondiente. El color verde representa una velocidad de cero, el color rojo indica velocidades positivas (velocidad normal saliendo del plano) y que el color azul representa las velocidades negativas (velocidad normal entrando al plano).

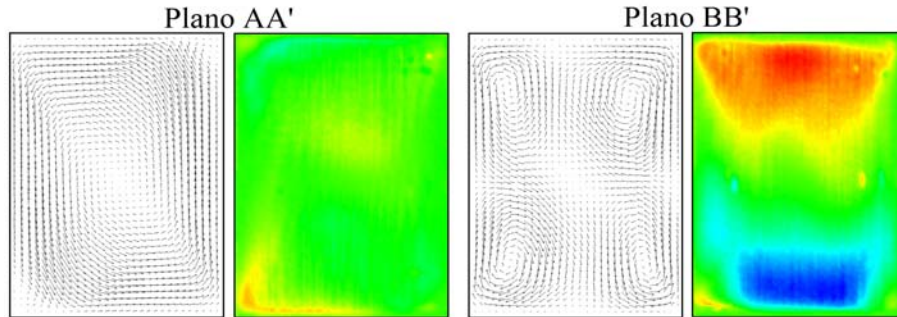


Fig. 5.13: Campos de velocidad representativos del flujo convectivo al interior de la celda, un vórtice denominado plano AA', cuatro vórtices denominado plano BB'.

En la Figura 5.14 se muestra la comparación cualitativa de los campos de velocidad experimentales y numéricos para los planos característicos AA' y BB'. Es evidente que los campos de velocidades son similares para ambos planos observados. Para las velocidades normales, en el plano AA' en los resultados experimentales se observa una ligera discrepancia el área de la esquina inferior izquierda en comparación con los datos numéricos. Para los resultados numéricos, en todo el campo la velocidad normal es cero, mientras que el campo de velocidades normal al plano obtenido de manera experimental existen algunas zonas donde la velocidad es del orden de milímetros por segundo. Sin embargo, es pertinente comentar que esta diferencia puede deberse a un reflejo del haz de luz láser con el que es iluminada la celda al momento de capturar las imágenes del experimento y a una ligera inclinación de la iluminación. Estas condiciones podrían ser la causa que se observen algunas partículas trazadoras saliendo del plano de observación. Por otro lado, para el plano BB' las direcciones de las velocidades normales concuerdan entre datos experimentales y simulados, pero con ligeras variaciones en el tamaño de las regiones con velocidades negativas y positivas. Para este caso en particular, la discrepancia se atribuye a la incertidumbre de elegir el campo de velocidad experimental que corresponde óptimamente al simulado, ya que no hay garantía de observar exactamente el plano BB' que contiene los campos con cuatro vórtices exactamente simétricos.

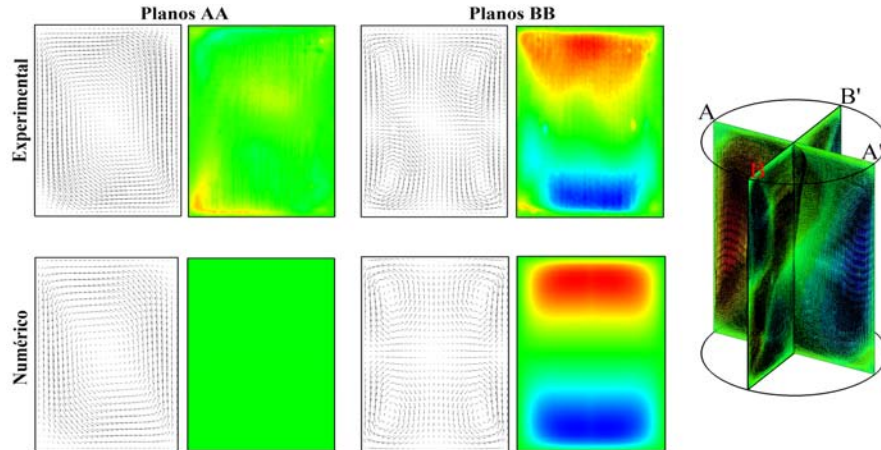


Fig. 5.14: Comparación de los campos de velocidad experimentales y los numéricos para los planos AA' y BB'. Los planos AA' y BB' se encuentran separados 90° uno de otro

En cuanto al flujo convectivo en la celda, los resultados teórico-experimental permiten concluir que en el plano AA' el movimiento del fluido es solo en el plano, donde no existe velocidades normales al plano. Numéricamente se había determinado que los planos AA' y BB' se encontraban separados 90° uno del otro, con los resultados experimentales se pudo comprobar esta afirmación. Tomando en cuenta la posición de estos dos planos, el patrón de las velocidades normales observados en el plano BB', es consistente con el campo de velocidades observado en el plano AA', ya que el vórtice en este último sale del plano por la parte superior y entra por la parte inferior, tal como se muestra en el plano BB'.

Como se mencionó anteriormente, los datos obtenidos por el equipo de PIV desarrollado en este trabajo permite visualizar propiedades del flujo en planos no iluminados del volumen de la celda (planos axiales). Ejemplo de la comparación cualitativa de los planos axiales experimentales y los numéricos se muestran en la Figura 5.15. Es evidente la similitud que existe entre ambos resultados. Cabe notar que los resultados teóricos tienen una simetría exacta entre sí, pero no los resultados experimentales. Esto se debe a dos razones. La primera es la dificultad de encontrar exactamente la posición de los vórtices característicos del flujo, los cuales se toman como puntos de inicio para la medición del desplazamiento angular del sistema PIV, y el segundo aspecto se debe a los diferentes procesamientos realizados a lo largo del tratamiento de los campos de velocidad para su visualización, como es la traslación de los datos de un sistema de coordenadas cartesianas (resultados directos de la técnica de PIV) a coordenadas cilíndricas (sistema final para la visualización y comparación entre resultados experimentales y teóricos). Sin embargo los datos simulados muestran una elevada similitud con los datos experimentales.

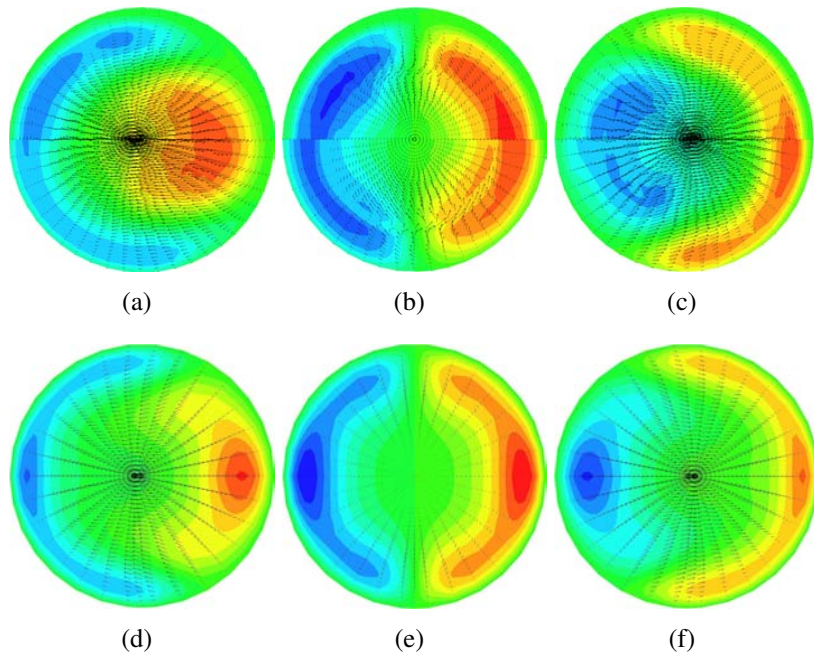


Fig. 5.15: Vistas horizontales a diferentes alturas axiales de la celda convectiva. Alturas axiales de, a) experimental a 18 mm, b) experimental a 12 mm, c) experimental a 6 mm, d) simulación a 18 mm, e) simulación a 12 mm y f) simulación a 6 mm.

Las isosuperficies de velocidad vertical experimentales pueden ser comparadas de forma cualitativa con las simulaciones. Nuevamente, se puede observar un acuerdo cualitativa satisfactoria (Figuras 5.16(a) y 5.16(b)). La principal diferencia entre ambas estructuras son las ondulaciones que se indican con el número 1 en la Figura 5.16(b), las cuales no se aprecian en los datos experimentales.

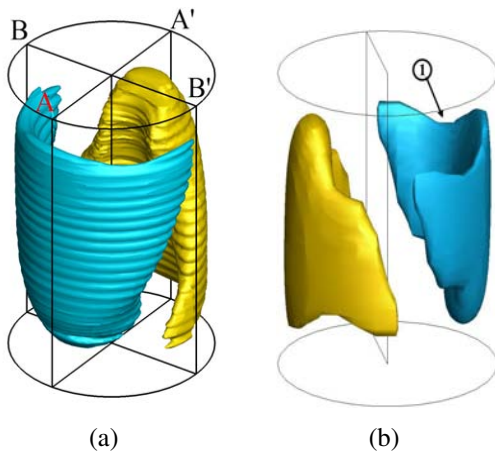


Fig. 5.16: Estructura tridimensional del flujo convectivo al interior de la celda, observación obtenida al graficar la isosuperficie generada al emplear la velocidad en dirección axial. a) isosuperficie con datos experimentales y b) isosuperficie con datos simulados.

En este punto del análisis es evidente que se requiere una comparación cuantitativa entre los datos experimentales y simulados, de forma que se pueda determinar la utilidad de los códigos numéricos y los posibles aspectos a mejorar en la cuestión experimental. Para dicha comparación se ha propuesto realizar un análisis de las velocidades  $u$ ,  $v$  y  $w$ , tomando ciertas direcciones de referencia en determinados planos de observación.

El análisis cuantitativo de las velocidades  $u$ ,  $v$  y  $w$  se ha propuesto que sea a lo largo del radio del cilindro, para los patrones de un vórtice y el de cuatro vórtices. En la Figura 5.17 se presenta el patrón de un vórtice del experimento y la posición del análisis de las velocidades a diferentes alturas de la cavidad. Las alturas a las cuales se han analizado los datos, se han escogido de forma que sea fácil a simple vista determinar el perfil de las velocidades para las diferentes componentes a lo largo del radio.

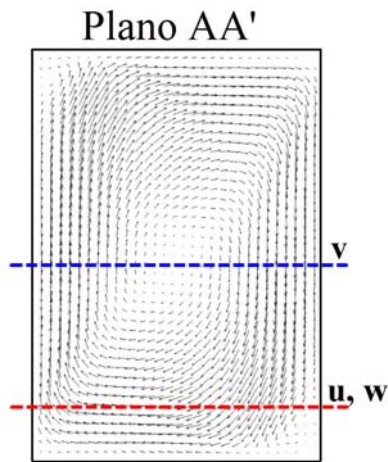


Fig. 5.17: Posición de los perfiles de velocidad de las componentes  $u$ ,  $v$  y  $w$  para el patrón de movimiento de un vórtice. En la posición de la componente  $u$  predominan las velocidades negativas, en la posición de la componente  $v$  predominan velocidades negativas del lado derecho y velocidades positivas del lado izquierdo de la celda. La posición de la componente  $w$  puede ser en cualquier parte, ya que se espera que la velocidad sea nula.

Para el campo de velocidades en el plano BB' (cuatro vórtices), se determinó que las mejores posiciones para visualizar los perfiles de velocidad son las mostradas en la Figura 5.18. Para la componente  $u$ , es fácil observar que el perfil de velocidades tendrá una forma senoidal de un ciclo. En otras regiones no se observan velocidades en dirección de  $u$  o al menos no con magnitudes relevantes. Para la componente  $v$  se emplea la posición indicada por tener velocidades con magnitudes importantes en la dirección vertical. En el plano BB' tiene dos regiones bien definidas, en la parte inferior del campo se observan velocidades negativas y en la parte superior velocidades positivas, para ser consistentes con la comparación anterior (campo de un vórtice) se mantiene la posición de las líneas de análisis.

Plano BB'

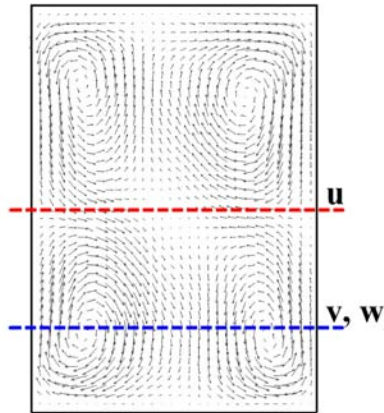


Fig. 5.18: Posición de los perfiles de velocidad de las componentes  $u$ ,  $v$  y  $w$  para el patrón de movimiento de cuatro vórtices. En la posición de la componente  $u$  predominan las velocidades negativas del lado derecho de la celda y velocidades positivas del lado izquierdo, en la posición de la componente  $v$  existen 2 vórtices y se espera tener dos picos positivos y dos negativos, así como dos cruces por cero. La posición de la componente  $w$  se debe a que en esta región se localizan velocidades negativas (velocidades entrando al plano de observación).

En las Figuras 5.19(a), (b) y (c) se pueden observar los perfiles de velocidades para las componentes  $u$ ,  $v$  y  $w$  a lo largo del radio de la celda, para el plano AA' las posiciones indicadas en la Figura 5.17. En la Figura 5.19(a) se comparan las velocidades experimentales (círculos rojos) y los datos simulados (línea azul), para ambos tipos de datos se observa que el perfil es parabólico y con velocidades negativas. Se muestra en la Figura 5.19(b) que el perfil para la velocidad  $v$  presenta velocidades positivas y negativas, así como el cruce por cero para la velocidad, en el centro geométrico, tal como se esperaba. En este punto es oportuno comentar que la velocidad normal ( $w$ ) al plano observado experimentalmente es menor a milésimas de milímetros por segundo, que es comparable con el ruido del sistema de medición empleado, se concluye entonces que los resultados experimentales y numéricos coinciden cuantitativamente en las tres componentes.

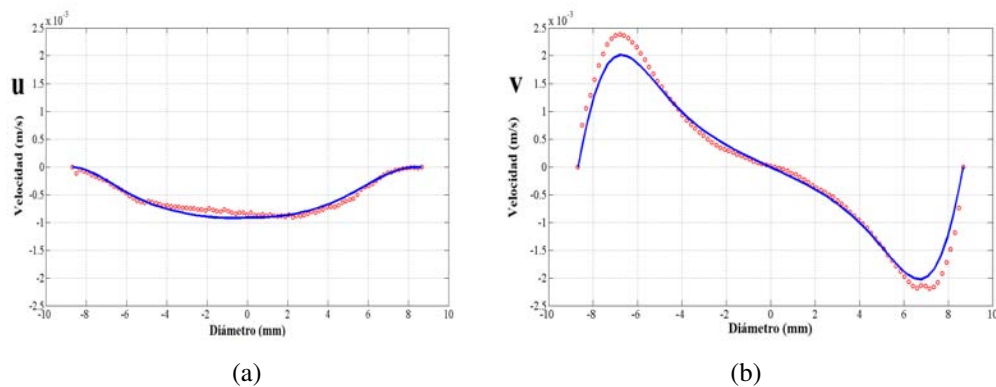


Fig. 5.19: Comparación de los perfiles de velocidad teóricos (línea azul) y los experimentales (círculos rojos) a lo largo del radio de la celda convectiva, para el caso de un vórtice. a) Perfil de la componente de la velocidad en dirección  $u$  (parabólico) y b) perfil de la componente de la velocidad en dirección  $v$  (sinusoidal).



Al analizar los datos del campo de velocidades en el plano  $BB'$  (cuatro vórtices) podemos concluir que los datos teóricos y experimentales coinciden cuantitativamente para las componentes  $u$  y  $v$ , ver las Figuras 5.20(a) y 5.20(b) respectivamente. En cuanto a la componente  $w$ , Figura 5.20(c), los datos experimentales y numéricos tienen un comportamiento similar, pero existen diferencias en las velocidades centrales, esto se debe a la idealización de las condiciones reales del fenómeno en el modelo numérico y posiblemente a perturbaciones en el experimento, el cual no está libre de errores.

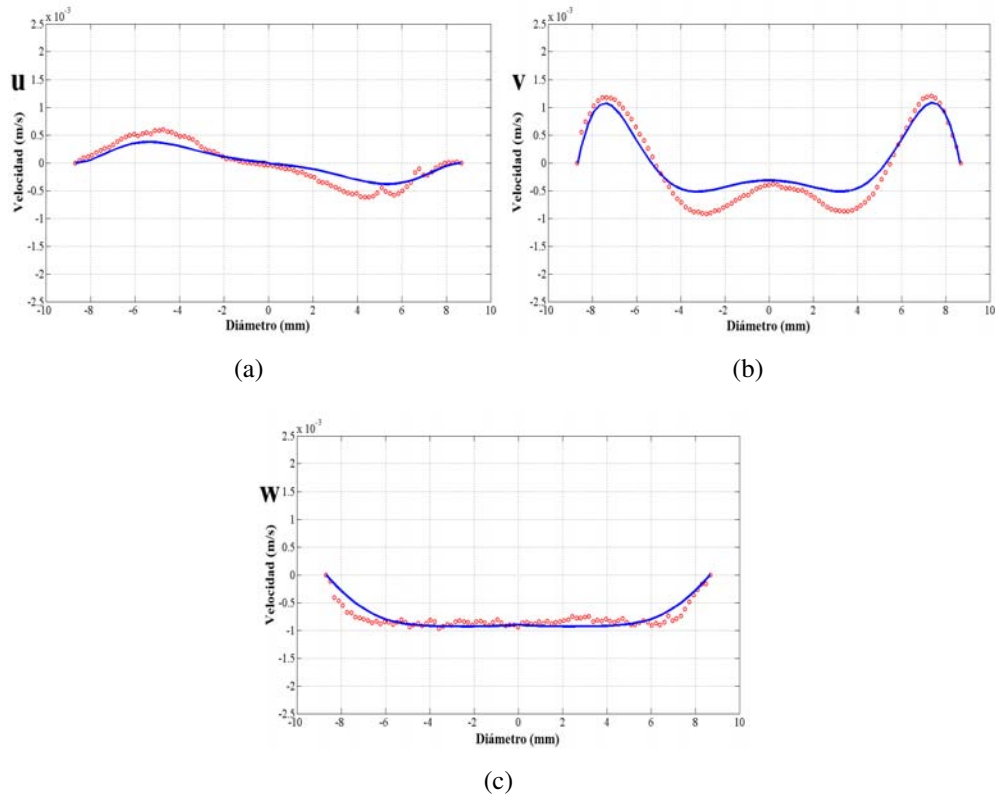


Fig. 5.20: Comparación de los perfiles de velocidad teóricos (línea azul) y los experimentales (círculos rojos) a lo largo del radio de la celda convectiva, para el caso de cuatro vórtices. a) Perfil de la componente de la velocidad en dirección  $u$  (sinusoidal), b) perfil de la componente de la velocidad en dirección  $v$  (forma compleja de describir con geometrías sencillas) y c) perfil de la componente de la velocidad en dirección  $w$  (parabólica).

### Flujo con superficie libre en la cara superior

Cuando se imponen la condición de superficie libre, el campo de velocidad es similar al de la tapa rígida, pero, la simetría de los vórtices superiores en el patrón de cuatro, es sensible a la superficie libre. La superficie del agua tiene una forma cóncava que es

fácilmente deformable, sensible a la velocidad de llenado de la cavidad y al ángulo del chorro salida del instrumento que suministra el agua, lo cual es un problema, pero, si la cavidad es llenada lentamente y suministrando el agua de forma normal a la cara superior y al centro de la cavidad, se puede evitar este problema; de tal manera que se obtendrán campos similares a los de la tapa rígida pero en un área menor, ya que la altura de la columna de agua es menor.

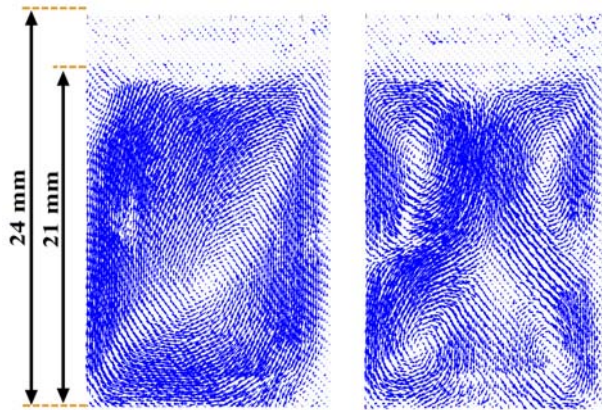


Fig. 5.21: Campos de velocidad característicos para la condición de superficie libre, la altura total de la cavidad es de 24 mm y la altura de la columna de agua es de 21, razón de aspecto 1.3.

### Flujo con superficie libre con semilla en la cara superior

Por último, cuando se analiza el caso de la superficie libre con semilla, la semilla es un cilindro de 4 mm de diámetro, que tiene una temperatura menor que la temperatura de la cara inferior de la celda, y que se pone en contacto con la superficie libre. Para el patrón de cuatro vórtices en comparación a los dos primeros casos experimentales, el patrón son muy diferente, ya que los vórtices superiores se ven reducidos de tamaño y los dos inferiores se alarga en dirección a la semilla, en cuanto al patrón de un vórtice, éste es similar al patrón del caso de superficie libre, sin diferencia significativas.

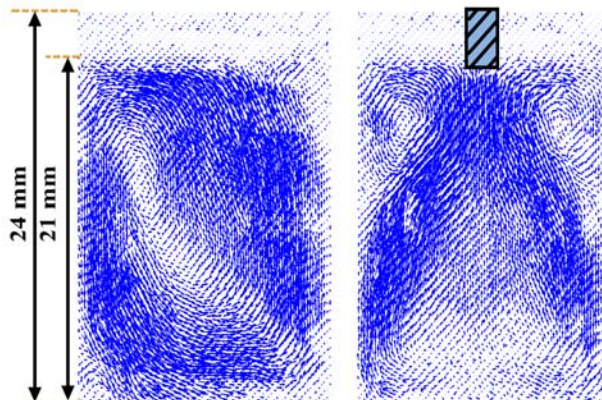


Fig. 5.22: Campos de velocidad característicos para la condición de superficie libre con semilla, la altura total de la cavidad es de 24 mm y la altura de la columna de agua es de 21, razón de aspecto 1.3, zona enmarcada por el rectángulo de color negro, representa la semilla que está en contacto con la superficie del fluido.

## **Parte II**

# **Solidificación bidimensional en celdas de Hele-Shaw**

---

# MARCO TEÓRICO REFERENTE A LA SOLIDIFICACIÓN

---

El fenómeno de solidificación es de gran importancia en muchos procesos naturales y a nivel industrial, como son los que se encuentran en la metalurgia, la refrigeración, el crecimiento de cristales, y otros, por esta razón se ha analizado profundamente. El estudio sistemático de transferencia de calor durante la solidificación comenzó en el siglo XIX con el análisis del desplazamiento de un frente de solidificación por Josef Stefan en el contexto de la formación de hielo en los mares polares [65].

En el problema clásico de Stefan, el crecimiento del sólido tiene lugar en ausencia de movimiento del fluido, y se considera un sistema unidimensional compuesto por el líquido, por las regiones sólidas y por la interfase, cuya posición está determinada por el intercambio de calor entre las dos fases. Un resultado importante de esta teoría indica que el desplazamiento del frente de solidificación es proporcional a la raíz cuadrada del tiempo. Muchas mejoras y generalizaciones de este modelo que consideran situaciones físicas más realistas están disponibles en la literatura. Véase, por ejemplo, [66]. En la primera parte de este capítulo revisaremos los conceptos termodinámicos y de transferencia de calor que son de utilidad en la interpretación de los resultados experimentales obtenidos en esta sección de la tesis.

## 6.1. Termodinámica del cambio de fase

En la naturaleza la materia puede encontrarse en tres diferentes estados o fases, sólido, líquido y gaseoso. Los cambios de fase ocurren cuando algunas de las variables utilizadas en la descripción macroscópica (presión ( $P$ ), volumen ( $V$ ) o temperatura ( $T$ )) cambian bajo ciertas condiciones de equilibrio; ya sea por agentes externos o internos [67].

Hay muchas situaciones donde dos fases de una sustancia pura coexisten en equilibrio. Algunos ejemplos son: el agua existe como una mezcla de líquido y vapor en la atmósfera o en máquinas como calderas, o reactores o en el proceso de solidificación de metales o semiconductores en donde coexisten las fases líquida-sólida. Los cambios de fase, o las

transformaciones de una fase a otra, se presentan cuando se agrega o se quita energía, casi siempre en forma de calor. Los cambios de fase son cambios físicos que se distinguen porque cambia el orden molecular; en la fase sólida las moléculas alcanzan el máximo ordenamiento, y en la fase gaseosa tienen el mayor desorden.

En este trabajo se aborda el estudio del cambio de fase de líquido a sólido, que se conoce como congelación; el proceso inverso se denomina fusión. El punto de fusión de un sólido o el punto de congelación de un líquido son la temperatura y la presión en las que las fases sólida y líquida coexisten en el equilibrio.

Las condiciones termodinámicas que determinan el equilibrio entre las fases, se expresan de manera conveniente mediante el diagrama de Presión-Temperatura. Posteriormente se describirá a detalle este diagrama para el caso específico del agua que es la sustancia de trabajo usada en el estudio presente.

### **6.1.1. Postulado de estado**

Repetidas observaciones y experimentos han mostrado que para una sustancia pura, simple y compresible, dos propiedades termodinámicas independientes son necesarias y suficientes para describir el estado de un sistema. Esta observación no se deduce de otros teoremas más fundamentales desde el punto de vista de la termodinámica clásica. Esta observación se resume formalmente en el postulado de estado [10]:

*Dos propiedades termodinámicas independientes cualesquiera son suficientes para establecer el estado termodinámico estable de una masa de control constituida por una sustancia pura, simple y compresible.*

Las propiedades termodinámicas más frecuentemente usadas son la presión, la temperatura y el volumen. El postulado de estado sólo da información sobre estados de equilibrio termodinámico.

El postulado de estado afirma que para una sustancia pura, si dos propiedades termodinámicas son independientes y conocidas, entonces todas las otras propiedades quedan unívocamente especificadas. Por ejemplo, la temperatura y el volumen específico son siempre propiedades independientes, y juntas fijan el estado de un sistema compresible simple. Sin embargo, la temperatura y la presión son propiedades independientes para sistemas de una sola fase, pero son propiedades dependientes para sistemas multifase. Es decir,  $T = f(P)$  durante un proceso de cambio de fase; así, la temperatura y la presión no son suficientes para fijar el estado de un sistema de dos fases. Se denomina diagrama de fase a la representación gráfica de las fronteras entre diferentes estados de la materia de un sistema. A este tipo de diagramas se le denominan diagrama de fases P-T (presión-temperatura). El



de nucleación que plantea que la creación de la fase sólida del agua desde su estado metaestable sobre-enfriado, se produce a través de la formación aleatoria de “embriones de hielo”. Estos embriones tienen fluctuaciones continuas en sus tamaños debido a la incorporación o desprendimiento de moléculas. Si tales fluctuaciones generan un embrión con tamaño suficientemente grande como para que el crecimiento del mismo sea más probable que su desaparición, se dice que el embrión ha alcanzado el tamaño crítico que conlleva a la nucleación de la fase hielo [69]. La nucleación de hielo puede ocurrir espontáneamente en el seno del agua líquida pura sobre-enfriada, o puede ser inducida por un agente externo. Estas situaciones se conocen como nucleación homogénea y nucleación heterogénea, respectivamente [70].

El proceso de congelamiento se puede describir convenientemente en las siguientes etapas:

1. **Sub-enfriamiento.** Se debe de pasar una barrera energética antes de que ocurra el proceso de cristalización como punto inicial de congelación [71]. El proceso de subenfriamiento ocurre cuando se retira calor sensible por debajo de 0 °C sin cambio de fase; el resultado es un estado termodinámico inestable que inicia la formación de agregados submicroscópicos de agua. El grado de subenfriamiento está determinado por el inicio de la nucleación. Sin embargo, cuando no hay una interfase estable, no se inicia la separación de fases ya que las moléculas de líquido no son capaces de alinearse por sí mismas [72].
2. **Nucleación.** Se define como el agrupamiento de átomos en fase líquida en un núcleo estable pequeño. Para un grupo de radio  $r$ , el proceso está gobernado por la energía libre de formación acompañada por una condensación líquido-sólido ( $\Delta G_{1 \rightarrow S}$ ), y está dada por:

$$\Delta G_{1 \rightarrow S} = \frac{4}{3}\pi r^3 \Delta G_V + 4\pi r^2 \gamma \quad (6.1)$$

Donde  $r$  es el radio del conglomerado de partículas y  $\Delta G_V$  es la diferencia de energía libre entre la fase sólida y la acuosa, y  $\gamma$  es la energía libre interfacial por unidad de área entre el hielo y la fase sin congelar [73].

Desde un punto de vista termodinámico, la agrupación de partículas a temperaturas por debajo del punto de fusión inicial no es favorable debido a que la relación entre la superficie y el volumen de los núcleos es muy grande y por lo tanto la energía interfacial con el líquido se vuelve una barrera [74].

El proceso de nucleación se clasifica en:

1. **Nucleación homogénea.** Las fluctuaciones de densidad en la fase líquida resultan en la formación de un núcleo en ausencia de impurezas o cualquier tipo de sustancia que ayude a la nucleación. La probabilidad de que se de este tipo de nucleación en agua a 0 °C es cercana a cero, sin embargo, al disminuir la temperatura, la probabilidad de que el núcleo llegue a un tamaño crítico incrementa y alcanza 1 cerca de -40 °C [73, 75, 71].
2. **Nucleación heterogénea.** Este tipo de nucleación es el más importante en el proceso de congelación ocurre cuando las moléculas de agua se ensamblan en un agente de nucleación como las paredes del contenedor donde se encuentra, en cuerpos extraños o en material insoluble. La congelación de agua debido a este tipo de nucleación se lleva a cabo en temperaturas más altas, ya que las partículas tienden a incrementar la estabilidad de la agrupación facilitando el proceso. Esto se traduce en una reducción de la energía de activación a cualquier temperatura [76].
3. **Propagación de cristales de hielo.** Una vez que se inicia la nucleación y el crecimiento de cristales, las moléculas de agua se mueven rápidamente para alcanzar la estabilidad termodinámica como hielo hexagonal, el cual es el arreglo estructural favorecido energéticamente [77]. El mecanismo y la velocidad de crecimiento de cristales dependen de la concentración y de la morfología de la superficie. Los mecanismos incluidos en el desarrollo de la morfología de los cristales durante la congelación son complejos y se ven afectados por diversos factores [78]. Este proceso también es fuertemente afectado por la transferencia de calor y masa.

El agua puede existir en varias formas cristalinas que dependen de la temperatura y la presión a la que esté sometida. En la Figura 6.1 se muestran las diferentes regiones en las que se divide la parte sólida del diagrama de fases del agua en función de la temperatura y de la presión. Los experimentos mostrados en esta tesis se realizaron a presión atmosférica y a temperaturas que van desde la temperatura ambiente hasta los -20°C, que ubica a éstos en la región conocida como Hielo Hexagonal ( $I_h$ ), donde la congelación a nivel microscópico del agua se hace en cristales de estructura hexagonal.

El tamaño y la estructura de los cristales de hielo dependen de varios aspectos, como:

- Velocidad de enfriamiento utilizada.
- Grado de subenfriamiento del sistema.
- Condiciones del flujo convectivo en la región líquida y su interacción con el frente de solidificación.
- Concentración de soluto.



Tomando la saturación (densidad de sitios de nucleación) y la temperatura como variables en el crecimiento de cristales, se ha observado que las estructuras mesoscópicas de agregados de cristales de hielo se distribuyen como se muestra en la Figura 6.2. Todos estos cristales son hexagonales, pero algunos son largos y delgados prismas, otros son placas hexagonales muy delgadas o anchas. Un cristal interesante es el copo de nieve, que es una dendrita y estos cristales crecen entre  $-10^{\circ}\text{C}$  y  $-22^{\circ}\text{C}$ , con una elevada sobresaturación con respecto al agua líquida. La forma particular de la dendrita dependerá de la forma original del cristal microscópico y el medio ambiente que lo rodea. Es interesante notar que las condiciones del experimento son de alta concentración de soluto y temperatura en el intervalo entre  $0^{\circ}\text{C}$  y  $-20^{\circ}\text{C}$ , que corresponde a crecimiento dendrítico.

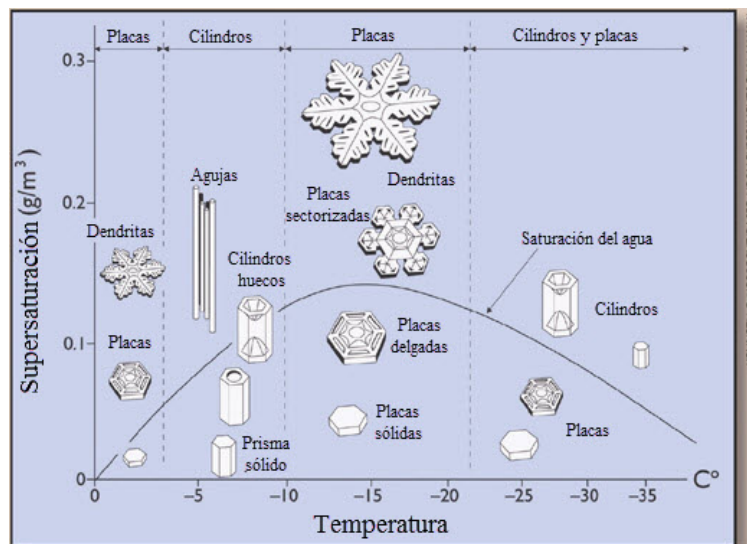


Fig. 6.2: Tipos de cristales para la zona de hielo hexagonal en función de la temperatura y el grado de saturación en el fluido [11].

### 6.3. Flujo convectivo en una celda de Hele-Shaw

La celda de Hele-Shaw es un dispositivo inventado por Henry S. Hele-Shaw en 1898 para visualizar el movimiento de fluidos confinados en geometrías quasibidimensionales. En la mayoría de los casos, la celda de Hele-Shaw es un arreglo de dos placas paralelas separadas una pequeña distancia; el líquido de trabajo se coloca en el espacio entre las placas. Cuando el líquido de trabajo es newtoniano e incompresible, y el número de Reynolds basado en la distancia entre las placas es suficientemente pequeño, se puede demostrar que las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas sobre la distancia entre las placas se pueden reducir a una relación lineal entre la velocidad y el gradiente de presiones, similar a la ley

de Darcy y a una ecuación de Laplace para la presión [79]. En los párrafos siguientes se presentan las ideas más importantes de esta demostración. Una discusión más completa puede encontrarse en libros de texto como el de Acheson [79].

Consideremos un fluido moviéndose dentro de una celda de Hele-Shaw como se muestra en la Figura 6.3.

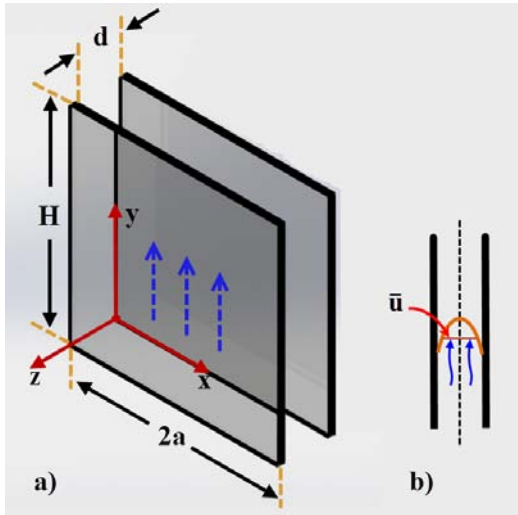


Fig. 6.3: a) Esquema de celda de Hele-Shaw, donde  $d$  es la separación entre las paredes,  $H$  y  $2a$  son altura y ancho de la celda respectivamente. b) Vista lateral del flujo entre las placas donde se muestra el perfil de velocidades como función de la coordenada  $z$ .  $\bar{u}$  es la velocidad media respecto a la dirección  $z$ . Las líneas punteadas azules indican el movimiento del fluido al interior de la celda; la línea negra punteada indica el eje de simetría en la vista lateral de la celda de Hele-Shaw

Bajo condiciones isotérmicas, el movimiento de un fluido newtoniano e incompresible está descrito por las ecuaciones de conservación de masa y de cantidad de movimiento (ecuaciones de Navier-Stokes) que en coordenadas cartesianas toman la forma [80]:

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (6.2)$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = -\frac{1}{\rho_o} \nabla p + \nu \nabla^2 \vec{u} \quad (6.3)$$

donde  $\vec{u} = (u, v, w)$  es la velocidad,  $\rho_o$  y  $p$  son la densidad y presión respectivamente y la viscosidad cinemática es denotada por  $\nu$ .

La restricción geométrica implícita en la definición de la celda de Hele-Shaw, indica que la separación entre las placas es mucho menor que cualquiera de las otras dos dimensiones. Esto es:

$$d \ll H, 2a. \quad (6.4)$$

Suponiendo que la velocidad característica en el plano de las placas ( $x, y$ ) es  $U$ , se examinan los tamaños relativos del término viscoso en la ecuación de Navier-Stokes (6.3):

$$\frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial x^2} \sim \frac{U}{2a^2}, \quad \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial y^2} \sim \frac{U}{H^2}, \quad \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial z^2} \sim \frac{U}{d^2}.$$

Debido a la condición (6.4) tenemos que:

$$\nabla^2 \vec{u} \sim \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial z^2}.$$

Otra consecuencia de la restricción geométrica es:

$$u, v \gg w.$$

Suponiendo que la velocidad característica  $U$  y la viscosidad  $\nu$  satisfacen la condición:

$$Re\left(\frac{d}{H}\right)^2 \ll 1,$$

donde el número de Reynolds está definido por  $Re = UH/\nu$ , se puede demostrar que el término  $\vec{u} \cdot \nabla \vec{u}$  es despreciable, y que la presión no es función de la coordenada  $z$ , por lo que las ecuaciones de Navier-Stokes para las componentes  $u$  y  $v$  de la velocidad pueden ser integradas dos veces y toman la forma [79]:

$$u = -\frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} z(d-z),$$

$$v = -\frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial y} z(d-z),$$

donde  $\mu = \nu\rho_o$  es la viscosidad dinámica del fluido de trabajo.

Para escribir las expresiones anteriores se aplicó la condición  $u, v = 0$  en  $z = 0, d$ . Integrando sobre la dirección  $z$ , las ecuaciones toman la forma:

$$u = -\frac{d^2}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \tag{6.5}$$

$$v = -\frac{d^2}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \tag{6.6}$$

donde  $u$  y  $v$  se interpretan ahora como el promedio de la velocidad en dirección  $z$  (ver Figura 6.3-b). Las ecuaciones anteriores describen el flujo dentro de una celda de Hele-Shaw y son válidas mientras se satisfagan los criterios de  $d < H, 2a$  y  $Re(d/H)^2 \ll 1$ . Obsérvese que las expresiones (6.5) y (6.6) son idénticas a las ecuaciones de Darcy para un medio

poroso [81], siempre y cuando la permeabilidad  $\kappa$  se identifique con la expresión  $d^2/12$ .

Cuando el flujo dentro de la celda de Hele-Shaw es generado por convección natural, es necesario agregar un término que represente la fuerza de flotación a las ecuaciones anteriores. En el caso de que la fuerza de flotación se manifieste en la dirección vertical (coordenada  $y$ , Figura 6.3), las ecuaciones que describen la cantidad de movimiento toman la forma:

$$u = -\frac{d^2}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (6.7)$$

$$v = -\frac{d^2}{12\mu} \left( \frac{\partial p}{\partial y} - g\Delta\rho \right). \quad (6.8)$$

La fuerza de flotación (por unidad de volumen) es  $g\Delta\rho$ , donde  $g$  es la aceleración de la gravedad que está orientada en dirección  $-y$  y  $\Delta\rho = \rho - \rho_o$ . Para que la fuerza de flotación exista se requiere que la densidad  $\rho$  sea una función de la posición. A partir de este punto consideraremos que la densidad  $\rho$  es una variable  $y$  que la densidad de referencia es  $\rho_o$ .

Uno de los casos más importantes del movimiento convectivo dentro de cavidades (y el que interesa en el estudio presente) ocurre cuando el cambio en la densidad se debe a un cambio en la temperatura ( $T$ ). En estas condiciones, la densidad de referencia se toma a la temperatura de referencia ( $T_o$ ). Esto es:

$$\rho_o = \rho(T_o)$$

Las ecuaciones de conservación de cantidad de movimiento, ecuaciones 6.7 y 6.8 deben ser completadas con la ecuación de conservación de energía:

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right)$$

donde  $\alpha$  es la difusividad térmica del fluido de trabajo.

