



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
INGENIERÍA ELÉCTRICA – INSTRUMENTACIÓN

SENSOR ÓPTICO PARA LA CARACTERIZACIÓN DE DIFUSIVIDAD TÉRMICA DE MATERIALES

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:
ING. ALMA DELHI DE LEÓN HÉRNANDEZ

TUTORA PRINCIPAL:
DRA. CELIA ANGELINA SÁNCHEZ PÉREZ
CENTRO DE CIENCIAS APLICADAS Y DESARROLLO TECNOLÓGICO (CCADET)

MÉXICO, CIUDAD DE MÉXICO, AGOSTO 2016.



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO

Presidente Dr. Hernández Cordero Juan A.
Secretario Dr. Gutiérrez Herrera Enoch
1er. Vocal Dra. Sánchez Pérez Celia Angelina
2do. Vocal Dr. Cuevas Cardona Salvador C.
3er. Vocal Dr. Garduño Mejía Jesús

Lugar o lugares donde se realizó la tesis: Ciudad de México, Ciudad Universitaria, CENTRO DE CIENCIAS APLICADAS Y DESARROLLO TECNOLÓGICO (CCADET), Grupo de Sensores.

TUTORA DE TESIS:

Dra. Celia Angelina Sánchez Pérez

Firma

AGRADECIMIENTOS

A la Universidad Nacional Autónoma de México por darme la posibilidad de realizar mis estudios de maestría.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo económico brindado durante 24 meses para los estudios de maestría.

A la DGAPA- UNAM - PAPIIT por el apoyo brindado a través del proyecto (IT100515), “Sistema óptico para la caracterización de propiedades térmicas de tejido hepático con alteraciones por enfermedades crónico-degenerativas”.

A los sinodales por su tiempo y dedicación para revisar este trabajo.

A la Dra. Celia Sánchez por su apoyo y enseñanzas.

Al técnico en fabricación en aparatos y equipo de investigación David Flores García y a mis compañeros de laboratorio por el apoyo en el desarrollo de este trabajo.

A mis papás, a mis hermanos y a mi novio por su amor y apoyo incondicional.

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE FIGURAS	vi
ÍNDICE DE TABLAS	viii
RESUMEN	9
CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN	
1.1 Caracterización de propiedades térmicas.....	10
1.2 Técnicas empleadas para la caracterización de propiedades térmicas	11
1.2.1 Caracterización de difusividad térmica mediante la reflexión de las ondas térmicas	15
1.3 Sensor óptico para la caracterización de difusividad térmica de materiales	18
CAPÍTULO 2. ANTECEDENTES TEÓRICOS	
2.1 Calor	19
2.1.1 Transferencia de calor por conducción, convección y radiación	19
2.2 Ecuación de difusión de calor.....	21
2.2.1 Difusividad térmica y efusividad térmica	23
2.3 Ondas térmicas.....	23
2.3.1 Reflexión y refracción de ondas térmicas.....	25
2.3.2 Reflexión de ondas térmicas en el ángulo crítico	27
2.3.3 Reflexión de ondas térmicas en una interfaz acrílico-agua	29
2.4 Diseño del sensor para la caracterización de difusividad térmica	30
2.5 Resumen del capítulo	34
CAPÍTULO 3. MODELO DEL SENSOR DE DIFUSIVIDAD TÉRMICA	
3.1 Simulaciones numéricas del comportamiento térmico del sistema.....	35
3.1.1 Resultados de las simulaciones numéricas del comportamiento térmico.....	37
3.2 Cálculo analítico de la respuesta del sensor óptico	42
3.3 Principio de funcionamiento del sensor óptico para la caracterización de difusividad térmica	45
3.4 Resumen del capítulo	48

CAPÍTULO 4. RESULTADOS EXPERIMENTALES

4.1 Montaje experimental.....	49
4.2 Respuesta del sensor a un pulso de calor	50
4.2.1 Caracterización de la fuente de calor	52
4.2.2. Respuesta del sensor a la conducción de calor para agua tridestilada.....	54
4.3 Respuesta del sensor a una fuente de calor transitoria.....	57
4.3.1 Caracterización de la fuente de calor transitoria	57
4.3.2 Respuesta del sensor a la conducción de calor para agua tridestilada.....	58
4.3.3 Respuesta del sensor a la conducción de calor para soluciones de glicerina-agua	59
4.3.4 Respuesta del sensor a la conducción de calor para de tejido biológico	61
4.4 Resumen del capítulo	64
CONCLUSIONES	65
BIBLIOGRAFÍA	67
APÉNDICES	69

ÍNDICE DE FIGURAS

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

Fig. 1. Sonda conformada por un termistor empleada para la caracterización térmica de tejido biológico	11
Fig. 2. Esquema del sistema experimental para determinar la difusividad térmica de muestras mediante la toma de imágenes infrarrojas	12
Fig. 3. Esquema del sistema experimental para determinar la difusividad térmica de muestras mediante la técnica de rejilla térmica inducida por láser	14
Fig. 4. Esquema del sensor de flujo de calor empleado para la caracterización de conducción de calor en tejido	15
Fig. 5. Sistema para la detección de la onda térmica refractada mediante la técnica de foto-deflexión	16
Fig. 6. Coeficiente de reflexión en función del ángulo de incidencia de la onda térmica	17

CAPÍTULO 2. ANTECEDENTES TEÓRICOS

Fig. 7. Elemento de volumen $dx dy dz$ empleado para el análisis del principio de conservación de la energía	22
Fig. 8. Superficie calentada en el plano yz para $x = 0$	24
Fig. 9. Esquema de la dirección de propagación de la onda térmica plana incidente, reflejada y transmitida	25
Fig. 10. Coeficiente de reflexión en función del ángulo de incidencia para una interfaz con $D_1 = 0.139 * 10^{-6} \frac{m^2}{s}$ y $D_2 = 0.11 * 10^{-6} \frac{m^2}{s}$	28
Fig. 11. Coeficiente de reflexión en función del ángulo de incidencia para interfaces con $D_1 = 0.11 * 10^{-6} \frac{m^2}{s}$ y los valores de D_2 reportados en la Tabla 2.....	29
Fig. 12. Esquema de la interfaz acrílico-agua en la que el calor aplicado se propaga del acrílico al agua	30
Fig. 13. Esquema de la refracción de la onda térmica en las interfaces aire-acrílico-agua	31
Fig. 14. Esquema de la interfaz sesgada acrílico-agua con un ángulo γ	32
Fig. 15. Cambio del ángulo β_{i2} en función del ángulo β_i para una interfaz con un sesgo de 63.5° y para otra con un sesgo de 64.7°	33
Fig. 16. Difusividad térmica en función del ángulo crítico para A) la interfaz con un sesgo $\gamma = 64.7^\circ$ y B) la interfaz con un sesgo $\gamma = 63.5^\circ$	34

CAPÍTULO 3. MODELO DEL SENSOR DE DIFUSIVIDAD TÉRMICA

Fig. 17. Esquema de los segmentos que conforman la interfaz sesgada acrílico-agua en la definición de la geometría para las simulaciones en el software COMSOL.....	35
Fig. 18. Esquema de la interfaz acrílico-agua, en la pared A se aplica calor.....	36
Fig. 19. Respuesta numérica de la temperatura, empleando un tren de pulsos como función de calentamiento, en el punto $(7.5, 15, 2.5) mm$, siendo el material a caracterizar agua, con un $\beta_{i2} = 63^\circ$ para diferentes frecuencias de la onda térmica	38
Fig. 20. Respuesta numérica A) para el tren de pulsos con $f = 0.32 Hz$ y B) de la temperatura en el punto $(7.5, 15, 2.5) mm$, siendo el material a caracterizar agua y goma para ángulos de incidencia de 58° y 63°	39
Fig. 21. Respuesta numérica de la temperatura, empleando una función cosenoidal como función de calentamiento, en el punto $(7.5, 15, 2.5) mm$, siendo el material a caracterizar agua, con un $\beta_{i2} = 63^\circ$ para diferentes frecuencias de la onda térmica	40

Fig. 22. Respuesta numérica A) para la función de calentamiento $Q(t) = 100 + 100\cos(2t)$ y B) de la temperatura en el punto (7.5,15,2.5) mm, siendo el material a caracterizar agua y goma para ángulos de incidencia de 58° y 63°	41
Fig. 23. Temperatura en el punto (7.5,15,2.5) mm para diferentes ángulos de incidencia, aplicando la función de calentamiento $Q(t) = 100 + 100\cos(2t)$ para: A) agua y B) goma.....	41
Fig. 24. Resultados analíticos de la respuesta del sensor en función del tiempo para ángulos de incidencia β_{i2} alrededor de $\beta_c = 62.82^\circ$	44
Fig. 25. Esquema del sensor basado en la foto-deflexión A) vista desde el plano xy y B) respuesta de la temperatura y del índice de refracción en función de la posición x	45
Fig. 26. Esquema del modelo del sensor A) vista del plano xz y B) vista del plano yz	46
Fig. 27. Diagrama del desacoplamiento del perfil de intensidad del haz de luz y el área del colimador	47

CAPÍTULO 4. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Fig. 28. Esquema del montaje experimental del sensor A) vista del plano xz y B) vista del plano yz	49
Fig. 29. Montaje experimental, vista desde el plano A) xz y B) yz	50
Fig. 30. Respuesta típica del sensor para un pulso de calor	51
Fig. 31. Imagen térmica de la interfaz acrílico-aire donde la fuente de calor tiene un ángulo de incidencia $\beta_i = 20^\circ$	51
Fig. 32. Respuesta del sensor a un pulso de calor para diferentes valores de β_{i2} para agua tridestilada empleando una interfaz con un ángulo $\gamma = 64.7^\circ$	52
Fig. 33. Esquema de las interfaces aire-acrílico-agua, al ir variando el ángulo de la película absorbente el calor aplicado cambia	53
Fig. 34. Respuesta del sensor a distintos valores de flujo de calor Q para $\beta_i = 0$	54
Fig. 35. Respuesta del sensor a diferentes valores de β_{i2} para agua tridestilada con una resolución de β_i de 1°	55
Fig. 36. Prueba de repetibilidad de la respuesta del sensor a diferentes valores de β_{i2} para agua tridestilada	56
Fig. 37. Temperatura en función del tiempo en la película absorbente para dos modulaciones diferentes	57
Fig. 38. Respuesta del sensor a diferentes valores de β_{i2} para agua tridestilada con una resolución de β_i de 1°	58
Fig. 39. Potencia normalizada RMS de la respuesta del sensor a diferentes valores de β_{i2} para agua tridestilada	59
Fig. 40. Potencia normalizada RMS de la respuesta del sensor a diferentes valores de β_{i2} para soluciones de glicerina-agua a concentraciones de 0.8%, 1.2% y 1.6%	60
Fig. 41. Respuesta del sensor a diferentes valores de β_{i2} para hígado de rata fijado en formol	62
Fig. 42. Potencia normalizada RMS de la respuesta del sensor a diferentes valores de β_{i2} para hígado de rata fijado en formol	63

ÍNDICE DE TABLAS

CAPÍTULO 2. ANTECEDENTES TEÓRICOS

Tabla 1. Mecanismos de transferencia de calor	20
Tabla 2. Valores de efusividad y difusividad térmica para el cálculo del ángulo crítico	28
Tabla 3. Rango de difusividades térmicas que es posible caracterizar según el ángulo γ de la interfaz	33

CAPÍTULO 3. MODELO DEL SENSOR DE DIFUSIVIDAD TÉRMICA

Tabla 4. Propiedades térmicas del agua, acrílico y goma	37
Tabla 5. Valores del coeficiente de reflexión para un ángulo de incidencia de 58° y 63° para agua y goma como material a caracterizar	39
Tabla 6. Valores empleados en el cálculo analítico de la respuesta del sensor óptico.....	44

CAPÍTULO 4. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Tabla 7. Ángulo de incidencia en la interfaz aire-acrílico (β_{i1}) y acrílico-agua (β_{i2}) para $\gamma = 64.7^\circ$ para un paso de 4°	52
Tabla 8. Error promedio de las mediciones realizadas para cada ángulo de incidencia.....	56
Tabla 9. Difusividad térmica teórica para soluciones acuosas con diferentes fracciones másicas de glicerina.....	60
Tabla 10. Difusividad térmica teórica y experimental para soluciones acuosas con diferentes fracciones másicas de glicerina	61
Tabla 11. Difusividad térmica de hígado.....	63

RESUMEN

En este trabajo de tesis se emplea la técnica de foto-deflexión en un bloque sólido para demostrar que la conducción de calor generada por una excitación armónica, puede ser modelada como una onda, y, finalmente, que el fenómeno de reflexión de las ondas térmicas se puede emplear como una forma para estimar la difusividad térmica de materiales.

La difusividad térmica indica que tan rápido es propagado el calor, depende de la estructura y composición del material, su caracterización aporta información útil para la selección de materiales para aplicaciones específicas, o bien, para conocer si el material tuvo un cambio estructural o químico.

Técnicas como la aplicación y monitoreo de energía térmica mediante termistores, espectroscopia de rejilla térmica inducida con láser e imágenes infrarrojas, son empleadas para determinar la difusividad térmica de materiales. En estas técnicas se encuentran desventajas como la inserción de una sonda en el material de estudio, lo cual implica un posible daño físico y la alteración del sistema térmico, o bien, una instrumentación con sistemas complejos que conllevan un mayor costo. Es por ello que en este trabajo se desarrolló un dispositivo que emplea la técnica de foto-deflexión para estimar la difusividad térmica de materiales, en el cual, las pruebas no son destructivas y está implementado con instrumentación sencilla y de bajo costo.

El principio de operación del sistema consiste en aplicar un flujo de calor modulado a un material, en el cual se genera una onda térmica. Esta onda térmica al llegar a una interfaz, se refleja y se transmite. En la literatura, acerca de la onda térmica, se indica que existe un ángulo de incidencia en el que el valor del coeficiente de reflexión tiene su máximo valor (ángulo crítico). Este ángulo depende únicamente de las difusividades térmicas de los medios involucrados en la interfaz. Si se emplea una interfaz en la que de uno de los materiales es conocido y se encuentra el ángulo crítico de la onda térmica, es posible determinar la difusividad térmica del otro material de la interfaz.

En este trabajo se realizó el diseño y caracterización de un sensor basado en el efecto de la foto-deflexión, operando en el ángulo crítico de una onda térmica, con la finalidad de estimar la difusividad térmica de materiales, por ejemplo, tejido biológico. Se realizó la validación del principio de operación del sensor con mediciones para agua tridestilada, esto ya que sus propiedades térmicas están reportadas en la literatura y éstas son similares a las de tejido biológico. Además, como verificación del principio de medición, se realizó la caracterización de soluciones glicerina-agua a diferentes concentraciones y se verificó el cambio de la difusividad térmica en función de la fracción másica del soluto.

Finalmente se realizaron mediciones con hígado de rata de la cepa Wistar. Se analizó la respuesta del sensor para determinar si es factible su uso para la estimación de difusividad térmica de tejido biológico y su potencial contribución en el estudio de enfermedades.

Este proyecto fue realizado dentro del Programa de Maestría en Ingeniería Eléctrica, fue desarrollado en el Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico de la Universidad Nacional Autónoma de México, bajo la dirección de la Doctora Celia Sánchez Pérez.

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

1.1 Caracterización de propiedades térmicas

La caracterización de un material implica el conocimiento de sus propiedades, entre ellas las propiedades térmicas. Estas propiedades están determinadas por la composición química y estructural del material y a partir de conocerlas se pueden caracterizar cambios o alteraciones en él.

El estudio del comportamiento de los materiales al aplicarles calor depende de dos propiedades térmicas importantes, la efusividad térmica (e) y la difusividad térmica (D). La efusividad térmica indica la capacidad de un material para ceder calor y la difusividad térmica indica la velocidad con que se propaga el calor en un material a través del fenómeno de conducción de calor, a mayores valores de difusividad, la conducción de calor será más rápida. Estas dos propiedades dependen de la densidad (ρ), la capacidad calorífica (c) y la conductividad térmica (k). La densidad se define como la masa por unidad de volumen. La capacidad calorífica es la energía requerida para elevar la temperatura de una unidad de masa en un grado. Finalmente, la conductividad térmica indica la capacidad de un material para conducir calor y es dependiente, entre otros factores, del tipo de enlace químico del material. Los materiales con enlace metálico generalmente tienen una elevada conductividad térmica, en tanto que los materiales con enlace iónico o covalente tienen mala conductividad térmica [1].

En esta tesis se propone emplear una técnica en la cual la conducción de calor es interpretada como un fenómeno de propagación de ondas, ondas térmicas. La reflexión y refracción de estas ondas dependen de la efusividad térmica, difusividad térmica y del ángulo de incidencia de la onda en una interfaz que involucra el material que se desea caracterizar. Cuando la onda se propaga de un medio de menor difusividad, a un medio de mayor difusividad, el ángulo de incidencia para el cual el coeficiente de reflexión tiene su valor máximo (ángulo crítico), está únicamente en función de las difusividades de los medios involucrados. Si se determina experimentalmente este ángulo de incidencia y se conoce la difusividad térmica de uno de los medios, se puede deducir la difusividad del medio a caracterizar.

En este trabajo se propone demostrar experimentalmente, empleando la técnica de foto-deflexión, el ángulo crítico de las ondas térmicas y con ello estimar la difusividad térmica de líquidos y de tejido biológico. Con la técnica propuesta no se provocan daños a las muestras y no se emplean instrumentos especializados de alto costo.

En este capítulo se describen trabajos de la literatura en los cuales se estima la difusividad térmica de diferentes materiales y se presentan las ventajas y desventajas con respecto a la técnica propuesta en esta tesis.

1.2 Técnicas empleadas para la caracterización de propiedades térmicas

A continuación se presentan diferentes trabajos reportados en la literatura en los cuales se realizó la caracterización térmica de materiales, se da énfasis en trabajos que determinan difusividad térmica, esto con la finalidad de comparar la técnica que se desarrolla en esta tesis, con las técnicas ya empleadas para este fin.

- Conductividad y difusividad térmica de biomateriales medidas con termistores de auto-calentamiento. (Thermal conductivity and diffusivity of biomaterials measured with self-heated thermistors) [2]

En este trabajo presentan un método experimental que emplea un termistor para determinar la conductividad (k) y difusividad térmica (D) de tejido biológico, las muestras caracterizadas fueron bazo, riñón, hígado, cerebro, corazón, pulmón y páncreas de diferentes especies animales, además, caracterizan colon y tejido mamario con cáncer. El método consiste en insertar, en por lo menos 1 cm^3 de tejido, una sonda conformada por un termistor con un encapsulado de vidrio en forma esférica, con un radio de 0.05 cm , pegado con resina epóxica a un catéter plástico (Fig. 1).

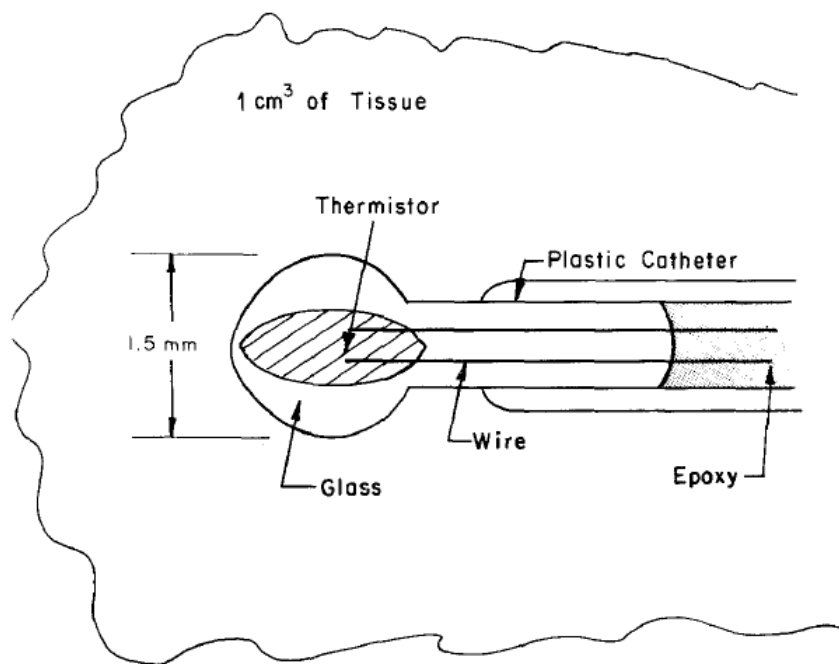


Fig. 1. Sonda conformada por un termistor empleada para la caracterización térmica de tejido biológico [2].

El termistor es empleado inicialmente en forma pasiva para medir la temperatura del tejido, después se aplica potencia eléctrica a una tasa transitoria y es monitoreada en función del tiempo durante 20 s de calentamiento. Para la instrumentación emplean una fuente de corriente, amplificadores lineales y un convertidor analógico-digital. Mediante la solución del modelo térmico sonda-tejido con dependencia en el tiempo, pueden determinar simultáneamente la conductividad y difusividad térmica del tejido.

Realizaron diez mediciones de conductividad y difusividad térmica para 3, 10, 17, 23, 30, 37 y 45°C, obtuvieron dos regresiones lineales para obtener las ecuaciones que describen la dependencia de estas propiedades con la temperatura.

Finalmente, calculan de manera teórica la conductividad y difusividad térmica de soluciones glicerina-agua en función de la fracción másica, miden estas soluciones y comparan el resultado con el teórico, esto con la finalidad de determinar la precisión de las mediciones, resultando una incertidumbre del 2% para k y D . La reproducibilidad de las mediciones fueron de 0.5% para k y 2% para D .

En este trabajo se tiene como principal aporte pruebas experimentales de corta duración, aproximadamente 300 s, así como un pequeño intervalo de calentamiento (20 s), su principal desventaja es ser una prueba destructiva ya que es necesario insertar una sonda de 1.5 mm a una profundidad mínima de 0.5 cm, lo cual implica que no puedan monitorear repetidamente el mismo punto y además que mediciones consecutivas destruyan la muestra.

- Mediciones a distancia remota de difusividad térmica en tejido (Non-contact measurement of thermal diffusivity in tissue) [3]

En este trabajo determinan la difusividad térmica de tejido biológico a partir de la técnica de termografía, en la cual no se requiere contacto con la muestra de estudio. Emplean como fuente de excitación un láser pulsado de CO₂, el cual es enfocado en la muestra con una lente de germanio. Toman las imágenes con una cámara infrarroja con detectores de arreglo de plano focal (FPA, por sus siglas en inglés) cuya banda espectral es de 3-5 μm (Fig. 2).

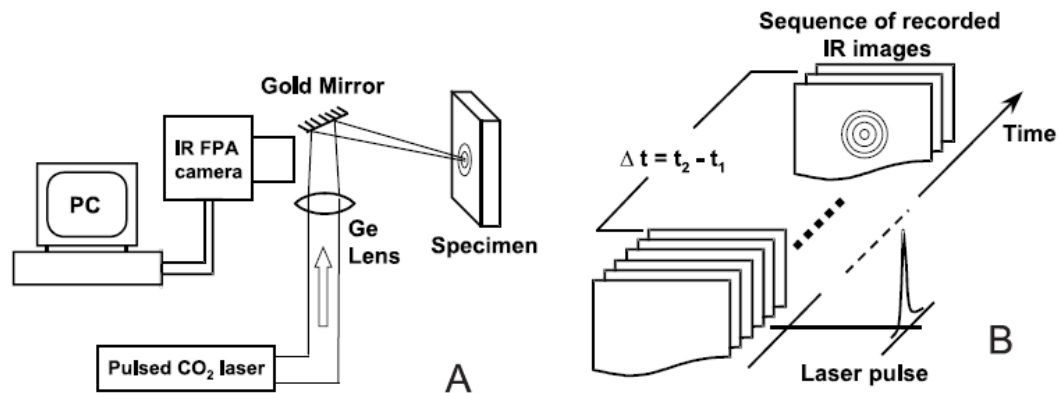


Fig. 2. Esquema del sistema experimental para determinar la difusividad térmica de muestras mediante la toma de imágenes infrarrojas [3].

