



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
INGENIERÍA ELÉCTRICA - CONTROL

MODELADO Y ESTIMACIÓN DE ESTADOS EN SISTEMAS
ELÉCTRICOS DE POTENCIA

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:
NATANAEL VIEYRA VALENCIA

TUTOR PRINCIPAL
DR. PAUL ROLANDO MAYA ORTIZ
FACULTAD DE INGENIERÍA, UNAM

CIUDAD UNIVERSITARIA, CD. MX., AGOSTO , 2016



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Marco Antonio Arteaga Pérez
Secretario: Dr. Luis Miguel Castro González
Vocal: Dr. Paul Rolando Maya Ortíz
1er. Suplente: Dr. Gonzalo Sandoval Rodríguez
2o. Suplente: Dra. María Cristina Verde Rodarte

La tesis se realizó en Posgrado de Ingeniería, UNAM.

TUTOR DE TESIS:

Dr. Paul Rolando Maya Ortiz
Facultad de Ingeniería, UNAM

A mis padres.
Maria Elena Valencia Rosas
Sergio Vieyra Salgado

Resumen

La estimación de estados en los sistemas eléctricos de potencia es un tema que ha sido ampliamente estudiado por la comunidad científica, contar con el valor de los estados permite tomar acciones de control correctivas según la situación lo requiera. Comúnmente esta tarea se ha realizado con un enfoque estático. Mediante una serie de mediciones consideradas por intervalos de tiempo se puede determinar el valor del fasor del voltaje en cada uno de los buses del sistema. Trabajar con este tipo de estimación presenta algunos inconvenientes; se depende directamente de los dispositivos de medición y tampoco se tiene la posibilidad de capturar eficientemente el comportamiento dinámico del sistema. De esta manera se puede comprender la necesidad de explorar nuevos modelos de sistemas de potencia y algoritmos de estimación que nos permitan realizar la tarea de estimación de una forma dinámica.

Por ésta y otras razones se desea explotar las propiedades de los sistemas diferenciales algebraicos con el fin de contar con un modelo que nos brinde una descripción más detallada de un sistema de potencia, que comprenda a la parte dinámica de la máquina y la parte algebraica correspondiente a las ecuaciones de red. En este trabajo se analizan las condiciones de observabilidad y de estabilidad local en sistemas diferenciales algebraicos, necesarias para poder estimar al estado en un sistema de este tipo.

Posteriormente, una vez entendidas las condiciones antes mencionadas, se brinda una explicación sobre la teoría del filtro de Kalman y sus respectivas modificaciones; el filtro de Kalman Unscented y el filtro de Kalman Extendido. Estos algoritmos de estimación nos permiten trabajar con sistemas diferenciales algebraicos, abriendo la posibilidad de estimar los estados diferenciales y algebraicos del sistema de potencia.

Finalmente se muestran los resultados obtenidos al implementar ambos filtros de Kalman en un sistema de potencia. Se tiene la oportunidad de comparar los desempeños de estas dos técnicas de estimación además de contar con una nueva alternativa a la estimación estática de estados.

Índice general

Índice de figuras	VII
Índice de tablas	IX
1. Introducción	5
1.1. Sistemas Eléctricos de Potencia	5
1.2. Condiciones de operación de un SEP	5
1.3. Estimación de Estados en un SEP	7
1.4. Motivación	8
1.5. Estado del Arte	9
1.6. Objetivos	11
1.7. Contribuciones	12
1.8. Contenido de la tesis	12
2. Marco Teórico	15
2.1. Observabilidad en SDA	15
2.1.1. SDA no lineales	16
2.1.2. Observabilidad Suave	17
2.2. Análisis de estabilidad local	19
2.3. Modelo Diferencial Algebraico de un SEP	21
2.3.1. Modelo del Generador	21
2.3.1.1. Modelo de un eje	22
2.3.2. Modelo de carga	22
2.3.3. Potencias de la red	23
2.3.4. Ecuaciones de Bus	23
2.3.4.1. Buses de generador	23
2.3.4.2. Buses de carga	24
2.3.5. Modelo de Medición	24
2.3.6. Modelos simplificados de un SEP	24
2.4. Simulación en tiempo real de un SEP	26
2.4.1. Implicaciones de un modelo SDA	26
2.4.2. El porqué de utilizar el <i>ODE15s</i>	29

3. Estimación de estados en SEP expresados como un SDA	31
3.1. Técnicas de estimación de estados para SDA no lineales	31
3.1.1. Modelo para la estimación de estados	32
3.1.2. Filtro de Kalman Extendido para SDA	34
3.1.2.1. Algoritmo de Estimación	35
3.1.3. Filtro de Kalman Unscented para SDA	37
4. Resultados	45
4.1. Resultados	45
4.1.1. Metodología	45
4.2. Sistema de 3 Buses - Modelo Tipo A	46
4.2.1. Análisis de observabilidad y estabilidad local	49
4.2.2. Simulaciones	50
4.2.2.1. Resultados	50
4.3. Sistema de 3 Buses - Modelo Tipo B	53
4.3.1. Análisis de observabilidad y estabilidad local	55
4.3.2. Simulaciones	56
4.3.2.1. Resultados	56
4.4. Sistema de 5 Buses - Modelo Tipo A	60
4.4.1. Análisis de observabilidad y estabilidad local	62
4.4.2. Simulaciones	63
4.4.2.1. Resultados	63
4.5. Sistema 3 Buses - Modelo Práctico	67
4.5.1. Buses de generador	68
4.5.1.1. Bus de generador 1	68
4.5.1.2. Bus de generador 2	69
4.5.2. Bus de carga 3	69
4.5.3. Obtención del punto de equilibrio	71
4.5.4. Implementación	73
4.5.4.1. Simulación	75
4.5.4.2. Resultados	75
4.6. Periodos de muestreo utilizado en los filtros	84
4.7. Diferencia entre los modelos <i>Tipo A</i> y <i>Tipo B</i>	86
4.8. Estimación de estados estática o dinámica	86
5. Conclusiones	89
5.1. Trabajo Futuro	90
A. Índice de un SDA	93
B. Flujos de potencia	95
Bibliografía	99

Índice de figuras

1.1. Estructura de un sistema eléctrico de potencia.	6
4.1. Sistema de prueba de 3 buses.	46
4.2. Estimación del estado 1.	52
4.3. Estimación del estado 2.	52
4.4. Estimación del estado 3.	52
4.5. Estimación del estado 4.	52
4.6. Error de estimación del estado 1.	52
4.7. Error de estimación del estado 2.	52
4.8. Error de estimación del estado 3.	53
4.9. Error de estimación del estado 4.	53
4.10. Estimación del estado 1.	58
4.11. Estimación del estado 2.	58
4.12. Estimación del estado 3.	58
4.13. Estimación del estado 4.	58
4.14. Estimación del estado 5.	58
4.15. Estimación del estado 6.	58
4.16. Error de estimación del estado 1.	59
4.17. Error de estimación del estado 2.	59
4.18. Error de estimación del estado 3.	59
4.19. Error de estimación del estado 4.	59
4.20. Error de estimación del estado 5.	59
4.21. Error de estimación del estado 6.	59
4.22. Sistema <i>IEEE</i> de 5 nodos	60
4.23. Estimación del estado 1.	65
4.24. Estimación del estado 2.	65
4.25. Estimación del estado 3.	65
4.26. Estimación del estado 4.	65
4.27. Estimación del estado 5.	65
4.28. Estimación del estado 6.	65
4.29. Estimación del estado 7.	66
4.30. Estimación del estado 8.	66
4.31. Error de estimación del estado 1.	66

ÍNDICE DE FIGURAS

4.32. Error de estimación del estado 2.	66
4.33. Error de estimación del estado 3.	66
4.34. Error de estimación del estado 4.	66
4.35. Error de estimación del estado 5.	67
4.36. Error de estimación del estado 6.	67
4.37. Error de estimación del estado 7.	67
4.38. Error de estimación del estado 8.	67
4.39. Afinación de la ganancia para el estado 1.	74
4.40. Afinación de la ganancia para el estado 2.	74
4.41. Afinación de la ganancia para el estado 7.	74
4.42. Afinación de la ganancia para el estado 10.	74
4.43. Ángulos absolutos a estimar del SEP.	78
4.44. Ángulos absolutos estimados por el EKF.	78
4.45. Ángulos absolutos a estimar del SEP.	78
4.46. Ángulos absolutos estimados por el UKF.	78
4.47. Ángulos relativos estimados por el EKF	78
4.48. Ángulos relativos estimados por el UKF	78
4.49. Error de estimación del EKF (referencia).	79
4.50. Error de estimación del UKF (referencia).	79
4.51. Voltajes estimados por el EKF.	79
4.52. Voltajes estimados por el UKF.	79
4.53. Error de estimación del EKF.	79
4.54. Error de estimación del UKF.	79
4.55. Velocidades estimadas por el EKF	80
4.56. Velocidades estimadas por el UKF	80
4.57. Error de estimación del EKF.	80
4.58. Error de estimación del UKF.	80
4.59. F.E.M del SEP estimada por el EKF.	80
4.60. F.E.M del SEP estimada por el UKF.	80
4.61. Error de estimación del EKF.	81
4.62. Error de estimación del UKF.	81
4.63. Estimación del ángulo rotacional relativo del generador 2.	81
4.64. Estimación del ángulo de fase relativo del bus 1.	81
4.65. Estimación del ángulo de fase relativo del bus 2.	82
4.66. Estimación del ángulo de fase relativo del bus 3.	82
4.67. Estimación del voltaje del bus 1.	82
4.68. Estimación del voltaje del bus 2.	82
4.69. Estimación del voltaje del bus 3.	82
4.70. Estimación de la FEM 1 del generador 1.	83
4.71. Estimación de la FEM 2 del generador 2.	83

Índice de tablas

4.1. Parámetros del sistema de potencia.	46
4.3. Desempeño de los estimadores en un SEP <i>Tipo A</i>	51
4.5. Parámetros del sistema de potencia.	56
4.6. Desempeño de los estimadores en un SEP <i>Tipo B</i>	57
4.7. Parámetros del sistema de potencia de 5 nodos.	62
4.8. Desempeño de los estimadores en un SEP <i>Tipo A</i> de 5 nodos.	64
4.10. Desempeño de los estimadores en un SEP de tres buses (modelo práctico).	77

Nomenclatura

Siglas en español

- SEP — Sistema Eléctrico de Potencia, también puede ser utilizado en un sentido plural dependiendo del contexto.
- SDA — Sistema Diferencial Algebraico, también puede ser utilizado en un sentido plural dependiendo del contexto.

Representación del estado

- x — Estado generalizado del SDA, representa a los estados dinámicos y a los estados algebraicos (también conocido como estado aumentado).
- \dot{x} — Primera derivada temporal del estado generalizado.
- x_d — Estados dinámicos.
- z — Estados algebraicos.
- h — Modelo de medición representado por un conjunto de funciones dependientes de los estados diferenciales y algebraicos.
- y — Salidas consideradas.
- t — Tiempo.
- F — Conjunto de funciones diferenciales y algebraicas que representan el modelo de un SDA.
- \mathbf{k} — Índice de diferenciación asociado al conjunto de ecuaciones diferenciales y algebraicas (número de veces que es derivada F).
- \mathbf{j} — Índice de diferenciación asociado al modelo de medición (número de veces que es derivado h).
- $\tilde{F}_{\mathbf{k}}$ — Arreglo diferenciable de las funciones representadas por F (las funciones diferenciales y algebraicas son diferenciadas \mathbf{k} veces).
- $\tilde{h}_{\mathbf{j}}$ — Arreglo diferenciable de las funciones representadas por h (el modelo de medición es diferenciado \mathbf{j} veces).
- \mathbf{H} — $\mathbf{H} = \tilde{h}_{\mathbf{j}}$, igualdad del modelo de medición que ha sido diferenciado \mathbf{j} veces.

Nomenclatura

Φ	—	$\Phi = \tilde{F}_{\mathbf{k}} = 0$, las funciones diferenciales y algebraicas que fueron diferenciadas k veces son igualadas a cero sólo para verificar las condiciones de solubilidad del SDA.
Φ_x	—	Jacobiano de Φ con respecto al estado generalizado.
$\Phi_{\dot{x}}$	—	Jacobiano de Φ con respecto a la primera derivada temporal del estado generalizado.
Φ_w	—	Jacobiano de Φ con respecto a las derivadas temporales de orden superior del estado generalizado.
J_O	—	Jacobiano de observabilidad del SDA.
J_{O_x}	—	Elementos del Jacobiano de observabilidad determinados por el estado generalizado.
$J_{O_{\dot{x}}}$	—	Elementos del Jacobiano de observabilidad determinados por la primera derivada temporal del estado generalizado.
J_{O_w}	—	Elementos del Jacobiano de observabilidad determinados por las derivadas de orden superior del estado generalizado.
h_x	—	Jacobiano del modelo de medición con respecto al estado generalizado.
$h_{\dot{x}}$	—	Jacobiano del modelo de medición con respecto a la primera derivada temporal del estado generalizado.
h_w	—	Jacobiano del modelo de medición con respecto a las derivadas temporales de orden superior del estado generalizado.
φ	—	Indica que la primera derivada del estado diferencial puede ser determinada como una función del estado generalizado y del tiempo.
f	—	Conjunto de funciones diferenciales del SDA.
g	—	Conjunto de funciones algebraicas del SDA.
$D_{x_d}f$	—	Jacobiano de las funciones diferenciales con respecto al estado diferencial.
D_zf	—	Jacobiano de las funciones diferenciales con respecto al estado algebraico.
$D_{x_d}g$	—	Jacobiano de las funciones algebraicas con respecto al estado diferencial.
D_zg	—	Jacobiano de las funciones algebraicas con respecto al estado algebraico.
ζ	—	Otra forma de representar al estado dinámico (notación utilizada en el análisis de estabilidad local).
$\bar{\zeta}$	—	Otra forma de representar al estado algebraico (notación utilizada en el análisis de estabilidad local).
Ψ	—	Función que indica que el estado algebraico puede ser obtenido en función del estado diferencial.
\bar{x}_d	—	Punto de equilibrio asociado al estado diferencial.
\bar{z}	—	Punto de equilibrio asociado al estado algebraico.
u	—	Entradas del sistema.
n	—	Dimensión del estado generalizado (estado aumentado).
\mathbf{n}	—	Número total de buses.
n_d	—	Dimensión del estado dinámico.
n_z	—	Dimensión del estado algebraico.

- m — Número de salidas del sistema.
- \mathbf{m} — Número de buses de generador.
- p — Número de entradas del sistema.
- i — Índice contador.

Filtros (ambos filtros comparten esta notación).

- EKF — Extended Kalman Filter.
- UKF — Unscented Kalman Filter (“Unscented ”podría traducirse literalmente como inoloro, se prefirió mantener el nombre original en inglés porqué se desconoce los motivos que los autores tuvieron para nombrar de esta forma a este filtro.)
- Δt — Periodo de muestreo.
- k — Índice contador.
- P_0 — Matriz de covarianza inicial.
- P — Matriz de covarianza asociada al error de estimación.
- $k|k$ — Obtención del estado actual dado el el actual (aún no se realiza ningún proceso de predicción o corrección).
- $k + 1|k$ — Obtención del estado actual dado el anterior.
- \mathbf{F} — Conjunto de ecuaciones diferenciales discretizadas.
- \mathbf{Q} — Matriz de covarianza del sistema.
- \mathbf{R} — Matriz de covarianza de las mediciones.
- \hat{x}_d — Estimado del estado dinámico.
- \hat{z} — Estimado del estado algebraico.
- \hat{y} — Estimado de la salida.
- x^{aum} — Agrupamiento de los estados dinámicos y algebraicos.
- \hat{x}^{aum} — Estimado del estado aumentado.
- K^{aum} — Ganancia del filtro de Kalman.

Filtro EKF

- Λ — Representación del sistema aumentado.
- ϕ — Matriz de transición de estados del sistema aumentado.
- H^{aum} — Jacobiando del modelo de medición con respecto a los estados dinámicos y algebraicos.

Filtro UKF

- \mathbf{W}^m — Pesos de la media.
- \mathbf{W}^c — Pesos de la covarianza.

Nomenclatura

- \hat{X}_d — Muestras determinísticas asociadas a los estados dinámicos.
 \hat{Z} — Muestras determinísticas asociadas a los estados algebraicos.
 \hat{X}^{aum} — Agrupamiento de las muestras determinísticas asociadas a los estados diferenciales y a los estados algebraicos.
 P^{xx} — Matriz de covarianza asociada al error de estimación del estado dinámico.
 P^{yy} — Matriz de covarianza asociada al error de estimación del modelo de medición.
 P^{xy} — Matriz de covarianza cruzada entre el estado aumentado (estados diferenciales y dinámicos) y el modelo de medición.
 K^{diff} — Ganancia del filtro de Kalman asociada a los estados diferenciales.
 Y — Proyección de las muestras determinísticas aumentadas (\hat{X}^{aum}) en el modelo de medición.

Unidades

- p.u — Valores por unidad.
 rad — Radianes.
 rad/s — Radianes por segundo.

Introducción

En este capítulo se presenta la definición de un Sistema Eléctrico de Potencia (SEP), se introduce el concepto de operación y el de estimación del estado en un SEP. Adicionalmente se analiza la teoría de estimación del filtro de Kalman y la motivación del proyecto. Finalmente se establece el estado del arte y los objetivos fijados para desarrollar el proyecto.

1.1. Sistemas Eléctricos de Potencia

Es difícil dar una definición única para un SEP ya que hay varios autores que tienen su propio punto de vista sobre esto, la definición más aceptada por la comunidad científica es la establecida por el *Institute of Electrical and Electronics Engineer*, definen a un SEP como: *una red formada por unidades generadoras eléctricas, cargas y/o líneas de transmisión de potencia, incluyendo el equipo asociado, conectado eléctricamente o mecánicamente a la red.*

Ha de entenderse, entonces, un SEP como un conjunto de elementos que tienen la tarea de generar, transformar, transmitir y consumir energía eléctrica, bajo ciertas condiciones y requerimientos. En la Figura 1.1 se muestra la estructura de un SEP.

1.2. Condiciones de operación de un SEP

Las condiciones de operación de un SEP pueden ser determinadas en cualquier instante de tiempo, si los fasores de voltaje (magnitud de voltaje y ángulo de fase) así como el modelo de la red son conocidos [1]. Se han clasificado cinco estados de operación [24]:

Normal: Todas las variables involucradas por el sistema se encuentran en el rango adecuado o normal y ningún equipo está sobrecargado.

Alerta: Todas las variables se encuentran en un rango normal, pero el sistema tiende a estar en presencia de disturbios o sobrecargas en los equipos.

1. INTRODUCCIÓN

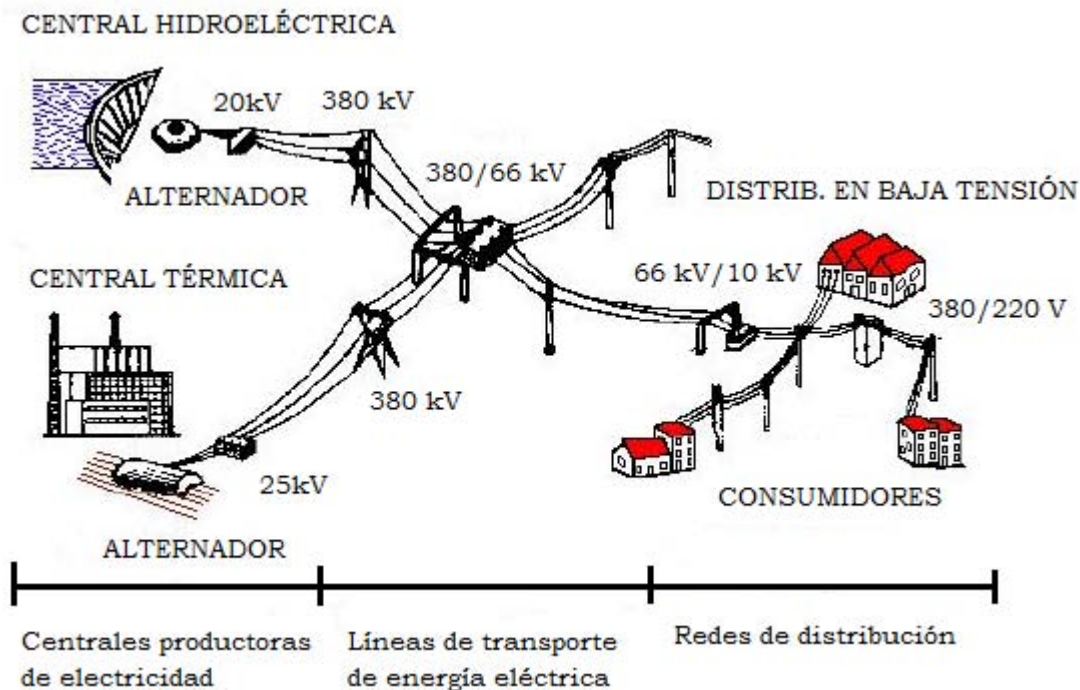


Figura 1.1: Estructura de un sistema eléctrico de potencia.

Emergencia: Se presentan cuando el voltaje en los buses ha bajado y por lo tanto los equipos se han sobrecargado.

Emergencia Extrema: Es producto de problemas en cascada, tales como interrupciones, variaciones en la carga y sobrecarga de equipos.

Restaurativo: Es una condición que implica acciones del operador para recuperar la normalidad del sistema.

Es importante mencionar que los sistemas de potencia son supervisados y a su vez controlados por los centros de operación. Estos centros tienen la tarea de mantener al SEP operando en un estado normal, se debe tener una monitorización constante de las condiciones del sistema para asegurar este objetivo.

Los Centros de Control cuentan con herramientas computacionales y físicas que en conjunto permiten cumplir con esta tarea tan importante. Se cuentan con programas de flujos de potencia, de análisis de seguridad, de contingencia de elementos de transmisión así como de estimadores de estado. Estos algoritmos y programas funcionan con base a los datos e información adquirida por los sistemas SCADA (Supervisory Control And Data Acquisition) así como de los dispositivos de medición PMU (Phasor Measurement Unit). Entre las funciones que se llevan a cabo en un Centro de Control, se encuentra la

estimación del estado del sistema eléctrico de potencia, conocer el estado en cualquier instante de tiempo puede brindar información del estado operativo actual del sistema.

1.3. Estimación de Estados en un SEP

La estimación del estado de un SEP consiste en determinar los fasores de voltaje en todos los buses del sistema en un momento específico [27]. El contar con un conjunto de mediciones confiables es fundamental para lograr una operación segura del SEP.

El estimador depura la información recibida por parte de los sistemas SCADA y de los dispositivos PMU con el fin de obtener el mejor estimado del estado. La tarea de estimación involucra una etapa de análisis y diseño [27], [3], [1]:

Análisis de topología: Es el análisis de la configuración del sistema a partir de la posición de un modelo bus/rama como el utilizado en flujos de potencia. Se verifica la topología de la red.

Análisis de observabilidad: Se analizan las condiciones del sistema para determinar si es posible obtener un estimado del estado. Dentro de estas condiciones se encuentran el tipo de mediciones, la cantidad de ellas, y su ubicación. También se toman en cuenta los resultados del análisis de topología. Cabe señalar que, de no garantizarse la observabilidad, en general es posible llevar a cabo un estudio que identifica los subsistemas no observables y divide al sistema en islas donde el proceso de estimación sí puede llevarse a cabo.

Solución al algoritmo de estimación de estado: Determina el estado actual del sistema utilizando las mediciones disponibles, se tiene como resultado un vector de fasores de voltaje de la red.

Procesador de datos erróneos: Está diseñado para detectar la existencia de errores sustanciales dentro de un conjunto de mediciones, estos errores pueden provocar estimaciones alejadas de la realidad. Se identifican y eliminan mediciones erróneas dentro de la configuración de la red.

Procesador de errores paramétricos y estructurales: Estima varios parámetros, detecta errores estructurales en la configuración de la red e identifica el estado erróneo de los interruptores a partir de mediciones redundantes.

El problema de la estimación de estados regularmente ha sido resuelto mediante el método de mínimos cuadrados ponderados (WLS, por sus siglas en inglés) por su rapidez y rápida convergencia [27]. Cuando se trabaja con este tipo de estimador se realiza la tarea de estimación de forma estática, a cada cambio que se presente en el SEP (caída de una línea, variación en la carga, etc) el método debe ejecutarse [1]. Este aspecto representa un problema si se desea capturar el comportamiento dinámico del sistema. Con el paso del tiempo se ha tratado de reemplazar este enfoque implementando la

teoría del Filtro de Kalman con el fin de ganar rapidez computacional y considerar diferentes tipos de mediciones.

El enfoque estático está dirigido a realizar la estimación del vector de estados que consiste del fasor complejo del voltaje en cada uno de los buses, en cambio los estimadores dinámicos van dirigidos a explotar las propiedades del filtro de Kalman con fines a determinar los estados y parámetros del generador.

En el presente trabajo se desea aprovechar las propiedades de trabajar con sistemas diferenciales algebraicos (SDA) con el objetivo de estimar los estados diferenciales y algebraicos, que se traducen en la posibilidad de realizar la estimación del fasor del voltaje así como de los estados dinámicos del generador.

1.4. Motivación

En un SEP las acciones de prevención y corrección son tomadas con base en el monitoreo y estimación de estados. Es de suma importancia contar con el valor de los estados del sistema en diferentes instantes de tiempo con el fin de asegurar el correcto funcionamiento del sistema de potencia.

La estimación de estados en los SEP se ha realizado con un enfoque estático, se consideran a los fasores de voltaje en los buses como los principales estados a estimar. El algoritmo estima al estado en un instante de tiempo a partir de un conjunto de mediciones tomadas en ese mismo lapso de tiempo, es decir se requiere ejecutar el algoritmo de estimación en cada instante de tiempo en el que se necesite conocer el estado. Para este tipo de estimación se considera que el SEP se encuentra en estado estacionario, no se tiene la posibilidad de capturar eficientemente el comportamiento dinámico del sistema provocado principalmente por los cambios en las cargas.

La estimación estática depende en gran medida de los dispositivos de monitoreo (SCADA y PMU), si alguno de estos dispositivos llegase a fallar no se tendría un aproximado correcto de los estados.

Una cuestión que es importante resaltar sobre estos tipos de algoritmos de estimación es que no tienen la posibilidad de estimar los estados del generador, que corresponden a la parte dinámica del sistema eléctrico de potencia.

También es importante trabajar con los estados del generador, conocer el comportamiento del ángulo del rotor y de la velocidad del generador nos permite tener un panorama de las condiciones de operación del SEP. En adición, se tendrá la posibilidad de desarrollar esquemas de control enfocados en mejorar la estabilidad y confiabilidad del SEP [17]. Por esta razón se tiene el propósito de utilizar un sistema diferencial algebraico (SDA) que nos permita considerar a la parte mecánica (los estados relacionados con los generadores) y la parte eléctrica (fasores del voltaje) de la red del sistema de potencia.

Los sistemas de potencia expresados mediante un SDA son empleados para realizar el análisis de estabilidad transitoria. El objetivo es examinar el comportamiento dinámico del sistema de potencia segundos después de ocurrir una perturbación que

lo afecte [4]. Contar con algoritmos de estimación para sistemas diferenciales algebraicos permitirá conocer el estado y completará el diseño de controladores para lograr la estabilización del sistema de potencia.

Por esta razón se implementaron dos algoritmos de estimación para SDA basados en la teoría del filtro de Kalman; el filtro de Kalman Extendido y el filtro de Kalman Unscented ¹[25], [26].

Con la validación de los filtros de Kalman para SDA, se tiene la posibilidad de estimar los estados del generador y los estados algebraicos correspondientes a la parte eléctrica, cumpliendo de esta manera con la tarea tradicional de la estimación estática. La teoría del filtro de Kalman permite predecir el estado un instante por delante, este aspecto tiene una gran relevancia para los Centros de Control ya que tienen la posibilidad de predecir contingencias o fallos y con ello ejecutar acciones de control preventivas.

Otra de las ventajas que se tienen al trabajar con SDA, es la posibilidad de realizar el análisis de observabilidad de un SEP mediante la obtención y evaluación de los Jacobianos del modelo del sistema y del modelo de medición, una alternativa distinta a los análisis de observabilidad algebraica y topológica.

Una cuestión no menos importante es que el análisis de estabilidad local de un SDA puede ser realizado mediante la obtención de los valores propios del Jacobiano reducido. Los mismos principios de existencia y unicidad de las soluciones para sistemas diferenciales pueden ser utilizados para el análisis de SDA.

Con todo lo anteriormente mencionado hace aún más atractivos a los SDA. El principal objetivo es abrir un nuevo camino a la estimación de estados en los SEP expresados como SDA's utilizando las técnicas de estimación propuestas en [25]-[26] que originalmente fueron desarrolladas para estimar estados en sistemas químicos industriales.

1.5. Estado del Arte

El monitoreo en tiempo real de los sistemas eléctricos de potencia es una tarea de gran importancia por el hecho de que es indispensable asegurar la operación correcta del sistema de potencia. Los Centros de Control son los encargados de monitorear y efectuar acciones correctivas o de control. La estimación del estado es la pieza medular de estos centros, permite contar con información en tiempo real del SEP. Por esta razón, es de gran importancia contar con una estimación eficiente y exacta del estado, con el fin de asegurar la operación eficiente del sistema de potencia.

Desde que se introdujo el concepto de la estimación de estados en el campo de los sistemas eléctricos de potencia, Schweppe [31], [30], [29], a comienzos de los años setentas, la estimación de estados ha sido ampliamente estudiada e implementada. El

¹“Unscented” podría traducirse literalmente como inoloro, se prefirió mantener el nombre original en inglés porque se desconoce los motivos que los autores tuvieron para nombrar de esta forma a este filtro.

1. INTRODUCCIÓN

trabajo presentado por Schweppe está enfocado en estudiar la posibilidad de aplicar el algoritmo de detección e identificación de un estimador estático.

A partir de la información disponible y considerando que el sistema se encuentra en estado estacionario, los estimadores generan un conjunto de variables de estado estáticas que son la mejor aproximación de los estados del sistema [1], [27]. Los estimadores de estados estáticos son ampliamente utilizados en los sistemas de potencia y juegan un rol muy importante para la operación exitosa de los sistemas de transmisión y distribución.

Los estimadores estáticos dependen directamente de los sistemas *SCADA*, estos dispositivos manejan tasas de muestreo muy lentas que imposibilitan trabajar con las variables dinámicas del modelo.

En la década de 1980, sale a la luz un nuevo instrumento de medición conocido como PMU (Phasor Measurement Unit). La principal característica de este dispositivo es que puede medir los fasores del voltaje y la corriente en un bus determinado [20]. En la actualidad los dispositivos PMU permiten el desarrollo de estimadores dinámicos. Con una adecuada distribución de los sistemas PMU se puede obtener un conjunto de mediciones sincronizadas, las cuales juegan un rol importante en el monitoreo y control en tiempo real.

Con el objetivo de trabajar con la dinámica de los SEP, surgen las técnicas de estimación dinámicas. Estos algoritmos presentan dos características que los hacen más atractivos en comparación con los estimadores estáticos; son más exactos además de brindar la posibilidad de conocer el estado un instante adelante (predicción).

El uso del término de estimación dinámica de estados se remonta a 1970, cuando las técnicas del filtrado de Kalman fueron utilizadas para mejorar el desempeño computacional de los estimadores estáticos tradicionales [19]. En las referencias [6], [7] se implementó el filtro de Kalman en un modelo de potencia estático con el fin de determinar el valor de la magnitud y la fase del fasor del voltaje. Como resultado se obtuvo, que el filtro de Kalman presentó un mejor desempeño que el método de los mínimos cuadrados ponderados. Con este resultado se abría la posibilidad de tener más de una técnica de estimación y con ello la posibilidad de mejorar los resultados obtenidos.

Con el paso del tiempo surgieron un gran número de estudios enfocados a la estimación dinámica de estados en tiempo real, el filtro de Kalman Extendido (EKF, por sus siglas en inglés) fue uno de los nuevos algoritmos desarrollados. El EKF es una de las técnicas de estimación más estudiada ya que brinda la posibilidad de trabajar con modelos no lineales. Es por esta razón que se mostró gran interés de implementar esta técnica de estimación en los sistemas eléctricos de potencia. En [17], [35] se enfocan a realizar la estimación de estados y parámetros del generador utilizando las mediciones obtenidas de los dispositivos PMU con el fin de reducir la carga computacional.

Con el paso del tiempo surgen trabajos que explotan la posibilidad de desacoplar el modelo donde las mediciones (potencia real, potencia reactiva, magnitud de voltaje y ángulo de fase) de los PMU son tratadas como entradas y salidas del sistema. En el trabajo [15] un filtro de Kalman Extendido es implementado utilizando las ecuaciones de oscilación y un modelo clásico del generador para estimar dos estados dinámicos (ángulo del rotor y la velocidad angular) y los parámetros desconocidos, entre ellos la

potencia mecánica, la constante de inercia, el factor de amortiguamiento y la reactancia transitoria. El EKF permite la estimación de dos estados dinámicos junto con cuatro parámetros desconocidos.

