



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
POSGRADO EN CIENCIAS FÍSICAS
(INSTITUTO DE CIENCIAS NUCLEARES)

*LOS DECAIMIENTOS BETA DE BARIONES:
QUARKS DE VALENCIA Y DEL MAR*

TESIS

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN CIENCIAS (FÍSICA)

PRESENTA:

EMMANUEL ORTIZ PACHECO

TUTOR PRINCIPAL

DR. ROELOF BIJKER BIJKER (ICN)

MIEMBROS DEL COMITÉ TUTOR

DRA. MYRIAM MONDRAGÓN CEBALLOS (IF)
DRA. LIBERTAD BARRÓN PALOS (IF)

MÉXICO, D. F. JUNIO 2016



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A mis padres.

Índice general

Introducción	1
1. El modelo de quarks no relativista	5
1.1. Números cuánticos de los quarks	5
1.2. Estados Multiquark	6
1.3. Bariones: estados qqq	8
1.3.1. Decuplete	11
1.3.2. Octete	13
1.3.3. Singulete	18
1.4. Mesones: estados $q\bar{q}$	18
1.4.1. Funciones de onda de espín	20
1.4.2. Función de onda de de sabor	21
1.4.3. Paridad de las funciones de onda de sabor	23
1.4.4. Singulete	25
1.5. Decaimientos beta de bariones	25
1.5.1. Simetrías del CQM en los decaimientos beta	26
1.5.2. Parámetros F y D	27
1.6. Decaimientos beta en el modelo CQM	29
1.6.1. Cálculo de Cabibbo	31
2. Decaimientos beta: nube mesónica	33
2.1. Modelo de la nube mesónica, MCM	33
2.2. Funciones de onda	34
2.2.1. Coeficientes de isoespín	35
2.2.2. Coeficientes de espín	37
2.2.3. Expresiones de los decaimientos beta	42
3. Acoplamiento axiales: CQM y UQM	49
3.1. Modelo de quarks unquenched, UQM	49
3.2. Decaimientos beta en el modelo UQM	53
4. Momentos Magnéticos	63
4.1. Momentos magnéticos en el modelo de quarks	63
4.2. Momentos magnéticos en el Modelo de Quarks Unquenched	65
5. Resumen y Conclusiones	73

A. Funciones de onda y Relaciones entre elementos de matriz	75
A.1. Funciones de onda de espín-sabor del octete de bariones en el modelo de quarks	75
A.2. Relaciones entre elementos de matriz	77
A.3. Contenido de Sabor de las funciones de onda del octete	78

Introducción

En 1963 Cabibbo propuso por primera vez un modelo para la corriente hadrónica débil basada en la simetría $SU(3)$ [1]. Este modelo conduce a detalladas predicciones de los decaimientos beta del octete de bariones y ahora está considerado dentro del modelo estandar de quarks, leptones y sus interacciones. Sus principios fueron convenientemente ilustrados en términos de el triplete de quarks u, d, s . Las hipótesis principales en su trabajo sobre la corriente electrodébil postulan que esta corriente J_μ transforma de acuerdo a la representación de $SU(3)$. Además J_μ forma parte de un octete de corrientes, su estructura es V-A vector-axial, con dependencia de un parámetro θ_C o ángulo de Cabibbo, el cuál es determinado experimentalmente. La generalización de la teoría de Cabibbo a tres generaciones de quarks fue hecha por Kobayashi y Maskawa [2] considerando una corriente débil con la estructura de sabor $\sum_{ij} \bar{u}_i V_{dk} d_k$ donde $u_i = \{uct\}$ son los quarks con $Q = \frac{2e}{3}$, y $d_k = \{dsb\}$ son los quarks con $Q = -\frac{e}{3}$, donde V_{dk} representa los elementos de la matriz CKM (Cabibbo – Kobayashi – Maskawa).

Las predicciones de los acoplamientos axiales para el modelo de quarks han resultado ser muy exitosas, sin embargo aún existe un rango de discrepancia con los valores experimentales, que podría atribuirse a la asimetría en el contenido de sabor en el núcleo. La asimetría fue derivada de la violación de la regla de suma de Gottfried y observada por el NMC (New Muon Collaboration) [3], junto con la confirmación de este resultado por parte de los ajustes de las distribuciones de quarks para la dispersión inelástica, los procesos de Drell-Yan [4] y numerosos resultados experimentales como los dedicados al experimento NA51 del CERN sobre la producción dileptónica en protón-protón y dispersión protón-deuterón [5] que dan evidencia a la asimetría. Por este motivo es necesario considerar las interacciones de los hadrones con un mar de quarks dentro de una extensión de modelo de quarks.

El modelo de quarks unquenched (UQM, por sus siglas en inglés) postula la existencia de un mayor número de grados de libertad debidos a un mar de estados virtuales (pares de quark-antiquark, $q\bar{q}$) que rodean al nucleón, los cuales proveen una explicación natural para el exceso de quarks \bar{d} sobre \bar{u} en el protón [6][7][8][9]. Más aún, existe una conexión directa de esta nube de mesones con los decaimientos beta para el octete de bariones. Con base en estos principios se pueden hacer modificaciones de las constantes de los acoplamientos axiales que pueden ser muy significativas al considerar pares de quark-antiquark. En general el modelo de quarks unquenched conserva los éxitos del modelo de quarks, como los momentos magnéticos [10][11] y los decaimientos beta, pero también da una mejor aproximación a los resultados experimentales.

Este trabajo se enfoca en el estudio de los decaimientos beta, únicamente en el octete de bariones relacionados por $SU(3)$, el cual incluye ejemplos con conservación de extrañeza, relacionados a la parte axial de la corriente electrodébil $A_\mu = \bar{u}\gamma_\mu\gamma^5d$ y con cambio de extrañeza, correspondiente a la corriente $A'_\mu = \bar{u}\gamma_\mu\gamma^5s$, donde estas corrientes A_μ y A'_μ corresponden a un octete de corrientes. Para el primer caso se tiene un decaimiento beta nuclear ordinario, particularmente, el decaimiento beta de neutrones libres $N \rightarrow N$, pero también decaimientos beta $\Lambda, \Sigma \rightarrow \Lambda, \Sigma$ y $\Xi \rightarrow \Xi$. En el segundo caso para los decaimientos beta con cambio de extrañeza se tienen los procesos $\Lambda, \Sigma \rightarrow N$ y $\Xi \rightarrow \Lambda, \Sigma$.

Si no se toman en cuenta los efectos del rompimiento de la simetría $SU(3)$, el conjunto de los decaimientos beta de bariones puede ser descrito por dos parámetros D y F para los elementos de matriz de la corriente axial, cuyos valores en el modelo de quarks determinados por Cabibbo son $D = 1$, $F = \frac{2}{3}$. Los parámetros D y F entran por que hay dos elementos de matriz irreducible para un octete de corrientes entre dos octetes. Estos fueron llevados a los experimentos para conocer que tan buenos son para describir los decaimientos beta de bariones en términos de estos dos parámetros, sus valores efectivos son $D = 0.805$, $F = 0.465$. Sin embargo, en este trabajo los cálculos realizados en el modelo UQM son independientes de estos parámetros y sus valores efectivos, ya que el modelo en si mismo depende de un solo parámetro, a saber γ , el cual es ajustado a partir de resultados experimentales de los momentos magnéticos del protón, neutrón y lambda en términos de los momentos magnéticos de los quarks μ_u, μ_d y μ_s . Desde el punto de vista teórico el rompimiento de la simetría de $SU(3)$ es debido principalmente a la diferencia de masas entre los quarks u, d y s . Sin embargo el modelo UQM al considerar términos extra en las componentes de las funciones de onda debidas a la presencia del mar de quarks, dan una aproximación a los datos experimentales de los decaimientos beta. Estas extensiones se basan en el modelo de quarks constituyentes y utilizan los acoplamientos axiales.