Una secuencia de 300 cuadros es tomada por la cámara y realizan la adquisición de imágenes cada 0.1 s. Emplean un algoritmo no lineal para determinar la difusividad térmica de la muestra, siendo esto posible con un grupo de dos imágenes. Mientras es tomada la secuencia de imágenes el aumento de temperatura de la muestra no excede los 12°C

Midieron 5 muestras de cartílago nasal porcino que se mantuvieron en una solución salina durante 24 horas, obtuvieron una incertidumbre de 0.5% con un rango de valores de

difusividad térmica de 0.155 a $0.173 \frac{mm^2}{s}$. Adicionalmente, midieron epidermis *in vivo*, realizaron 5 mediciones en diferentes posiciones del haz láser, el promedio de cada conjunto de 5 datos tiene un rango de $0.1198 \pm 0.0004 \frac{mm^2}{s}$ a $0.1338 \pm 0.0004 \frac{mm^2}{s}$, resultando una variación de 11% para un área de $25 cm^2$.

La principal ventaja de este trabajo es la posibilidad de calcular la difusividad térmica a partir de dos imágenes infrarrojas, teniendo un tiempo de muestreo de $0.1 s$, por lo tanto los resultados experimentales que les permiten calcular esta propiedad son obtenidos en un tiempo muy corto. Además, se puede realizar el análisis entre diferentes pares de imágenes, con lo cual obtienen un amplio rango de datos, lo que consecuentemente permite un análisis exhaustivo de la reproducibilidad del método. La desventaja de este sistema es la aplicación directa de radiación laser a la muestra a caracterizar, así como el empleo de una cámara infrarroja, siendo este un equipo de alto costo. Además requiere un modelo complejo de análisis para estimar la difusividad térmica.

- Mediciones absolutas de difusividad térmica de soluciones acuosas de cloruro de sodio (Absolute measurements of the thermal diffusivity of aqueous solutions of sodium chloride) [4]

En este trabajo emplean la técnica de rejilla térmica inducida por láser, para medir la difusividad térmica de soluciones de cloruro de sodio en agua. Plantean que la importancia de caracterizar estas soluciones es debido a su uso como fluido de transferencia de calor para servicios de refrigeración, así como sus aplicaciones en la industria alimentaria.

El método consiste en generar pulsos de luz con un ancho de $1000 \mu s$ mediante un láser de argón y un obturador, este haz modulado es dividido en dos señales de igual intensidad, las cuales son enfocadas e inciden en la muestra con un ángulo de 0.5° entre ellas. La interferencia de estas señales, conduce a una distribución sinusoidal de la intensidad de luz en la muestra, lo cual conlleva a una distribución espacial periódica de su temperatura (rejilla térmica). Esta distribución periódica de la temperatura, a su vez conlleva a una modulación espacial del índice de refracción, el cual actúa como una rejilla de difracción que puede ser detectada por otro haz láser (láser He-Ne). Para ajustar y mantener la temperatura de la muestra emplean un controlador de temperatura y como fuente de calor un calentador eléctrico de serpentín, colocado alrededor de una celda de acero inoxidable (Fig. 3).

La difusividad térmica depende entre otros factores del periodo de la rejilla, el cual determinan mediante el ángulo de difracción que obtienen a partir de medir la distribución de intensidad de los haces difractados y del tiempo de relajación de la señal difractada.

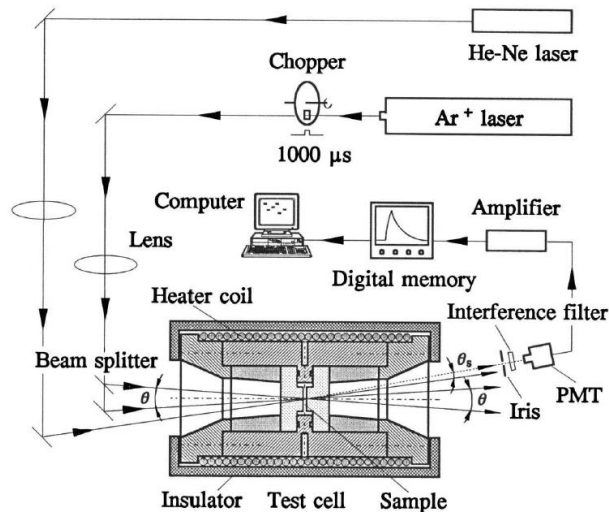


Fig. 3. Esquema del sistema experimental para determinar la difusividad térmica de muestras mediante la técnica de rejilla térmica inducida por láser [4].

Para la instrumentación de este sistema emplean dos láseres, lentes, un divisor de haz, un controlador de temperatura, un calentador eléctrico de serpentín, un tubo fotomultiplicador, un filtro de interferencia y un amplificador. Obtienen la difusividad térmica en un rango de temperatura de 293 a 373 K para soluciones con una concentración de 5, 10, 15 y 20% de cloruro de sodio. Reportan un error y una reproducibilidad aproximada del 3%.

Este trabajo tiene como principal ventaja que la determinación de un parámetro necesario para caracterizar difusividad térmica, puede ser obtenido a partir de cambios en la señal de difracción generados en menos de 25 ms, además permite caracterizar esta propiedad en función de la temperatura. Su desventaja es la necesidad de diversos instrumentos para lograr generar la señal deseada y otros adicionales para su procesamiento, por lo que hay una baja integración del sistema y además aplican radiación láser directa a la muestra.

- Caracterización óptica de propiedades térmicas de tejido biológico (Optical Characterization of Thermal Properties of Biological Tissue) [5]

En este trabajo utilizan mediciones de conducción de calor para caracterizar las propiedades térmicas de tejido biológico. Obtienen la caracterización de conducción de calor de tendón e hígado bovino y corazón de pollo. Las mediciones se realizaron con un sensor de flujo de calor basado en el efecto de la deflexión termo-óptica en un dispositivo integrado. La deflexión es monitorizada a través de una medición fotométrica con un sensor de ángulo utilizando fibra óptica.

La configuración experimental para el sensor consiste en un sistema de 3 medios, donde en el medio 1 se encuentra el tejido biológico que se caracteriza, al cual se aplica un flujo calor. El medio 2 consiste en un bloque de material termo-óptico (acrílico), en donde se propaga un haz láser en la dirección perpendicular al sentido de la conducción del calor. Finalmente el medio 3 es aire (Fig. 4). En esta configuración se genera un gradiente de temperatura ($\Delta T(x)$), el cual provoca un gradiente de índice de refracción ($\Delta n(x)$) perpendicular al eje óptico de

propagación, el cual genera la deflexión del haz láser que pasa a través del bloque. La deflexión del haz láser provoca una disminución de la potencia detectada.

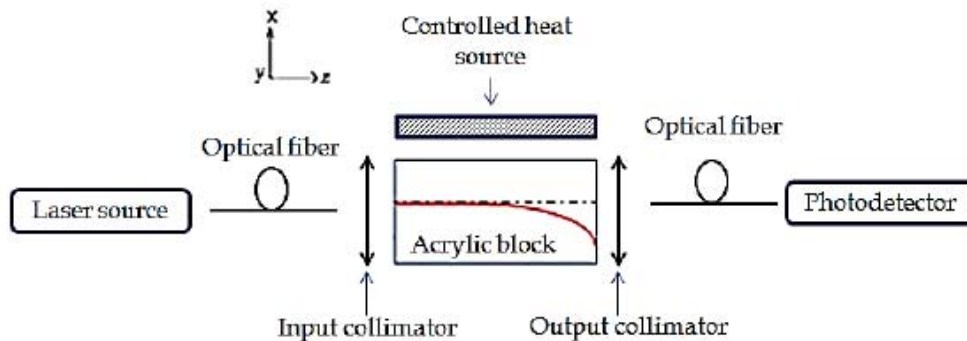


Fig. 4. Esquema del sensor de flujo de calor empleado para la caracterización de conducción de calor en tejido [5].

Obtienen curvas de decremento de potencia para cada muestra a caracterizar, este decremento es un indicativo del comportamiento de la muestra asociado a la conducción de calor. Presentan curvas para cortes verticales y horizontales de tendón bovino y determinan su efusividad térmica, resultado que esta propiedad cambia según la dirección del corte del tejido. Reportan que el sistema tiene una buena sensibilidad y repetibilidad, sin embargo no reportan valores específicos.

La principal ventaja de este trabajo es la evaluación de la conducción de calor en tejido sin dañarlo, evitando tanto la incrustación de algún elemento de prueba, así como la aplicación directa de radiación láser. Además se emplea una instrumentación sencilla, siendo un sistema compacto que emplea la técnica de foto-deflexión en un medio y no en espacio libre. Su principal desventaja es el prolongado tiempo de prueba para cada muestra, siendo este aproximadamente de 700 s. El grupo de trabajo que desarrolló este sistema es en el cual se trabajó el proyecto de tesis aquí presentado, siendo una nueva aportación a este sistema.

1.2.1 Caracterización de difusividad térmica mediante la reflexión de las ondas térmicas

A continuación se presentan diferentes trabajos que desarrollan la teoría de la reflexión y refracción de las ondas térmicas y que determinan o pretenden determinar difusividad térmica de ciertos materiales.

- Reflexión y refracción de ondas térmicas: Evidencia teórica y experimental (Thermal wave reflection and refraction: Theoretical and experimental evidence) [6]

En este artículo describen el fenómeno de las ondas térmicas, el cual surge de someter un medio a una fuente de calor modulada, así como la reflexión y la refracción de estas ondas cuando inciden en una interfaz entre dos medios. Empleando la técnica de deflexión foto-térmica muestran experimentalmente la ley de Snell para las ondas térmicas. Interpretan la

ley de la refracción y con esos resultados estiman la difusividad térmica de una oblea de fosforo de indio.

El método consiste en un haz láser modulado en el tiempo, el cual mediante una lente cilíndrica es enfocado en la muestra a caracterizar, ajustan las dimensiones del haz buscando tener una línea como fuente de calor (Fig. 5). Al irradiar la muestra con el haz láser modulado, generan la onda térmica que propaga hasta refractarse en aire. Para modificar el ángulo de incidencia de la onda giran la muestra.

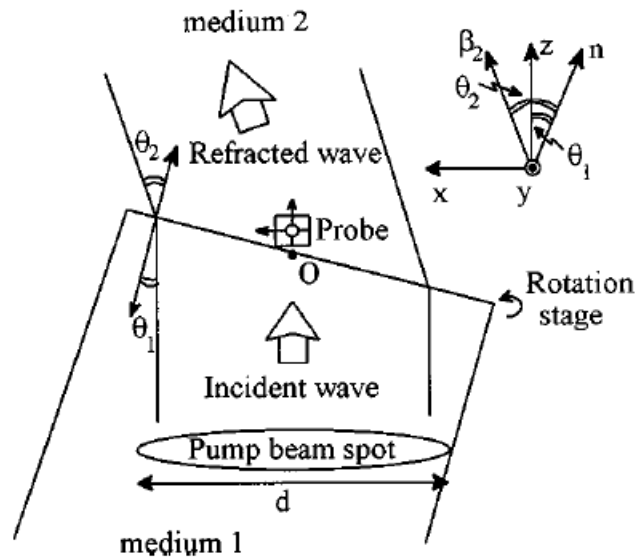


Fig. 5. Sistema para la detección de la onda térmica refractada mediante la técnica de foto-deflexión [6].

Emplean un haz láser de prueba que se propaga en el aire cerca de la interfaz. Este haz tendrá una deflexión debido al gradiente de temperatura generado por la conducción de calor. Finalmente, relacionan la deflexión del haz en dos ejes con el ángulo de incidencia y de refracción de la onda, de tal manera que la detección de esta deflexión, permite calcular el ángulo de refracción. Al conocer el ángulo de incidencia y de refracción de la onda, así como la difusividad térmica del aire (empleando la reportada en la literatura), determinan la difusividad térmica de la muestra.

Este trabajo tiene como principal aportación la evidencia experimental del fenómeno de generación, reflexión y refracción de ondas térmicas, así como su uso para la caracterización de difusividad térmica, la desventaja que presenta es la necesidad de la irradiación láser directa a la muestra, así como la determinación de la deflexión del haz de prueba en dos ejes.

- Determinación de la difusividad térmica usando el ángulo crítico en la reflexión de ondas térmicas en una interfaz (Determination of thermal diffusivity using the critical angle in thermal wave reflection at an interface) [7]

En este artículo desarrollan la teoría de la reflexión y refracción de ondas térmicas con incidencia oblicua en una interfaz. Consideran ondas térmicas planas generadas por una fuente de calor plana y derivan las funciones de Green para ondas planas transitorias. Al deducir las ecuaciones que rigen el comportamiento de la reflexión y refracción de las ondas térmicas planas transitorias, muestran como el coeficiente de reflexión presenta un máximo cuando el ángulo de incidencia de la onda coincide con el ángulo crítico (Fig. 6).

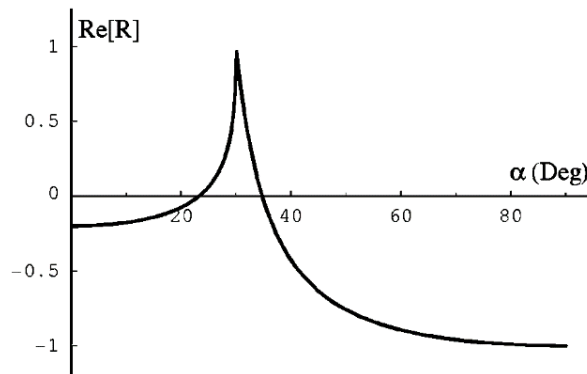


Fig. 6. Coeficiente de reflexión en función del ángulo de incidencia de la onda térmica [7].

La forma característica del coeficiente de reflexión cerca del ángulo crítico puede ser empleada para estudiar las propiedades térmicas en una interfaz. Cuando una onda térmica plana incide desde un medio con una difusividad térmica menor, hacia un medio con una difusividad térmica mayor, un barrido en el ángulo de la fuente de calor harmónica producirá que exista un máximo en el campo de temperatura en la posición del ángulo crítico, en el cual el coeficiente de reflexión tiene su valor máximo. Este ángulo crítico depende únicamente de los valores de difusividad térmica de los dos medios involucrados en la conducción de calor.

La principal aportación de este artículo es demostrar teóricamente que mediante la propagación de ondas térmicas planas es posible caracterizar la difusividad térmica de un medio. Para realizar esto se debe determinar el ángulo crítico de una interfaz medio a caracterizar-medio conocido. Realizan todo el planteamiento teórico pero no obtienen ningún resultado experimental.

1.3 Propuesta de un sensor óptico para la caracterización de difusividad térmica de materiales

En los trabajos antes mencionados se plantea que el fenómeno de conducción de calor, cuando se origina por un calentamiento armónico, tiene un comportamiento armónico, por lo tanto se tiene una onda térmica. El análisis de la reflexión de la onda térmica permite caracterizar térmicamente una interfaz de materiales.

Dado que la técnica de foto-deflexión en un dispositivo integrado tiene buena sensibilidad para la caracterización de conducción de calor [5], puede permitir encontrar información sobre la reflexión de las ondas térmicas, lo que implica caracterizar el ángulo crítico para una interfaz y finalmente estimar la difusividad térmica de materiales.

El sistema de sensado que se desarrolla en este trabajo emplea la técnica de foto-deflexión en un dispositivo integrado, la cual es una técnica ya utilizada en un sensor desarrollado por el grupo de trabajo llamado Sensores del Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico (CCADET), en la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM) [8].

Se propone un sistema de sensado que permita verificar el fenómeno de generación, reflexión y refracción de ondas térmicas. Mediante la respuesta del sensor a un barrido de ángulo de incidencia de la onda térmica, se determinará el ángulo crítico para una interfaz y con ello se estimará la difusividad térmica de un medio de interés. Este sensor presenta las ventajas de emplear la técnica de foto-deflexión en un dispositivo integrado y no en espacio libre, lo cual resulta en un sistema compacto y de mayor estabilidad. Además, emplea una instrumentación más sencilla en comparación con otros sistemas propuestos en la literatura para la caracterización de difusividad térmica.

Otras ventajas del sistema propuesto son la caracterización de muestras sin la necesidad de aplicarles radiación láser directa o incrustarles puntas de pruebas, por lo tanto se evita un daño físico o estructural. Finalmente la elevación de temperatura que presenta el material a caracterizar durante su evaluación no excede los 8°C, por lo tanto, se propone un sistema no destructivo con una mínima alteración en la muestra.

CAPÍTULO 2. ANTECEDENTES TEÓRICOS

2.1 Calor

El calor se refiere a la energía transferida cuando medios con diferentes promedios de energía cinética de sus átomos y moléculas son puestos en contacto, es decir, es la energía transferida cuando interactúan medios a diferentes temperaturas [9]. La transferencia de calor se refiere a un transporte de energía que puede ocurrir por una combinación de tres fenómenos: conducción, convección y radiación.

La conducción de calor en sólidos consiste en la energía térmica que es transferida por la vibración de la red y en el caso de los metales por conducción de electrones. En la convección de calor hay dos mecanismos involucrados, la transferencia de energía debida al movimiento molecular aleatorio (difusión) y la transferencia de energía por el movimiento de un fluido en contacto con una superficie caliente. Finalmente la transferencia de calor radiativa es una característica de toda la materia en una temperatura mayor a cero K y ocurre por la emisión de energía electromagnética. La energía radiada es transportada por ondas electromagnéticas (fotones) que no requieren un medio de conducción, en contraste con los mecanismos de transferencia de calor, conducción y convección [10].

Cada uno de estos procesos de transferencia de calor pueden ser modelados por ecuaciones de razón de cambio de tal manera de poder calcular la cantidad de energía que es transferida por unidad de tiempo. A continuación se presentan las ecuaciones que rigen a estos fenómenos.

2.1.1 Transferencia de calor por conducción, convección y radiación

La ecuación que describe el fenómeno de conducción de calor es conocida como Ley de Fourier, estableciendo el caso unidimensional, esta ley se define como:

$$q_{cd} = -k \frac{\partial T}{\partial x}, \quad (2.1)$$

donde $q_{cd} \left[\frac{W}{m^2} \right]$ es la tasa de transferencia de calor por unidad de área, es decir flujo de calor, en la dirección x , la cual es proporcional al gradiente de temperatura en esta dirección, $\frac{\partial T}{\partial x}$. El flujo de calor es una cantidad vectorial. La constante de proporcionalidad (k) es la conductividad térmica $\left(\left[\frac{W}{m \cdot K} \right] \right)$ y es una característica de cada material. El signo menos es una consecuencia de que el calor es transferido en la dirección en que decrece la temperatura.

Para el caso de la convección de calor, el fluido que está en contacto con el sólido puede estar en movimiento laminar o en movimiento turbulento, que puede ser causado por fuerzas externas o bien por gradientes de densidad inducidos por las diferencia de temperatura [11]. La ecuación que describe este fenómeno es de la forma:

$$q_{cv} = h(T_s - T_\infty), \quad (2.2)$$

donde $q_{cv} \left[\frac{W}{m^2} \right]$ es el flujo de calor convectivo, el cual es proporcional a la diferencia de temperatura entre la superficie y el fluido, T_s y T_∞ respectivamente. Esta expresión es conocida

como la Ley de Newton de enfriamiento, en la que la constante de proporcionalidad $h \left[\frac{W}{m^2 \cdot K} \right]$ es el coeficiente de transferencia de calor convectiva.

Para la transferencia de calor radiativa el máximo flujo de calor (q_{rd}) emitido por un cuerpo está dado por la ley de Stefan Boltzmann:

$$q_{rd} = \sigma_{SB} T_s^4, \quad (2.3)$$

donde T_s es la temperatura absoluta [K] de la superficie y σ_{SB} es la constante de Stefan Boltzmann $\left(5.67 * 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4} \right)$. Solo un radiador perfecto, llamado cuerpo negro, emitirá esta energía, lo que implica que absorbe y emite la energía a todas las longitudes de onda.

El flujo de calor (q'_{rd}) emitido por una superficie real está dado por:

$$q'_{rd} = \varepsilon \sigma_{SB} T_s^4, \quad (2.4)$$

donde ε representa la emisividad, la cual es un parámetro característico de las propiedades radiativas de la superficie, indica la eficiencia de emisión de la superficie comparada con un cuerpo negro. La determinación de la tasa neta en que la radiación es intercambiada entre superficies es generalmente un asunto muy complejo, sin embargo, un caso especial que frecuentemente ocurre en la práctica envuelve un intercambio neto entre una pequeña superficie y una mucho más grande que la rodea completamente [10]. La transferencia de calor radiativa neta (q) para este caso está dada por:

$$q = \varepsilon \sigma_{SB} A (T_s^4 - T_b^4), \quad (2.5)$$

donde A es el área de la superficie pequeña y T_b es la temperatura alrededor.

En la Tabla 1 se presenta el resumen de estos tres mecanismos de transferencia de calor.

Tabla 1. Mecanismos de transferencia de calor

<i>Modo</i>	<i>Mecanismo</i>
<i>Conducción</i>	Difusión de energía debido al movimiento molecular aleatorio.
<i>Convección</i>	Difusión de energía debido al movimiento molecular aleatorio más transferencia de energía debido al movimiento del fluido causado por fuerzas externas.
<i>Radiación</i>	Transferencia de energía por ondas electromagnéticas.

2.2 Ecuación de difusión de calor

El mecanismo de transferencia de calor que se estudiará a detalle en este trabajo es el de conducción, se considera que las contribuciones por convección y radiación no son significativas. Estas consideraciones se realizan debido a que el sistema desarrollado para estimar la difusividad térmica consiste en un bloque sólido que es sometido a un flujo de calor y se analiza indirectamente su distribución de temperatura, además, no se emplean fluidos que sean movidos por fuerzas externas.

La distribución espacial y temporal de temperatura en un medio puede ser determinada mediante la aplicación del principio de conservación de energía para pequeños elementos diferenciales o con un volumen de control. La aplicación del principio de conservación de energía para los flujos de energía térmica dentro y fuera del elemento de volumen, dV , en las dimensiones dx , dy y dz (Fig. 7) resulta en la expresión [10]:

$$Q_{in} + Q_g - Q_{out} = Q_{st}, \quad (2.6)$$

donde Q_{in} es la tasa de flujo de energía dentro de dV y se define como:

$$Q_{in} = q_x + q_y + q_z, \quad (2.7)$$

siendo q_x , q_y y q_z la tasa de flujo de energía en la dirección x , y , y z respectivamente; Q_g es la tasa de generación de energía en dV ; Q_{out} es la tasa de flujo de energía fuera de dV y se define como:

$$Q_{out} = q_{x+dx} + q_{y+dy} + q_{z+dz}, \quad (2.8)$$

siendo q_{x+dx} , q_{y+dy} y q_{z+dz} la tasa de flujo de energía fuera de dV en la dirección x , y y z respectivamente, finalmente Q_{st} es la tasa de energía almacenada en dV y se define como:

$$Q_{st} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz. \quad (2.9)$$

Donde ρ es la densidad y c el calor específico del material.

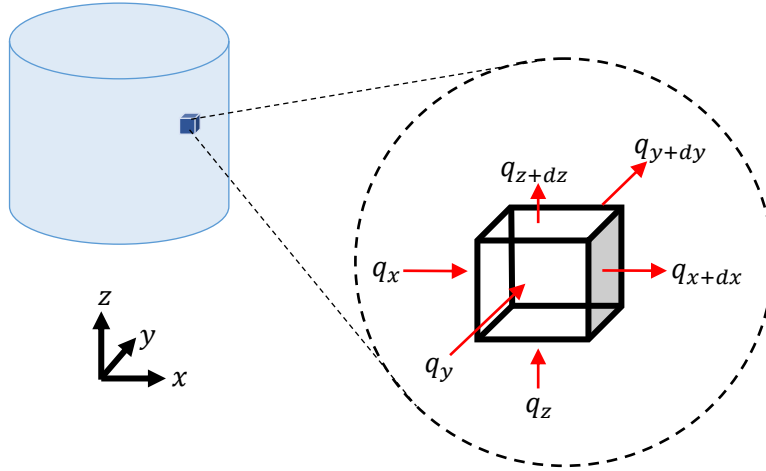


Fig. 7. Elemento de volumen $dx dy dz$ empleado para el análisis del principio de conservación de la energía [12].