Por otro lado la transformación unscented (UT, por sus siglas en inglés) un método propuesto por Julier y Uhlmann [21] para calcular los primeros momentos de la densidad de distribución de probabilidad de una variable aleatoria, que resulta de aplicar una transformación no lineal a una variable aleatoria de estadística conocida. Este método fue desarrollado para hacer frente a las deficiencias de la linealización mediante la transformación de la media y la covarianza. Utilizando este principio surge el filtro de Kalman Unscented (UKF, por sus siglas en inglés) como una alternativa del filtro de Kalman Extendido [22]. Este tipo de observador permite trabajar con las funciones no lineales del sistema sin la necesidad de obtener algún Jacobiano, la estimación se realiza desde un enfoque estadístico.

Los primeros trabajos documentados del filtro de Kalman Unscented en sistemas de potencia están enfocados a determinar solamente los estados relacionados con el generador, en [17] se emplea un EKF y un UKF con el objetivo de estimar los estados relacionados con el generador.

Con el fin de no limitarse a trabajar con sistemas puramente diferenciales las técnicas de estimación desarrolladas por Rudolph Kalman (KF) y sus variaciones (EKF y UKF) han sufrido modificaciones con el objetivo de trabajar con los SDA, este tipo de sistemas son usualmente utilizados para describir procesos químicos, mecánicos y sistemas eléctricos. En la referencia [5] se establecen las bases del filtro de Kalman Extendido para SDA, los modelos de medición solamente dependen de los estados diferenciales. En [25] y [26] se modifica el enfoque del filtro de Kalman Extendido propuesto en [5] y se introduce el filtro de Kalman Unscented para SDA, se tiene la ventaja de que los modelos de medición dependen de los estados diferenciales y algebraicos, los primeros trabajos están enfocados en realizar la estimación de estados en procesos químicos.

1.6. Objetivos

- Estudiar la forma en la que los sistemas de potencia pueden ser representados como un SDA.
- Validar los modelos de un SEP, tomando en consideración la parte dinámica de la máquina síncrona y la parte algebraica, correspondiente a la red eléctrica.
- Estudio y análisis de las propiedades de los SDA.
- Realizar el análisis de observabilidad suave del sistema, con el fin de establecer las condiciones necesarias para realizar una estimación de estados.
- Implementar el filtro de Kalman Unscented con el objetivo de estimar los estados dinámicos y algebraicos del sistema.

- Implementar el filtro de Kalman Extendido, con el objetivo de comparar el desempeño de este con el filtro de Kalman Unscented.
- Contar con los elementos suficientes para discernir cual de las dos técnicas de estimación implementadas es la mejor para realizar la tarea de estimación.

1.7. Contribuciones

A continuación se presentan las principales contribuciones de este trabajo:

- Estudio de los modelos simplificados de un SEP expresado como un SDA propuestos en [13].
- Implementación de las técnicas de estimación propuestas en las referencias [25]-[26] en los modelos de un SEP propuestos en [13]. La mayoría de los trabajos documentados estaban enfocados en emplear estos algoritmos de estimación solamente en sistemas químicos. Con lo desarrollado en este trabajo se validan las técnicas de estimación y se estudia la posibilidad de emplearlas en los sistemas eléctricos de potencia.
- Una vez validados los algoritmos de estimación (UKF y EKF) se implementaron en un modelo de un SEP más detallado y completo, incluyendo un mayor número de mediciones, se le da un sentido más práctico.
- Estudio y análisis de la teoría de observabilidad propuesta en [36] para SDA, esto con el fin de determinar la observabilidad de un SEP. Se modifica el enfoque usualmente utilizado para estudiar la observabilidad en los sistemas eléctricos de potencia (algebraico y topológico).
- Se determinó que el análisis de observabilidad propuesto en [36] es poco conveniente de ser utilizado en los SEP debido a las grandes dimensiones de estos sistemas. Este enfoque es solamente conveniente cuando se trabaja con modelos simplificados.

1.8. Contenido de la tesis

En esta sección se describen cada uno de los capítulos expuestos en la presente tesis.

Capítulo 1 Introducción: Es el preámbulo del problema de estimación, se detallan los objetivos, la motivación, el estado del arte y las aportaciones de la tesis.

Capítulo 2 Marco teórico: En este capítulo se detallan los componentes de un SEP, se explica como se realizó el análisis de observabilidad y estabilidad del sistema, además de mencionar las implicaciones que conllevan trabajar un SDA.

Capítulo 3 Estimación de estados en SEP expresados como SDA Se explican a detalle cada una de las técnicas de estimación implementadas en el presente trabajo.

Capítulo 4 Resultados: Se realizan las simulaciones de los filtros de Kalman en un SEP.

Capítulo 5 Conclusiones: Se analizan los resultados obtenidos en las pruebas precedentes.

Marco Teórico

El uso de los sistemas diferenciales algebraicos permite capturar las variables dinámicas de un sistema de potencia, las variables consideradas pueden ser tanto electromecánicas y electromagnéticas. La parte diferencial del modelo corresponde a la dinámica del generador mientras que la parte algebraica describe los flujos de potencia en la red. Por las razones anteriormente mencionadas y con el fin de trabajar con un modelo de un SEP más completo, se debe profundizar en el análisis y estudio de los modelos matemáticos expresados como un SDA.

Con el fin de implementar técnicas de estimación dinámicas a un SEP expresado como un SDA, en un inicio se analizan las condiciones de observabilidad en SDA [36]. En un segundo apartado se detallan los modelos matemáticos considerados [13], además de mencionar las implicaciones que se tienen al trabajar con los SDA [41].

2.1. Observabilidad en SDA

Es importante definir el concepto de observabilidad suave para un SDA, se determinarán las condiciones locales que permitan realizar un análisis de observabilidad eficaz basado en las características del rango de una matriz [36].

Las condiciones que a continuación se mencionan permiten verificar la observabilidad de un amplio conjunto de sistemas diferenciales algebraicos, entre los que se encuentran los SEP expresados como un SDA.

El enfoque tradicional de observabilidad de un SEP, implica algoritmos numéricos basados en el Jacobiano del modelo de medición con respecto a los estados del sistema.

El enfoque utilizado basa su análisis en la familia de sistemas diferenciales algebraicos de la forma [13],

$$F(\dot{x}, x, t) = B(t)u \tag{2.1}$$

$$y = h(x, t) \tag{2.2}$$

donde $F : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$ es un vector de funciones implícitas suficientemente diferenciales dependientes del estado generalizado $x \in \mathbb{R}^n$, de la derivada temporal del estado $\dot{x} \in \mathbb{R}^n$ y del tiempo $t \in \mathbb{R}$. B es una matriz de dimensión $n \times p$ con $u \in \mathbb{R}^p$, la expresión (2.2) describe la salida del sistema $y \in \mathbb{R}^m$.

El sistema (2.1) se considera como un SDA implícito si el Jacobiano de F con respecto a la primera derivada temporal del estado es cero,

$$\det \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \right) = 0 \quad (2.3)$$

de esta manera para encontrar la solución para \dot{x} , la expresión (2.1) es diferenciada repetidamente hasta formular un arreglo diferenciable de funciones. Se debe determinar el número de derivadas mínimas de F para el cual el arreglo diferenciable es solucionable para \dot{x} , es decir la primera derivada temporal del estado generalizado puede ser obtenida como una función del estado y del tiempo, a continuación se explica a detalle este aspecto.

2.1.1. SDA no lineales

La solución de (2.1) generalmente depende de las derivadas de F y u . Además si (2.1) es diferenciable \mathbf{k} veces con respecto al tiempo, se obtienen $(\mathbf{k} + 1)n$ ecuaciones [36]

$$\tilde{F}_{\mathbf{k}}(x, \dot{x}, w, t) = \begin{bmatrix} F(\dot{x}, x, t) \\ F_t(\dot{x}, x, t) + F_x(\dot{x}, x, t)\dot{x} + F_{\dot{x}}(\dot{x}, x, t)\ddot{x} \\ \vdots \\ \frac{d^{\mathbf{k}}}{dt^{\mathbf{k}}} [F(\dot{x}, x, t)] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Bu \\ \frac{d}{dt} [Bu] \\ \vdots \\ \frac{d^{\mathbf{k}}}{dt^{\mathbf{k}}} [Bu] \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

donde $w = [x^{(2)}, \dots, x^{(\mathbf{k}+1)}]$ con $x^{(i)} = d^i x / dt^i$, w representa las derivadas de orden superior del estado. El sistema diferencial algebraico (2.1) es solucionable en un conjunto abierto $\Omega \subset \mathbb{R}^{2n+1}$ si las soluciones son únicamente determinadas por su valor inicial x_0 en cualquier instante t_0 , tal que $(\dot{x}(t_0), x_0, t_0) \in \Omega$, y si las trayectorias de las soluciones (\dot{x}, x, t) forman una superficie suave en Ω .

Se desea verificar la condición de solubilidad de acuerdo a [11] [36]. Estas consideraciones para (2.1) se definen como:

- (A) F es suficiente diferenciable en sus argumentos.
- (B) $\Phi \equiv \tilde{F}_{\mathbf{k}} = 0$ es consistente como ecuación algebraica.
- (C) $[\Phi_{\dot{x}} \quad \Phi_w]$ es de rango completo con respecto a \dot{x} y tiene rango constante independiente de (\dot{x}, x, w, t) , en una vecindad de un punto consistente $(\dot{x}_0, x_0, w_0, t_0)$.

(D) $[\Phi_x \ \Phi_{\dot{x}} \ \Phi_w]$ tiene rango fila completo independiente de (\dot{x}, x, w, t) en una vecindad de un punto dado $(\dot{x}_0, x_0, w_0, t_0)$.

$[\Phi_{\dot{x}} \ \Phi_w]$ es de rango completo con respecto a \dot{x} si las primeras n columnas son linealmente independientes, y a su vez también son linealmente independientes a las columnas restantes. Equivalentemente, cualquier vector en el espacio nulo tiene n componentes igual a cero. Esta condición puede ser expresada como:

$$\text{rango} [A_1 \ A_2] = n + \text{rango}(A_2)$$

donde A_1 contribuye con n columnas linealmente independientes.

En [9] se define el término de diferenciación uniforme ν como el número de derivadas mínimas con el que se cumplen las condiciones antes mencionadas. Estas consideraciones implican soluciones bien definidas en una superficie y soluciones únicas para condiciones consistentes x_0 en t_0 [10]. Por la referencia [8], [10], considerando las restricciones (A)-(D) en el sistema (2.4) implica que,

$$\dot{x} = \varphi(x, t) \tag{2.5}$$

$$0 = \chi(x, t) \tag{2.6}$$

donde (2.6) caracteriza la superficie de solución en el instante de tiempo t , y (2.5) define el vector de campo en esta superficie. La ecuación (2.5) es válida globalmente en t en una vecindad de una solución, esto si la condición (C) se cumple en esa vecindad además que (2.6) es local en t .

2.1.2. Observabilidad Suave

Esta sección presenta las condiciones de observabilidad para un sistema de la forma

$$\begin{aligned} G(\dot{x}, x, u, t) &= 0 \\ y &= h(x, t) \end{aligned} \tag{2.7}$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^p$, $y \in \mathbb{R}^m$, se asume que h es suave.

Para definir los conceptos de distinguibilidad (o indistinguibilidad) de los estados en el intervalo $I = [a, b]$, y distinguibilidad de estados en el tiempo T , se pueden dar condiciones más fuertes que nos permitan estudiar el concepto de *observabilidad instantánea* del sistema para el intervalo de tiempo $t \in [a, b]$.

Definición 1. El sistema (2.7) es observable suavemente en $[a, b]$ si existen números enteros no negativos \mathbf{j}, \mathbf{k} y una función diferenciable $R(t, \cdot, \dots, \cdot) : [a, b] \times R^{(\mathbf{j}+1)m} \times R^{(\mathbf{k}+1)p} \rightarrow R^n$ tal que

$$x(t) = R(t, y(t), \dot{y}(t), \ddot{y}(t), \dots, y^{(\mathbf{j})}(t), u(t), \dot{u}(t), \dots, u^{(\mathbf{k})}(t))$$

para toda solución suave $x(t)$ de (2.7).

2. MARCO TEÓRICO

A pesar de que la *Definición 1* es global, inmediatamente se tiene una definición local de observabilidad suave si se restringe la función R a una vecindad apropiada dentro $[a, b] \times R^{(j+1)m} \times R^{(k+1)p}$ [36].

Si se expande la definición de observabilidad, se considera el sistema

$$F(\dot{x}, x, t) = B(t)u \quad (2.8)$$

$$y = h(x, t) \quad (2.9)$$

donde F se asume que satisface las condiciones **(A)-(D)** para algún valor de \mathbf{k} . Si además F y h se consideran lineales, pueden ser representados como, $F(\dot{x}, x, t) = E(t)\dot{x} + F(t)x$, y $h(x, t) = C(t)x$.

Si la salida (2.9) es diferencial \mathbf{j} veces con respecto a t , se obtienen $(\mathbf{j} + 1)m$ ecuaciones,

$$\mathbf{H} = \tilde{h}_{\mathbf{j}}(\dot{x}, x, \bar{w}, t) \equiv \begin{bmatrix} h(x, t) \\ h_t(x, t) + h_x(x, t)\dot{x} \\ \vdots \\ \frac{d^{\mathbf{j}}}{dt^{\mathbf{j}}} [h(x, t)] \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

donde $\bar{w} = [x^{(2)}, \dots, x^{(\mathbf{j})}]$ con $x^{(i)} = d^i x / dt^i$. Se considera $\mathbf{j} \neq \mathbf{k} + 1$, por lo tanto las derivadas de orden superior $w = [x^{(2)}, \dots, x^{(\sigma)}]$, donde $\sigma = \max\{\mathbf{j}, \mathbf{k} + 1\}$. Por lo tanto se escribe una combinación de (2.4) con (2.10) como:

$$O(\dot{x}, x, w, t) = \frac{\begin{bmatrix} Bu \\ \frac{d}{dt}[Bu] \\ \vdots \\ \frac{d^{\mathbf{k}}}{dt^{\mathbf{k}}}[Bu] \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} h(x, t) \\ \frac{d}{dt}[h(x, t)] \\ \vdots \\ \frac{d^{\mathbf{j}}}{dt^{\mathbf{j}}}[h(x, t)] \end{bmatrix}} \quad (2.11)$$

La matriz Jacobiana de $O(\dot{x}, x, w, t)$ con respecto a (\dot{x}, x, w) y considerando las restricciones **(B)-(D)**, puede ser formulada como:

$$J_O \equiv \begin{bmatrix} \Phi_x & \Phi_{\dot{x}} & \Phi_w \\ \mathbf{H}_x & \mathbf{H}_{\dot{x}} & \mathbf{H}_w \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Con $y \in \mathbb{R}^m$, J_O con índices (\mathbf{k}, \mathbf{j}) tiene una dimensión $[(\mathbf{j} + 1)m + (\mathbf{k} + 1)n] \times [(\sigma + 1)n]$.

En la referencia [36] se define el siguiente lema.

Lema 1 Si $M: \mathbb{R}^{m_1} \rightarrow \mathbb{R}^{m_2}$ es un mapeo diferenciable con rango constante igual a r en una vecindad de z_0 , donde $M(z_0) = b$, por lo que en una vecindad de z_0 en \mathbb{R}^{m_1} , $M^{-1}(b)$ es una semi-superficie embebida de \mathbb{R}^{m_1} de dimensión $m_1 - r$.

El siguiente teorema generaliza las condiciones suficientes para definir la observabilidad suave para sistemas lineales variantes con el tiempo.

Teorema 1. Suponga que el sistema (2.8) satisface (A)-(D) en una vecindad de U de un punto consistente $p_0 = (\dot{x}_0, x_0, w_0, t_0)$ para (2.11). Suponga que el Jacobiano J_O en (2.12) del sistema expresado por (2.8) y (2.9), satisface

$$(E) \text{ rango } J_O = n + \text{rango} \begin{bmatrix} \Phi_{\dot{x}} & \Phi_w \\ \mathbf{H}_{\dot{x}} & \mathbf{H}_w \end{bmatrix}, \text{ para } (\dot{x}, x, w, t) \in U$$

$$(F) J_O \text{ tiene rango constante en } U.$$

Entonces, el sistema expresado por (2.8) y (2.9), es suavemente observable en un intervalo con respecto a t_0 de acuerdo al Teorema 1 [36].

2.2. Análisis de estabilidad local

Como se mencionó anteriormente el sistema de potencia puede ser modelado como un conjunto de ecuaciones diferenciales algebraicas,

$$\begin{aligned} \dot{x}_d &= f(x_d, z) & x_d &\in \mathbb{R}^{n_d} \\ 0 &= g(x_d, z) & z &\in \mathbb{R}^{n_z} \end{aligned} \quad (2.13)$$

donde x_d y z representan a los estados diferenciales y algebraicos respectivamente, f puede ser definida como, $f: \mathbb{R}^{n_d} \times \mathbb{R}^{n_z} \rightarrow \mathbb{R}^{n_d}$ y g es un conjunto de ecuaciones algebraicas no lineales, $g: \mathbb{R}^{n_d} \times \mathbb{R}^{n_z} \rightarrow \mathbb{R}^{n_z}$,

Los estados del SDA pertenecen al espacio euclidiano $\mathbb{R}^{n_d+n_z}$, las trayectorias están restringidas a un subconjunto en el dominio $\mathbb{R}^{n_d+n_z}$, el cual se define como:

$$\Gamma = \{(x_d, z) \in \mathbb{R}^{n_d+n_z} \mid f(x_d, z) = 0, g(x_d, z) = 0\} \quad (2.14)$$

Si se considera una función continua y diferenciable $\phi(t) = (x(t), z(t)): \mathcal{J} \rightarrow \mathbb{R}^{n_d+n_z}$, definido en un intervalo $\mathcal{J} \subset \mathbb{R}$, es una solución del sistema para todo $t \in \mathcal{J}$.

Para realizar el análisis de estabilidad local, se deben determinar los puntos de equilibrio del SDA. Un punto de equilibrio del sistema, es definido como $(\bar{x}_d, \bar{z}) \in \mathbb{R}^{n_d+n_z}$, en el punto de equilibrio se considera, $f(\bar{x}_d, \bar{z}) = 0$ y $g(\bar{x}_d, \bar{z}) = 0$.

En los puntos de equilibrio las condiciones de estabilidad y estabilidad asintótica para SDA es análoga a los sistemas expresados solamente mediante ecuaciones diferenciales, la única diferencia reside en el hecho de que las vecindades abiertas de los puntos de equilibrio deben estar restringidas al conjunto Γ y no en $\mathbb{R}^{n_d+n_z}$ [12].

2. MARCO TEÓRICO

El sistema linealizado asociado en la vecindad de un punto de equilibrio (\bar{x}_d, \bar{z}) está dado por:

$$\begin{aligned}\dot{\zeta} &= D_{x_d}f(\bar{x}_d, \bar{z})\zeta + D_zf(\bar{x}_d, \bar{z})\bar{\zeta} \\ 0 &= D_{x_d}g(\bar{x}_d, \bar{z})\zeta + D_zg(\bar{x}_d, \bar{z})\bar{\zeta}\end{aligned}\quad (2.15)$$

Si D_zg , definido en el punto de equilibrio (\bar{x}_d, \bar{z}) es invertible, se puede obtener el siguiente sistema linealizado,

$$\dot{\zeta} = [D_{x_d}f - D_zf(D_zg)^{-1}D_{x_d}g]\zeta \quad (2.16)$$

La expresión $[D_{x_d}f - D_zf(D_zg)^{-1}D_{x_d}g]$ también es conocido como Jacobiano reducido, ya que sólo se limita a trabajar con la parte diferencial del sistema [33].

Si la ecuación algebraica $0 = g(x_d, z)$ puede ser resuelta, se dice que existe una función suave tal que $\Psi : \mathbb{R}^{n_d} \rightarrow \mathbb{R}^{n_z}$, es decir $0 = g(x_d, \Psi(x_d))$ para todo x_d , todas las variables algebraicas pueden ser reprimidas del sistema de ecuaciones [12], de esta manera se puede analizar un sistema diferencial algebraico como un sistema diferencial,

$$\dot{x}_d = f(x_d, \Psi(x_d)) \quad (2.17)$$

Condición suficiente para establecer una caracterización completa de la región de estabilidad. Cabe mencionar que no siempre es posible eliminar el estado algebraico por completo.

Resolviendo las restricciones algebraicas localmente y utilizando la teoría de las ecuaciones diferenciales ordinarias se puede garantizar la existencia local y unicidad de las soluciones del SDA en un punto regular en el conjunto de restricción Γ [12].

Un punto de equilibrio $(\bar{x}_d, \bar{z}) \in \Gamma$ es regular si $D_zg(\bar{x}_d, \bar{z})$, que es la derivada parcial de g con respecto a z evaluada en el punto de equilibrio $(\bar{x}_d, \bar{z}) \in \Gamma$ es invertible.

Si (\bar{x}_d, \bar{z}) es regular, el teorema de la función implícita implica, la existencia de una vecindad \mathcal{U} donde se encuentra el punto \bar{x}_d y la existencia de una vecindad \mathcal{W} donde se encuentra contenido \bar{z} , existe una función suave Ψ tal que $\Psi : \mathcal{U} \rightarrow \mathcal{W}$, con $\Psi(\bar{x}_d) = \bar{z}$.

Es decir la función Ψ soluciona la restricción algebraica $g(x_d, \Psi(x_d)) = 0$ en la vecindad $\mathcal{U} \times \mathcal{W}$ del punto $(\bar{x}_d, \bar{z}) \in \Gamma$. Debido a que las funciones f y g son suaves, además de considerar la teoría de la unicidad y existencia de las soluciones para sistemas diferenciales, se puede garantizar la existencia y la solución del sistema diferencial algebraico a través de (\bar{x}_d, \bar{z}) en una vecindad de $(\bar{x}_d, \bar{z}) \in \Gamma$ [12].

Para ser más precisos, existe un intervalo de tiempo \mathcal{J} , el cual contiene al origen y hay una función $\alpha(t) : \mathcal{J} \rightarrow \mathbb{R}^{n_d}$, tal que $\alpha(t) \in \mathcal{U}$, se considera

$$\dot{\alpha}(t) = f(\alpha(t), \Psi(\alpha(t))), \quad \forall t \in \mathcal{J} \quad (2.18)$$

En otras palabras, en un punto regular de Γ , la existencia y unicidad local de las trayectorias del sistema diferencial algebraico es inherente a la existencia local y unicidad de las trayectorias de un sistema diferencial ordinario [12].

La estabilidad local puede ser estudiada mediante la obtención de los eigenvalores del Jacobiano reducido evaluado en el punto de equilibrio, de esta manera si la expresiones

algebraicas del sistema pueden ser omitidas el análisis de estabilidad local puede ser realizado tal como se realiza con los sistemas puramente diferenciales.

2.3. Modelo Diferencial Algebraico de un SEP

La dinámica de un sistema eléctrico de potencia se modela como una combinación de ecuaciones diferenciales no lineales y un conjunto de ecuaciones algebraicas no lineales [37], [14], [38]. Las ecuaciones diferenciales no lineales corresponden a la dinámica no lineal del sistema, y las ecuaciones algebraicas no lineales corresponden a los balances de potencia en los buses.

El modelo diferencial algebraico de un SEP es expresado como:

$$\begin{aligned}\dot{x}_d(t) &= f(x_d, z, u) \\ 0 &= g(x_d, z, u) \\ y(t) &= h(x_d, z)\end{aligned}\tag{2.19}$$

donde $x_d \in \mathbb{R}^{n_d}$ representa a los estados diferenciales asociados a las máquinas síncronas, $z \in \mathbb{R}^{n_z}$ representa a los estados algebraicos los cuales corresponden a las magnitudes de voltaje y los ángulos de cada uno de los buses, $f \in \mathbb{R}^{n_d}$ representa las funciones diferenciales no lineales y $g \in \mathbb{R}^{n_z}$ representa las restricciones algebraicas, $u \in \mathbb{R}^p$ son las entradas y $y \in \mathbb{R}^m$ son las salidas del sistema.

Los modelos diferenciales algebraicos de un SEP (2.19) son de índice uno. Una descripción del índice del modelo puede encontrarse en el Apéndice A.

El modelo de un sistema eléctrico de potencia está constituido por tres partes:

1. Modelo del generador.
2. Modelo de la carga.
3. Modelo de las líneas de transmisión (flujos de potencia).

A continuación se establecen las ecuaciones diferenciales y algebraicas que constituyen el modelo de un SEP.

2.3.1. Modelo del Generador

El comportamiento del equipo de generación, en sentido electromecánico puede ser modelado utilizando las ecuaciones de oscilación [13], [28], [18], estas ecuaciones permiten modelar la dinámica del rotor del generador.

2.3.1.1. Modelo de un eje

El modelo de un eje recibe este nombre ya que solamente se trabaja sobre el eje q (transformación *Park*) [13], las expresiones (2.20)-(2.22) describen la dinámica interna del generador [39],

$$\dot{\delta}_i = \omega_i - 2 * \pi f_0 \quad (2.20)$$

$$M_i \dot{\omega}_i = P_{m_i} - D_i(\omega_i - 2 * \pi f_0) - P_i^M \quad (2.21)$$

$$\tau_i \dot{E}_{q_i} = -\frac{x_{d_i}}{x'_{d_i}} E_{q_i} + \frac{x_{d_i} - x'_{d_i}}{x'_{d_i}} V_i \cos(\delta_i - \theta_i) + E_{F_i} \quad (2.22)$$

donde

$$P_i^M = \frac{E_{q_i} V_i}{x'_{d_i}} \text{sen}(\delta_i - \theta_i) + \frac{x'_{d_i} - x_{q_i}}{2x_{q_i} x'_{d_i}} V_i^2 \text{sen}(2(\delta_i - \theta_i)) \quad (2.23)$$

$$Q_i^M = \left(\frac{x'_{d_i} + x_{q_i}}{2x_{q_i} x'_{d_i}} - \frac{x'_{d_i} - x_{q_i}}{2x_{q_i} x'_{d_i}} \cos(2(\delta_i - \theta_i)) \right) V_i^2 - \frac{E_{q_i} V_i}{x'_{d_i}} \cos(\delta_i - \theta_i) \quad (2.24)$$

donde

f_0	frecuencia síncrona, Hz,
P_{m_i}	potencia mecánica (par), p.u,
M_i, D_i	constante de inercia y factor de amortiguamiento, p.u,
x_{d_i}, x_{q_i}	reactancia síncrona del eje directo y de cuadratura, p.u,
x'_{d_i}	reactancia transitoria del eje directo, p.u,
τ_i	constante de tiempo transitoria de circuito abierto del eje directo, s,
E_{F_i}	voltaje de campo, p.u,
*	representa el operador de multiplicación.

Las variable de estado diferenciales $x_d := [\delta_i \ \omega_i \ E_{q_i}]^\top \in \mathbb{R}^{n_d}$, representan el ángulo de carga de la máquina síncrona, la velocidad angular del rotor y la fuerza electromotriz interna del eje de cuadratura, respectivamente, los fasores de voltaje asociados a cada uno de los buses son considerados como las variables de estado algebraicas $z := [\theta_i \ V_i]^\top \in \mathbb{R}^{n_z}$, las expresiones (2.23) y (2.24) representan la potencia activa y reactiva que entrega cada generador.

Por simplicidad se asume que todos los generadores del SEP son idénticos, la constante de inercia (M_i) y el factor de amortiguamiento (D_i) son iguales para todos los generadores del sistema de potencia, también las reactancias asociadas al eje directo y de cuadratura ($x_{q_i} x_{d_i}, x'_{d_i}$) se consideran iguales.

2.3.2. Modelo de carga

Las cargas son descritas por medio del modelo polinómico de carga

$$P_{Li} = P_A + P_B * V_i + P_C * V_i^2, \quad (2.25)$$

$$Q_{Li} = Q_A + Q_B * V_i + Q_C * V_i^2. \quad (2.26)$$

las expresiones (2.25) y (2.26) representan un modelo de carga, el cual representa explícitamente la contribución de cada tipo de carga (impedancia constante, corriente o potencia) [14].

2.3.3. Potencias de la red

La potencia activa y reactiva transmitida, P_i^{cal} y Q_i^{cal} en el bus i , son funciones de los voltajes nodales y de las impedancias de la red, estas expresiones son calculadas utilizando las ecuaciones de los flujos de potencia.

Las ecuaciones de los flujos de potencia se derivan de la representación de la línea de transmisión como un circuito π ,

$$P_i^{cal} = V_i^2 G_{ii} + \sum_{k=1}^n V_i V_k [G_{ik} \cos(\theta_i - \theta_k) + B_{ik} \sin(\theta_i - \theta_k)], \quad (2.27)$$

$$Q_i^{cal} = -V_i^2 B_{ii} + \sum_{k=1}^n V_i V_k [G_{ik} \sin(\theta_i - \theta_k) - B_{ik} \cos(\theta_i - \theta_k)]. \quad (2.28)$$

donde G_{ik} y B_{ik} son la conductancia y la susceptancia entre los buses i y k , θ_k es la fase del voltaje V_k en el bus k .

2.3.4. Ecuaciones de Bus

Las ecuaciones que se citan a continuación establecen los balances de potencia en los buses de generador y los buses de carga.

2.3.4.1. Buses de generador

Los balances de potencia en el bus de generador i son determinados como:

$$\Delta P_i = P_i^M - P_{Li} - P_i^{cal} = 0 \quad (2.29)$$

$$\Delta Q_i = Q_i^M - Q_{Li} - Q_i^{cal} = 0 \quad (2.30)$$

los términos ΔP_i y ΔQ_i expresan los balances de potencia activa y reactiva en el bus i , respectivamente. P_i^M y Q_i^M representan la potencia activa y potencia reactiva inyectada por el generador en el bus i , se utilizan las expresiones (2.23) y (2.24) en este balance. P_{Li} y Q_{Li} representan la potencia activa y reactiva demandadas por la carga en el bus

i , como se estableció anteriormente se utiliza un modelo polinómico de carga (2.25)-(2.26). P_i^{cal} y Q_i^{cal} representan el intercambio de potencia activa y reactiva a través de los elementos de transmisión conectados en el bus i , estos términos son expresados mediante (2.27) y (2.28), respectivamente.

2.3.4.2. Buses de carga

El balance de potencia en los buses de carga se expresa como:

$$\Delta P_i = -P_{L_i} - P_i^{cal} = 0 \quad (2.31)$$

$$\Delta Q_i = -Q_{L_i} - Q_i^{cal} = 0 \quad (2.32)$$

Tal como sucedió con el balance de potencias en los buses de generador, para establecer (2.31) y (2.32) se utilizan las expresiones matemáticas citadas anteriormente para definir P_{L_i} , Q_{L_i} , P_i^{cal} y Q_i^{cal} .

2.3.5. Modelo de Medición

Debido a que se desea desarrollar una estimación de estados en un SEP se requiere necesariamente de un modelo de medición, entre los posibles modelos de medición se encuentran las ecuaciones de los flujos de potencia, las cuales expresan una relación algebraica no lineal entre el voltaje y el ángulo de fase.

Los modelos de medición considerados en este trabajo se listan a continuación [13],

- Medición de la potencia activa y reactiva de los buses de carga.
- Medición de la potencia activa y reactiva en los buses de generador, como medición pueden ser consideradas las expresiones (2.23) y (2.24).
- Medición de los flujos de potencia activa y reactiva en la red.

2.3.6. Modelos simplificados de un SEP

En las Subsecciones (2.3.1)-(2.3.4), se establecen un conjunto de ecuaciones diferenciales y algebraicas que describen el comportamiento dinámico detallado de un sistema eléctrico de potencia.

Con el objetivo de extender a los sistemas eléctricos de potencia el análisis de observabilidad para SDA propuesto en [36], así como de los algoritmos de estimación propuestos por R. Mandela et al. [25], [26]. En un principio también se trabajó con dos modelos simplificados de un SEP, esto con la finalidad de entender la teoría matemática para después darle un sentido práctico.

A continuación se citan los dos tipos de modelos considerados así como sus características.

Modelo Tipo A- Este tipo de modelo incorpora la dinámica del rotor y cargas estáticas [13], [38]. El modelo tiene las siguientes características:

- La potencia mecánica de entrada se considera constante.
- Un voltaje constante detrás de la reactancia transitoria de la máquina síncrona puede ser considerado.
- El ángulo del rotor de la máquina síncrona se asume igual al ángulo del voltaje detrás de la reactancia transitoria [41] [16].

$$f_i^I : \dot{\delta}_i = \omega_i - 2 * \pi f_0 \quad (2.33)$$

$$f_i^{II} : \dot{\omega}_i = \frac{1}{M_i} (P_i - P_{e_i}(\delta, \theta, V) - D_i(\omega_i - 2 * \pi f_0)) \quad i = 1, \dots, \mathbf{m} - 1 \quad (2.34)$$

$$g_i^I : \Delta P_j = -P_{L_j} - P_j^{cal}(\delta, \theta, V) = 0 \quad (2.35)$$

$$g_i^{II} : \Delta Q_j = -Q_{L_j} - Q_j^{cal}(\delta, \theta, V) = 0 \quad j = \mathbf{m} + 1, \dots, \mathbf{n} \quad (2.36)$$

donde

$$P_{e_i} = \sum_{j=1}^{\mathbf{n}} |V_i||V_j|[G_{ij}\cos(\delta_i - \theta_j) + B_{ij}\sen(\delta_i - \theta_j)] \quad (2.37)$$

\mathbf{m}	Número de buses de generador,
\mathbf{n}	Número total de buses del SEP,
P_i	$P_{m_i} - V_i^2 G_{ii}$,
P_{m_i}	Potencia mecánica de entrada,
P_{L_j}, Q_{L_j}	Referencia de las inyecciones de las potencias nodales,
$P_j^{cal}, Q_{L_j}^{cal}$	Inyección de potencia activa y reactiva en el nodo j ,
G_{ii}	Conductancia del nodo i ,
$B_{ij}(G_{ij})$	Susceptancia (conductancia) mutua entre los nodos i y j .