Con base en lo anterior, en este trabajo se discutirá principalmente en el Capítulo 1, el modelo de quarks, basado en tres quarks de valencia; con el grupo que los representa y el álgebra que los describe. Se construyen las funciones de onda cuánticas de los bariones y los mesones con su parte explícita de espín-sabor y se describe los números cuánticos de estas funciones y sus propiedades de simetría que los rige. Como un caso particular del modelo de quarks, se hace una revisión algunas propiedades fundamentales acerca de los acoplamientos axiales y los decaimientos beta propuestos por Cabibbo [12] en el marco de este modelo. A partir de los parámetros F y D que surgen en esta teoría como constantes de acoplamiento se describen los decaimientos beta, utilizando sus valores teóricos que predice el modelo de quarks convencional y los valores efectivos de F y D obtenidos experimentalmente. En el Capítulo 2 se presenta el modelo de quarks unquenched como extensión del modelo de quarks. Al tratar con la nube mesónica se desarrolla esencialmente las funciones de onda de los bariones y los mesones, pero ahora a diferencia del modelo de quark se considera la contribución de los mesones en torno al núcleo que modifican las funciones de onda que describen los hadrones. El UQM considera la creación de pares quark-antiquark en el mar de quarks los cuales son agregados como una perturbación. El cálculo direc-

to de los decaimientos beta en presencia de la nube mesónica se realiza en el Capítulo 3. En el Capítulo 4 se comparan los resultados de los acoplamientos axiales de los decaimientos beta obtenidos a partir del modelo de quarks y el modelo unquenched. Así mismo se analizan estos resultados respecto a los valores experimentales que a la fecha se tiene conocimiento. En el Capítulo 5 se discute otro de los éxitos del modelo de quarks; los momentos magnéticos calculados en el marco del modelo UQM. Finalmente se estudian los resultados obtenidos de los decaimientos beta y los momentos magnéticos en ambos modelos, obteniéndose una justificación experimental a los valores efectivos de ambos cálculos.

Capítulo 1

El modelo de quarks no relativista

Cromodinámica Cuántica (QCD) es la teoría fundamental de las interacciones fuertes; es una teoría cuántica de campos que describe las interacciones entre quarks y gluones (como bosones de norma). Los hadrones son partículas interactuando fuertemente y son estados ligados de quarks y campos de gluones [13]. Los estados multiquarks dependen de los grados de libertad internos como el color, sabor y espín, así como los grados de libertad espaciales debidos al momento angular relativo entre las partículas. La descripción de estas propiedades hadrónicas, las cuales hacen énfasis en el contenido mínimo de quarks en la función de onda de un hadrón, son elementos del modelo de quarks.

Para clasificar los estados multiquark se estudian los principios de simetría sin introducir un modelo dinámico explícito. Esta clasificación es guiada por dos condiciones: *la función de onda total de estados multiquarks debe ser un singulete de color y debe ser antisimétrica bajo cualquier permutación de quarks.*

1.1. Números cuánticos de los quarks

Los grados de libertad internos considerados aquí son los tres sabores u, d y s con espín $S = \frac{1}{2}$ y los tres colores r, g y b . La estructura algebraica de los estados constituyentes de quarks estará formada por las álgebras de espín-sabor (sf) y color (c) [14]

$$\mathcal{G}_{sf c} = SU_{sf}(6) \otimes SU_c(3), \quad (1.1)$$

donde $SU_{sf}(6)$ representa el grupo de transformaciones unitarias del espín y el sabor como estados acoplados, y el grupo $SU_c(3)$ las transformaciones unitarias entre los tres colores. El álgebra de espín-sabor a su vez se puede dividir en los grupos

$$SU_{sf}(6) \supset SU_f(3) \otimes SU_s(2). \quad (1.2)$$

De igual forma podemos descomponer el álgebra de sabor como

$$SU_f(3) \supset SU_I(2) \otimes U_Y(1), \quad (1.3)$$

Tabla 1.1: Números cuánticos de los quarks y antiquarks. S denota el espín, \mathcal{S} la extrañeza, I el isoespín e I_3 la proyección de isoespín.

	\mathcal{B}	S^P	I	I_3	\mathcal{S}	Y	Q
u	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}^+$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
d	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}^+$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$
s	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}^+$	0	0	-1	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$
\bar{u}	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}^-$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$
\bar{d}	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}^-$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
\bar{s}	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}^-$	0	0	1	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$

con I el isoespín y Y la hipercarga de los quarks. Estos números cuánticos pueden expresarse en términos de la carga Q de los quarks, mediante la relación de Gell-Mann–Nishijima,

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2} = I_3 + \frac{\mathcal{B} + \mathcal{S}}{2}, \quad (1.4)$$

donde la hipercarga se define como la suma del número bariónico \mathcal{B} más la extrañeza \mathcal{S} de los quarks y I_3 denota la proyección de isoespín I ,

$$Y \equiv \mathcal{B} + \mathcal{S}. \quad (1.5)$$

En la Tabla 1.1 se presentan los números cuánticos de los quarks y antiquarks. Los quarks tienen número bariónico $\mathcal{B} = \frac{1}{3}$, espín $S = \frac{1}{2}$ y paridad $P = +$ a diferencia de los antiquarks que tienen $\mathcal{B} = -\frac{1}{3}$, $S = \frac{1}{2}$, $P = -$. La paridad es asignada por convención.

1.2. Estados Multiquark

La función de onda de los hadrones debe cumplir con ser un singulete de color. Esta condición restringe a los quarks a agruparse en *multipletes* con estados de sólo tres quarks qqq : bariones y estados quark-antiquark $q\bar{q}$: mesones, y productos de estos. Es decir, que los estados de quark individual no existen de manera aislada.

La restricción de que los estados físicos sean singuletes de color, hace que los quarks o anti-quarks, se agrupen en tres tripletes de quarks (qqq bariones), o pares de quark anti-quark (mesones $q\bar{q}$) o productos de estos. En general las configuraciones multiquark pueden ser expresadas como

$$q^{3m+n} \bar{q}^{3k+n}, \quad (1.6)$$

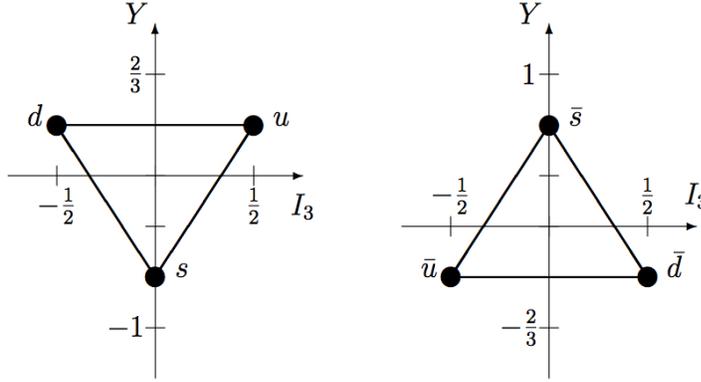


Figura 1.1: Tripletes de quarks con $(\lambda, \mu) = (1, 0)$ y de antiquarks con $(\lambda, \mu) = (0, 1)$

cualquier conjunto de enteros especifica un multiplete. Para el caso particular de $SU(3)$ se tiene las etiquetas (λ, μ) , las cuales están relacionadas en la notación con los diagramas de Young mediante $(\lambda, \mu) = (f_1 - f_2, f_2 - f_3)$. La dimensión de la representación se puede calcular en una fórmula cerrada para este caso $dim_{(\lambda, \mu)} = (\lambda + 1)(\mu + 1)(\lambda + \mu + 2)/2$. De aquí se puede obtener una representación de los multipletes de $SU(3)$ de acuerdo a la dimensión $dim_{(1,0)} = 3$ para los quarks y los antiquarks, cada uno con tres sabores esquematizados en el diagrama de peso del plano $I_3 - Y$ como puede verse en la de la Tabla 1.1 y Figura 1.1.