La aplicación del principio de conservación de energía para los flujos de energía térmica dentro y fuera del elemento de volumen, sin tener generación interna en dV resulta en:

$$q_x + q_y + q_z - q_{x+dx} - q_{y+dy} - q_{z+dz} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz. \quad (2.10)$$

Definiendo el flujo de energía fuera de dV en la dirección x , y y z :

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx, \quad q_{y+dy} = q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy, \quad q_{z+dz} = q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} dz. \quad (2.11)$$

Los flujos de calor dentro del cubo, q_x , q_y y q_z puede ser evaluado usando la ley de Fourier.

$$\begin{aligned} q_x &= -k dy dz \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_x, \\ q_y &= -k dx dz \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_y, \\ q_z &= -k dx dy \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_z. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Finalmente el principio de conservación de energía resulta en:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k dy dz \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx + \frac{\partial}{\partial y} \left(k dx dz \frac{\partial T}{\partial y} \right) dy + \frac{\partial}{\partial z} \left(k dx dy \frac{\partial T}{\partial z} \right) dz = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz. \quad (2.13)$$

Con la solución de la ecuación 2.13 se obtendrá la distribución de temperatura $T(x, y, z)$ como función del tiempo. Asumiendo que el material es isotrópico, esta ecuación resulta como:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \frac{1}{D} \frac{\partial T}{\partial t} = 0. \quad (2.14)$$

Donde D es la difusividad térmica del material.

2.2.1 Difusividad térmica y efusividad térmica

La difusividad térmica (D) es una medida que indica que tan rápido es propagado el calor, depende tanto de la conductividad térmica como de la energía que puede almacenar el material. Entre más grande es la difusividad térmica, más rápida es la respuesta del material ante perturbaciones térmicas. Está definida como el cociente de la conductividad térmica entre el producto de la densidad y el calor específico:

$$D = \frac{k}{\rho c} [m^2 s^{-1}]. \quad (2.15)$$

La efusividad térmica (e) es una medida que indica la habilidad del material para ceder calor, también es conocida como inercia térmica [10]. Bajos valores de efusividad térmica conducen a altas temperaturas en la superficie del material. Está definida como la raíz cuadrada del producto de la densidad, el calor específico y la conductividad térmica:

$$e = \sqrt{\rho c k} \left[\frac{J}{m^2 K s^{\frac{1}{2}}} \right]. \quad (2.16)$$

2.3 Ondas térmicas

Considerando un bloque de un medio isotrópico y semi-infinito que es sometido a un calentamiento armónico plano de la forma:

$$Q = \frac{Q_0}{2} [1 + \cos(\omega t)], \quad (2.17)$$

donde Q_0 es la intensidad de la fuente, ω es la frecuencia angular de la fuente y t es el tiempo.

Si la superficie calentada se encuentra en el plano yz para $x = 0$ (Fig. 8) y se considera que el flujo de calor generado por la fuente está uniformemente distribuido sobre la superficie del material. Si $L \gg d$ se puede aproximar el flujo de calor como un flujo unidimensional [15], donde L es la longitud del bloque en la dirección z , mientras que d es la longitud del bloque en la dirección x .

La distribución de temperatura dentro del bloque sólido puede ser obtenida resolviendo la ecuación de difusión de calor (ecuación 2.14) en x y t (ver Apéndice A):

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{1}{D} \frac{\partial T}{\partial t} = 0. \quad (2.18)$$

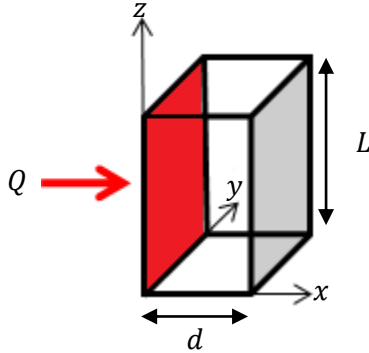


Fig. 8. Superficie calentada en el plano yz para $x = 0$.

La forma de la solución es:

$$T(x) = A \exp^{-\sigma x} + B \exp^{\sigma x}, \quad \text{donde } \sigma = (1 + i) \left(\frac{\omega}{2D} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (2.19)$$

Finalmente la ecuación que describe la temperatura en función de x y t al someter un medio semi-infinito a una fuente de calor harmónica plana se define como [10]:

$$T(x, t) = \frac{Q_0}{2\sqrt{\rho c k \omega}} \exp\left(-x\sqrt{\frac{\omega}{2D}}\right) \exp\left(i\left(\omega t - x\sqrt{\frac{\omega}{2D}} - \frac{\pi}{4}\right)\right). \quad (2.20)$$

Las principales características de esta solución son:

1. La onda térmica tiene una dependencia espacial oscilatoria de la forma $\exp^{i\sigma x}$ con el vector de onda dado por:

$$Re(\sigma) = \frac{1}{\mu} = \sqrt{\frac{\omega}{2D}}. \quad (2.21)$$

El parámetro μ llamado longitud de difusión térmica está definido como $\sqrt{\frac{2D}{\omega}}$, puede entenderse que las ondas térmicas se propagarán dentro del sólido si el material tiene una alta difusividad térmica o si la onda térmica tiene una frecuencia baja.

2. Las ondas térmicas son altamente dispersivas, su velocidad de fase (v) está definida como:

$$v = \omega \mu = \sqrt{2D\omega}. \quad (2.22)$$

Este parámetro indica que las ondas térmicas con altas frecuencias se propagan más rápido que las de bajas frecuencias.

3. Hay una variación de fase progresiva entre la temperatura para la superficie $x = 0$ y para otro punto x :

$$\varphi = -\frac{x}{\mu} - \frac{\pi}{4}. \quad (2.23)$$

4. La impedancia térmica de un medio (Z) está definida como:

$$Z = \frac{1}{\sqrt{i\omega\rho ck}}. \quad (2.24)$$

Esta característica determina la magnitud de la onda térmica en la superficie del medio.

2.3.1 Reflexión y refracción de ondas térmicas

Las ondas térmicas son reflejadas y refractadas en una interface de la misma manera que las ondas electromagnéticas y acústicas. La ecuación de onda térmica puede ser empleada para derivar los coeficientes de reflexión y transmisión. Asumimos que la frontera que separa dos medios está en $x = 0$, y que la onda térmica plana incidente, reflejada y transmitida hacen un ángulo β_i , β_r y β_t con respecto al eje x (Fig. 9).

Las expresiones que definen la temperatura en función de la posición y el tiempo generada por la onda térmica plana incidente, reflejada y transmitida son [10]:

$$\begin{aligned} T_i &= A \exp^{-\sigma_1 x \cos \beta_i - \sigma_1 z \sin \beta_i + i\omega t}, \\ T_r &= AC_R \exp^{\sigma_1 x \cos \beta_r - \sigma_1 z \sin \beta_r + i\omega t} \text{ y} \\ T_t &= AC_T \exp^{-\sigma_2 x \cos \beta_t - \sigma_2 z \sin \beta_t + i\omega t}. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Donde A es la amplitud inicial de la onda térmica incidente, C_R y C_T son los coeficientes de reflexión y transmisión de la onda en la interfaz $x = 0$.

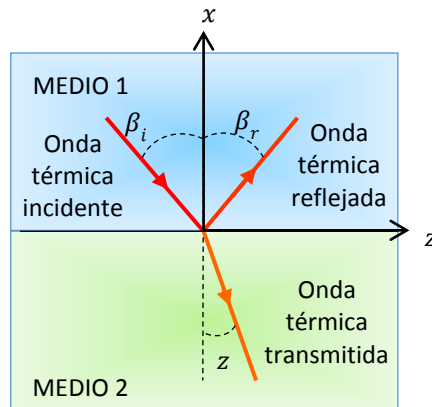


Fig. 9. Esquema de la dirección de propagación de la onda térmica plana incidente, reflejada y transmitida.

La temperatura en el medio 1 (T_1) está definida como la suma de la temperatura generada por la onda térmica plana incidente y reflejada:

$$T_1 = T_i + T_r. \quad (2.26)$$

La temperatura en el medio 2 (T_2) está definida como la temperatura generada por la onda térmica transmitida:

$$T_2 = T_t. \quad (2.27)$$

Por la condición de continuidad de la temperatura, para $x = 0$, la temperatura en el medio 1 es igual a la temperatura en el medio 2, como esta condición es cierta para todas las posiciones z a través del plano de la interfaz, se logra determinar la ley de la reflexión y refracción para las ondas térmicas (ver Apéndice B) [10]:

Ley de la reflexión:

$$\beta_i = \beta_r \quad (2.28)$$

Ley de la refracción:

$$\sigma_1 \sin \beta_r = \sigma_2 \sin \beta_t \quad (2.29)$$

Los coeficientes de reflexión (C_R) y transmisión (C_T) pueden escribirse como:

$$C_R = \frac{e_1 \cos \beta_i - e_2 \sqrt{1 - \frac{D_2}{D_1} \sin^2 \beta_i}}{e_1 \cos \beta_i + e_2 \sqrt{1 - \frac{D_2}{D_1} \sin^2 \beta_i}}, \quad (2.30)$$

$$C_T = \frac{2e_1 \cos \beta_i}{e_1 \cos \beta_i + e_2 \sqrt{1 - \frac{D_2}{D_1} \sin^2 \beta_i}}, \quad (2.31)$$

donde e_1 es la efusividad térmica del medio en el que incide la onda y e_2 es la efusividad térmica del medio en el que se refracta la onda; D_1 y D_2 son la difusividad térmica del medio en el que incide y se refracta la onda, respectivamente. Finalmente β_i es el ángulo de incidencia de la onda térmica.

Como se observa de las ecuaciones 2.30 y 2.31, tanto el coeficiente de reflexión como el de refracción, dependen de cinco parámetros: las efusividades y difusividades térmicas de los medios y del ángulo de incidencia de la onda.

2.3.2 Reflexión de ondas térmicas en el ángulo crítico

El ángulo crítico es aquel ángulo de incidencia para el cual el coeficiente de reflexión tiene su valor máximo, por lo cual satisface que la derivada de C_R (ecuación 2.30) con respecto a β_i sea igual a cero:

$$\frac{dC_R}{d\beta_i} = 0 \quad (2.32)$$

Resolviendo la ecuación 2.32 se tiene que el ángulo crítico se define como:

$$\beta_c = \sin^{-1} \sqrt{\frac{D_1}{D_2}} \quad (2.33)$$

Aunque el coeficiente de reflexión depende de cinco parámetros (ángulo de incidencia de la onda, efusividad y difusividad térmica de los dos medios involucrados en la interfaz), su valor máximo se encuentra para un ángulo de incidencia que puede ser determinado sólo con las difusividades térmicas de los medios. Esta ecuación solo es válida para ondas térmicas que se propagan de un medio de menor difusividad a un medio de mayor difusividad, ya que de lo contrario, D_1 sería mayor a D_2 y el seno inverso quedaría indeterminado.

Con la finalidad de ejemplificar el comportamiento de la onda térmica según la difusividad térmica de los medios que componen la interfaz, se obtuvo el coeficiente de reflexión en función del ángulo de incidencia, primero para una interfaz agua-acrílico, siendo estos los materiales empleados experimentalmente en este trabajo. La difusividad térmica del agua es $D_{at} = 0.139 * 10^{-6} \frac{m^2}{s}$ [13] y la del acrílico es $D_{acr} = 0.11 * 10^{-6} \frac{m^2}{s}$ [14].

Al propagarse la onda de un medio con difusividad térmica mayor hacia un medio con difusividad térmica menor, el ángulo de incidencia para el cual el coeficiente de reflexión tiene su valor máximo siempre es 90° (Fig. 10). Físicamente no es posible generar este ángulo de incidencia, por lo tanto, no se puede considerar que el coeficiente de reflexión pueda valer uno. Sin embargo, a medida que el ángulo de incidencia aumenta, la conducción de calor, en sentido contrario a la dirección de propagación del calor de la fuente, se hace mayor, por lo tanto la transmisión de calor hacia el medio 2 disminuye.

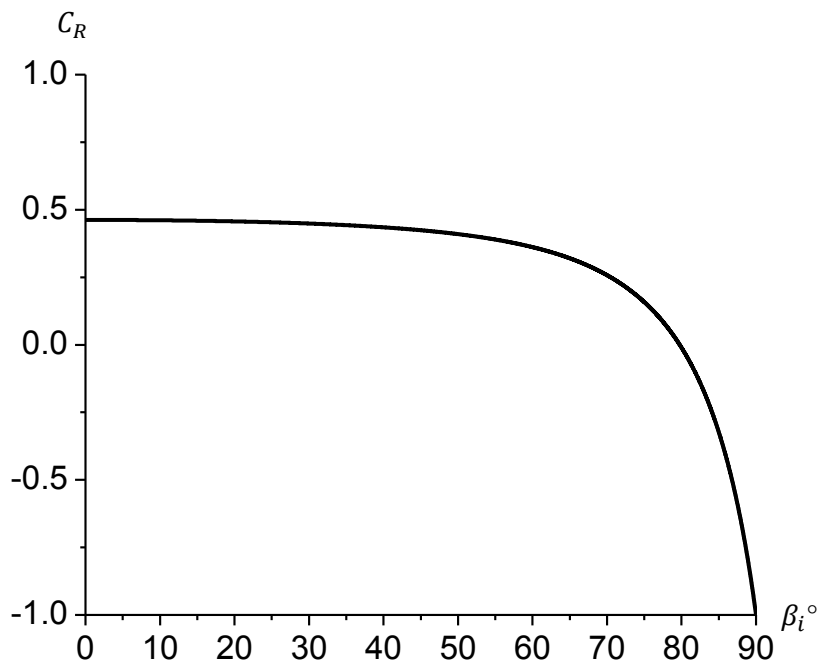


Fig. 10. Coeficiente de reflexión en función del ángulo de incidencia para una interfaz con $D_1 = 0.139 * 10^{-6} \frac{m^2}{s}$ y $D_2 = 0.11 * 10^{-6} \frac{m^2}{s}$

Finalmente se estudiaron interfaces cuyo medio 1 es acrílico y del medio 2 se varió arbitrariamente la difusividad térmica en valores cercanos a la del agua, esto ya que experimentalmente, se caracterizaron materiales con difusividades térmicas en este orden de magnitud.

En la Tabla 2 se reporta el ángulo crítico para interfaces en las que la onda térmica incide desde un medio con difusividad térmica $D_1 = 0.11 * 10^{-6} \frac{m^2}{s}$, hacia un medio en el que se consideran diferentes valores de difusividad térmica D_2 .

Tabla 2. Valores de efusividad y difusividad térmica para el cálculo del ángulo crítico.

Muestra	$e_1 \left[\frac{J}{m^2 K s^{\frac{1}{2}}} \right]$	$e_2 \left[\frac{J}{m^2 K s^{\frac{1}{2}}} \right]$	$D_1 * 10^{-6} [m^2 s^{-1}]$	$D_2 * 10^{-6} [m^2 s^{-1}]$	β_c
a	573	1558	0.11	0.139	62.82°
b	573	2204	0.11	0.277	39.06°
c	573	2699	0.11	0.416	30.94°
d	573	3116	0.11	0.554	26.46°

En la Fig. 11 se muestra el comportamiento del coeficiente de reflexión en función del ángulo de incidencia de la onda térmica para los valores de la Tabla 2. Después de un cierto valor de ángulo de incidencia, C_R toma valores imaginarios (ecuación 2.30), por lo tanto se grafica el valor real de este coeficiente. Se observa que el ángulo de incidencia para el cual C_R tiene su máximo valor, corresponde al ángulo crítico calculado con la ecuación 2.33 reportado en la Tabla 2.

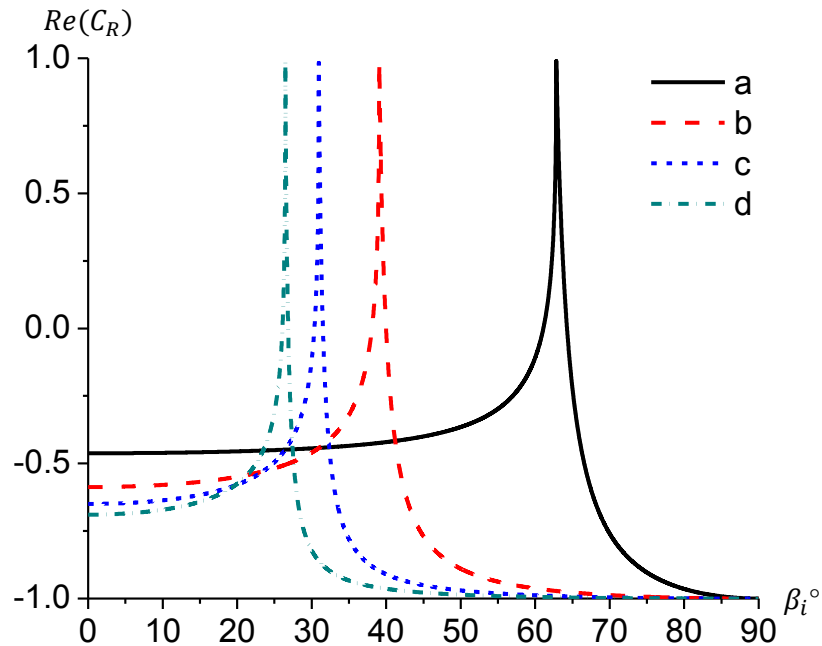


Fig. 11. Coeficiente de reflexión en función del ángulo de incidencia para interfaces con $D_1 = 0.11 * 10^{-6} \frac{m^2}{s}$ y los valores de D_2 reportados en la Tabla 2.

De estos resultados se desprende que al diseñar una interfaz con un medio de difusividad térmica conocida y con un material que se desee caracterizar, determinando experimentalmente el ángulo crítico de esta interfaz, se lograría estimar la difusividad térmica del medio a caracterizar. Esto requiere que la propagación de la onda térmica vaya del medio con difusividad térmica menor, hacia al medio con difusividad térmica mayor, por lo tanto, para lograr ésta consideración, es necesario conocer, por lo menos, el orden de magnitud de la difusividad del medio a caracterizar, de tal manera de determinar en cuál de los medios debe incidir la onda.

2.3.3 Reflexión de ondas térmicas en una interfaz acrílico-agua

El empleo de un sistema integrado basado en la foto-deflexión para encontrar evidencia experimental de las ondas térmicas y del ángulo crítico para una interfaz, lo que permitiría estimar la difusividad térmica de un material, implica el uso de un material en el que se pueda propagar un haz láser, pudiendo ser vidrio o acrílico.

Para validar experimentalmente el principio de ángulo crítico de una onda térmica, se realizará la caracterización de un medio del cual sus propiedades térmicas estén reportadas en la literatura, lo cual permitirá comparar los resultados obtenidos experimentalmente con los reportados.

Dado que se busca la aplicación del sensor para la caracterización de difusividad térmica de tejido biológico y en la literatura se ha reportado que este tiene un comportamiento térmico muy similar al del agua [2], se propone la caracterización de agua como medio de referencia. De esta manera, al realizar el diseño para la caracterización de agua se podría validar el sistema, así como tener un diseño apto para la caracterización de tejido.

La difusividad térmica del agua ($D_{at} = 0.139 * 10^{-6} \frac{m^2}{s}$), es menor a la del vidrio ($D_v = 0.87 * 10^{-6} \frac{m^2}{s}$) [15], por lo tanto en una interfaz vidrio-agua no hay ángulo crítico (Ver Fig. 10). La difusividad térmica del agua es mayor a la del acrílico ($D_{acr} = 0.11 * 10^{-6} \frac{m^2}{s}$), por lo que en una interfaz acrílico-agua si hay ángulo crítico (Ver Fig. 11). Además el acrílico tiene una buena transparencia, por lo que se puede propagar un haz láser. Por estas consideraciones es este diseño se empleó una interfaz acrílico-agua (Fig. 12).

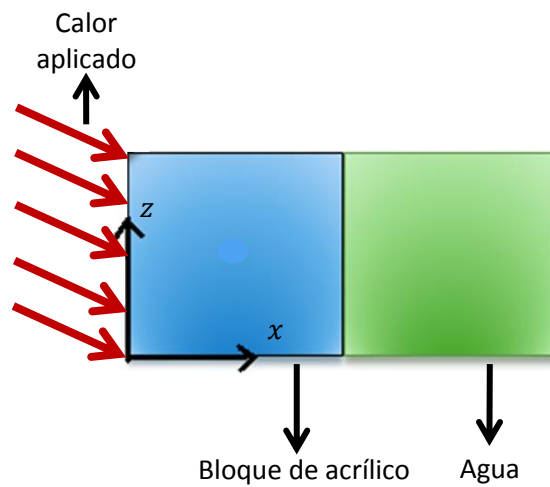


Fig. 12. Esquema de la interfaz acrílico-agua en la que el calor aplicado se propaga del acrílico al agua.

El ángulo crítico para una interfaz acrílico-agua en la que la difusividad térmica del acrílico es $0.11 * 10^{-6} \frac{m^2}{s}$ y del agua es $0.139 * 10^{-6} \frac{m^2}{s}$ se presenta en 62.8° , tal como se corrobora en la línea sólida de la Fig. 10.

2.4 Diseño del sensor para la caracterización de difusividad térmica

Para encontrar experimentalmente el ángulo crítico de una interfaz acrílico-agua se realizaron mediciones variando el ángulo de incidencia de la onda alrededor de 62.8° . Debido a que el ángulo que se puede modificar de manera sencilla es el ángulo externo incidente en el acrílico, se tiene

una primera refracción en una interfaz aire-acrílico y una segunda refracción en la interfaz acrílico-agua, tal como se ilustra en la Fig. 13.

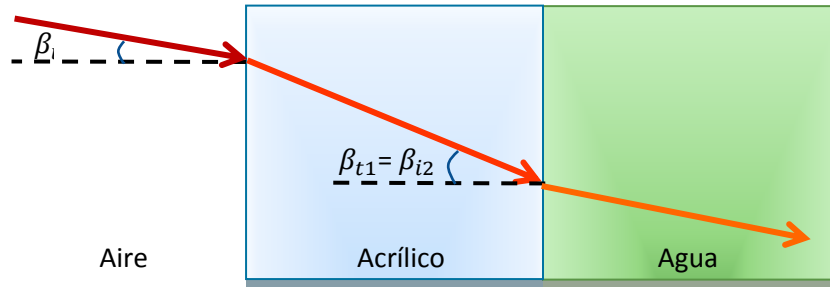


Fig. 13. Esquema de la refracción de la onda térmica en las interfaces aire-acrílico-agua.

Tomando los valores extremos del ángulo de incidencia de la onda térmica en la interfaz aire-acrílico:

$$0 \leq \beta_i < 90^\circ, \quad (2.34)$$

y empleando la difusividad térmica del aire reportada en la literatura, $D_{ai} = 21.67 \cdot 10^{-6} \frac{m^2}{s}$ [16], se calculan los valores que tendría el ángulo de refracción de la onda según la ley de la refracción de las ondas térmicas:

$$\beta_{t1} = \sin^{-1} \left(\sqrt{\frac{D_{acr}}{D_{ai}}} (\sin \beta_i) \right). \quad (2.35)$$

Si $\beta_i = 0^\circ$ el ángulo de refracción sería $\beta_{t1} = 0^\circ$ y, solo como referencia matemática, si $\beta_i = 90^\circ$ entonces, $\beta_{t1} = 4.08^\circ$.

El ángulo de refracción de la onda térmica en la interfaz aire-acrílico puede variar entre 0° y 4.08° , siendo estos valores los que puede tomar el ángulo de incidencia de la onda en la interfaz acrílico-agua.

$$0 \leq \beta_{i2} < 4.08^\circ \quad (2.36)$$

Para que el coeficiente de reflexión en la interfaz acrílico-agua tenga su valor máximo, según los valores de difusividad de la literatura, el ángulo de incidencia de la onda térmica debe tener un valor de 62.82° , sin embargo el máximo valor posible es menor a 4.08° .

Para poder alcanzar un valor de ángulo de incidencia alrededor de 62.82° , se utilizó una interfaz acrílico-agua sesgada como la mostrada en la Fig. 14.