El modelo *Tipo A* es un modelo simplificado de un SEP [13], (2.33) y (2.34), junto con (2.37) constituyen el modelo de una máquina síncrona conocido como modelo clásico el cual es usualmente utilizado para realizar el análisis de estabilidad transitoria [41] [16].

Al tratarse de un modelo reducido las únicas ecuaciones algebraicas consideradas son las expresiones que comprenden el balance de potencia activa y reactiva en los buses de carga. Las expresiones (2.35) y (2.36) quedan determinadas con base a (2.31) y (2.32), respectivamente.

De esta manera cuando se trabaja con un modelo *Tipo A* los únicos estados algebraicos que se consideran son los fasores de voltaje (θ, V) de los buses de carga ya que los fasores de voltaje de los buses de generador son considerados como datos.

Modelo Tipo B- Otro modelo simplificado que incorpora la dinámica del rotor, la fuerza electromotriz interna del eje de cuadratura además de considerar cargas estáticas [13].

En este modelo se hace la consideración de que el ángulo de carga es distinto al ángulo de fase del voltaje de bus del generador. Las expresiones (2.38)-(2.40) describen la dinámica de generador.

Con respecto al modelo *Tipo A*, el modelo *Tipo B* considera solamente el balance de potencia activa en el bus de generador, ésto se debe a que el único estado algebraico que se estima de un bus de generador es el ángulo de fase mientras que la magnitud de voltaje se asume como un dato. P_{e_i} en (2.39) es expresada mediante (2.23).

$$f_i^I : \dot{\delta}_i - \omega_i + 2 * \pi f_0 = 0 \quad (2.38)$$

$$f_i^{II} : \dot{\omega}_i = \frac{1}{M_i} (P_{m_i} - P_{e_i}(\delta, \theta, V) - D(\omega_i - 2 * \pi f_0)) \quad (2.39)$$

$$f_i^{III} : \dot{E}_{q_i} = \frac{1}{\tau_i} \left[E_{F_i} - E_{q_i} - \frac{x_{d_i} - x'_{d_i}}{x_{d_i}} (E_{q_i} - V_i \cos(\delta_i - \theta_i)) \right] \quad (2.40)$$

$$g_i^I : \Delta P_i = P_{e_i} - P_{L_i} - P_i^{cal}(\theta, V) = 0 \quad (2.41)$$

$$g_i^{II} : \Delta P_j = -P_{L_j} - P_j^{cal}(\theta, V) = 0 \quad (2.42)$$

$$g_i^{III} : \Delta Q_j = -Q_{L_j} - Q_j^{cal}(\theta, V) = 0 \quad (2.43)$$

Con: $i : 1 \dots \mathbf{m} - 1$; $j : \mathbf{m} + 1 \dots \mathbf{n}$; donde se considera $u = \left\{ \frac{P_{m_i}}{M_i} \frac{E_{F_i}}{\tau_i} \right\}$.

Junto con los modelos *Tipo A* y *Tipo B* se debe seleccionar un modelo de medición, el cual puede ser seleccionado entre las opciones que se mencionan en la Subsección 2.3.5, en el Capítulo 4 se explica cual fueron las salidas seleccionadas para cada uno de los casos de estudio.

2.4. Simulación en tiempo real de un SEP

2.4.1. Implicaciones de un modelo SDA

Una vez que se han planteado las ecuaciones de oscilación junto al sistema de ecuaciones algebraicas, la simulación del comportamiento dinámico del sistema de potencia requiere de la solución del sistema de ecuaciones diferenciales en conjunto con el sistema de ecuaciones algebraicas en cada instante de tiempo [41]. Existen diferentes métodos numéricos y pasos de integración que pueden ser utilizados para calcular los valores de las variables del sistema.

Existen dos enfoques principales para encontrar la solución del sistema de ecuaciones [34]:

1. Solución particionada.
2. Solución simultánea.

Para elegir un método se requiere considerar que se desea tener una solución lo más rápido posible, con las siguientes consideraciones [34]:

- rentabilidad,
- suficiente precisión.
- flexibilidad y facilidad de implementación.

Cuando se trabaja con los métodos explícitos, se emplea un esquema de integración explícito como lo es el Runge de Kutta o el Adam-Bashfort para convertir a las ecuaciones diferenciales en expresiones algebraicas, de esta manera se tiene un conjunto de ecuaciones algebraicas no lineales. Si se desea trabajar con el método implícito se utilizan esquemas de integración implícitos tales como el de la regla trapezoidal o el método implícito de Euler [41] [32].

Otro enfoque utilizado es el particionado o también conocido como alternativo, éste consta de solucionar el conjunto de ecuaciones diferenciales y algebraicas en forma separada, es decir las ecuaciones diferenciales son resueltas para varios instantes de tiempo, mientras que el conjunto de ecuaciones algebraicas son resueltas solamente para alguno de estos pasos. *Trabajar con este tipo de enfoque implica utilizar un método de extrapolación para estimar el valor del estado algebraico en los pasos de muestreo en donde las ecuaciones algebraicas no son resueltas* [41].

El *ODE15s* es un método numérico programado en *MATLAB* que soluciona al SDA de la forma implícita simultanea, este tipo de enfoque puede ser resumido en los siguientes pasos [41]:

- Conversión de las ecuaciones diferenciales a expresiones algebraicas utilizando un método de integración numérico, en el caso del *ODE15s* se utiliza el método *Backward Differential Formulation* para determinar la aproximación de la derivada temporal.
- Solucionar el sistema de ecuaciones algebraicas no lineales utilizando el método de Newton-Raphson para cada instante de tiempo. Las ecuaciones no lineales en este etapa están constituidas por las ecuaciones diferenciales algebraizadas pertenecientes a la dinámica del generador junto con las ecuaciones del balance de potencias de la red.
- Solucionar el sistema de ecuaciones lineales en cada instante de tiempo del método de Newton Raphson. En este paso normalmente se utiliza un método directo como lo es la descomposición de *LU*.

Con la aplicación del método *Backward Differential Formulation* permite aproximar la derivada temporal de la parte diferencial, ésta puede ser expresada como:

$$F_1 = x_{n+1} - x_n - h[f(x_{n+1}, y_{n+1}) + f(x_n, y_n)] = 0 \quad (2.44)$$

$$F_2 = g(x_{n+1}, y_{n+1}) = 0 \quad (2.45)$$

Si se considera que los valores en el instante n son conocidos, se obtiene un sistema no lineal de ecuaciones en el instante de tiempo $n + 1$. El método de Newton-Raphson es aplicado al sistema resultante como se indica a continuación:

$$F^{(k)} = -J_{n+1}^{(k)} \Delta X_{n+1} \quad (2.46)$$

$$X_{n+1}^{(k+1)} = X_{n+1}^{(k)} + \Delta X_{n+1} \quad (2.47)$$

donde:

$$F = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

En las expresiones (2.46) y (2.47), los subíndices $n + 1$ indican el instante de tiempo, el índice k indica el numero de iteración de Newton-Raphson. Se asume que las iteraciones de Newton Raphson convergen cuando ΔX_{n+1} o $F^{(k)}$ es suficientemente cercano a cero [41]. El valor de convergencia X_n en cada instante de tiempo será el valor inicial para el siguiente instante de tiempo ($X_{n+1}^{(0)} = X_n$).

En el presente trabajo se decidió utilizar el *ODE15s* de *MATLAB* con el fin de obtener la respuesta en el tiempo de un SEP. Se debe mencionar que también se puede programar cada una de las derivadas temporales de los estados diferenciales modificando a libertad el paso de muestreo y solucionando el conjunto de ecuaciones algebraicas resultantes.

Trabajar con un método simultaneo implícito o en su caso trabajar con el *ODE15s* conlleva tener problemas de convergencia en las iteraciones del método de Newton debido a las malas condiciones iniciales otorgadas, también puede existir un problema con la singularidad en la matriz del Jacobiano debido al pequeño paso de integración. Usualmente en este tipo de métodos numéricos, el algoritmo iterativo de Newton reutiliza las matrices jacobianas con el fin de realizar múltiples iteraciones y con ello encontrar la solución del sistema algebraico con mayor rapidez.

Entre los beneficios que se tienen al utilizar este tipo de solucionador, se tiene que en el momento en el que la tasa de tiempo de convergencia del método de Newton es pobre, el solucionador *ODE15s* ajusta el paso de integración a un valor pequeño de tal manera que se pueda asegurar la obtención de una solución. La situación tiene sus pros

y sus contras, si se otorgan las condiciones iniciales adecuadas se podrá obtener una solución en un tiempo óptimo, pero si éstas no son las adecuadas pueden presentarse problemas como singularidades en el Jacobiano. Esto se debe a la forma en la que funciona el solucionador; cada que una iteración de Newton falla el paso de integración se reduce, si las condiciones iniciales no son las correctas hay un punto en el que el paso de integración es tan pequeño que el Jacobiano se hace singular.

2.4.2. El porqué de utilizar el *ODE15s*

La dinámica de un SEP puede ser descrita a detalle por medio de un SDA (expresiones de las Subsecciones (2.3.1)-(2.3.4), así como también por modelos simplificados (modelos *Tipo A* y *Tipo B*), se trabaja con la parte diferencial junto con la parte algebraica. Son sistemas que contienen simultáneamente una dinámica rápida y una lenta. Las constantes de tiempo correspondientes a la parte diferencial van desde los segundos y mili segundos [13].

La parte restante del modelo comprende las características de la carga, las constantes de tiempo relacionadas a los estados algebraicos son mucho más grandes comparadas con las variables diferenciales, regularmente se consideran como constantes en los lapsos de tiempo en los que se realice la simulación. Los sistemas eléctricos de potencia son considerados como SDA *stiff*, por el hecho de que se tiene una dinámica rápida (parte electromecánica) y una dinámica lenta (parte electromagnética).

En un principio para solucionar un SDA con las características antes mencionadas, la idea sería usar un paso de integración pequeño al comienzo y luego agrandarlo cuando la dinámica rápida desaparece. El problema es que los métodos explícitos se tornan numéricamente inestables al agrandar el paso de integración.

Por estas razones, cuando se trabaja con sistemas *stiff* deben utilizarse exclusivamente métodos implícitos. *MATLAB* cuenta con dos métodos numéricos enfocados a trabajar con SDA *stiff*, el ya mencionado *ODE15s* y el *ODE23s*. Se eligió trabajar con el *ODE15s* ya que su exactitud va de baja a media, mientras que para el *ODE23s* es baja solamente, la exactitud jugó un rol importante en la elección del solucionador. Ambos métodos permiten encontrar la solución del SDA otorgando las condiciones iniciales correctas de las variables del sistema y el intervalo de tiempo en el que se desea analizar la respuesta del SEP.

Estimación de estados en SEP expresados como un SDA

En el presente capítulo se describe la adaptación de la teoría del filtro de Kalman por R. Mandela et al. [25], [26] para realizar la estimación de estados de sistemas no lineales descritos por una clase de ecuaciones diferenciales algebraicas. Se explica a detalle los algoritmos de estimación del filtro de Kalman Extendido y el filtro de Kalman Unscented para SDA.

3.1. Técnicas de estimación de estados para SDA no lineales

En la literatura científica, cuando se habla de estimación de estados en SDA, se trabaja con sistemas de índice uno. Este índice se refiere al número de derivadas requeridas para convertir un SDA en un sistema puramente diferencial.

En este trabajo se sigue un enfoque similar, gracias a que los sistemas eléctricos de potencia considerados son de índice uno.

Para iniciar la discusión es necesario explicar a grandes rasgos la teoría de filtro de Kalman en el contexto de los sistemas diferenciales algebraicos.

El filtro de Kalman es un estimador óptimo para sistemas lineales en presencia de incertidumbres en la medición y en el estado. El filtro de Kalman Extendido (EKF, por sus siglas en inglés) es una extensión del filtro de Kalman para sistemas no lineales descritos por un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias.

El EKF ha sido estudiado y aplicado a un conjunto de SDA no lineales, entre los primeros trabajos que fundamentan la técnica se encuentra el trabajo de V.M. Becerra et al. [5]. Uno de los inconvenientes que se presentan es que el modelo de medición depende solamente de los estados diferenciales. Para dar solución a este problema se utilizó el algoritmo propuesto en [25] y [26], en él se propone una modificación del filtro

de Kalman Extendido y el filtro de Kalman Unscented, ambos estimadores consideran modelos de medición que dependen de los estados diferenciales y algebraicos.

3.1.1. Modelo para la estimación de estados

Como se mencionó en la Sección 2.3 del Capítulo 2, un sistema eléctrico de potencia puede ser representado como un sistema diferencial algebraico semiexplícito. El modelado y la estimación de estados se realizaron con base a un modelo (2.19) bajo las siguientes consideraciones:

1. Las mediciones son obtenidas en intervalos regulares con un determinado periodo de muestreo Δt .
2. El ruido que afecta a la medición puede ser modelado como ruido blanco Gaussiano con media igual a cero y covarianza \mathbf{R}

$$y_{k+1} = h(x_{d_{k+1}}, z_{k+1}) + v_{k+1} \quad (3.1)$$

donde $v \in \mathbb{R}^m$ representa el ruido en la medición.

3. Por simplicidad no son consideradas entradas manipulables, a pesar de esto también pueden ser incluidas [26], [25].

Bajo las consideraciones (1 – 3), una representación discreta del modelo puede ser expresada como

$$x_{d_{k+1}} = x_{d_k} + \int_{(k)\Delta t}^{(k+1)\Delta t} f(x_d(t), z(t))dt + w_k \quad (3.2)$$

$$0 = g(x_d(t), z(t)) \quad k\Delta t \leq t \leq (k+1)\Delta t \quad (3.3)$$

(3.2) y (3.3) pueden ser escritas como:

$$x_{d_{k+1}} = \mathbf{F}(x_{d_k}, z_k, w_k) \quad (3.4)$$

$$0 = g(x_{d_{k+1}}, z_{k+1}) \quad (3.5)$$

donde $x_d \in \mathbb{R}^{n_d}$ y $z \in \mathbb{R}^{n_z}$, representan a los estados diferenciales y algebraicos respectivamente, $w \in \mathbb{R}^{n_d}$ es un vector de variables aleatorias continuas linealmente independientes con media cero y covarianza \mathbf{Q} , w representa el ruido que afecta al estado. Las expresiones (3.4) y (3.5) junto con (3.1) representan al SDA de forma discreta.

Para la implementación del EKF y UKF se necesitan cumplir una serie de requerimientos, a grandes rasgos se debe contar con un modelo bien definido de un SEP y de un modelo de medición, a continuación se mencionan cada uno de estos aspectos.

Modelo del SEP:	Formular el modelo detallado de un SEP con las expresiones citadas en la Sección 2.3 del Capítulo 2, o en su caso seleccionar un modelo <i>Tipo A</i> o <i>Tipo B</i> , las características de estos modelos pueden ser encontradas en el Capítulo 2 en la Subsección 2.3.6.
Modelo de medición:	Contar con un modelo de medición que nos permita realizar la estimación del estado, este modelo puede ser seleccionado entre un conjunto de mediciones posibles mencionadas en la Subsección 2.3.5 del Capítulo 2.
Método numérico:	Se requiere de un método numérico de <i>MATLAB</i> que nos permita encontrar la solución del SDA seleccionado. Se trabajó con el <i>ODE15s</i> , en la Sección 2.4.1 y en la Subsección 2.4.2 del Capítulo 2 se mencionan las implicaciones de trabajar con un SDA así como las razones de utilizar este método.
Condiciones iniciales:	Para encontrar la solución del SDA se necesita de un conjunto de condiciones iniciales correctas y de un intervalo de tiempo. Para ejecutar los métodos de estimación recursivos, el EKF y UKF requieren del estado inicial $\hat{x}_0 = E[x_0]$ y de la matriz de covarianza asociada al error de estimación $P_0 = E[(x_0 - \hat{x}_0)(x_0 - \hat{x}_0)^\top]$.
Discretización (periodos de muestreo):	Tener en cuenta el número de muestras que se considerarán en un intervalo de tiempo específico, éste depende en gran medida del solucionador utilizado (<i>ODE15s</i>). En la Sección 4.6 del Capítulo 4 se explica a detalle este aspecto.
Covarianzas de los ruidos:	Se debe conocer la covarianza del ruido que afecta a la medición y al estado, de esta manera se podrán determinar las matrices Q y R .
Puntos de equilibrio:	Definir el punto de equilibrio del SEP en torno al cual se trabajará. Este mismo punto será utilizado para evaluar las Jacobianos asociados al sistema aumentado adoptado por el EKF para SDA's [25], [26].
Puntos sigma:	El UKF utiliza un conjunto de puntos determinísticos, conocidos como puntos sigma, los cuales son seleccionados en función de las condiciones <i>a priori</i> . A cada uno de estos puntos es asociado un peso el cual es determinado por medio de un conjunto de parámetros. Para ejecutar el algoritmo de estimación del UKF se requiere del estado inicial (\hat{x}_0) y de la matriz de covarianza inicial (P_0) para determinar los puntos sigma, también se deben atorgar valores a los parámetros asociados a los pesos con el fin de obtener la mejor aproximación de la distribución Gaussiana.

3.1.2. Filtro de Kalman Extendido para SDA

El filtro de Kalman Extendido (EKF) ha sido ampliamente utilizado en los sistemas diferenciales con buenos resultados. Para su implementación en los sistemas diferenciales algebraicos se requieren de ciertas modificaciones. Un primer enfoque que se ha empleado es el de convertir el SDA en un sistema diferencial (ODE, por sus siglas en inglés). Sin embargo se sabe que este enfoque no es del todo bueno, ya que se introducen errores numéricos significativos [26]. Otro problema no menos importante es el hecho de que el estado actualizando por el EKF no necesariamente satisface las restricciones algebraicas. El trabajo de V.M. Becerra et al. [5] se propone convertir el SDA a un sistema diferencial que dependa solamente de los estados diferenciales (orden reducido), el inconveniente es que las salidas solamente dependen de los estados diferenciales. Este aspecto puede representar un problema para realizar la estimación del estado en un SEP debido a que la mayoría de las salidas dependen de los estados algebraicos.

En el enfoque propuesto por R. Mandela et al. [25], [26] se trabaja con un sistema aumentado agrupando los estados diferenciales y algebraicos. Una de las principales diferencias entre este enfoque y el propuesto en [5], es que la salida depende de ambos estados y no solamente de los diferenciales. Es por esta razón que se decidió trabajar con el método propuesto en [25], [26].

Para realizar la estimación de estados se considera el modelo diferencial algebraico expresado en las ecuaciones (3.4)-(3.5), con mediciones discretas en intervalos con periodos de muestreo Δt . En el método propuesto, los estados son aumentados, el estado estimado y el error de covarianza en el instante de tiempo k son definidos por $X_{k|k}^{aum}$ y $P_{k|k}^{aum}$.

Con el propósito de obtener la matriz de covarianza del error de los estados aumentados estimados, se obtiene una aproximación lineal del SDA:

$$\dot{x}_d = Ax_d + Bz \quad (3.6)$$

$$0 = Ex_d + Fz \quad (3.7)$$

donde

$$\begin{bmatrix} A & B \\ E & F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x_d} & \frac{\partial f}{\partial z} \\ \frac{\partial g}{\partial x_d} & \frac{\partial g}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Diferenciando (3.7) una vez, se obtiene

$$0 = E\dot{x}_d + F\dot{z} \quad (3.9)$$

por lo que

$$\dot{z} = -F^{-1}E\dot{x}_d \quad (3.10)$$

$$\dot{z} = -F^{-1}EAx_d - F^{-1}EBz \quad (3.11)$$

escribiendo la matriz de la forma

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_d \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ -F^{-1}EA & -F^{-1}EB \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_d \\ z \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

El sistema aumentado (3.12) es expresado como:

$$\dot{x}^{aum} = \Lambda_k x^{aum} \quad (3.13)$$

el estado aumentado es representado como:

$$x^{aum} = [x_d \quad z]^\top$$

la matriz de transición de estados es representada de la siguiente manera:

$$\phi_k = \exp(\Lambda_k \Delta t) \quad (3.14)$$

el subíndice k indica que el valor de estas expresiones varía con el tiempo.

3.1.2.1. Algoritmo de Estimación

Paso I: Obtención analíticamente de los Jacobianos A, B, F y E .

Paso II: Inicializar el filtro en $k = 0$:

$$\begin{aligned} \hat{x}_0^{aum} &= E[x_0^{aum}] \\ P_0 &= E[(x_0^{aum} - \hat{x}_0^{aum})(x_0^{aum} - \hat{x}_0^{aum})^\top] \end{aligned} \quad (3.15)$$

donde E indica el valor esperado, como se está trabajando con un sistema aumentado se deben otorgar valores iniciales a los estados diferenciales y algebraicos, por lo tanto la matriz P_0 también comprende ambos estados.

Paso III: Establecer los valores de la covarianza del ruido del proceso y de la salida, se definen las matrices \mathbf{Q} y \mathbf{R} .

Paso IV: Para $k = 1, 2, \dots$ se ejecuta el algoritmo de estimación descrito mediante los siguientes pasos:

(a) Evaluación de los Jacobianos

$$A = \left. \frac{\partial f}{\partial x_d} \right|_{\hat{x}_{k|k}^{aum}} \quad B = \left. \frac{\partial f}{\partial z} \right|_{\hat{x}_{k|k}^{aum}} \quad E = \left. \frac{\partial g}{\partial x_d} \right|_{\hat{x}_{k|k}^{aum}} \quad F = \left. \frac{\partial g}{\partial z} \right|_{\hat{x}_{k|k}^{aum}}$$

Las matrices se agrupan para formar el sistema aumentado (3.12).

$$\Lambda_{\hat{x}_{k|k}^{aum}} = \left[\begin{array}{cc} A & B \\ -F^{-1}EA & -F^{-1}EB \end{array} \right] \Big|_{\hat{x}_{k|k}^{aum}} \quad \phi_k = \exp(\Lambda_{\hat{x}_{k|k}^{aum}} \Delta t)$$

(b) **Predicción:**

- (b.1) Para obtener $(\hat{x}_{d_{k+1}|k}, \hat{z}_{k+1|k})$ dados $(\hat{x}_{d_k|k}, \hat{z}_{k|k})$, se soluciona (3.16)-(3.17).

$$\hat{x}_{d_{k+1}|k} = \mathbf{F}(\hat{x}_{d_k|k}, \hat{z}_{k|k}) \quad (3.16)$$

$$0 = g(\hat{x}_{d_{k+1}|k}, \hat{z}_{k+1|k}) \quad (3.17)$$

De esta manera de formula el estado aumentado estimado

$$\hat{x}_{k+1|k}^{aum} = [\hat{x}_{d_{k+1}|k} \quad \hat{z}_{k+1|k}]^\top$$

- (b.2) La matriz de covarianza de los estados estimados es calculada como:

$$P_{k+1|k}^{aum} = \phi_k P_{k|k}^{aum} \phi_k^\top + \Gamma_k \mathbf{Q}_k \Gamma_k^\top \quad (3.18)$$

donde

$$\Gamma = \left[\begin{array}{c} I \\ -F^{-1}E \end{array} \right] \Big|_{\hat{x}_{k|k}^{aum}} \quad (3.19)$$

la expresión (3.19) representa como incide el ruido en el estado aumentado, donde I es una matriz identidad de $n_d \times n_d$ (estado diferencial), el término $-F^{-1}E$ determina cómo el ruido afecta al estado algebraico en el sistema aumentado.

(c) **Corrección**

- (c.1) La matriz de ganancia de Kalman aumentada es calculada como

$$K_{k+1}^{aum} = P_{k+1|k}^{aum} H_{k+1}^{aum\top} (H_{k+1}^{aum} P_{k+1|k}^{aum} H_{k+1}^{aum\top} + \mathbf{R}_{k+1})^{-1} \quad (3.20)$$

donde H_{k+1}^{aum} es el modelo de medición linealizado evaluado en $\hat{x}_{k+1|k}^{aum}$.

- (c.2) La actualización del estado estimado está dada por

$$\hat{x}_{k+1|k+1}^{aum} = \hat{x}_{k+1|k}^{aum} + K_{k+1}^{aum} (y_{k+1} - h(\hat{x}_{k+1|k}^{aum})) \quad (3.21)$$

De aquí sólo los estados diferenciales $\hat{x}_{d_{k+1}|k+1}$ son considerados.

- (c.3) Dado $\hat{x}_{d_{k+1}|k+1}$, se calculan los valores estimados de los estados algebraicos $\hat{z}_{k+1|k+1}$ utilizando

$$g(\hat{x}_{d_{k+1}|k+1}, \hat{z}_{k+1|k+1}) = 0 \quad (3.22)$$

- (c.4) Finalmente se actualiza la matriz de covarianza

$$P_{k+1|k+1}^{aum} = (I - K_{k+1}^{aum} H_{k+1}^{aum}) P_{k+1|k}^{aum} \quad (3.23)$$

3.1.3. Filtro de Kalman Unscented para SDA

El filtro de Kalman Unscented (UKF) es un enfoque desarrollado como una alternativa del filtro de Kalman Extendido. El enfoque del filtro de Kalman Unscented es trabajar con la transformación no lineal (f y g) sin obtener el jacobiano de la transformación. Se trabaja con las funciones no lineales para predecir la media y la covarianza cuando una variable aleatoria pasa a través de una transformación no lineal [26], caso contrario a lo que ocurre con el filtro de Kalman Extendido, el cual linealiza la transformación no lineal para calcular la media y la covarianza de la variable transformada.

La transformación Unscented es una técnica donde un pequeño número de muestras determinísticas son seleccionadas tal que el peso de la media y la covarianza equivale a la media y la covarianza de una variable aleatoria a través de la transformación no lineal. Los valores de muestra transformados son utilizados para calcular la media y la covarianza *a posteriori*. El filtro de Kalman Unscented ha sido ampliamente utilizado por sistemas puramente diferenciales, en el enfoque utilizado en la presente tesis es una extensión del filtro Unscented para sistemas diferenciales algebraicos de índice uno. El enfoque es el mismo que la teoría del filtro de Kalman basado en la predicción y la corrección. La modificación implica que las primeras muestras de prueba seleccionadas son para los estados diferenciales. Las muestras sin transformación para los estados algebraicos son generadas a partir de las ecuaciones algebraicas, de esta manera se logra que los puntos sigma (muestras determinísticas) sean consistentes [26]. Los puntos sigma son propagados a través de la transformación no lineal mediante el solucionador de ecuaciones diferenciales algebraicas. La matriz de covarianza del error para los estados propagados es calculado con los estados propagados y con la matriz de covarianza del ruido del proceso. Los puntos sigma para los estados diferenciales y algebraicos son generados nuevamente utilizando la matriz de covarianza de los estados propagados. Las muestras de muestra para el modelo de medición son obtenidos de la transformación de las muestras diferenciales y algebraicas a través del modelo de medición. La covarianza de las muestras es utilizada para calcular la ganancia del filtro de Kalman. Utilizando la ganancia calculada se realiza la corrección de los estados diferenciales, mientras que para realizar la corrección de los estados algebraicos se realiza solucionando las ecuaciones algebraicas.

El algoritmo del UKF se describe a continuación.

Paso I: Establecer el peso de los puntos sigma, el ajuste de una transformación puede ser representada por tres parámetros [21], [40]. El primer parámetro de ajuste, α , determina la dispersión de los puntos sigma. Este parámetro puede variar entre 10^{-4} y 1. El segundo parámetro a definir es β , se usa para incluir información acerca de la distribución previa (para distribuciones Gaussianas, $\beta = 2$ es el valor óptimo). El tercer parámetro κ , es usualmente establecido como 0. Utilizando estos tres parámetros, un nuevo parámetro de ajuste λ , los vectores de los pesos de la media \mathbf{W}^m y de la covarianza \mathbf{W}^c son definidos como:

3. ESTIMACIÓN DE ESTADOS EN SEP EXPRESADOS COMO UN SDA

$$\begin{aligned}
 \lambda &= \alpha^2(n_d + \kappa) - n_d \\
 \mathbf{W}_0^m &= \lambda/(n_d + \lambda) \\
 \mathbf{W}_0^c &= \lambda/(n_d + \lambda) + 1 - \alpha^2 + \beta \\
 \mathbf{W}_i^m &= \mathbf{W}_i^c = 1/[2(n_d + \lambda)], \quad i = 1, \dots, 2n_d
 \end{aligned} \tag{3.24}$$

donde n_d es la dimensión del estado diferencial.

Paso II: Establecer los valores de la covarianza del ruido del proceso y de la salida, se definen las matrices \mathbf{Q} y \mathbf{R} .

Paso III: Inicializar el estado y la covarianza:

$$\begin{aligned}
 \hat{x}_{d_0} &= E[x_{d_0}] \\
 P_0 &= E[(x_{d_0} - \hat{x}_{d_0})(x_{d_0} - \hat{x}_{d_0})^\top]
 \end{aligned} \tag{3.25}$$

se otorgan las condiciones iniciales del estado diferencial y la matriz de covarianza P_0 que comprende únicamente a los diferenciales.

Paso IV: Las etapas de predicción y corrección se ejecutan en cada instante de tiempo.

Predicción:

1. Se deben generar el conjunto de puntos sigma asociados a los estados diferenciales, a continuación se mencionan los pasos a seguir:
 - (a) Calcular la raíz cuadrada de la matriz de covarianza

$$P_{k|k} = \left(\sqrt{P_{k|k}} \right) \left(\sqrt{P_{k|k}} \right)^\top$$

- (b) Obtener el conjunto de puntos sigma como:

$$\hat{X}_{d_{k|k},i} = \left[\hat{x}_{d_{k|k}} \quad \hat{x}_{d_{k|k}} + \sqrt{(n_d + \lambda)}\sqrt{P_{k|k}} \quad \hat{x}_{d_{k|k}} - \sqrt{(n_d + \lambda)}\sqrt{P_{k|k}} \right] \tag{3.26}$$

En el instante k , $\hat{x}_{d_{k|k}}$ es el estimado del estado diferencial y $P_{k|k}$ es la matriz de covarianza asociada, el número de puntos sigma asociados $\hat{X}_{d_{k|k}}$ es de $2n_d + 1$.

2. Calcular $\hat{Z}_{k|k,i}$ de $g(\hat{X}_{d_{k|k},i}, \hat{Z}_{k|k,i}) = 0$, ésto asegura que los puntos sigma sean consistentes. Estos puntos son las muestras determinísticas asociadas a los estados algebraicos, (i) representa la i -ésima columna de la matriz.
3. Cada uno de los puntos sigma son propagados a través del SDA con el fin de obtener $\hat{X}_{d_{k+1|k},i}$ y $\hat{Z}_{k+1|k,i}$, estos valores son obtenidos solucionando el conjunto de ecuaciones algebraicas no lineales

$$\hat{X}_{d_{k+1}|k,i} = \mathbf{F}(\hat{X}_{d_k|k,i}, \hat{Z}_{k|k,i}) \quad (3.27)$$

$$0 = g(\hat{X}_{d_{k+1}|k,i}, \hat{Z}_{k+1|k,i}) \quad (3.28)$$

las expresiones (3.27) y (3.28) son resueltas para cada punto sigma.

4. El estado diferencial estimado $\hat{x}_{d_{k+1}|k}$ está dado por

$$\hat{x}_{d_{k+1}|k} = \sum_{i=0}^{2n_d} \mathbf{W}_i^m \hat{X}_{d_{k+1}|k,i} \quad (3.29)$$

5. Calcular $P_{k+1|k}^{xx}$

$$P_{k+1|k}^{xx} = \sum_{i=0}^{2n_d} \mathbf{W}_i^c (\hat{X}_{d_{k+1}|k,i} - \hat{x}_{d_{k+1}|k}) (\hat{X}_{d_{k+1}|k,i} - \hat{x}_{d_{k+1}|k})^\top + \mathbf{Q}_k \quad (3.30)$$

6. Obtener un conjunto de muestras con $\hat{x}_{d_{k+1}|k}$ como media y $P_{k+1|k}^{xx}$ como matriz de covarianza, se obtienen un nuevo conjunto de puntos sigma $\hat{X}_{d_{k+1}|k,i}$.