1.3. Bariones: estados qqq

Los bariones son fermiones con número barionico $\mathcal{B} = 1$, *i.e.*, los bariones son configuraciones de 3-quarks constituyentes (qqq) que interactúan entre sí via intercambio gluónico. La parte de color de su función de estado es un singulete de $SU(3)$, un estado completamente antisimétrico de tres colores. Ya que los quarks son fermiones su función de onda debe ser completamente antisimétrica bajo el intercambio de cualesquiera dos quarks de masas iguales (u y d en el límite de la simetría de isospín). En general los estados de espín, sabor y espín-sabor para un sistema de tres quark son obtenidos por tomar el producto

$$\begin{aligned}
 [1] \otimes [1] \otimes [1] &= [3] \oplus 2 [21] \oplus [111] \\
 \square \otimes \square \otimes \square &= \square\square\square \oplus 2 \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \\ \hline \end{array} \oplus \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array}
 \end{aligned} \tag{1.8}$$

La simetría de permutación del sistema de tres quarks está caracterizado entonces por el diagrama de Young $[3]$ (simétrico), $[21]$ (simetría mixta) y $[111]$ (antisimétrico). Estas representaciones son usualmente denotadas por sus dimensiones como **10**

Tabla 1.2: Estados de bariones de color, sabor y espín-sabor permitidos

	q^3	<i>Dimensión</i>
color	[111]	singulete
espín	[3]	4
	[21]	2
sabor	[3]	decuplete
	[21]	octete
	[111]	singulete
Espín-sabor	[3]	56
	[21]	70
	[111]	20

(decuplete), **8** (octete) y **1** (singulete) respectivamente [15].

$$qqq \equiv \mathbf{3} \otimes \mathbf{3} \otimes \mathbf{3} = \mathbf{10}_S \oplus \mathbf{8}_M \oplus \mathbf{8}_M \oplus \mathbf{1}_A \quad (1.9)$$

El momento angular total de barión estará dado solo por el acoplamiento de espines, ya que el momento angular relativo es cero, i.e., $J = S$. Así, para los **estados de espín**, la representación antisimétrica [111] no ocurre, ya que la representaciones de $SU(2)$ pueden tener a lo más dos filas, esto significa que el espín de los tres quarks puede tener a lo más $S = \frac{f_1 - f_2}{2} = \frac{3}{2}$ lo cual corresponde al diagrama de Young [3] o $S = \frac{1}{2}$ de la tabla de young [21]. La dimensión del espín esta dada por el $2S + 1$. Los estados permitidos de color, espín, sabor y espín-sabor son listados en la Tabla 1.2. Los **estados de sabor** permitidos son [3], [21] y [111].

El **contenido de espín y sabor** de cada multiplete de espín-sabor esta dado por la descomposición de las representaciones de $SU_{sf}(6)$ en $SU_f(3) \otimes SU_s(2)$ de acuerdo a la técnica de los diagramas de Young.

$$SU_{sf}(6) \supset SU_f(3) \otimes SU_s(2)$$

$$\begin{aligned} [56] &\supset {}^28 \oplus {}^410, \\ [70] &\supset {}^28 \oplus {}^48 \oplus {}^210 \oplus {}^21, \\ [20] &\supset {}^28 \oplus {}^41. \end{aligned}$$

donde el superíndice denota $2S + 1$. Por ejemplo, la representación simétrica [56] contiene un octete con $S = \frac{1}{2}$ caracterizado por $(\lambda, \mu) = (1, 1)$, y un decuplete con $S = \frac{3}{2}$ etiquetado por $(\lambda, \mu) = (3, 0)$. En la ausencia de excitaciones orbitales la paridad de los qqq bariones es positiva $P(qqq) = (+)(+)(+)(-)^l = +$.

Tabla 1.3: Clasificación de bariones del estado base de acuerdo a $SU_f(3) \supset SU_I(2) \otimes U_Y(1)$

		I	Y	Q	
$J^P = \frac{1}{2}^+ octete$	Nucleon	N	$\frac{1}{2}$	1	0,1
	Sigma	Σ	1	0	-1,0,1
	Lambda	Λ	0	0	0
	Xi	Ξ	$\frac{1}{2}$	-1	-1,0
$J^P = \frac{3}{2}^+ decuplete$	Delta	Δ	$\frac{3}{2}$	1	-1,0,1,2
	Sigma	Σ^*	1	0	-1,0,1
	Xi	Ξ^*	$\frac{1}{2}$	-1	-1,0
	Omega	Ω	0	-2	-1

En la Tabla 1.3 se presenta la clasificación del sabor de los bariones del octete y decuplete en términos del isospín I y la hipercarga Y de acuerdo a la descomposición de la simetría de sabor $SU_f(3)$ en $SU_I(2) \otimes U_Y(1)$. El nucleón y delta son bariones no extraños con $\mathcal{S} = 0$, mientras los hiperones Σ , Λ , Ξ y Ω llevan extrañeza $\mathcal{S} = -1, -1, -2$ y -3 , respectivamente. El singulete de sabor [111] consiste de un barion Λ^0 el cual tiene isospín $I = 0$ e hipercarga $Y = 0$, (extrañeza $\mathcal{S} = -1$).

Esto deriva en la existencia de los estados $J = \frac{1}{2}$ con simetría mixta y el estado totalmente simétrico $J = \frac{3}{2}$. Sus diagramas de peso pueden verse en las Figuras 1.2 y 1.3.

Estudio de la función de onda de los bariones

La función de onda completa para los bariones debe cumplir con ser antisimétrica debido a su naturaleza fermiónica de acuerdo al principio de exclusión de Pauli. Esta además se puede separar de acuerdo a sus grados de libertad como

$$|qqq\rangle_{\mathcal{A}} = |orbital, espín, sabor\rangle_{\mathcal{S}} \otimes |color\rangle_{\mathcal{A}}, \quad (1.10)$$

donde los subíndices \mathcal{S} y \mathcal{A} indica la simetría o la antisimetría bajo el intercambio de cualesquiera dos quarks de masas iguales respectivamente. Es decir, la función de onda total se puede reescribir en una notación desacoplada mas explícita

$$|\Psi\rangle_{total} = \underbrace{|\psi\rangle_{orbital} \otimes |\chi\rangle_{espín} \otimes |\phi\rangle_{sabor}}_{\mathcal{S}} \otimes \underbrace{|\psi\rangle_{color}}_{\mathcal{A}}. \quad (1.11)$$

Color

Las propiedades basicas que definen este grado de libertad son:

1. Cualquier quark u, d, s, \dots puede existir en tres diferentes estados de color, los cuales son denotados como r, g, b para 'red', 'green' y 'blue' respectivamente.