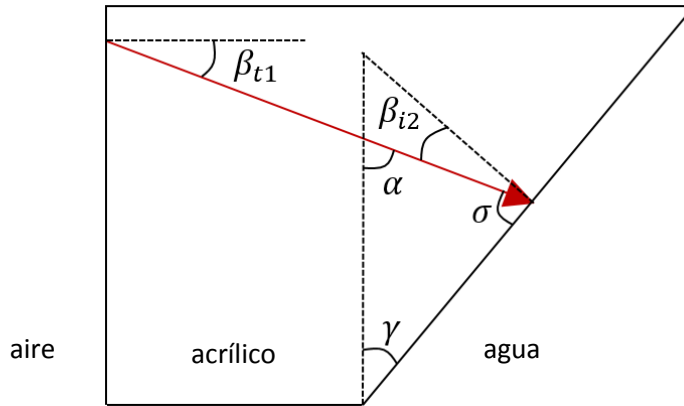


Fig. 14. Esquema de la interfaz sesgada acrílico-agua con un ángulo γ .

Se desarrolla la relación del ángulo de refracción de la onda en la interfaz aire-acrílico (β_{t1}) con el ángulo de la interfaz acrílico-agua (γ) y el ángulo de incidencia de la onda en la interfaz acrílico-agua:

$$\beta_{i2} = \gamma - \beta_{t1}. \quad (2.37)$$

De esta manera con el ángulo de la interfaz γ nos posicionamos cerca del ángulo crítico para la interfaz acrílico-agua para un cierto valor de ángulo de incidencia en la interfaz aire-acrílico. Se diseña la interfaz a un ángulo γ que permita variar el ángulo β_{i2} alrededor de 62.82° con un rango tanto inferior como superior considerable.

Se proponen dos ángulos γ de tal manera de determinar experimentalmente el efecto que causa disminuir el espacio entre la fuente de calentamiento y el acrílico. Si $\beta_{i2} = 62.82^\circ$ y se propone que $\beta_i = 28^\circ$, entonces de la ecuación 2.35 se obtiene que $\beta_{t1} = 1.91^\circ$, sustituyendo estos valores en la ecuación 2.37, el ángulo para el sesgo de la interfaz resulta en $\gamma_1 = 64.7^\circ$. Para disminuir el espacio entre la fuente de calor y acrílico se propone $\beta_i = 10^\circ$, resultando el ángulo para el sesgo de la interfaz en $\gamma_2 = 63.5^\circ$.

En la Fig. 15 se muestra el cambio en el ángulo de incidencia en la interfaz acrílico-medio a caracterizar, en función del ángulo de incidencia en la interfaz aire-acrílico, para los dos ángulos elegidos para el sesgo de la interfaz. Se observa que un aumento del ángulo γ implica un offset ascendente en los valores que toma el ángulo β_{i2} .

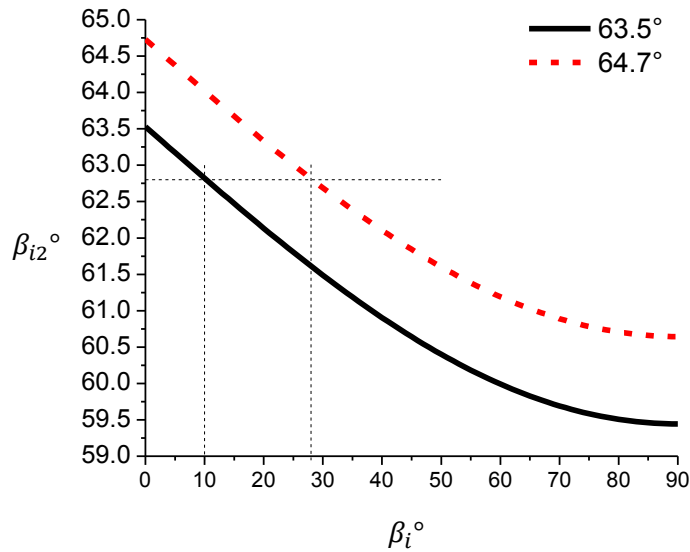


Fig. 15. Cambio del ángulo β_{i2} en función del ángulo β_i para una interfaz con un sesgo de 63.5° y para otra con un sesgo de 64.7° .

Mediante el rango de valores que puede tomar el ángulo de incidencia β_{i2} se puede calcular, para cada ángulo γ de la interfaz, el rango de valores de difusividad térmica que es posible estimar. Para esto, de la definición matemática del ángulo crítico (ecuación 2.33), se obtiene la difusividad térmica del medio a caracterizar (D_m).

$$D_m = \frac{D_{acr}}{(\sin\beta_c)^2} \quad (2.38)$$

En la Fig. 16 se reporta la difusividad térmica del medio a caracterizar en función del ángulo crítico para una interfaz acrílico-medio a caracterizar para los dos ángulos elegidos para el sesgo de la interfaz. En la Tabla 3 se presentan los valores mínimos y máximos de difusividad térmica que son posibles estimar de mediciones realizadas con una interfaz sesgada con un ángulo γ .

Tabla 3. Rango de difusividades térmicas que es posible caracterizar según el ángulo γ de la interfaz.

γ	Difusividad térmica $D * 10^{-7} \left[\frac{m^2}{s} \right]$
64.7°	$1.345 \leq D < 1.448$
63.5°	$1.373 \leq D < 1.483$

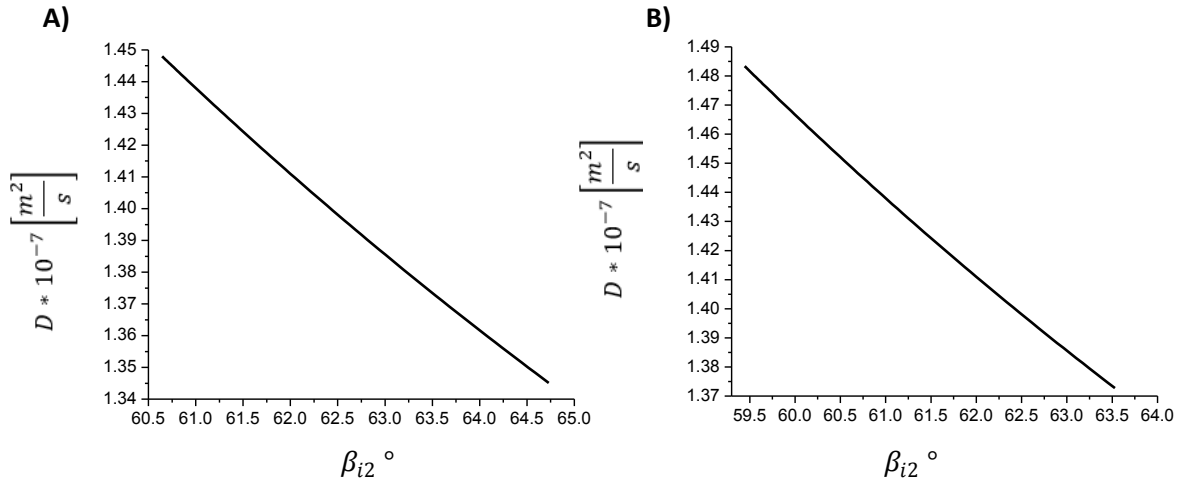


Fig. 16. Difusividad térmica en función del ángulo crítico para A) la interfaz con un sesgo $\gamma = 64.7^\circ$ y B) la interfaz con un sesgo $\gamma = 63.5^\circ$

2.5 Resumen del capítulo

En este capítulo se presentaron las ecuaciones fundamentales que modelan el comportamiento de la onda térmica y se dedujo la dependencia del ángulo crítico con las difusividades térmicas de los medios involucrados en la conducción de calor. Además, se establecieron las condiciones necesarias para estimar la difusividad térmica a partir de la determinación del ángulo crítico de una interfaz. Estas condiciones consisten en que la onda térmica debe incidir desde un medio con difusividad térmica menor, hacia un medio con difusividad térmica mayor y que una de estas debe ser conocida.

Para validar el principio propuesto se realizó el diseño de una interfaz acrílico-agua, en la cual, el acrílico es el medio por el que el haz láser de prueba, de la técnica de foto-deflexión, se propagará; además es el material de difusividad térmica conocida. El agua funge como medio a caracterizar, de esta manera se compararán los resultados obtenidos con los reportados en la literatura.

Para poder realizar el barrido de ángulo incidencia de la onda térmica y con ello determinar el ángulo crítico para la interfaz acrílico-medio a caracterizar, se propuso un sistema en espacio libre, por lo tanto se generó un sistema de tres medios: aire, acrílico y medio a caracterizar. Dado que el ángulo de refracción de la onda térmica en la interfaz aire-acrílico, no permite estar cerca del ángulo crítico para la interfaz acrílico-agua (determinado con los valores de difusividad térmica reportados en la literatura), se propuso una interfaz sesgada. Esta interfaz sesgada permitió modificar el ángulo de incidencia en un rango cercano al ángulo crítico deseado. Finalmente se determinó el rango de difusividades térmicas que es posible deducir con los diseños propuestos para la interfaz sesgada.

CAPÍTULO 3. MODELO DEL SENSOR DE DIFUSIVIDAD TÉRMICA

A continuación se presentan las simulaciones realizadas para obtener el comportamiento térmico del sistema, es decir, obtener la temperatura en el bloque de acrílico para diferentes ángulos de incidencia cercanos al ángulo crítico para una interfaz acrílico- agua. Se buscó comprobar que los cambios en la temperatura responden al valor del coeficiente de reflexión, es decir, responden tanto al ángulo de incidencia de la onda como a la efusividad y la difusividad térmica de los medios empleados. Además, se buscó verificar que existe un cambio considerable en la temperatura al estar en el ángulo crítico para la interfaz y que este ángulo depende solo de las difusividades térmicas.

3.1 Simulaciones numéricas del comportamiento térmico del sistema

Se empleó el programa COMSOL para realizar simulaciones en 3D, en el módulo “Heat Transfer in Solids”, de tal manera de obtener la temperatura para una interfaz acrílico-agua al aplicar un flujo de calor. Las simulaciones se realizan con dependencia en el tiempo. El empleo del software implica tres pasos principales: diseño de la geometría, definición de los materiales y las condiciones de frontera para la transferencia de calor.

- Diseño de la geometría

La geometría diseñada consiste en una interfaz acrílico-material a caracterizar. Para diseñar la geometría se emplean vectores para definir una curva cerrada para cada material, se ingresan los puntos iniciales y finales de cada segmento. Para modificar el ángulo de incidencia de la onda, se varía el ángulo de la interfaz, por lo tanto se modifican los puntos iniciales y finales del segmento S_8 (Fig. 17).

Experimentalmente para obtener la interfaz acrílico-agua fue necesario realizar un contenedor en un bloque de acrílico, por lo tanto el sistema resultó en las interfaces acrílico-medio a caracterizar-acrílico. Para poder simular condiciones similares a las experimentales, se diseñó la geometría incluyendo la otra interfaz con acrílico.

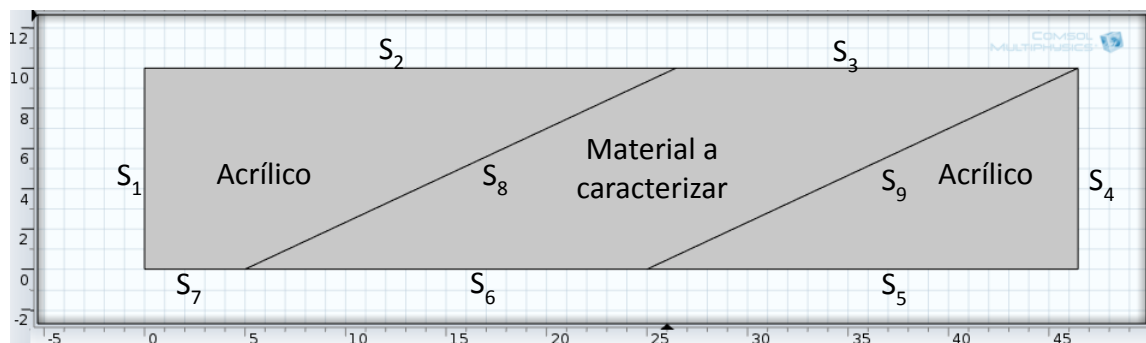


Fig. 17. Esquema de los segmentos que conforman la interfaz sesgada acrílico-agua en la definición de la geometría para las simulaciones en el software COMSOL.

- Definición de materiales

Para asignar materiales se puede emplear los definidos en la base del software, o bien, asignar valores de la densidad, capacidad calorífica y conductividad térmica y con ello definir un material con características personalizadas.

- Condiciones para la transferencia de calor

La ecuación que emplea el software es:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} + \rho c \mathbf{u} \cdot \nabla T = \nabla(k \nabla T) + Q_i \quad (3.1)$$

Donde $\mathbf{u} \left[\frac{m}{s} \right]$ es el vector de velocidad y Q_i representa otras fuentes de calor.

Para definir las condiciones de transferencia de calor se asignan características diferentes a las caras que conforman al sistema. Las tres características empleadas fueron: flujo de calor, enfriamiento convectivo y aislamiento térmico.

- Flujo de calor. Se aplica un flujo de calor en la cara A del acrílico (Fig. 18), el cual se define como una función periódica.
- Enfriamiento convectivo. Para realizar la transferencia de calor hacia el medio ambiente, la cara opuesta a la cara A se le asigna la función de “external natural convection” en la cual se acotan las dimensiones de la pared en la que se realiza la transferencia de calor, además se asigna la temperatura y presión del medio ambiente, el cual se definió como aire.
- Aislamiento térmico. Las caras del sistema contenidas en los planos xy y xz se definen con aislamiento térmico.

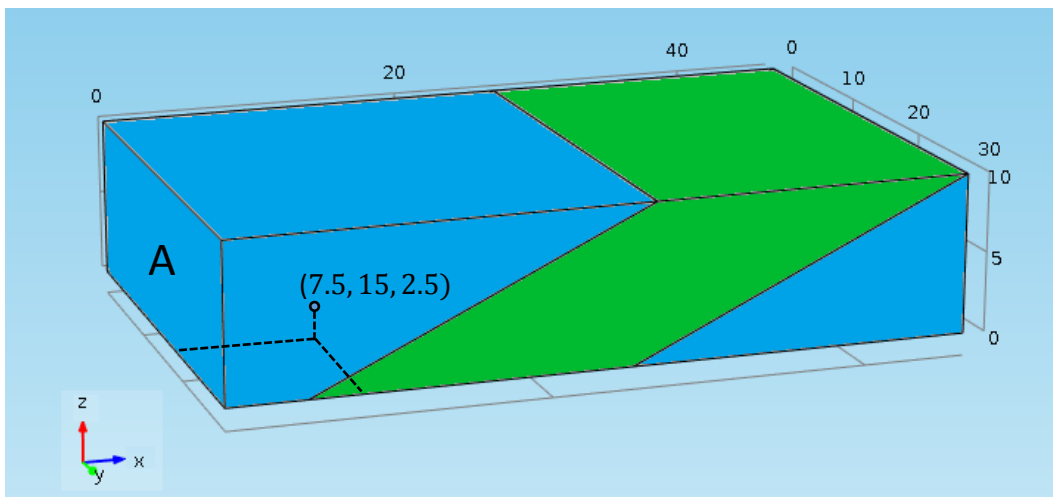


Fig. 18. Esquema de la interfaz acrílico-agua, en la pared A se aplica un flujo de calor.

3.1.1 Resultados de las simulaciones numéricas del comportamiento térmico

Se obtiene la temperatura para un punto del sistema para diferentes ángulos de la interfaz. Se realizan las simulaciones para dos casos, el primero con un material a caracterizar con una difusividad térmica mayor a la del acrílico y el segundo con un material con una difusividad térmica menor a la del acrílico. Para el primer caso se eligió agua. Para el segundo se eligió goma, este material se empleó sólo para fines ilustrativos referentes a una interfaz que involucre un medio con difusividad térmica menor a la del acrílico.

- Agua

Se asignan los valores de densidad, capacidad calorífica y conductividad térmica usados para calcular el ángulo crítico de la interfaz, reportados en la Tabla 4.

Tabla 4. Propiedades térmicas del agua, acrílico y goma [13, 15].

Propiedad	Agua	Acrílico	Goma
$k [W/(m \cdot K)]$	0.58	0.190	0.163
$\rho [Kg/m^3]$	1000	1186	1150
$C_p [J/kg \cdot K]$	4186	1457	2009
$D \cdot 10^{-6} [m^2/s]$	0.139	0.11	0.070

Se realiza la modulación del flujo de calor con dos funciones: un tren de pulsos y una función cosenoidal. El flujo de calor se define como:

$$Q = A * f(t) \left[\frac{W}{m^2} \right] \quad (3.2)$$

donde $f(t)$ es la función de calentamiento, siendo en el primer casos un tren de pulsos y en el segundo caso una señal cosenoidal.

a) Tren de pulsos

Se aplica un tren de pulsos con una amplitud $A = 200$ (Fig. 20A). Se obtuvo la temperatura en función del tiempo para varios puntos en el acrílico. Estos puntos se definieron variando la coordenada x . La coordenada y se fijó en el valor central (15 mm). La coordenada z se fijó en un valor inferior a la altura media del bloque (2.5 mm), esto ya que, por el sesgo de la interfaz, entre menor es esta coordenada, el calor en la interfaz acrílico-agua es mayor.

Dado que las curvas de temperatura en función del tiempo, para los diferentes puntos elegidos, mostraban poca diferencia entre ellas (manteniendo misma forma y sólo cambiando la magnitud), se reportan los resultados para el punto simulado más cercano a la interfaz acrílico-agua.

Dado que la difusividad térmica del acrílico es baja, las ondas térmicas se propagarán en él si tienen una frecuencia baja. Empleando agua como medio 2 en la interfaz y un ángulo de incidencia de la onda térmica de 63° , se obtuvo la temperatura en función del tiempo para el punto $(7.5, 15, 2.5) \text{ mm}$, para frecuencias angulares de 1, 2, 3, 4 y $5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ (Fig. 19). Para una frecuencia de $0.32 \text{ Hz} \left(2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)$, el aumento de temperatura es mayor, por lo que se asume que para esta frecuencia la onda térmica tuvo una mayor propagación, se emplea esta frecuencia para las simulaciones a diferentes ángulos de incidencia de la onda térmica.

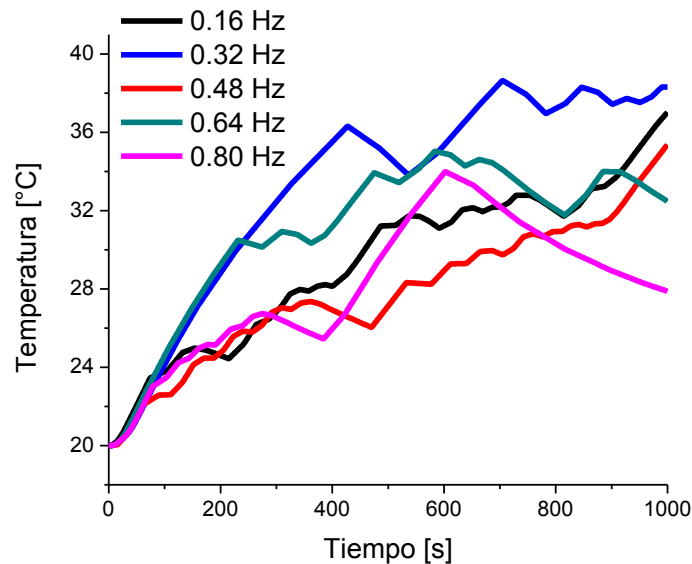


Fig. 19. Respuesta numérica de la temperatura, empleando un tren de pulsos como función de calentamiento, en el punto $(7.5, 15, 2.5) \text{ mm}$, siendo el material a caracterizar agua, con un $\beta_{i2} = 63^\circ$ para diferentes frecuencias de la onda térmica.

En la figura 20B se presenta el comportamiento de la temperatura en función del tiempo para dicho punto $(7.5, 15, 2.5) \text{ mm}$, cuando se aplica el tren de pulsos con una frecuencia de $f = 0.32 \text{ Hz}$ como función de calentamiento, esto para un ángulo de incidencia de 58° y 63° para agua y goma.

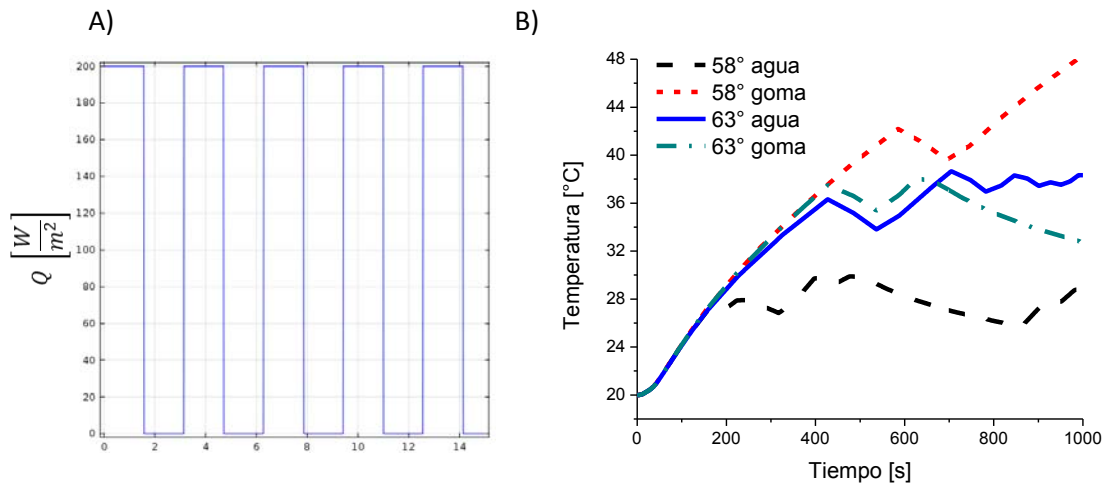


Fig. 20. Respuesta numérica A) para el tren de pulsos con $f = 0.32 \text{ Hz}$ y B) de la temperatura en el punto $(7.5, 15, 2.5) \text{ mm}$, siendo el material a caracterizar agua y goma para ángulos de incidencia de 58° y 63° .

En el primer caso, para un $\beta_{i2} = 58^\circ$, el coeficiente de reflexión para el agua y para la goma es muy similar (Tabla 5), por lo tanto no se explica que el aumento de temperatura tenga un comportamiento muy diferente (líneas discontinuas Fig. 20B). Además, para un $\beta_{i2} = 63^\circ$, siendo este el ángulo crítico para la interfaz acrílico-agua, el coeficiente de reflexión para el agua y la goma tiene valores muy distintos (Tabla 5), y aún con ello el comportamiento de la temperatura tiene semejanza (línea sólida y punteada Fig. 20B) para tiempos menores a 700 s, mientras que para tiempos entre los 700 s y los 1000 s la temperatura para el caso de agua es mayor que para el caso de goma. Sin embargo, la temperatura para agua con un $\beta_{i2} = 63^\circ$, es menor comparada con goma a un $\beta_{i2} = 58^\circ$, siendo este un comportamiento que no corresponde con lo esperado según los valores del coeficiente de reflexión, según los cuales, para agua con un $\beta_{i2} = 63^\circ$, la temperatura debería tener un mayor aumento que para cualquier otro β_{i2} , así como también tener un mayor aumento que para cualquier otro β_{i2} con goma como medio 2.

Tabla 5. Valores del coeficiente de reflexión para un ángulo de incidencia de 58° y 63° para agua y goma como material a caracterizar.

Ángulo de incidencia	Coficiente de reflexión acrílico- agua	Coficiente de reflexión acrílico- goma
58°	-0.25	-0.22
63°	0.97	-0.27

b) Función cosenoidal: $Q(t) = 100 + 100 \cos(2t)$ (3.3)

Al igual que para el tren de pulsos, se obtuvo la temperatura en función del tiempo para el punto $(7.5, 15, 2.5) \text{ mm}$, para frecuencias angulares de 1, 2, 3, 4 y $5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ (Fig. 21), obteniendo de igual manera un mayor aumento de temperatura para una frecuencia de 0.32 Hz ($2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$). Se emplea esta frecuencia para las simulaciones a diferentes ángulos de incidencia de la onda térmica.