7. Recalcular $\hat{Z}_{k+1|k,i}$ de $g(\hat{X}_{d_{k+1}|k,i}, \hat{Z}_{k+1|k,i}) = 0$.

8. Formar $\hat{X}_{k+1|k,i}^{aum}$ agrupando $\hat{X}_{d_{k+1}|k,i}$ con $\hat{Z}_{k+1|k,i}$.

9. Calcular $\hat{x}_{k+1|k}^{aum}$

$$\hat{x}_{k+1|k}^{aum} = \sum_{i=0}^{2n_d} \mathbf{W}_i^m \hat{X}_{k+1|k,i}^{aum} \quad (3.31)$$

Corrección:

1. Calcular

$$Y_{k+1|k,i} = h(\hat{X}_{k+1|k,i}^{aum}) \quad (3.32)$$

2. Calcular la matriz de la ganancia del filtro de Kalman

$$K_{k+1}^{aum} = P_{k+1}^{xy} (P_{k+1}^{yy})^{-1} \quad (3.33)$$

donde

$$P_{k+1}^{yy} = \sum_{i=0}^{2n_d} \mathbf{W}_i^c (Y_{k+1|k,i} - \hat{y}_{k+1|k}) (Y_{k+1|k,i} - \hat{y}_{k+1|k})^\top + \mathbf{R}_{k+1} \quad (3.34)$$

3. ESTIMACIÓN DE ESTADOS EN SEP EXPRESADOS COMO UN SDA

$$P_{k+1}^{xy} = \sum_{i=0}^{2n_d} \mathbf{W}_i^c (\hat{X}_{k+1|k,i}^{aum} - \hat{x}_{k+1|k}^{aum}) (Y_{k+1|k,i} - \hat{y}_{k+1|k})^\top \quad (3.35)$$

$$\hat{y}_{k+1|k} = \sum_{i=0}^{2n_d} \mathbf{W}_i^m Y_{k+1,i} \quad (3.36)$$

3. La matriz de ganancia de Kalman correspondiente a los estados diferenciales K_{k+1}^{diff} , la cual es una matriz solamente con las primeras n_d (número de estados diferenciales) filas de K_{k+1}^{aum} .
4. Realizar la corrección del estado diferencial

$$\hat{x}_{d_{k+1}|k+1} = \hat{x}_{d_{k+1}|k} + K_{k+1}^{diff} (y_{k+1} - \hat{y}_{k+1|k}) \quad (3.37)$$

5. Dado los estados diferenciales corregidos $\hat{x}_{d_{k+1}|k+1}$, calcular $\hat{z}_{k+1|k+1}$ de $g(\hat{x}_{d_{k+1}|k+1}, \hat{z}_{k+1|k+1}) = 0$.
6. Actualizar la matriz de covarianza del error de estimación de los estados diferenciales

$$P_{k+1|k+1} = P_{k+1|k} - K_{k+1}^{diff} P_{k+1}^{yy} K_{k+1}^{diff\top} \quad (3.38)$$

A continuación se agrega un cuadro comparativo entre ambas técnicas de estimación para entender de mejor manera la diferencia entre ambos filtros y el funcionamiento de cada uno de ellos.

Cuadro comparativo entre los algoritmos de estimación.	
Filtro de Kalman Extendido (EKF)	Filtro de Kalman Unscented (UKF)
Operaciones fuera de línea.	
<p>Cálculo analíticamente de las matrices Jacobianas</p> $A = \left. \frac{\partial f}{\partial x_d} \right _{\hat{x}_{k k}^{aum}} \quad B = \left. \frac{\partial f}{\partial z} \right _{\hat{x}_{k k}^{aum}}$ $E = \left. \frac{\partial g}{\partial x_d} \right _{\hat{x}_{k k}^{aum}} \quad F = \left. \frac{\partial g}{\partial z} \right _{\hat{x}_{k k}^{aum}}$ $A_{\hat{x}_{k k}^{aum}} = \left[\begin{array}{cc} A & B \\ -F^{-1}EA & -F^{-1}EB \end{array} \right] \Big _{\hat{x}_{k k}^{aum}}$	<p>Definir los parámetros de escalamiento y los vectores de los pesos</p> $\lambda = \alpha^2(n_d + \kappa) - n_d$ $\mathbf{W}_0^m = \lambda / (n_d + \lambda)$ $\mathbf{W}_0^c = \lambda / (n_d + \lambda) + 1 - \alpha^2 + \beta$ $\mathbf{W}_i^m = \mathbf{W}_i^c = 1 / [2(n_d + \lambda)], \quad i = 1, \dots, 2n_d$

3.1 Técnicas de estimación de estados para SDA no lineales

$\phi_k = \exp(\Lambda_{\hat{x}_{k k}^{aum}} \Delta t)$	
$H^{aum} = \begin{bmatrix} \frac{\partial h}{\partial x_d} \Big _{\hat{x}_{d_{k+1} k}} & \frac{\partial h}{\partial z} \Big _{\hat{z}_{k+1} k} \end{bmatrix}$	
Inicialización.	
<p>Condiciones iniciales del estado aumentado</p> $\hat{x}_0^{aum} = E[x_0^{aum}]$ $P_0 = E[(x_0^{aum} - \hat{x}_0^{aum})(x_0^{aum} - \hat{x}_0^{aum})^\top]$	<p>Condiciones iniciales del estado diferencial</p> $\hat{x}_{d_0} = E[x_{d_0}]$ $P_0 = E[(x_{d_0} - \hat{x}_{d_0})(x_{d_0} - \hat{x}_{d_0})^\top]$
Predicción(pasos requeridos por el UKF).	
	$P_{k k} = \left(\sqrt{P_{k k}} \right) \left(\sqrt{P_{k k}} \right)^\top$
	<p>Obtención del conjunto de puntos sigma asociados a los estados diferenciales ($\hat{X}_{d_{k k},i}$), de acuerdo a la expresión (3.26).</p>
	<p>Conjunto de puntos sigma asociados a los estados algebraicos $\hat{Z}_{k k,i}$ de:</p> $g(\hat{X}_{d_{k k},i}, \hat{Z}_{k k,i}) = 0$
	<p>Proyección de los puntos sigma a través del conjunto de funciones diferenciales y algebraicas. Obtención de $\hat{X}_{d_{k+1 k},i}$ y $\hat{Z}_{k+1 k,i}$ de:</p> $\hat{X}_{d_{k+1 k},i} = \mathbf{F}(\hat{X}_{d_{k k},i}, \hat{Z}_{k k,i})$ $0 = g(\hat{X}_{d_{k+1 k},i}, \hat{Z}_{k+1 k,i}) \quad i = 0, \dots, 2n_d$
	<p>Predicción sólo del estado diferencial</p> $\hat{x}_{d_{k+1 k}} = \sum_{i=0}^{2n_d} \mathbf{W}_i^m \hat{X}_{d_{k+1 k},i}$

3. ESTIMACIÓN DE ESTADOS EN SEP EXPRESADOS COMO UN SDA

	$P_{k+1 k}^{xx} = \sum_{i=0}^{2n_d} \mathbf{W}_i^c (\hat{X}_{d_{k+1 k},i} - \hat{x}_{d_{k+1 k}}) (\hat{X}_{d_{k+1 k},i} - \hat{x}_{d_{k+1 k}})^\top + \mathbf{Q}_k$
	<p>Obtener un conjunto de muestras determinísticas con $\hat{x}_{d_{k+1 k}}$ como media y $P_{k+1 k}^{xx}$ como matriz de covarianza, se obtienen un nuevo conjunto de puntos sigma $\hat{X}_{d_{k+1 k},i}$.</p> <p>Recalcular $\hat{Z}_{k+1 k,i}$ de:</p> $g(\hat{X}_{d_{k+1 k},i}, \hat{Z}_{k+1 k,i}) = 0$ <p>Formar $\hat{X}_{k+1 k,i}^{aum}$ agrupando $\hat{X}_{d_{k+1 k},i}$ con $\hat{Z}_{k+1 k,i}$.</p>
<p>Predicción del estado aumentado (diferencial y algebraico).</p>	
$\hat{x}_{d_{k+1 k}} = \mathbf{F}(\hat{x}_{d_k k}, \hat{z}_{k k})$ $0 = g(\hat{x}_{d_{k+1 k}}, \hat{z}_{k+1 k})$ $\hat{x}_{k+1 k}^{aum} = [\hat{x}_{d_{k+1 k}} \quad \hat{z}_{k+1 k}]^\top$ $P_{k+1 k}^{aum} = \phi_k P_{k k}^{aum} \phi_k^\top + \Gamma_k \mathbf{Q}_k \Gamma_k^\top$	$\hat{x}_{k+1 k}^{aum} = \sum_{i=0}^{2n_d} \mathbf{W}_i^m \hat{X}_{k+1 k,i}^{aum}$ <p>La matriz de covarianza del estado predicho (estado diferencial) es calculada mediante la expresión (3.30).</p>
<p>Observación.</p>	
	$Y_{k+1 k,i} = h(\hat{X}_{k+1 k,i}^{aum}) \quad i = 0, \dots, 2n_d$
$\hat{y}_{k+1 k} = h(\hat{x}_{k+1 k}^{aum})$	$\hat{y}_{k+1 k} = \sum_{i=0}^{2n_d} \mathbf{W}_i^m Y_{k+1 k,i}$

3.1 Técnicas de estimación de estados para SDA no lineales

$P_{k+1}^{yy} = H_{k+1}^{aum} P_{k+1 k}^{aum} H_{k+1}^{aum\top} + \mathbf{R}_{k+1}$	$P_{k+1}^{yy} = \sum_{i=0}^{2n_d} \mathbf{W}_i^c (Y_{k+1 k,i} - \hat{y}_{k+1 k}) (Y_{k+1 k,i} - \hat{y}_{k+1 k})^\top + \mathbf{R}_{k+1}$
$P_{k+1}^{xy} = P_{k+1 k}^{aum} H_{k+1}^{aum\top}$	$P_{k+1}^{xy} = \sum_{i=0}^{2n_d} \mathbf{W}_i^c (\hat{X}_{k+1 k,i}^{aum} - \hat{x}_{k+1 k}^{aum}) (Y_{k+1 k,i} - \hat{y}_{k+1 k})^\top$
Corrección.	
$K_{k+1}^{aum} = P_{k+1}^{xy} (P_{k+1}^{yy})^{-1}$	
	<p>La matriz de ganancia de Kalman correspondiente a los estados diferenciales K_{k+1}^{diff}, matriz solamente con las primeras n_d (número de estados diferenciales) filas de K_{k+1}^{aum}.</p>
$\hat{x}_{k+1 k+1}^{aum} = \hat{x}_{k+1 k}^{aum} + K_{k+1}^{aum} (y_{k+1} - \hat{y}_{k+1 k})$ <p>De aquí sólo los estados diferenciales $\hat{x}_{d_{k+1} k+1}$ son considerados.</p>	$\hat{x}_{d_{k+1} k+1} = \hat{x}_{d_{k+1} k} + K_{k+1}^{diff} (y_{k+1} - \hat{y}_{k+1 k})$
<p>Actualización del estado algebraico. Dado $\hat{x}_{d_{k+1} k+1}$, se calculan $\hat{z}_{k+1 k+1}$ de: $g(\hat{x}_{d_{k+1} k+1}, \hat{z}_{k+1 k+1}) = 0$</p>	
<p>Actualización de la matriz de covarianza del estado aumentado</p> $P_{k+1 k+1}^{aum} = (I - K_{k+1}^{aum} H_{k+1}^{aum}) P_{k+1 k}^{aum}$	<p>Actualización de la matriz de covarianza del estado diferencial.</p> $P_{k+1 k+1} = P_{k+1 k} - K_{k+1}^{diff} P_{k+1}^{yy} K_{k+1}^{diff\top}$

Resultados

4.1. Resultados

Las técnicas de estimación de estados basadas en el filtro de Kalman son empleadas en un sistema eléctrico de potencia *Tipo A* y *B* de 3 buses, para cada uno de los casos se tienen 4 y 6 estados respectivamente. También se implementaron ambos estimadores en un modelo *Tipo A* para un sistema de 5 buses y 8 estados. Finalmente se evaluó el desempeño de los filtros para un modelo detallado de un SEP, ésto con el fin de determinar el desempeño de los estimadores desde un punto de vista práctico.

Evaluando los desempeños del EKF y del UKF en un sistema eléctrico de potencia, comparando los tiempos de convergencia así como el error cuadrático medio de los filtros, se podrá determinar cual de estas técnicas es la mejor para realizar la tarea de estimación.

4.1.1. Metodología

Para realizar una comparación entre ambos métodos de estimación, fue necesario conocer los valores de los parámetros de la red: admitancias, conductancias y susceptancias nodales; así como la elección de la salida adecuada con el fin de lograr la estimación de estados correcta.

En el presente trabajo se evalúan los desempeños del filtro de Kalman Extendido y del filtro de Kalman Unscented en un SEP en cuatros distintos escenarios, para la simulación de los filtros se tomaron en consideración los siguientes aspectos:

- Cuando se trabaja con un SEP *Tipo A* se considera que $\delta = \theta$.
- Cuando se trabaja con un SEP *Tipo B*, se considera la fuerza electromotriz interna del eje de cuadratura, en este caso $\delta \neq \theta$.

Antes de realizar la evaluación y comparación entre algoritmos de estimación de estados, se deben determinar los puntos de equilibrio del sistema, esto con el fin de evaluar la observabilidad y estabilidad local.

4. RESULTADOS

Se realizó el análisis de observabilidad con base al trabajo de William J. Terrell [36]. Para llevar a cabo las primeras pruebas, se eligió un modelo de medición del sistema de potencia, se consideraron los índices de diferenciación iguales a uno y se realizaron las pruebas correspondientes con el objetivo de determinar si el sistema es observable en un punto de equilibrio en particular junto con la salida seleccionada. En caso de que el SEP no sea observable localmente se modifican los valores de los índices de diferenciación o en su caso se selecciona otro modelo de medición hasta que se pueda tener una respuesta sobre la observabilidad local de sistema.

Una vez determinada la observabilidad local del sistema se realizó el análisis de estabilidad del sistema reducido, el Jacobiano reducido permite determinar a través de los valores propios de los estados diferenciales si el SDA es estable o inestable localmente.

Cumpliendo las condiciones citadas con anterioridad se realizaron las pruebas de ambas técnicas de estimación para los distintos modelos de los sistemas eléctricos de potencia considerados.

4.2. Sistema de 3 Buses - Modelo Tipo A

Considere el sistema de tres buses de la Figura 4.1, con los parámetros de red presentados en la Tabla 4.1.

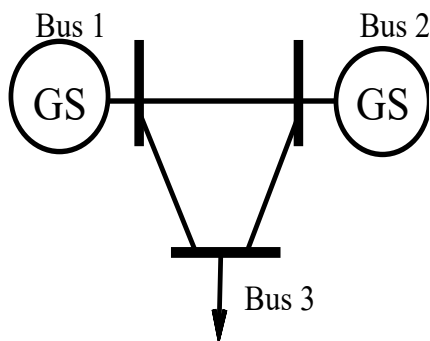


Figura 4.1: Sistema de prueba de 3 buses.

Línea	R[p.u]	X[p.u]
1 - 2	0.02	0.3
2 - 3	0.01	0.1
1 - 3	0.02	0.3

Tabla 4.1: Parámetros del sistema de potencia.

Las ecuaciones que describen al sistema son:

$$\begin{cases} f^I : \dot{\delta}_2 = \omega_2 - 2 * \pi f_0 \\ f^{II} : \dot{\omega}_2 = \frac{1}{M} (P_2 - P_{e_2}(x_1, x_3, x_4) - D(\omega_2 - 2 * \pi f_0)) \\ g^I : \Delta P_3 = -P_{L_3} - P_3^{cal}(x_1, x_3, x_4) = 0 \\ g^{II} : \Delta Q_3 = -Q_{L_3} - Q_3^{cal}(x_1, x_3, x_4) = 0 \\ y : P_{2,3} = P_{2,3}(x_1, x_3, x_4) \end{cases}$$

Desglosando cada una de las ecuaciones se tiene:

$$\begin{aligned} f^I : \dot{x}_1 &= x_2 - 2 * \pi f_0 \\ f^{II} : \dot{x}_2 &= \frac{1}{M_2} (P_{m_2} - V_2^2 * G_{22}) - \frac{1}{M_2} (|V_2| |V_1| * (b_{21} * \text{sen}(x_1) + g_{21} * \text{cos}(x_1)) \\ &\quad + |V_2| * |x_4| * (B_{23} * \text{sen}(x_1 - x_3) + G_{23} * \text{cos}(x_1 - x_3))) - \frac{D_2}{M_2} * (x_2 - 2 * \pi f_0) \\ g^I : \Delta P_3 &= -P_{L_3} - (|x_4| * |V_1| * (B_{31} * \text{sin}(x_3) + G_{31} * \text{cos}(x_3))) \\ &\quad + |x_4| * |V_2| * (B_{32} * \text{sen}(x_3 - x_1) + G_{32} * \text{cos}(x_3 - x_1)) + |x_4|^2 * G_{33} = 0 \\ g^{II} : \Delta Q_3 &= -Q_{L_3} - (|x_4| * |V_1| * (-B_{31} * \text{cos}(x_3) + G_{31} * \text{sen}(x_3))) \\ &\quad + |x_4| * |V_2| * (-B_{32} * \text{cos}(x_3 - x_1) + G_{32} * \text{sen}(x_3 - x_1)) - (|x_4|^2) * B_{33} = 0 \\ y : |V_2|^2 * G_{23} &- |V_2| * |x_4| * (B_{23} * \text{sen}(x_1 - x_3) + G_{23} * \text{cos}(x_1 - x_3)) \end{aligned}$$

En resumen, el sistema cuenta con

- Tres nodos.
- Tres líneas.
- Dos generadores y una carga.
- El flujo de potencia activa entre el nodo 2 y 3 (P_{23}), es considerada como la única medición.
- El nodo 1 es considerado como el nodo *Slack* o de referencia, por lo tanto $\theta_1 = 0$.
- El nodo 2 es un nodo $P - V$, se asume a V_2 como un dato.
- El nodo 3 es un nodo $P - Q$, al tratarse de un bus de carga se tiene conocimiento de los valores de la potencia activa y reactiva en la carga.
- El estado a estimar es:

$$x = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4]^\top = [\delta_2 \quad \omega_2 \quad \theta_3 \quad V_3]^\top$$

4. RESULTADOS

- Como datos adicionales se consideran: $V_1 = 1.02 \text{ p.u.}$, $V_2 = 1.00 \text{ p.u.}$, $D_{1,2} = 1.00 \text{ p.u.}$ y $M_{1,2} = 1.00 \text{ p.u.}$, $f_0 = 60 \text{ Hz}$.
- El valor de referencia de las inyecciones de potencia nodal, se fijaron como: $P_{L_3} = 1.2 \text{ p.u.}$ y $Q_{L_3} = 0.5 \text{ p.u.}$
- Los valores de las susceptancias y conductancias de las líneas de transmisión pueden ser encontrados en el Apéndice B.

NOTAS

1. Modelo *Tipo A*

- Al tratarse de un modelo simplificado de un SEP, para el caso particular del modelo *Tipo A* se considera que toda la generación está concentrada en un sólo punto. Este punto corresponde al bus de la carga.
- Solamente se consideran los balances de potencia activa y reactiva en el bus de carga.

2. Puntos de equilibrio

- Los puntos de equilibrio se obtuvieron con ayuda del método numérico *ODE15s*, otorgando condiciones iniciales adecuadas los estados convergían a un mínimo (punto de equilibrio). Razón principal por la que los puntos de equilibrio determinados carecen de sentido físico (no se apegan a la realidad de un SEP), éstos pueden estar asociados a colapso de voltaje, fallas, etc. El resultado que se tiene es meramente teórico.

3. Enfoque

- Con el fin de evaluar el desempeño de los observadores (EKF y UKF) en un SEP se otorgaron valores de arranque (condiciones iniciales) distintos al punto de equilibrio para que de esta manera exista un transitorio, se tiene la posibilidad de evaluar el desempeño de los observadores durante el transitorio que sufre el SEP antes de llegar a su punto de equilibrio.

4. Objetivo

- El principal objetivo era explorar los algoritmos de estimación propuestos por R. Mandela et al. [25], [26] implementados en un SEP. Una vez obtenido el resultado teórico en un modelo simplificado, éste puede ser trasladado a un SEP con un sentido más práctico.
-

4.2.1. Análisis de observabilidad y estabilidad local

Para realizar el análisis local de observabilidad y estabilidad se deben obtener los puntos de equilibrio del SDA.

Para determinar cual es el punto de equilibrio con el que se realizará el análisis de observabilidad y estabilidad local, se utilizó un programa que solucione las ecuaciones de los flujos de potencia iterativamente, se obtiene una solución para los estados algebraicos. Una vez obtenida la solución de los flujos de potencia se podrán aproximar las condiciones iniciales que serán otorgadas al solucionador *ODE15s* con el fin de que los estados del sistema converjan a un mínimo.

Se debe mencionar que para que las condiciones iniciales del sistema sean consistentes, las condiciones iniciales para los estados algebraicos deben estar determinadas dados los estados diferenciales, el punto de equilibrio para el sistema de potencia *Tipo A* con las condiciones y parámetros citados anteriormente es:

$$P.E(0.1201, 376.9911, -0.9042, 0.1030) \quad P_{m_2} = 2.2113 \text{ p.u.},$$

Para realizar el análisis de observabilidad local propuesto por William J. Terrell [36] se seleccionan los índices de diferenciación como $\mathbf{k} = \mathbf{j} = 1$ es decir,

$$\tilde{F}_{\mathbf{k}} = \begin{bmatrix} F(\dot{x}, x, N) \\ F^{(1)} : F_x(\dot{x}, x, N)\dot{x} + F_{\dot{x}}(\dot{x}, x, N)\ddot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \\ u^{(1)} \end{bmatrix} \quad \tilde{h}_{\mathbf{j}} = \begin{bmatrix} h(x, N) \\ h^{(1)} : h_x(\dot{x}, x, N)\dot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y \\ \dot{y}^{(1)} \end{bmatrix}$$

El sistema es suficiente diferenciable en sus argumentos debido a que se puede formular el Jacobiano de observabilidad con el fin de analizar las condiciones de solubilidad y observabilidad del SDA. Realizando las pruebas pertinentes se concluye que el SEP evaluado en el punto de equilibrio cumple con las restricciones de solubilidad **(A)**-**(D)**.

Una vez cumplidas las condiciones de solubilidad se construyó el Jacobiano de observabilidad, con ayuda de un software de análisis numérico se calcularon y se evaluaron las derivadas parciales en el punto de equilibrio correspondiente. Como resultado se obtiene un Jacobiano cuya dimensión es de 10×12 .

El Jacobiano de la ecuación (2.12), permite analizar las dos condiciones restantes de observabilidad local, se determina que el rango de J_O es de 10, para que el sistema sea observable se requiere que las primeras cuatro columnas sean linealmente independientes al resto de las columnas y que la parte correspondiente a \dot{x} (primera derivada temporal del estado generalizado) y a las derivadas de orden superior del estado generalizado (w) contribuyan con el número de columnas linealmente independientes restantes para que se cumpla la condición **(E)**.

Las primeras cuatro columnas del Jacobiano de observabilidad (J_{O_x}) contribuyen con cuatro columnas linealmente independientes. Las ocho columnas restantes de J_O correspondientes a los términos de orden superior ($J_{O_{\dot{x}}}, J_{O_w}$) contribuyen con seis columnas linealmente independientes, se obtiene por lo tanto un rango de 10. Este valor coincide con el valor del rango obtenido en un inicio para J_O , de esta manera se cumple con las condiciones **(E)** y **(F)**. Se puede asegurar que hay cuatro columnas linealmente

4. RESULTADOS

independientes, coincidiendo con el número de estados del sistema, de esta manera se determina que el sistema es observable localmente.

Una vez determinado que el sistema es observable localmente, se obtiene el Jacobiano de orden reducido,

$$\dot{x}_d = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2.9947 & -1 \end{bmatrix}$$

los valores propios son:

$$\lambda_1 = -0.5 + 1.6567i$$

$$\lambda_2 = -0.5 - 1.6567i$$

Se puede concluir que el sistema es observable y estable localmente, por lo tanto se tiene la posibilidad de realizar la estimación de estados utilizando las técnicas de estimación de estados propuestas.

4.2.2. Simulaciones

Consideraciones

- Para la simulación del filtro de Kalman Unscented de los modelos *Tipo A* se consideró $\mathbf{Q} = 7.0 \times 10^{-5} * \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{R} = 3.0 \times 10^{-5}$, las condiciones iniciales para los cuatros estados son: (1.0000, 377.0000, -0.2078, 0.1155), y $P_0 = 0.005 \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, los pesos de los puntos sigma para el cálculo de la media son $w_m = [0, 0.2500, 0.2500, 0.2500, 0.2500]^T$ y los puntos sigma para el cálculo de la covarianza $w_c = [2.0000, 0.2500, 0.2500, 0.2500, 0.2500]^T$.
- Para la simulación del filtro de Kalman Extendido se consideran las mismas condiciones iniciales, así como las mismas matrices \mathbf{Q} y \mathbf{R} , la única modificación es el hecho que se requiere de una matriz de covarianza inicial, $P_0 = 0.005 \times eye(4)$ (matriz identidad de 4×4), comprende a los estados diferenciales y algebraicos.
- El periodo de muestreo utilizado por ambos estimadores es de $\Delta t = 0.2273$.

4.2.2.1. Resultados

Estados diferenciales: Ambas técnicas de estimación presentan un buen desempeño con respecto a determinar el valor del estado estacionario. Se puede observar en las Figuras 4.2 y 4.3 que el estado estimado converge al punto de equilibrio determinado en un inicio. Se puede apreciar que ambos observadores no tienen la posibilidad de estimar el transitorio del estado (δ_2, ω_2), su tiempo de convergencia es prácticamente el mismo, que es aproximadamente 12 [s].

El filtro de Kalman Extendido presenta picos muy marcados durante la estimación del transitorio en comparación del UKF. La presencia de estos picos en la estimación se ven directamente reflejados en el valor del error cuadrático medio, donde el obtenido por el UKF es menor por lo antes mencionado.

Estados algebraicos: Tal como sucedió con los estados diferenciales, los estados algebraicos también convergen al punto de menor energía del sistema. El filtro de Kalman Extendido presenta picos muy marcados durante la estimación del transitorio del estado, en la Figura 4.5 se observa que el pico del estado estimado es muy marcado en comparación al valor real del estado.

Al igual que el caso anterior el UKF tampoco tiene la posibilidad de estimar el transitorio, no presenta picos muy grandes y su convergencia es más suave al valor real. El desempeño de ambos estimadores se puede apreciar en la Figuras 4.4 y 4.5.

En las Figuras 4.6 - 4.9 se muestran las gráficas de los errores de estimación, de esta manera se puede analizar la evolución del error en el tiempo. En la Tabla 4.3 se presentan los valores en estado estacionario de los estados estimados y el valor del error cuadrático medio (ECM) de cada filtro. El ECM mide el promedio de los errores al cuadrado es decir:

$$ECM = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N (\hat{X}_i - X_i)^2$$

donde \hat{X} es el vector de N predicciones y X es el vector de los valores reales a estimar.

Los ECM de los observadores es pequeño a pesar de que ambas técnicas de estimación no tienen un buen desempeño estimando el transitorio del estado.

Estados	V.nominal	UKF	EKF	ECM (UKF)	ECM (EKF)
δ_2	0.1201 <i>rad</i>	0.1201	0.1196	8.5500×10^{-2}	1.9710×10^{-1}
ω_2	376.9914 <i>rad/s</i>	376.9910	376.9909	1.9750×10^{-1}	8.5310×10^{-1}
θ_3	-0.9042 <i>rad</i>	-0.9042	-0.9046	5.0668×10^{-2}	1.1451×10^{-1}
V_3	0.1030 <i>p.u</i>	0.1030	0.1030	7.3129×10^{-6}	1.4612×10^{-5}

Tabla 4.3: Desempeño de los estimadores en un SEP *Tipo A*.

4. RESULTADOS

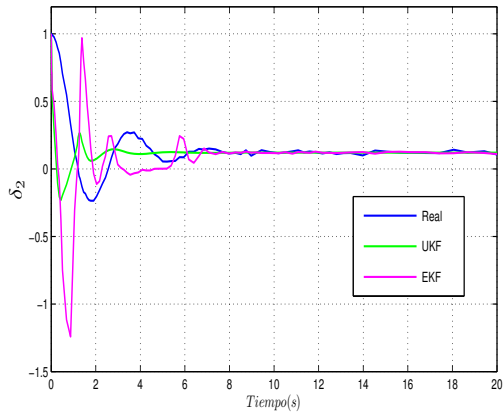


Figura 4.2: Estimación del estado 1.

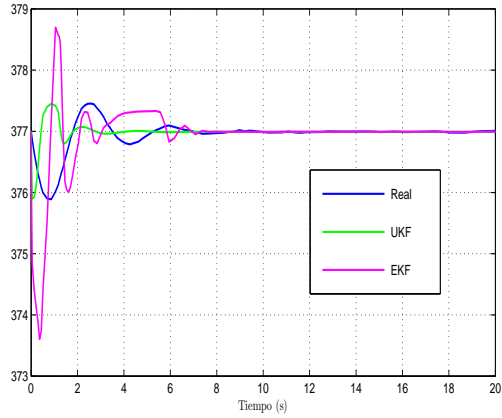


Figura 4.3: Estimación del estado 2.

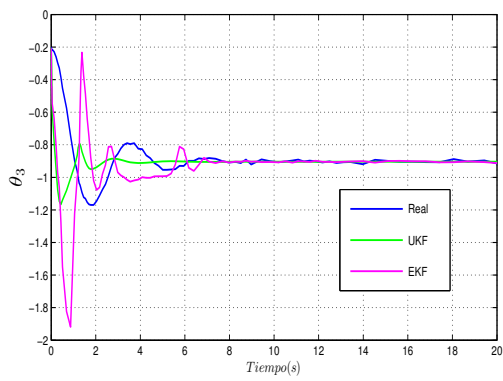


Figura 4.4: Estimación del estado 3.

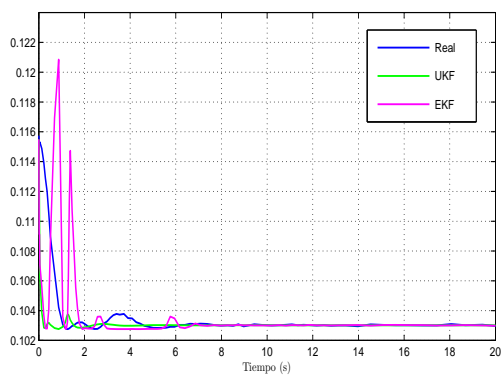


Figura 4.5: Estimación del estado 4.

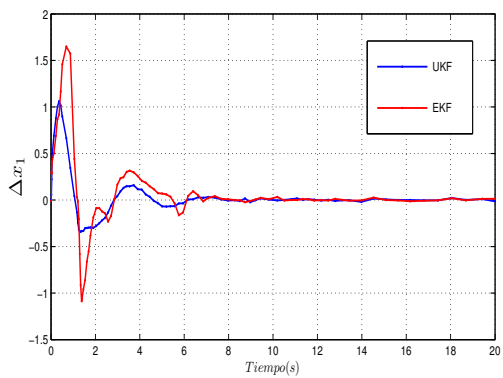


Figura 4.6: Error de estimación del estado 1.

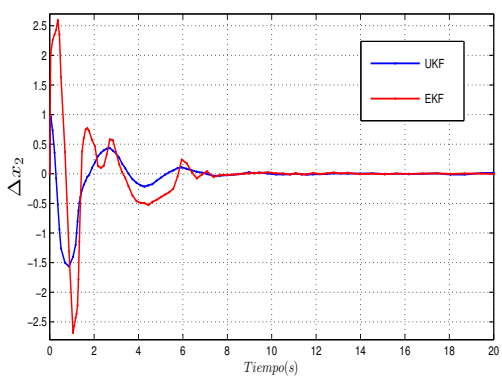


Figura 4.7: Error de estimación del estado 2.

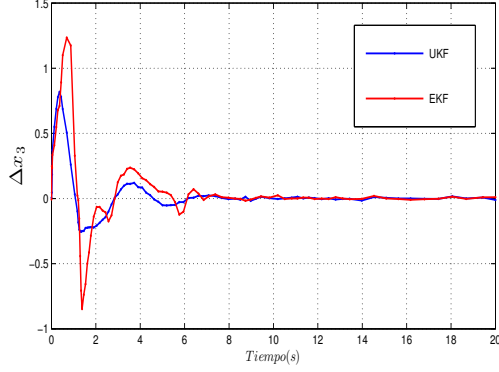


Figura 4.8: Error de estimación del estado 3.

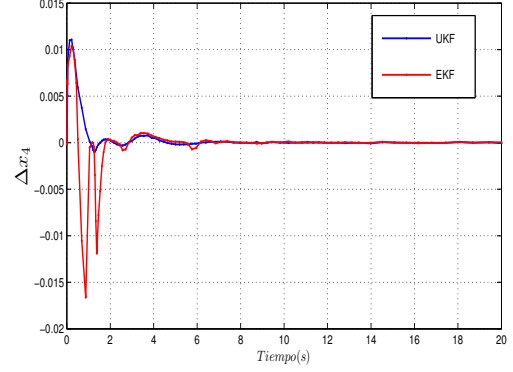


Figura 4.9: Error de estimación del estado 4.