Tabla 1.4: Valores de las cargas de color I_3^C y Y^C para los estados de quarks y antiquarks [16].

	I_3^C	Y^C		I_3^C	Y^C
r	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	\bar{r}	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$
g	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	\bar{g}	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$
b	0	$-\frac{2}{3}$	\bar{b}	0	$\frac{2}{3}$

2. Cada uno de esos estados es caracterizado por dos *cargas de color* conservadas, denotadas I_3^C y Y^C . Los valores particulares de los quarks y antiquarks son dados en la Tabla 1.4.
3. Sólo estados con valor cero para las cargas de color son observables como partículas libres y son llamadas *singletes de color*. Esto es conocido como el *confinamiento de color*.

Ahora, como la función de onda del **singlete de color** debe ser *antisimétrica*, se tiene:

$$|\psi\rangle_{color} = \frac{1}{\sqrt{6}} (|rgb\rangle + |brg\rangle + |gbr\rangle - |grb\rangle - |bgr\rangle - |rbg\rangle) \quad (1.12)$$

con las 6 posibles combinaciones de los colores r, g y b .

Ahora, la función de onda orbital $|\psi\rangle_{orbital}$ es *simétrica* debido a que en el modelo de quarks constituyentes (CQM) sólo consideramos bariones en el estado base, por lo que el momento angular orbital relativo entre los quarks constituyentes es cero. Sólo queda la parte del producto de las funciones de onda de espín-sabor la cual necesariamente debe cumplir con ser un producto simétrico. De esta manera las funciones de onda por separado deben ser simétricas $|\chi\rangle_S, |\phi\rangle_S$ o bien tener ambas simetría mixta $|\chi\rangle_M, |\phi\rangle_M$.

1.3.1. Decuplete

Un barión es un sistema de tres cuerpos, el cual se analiza en el estado base, para el cual el momento angular relativo a los tres quarks es cero. En este caso el momento angular total de los bariones viene enteramente de los espines combinados de los tres quarks. Los quarks llevan espín $J = S = \frac{1}{2}$, así que cada uno puede ocupar cualquiera de los dos estados: espín arriba (\uparrow) o espín abajo (\downarrow). Entonces se buscan configuraciones de estados de espín tales que sean eigenestados del momento angular total con espín total $\frac{3}{2}$ ó $\frac{1}{2}$.

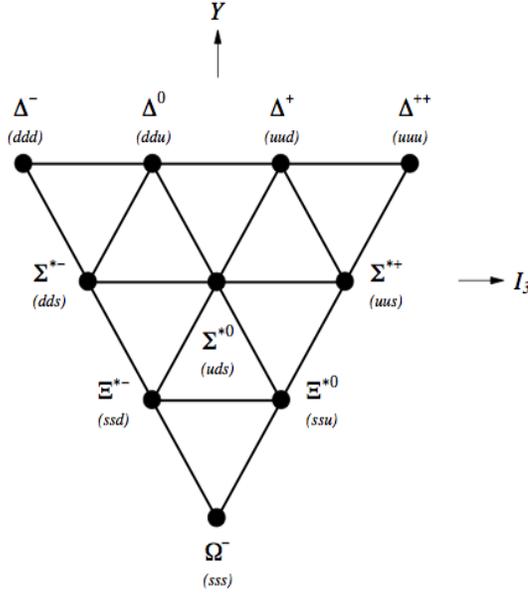


Figura 1.2: Decuplete de bariones $J^P = \frac{3}{2}^+$

Las configuraciones son las siguientes:

$$\begin{aligned}
 |\chi^S\rangle_{\frac{3}{2}, \frac{3}{2}} &= |\uparrow\uparrow\uparrow\rangle \\
 |\chi^S\rangle_{\frac{3}{2}, \frac{1}{2}} &= \frac{1}{\sqrt{3}}(|\uparrow\uparrow\downarrow\rangle + |\uparrow\downarrow\uparrow\rangle + |\downarrow\uparrow\uparrow\rangle) \\
 |\chi^S\rangle_{\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}} &= \frac{1}{\sqrt{3}}(|\downarrow\downarrow\uparrow\rangle + |\downarrow\uparrow\downarrow\rangle + |\uparrow\downarrow\downarrow\rangle) \\
 |\chi^S\rangle_{\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}} &= |\downarrow\downarrow\downarrow\rangle.
 \end{aligned} \tag{1.13}$$

Para obtener las funciones de onda simétricas del decuplete en el espacio de sabor, cuyo contenido consta de tres sabores u , d y s , se tienen directamente los tres estados $|uuu\rangle$, $|ddd\rangle$ y $|sss\rangle$. El resto se obtendrá al aplicar los operadores de escalón \hat{I}_{\pm} , \hat{V}_{\pm} y \hat{U}_{\pm} , asociados con los generadores del grupo $SU(3)$; cuyo desarrollo y álgebra se encuentra en la sección del apéndice, al final de esta tesis.

Los operadores se definen como sigue:

$$\begin{aligned}
 I_+ &= u^\dagger d, & U_+ &= d^\dagger s, & V_+ &= u^\dagger s \\
 I_- &= d^\dagger u, & U_- &= s^\dagger d, & V_- &= s^\dagger u
 \end{aligned} \tag{1.14}$$

El resto de los estados del decuplete se generan al aplicar los operadores mencionados, por ejemplo al estado $|uuu\rangle$ correspondiente al barión Δ^{++} . Con sus números

cuánticos $|(\lambda, \mu)I, I_3, Y\rangle$ definidos como $|\Delta^{++}\rangle = |(3, 0) \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, 1\rangle$,

$$\hat{I}_-|\Delta^{++}\rangle = d^\dagger u|uuu\rangle = |duu\rangle + |udu\rangle + |uud\rangle, \quad (1.15)$$

esta combinación de estados con su correspondiente normalización se asocian con el barión Δ^+

$$|\Delta^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|duu\rangle + |udu\rangle + |uud\rangle), \quad (1.16)$$

por otro lado $\hat{I}_+|\Delta^{++}\rangle = \hat{V}_+|\Delta^{++}\rangle = \hat{U}_\pm|\Delta^{++}\rangle = 0$, ya que no se puede subir más la proyección de isoespín. La otra alternativa es aplicar \hat{V}_- ,

$$\hat{V}_-|\Delta^{++}\rangle = s^\dagger u|uuu\rangle = |suu\rangle + |usu\rangle + |uus\rangle, \quad (1.17)$$

llegando al estado normalizado del barión Σ^{*+} definido como

$$|\Sigma^{*+}\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{3}}(|suu\rangle + |usu\rangle + |uus\rangle). \quad (1.18)$$

otro ejemplo sería

$$\hat{I}_-|\Sigma^{*+}\rangle = \frac{2}{\sqrt{3}}(|sdu\rangle + |sud\rangle + |dsu\rangle + |usd\rangle + |dus\rangle + |uds\rangle), \quad (1.19)$$

obteniendo el estado Σ^{*0} con su respectiva normalización

$$|\Sigma^{*0}\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{6}}(|sdu\rangle + |sud\rangle + |dsu\rangle + |usd\rangle + |dus\rangle + |uds\rangle). \quad (1.20)$$

De esta manera se pueden obtener las 10 funciones simétricas de sabor del decuplete de bariones, las cuales se encuentran en la Tabla 1.5.