Las ecuaciones de conservación obtenidas anteriormente, pueden ser generalizadas para analizar flujos dependientes del tiempo. Ver la referencia [82, 81] para una discusión sobre este punto en términos de las ecuaciones de Darcy. Las ecuaciones de conservación toman la forma:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (6.9)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\rho_o} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{12\nu}{d^2} u = 0 \quad (6.10)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{\rho_o} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{12\nu}{d^2} v = \frac{g\Delta\rho}{\rho_o} \quad (6.11)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (6.12)$$

Con el fin de cerrar el conjunto de ecuaciones, debemos especificar la ecuación de estado que exprese la dependencia entre las variables termodinámicas  $\rho$ ,  $T$  y  $p$ . Como se explicó anteriormente, supondremos que la densidad es sólo función de la temperatura. Esto es:

$$\rho = \rho(T). \quad (6.13)$$

Tomando la expansión en series de Taylor:

$$\rho(T) = \rho_o [1 + \beta_1 \Delta T + \beta_2 \Delta T^2 + \dots], \quad (6.14)$$

$$\beta_1 = -\frac{1}{\rho_o} \left. \frac{\partial \rho}{\partial T} \right|_{T=T_o}, \quad (6.15)$$

$$\beta_2 = -\frac{1}{2\rho_o} \left. \frac{\partial^2 \rho}{\partial T^2} \right|_{T=T_o} \quad (6.16)$$

donde  $\Delta T = T - T_o$  y  $T_o$  es la temperatura de referencia.

Cuando se considera el agua como fluido de trabajo, es importante incluir los coeficientes  $\beta_1$  y  $\beta_2$  en el análisis, pues la dependencia funcional de la densidad con la temperatura tiene un máximo en  $T = 4^\circ C$ , semejando una parábola. Ver la Figura 6.4. Sin embargo, por simplicidad, en el resto del análisis, consideraremos que sólo el primer término en la expansión es diferente de cero y usaremos la notación  $\beta = \beta_1$  y  $\beta_2 = 0$ .

Las ecuaciones (6.7) a (6.11) constituyen un sistema cerrado con igual número de incógnitas que de ecuaciones que en principio puede ser integrado.

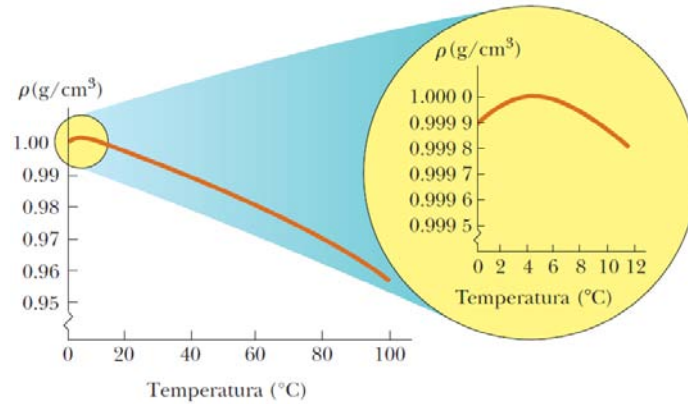


Fig. 6.4: Variación de la densidad del agua a presión atmosférica con la temperatura. La inserción a la derecha muestra que la densidad máxima del agua se presenta a 4°C [12].

### Condiciones de frontera

Para determinar las propiedades dinámicas y de transferencia de calor para una geometría específica es necesario integrar las ecuaciones de conservación con las condiciones de frontera correspondientes. Determinar las condiciones para la velocidad y la temperatura en las fronteras de la celda de Hele-Shaw cuando se considera que sólo está presente una fase del fluido de trabajo es un problema simple, pues, se puede imponer condiciones de no deslizamiento en las fronteras y las temperaturas se consideran alta y baja en las paredes horizontales inferior y superior respectivamente, mientras que se supone que las fronteras verticales están aisladas térmicamente. Es importante enfatizar que para que el modelo teórico sea de utilidad, es indispensable que las condiciones de frontera sean experimentalmente realizables; esto es, que se pueda hacer un experimento cuyas condiciones de frontera correspondan a las planteadas en el modelo.

Como se ha comentado ampliamente en la Sección 6.2, donde se describe el fenómeno a estudiar en la investigación presente, se interesa estudiar el flujo convectivo dentro de una celda de Hele-Shaw cuando el fluido de trabajo se solidifica y por lo tanto genera una frontera interna que tiene una dinámica que depende de la transferencia de calor local. Las condiciones específicas en esta frontera se discutirán en la Sección 8.2.

Por simplicidad en lo que resta de la presente sección restringimos la discusión al caso en el que el fluido de trabajo se encuentra en estado líquido, esto es, no se considera el avance del frente de solidificación.

## Análisis del flujo

Desafortunadamente, no se conoce una solución analítica cerrada al conjunto de ecuaciones que describen los campos de velocidad y de temperatura en una celda de Hele-Shaw. Por esta razón, es necesario buscar métodos alternativos. Dentro del proyecto en el que se enmarca la presente tesis se ha construido un método numérico que permite integrar el conjunto de ecuaciones. Sin embargo, no se presentan aquí los resultados, pues, aún no se cuenta con un estudio completo. Algunos resultados preliminares se presentan en la Sección 14.2.

Aunque no se conoce la solución completa al conjunto de ecuaciones, en la literatura existen diversos análisis que arrojan información útil sobre la dinámica dentro de la celda en el contexto del estudio presente. Específicamente, se cuenta con un estudio de estabilidad lineal del flujo [13], en el que se determina el número de Rayleigh crítico y el número de vórtices convectivos como función de la razón de aspecto ( $H/2a$ ) de la celda. Otro estudio potencialmente útil es el de Riley y Winters [83], donde se presenta un estudio débilmente no lineal de la estabilidad del flujo base y una descripción relativamente completa de la bifurcaciones (soluciones múltiples) del sistema.

Debido a que la teoría de estabilidad es útil en la interpretación de los resultados, daremos algunos detalles de su desarrollo. Una descripción completa del análisis se encuentra en Sutton [13], Riley & Winters [83] y véase también el libro de convección medios porosos citado en la referencia [81].

## Teoría de estabilidad

La teoría de estabilidad se ha desarrollado en términos de la función de corriente  $\psi$  definida por:  $u = \partial\psi/\partial y$  y  $v = -\partial\psi/\partial x$ . Como es bien sabido, al expresar las ecuaciones de conservación en términos de la función de corriente, la conservación de masa se satisface por la propia definición de  $\psi$  y se elimina la presión del análisis.

Para expresar la conservación de la cantidad de movimiento en términos de la función de corriente, tomamos la derivada de la ecuación 6.11 respecto a  $x$  y le restamos la derivada de la ecuación 6.10 respecto a  $y$ . El resultado es:

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi + \frac{12\nu}{d^2} \nabla^2 \psi = -g\beta \frac{\partial T}{\partial x} \quad (6.17)$$

Las componentes de la velocidad no aparecen en la expresión anterior porque fueron sustituidas por la función de corriente.

Para el análisis subsecuente, es conveniente escribir la ecuación anterior en variables adimensionales usando el escalamiento definido por las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned}
t^* &= \frac{t\alpha}{H^2} & \psi^* &= \frac{\psi}{\alpha} \\
x^* &= \frac{x}{2a} & T^* &= \frac{T - T_C}{\Delta T} - \frac{1}{2} \\
y^* &= \frac{y}{H} & s &= \frac{2a}{H}
\end{aligned}$$

Donde  $\Delta T = T_H - T_C$ .

En términos de las variables adimensionales la ecuación (6.17) toma la forma:

$$\frac{1}{Va} \frac{\partial \nabla^2 \psi^*}{\partial t^*} + \nabla^2 \psi^* = -\frac{Ra}{s} \frac{\partial T^*}{\partial x^*} \quad (6.18)$$

En variables adimensionales, el operador  $\nabla^2$  toma la forma :

$$\nabla^2 = \left( \frac{1}{s^2} \frac{\partial^2}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2}{\partial y^{*2}} \right)$$

En la expresión anterior se muestran dos parámetros adimensionales definidos por:

El número de Rayleigh:

$$Ra = \frac{g\beta\Delta T \frac{d^2}{12} H}{\alpha\nu}, \quad (6.19)$$

y el número de Vadász [84]

$$Va = \frac{H^2}{d^2/12} \frac{\nu}{\alpha}. \quad (6.20)$$

Obsérvese que el número de Vadász puede ser escrito como:

$$Va = \frac{H^2}{\kappa} Pr = \frac{Pr}{Da}, \quad (6.21)$$

donde  $Da = \kappa/H^2$  es el número de Darcy,  $Pr = \frac{\nu}{\alpha}$  es el número de Prandtl y  $\kappa = d^2/12$  es la permeabilidad de la celda de Hele-Shaw.

Debido a la presencia del primer término del lado izquierdo, la ecuación (6.18) puede entenderse como una ecuación de onda [84]. Sin embargo, en nuestro análisis,  $Va \approx 10^4$  por lo que el primer término de la ecuación es muy pequeño comparado con el segundo y se puede despreciar.



En estas condiciones la conservación de cantidad de movimiento para la dinámica dentro de la celda toma la forma:

$$\nabla^2 \psi^* = \frac{Ra}{s} \frac{\partial T^*}{\partial x^*}. \quad (6.22)$$

La ecuación de conservación de energía, escrita en términos de las variables escaladas, toma la forma:

$$\frac{\partial T^*}{\partial t^*} + \frac{1}{s} \left\{ \frac{\partial \psi^*}{\partial y^*} \frac{\partial T^*}{\partial x^*} - \frac{\partial \psi^*}{\partial x^*} \frac{\partial T^*}{\partial y^*} \right\} = \nabla^2 T^* \quad (6.23)$$

Como se menciona anteriormente, las ecuaciones (6.22) y (6.23) se consideran validas en la región:

$$0 \leq x \leq 2a \quad \text{y} \quad 0 \leq y \leq H$$

o bien

$$0 \leq x^* \leq 1 \quad \text{y} \quad 0 \leq y^* \leq 1$$

y por lo tanto, las condiciones de frontera son:

$$\begin{aligned} \psi^* = 0 \quad , \quad \frac{\partial T^*}{\partial x^*} = 0 & \quad \text{en} \quad x^* = 0, 1 \quad , \quad 0 \leq y^* \leq 1 \\ \psi^* = 0 \quad , \quad T^* = \mp \frac{1}{2} & \quad \text{en} \quad y^* = 0, 1 \quad , \quad 0 \leq x^* \leq 1 \end{aligned}$$

Por facilidad, de este punto en adelante, se omitirán los asteriscos en las variables adimensionales.

Debe notarse que el conjunto de ecuaciones es no lineal por lo que puede aceptar soluciones multiples. Además debe observarse que existe una solución llamada solución base del sistema de ecuaciones de conservación y sus condiciones de frontera, que es:

$$\psi_o = 0 \quad , \quad T_o = 1 - \frac{y}{2}$$

El objetivo del análisis es determinar las regiones en el mapa  $(s, Ra)$  donde la solución base es estable.

El análisis estándar procede de la siguiente manera:

Las variables dependientes son expandidas en términos de un parámetro pequeño  $\epsilon$ :

$$\begin{aligned}\psi &= \epsilon\psi_o + \epsilon^2\psi_1 + \dots \\ T &= 1 - \frac{y}{2} + \epsilon T_o + \epsilon^2 T_1 + \dots\end{aligned}$$

Cuando  $\epsilon \rightarrow 0$  se recupera la solución base.

Sustituyendo las expresiones anteriores en las ecuaciones de conservación, se obtienen aproximaciones a diferente orden en  $\epsilon$ .

A primer orden, las ecuaciones de conservación toman la forma:

$$\begin{aligned}\nabla^2\psi_1 &= \frac{Ra}{s} \frac{\partial T_1}{\partial x} \\ \nabla^2 T_1 &= 0\end{aligned}$$

Al escribir la ecuación anterior se ha considerado que la variación de la temperatura es lenta y por tanto, se puede despreciar. Esto es equivalente a considerar que la escala de tiempo del sistema es:  $\tau = \epsilon^2 t$  [83].

La solución del sistema anterior en términos de funciones propias toma la forma:

$$\begin{aligned}\psi_1^{m,n} &= \sin(m\pi x) \sin(n\pi y) \\ T_1^{m,n} &= \frac{1}{(Ra^{m,n})^{1/2}} \cos(m\pi x) \sin(n\pi y)\end{aligned}$$

El valor propio es:

$$Ra^{m,n} = \frac{\pi^2}{4m^2 s^2} (ns^2 + m^2)^2$$

En las expresiones anteriores,  $m$  y  $n$  son los modos horizontal y vertical de Fourier respectivamente. Algunas propiedades importantes de estos resultados son [83]:

El número de Rayleigh crítico mínimo para el modo  $m, n$  ocurre en  $4\Pi^2 n^2$ . Obsérvese que este valor es independiente de  $m$ . De la expresión para el número de Rayleigh crítico se infiere que el valor más pequeño corresponde al modo vertical unitario ( $n = 1$ ). Debido a las dos propiedades anteriores se concluye que el número de Rayleigh crítico mínimo para cualquier modo horizontal ( $m = 1, 2, \dots$ ) es  $4\Pi^2$  que corresponde al valor obtenido por Horton y Rogers [85] y por Lapwood [86].

La gráfica del número de Rayleigh crítico como función de  $s^2$  para  $n = 1$  se muestra en la Figura 6.5.

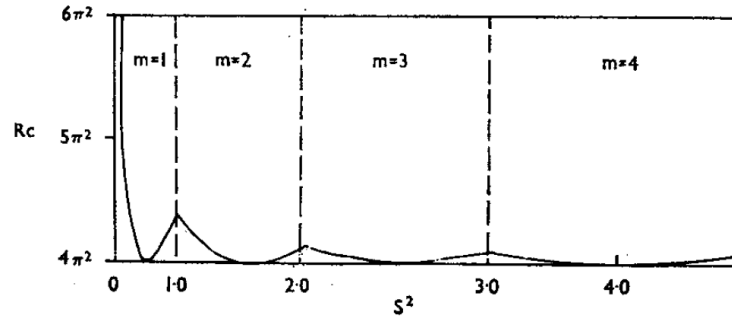


Fig. 6.5: Variación del número de Rayleigh crítico en función de  $s^2$  para una celda de Hele-Shaw [13]

Un análisis de las bifurcaciones secundarias cerca del punto para  $s^2 = 1$ , donde se encuentra el primer valor propio fue publicado por Riley & Winters [83], pero no se discutirá aquí.

## 6.4. Ley de Stefan

En el análisis clásico de Stefan aplicado a la solidificación, se considera que el sistema sólo varía en dirección  $x$  y que no hay cambio de densidad ( $\rho$ ) cuando el líquido se solidifica. Las condiciones de transferencia de calor en la interfase indican que la cantidad de calor por unidad de tiempo cedida debida a la solidificación por unidad de masa es:

$$q = \dot{V}\rho h_{fg} \quad (6.24)$$

donde  $V = Adx/dt$  es el volumen generado por una área  $A$ , perpendicular a la dirección  $x$  y  $h_{fg}$  es la entalpía de cambio de fase (calor latente) de líquido a sólido. El calor  $q$  debe ser retirado por conducción a través del líquido y sólido y el flujo de calor por unidad de tiempo que se transfiere por conducción a través del sólido es

$$q_s = \kappa_s A \left. \frac{dT}{dx} \right|_s \quad (6.25)$$

y a través del líquido:

$$q_L = -\kappa_L A \left. \frac{dT}{dx} \right|_L \quad (6.26)$$

donde  $\kappa_s$  y  $\kappa_L$  son las conductividades térmicas del sólido y líquido respectivamente. El cambio de signo indica que el flujo de calor en el sólido y en el líquido se extrae de la

interfase en direcciones opuestas.

Finalmente:

$$\kappa_s A \left. \frac{dT}{dx} \right|_s - \kappa_L A \left. \frac{dT}{dx} \right|_L = \rho h_{fg} \frac{dx}{dt} = \rho h_{fg} v_{int} \quad (6.27)$$

donde la  $v_{int}$  es la velocidad de la interfase. La ecuación (6.27) se conoce como la condición de Stefan.

En un dominio infinito, es posible encontrar una expresión analítica para la velocidad del desplazamiento de la interfase si se hace un balance de energía en el dominio que incluye las zonas líquido y sólido de la siguiente manera:

Las ecuaciones de conservación de energía son:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha_L \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad x < x_{int}(t) \quad (6.28)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha_s \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad x > x_{int}(t) \quad (6.29)$$

Con condiciones de frontera en la interfase ( $x = x_{int}$ )

$$T(x_{int}, t) = T_{int}$$

donde  $T_{int}$  es la temperatura de la interfase.

Condición de Stefan es

$$\rho h_{fg} v_{int} = \kappa_s \left. \frac{dT}{dx} \right|_s - \kappa_L \left. \frac{dT}{dx} \right|_L,$$

y las condiciones iniciales son

$$\begin{aligned} x(t=0) &= x_{int} = 0, \\ T(x, 0) &= T_{int}. \end{aligned} \quad (6.30)$$

y las condiciones en la frontera son

$$\begin{aligned} T(0, t) &= T_L \\ \lim_{x \rightarrow \infty} T(x, t) &= T_s \end{aligned} \quad (6.31)$$

La distribución de la temperatura y la velocidad de la interfase se puede encontrar usando la técnica de similitud.

La velocidad de la interfase toma la forma:

$$x_{int} = 2\lambda \sqrt{x_l t} \quad (6.32)$$

donde  $\lambda$  es una constante [87].

---

## ANTECEDENTES

---

En la actualidad se realizan diversos tipos de trabajos relacionados a la solidificación, por lo que concierne al Departamento de Termociencias, éste ha desarrollado varios experimentos para estudiar el fenómeno de solidificación, así como, equipos experimentales complejos en su diseño, pero fáciles de emplear, como son, celda de Hele-Shaw y un sistema de refrigeración para inducir la solidificación de agua, y con ello observar las tanto la convección natural debida al gradiente de temperatura como el frente de congelamiento del fluido.

A continuación se describen los primeros trabajos relacionados al desarrollo de los equipos experimentales y los primeros resultados obtenidos en cuanto a la solidificación.

Los trabajos relacionados con la celda de Hele-Shaw que se utilizó en este trabajo tienen sus orígenes en el año de 2008, con la fabricación de un interferómetro de Difracción por Punto (IDP) y la celda de Hele-Shaw con un sistema de refrigeración a base de celda Peltier o termoeléctricos [88], éste último es el equipo experimental con el cuál se trabajará en el proyecto presente.

El arreglo experimental se empleó para observar los cambios de índice de refracción en líquidos contenidos dentro de la celda de Hele-Shaw, cuando el fluido es calentado y se induce la convección natural. Los cambios del índice de refracción se registran mediante interferogramas obtenidos del IDP y la convección se genera mediante el gradiente de temperatura entre las paredes superior o inferior de la celda. En la Figura 7.1 se muestra el equipo mencionado, cabe aclarar que las dos secciones del instrumento fueron construidas por el IER (celda de Hele-Shaw, sección vertical) y por el INAOE (IDP, sección horizontal).

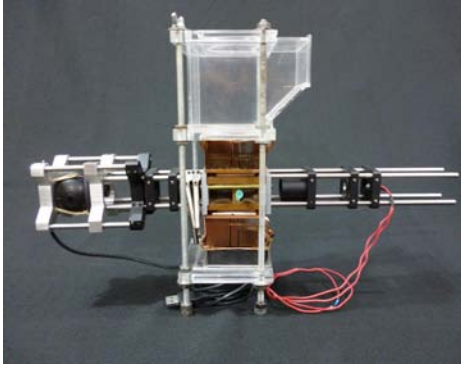


Fig. 7.1: Interferómetro de difracción por punto (sección horizontal) y sistema de refrigeración con celda de Hele-Shaw (sección vertical), diseñados en el INAOE.

Los primeros resultados para el IDP (sección horizontal del equipo) fueron una serie de interferogramas de baja calidad, pero el sistema de refrigeración (sección horizontal del equipo) logró reducir la temperatura del fluido que se encuentra en el interior de la celda a temperaturas menores a  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  y además se obtuvieron las primeras fotografías del frente de solidificación que se genera en el fluido. Posteriormente el equipo fue separado en sus dos secciones, IDP y celda de Hele-Shaw, con el objetivo de mejorar ambos instrumentos por separado y posteriormente armar nuevamente el equipo para obtener mejores resultados en conjunto. En lo particular, nos centraremos en la celda de Hele-Shaw, la cual fue modificada para un mejor desempeño. Al diseño original se le agregó un sistema de control de temperatura, el cual consistió en un controlador electrónico y software de control hecho en la plataforma de LabView. En la Figura 7.2 se muestra la celda Hele-Shaw predecesora a la utilizada en este trabajo.

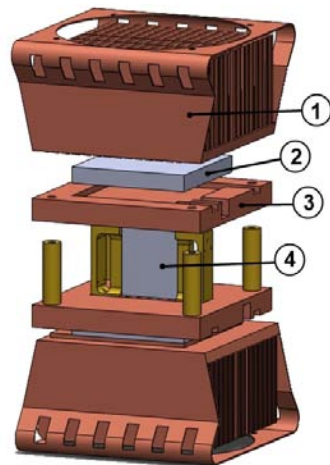


Fig. 7.2: Equipo de solidificación para la celda de Hele-Shaw, 1) disipador de calor de cobre, 2) termoelectrico, 3) tapa superior de la celda y 4) celda de Hele-Shaw.

Combinando el software y el sistema electrónico diseñado, se logró ajustar a niveles deseados la temperatura de la cavidad. Posteriormente, los materiales empleados en la construcción de la celda fueron modificados para evitar pérdidas de calor por conducción y con ello obtener mejores condiciones experimentales.

---

# EQUIPO EXPERIMENTAL PARA EL ESTUDIO DE LA SOLIDIFICACIÓN

---

El equipo de solidificación utilizado en este trabajo es una celda de Hele-Shaw, que está diseñada para inducir el cambio de fase de líquido a sólido, mediante la disminución de la temperatura de la cara superior de la celda. Esta cara es parte de un intercambiador de calor, compuesto por un conjunto de dispositivos de estado sólido y mecánicos. Además del intercambiador, se emplea un sistema de iluminación, de grabación, software especializado de PIV y otros accesorios para el correcto funcionamiento del equipo, que se describirán a continuación.

## 8.1. Celda de Hele-Shaw

El componente principal del dispositivo experimental es una celda de Hele-Shaw, formado por dos placas de vidrio de 1 mm de espesor y con una superficie de 2.5 cm x 2.5 cm. Las placas se encuentran separadas 1 mm entre ellas, y están unidas por piezas de nylamid colocadas paralela y verticalmente a los costados de las paredes de la celda. Estas piezas, cuya función principal es proporcionar soporte mecánico y aislamiento térmico entre el fluido y el medio ambiente. Tienen agujeros pequeños en la parte superior, que conectan al fluido del interior con la presión atmosférica, de tal modo, se permite la expansión del fluido de trabajo a medida que se enfría. La iluminación del fluido dentro de la celda se hace a través de la cara inferior, que es una pieza de acrílico que actúa como una guía de luz generada por tres diodos emisores de la luz azul que se encuentran en la parte inferior. En la Figura 8.1(a) se muestra un esquema con las magnitudes y características de la celda. La Figura 8.1(b) se presenta las piezas que componen el intercambiador de calor colocado en la parte superior de la celda. La cara superior de la celda es parte de un intercambiador de calor, cuya parte inferior es una pieza de cobre que está físicamente en contacto el fluido, mientras que su otra cara hace contacto con el lado caliente de un dispositivo termoelectrico cuadrado. El lado frío del termoelectrico está en contacto con una placa que disipa el calor (Figura 8.1(a)).



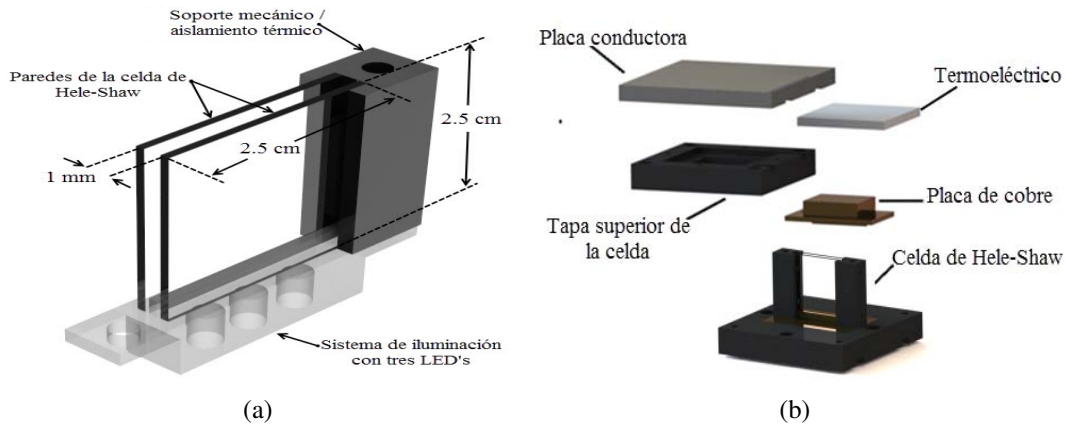


Fig. 8.1: a) Magnitudes y características principales de la celda de Hele-Shaw, b) piezas que constituyen el intercambiador de calor de la celda [14].

En la Figura 8.2 se muestra un diagrama de la celda Hele-Shaw y los elementos de control y monitoreo de temperatura, tales como, 1) Resistencia eléctrica enrollada alrededor de la guía de luz, 2) LED incrustado en la guía de luz, 3) y 4) termopares colocados en la parte inferior y superior de la celda para medir la temperatura de la cara caliente y fría respectivamente, 5) intercambiador de calor para disminuir la temperatura de la cara superior y 6) guía de luz, elaborada en acrílico transparente.

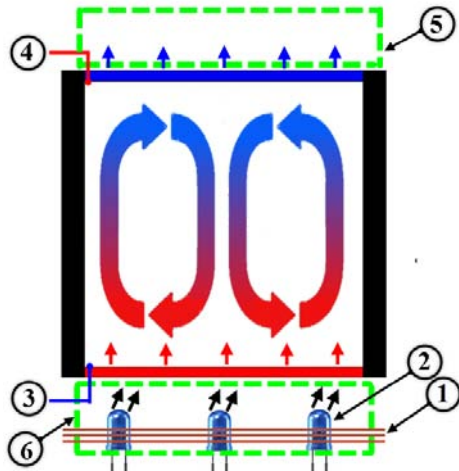


Fig. 8.2: Diagrama la celda Hele-Shaw con sus elementos de control y monitoreo de temperatura, 1) resistencia eléctrica, 2) LED, 3) y 4) termopares para medir la temperatura de las caras inferior y superior de la celda respectivamente, 5) sistema de intercambiador de calor a base de hielo seco y termoeléctrico y 6) guía óptica de acrílico.

Existen dos aspectos importantes que se deben mencionar sobre la guía de luz. La primera es que el alambre enrollado a su alrededor, funciona como un calentador, de tal forma que la guía se mantiene a una temperatura constante, que se fija mediante el flujo controlado de corriente eléctrica que pasa por el alambre. El otro aspecto se centra en el acabado superficial de la guía, que se fabrica de acrílico transparente, pero que se pinta casi en su

totalidad, dejando sin pintar una franja de 20 mm largo por 1 mm de ancho, esta superficie se pone en contacto con el fluido, mientras que el otro lado de la guía se ilumina mediante LEDs, que emiten la luz que se introduce a la celda.

En la siguiente figura se muestra una fotografía de la celda ensamblada, en donde se observan postes de aluminio, que dan rigidez y estabilidad al cuerpo de la celda de Hele-Shaw, por otro lado, la celda se coloca sobre una base circular, la cual permite ajustar la altura y la alineación entre la cámara y la celda.

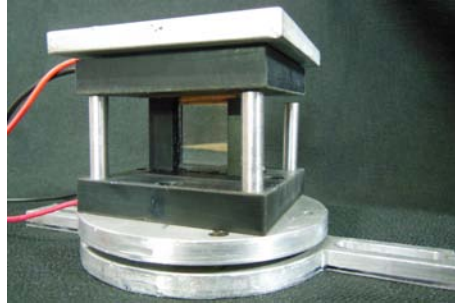


Fig. 8.3: Celda de Hele-Shaw ensamblada.

### **Sistema de refrigeración**

El equipo empleado para la solidificación del agua al interior de la celda de Hele-Shaw consta del intercambiador de calor y el depósito de hielo seco ( $\text{CO}_2$  sólido). El principal componente del intercambiador de calor es el termoelectrico o celda Peltier (Technology Inc, modelo TE-31-1.4-2.5) que mantiene la temperatura constante de sus caras mediante el flujo de corriente eléctrica, este dispositivo es una pieza en forma de prisma cuadrado de 5 cm x 5 cm de lado y un espesor de 5 mm. Las caras con mayor área están hechas de cerámica y los pares metálicos de una serie de elementos semiconductores de tipo p y tipo n. Los pares están dispuestos en una matriz que está conectado eléctricamente en serie pero conectados térmicamente en paralelo, este arreglo se aloja entre las placas cerámicas. El dispositivo puede mantener sus caras con una diferencia de temperatura de 69 °C y su capacidad para extraer energía es de 80 W. Se seleccionó este tipo de termoelectrico por ser pequeño, delgado y sin partes móviles, características esenciales al diseñar el equipo para condiciones de gravedad aumentada.

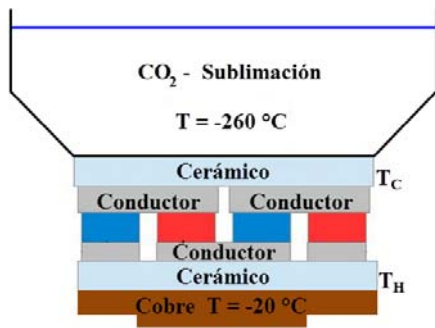


Fig. 8.4: Esquema del acomodo de las piezas del intercambiador de calor de la celda de Hele-Shaw.  $T_H$ , temperatura caliente,  $T_C$ , Temperatura fría.

Por la eficiencia y facilidad de uso del termoelectrico, se optó por diseñar un intercambiador de calor, el cual se coloca en la parte superior de la celda y que tiene el objetivo de mantener una temperatura baja con respecto a la cara inferior de la celda. El termoelectrico está en contacto tanto con la tapa superior de la celda y por otro lado con hielo seco (Figura 8.4). El funcionamiento de este sistema para mantener la temperatura baja en la celda de Hele-Shaw se describe un par de párrafos más abajo.

En primera instancia, al ser delgado el termoelectrico, las caras caliente y fría se encuentran muy cercanas y por efecto conductivo existe transferencia de calor entre ambas caras, por lo cual, después de un tiempo en operación la cara fría comienza a calentarse. Además, el gradiente de temperatura que se pueda alcanzar entre las caras del dispositivo depende de disipar el calor de la cara caliente o mantener a una temperatura inferior a la cara fría. Por esto se optó por mantener a una temperatura baja la cara fría del termoelectrico como se explica en seguida. Con la finalidad de mantener una temperatura inferior a la temperatura de congelamiento en la parte superior de la celda de Hele-Shaw, se colocó un recipiente para contener trozos pequeños de bióxido de carbono sólido que se encuentra a -260 °C. En la Figura 8.5 se muestra una imagen de los componentes que se emplean en este sistema. El recipiente está construido de acrílico, con paredes transparentes y que tienen un espesor de 3 mm. Este recinto puede almacenar 1  $\mu\text{m}^3$  de CO<sub>2</sub>. Las presentaciones del hielo seco que se emplean son en barra o en nugget, ambas formas son muy fáciles de conseguir y de usar, pero los nuggets son más prácticos. El recipiente de CO<sub>2</sub> se encuentra a la temperatura más baja y por conducción, la cara inferior del termoelectrico llega a -40 °C. Al hacer pasar una corriente eléctrica por el termoelectrico se puede conseguir una temperatura uniforme y controlada de -30 °C en la placa de cobre (temperatura mínima de operación del equipo de solidificación).

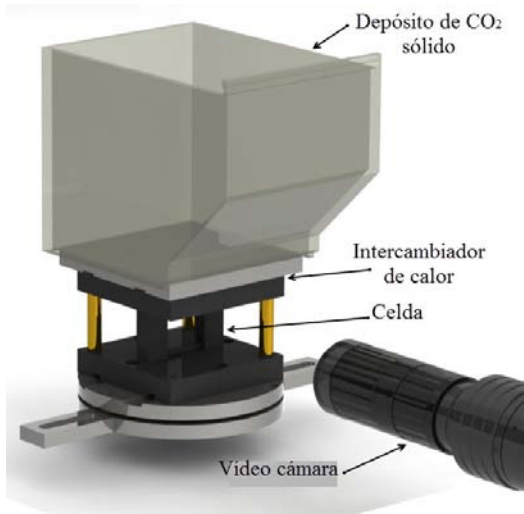


Fig. 8.5: Ensamble de la celda de Hele-Shaw y sus accesorios necesarios para su funcionamiento, depósito de hielo seco, intercambiador de calor y cámara de vídeo [14].

### Cámara con atmósfera controlada

La condensación del vapor del medio ambiente en las paredes exteriores de la celda es uno de los problemas que afecta la visualización de los fenómenos que ocurren en el interior de la celda de Hele-Shaw. Para remediar esta situación, se diseñó y fabricó una cámara con atmósfera controlada para tener un ambiente donde se puede suprimir la humedad del aire mediante dos formas. La primera consiste en introducir nitrógeno u otro gas sin humedad a la cámara, de modo que reemplace al aire húmedo existente; en la segunda estrategia, se capta la humedad del aire al interior mediante su condensación: se coloca un recipiente con hielo seco dentro de la cámara y se cierra totalmente, de esta forma se condensa la humedad a los alrededores del recipiente que se encuentra a una temperatura de  $-30\text{ }^{\circ}\text{C}$ , así se obtienen porcentajes de humedad menores al 10 %, que son niveles apropiados para el desarrollo de los experimentos sin problemas de condensación.

En la Figura 8.6(a) se puede observar la cámara con atmósfera controlada ensamblada y en la Figura 8.6(b) se muestra el conjunto de los elementos antes descritos que dan como resultado un equipo para refrigeración y experimentación con características deseables, donde se puede alcanzar temperaturas de hasta  $-40\text{ }^{\circ}\text{C}$  en la cara superior de la celda, cuando no se acciona la celda. Cuando se adiciona un sistema de control de temperatura se obtiene una temperatura de  $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$  (temperatura experimental).

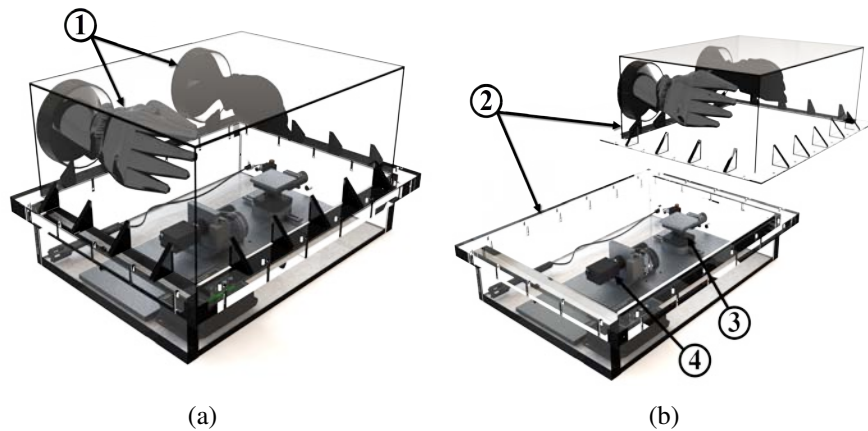


Fig. 8.6: Cámara de atmósfera controlada: 1) guantes de hule para la manipulación de los equipos al interior, 2) tapas superior e inferior de la cámara, 3) celda de Hele-Shaw y 4) cámara de vídeo.

### Equipo de PIV 2D

Para el estudio de la convección natural en presencia de solidificación se emplea un equipo de PIV 2D, el cual proporciona campos de velocidad sobre un plano iluminado al interior de la celda de Hele-Shaw. Este equipo está compuesto por LEDs, colocados en la pared inferior de la celda y que proporcionan la iluminación necesaria para generar un plano de luz de un 1 mm de espesor, que es el tamaño de la distancia existente entre las paredes de vidrio.

Se emplea una cámara de vídeo con una resolución espacial de 1920 x 1080 píxeles, que captura 15 imágenes por segundo. La cámara tiene una geometría cilíndrica (1 pulgada de diámetro) y 10 cm de largo, la comunicación es mediante el puerto USB, lo que permite que se pueda usar con cualquier PC. En la Figura 8.7 se muestra una imagen de la cámara empleada. En ella se puede ver que este dispositivo cuenta con una base deformable para poder sujetarse a monturas adecuadas que permiten la alineación rápida y correcta.



Fig. 8.7: Cámara Microsoft lifecam Full HD.

La cámara se coloca en una posición normal a las paredes de vidrio de la celda de Hele-Shaw. Para el enfoque de las imágenes, la cámara se coloca a una distancia de 30 mm, medida desde el centro de la celda a la superficie de la lente, de tal forma que se tienen imágenes nítidas de las partículas trazadoras empleadas para el PIV. En la Figura 8.8 se muestra la distancia característica entre la celda y la lente de la cámara.

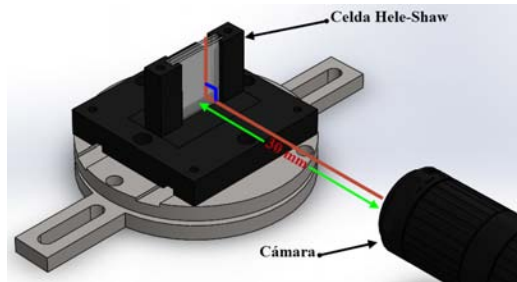


Fig. 8.8: Distancia característica entre la celda de Hele-Shaw y la lente de la cámara.

Se empleó la biblioteca del software PIVLab para el procesamiento de las imágenes obtenidas del experimento [89, 90]. Con esta herramienta, es posible procesar imágenes consecutivas (1-2, 2-3, 3-4) o por pares independientes (1-2, 3-4, 5-6), la primera opción genera el mismo número de campos de velocidad menos uno que de imágenes procesadas, mientras que la segunda opción sólo produce la mitad de campos. Además se pueden realizar ajustes posteriores (post procesamiento), como son, filtros y suavizados de datos, extracción de datos en formato *txt* o gráficas de líneas de corriente, velocidades a lo largo de un eje, etc. Adicionalmente, se emplea el software MatLab para procesar los datos exportados para obtener resultados derivados de los campos de velocidades que difícilmente se podrían generar con la biblioteca PIVLab.

## 8.2. Protocolo experimental

Como se mencionó al principio de este capítulo, el segundo fenómeno que se estudia en este trabajo es la solidificación del agua confinada en una región pequeña, como lo es una celda de Hele-Shaw.

Las características de la celda de Hele-Shaw utilizada en este trabajo son las siguientes: Las paredes verticales son adiabáticas, mientras que la cara superior (cara fría) permite extraer diferentes cantidades de calor, mediante la variación de la temperatura de ésta, ya sea de forma constante o variable. La cara inferior (cara caliente) mantendrá una temperatura superior a la cara fría de la celda, de tal forma que siempre se tenga un gradiente de temperatura entre ambas caras. La temperatura de esta cara puede controlarse y si es requerido se puede mantener a una temperatura constante, desde temperatura ambiente hasta cero gra-

dos centígrados. Usando la misma nomenclatura que en la sección 6.3, la altura y ancho de la celda se denotan por  $H$  y  $2a$  respectivamente. La separación entre las placas ( $d$ ) es de 1 mm, donde típicamente  $d < h, 2a$ .

Con las condiciones de frontera antes descritas se inducirá el cambio de fase en el fluido de trabajo (líquido a sólido), el frente de congelación dará inicio y se desplazará desde la parte superior a la inferior de la celda, gracias a la baja temperatura de la cara superior. En la sección líquida, debido al gradiente de temperaturas entre la cara fría (superior) y la cara caliente (inferior) se induce un flujo convectivo, en donde el fluido caliente y de baja densidad se moverá desde la parte inferior a la parte superior y el fluido frío con mayor densidad se desplazará desde la cara superior a la inferior.

En la investigación de la dinámica de la convección con cambio de fase en la celda de Hele-Shaw se planteó hacer experimentos exploratorios para identificar las condiciones de frontera óptimas para observar el fenómeno y simultáneamente evaluar las limitaciones del equipo. Se abordaron cuatro casos experimentales, en donde se varían las temperaturas de las fronteras horizontales de la celda, como se indican en la tabla 9.1, donde  $T_H$  y  $T_C$  son las temperaturas de las caras inferior y superior respectivamente.