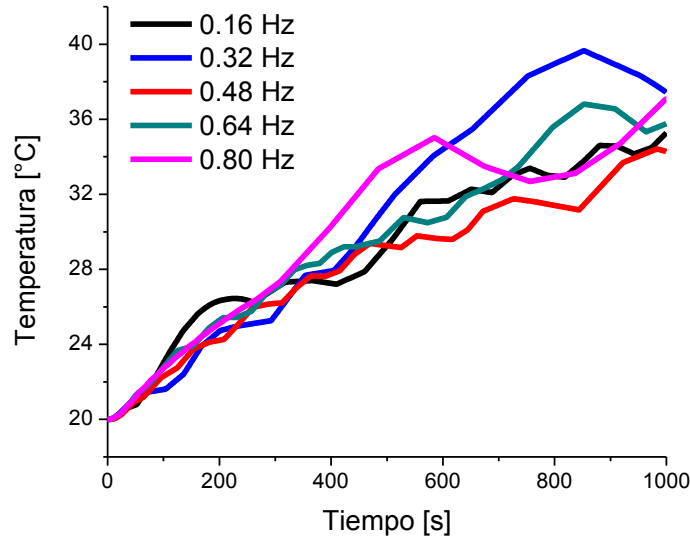


Fig. 21. Respuesta numérica de la temperatura, empleando una función cosenoidal como función de calentamiento, en el punto $(7.5, 15, 2.5) \text{ mm}$, siendo el material a caracterizar agua, con un $\beta_{i2} = 63^\circ$ para diferentes frecuencias de la onda térmica.

Se aplica una función cosenoisal con una frecuencia $f = 0.32 \text{ Hz}$ y una amplitud $A = 200$ (Fig. 22A). En la Fig. 22B se presenta el comportamiento de la temperatura en función del tiempo para el punto $(7.5, 15, 2.5) \text{ mm}$ cuando se aplica la función cosenoidal con una frecuencia de $f = 0.32 \text{ Hz}$ como función de calentamiento, esto para un ángulo de incidencia de 58° y 63° para agua y goma. En este caso la curva de temperatura para 63° agua es superior a las demás curvas (línea sólida Fig. 22B), lo cual corresponde al comportamiento esperado según los valores del coeficiente de reflexión para esos ángulos.

La función cosenoidal con una $f = 0.32 \text{ Hz}$ permite observar cambios en el comportamiento de la temperatura debido a cambios en el coeficiente de reflexión, generados al variar el ángulo de incidencia del calor aplicado, por lo tanto se analizan valores de ángulos de incidencia cercanos al ángulo crítico teórico.

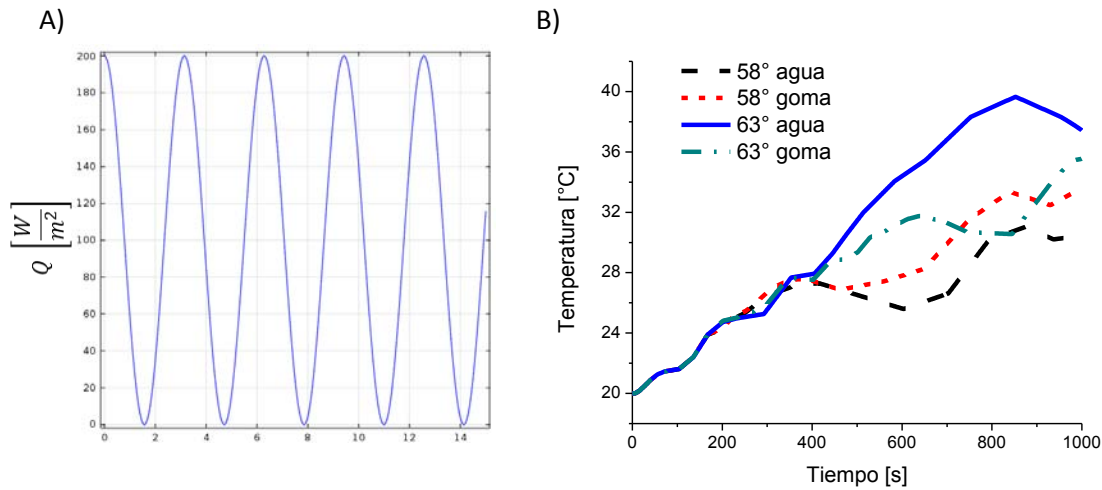


Fig. 22. Respuesta numérica A) para la función de calentamiento $Q(t) = 100 + 100\cos(2t)$ y B) de la temperatura en el punto $(7.5,15,2.5) \text{ mm}$, siendo el material a caracterizar agua y goma para ángulos de incidencia de 58° y 63° .

En la Fig. 23 se presenta la temperatura en función del tiempo para diferentes ángulos de incidencia para agua y goma para la función de calentamiento cosenoidal. En el caso cuando se caracteriza agua (Fig. 23A), el mayor aumento de temperatura se tiene para 63° (línea azul); tanto para ángulos inferiores como para ángulos superiores a este, la temperatura tiene un menor aumento, lo cual corresponde a que el coeficiente de reflexión para estos ángulos es inferior que para 63° . Se obtienen las curvas de temperatura caracterizando goma para algunos ángulos de incidencia usados en la simulación con agua (Fig. 23B). Comparando las gráficas de agua y goma, se observa que el mayor aumento de temperatura sigue siendo para 63° agua, lo cual sigue asociado a que para este ángulo el coeficiente de reflexión es mayor.

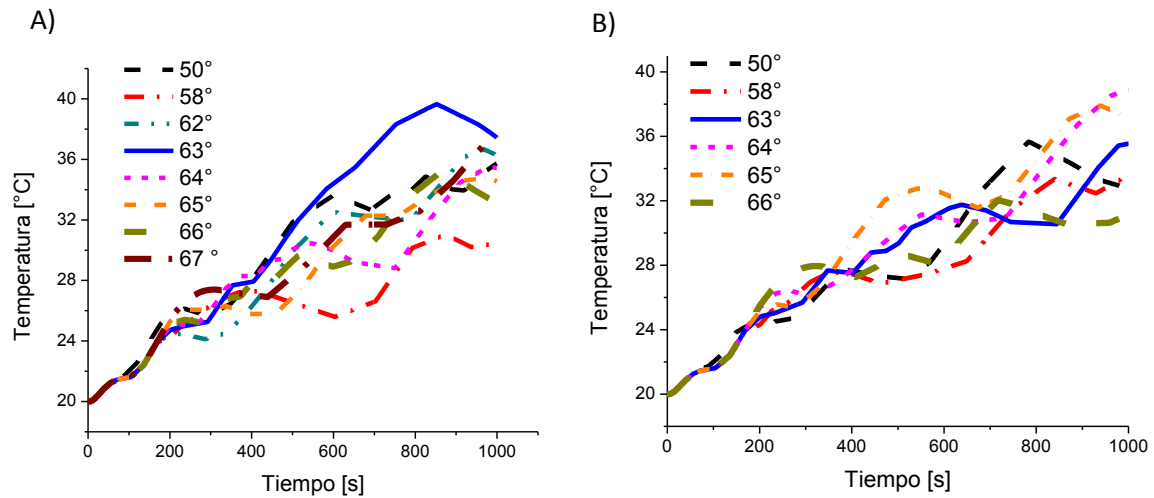


Fig. 23. Temperatura en el punto $(7.5,15,2.5) \text{ mm}$ para diferentes ángulos de incidencia, aplicando la función de calentamiento $Q(t) = 100 + 100\cos(2t)$ para: A) agua y B) goma.

Dados los resultados de los dos casos anteriores, se determina que el tren de pulsos con una $f = 0.32 \text{ Hz}$ no permite observar cambios en el comportamiento de la temperatura, debidos a cambios en el coeficiente de reflexión, generados al variar el ángulo de incidencia del calor aplicado, esto puede deberse a que el software no puede manejar un cambio abrupto de alto a bajo en la función de calentamiento.

Además se puede considerar que la función cosenoidal con una $f = 0.32 \text{ Hz}$ permite observar cambios en el comportamiento de la temperatura debido a cambios en el coeficiente de reflexión. Resultado que el mayor aumento de temperatura se presentó para un ángulo de 63° , el cual corresponde al calculado, mediante los valores de ρ, c y k reportados en la tabla 4, como el ángulo crítico para una interfaz acrílico-agua. De los resultados en las simulaciones, se comprueba que el ángulo crítico se puede conocer a través de las difusividades térmicas de los medios que componen la interfaz.

3.2 Cálculo analítico de la respuesta del sensor óptico

La temperatura en función de la posición y del tiempo para el bloque de acrílico (T_{acr}) al que se somete a un calentamiento armónico plano de la forma $\frac{Q_0}{2}[1 + \cos(\omega t)]$ y está en contacto con agua se define como:

$$T_{acr} = T_{if} + T_{Rf}. \quad (3.4)$$

Donde T_{if} y T_{Rf} son la onda térmica incidente y reflejada asociadas a la excitación $\frac{Q_0}{2}[1 + \cos(\omega t)]$. Se definen como:

$$\begin{aligned} T_{if} &= T_{ifdc} + T_{ifac} \text{ y} \\ T_{Rf} &= T_{Rfdc} + T_{Rfac}. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Donde T_{ifdc} y T_{Rfdc} son la respuesta asociada a la excitación $\frac{Q_0}{2}$, mientras que T_{ifac} y T_{Rfac} son la respuesta asociada a la excitación $\frac{Q_0}{2}\cos(\omega t)$, de la onda térmica incidente y reflejada respectivamente.

La razón de cambio de la temperatura con respecto a la posición, asociado a un escalón de flujo de calor $\frac{Q_0}{2}$, se describe como [14]:

$$\frac{dT}{dx} = -\frac{Q_0}{2k_{acr}} \left(1 - \operatorname{erf} \left(\frac{x}{2} * \sqrt{\frac{1}{D_{acr}t}} \right) \right) \quad (3.6)$$

Por lo tanto la variación de T_{ifdc} y T_{Rfdc} con respecto a la posición se definen como:

$$\frac{dT_{ifdc}}{dx} = -\frac{Q_0}{2k_{acr}} \left(1 - \operatorname{erf} \left(\frac{x}{2} * \sqrt{\frac{1}{D_{acr}t}} \right) \right) \text{ y}$$

$$\frac{dT_{iRdc}}{dx} = -\frac{Q_0 C_R}{2k_{acr}} \left(1 - \operatorname{erf} \left(-\frac{x}{2} * \sqrt{\frac{1}{D_{acr}t}} \right) \right). \quad (3.7)$$

Para el caso de la respuesta asociada a la excitación $\frac{Q_0}{2} \cos(\omega t)$, la razón de cambio de T_{ifac} y T_{Rfac} con respecto a la posición se definen como:

$$\frac{dT_{Rfac}}{dx} = -\frac{Q_0}{2k_{acr}} T_i$$

$$\frac{dT_{ifac}}{dx} = -\frac{Q_0 C_R}{2k_{acr}} T_R, \quad (3.8)$$

Finalmente la razón de cambio de la temperatura del bloque de acrílico con respecto a x , se define como:

$$\frac{dT_{acr}}{dx} = \frac{dT_{ifdc}}{dx} + \frac{dT_{iRdc}}{dx} + \frac{dT_{ifac}}{dx} + \frac{dT_{Rfac}}{dx}. \quad (3.9)$$

Al propagarse un haz láser de prueba por el bloque de acrílico en una posición (x_1, z_1) , este sufrirá una deflexión causada por el gradiente de temperatura $\left(\frac{dT_{acr}}{dx}\right)$ en esa posición, que va a depender del valor del coeficiente de reflexión en la interfaz acrílico-agua. En las siguientes secciones de este documento se explica con detalle el principio de funcionamiento del sistema basado en la foto-deflexión.

En el software Matlab se define la ecuación 3.9 y se establecen los valores para x , t , Q_0 y ω (Tabla 6), con ello se determina el gradiente de temperatura en función del tiempo para el punto $(7.5, 2.5) \text{ mm}$ en las coordenadas x y z , respectivamente. Además se emplean los valores de índice de refracción ($n_a = 1.483$) [17] y del coeficiente termo-óptico del acrílico $\left(\frac{dn}{dT} = -1.41 * 10^{-4} \frac{1}{K}\right)$ [18] reportados en la literatura y se establece un tamaño para el bloque de acrílico que determina la distancia que el haz láser de prueba se propaga. Con esta información y con especificaciones del sensor de ángulo que se empleó en el sistema experimental, se simula el decaimiento de potencia mediante la ecuación 3.11 explicada en la sección 3.3.

Tabla 6. Valores empleados en el cálculo analítico de la respuesta del sensor óptico

Variable	Valores
x	$(0 \leq x \leq 20) \text{ mm}$
t	$(0 \leq t \leq 1000) \text{ s}$
Q_0	$100 \frac{W}{m^2}$
f	0.016 Hz

La frecuencia empleada en este cálculo se disminuye con respecto a la empleada en las simulaciones con el software COMSOL, esto para poder visualizar el efecto ondulatorio en el decremento de potencia. En la Fig. 24 se muestran los resultados para el ángulo crítico de la interfaz acrílico-agua (62.82°) y para dos ángulos cercanos, se observa que la modulación de la fuente de calor genera que en el ángulo crítico haya un aumento en la amplitud de las ondas (línea roja Fig. 24).

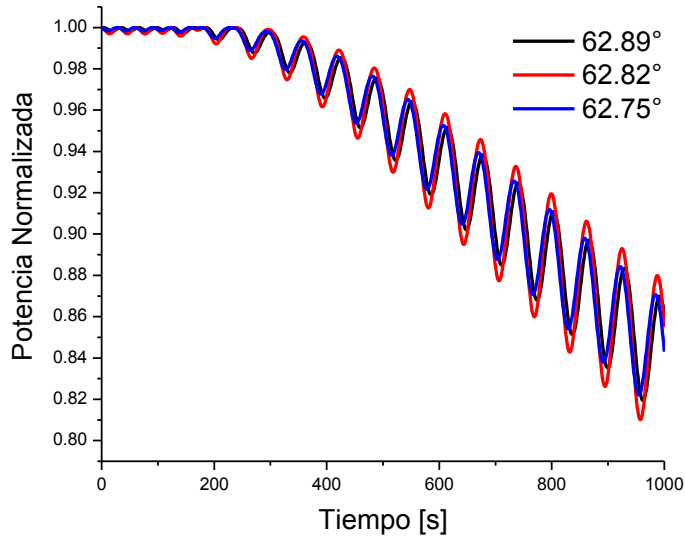


Fig. 24. Resultados analíticos de la respuesta del sensor en función del tiempo para ángulos de incidencia β_{i2} alrededor de $\beta_c = 62.82^\circ$.

Para realizar la comparación de los valores de potencia para cada ángulo de incidencia se calcula la potencia RMS (P_{RMS}) para cada curva, obteniendo para $\beta_{i2} = 62.89^\circ$ una potencia $P_{RMS} = 0.9460$, para $\beta_{i2} = 62.82^\circ$ una potencia $P_{RMS} = 0.9456$ y finalmente para $\beta_{i2} = 62.75^\circ$, una potencia $P_{RMS} = 0.9461$. Resultando de este análisis que en el ángulo crítico la potencia RMS es menor en comparación con la potencia RMS para ángulos con una diferencia de $\pm 0.07^\circ$.

3.3 Principio de funcionamiento del sensor óptico para la caracterización de difusividad térmica

Se diseña un sensor basado en el efecto de la foto-deflexión, en el cual el gradiente de temperatura, que surge de aplicar al sistema a una fuente de calor harmónico, será modificado según el valor del coeficiente de reflexión de la onda térmica en la interfaz acrílico-medio a caracterizar. Dado que el coeficiente de reflexión está en función del ángulo de incidencia de la onda, entonces el gradiente de temperatura que depende del coeficiente de reflexión estará en función del ángulo de incidencia.

Para tener una fuente de calor modulada que varíe en ángulo, se emplea una película absorbente en espacio libre irradiada periódicamente con luz blanca. La generación de calor se da mediante el efecto foto-térmico, el cual consiste en la generación de calor mediante la excitación de un cuerpo con luz, los fotones son absorbidos por el cuerpo y generan vibraciones moleculares, lo que finalmente provoca calor. La fuente de calor modulada se genera controlando el tiempo que la película absorbente es irradiada con luz blanca.

Al aplicar a la interfaz acrílico-medio a caracterizar la fuente de calor modulada, se genera en el sistema un gradiente de temperatura ($\Delta T(x)$), el cual provoca un gradiente de índice de refracción ($\Delta n(x)$). Este gradiente de índice de refracción, a su vez provoca la deflexión del haz láser de prueba que se propaga en dirección perpendicular a la conducción de calor (Fig. 25A). En la Fig. 25B se muestra el comportamiento del índice de refracción en función de la posición en x al existir un gradiente de temperatura en esta dirección. Se observa que un aumento en la temperatura genera una disminución en el índice de refracción. Este comportamiento se genera ya que el incremento de temperatura implica aumento en el volumen del material, lo que consecuentemente provoca una disminución en la densidad. Decrementos en la densidad desembocan en decrementos del índice de refracción. Dado que la luz viaja más rápido entre menor sea el índice de refracción, el haz láser de prueba se desviará con un ángulo θ hacia la zona más fría.

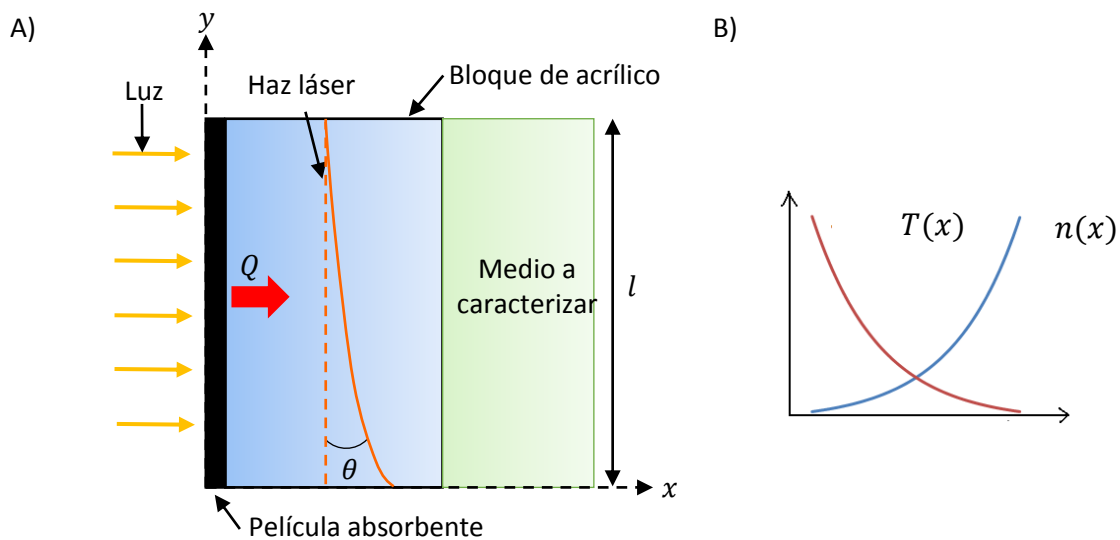


Fig. 25. Esquema del sensor basado en la foto-deflexión A) vista desde el plano xy y B) respuesta de la temperatura y del índice de refracción en función de la posición x .

El ángulo de deflexión del haz láser puede aproximarse mediante la ecuación 3.10 [14]:

$$\theta \approx \frac{1}{n} \frac{dn}{dT} \frac{dT}{dx} l \quad (3.10)$$

donde n es el índice de refracción del acrílico, $\frac{dn}{dT}$ coeficiente termo-óptico del acrílico y l es la distancia que se propaga el haz láser de prueba, es decir, la longitud del bloque en la dirección y .

La detección del ángulo de deflexión del haz láser se puede realizar con un sensor de ángulo en fibra óptica. Este sensor consiste en dos arreglos de fibra óptica-colimador, por una fibra se inyecta el haz láser de prueba, que después de colimarse, se propaga una cierta distancia y atraviesa el bloque de acrílico, finalmente es colectado con el otro arreglo colimador-fibra. En esta fibra de salida se conecta un fotodetector, el cual detecta la potencia del haz láser recolectado. Este haz láser al incidir en el centro del colimador de salida, provoca una detección de potencia máxima (Fig. 26). La potencia óptica detectada está en función del ángulo de desviación del haz.

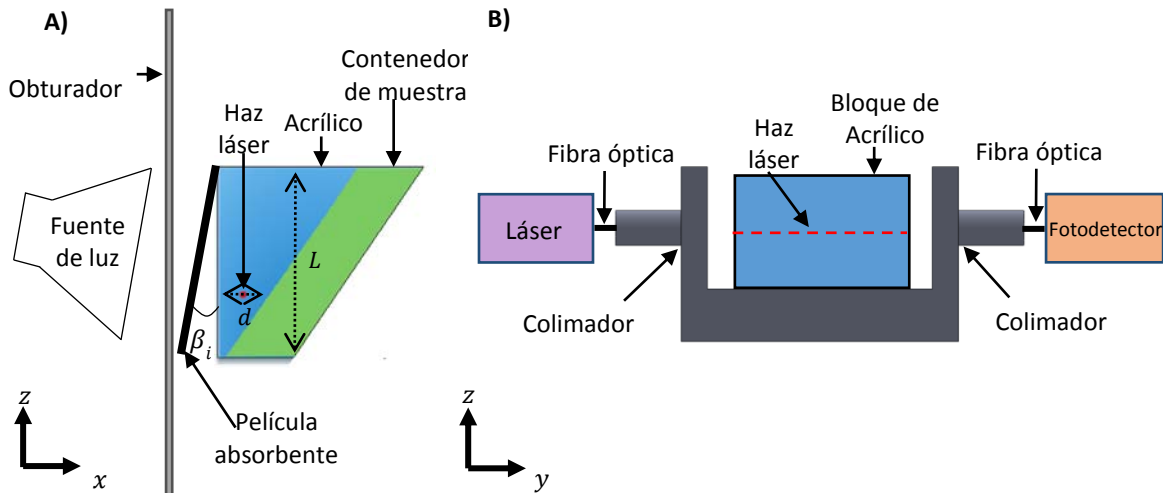


Fig. 26. Esquema del modelo del sensor A) vista del plano xz y B) vista del plano yz .

El ángulo de deflexión se percibe como un desplazamiento lineal (h) sobre el colimador de salida (Fig. 27).

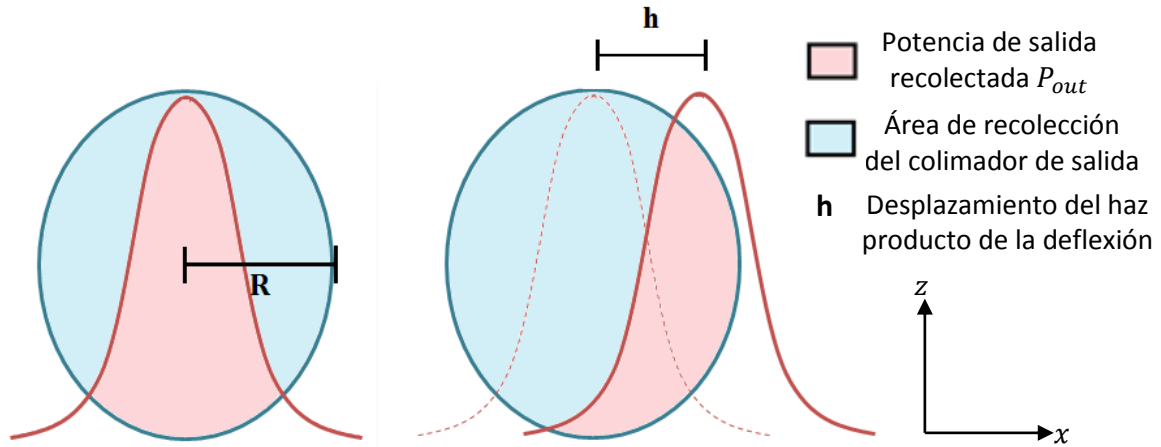


Fig. 27. Diagrama del desacoplamiento del perfil de intensidad del haz de luz y el área del colimador [19].