Las funciones de *espín-sabor* debido a las relaciones de simetría del decuplete se pueden obtener simplemente a partir del producto

$$|\Phi\rangle_{sf} = |\chi^S\rangle|\phi^S\rangle. \quad (1.21)$$

1.3.2. Octete

En el caso de las funciones de onda con simetría mixta, se requiere un análisis diferente para el cual se se considera el movimiento relativo de los quarks constituyentes. Este movimiento es descrito en términos de las coordenadas de Jacobi, las cuales estan definidas para partículas idénticas con masas iguales,

$$\vec{\rho} = \frac{1}{\sqrt{2}}(r_1 - r_2), \quad \vec{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{6}}(r_1 + r_2 - 2r_3). \quad (1.22)$$

Tabla 1.5: Funciones de onda de sabor de los bariones del decuplete $J^P = \frac{3}{2}^+$.

Barión	$ (\lambda, \mu)I, I_3, Y\rangle$	$ \phi^S\rangle$
Δ^{++}	$ (3, 0)\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, 1\rangle$	$ uuu\rangle$
Δ^+	$ (3, 0)\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, 1\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{3}}(uud\rangle + udu\rangle + duu\rangle)$
Δ^0	$ (3, 0)\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, 1\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{3}}(ddu\rangle + dud\rangle + udd\rangle)$
Δ^-	$ (3, 0)\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}, 1\rangle$	$ ddd\rangle$
Σ^{*+}	$ (3, 0)1, 1, 0\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{3}}(uus\rangle + usu\rangle + suu\rangle)$
Σ^{*0}	$ (3, 0)1, 0, 0\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{6}}(uds\rangle + dus\rangle + usd\rangle + sud\rangle + sdu\rangle + dsu\rangle)$
Σ^{*-}	$ (3, 0)1, -1, 0\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{3}}(dds\rangle + dsd\rangle + sdd\rangle)$
Ξ^{*0}	$ (3, 0)\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -1\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{3}}(uss\rangle + sus\rangle + ssu\rangle)$
Ξ^{*-}	$ (3, 0)\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -1\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{3}}(dss\rangle + sds\rangle + ssd\rangle)$
Ω	$ (3, 0)0, 0, -2\rangle$	$ sss\rangle$

Se puede mostrar trivialmente que los vectores $\vec{\rho}$ y $\vec{\lambda}$ son antisimétrico y simétrico respectivamente ante el operador de permutaciones $P(12)$. En cuanto a las permutaciones $P(23)$, claramente se ve que las coordenadas ni siquiera son eigenestados de este operador.

Al aplicar el operador $P(23)$, se tienen las siguientes combinaciones lineales

$$P(23)\vec{\lambda} = -\frac{1}{2}\vec{\lambda} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{\rho}, \quad P(23)\vec{\rho} = \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{\lambda} + \frac{1}{2}\vec{\rho}. \quad (1.23)$$

Para obtener las funciones de onda antisimétricas de sabor y en general de simetría mixta, del octete de bariones, se suele utilizar el operador de antisimetrización \mathcal{A} y el operador de simetrización \mathcal{P} , los cuales se definen como:

$$\mathcal{A} = \frac{1}{n!} \sum_P \delta_P P, \quad \mathcal{P} = \frac{1}{n!} \sum_P P, \quad (1.24)$$

donde δ_P es la paridad de las permutaciones definida como $\delta_P = (-1)^{n-k}$ con n el número de objetos y k el número de ciclos. En general para un sistema qqq se toma un estado del octete de bariones; por ejemplo $|uud\rangle$ y se le aplican los operadores \mathcal{P} o \mathcal{A} con respecto a dos partículas y después nuevamente en orden inverso con respecto

a las dos partículas resultantes de la acción de aplicar el primer operador. De esta forma se obtienen los estados

$$\begin{aligned}\psi_1 &= \mathcal{A}_{13}\mathcal{P}_{12}\psi_N, & \psi_3 &= \mathcal{P}_{13}\mathcal{A}_{12}\psi_N \\ \psi_2 &= \mathcal{A}_{23}\mathcal{P}_{12}\psi_N, & \psi_4 &= \mathcal{P}_{23}\mathcal{A}_{12}\psi_N.\end{aligned}\quad (1.25)$$

Para el estado $|uud\rangle$

$$\begin{aligned}|\psi_1\rangle &= \mathcal{A}_{13}\mathcal{P}_{12}|uud\rangle = \frac{1}{4}(e - P_{13})(e + P_{12})|uud\rangle = \frac{1}{2}(|uud\rangle - |duu\rangle) \\ |\psi_2\rangle &= \mathcal{A}_{23}\mathcal{P}_{12}|uud\rangle = \frac{1}{4}(e - P_{23})(e + P_{12})|uud\rangle = \frac{1}{2}(|uud\rangle - |udu\rangle) \\ |\psi_3\rangle &= \mathcal{P}_{13}\mathcal{A}_{12}|uud\rangle = \frac{1}{4}(e + P_{13})(e - P_{12})|uud\rangle = 0 \\ |\psi_4\rangle &= \mathcal{P}_{23}\mathcal{A}_{12}|uud\rangle = \frac{1}{4}(e + P_{23})(e - P_{12})|uud\rangle = 0.\end{aligned}\quad (1.26)$$

Ahora, se requiere que las funciones de onda sean ortonormales y se puede ver que $|\psi_1\rangle$ y $|\psi_2\rangle$ no lo son, pero si tomamos la suma y la resta y se normaliza adecuadamente, se obtienen los estados

$$\begin{aligned}\psi'_1 &= |\psi_1\rangle + |\psi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}}(2|uud\rangle - |udu\rangle - |duu\rangle) \\ \psi'_2 &= |\psi_1\rangle - |\psi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|udu\rangle - |duu\rangle)\end{aligned}\quad (1.27)$$

como $|\psi'_1\rangle$ y $|\psi'_2\rangle$ tienen la misma simetría que la de las permutaciones λ y ρ respectivamente, se etiquetan los estados como $|\psi'_1\rangle = |\psi^\lambda\rangle$ y $|\psi'_2\rangle = |\psi^\rho\rangle$ los cuales corresponden a los estados de simetría mixta del protón. Como resultado, las funciones de onda del octete de bariones se muestran en la Tabla 1.6, las cuales se pueden derivar también a partir de los operadores escalón (I_\pm, U_\pm y V_\pm).