Tabla 8.1: Condiciones físicas en las caras de la celda de Hele-Shaw

Condición	$T_H$ inicial	$T_H$ final	$T_C$ inicial	$T_C$ final
1	Ambiente	0 °C	Ambiente	-32 °C
2	Ambiente	0 °C	-20 °C	-20 °C
3	25°	0 °C	-20 °C	-20 °C
4	29 °C	0 °C	-20 °C	-20 °C

Cada uno de estos casos de estudio se realizó con la celda completamente llena de una mezcla de agua destilada y partículas de plata (10  $\mu\text{m}$  de diámetro), éstas últimas como trazadores para la visualización de los campos de velocidad. Las características particulares de cada caso son las siguientes:

- **Condición 1:** Al inicio del experimento la temperatura de la cara inferior ( $T_H$ ) es igual a la temperatura ambiente y conforme se desarrolla el experimento disminuye gradualmente por efecto del avance del frente de congelamiento que se encuentra a 0 °C. La temperatura de la cara superior ( $T_C$ ) inicialmente está a temperatura ambiente y gradualmente descenderá a -32 °C.
- **Condición 2:** Inicialmente  $T_H$  es igual a la temperatura ambiente y conforme se desarrolla el experimento la temperatura de la cara inferior de la celda disminuirá gradualmente por efecto del avance del frente de congelamiento a un valor de 0 °C. Al

inicio del experimento la temperatura de la cara superior es de  $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$  y se mantiene constante a lo largo de todo el experimento.

- **Condición 3:** Inicialmente  $T_H$  es igual a  $25\text{ }^{\circ}\text{C}$  y conforme se desarrolla el experimento su valor disminuirá gradualmente a  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  por efecto del avance del frente de congelamiento. La temperatura de la cara superior se fija a  $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ .
- **Condición 4:** La temperatura del agua en la cara inferior ( $T_H$ ) se mantiene a  $29\text{ }^{\circ}\text{C}$ , aún cuando el frente de congelación avance. Esta condición provocará un estancamiento en donde el frente de congelación y el flujo convectivo coexiste. La temperatura de la cara superior ( $T_C$ ) se mantiene a  $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ , constante a lo largo de todo el experimento.

Los casos 3 y 4 son de especial interés, dado que ellos contienen condiciones de frontera de fácil simulación, pues se pretende realizar comparaciones cuantitativas entre datos experimentales y los numéricos.

### 8.3. Metodología de experimentación

La solidificación del agua al interior de la celda de Hele-Shaw ocurre por la disminución de temperatura a niveles por debajo de  $0^{\circ}\text{C}$ , pues a partir de este punto se inicia el cambio de fase. Para generar estas condiciones de forma deseada es necesario conocer a detalle el principio de funcionamiento del sistema empleado en este trabajo. El funcionamiento del sistema consiste básicamente en congelar el agua de la celda de la siguiente manera:

Pasos previos a las corridas experimentales.

1. **Ensamble de la celda:** Las diferentes partes de la celda se ensamblan usando silicona de color negro para evitar los reflejos. En algunas secciones como las bases e intercambiadores de calor se emplean tornillos Allen para el ensamblado. La celda se ensambla sin colocar la tapa; ésta se coloca hasta el momento de iniciar los experimentos.
2. **Llenado y enfoque de las partículas de la celda:** El fluido de trabajo se ingresa por la parte superior de la celda, cuidando que el nivel del agua supere la altura de la celda, de tal manera que al cerrar la celda el fluido estará en contacto con el intercambiador superior. Antes de ensamblar por completo la celda se verifica que la cámara se encuentre en su posición final y que enfoque correctamente las partículas trazadoras, se emplea el software *Life-Cam* de *Microsoft* para realizar el ajuste previo y grabación del experimento. Además, se accionan los LEDs que iluminan el interior de la celda, para que la cámara visualice las partículas de forma óptima.



3. Control y monitoreo de las temperaturas de la celda: El parámetro más importante que se requiere conocer al momento de realizar el experimento es la temperatura, tanto de la cara superior como de la cara inferior. Se utilizan dos termopares tipo T de calibre 26, que son muy delgados y se pueden colocar en la cara inferior y superior de la celda sin interferir con los sellos. Los termopares se conectan a una placa SCB-68 que acondiciona la señal a la tarjeta PCMIO-16E1 de *National Instruments*. Mediante un programa en *LabView* se puede almacenar y visualizar las temperaturas del interior de la celda. El control de la temperatura de la cara superior se realiza mediante un control PID (Proporcional Integral Derivativo) y un Termistor como sensor. El PID es comercial (Technology, modelo TC-48-20), especializado en control de la temperatura en dispositivos termoeléctricos.
4. Cierre de la celda: Los preparativos para la experimentación concluyen con el cierre de la celda, esto se da cuando la tapa alcanza una temperatura de  $-20^{\circ}\text{C}$  u otra temperatura establecida en el protocolo experimental. Se evita ensamblar antes de alcanzar las condiciones descritas, para reducir al máximo los efectos transitorios en el fluido. Se coloca la tapa en su posición final para sellar completamente la celda. Al colocar la tapa no se utiliza silicon ni otro pegamento, el contacto entre la tapa fría y el fluido producen de forma inmediata hielo que sella la celda. El cierre es de forma manual y se realiza al interior de la cámara hermética, donde todo el proceso descrito se lleva a cabo en condiciones ambientales de baja humedad relativa (10 % como máximo).
5. Observación experimental: Inmediatamente después de sellar la celda, se inicia el proceso de solidificación del agua, por lo cual, momentos antes de tapar la celda se comienza a grabar vídeo y almacenar los valores de las temperaturas. Los datos de temperatura y del vídeo se sincronizan al término de la experimentación. En el vídeo se observa el momento justo en el que se coloca la tapa y es ese el momento que se considera como tiempo cero para el análisis posterior. Mientras tanto, al entrar en contacto la tapa con el agua, produce un descenso brusco de temperatura en la parte superior de la celda, que se registra por los termopares, tomando este instante como el tiempo cero para el inicio de la solidificación del fluido. Las temperaturas registradas por los termoeléctricos y el termistor son almacenados en archivos de texto y el vídeo en formato *.avi*, para ser procesado posteriormente.

## 8.4. Calibración del equipo

Los sistemas de PIV requieren una calibración previa o posterior al procesamiento de las imágenes para calcular el factor de conversión que permita convertir las unidades de pixeles/cuadro a m/s, ésta última unidad de medición es congruente con otras unidades físicas y cálculos posteriores. Antes de la calibración del sistema se tienen que determinar los siguientes parámetros:

- Fotografía de referencia. Esta fotografía (Figura 8.9) es una captura de la celda de Hele-Shaw al inicio de la experimentación, donde se observan claramente los bordes laterales, superior e inferior. En la figura siguiente se muestra una imagen que se toma como referencia, en ella se indica la distancia característica de la celda con línea verde y con línea roja se enmarca la tapa de cobre que es visible a la cámara, esta sección no se toma en cuenta para el procesamiento del PIV.

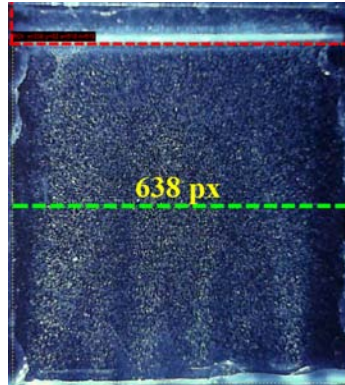
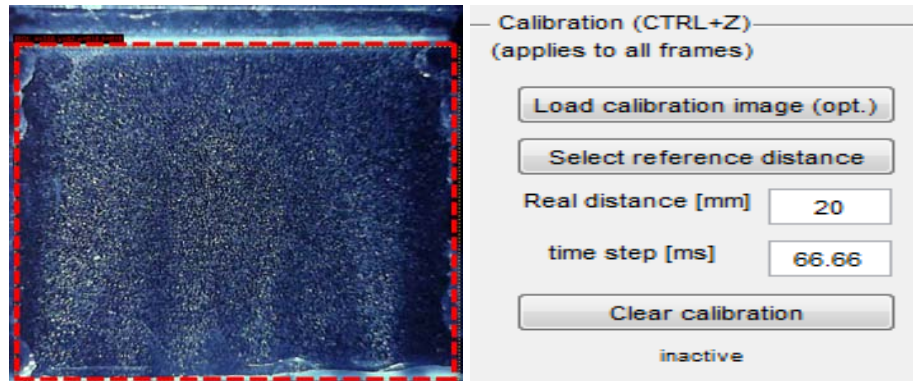


Fig. 8.9: Fotografía de referencia para la calibración del sistema PIV 2D.

- Tiempo de referencia. Se refiere al tiempo entre cuadro y cuadro al momento de capturar las imágenes. En el sistema empleado se tiene una captura de 15 cuadros por segundo, por lo tanto, el tiempo de referencia es de 66.66 ms.
- Distancia de referencia. Este parámetro es la distancia entre las paredes de la celda. La celda es cuadrada, por lo cual se puede tomar la distancia entre las paredes laterales o entre las tapas, la cual es de 20 mm. En la Figura 8.9 se muestra una línea en color verde que indica la distancia entre las paredes de la celda. Generalmente se utiliza ésta distancia en lugar de la longitud vertical, pues en ésta última es difícil visualizar la frontera entre el borde de la tapa y el fluido.
- Simetría de píxeles. Un punto muy importante al momento de realizar la calibración de un sistema de PIV que emplea cámaras no dedicadas para esta técnica es, verificar la simetría de los píxeles del sensor de la cámara. En caso de que no se cumpla con la simetría, el problema de la interpretación geométrica, se puede corregir con un factor de conversión que varíe tanto en dirección horizontal y vertical. Se puede capturar una fotografía de una escala en posición vertical y horizontal y posteriormente se puede comprobar la cantidad de píxeles que existen en dirección  $x$  y  $y$ . Si ambas cantidades son iguales se puede decir que los píxeles son cuadrados y se puede proseguir con la calibración.

El procedimiento de calibración para este sistema de PIV consiste en los pasos siguientes:

- Selección del área de análisis inicial. En el software PIVLab se indica un área en específico para acortar el área de análisis y reducir el tiempo de procesamiento. En la Figura 8.10(a) se muestra el área de análisis enmarcada por líneas rojas, esta superficie es de 2 x 2 cm.

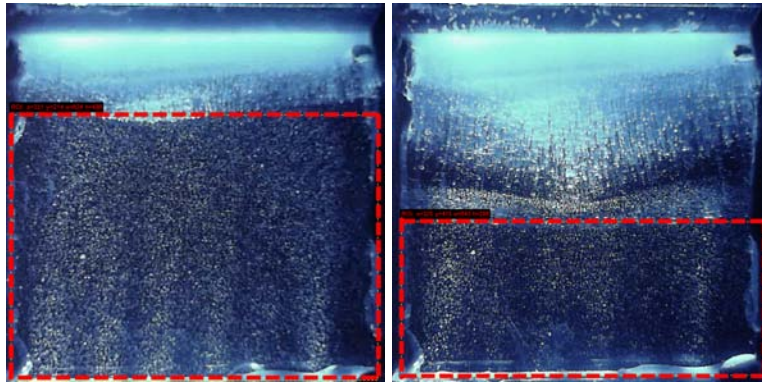


(a)

(b)

Fig. 8.10: Captura de los valores característicos de la celda Hele-Shaw y de las imágenes obtenidas en los experimentos: a) asignación del área de análisis para la técnica de PIV y b) cuadro de dialogo para la captura de los valores del sistema en el software.

- Datos de calibración. En la Figura 8.11(a) se muestra la ventana de diálogo del PIVLab para ingresar los datos de calibración, dependiendo de la cámara se tiene cierta velocidad de captura, en este caso el tiempo entre fotografía es de 66.66 ms y la distancia característica de la celda es de 20 mm.
- Ajuste del área de análisis. En particular para los experimentos de solidificación es necesario ajustar el área de análisis debido al avance del frente de congelación y la reducción de la fase líquida dentro de la celda. En pruebas previas de funcionamiento se observó que si no se ajusta el área de análisis a la región del líquido, el frente de solidificación induce vectores de velocidad parásitos, que afecta la interpretación correcta de los vectores de velocidad en el fluido. Los vectores generados por el frente no son confiables, pues frecuentemente son aleatorios y de magnitudes muy diferentes entre sí. En la siguiente figura se muestran dos fotografías con diferente área de interrogación seleccionada. Se puede permitir que el frente de solidificación pueda invadir la región de inspección hasta un 30 % de la altura de la sección del fluido, este dato es meramente empírico, en base a varias pruebas realizadas en el laboratorio. Con cada ajuste a la altura del área de análisis es necesario crear un nuevo proyecto en el PIVLab, de tal modo que no existe un único procesamiento de imágenes.



(a)

(b)

Fig. 8.11: Ejemplo del ajuste del área de análisis para la técnica de PIV, los rectángulos rojos indican ésta.

Al momento de procesar las fotografías en el PIVLab no es necesario ajustar la *distancia de referencia*, debido a la simetría de los píxeles. Por otro lado, por cada sesión de procesamiento de imágenes es necesario verificar la energía cinética del fluido, con el fin de determinar cuándo se ha suprimido el efecto convectivo en el fluido. De esta forma se puede identificar el momento de dejar de procesar las imágenes y evitar trabajo de procesamiento de imágenes innecesario.

## RESULTADOS DEL ESTUDIO DE LA SOLIDIFICACIÓN EN UNA CELDA DE HELE-SHAW

Los resultados de los experimentos realizados con la celda de Hele-Shaw se han reportado en congresos nacionales e internacionales, tales como: Congreso de División de Dinámica de Fluidos de la Sociedad Mexicana de Física [91] y el congreso de la *Division of Fluid Dynamics* de la *American Physical Society* [92]. Además se contribuyó con el capítulo titulado, *Solidification in the presence of natural convection in a Hele-Shaw*, del libro, *Selected Topics of Computational and Experimental Fluid Mechanics* [14]. A continuación se discutirán los resultados más representativos de los casos propuestos en el protocolo.

Tabla 9.1: Casos propuestos para la experimentación en la celda de Hele-Shaw

Caso	Cara inferior $T_H$	Cara superior $T_C$
1	Dependiente del tiempo	Dependiente del tiempo
2	Dependiente del tiempo	Temperatura constante (-20 °C)
3	Temperatura constante (29 °C)	Temperatura constante (-20 °C)

### 9.1. Caso 1, condiciones de temperatura en las fronteras dependientes del tiempo

En los primeros experimentos con la celda de Hele-Shaw las temperaturas de la cara superior e inferior de la celda no estaban controladas. Las temperaturas inicialmente se encuentran a temperatura ambiente, sobre la cara superior se coloca el hielo seco para hacer descender la temperatura a niveles por debajo de cero grados centígrados, por otro lado, la temperatura de la cara inferior desciende libremente mientras que el frente de congelación se mueve desde la cara superior a la inferior, alcanzando cero grados centígrados cuando el frente toca esta superficie. En la Figura 9.1 se muestran las temperaturas del interior de la celda, en color azul se tiene la temperatura de la cara superior de la celda y se observa como desciende desde niveles de temperatura ambiente hasta -32° C. El tiempo que demora toda

la celda en congelarse es de 44 minutos. Por otro lado, la temperatura de la cara inferior inicia a temperatura ambiente y desciende hasta 10 °C, esta temperatura no llega a niveles inferiores, ya que, en la interface del frente de congelación y la región líquida se tiene 0°C, temperatura mínima para solidificar el agua. Por otro lado, en esta misma figura, se indica con las etiquetas  $t_o$  y  $t_s$ , el tiempo en el que da inicio la solidificación y el paro del movimiento convectivo al interior de la celda de Hele-Shaw, respectivamente.

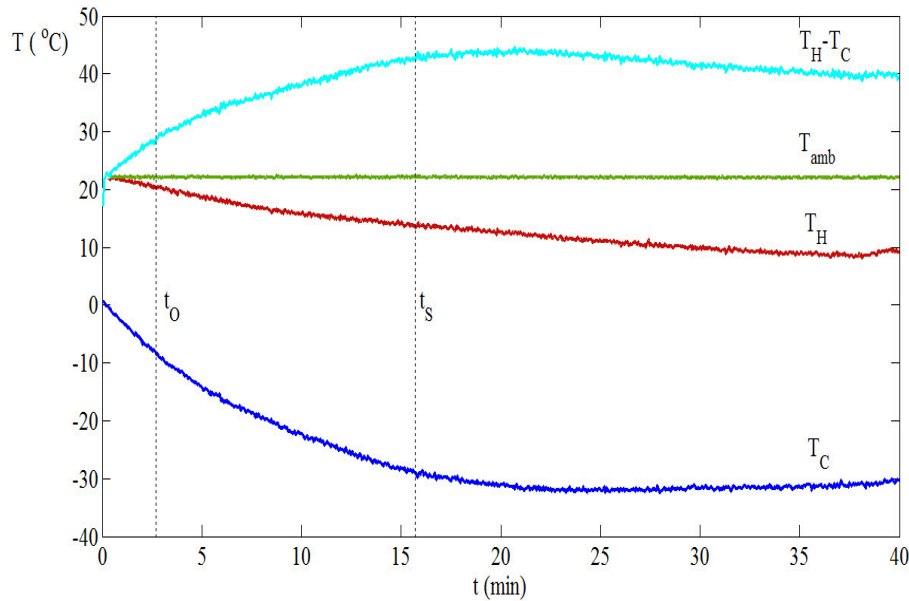


Fig. 9.1: Temperaturas al interior de la celda de Hele-Shaw, cara superior en línea azul  $T_C$ , cara inferior en línea roja  $T_H$ , gradiente de temperaturas entre las caras de la celda en línea cian  $T_H - T_C$  y temperatura del medio ambiente en línea verde  $T_{amb}$ .

En la Figura 9.2 se muestran los campos de velocidad a diferentes tiempos, que van desde el inicio del experimento (imagen a) hasta que el flujo convectivo se detiene (imagen f). Al encender el sistema de refrigeración no existe movimiento convectivo ni solidificación del fluido en la cara superior, pero conforme el gradiente de temperatura incrementa, el movimiento del fluido se acelera.

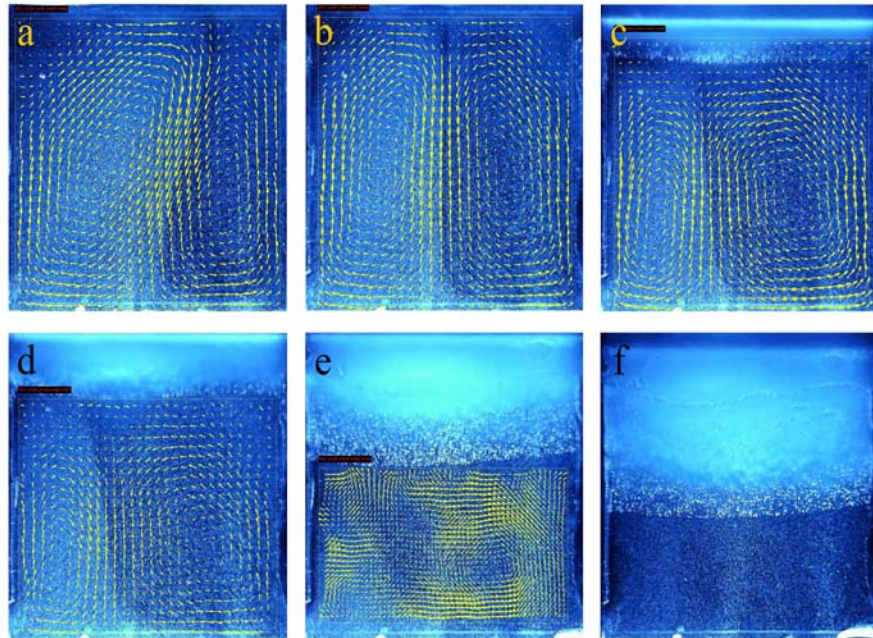


Fig. 9.2: Campos de velocidad en la región líquida de la celda y el avance del frete de solidificación vistos en 6 momentos específicos. La zona de color blanco por encima de los campos de velocidad es hielo: a)  $t = 2$  min,  $Ra = 10^5$ ; b)  $t = 3.5$  min,  $Ra = 6.9 \times 10^4$ ; c)  $t = 6$  min,  $Ra = 3.6 \times 10^4$ ; d)  $t = 8$  min,  $Ra = 1.9 \times 10^4$ ; e)  $t = 10.5$  min,  $Ra = 9 \times 10^3$ ; f)  $t = 15.7$  min,  $Ra = 3.2 \times 10^3$ .

Al inicio del experimento, la razón de aspecto es  $A = h/w = 1$  y se puede observar un sólo vórtice que evoluciona rápidamente a dos vórtices como se muestra en la Figura 9.2-a), con sentido antihorario. La velocidad media es de 0.66 mm/s, el número de Rayleigh para este instante es de  $Ra = 10^5$  y la energía por unidad de masa del sistema es  $4.4 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}^2$ . Posteriormente, el vórtice evoluciona a dos vórtices simétricos con flujo descendente en la región central de la celda Hele-Shaw y ascendente cerca de las paredes verticales de la celda, como se muestra en la Figura 9.2-b). Para este instante de tiempo ( $t = 3.5$  minutos) se tiene que,  $A = 1$  (valor establecido de esta forma ya que no se observa avance del frente de solidificación), y  $Ra = 6.9 \times 10^4$ . La velocidad media es de 0.73 mm/s y la energía por unidad de masa es  $5.3 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}^2$ . Para instantes de tiempo posteriores, la evolución de los dos vórtices continua (Figura 9.2-c a 9.2-d), se observan patrones de movimiento de convección irregulares y dependientes del tiempo, con escalas de tiempo de segundos, para razones de aspecto del orden de  $0.6 < A < 0.5$ , como se ilustra en la Figura 9.2-e). Aproximadamente a los 15.7 min, después del inicio de la observación, la razón de aspecto es  $A \sim 0.45$ , el movimiento de líquido se detiene y la solidificación sigue avanzando en el fluido estancado hasta llegar a la cara inferior. El número Rayleigh crítico para cuando se detiene el movimiento convectivo es de  $Rac = 3.2 \times 10^3$ .

La forma del frente de solidificación a diferentes tiempos se muestran en la Figura 9.3. El frente crece ligeramente más rápido por el centro de la celda, pero, su curvatura es pequeña. Este efecto se atribuye al imperfecto aislamiento térmico en las paredes verticales de la cavidad experimental. Observe que esta característica es consistente con la dirección del flujo de los vórtices mostrados en la Figura 9.2-b, donde el fluido caliente asciende relativamente cerca de las paredes verticales. Se encontró que para la escala de la cavidad, la geometría de la parte delantera del frente de solidificación es estable, en el sentido de que no se detectaron direcciones de preferencia para el crecimiento de la interfaz a lo largo del frente; se puede afirmar que el ligero avance del centro del frente con respecto a sus lados, se debe al patrón convectivo que se desarrollo en la celda.

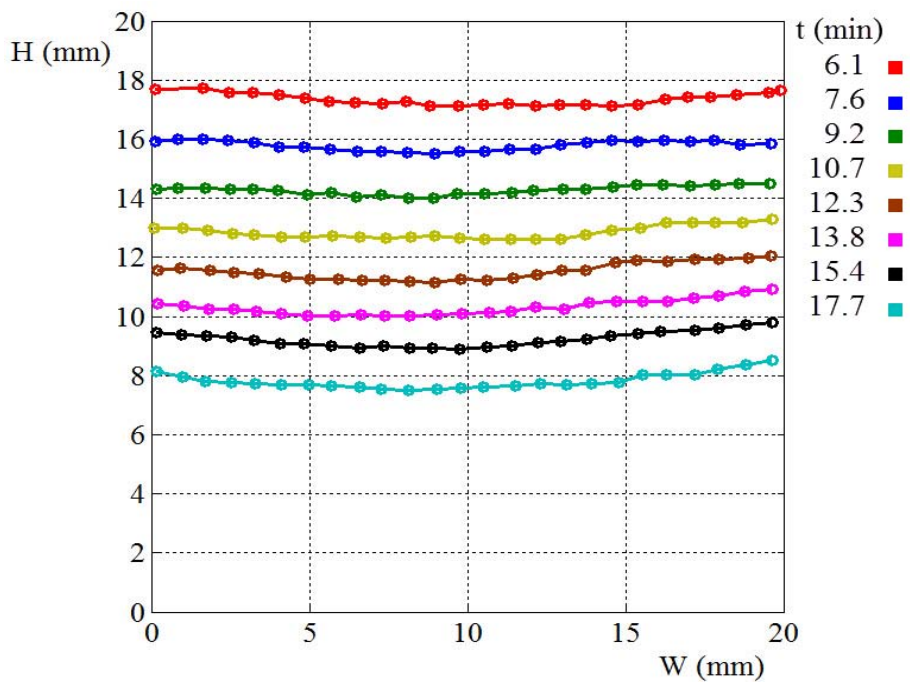


Fig. 9.3: Perfiles del frente de solidificación en función del tiempo. El frente se desplaza de la cara superior a la inferior, la posición de los frentes de solidificación fueron capturados a distintos tiempos, los cuales se indican en la figura.

El comportamiento de la posición del frente de solidificación (normalizado)  $h^* = 1 - h/h(t = 0)$  y del número de Rayleigh  $Ra$  para todo instante de tiempo que duró el experimento se muestran en la Figura 9.4. El frente comienza su desplazamiento a los 2,7 min de haber iniciado la observación (se indica en la gráfica con una línea vertical punteada) y alcanza su valor máximo a los 40 min (fin de la observación). Es evidente que el comportamiento del número de Rayleigh es una función decreciente en el tiempo, pero antes de la formación del frente de solidificación, la pendiente es menor, dado que el gradiente



de temperatura está disminuyendo, pero la relación de aspecto se mantiene constante. Dos efectos contribuyen a la reducción del número de Rayleigh, la distancia característica  $h$ , que se hace más pequeña a medida que avanza el tiempo y el gradiente de temperatura que también se hace más pequeño conforme el tiempo pasa. El número de Rayleigh crítico al cual se suprime el movimiento convectivo de la celda, se encuentra indicado en la gráfica con la segunda línea vertical en el minuto 15,7.

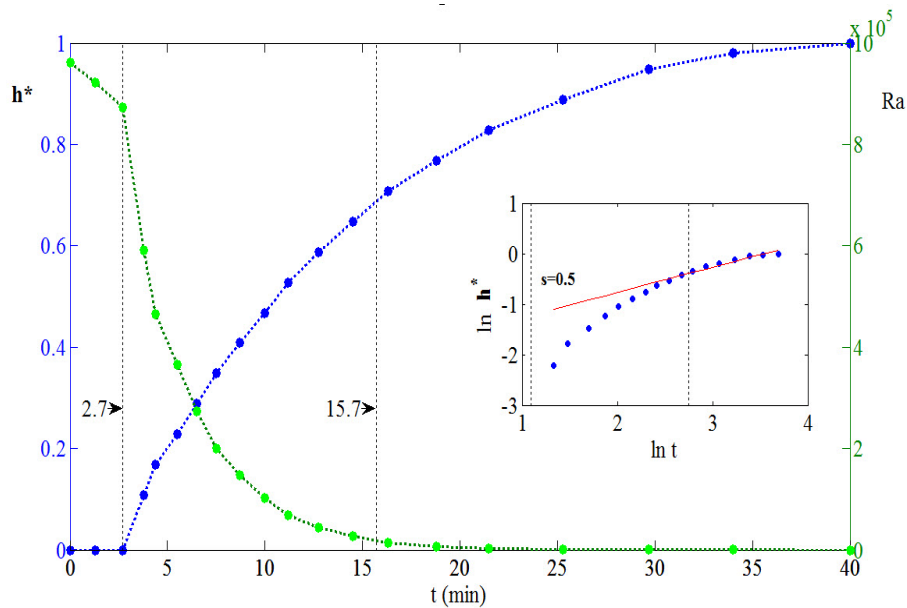


Fig. 9.4: Comportamiento del frente de solidificación ( $h^*$ , variable normalizada) y del número de Rayleigh (se toma la altura de la región de agua para los cálculos) en función del tiempo. La gráfica pequeña tiene los ejes en log-log y la inserción indica el instante cuando el frente de solidificación en función del tiempo se rige por la relación  $h^* \sim t^{1/2}$ , para toda  $t > 15.7$  min. Las líneas verticales en el recuadro indican los tiempos correspondientes a 2.7 y 15.7 min, respectivamente.

Bajo las condiciones antes descritas, el flujo convectivo se desarrolló con diferentes patrones de movimiento a cada instante de tiempo, debido a dos factores fundamentales, el primero consiste en el gradiente de temperatura entre las caras superior e inferior; si la temperatura fuese fija, el patrón de movimiento no cambiaría de forma rápida. Por otro lado, el segundo factor que influye en el patrón de movimiento es la razón de aspecto de la celda, conforme el frente de congelación avanza, la altura de la región de agua en la celda disminuye, de tal forma que llegando a una razón de aspecto no propicia para mantener el flujo convectivo, el fluido se queda quieto y la transferencia de calor se da mediante conducción.

## 9.2. Caso 2, condiciones semiconstantes en las caras de la celda de Hele-Shaw

Considerando los resultados obtenidos con las condiciones descritas anteriormente, se optó por controlar la temperatura de la cara superior ( $T_C$ ), con el fin de tener condiciones similares a las registradas en el proceso de crecimiento de cristales por el método de Czochralski, en donde la temperatura del lingote que se va formando es controlada y regulada a cierto nivel para eliminar imperfecciones en el material resultante (silicio monocristalino). En cuestiones experimentales, este cambio implica que se podrá observar el fenómeno de solidificación y convección natural sin el efecto transitorio al inicio del experimento. La temperatura de la cara inferior inicialmente se encuentra a temperatura ambiente y desciende su temperatura libremente mientras que el frente de congelación se mueve desde la cara superior a la inferior, alcanzando cero grados centígrados cuando el frente toca esta superficie. La temperatura de la cara superior pasa súbitamente de  $26^{\circ}\text{C}$  a  $-20^{\circ}\text{C}$  al cerrar la celda. Esto sucede porque al inicio del experimento la celda se encuentra abierta y se le coloca la tapa (cara superior) a una temperatura preestablecida ( $-20^{\circ}\text{C}$ ). La cara superior se mantiene a esta temperatura durante todo el experimento.

En la Figura 9.5 se muestran las temperaturas del interior de la celda, como función del tiempo. En color azul se muestra la temperatura de la cara superior de la celda, que es constante para todo tiempo; en color rojo se tiene la temperatura de la cara inferior, que inicia a una temperatura de  $15^{\circ}\text{C}$  (temperatura del recinto en donde se realiza el experimento) y termina a  $0^{\circ}\text{C}$ . En color verde se muestra la temperatura ambiente. En color azul cielo se observa el gradiente de temperatura entre las caras superior e inferior de la celda. En esta misma figura, se indica con la etiqueta  $t_s$  el instante en el que se detiene el movimiento convectivo al interior de la celda de Hele-Shaw. En este experimento, el movimiento del fluido comienza en el instante en el que se coloca la tapa y debido a la baja temperatura de la cara superior el frente de congelamiento se desarrolla con rapidez. Los experimentos con estas condiciones tienen un tiempo de congelamiento de 33 minutos aproximadamente.

Como es habitual, las imágenes fueron procesadas mediante la técnica de PIV, con el software PIVLab; una vez realizado el procesamiento se obtuvieron los campos de velocidad que se muestran en la Figura 9.6 donde se pueden observar las diferentes estructuras del flujo convectivo que se desarrollan al interior de la celda Hele-Shaw con las nuevas condiciones experimentales. Como se mencionó anteriormente, el frente de congelamiento y el flujo convectivo se inicia desde el momento en que se coloca la tapa superior.

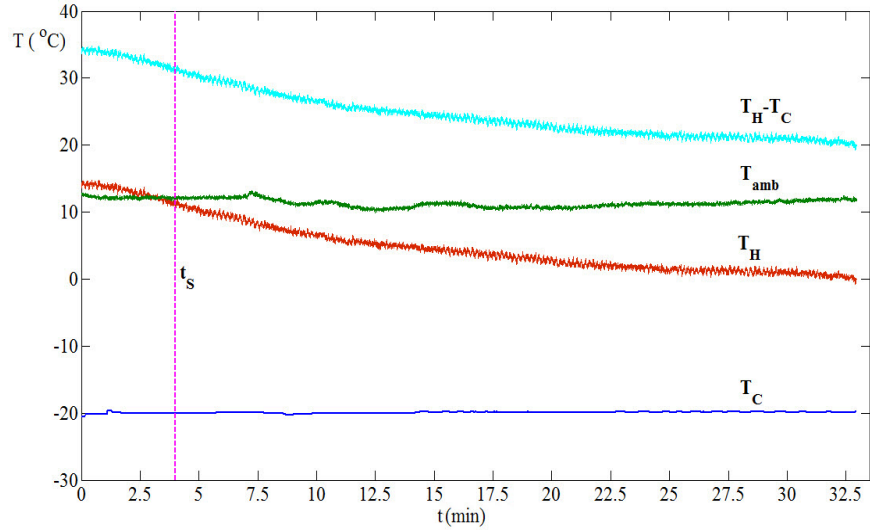


Fig. 9.5: Temperaturas al interior de la celda de Hele-Shaw, cara superior en línea azul  $T_C$ , cara inferior en línea roja  $T_H$ , gradiente de temperaturas entre las caras de la celda en línea cían  $T_H - T_C$  y temperatura del medio ambiente en línea verde  $T_{amb}$ .

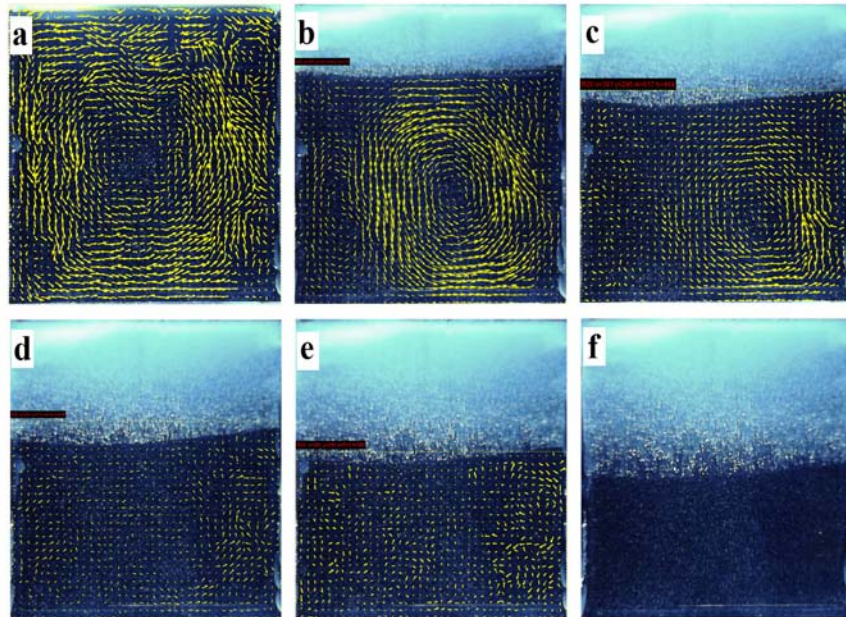


Fig. 9.6: Campos de velocidad en la región líquida de la celda y el avance del frente de solidificación vistos en 6 momentos específicos. La zona de color blanco por encima de los campos de velocidad es hielo: a)  $t = 0$  min,  $Ra = 6 \times 10^5$ ; b)  $t = 1.38$  min,  $Ra = 2.61 \times 10^5$ ; c)  $t = 2.73$  min,  $Ra = 1.77 \times 10^5$ ; d)  $t = 4.09$  min,  $Ra = 1.08 \times 10^5$ ; e)  $t = 5.45$  min,  $Ra = 0.70 \times 10^5$ ; f)  $t = 6.81$  min,  $Ra = 0.45 \times 10^5$ .

Sólo por pocas décimas de segundos al inicio del experimento, la razón de aspecto es  $A = h/w = 1$  y se puede observar un sólo vórtice global, con movimiento en sentido antihorario y pequeñas estructuras vorticosas locales (Figura 9.6-a). La velocidad media es de 1.02 mm/s, y el número de Rayleigh para este instante es de  $Ra = 6 \times 10^5$ . Posteriormente, el vórtice se mantiene por un periodo corto (Figura 9.6-b a la 9.6-c). A los cuatro minutos de haber comenzado el experimento el vórtice es comprimido por el frente de solidificación a un nivel que casi desaparece (Figura 9.6-d), al tiempo  $t = 5.45$  minutos la celda llega a tener una razón de  $A = 0.5$  (Figura 9.6-e), el vórtice desaparece y deja un campo de velocidades desordenado, para dar paso al paro definitivo del movimiento convectivo (Figura 9.6-f) al transcurrir sólo siete minutos aproximadamente de haber iniciado el experimento.

La forma del frente de solidificación a diferentes instantes de tiempo se muestra en la Figura 9.7. El frente crece casi horizontalmente, pero, con una pequeña inclinación. Este efecto se atribuye al único vórtice que se desarrolla en la celda, en la cara superior, el vórtice se desplaza en el sentido antihorario, lo cual causa la inclinación del frente. Se encontró que para el gradiente de temperatura establecido en la celda, genera que la geometría de la parte delantera del frente de solidificación sea muy estable, ya que no se detectaron direcciones de preferencia para el crecimiento de la interfaz a lo largo del frente; se puede afirmar que todo el frente se desplaza aproximadamente a la misma velocidad hacia la pared inferior.

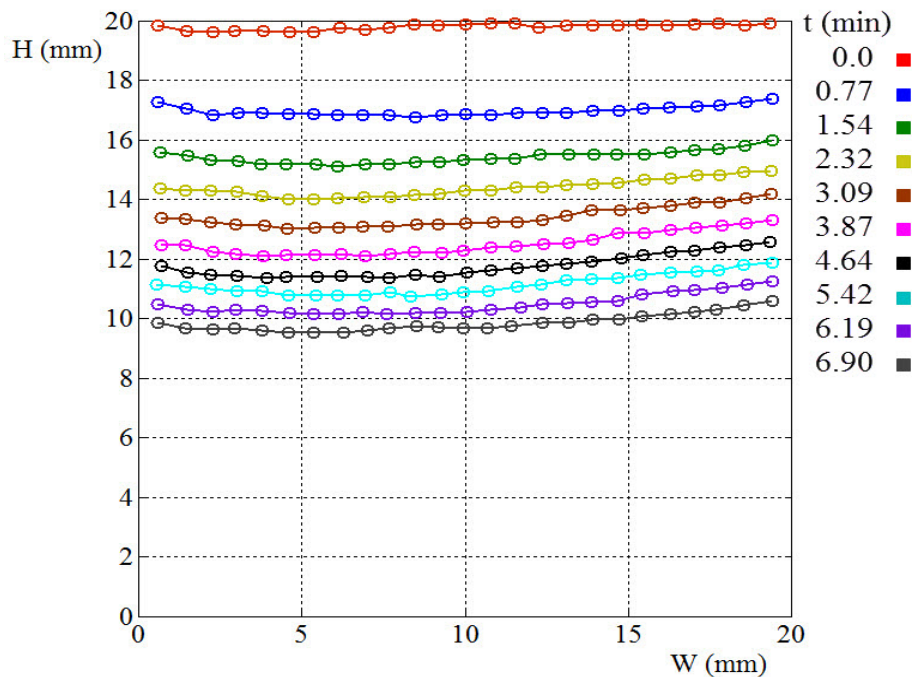


Fig. 9.7: Posición del frente de solidificación a distintos instantes de tiempo.

Tanto el comportamiento de la posición del frente de solidificación (normalizado)  $h^* =$

$1 - h/h(t = 0)$  y del número de Rayleigh  $Ra$  para todo instante de tiempo que duró el experimento se muestran en la Figura 9.8. El frente comienza su desplazamiento inmediatamente que es iniciado el experimento (línea azul) y alcanza su posición máxima a los 33 minutos al tocar la frontera inferior (fin de la observación). El comportamiento del número de Rayleigh decrece rápidamente conforme el tiempo transcurre, dado que el gradiente de temperatura es elevado y propicia el cambio de fase a tasas elevadas. Por lo tanto, dos efectos contribuyen a la reducción del número de Rayleigh tan rápidamente, la distancia característica  $h$ , que se hace más pequeño a medida que avanza el tiempo y por otro lado, el gradiente de temperatura que también se hace más pequeña conforme el tiempo pasa. El número de Rayleigh crítico al cual se suprime el movimiento convectivo de la celda, se encuentra indicado en la gráfica con la línea vertical en el minuto 4.0.