4.3. Sistema de 3 Buses - Modelo Tipo B

Utilizando el mismo sistema de tres nodos de la Figura 4.1 se desea implementar ambos estimadores considerando un modelo *Tipo B*. Las ecuaciones que describen al sistema son:

$$\left\{ \begin{array}{l} f^I : \dot{\delta}_2 = \omega_2 - 2 * \pi f_0 \\ f^{II} : \dot{\omega}_2 = \frac{1}{M_2} (P_{m2} - P_{e2}(x_1, x_3, x_4) - D_2(\omega_2 - 2 * \pi f_0)) \\ f^{III} : \dot{E}_{q2} = \frac{1}{\tau_2} \left[E_{F2} - E_{q2} - \frac{x_{d2} - x'_{d2}}{x'_{d2}} (E_{q2} - V_i \cos(\delta_2 - \theta_2)) \right] \\ g^I : \Delta P_2 = P_{e2} - P_{L2} - P_2^{cal}(x_1, x_3, x_4, x_5, x_6) = 0 \\ g^{II} : \Delta P_3 = -P_{L3} - P_3^{cal}(x_4, x_5, x_6) = 0 \\ g^{III} : \Delta Q_3 = -Q_{L3} - Q_3^{cal}(x_4, x_5, x_6) = 0 \\ y_1 : P_{e2} = P_{e2}(x_1, x_3, x_4) \\ y_2 : P_3^{cal} = P_3^{cal}(x_4, x_5, x_6) \\ y_3 : P_3^{cal} = Q_3^{cal}(x_4, x_5, x_6) \end{array} \right.$$

$$x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6]^T = [\delta_2 \ \omega_2 \ E_{q2} \ \theta_2 \ \theta_3 \ V_3]^T$$

En resumen, el SEP *Tipo B* cuenta con:

- Tres nodos, tres líneas, dos generadores y una carga, también se considera $\delta_2 \neq \theta_2$.
- El nodo 1 es considerado como el nodo *Slack* o de referencia, $\theta_1 = 0$.

4. RESULTADOS

- El nodo 2 es un nodo $P - V$, se asume a V_2 como un dato conocido.
- El nodo 3 es un nodo $P - Q$, el valor de referencia de las inyecciones de potencia nodal, se fijaron como: $P_{L_3} = 1 \text{ p.u}$ y $Q_{L_3} = 0.75 \text{ p.u}$.
- Al considerarse una línea de transmisión de larga distancia, las pérdidas son consideradas como cero. La línea cuenta solamente con elementos inductivos.
- Como datos adicionales se consideran $V_1 = 1.06 \text{ p.u}$, $V_2 = 1.04 \text{ p.u}$, $D_{1,2} = 1.00 \text{ p.u}$, $M_{1,2} = 1.00 \text{ p.u}$, $f_0 = 60 \text{ Hz}$ y $P_{L_2} = 0$, por simplicidad los generadores del SEP son iguales.
- Los datos adicionales para considerar la dinámica de excitación son: $E_{F_2} = 2.8 \text{ p.u}$, $\tau_2 = 0.13 \text{ [s]}$, $x_{d_2} = 2.06 \text{ p.u}$, $x'_{d_2} = 0.37 \text{ p.u}$, $x_{q_2} = 1.21 \text{ p.u}$ y $x'_{q_2} = 0.37 \text{ p.u}$.
- Las salidas consideradas son la potencia eléctrica que entrega el generador 2, la inyección de potencia activa y reactiva de la carga.
- Los valores de las susceptancias y conductancias de las líneas de transmisión pueden ser encontrados en el Apéndice B.

Desglosando cada una de las ecuaciones se tiene:

$$\left\{ \begin{array}{l}
 f^I : \dot{x}_1 = x_2 - 2 * \pi f_0 \\
 f^{II} : \dot{x}_2 = \frac{1}{M_2} * \left(-D_2 * (x_2 - 2 * \pi f_0) + P_{m_2} - \frac{V_2}{x'_{d_1}} * E'_{q_1} * \text{sen}(x_1 - x_4) \right. \\
 \quad \left. + \frac{V_2^2}{2} * \left(\frac{1}{x_{q_1}} - \frac{1}{x'_{d_1}} \right) * \text{sen}(2 * (x_1 - x_4)) \right) \\
 f^{III} : \dot{x}_3 = \frac{1}{\tau_2} \left[E_{F_2} - x_3 - \frac{x_{d_2} - x'_{d_2}}{x_{d_2}} (x_3 - V_2 * \text{cos}(x_1 - x_4)) \right] \\
 g^I : \Delta P_2 = \left(\frac{V_2}{x'_{d_2}} * E_{q_2} * \text{sen}(x_1 - x_4) + \frac{V_2^2}{2} * \left(\frac{1}{x_{q_2}} - \frac{1}{x'_{d_2}} \right) * \text{sin}(2 * (x_1 - x_4)) \right) \\
 \quad - V_2 * V_1 * (B_{21} \text{sen}(x_4)) + V_2 * x_6 * (B_{23} \text{sen}(x_4 - x_5)) = 0 \\
 g^{II} : \Delta P_3 = -P_{L_3} - (x_6 * V_1 * (B_{31} \text{sen}(x_5)) + x_6 * V_2 * (B_{32} \text{sen}(x_5 - x_4))) = 0 \\
 g^{III} : \Delta Q_3 = -Q_{L_3} - (-x_6 * V_1 * (B_{31} \text{cos}(x_5)) - x_6 * V_2 * (B_{32} \text{cos}(x_5 - x_4)) - x_6^2 B_{33}) = 0 \\
 y_1 = \left(\frac{V_2}{x'_{d_2}} * E_{q_2} * \text{sen}(x_1 - x_4) + \frac{V_2^2}{2} * \left(\frac{1}{x_{q_2}} - \frac{1}{x'_{d_2}} \right) * \text{sin}(2 * (x_1 - x_4)) \right) \\
 y_2 = (x_6 * V_1 * (B_{31} \text{sen}(x_5)) + x_6 * V_2 * (B_{32} \text{sen}(x_5 - x_4))) \\
 y_3 = (-x_6 * V_1 * (B_{31} \text{cos}(x_5)) - x_6 * V_2 * (B_{32} \text{cos}(x_5 - x_4)) - x_6^2 B_{33})
 \end{array} \right.$$

NOTAS

1. Modelo *Tipo B*

- Se debe mencionar que V_2 también puede ser considerado como un estado más del sistema, en este caso por el planteamiento del problema y por el número de ecuaciones que describen el sistema, V_2 se asume como un dato más.
- Solamente se incluye el balance de potencia activa en el bus de generador dos dejando de lado el balance de potencia reactiva.

2. Enfoque

- Los puntos de equilibrio fueron determinados de la misma forma que el caso anterior.
 - Se utilizó el mismo enfoque con respecto a los valores de arranque y la evaluación de los filtros.
-

4.3.1. Análisis de observabilidad y estabilidad local

Para realizar el análisis de observabilidad y estabilidad se debe determinar el punto de equilibrio del sistema con el que se trabajó, siguiendo los mismos pasos anteriores, el punto de equilibrio es:

$$P.E(0.6485, 376.9908, 1.1955, 0.0249, -0.0977, 0.9559), \quad P_{m_2} = 1 \text{ p.u.}, \quad E_{F_2} = 2.8 \text{ p.u.}$$

Para determinar si el sistema de ecuaciones diferenciales algebraicas cumplen con las condiciones de solubilidad, se analizan las restricciones **(A)**-**(D)**. Obteniendo como resultado que se cumplen cada una de ellas.

Dada la ecuación (2.12), se calcula el Jacobiano aumentado del sistema junto con la salida seleccionada, se obtiene una matriz de dimensión de 18×18 . El rango de la matriz es de 14, realizando cada una de las pruebas pertinentes, las restricciones **(E)** y **(F)** se cumplen. Se tienen seis columnas linealmente independientes, éstas corresponden al número de estados del sistema, por lo tanto el SEP es observable localmente.

Una vez que se concluye que el sistema es observable, se realiza el análisis de estabilidad local, se obtiene el Jacobiano reducido,

$$\dot{x}_d = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1.9655 & -1 & -1.5309 \\ -19.1368 & 0 & -41.1127 \end{bmatrix}$$

4. RESULTADOS

los valores propios del Jacobiano reducido son:

$$\lambda_1 = -0.5088 + 0.9972i$$

$$\lambda_2 = -0.5088 - 0.9972i$$

$$\lambda_3 = -41.0950$$

Cada uno de los valores propios se encuentran en el semi-plano izquierdo, el sistema es estable localmente en el punto de equilibrio seleccionado.

4.3.2. Simulaciones

- Los valores de impedancia de las líneas de transmisión utilizados en la obtención del punto de equilibrio y la simulación, se enlistan a continuación:

Línea	R[p.u]	X[p.u]
1 - 2	0.0194	0.0592
2 - 3	0.0470	0.1980
1 - 3	0.0540	0.2230

Tabla 4.5: Parámetros del sistema de potencia.

- Para la simulación del filtro de Kalman Unscented de los modelos *Tipo B* se consideró $\mathbf{Q} = 2.0 \times 10^{-5} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{R} = 1.0 \times 10^{-5}$, las condiciones iniciales del estimador para los seis estados son: $(0.5763, 376.9911, 0.8881, -0.0045, -0.1132, 0.9560)$, y $P_0 = 0.005 \times eye(3)$ (matriz identidad de 3×3), los pesos de los puntos sigma para el cálculo de la media son $w_m = [0, 0.1667, 0.1667, 0.1667, 0.1667, 0.1667, 0.1667]^\top$ y los puntos sigma para el cálculo de la covarianza $w_c = [2.0000, 0.1667, 0.1667, 0.1667, 0.1667, 0.1667, 0.1667]^\top$.
- Para la simulación del filtro de Kalman Extendido se consideran las mismas condiciones iniciales, así como las mismas matrices \mathbf{Q} y \mathbf{R} , la única modificación es el hecho que se requiere de una matriz de covarianza inicial, $P_0 = 0.005 \times eye(6)$ (matriz identidad de 6×6), comprende a los estados diferenciales y algebraicos.
- El periodo de muestreo utilizado por ambos estimadores es de $\Delta t = 0.2353$.

4.3.2.1. Resultados

El algoritmo del estimador converge despues de 13 segundos, al término de los cuales es posible estimar el transitorio de cada uno de los estados involucrados en el sistema.

Estados diferenciales: Ambas técnicas de estimación presentan un buen desempeño, como se puede observar en las Figuras 4.10 - 4.12. La estimación de los estados δ_2, ω_2 y E_{q_2} se realiza de manera satisfactoria, ambos filtros presentan un buen desempeño durante la estimación del transitorio.

Estados algebraicos: Los filtros estiman por completo el transitorio, se tiene una buena estimación a pesar de la presencia de ruido, los resultados se muestran en las Figuras 4.13 - 4.15. Se puede apreciar que la estimación de los estados θ_2 y θ_3 es correcta. El error cuadrático medio obtenido en la estimación de dichos estados es del orden de 1×10^{-7} y de 1×10^{-6} , siendo el del UKF menor que el obtenido con el EKF. Se puede decir que los filtros tienen un resultado satisfactorio a pesar de las condiciones adversas.

Para el estado V_3 (Figura 4.15) ambas técnicas de estimación presentan un buen desempeño con respecto a la estimación del transitorio además de que el promedio del error es del orden de 1×10^{-11} aproximadamente.

El ECM obtenido por el UKF es menor que el EKF.

En las Figuras 4.16 - 4.21 se muestran las gráficas de los errores de estimación. En la Tabla 4.6 se presentan los valores de los estados estimados, ambos estimadores atenúan de forma considerable el ruido en los estados diferenciales mientras que en los estados algebraicos se logra una buena estimación pero con presencia de ruido.

Estados	V.nominal	UKF	EKF	ECM (UKF)	ECM (EKF)
δ_2	0.6485 rad	0.6490	0.6489	1.6500×10^{-2}	1.6400×10^{-2}
ω_2	376.9908 rad/s	376.9892	376.9900	3.6400×10^{-2}	2.0600×10^{-2}
E_q	1.1955 p.u	1.1939	1.1946	2.9300×10^{-2}	3.1300×10^{-2}
θ_2	0.0249 rad	0.0253	0.0253	1.7016×10^{-7}	4.1414×10^{-6}
θ_3	-0.0977 rad	-0.0975	-0.0975	4.6909×10^{-8}	1.1427×10^{-6}
V_3	0.9559 p.u	0.9559	0.9559	3.5377×10^{-11}	4.0734×10^{-11}

Tabla 4.6: Desempeño de los estimadores en un SEP Tipo B.

4. RESULTADOS

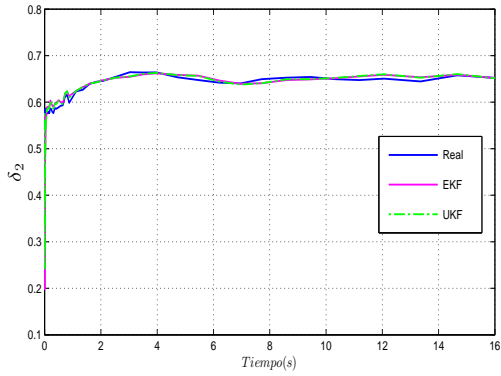


Figura 4.10: Estimación del estado 1.

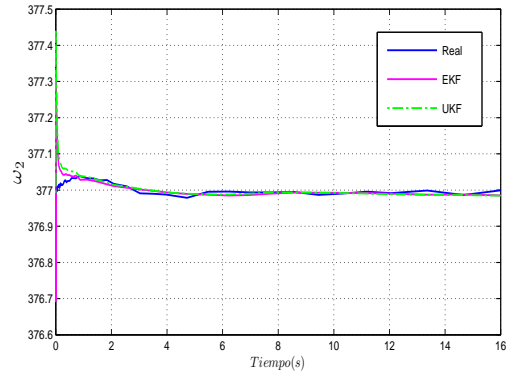


Figura 4.11: Estimación del estado 2.

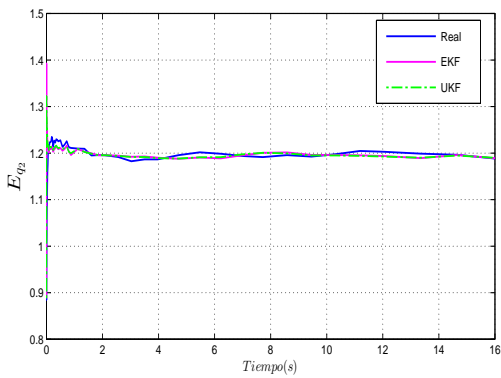


Figura 4.12: Estimación del estado 3.

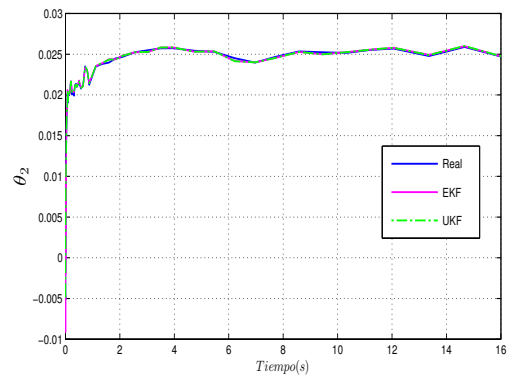


Figura 4.13: Estimación del estado 4.

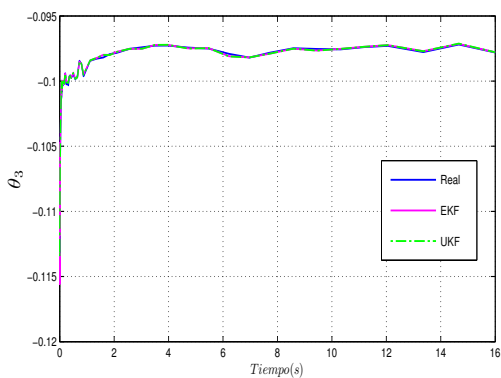


Figura 4.14: Estimación del estado 5.

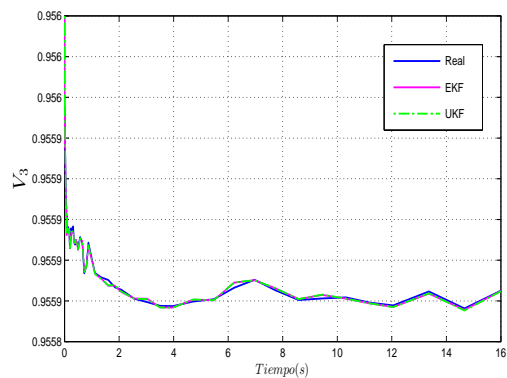


Figura 4.15: Estimación del estado 6.

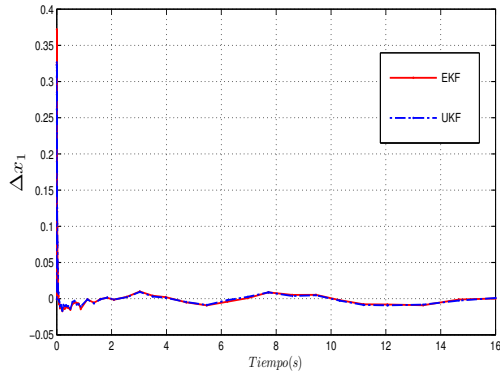


Figura 4.16: Error de estimación del estado 1.

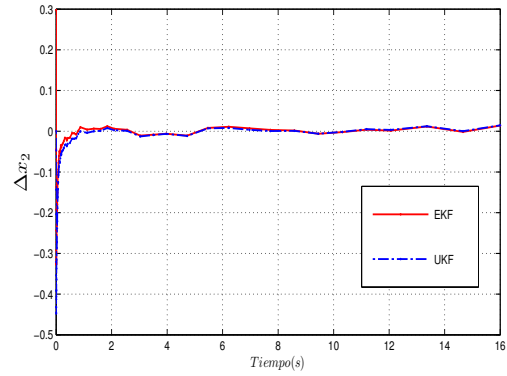


Figura 4.17: Error de estimación del estado 2.

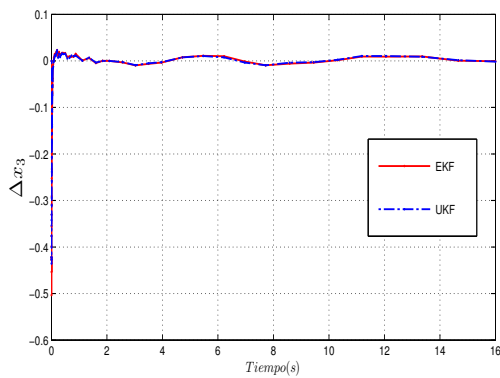


Figura 4.18: Error de estimación del estado 3.

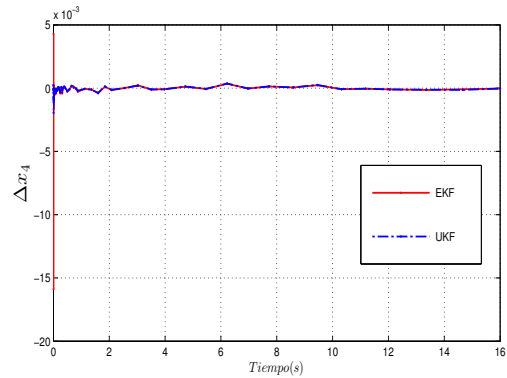


Figura 4.19: Error de estimación del estado 4.

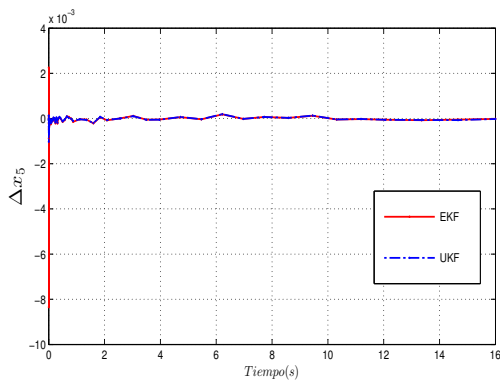


Figura 4.20: Error de estimación del estado 5.

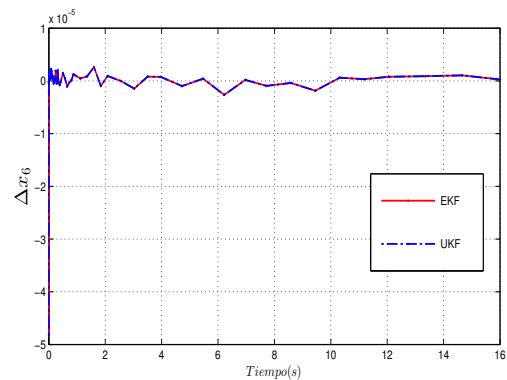


Figura 4.21: Error de estimación del estado 6.

4.4. Sistema de 5 Buses - Modelo Tipo A

Ahora se implementarán ambos estimadores a un sistema eléctrico de potencia como el que se muestra en la Figura 4.22 (imagen tomada de [2] y modificada con los datos que se utilizaron en el presente trabajo para realizar la simulación).

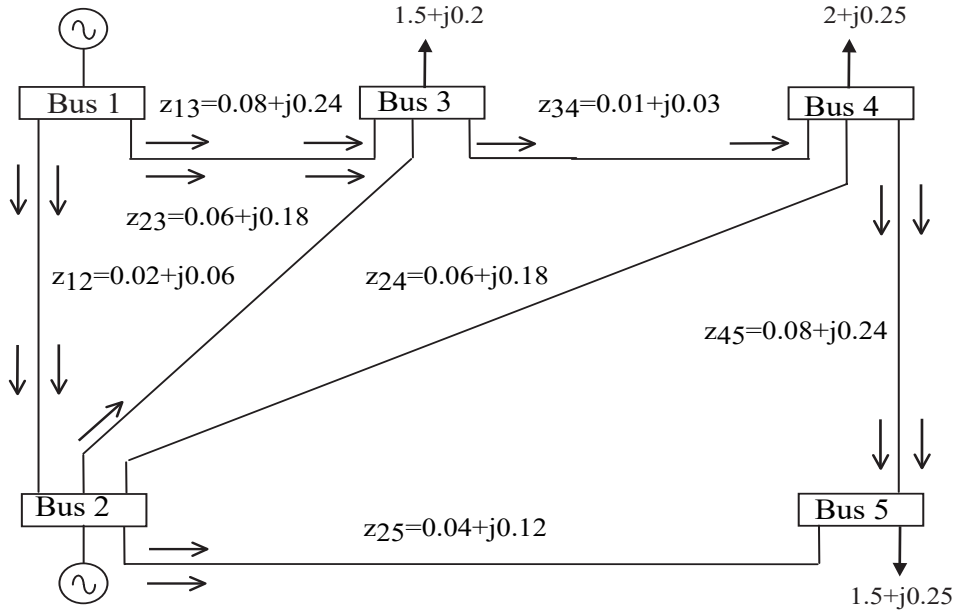


Figura 4.22: Sistema IEEE de 5 nodos

Al trabajar con un modelo *Tipo A* solamente se considera la dinámica del rotor así como cargas estáticas. Las ecuaciones que describen al sistema son:

$$\left\{ \begin{array}{l} f^I : \dot{\delta}_2 = \omega_2 - 2 * \pi f_0 \\ f^{II} : \dot{\omega}_2 = \frac{1}{M_2} (P_2 - P_{e_2}(x_1, x_3, x_4, x_7, x_8) - D_2(\omega_2 - 2 * \pi f_0)) \\ g^I : \Delta P_3 = -P_{L_3} - P_3^{cal}(x_1, x_3, x_4, x_6, x_7) = 0 \\ g^{II} : \Delta Q_3 = -Q_{L_3} - Q_3^{cal}(x_1, x_3, x_4, x_6, x_7) = 0 \\ g^{III} : \Delta P_4 = -P_{L_4} - P_4^{cal}(x_1, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8) = 0 \\ g^{IV} : \Delta Q_4 = -Q_{L_4} - Q_4^{cal}(x_1, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8) = 0 \\ g^V : \Delta P_5 = -P_{L_5} - P_5^{cal}(x_1, x_4, x_5, x_7, x_8) = 0 \\ g^{VI} : \Delta Q_5 = -Q_{L_5} - Q_5^{cal}(x_1, x_4, x_5, x_7, x_8) = 0 \\ y : P_{e_2} = P_{e_2}(x_1, x_3, x_4, x_7, x_8) \end{array} \right.$$

Desglosando cada una de las ecuaciones se tiene:

$$\left. \begin{aligned}
 f^I : \dot{x}_1 &= x_2 - 2 * \pi f_0 \\
 f^{II} : \dot{x}_2 &= \frac{1}{M_2} (-D_2(x_2 - 2 * \pi f_0) + (P_{m_2} - V_2^2 * G_{22}) - (|V_2||x_6| * (B_{23} \text{sen}(x_1 - x_3) + G_{23} * \cos(x_1 - x_3)) \\
 &\quad + |V_2||x_7| * (B_{24} \text{sen}(x_1 - x_4) + G_{24} \cos(x_1 - x_4)) + |V_2||x_8| * (B_{25} \text{sen}(x_1 - x_5) \\
 &\quad + G_{25} \cos(x_1 - x_5))) \\
 g^I : \Delta P_3 &= -P_{L_3} - (|x_6||V_1| * (B_{31} \text{sen}(x_3) + G_{31} \cos(x_3)) + |x_6||V_2| * (B_{32} \text{sen}(x_3 - x_1) \\
 &\quad + G_{32} \cos(x_3 - x_1)) + |x_6||x_7| * (B_{34} \text{sen}(x_3 - x_4) + G_{34} \cos(x_3 - x_4)) + |x_6|^2 * G_{33}) = 0 \\
 g^{II} : \Delta Q_3 &= -Q_{L_3} - (|x_7||V_2| * (-B_{42} \cos(x_4 - x_1) + G_{42} \text{sen}(x_4 - x_1)) + |x_7||x_6| * (-B_{43} \cos(x_4 - x_3) \\
 &\quad + G_{43} \text{sen}(x_4 - x_3)) + |x_7||x_8| * (-B_{45} \cos(x_4 - x_5) + G_{45} \text{sen}(x_4 - x_5)) - |x_7|^2 * B_{44}) = 0 \\
 g^{III} : \Delta P_4 &= -P_{L_4} - (|x_7||V_2| * (B_{42} \text{sen}(x_4 - x_1) + G_{42} \cos(x_4 - x_1)) + |x_7||x_6| * (B_{43} \text{sen}(x_4 - x_3) \\
 &\quad + G_{43} \cos(x_4 - x_3)) + |x_7||x_8| * (B_{45} \text{sen}(x_4 - x_5) + G_{45} \cos(x_4 - x_5)) + |x_7|^2 * G_{44}) = 0 \\
 g^{IV} : \Delta Q_4 &= -Q_{L_4} - (|x_7||V_2| * (-B_{42} \cos(x_4 - x_1) + G_{42} \text{sen}(x_4 - x_1)) + |x_7||x_6| * (-B_{43} \cos(x_4 - x_3) \\
 &\quad + G_{43} \text{sen}(x_4 - x_3)) + |x_7||x_8| * (-B_{45} \cos(x_4 - x_5) + G_{45} \text{sen}(x_4 - x_5)) - |x_7|^2 * B_{44}) = 0 \\
 g^V : \Delta P_5 &= -P_{L_5} - (|x_8||V_2| * (B_{52} \text{sen}(x_5 - x_1) + G_{52} \cos(x_5 - x_1)) + |x_8||x_7| * (B_{54} \text{sen}(x_5 - x_4) \\
 &\quad + G_{54} \cos(x_5 - x_4)) + |x_8|^2 * G_{55}) = 0 \\
 g^{VI} : \Delta Q_5 &= -Q_{L_5} - (|x_8||V_2| * (-B_{52} \cos(x_5 - x_1) + G_{52} \text{sen}(x_5 - x_1)) + |x_8||x_7| * (-B_{54} \cos(x_5 - x_4) \\
 &\quad + G_{54} \text{sen}(x_5 - x_4)) - |x_8|^2 * B_{55}) = 0 \\
 y : P_{e_2} &= |V_2||x_6| * (B_{23} \text{sen}(x_1 - x_3) + G_{23} * \cos(x_1 - x_3)) + |V_2||x_7| * (B_{24} \text{sen}(x_1 - x_4) \\
 &\quad + G_{24} \cos(x_1 - x_4)) + |V_2||x_8| * (B_{25} \text{sen}(x_1 - x_5) + G_{25} \cos(x_1 - x_5))
 \end{aligned} \right\}$$

donde

$$x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7 \ x_8]^\top = [\delta_2 \ \omega_2 \ \theta_3 \ \theta_4 \ \theta_5 \ V_3 \ V_4 \ V_5]^\top$$

En resumen, el SEP de 5 nodos cuenta con:

- 5 nodos, 2 generadores y 3 cargas.
- Siete líneas.
- Se considera $\delta_2 = \theta_2$.
- El nodo 1 es considerado como el nodo *Slack* o de referencia, $\theta_1 = 0$.
- El nodo 2 es un nodo $P - V$, se conoce el valor V_2 y la potencia activa en el nodo.
- En el nodo 3, 4 y 5 se tiene conectada una carga, son considerados como nodos $P - Q$. Al tratarse de un bus de carga se tiene conocimiento de los valores de la potencia activa y reactiva de la carga.

4. RESULTADOS

- Como datos adicionales se consideran $V_1 = 1.02 \text{ p.u.}$, $V_2 = 1.00 \text{ p.u.}$, $V_3 = 1.0 \text{ p.u.}$, $D_{1,2} = 1.00 \text{ p.u.}$, $M_{1,2} = 1.00 \text{ p.u.}$ y $f_0 = 60 \text{ Hz}$.
- El valor de referencia de las inyecciones de potencia nodal, se fijaron como: $P_{L_3} = 1.5 \text{ p.u.}$, $Q_{L_3} = 0.20 \text{ p.u.}$, $P_{L_4} = 2.0 \text{ p.u.}$, $Q_{L_4} = 0.25 \text{ p.u.}$, $P_{L_5} = 1.5 \text{ p.u.}$ y $Q_{L_5} = 0.5 \text{ p.u.}$
- La salida considerada es la potencia eléctrica que entrega el generador dos.
- Los valores de las susceptancias y conductancias de las líneas de transmisión pueden ser encontrados en el Apéndice B.

Los parámetros de las líneas de transmisión del SEP se citan en la Tabla 4.7.

Línea	R[p.u]	X[p.u]
1 – 2	0.02	0.06
1 – 3	0.08	0.24
2 – 3	0.06	0.18
2 – 4	0.06	0.18
2 – 5	0.04	0.12
3 – 4	0.01	0.03
4 – 5	0.08	0.24

Tabla 4.7: Parámetros del sistema de potencia de 5 nodos.

4.4.1. Análisis de observabilidad y estabilidad local

El punto de equilibrio determinado para el sistema eléctrico de potencia de 5 nodos es:

$$P.E(0.8031, 376.9918, 0.3089, 0.3305, 0.5309, 0.7626, 0.7445, 0.7168) \quad P_{m_2} = 11.8333 \text{ p.u}$$

Para determinar si el sistema de ecuaciones diferenciales algebraicas cumplen con las condiciones de solubilidad, se analizan las restricciones **(A)**-**(D)**. Obteniendo como resultado que se cumplen cada una de ellas.

Dada la ecuación (2.12), se calcula el Jacobiano aumentado del sistema junto con la salida seleccionada, se obtiene una matriz de dimensión de 18×24 . El rango del Jacobiano de observabilidad (J_O) es de 18, realizando las pruebas pertinentes, J_{O_x} contribuye con ocho columnas linealmente independientes, las expresiones Jacobianas $J_{O_{\dot{x}}}$ y J_{O_w} contribuyen con 10 columnas linealmente independientes, se obtiene un rango total de 18 que corresponde al rango de J_O obtenido en un inicio, por lo tanto las restricciones **(E)** y **(F)** se cumplen, el SEP es observable localmente.

Una vez que se concluye que el sistema es observable, se obtiene el Jacobiano reducido,

$$\dot{x}_d = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2.8138 & -1 \end{bmatrix}$$

los valores propios son:

$$\lambda_1 = -0.5 + 1.6011i$$

$$\lambda_2 = -0.5 - 1.6011i$$

Como solamente se cuenta con dos estados dinámicos, los dos eigenvalores determinados por el Jacobiano reducido se encuentran en el semiplano izquierdo, el sistema de potencia es estable localmente.

4.4.2. Simulaciones

Consideraciones

- Para la simulación del filtro de Kalman Unscented de los modelos *Tipo A* se consideró $\mathbf{Q} = 2.5 \times 10^{-5} * \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{R} = 9.0 \times 10^{-6}$, las condiciones iniciales para los ocho estados son: (0.4000, 376.9993, 0.03, 0.03, 0.1628, 0.8185, 0.8, 0.76), y $P_0 = 0.005 \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, los pesos de los puntos sigma para el cálculo de la media son $w_m = [0, 0.25, 0.25, 0.25, 0.25]^\top$ y los puntos sigma para el cálculo de la covarianza $w_c = [2.1, 0.25, 0.25, 0.25, 0.25]^\top$.
- Para la simulación del filtro de Kalman Extendido se consideran las mismas condiciones iniciales, así como las mismas matrices \mathbf{Q} y \mathbf{R} , la única modificación es el hecho que se requiere de una matriz de covarianza inicial, $P_0 = 0.005 \times eye(8)$ (matriz identidad de 8×8), comprende a los estados diferenciales y algebraicos.
- El periodo de muestreo utilizado por ambos estimadores es de $\Delta t = 0.2830$.