Para obtener las funciones de onda simétricas del octete, el cálculo es similar al decuplete. Se considera el estado inicial del protón y las demás funciones de onda de los bariones del octete sin generadas a partir de los operadores \hat{I}_\pm, \hat{V}_\pm y \hat{U}_\pm . La función de onda de sabor del protón, se define como:

$$|p\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|udu\rangle - |duu\rangle.\quad (1.28)$$

Se puede obtener la función de sabor del neutrón al aplicar el operador I_- , de la

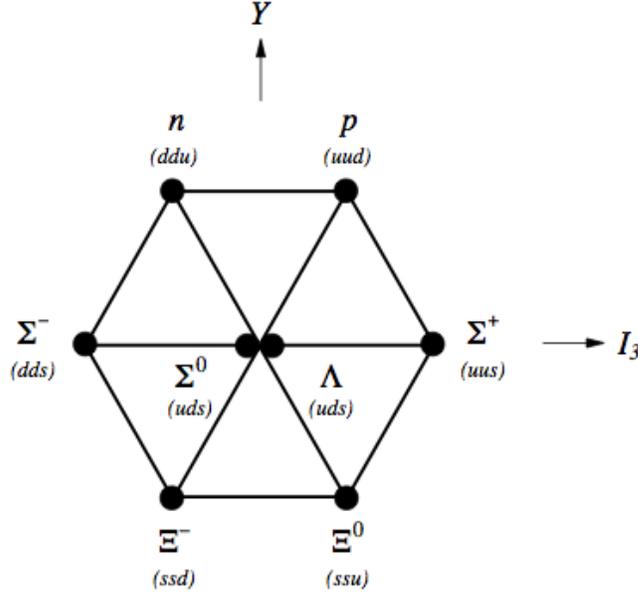


Figura 1.3: Octete de bariones $J^P = \frac{1}{2}^+$

siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 I_-|p\rangle &= d^\dagger u \frac{1}{\sqrt{2}} |udu - duu\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |ddu + udd - ddu - dud\rangle \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2}} |udd - dud\rangle \equiv |n\rangle,
 \end{aligned} \tag{1.29}$$

de la misma manera al aplicar U_- al estado del protón se obtiene

$$U_-|p\rangle = -s^\dagger d \frac{1}{\sqrt{2}} |udu - duu\rangle = -\frac{1}{\sqrt{2}} |usu - suu\rangle, \tag{1.30}$$

lo cual da como resultado la función,

$$|\Sigma^+\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (|suu\rangle - |usu\rangle) \tag{1.31}$$

y así sucesivamente se construyen las 8 funciones de onda simétricas del octete.

Debido a la similitud entre la estructura algebraica, las funciones de onda de espín se obtienen de manera equivalente sustituyendo $\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} \uparrow \\ \downarrow \end{pmatrix}$. Así para $S = \frac{1}{2}$, $S_3 = \frac{1}{2}$ y $S = \frac{1}{2}$, $S_3 = -\frac{1}{2}$ se sigue

Tabla 1.6: Funciones de onda de sabor de los bariones del octete $J^P = \frac{1}{2}^+$.

Barión	$ (\lambda, \mu)I, I_3, Y\rangle$	$ \phi^\lambda\rangle$	$ \phi^\rho\rangle$
p	$ (1, 1)\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{6}}(2 uud\rangle - udu\rangle - duu\rangle)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(udu\rangle - duu\rangle)$
n	$ (1, 1)\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 1\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{6}}(udd\rangle + dud\rangle - 2 ddu\rangle)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(udd\rangle - dud\rangle)$
Σ^+	$ (1, 1)1, 1, 0\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{6}}(usu\rangle + suu\rangle - 2 uus\rangle)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(suu\rangle - usu\rangle)$
Σ^0	$ (1, 1)1, 0, 0\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{12}}(sdu\rangle + sud\rangle + usd\rangle)$ $+ dsu\rangle - 2 uds\rangle - 2 dus\rangle)$	$\frac{1}{2}(sdu\rangle + sud\rangle - usd\rangle)$ $- dsu\rangle)$
Σ^-	$ (1, 1)1, -1, 0\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{6}}(dsd\rangle + sdd\rangle - 2 dds\rangle)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(sdd\rangle - dsd\rangle)$
Λ^0	$ (1, 1)0, 0, 0\rangle$	$\frac{1}{2}(sud\rangle - sdu\rangle)$ $- dsu\rangle + usd\rangle)$	$\frac{1}{\sqrt{12}}(2 uds\rangle - 2 dus\rangle + sdu\rangle)$ $- sud\rangle + usd\rangle - dsu\rangle)$
Ξ^0	$ (1, 1)\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -1\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{6}}(2 ssu\rangle - uss\rangle - sus\rangle)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(sus\rangle - uss\rangle)$
Ξ^-	$ (1, 1)\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -1\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{6}}(2 ssd\rangle - dss\rangle - sds\rangle)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(sds\rangle - dss\rangle)$

$$\begin{aligned}
\chi_{\frac{1}{2}}^\rho &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\uparrow\rangle - |\downarrow\uparrow\uparrow\rangle) \\
\chi_{-\frac{1}{2}}^\rho &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\downarrow\rangle) \\
\chi_{\frac{1}{2}}^\lambda &= -\frac{1}{\sqrt{6}}(|\uparrow\downarrow\uparrow\rangle + |\downarrow\uparrow\uparrow\rangle - 2|\uparrow\uparrow\downarrow\rangle) \\
\chi_{-\frac{1}{2}}^\lambda &= \frac{1}{\sqrt{6}}(|\downarrow\uparrow\downarrow\rangle + |\uparrow\downarrow\downarrow\rangle - 2|\downarrow\downarrow\uparrow\rangle).
\end{aligned} \tag{1.32}$$

Las funciones de onda de espín-sabor, las cuales son simétricas debido a que ambas poseen el mismo tipo de simetría, se pueden obtener a partir de la siguiente combinación lineal, debidamente normalizada,

$$|\Phi\rangle_{sf} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\chi^\rho\rangle|\phi^\rho\rangle + |\chi^\lambda\rangle|\phi^\lambda\rangle) \tag{1.33}$$

1.3.3. Singulete

Dado que para la configuración de tres quarks no hay función de onda de espín totalmente antisimétrica, los bariones correspondientes al singulete requieren una excitación orbital para que puedan existir estados de esta clase. La función de onda del singulete $\mathbf{1}_A$ de la ecuación 1.8 será:

$$\Lambda_1^0 \quad : \quad |\phi_A\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}}[|uds\rangle - |dus\rangle + |dsu\rangle - |sdu\rangle + |sud\rangle - |usd\rangle] \quad (1.34)$$

1.4. Mesones: estados $q\bar{q}$

Además de los bariones los mesones son el otro tipo de hadrones, con espín entero (bosones) y número bariónico $\mathcal{B} = 0$. Desde el punto de vista del modelo de quarks, los mesones son estados ligados de un par quark-antiquark ($q\bar{q}$). El espín y el sabor permitidos son obtenidos por las técnicas estándar de teoría de grupos. El espín total de los quark antiquark es obtenido por acoplar los espín $\frac{1}{2}$ a $S = 0$ y $S = 1$. En ausencia de excitaciones orbitales ($L = 0$) la paridad de los $q\bar{q}$ mesones es negativa $P(q\bar{q}) = P(q)P(\bar{q})(-)^l = (+)(-)(-)^l = (-)^{l+1} = -$.

La conjugación de carga, o C -paridad $C = (-1)^{l+s}$, está definida para las configuraciones $q\bar{q}$. Por tanto los mesones son clasificados en J^{PC} multipletes, los estados permitidos son $l = 0$ o pseudoescalares $J^{PC} = S^{PC} = 0^{-+}$ y los vectoriales $S^{PC} = 1^{-}$.