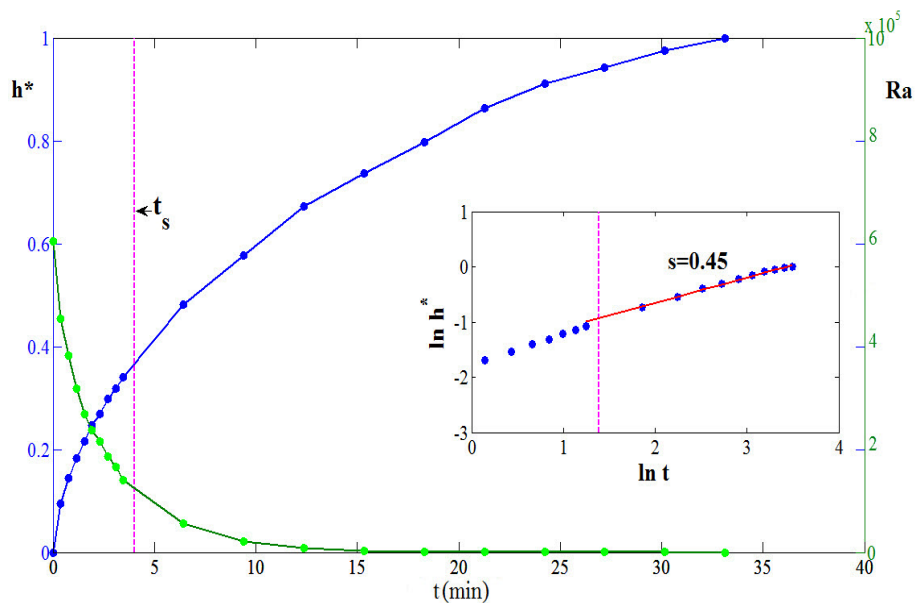


Fig. 9.8: Comportamiento del frente de solidificación ( $h^*$ , variable normalizada) y del número de Rayleigh (se toma la altura de la región de agua para los cálculos) en función del tiempo. La gráfica pequeña tiene los ejes en log-log y la inserción indica el instante cuando el frente de solidificación en función del tiempo se rige por la relación  $h^* \sim t^{1/2}$ , para todo  $t > 4.0$  min.

Tomando en cuenta la teoría desarrollada por Sutton [13], se compararon los resultados obtenidos con la gráfica de  $Ra_C$  de esta teoría (Figura 9.9), se puede observar en línea roja el Rayleigh crítico, en línea azul el Rayleigh de cada campo de velocidad mostrado en la Figura 9.6, en líneas amarillas verticales se indica la frontera entre modos de la ecuación de Sutton para el  $Ra_C$ . Además se han agregado los campos de velocidad a la gráfica para interpretar de mejor manera los datos teóricos y los experimentales.

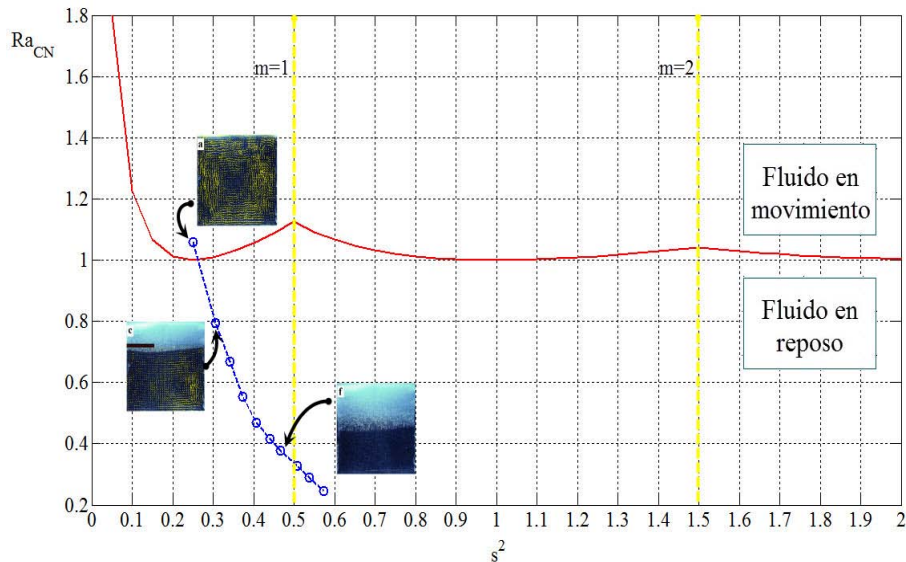


Fig. 9.9: Comparación del  $Ra_C$  entre el determinado por Sutton (línea roja) [13] y los  $Ra$  calculados con los datos experimentales (línea azul), frontera entre los modos del flujo convectivo.

Al calcular el número de Rayleigh de cada campo de velocidad y colocar este resultado en la gráfica de Sutton, podemos observar varios detalles. El primero, todo número  $Ra$  que se encuentre por arriba de la línea roja, indicaría que existe movimiento convectivo en el fluido, mientras que un  $Ra$  por debajo de la línea roja indicaría que no existe flujos convectivos. Claramente en la Figura 9.9 se puede observar que, el primer número de  $Ra$  se encuentra por arriba de la línea roja, indicando movimiento del fluido, lo cual se corrobora con el campo de velocidades obtenido experimentalmente, campo *a*) de la Figura 9.6. Por otro lado, al calcular los otros valores del número de Rayleigh se observa que se encuentran por debajo de la línea roja, lo que indicaría que no existe movimiento alguno en el fluido, pero, según los campos de velocidad, indican movimiento (imagen *C* de la Figura 9.9) desde el inicio del experimento hasta 4 minutos después de iniciar. La discrepancia entre estos datos se debe a las diferencias entre las condiciones físicas evaluadas por Sutton para su ecuación y las condiciones reales del experimento, simplemente este ejercicio se realizó para determinar el correcto funcionamiento de los programas (códigos en Matlab) realizados para el procesamiento masivo de datos obtenidos del experimento, los cuales se aplicaran en el experimento con condiciones similares a las de Sutton.

### 9.3. Caso 3, condiciones de temperatura constante en las tapas de la celda

Tomando en cuenta los resultados de los experimentos anteriores, se decidió cambiar las condiciones de frontera en el experimento, de tal forma que se asemejen a las utilizadas por Sutton, que consisten en mantener las caras de la celda a temperatura constante durante el cambio de fase. Para esta configuración, es evidente que en un momento dado el equilibrio térmico detendrá el avance del frente de solidificación. En ese momento, se retira la condición de temperatura constante en la cara inferior, para que el frente pueda continuar su avance. En la Figura 9.10 se muestran las temperaturas del interior de la celda, en color azul se tiene la temperatura de la cara inferior de la celda y se observa que la temperatura inicial es de 28 °C. Esta temperatura se mantiene prácticamente constante por 23 minutos; posteriormente se deja que la temperatura descienda hasta los 0 °C. En línea de color rojo se muestra la temperatura de la cara superior de -20 °C, constante para todo tiempo del experimento. En color cian se tiene indicado el gradiente de temperatura entre las caras de la celda.

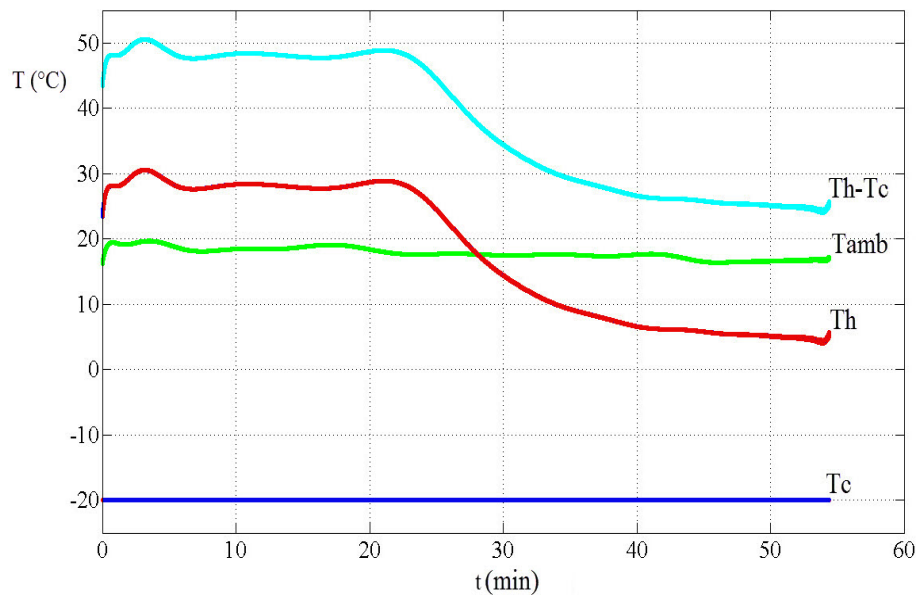


Fig. 9.10: Temperaturas al interior de la celda de Hele-Shaw, cara superior en línea roja  $T_C$ , cara inferior en línea azul  $T_H$ , gradiente de temperaturas entre las caras de la celda en línea cian  $T_H - T_C$  y temperatura del medio ambiente en línea verde  $T_{amb}$ .

Como era de esperarse, los patrones del campo de velocidades que se generaron en el interior de la celda son análogos en ciertos aspectos a los obtenidos anteriormente. El patrón de movimiento inicial es un vórtice que ocupa toda el área de la celda (Figura 9.11-a), y

conforme el frente de solidificación avanza, el vórtice evoluciona a dos vórtices (Figura 9.11-b y 9.11-c). Cuando se llega al equilibrio térmico, el frente de congelación detiene su avance y permite tener un patrón estable en el flujo convectivo (Figura 9.11-d, 9.11-e y 9.11-f), este comportamiento permanece siempre y cuando se mantenga el gradiente de temperatura. Al retirar esta condición, permitiendo que la temperatura de la pared inferior descienda, el frente continua su desplazamiento y la razón de aspecto de la región líquida es insuficiente para mantener el flujo y éste se suprime totalmente.

Por el tipo de patrón convectivo que presenta la celda, el frente de solidificación tiene un perfil particular, al inicio del experimento es totalmente horizontal y cuando el vórtice se divide en dos, el perfil del frente presenta un mínimo en el centro, debido a que los flujos suben por las paredes y descienden por el centro de la celda, lo cual favorece el crecimiento del frente en esa zona. Por otro lado, cuando el equilibrio térmico llega, el frente detiene su desplazamiento, y se observa que el perfil no cambia hasta que se retira la condición de temperatura constante en la cara inferior de la celda. Lo antes comentado se puede apreciar en la Figura 9.12, donde se observan los perfiles del frente a distintos tiempos.

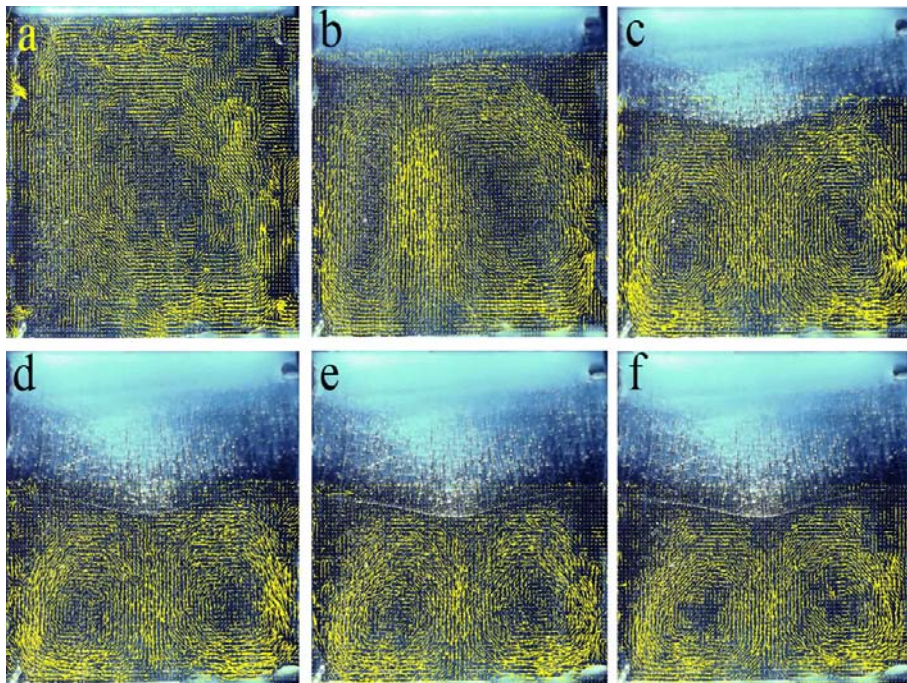


Fig. 9.11: Campos de velocidad en el fluido: a)  $t = 0.02$  min,  $Ra = 7.9 \times 10^5$ ; b)  $t = 1.4$  min,  $Ra = 6.8 \times 10^5$ ; c)  $t = 5.58$  min,  $Ra = 3.2 \times 10^5$ ; d)  $t = 15.88$  min,  $Ra = 1.6 \times 10^5$ ; e)  $t = 17.8$  min,  $Ra = 1.56 \times 10^5$ ; f)  $t = 20.12$  min,  $Ra = 1.54 \times 10^5$ .



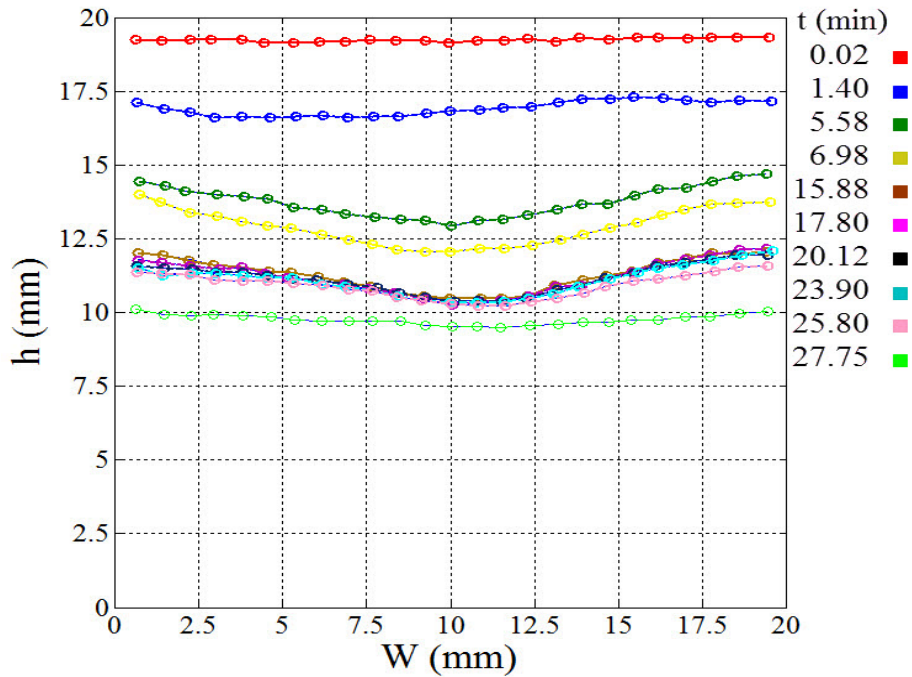


Fig. 9.12: Perfil de los frentes de solidificación a diferentes tiempos.

El comportamiento de la posición del frente de solidificación (normalizado)  $h^* = 1 - h/h(t = 0)$  y del número de Rayleigh  $Ra$  para todo instante de tiempo que duró el experimento se muestran en la Figura 9.13. Por el gradiente de temperatura tan grande que existe al inicio ( $48^\circ\text{C}$ ), el congelamiento es casi instantáneo y el frente se desarrolla a una velocidad muy alta, el patrón convectivo de igual forma se desarrolla rápidamente, lo que influye en el comportamiento del número de Rayleigh. En la Figura 9.13 claramente se observa en línea azul la dinámica del frente, que se puede dividir en tres fases. La primera consiste en comportamiento similar a una función cuadrática, entre el inicio y los primeros 7 minutos del experimento, posteriormente, se mantiene casi constante unos minutos (durante el equilibrio térmico), que puede interpretarse como un crecimiento asintótico y por último, el frente avanza linealmente. El momento en que se retira la condición de temperatura constante se indica con la línea punteada ( $t_d$ ).

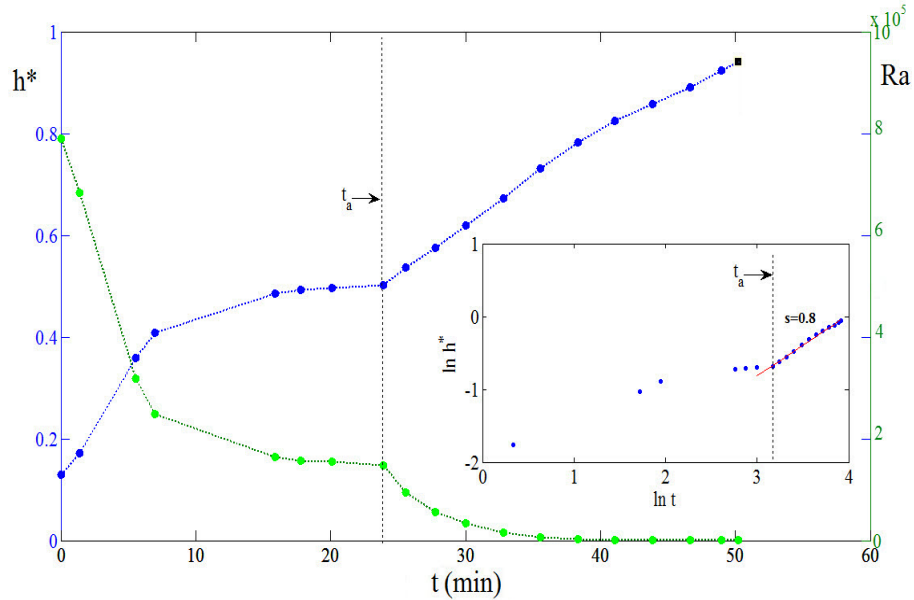


Fig. 9.13: Comportamiento del frente de solidificación ( $h^*$ , variable normalizada) y del número de Rayleigh (se toma la altura de la región de agua para los cálculos) en función del tiempo. La gráfica pequeña tiene los ejes en log-log y la inserción indica el instante cuando el frente de solidificación en función del tiempo se rige por la relación  $h^* \sim t^{1/2}$ , para toda  $t > 23.0$  min. Esto es consistente con la ley de Stefan (ver Sección 6.4).

Con las condiciones experimentales ajustadas a las utilizadas por Sutton, se realizó la comparación del comportamiento cualitativo del flujo atendiendo al comportamiento del número de Rayleigh crítico calculado por Sutton (ver Sección 6.3). En la Figura 9.14 se puede observar que el número inicial de  $Ra$  se encuentra por arriba de la curva de estabilidad de Sutton en el área del modo 1, lo que implica teóricamente que el fluido se mueve y que debería existir un vórtice único, lo cual es consistente con los resultados experimentales (campo de velocidades, Figura 9.14-a). Se observa que los flujos obtenidos a números de Rayleigh experimentales menores se posicionan en el modo 2 de la gráfica de Sutton; los campos observados muestran consistencia (durante el tiempo de equilibrio térmico, Figura 9.14-d). Una vez que se elimina la temperatura constante, el  $Ra$  decrece de forma que se coloca por debajo de la curva calculada por Sutton, lo cual indica teóricamente que no debe existir movimiento, de forma experimental esto también es consistente, como se puede apreciar en el campo de velocidades de la Figura 9.14-g.

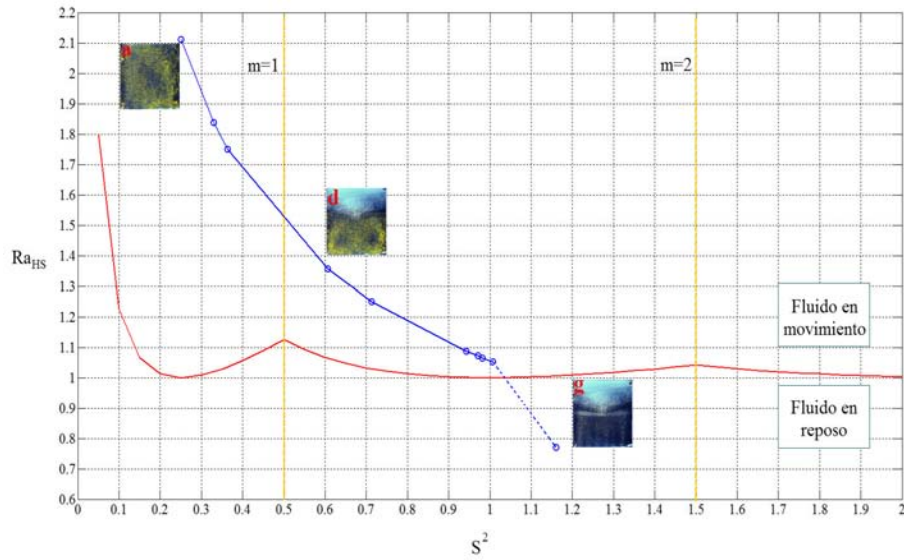


Fig. 9.14: Comparación del  $Ra_C$  determinado por Sutton (línea roja) y los  $Ra$  calculados con los datos experimentales (línea azul), frontera entre los modos del flujo convectivo, indicado con líneas amarilla.

Obsérvese que cuando se permite que la temperatura de la pared inferior se reduzca, estrictamente la teoría de Sutton no puede aplicarse. Sin embargo aún en este caso hay coincidencia entre la teoría y experimento.

## **Parte III**

# **Convección natural y solidificación en sistemas en rotación**

## ANTECEDENTES: CENTRÍFUGA DEL INSTITUTO DE ENERGÍAS RENOVABLES

El estudio de fenómenos en condiciones de gravedad aumentada se ha popularizado debido a múltiples escenarios en donde se puede observar incrementos o decrementos bruscos o suaves de la aceleración, ya sea de forma natural o inducida. Los casos de estudio pueden ir desde la fabricación de materiales en ausencia o aumento de la gravedad terrestre, hasta el estudio de los efectos causados a la salud de pilotos de aeronaves sometidos a largos periodos de aceleración aumentada. A continuación se describe la centrífuga diseñada y construida por el IER, para el estudio de fenómenos relacionados con la mecánica de fluidos y transferencia de calor.

### Primera versión de la centrífuga del Instituto de Energías Renovables

La centrífuga (Figura 10.1) del laboratorio de Termociencias del Instituto de Energías Renovables de la UNAM, fue diseñada y construida con el objetivo principal de estudiar los efectos de la fuerza centrífuga y de Coriolis en fenómenos de dinámica de fluidos como la convección natural y solidificación. Los principales componentes de la centrífuga se pueden agrupar en dos grandes conjuntos, componentes no rotatorios y componentes rotatorios, además de las canastillas experimentales, los cuales se describen brevemente a continuación y a detalle en el trabajo de M. Vargas [20].



Fig. 10.1: Centrífuga del laboratorio de Termociencias: 1) sección fija, 2) sección rotatoria, 3) canastilla y 4) dimensiones características de la canastilla.

- *Canastillas* (Figura 10.2): las cuales tienen las dimensiones de 0.55 m x 0.28 m x 0.22 m, construidas con ángulos de acero tipo DEXION. Estas son acopladas a los brazos por un eje horizontal y dos chumaceras de 1 pulgada de diámetro, con una separación entre ellas de 0.22 m. Las chumaceras están sujetas al techo de las canastillas y funcionan como una junta rotatoria que permite que las canastillas giren libremente alrededor del eje horizontal. Cuando la centrífuga se encuentra en movimiento, las posiciones de las canastillas adquieren una inclinación que depende de la acción simultánea de las fuerzas centrífuga y de gravedad.



Fig. 10.2: Fotografía de la canastilla original de la centrífuga.

- *Componentes no rotatorios* (Figura 10.3): La base, el marco de soporte central, los rodamientos, el motor, y el sistema de transmisión. La base de la centrífuga es una placa rectangular de acero de 0.6 m de ancho, una longitud de 1.2 m y un espesor  $6 \times 10^{-3}$  la cual es fijada al cemento por seis taquetes de expansión de alta resistencia cuyo diámetro es  $9.25 \times 10^{-5}$  m (3/8") y una longitud de  $7.6 \times 10^{-2}$  m (3").

El soporte central fabricado de material PTR de 2" x 2" y el motor se encuentran anclados a la placa mediante tornillos de alta resistencia. El sistema de transmisión de potencia mecánica está compuesto por dos bandas y dos poleas. La transmisión de potencia usa bandas tipo B-40 de sección transversal trapezoidal que absorbe choques y opera con eficiencias del 70 - 90 %. Este tipo de banda puede operar a bajas presiones del rodamiento. La transmisión utiliza acoplamiento flexible de Zamak. El sistema de transmisión tiene dos poleas de aluminio con un diámetro de 6" que se fijan al eje de rotación con una cuña doble f. Una característica importante del sistema de transmisión es la reducción de vibraciones mecánicas al mínimo cuando la centrífuga está en operación.

La rotación de la centrífuga es generada por un motor trifásico de 1 HP, capaz de desarrollar un par máximo de 142.35 Nm en 1750 rpm. Sus características eléctricas son (208-230)/460 V y 4.2/2.1 A en el estator. Mediante dos bandas y dos poleas de aluminio fijadas al eje del motor se transmite el movimiento a dos poleas de aluminio montadas en el extremo final de la flecha central de la centrífuga.

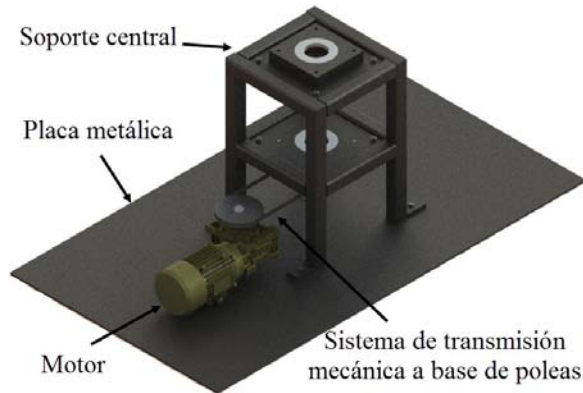


Fig. 10.3: Componentes no rotatorios: a) Soporte central, b) Placa metálica, c) Motor, d) Sistema de transmisión mecánica a base de poleas.

- *Componentes rotatorios* (Figura 10.4): estos componentes están constituidos por un eje y cinco módulos (uno central, dos intermedios y dos terminales). El eje es de acero 4140 y tiene un diámetro de 4" y una longitud de 1.1m y se sienta verticalmente en el marco central sostenida por dos baleros de 3" de diámetro separados a una distancia de 0.328 m que trabajan con cargas axiales y radiales. El diámetro extremo inferior del eje se redujo hasta 1.5" para un buen ajuste con las poleas y el rodamiento inferior. Todos los módulos están hechos de tubos de acero al carbón estructural con una sección transversal rectangular de 1"x1". El módulo central es un prisma de 0.4m x 0.4 m X 0.4 m que sostiene el eje con dos baleros situados en dos platos de acero. Este módulo también porta dos baterías y un inversor DC/AC. Los módulos intermedios y de los extremos son prismas trapezoidales con una longitud de 0.645m, por el lado largo (cara hacia el modulo central) sus dimensiones son de 0.4m x 0.4m y por el lado corto 0.4m x 0.14 m. Se encuentran sujetos a los lados opuestos de la estructura del soporte central. Están unidos mediante empalmes y tornillos Allen de acero con diámetro de 5/16" y tuercas de seguridad. Los empalmes están soldados al tubular por medio de soldadura E6013 eutéctica cuya resistencia a la tracción es de  $4.137 \times 10^8 \frac{N}{m^2}$  (60000 psi).

En los extremos de los módulos terminales se localizan unas placas de acero de 0.11 m (4.33") de ancho, 0.20 m (7.87") de largo y 0.55 m (0.014") de espesor. En ellas se alojan dos rodamientos de pared con 0.028 m (9/8") de diámetro, respectivamente. A su vez, estas placas soportan un eje de acero de 0.53 m de longitud y un diámetro de 0.028 m (9/8"). Este último elemento permite la rotación horizontal de las canastillas localizadas en los extremos de los brazos de la centrífuga. Para evitar anillos deslizantes para suministrar energía al sistema experimental y al sistema de intercambio de información experimental con el laboratorio, en la estructura rotatoria se

armó un fuente de energía eléctrica con la principal función soportar las demandas de energía presentes y futuras de varios instrumentos usados en la adquisición de datos. Se estimó una demanda de potencia total de 200 W para la cual fue diseñada.

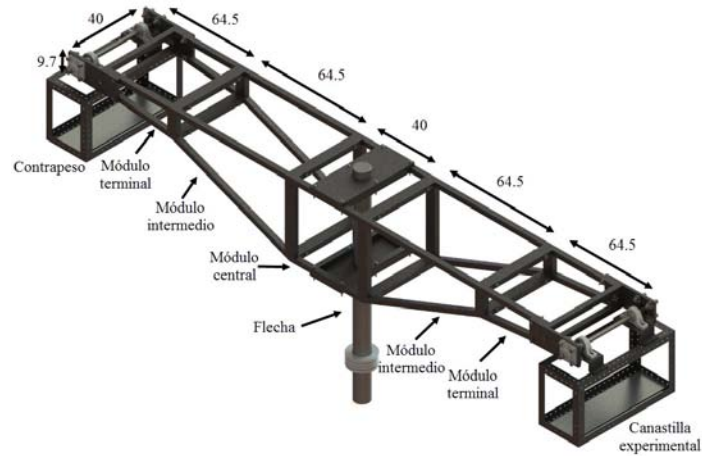


Fig. 10.4: Componentes rotatorios de la centrífuga (dimensiones en centímetros).



## CONDICIONES EXPERIMENTALES PARA SOLIDIFICACIÓN Y CONVECCIÓN

Los experimentos de solidificación y convección natural descritos en este trabajo requieren de la aceleración centrífuga, por lo cual, es necesario emplear la centrífuga del IER. Como se explicó anteriormente, este equipo puede generar 14 veces la gravedad de la tierra y es lo suficientemente grande y robusto para alojar los diferentes dispositivos empleados para el estudio de los fenómenos antes mencionados. La etapa de preparación y verificación de los parámetros empleados en la centrífuga son un reto aún mayor a lo realizado en condiciones normales. A continuación se describe los parámetros y condiciones inherentes al trabajo en condiciones de rotación.

### 11.1. Cálculo de la aceleración resultante en la canastilla experimental

En la Figura 11.1 se muestra un esquema simplificado de la centrífuga, para el análisis de las variables involucradas en el sistema al momento de estar en rotación el equipo, sólo es necesario un brazo de la centrífuga para obtener las aceleraciones y fuerzas que se presentan en la canastilla experimental.

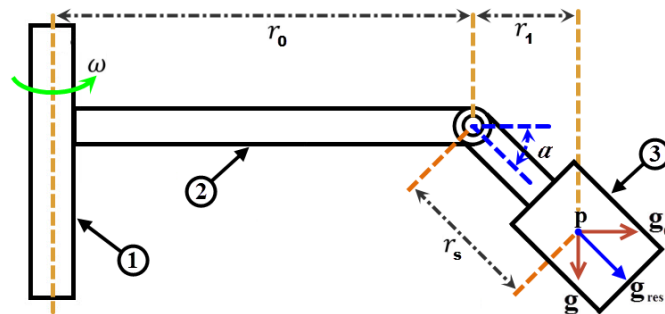


Fig. 11.1: Esquema ideal del brazo de la centrífuga rotando y las aceleraciones que se presentan.

Considerando que los equipos experimentales se encuentra en el punto  $p$ , se puede calcular la aceleración centrífuga ( $a_c$ ) con la ecuación 11.1.

$$a_c = \omega^2 r, \quad (11.1)$$

donde  $\omega$  es la velocidad angular y se mide en radianes por segundo,  $r = r_0 + r_1$  es la distancia entre el eje de rotación de la centrífuga al punto  $p$ . La variable  $r_0$  denota la distancia entre el eje de rotación de la centrífuga a la articulación que sostiene a la canastilla,  $r_1$  es la distancia entre la articulación al punto  $p$ . Por otro lado,  $\omega$  puede calcularse de la siguiente manera:

$$\omega = 2\pi f \quad (11.2)$$

La frecuencia ( $f$ ) está dada en Hertz, tomando en cuenta que la velocidad angular del motor que impulsa a la centrífuga  $\Omega$ , se mide en revoluciones por minuto (RPM), la frecuencia viene dada por:

$$f = \Omega/60 \quad (11.3)$$

Obsérvese que, una posición totalmente horizontal por parte de la canastilla es imposible, pues la fuerza de gravedad de la tierra, es perpendicular a la fuerza centrífuga, como se muestra en la Figura 11.1. Si la centrífuga gira a una velocidad constante, las siguientes ecuaciones son válidas.

$$g_c = \omega^2 (r_0 + r_1) \quad (11.4)$$

$$g_{res} = (g_c^2 + g^2)^{1/2} \quad (11.5)$$

$$\alpha = \tan^{-1}(g_c/g) \quad (11.6)$$

$$r_1 = r_s \sin(\alpha) \quad (11.7)$$

$$(11.8)$$

Donde  $g_{res}$  es la aceleración resultante, que es normal a la base de la canastilla en todo momento,  $\alpha$  es el ángulo de inclinación de la canastilla con respecto a la vertical,  $r_s$  es la distancia de la articulación de la canastilla al punto  $p$  y  $g$  es la constante de aceleración de la gravedad igual a  $9.81 \text{ m/s}^2$ .

En la caracterización de la centrífuga [22], se registró la velocidad angular y tomando  $r_s = 33 \text{ cm}$ , se calculó la aceleración relativa empleando las ecuaciones antes mencionadas. La Figura 11.2 muestran las aceleraciones teóricas y las mediciones realizadas, las cuales van desde 1 a 17  $g$  en función de la velocidad angular. Con cuadros negros se grafican las aceleraciones teóricas, con triángulos verdes y círculos rojos se muestran las mediciones realizadas con un acelerómetro capacitivo de la marca Kistler, modelo K-BEAM 8303A50.

Cabe aclarar que los valores de la velocidad angular utilizados para el cálculo de la aceleración relativa fueron obtenidos mediante mediciones directas al eje de la centrífuga, se utilizó un tacómetro digital láser. La centrífuga en operación tiene una aceleración mínima de 1.5 g, ya que la velocidad angular mínima para evitar el calentamiento del motor es 28 RPM. Por otro lado, por motivos de seguridad del equipo experimental y de la estructura de la centrífuga, se ha tomado la decisión de no sobrepasar las 5 g de gravedad relativa con el equipo presente y adecuar las condiciones experimentales de los fenómenos de convección natural y de solidificación en condiciones de gravedad aumentada.

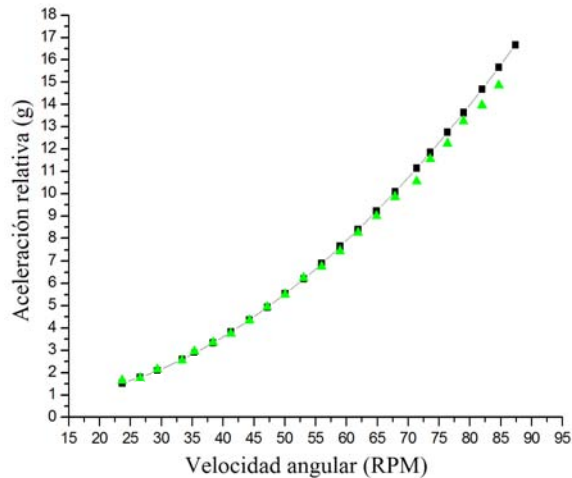


Fig. 11.2: Aceleración relativa teórica calculada para las diferentes velocidades angulares de la centrífuga. La línea con marcas cuadradas negras corresponde a la aceleración relativa teórica y los triángulos verdes indican las mediciones experimentales realizadas al momento de estar en operación la centrífuga.

## 11.2. Condiciones sugeridas para experimentos a gravedad aumentada

Como parte del proyecto doctoral, se diseñó y construyó parte de la centrífuga y se adaptó la estructura original, de tal forma que, se puedan realizar ensayos previos y obtener resultados preliminares que ayuden a tomar decisiones sobre instrumentación y metodologías empleadas en pruebas futuras. Tomando en cuenta las condiciones originales de la centrífuga y de los instrumentos a ensamblar en la canastilla, se recomiendan las siguientes condiciones para el estudio de los efectos de la gravedad aumentada y de la fuerza de Coriolis en los fenómenos de convección natural y de solidificación.

1. Diseño mecánico: Antes de comenzar con las sugerencias experimentales, es necesario establecer ciertos lineamientos y restricciones hacia los equipos que se en-

samblarán en las canastillas, para preservar la integridad mecánica de éstos y de la centrífuga. En primera instancia, el volumen asignado al interior de la canastilla para los equipos es de 42.2 cm x 42.2 cm x 60 cm. En este espacio se puede colocar máximo un peso de 15 kg. Todos los componentes se deben fijar a una placa de aluminio de 60 cm x 42 cm, que tiene perforaciones diseñadas para el propósito. En la Figura 11.3 se muestra un ejemplo del ensamble de la celda de Hele-Shaw y otros componentes sobre la placa mencionada. La placa puede ser retirada de la centrífuga o fijada a la estructura metálica de la canastilla mediante tornillos M6. De esta forma se puede ensamblar los equipos experimentales por fuera de la canastilla, de tal forma que es más sencillo armar y probar los equipos que se colocaran en la centrífuga.

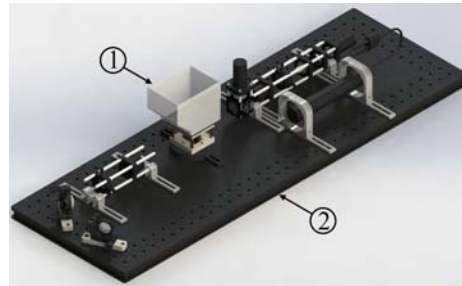


Fig. 11.3: Ejemplo de ensamble del equipo de solidificación en la canastilla, 1) equipo para observar la convección natural y la solidificación en una celda de Hele-Shaw, 2) placa para ensamble de los equipos experimentales.

2. Gravedad aumentada: En la Figura 11.1 se muestra  $g_{res}$ , que es normal a la placa de fijación de los equipos experimentales. Esta aceleración afectará directamente a los fenómenos de convección natural y de solidificación. La celda de Hele-Shaw y de convección natural deberán ser niveladas para alinear los equipos a la gravedad resultante ( $g_{res}$ ).
3. La fuerza de Coriolis es una fuerza ficticia que aparece cuando un cuerpo está en movimiento con respecto a un sistema en rotación y se describe su movimiento en ese eje de referencia. La fuerza de Coriolis siempre es perpendicular a la dirección del eje de rotación del sistema y a la dirección del movimiento del cuerpo vista desde el sistema en rotación. La fuerza de Coriolis puede calcularse de la siguiente manera:

$$\vec{F}_{Co} = -2m(\vec{\omega} \times \vec{v}) \quad (11.9)$$

donde  $m$  es la masa del cuerpo,  $\vec{v}$  es la velocidad del cuerpo en el sistema en rotación,  $\vec{\omega}$  es la velocidad angular del sistema en rotación vista desde un sistema inercial y  $\times$  indica producto vectorial.

En cuestiones experimentales, para la celda convectiva no influye la orientación de la cavidad, siempre y cuando ésta se encuentre verticalmente, pero en la celda de Hele-Shaw, debido a que el movimiento es principalmente bidimensional, su orientación es crucial para observar o no una influencia importante de los efectos de la fuerza de Coriolis. En la Figura 11.4 se muestra las dos diferentes posiciones que podría tener la celda en la canastilla experimental. Si la celda es orientada de forma que el vector de rotación de la centrífuga es normal a la cara de observación de la celda, la fuerza de Coriolis actuará en el plano de la celda modificando el movimiento observado en un eje de referencia inicial. Sin embargo, si el vector de rotación de la centrífuga es paralelo al plano de la celda Hele-Shaw, la fuerza de Coriolis se manifestará en la dirección perpendicular a las placas rígidas de la celda y su influencia no será importante.