La potencia registrada (P_{mod}) se calcula a través de la integral de recubrimiento del haz gaussiano del modo fundamental de la fibra en dos dimensiones (xz) acotada por la circunferencia del colimador de salida de radio R [8]:

$$P_{mod} = I_0 w \sqrt{\pi} \int_{-R}^R e^{-\frac{(x-h)^2}{w^2}} \operatorname{erf}(\sqrt{R^2 - x^2}) dx, \quad (3.11)$$

Donde

$$\operatorname{erf}(\sqrt{R^2 - x^2}) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{w} \int_0^{\sqrt{R^2 - x^2}} \exp\left(-\frac{t^2}{w^2}\right) dt.$$

En la cual $\operatorname{erf}(\sqrt{R^2 - x^2})$ es la función error, w es el diámetro del haz gaussiano para el modo fundamental e I_0 es la intensidad del haz.

De esta manera, la potencia detectada depende del ángulo de deflexión, el cual está en función del gradiente de temperatura, que a su vez, responde a las propiedades térmicas de los medios, así como al ángulo de incidencia de la onda, es decir, al coeficiente de reflexión. Por lo tanto, de manera general se puede expresar que la potencia, detectada con el sensor de ángulo, está en función del coeficiente de reflexión de la onda térmica, por lo que, con su detección para cada ángulo de incidencia, se puede determinar el ángulo crítico para la interfaz acrílico-medio a caracterizar.

3.4 Resumen del capítulo

En este capítulo se presentaron los elementos requeridos en el diseño de un sensor basado en la foto-deflexión, el cual permita determinar el ángulo crítico para una interfaz acrílico-medio a caracterizar. Como elemento indispensable se tiene una fuente de calor que varíe en ángulo, se propone una película absorbente irradiada con luz. La modulación se genera mediante la obstrucción periódica de la luz que llega a la película absorbente.

La determinación del ángulo crítico de la interfaz se puede lograr al conocer el campo de temperatura en el acrílico para un barrido de ángulo de incidencia de la onda térmica. Para esto, se emplea la técnica de foto-deflexión, en la cual, el ángulo de deflexión de un haz láser de prueba que se propaga a través del acrílico, depende del gradiente de temperatura. Este ángulo de deflexión finalmente se monitoriza indirectamente a través de la potencia óptica detectada por un fotodetector.

En las simulaciones numéricas del comportamiento térmico del sistema se obtuvo que la temperatura en el bloque de acrílico responde a cambios en el valor del coeficiente de reflexión. Este valor del coeficiente de reflexión depende del medio que se ponga en contacto con el acrílico y del ángulo de incidencia de la onda. Además, se comprobó que el coeficiente de reflexión tiene un valor máximo para un ángulo de incidencia que puede ser determinado a partir de las difusividades térmicas de los medios involucrados en la interfaz.

Dado que se logró la verificación del principio planteado para poder estimar difusividad térmica, se realizaron mediciones con el sensor diseñado en este apartado, las cuales se reportan y explican en el siguiente capítulo.

CAPÍTULO 4. RESULTADOS EXPERIMENTALES

4.1 Montaje experimental

Los elementos indispensables para realizar el sensor de difusividad, basado en foto-deflexión con barrido en ángulo de incidencia de la onda térmica, son un bloque de acrílico, de tal manera de tener la interfaz acrílico-medio a caracterizar; una fuente de calor que varíe en ángulo; dos arreglos de fibra óptica-colimador; un láser y un fotodetector, para la excitación y detección del sistema.

Para la interfaz sesgada se fabricó un contenedor en un bloque de acrílico con el ángulo γ . Se manufacturan dos bloques correspondientes a los dos ángulos γ seleccionados ($\gamma = 64.7^\circ$ y $\gamma = 63.5^\circ$). El haz láser de prueba se posicionó en una coordenada (x, z) de tal manera de cumplir la condición $L \gg d$, la cual permite analizar la conducción de calor de manera unidimensional, resultando aproximadamente $L = 27 \text{ mm}$ y $d = 5 \text{ mm}$ (Fig. 28A).

Como fuente de calor se propone una película absorbente excitada con una fuente de luz blanca (Fig. 28A), la cual rota en espacio libre. Para modificar su ángulo se acopla al eje de un goniómetro cuyo eje de rotación es el eje y . La modulación de la fuente de calor se genera con un obturador, mediante el cual se logra la irradiación periódica de luz blanca a la película absorbente. Durante un periodo de tiempo Δt_1 , la ventana del obturador se posiciona para permitir el paso de la radiación electromagnética hacia la película absorbente, después, durante un periodo de tiempo Δt_2 , se gira el obturador de tal manera de obstruir la luz, esta secuencia se aplica de manera periódica, resultando en una fuente de calor modulada.

El sistema de entrada y salida de colimadores conectados a fibra óptica consiste en un U-BENCH de la marca THORLABS (FBC-1550-FC), el cual está constituido por fibra óptica SMF-28 Ultra, la cual es una fibra óptica monomodal a 1550 nm , es por ello que la fuente láser empleada tiene esta longitud de onda (Fig. 28B). Para la detección de la potencia se emplea un multímetro óptico también de la marca THORLABS (PM100D), con una cabeza detectora S154C (Ver Apéndice C). Finalmente para el registro de los datos, los cuales permiten obtener las curvas de decremento de potencia, se emplea un microcontrolador y una interfaz gráfica en LabVIEW.

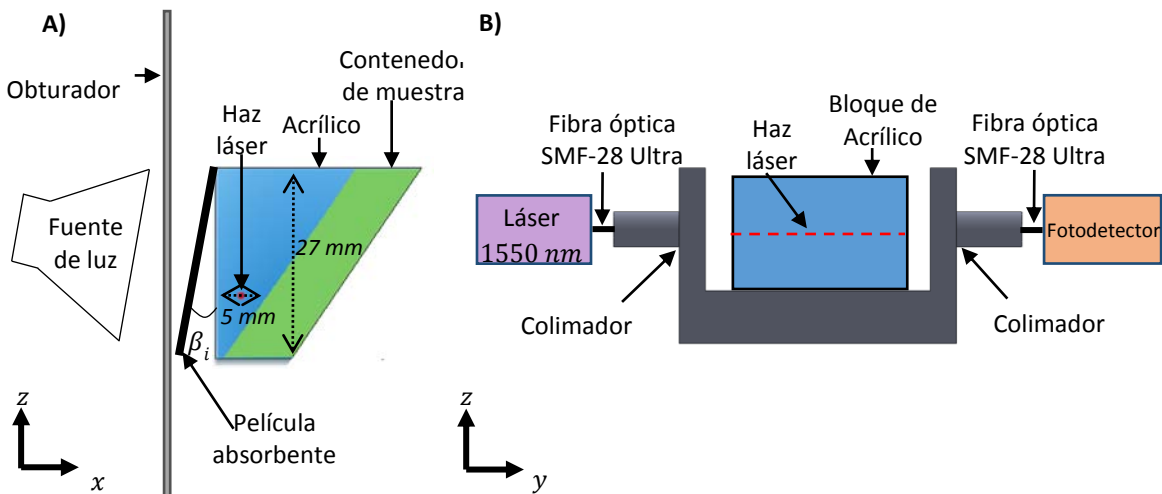


Fig. 28. Esquema del montaje experimental del sensor A) vista del plano xz y B) vista del plano yz .

En la Fig. 29 se muestra una fotografía del montaje experimental del sensor de difusividad.

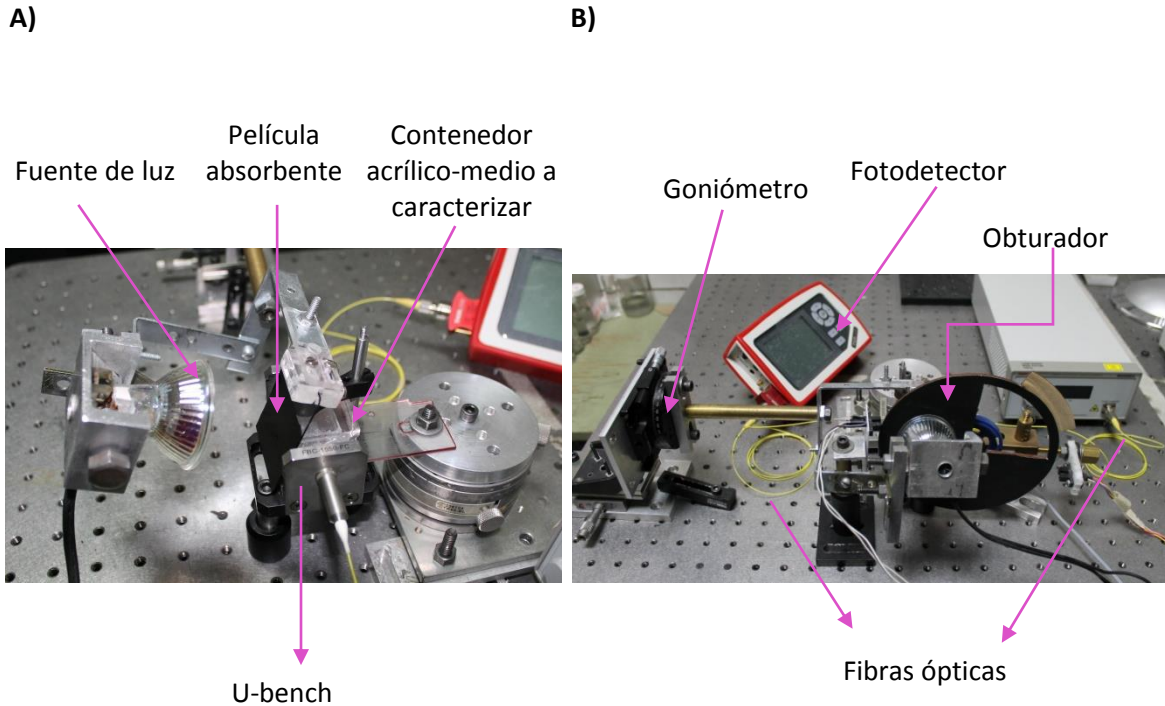


Fig. 29. Montaje experimental, vista desde el plano A) xz y B) yz .

4.2 Respuesta del sensor a un pulso de calor

La respuesta del sensor, mostrado en el capítulo anterior, está delimitada entre otros factores por el cambio en el ángulo de la fuente de calor y por su modulación. Para entender más en detalle la influencia en la respuesta del sensor a estos efectos en conjunto, se analiza inicialmente la respuesta a la variación del ángulo de incidencia sin aplicar la modulación de la fuente de calor.

Se aplica un pulso de calor al sistema, es decir, la fuente de luz se enciende en un tiempo $t_1 = 20\text{ s}$ y se apaga en un tiempo t_2 , a manera de monitorizar la prueba el tiempo necesario para detectar cambios en la respuesta del sistema. Se observa en la Fig. 30 la respuesta típica del sensor, en donde la disminución de potencia óptica detectada puede iniciar a partir del tiempo t_1 , en donde el medio a caracterizar es aire. Al apagar la fuente de calor al tiempo $t_2 = 440\text{ s}$, la potencia tiende a su valor inicial. La prueba termina en los 1000 s.

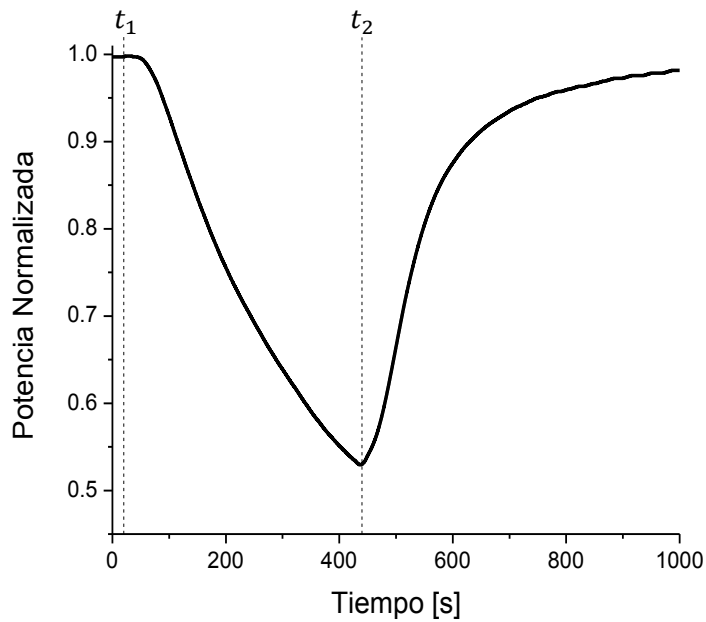


Fig. 30. Respuesta típica del sensor para un pulso de calor.

Para verificar que un ángulo de la película absorbente genera una conducción de calor suficientemente direccional en el bloque de acrílico, se tomó una imagen térmica del sistema mediante una cámara infrarroja (Fig. 31).

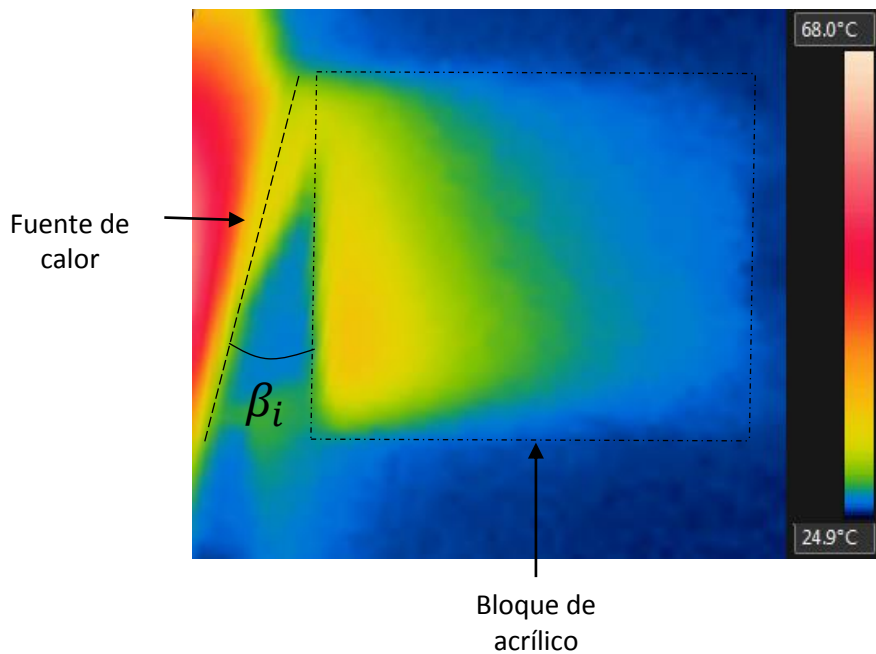


Fig. 31. Imagen térmica de la interfaz aire-acrílico donde la fuente de calor tiene un ángulo de incidencia $\beta_i = 20^\circ$.

En la Fig. 31 se observa como la conducción de calor en el bloque de acrílico cambia de dirección con respecto a la orientación de la fuente de calor, es decir, las zonas más calientes del bloque (zonas amarillas) se encuentran en los puntos donde la fuente de calor está más alejada. Esto se asocia a que existe un ángulo de refracción en la conducción de calor.

4.2.1 Caracterización de la respuesta del sensor de difusividad para un pulso de calor

Se realizaron mediciones a diferentes ángulos de la fuente de calor, estas mediciones fueron a ángulos cercanos al encontrado como el crítico para una interfaz acrílico-agua $\beta_{ct} = 62.82^\circ$ (Fig. 32). El contenedor empleado en estas mediciones tiene un ángulo $\gamma = 64.7^\circ$, en el cual el espacio entre la fuente de calor y el acrílico es mayor. Estas mediciones se realizaron para un pulso de calor, esto con la finalidad de conocer el efecto de variar el ángulo de la fuente de calor.

Mediante la ecuación 2.35 y la ecuación 2.37 se encuentra el ángulo de incidencia en la interfaz acrílico-agua.

$$\beta_{i2} = \gamma - \sin^{-1} \left(\sqrt{\frac{D_{acr}}{D_{ai}}} (\sin \beta_i) \right) \quad (4.1)$$

Variando el ángulo de incidencia en la interfaz aire-acrílico de 24° a 36° con una resolución de 4° se calcula el ángulo de incidencia en la interfaz acrílico-agua (Tabla 7).

Tabla 7. Ángulo de incidencia en la interfaz aire-acrílico (β_i) y acrílico-agua (β_{i2}) para $\gamma = 64.7^\circ$ para un paso de 4° .

β_i	β_{i2}
24°	63.1°
28°	62.8°
32°	62.6°
36°	62.3°

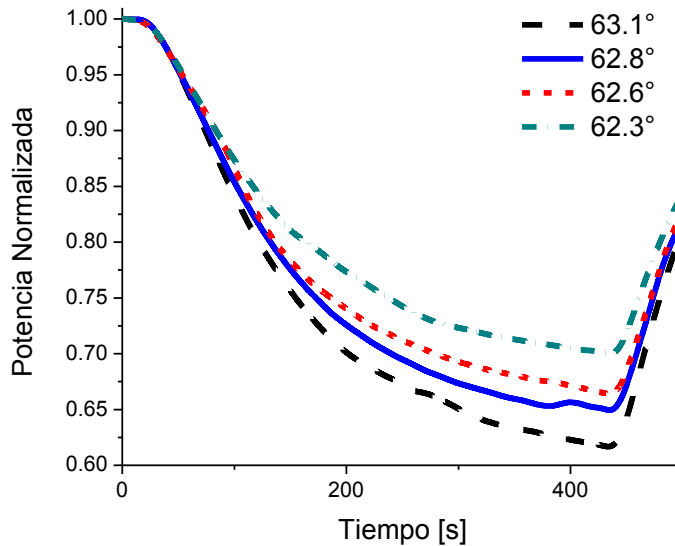


Fig.32. Respuesta del sensor a un pulso de calor para diferentes valores de β_{i2} para agua tridestilada empleando una interfaz con un ángulo $\gamma = 64.7^\circ$.

En las Fig. 32 se presenta la respuesta del sensor para diferentes ángulos de incidencia de la onda térmica, se observa que al ir aumentando el ángulo de incidencia β_i (disminución del ángulo β_{i2}), la potencia tiene un menor decremento, esto se puede explicar como una disminución en el calor aplicado dado su alejamiento del bloque. En la Fig. 33 se representa que a un mayor ángulo de la película absorbente negra, el calor en la interfaz aire-acrílico es menor, es decir, se aleja la fuente de calor. Considerando la fuente de calor como un conjunto de fuentes puntuales, este comportamiento se puede explicar a través de la ley del inverso del cuadrado, en la cual se establece que la intensidad de una fuente puntual es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia desde la fuente [20].

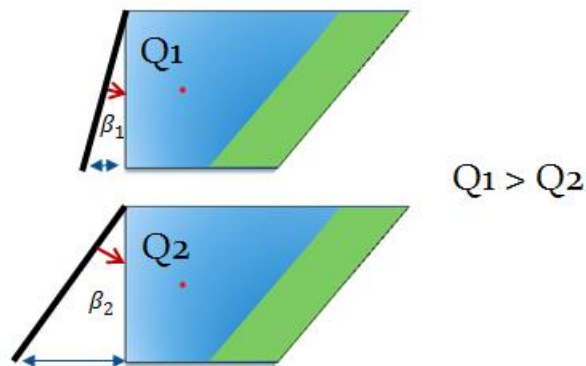


Fig. 33. Esquema de las interfaces aire-acrílico-agua, al ir variando el ángulo de la película absorbente el calor aplicado cambia.

En la Fig. 34 se muestra la respuesta del sensor a diferentes valores de flujo de calor cuando la película absorbente está a un ángulo $\beta_i = 0^\circ$, es decir, cuando la onda térmica tiene incidencia normal. Se observa que al ir aumentando Q , hay un mayor decremento de potencia. Este comportamiento resulta de que a mayor flujo de calor aplicado, aumenta el gradiente de temperatura en el bloque de acrílico, por lo tanto el ángulo de deflexión del haz láser es mayor y con ello un mayor decremento de potencia.

Los diferentes valores de flujo de calor se lograron variando, mediante un dimmer, la potencia luminosa de la fuente de luz. Esta potencia se midió con una termopila marca Melles Griot 13PEM001. La medición se realizó colocando la cabeza detectora de la termopila a la misma distancia de la fuente de luz que hay entre ésta y la película absorbente. Para estimar el flujo de calor, se asume que la eficiencia de conversión es del 100%, es decir, que toda la luz es absorbida por la película y es convertida en calor. El valor del flujo de calor se determina con el cociente de la potencia luminosa entre el área de la película absorbente [8].

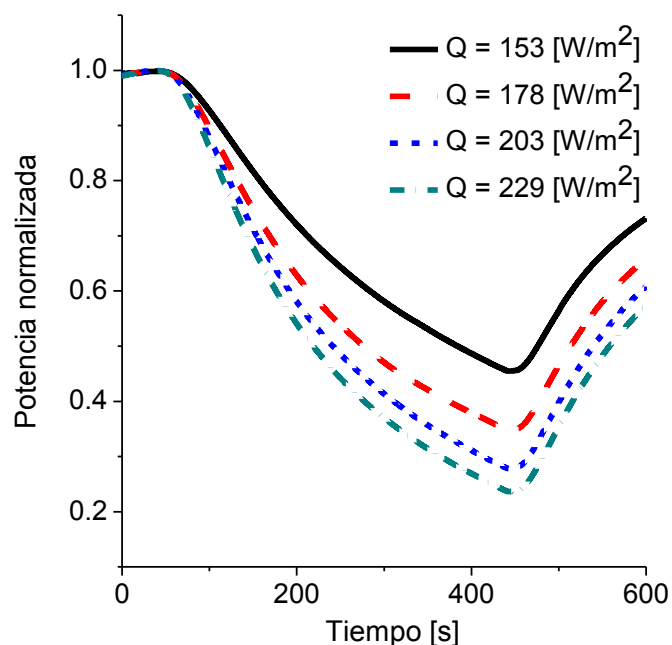


Fig. 34. Respuesta del sensor a distintos valores de flujo de calor Q para $\beta_i = 0$.

De la comparación de las Fig. 32 y 34 se observa que el comportamiento de aumentar el ángulo de la película absorbente y disminuir el calor aplicado, cuando la película está a cero grados, es similar, es decir, un aumento en el ángulo de la fuente de calor implica una disminución en el flujo de calor aplicado en la interfaz aire-acrílico y por tanto, en la interfaz acrílico-agua.

De estos resultados se puede concluir que un barrido en el ángulo de incidencia de la onda térmica implica que para cada ángulo, el calor en la interfaz acrílico-agua sea distinto, esto debido a que la fuente de calor se aleja del bloque de acrílico. Esto conlleva que las curvas de decremento de potencia para cada ángulo, además de tener asociado un valor del coeficiente de reflexión, tienen un flujo de calor aplicado diferente. Por lo tanto, el análisis de las curvas para determinar el ángulo crítico de la interfaz, requiere que primero se descarten cambios en ellas únicamente asociados a un diferente calor aplicado.

4.2.2 Respuesta del sensor a la conducción de calor para agua tridestilada

De la Fig. 32 se puede observar que mediciones realizadas a ángulos de incidencia con una resolución de 4° , no permiten extraer información que permita determinar el ángulo crítico para la interfaz acrílico-agua, por ello empleando el contenedor de la muestra con un ángulo $\gamma = 64.7^\circ$ se realizaron mediciones con una resolución de 1° .

En la Fig. 35 se muestra la respuesta del sensor para ángulos de incidencia de $24, 25, 26, 27, 28$ y 29° . Mediante la ecuación 4.1 se calcula el ángulo de incidencia en la interfaz acrílico-agua.