4.4.2.1. Resultados

Estados diferenciales: Ambas técnicas de estimación presentan un buen desempeño, como se puede observar en las Figuras 4.23 y 4.24, el EKF realiza un buen trabajo presentando un mejor desempeño en la estimación del transitorio en comparación del UKF. El UKF no tiene la posibilidad de estimar el transitorio, este aspecto se reflejado directamente en el valor del ECM. El promedio del error del EKF es menor que el obtenido por el UKF, en la estimación del estado δ_2 es muy marcada esta diferencia diferencia.

4. RESULTADOS

En la Tabla 4.8 se puede apreciar que el error cuadrático medio (ECM) para ambos filtros es pequeño, siendo el del EKF menor con respecto al obtenido por el UKF.

Estados algebraicos: Los resultados con respecto a la estimación de los estados algebraicos se muestran en las Figuras 4.25 - 4.30, tal como sucedió con los estados diferenciales, el EKF presenta un mejor desempeño en la estimación del transitorio. Se puede apreciar una amplia diferencia entre ambos observadores. La poca disponibilidad que presenta el UKF para estimar el transitorio repercute directamente en el valor del ECM, siendo mayor el error obtenido por éste filtro en comparación del EKF.

En las Figuras 4.31 - 4.38 se puede observar la evolución del error de estimación en el tiempo.

Estados	V.nominal	UKF	EKF	ECM (UKF)	ECM (EKF)
δ_2	0.8031 <i>rad</i>	0.8042	0.8038	3.250×10^{-2}	4.605×10^{-4}
ω_2	376.9918 <i>rad/s</i>	376.9901	376.9875	3.840×10^{-2}	2.250×10^{-2}
θ_3	0.3089 <i>rad</i>	0.3096	0.3093	1.419×10^{-2}	2.199×10^{-4}
θ_4	0.3305 <i>rad</i>	0.3312	0.3309	1.677×10^{-2}	2.568×10^{-4}
θ_5	0.5309 <i>rad</i>	0.5319	0.5315	2.695×10^{-2}	3.887×10^{-4}
V_3	0.7626 <i>p.u</i>	0.7624	0.7624	7.664×10^{-4}	4.140×10^{-6}
V_4	0.7445 <i>p.u</i>	0.7443	0.7444	7.346×10^{-4}	4.219×10^{-6}
V_5	0.7168 <i>p.u</i>	0.7167	0.7168	2.250×10^{-4}	4.287×10^{-6}

Tabla 4.8: Desempeño de los estimadores en un SEP *Tipo A* de 5 nodos.

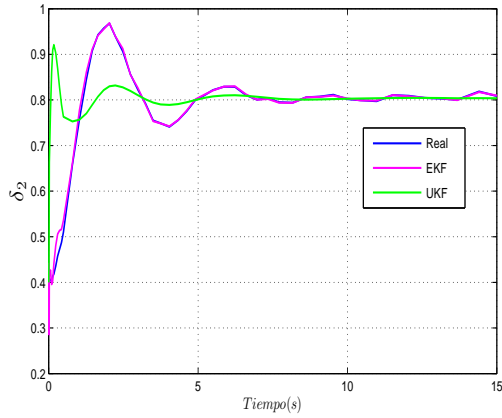


Figura 4.23: Estimación del estado 1.

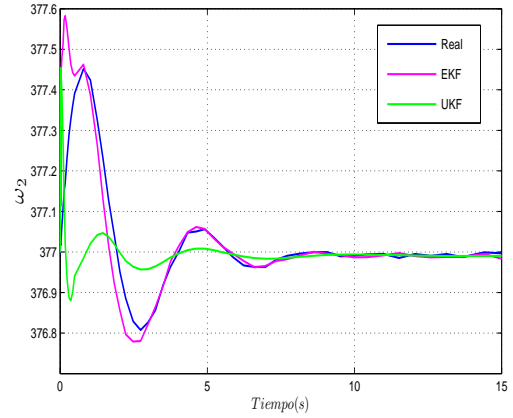


Figura 4.24: Estimación del estado 2.

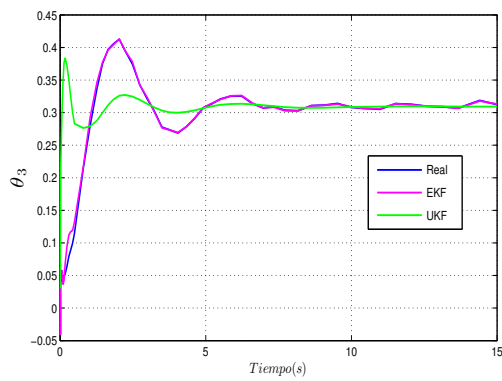


Figura 4.25: Estimación del estado 3.

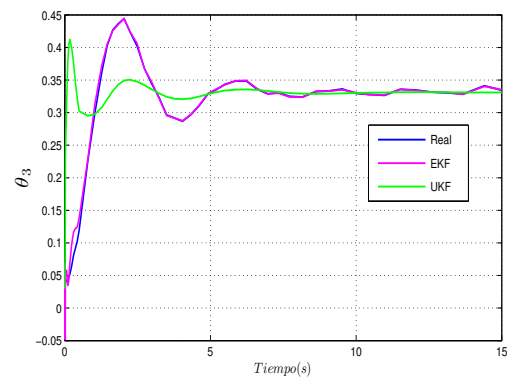


Figura 4.26: Estimación del estado 4.

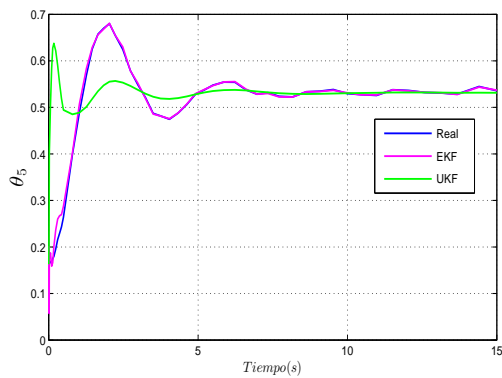


Figura 4.27: Estimación del estado 5.

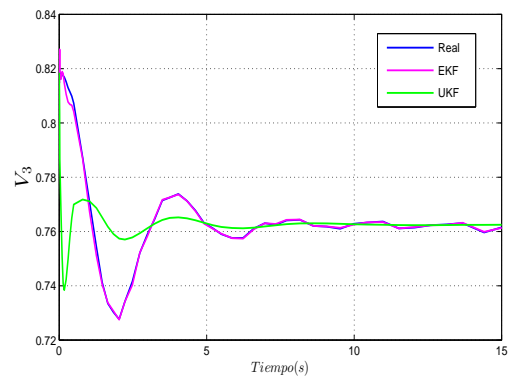


Figura 4.28: Estimación del estado 6.

4. RESULTADOS

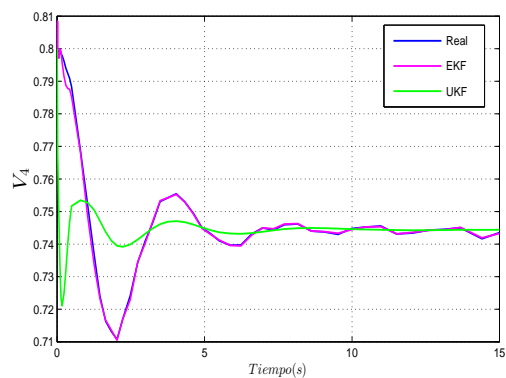


Figura 4.29: Estimación del estado 7.

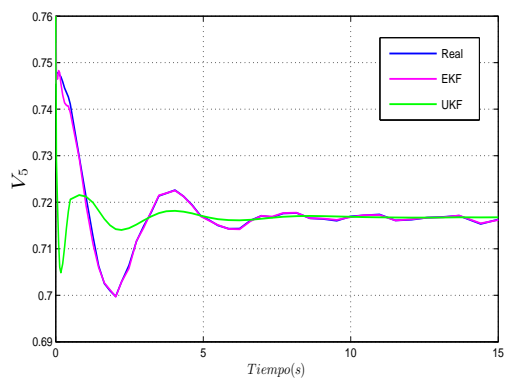


Figura 4.30: Estimación del estado 8.

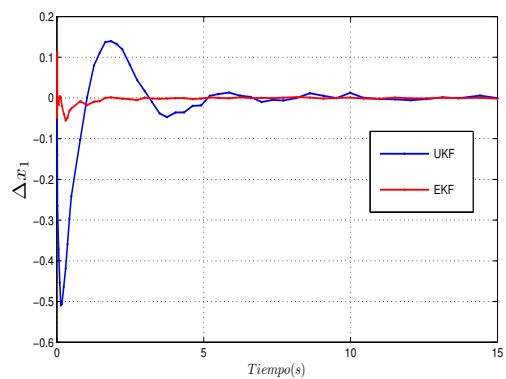


Figura 4.31: Error de estimación del estado 1.

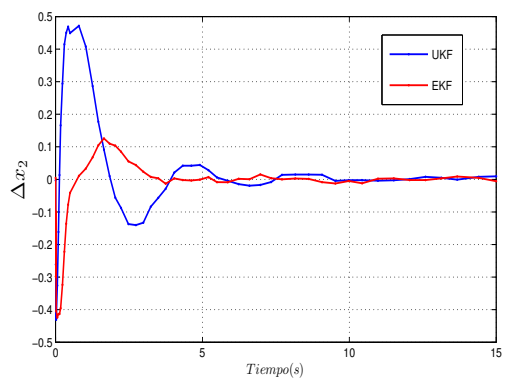


Figura 4.32: Error de estimación del estado 2.

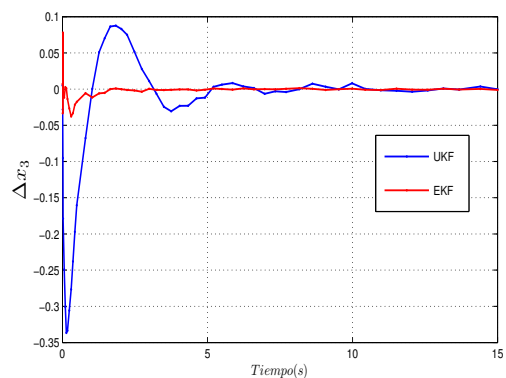


Figura 4.33: Error de estimación del estado 3.

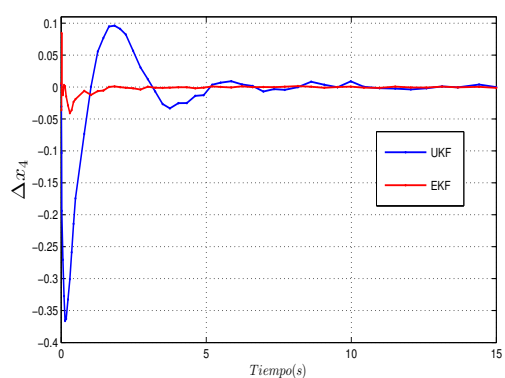


Figura 4.34: Error de estimación del estado 4.

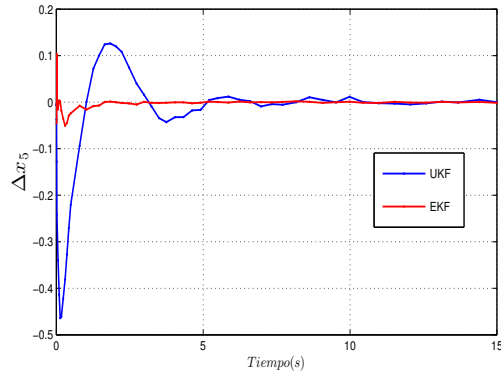


Figura 4.35: Error de estimación del estado 5.

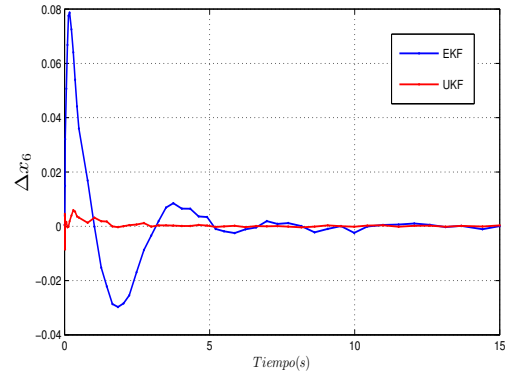


Figura 4.36: Error de estimación del estado 6.

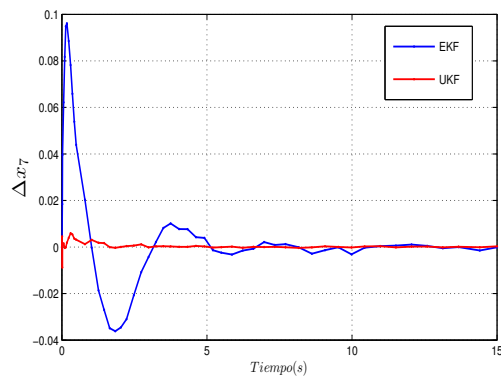


Figura 4.37: Error de estimación del estado 7.

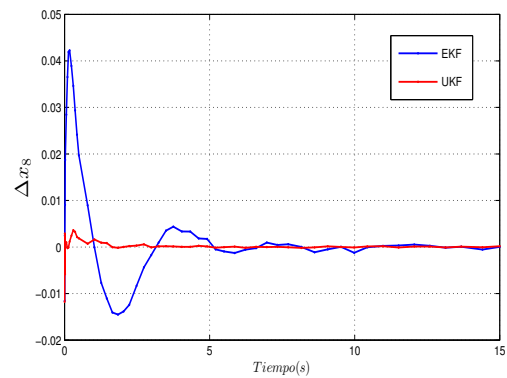


Figura 4.38: Error de estimación del estado 8.

4.5. Sistema 3 Buses - Modelo Práctico

Una vez que han sido implementados los filtros en los modelos simplificados *Tipo A* y *Tipo B* se desea darle un enfoque más práctico a lo desarrollado hasta este momento. Para cumplir con este objetivo se tomó el mismo sistema de tres buses desarrollado en la Secciones 4.2 y 4.3 del presente Capítulo. En este caso se incluyen todas las ecuaciones involucradas en el SEP, las cuales comprenden la dinámica de ambos generadores así como los balances de potencia activa y reactiva en los buses de carga y de generador.

El modelo diferencial algebraico completo del SEP mostrado en la Figura 4.1 com-

prende tres ecuaciones de oscilación por cada generador y 6 expresiones matemáticas que representan los balances de potencia activa y reactiva en los buses de generador y de carga.

4.5.1. Buses de generador

A continuación se establecen las expresiones matemáticas que describen a detalle al SEP de 3 buses.

4.5.1.1. Bus de generador 1

Las ecuaciones de oscilación asociadas al generador 1 se citan a continuación,

$$\dot{\delta}_1 = \omega_1 - 2 * \pi f_0 \quad (4.1)$$

$$M_1 \dot{\omega}_1 = P_{m_1} - D_1 * (\omega_1 - 2 * \pi f_0) - P_1^M \quad (4.2)$$

$$\tau_1 \dot{E}_{q_1} = -\frac{x_{d_1}}{x'_{d_1}} E_{q_1} + \frac{x_{d_1} - x'_{d_1}}{x'_{d_1}} V_1 \cos(\delta_1 - \theta_1) + E_{F_1} \quad (4.3)$$

donde

$$P_1^M = \frac{E_{q_1} V_1}{x'_{x_{d_1}}} \text{sen}(\delta_1 - \theta_1) + \frac{x'_{d_1} - x_{q_1}}{2x_{q_1} x'_{d_1}} V_1^2 \text{sen}(2(\delta_1 - \theta_1)) \quad (4.4)$$

$$Q_1^M = \left(\frac{x'_{d_1} + x_{q_1}}{2x_{q_1} x'_{d_1}} - \frac{x'_{d_1} - x_{q_1}}{2x_{q_1} x'_{d_1}} \cos(2(\delta_1 - \theta_1)) \right) V_1^2 - \frac{E_{q_1} V_1}{x'_{d_1}} \cos(\delta_1 - \theta_1) \quad (4.5)$$

La potencia activa y reactiva transmitida, P_1^{cal} y Q_1^{cal} en el bus 1, son expresadas como:

$$P_1^{cal} = V_1^2 G_{11} + V_1 V_2 [G_{12} \cos(\theta_1 - \theta_2) + B_{12} \text{sen}(\theta_1 - \theta_2)] + V_1 V_3 [G_{13} \cos(\theta_1 - \theta_3) + B_{13} \text{sen}(\theta_1 - \theta_3)], \quad (4.6)$$

$$Q_1^{cal} = -V_1^2 B_{11} + V_1 V_2 [G_{12} \text{sen}(\theta_1 - \theta_2) - B_{12} \cos(\theta_1 - \theta_2)] + V_1 V_3 [G_{13} \text{sen}(\theta_1 - \theta_3) - B_{13} \cos(\theta_1 - \theta_3)] \quad (4.7)$$

El balance de potencia activa y reactiva en el bus de generador 1 se determina como:

$$\Delta P_1 = P_1^M - P_{L_1} - P_1^{cal} = 0 \quad (4.8)$$

$$\Delta Q_1 = Q_1^M - Q_{L_1} - Q_1^{cal} = 0 \quad (4.9)$$

4.5.1.2. Bus de generador 2

Para el generador 2 se tienen las siguientes ecuaciones de oscilación,

$$\dot{\delta}_2 = \omega_2 - 2 * \pi f_0 \quad (4.10)$$

$$M_2 \dot{\omega}_2 = P_{m_2} - D_2 * (\omega_2 - 2 * \pi f_0) - P_2^M \quad (4.11)$$

$$\tau_1 \dot{E}_{q_2} = -\frac{x_{d_2}}{x'_{d_2}} E_{q_2} + \frac{x_{d_2} - x'_{d_2}}{x'_{d_2}} V_2 \cos(\delta_2 - \theta_2) + E_{F_2} \quad (4.12)$$

donde

$$P_2^M = \frac{E_{q_2} V_2}{x'_{x_{d_2}}} \text{sen}(\delta_2 - \theta_2) + \frac{x'_{d_2} - x_{q_2}}{2x_{q_2} x'_{d_2}} V_1^2 \text{sen}(2(\delta_2 - \theta_2)) \quad (4.13)$$

$$Q_2^M = \left(\frac{x'_{d_2} + x_{q_2}}{2x_{q_2} x'_{d_2}} - \frac{x'_{d_2} - x_{q_2}}{2x_{q_2} x'_{d_2}} \cos(2(\delta_2 - \theta_2)) \right) V_2^2 - \frac{E_{q_2} V_2}{x'_{d_2}} \cos(\delta_2 - \theta_2) \quad (4.14)$$

Las expresiones de potencia activa y reactiva transmitida, P_2^{cal} y Q_2^{cal} asociadas al bus 2, son expresadas como:

$$P_2^{cal} = V_2^2 G_{22} + V_2 V_1 [G_{21} \cos(\theta_2 - \theta_1) + B_{21} \text{sen}(\theta_2 - \theta_1)] + V_2 V_3 [G_{23} \cos(\theta_2 - \theta_3) + B_{23} \text{sen}(\theta_2 - \theta_3)], \quad (4.15)$$

$$Q_2^{cal} = -V_2^2 B_{22} + V_2 V_1 [G_{21} \text{sen}(\theta_2 - \theta_1) - B_{21} \cos(\theta_2 - \theta_1)] + V_2 V_3 [G_{23} \text{sen}(\theta_2 - \theta_3) - B_{23} \cos(\theta_2 - \theta_3)] \quad (4.16)$$

El balance de potencia activa y reactiva en el bus de generador 2 se determina como:

$$\Delta P_2 = P_2^M - P_{L_2} - P_2^{cal} = 0 \quad (4.17)$$

$$\Delta Q_2 = Q_2^M - Q_{L_2} - Q_2^{cal} = 0 \quad (4.18)$$

Es importante mencionar que para este caso se asume que no existe ninguna carga conectada a los buses de generador, por este motivo los términos P_{L_1} , Q_{L_1} , P_{L_2} y Q_{L_2} , de las expresiones (4.8), (4.9), (4.17) y (4.18) respectivamente son considerados como cero.

4.5.2. Bus de carga 3

$$P_3^{cal} = V_3^2 G_{33} + V_3 V_1 [G_{31} \cos(\theta_3 - \theta_1) + B_{31} \text{sen}(\theta_3 - \theta_1)] + V_3 V_2 [G_{32} \cos(\theta_3 - \theta_2) + B_{32} \text{sen}(\theta_3 - \theta_2)], \quad (4.19)$$

$$Q_3^{cal} = -V_3^2 B_{33} + V_3 V_1 [G_{31} \text{sen}(\theta_3 - \theta_1) - B_{31} \cos(\theta_3 - \theta_1)] + V_3 V_2 [G_{32} \text{sen}(\theta_3 - \theta_2) - B_{32} \cos(\theta_3 - \theta_2)] \quad (4.20)$$

4. RESULTADOS

(4.19) y (4.20) representan las inyecciones de potencia activa y reactiva en el bus de carga (nodo 3).

El balance de potencia activa y reactiva en el bus de carga se definen como:

$$\Delta P_3 = -P_{L_3} - P_3^{cal} = 0 \quad (4.21)$$

$$\Delta Q_i = -Q_{L_3} - Q_3^{cal} = 0 \quad (4.22)$$

El estado para el modelo detallado consta de 12 estados.

$$\begin{aligned} x &= [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7 \ x_8 \ x_9 \ x_{10} \ x_{11} \ x_{12}]^\top \\ &= [\delta_1 \ \omega_1 \ E_{q_1} \ \delta_2 \ \omega_2 \ E_{q_2} \ \theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3 \ V_1 \ V_2 \ V_3]^\top \end{aligned}$$

NOTAS

1. Estados

- En este caso se consideran los estados dinámicos y algebraicos de cada uno de los buses de generador y de carga. Anteriormente algunos de estos estados eran considerados como datos. En un régimen dinámico, el estado es variante con el tiempo $x(t)$, es decir ninguno de ellos pueden ser considerados como datos.

2. Enfoque

- Para el modelo detallado, el punto de equilibrio fue determinado de manera consistente con el fin de que el resultado obtenido esté apegado a la realidad.

- Un SEP entra en régimen dinámico cuando es afectado por una perturbación (variación de carga, fallas en la red eléctrica, etc), dependiendo de esta perturbación el SEP convergerá a otro punto de equilibrio, en caso de que la perturbación afecte en mayor medida al sistema, éste puede colapsar [4]. El enfoque dado en esta sección es que el SEP se encuentra en estado estacionario (se parte del punto de equilibrio) y que en un momento dado existe una disminución en la carga, lo que hace que el sistema converja a otro punto de equilibrio.

- Se evalúa el desempeño de los observadores ante esta cambio de carga. Se verificó si los filtros tienen la capacidad de estimar el estado del SEP a pesar de que éste haya sido afectado por una perturbación.

4.5.3. Obtención del punto de equilibrio

En esta ocasión para obtener el punto de equilibrio se siguieron los siguientes pasos:

Paso 1: Para obtener el valor del punto de equilibrio asociado a los estados algebraicos $(\theta_1, \theta_2, \theta_3, V_1, V_2, V_3)$ se solucionan los flujos de potencia. Se utilizaron los mismos valores de admitancias y conductancias citados en la Tabla 4.1, como datos adicionales se consideraron:

$$\begin{aligned} \text{Nodo 1(}i\text{Slack)} & \begin{cases} V_1 = 1.03 \text{ p.u} \\ \theta_1 = 0 \text{ rad} \end{cases} \\ \text{Nodo 2(P - V)} & \begin{cases} V_2 = 1.01 \text{ p.u} \\ P_{G_2} = 0.5 \text{ p.u} \end{cases} \\ \text{Nodo 2(P - Q)} & \begin{cases} P_{L_3} = 1 \text{ p.u} \\ Q_{L_3} = 0.25 \text{ p.u} \end{cases} \end{aligned}$$

De la solución de los flujos de potencia, se obtuvieron:

$$\begin{aligned} \theta_2 &= -0.0413 \text{ rad} \\ \theta_3 &= -0.1043 \text{ rad} \\ V_3 &= 0.98640 \text{ p.u} \end{aligned}$$

de esta manera el punto de equilibrio correspondiente a la parte algebraica queda determinado como:

$$z = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3 \ V_1 \ V_2 \ V_3] = [0 \ -0.0413 \ -0.1043 \ 1.03 \ 1.01 \ 0.98640]$$

Paso 2: Se determinan los puntos de equilibrio asociados a la velocidad angular de los generadores.

$$\begin{aligned} \omega_1 &= 2 * \pi f_0 = 376.9911 \text{ rad/s} \\ \omega_2 &= 2 * \pi f_0 = 376.9911 \text{ rad/s} \end{aligned}$$

donde f_0 representa la frecuencia con la que operan los generadores, para este caso en particular se consideró $f_0 = 60 \text{ Hz}$.

Paso 3: Una vez que se han determinado los puntos de equilibrio asociados a los estados algebraicos y a la velocidad angular, queda por obtener el valor de los voltajes de campo (E_{F_1}, E_{F_2}) de cada uno de los generadores en estado estacionario, así como el valor del puntos de equilibrio asociados a los estados $\delta_1, \delta_2, E_{q_1}$ y E_{q_2} .

4. RESULTADOS

Con la obtención de la solución de los flujos de potencia se puede saber el valor de la potencia activa y reactiva entregada por cada generador.

Para el generador 1 las expresiones (4.4) y (4.5) quedan igualadas a los siguientes valores:

$$\begin{aligned} P_1^M &= 0.50779 \text{ p.u} \\ Q_1^M &= 0.20573 \text{ p.u} \end{aligned}$$

mientras que para el generador 2, (4.13) y (4.14) quedan igualadas a:

$$\begin{aligned} P_2^M &= 0.50000 \text{ p.u} \\ Q_2^M &= 0.13877 \text{ p.u} \end{aligned}$$

De esta manera las expresiones (4.3), (4.4) y (4.5), son utilizadas para determinar los valores de E_{F_1} , E_{q_1} y δ_1 . Para el generador 2, las expresiones (4.12), (4.13) y (4.14) se solucionan para obtener E_{F_2} , E_{q_2} y δ_2 .

Como datos adicionales se tienen $D_{1,2} = 1.00 \text{ p.u}$, $M_{1,2} = 1.00 \text{ p.u}$, $\tau_{1,2} = 0.13 \text{ [s]}$, $x_{d_{1,2}} = 2.06 \text{ p.u}$, $x'_{d_{1,2}} = 0.37 \text{ p.u}$, $x_{q_{1,2}} = 1.21 \text{ p.u}$ y $x'_{q_{1,2}} = 0.37 \text{ p.u}$ (por simplicidad los generadores se consideraron iguales).

Para el generador 1 se tiene:

$$\begin{aligned} \delta_1 &= 0.6475 \text{ rad} \\ E_{F_1} &= 1.8325 \text{ p.u} \\ E_{q_1} &= 0.8725 \text{ p.u} \end{aligned} \tag{4.24}$$

para el generador 2 se obtiene:

$$\begin{aligned} \delta_2 &= 0.5760 \text{ rad} \\ E_{F_2} &= 2.3897 \text{ p.u} \\ E_{q_2} &= 0.8881 \text{ p.u} \end{aligned} \tag{4.25}$$

Paso 4: En conjunto los valores calculados anteriores definen al punto de equilibrio como:

$$x_d = \begin{cases} \delta_1 = 0.6475 \text{ rad} \\ \omega_1 = 376.9911 \text{ rad/s} \\ E_{q_1} = 0.8725 \text{ p.u} \\ \delta_2 = 0.5760 \text{ rad} \\ \omega_2 = 376.9911 \text{ rad/s} \\ E_{q_2} = 0.8881 \text{ p.u} \end{cases} \quad z = \begin{cases} \theta_1 = 0 \text{ rad} \\ \theta_2 = -0.0413 \text{ rad} \\ \theta_3 = -0.1043 \text{ rad} \\ V_1 = 1.03 \text{ p.u} \\ V_2 = 1.01 \text{ p.u} \\ V_3 = 0.98640 \text{ p.u} \end{cases}$$

Con $E_{F_1} = 1.8325 \text{ p.u}$, $E_{F_2} = 2.3897 \text{ p.u}$, $P_{m_1} = 0.50779 \text{ p.u}$ y $P_{m_2} = 0.5 \text{ p.u}$

4.5.4. Implementación

Una vez encontrado el punto de equilibrio, se establece cual será el modelo de medición. En comparación a la estimación de estados en los modelos simplificados, donde el mayor número de mediciones consideradas fueron 3 para el caso del modelo *Tipo B* ya que para los modelos *Tipo A* con una sola medición fue suficiente para lograr la tarea de estimación.

Para el modelo de 12 estados se tomaron las siguientes mediciones:

$$y = \begin{cases} y_1 : P_{23} = (x_{11}^2)G_{23} - x_{11}x_{12}[B_{23}\text{sen}(x_8 - x_9) + G_{23}\text{cos}(x_8 - x_9)] \\ y_2 : P_1^M = ((x_3x_{10})/(x'_{d_1}))\text{sen}(x_1 - x_7) + ((x'_{d_1} - x_{q_1})/(2x_{q_1}x'_{d_1}))(x_{10}^2) \\ \quad * \text{sen}(2(x_1 - x_7)) \\ y_3 : P_2^M = ((x_6x_{11})/(x'_{d_1}))\text{sin}(x_4 - x_8) + ((x'_{d_1} - x_{q_1})/(2x_{q_1}x'_{d_1}))(x_{11}^2) \\ \quad * \text{sin}(2(x_4 - x_8)) \\ y_4 : Q_1^M = (((x'_{d_1} + x_{q_1})/(2x_{q_1}x'_{d_1})) - ((x'_{d_1} - x_{q_1})/(2x_{q_1}x'_{d_1}))\text{cos}(2(x_1 - x_7))) * x_{10}^2 \\ \quad - ((x_3 * x_{10})/x'_{d_1})\text{cos}(x_1 - x_7) \\ y_5 : Q_2^M = (((x'_{d_1} + x_{q_1})/(2x_{q_1}x'_{d_1})) - ((x'_{d_1} - x_{q_1})/(2x_{q_1}x'_{d_1}))\text{cos}(2(x_4 - x_8))) * x_{11}^2 \\ \quad - ((x_6 * x_{11})/x'_{d_1})\text{cos}(x_4 - x_8) \\ y_6 : P_3^{cal} = (x_{12}^2)G_{33} + x_{12}x_{10}[G_{31}\text{cos}(x_9 - x_7) + B_{31}\text{sen}(x_9 - x_7)] \\ \quad + x_{12}x_{11}[G_{32}\text{cos}(x_9 - x_8) + B_{32}\text{sen}(x_9 - x_8)] \\ y_7 : Q_3^{cal} = (-x_{12}^2)B_{33} + x_{12}x_{10}[G_{31}\text{sen}(x_9 - x_7) - B_{31}\text{cos}(x_9 - x_7)] \\ \quad + x_{12}x_{11}[G_{32}\text{sen}(x_9 - x_8) - B_{32}\text{cos}(x_9 - x_8)] \\ y_8 : P_{21} = (x_{11}^2)G_{21} - x_{11}x_{10}[B_{21}\text{sen}(x_8 - x_7) + G_{21}\text{cos}(x_8 - x_7)] \\ y_9 : P_{13} = (x_{10}^2)G_{13} - x_{10}x_{12}[G_{13}\text{cos}(x_7 - x_9) + B_{13}\text{sen}(x_7 - x_9)] \end{cases}$$

donde

- P_{23} flujo de potencia activa entre el bus 2 y 3,
- P_1^M potencia eléctrica entregada por el generador 1,
- P_2^M potencia eléctrica entregada por el generador 2,
- Q_1^M potencia reactiva entregada por el generador 1,
- Q_2^M potencia reactiva entregada por el generador 2,
- P_3^{cal} inyección de potencia activa en el bus 3,
- Q_3^{cal} inyección de potencia reactiva en el bus 3,
- P_{21} flujo de potencia activa entre el bus 2 y 1,
- P_{13} flujo de potencia activa entre el bus 1 y 3.

4. RESULTADOS

En las Figuras 4.39-4.42, se muestra como fue la forma en la que fue seleccionado el modelo de medición. Se debe mencionar que para este caso, los estados convergen a un punto de equilibrio que no corresponde al punto de equilibrio determinado. El principal objetivo era evaluar los posibles modelos de medición y la forma en los que éstos incidían en el desempeño del EKF.

El primer criterio de selección fue el error en estado estacionario del EKF con un determinado conjunto de mediciones.