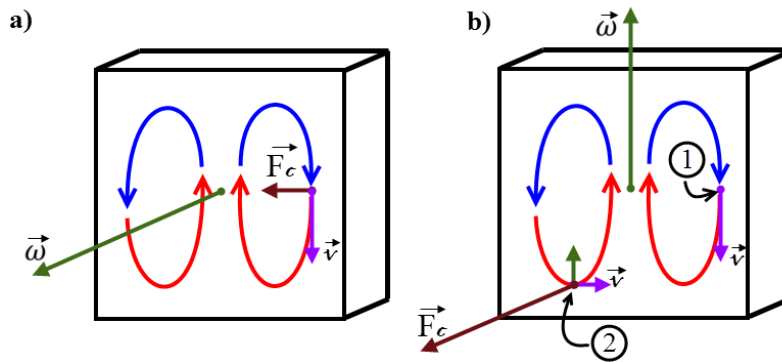


Fig. 11.4: Celda de Hele-Shaw en la presencia de la fuerza de Coriolis. a) Vector de rotación de la centrífuga perpendicular a las caras de la celda Hele-Shaw. La fuerza de Coriolis actúa en la dirección paralela a las placas, tanto en el punto 1 como en toda la celda  $\vec{F}_C \neq 0$ . b) Vector de rotación de la centrífuga paralelo a las caras de la celda Hele-Shaw. En el punto 1  $\vec{F}_C = 0$ , en el punto 2  $\vec{F}_C$  se encuentra en dirección perpendicular a las placas de la celda.

Para el proceso experimental, la orientación de la celda es importante debido a la distribución espacial de los accesorios del equipo, los cuales dependen de la orientación de la celda. En particular la cámara que captura el vídeo del fenómeno observado, así como, la forma de colocar el intercambiador de calor y el depósito de hielo seco.

---

## EQUIPO EXPERIMENTAL PARA EL ESTUDIO A GRAVEDAD AUMENTADA

---

Las actividades de investigación en el Departamento de Termociencias del Instituto de Energías Renovables IER-UNAM están relacionados con el estudio de la dinámica de fluidos y la transferencia de calor. Con el fin de analizar los efectos de la aceleración terrestre (gravedad,  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ ) sobre estos dos fenómenos, se construyó una centrífuga capaz de generar 14 g, con una capacidad de carga de 20 kg de equipo experimental en cada canastilla [20]. En esta centrífuga se colocaron los instrumentos desarrollados y descritos en este trabajo, para lo cual se desarrolló la instrumentación necesaria para el correcto funcionamiento de cada instrumento.

A continuación se describe el diseño de la centrífuga y una estructura alternativa para realizar pruebas de funcionamiento de la canastilla construida para las nuevas condiciones experimentales, así como, una descripción de las peculiaridades de la forma aerodinámica de la canastilla, en la cual se ha considerado un diseño para minimizar las vibraciones por el flujo de aire alrededor de la canastilla cuando se hace rotar la centrífuga.

### 12.1. Nueva estructura de la centrífuga del IER-UNAM

La centrífuga (Figura 12.1) del laboratorio de Termociencias del Instituto de Energías Renovables de la UNAM, fue rediseñada y modificada a mediados del año 2015 por el Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico (CCADET-UNAM), con el objetivo principal de dar mantenimiento preventivo y correctivo a los defectos inherentes al desgaste de la máquina debido a su operación. Los principales componentes de la centrífuga que sufrieron desperfecto son la flecha o eje de rotación, y los módulos medios y terminales. Aunado a las correcciones de estos elementos, también se cambió la geometría y tamaño de las canastillas para mejorar el desempeño aerodinámico y la capacidad carga de la centrífuga. Al igual que el modelo original de la centrífuga, la nueva versión cuenta con dos grandes conjuntos, componentes no rotatorios y componentes rotatorios, además de las canastillas experimentales, que se describen a detalle en la siguiente sección.

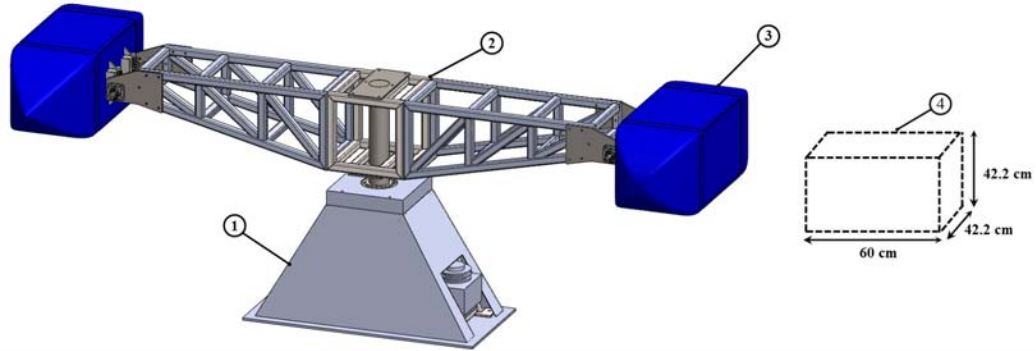


Fig. 12.1: Dibujo CAD de la centrífuga nueva del Departamento de Termociencias del IER: 1) base general, 2) brazos de la centrífuga (estructura soldada, formada por tres piezas), 3) nuevas canastillas aerodinámicas para la experimentación y 4) medidas internas de las canastillas.

A diferencia de la centrífuga original, tanto la longitud de los brazos (2.66 m) y altura de la centrífuga (1.27 m) cambiaron para mantener al aparato dentro del área de seguridad que corresponde en el laboratorio (4.2 m). Otras dimensiones importantes se muestran en la Figura 12.2.

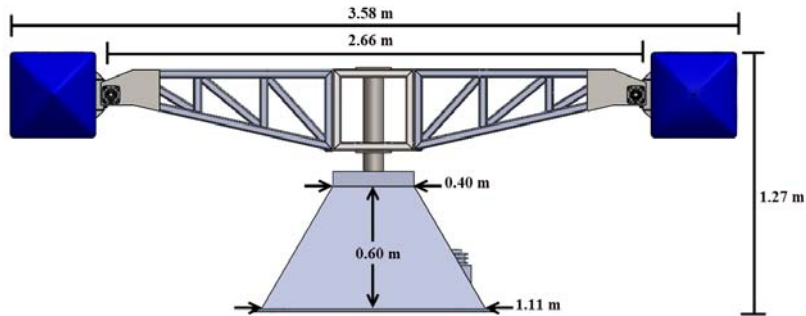


Fig. 12.2: Distancias características de la centrífuga.

- *Componentes no rotatorios* (Figura 10.3): estos esencialmente son la base, el marco de soporte central, que a diferencia de la versión anterior, tienen una forma trapezoidal y recubierta por una lamina galvanizada, para evitar que los componentes se encuentren a la vista y para protección del polvo. Los rodamientos, el motor, el sistema de transmisión y cimentación de la centrífuga anterior son empleadas en el nuevo diseño, de tal manera se reutilicen y se reduzcan los costos del nuevo equipo. Para mayor detalle de estos elementos ver la Sección 10.

Otro cambio importante en el diseño de la centrífuga original es el uso de una cédula diferente para el material empleado en la estructura, con la finalidad que dicho

aparato pueda soportar esfuerzos y cargas mayores a la anterior versión, en la nueva versión se utiliza PTR calibre 10. En cuanto a la base que soporta el peso de la centrífuga, por su geometría, se modificó la forma de fijar el motor que impulsa a los brazos. La posición y distancias características del motor se pueden apreciar en la Figura 12.3.

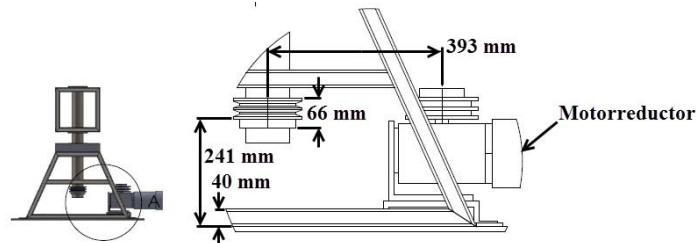


Fig. 12.3: Distancias características del sistema de transmisión de potencia mecánica.

- *componentes rotatorios*: varias características del diseño anterior se han conservado. Dos cambios importantes se han realizado: el eje de rotación, cuyo diámetro fue incrementado a 6 pulgadas. El segundo elemento que se ha modificado es el sistema rotatorio, que en el nuevo diseño, tiene un sólo cuerpo, de material PTR de calibre 10, unido mediante soldadura. Como se mencionó en los párrafos anteriores, otro cambio de esta sección es la distancia efectiva los brazos de la centrífuga y su altura, de tal forma que se mantenga dentro del área de seguridad. En el nuevo diseño se contempló que en la parte central del sistema rotatorio se puedan alojar equipo eléctrico para la operación de los diferentes instrumentos dentro de las canastillas.

En la construcción de la nueva centrífuga se contemplaron los tiempos de fabricación, al determinar que el proyecto sufriría importantes retrasos, se tomó la decisión de adaptar las canastillas aerodinámicas a la estructura diseñada anteriormente. La adaptación más relevante fue el recorte del último módulo y la fabricación de los soportes laterales de las canastillas, en la Figura 12.4 se muestran las distancias finales de la estructura de la centrífuga original, con las canastillas acopladas en cada brazo. Para este caso la altura ( $h = 1.10$  m) de la centrífuga no cambió y las distancias de los brazos ( $l$ ) y de la distancia efectiva ( $D$ ) son 2.70 y 3.58 m respectivamente.



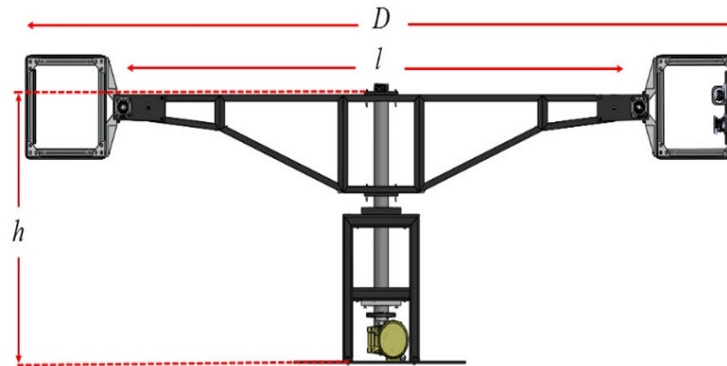


Fig. 12.4: Distancias características de la antigua centrífuga después de las modificaciones realizadas para emplear las nuevas canastillas,  $D= 3.70$  m,  $l= 2.46$  m y  $h= 1.10$  m.

## 12.2. Nueva versión de canastilla para la centrífuga del IER

El diseño de la canastilla se basó en un perfil NACA-64A210, modificado de manera tal que se mantuviera la simetría a lo largo de su eje longitudinal, como se muestra en la Figura 12.5, para elegir el perfil se consideró que el espesor máximo de éste se encontrara a la mitad de la distancia de su cuerda y que el radio del borde de ataque fuese similar al espesor máximo.

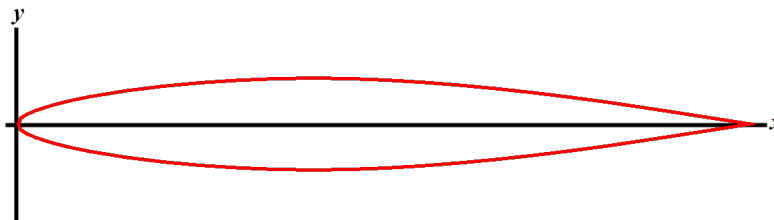


Fig. 12.5: Perfil modificado NACA-64A210

A la nueva geometría 2D modificada se le anexó una sección intermedia, de esta manera el perfil de la canastilla cuenta con tres secciones, la parte frontal, intermedia y posterior (Figura 12.6). Se utilizó la ecuación  $x^n/a^n + y^n/a^n = 1$ , para generar una transición suave de una geometría circular (forma más estrecha del la sección frontal y trasera) a una cuadrada, esta última pertenece a la sección transversal de la parte intermedia (Figura 12.6-4)

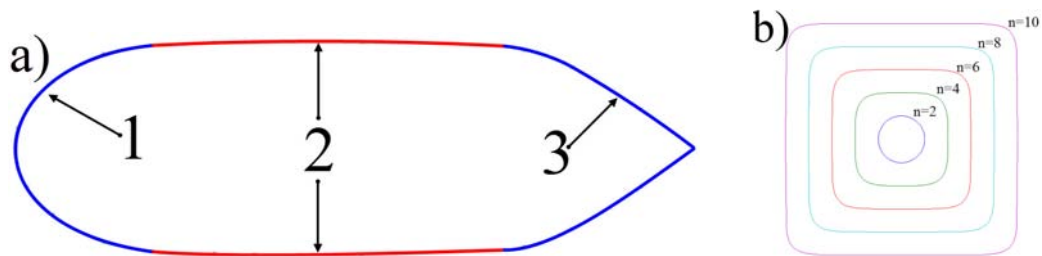


Fig. 12.6: a) Perfil 2D de la canastilla: 1) parte frontal, 2) parte intermedia, 3) parte trasera. b) transición de una circunferencia a un cuadrado mediante la ecuación de la elipse generalizada.

Las diferentes geometrías obtenidas con la ecuación de la elipse se ajustaron al perfil como se muestra en la Figura 12.7 y como resultado del ajuste se obtuvieron las secciones delantera y trasera como una superficie en tres dimensiones, las cuales posteriormente se construyeron en fibra de vidrio (Figura 12.7).

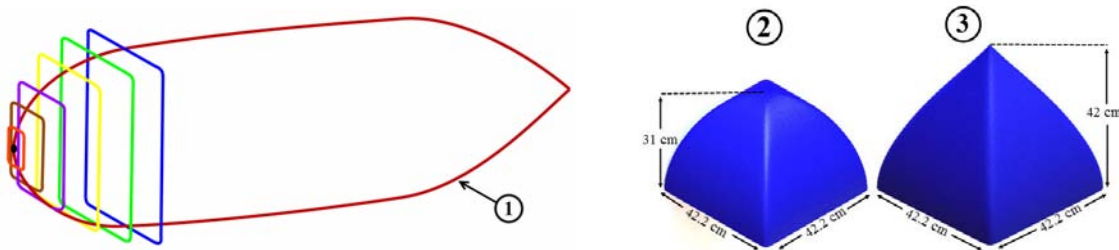


Fig. 12.7: 1) Vista a detalle del ensamblaje de las figuras de la ecuación de la elipse y el perfil modificado, 2) parte frontal, 3) parte trasera, estas últimas dos secciones elaboradas en SolidWorks.

Posterior al diseño y maquinado de la geometría de la canastilla se consideró una estructura interna para dar soporte a los perfiles aerodinámicos y equipos experimentales, tomando en cuenta los siguientes criterios:

- Peso de los equipos experimentales: 10 kg.
- Peso total de las canastillas: 26 kg.
- Aceleración de trabajo máxima: 20 g ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ ) o  $196.2 \text{ m/s}^2$ .
- Dimensiones de la sección intermedias (recinto para los equipos experimentales): largo 0.60 m, ancho 0.42 m y alto 0.42 m.

Tomando en cuenta las condiciones de trabajo antes mencionadas, se optó por usar aluminio anodizado 6063-T6 (IPS perfil de 40x40 mm) como material para la fabricación

de la estructura interna de la canastilla [93]. En el ensamble del esqueleto de la estructura se utilizó elementos de fijación estándar, tales como, esquinas reforzadas de aluminio 6063-T6, ángulos de refuerzo estándar y tornillos de alta resistencia. La Figura 12.8 muestra la geometría de la estructura interna de la canastilla (geometría rectangular)

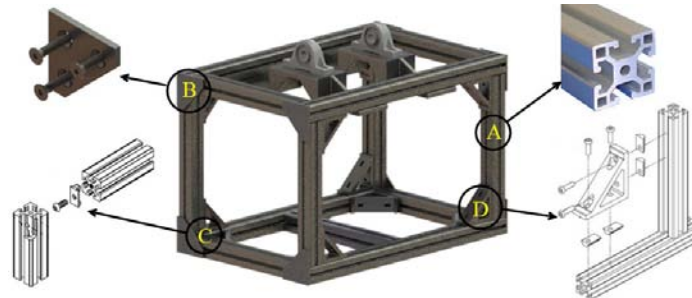


Fig. 12.8: Estructura interna de la canastilla, A) perfil IPS 40x40 mm, esquina de refuerzo B), C) uniones de la estructura mediante tornillos de alta resistencia y D) ensamble de las esquinas de refuerzo.

Tanto la estructura como la cubierta fueron diseñados y validados empleando el software SolidWorks. La Figura 12.9 muestra el ensamble de la canastilla, que consiste en una cubierta de fibra de vidrio (perfil frontal y trasero, cubierta de la sección intermedia y una tapa) y la estructura metálica interna.

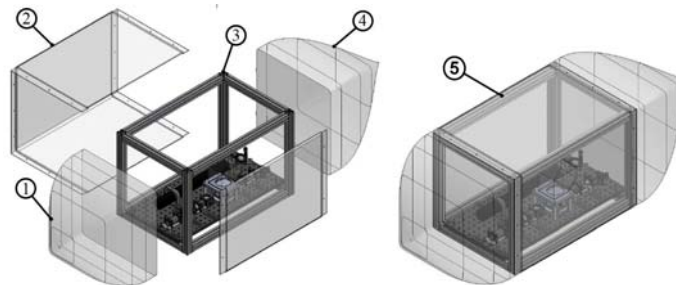


Fig. 12.9: Partes de la canastilla: 1) parte frontal, 2) sección intermedia, 3) estructura metálica, 4) sección trasera, y 5) ensamble de la canastilla.

El armado previo y la verificación del nivel de estrés mecánico previos a la construcción se realizó mediante el software antes mencionado. Tras verificar la viabilidad del diseño se fabricó en su totalidad la canastilla aerodinámica, como se muestra en la figura siguiente.

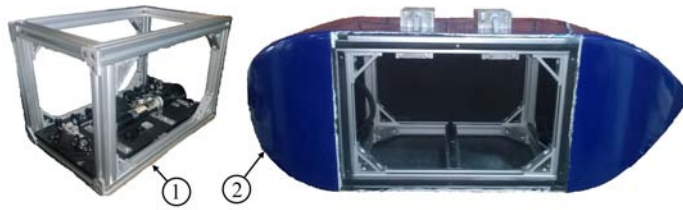


Fig. 12.10: Fabricación de la canastilla, 1) estructura metálica interna y 2) canastilla terminada.

Las canastillas fueron pintadas de color *Azul Intenso* (Color oficial de la UNAM) y se le grabó el escudo de la Universidad, posteriormente se colocaron en su lugar de trabajo.

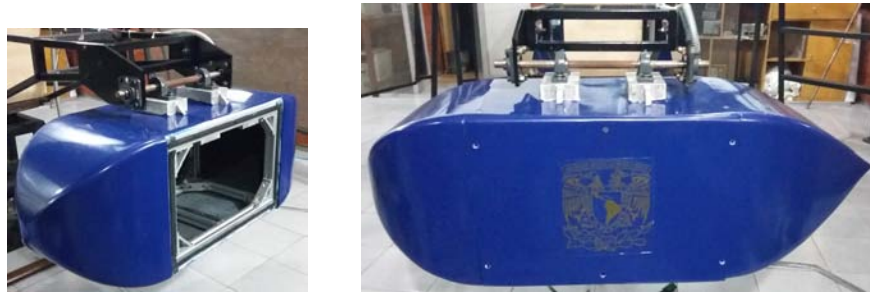


Fig. 12.11: Canastilla empotrada en uno de los brazos de la centrifuga.

Además de la construcción de la canastilla, también se maquinó un modelo a escala (1:7) en una impresora 3D de la marca Prusa, modelo i3, el material empleado fue polímero PLA. El modelo fue empleado para realizar pruebas aerodinámicas en un canal de agua de gran tamaño, como se describe en la siguiente sección. En la Figura 12.12 se muestra la impresora 3D realizando la impresión. Este trabajo se realizó colocando numerosas capas de 0.6 mm de espesor, pero el interior del modelo no es completamente solido, tiene un arreglo en forma de panal de abeja (12.12-1) para reducir el material empleado y el peso total del modelo.

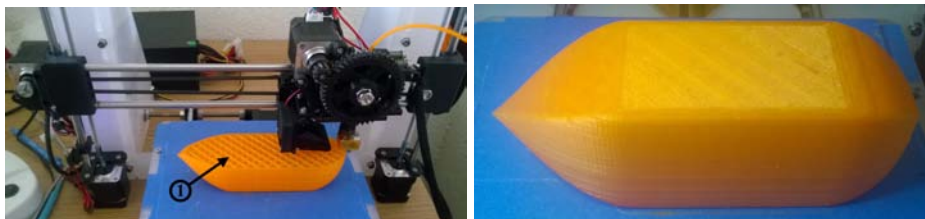


Fig. 12.12: Fotografías del proceso de impresión del modelo a escala de la canastilla aerodinámica: 1) arreglo de la impresión en forma de panal de abeja.

---

## RESULTADOS DE LA PARTE EXPERIMENTAL A GRAVEDAD AUMENTADA

---

**D**urante el trabajo de doctorado se realizaron diversos esfuerzos por llevar a cabo experimentos a gravedad aumentada, pero, debido a diversas circunstancias el trabajo en esta área se retrasó considerablemente. En primera instancia, la centrífuga original sufrió averías debidas al tiempo y al uso continuo de este aparato. Por estas cuestiones se determinó que este equipo requería mantenimiento mayor, lo cual implicó un período de espera de 2 años. Adicionalmente, las canastillas originales no cumplían con el tamaño y características de seguridad deseadas para el armado de los equipos experimentales de convección natural y de solidificación, siendo este el segundo motivo de retraso en la experimentación a gravedad aumentada.

Para avanzar en el trabajo experimental a gravedad aumentada, se tomó la decisión de construir y acondicionar lo necesario para poder llevar a cabo los experimentos planteados. Principalmente se enfocaron los esfuerzos en tres rubros, el primero consistió en diseñar y construir una canastilla aerodinámica del tamaño requerido y que cumpliera con las medidas de seguridad requeridas, los detalles de la nueva canastilla se pueden ver en la Sección 12.2. El segundo fue el acondicionamiento de la estructura de la centrífuga original, de modo que se pudieran utilizar las nuevas canastillas sin tener que esperar a la nueva estructura. El tercer rubro se enfocó en diseñar y ensamblar la instrumentación necesaria para el encendido, apagado, control de la velocidad y medición variables físicas de la centrífuga.

Al término de este proyecto se logró el acondicionamiento total de la centrífuga, en las áreas antes mencionadas, dejando el trabajo experimental de convección natural y de solidificación para futuros trabajos, para los cuales ya solo se tendrán que resolver detalles de conexión eléctrica. A continuación se muestran los resultados obtenidos en el acondicionamiento de la centrífuga.

### 13.1. Pruebas aerodinámicas del perfil de la canastilla

Cuando la centrífuga se encuentra trabajando a su velocidad nominal, las fuerzas de presión debidas al flujo exterior del aire sobre la superficie frontal de la canastilla y la po-

sible formación de vórtices en su cauda pueden producir vibraciones, este efecto se puede reducir o eliminar si la canastilla cuenta con un perfil aerodinámico y sí su superficie es lisa.

Las características aerodinámicas incorporadas al nuevo perfil de la canastilla tienen la intención de reducir las vibraciones y la forma de comprobar el correcto desempeño del perfil es someterlo a pruebas aerodinámicas dentro de un canal de agua (Figura 13.1), desarrollado en el Instituto de Energías Renovables [94], éste tiene las siguientes características:

- Canal de agua abierto (sin pared superior).
- Paredes de cristal.
- Dimensiones, longitud 6.00 m, altura 0.50 m y ancho 0.315 m.
- Dimensiones del volumen de prueba, longitud 1.00 m, altura 0.41 m y ancho 0.315 m.
- Cámara de sedimentación, que reduce las diferencias de intensidad de turbulencia y velocidad.

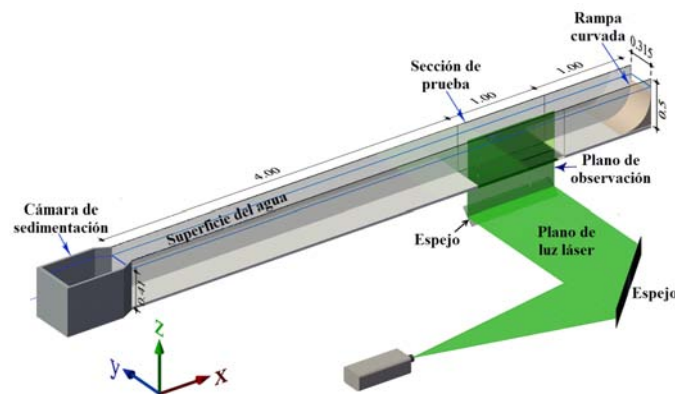


Fig. 13.1: Esquema del canal de agua del Departamento de Termociencias y sus diferentes secciones y dimensiones características.

Para determinar el perfil de velocidades alrededor de la canastilla se utilizó un sistema de Velocimetría por Imágenes de Partículas Estereoscópico (3 componentes de la velocidad,  $u$ ,  $v$  y  $w$ ). El sistema se compone de un láser doble de Nd-YAG, con una óptica integrada para una salida de plano de luz, dos cámaras digitales de alta resolución (Nikon AF Nikkor, distancia focal de 50 mm, número F igual a 1:1.4), el sistema de control es de la marca LaVision, modelo VC-ImagerPro 2M, que sincroniza la emisión de pulsos de láser con las tomas de cámara. El procesamiento realizado posterior a la toma de imágenes

se realiza mediante el software Davis 7.2. Para cada experimento, el equipo de PIV puede capturar un total de 90 campos de velocidad en un intervalo de 0.04 s.

El modelo se introdujo en el área de prueba del canal, en donde se hace pasar el plano de luz láser, como se observa en la Figura 13.2. La altura  $h$ , medida desde el suelo del canal hasta la parte media del modelo (15 cm); la sección frontal del modelo esta orientada en dirección opuesta al flujo del canal y como se observa en la representación, debido a que el modelo no es transparente, el plano de luz no puede iluminar su parte superior.

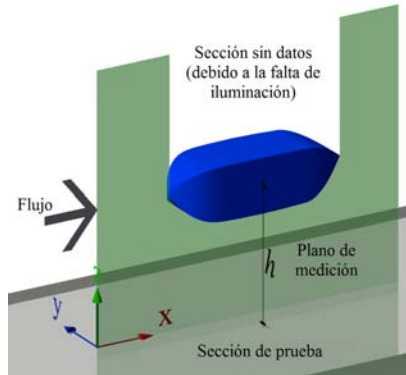


Fig. 13.2: Esquema representativo de la sección de prueba del canal.

Las características aerodinámicas del perfil a escala real se han determinado a 20 g (aceleración máxima generada por la centrífuga), el parámetro esencial para la caracterización es el número de Reynolds ( $Re_{fs}$ ),  $Re_{fs} = 1.5 \times 10^6$ , que viene dado por las condiciones reales de operación, velocidad de giro de las canastilla,  $U_{fs} = 19.16$  m/s, longitud característica de la canastilla  $L_{fs} = 1.3$  m, densidad del aire  $\rho = 1.1839$  kg/m<sup>3</sup> y su viscosidad  $\mu = 1.846 \times 10^{-5}$  kg/(m·s) a 25 °C.

Por otro lado, el número de Reynolds para el modelo que se calculó mediante la fórmula  $Re_{sc} = u_r L_r / \nu$  es igual  $2.20 \times 10^4$ , donde la velocidad promedio del fluido del canal,  $u_r = 0.106$  m/s; Longitud característica del modelo a escala,  $L_r = 0.0875$  m; la viscosidad cinemática del agua a 25 °C,  $\nu = 8.94 \times 10^{-7}$  m<sup>2</sup>/s.

Al realizar las pruebas aerodinámicas en el canal, se obtuvo una velocidad ( $U(Z)$ ) de avance del flujo casi constante (flujo semi-tapón) en dirección axial de la sección transversal del canal, este tipo de movimiento es requerido en pruebas aerodinámicas; mientras que la intensidad de la turbulencia  $I(Z)$  fue muy baja ( $I(Z) = 6\%$ ). En la Figura 13.3 se puede observar en línea negra el perfil de velocidades del flujo del canal en dirección Z, el modelo se colocó a una altura de 15 cm, donde las velocidades axiales casi no fluctúan; en línea roja se tiene el porcentaje de la intensidad de la turbulencia, la cual para experimentos en

túneles de viento se recomienda un valor del 2 %, pero, para canales de agua no existe una recomendación específica, por lo cual se utilizó el mejor porcentaje obtenido en el canal, 6 %.

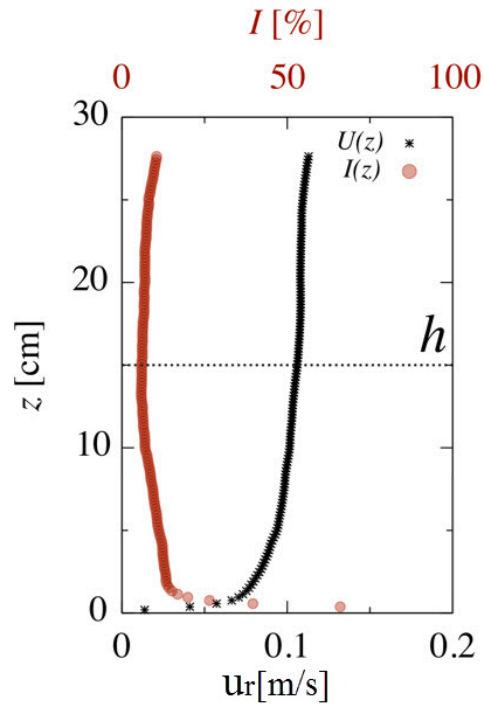


Fig. 13.3: Perfil de velocidad axial  $u$ , línea negra, y de la intensidad de la turbulencia ( $I$ , línea roja) para el flujo del canal de agua.

Procesando las imágenes del experimento con la técnica de PIV, se obtienen los campos de velocidad del flujo alrededor del modelo. Se observó que la capa límite se conserva con un espesor uniforme alrededor de la superficie del modelo y en su cola una estela suave se forma con una velocidad normalizada promedio de 0.5, respecto a  $u_r$ , que es la velocidad promedio del flujo del canal (Figura 13.4).



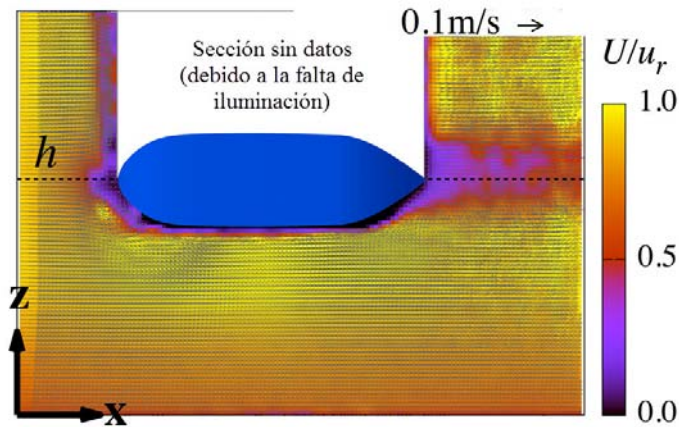


Fig. 13.4: Campo de velocidades normalizado con respecto a  $u_r$  (velocidad promedio del flujo del canal).

La Figura 13.5 muestra el mapa de la vorticidad en el plano de observación para el modelo a escala. Se observa claramente que se tienen dos estructuras cilíndricas que se forman en dirección de flujo, la primera positiva sobre la superficie superior del modelo y la segunda negativa sobre la superficie inferior del modelo. Las estructuras están presentes desde la cabeza hasta la cola. En la Figura 13.5 se observa un área blanca sin datos experimentales a consecuencia de la opacidad del modelo. Los resultados experimentales muestran que la componente vertical de velocidad es más baja que la componente de velocidad en sentido del flujo del canal, lo cual indica que la forma aerodinámica diseñada cumple con los criterios que se establecieron.

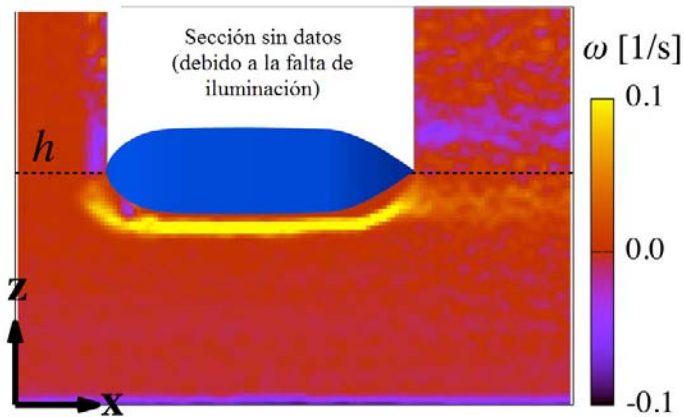


Fig. 13.5: Campo de vorticidad normalizado alrededor del modelo de la canastilla aerodinámica.

## 13.2. Instrumentación realizada para la centrífuga

La instrumentación construida para la centrífuga se enfocó en el control de la operación de la centrífuga, el monitoreo de las variables ambientales al interior de la canastilla y, el monitoreo y control de la temperatura de los experimentos de convección natural y solidificación. A continuación se describe en que consistió la instrumentación para cada punto.

### 1. Control de la operación de la centrífuga

Uno de los aspectos más importantes para trabajar con la centrífuga es la seguridad del personal que labora directamente con este equipo y demás personal del laboratorio. Para garantizar la integridad de las personas es necesario desalojar las instalaciones y operar de forma remota la centrífuga. En este aspecto se ha desarrollado un control a distancia mediante el uso de TICs (Tecnologías de la información y comunicación), tales como, el escritorio remoto de las marcas Windows o VNC. En la Figura 13.6 se muestra un diagrama general para el control del encendido, apagado y velocidad del motor trifásico que impulsa a la centrífuga. Se ha empleado LabView como interfaz gráfica, en donde se visualiza el estado del variador de frecuencia que controla el sentido de giro y la velocidad del motor que impulsa a la centrífuga.

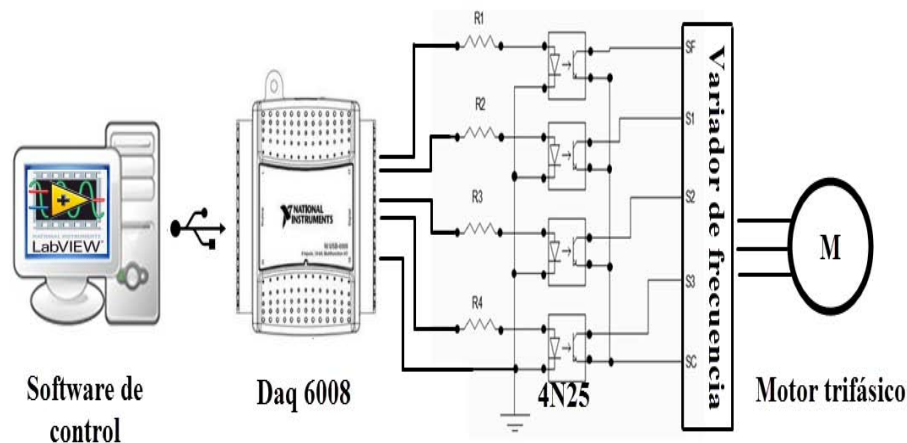


Fig. 13.6: Diagrama general de conexión eléctrica para el control del encendido, apagado y velocidad de la centrífuga.

Básicamente, mediante la interfaz de LabView el usuario de la centrífuga envía por algún puerto USB de la computadora, un código binario de 4 bits a una tarjeta Daq6008, esta tarjeta convierte la información del USB a 4 pulsos digitales que son interpretados por el variador de frecuencia, para controlar el encendido, paro, sentido

giro y la velocidad de la centrífuga. Entre la Daq6008 y el variador se encuentran una serie de optoacopladores 4N25, que aíslan la parte de control (bajo voltaje en CD) del circuito de potencia (alto voltaje en CA).

Como medida de seguridad se ha colocado un tacómetro en la parte inferior del eje de la centrífuga, para medir la velocidad de rotación y corroborar el buen funcionamiento del variador y la comunicación de todo el sistema de control. En la siguiente figura se muestra una fotografía del tacómetro utilizado.

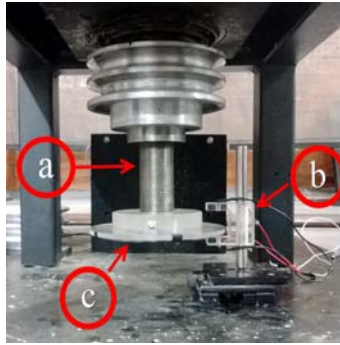


Fig. 13.7: Fotografía de la posición del tacómetro de la centrífuga: a) eje de rotación, b) tacómetro y c) disco con ranuras.

El tacómetro fabricado está compuesto por un LED de prueba, un fototransistor y un disco con 24 ranuras. El principio de operación consiste en atravesar con luz artificial las ranuras del disco y excitar el fototransistor para obtener un pulso digital, cuando la iluminación es interrumpida por el disco se obtiene un cero digital, mediante el conteo del número de pulsos en determinado tiempo, se puede inferir la velocidad de rotación del aparato y verificar si éste corresponde al enviado desde la interfaz de control. En la Figura 13.8 se muestra el diagrama eléctrico del tacómetro se colocó en la centrífuga.

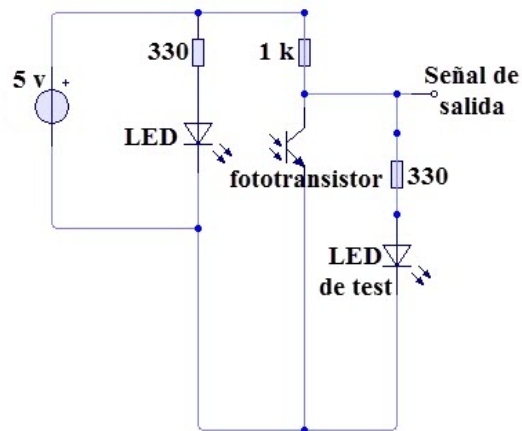


Fig. 13.8: Diagrama eléctrico del tacómetro empleado para medir la velocidad de rotación de la centrífuga.

## 2. Monitoreo de las variables ambientales de la canastilla

Al momento de realizar experimentación a gravedad aumentada es necesario conocer las condiciones ambientales al interior de la canastilla, tales como, la temperatura, la humedad y la aceleración relativa, con el fin de determinar o descartar efectos no deseados en los fenómenos de estudio ya que un cambio de estas variables podrían afectar los resultados obtenidos. Se desarrolló un sistema electrónico inalámbrico para medir los parámetros antes mencionados. En la Figura 13.9 se muestra el diagrama general del sistema para el monitoreo de las condiciones ambientales de la canastilla experimental, que emplea un microcontrolador Arduino Yun para recopilar y aplicar el factor de conversión al voltaje de los sensores de temperatura, humedad y aceleración. Posteriormente, el valor de las variables en sus respectivas unidades de medida son enviadas de forma inalámbrica a una pagina web. Los datos pueden ser observados mediante gráficas en la web y ser descargados en cualquier momento. Los datos son actualizados cada dos segundos como frecuencia de muestreo máxima, esto se debe a las diferentes tareas que requiere realizar el microcontrolador para enviar y crear la página.



Fig. 13.9: Diagrama general del sistema inalámbrico para el monitoreo de las condiciones ambientales de la canastilla experimental, basado en la tecnología Arduino y páginas web.

En la Figura 13.10 se muestra el diagrama eléctrico del acondicionamiento de cada sensor empleado en la instrumentación de la canastilla.

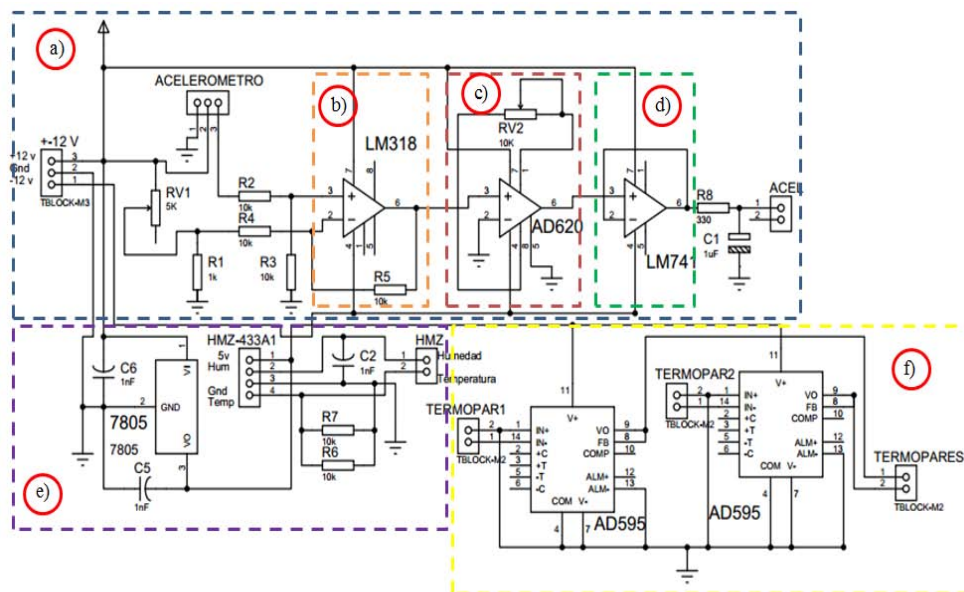


Fig. 13.10: Diagrama eléctrico del acondicionamiento de las señales de los sensores empleado para medir las condiciones ambientales de la canastilla: a) acondicionamiento del acelerómetro, b) eliminación del offset del acelerómetro, c) amplificación de la señal del acelerómetro, d) buffer para el acoplamiento eléctrico entre el acelerómetro y el Arduino, e) acondicionamiento del sensor de humedad y temperatura, y f) acondicionamiento de la señal de termopares tipo T.