Los estados de espín del sistema quark-antiquark son obtenidos al tomar el producto

$$[1] \otimes [1] = [2] \oplus [11]$$

$$\square \otimes \square = \square\square \oplus \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array}$$

De manera similar estados de sabor son

$$[1] \otimes [11] = [21] \oplus [111]$$

$$\square \otimes \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \\ \hline \end{array} \oplus \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array}$$

Los estados de espín-sabor del sistema quark-antiquark son

$$[1] \otimes [11111] = [21111] \oplus [111111]$$

$$\square \otimes \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \\ \hline \square & \\ \hline \square & \\ \hline \end{array} \oplus \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array}$$

Tabla 1.7: Estados permitidos de mesones de color, sabor y espín-sabor

	$q\bar{q}$	<i>Dimension</i>
color	[111]	1
espín	[2]	3
	[11]	1
sabor	[21]	8
	[111]	1
Espín-sabor	[21111]	35
	[111111]	1

i.e. un octete [21] con $(\lambda, \mu) = (1, 1)$ y un singlete [111] con $(\lambda, \mu) = (0, 0)$.

$$q\bar{q} \equiv \mathbf{3} \otimes \bar{\mathbf{3}} = \mathbf{8} \oplus \mathbf{1} \quad (1.35)$$

Finalmente, los estados espín-sabor, son denotados por sus dimensiones como [35] y [1], respectivamente. Los estados permitidos de espín, sabor y espín-sabor, de los $q\bar{q}$ mesones son resumidos en la Tabla 1.7.

El contenido de espín y sabor de cada multiplete de espín-sabor, esta dado por la descomposición de $SU_{sf}(6)$ en aquellos de $SU_f(3) \otimes SU_s(2)$

$$\begin{aligned} [35] &\supset {}^3\mathbf{8} \oplus {}^3\mathbf{1} \oplus {}^1\mathbf{8}, \\ [1] &\supset {}^1\mathbf{1}, \end{aligned}$$

donde el superíndice denota el $2S + 1$. La representación [35] contiene los mesones vectoriales del octete y singlete con $S^P = 1^-$ también como el octete de mesones pseudoescalares con $S^P = 0^-$.

La clasificación del octete de los mesones escalares y pseudoescalares en términos del Isospín I y la hipercarga Y puede verse en la Tabla 1.8, derivada de acuerdo a la descomposición de la simetría de sabor $SU_f(3)$ en $SU_I(2) \otimes U_Y(1)$. Los kaones K y K^* , llevan extrañeza $\mathcal{S} = +1$ y los antikaones \bar{K} y \bar{K}^* llevan extrañeza $\mathcal{S} = -1$. El resto de los mesones tienen extrañeza $\mathcal{S} = 0$. En las Figuras 1.4 y 1.5 se muestran los diagramas de peso de los octetes y singletes de los mesones pseudoescalares y vectoriales.

Estados mezcla de lazos η y η'

Los estados isoescalares con la misma J^{PC} , *i.e.* 0^{-+} en este caso, van a mezclarse para obtener los estados físicos de los mesones pseudoescalares η y η' , correspondientes

Tabla 1.8: Clasificación de los mesones del estado base de acuerdo a $SU_f(3) \supset SU_I(2) \otimes U_Y(1)$

		I	Y	Q
$J^P = 0^- \text{ octete}$	Kaón	K	$\frac{1}{2}$	1, 0, 1
	Pión	π	1	0, -1, 0, 1
	Eta	η_8	0	0
	Anti-kaón	\bar{K}	$\frac{1}{2}$	-1, -1, 0
$J^P = 0^- \text{ singulete}$	Eta	η_1	0	0
$J^P = 1^- \text{ octete}$	Kaón	K^*	$\frac{1}{2}$	1, 0, 1
	Rho	ρ	1	0, -1, 0, 1
	Omega	ω_8	0	0
	Anti-kaón	\bar{K}^*	$\frac{1}{2}$	-1, -1, 0
$J^P = 1^- \text{ singulete}$	Omega	ω_1	0	0

a una mezcla de mesones del octete y singulete,

$$\begin{aligned}\eta(548) &= \eta_8 \cos\theta_P - \eta_1 \sin\theta_P \\ \eta'(958) &= \eta_8 \sin\theta_P + \eta_1 \cos\theta_P,\end{aligned}\tag{1.36}$$

con ángulo de mezcla pseudoescalar $-20^\circ < \theta_P < -10^\circ$, ajustado a $\theta_P = -18^\circ$ para anchuras de decaimiento de η y η' a 2γ [13].

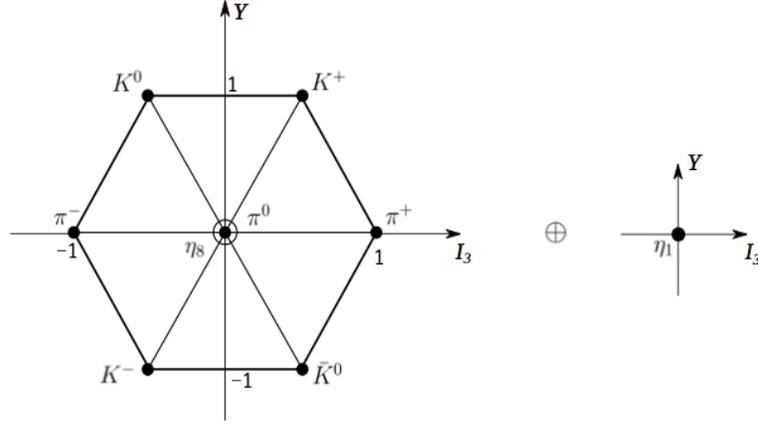
$$\begin{aligned}\phi(1020) &= \omega_8 \cos\theta_V - \omega_1 \sin\theta_V \\ \omega(782) &= \omega_8 \sin\theta_V + \omega_1 \cos\theta_V,\end{aligned}\tag{1.37}$$

con ángulo de mezcla vectorial $\theta_V = 26^\circ$.

1.4.1. Funciones de onda de espín

Las configuraciones para los mesones $q\bar{q}$ con espín de los quarks $S = \frac{1}{2}$ y momento angular orbital relativo cero (es decir, sólo considerando estados base; sin excitaciones orbitales), son de dos tipos: $J = S = 0$ (Estados *pseudoescalares*) y $J = S = 1$ (Estados *vectoriales*). Por tanto las funciones de onda de espín correspondientes al triplete $S = 1$ son

$$\begin{aligned}|\chi\rangle_{1,1} &= |\uparrow\uparrow\rangle \\ |\chi\rangle_{1,0} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle) \\ |\chi\rangle_{1,-1} &= |\downarrow\downarrow\rangle\end{aligned}\tag{1.38}$$

Figura 1.4: Mesones pseudoescalares $J^P = 0^-$

y para el singulete $S = 0$ la función de onda es

$$|\chi\rangle_{0,0} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle). \quad (1.39)$$

Isospín $SU(2)$

El operador \hat{I}_3 es identificado como uno de los generadores del grupo $SU(3)_f$, y también uno de los generadores del subgrupo $SU(2)_f$, ya que el álgebra del grupo es prácticamente la misma a la del espín, entonces en la representación fundamental los generadores de isoespín están definidos como $\hat{I}_i = \frac{1}{2}\hat{\tau}_i$, donde los generadores de isoespín son las matrices de Pauli [17]:

$$\hat{\tau}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\tau}_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\tau}_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (1.40)$$