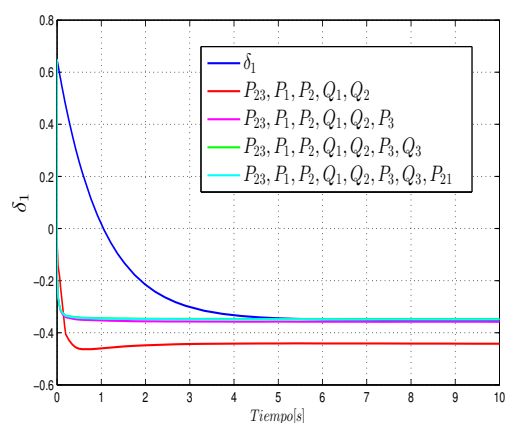


Figura 4.39: Afinación de la ganancia para el estado 1.

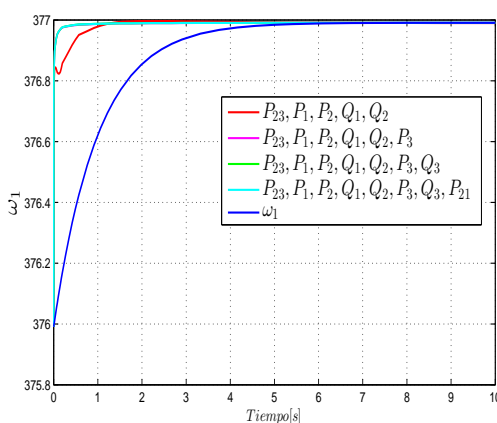


Figura 4.40: Afinación de la ganancia para el estado 2.

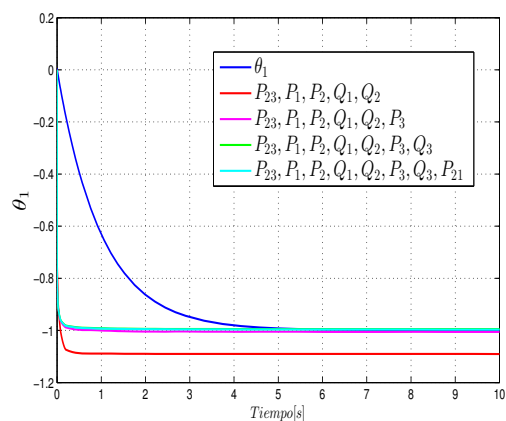


Figura 4.41: Afinación de la ganancia para el estado 7.

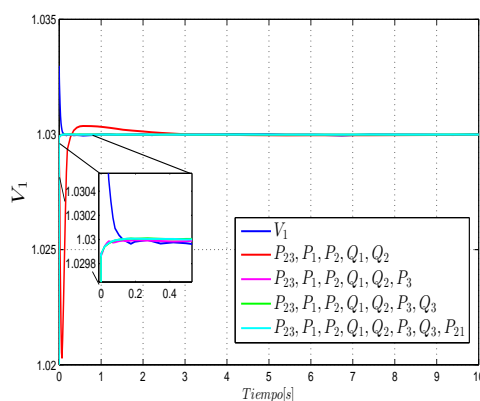


Figura 4.42: Afinación de la ganancia para el estado 10.

4.5.4.1. Simulación

Datos importantes a considerar:

- Los valores de referencia de la carga quedan determinados como: $P_{L_3} = 0.85 \text{ p.u}$ y $Q_{L_3} = 0.2125 \text{ p.u}$. Existe una reducción del 15 % en comparación a los valores utilizados en la obtención del punto de equilibrio.
- Para verificar la estimación de los estados angulares $(\delta_1, \delta_2, \theta_1, \theta_2, \theta_3)$, éstos son graficados con respecto a un ángulo de referencia. En este caso δ_1 funge como el ángulo de referencia.
- Para la implementación de los observadores en el modelo detallado no se realizó el análisis de observabilidad con base al enfoque propuesto en [36], solamente se analizó el desempeño de los filtros junto con los modelos de medición seleccionados.
- Para la simulación del filtro de Kalman Unscented del modelo detallado se consideró $\mathbf{Q} = 1.96 \times 10^{-12} * \text{eye}(6)$ (matriz identidad de 6×6), $\mathbf{R} = 2.5 \times 10^{-12} \times \text{eye}(9)$ (matriz identidad de 9×9), las condiciones iniciales para los 12 estados son: $(0.6478, 376.9911, 0.8725, 0.5763, 376.9911, 0.8881, 0.0000, -0.0411, -0.1040, 1.0300, 1.0100, 0.9864)$, y $P_0 = 0.005 \times \text{eye}(6)$ (matriz identidad de 6×6), los pesos de los puntos sigma para el cálculo de la media son $w_m = [0.0201, 0.0817, 0.0817, 0.0817, 0.0817, 0.0817, 0.0817, 0.0817, 0.0817, 0.0817, 0.0817, 0.0817]^\top$ y los puntos sigma para el cálculo de la covarianza $w_c = [2.0201, 0.0817, 0.0817, 0.0817, 0.0817, 0.0817, 0.0817, 0.0817, 0.0817, 0.0817, 0.0817, 0.0817]^\top$.
- Se asume que el ruido en el estado y en el modelo de medición es imperceptible.
- Para la simulación del filtro de Kalman Extendido se consideran las mismas condiciones iniciales, así como las mismas matrices \mathbf{Q} y \mathbf{R} , la única modificación es el hecho que se requiere de una matriz de covarianza inicial, $P_0 = 0.005 \times \text{eye}(12)$ (matriz identidad de 12×12), comprende a los estados diferenciales y algebraicos.
- Los valores de las susceptancias y conductancias de las líneas de transmisión pueden ser encontrados en el Apéndice B.
- El periodo de muestreo utilizado por ambos estimadores es de $\Delta t = 0.5556$.

4.5.4.2. Resultados

Al tratarse de un número mayor de estados, se realizará un análisis más extensivo para describir a detalle el desempeño de los observadores.

Con ayuda de la Tabla 4.10 en donde se presentan los nuevos puntos de equilibrio de los estados del SEP, también se presentan los valores de los errores cuadráticos medios (ECM) del UKF y del EKF. Estos datos permitirán realizar un análisis más extensivo y una mejor evaluación sobre que filtro presenta un mejor desempeño.

4. RESULTADOS

Se debe recalcar que los valores correspondientes a los estados $\delta_1, \delta_2, \theta_1, \theta_2$ y θ_3 , son obtenidos con respecto a δ_1 . El ángulo del rotor 1 es utilizado como referencia para la obtención del punto de equilibrio asociado a los ángulos del rotor de los generadores y a los ángulos de fase del fasor de voltaje en cada uno de los buses.

Valores Angulares ($\delta_1, \delta_2, \theta_1, \theta_2, \theta_3$):

De la Figura 4.43 y 4.45 se puede apreciar que los estados angulares del SEP son crecientes. Este fenómeno está directamente relacionado con la disminución en el valor nominal de la carga. Una vez que existe una disminución en la carga, la velocidad de los generadores se incrementa, lo que hace que los valores de δ_1 y δ_2 también se eleven, estos a su vez hacen que valores de los ángulos de fase de cada bus también tengan un aumento en su valor. Los comportamientos graficados en las Figuras 4.43 y 4.45 son comúnmente conocidos como valores angulares absolutos.

Para verificar el desempeño de los observadores se obtuvieron las gráficas de los valores angulares absolutos con respecto a una referencia, en este caso se utilizó δ_1 como referencia.

EKF \Rightarrow En la Figura 4.44 en comparación a la Figura 4.43 se puede verificar que los estados estimados están cercanos a los valores reales del SEP. El EKF está distante a lograr la estimación del transitorio del estado pero a pesar de esto el filtro presenta un buen desempeño estimando el valor en estado estacionario. En la Figura 4.47 se tienen los valores angulares graficados con respecto al ángulo de referencia δ_1 . Se puede verificar que a pesar de no lograr una estimación satisfactoria del transitorio del valor angular absoluto, el EKF tiene un buen desempeño estimando el nuevo punto de equilibrio asociado a los ángulos rotacionales y de los ángulos de los fasores de voltaje del SEP. De la gráfica del error de estimación (Figura 4.49) se puede verificar que el EKF tiene un buen funcionamiento estimando el estado.

UKF \Rightarrow El funcionamiento del UKF en comparación al EKF es muy similar. Ocurre la misma situación citada con anterioridad; a pesar de no lograr una estimación adecuada del transitorio de los valores angulares absolutos (Figura 4.46), el UKF permite estimar el nuevo punto de equilibrio asociado a estos estados. De las Figuras 4.48 y 4.50 se puede decir que el UKF tiene un funcionamiento satisfactorio e idéntico al EKF.

Voltajes (V_1, V_2, V_3):

EKF \Rightarrow De las Figuras 4.51 y 4.53 se puede decir que el EKF tiene un buen desempeño estimando a los voltajes del SEP de 3 buses.

UKF \Rightarrow De las Figuras 4.52 y 4.54 permiten verificar que el UKF presenta un desempeño similar al EKF. Ambos observadores permiten estimar el nuevo punto de equilibrio asociado a los voltajes de los buses de generador y de carga.

Velocidades angulares (ω_1, ω_2):

EKF \Rightarrow La estimación del incremento de la velocidad puede ser verificada en la Figura 4.55. El EKF presenta poca disponibilidad para estimar el transitorio, a pesar de esta situación el EKF es capaz de estimar el nuevo punto de equilibrio de las velocidad angulares de los generadores. La Figura 4.57 permite corroborar el buen funcionamiento del EKF.

UKF \Rightarrow El desempeño del UKF es exactamente el mismo que el obtenido por el EKF. Las Figuras 4.56 y 4.58 permiten constatar que el UKF presenta un buen desempeño.

Fuerza electromotriz interna del eje de cuadratura (E_{q_1}, E_{q_2}):

EKF \Rightarrow El EKF presenta un buen desempeño estimando las fuerzas electromotrices internas de los generadores. Las Figuras 4.59 y 4.61 permiten corroborar que el EKF permite estimar de manera adecuada el nuevo punto de equilibrio asociado a estos estados.

UKF \Rightarrow El desempeño del UKF es similar al obtenido con el EKF, las Figuras 4.60 y 4.62 permiten confirmar esta afirmación.

Estados	V.nominal	UKF	EKF	ECM (UKF)	ECM (EKF)
δ_1	0.0000 <i>rad</i>	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
ω_1	377.0671 <i>rad/s</i>	377.0671	377.0671	1.6000×10^{-3}	1.6000×10^{-3}
E_{q_1}	0.8715 <i>p.u</i>	0.8715	0.8715	7.6932×10^{-8}	6.1858×10^{-8}
δ_2	-0.0678 <i>rad</i>	-0.0678	-0.0678	5.3198×10^{-6}	4.5314×10^{-6}
ω_2	377.0671 <i>rad/s</i>	377.0671	377.0671	1.6000×10^{-3}	1.6000×10^{-3}
E_{q_2}	0.8869 <i>p.u</i>	0.8869	0.8869	9.6043×10^{-8}	9.8479×10^{-8}
θ_1	-0.5817 <i>rad</i>	-0.5817	-0.5817	9.6047×10^{-5}	9.5939×10^{-5}
θ_2	-0.6186 <i>rad</i>	-0.6186	-0.6186	1.0844×10^{-4}	1.0828×10^{-4}
θ_3	-0.6747 <i>rad</i>	-0.6747	-0.6747	1.3087×10^{-4}	1.3073×10^{-4}
V_1	1.0023 <i>p.u</i>	1.0023	1.0023	1.6074×10^{-5}	1.6072×10^{-5}
V_2	0.9845 <i>p.u</i>	0.9845	0.9845	1.3450×10^{-5}	1.3440×10^{-5}
V_3	0.9643 <i>p.u</i>	0.9643	0.9643	9.9413×10^{-6}	9.9328×10^{-6}

Tabla 4.10: Desempeño de los estimadores en un SEP de tres buses (modelo práctico).

4. RESULTADOS

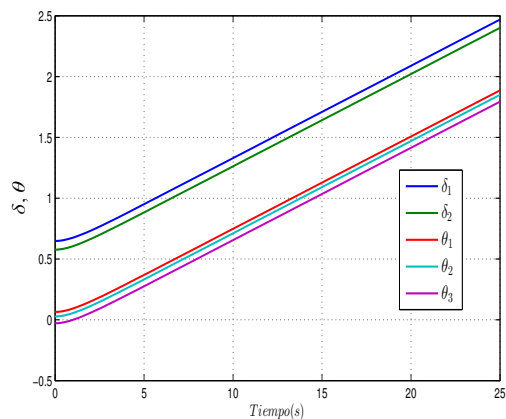


Figura 4.43: Ángulos absolutos a estimar del SEP.

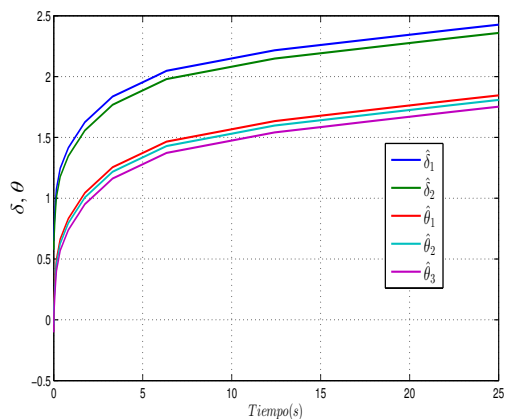


Figura 4.44: Ángulos absolutos estimados por el EKF.

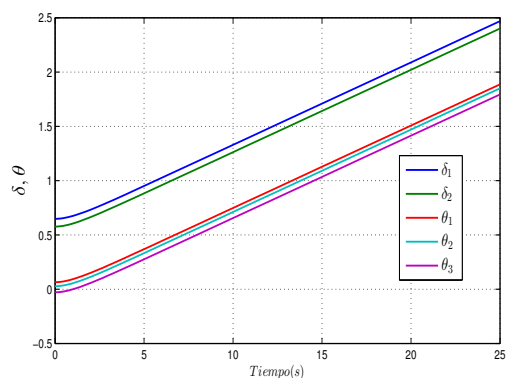


Figura 4.45: Ángulos absolutos a estimar del SEP.

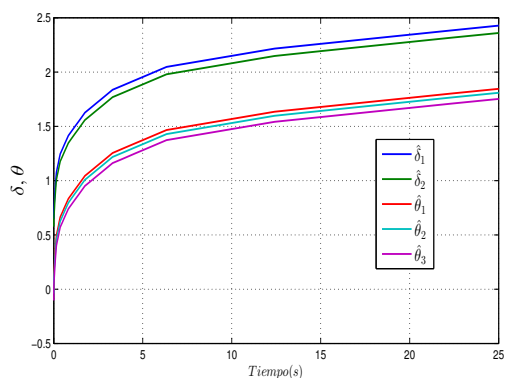


Figura 4.46: Ángulos absolutos estimados por el UKF.

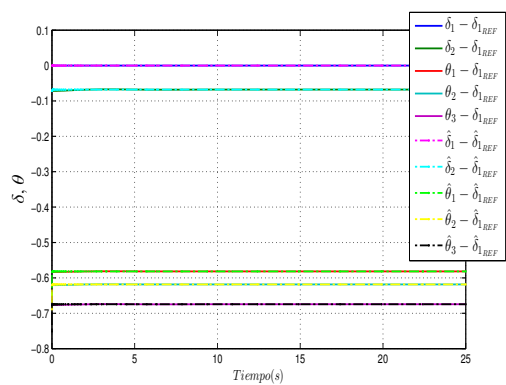


Figura 4.47: Ángulos relativos estimados por el EKF

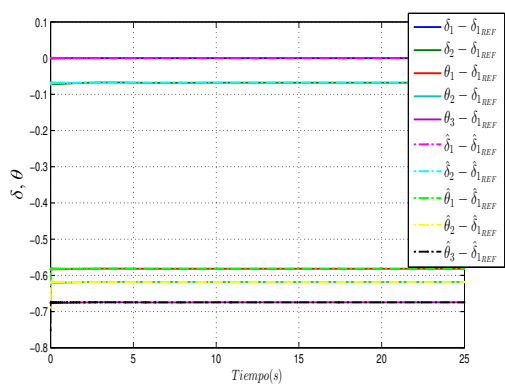


Figura 4.48: Ángulos relativos estimados por el UKF

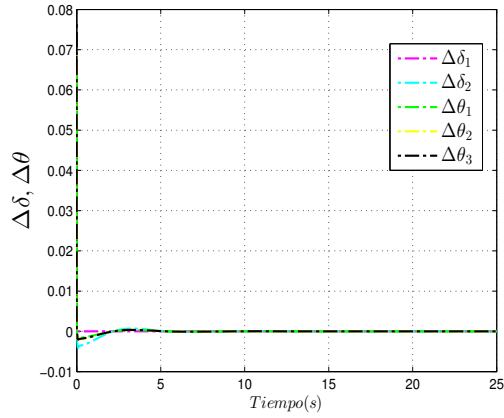


Figura 4.49: Error de estimación del EKF (referencia).

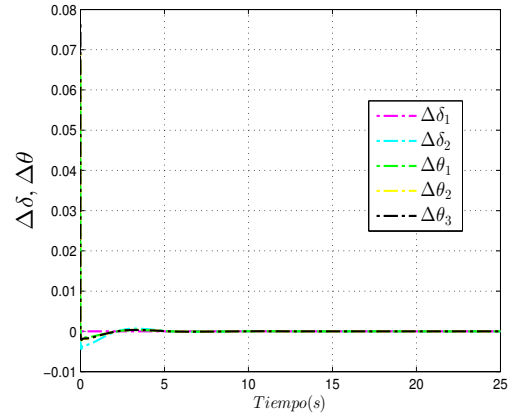


Figura 4.50: Error de estimación del UKF (referencia).

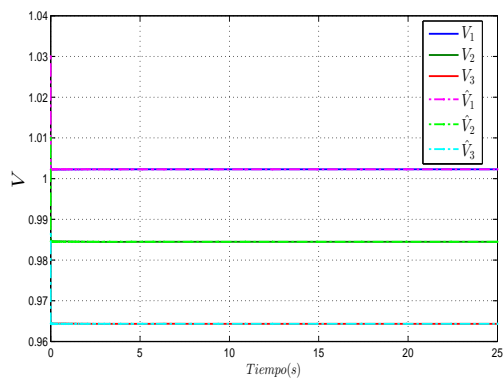


Figura 4.51: Voltajes estimados por el EKF.

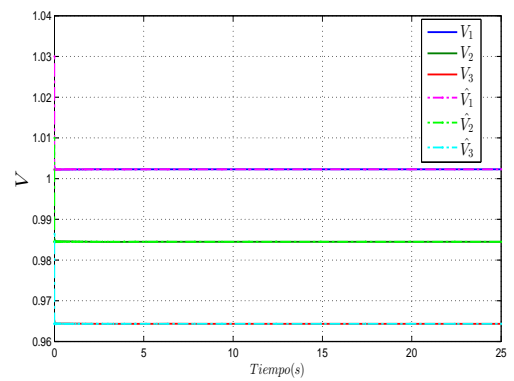


Figura 4.52: Voltajes estimados por el UKF.

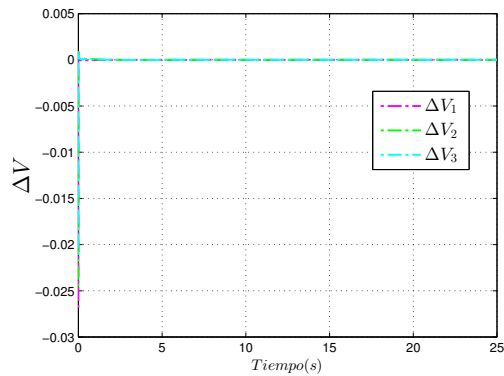


Figura 4.53: Error de estimación del EKF.

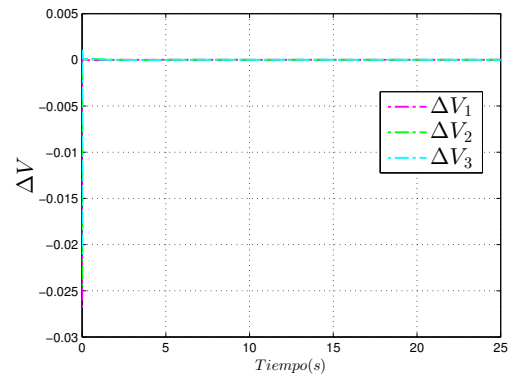


Figura 4.54: Error de estimación del UKF.

4. RESULTADOS

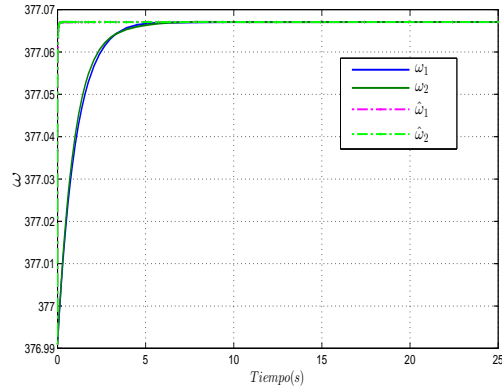


Figura 4.55: Velocidades estimadas por el EKF

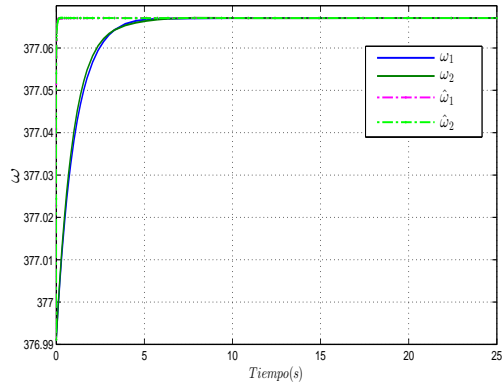


Figura 4.56: Velocidades estimadas por el UKF

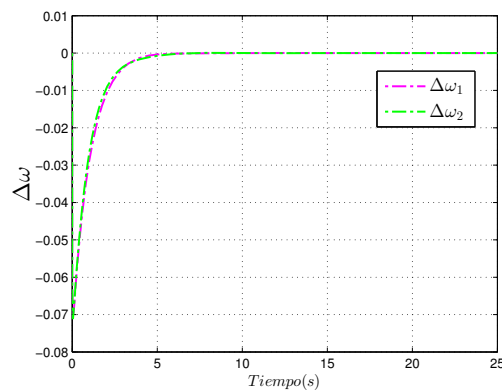


Figura 4.57: Error de estimación del EKF.

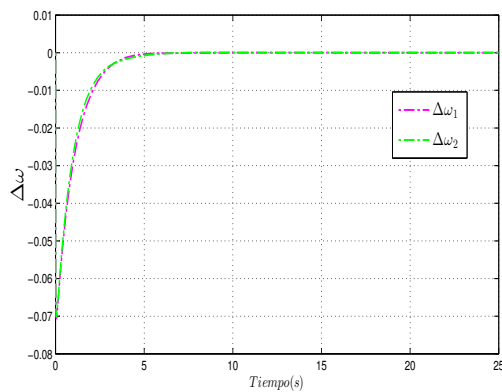


Figura 4.58: Error de estimación del UKF.

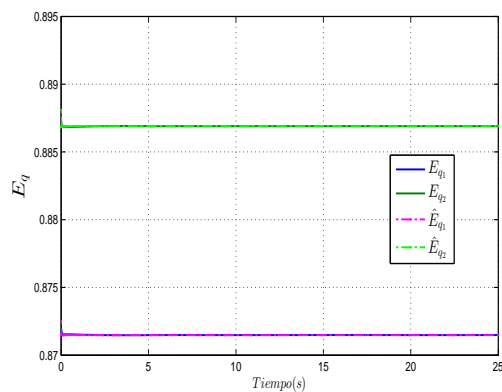


Figura 4.59: F.E.M del SEP estimada por el EKF.

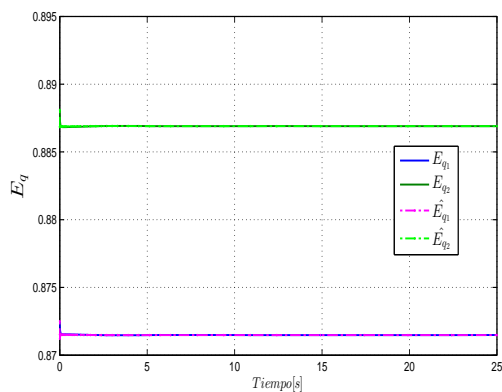


Figura 4.60: F.E.M del SEP estimada por el UKF.

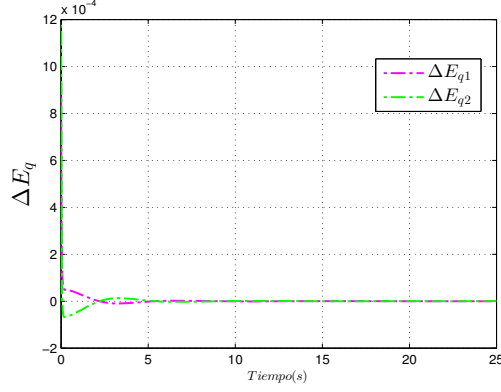


Figura 4.61: Error de estimación del EKF.

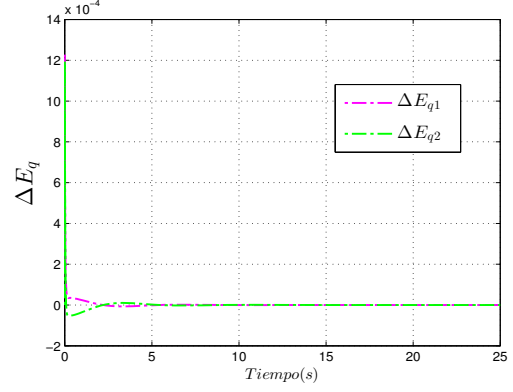


Figura 4.62: Error de estimación del UKF.

De manera adicional se agregaron una serie de Figuras con el fin de entender de mejor manera el funcionamiento de los filtros. Para los ángulos de las Figuras 4.47 y 4.48, a continuación se muestra la estimación de cada de los ángulos con excepción de δ_1 ya que éste fue utilizado como referencia.

De las Figuras 4.63, 4.64, 4.65 y 4.66, se puede apreciar que ambos observadores permiten estimar el estado de manera correcta. El cambio de escala en comparación a la utilizada en las Figuras 4.47 y 4.48 permite analizar la estimación de cada ángulo por separado.

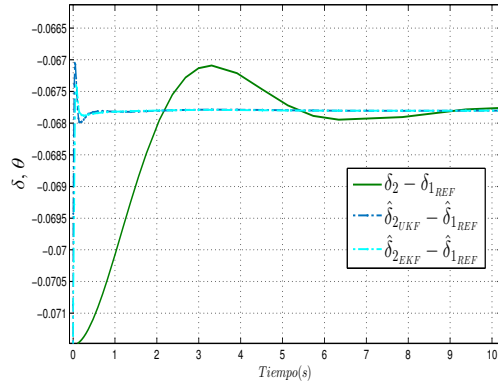


Figura 4.63: Estimación del ángulo rotacional relativo del generador 2.

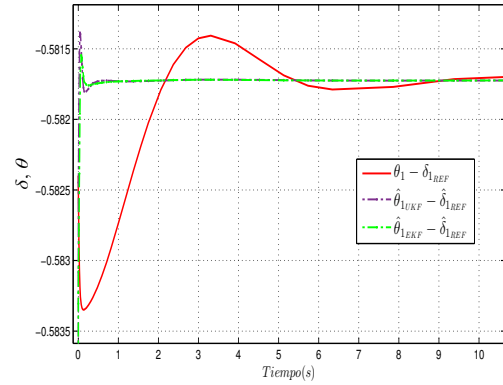


Figura 4.64: Estimación del ángulo de fase relativo del bus 1.

4. RESULTADOS

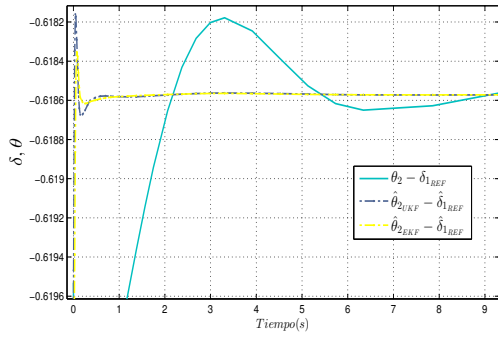


Figura 4.65: Estimación del ángulo de fase relativo del bus 2.

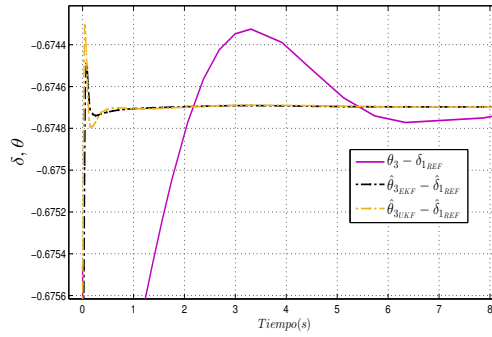


Figura 4.66: Estimación del ángulo de fase relativo del bus 3.

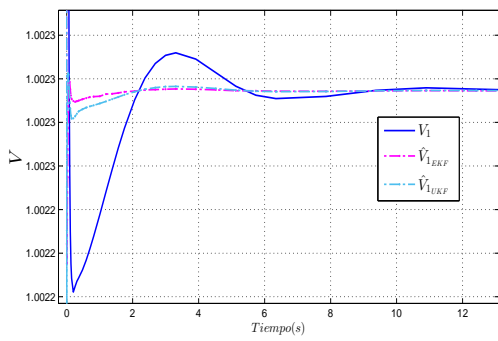


Figura 4.67: Estimación del voltaje del bus 1.

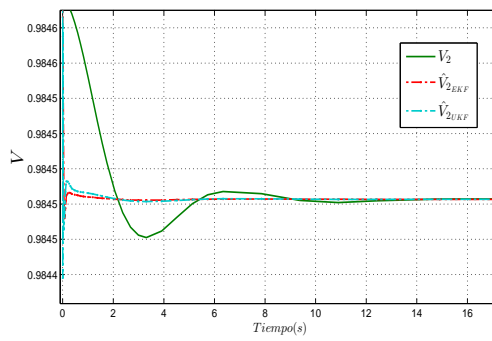


Figura 4.68: Estimación del voltaje del bus 2.

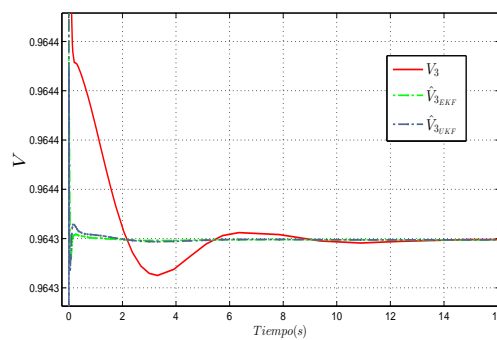


Figura 4.69: Estimación del voltaje del bus 3.

De igual manera se hace un análisis por separado de cada voltaje, para tener un mejor entendimiento del funcionamiento de los filtros de las Figuras 4.51 y 4.52.

De las Figuras 4.67, 4.68 y 4.69, se aprecia que la estimación del voltaje es correcta.

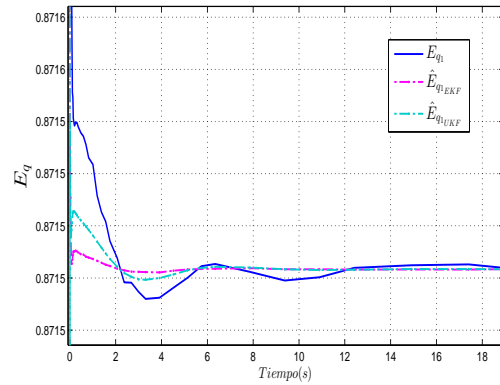


Figura 4.70: Estimación de la FEM 1 del generador 1.

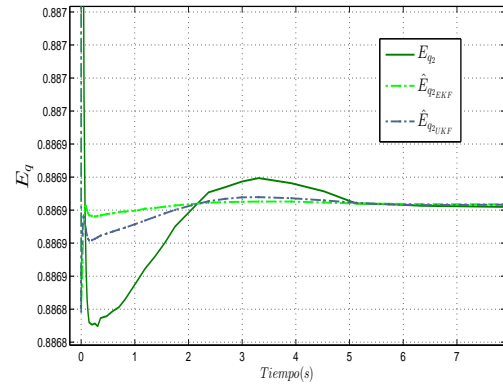


Figura 4.71: Estimación de la FEM 2 del generador 2.

Finalmente para los estados referentes a la fuerza electromotriz interna del eje de cuadratura de las Figuras 4.59 y 4.60 son obtenidas por separado.

De las Figuras 4.70 y 4.71 el cambio de escala permite apreciar el desempeño de los observadores durante el transitorio. El desempeño de ambos filtros no es óptimo durante el transitorio pero si lo es en estado estacionario, como se pudo apreciar en las Figuras 4.59 y 4.60.

4. RESULTADOS

Después de los resultados presentados se puede hacer un análisis más extensivo sobre cual de las dos técnicas (EKF y UKF) es la más conveniente para realizar la tarea de estimación, a continuación se mencionan algunas observaciones de ambos filtros:

UKF

- Se trabaja con una transformación no lineal, sin necesidad de calcular los Jacobianos del sistema.
- Trabajar con la transformación no lineal es mejor que trabajar que con una expansión de Taylor, se tiene libertad en la elección de ciertos parámetros de diseño para obtener un desempeño óptimo.
- El funcionamiento de UKF es más lento que el EKF, ya que su carga computacional es mayor.
- Restringido solamente a distribuciones Gaussinas.