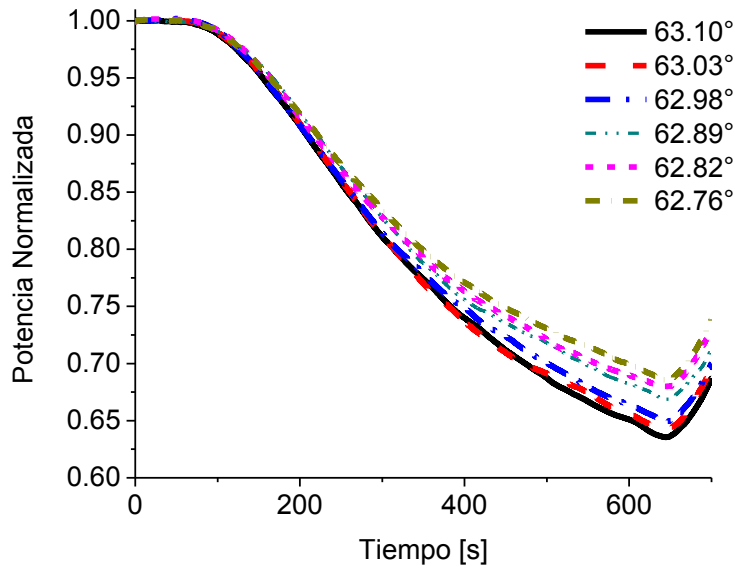


Fig. 35. Respuesta del sensor a diferentes valores de β_{i2} para agua tridestilada con una resolución de β_i de 1° .

En la Fig. 36 se muestran pruebas de repetibilidad para algunos ángulos de incidencia, se realizaron tres mediciones para cada ángulo. Primero se midieron los seis ángulos reportados en la Fig. 32, seguido se midió nuevamente $\beta_{i2} = 63.10^\circ$, luego $\beta_{i2} = 62.98^\circ$ y después $\beta_{i2} = 62.76^\circ$. Finalmente se realizó otra prueba, en la misma secuencia anterior, para cada uno de estos tres ángulos de incidencia.

La metodología de medición consistió en iniciar cada prueba a una misma temperatura y una misma potencia, para ello se midió la temperatura en un punto del bloque de acrílico, cercano al contenedor de la muestra. Entre cada prueba se esperó a que tanto la temperatura como la potencia, retornaran a su valor inicial propuesto. Las muestras empleadas se termalizaron para mantenerlas a la temperatura inicial propuesta. En la Tabla 8 se reporta el error promedio de la medición para cada ángulo de incidencia. El error se obtuvo al promediar la diferencia de potencia a cada tiempo entre la medición 1 y la medición 2:

$$E_{1,2} = \left(\frac{\sum_{i=1}^m |P_1(t_i) - P_2(t_i)|}{m} \right), \quad (4.2)$$

donde P_1 y P_2 es la potencia normalizada de la medición 1 y la medición 2, respectivamente; mientras que m es el número de datos. Posteriormente se realizó el mismo procedimiento entre las mediciones 2 y 3 y las mediciones 1 y 3. El error promedio reportado es el mayor de estos tres valores promedios.

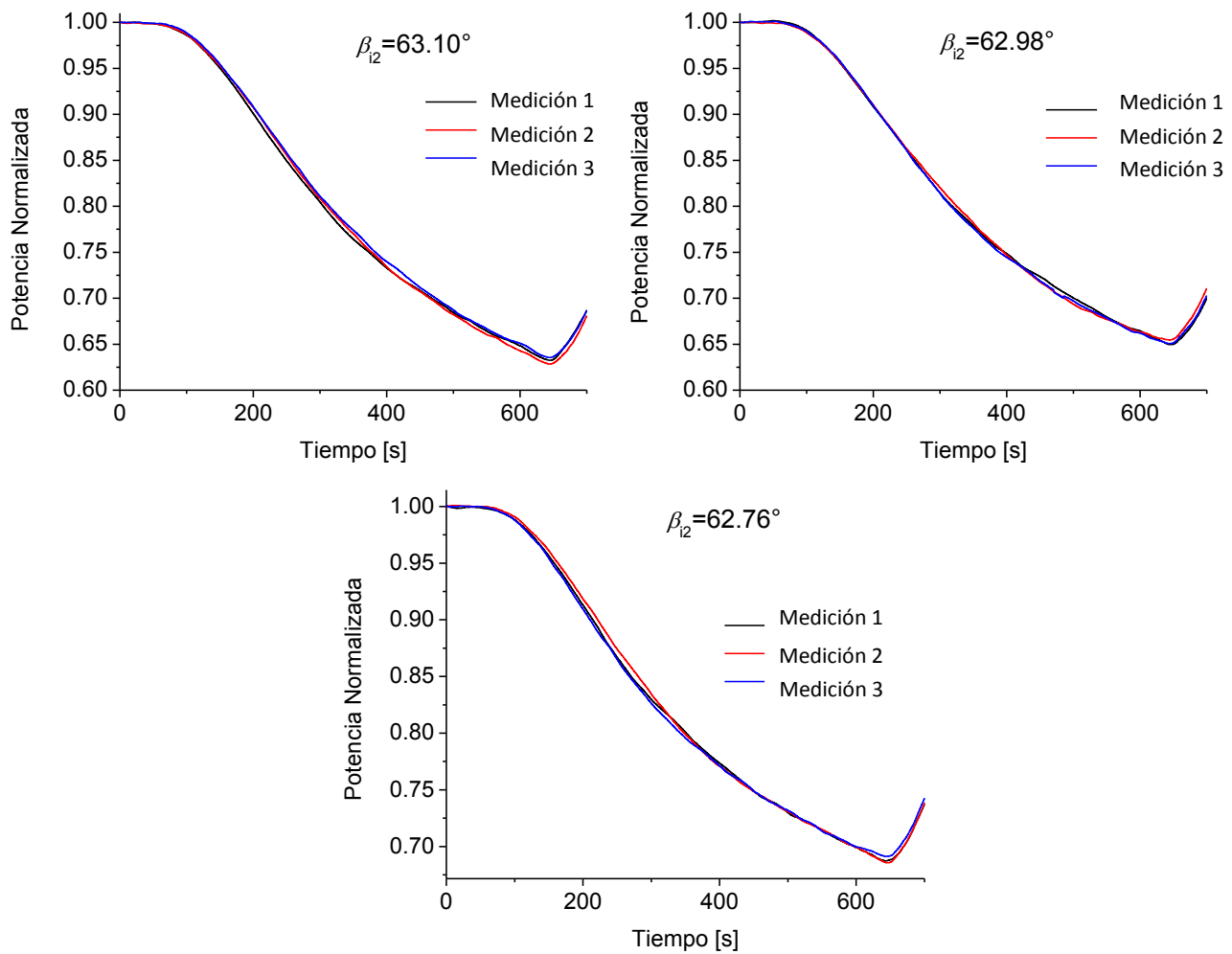


Fig. 36. Prueba de repetibilidad de la respuesta del sensor a diferentes valores de β_{i2} para agua tridestilada.

Tabla 8. Error promedio de las mediciones realizadas para cada ángulo de incidencia

β_{i2}	Error promedio
63.10°	0.0041
62.98°	0.0035
62.76°	0.0029

De los resultados para un pulso de calor se aprecia que aún con una resolución de un grado, no hay un cambio evidente en el decremento de potencia para ninguno de los ángulos de incidencia empleados, lo cual, debería suceder para el ángulo crítico. Tampoco se presentaron cambios que puedan asociarse a tener diferentes valores en el coeficiente de reflexión, dado que hay un diferente ángulo de incidencia. La respuesta para un pulso de calor no muestra evidencia sobre cambios debidos a la reflexión de la onda térmica, lo cual podría ser consecuencia de no tener una fuente de calor modulada, por lo tanto, la teoría de onda térmica puede no ser aplicable.

4.3 Respuesta del sensor a una fuente de calor transitoria

El conocer que uno de los efectos que surge de cambiar el ángulo de la fuente de calor es variar el flujo de calor aplicado en la interfaz acrílico-medio a caracterizar, permite analizar de una mejor manera las curvas obtenidas para una fuente de calor transitoria. A continuación se presenta la caracterización de la fuente calor transitoria y la respuesta del sensor con esta fuente de calor al caracterizar agua, soluciones de glicerina y tejido biológico.

4.3.1 Caracterización de la fuente de calor transitoria

A continuación se presenta la respuesta de la modulación de la fuente de calor generada al controlar el tiempo que la película absorbente es irradiada con luz. La temperatura se midió con un termopar conectado a un multímetro de la marca FLUKE, el cual tiene una resolución de $0.1\text{ }^{\circ}\text{C}$, se realizó el registro de los datos mediante una interfaz gráfica en LABVIEW.

En la Fig. 37 se presenta la temperatura en función del tiempo de la película absorbente, la línea negra corresponde a una modulación en la cual la luz es transmitida a la película durante 20 s y es obstruida durante 60 s de manera cíclica, la línea rojo corresponde a una transmisión de luz durante 10 s y una obstrucción durante 30 s de manera cíclica.

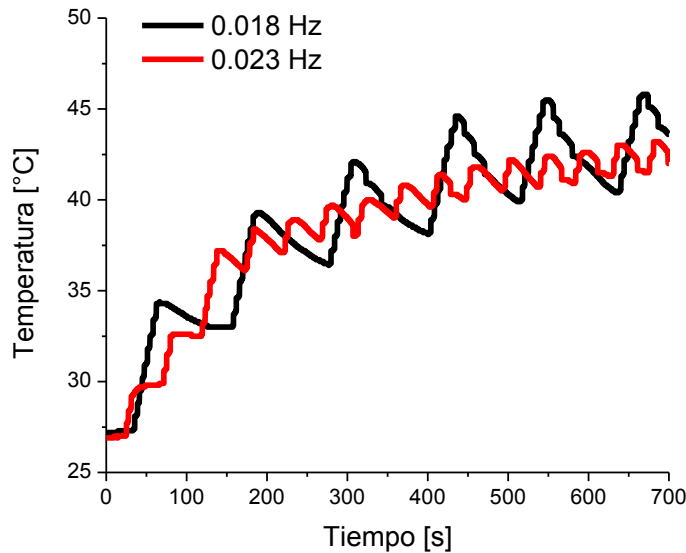


Fig. 37. Temperatura en función del tiempo en la película absorbente para dos modulaciones.

La fuente de luz como un tren de pulsos genera una función de calentamiento similar a una función diente de sierra, el periodo de esta señal no corresponde de manera directa al periodo del tren de pulsos de luz, lo cual se origina por la inercia térmica. Aunque la función de calentamiento no representa una señal cosenoidal, si tiene una frecuencia, por lo tanto se asume que es posible su uso para la generación de ondas térmicas.

A continuación se presenta la respuesta del sensor a la fuente de calor modulada empleando la función de calentamiento correspondiente a la línea negra de la Fig. 37, la cual corresponde a una frecuencia de 0.018 Hz , la cual es cercana a la ocupada en el cálculo analítico de la respuesta del sensor óptico (0.016 Hz).

4.3.2 Respuesta del sensor a la conducción de calor para agua tridestilada

Empleando el depósito con el ángulo $\gamma = 63.5^\circ$ se realizaron mediciones a diferentes ángulos de incidencia de la onda térmica, estas mediciones fueron a ángulos cercanos al encontrado como el crítico, según valores reportados en la literatura, para una interfaz acrílico-agua ($\beta_{ct} = 62.82^\circ$), para ello se modificó el ángulo de incidencia en la interfaz aire-acrílico alrededor de 10° .

Para modificar el ángulo de incidencia en la interfaz aire-acrílico alrededor de 10° , se inician las mediciones en 11° y se disminuye el ángulo con una resolución de 1° . Mediante la ecuación 4.1 se calcula el ángulo de incidencia en la interfaz acrílico-agua. En la Fig. 38 se reporta la respuesta del sensor para estos ángulos de incidencia.

Al comparar las curvas asociadas a este conjunto de ocho ángulos consecutivos, se observa que para el ángulo $\beta_{i2} = 63.10^\circ$, existe un mayor decremento de potencia. A este ángulo β_{i2} le corresponde un ángulo $\beta_i = 6^\circ$, al cual se le asocia un Q_1 , para el cual la potencia tiene un mayor decremento en comparación con $\beta_{i2} = 63.17^\circ$ ($\beta_i = 5^\circ$), al cual se le asocia un Q_2 , dado que $6^\circ > 5^\circ$, entonces $Q_1 < Q_2$, por lo tanto, el efecto causado solo por el cambio en el calor aplicado, implica que para 6° haya una menor disminución de potencia. El que este comportamiento no se presente, implica que para este ángulo el gradiente de temperatura tuvo un cambio significativo, lo que ocurre si el coeficiente de reflexión aumenta en la interfaz acrílico-agua.

Se realizaron tres mediciones más para 63.17° , 63.10° y 63.03° , resultado en los tres casos siempre un mayor decremento de potencia para el ángulo de incidencia de 63.10° , por lo tanto se descarta que este comportamiento esté asociado a un error en la medición.

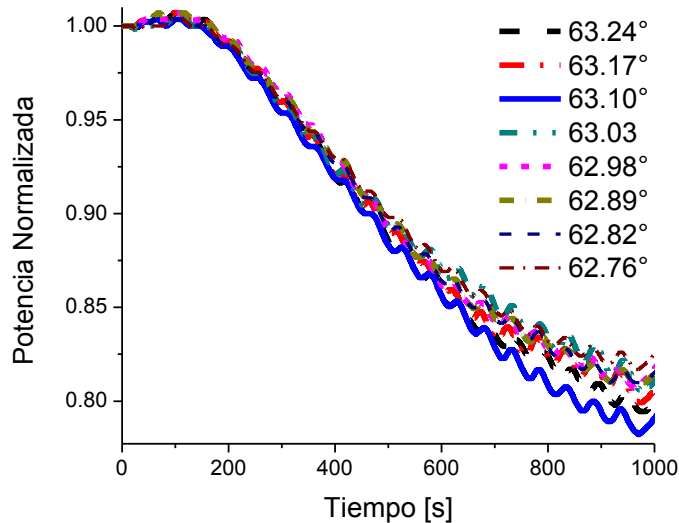


Fig. 38. Respuesta del sensor a diferentes valores de β_{i2} para agua tridestilada con una resolución de β_i de 1° .

En la Fig. 39 se reporta la potencia normalizada RMS de las curvas mostradas en la Fig. 38, la cual se calcula para los últimos 300 s de la medición, esto ya que la respuesta del sensor, al modificar el ángulo de incidencia, muestra mayores diferencias hacia el final de las pruebas. Se observa que el ángulo para el cual la potencia RMS tiene su menor valor es $\beta_{i2} = 63.10^\circ$, se determina éste como el ángulo crítico para la interfaz acrílico-agua.

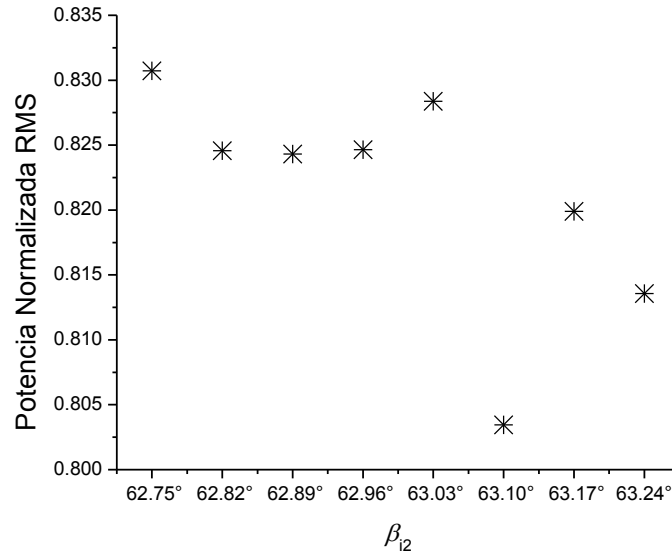


Fig. 39. Potencia normalizada RMS de la respuesta del sensor a diferentes valores de β_{i2} para agua tridestilada.

Finalmente, empleando el ángulo crítico encontrado para la interfaz acrílico-agua se calcula la difusividad térmica del agua:

$$D_a = \frac{D_{acr}}{(\sin\beta_c)^2} = \frac{0.11 * 10^{-6}}{\sin(63.10^\circ)^2} = 0.1383 * 10^{-6} \frac{m^2}{s}$$

Comparando el valor de difusividad térmica estimado experimentalmente para el agua con el reportado en la literatura [13], se tiene un error relativo porcentual de 0.5%

4.3.3 Respuesta del sensor a la conducción de calor para soluciones de glicerina-agua.

Para observar como el ángulo crítico está en función de la difusividad térmica del medio a caracterizar, se realizan mediciones para soluciones de glicerina-agua a diferentes concentraciones (Tabla 9), en las cuales la difusividad térmica está en función de la concentración [2].

$$D_s = pD_g + (1 - p)D_a. \quad (4.3)$$

Donde D_s , D_g y D_a son la difusividad térmica de la solución, de la glicerina y del agua respectivamente, mientras que p es la fracción másica. Se emplea el valor de D_a encontrado experimentalmente y el valor de difusividad de la glicerina reportado en la literatura $D_g = 0.940 * 10^{-7} \frac{m^2}{s}$ [21].

Tabla 9. Difusividad térmica teórica para soluciones acuosas con diferentes fracciones másicas de glicerina.

Solución	$p * 100 \%$	$D_s * 10^{-6} \left[\frac{m^2}{s} \right]$
s_1	0.8	0.1379
s_2	1.2	0.1377
s_3	1.6	0.1375

Debido a que la difusividad térmica de las soluciones se espera por debajo de la del agua, se realizan mediciones a ángulo $\beta_i > 63.10^\circ$ (Fig. 15). Mediante la ecuación 4.1 se calcula el ángulo de incidencia en la interfaz acrílico-agua.

En la Fig. 40 se reporta la potencia RMS para las mediciones realizadas con las soluciones de glicerina a diferentes concentraciones (Tabla 9). Determinando el ángulo crítico de la interfaz acrílico-solución como el ángulo para el cual la potencia RMS tiene el mínimo valor, se encuentra que para la solución s_1 , el ángulo crítico es de $\beta_c = 63.24^\circ$. Para la solución s_2 , el ángulo crítico es de $\beta_c = 63.31^\circ$ y finalmente para la solución s_3 , el ángulo crítico es de $\beta_c = 63.38^\circ$.

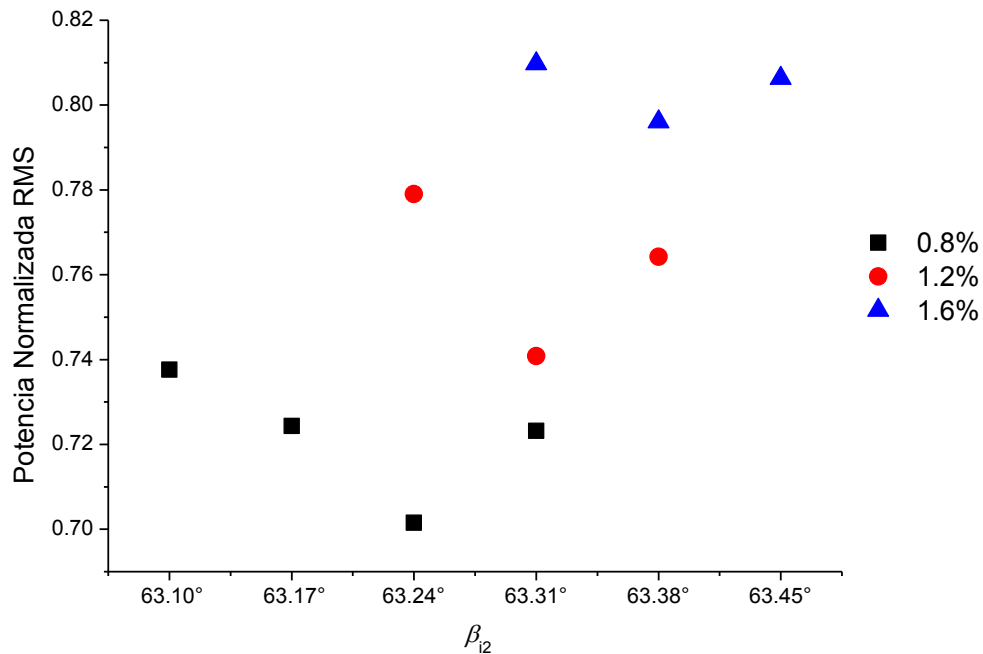


Fig. 40. Potencia normalizada RMS de la respuesta del sensor a diferentes valores de β_{i2} para soluciones de glicerina-agua a concentraciones de 0.8%, 1.2% y 1.6%.

Mediante la ecuación 2.38 y los valores de ángulos críticos determinados, se estima la difusividad térmica para cada solución (Tabla 10). Se realiza una comparación entre los resultados teóricos y los experimentales para las tres soluciones acuosas de glicerina y se determina un error relativo máximo de 0.07%.

Tabla 10. Difusividad térmica teórica y experimental para soluciones acuosas con diferentes fracciones másicas de glicerina.

<i>Solución</i>	$p * 100 \%$	$D_s * 10^{-6} \left[\frac{m^2}{s} \right]$	$D_{se} * 10^{-6} \left[\frac{m^2}{s} \right]$	<i>Error relativo</i>
s_1	0.8	0.1379	0.1379	0%
s_2	1.2	0.1377	0.1378	0.07%
s_3	1.6	0.1375	0.1376	0.07%

De los resultados de difusividad térmica obtenidos para el agua y las soluciones acuosas de glicerina a diferentes concentraciones, se puede concluir que el sensor basado en el efecto de la foto-deflexión, permite una buena caracterización del ángulo crítico para una interfaz acrílico-medio a caracterizar y con ello una buena estimación de la difusividad térmica.

Realizando la validación del método y del sistema propuesto para la estimación de difusividad térmica, se realizan mediciones de tejido biológico.

4.3.4 Respuesta del sensor a la conducción de calor para tejido biológico

Uno de los objetivos de este trabajo de tesis era la caracterización de difusividad térmica de tejido biológico. Para esto, se realizó la validación del sensor para la estimación de difusividad térmica empleando un material con propiedades térmicas conocidas. La elección de que este material de referencia fuera agua, se realizó en función de que el tejido biológico tiene propiedades térmicas semejantes a las del agua.

En la literatura se ha reportado que el agua y el tejido tienen una alta semejanza tanto en sus valores de difusividad térmica, como en la ecuación que describe la variación de la difusividad en función de la temperatura [2]. El tejido caracterizado en este trabajo fue hígado, para el cual se ha reportado un contenido de agua entre el 70 y el 80% [22], este alto contenido de agua explica que sus propiedades térmicas sean semejantes.

Se han reportado valores de difusividad térmica para hígado de diferentes especies, los cuales tienen un rango desde $0.1240 * 10^{-6} \frac{m^2}{s}$ hasta $0.14 * 10^{-6} \frac{m^2}{s}$ (ver Tabla 11). Dado que la mayor parte de este rango de valores se encuentra por debajo de la difusividad térmica del agua, se realizan mediciones inicialmente para ángulos $\beta_i > 63.10^\circ$ (Fig. 15).

A continuación se presentan los resultados obtenidos de medir hígado de rata de la cepa Wistar, el cual está fijado con una solución de formol amortiguado al 3.8%. La fijación del tejido se logra mediante la remoción de las moléculas de agua y el establecimiento de puentes moleculares, lo

cual permite mantenerlo sin descomposición por varios años y con ello se pueden realizar mediciones subsecuentes por tiempos prolongados [23].

El comportamiento térmico de tejido fijado en formol es diferente al de tejido considerado como fresco, el cual, por lo general se mantiene en soluciones salinas como el amortiguador fosfato salino (PBS por sus siglas en inglés), lo que permite su conservación durante algunas horas [24]. Dado que la solución empleada para la conservación del tejido influye en su conducción de calor, es posible que los resultados de difusividad térmica determinados con el sensor discrepen de los reportado en la literatura para tejido fresco.

En la Fig. 41 se muestra la respuesta del sensor para el hígado de rata para ángulos $63.17^\circ \leq \beta_{i2} \leq 63.45^\circ$. Se observa un mayor decremento de potencia para $\beta_{i2} = 63.31^\circ$.