Se ha marcado con los incisos del a) al d) la parte de acondicionamiento del acelerómetro, el cual requiere remover el offset y el corrimiento del voltaje inherente a este dispositivo. En la sección e) se muestra el circuito de alimentación del sensor

de humedad y temperatura. Este elemento requiere de un filtro pasabajas para eliminar los cambios bruscos de temperatura debidas a señales parásitas en la fuente de alimentación. En la sección f) se visualiza la conexión de los circuitos de acondicionamiento de la señal de los termopares utilizados para medir temperaturas puntuales en los experimentos de transferencia de calor; tomando en cuenta la velocidad actualización de los datos en la pagina web, estos termopares sólo serán empleados para tener una idea rápida y fiable de las condiciones de los experimentos en tiempo casi real, pero estos datos no podrán emplearse para el control de temperatura.

### 3. Monitoreo y control de la temperatura de los experimentos de transferencia de calor

Al momento de estar en operación la centrífuga es imposible intervenir directamente en la experimentación de los fenómenos de transferencia de calor, por lo cual, se tienen que diseñar los equipos experimentales para que operen de forma automática. Con este fin, se ha desarrollado una instrumentación en la que se incluye un microcontrolador, al cual se le programan las condiciones experimentales y mediante sensores y actuadores controla y regula estas condiciones. En la Figura 13.11 se muestra el diagrama general del sistema de control de temperaturas para los equipos experimentales que se ensamblaran en la canastilla.

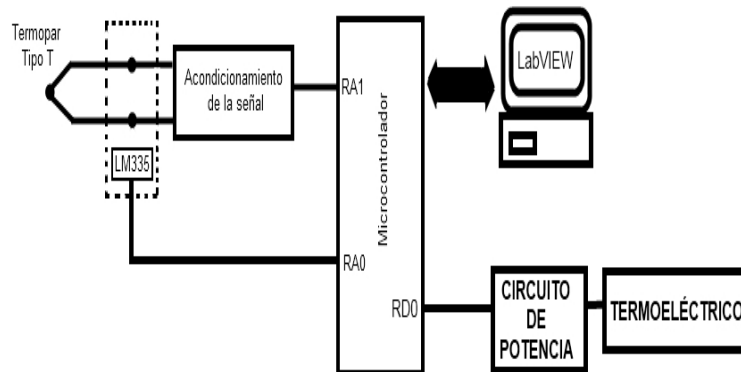


Fig. 13.11: Diagrama del sistema de control de temperaturas para equipos experimentales en la canastilla, el sistema emplea un termopar y un circuito de acondicionamiento para la compensación de punta fría y un circuito de potencia para activar los intercambiadores de calor.

En el siguiente diagrama eléctrico (Figura 13.12) se muestra a detalle las diferentes secciones que conforman al circuito de acondicionamiento de la señal del termopar,

la cual es leída y convertida a grados centígrados por el microcontrolador. La señal pasa por dos filtros pasabajos (secciones a) y c) de la figura mencionada) y una etapa de amplificación y acoplamiento de impedancias (b) y d)), y mediante el circuito LM335 se puede tener una medición de la temperatura en la unión de punta fría del termopar. Este dato es utilizado por el microcontrolador para calcular la temperatura correcta del punto donde se encuentre el termopar.

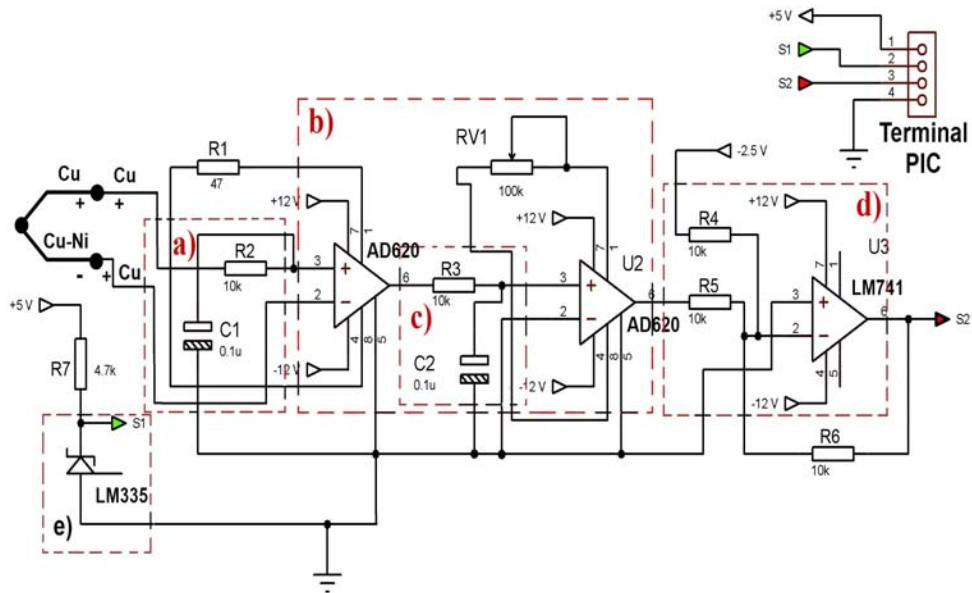


Fig. 13.12: Diagrama eléctrico del circuito de acondicionamiento para termopares: a) primer filtro pasabajos, b) sección de amplificación de la señal del termopar, c) segundo filtro pasabajos, d) circuito para compensación de voltaje para temperaturas bajo cero grados centígrados y e) sensor de temperatura para la compensación de punta fría.

En cuanto al circuito de potencia, se han empleado relevadores para controlar el flujo de la corriente eléctrica de los termoelectrónicos que regulan la temperatura de los equipos experimentales. Este circuito se muestra en la Figura 13.13. Este circuito puede utilizarse para controlar el encendido de otros dispositivos de manera segura, gracias a los optoacopladores, dado que separan la sección de control y la de potencia.

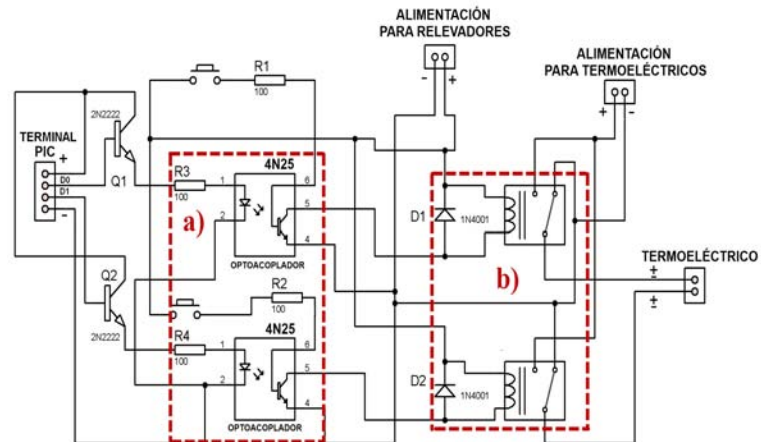


Fig. 13.13: Diagrama eléctrico del circuito de potencia, a) optoacopladores y b) relevadores para manejo de cargas de alto voltaje en corriente directa o para voltajes de corriente alterna.

La instrumentación de la centrífuga fue realizada a lo largo del trabajo doctoral y se ha reportado detalladamente en diferentes reportes de residencia profesional hechas por alumnos del Instituto Tecnológico de Zacatepec [95, 96, 97, 98, 15, 99].



## **Parte IV**

# **Discusión de resultados y logros obtenidos en el proyecto**

---

# CONCLUSIONES Y TRABAJO A FUTURO

---

## 14.1. Conclusiones

Al término del trabajo doctoral se obtuvieron numerosos resultados experimentales, tanto sobre las propiedades dinámicas de los flujos planteados en los objetivos iniciales del proyecto, como en la construcción de los diferentes dispositivos que se emplearon en la investigación. A continuación se resumen los logros y conclusiones principales alcanzados en esta tesis.

### **Celda convectiva cilíndrica**

En el trabajo previo al presente, Miguel López Caballero y colaboradores capitalizaron el trabajo del diseño y construcción de un equipo de PIV con desplazamiento cartesiano [7], con el cual pudo observar seis planos del flujo convectivo al interior de la celda. Con estos planos logró realizar una reconstrucción parcial del flujo (Figura 14.1(a)). Los planos horizontales que este dispositivo obtenía, eran de buena calidad, pero, los planos verticales tenían precisión limitada debido a los reflejos y mal acoplamiento de los índices de refracción de los diferentes componentes de la celda. Sólo el plano vertical central no se veía afectado por el ángulo de incidencia del plano de luz láser sobre la cavidad. En comparación con el equipo desarrollado en este trabajo existen numerosas mejoras, tales como el aprovechamiento de la simetría de la celda, al usar un sistema polar para el desplazamiento del equipo de PIV, y el uso de un sistema estereoscópico para determinar las tres componentes de velocidad en lugar de la intersección de los planos verticales y horizontales. El nuevo sistema de PIV puede rotar alrededor de la cavidad, lo cual permite tener una vista de 360° del flujo (Figura 14.1(b)), además el desplazamiento del sistema es de milésimas de grados, lo que permite tener mas de 5000 campos de velocidad, muchos son redundantes, que son de utilidad para el procesamiento y mejora de los datos finales.

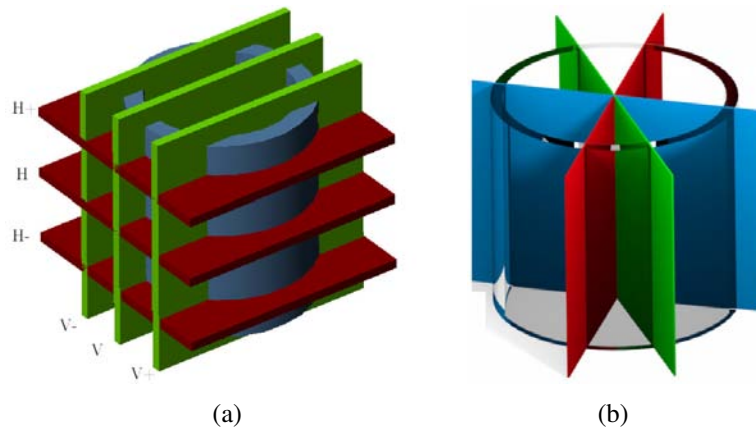


Fig. 14.1: Planos de luz láser de los equipos de PIV desarrollados en el IER: a) planos de observación del equipo de primera generación de PIV empleado por M. López Caballero [7, 5], y b) Planos de observación del equipo de segunda generación empleado en este trabajo.

En conclusión, se diseñó y construyó un equipo experimental que sobrepasa las cualidades y resultados de otros equipos desarrollados previamente, con la capacidad para obtener información que permite la reconstrucción tridimensional del flujo convectivo en una celda, así como la visualización a detalle de la evolución del flujo en función del ángulo de observación. Los resultados obtenidos de los campos de velocidad tiene una excelente precisión y que el desplazamiento angular del equipo tiene repetitibilidad, de forma que se pueden obtener campos de velocidades a diferentes cortes horizontales de la celda. Debe enfatizarse que esto último se logró a pesar de no haber generado un plano de luz láser en esta dirección (ver Figura 5.8(a), 5.8(b) y 5.8(c)). Esto se consigue mediante el arreglo de los datos generados en los planos verticales y su posterior procesamiento. Con los datos del equipo y con su debido procesamiento, se llegó a la confirmación de los patrones característicos del flujo convectivo al interior de la celda, la medición de la distancia angular que existe entre ellos, detalles que sólo se tenían reportado en trabajos de simulación numérica [5].

Es importante agregar que en el proyecto presente se logró establecer una metodología para el pre-procesamiento de las imágenes capturadas por las cámaras del sistema de PIV estereoscópico, que ha demostrado ser exitoso. Aunque en su versión actual el equipo requiere de refinamientos de detalle, se puede afirmar que actualmente se cuenta con un dispositivo que puede ser integrado a la centrífuga. Además, el software correspondiente para la calibración de la posición espacial relativa ente las cámaras y la celda; así como la fabricación de las placas de calibración a la medida del sistema, piezas mecánicas fundamentales para la correcta calibración del software de PIV comercial empleado.

Otro aspecto importante además de obtener información de la evolución del patrón del flujo a medida que se cambia el ángulo de observación es que, con el equipo se puede inspeccionar de forma rápida el flujo y determinar en que posición se encuentra los patrones característicos, ya que estos dependen de las condiciones iniciales de la experimentación. El conocer la orientación de la celda es importante para realizar experimentos, como ejemplo, el caso para determinar el número de Rayleigh crítico para flujos dependientes del tiempo, ya que es necesario determinar un campo en el que se puedan realizar fácilmente mediciones y al cual se pueda indentificar y acceder en otros análisis.

### **Celda de Hele-Shaw**

El equipo de solidificación desarrollado en un inicio por Esteban Rueda durante el presente trabajo fue rediseñado de tal forma que se lograra alcanzar los siguientes objetivos [88]: 1) control de la temperaturas de las caras inferior y superior de la celda, 2) corrección de la forma incorrecta de solidificar el fluido al interior de la celda, ya que el frente de solidificación se originaba en las cuatro paredes de la celda y se desplazaba al centro de la celda, en lugar de tener origen en la cara superior y avanzar hasta la parte inferior; y 3) acceso visual del flujo al interior de la celda de Hele-Shaw.

En este trabajo se propuso un nuevo diseño y se construyó una celda de Hele-Shaw, que permite controlar la temperatura de las caras superior e inferior de la celda y con ello tener acceso a diferentes condiciones físicas para el estudio de la convección natural en presencia de un frente de solidificación. Al sustituir los materiales de construcción originales de la celda se consiguió que el frente de solidificación se desarrollara de la forma esperada.

Los arreglos físicos realizados a la celda de Hele-Shaw, dieron como resultado las primeras observaciones cuantitativas del avance del frente de solidificación en el Laboratorio de Termociencias, además se implementó la técnica de PIV en dos dimensiones para observar y analizar los diferentes patrones del flujo convectivo. De esta forma se determinó cuantitativamente la forma del frente de solidificación en función del flujo convectivo y cómo éste último depende de la altura de la región líquida de la celda, que a su vez depende de la posición y velocidad de avance del frente de solidificación.

Comparando los datos experimentales obtenidos y la teoría básica de estabilidad de Sutton [13], se puede determinar previamente al experimento que condiciones del fenómeno se tendrán, así como los patrones convectivos y el momento en el que el flujo convectivo se detendrá. Esto se ilustra en la Figura 9.14.

## Centrífuga

Los logros del proyecto también incluyen diseño, construcción y la comprobación del correcto funcionamiento de una nueva canastilla aerodinámica, en la cual se pudieran realizar experimentos complejos en un ambiente controlado y seguro. Para afrontar este reto, se propuso un perfil aerodinámico basado en un perfil NACA y la ecuación de la elipse (Figura 14.2(a)) [15]. Antes de la fabricación de los diferentes componentes se realizó una simulación para comprobar la efectividad de la geometría para no producir vórtices y desprendimiento de la capa límite; se consideró en la simulación un caso en dos dimensiones, un ángulo de ataque igual a cero, esto último debido a que la canastilla no puede estar inclinada longitudinalmente, sin embargo, si puede rotar sobre el eje formado por la cuerda del perfil aerodinámico, pero, el área del frente expuesta al flujo de aire es la misma sin importar el ángulo de rotación, lo cual permite realizar la simulación sin considerar la rotación de la canastilla. Los resultados numéricos permiten observar un comportamiento suave del flujo de aire alrededor del perfil sin desprendimiento de vórtices (Figura 14.2(b)).

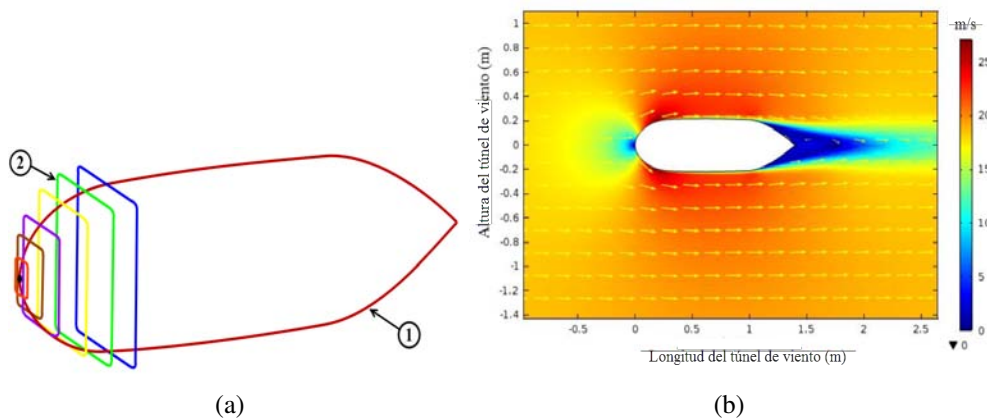


Fig. 14.2: Perfil aerodinámico de las canastillas de la centrífuga del IER: a) representación gráfica del acople entre las geometrías de la ecuación de la elipse (2) y el perfil NACA modificado (1). b) Resultado de la simulación en dos dimensiones realizada en Comsol por J. Cruz [15].

Además, se fabricó un modelo a escala 1:7, para pruebas aerodinámicas en un canal de agua, con lo que se concluyó experimentalmente lo previamente predicho por la simulación, con los resultados experimentales se llegó a la decisión de fabricar el prototipo a escala real de la nueva canastilla. Al implementar los conocimientos de PIV desarrollados en el trabajo doctoral y realizar las debidas acciones de manufactura para fabricación de la canastilla, se logró obtener una nueva canastilla, donde se podrá experimentar de forma segura y con condiciones controladas.

## 14.2. Trabajo a futuro

Durante el trabajo reportado se obtuvieron varios avances en el diseño y construcción de los diversos instrumentos empleados para el estudio de los fenómenos de convección natural y de la solidificación y se obtuvieron resultados que han permitido un mejor entendimiento de los flujos involucrados. Sin embargo, aún quedan experimentos por realizar en cada uno de los fenómenos estudiados. Los pendientes que considero más importantes son los siguientes:

### Convección natural en una celda cilíndrica

- Reconstrucción de los modelos de vórtice (vortex core) usando únicamente datos experimentales: Debido a que la definición de los modelos de vórtice involucra derivadas de la velocidad, los errores, falta de resolución espacial y el inevitable ruido en los campos de velocidad, dificulta enormemente un cálculo de las variables requeridas.

Para extraer esta información de los datos experimentales, se requerirá aumentar la resolución espacial y el cociente señal/ruido.

A la fecha sólo se tiene acceso a este tipo de información mediante datos numéricos.

- Como se describió ampliamente en la sección 5.2, existe un plano en el que la velocidad normal es cero en el flujo convectivo dentro del cilindro. Mediante el seguimiento lagrangiano de partículas con datos numéricos, se ha determinado que el plano de un vórtice aparentemente es una barrera que parte a la celda en dos regiones (Figura 14.3). A falta de tiempo no se logró determinar experimentalmente dicha barrera, sin embargo, con los datos experimentales de la velocidad normal para el patrón de un vórtice, se observó que la velocidad normal es aproximadamente cero, lo cual es evidencia de que existe dicha barrera que separa a la celda en dos hemisferios.

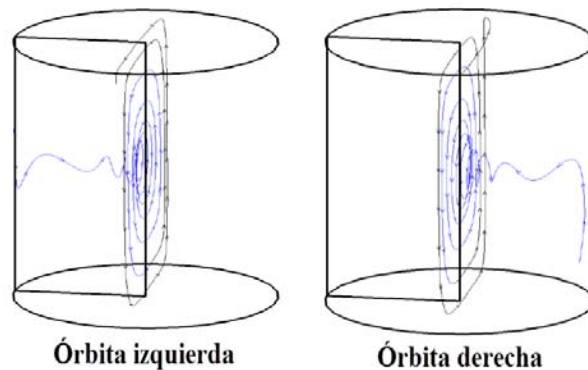


Fig. 14.3: Seguimiento lagrangiano de una partícula dentro de la celda convectiva con datos numéricos.

- Otro subproyecto que será una continuación natural del proyecto descrito en esta tesis, es la observación experimental de flujos convectivos en cavidades con diferente razón de aspecto y con diferente condición de frontera en la parte superior. Específicamente, sería interesante estudiar la superficie libre y la superficie parcialmente libre, como condiciones de frontera superior.
- Los resultados descritos en esta tesis y los experimentos futuros listados en los párrafos anteriores, constituyen los experimentos de base para llevar a cabo los experimentos de cristalización bajo gravedad aumentada que son el objetivo final del programa de investigación en el que se enmarca la presente tesis.
- En el proceso de convección natural implementar el proceso de solidificación y analizar el frente de congelamiento del fluido.

### **Trabajo futuro en el proyecto de convección natural con cambio de fase en una celda de Hele-Shaw**

- La principal motivación del estudio de la solidificación en este trabajo es emplear el conocimiento desarrollado para determinar el comportamiento del flujo convectivo y del frente de solidificación en el silicio cristalino mientras se solidifica. El cambio del agua destilada a un fluido de trabajo con las propiedades similares al del silicio cristalino es indispensable, pero, se requiere que el fluido sea transparente, para seguir empleando la técnica de PIV. Se pretende emplear cloruro de amonio ( $\text{NH}_4\text{Cl}$ ) [100], el cual tiene un número de Prandtl similar al del silicio cristalino ( $\text{Pr} = 0.01$ ) [101], y es transparente.
- Durante el proceso de solidificación el crecimiento de las dendritas hacen poco homogéneo el bloque de hielo que resulta al solidificar por completo el fluido del interior de la celda de Hele-Shaw. En casos reales, tales como, la producción de silicio

crystalino, es indeseable que existan imperfecciones en el producto final, y por lo tanto es deseable llevar a cabo un estudio sistemático para cuantificar cuáles son los parámetros determinantes para lograr la mayor pureza de los cristales.

- Otro trabajo que se pretende realizar a futuro es la comprobación y validación de códigos numéricos, los cuales permitirán realizar análisis de casos que no se pueden inspeccionar de manera experimental. Al final de este trabajo se comenzó a trabajar en la comparación cualitativa entre los datos obtenidos de la celda de Hele-Shaw y datos de modelos numéricos. En la Figura 14.4 se muestran las primeras comparaciones realizadas al inicio del fenómeno (imágenes superiores) y cuando se detiene el frente de solidificación en el experimento (imágenes inferiores). Claramente los flujos son similares, pero existen diferencias en el perfil del frente de congelamiento y en las magnitudes de las velocidades, dado que la simulación está normalizada y no se ha realizado el ajuste para poder realizar comparaciones cuantitativas. Además, se está tratando de ajustar y entender las condiciones del fenómeno para ser simulado correctamente. Cabe aclarar que el código numérico empleado a la fecha para las comparaciones es desarrollado por el Dr. Saul Piedra González, del Centro de Investigación en Recursos Energéticos y Sustentables de la Universidad Veracruzana.

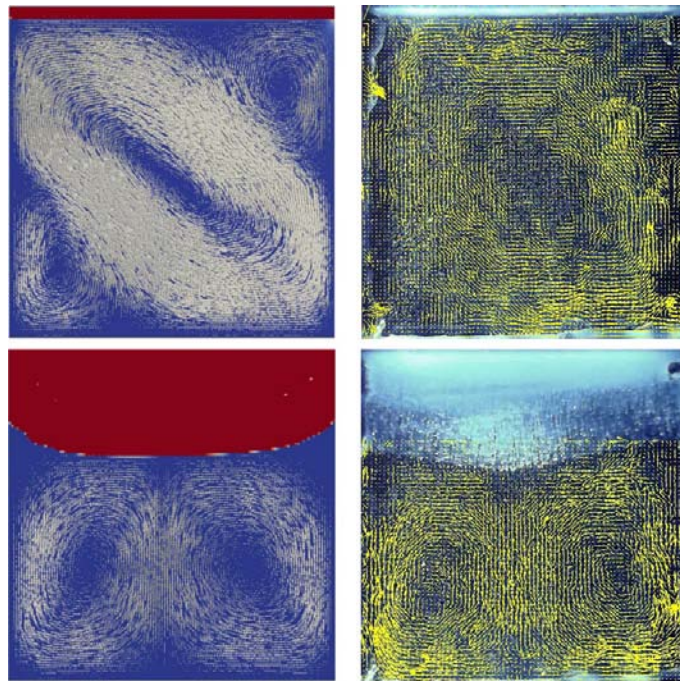


Fig. 14.4: Comparación cualitativa entre los datos teóricos y los experimentales, las imágenes a la izquierda son obtenidas de forma numérica y las de la derecha son resultados experimentales.



La simulación numérica para estas primeras comparaciones, requirió de la solución de las ecuaciones de Navier-Stokes (conservación de masa y de cantidad de movimiento) y se apoyó en los métodos de *Front Tracking*, Proyección y de Volumen Finito [102].

# **Bibliografía**

---

# Bibliografía

---

- [1] PVA-TePla. <http://www.pvatepla.com/en/products/crystal-growing-systems/pva/czochralski-process/overview>, 2016.
- [2] Willardson R. K., Weber E. R., Beer A. C., and Shimura F. *Oxygen in Silicon. Semiconductors and Semimetals*. Elsevier Science, 1994.
- [3] Müller G., Neumann G., and Weber W. *Natural convection in vertical bridgman configuration*. Journal of Crystal Growth, 1984.
- [4] Leong S. S. Numerical study of rayleigh-bénard convection in a cylinder. *Journal of Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, 2002.
- [5] Nuñez J. Verification and experimental validation of a numerical simulation of natural convection in a slender cylinder. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 2012.
- [6] Measurement principles of LDA Dantec-Dynamics. <http://www.dantecdynamics.com/measurement-principles-of-lda>, 2016.
- [7] López Caballero M. *Convección Natural en Cilindros Esbeltos*. Tesis de Maestría, Universidad Nacional Autónoma de México, 2008.
- [8] Nuñez J. *Simulación numérica de la convección bajo la influencia de fuerzas electromagnéticas y fuerzas de rotación*. Tesis de Doctorado, Universidad Nacional Autónoma de México, 2012.
- [9] LaVision, Ficha técnica. *3D Calibration Plate*, 2012.
- [10] Cengel Y. and Boles M. *Termodinámica*. McGraw-Hill, 2011.
- [11] Weatherwise, Hexagonal ice crystal. <http://www.weatherwise.org/archives/back%20issues/2010/march-april202010/weather-queries-full.html>, 2016.

- [12] Serway R. A. and Jewett J. W. Jr. *Física para ciencias e ingenierías*. Cengage Learning, 2008.
- [13] Sutton Frances M. Onset of convection in a porous channel with net through flow. *Physics of Fluids*, 18:1958–1988, 1931.
- [14] Klapp J., Ruíz Chavarría G., Medina Ovando A., López Villa A., and Sigalotti L. Di G. *Selected Topics of Computational and Experimental Fluid Mechanics*. Environmental Science. Springer International Publishing, 2013.
- [15] Cruz Martínez J. *Diseño e instrumentación de las canastillas de una centrífuga para experimentos de convección y solidificación*. Reporte de Residencia Profesional, Instituto Tecnológico de Zacatepec, 2013.
- [16] Teal G. K. and Little J. B. Growth of germanium single crystals. *Physical Review*, 78:647, 1950.
- [17] Lin W. and Benson K. E. The science and engineering of large- diameter czochralski silicon crystal growth. *Annual Review of Materials Science*, 17(1):273–298, 1987.
- [18] Qia J., Wakayama N. I., and Atakab M. Magnetic suppression of convection in protein crystal growth processes. *Journal of Crystal Growth*, 232:132–137, 2001.
- [19] Ramírez Zúñiga G. *Diseño mecánico, fabricación, integración y pruebas de funcionamiento de un prototipo P. I. V. 3D móvil en coordenadas cilíndricas para el estudio de la convección natural en cilindros pequeños*. Tesis de Maestría, Universidad Nacional Autónoma de México, 2011.
- [20] Vargas M., Ramos E., and Ascanio G. A centrifuge for studies of fluid dynamics phenomena in a rotating frame of reference. *Revista Mexicana de Física*, 48(3):255–266, June 2002.
- [21] Vargas M., Rincón Marina E., and Ramos E. Formation and characterization of tio<sub>2</sub>/cnt nanomaterials dried under supergravity conditions. *Journal of Nanomaterials*, 2009, 2009.
- [22] Ramírez Zúñiga G. *Secado de películas electroconductoras en un plano inclinado a diferentes condiciones físicas*. Tesis de Licenciatura, Instituto Tecnológico de Zacatepec, 2009.
- [23] Alvarado G., Rincón M. E., Vargas M., and Ramírez Zúñiga G. Películas de nanotubos de carbón elaboradas a tres veces la aceleración de la gravedad: análisis y caracterización. *International Materials Research Congress, Materials Research Society*, 2009.

- [24] Koschmieder E. L. *Bénard Cells and Taylor Vortices*. Cambridge University Press, 1993.
- [25] DeLucas L. J., Smith C. D., Smith H. W., Vijay-Kumar S., Senadhi S. E., Ealick S. E., Carter D. C., Snyder R. S., Weber P. C., Salemme F. R., and et al. Protein crystal growth in microgravity. *Science*, 246(4930):651–654, 1989.
- [26] Amato I. The high side of gravity (crystal growth by centrifugation under supergravity). *Science*, 253:30–32, 1991.
- [27] Bénard M. H. Les tourbillons cellulaires dans une nappe liquide transportant de la chaleur par convection en regime permanent. *Ann. Chim. Phys*, 23:62–144, 1901.
- [28] Chandrasekhar S. Hydrodynamic and hydromagnetic stability. *Dover*, 1981.
- [29] Davis S. H. Convection in a box: linear theory. *Journal of Fluid Mechanics*, 30:465–478, 1967.
- [30] Catton I. Convection in a closed rectangular region: the onset of motion. *Journal of Heat Transfer*, 92:186–188., 1970.
- [31] Catton I. The effect of insulating vertical walls on the onset of motion in a fluid heated from below. *Journal of Heat and Mass Transfer*, 15:665–672., 1972.
- [32] Catton I. Effect of wall conduction on the stability of a fluid in a rectangular region heated from below. *Journal of Heat Transfer*, pages 446–458., 1972.
- [33] Heitz W. L. and Westwater J. W. Critical rayleigh numbers for natural convection of water confined in square cells with  $l/d$  from 0.5 to 8.0. *J. Heat Transfer*, 936:188–196., 1971.
- [34] Charlson G. S. and Sani R. L. *Finite amplitude axisymmetric thermoconvective flows in a bounded cylindrical layer of fluid*. *Journal of Fluid Mechanics*, 1975.
- [35] Neumann G. *Three-dimensional numerical simulation of buoyancy-driven convection in vertical cylinders heated from below*. *Journal of Fluid Mechanics*, 1990.
- [36] White F. M. *Mecánica de Fluidos*. McGraw-Hill de México, SA., 1990.
- [37] Raffel M., Willert C. E., Wereley S. T., and Kompenhans J. *Particle Image Velocimetry, A Practical Guide*. Springer, 2007.
- [38] Lourenco L. M., Krothapalli A., and Smith C. A. Particle image velocimetry. *Lecture Notes in Engineering*, 1996.

- [39] Keane R.D. and Adrian R.J. *Optimization of particle image velocimeters.*, chapter Part I: Double pulsed systems. UK., 1990.
- [40] Merzkirch W. Flow visualization. *Academic Press*, 1987.
- [41] Hinsch K. D. *Particle image velocimetry*. Marcel Dekker Inc., 1993.
- [42] van de Hulst H.C. *Light Scattering by Small Particles*. Dover Books on Physics. Dover Publications, 1957.
- [43] Prasad A. K. Particle image velocimetry. *Current Science*, 2000.
- [44] González R. and Wintz P. Digital image processing. *Addison-Wesley Publishing*, 1987.
- [45] Wereley S. T. and Gui L. Piv measurement in a four-roll-mill with a central difference image correction. *4th International Symposium on Particle Image Velocimetry*, 2001.
- [46] Walker S. Two-axes scheimpflug focusing for particle image velocimetry. *Meas. Sci. Technol.*, 13:1–12, 2002.
- [47] Wieneke B. Stereo-piv using self-calibration on particle images. *Experiments in Fluids*, 39:267–280, 2005.
- [48] Raffel M., Willert C. E., Wereley S. T., and Kompenhans Jürgen. *Particle Image Velocimetry, A Practical Guide*. Springer International Publishing, 2007.
- [49] Ramírez G., Núñez J., Hernández G. N., Hernández-Cruz G., and Ramos E. Note: Device for obtaining volumetric, three-component velocity fields inside cylindrical cavities. *Review of Scientific Instruments*, 2015.
- [50] TE Technology Inc., Ficha técnica. *TE-31-1.4-2.5 Thermoelectric Module (Peltier Module) Specifications*, 2012.
- [51] TE Technology Inc., Ficha técnica. *Operation Manual for Model TC-48-20 Thermoelectric Cooler Temperature Controller*, 2015.
- [52] ThorLabs, Ficha técnica. *NanoRotator 360° Stage*, 2015.
- [53] ThorLabs, Ficha técnica. *Benchtop Stepper Motor Controllers*, 2015.
- [54] Vidrasa, vidrio en tubo y varilla, S.A. *Catálogo de virio Duran*, 2010.

- [55] Hernández Palacios G. N. *Adquisición, almacenamiento y procesamiento de imágenes obtenidas con un sistema velocimetría por imágenes de partículas de dimensiones reducidas para el estudio de la convección natural en cilindros pequeños*. Tesis de Maestría, Universidad Nacional Autónoma de México, 2012.
- [56] Adept Electronic Solutions, Ficha técnica. *AVT PIKE F-032B / F-032C*, 2012.
- [57] Computar, Ficha técnica. *Lente M1214-MP2*, 2012.
- [58] OZ Optics, Ficha técnica. *Laser to fiber coupler with adjustable focus*, 2012.
- [59] OZ Optics, Ficha técnica. *Laser to fiber source couplers application notes*, 2012.
- [60] Computar, Ficha técnica. *Technical Information of lens 2012*, 2012.
- [61] OZ Optics, Ficha técnica. *Delivery system for flow visualization – fiber optic*, 2012.
- [62] LaVision GmbH. *Product-Manual for DaVis 7.2*. LaVision GmbH, 2011.
- [63] LaVision, Manual. *DaVis 7.2 Software*, 2011.
- [64] LaVision, Manual. *Imaging Tools*, 2011.
- [65] Stefan J. Ueber die theorie der eisbildung, insbesondere über die eisbildung im polarmeere. *Annalen der Physik*, 278:269–286, 1891.
- [66] Langlois W. E. Buoyancy-driven flows in crystal-growth melts. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 17:191–215, 1985.
- [67] Landau L. D. and Lifshitz E. M. Theoretical physics course. *Statistical Physics*, 5, 1969.
- [68] Nishinaga T. *Handbook of Crystal Growth: Fundamentals*. Handbook of Crystal Growth. Elsevier Science, 2014.
- [69] Pruppacher H.R. and Klett J. D. *Microphysics of Clouds and Precipitation*. Atmospheric and Oceanographic Sciences Library. Springer, 2010.
- [70] Vali G. *Ice nucleation-A review*. 14th International Conference on Nucleation and Atmospheric Aerosols. Appeared in *Nucleation and Atmospheric Aerosols*, 1996.
- [71] Franks F. *Biophysics and biochemistry at low temperatures*. Fundamental aspects of the freezing process. Cambridge University Press, 1985.
- [72] Reid D. S. *Basic physical phenomena in the freezing and thawing of plant and animal tissues*. Frozen Food Technology. Springer, 1993.

- [73] Franks F. *The properties of aqueous solutions at sub-zero temperatures*. Water: A comprehensive treatise. Springer, 1982.
- [74] Sahagian M. E. and Goff H. D. *Fundamental Aspects of the Freezing Process*. Freezing Effects on Food Quality. Marcel Dekker Inc., 1996.
- [75] Reid D. S. *Fundamental physicochemical of freezing*. Food Technology. Freezing effects on food quality. Marcel Dekker Inc., 1983.
- [76] McBride J. M. *Crystal polarity: A window on ice nucleation*. Fundamental aspects of the freezing process. Marcel Dekker Inc., 1992.
- [77] Hobbs P. V. *Ice physics*. Fundamental aspects of the freezing process. Marcel Dekker Inc., 1974.
- [78] Fennema O. R. *Nature of freezing process*. Low-Temperature Preservation of Foods and Living Matter. Marcel Dekker Inc., 1973.
- [79] Acheson D. J. *Hele-Shaw*. Elementary Fluid Dynamics. Clarendon Press Oxford, 1898.
- [80] Currie I. G. *Fundamental Mechanics of Fluid*. Marcel Dekker, Inc., 2002.
- [81] Nield D. A. and Bejan A. *Convection in Porous Media*. Springer International Publishing, 2013.
- [82] Bear J. *Dynamics of Fluids in Porous Media*. Dover Civil and Mechanical Engineering. Dover Publications, 2013.
- [83] Riley D. S. and Winters K. H. A numerical bifurcation study of natural convection in a tilted two-dimensional porous cavity. *J. Fluid Mech.*, 215:309–329, 1990.
- [84] Vadász Peter. *Analytical transition to weak turbulence and chaotic natural convection in porous media*. Springer, 2008.
- [85] Horton C. W. and Rogers F. T. Convection currents in a porous medium. *J. Appl. Phys.*, 16:367–370, 1945.
- [86] Lapwood E. R. Convection of a fluid in a porous medium. *Proc. Camb. Phil. Soc.*, 44:508–521, 1948.
- [87] Crank J. Free and moving boundary problems. *Hemisphere Publishing Corporation*, 1993.



- [88] Rueda Soriano E. *Interferómetro de Difracción por Punto (IDP), para el análisis de fluidos*. Tesis de Maestría, Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica, 2008.
- [89] Journal of open research software. *PIVlab – Towards User-friendly, Affordable and Accurate Digital Particle Image Velocimetry in MatLab*, 2010.
- [90] PIVLab, Manual. *PIVlab - time-resolved digital particle image velocimetry tool for MatLab*, 2012.
- [91] Ramírez Zúñiga G., Hernández Cruz G., and Ramos Mora E. Solidification with natural convection in a hele-shaw cell. *XX Congreso de la División de Dinámica de Fluidos, Sociedad Mexicana de Física*, 2014.
- [92] Ramírez Zúñiga G., Hernández Cruz G., and Ramos Mora E. Solidification and natural convection in a hele-shaw cell. *67th Annual Meeting of the APS Division of Fluid Dynamics*, 2014.
- [93] MoAS Modular Aluminun System. *Catalogo General de Productos 2012*, 2012.
- [94] Castillo Torres J. A. *Natural ventilation in rooms using windexchangers*. Tesis de Doctorado, Universidad Nacional Autónoma de México, 2016.
- [95] Aguilera E. Y. *Diseño, construcción y pruebas de funcionamiento de un sistema de control de temperatura para celdas Peltier*. Reporte de Residencia Profesional, Instituto Tecnológico de Zacatepec, 2012.
- [96] Santa Olalla C. E. *Acondicionamiento de equipos experimentales al interior de una canastilla, para el estudio de diversos fenómenos de transferencia de calor y masa en condiciones de gravedad aumentada*. Reporte de Residencia Profesional, Instituto Tecnológico de Zacatepec, 2015.
- [97] Navarro Martínez F. *Armado y acondicionamiento de un equipo de solidificación en una canastilla*. Reporte de Residencia Profesional, Instituto Tecnológico de Zacatepec, 2015.
- [98] Castillo Pérez V. M. *Caracterización de la centrífuga del departamento de Termociencias*. Reporte de Residencia Profesional, Instituto Tecnológico de Zacatepec, 2014.
- [99] Perfecto Rodríguez R. *Diseño e instrumentación de un sistema de velocimetría por imágenes de partículas para convección natural*. Reporte de Residencia Profesional, Instituto Tecnológico de Zacatepec, 2013.