EKF

- Se requiere calcular los Jacobianos del sistema para implementar la técnica de estimación.
- Una forma de hacer frente a las no linealidades.
- El EKF hace en general un mejor trabajo de estimación en las condiciones transitorias de los estados algebraicos y diferenciales que el UKF..
- Desventaja de trabajar solamente con el primer término de la expansión de Taylor.
- La carga computacional es mucho menor en comparación al UKF.
- Restringido solamente a distribuciones Gaussinas.

4.6. Periodos de muestreo utilizado en los filtros

Una cuestión que es importante mencionar son los periodos de muestreo utilizados durante la simulación, tanto para la solución del SDA así como para la implementación de los filtros de Kalman implementados. El efecto del periodo de muestreo para el filtro de Kalman Extendido se ve directamente reflejado en la expresión (3.14), la matriz de transición de estados juega un rol importante en el algoritmo de estimación y por lo tanto al modificar el periodo de muestreo se tiene una repercusión en el desempeño del filtro.

Las simulaciones de los filtros fueron realizadas con un periodo de muestreo fijo para cada uno de los casos descritos anteriormente, esto viene dado por el método numérico utilizado para resolver el SDA. El *ODE15s* fue el método numérico seleccionado para solucionar el conjunto de ecuaciones. Además de realizar esta tarea, el solucionador juega un rol muy importante en la implementación de los filtros. En el UKF se utiliza para realizar la proyección de los puntos sigma en las funciones no lineales con el fin de

predecir el estado dado el anterior, es decir es utilizado en cada iteración para encontrar la solución de las expresiones (3.27) y (3.28).

En el caso del filtro de Kalman Extendido, el *ODE15s* tiene la tarea de propagar los estados diferenciales y algebraicos, soluciona las expresiones (3.16) y (3.17) en cada instante de tiempo, cumpliendo de esta forma con la tarea de predicción.

A pesar de utilizar un periodo de muestro fijo para evaluar el desempeño de los filtros, indirectamente se utilizó un periodo de muestreo variable dado por el solucionador *ODE15s* (utilizado en las tareas antes mencionadas) de 1×10^{-3} aproximadamente.

El *ODE15s* es un método implícito el cual aproxima la derivada temporal de los estados diferenciales a través de la *Backward Differential Formula*, como resultado se obtiene un conjunto de ecuaciones algebraicas no lineales, las cuales son resueltas por medio del método iterativo de Newton, ajustando los periodos de muestreo con el fin de obtener la solución del sistema con el menor número de iteraciones posibles. Como resultado se obtiene un conjunto de vectores cuya dimensión depende del número de estados del sistema, del intervalo de tiempo establecido y del número iteraciones con las que se obtuvo la solución del SDA. A través del intervalo de tiempo y con el número de iteraciones requeridas para obtener la solución del SDA se puede tener un aproximado del periodo de muestreo fijo utilizado.

Para el sistema de tres buses *Tipo A* citado en Sección 4.2 del presente capítulo, la solución se obtiene con 88 iteraciones en un intervalo de tiempo de 20 segundos, por lo tanto se tiene un periodo de muestreo fijo de $\Delta = 0.2273[s]$ aproximadamente. Fue este el periodo de muestreo utilizado por ambos estimadores para realizar las simulaciones, para el caso del EKF también fue éste el valor utilizado para evaluar la expresión (3.14). Se realizaron 88 pasos para realizar la tarea de estimación, los mismos requeridos para encontrar la solución del sistema. A pesar de las limitaciones adoptadas al utilizar este solucionador, el desempeño de los observadores es el correcto.

Para el sistema de tres buses *Tipo B* cuyos resultados se presentan en la Sección 4.3, dadas las condiciones iniciales otorgadas y los parámetros de la red considerados, el solucionador *ODE15s* determina la solución del SDA en 68 iteraciones en un lapso de 16 segundos, siguiendo el anterior principio, el periodo de muestreo fijo implementado por los filtros es de $\Delta t = 0.2353[s]$.

Para el sistema de cinco buses *Tipo A* de acuerdo a las condiciones iniciales otorgadas y a los datos de la red mencionados en la Sección 4.4, la solución del SDA está dada por 53 iteraciones en 15 segundos de simulación, el mismo número de muestras utilizadas por los filtros para realizar la tarea de estimación. El periodo de muestreo fijo con el que se trabajó para ambos estimadores fue de $\Delta t = 0.2830[s]$.

Para el modelo práctico del último caso, el periodo de muestreo utilizado fue calculado como todos los anteriores, en este caso se obtuvo la solución del SDA en 45 iteraciones en un lapso de 25[s], se tiene que $\Delta t = 0.5556[s]$ aproximadamente.

Para los casos de estudio presentados, los periodos de muestreo utilizados dependen directamente del método numérico *ODE15s*, a pesar de esta limitación se logró tener un buen desempeño por parte de los estimadores. Hasta este momento se tiene la imposibilidad de probar las técnicas de estimación con diferentes periodos de muestreo,

se es muy dependiente del método numérico seleccionado, como trabajo futuro se tiene contemplado modificar este aspecto e implementar diversos métodos numéricos para la resolución del SDA así como para la implementación de los algoritmos de estimación.

4.7. Diferencia entre los modelos *Tipo A* y *Tipo B*

Hasta este momento se tienen contemplado solamente dos tipos de modelos simplificados para describir a un SEP; el *Tipo A* y el *Tipo B*, el primero de estos es un modelo más sencillo que el *B*. Se debe mencionar que en la literatura enfocada a la estabilidad de los sistemas de potencia se estudian y se presentan más modelos de un SEP, con el fin de considerar diferentes fenómenos relacionados con el generador y con las cargas.

En particular se seleccionó el modelo *Tipo A* por qué es el modelo de un sistema de potencia más sencillo. En un principio se tenía el objetivo de familiarizarse con las técnicas de estimación para SDA, no se tenía ninguna experiencia relacionada de estos filtros directamente implementados en un SEP, sus principales características se mencionan a continuación:

- La potencia mecánica de entrada es considerada constante.
- El factor de amortiguamiento no es considerado cero como comúnmente es documentado en la literatura.
- El generador es representado por una fuerza electromotriz constante.
- El ángulo del rotor mecánico del generador síncrono puede ser representado por el ángulo del voltaje detrás de la reactancia transitoria.
- Las cargas son consideradas como constantes.

En cambio el modelo *Tipo B* trabaja con la dinámica de excitación y por lo tanto no se considera a la fuerza contra electromotriz como constante, para simplificar la notación la reactancia transitoria se incorpora a la matriz de admitancia del sistema, como resultado se tiene a θ_i y V_i como datos del voltaje terminal.

La elección entre un modelo y otro depende de las características consideradas de los generadores presentes en el sistema de potencia.

4.8. Estimación de estados estática o dinámica

Como se ha podido apreciar hasta este momento el principal objetivo de esta tesis fue implementar algoritmos de estimación dinámicos con el objetivo de capturar el comportamiento dinámico del sistema de potencia.

Se deben dejar claro cuáles son las ventajas y desventajas de trabajar con estos filtros frente a las técnicas de estimación estáticas. Para tener más claro las diferencias entre estas dos formas de estimación, a continuación se mencionan sus principales características.

Existen distintos aspectos a considerar cuando se trabaja con una **estimación estática**, a continuación se mencionan algunos de ellos:

- Considera que el SEP se encuentra en estado estacionario.
- La técnica estima el estado en un instante de tiempo específico a partir de un conjunto de mediciones tomadas en ese mismo lapso de tiempo.
- Con el fin de conocer el estado en el sistema de potencia en diferentes instantes de tiempo, el algoritmo de estimación se debe ejecutar las veces que sea necesario.
- Para tener un monitoreo continuo del sistema de potencia, la estimación de estados debe realizarse en pequeños intervalos de tiempo.
- Ha sido estudiado extensivamente y existe una gran variedad de literatura relacionada con este tipo de estimación.
- Los tiempos de implementación son pequeños dependiendo de la dimensión del sistema.
- Requiere de un mayor número de mediciones para determinar el estado para un intervalo de tiempo en particular.

A continuación se mencionan algunas de las características de la **estimación dinámica** en SDA:

- Permite la predicción del estado un instante por delante, el operador tiene más tiempo para tomar acciones de control y de seguridad.
- Los modelos diferenciales algebraicos son utilizados en el estudio de la estabilidad transitoria de los sistemas de potencia, contar con algoritmos de estimación que permitan determinar el estado completarán el diseño de controladores para lograr la estabilización del sistema de potencia.
- Se tiene la posibilidad de realizar el análisis de observabilidad de una manera distinta, mediante los jacobianos del modelo del sistema y del modelo de medición. Una alternativa distinta a los análisis de observabilidad algebraica y topológica.
- Se trabaja con un modelo de un sistema de potencia más completo con la posibilidad de estimar los estados del generador.
- El algoritmo de estimación no tiene que ser ejecutado cada instante de tiempo en el que se quiera estimar el estado, sólo se necesita de las condiciones iniciales de los estados y de algunos datos extra (matriz de covarianza inicial, dimensión del estado, etc) para realizar la tarea de estimación.

4. RESULTADOS

- Permite realizar la estimación del estado a pesar de que el sistema es afectado por una perturbación, sin la necesidad de ejecutar el método de estimación en cada instante de tiempo.
- Entre los inconvenientes presentados, se pueden encontrar los tiempos de implementación, los tiempos son mayores a los métodos estáticos.
- Hasta este momento se depende demasiado del método numérico, si no son otorgadas las condiciones iniciales correctas se pueden tener resultados que no sean satisfactorios. Conforme el sistema de potencia es más grande es más complicado encontrar las condiciones iniciales idóneas.
- Para realizar la estimación de estados no se requiere de un gran número de salidas para lograr el objetivo, con pocas mediciones se puede asegurar la observabilidad del sistema y con ello su correcta estimación. Caso contrario a lo que ocurre con el caso estático el cual depende en gran forma de las mediciones.

Con todo lo anteriormente mencionado se puede tener un panorama más amplio de las características de cada uno de los tipos de estimación; la estimación dinámica y estática. El factor de peso que defina cual es la técnica de estimación más conveniente para realizar esta tarea, será el objetivo del usuario. Si la principal tarea es trabajar con la estabilidad transitoria del sistema de potencia o el objetivo primordial es la estimación de los estados del generador, la mejor elección sería la de trabajar con la estimación dinámica y para ser más precisos con modelos diferenciales algebraicos. En cambio si el principal objetivo es solamente estimar los estados algebraicos del sistema, es decir aquellos estados que sólo están relacionados con la parte electromagnética del sistema y además no es de vital importancia considerar la dinámica del sistema, la estimación estática es la mejor opción para realizar la tarea de estimación.

Conclusiones

Con el trabajo realizado en la presente tesis se establecen las bases para realizar la estimación de estados de un SEP expresado mediante un SDA, se incluye la dinámica del generador (posición angular, velocidad angular y excitación transitoria) y la parte algebraica que comprende al fasor del voltaje en los buses. Implementando técnicas de estimación de estados (EKF y UKF) para SDA se tiene la posibilidad de estimar los estados diferenciales y algebraicos. En un inicio estos estimadores solamente habían sido implementados en sistemas químicos, analizando las propiedades matemáticas del modelo matemático de un SEP se constató que este cumplía con la restricción de ser un SDA de índice uno al igual que los sistemas químicos, abriendo consigo la posibilidad de implementar la técnicas de estimación antes mencionadas.

Modelo Diferencial Algebraico: Los sistemas eléctricos de potencia implementados están expresados por un SDA, de esta manera se tiene un modelo más completo que comprende a la parte dinámica del generador y a la parte algebraica de los balances de los flujos de potencia. Este tipo de modelos comúnmente son implementados para realizar el estudio de estabilidad local mediante ecuaciones de Lyapunov o en el análisis de estabilidad transitoria.

Análisis de observabilidad: Se realizó el análisis de observabilidad suave, con el fin de definir bajo qué condiciones el sistema de potencia es observable localmente. Con los casos de estudios realizados se determinó que el enfoque propuesto en [36] es poco conveniente cuando se desea analizar la observabilidad de SDA de grandes dimensiones. Los SEP por lo regular son sistemas complejos que involucran un gran número de expresiones matemáticas, lo que hace poco conveniente utilizar este enfoque de observabilidad.

Análisis de estabilidad: Se realizó el análisis estabilidad local de los puntos de equilibrios determinados del sistema de potencia mediante el Jacobiano reducido, delimitando las trayectorias de la parte diferencial se asegura la convergencia de las trayectorias de la parte algebraica.

EKF y UKF: Implementado estas dos técnicas de estimación dinámicas en un SDA se tiene la posibilidad de realizar la estimación de los estados diferenciales y algebraicos. Se cambia el enfoque dado a la estimación de estados en los sistemas eléctricos de potencia. Los mínimos cuadrados ponderados y otras técnicas de estimación estáticas podrán ser alternadas con estas técnicas basadas en la teoría del filtro de Kalman. Los observadores para SDA requieren de las condiciones iniciales de los estados así como de unas cuantas mediciones para realizar la tarea de estimación, caso contrario cuando se trabaja con los mínimos cuadrados ponderados que dependen de un gran conjunto de mediciones para realizar la tarea de estimación.

Desempeño: Se tiene la posibilidad de realizar la estimación del transitorio de los estados y con ello la oportunidad de determinar el comportamiento del sistema ante cambios de carga o perturbaciones. En general el EKF presentó un mejor desempeño estimando el régimen transitorio del estado.

Carga computacional: Ambas técnicas de estimación requieren de un mayor esfuerzo computacional para determinar el estado. Esto se constató mediante los tiempos de simulación. Los tiempos de implementación para el UKF son superiores en comparación a los arrojados por el EKF.

Diversidad en los casos de estudio: Con los modelos *Tipo A* y *B* se pudo realizar el análisis de los desempeños de los estimadores en un sistema de 3 y 5 buses. Los resultados obtenidos con los modelos simplificados permitieron aterrizar los conceptos de observabilidad propuestos en [36] y de estimación propuestos en [25], [26].

Caso de estudio práctico: Los resultados obtenidos con los modelos simplificados permitieron desarrollar un ejemplo más realista. El caso práctico permitió constatar que las técnicas de estimación (EKF y UKF) presentan un buen funcionamiento pero que su implementación es complicada (carga computacional), además de que el tiempo de simulación para el UKF se incrementa considerablemente.

5.1. Trabajo Futuro

Como trabajo futuro se desea implementar ambas técnicas de estimación a un sistema eléctrico de potencia con un modelo de carga dinámico [23]. El modelo propone determinar la respuesta de la carga a un escalón de voltaje, la respuesta de la potencia real y reactiva es similar cualitativamente. Las principales características de la respuesta son: 1) un escalón en potencia inmediatamente sigue un escalón en voltaje; 2) la potencia tiende a un nuevo valor en estado estacionario; 3) la recuperación tiende a ser exponencial; 4) el tamaño del escalón y el valor en estado estacionario están relacionados de manera no lineal con el voltaje.

En un inicio se implementó este tipo de modelo de carga dinámico con el objetivo de evaluar el desempeño del filtro de Kalman Unscented ante condiciones adversas. Las primeras pruebas fueron realizadas a un modelo de un SEP *Tipo B* sin pérdidas. La respuesta de la potencia reactiva en el tiempo a un escalón de voltaje se asemeja a la respuesta de un sistema de primer orden ante la misma entrada. El desempeño del UKF resultó ser bueno para los estados diferenciales, los tres estados $(\delta_2, \omega_2, E_q)$ estimados convergen al valor en estado estacionario deseado. La estimación de los estados algebraicos $(\theta_2, \theta_3, V_3)$ no es satisfactoria por el hecho de que los tres estados convergen a valores completamente distintos a los determinados por la repuesta de la carga.

El SEP al tratarse de un modelo matemático no lineal puede tener múltiples puntos de equilibrio, por esta razón es que los estados algebraicos convergen a otro mínimo. A futuro se tiene contemplado la implementación de ambos filtros con resultados favorables, modificando los métodos numéricos implementados así como los periodos de muestreo para la estimación de estados.

Índice de un SDA

Como se mencionó anteriormente las técnicas de estimación propuestas están enfocadas a trabajar con SDA de índice uno. El índice de un SDA está relacionado con la porción algebraica. En particular, el índice se refiere al número de diferenciaciones de las restricciones algebraicas para obtener un equivalente diferencial, es decir las variables se encuentran expresadas en términos de los estados diferenciales [13]. Los modelos de los sistemas de potencia considerados (*Tipo A* y *Tipo B*), son de índice uno, indicando que una diferenciación es suficiente para que la ecuación algebraica produzca un modelo diferencial. Para ilustrar esto, los estados diferenciales del sistema son representados por una x , mientras que los estados algebraicos son representados con una y , u y N corresponden a las entradas y a los parámetros de la red respectivamente, se tiene:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, y, u) \\ 0 &= g(x, y, u) \\ p &= h(x, y)\end{aligned}\tag{A.1}$$

Diferenciando el sistema una vez y sin considerar el modelo de medición,

$$\begin{aligned}\Delta\dot{x} &= \frac{\partial f}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial f}{\partial y}\Delta y \\ 0 &= \frac{\partial g}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial g}{\partial y}\Delta y\end{aligned}\tag{A.2}$$

si de (A.2) se obtiene la expresión Δy ,

$$\Delta y = - \left[\frac{\partial g}{\partial y} \right]^{-1} \frac{\partial g}{\partial x} \Delta x\tag{A.3}$$

sustituyendo (A.3) en (A.2) se obtiene,

$$\Delta\dot{x} = A_{sys}\Delta x\tag{A.4}$$

donde A_{sys} está definida como:

$$A_{sys} = \left\{ \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial y} \left(\begin{bmatrix} \frac{\partial g}{\partial y} \\ \frac{\partial g}{\partial x} \end{bmatrix}^{-1} \frac{\partial g}{\partial x} \right) \right\} \quad (\text{A.5})$$

El sistema diferencial obtenido es válido solamente si dg/dy es invertible. Una vez que es determinado que los modelos del sistema eléctrico de potencia considerados son de índice uno [13], se tiene la posibilidad de implementar las técnicas de estimación para SDA.

Flujos de potencia

El flujo de potencia en una red es determinado por el voltaje en cada bus de la red y por la impedancia de las líneas entre los buses. Cada uno de los buses de un SEP es comúnmente conocido como *odos*, a éstos pueden ser conectados equipo los cuales pueden suministrar potencia o exigir potencia por parte del sistema. La expresión que determina el flujo de potencia en un nodo k (generador) está dada por:

$$\mathbf{S}_k = P_k + jQ_k = \mathbf{V}_k I_k^* \quad (\text{B.1})$$

Las corrientes de red están determinadas por:

$$[I] = Y_{BUS}[V] \quad (\text{B.2})$$

En esta representación matricial, $[I]$ representa el vector de corrientes inyectadas, Y_{BUS} es la matriz de admitancia de bus (matriz conformada por las admitancias de las líneas) y $[V]$ representa el vector de tensiones nodales.

El SEP está constituido por un número de buses \mathbf{n} y un número de líneas \mathbf{n}_l . Cada una de las líneas está expresada por una determinada impedancia compleja Z .

En general, para un SEP de \mathbf{n} nodos se tiene:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_i \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & \cdots & Y_{1i} & \cdots & Y_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Y_{i1} & \cdots & Y_{ii} & \cdots & Y_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Y_{n1} & \cdots & Y_{ni} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_i \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} \quad (\text{B.3})$$

La matriz de admitancia de bus tiene las siguientes características:

- Los elementos de la diagonal principal de la matriz Y_{BUS} son positivos y se obtienen sumando las admitancias de los elementos que llegan a cada nodo.
- Los elementos por fuera de la diagonal principal son negativos y corresponden a las admitancias de los elementos que se unen los nodos.

De (B.3) se tiene:

- $Y_{ii} = \sum_{j=1}^n y_{ij}$, donde y_{ij} representa la admitancia asociada a cada línea.
- $Y_{ij} = -y_{ij}$

La matriz Y_{BUS} del SEP de tres buses utilizado en las Secciones 4.2 y 4.5 del Capítulo 4 se calcularon con los valores de impedancia citados en la Tabla 4.1.

La matriz de admitancia de bus es expresada como:

$$Y_{BUS} = \begin{bmatrix} Y_{11} & -Y_{12} & -Y_{13} \\ -Y_{21} & Y_{22} & -Y_{23} \\ -Y_{31} & -Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

Numéricamente Y_{BUS} toma los siguientes valores:

$$Y_{BUS} = \begin{bmatrix} 0.4425 - 6.6372i & -0.2212 + 3.3186i & -0.2212 + 3.3186i \\ -0.2212 + 3.3186i & 1.2113 - 13.2196i & -0.9901 + 9.9010i \\ -0.2212 + 3.3186i & -0.9901 + 9.9010i & 1.2113 - 13.2196i \end{bmatrix} \quad (\text{B.5})$$

De esta manera los valores de conductancia y susceptancia de la línea se obtienen de Y_{BUS} , es decir:

- $G_{11} + iB_{11} = Y_{BUS_{11}}$.
- $G_{12} + iB_{12} = Y_{BUS_{12}}$.
- $G_{13} + iB_{13} = Y_{BUS_{13}}$.
- $G_{21} + iB_{21} = Y_{BUS_{21}}$.
- $G_{22} + iB_{22} = Y_{BUS_{22}}$.
- $G_{23} + iB_{23} = Y_{BUS_{23}}$.
- $G_{31} + iB_{31} = Y_{BUS_{31}}$.
- $G_{32} + iB_{32} = Y_{BUS_{32}}$.
- $G_{33} + iB_{33} = Y_{BUS_{33}}$.

Estos valores obtenidos de conductancia y susceptancia son utilizados en la solución de las ecuaciones de los flujos de potencia.

Para el modelo *Tipo B* de la Sección 4.3, la matriz Y_{BUS} toma los siguientes valores.

$$Y_{BUS} = \begin{bmatrix} 6.0245 - 19.4897i & -4.9987 + 15.2538i & -1.0257 + 4.2359i \\ -4.9987 + 15.2538i & 6.1336 - 20.0349i & -1.1349 + 4.7811i \\ -1.0257 + 4.2359i & -1.1349 + 4.7811i & 2.1606 - 9.0170i \end{bmatrix} \quad (\text{B.6})$$

La expresión (B.6) al tratarse de una matriz de admitancia de bus de un SEP de tres buses, también es determinada de acuerdo a (B.4). En este caso Y_{BUS} toma valores distintos por el hecho de que está determinada dado los valores de impedancia citados en la Tabla 4.5.

Los valores de conductancia y susceptancia son determinados de la misma forma que el caso anterior.

Para el modelo del SEP de 5 nodos *Tipo A* de la Sección 4.4, la matriz de admitancia de bus se encuentra determinada como:

$$Y_{BUS} = \begin{bmatrix} Y_{11} & -Y_{12} & -Y_{13} & 0 & 0 \\ -Y_{21} & Y_{22} & -Y_{23} & -Y_{24} & -Y_{25} \\ -Y_{31} & -Y_{32} & Y_{33} & -Y_{34} & 0 \\ 0 & -Y_{42} & -Y_{43} & Y_{44} & -Y_{45} \\ 0 & -Y_{52} & 0 & -Y_{54} & Y_{55} \end{bmatrix} \quad (\text{B.7})$$

La expresión (B.7) es determinada dado los datos de la Tabla 4.7, numéricamente Y_{BUS} es expresada como:

$$Y_{BUS} = \begin{bmatrix} 6.25 - 18.75i & -5 + 15i & -1.25 + 3.75i & 0 + 0i & 0 + 0i \\ -5 + 15i & 10.83 - 32.50i & -1.6667 + 5i & -1.6667 + 5i & -2.5 + 7.5i \\ -1.25 + 3.75i & -1.66 + 5i & 12.9167 - 38.75i & -10 + 30i & 0 + 0i \\ 0 + 0i & -1.6667 + 5i & -10 + 30i & 12.9167 - 38.75i & -1.25 + 3.75i \\ 0 + 0i & -2.5 + 7.5i & 0 + 0i & -1.25 + 3.75i & 3.75 - 11.25i \end{bmatrix} \quad (\text{B.8})$$

Los valores de conductancia y susceptancia son determinados de la misma forma que el caso anterior. Separando la parte real y la parte reactante de cada elemento de la matriz de Y_{BUS} , pueden ser obtenidos los valores de $Y_{BUS} = G + iB$.

Bibliografía

- [1] Ali Abur y Antonio Gomez Exposito. *Power system state estimation: theory and implementation*. CRC press, 2004. [5](#), [7](#), [10](#)
- [2] Enrique Acha, Claudio R Fuerte-Esquivel, Hugo Ambriz-Perez, y Cesar Angeles-Camacho. *FACTS: modelling and simulation in power networks*. John Wiley & Sons, 2004. [60](#)
- [3] O Alsac, N Vempati, B Stott, y A Monticelli. Generalized state estimation. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 13(3):1069–1075, 1998. [7](#)
- [4] Kamala Anupindi, Anthony Skjellum, Paul Coddington, y Geoffrey Fox. Parallel differential-algebraic equation solvers for power system transient stability analysis. In *Scalable Parallel Libraries Conference, 1993., Proceedings of the*, pages 240–244. IEEE, 1993. [9](#), [70](#)
- [5] Victor Manuel Becerra, PD Roberts, y GW Griffiths. Applying the extended kalman filter to systems described by nonlinear differential-algebraic equations. *Control Engineering Practice*, 9(3):267–281, 2001. [11](#), [31](#), [34](#)
- [6] EA Blood, Marija D Ilic, y Bruce H Krogh. A kalman filter approach to quasi-static state estimation in electric power systems. In *2006 38th North American Power Symposium*, 2006. [10](#)
- [7] EA Blood, BH Krogh, y MD Ilic. Electric power system static state estimation through kalman filtering and load forecasting. In *Power and Energy Society General Meeting-Conversion and Delivery of Electrical Energy in the 21st Century, 2008 IEEE*, pages 1–6. IEEE, 2008. [10](#)
- [8] Stephen L Campbell. Least squares completions for nonlinear differential algebraic equations. *Numerische Mathematik*, 65(1):77–94, 1993. [17](#)
- [9] Stephen L Campbell y C William Gear. The index of general nonlinear daes. *Numerische Mathematik*, 72(2):173–196, 1995. [17](#)

BIBLIOGRAFÍA

- [10] Stephen L Campbell y Eberhard Griepentrog. Solvability of general differential algebraic equations. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 16(2):257–270, 1995. [17](#)
- [11] Stephen LaVern Campbell y William J Terrell. Determining flatness for complex nonlinear systems. In *Proceedings of the IEEE Southeastcon'95 Conference*, 1995. [16](#)
- [12] Hsiao-Dong Chiang y Luís FC Alberto. *Stability Regions of Nonlinear Dynamical Systems: Theory, Estimation, and Applications*. Cambridge University Press, 2015. [19](#), [20](#)
- [13] Chris J Dafis. *An observability formulation for nonlinear power systems modeled as differential algebraic systems*. Tesis de Doctorado, Drexel University, 2005. [12](#), [15](#), [21](#), [22](#), [24](#), [25](#), [26](#), [29](#), [93](#), [94](#)
- [14] Wissam Dib, Andrey Barabanov, Romeo Ortega, y Françoise Lamnabhi-Lagarrigue. On transient stability of multi-machine power systems: a “globally” convergent controller for structure-preserving models. In *Proc. of the IFAC World Congress, Seoul*, 2008. [21](#), [23](#)
- [15] Lingling Fan y Yasser Wehbe. Extended kalman filtering based real-time dynamic state and parameter estimation using pmu data. *Electric Power Systems Research*, 103:168–177, 2013. [10](#)
- [16] Richard G Farmer. Power system dynamics and stability. *The Electric Power Engineering Handbook*, 2001. [25](#)
- [17] Esmail Ghahremani y Innocent Kamwa. Dynamic state estimation in power system by applying the extended kalman filter with unknown inputs to phasor measurements. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 26(4):2556–2566, 2011. [8](#), [10](#), [11](#)
- [18] John J Grainger y William D Stevenson. *Power system analysis*. McGraw-Hill, 1994. [21](#)
- [19] Zhenyu Huang, Kevin Schneider, y Jarek Nieplocha. Feasibility studies of applying kalman filter techniques to power system dynamic state estimation. In *Power Engineering Conference, 2007. IPEC 2007. International*, pages 376–382. IEEE, 2007. [10](#)
- [20] Amit Jain y NR Shivakumar. Impact of pmu in dynamic state estimation of power systems. In *Power Symposium, 2008. NAPS'08. 40th North American*, pages 1–8. IEEE, 2008. [10](#)
- [21] Simon J Julier y Jeffrey K Uhlmann. New extension of the kalman filter to nonlinear systems. In *AeroSense'97*, pages 182–193. International Society for Optics and Photonics, 1997. [11](#), [37](#)

-
- [22] Simon J Julier y Jeffrey K Uhlmann. Unscented filtering and nonlinear estimation. *Proceedings of the IEEE*, 92(3):401–422, 2004. [11](#)
- [23] Danel Karlsson y David J Hill. Modelling and identification of nonlinear dynamic loads in power systems. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 9(1):157–166, 1994. [90](#)
- [24] Prabha Kundur, Neal J Balu, y Mark G Lauby. *Power system stability and control*, volume 7. McGraw-hill New York, 1994. [5](#)
- [25] Ravi K Mandela, Raghunathan Rengaswamy, y Shankar Narasimhan. Nonlinear state estimation of differential algebraic systems. In *Advanced Control of Chemical Processes*, volume 7, pages 792–797, 2009. [9](#), [11](#), [12](#), [24](#), [31](#), [32](#), [33](#), [34](#), [48](#), [90](#)
- [26] Ravi Kumar Mandela, Raghunathan Rengaswamy, Shankar Narasimhan, y Lakshmi N Sridhar. Recursive state estimation techniques for nonlinear differential algebraic systems. *Chemical engineering science*, 65(16):4548–4556, 2010. [9](#), [11](#), [12](#), [24](#), [31](#), [32](#), [33](#), [34](#), [37](#), [48](#), [90](#)
- [27] Alcir Monticelli. *State estimation in electric power systems: a generalized approach*, volume 507. Springer Science & Business Media, 1999. [7](#), [10](#)
- [28] Peter W Sauer y MA Pai. Power system dynamics and stability. *Urbana*, 51:61801, 1997. [21](#)
- [29] FC Schweepe. Power system static-state estimation, part iii: Implementation. (1):130–135, 1970. [9](#)
- [30] Fred C Schweppe y Douglas B Rom. Power system static-state estimation, part ii: Approximate model. *power apparatus and systems, iee transactions on*, (1):125–130, 1970. [9](#)
- [31] Fred C Schweppe y J Wildes. Power system static-state estimation, part i: Exact model. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, (1):120–125, 1970. [9](#)
- [32] Lawrence F Shampine, Mark W Reichelt, y Jacek A Kierzenka. Solving index-1 daes in matlab and simulink. *SIAM review*, 41(3):538–552, 1999. [27](#)
- [33] Xuefeng Song. *Dynamic modeling issues for power system applications*. Tesis de Doctorado, Texas A&M University, 2005. [20](#)
- [34] Brian Stott. Power system dynamic response calculations. *Proceedings of the IEEE*, 67(2):219–241, 1979. [26](#), [27](#)
- [35] Hamed Tebianian y Benjamin Jeyasurya. Dynamic state estimation in power systems using kalman filters. In *Electrical Power & Energy Conference (EPEC), 2013 IEEE*, pages 1–5. IEEE, 2013. [10](#)
-

- [36] William J Terrell. Observability of nonlinear differential algebraic systems. *Circuits, Systems and Signal Processing*, 16(2):271–285, 1997. [12](#), [15](#), [16](#), [18](#), [19](#), [24](#), [46](#), [49](#), [75](#), [89](#), [90](#)
- [37] A Thabet, M Boutayeb, y MN Abdelkrim. On the modeling and state estimation for dynamic power system. *International Journal of Electronics*, 7(2), 2013. [21](#)
- [38] Assem Thabet, Mohamed Boutayeb, Gaëtan Didier, Saïd Chniba, y Mohamed Naceur Abdelkrim. Fault diagnosis for dynamic power system. In *Systems, Signals and Devices (SSD), 2011 8th International Multi-Conference on*, pages 1–7. IEEE, 2011. [21](#), [25](#)
- [39] N Tsolas, Aristotle Arapostathis, y P Varaiya. A structure preserving energy function for power system transient stability analysis. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 32(10):1041–1049, 1985. [22](#)
- [40] Eric A Wan y Ronell Van Der Merwe. The unscented kalman filter for nonlinear estimation. In *Adaptive Systems for Signal Processing, Communications, and Control Symposium 2000. AS-SPCC. The IEEE 2000*, pages 153–158. Ieee, 2000. [37](#)
- [41] C Yaman. Detailed model for power system transient stability analysis. [15](#), [25](#), [26](#), [27](#), [28](#)