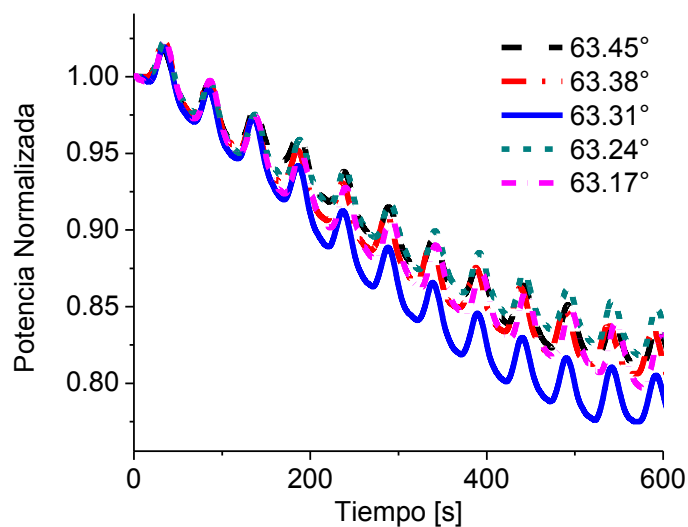


Fig. 41. Respuesta del sensor a diferentes valores de β_{i2} para hígado de rata fijado en formol.

En la Fig. 42 se reporta la potencia RMS de las curvas mostradas en la Fig. 41, se observa que el ángulo para el cual la potencia RMS tiene su menor valor es $\beta_{i2} = 63.31^\circ$, se determina éste como el ángulo crítico para la interfaz acrílico-hígado.

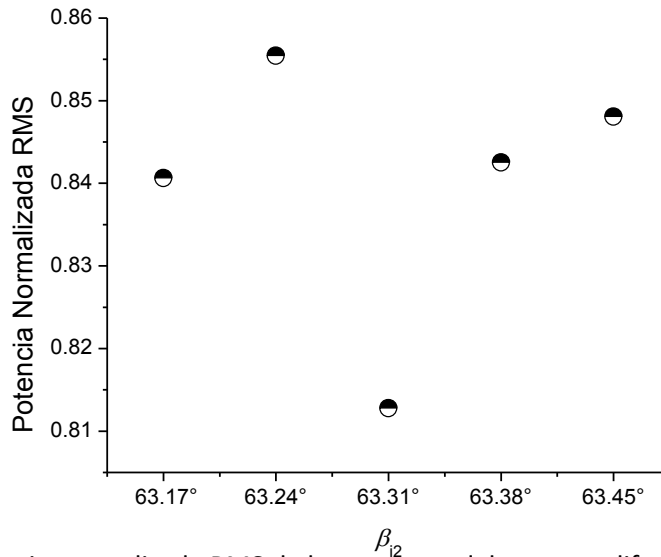


Fig. 42. Potencia normalizada RMS de la respuesta del sensor a diferentes valores de β_{12} para hígado de rata fijado en formol.

Calculando la difusividad térmica para el $\beta_c = 63.31^\circ$, resulta en $D_h = 0.1378 * 10^{-6} \frac{m^2}{s}$. En la Tabla 11 se reporta tanto la difusividad térmica de hígado de diferentes especies reportada en la literatura, como la difusividad térmica estimada en este trabajo para hígado de rata, la cual se encuentra dentro del rango de valores reportados para el hígado de humano. Para esta estimación no es posible calcular un error, esto ya que no se cuenta con un valor de difusividad térmica reportado en la literatura para hígado de rata fijado en formol.

Tabla 11. Difusividad térmica de hígado

Especie	Difusividad térmica *	
	$10^{-6} \left[\frac{m^2}{s} \right]$	
	Literatura [2,22]	Este trabajo
Cerdo	0.1240	-
Conejo	0.1370	-
Humano	0.13 – 0.14	-
Rata	-	0.1378

El resultado de difusividad térmica que se calcula a partir de determinar el ángulo crítico para la interfaz acrílico-hígado se encuentra dentro del rango de difusividades reportadas para hígado. Por lo tanto una de las potenciales aplicaciones de la caracterización de difusividad térmica a partir de mediciones de conducción de calor con una fuente modula, es el diagnóstico de enfermedades en el tejido. Aunque se realizan mediciones con tejido fijado en formol, se espera que el efecto del formol sobre la difusividad térmica sea constante y por lo tanto permita encontrar diferencias entre tejidos causadas por alteraciones estructurales o de composición.

4.4 Resumen del capítulo

En este capítulo se estimó, mediante mediciones realizadas con el sensor basado en el efecto de la foto-deflexión, diseñado en los capítulos anteriores, la difusividad térmica de agua tridestilada, resultando de $0.1383 * 10^{-6} \frac{m^2}{s}$, con un error relativo porcentual de 0.5% comparada con el valor reportado en la literatura [13]. Además, se estimó la difusividad térmica de soluciones acuosas de glicerina, obteniendo un valor de 0.1379, 0.1378 y $0.1376 * 10^{-6} \frac{m^2}{s}$ para una concentración de 0.8, 1.2 y 1.6% respectivamente, estos valores comparados con el valor teórico presentan un error relativo máximo de 0.07% . Finalmente se estimó la difusividad térmica de hígado de rata fijado en formol, obteniendo $0.1378 * 10^{-6} \frac{m^2}{s}$.

CONCLUSIONES

En este trabajo de tesis se estimó la difusividad térmica mediante un sensor basado en el efecto de la foto-deflexión empleando la interpretación de ondas térmicas. Al modelar el calor como una onda se aplican los principios de reflexión, refracción y dispersión. Se abordó la reflexión de las ondas térmicas y se estudió el comportamiento del coeficiente de reflexión en función del ángulo de incidencia de la onda en una interfaz con el medio a caracterizar. De la definición matemática del coeficiente de reflexión, se dedujo que existe un ángulo de incidencia para el cual tiene su valor máximo, este ángulo depende únicamente de las difusividades térmicas de los medios involucrados en la interfaz y se conoce como ángulo crítico. En este proyecto se diseñó un sensor basado en el efecto de la foto-deflexión con el que se determinó el ángulo crítico de una interfaz acrílico-medio a caracterizar y con ello se estimó la difusividad térmica del medio.

Se realizaron simulaciones numéricas del comportamiento térmico del sistema, para ello se modeló una interfaz sesgada acrílico-medio a caracterizar y se aplicó una fuente de calor modulada. Al comparar la respuesta obtenida para agua tridestilada y goma para diferentes ángulos de incidencia, se determinó que el campo de temperatura en el acrílico estaba determinado no solo por los valores de las propiedades térmicas de los medios, sino también por el ángulo de incidencia de la fuente de calor, es decir, por el valor del coeficiente de reflexión. Finalmente de las simulaciones se comprobó que existía un mayor aumento en la temperatura de acrílico para el ángulo de incidencia correspondiente al ángulo crítico calculado a partir de las difusividades térmicas del acrílico y el agua.

Se realizó un cálculo analítico de la respuesta del sensor y se determinó la respuesta en potencia a una fuente de calor modulada. Se simuló diferentes ángulos de incidencia alrededor del crítico para la interfaz acrílico-agua y se observó que para el ángulo crítico existe un mayor decremento de potencia.

Se determinó el ángulo crítico para la interfaz acrílico-agua, este se caracterizó al comparar un conjunto de curvas de decremento de potencia obtenidas para diferentes ángulos de la fuente de calor (ángulos consecutivos con una resolución de 1°), el ángulo para el cual existiera un mayor decremento de potencia se determinó como el ángulo crítico. Resultó un $\beta_c = 63.10^\circ$ con el cual se calculó la difusividad térmica del agua en $0.1383 * 10^{-6} \frac{m^2}{s}$, la cual tiene un error relativo porcentual de 0.5% con respecto a la reportada en la literatura [13].

Se realizaron mediciones de soluciones glicerina-agua a diferentes concentraciones y se determinó el ángulo crítico para cada solución y con ello su difusividad térmica. Los valores estimados se compararon con los teóricos, que fueron obtenidos según la ecuación que describe la difusividad térmica en función de la fracción másica. Se obtuvo un error relativo porcentual máximo del 0.07%.

Validando el uso del sensor para la estimación de difusividad térmica, se realizaron mediciones de hígado de rata fijado en formol, obteniendo un $\beta_c = 63.31^\circ$, que resulta en una difusividad térmica de $0.1378 * 10^{-6} \frac{m^2}{s}$. Este valor se encuentra dentro del rango de valores reportados en la literatura para la difusividad térmica de hígado.

De los resultados de difusividad térmica obtenidos para agua, soluciones acuosas de glicerina a diferentes concentraciones y tejido biológico, se puede concluir que el sensor basado en el efecto de la foto-deflexión permite una buena caracterización del ángulo crítico para una interfaz acrílico-medio a caracterizar y con ello permite una buena estimación de la difusividad térmica.

Con este sensor se logró la caracterización de muestras sin la necesidad de aplicarles radiación directa o incrustarles puntas de pruebas, lo cual es relevante en la caracterización de tejido biológico, ya que se evita generarles daños irreversibles que impidan su posterior uso. La elevación de temperatura que presentó el material a caracterizar durante su evaluación no excedió los 8°C , lo cual además de evitar daños físicos, evita que las propiedades térmicas tengan grandes variaciones por su inherente dependencia con la temperatura.

El sensor óptico propuesto en este proyecto permite la estimación de difusividad térmica con una buena exactitud, siendo un método de evaluación no destructivo, compacto y de bajo costo, cuya única desventaja es el largo tiempo requerido para obtener el grupo de mediciones que permiten determinar el ángulo crítico, el cual es aproximadamente de 30 minutos para cada medición.

La potencial aplicación de este sistema es en la evaluación de alteraciones en tejido biológico causadas por enfermedades, lo cual podría ser empleado como una técnica cuantitativa en el diagnóstico temprano. El diagnóstico de fibrosis en tejido hepático así como el monitoreo en terapias foto-dinámicas son unas de sus aplicaciones viables.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] S. Kalpakjian y S. R. Schmid. *Manufactura, ingeniería y tecnología*. México: Pearson Educación, 2002, pp. 90-95.
- [2] J. W. Valvano, J. R. Cochran y K. R. Diller. Thermal conductivity and diffusivity of biomaterials measured with self-heated thermistors. *International Journal of Thermophysics*, Vol. 6, No. 3, pp. 301-311, 1985.
- [3] S. A. Telenkov, J. Youn, D. M. Goodman, A. J. Welch y T. E. Milner. Non-contact measurement of thermal diffusivity in tissue. *Physics in Medicine and Biology*, Vol. 46, pp. 551–558, 2001.
- [4] J. Wang y M. Fiebig. Absolute measurements of the thermal diffusivity of aqueous solutions of sodium chloride. *International Journal of Thermophysics*, Vol. 19, No. 1, pp. 15-25, 1998.
- [5] A. G. Arroyo, C. S. Pérez, N. A. García y C. P. Barba. Optical Characterization of Thermal Properties of Biological Tissue. Presentado en el 8° Encuentro Iberoamericano de Óptica y el 11° Encuentro Latinoamericano de Óptica, Láseres y sus Aplicaciones, Portugal, 2013.
- [6] M. Bertolotti, G. L. Liakhou, R. L. Voti, S. Paoloni y C. Sibilía. Thermal wave reflection and refraction: Theoretical and experimental evidence. *Journal of Applied Physics*, Vol. 85, No. 7, pp. 3540-3545, 1999.
- [7] M. L. Shendeleva. Determination of thermal diffusivity using the critical angle in thermal wave reflection at an interface. *Review of Scientific Instruments*, Vol. 74, No. 1, pp. 430-432, 2003.
- [8] A. J. G. Arroyo. *Propiedades térmicas de tejido biológico a partir de mediciones ópticas de flujo de calor utilizando fibra óptica*. Universidad Nacional Autónoma de México: Tesis de Maestría, 2013.
- [9] J. D. Wilson y A. J. Buffa. *Física*. México: Pearson Educación, 2003.
- [10] D. P. Almond y P.M. Patel. *Photothermal Science and Techniques*. Reino Unido: Chapman and Hall, 1996.
- [11] R. B. Grajales. *Transferencia molecular de calor, masa y/o cantidad de movimiento*. Colombia: Universidad Nacional de Colombia sede Manizales, 2008.
- [12] D.W. Hahn y M. N. Ozisik. *Heat Conduction*. Estados Unidos de América: John Wiley, 2012.
- [13] V. V. Komarov. *Handbook of dielectric and thermal properties of materials at microwave frequencies*. Reino Unido: Artech House, 2012.
- [14] P. Thomas, R. S. E. Ravindran y K. B. R. Varma. Structural, thermal and electrical properties of poly (methyl methacrylate)/CaCu₃Ti₄O₁₂ composite sheets fabricated via melt mixing. *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, Vol.115, No. 2, pp. 1311–1319, 2013.

- [15] G. E. S. Romero, A. G. Valenzuela, C. S. Pérez, J. H.-Cordero y K. L. Muratikov. Device for characterization of thermal effusivity of liquids using photothermal beam deflection. *Review of Scientific Instruments*, Vol. 78, No. 101901, pp. 1-7, 2007.
- [16] J. Shen, A. Mandelis y B. D. Aloysius. Thermal-Wave Resonant-Cavity Measurements of the Thermal Diffusivity of Air: A Comparison Between Cavity-Length and Modulation-Frequency Scans. *International Journal of Thermophysics*, Vol. 17, No. 6, pp.1241-1254, 1996.
- [17] S. N. Kasarova, N. G. Sultanova, C. D. Ivanov e I. D. Nikolov. Analysis of the dispersion of optical plastic materials. *Optical Materials*, Vol. 29, pp. 1481–1490, 2007.
- [18] P. A. Soave, R. A. F. Dau, M. Re. Becker y M. B. P. F. Horowitz. Refractive index control in bicomponent polymer films for integrated thermo-optical applications. *Optical Engineering*, Vol. 48, No.124603, pp. 1-6, 2009.
- [19] C. G. Cadena, M. A. Reyes y C. S. Pérez. Sensor de ángulo basado en fibra óptica. Presentado en el Congreso de Instrumentación, México, 2014.
- [20] P. L. Yong. *Pacific Physics*. Singapur: PanPac Education, 2006.
- [21] J. M. Y. Limón, R. M. Mondragón, O. M. Flores y R. F. Farias. Thermal diffusivity studies in edible commercial oil using thermal lens spectroscopy. *Superficies y Vacío*, Vol. 18, No. 1, pp. 31-37, 2005.
- [22] R. L. McIntosh y V. Anderson. A comprehensive tissue properties database provided for thermal assessment of a human rest. *Biophysical Reviews and Letters*, Vol. 5, No. 3, pp. 129-151, 2010.
- [23] N. G. Alemán. Caracterización de propiedades térmicas de tejidos biológicos por deflexión fototérmica. Universidad Nacional Autónoma de México: Tesis de Licenciatura, 2014.
- [24] A. D. L. Hernández, C. G. Cadena, N. A. García, A. P. García, E. G. Herrera, J. H. Ruiz y C. S. Pérez. Análisis de los efectos de la preservación en PBS y la fijación en formol en la conducción de calor de tejido. Presentado en el Congreso Nacional de Ingeniería Biomédica, México, 2015.

APENDICE A

Generación y propagación de ondas térmicas

Considerando un medio isotrópico, semi-infinito en el que se aplica un calentamiento harmónico plano de la forma:

$$Q = \frac{Q_0}{2} [1 + \cos(\omega t)] \quad (1A)$$

Q_0 : intensidad de la fuente

ω : frecuencia angular de la fuente de calor

t : tiempo

Si la superficie calentada se encuentra en el plano yz , para $x = 0$, la distribución de temperatura dentro del sólido puede ser obtenida resolviendo la ecuación de difusión de calor en x y t :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{1}{D} \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (2A)$$

Aplicando condiciones de frontera, $x = 0$ y $t > 0$:

$$-k \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{Q_0}{2} [1 + \cos(\omega t)] = \text{Re} \left\{ \frac{Q_0}{2} [1 + \exp^{i\omega t}] \right\} \quad (3A)$$

El calentamiento se divide en dos partes:

$$\frac{Q_0}{2} \text{ Produce un incremento de temperatura}$$

$$\frac{Q_0}{2} [\exp^{i\omega t}] \text{ Produce una modulación}$$

Para resolver la ecuación 1A se asume que la componente periódica tiene una solución de la forma:

$$T(x, t) = \text{Re} (T(x) \exp^{i\omega t}) \quad (4A)$$

Derivando la ecuación 4A con respecto a t y x :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = i\omega T(x) \exp^{i\omega t} \quad (5A)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{d^2 T(x)}{dx^2} \exp^{i\omega t} \quad (6A)$$

Sustituyendo las ecuaciones 5A y 6A en la ecuación 2A:

$$\exp^{i\omega t} \left(\frac{d^2 T(x)}{dx^2} - \frac{1}{D} i\omega T(x) \right) = 0 \quad (7A)$$

Descartando el factor exponencial de tiempo, la solución general para la dependencia espacial de la temperatura puede escribirse de la forma:

$$T(x) = Ae^{-\sigma x} + Be^{\sigma x} \quad (8A)$$

Donde $\sigma = (1 + i) \left(\frac{\omega}{2\alpha} \right)^{\frac{1}{2}}$, A y B son constantes arbitrarias. Para evaluar estas constantes, se nota que cuando x tiene a infinito, $T(x)$ debe ser finito y por lo tanto B debe ser cero. Para evaluar A se aplican condiciones de frontera, si el flujo es continuo para $x = 0$:

$$\frac{Q_0}{2} = -k \frac{\partial T(x)}{\partial x} = (-k)(-\sigma) A e^{-\sigma x}$$

$$A = \frac{Q_0}{2k\sigma}$$

$$T(x, t) = \frac{Q_0}{2k\sigma} e^{(-\sigma x + i\omega t)}$$

$$T(x, t) = \frac{Q_0}{2\sqrt{\rho c k \omega}} e^{\left(-x \sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}}\right)} e^{i\left(\omega t - x \sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}} - \frac{\pi}{4}\right)} \quad (9A)$$

APENDICE B

Reflexión y refracción de ondas térmicas

Asumimos que la frontera separando dos medios está en $x = 0$, y que la onda térmica plana incidente, reflejada y transmitida hacen un ángulo β_i , β_r y β_t con respecto al eje x .

Las expresiones para la temperatura asociada a la onda térmica plana incidente, reflejada y transmitida son:

$$\begin{aligned} T_i &= A e^{-\sigma_1 x \cos \theta_i - \sigma_1 y \sin \theta_i + i \omega t} \\ T_r &= A C_R e^{\sigma_1 x \cos \theta_r - \sigma_1 y \sin \theta_r + i \omega t} \\ T_t &= A C_T e^{-\sigma_2 x \cos \theta_t - \sigma_2 y \sin \theta_t + i \omega t} \end{aligned} \quad (1B)$$

Donde A es la amplitud inicial de la onda térmica incidente, C_R y C_T son los coeficientes de reflexión y transmisión de la onda térmica de la interfaz $x = 0$. Por la continuidad de temperatura para la interfaz $x = 0$, tenemos:

$$A e^{-\sigma_1 y \sin \theta_i} + A C_R e^{-\sigma_1 y \sin \theta_r} = A C_T e^{-\sigma_2 y \sin \theta_t} \quad (2B)$$

Como esta condición es cierta para todas las posiciones z a través del plano de la interfaz, los exponentes de la ecuación pueden ser igualados:

$$\sigma_1 y \sin \theta_i = \sigma_1 y \sin \theta_r = \sigma_2 y \sin \theta_t$$

De esta manera resulta la ley de la reflexión y refracción:

$$\sigma_1 y \sin \theta_i = \sigma_1 y \sin \theta_r$$

$$\text{Ley de la reflexión: } \theta_i = \theta_r \quad (3B)$$

$$\sigma_1 y \sin \theta_r = \sigma_2 y \sin \theta_t$$

$$\text{Ley de la refracción: } \sigma_1 \sin \theta_r = \sigma_2 \sin \theta_t \quad (4B)$$

El flujo de calor en el medio 1 (Q_1) y en el medio 2 (Q_2) se definen como:

$$Q_1 = Q_i + Q_r \text{ y}$$

$$Q_2 = Q_t,$$

Donde Q_i , Q_r y Q_t se definen como:

$$Q_i = -k_1 \frac{\partial T_i}{\partial x},$$

$$Q_r = -k_1 \frac{\partial T_r}{\partial x} \text{ y}$$

$$Q_t = -k_2 \frac{\partial T_t}{\partial x}.$$

Estableciendo la condición de continuidad del flujo ($Q_1 = Q_2$), para $x = 0$:

$$k_1 \sigma_1 \cos \beta_i - C_R k_1 \sigma_1 \cos \beta_r = C_T k_2 \sigma_2 \cos \beta_t \quad (5B)$$

Como $\beta_i = \beta_r$ y de la ecuación 2B (para $z = 0$) $C_T = (1 + C_R)$, los coeficientes de reflexión y transmisión pueden escribirse como:

$$C_r = \frac{k_1 \sigma_1 \cos \beta_i - k_2 \sigma_2 \cos \beta_t}{k_1 \sigma_1 \cos \beta_i + k_2 \sigma_2 \cos \beta_t} \text{ y}$$

$$C_t = \frac{2k_1 \sigma_1 \cos \beta_i}{k_1 \sigma_1 \cos \beta_i + k_2 \sigma_2 \cos \beta_t} \quad (6B)$$

donde:

$$k_1 \sigma_1 = \left(\frac{\omega}{2}\right)^{\frac{1}{2}} e_1 \nu$$

$$k_2 \sigma_2 = \left(\frac{\omega}{2}\right)^{\frac{1}{2}} e_2 \quad (7B)$$

De la Ley de la refracción se determina que:

$$\cos \beta_t = \sqrt{1 - \frac{D_2}{D_1} \sin^2 \beta_i} \quad (8B)$$

Finalmente sustituyendo las ecuaciones 7B y 8B en 6B, se determina el coeficiente de reflexión y refracción en función del ángulo de incidencia de la onda, la difusividad térmica y la efusividad térmica de los medios de la interfaz:

$$C_r = \frac{e_1 \cos \beta_i - e_2 \sqrt{1 - \frac{D_2}{D_1} \sin^2 \beta_i}}{e_1 \cos \beta_i + e_2 \sqrt{1 - \frac{D_2}{D_1} \sin^2 \beta_i}} \text{ y}$$

$$C_t = \frac{2e_1 \cos \beta_i}{e_1 \cos \beta_i + e_2 \sqrt{1 - \frac{D_2}{D_1} \sin^2 \beta_i}} \quad (9B)$$

APENDICE C

Especificaciones de la cabeza detectora del medidor de potencia PM100D

S154C	
Detector Type	InGaAs Photodiode
Wavelength Range	800 - 1700 nm
Optical Power Working Range	100 pW - 3 mW (-70 dBm ... +5 dBm)
Max Average Power Density	100 mW/cm ²
Max Pulse Energy	20 µJ
Linearity	± 0.5%
Resolution ¹⁾	10 pW (-80 dBm)
Measurement Uncertainty ²⁾	±5%
Typical Application	Low Power Fiber Lasers
Laser Types	Fiber coupled Diode, He-Cd, Arlo, Krlo, Dye, Ti-Sapphire
Coating /Diffuser	N/A
Cooling	Convection
Head Temperature Measurement ³⁾	NTC Thermistor 3 kΩ
Console Compatibility	PM100D, PM100A, PM100USB, PM200, PM320E
Response Time	< 1 µs
Sensor Dimensions	36.2 x 31 x 14.5 mm (w/o fiber adapter)
Active Detector Area	Ø2 mm
Input Aperture	Ø5 mm
Connector	Sub-D 9p male
Weight	0.03 kg
Aperture Thread	SM05, outer thread
Fiber Adapters (optional)	SC, LC, ST, SMA (FC included)

¹⁾ Measured with PM100D console in bandwidth low setting.
²⁾ Beam diameter > 1mm
³⁾ This specification is valid for S154C devices from serial number 1203xxx. For older versions, please contact technical support.