- [100] Solomon T. H. and Hartley R. R. Measurements of the temperature field of mushy and liquid regions during solidification of aqueous ammonium chloride. *Journal of Fluid Mech*, 358:87–106, 1998.
- [101] Srinivasan M. and Ramasamy P. Computational modelling on heat transfer study of molten silicon during multi-crystalline silicon growth process for pv applications. *Springer Science*, 127:1250 a 1255, 2015.
- [102] Seungwon S. and Damir J. Modeling three-dimensional multiphase flow using a level contour reconstruction method for front tracking without connectivity. *Journal of Computational Physics*, 180:427–470, 2002.

# **Parte V**

## **Anexos**

---

## ARTÍCULOS, CAPÍTULOS DE LIBRO Y TRABAJOS EN EXTENSO

---

Los resultados del trabajo doctoral incluye un artículo (revista arbitrada y reconocida por CONACYT), un capítulo de un libro (registro ISBN) y dos trabajos en extenso publicados en revistas con registro ISSN. Estos trabajos se anexan en esta sección y son los siguientes :

1. *Note: Device for obtaining volumetric, three-component velocity fields inside cylindrical cavities*, DOI: 10.1063/1.4934975, G. Ramírez, J. Núñez, G. N. Hernández, G. Hernández-Cruz, and E. Ramos, Review of Scientific Instruments, Vol.86, Revista Indizada.
2. *Solidification in the Presence of Natural Convection in a Hele-Shaw Cell*, ISBN: 978-3-319-11486-6, G. Ramírez, J. Cisneros, G. Hernández-Cruz, and E. Ramos, Selected Topics of Computational and Experimental Fluid Mechanics, Springer international publish. Capítulo de libro.
3. *A basket aerodynamics prototype design for a centrifuge*, ISSN:2395-8499, G. Ramírez-Zúñiga, Guillermo Hernández-Cruz, Eduardo Ramos, J. Antonio Castillo and M. Vargas, SOMI XXX Congreso de Instrumentación. Memorias de congresos.
4. *Caracterización de una centrífuga de 4 metros de diámetro del instituto de energías renovables para el estudio de transferencia de calor a gravedad aumentada*, ISSN:1405-9967, V. Castillo, G. Hernández Cruz, G. Ramírez Zúñiga and R. Ramos Mora, Revista de Investigación Científica y Tecnológica, Vol.61, Pag.386-391, Memorias de congresos.



**Note: Device for obtaining volumetric, three-component velocity fields inside cylindrical cavities**

G. Ramírez, J. Núñez, G. N. Hernández, G. Hernández-Cruz, and E. Ramos

Citation: [Review of Scientific Instruments](#) **86**, 116101 (2015); doi: 10.1063/1.4934975

View online: <http://dx.doi.org/10.1063/1.4934975>

View Table of Contents: <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/rsi/86/11?ver=pdfcov>

Published by the [AIP Publishing](#)

---

**Articles you may be interested in**

[Motion of a free cylinder inside a rotating water-filled drum](#)

Phys. Fluids **27**, 083602 (2015); 10.1063/1.4928938

[The effect of anisotropic and isotropic roughness on the convective stability of the rotating disk boundary layer](#)

Phys. Fluids **27**, 014107 (2015); 10.1063/1.4906091

[Free convection in square cavity driven by discrete three source–sink pairs on one sidewall](#)

AIP Conf. Proc. **1440**, 242 (2012); 10.1063/1.4704223

[Revisiting the two first instabilities of the flow in an annular rotor-stator cavity](#)

Phys. Fluids **21**, 064106 (2009); 10.1063/1.3156859

[Inverted velocity profiles in rarefied cylindrical Couette gas flow and the impact of the accommodation coefficient](#)

Phys. Fluids **17**, 047102 (2005); 10.1063/1.1868034

---

An advertisement for Lake Shore CRYOTRONICS. The background is a blue gradient with a photograph of a complex cryogenic device. The Lake Shore CRYOTRONICS logo is in the top left. The text 'For early-stage R&amp;D' is in a large, bold, dark blue font, with 'Explore the benefits of cryogenic device probing' in a smaller, white font below it. A play button icon is in the bottom right corner.

## Note: Device for obtaining volumetric, three-component velocity fields inside cylindrical cavities

G. Ramírez,<sup>1</sup> J. Núñez,<sup>2</sup> G. N. Hernández,<sup>1</sup> G. Hernández-Cruz,<sup>1</sup> and E. Ramos<sup>1,a)</sup>

<sup>1</sup>Renewable Energy Institute, Universidad Nacional Autónoma de México, 62580 Temixco, Morelos, Mexico

<sup>2</sup>Universidad de la Ciénega del Estado de Michoacán de Ocampo, 59103 Sahuayo, Michoacán, Mexico

(Received 22 April 2015; accepted 18 October 2015; published online 2 November 2015)

We describe a device designed and built to obtain the three-component, steady state velocity field in the whole volume occupied by a fluid in motion contained in a cavity with cylindrical walls. The prototype comprises a two-camera stereoscopic particle image velocimetry system mounted on a platform that rotates around the volume under analysis and a slip ring arrangement that transmits data from the rotating sensors to the data storage elements. Sample observations are presented for natural convection in a cylindrical container but other flows can be analyzed. © 2015 AIP Publishing LLC. [<http://dx.doi.org/10.1063/1.4934975>]

Flows confined in cylindrical containers have been studied in order to understand their rich dynamic behavior, and also because they are frequently found in many technological applications such as chemical reactors, cyclones, and others. Refs. 1 and 2 provide examples of such studies. An important specific example is the natural convective flow, generated by the simultaneous effect of the force of gravity and temperature gradients that occurs in crucibles used for crystal growth.<sup>3</sup> Numerous studies have been conducted in order to observe and understand these flows since their dynamics have a large influence on the optical and electronic properties of the crystals.<sup>4</sup> Qualitative experimental observations regarding natural convective flows in cylindrical containers have been made using various flow visualization techniques including long exposure tracer images and cutting light planes. When the flow is axisymmetric and azimuthal velocity is absent, a single plane passing through the axis of symmetry reveals all the details of the motion, as the flow is essentially two-dimensional. In any other case, more than one plane is required to capture all of the flow, or at least its most relevant details. An example of the observation of a non-symmetric flow using mutually perpendicular sets of planes was recently reported.<sup>5</sup> Although a large amount of experimental information was made available with the device that was built for this purpose, the limited number of planes analyzed did not allow for the reconstruction of the velocity field in the entire volume. In this article, we describe an experimental system that obtains the three-component velocity field in the whole volume of a cylindrical container. This system is limited to steady flows but is otherwise equivalent to a tomographic particle image velocimetry (PIV).<sup>6</sup>

The main data acquisition system of the device is a stereoscopic PIV system that captures the three components of the velocity field in one plane, which will be called the *interrogation* plane. In order to obtain information on the three components in the full volume contained inside the cylindrical

cavity, the interrogation plane rotates around the cylinder's axis of symmetry and the velocity field is captured. The main parts of the prototype are the convective cell, the stereoscopic PIV system, which is composed of two video cameras and the light sheet formation optics, the circular base that rotates around the cell, and the light source (a laser diode). The relative position of the components is shown in Figures 1 and 2(b).

The convective cell consists of a lateral wall made of soda lime glass tubing measuring 24 mm height by 16 mm diameter, and copper upper and lower walls. Two thermoelectric plates (TE Technology, 60 W maximum power consumption) in contact with the horizontal walls (copper plugs) provide high and low constant temperature conditions at the lower and upper walls, respectively. The cavity is aligned with the axis of rotation of the system. The geometrical magnitudes of the cavity can be changed in a relatively small range with no major modifications to the equipment. A cylindrical glass shroud, also made of soda lime glass tubing 35 mm in external diameter, placed coaxially around the cavity, is used to thermally insulate the convective cell from ambient temperature fluctuations. Also, in order to improve the quality of the optical access to the flow under analysis, the gap between the cell and the shroud is filled with optical oil with an index of refraction of 1.52. The refractive index matching of the glass-oil-glass sandwich made of the shroud, the optical oil, and the lateral cell wall minimizes the refraction of the laser light plane and improves the quality of the observations. The exploded view of the cell is shown in Figure 2(a).

The three-component velocity field in a plane is obtained with a stereoscopic PIV system composed of an OZ Optics light plane generator utilizing a Powell lens, and two Allied Vision Technologies (Pike F-032/B) cameras that capture up to 120 fps, aligned at  $\pm 42^\circ$  from the vertical plane, perpendicular to the direction of the light beam. Each camera is equipped with a Computar lens with a focal distance of 12 mm. They are also equipped with a CCD sensor of  $640 \times 480$  pixels with a resolution depth of 16 bits. The magnification factor for a typical image of the convective cell is 23.75 pixels/mm. All components of the PIV system are mounted on a circular base that rotates around the axis of symmetry of the

<sup>a)</sup>Author to whom correspondence should be addressed. Electronic mail: [erm@ier.unam.mx](mailto:erm@ier.unam.mx)

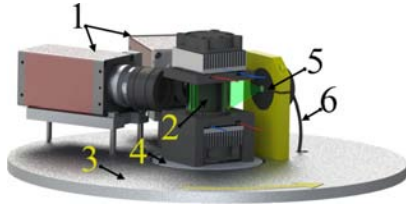


FIG. 1. Rotating stereoscopic PIV. (1) Video cameras, (2) convective cell, (3) PIV base, (4) convective cell base, (5) optics, and (6) optical fiber carrying the light from the laser diode (not shown). The PIV base rotates around the convective cell base.

cylindrical convective cell, and the base of the convective cell remains in a fixed position. Thus, the light sheet that defines the interrogation plane enters the cell from different azimuthal directions, scanning the cylindrical volume. The light source is a laser diode with an output of 300 mW and a wavelength of 532 nm, connected to the Powell lens via an optical fiber. The light beam has a span angle of  $30^\circ$  and a thickness of approximately 0.7 mm. Power is supplied to the laser diode and to the two cameras via slip rings (LNT model MS-070 with 24 independent rings). The output signal of the rotating cameras is sent through the slip ring arrangement to an IEEE-1394 FireWire card installed in a personal computer. Figure 2(b) shows a plan view of the rotating stereoscopic PIV system, showing that the cameras are placed at  $21^\circ$  from the direction perpendicular to the interrogation plane defined by the light beam. The angle between the two cameras is  $42^\circ$ , which exceeds the  $30^\circ$  recommended for stereoscopic PIV. Optimal interrogation regions were found to be  $16 \times 16$  pixels with 50% overlap. Compensation for the effect of image aberration due to refraction of light by the curved surfaces was produced in the post-process by using the image of a grid for calibration. A LabVIEW subroutine was built to simultaneously acquire the images from the two cameras. The post-processing of the stereoscopic images was done with LaVision analysis software (DaVis) but other correlation software can be used.

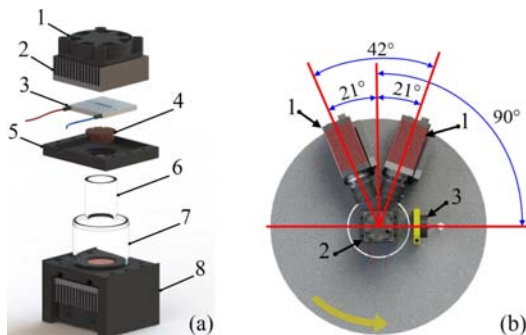


FIG. 2. (a) Exploded view of the convective cell and heat exchangers. (1) Fan, (2) heat sink, (3) thermoelectric device, (4) copper plug, (5) upper mount, (6) lateral wall of cavity, (7) glass shroud, and (8) lower constant temperature setup. (b) Plan view of the rotating stereoscopic PIV system. The line that bisects the optical axes of the cameras is perpendicular to the line indicating the position of the light plane. (1) Cameras, (2) convective cell and heat exchangers, and (3) optical system. The convective cell base does not rotate.

A stepper-motor-driven angular mount (Thorlabs NR3 60S/M) generates the constant-velocity angular displacement of the rotating base, which is computer controlled with a LabVIEW protocol. Although only  $180^\circ$  are required for exploration of the volume, the system allows for an arbitrary number of turns. Several full-turn explorations are used for data redundancy. The motorized mount rotates at a speed ranging from  $0.5^\circ$  to  $50^\circ/\text{s}$  and it can support a load of 50 kg. Given that the measuring device and the flow under analysis have relative rotation, for the correct interpretation of the velocity fields recorded with PIV, the relative azimuthal velocity should be subtracted.

With regard to calibration, the procedure is as follows: we keep the fluid inside the cylinder motionless and capture the images from the visualization system that rotates around the cell with a constant angular velocity. The velocity field observed, only due to the relative rotating motion, should coincide with the rotation of a rigid body. Observations were made in the absence of flow by setting a high temperature at the upper wall and a low temperature at the lower wall. The azimuthal velocity corresponds to the rotation of the cameras and manifests itself as a velocity normal to the illuminated plane that can be captured with the stereoscopic PIV. The results obtained are illustrated in Figure 3, where the velocity normal to the interrogation plane ( $v$ ) is averaged over the vertical coordinate at 75 locations in the radial direction. The graph contains data from five observations at (nominal) angular velocities of  $0.5^\circ/\text{s}$ ,  $1^\circ/\text{s}$ ,  $2.5^\circ/\text{s}$ ,  $5^\circ/\text{s}$ , and  $10^\circ/\text{s}$ . The straight lines are the lines of best fit for each of the data sets, and, as expected, linear behavior was observed. The precision (standard deviation) of the measurements ranges from  $1.35 \times 10^{-5}$  to  $5.28 \times 10^{-5}$  m/s with the smallest and largest values corresponding to the smallest and largest velocities, respectively. The accuracy is less than  $2.24 \times 10^{-5}$  m/s. The close coincidence of the observations and the expected value indicates the correct performance of the stereoscopic PIV system.

In order to assess the capabilities and limitations of the device, we present sample results from observations of a natural convective flow inside a cylinder. We used distilled water as working fluid and the convective cell was partially filled to form a water cylinder with an aspect ratio of 1.13.

Experimental observations were made around a full turn of  $360^\circ$  with the base rotating at a speed of  $8.7 \times 10^{-3}$  radians/s ( $0.5^\circ/\text{s}$ ) and images were obtained at a rate of 15 frames/s.

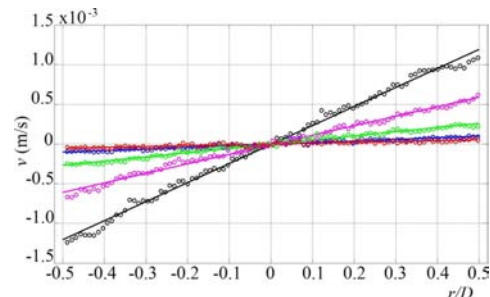


FIG. 3. The relative velocity recorded by the device, corresponding to the rotation of a solid body.

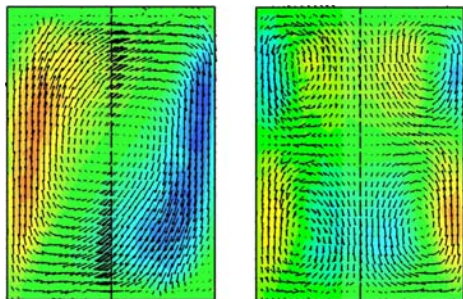


FIG. 4. In-plane (vectors) and normal velocity (color) fields in two mutually perpendicular planes. Left: plane AA'. Right: plane BB'. The vertical broken line is the axis of symmetry of the cylinder.

Figure 4 shows the in-plane and normal velocity fields for two mutually perpendicular planes. In one plane (AA'), a single, non-axisymmetric cell is observed, while the other is a four-vortex structure (plane BB'). Inspection of the velocity fields at other azimuthal orientations indicate that the velocity distribution in plane BB' is the only one that is symmetric with respect to the mid-vertical line. The planes with information on the velocity fields at different azimuthal orientations can be used to reconstruct the three-component velocity field in the whole volume by merging them with an appropriate rotation mapping. With this procedure, velocity distributions in planes not observed directly can be obtained. In Figure 5, the reconstructed radial and azimuthal velocities in horizontal planes at axial positions  $z = 3H/4$  (18 mm from the bottom plane) and  $z = H/4$  (6 mm from the bottom plane) are given. The color indicates the magnitude of the axial velocity. As a further illustration of this procedure, we reconstruct the axial component of the velocity field in the volume and draw the isosurfaces of constant axial velocity for  $w = \pm 0.001$  m/s. The two dimensional manifolds are shown in Figure 6.

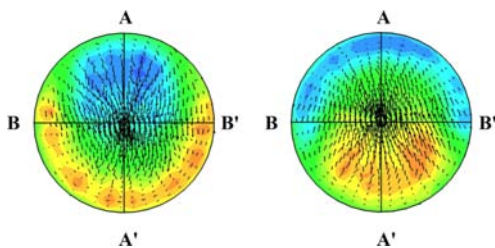


FIG. 5. Radial and azimuthal velocities in horizontal planes at  $z = 3H/4$  (18 mm from the bottom plane) and  $z = H/4$  (6 mm from the bottom plane).

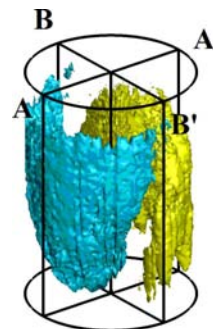


FIG. 6. Flow isosurfaces for  $w = \pm 0.001$  m/s.

We conclude by adding that the long-term objective of this project is the observation of the natural convective flow inside cylindrical cavities under two conditions: (a) in the presence of terrestrial gravity acceleration and (b) in the presence of gravity plus Coriolis and centrifugal accelerations. For the latter case, the system is to be mounted in the gondola of a centrifuge where the sum of the terrestrial and centrifugal accelerations may be up to 20 g.

The geometrical and mechanical properties of the centrifuge can be found in Ref. 7. Although in this article we describe observations only for case (a), above, we note that in preparation for future applications, the design described herein satisfies the requirements for both cases. It is also important to emphasize that other flows enclosed in containers with cylindrical geometry can also be analyzed with the device described.

<sup>1</sup>R. Touihri, H. B. Hadid, and D. Henry, "On the onset of convective instabilities in cylindrical cavities heated from below. I. Pure thermal case," *Phys. Fluids* **11**, 2078–2088 (1999).

<sup>2</sup>R. Hreiz, C. Gentric, N. Midoux, R. Lainé, and D. Funfschilling, "Hydrodynamics and velocity measurements in gas–liquid swirling flows in cylindrical cyclones," *Chem. Eng. Res. Des.* **92**, 2231–2246 (2014).

<sup>3</sup>M. Lappa, "Review: Thermal convection and related instabilities in models of crystal growth from the melt on earth and in microgravity: Past history and current status," *Cryst. Res. Technol.* **40**(6), 531–549 (2005).

<sup>4</sup>G. Müller, G. Neumann, and W. Weber, "Natural convection in vertical Bridgman configurations," *J. Cryst. Growth* **70**, 78–93 (1984).

<sup>5</sup>J. Núñez, M. López-Caballero, E. Ramos, G. Hernández-Cruz, M. Vargas, and S. Cuevas, "Verification and experimental validation of a numerical simulation of natural convection in a slender cylinder," *Int. J. Heat Fluid Flow* **38**, 118–125 (2012).

<sup>6</sup>F. Scarano, "Tomographic PIV: Principles and practice," *Meas. Sci. Technol.* **24**, 012001 (2013).

<sup>7</sup>M. Vargas, E. Ramos, G. Ascanio, R. Espejel, G. Esquivel, and G. Hernández-Cruz, "A centrifuge for studies of fluid dynamics phenomena," *Rev. Mex. Fis.* **48**, 255–266 (2002).



# Solidification in the Presence of Natural Convection in a Hele-Shaw Cell

G. Ramírez, J.E. Cisneros, G. Hernández Cruz and E. Ramos

**Abstract** The solidification of water with particles in a suspension that fills the gap in a Hele-Shaw cell has been experimentally studied by visualization and using particle image velocimetry (PIV). The upper wall of the cell is kept at a temperature lower than  $0^{\circ}\text{C}$ , while the lower wall is exposed to ambient temperature. Water starts solidifying near the upper wall of the cell, and a solidification front moves in the downward direction. Since the temperature gradient established is unstable in the gravity acceleration field, the liquid acquires a natural convective motion, and the solidification and convection interact with each other. The growth of the solidification region in the Hele-Shaw cell modifies the volume available to the liquid and in this way determines the convection pattern. In turn, the convective flow of the liquid is an efficient heat pump at the liquid-solid boundary, and determines the velocity and geometry of the solidification front. We present quantitative data of the velocity and shape of the solidification front and the velocity field in the liquid region as functions of time. We have found that the convective motion stops when the aspect ratio (height/width) of the liquid region is approximately 0.45 and from this time on, the motion of the solidification front follows Stefan's law.

---

G. Ramírez (✉) · J.E. Cisneros · G. Hernández-Cruz · E. Ramos  
Renewable Energy Institute, Universidad Nacional Autónoma de México,  
62580 Temixco, Mor, Mexico  
e-mail: guraz@ier.unam.mx

J.E. Cisneros  
e-mail: jcx2514@gmail.com

G. Hernández-Cruz  
e-mail: ghc@ier.unam.mx

E. Ramos  
e-mail: erm@ier.unam.mx

© Springer International Publishing Switzerland 2015  
J. Klapp et al. (eds.), *Selected Topics of Computational and  
Experimental Fluid Mechanics*, Environmental Science and Engineering,  
DOI 10.1007/978-3-319-11487-3\_28

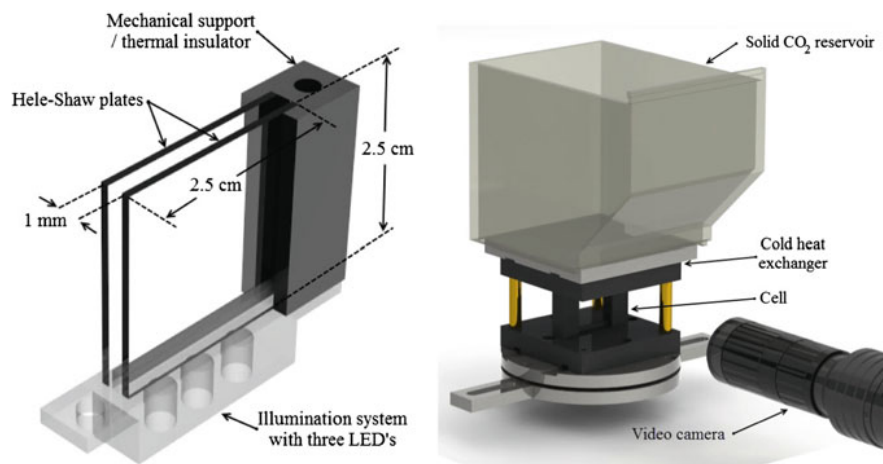
## 1 Introduction

The phenomenon of solidification is of great importance in many industrial processes like casting, refrigeration, crystal growth and others. Frequently, in these processes, the large temperature gradients and the unavoidable presence of gravity results in a convective motion that interacts with the change of phase. In turn, the geometry modification of the volume occupied by the fluid is decisive for the dynamic characteristics of the convective motion making this a two-way coupled phenomenon. The systematic study of heat transfer during solidification started in the nineteenth century with the analysis of the displacement of a solidification front by J. Stefan in the context of ice formation in the polar seas. In the classical Stefan problem, the growth of the solid takes place in absence of fluid motion, and it considers a one dimensional system composed of the liquid and solid regions and the interface, whose position is determined by the heat exchange between the two phases. An important result of this theory indicates that the displacement of the solidification front is proportional to the square root of time. Many refinements and generalizations of this model that consider more realistic physical situations are now available in the literature. See, for instance, Langlois (1985). Specifically, a two dimensional model of the solidification front indicates that a straight front is unstable and develops a wavy shape whose crests evolve to form cusps that are interpreted as the precursors of fingers and dendrites (Davis 1990). Presently, it is recognized that the solidification process is extremely complex, and many studies have focused in the description of the microstructure of the newly formed solid. A topic that has received much attention is the formation of a semisolid region that forms between the solid and the liquid regions which has been named the “mushy layer” and that has its own complex dynamics. For instance, the solidification of an aqueous ammonium chloride solution confined in a Hele-Shaw was studied by Chen (1995) to clarify the role played by the local convection in the formation of channels devoid of solid or “chimneys” in the solidified material. An approximate estimation of the convective velocity near the solidification front is given, but no attempt is made to describe the velocity distribution or its time dependence. In the presence of a body force, the thermal gradients that take place due to the latent heat released at the solidification front induce buoyancy-driven convection that greatly affects the interfacial patterns, i.e. the solidification microstructures that are present in the solidified material (Rosenberger 1979; Worster 1997). The emphasis of the present study is not on the analysis of the solid structure or in the liquid-solid transition layer but in the fluid motion. This phenomenon is strongly dependent on the geometry of the container, and thus our observations refer to a quasi two-dimensional motion in the direction parallel to the Hele-Shaw plates.

## 2 Experimental Device and Visualization Methods

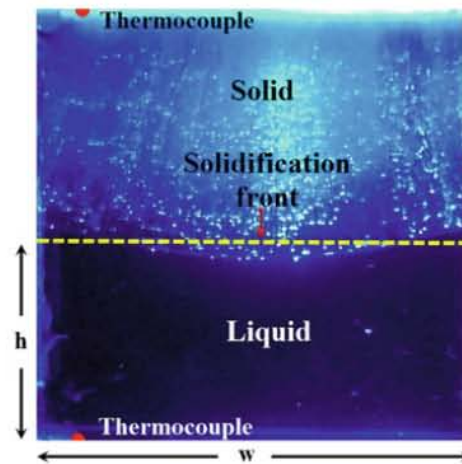
The experimental device where observations were made consists of a Hele-Shaw cell formed by two 1 mm thick glass plates with an area of  $2.0\text{ cm} \times 2.0\text{ cm}$ . The plates were separated 1 mm by Nylamid pieces placed along the vertical walls of the cell which provide mechanical support and thermal insulation. The upper horizontal wall of the cell is a piece of copper that is physically in contact with the cold side of a square thermoelectric device. The hot side of the thermoelectric is in contact with a heat sink which is constituted by a container filled with pellets of solid  $\text{CO}_2$  and designed such that a mini fan blows the cold gaseous  $\text{CO}_2$  product of the sublimation to the upper wall of the Hele-Shaw cell. The illumination of the fluid inside the cell is made through the lower horizontal wall which is made of a plexiglas piece that acts as a light guide for three white light emitting diodes. The cell arrangement is shown in the left panel of Fig. 1. Small holes at the lower part of the vertical walls connected to atmospheric pressure allow for the expansion of the working fluid as it is cooled. The cell is fixed on a breadboard and aligned to a Microsoft,  $960 \times 540$  pixels video camera that captures images at 15 fps (see the right panel of Fig. 1). The resulting spatial resolution is 23 pixels per mm. Special care was required to prevent water condensation from the ambient on the external walls of the cell since this reduces the quality of the images, and may modify the boundary conditions on the faces of the cell.

The working fluid is water with small ( $10\ \mu\text{m}$  in diameter) neutrally buoyant hollowed glass particles in suspension. The temperature of the fluid inside the cell is monitored with two thermocouples located near the top and bottom horizontal walls as shown in Fig. 2. The flow pattern and the position of the solidification front are captured with the video camera and analyzed with the PIVLab software and image processing tools. The maximum velocity observed is  $0.8\text{ mm/s}$  and the interrogation



**Fig. 1** *Left* Geometry and components of the Hele-Shaw cell. *Right* Experimental setup showing the heat sink (solid  $\text{CO}_2$  reservoir), and the position of the video camera

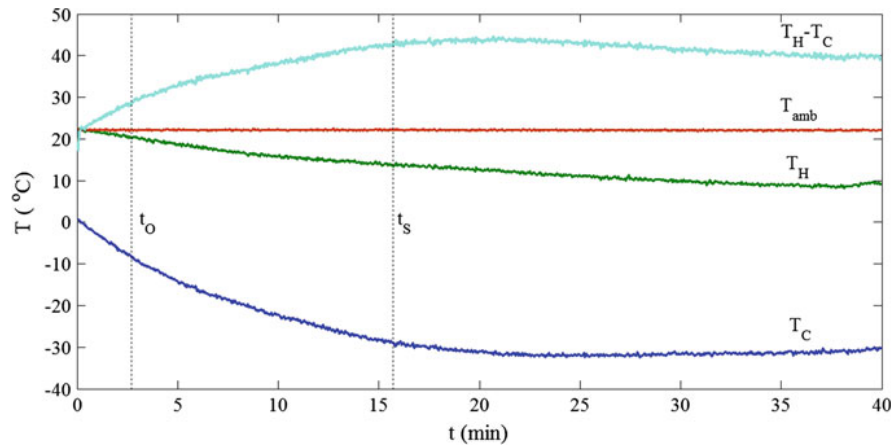
**Fig. 2** Sample image of the cell and the solidification front. The positions of the upper and lower thermocouples are indicated by red dots. The horizontal broken line is the average vertical position of the solidification front.  $h$  is the (time dependent) vertical magnitude of the volume occupied by the liquid and  $w$  is the width of the cell



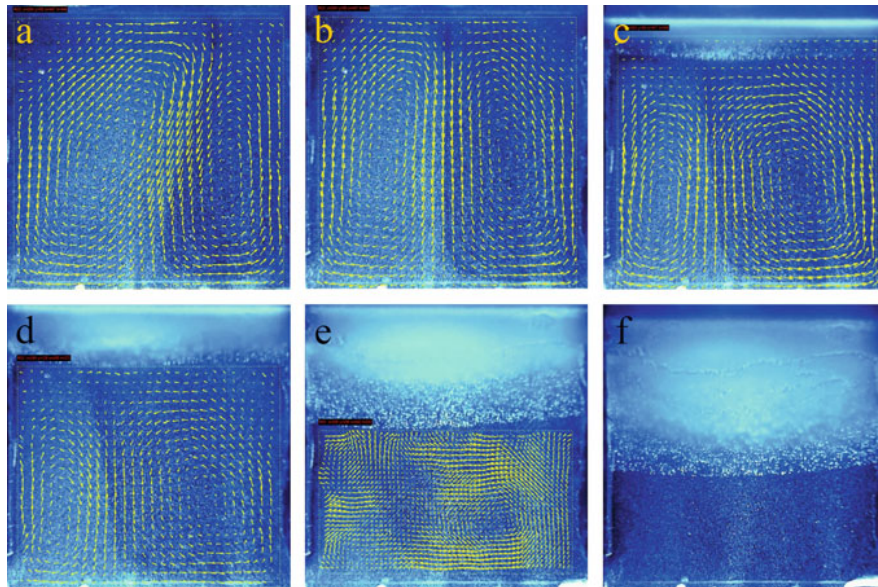
area is  $12 \times 6$  pixels with an overlap of 50%. The flow is mostly two dimensional and the color contrast between the solid and the liquid produced by the illumination coming from the lower wall of the cell provides images of excellent quality as can be seen in Fig. 2.

### 3 Results

As heat is pumped from the fluid and from the lower boundary by the upper, colder boundary, the temperature inside the cell drops and the thermodynamic conditions inside the cell correspond to solidification. As will be described in more detail below, the present design and operation of the cooling system leads to time-dependent upper and lower temperature boundary conditions. Although this feature makes it difficult to generalize the results presented in this report, it is expected that the qualitative observations will be similar to those obtained by keeping constant temperature boundary conditions. The total observation time is of the order of 40 min when the solidification front touches the lower wall of the cell. The temperature of the thermocouples inside the cell are shown in Fig. 3. As it can be seen, the temperature of the upper wall ( $T_C$ ) is a monotonously decreasing function of time with an initial value of  $0^\circ\text{C}$  and a final reading of approximately  $-30^\circ\text{C}$ . The temperature of the lower wall ( $T_H$ ) is  $22.5^\circ\text{C}$  at the onset of the observations and reduces to  $10^\circ\text{C}$  at the end of the experiment. The temperature gradient between the upper and lower walls ( $T_H - T_C$ ) is initially  $20^\circ\text{C}$  but settles to  $40^\circ\text{C}$  after approximately 14 min from the beginning of the experimental observations. Ambient temperature ( $T_{amb}$ ) is  $22^\circ\text{C}$  throughout the experiment. The vertical broken lines in the figure indicate the earliest time where the solidification front can be identified ( $t_o = 2.7$  min) and the time when the motion of the fluid stops ( $t_s = 15.7$  min).



**Fig. 3** Temperatures as functions of time.  $T_C$  denotes the temperature at the upper wall,  $T_H$  is temperature at the lower wall,  $T_{amb}$  is ambient temperature and  $T_H - T_C$  is the temperature difference between the lower and upper horizontal walls.  $t_o$  and  $t_s$  indicate respectively the onset of solidification and the time when the liquid in the system becomes stagnant



**Fig. 4** Velocity field in the liquid region of the cell and advancing solidification front for six snapshots. The *white zone* on the upper part of the images is ice. **a**  $t = 2$  min,  $Ra = 10^5$ ; **b**  $t = 3.5$  min,  $Ra = 6.9 \times 10^4$ ; **c**  $t = 6$  min,  $Ra = 3.6 \times 10^4$ ; **d**  $t = 8$  min,  $Ra = 1.9 \times 10^4$ ; **e**  $t = 10.5$  min,  $Ra = 9 \times 10^3$ ; **f**  $t = 17.1$  min,  $Ra = 3.2 \times 10^3$

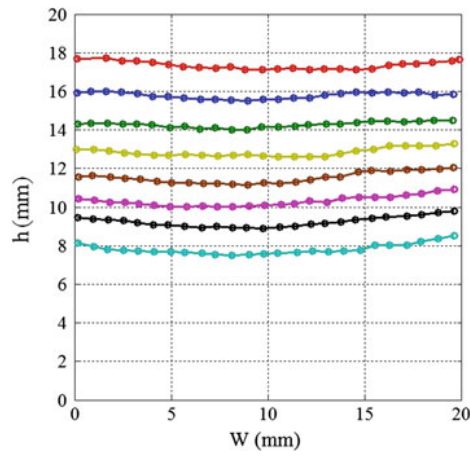
A sequence of six representative snapshots that illustrate the dynamic behavior of the convective flow observed inside the cell is shown in Fig. 4. The velocity field obtained with the PIV technique is superposed to the liquid region to give quantitative information on the convective pattern. The most important feature of the flow is that the motion of the solidification front has the effect of modifying the aspect ratio of the volume where the fluid moves and therefore it has a definite influence on the dynamics and convective pattern. The dynamics of the convective flow is conveniently described in terms of the Rayleigh number ( $Ra$ ) defined as

$$Ra = \frac{g\beta\Delta Th^3}{\alpha\nu}, \quad (1)$$

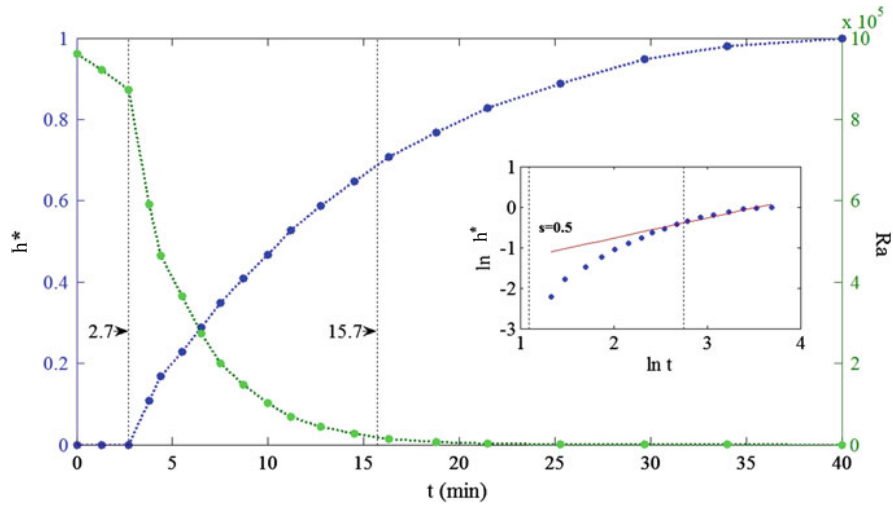
where  $g$  is the acceleration of gravity,  $\beta$ ,  $\alpha$  and  $\nu$  are respectively the coefficient of thermal expansion, the thermal diffusivity and the kinematic viscosity of the liquid. Since the thermal properties are functions of temperature, we have considered average values. The temperature difference between the upper and lowermost regions of the fluid, which in our case coincide with the solidification front, and the lower wall of the cell is  $\Delta T$ . As shown in Fig. 2, the distance between the upper and lower boundaries of the liquid region in the cell is denoted by  $h$ . Notice that this distance reduces in time as the solidification front advances and, as was mentioned in the first paragraph of this section,  $\Delta T$  is also time dependent and therefore the Rayleigh number is modified as the solidification progresses.

At the onset of the experiment, when the aspect ratio  $A = h/w = 1$ , a single convective cell moving counterclockwise is observed. The average velocity is 0.66 mm/s, the Rayleigh number is  $Ra = 10^5$  and the energy per unit mass of the system is  $4.4 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}^2$ . Then, the single cell evolves into two symmetric cells with fluid descending in the central region and ascending near the vertical walls of the cell as shown in Fig. 4b, at  $t = 3.5 \text{ min}$  and  $A = 1$  since no advance of the solidification front can be noticed,  $Ra = 6.9 \times 10^4$ . The average velocity is 0.73 mm/s and the energy is  $5.3 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}^2$ . In later stages, the two cell configuration persists (see Fig. 4c, d), and then the patterns of convective motion in the cell becomes highly irregular and undergo time dependent motions with time scales of the order of seconds when the aspect ratio is in the range  $0.6 < A < 0.5$ , as illustrated in Fig. 4e. At approximately 15.7 min after the onset of the observation when the aspect ratio  $A \sim 0.45$ , the liquid motion stops and the solidification proceeds in a stagnant fluid for the rest of the observation. The critical Rayleigh number when the convective motion stops is  $Ra^c = 3.2 \times 10^3$ .

The shape of the solidification front at different times is shown in Fig. 5. The front grows slightly faster near the center but its curvature is small. This effect is attributed to imperfect thermal insulation at the vertical walls of the cell. Observe that this feature is consistent with the rotation direction of the double cells displayed in Fig. 4b where the relatively hot fluid ascends near the vertical walls. It was found that at the scale of the cell, the geometry of the front is stable in the sense that no preferential growth positions along the solid front were detected; the whole front moves approximately at the same speed toward the lower wall.



**Fig. 5** Profiles of the solidification front as a function of time. Starting at the uppermost profile downwards, the position of the solidification fronts are captured at  $t = 6.1, 7.6, 9.2, 10.7, 12.3, 13.8, 15.4, 17.7$  min



**Fig. 6** Normalized position of the solidification front  $h^*$  and Rayleigh number based on the height of the liquid region as functions of time. In the inset, the log-log plot of the solidification front position as a function of time is given to establish the  $h^* \sim t^{1/2}$  relation for  $t > 15.7$  min. The vertical lines in the inset indicate the times corresponding to 3 and 15.7 min respectively

The time evolution of the position of the (normalized) solidification front  $h^* = 1 - h/h(t = 0)$  and the Rayleigh number  $Ra$  are shown in Fig. 6. The front starts moving at  $t = 2.7$  min (indicated in the graph with a vertical line) and reaches its maximum value at  $t = 40$  min. The Rayleigh number is a monotonously decreasing function of time, but before the formation of the solidification front, the slope is

smaller since  $\Delta T$  is decreasing but the aspect ratio remains constant. Then, two effects contribute to the reduction of the Rayleigh number, the characteristic distance  $h$  gets smaller as time progresses and the temperature gradient is also smaller. The critical Rayleigh number when the motion of the liquid stops is indicated with the second vertical line. Although the solidification front is not a horizontal line as would be required by a one-dimensional model, a simple one dimensional heat transfer balance at the position where phase change takes place can be proposed, considering also that the liquid is motionless. Upon assuming that the heat released at the solidification front is conducted away by the solid phase, the velocity of the front is proportional to the temperature difference at the front position and the temperature at the boundary condition in the ice divided by the distance that separates them. i.e.

$$-k \frac{T_f - T_C}{y} = \mathcal{L} v_f = -\mathcal{L} \frac{dy}{dt} \quad (2)$$

where  $k$  is the heat conductivity of ice,  $T_f$  is the temperature at the solidification front, the  $\mathcal{L}$  is the enthalpy of phase change and  $y$  is the position of the front which is a function of time. The previous expression can be integrated considering that  $y = 0$  at  $t = 0$ . The result indicates that the position of the front is given by:

$$y(t) = Ct^{1/2} \quad \text{where} \quad C = \frac{\mathcal{L}}{k(T_f - T_C)} \quad (3)$$

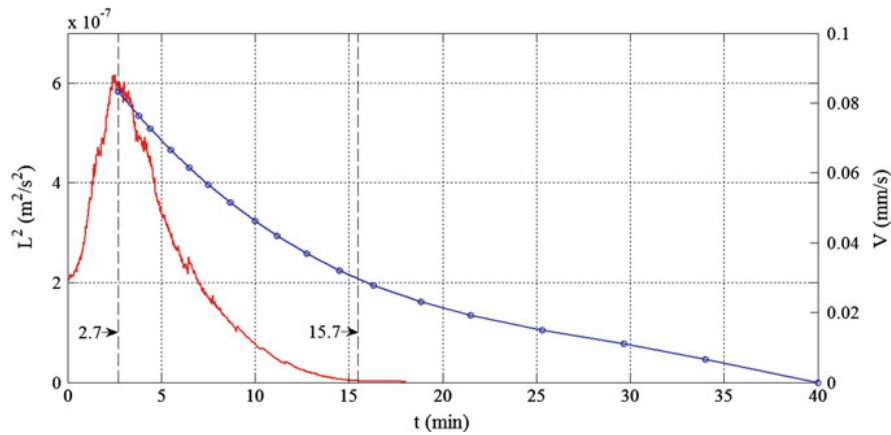
Even though the front is not a horizontal line but has a small curvature, the simple model indicates the correct value of the exponent of time as compared with the observation once the velocity of the liquid has become small enough at time  $t > 15.7$  min. This feature is illustrated in the inset in Fig. 6. Although the motion of the solidification front has a major influence on the dynamics of the convective motion, under our experimental conditions, the motion of the fluid does not greatly modify the shape of the liquid-solid interface.

The intensity of the motion of the liquid is obtained by calculating the  $L^2$  norm of the flow defined by:

$$L^2 = \frac{1}{V_o} \int_{V_o} (u^2 + v^2) dV_o, \quad (4)$$

where  $V_o(t)$  is the volume occupied by the liquid and is a function of time. The velocity components in the  $x$  and  $y$  directions are  $u$  and  $v$  respectively. Under the approximation of constant density,  $L^2$  corresponds to twice the kinetic energy of the system. As can be observed from Fig. 7, the convective motion starts when the unstable temperature gradient is established in the cell and the velocity increases at  $t = 3$  min due to the increase in the temperature gradient and the concurrent condition of constant aspect ratio of the liquid volume (see Fig. 3). At approximately  $t = 3$  min, the solidification front starts moving downwards shortening the volume available to the liquid and the kinetic energy of the system reduces monotonically until the fluid





**Fig. 7** Red trace Kinetic energy of the flow  $L^2$  as a function of time. Blue trace Velocity of the solidification front

becomes stagnant at  $t = 15.7$  min. The velocity of the solidification front is also shown in Fig. 7 to emphasize the different time scales of liquid and solid motions.

## 4 Discussion and Conclusions

Solidification in the presence of natural convection has been observed in a quasi two dimensional system composed by water with spherical particles in suspension confined to a Hele-Shaw cell. The experimental arrangement permits a full visualization of the process both in the solid and the liquid regions. In the present experimental set up, the temperature boundary conditions on the upper and lower horizontal walls are time dependent, but it is expected that the qualitative features of the results observed are similar to those obtained in the time independent case. Our observations indicate that the reduction of the region occupied by the liquid impacts greatly on the convective pattern, but the shape of the solidification front is not much affected by the convective motion. The presence of particle tracers may arguably modify the dynamics of the solidification as compared with the a pure liquid (Peppin et al. 2007); however, it is likely that this effect has its largest impact at a microscopic level and not on the macroscopic scale which is the main objective of the present report.

**Acknowledgments** Guillermo Ramírez acknowledges support from CONACYT-Mexico through MSc. and PhD. grants. Mr. Agustín Barrera built an early version of the convective cell.

## References

- Chen CF (1995) Experimental study of convection in a mushy layer during directional solidification. *J Fluid Mech* 293:81–98
- Davis SH (1990) Hydrodynamic interactions in directional solidification. *J Fluid Mech* 212:241–262
- Langlois WE (1985) Buoyancy-driven flows in crystal growth melts. *Annu Rev Fluid Mech* 17:191–215
- Peppin SSL, Worster MG, Wettlaufer JS (2007) Morphological instability in freezing colloidal suspensions. *Proc R Soc A* 463:723–733
- Rosenberger F (1979) *Fundamentals of crystal growth I*. Springer, Berlin
- Worster MG (1997) Convection in mushy layers. *Annu Rev Fluid Mech* 29:91–122



XXX Edición, Durango, Dgo., México, octubre 2015

## A basket aerodynamics prototype design for a centrifuge

**G. Ramírez-Zúñiga, Guillermo Hernández-Cruz, Eduardo Ramos, J. Antonio Castillo**  
Instituto de Energías Renovables  
Privada Xochicalco s/n, Temixco, Morelos, México.  
[guraz@ier.unam.mx](mailto:guraz@ier.unam.mx); [ghc@ier.unam.mx](mailto:ghc@ier.unam.mx); [erm@ier.unam.mx](mailto:erm@ier.unam.mx), [jadat@ier.unam.mx](mailto:jadat@ier.unam.mx)  
**Minerva Vargas**  
Instituto Tecnológico de Zacatepec  
Calzada Tecnológico No. 27, Zacatepec de Hidalgo, Morelos, México.  
[minerva.vv@itzacatepec.edu.mx](mailto:minerva.vv@itzacatepec.edu.mx)

### ABSTRACT

Fluid mechanics and heat transfer research are realized under enhanced gravity conditions in a centrifuge. Its aim is know the gravity effect over different phenomena like as natural convection, drop evaporation, etc. At ends of each arms of the centrifuge is located a container or basket in order to carried different experimental setups inside it. Currently research experiments are increased and its complexity hence demand a newer centrifuge with better performance. Aim of this work present a basket design, its manufacture process and visualization flow pattern around an aerodynamic basket prototype. This feature is related NACA-64A210 profile and

$$\frac{X^n}{a^n} + \frac{Y^n}{b^n} = 1 \quad \text{equation.}$$

**Keywords:** Centrifuge, enhanced gravity, NACA profile, aerodynamics, water channel.

### ◆ 1 INTRODUCTION

Research activities on the Thermoscience Department of the Renewable Energy Institute IER-UNAM are related heat and mass transfer and fluid dynamics phenomena. In order to analyze the effects of the terrestrial gravity acceleration  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ , a centrifuge with  $14g$  was constructed [1]. Previous experiments were done under a broad range of gravity lower than  $14g$  [2-4]. With the science advancement in fluid mechanics, nowadays, new kind of complex experiments are proposed. Figure 1 shows some examples of the versatile experimental setups as: Point Diffraction Interferometer and Stereoscopic Particle Image Velocimetry (SPIV).

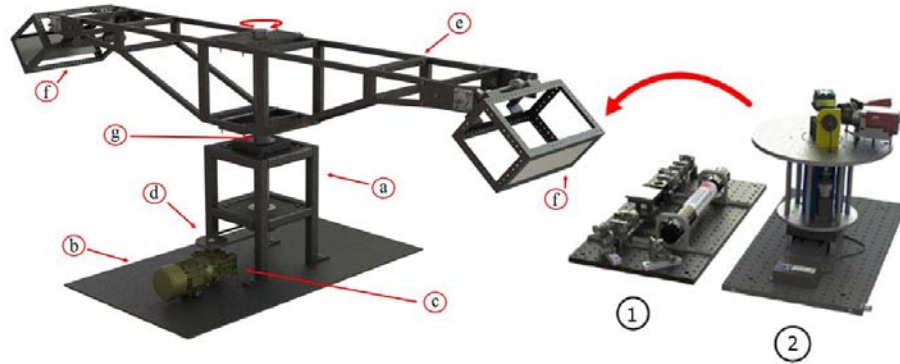


Figure 1. Centrifuge and its components. a) Centrifuge basement, b) Anti-vibration foundation c) Three phase motor, d) Belts, e) Arms and rotating structure, f) Baskets or gondolas, and g) Rotation shaft. 1. Point diffraction interferometer and 2. Experimental equipment of Stereoscopic Particle Image Velocimetry.

One of the several technical restrictions to use these new experimental setups in a centrifuge is the inner basket space, in addition to its weight and energy consumption. Hence, a redesign of a new centrifuge and baskets is required. An alternative structure of the new centrifuge will be constructed to operate at 20 g, its construction is ongoing at CCADET-UNAM. In addition-newer baskets have been designed to support 20 g, experiments and equipment weights. Aerodynamics has been considered in the design to minimize vibrations with air flow around the basket when it spins.

## ◆ 2 AERODYNAMICS AND MECHANICAL DESIGN

The basket design in frontal and rear section is based on NACA-64A210 profile. Modifying it in such a way that it is symmetrical. The result is shown in Figure 2. The new modified 2D geometry of the NACA-64A210 profile is divided to get the frontal and rear parts of the basket (Figure 3).

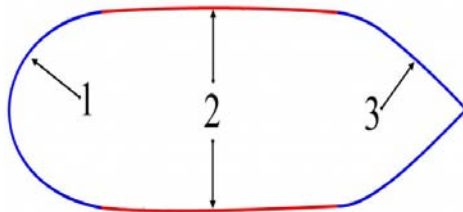


Figure 2. 2D NACA-64A210 modified profile, 1) frontal part, 2) intermediate part and 3) rear part

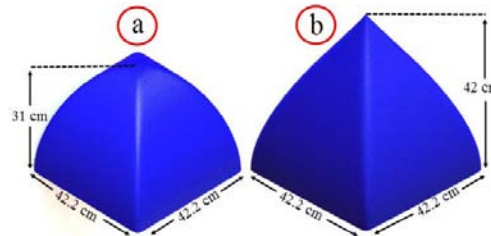


Figure 3. Three-dimensional representation, frontal (a) and rear (b) section of the profile.

Additionally we used the expression 1, to fit the 2D geometry of the NACA profile to a cross section of the intermediate section of the basket.

$$\frac{X^n}{a^n} + \frac{Y^n}{b^n} = 1 \quad (1)$$

MatLab software was used to generate the 3D profiles and Solidworks software for CAD models to fitting assembling parts.

The internal structure of the basket supports total weight experimental equipment, it has been designed with following technical conditions:

1. Weight of the experimental equipment: 10 kg.
2. Total weight of the basket: 26 kg.
3. Resultant acceleration of the basket: 20 g ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ ), 196.2 m/s<sup>2</sup>
4. Dimensions of the intermediate section (enclosure for the experimentation) of the basket: length 0.60 m, width 0.402 m and height 0.402 m.

Taking into account the above requirements, it has been decided to use an anodized aluminum material 6063-T6 (IPS profile of 40x40 mm). In addition has been used: standard fasteners, reinforced corners of aluminum 6063-T6, reinforcing standard angles and high-strength bolts. Figure 4 shows the geometry of the internal structure of the basket (rectangular geometry).

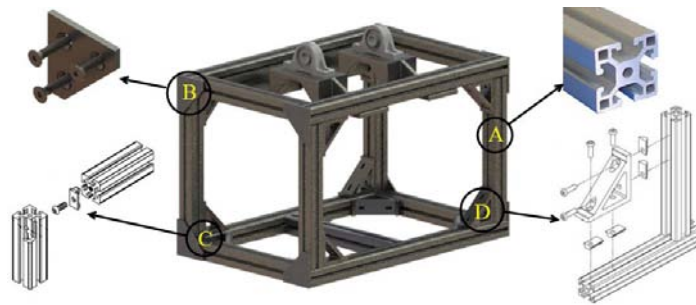


Figure 4. Internal structure of the basket, A) IPS profile 40x40 mm, B) reinforced corner, C) assembly by high-strength bolts, and D) assembly of the structure which reinforcing standard angles.

Structural design is verified and validated using the Finite Element Method for the analysis of mechanical stress with SolidWorks software. Figure 5 shows the assembly of the basket, which consists of a fiberglass cover (front and rear parts of the profile, cover of the intermediate section and a lid) and the internal metallic structure. The photography of the intermediate metallic structure and the final assembly basket are shown in Figure 6.

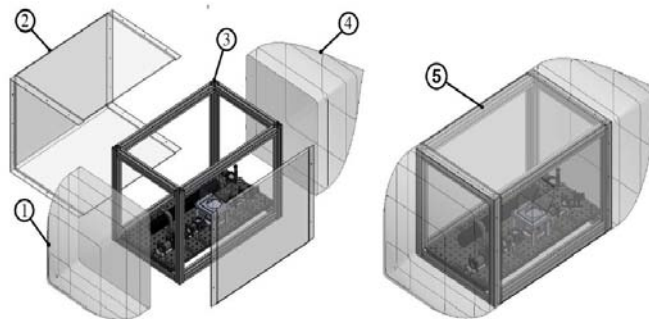


Figure 5. Basket section. 1) Frontal part, 2) intermediate section, 3) metallic structure, 4) rear section, y 5) basket assembly.



Figure 6. 1) Intermediate structure basket, 2) aerodynamic basket

### 3 AERODYNAMICS GEOMETRY VALIDATION

At increased gravity conditions, the aerodynamics geometry of the basket is a crucial factor. Pressure forces over frontal surface of the container produce vibrations when it spins at higher angular velocities greater than 60 RPM. This effect is modified if the basket has an aerodynamics profile and a lighter material cover with minimal roughness. The aerodynamics features of the basket profile are determined, in full scale, by Reynolds number  $Re_{fs}$ . The  $Re_{fs} = 1.5 \times 10^6$  at  $20g$ , is calculated by using real conditions of the velocity  $U_{fs} = 19.16$  m/s, the characteristic length of the basket  $L_{fs} = 1.3$  m, the air density  $\rho = 1.1839$  kg/m<sup>3</sup> and the viscosity  $\mu = 1.846 \times 10^{-5}$  kg/ms at 25 C [5]. The arm length 1.87 m, is a distance from center of the axis of the centrifuge to basket floor. Last condition is considered if the position of the container is aligned with the centrifuge arms.

#### ◆ 4 EXPERIMENTAL SET UP

The experimental setup is composed of an open water channel (OWC), a scaled model, and a SPIV measurement system. The OWC, with glass walls, has a length of 6.00 m, height of 0.50 m, and width of 0.315 m. The test section has a length of 1.00 m, beginning at 4.0 m from the water inlet (Figure 10a). At the inlet, the OWC has a settling chamber to reduce transverse and vertical turbulence intensity and velocity differences. A curved ramp is placed at the end of the OWC to maintain a constant water depth of 0.41 m and to reduce the water outlet influence on the test section. The scaled model (Figure 10b), in scale 1: 7, was made of polylactic acid (PLA). At OWC test section, the scaled model produce a recommended blockage ratio below 2.7% [6]. A SPIV system was used to measure the three velocity components on the center plane of the flow (Figure 10b). The system is composed of a twin-cavity Nd-YAG laser (New Wave RESEARCH Solo120 XT-15 Hz) with integrated optics for a light sheet output, two digital high resolution cameras (Nikon AF NIKKOR 50 mm 1:1.4 D) and a high-precision electronic controller (LaVision VC-ImagerPro 2M) that synchronizes the laser pulse emission with the camera shots. The control, data acquisition and the processing were



done by using LaVision Davis 7.2 program [7]. For each experiment, a total of 90 velocity vector fields were taken with an interval of 0.04 s.

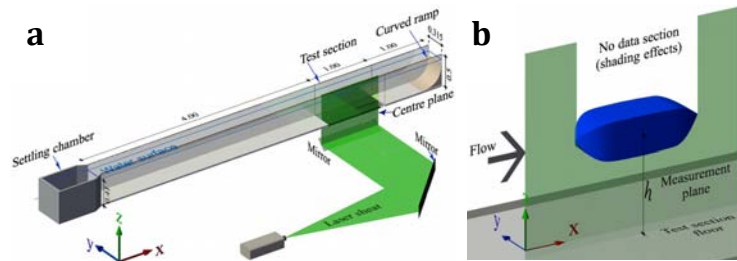


Figure 10. Open water channel sketch: (a) Perspective view with dimensions, units in meters; (b) Test section, scaled model height above the test section floor  $h = 0.15$  m and measurement centerplane.

#### ◆ 5 EXPERIMENTAL RESULTS

The dynamic similarity was applied with Reynolds number, in small scale,  $Re_{sc} = u_r L_r / \nu = 2.20 \times 10^4$  where  $u_r = 0.106$  m/s is the reference wind velocity at the scaled model height above the test section floor  $h = 0.15$  m (Figure 11b),  $L_r = 0.0875$  m is the characteristic length geometry of the basket and  $\nu = 8.94 \times 10^{-7}$  m<sup>2</sup>/s is the kinematic viscosity at the water temperature  $T_w = 25$  °C. In the OWC test section, the profiles of the vertical velocity  $U(z)$  and the intensity turbulence  $I(z)$  were achieved, in accordance with an uniform mean velocity profile and low turbulence intensity, by using a honeycomb at the settling chamber. The profiles, shown in Figure 11a, are representative for the case where only the basket is moving and where the speed of the surrounding air is zero [6]

The internal structure of the basket supports the total weight experimental equipment and it has been designed with following technical conditions. The reference mean wind speed  $U_r$  and a reference turbulence intensity  $I_r = 6\%$  were measured at  $h$ .



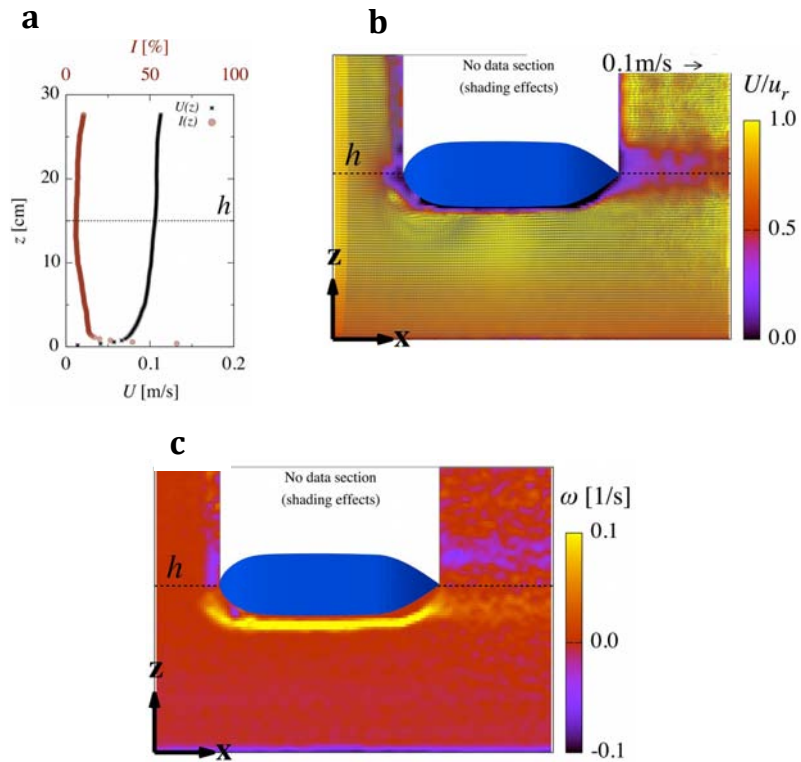


Figure 11. (a) Velocity  $U$  and Turbulence Intensity  $I$  vertical profiles. (b) Velocity vector and velocity magnitude maps at vertical centerplane. (c) Vorticity map at vertical centerplane.

The velocity vector and velocity magnitude maps in the vertical centerplane are shown in Figure 11b. It can be observed that the boundary layer is conserved along the model surface. In the tail of the model a wake is formed with an average velocity factor below 0.5 respect to  $u_r$ . Figure 11c shows the vorticity map in the vertical centerplane. Two cylindrical structures are formed in the flow direction, the first positive in the upper model surface and the second negative in the lower model surface. The structures are present from the head until the tail. In Figures 11b and 11c, a white area has no experimental data as a result of shading effects. The experimental results show a velocity vertical component lower than the streamwise velocity component that indicates an aerodynamic shape successfully designed.



XXX Edición, Durango, Dgo., México, octubre 2015

## ◆ 6 DISCUSSION

The experiments were carried out in an open water channel using scale models. SPIV shows lower resolution close to the model faces which is caused by the shading effects. Hence, the complete interaction of the basket geometry with the fluid, presented in this work, can not be calculated at this stage of the research. It is expected that future CDF simulations could help to calculate it.

## ◆ 7 CONCLUSIONS

It has built a basket of 1.3 m in length, with a cross section of square 0.402 m. This basket has a profile similar to a NACA airfoil geometry. In tests on a scale model (1: 7) into an open water channel, it is certain that the air flow around the basket does not generated vortices. Therefore no vibrations are generated, the primary purpose of geometry designed aerodynamics.

## 8 Acknowledgements

The authors would like to thank to J.A Cruz-Martínez, J.A.Flores Neri, F. Navarro Martínez, M. Flores López in the support of the basic study in the aerodynamics, mechanical and electrical basket design. To Jaime Lopez by machined basket and technical assistance.

## REFERENCES

- [1] Vargas M., Ramos E. Ascanio G., Espejel R., Esquivel G. Hernández-Cruz G.. A centrifuge for studies a fluid dynamics phenomena in a rotating frame of reference. *Revista Mexicana de Física*, 2002, 48, 3, 255-266.
- [2] Vargas M. Rincón M.E., Sanchez Tizapa M. Ramos E. Mesoporous titanium oxide carbon nanotubes soot films dreid under gravity and supergravity conditions. 2008, AIP Conference Proceedings.
- [3] Ordeñana-Martínez A.S., Rincón M.E., Vargas M., Estrada-Vargas A., Casillas N. , Bárcena-Soto M. Ramos E. Carbon nanotubes/carbon xerogel-nafion electrodes: a comparative study of preparation methods, *J. Solid State Electrochem*, 2012, 16, 12, 3777-3782.
- [4] Ordeñana-Martínez A.S., Rincón M.E., Vargas M., Ramos E. Impedance response of carbon nanotube–titania electrodes dried under modified gravity, *Thin Solid Films*, 2011, 519,16, 5403–5407.



[5] White F., Fluid Mechanics, Fifth edition McGraw Hill, 2010.

[6] Toparlak Y, Blocken B., A following car influences cyclist drag: CFD simulations and wind tunnel measurements. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamic, 2015, 145, 178-186.

[7] LaVision (Ed.): Product-Manual for Davis 7.2. Flow Master Getting Started, 2006, LaVision GmbH, Göttingen.

*Novasitz* : Revista de Investigación Científica y Tecnológica

ISSN: 1405-9967



1 TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO  
Instituto Tecnológico de Zacatepec

# Novasitz

REVISTA DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y TECNOLÓGICA

CONGRESO INTERNACIONAL EN TECNOLOGÍA, INNOVACIÓN Y DOCENCIA  
**CITID 2015**

**2015**

**NO. 61**  
**SEPTIEMBRE 2015**

ISSN No. 1405-9967  
Certificado de Licitud de Título No. 11163  
Certificado de Licitud de Contenido No. 7734  
Cui otorga la comisión calificadora de publicaciones  
y revistas ilustradas de la Secretaría de Gobernación  
Reserva 04-2005-091915321800-102



# DIRECTORIO

**Ing. Roberto Ortiz Delgadillo.**  
DIRECTOR.

**MTI. Adriana Ivett de la Roca Chiapas.**  
ENCARGADA DE LA SUBDIRECCIÓN  
DE PLANEACIÓN.

**Dr. Miguel Ángel Chagolla Gaona.**  
SUBDIRECTOR ACADÉMICO.

**Ing. Raymundo Real Palencia**  
SUBDIRECTOR DE  
SERVICIOS ADMINISTRATIVOS.

**Ing. Alma Lilly Nava Sedano.**  
JEFA DEL DEPARTAMENTO DE  
COMUNICACIÓN Y DIFUSIÓN.

**C. Eduardo Vázquez Aranda.**  
JEFE DE LA OFICINA DE DIFUSIÓN ESCRITA.

**Lic. Celerino Alonso Nájera**  
JEFE DE LA OFICINA DE DIFUSIÓN AUDIOVISUAL.

**C. Arturo Fernández Ortiz**  
JEFE DE LA OFICINA DE EDITORIAL

**C. Susana Castro Martínez.**  
SECRETARIA.

**C. Cesar A. Lagunas Juárez**

**C. Jesús Basilio Castrejón Cortez**  
AUXILIARES

**COORDINADOR TÉCNICO DE  
LA REVISTA NOUSITZ**

**Dr. René Salgado Delgado**

**Tiraje 250 ejemplares Distribución Gratuita.**

**REVISTA ARBITRADA**

**Septiembre - 2015**

## CONSEJO EDITORIAL

**Ing. Roberto Ortiz Delgadillo**  
DIRECTOR DEL PLANTEL

**Dr. Miguel Ángel Chagolla Gaona**  
SECRETARIO ACADÉMICO

**MTI. Adriana Ivett de la Roca Chiapas**  
SECRETARIA DE RELACIONES  
INTERNAS Y EXTERNAS

**Ing. Raymundo Real Palencia**  
SECRETARIO DE FINANZAS  
Y COMERCIALIZACIÓN

**MARH. María del Rocío Ramírez Miranda**  
SECRETARIA TÉCNICO

**Ing. Alma Lilly Nava Sedano**  
JEFA DE INFORMACIÓN

**C. Eduardo Vázquez Aranda**  
JEFE DE EDICIÓN Y PRODUCCIÓN

**Ing. Yanet Castrejón Hernández**  
JEFA DE EDICIÓN DIGITAL

**Ing. Narda Martínez García**  
JEFA DE RESGUARDO Y DISTRIBUCIÓN  
DE PUBLICACIONES.

## ASESORES

**DR. EDGAR GARCÍA HERNÁNDEZ**

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

**DR. FRANCISCO JAVIER HERNÁNDEZ CAMPOS**

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

**DR. FRANCISCO JAVIER CARTUJANO ESCOBAR**

DEPTO DE SISTEMAS Y COMPUTACIÓN

**ING. RICARDO RODRÍGUEZ ROBLEDO**

DEPTO. DE METAL-MECANICA

**DR. RENE SALGADO DELGADO**

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

**DRA. ANA CELIA CAMPOS HERNÁNDEZ**

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

**M.C. ÁNGEL SANDOVAL JACOBO**

DEPTO. CIENCIAS BÁSICAS

**DRA. MINERVA GUADALUPE VARGAS VEGA**

POSGRADO DE METAL-MECANICA

**ING. CLAUDIA BARRETÓ CABRERA**

DEPTO. DE ING. INDUSTRIAL

**ING. CLAUDIA NOGUERÓN GONZÁLEZ**

INFORMÁTICA Y COMPUTACIÓN

**MARH. ROBERTO YÁÑEZ HERNÁNDEZ**

CIENCIAS ECONÓMICO ADMINISTRATIVAS

**LIC. BLANCA NIEVES CABRERA LÓPEZ**

CIENCIAS ECONÓMICO ADMINISTRATIVAS

## **CARACTERIZACIÓN DE UNA CENTRÍFUGA DE 4 METROS DE DIÁMETRO DEL INSTITUTO DE ENERGÍAS RENOVABLES PARA EL ESTUDIO DE TRASFERENCIA DE CALOR A GRAVEDAD AUMENTADA.**

**V. Castillo<sup>1</sup>, G. Hernández Cruz<sup>2</sup>, G. Ramírez Zúñiga<sup>3</sup> and R. Ramos Mora<sup>4</sup>**

<sup>1</sup>Instituto de Energías Renovables (IER) – vmcp@ier.unam.mx; <sup>2</sup> Instituto de Energías Renovables (IER) – ghc@ier.unam.mx; Instituto de Energías Renovables (IER) – guraz@ier.unam.mx<sup>3</sup>; Instituto de Energías Renovables (IER) – erm@ier.unam.mx<sup>4</sup>;

*Área de participación: Termofluidos y Energía*

**Resumen** – Se muestran los resultados obtenidos en la caracterización de la centrífuga del Departamento de Termociencias del Instituto de Energías Renovables, mediante la implementación de programas realizados para el control de la velocidad de operación de la centrífuga, circuitos electrónicos para la medición de la temperatura, RPM (velocidad angular), humedad y aceleración resultante al interior de la canastilla.

Para el control de la velocidad de la centrífuga, se utilizó una tarjeta de adquisición de datos DAQ-NI USB 6008, de National Instruments, la cual por medio de sus salidas digitales envía a un variador de frecuencia (dispositivo electrónico para el control de la frecuencia de operación del motor de CA, variando su frecuencia se varía la velocidad de dicho equipo) las señales correspondientes para el encendido, paro y selección de velocidad de la centrífuga, todo esto por medio de una interfaz USB.

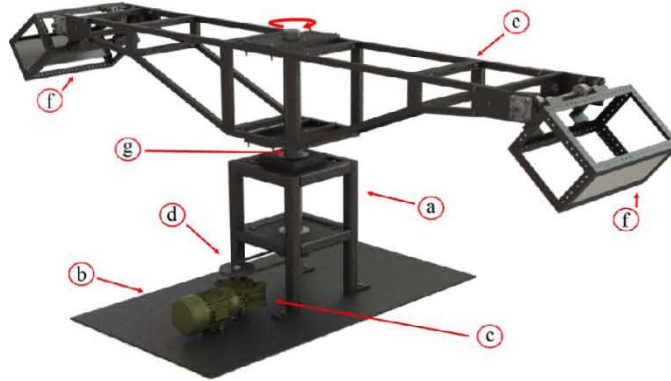
Para determinar las RPM de operación de la maquina rotatoria se implementó un tacómetro, el cual se adaptó en la parte inferior del eje central de la centrífuga y para realizar la medición de la aceleración, humedad y temperatura se utilizó un acelerómetro tipo capacitivo marca kistler K-BEAM 8303A50 y un sensor HMZ-433A1 respectivamente, para la visualización de todos los datos se implementó una página web, por medio de una tarjeta de adquisición de datos Arduino Yún.

### **Introducción**

Una centrífuga es un aparato mecánico que emplea la aceleración centrífuga para separar sustancias de diferentes densidades o generar gravedades superiores a la de la tierra para estudios experimentales que requieran estas condiciones.

En el laboratorio de Transferencia de Energía y Masa del departamento de Termociencias del IER-UNAM, se construyó una centrífuga, para la realización de experimentos enfocados al estudio de la mecánica de fluidos y transferencia de calor a gravedad aumentada [1] [2].

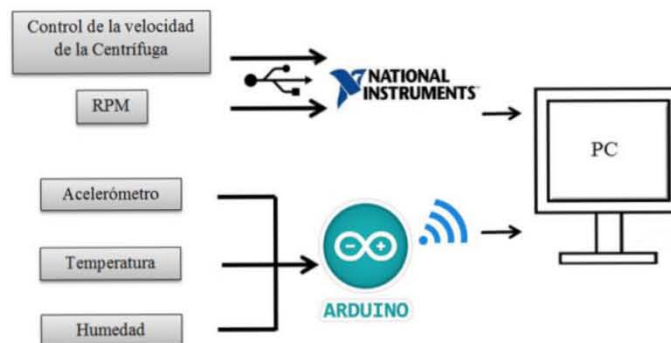
La caracterización de los parámetros de aceleración, humedad, temperatura y velocidad angular de la centrífuga, son de vital importancia para determinar las condiciones ambientales y físicas en las que se realizan los experimentos a gravedad aumentada. A continuación en la figura 1 se puede apreciar las partes más importantes de la centrífuga del Departamento de Termociencias.



**Figura 1** - Centrífuga del IER, Componentes no rotatorios: a) Soporte central, b) Placa metálica, c) Motor, d) Sistema transmisión mecánica a base de poleas. Componentes rotatorios: e) Estructura rotacional, f) Canastillas, g) Eje central.

### Sección Experimental

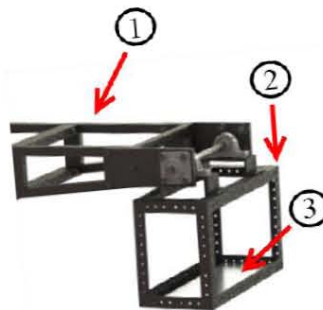
Para determinar las condiciones ambientales en la que se desarrollan los estudios experimentales se determinó monitorear y almacenar los valores de la aceleración (acelerómetro capacitivo Kistler K-BEAM-8303A50), temperatura y humedad (sensor HMZ-433A1), estos sensores se conectan directamente a una tarjeta Arduino Yún, la cual despliega los datos en una página de internet. Para caracterizar y determinar el correcto funcionamiento de la centrífuga se optó por medir las revoluciones por minuto de giro (tacómetro digital a base de sensores optoelectrónicos y tarjeta de adquisición Daq-6008), la aceleración (sensor antes mencionado) y tener un control electrónico de la velocidad angular (control mediante tarjeta de adquisición Daq-6008, circuito de acondicionamiento y aislamiento de baja a alta potencia, y variador de frecuencia para motores



**Figura 2** - Diagrama a bloques de la instrumentación de la centrífuga

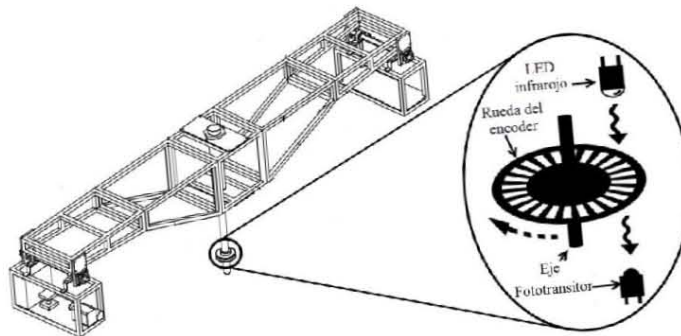
trifásicos). En la Figura 2 se muestra un diagrama a bloques de las variables medidas y su forma de adquisición a través de las diferentes tarjetas de usadas para este propósito.

Como se puede apreciar en la figura 3.3, es al interior de la canastilla donde se realizan las mediciones correspondientes a los parámetros de humedad, temperatura y aceleración con sus respectivos sensores. Cabe mencionar que el Arduino Yún también se encuentra ubicado dentro de la canastilla.



**Figura 3** – Lugar de medición para los parámetros de temperatura, humedad y aceleración. 1) Brazo, 2) Canastilla, 3) Punto de medición de humedad, temperatura y aceleración

Por otro lado en la figura 4 se observa la ubicación del sistema para la medición de la velocidad angular, el cual está posicionado en el parte inferior del eje principal de la centrífuga.



**Figura 4** – Ubicación del tacómetro en la centrífuga.



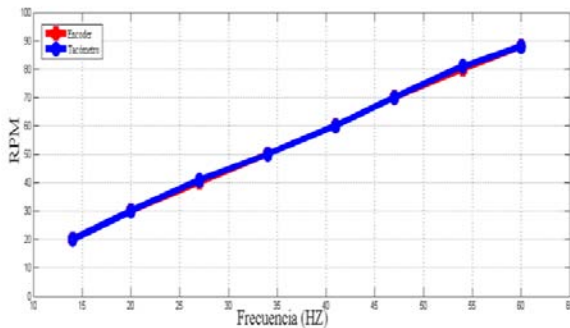
### Resultados y Discusión

Se desarrolló un programa general para el control del encendido, apagado y velocidad del motor CA, utilizando una interfaz USB Daq-6008 y el software comercial LabView, (figura 3).

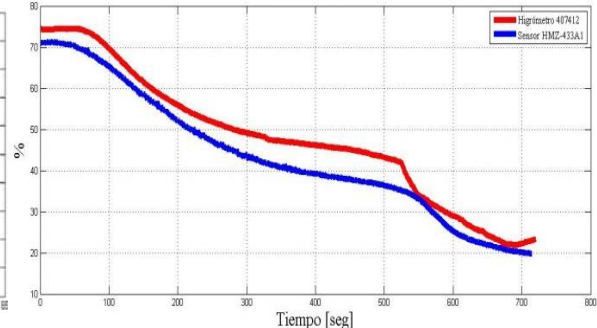


**Figura 3** – Control de velocidad para la centrífuga, realizado en LabView

Por otro lado, se realizaron pruebas para la validación del correcto funcionamiento del encoder adaptado en el eje principal de la centrífuga (figura 4), así como pruebas de funcionamiento al sensor de temperatura, humedad (figura 5) y aceleración (figura 6), utilizando el microcontrolador Arduino Yún (figura 7).



**Figura 4** – Velocidad angular contra frecuencia de operación del motor

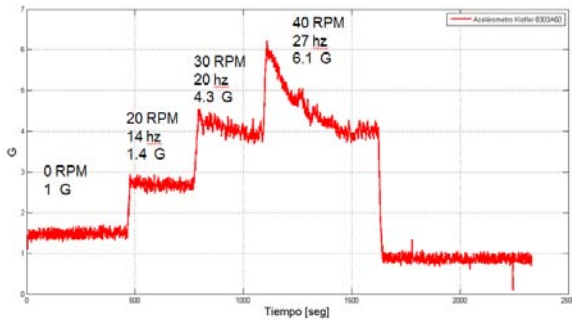


**Figura 5** – Medición de la humedad al interior de un recinto sellado

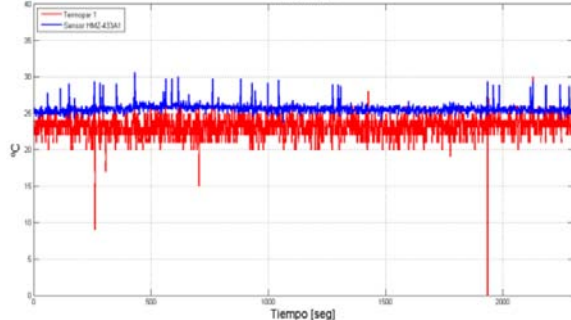
El tacómetro fabricado (Figura 4 línea roja) se comparó con uno comercial (Figura 4 línea azul), con la finalidad de determinar su correcto funcionamiento, al final de

la prueba se comprobó que ambas mediciones son similares. Por otro lado, en la Figura 5 se muestra las mediciones del sensor de humedad (línea roja) y el sensor comercial ExTech (línea azul), la principal razón de la discrepancia en las mediciones se debe a la sensibilidad del sensor HMZ-433A1, para fines prácticos la medición es correcta.

Por último se muestran las gráficas de la medición de la aceleración resultante al interior de la canastilla con el sensor Kistler (Figura 5), este sensor no se pudo comparar con otro dispositivo para verificar su correcto funcionamiento, pero se comparó contra datos teóricos, de los cuales se pueden comprobar su correcto funcionamiento. En la Figura 6 se muestra los resultados de las mediciones de la temperatura al interior de la canastilla con el sensor HMZ-433A1 (línea azul) y un termopar (línea roja) como referencia, se puede observar que el termopar es muy sensible a cambios ligeros en la temperatura, por ello se observan fluctuaciones, pero ambos sensores en promedio reportan una temperatura de 25 °C.



**Figura 5** – Aceleración en función del tiempo.



**Figura 6** – Temperatura en función del tiempo.

**Conclusiones**

El programa de control para la operación de la centrifuga utiliza una interfaz USB, permite manipular la maquina rotatoria empleando cualquier computadora actual, en comparación al antiguo control que se empleaba, ya que utilizaba como interfaz de comunicación el puerto paralelo, el cual actualmente está discontinuado. Una de las posibles mejoras a este programa elaborado es la utilización del Data Dashboard de National Instruments, aplicación que podría permitir controlar de forma remota la centrifuga mediante una tableta electrónica.

Se logró la caracterización de los parámetros de la centrifuga, éstos son de vital importancia para la experimentación requerida a gravedad aumentada. El monitoreo de la temperatura, humedad, aceleración y velocidad angular durante los ensayos brindan los datos necesarios para la documentación de los experimentos realizados, los cuales a su vez después de un análisis determinarán las condiciones particulares en las que se observan fenómenos importantes en las investigaciones realizadas por el Departamento de Termociencias.

La implementación de una página web por medio del microcontrolador Arduino Yún, permite visualizar la información de los sensores de monitoreo durante la operación del aparato, de esta manera, el operador tiene una idea más precisa de las condiciones en las cuales el experimento se está llevando a cabo, de una manera segura y accesible desde Internet.

### **Agradecimientos**

Al Instituto de Energías Renovables, principalmente al laboratorio de Transferencia de Energía y Masa, donde se realizó este proyecto de residencia. Al Dr. Eduardo Ramos Mora, al M. I. Guillermo Ramírez Zúñiga y al Ing. Guillermo Hernández Cruz, por sus asesorías, consejos y críticas, con el fin de mejorar este trabajo. Al Ing. Héctor Daniel Cortés González y al Ing. Alfredo Quiroz Ruiz, por facilitar el equipo de adquisición de datos y por la capacitación del uso del software web utilizado respectivamente.

### **Referencias**

52. M. Vargas, E. Ramos, and G. Ascanio. *A centrifuge for studies of fluid dynamics phenomena in a rotating frame of reference*. 2002, 255.
53. Ocampo J. y Ramírez D. *Convección natural en sistemas rotatorios*. Reporte de Residencia, ITZ, 2005.