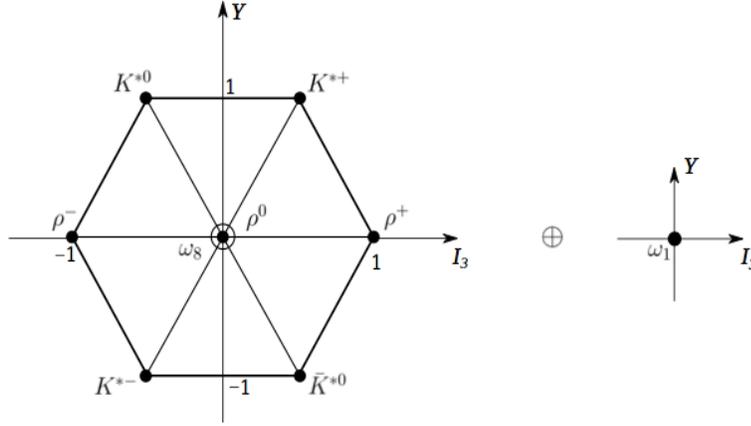
1.4.2. Función de onda de de sabor

Para construir las funciones de onda de sabor de los mesones, es necesario estudiar primero el comportamiento de los antiquarks bajo los operadores de isoespín. Se define el doblete de isoespín como

$$\phi = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}, \quad (1.41)$$

el cual se transforma bajo rotaciones como

$$\begin{aligned} \phi' &= U\phi \\ U &= \exp\left(\frac{1}{2}i\theta\hat{n}\cdot\tau\right) \equiv \cos\frac{\theta}{2} + i\hat{n}\cdot\tau\sin\frac{\theta}{2}, \end{aligned} \quad (1.42)$$

Figura 1.5: Mesones vectoriales $J^P = 1^-$

donde τ lleva las matrices de espín de Pauli σ . En particular una rotación alrededor del eje 2, implica

$$\begin{aligned} u' &= \cos\frac{\theta}{2}u + \text{sen}\frac{\theta}{2}d \\ d' &= -\text{sen}\frac{\theta}{2}u + \cos\frac{\theta}{2}d \end{aligned} \quad (1.43)$$

Ahora, aplicando en ambos lados el operador de conjugación de carga, de modo que $u \rightarrow \bar{u}$, $d \rightarrow \bar{d}$, entonces

$$\begin{aligned} \bar{d}' &= -\text{sen}\frac{\theta}{2}\bar{u} + \cos\frac{\theta}{2}\bar{d} \\ \bar{u}' &= \cos\frac{\theta}{2}\bar{u} + \text{sen}\frac{\theta}{2}\bar{d} \end{aligned} \quad (1.44)$$

$$\begin{pmatrix} \bar{d}' \\ \bar{u}' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\frac{\theta}{2} & -\text{sen}\frac{\theta}{2} \\ \text{sen}\frac{\theta}{2} & \cos\frac{\theta}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{d} \\ \bar{u} \end{pmatrix} \quad (1.45)$$

Si el doblete se define como

$$\phi = \begin{pmatrix} \bar{d} \\ -\bar{u} \end{pmatrix} \quad (1.46)$$

entonces

$$\begin{aligned} \bar{d}' &= \cos\frac{\theta}{2}\bar{d} + \text{sen}\frac{\theta}{2}(-\bar{u}) \\ -\bar{u}' &= -\text{sen}\frac{\theta}{2}\bar{d} + \cos\frac{\theta}{2}(-\bar{u}) \end{aligned} \quad (1.47)$$

lo cual es la forma estandar de la rotación del doblete. En general el doblete

$$\tilde{\phi} = \begin{pmatrix} \bar{d} \\ -\bar{u} \end{pmatrix}. \quad (1.48)$$

Así las antipartículas se transforma como

$$\tilde{\phi}' = U\tilde{\phi}, \quad U \equiv \exp\left(\frac{1}{2}i\theta\hat{n} \cdot \tau\right) \quad (1.49)$$

de modo que un estado con contenido \bar{d} , mediante el operador de isoespín se transforma como

$$I_- \bar{d} = -\bar{u}. \quad (1.50)$$

Ahora, para derivar los estados del octete de mesones se suele usar directamente la simetría de isoespín y los operadores de ascenso y descenso U_{\pm} y V_{\pm} . A partir del estado del pión π^+ con contenido de sabor $-|u\bar{d}\rangle$. Al aplicarle sucesivamente los operadores anteriores, por ejemplo el de isoespín I_- , se tiene:

$$I_-|\pi^+\rangle = -d^\dagger u|u\bar{d}\rangle = -|d\bar{d}\rangle + |u\bar{u}\rangle. \quad (1.51)$$

Esta operación conduce a la función de onda normalizada

$$|\pi^0\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(|u\bar{u}\rangle - |d\bar{d}\rangle), \quad (1.52)$$

por tanto mediante la simetría de isoespín se obtiene

$$I_-|\pi^+\rangle = \sqrt{2}|\pi^0\rangle, \quad (1.53)$$

De esta manera se pueden generar de acuerdo a los diagramas de peso; dos dobletes de isoespín, un triplete y un singulete para cada octete. Las funciones de onda de los mesones se muestran en la Tabla (1.4). El mesón η_1 es un singulete de sabor, cuya función de onda es

$$|\eta_1(\omega_1)\rangle \equiv |(0,0)0,0,0\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle + |s\bar{s}\rangle) \quad (1.54)$$

1.4.3. Paridad de las funciones de onda de sabor

Se debe tener cuidado al etiquetar los quarks y antiquarks explícitamente en los estados SU(3). El estado $u\bar{d}$ por ejemplo puede ser además

$$|\phi_S\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}|u(1)\bar{d}(2) + \bar{d}(1)u(2)\rangle \quad \text{ó} \quad |\phi_A\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}|u(1)\bar{d}(2) - \bar{d}(1)u(2)\rangle, \quad (1.55)$$

Tabla 1.9: Funciones de onda de sabor para mesones pseudoescalares y vectoriales [18] $J^P = 0^-(1^-)$ de una paridad-G dada.

Mesones	$ (\lambda, \mu)I, I_3, Y\rangle$	$ \phi\rangle$
$K^+(K^{*+})$	$ (1, 1)\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{s}\rangle \pm \bar{s}u\rangle)$
$K^0(K^{*0})$	$ (1, 1)\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 1\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(d\bar{s}\rangle \pm \bar{s}d\rangle)$
$\pi^+(\rho^+)$	$ (1, 1)1, 1, 0\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{d}\rangle \pm \bar{d}u\rangle)$
$\pi^0(\rho^0)$	$ (1, 1)1, 0, 0\rangle$	$\frac{1}{2}(d\bar{d}\rangle - u\bar{u}\rangle) \pm (\bar{d}d\rangle - \bar{u}u\rangle)$
$\pi^-(\rho^-)$	$ (1, 1)1, -1, 0\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(d\bar{u}\rangle \pm \bar{u}d\rangle)$
$\eta_8^0(\omega_8^0)$	$ (1, 1)0, 0, 0\rangle$	$\frac{1}{2\sqrt{3}}[(u\bar{u}\rangle + d\bar{d}\rangle - 2 s\bar{s}\rangle) \pm (\bar{u}u\rangle + \bar{d}d\rangle - 2 \bar{s}s\rangle)]$
$\eta_1^0(\omega_1^0)$	$ (1, 1)0, 0, 0\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{6}}[(u\bar{u}\rangle + d\bar{d}\rangle + s\bar{s}\rangle) \pm (\bar{u}u\rangle + \bar{d}d\rangle + \bar{s}s\rangle)]$
$\bar{K}^0(\bar{K}^{*0})$	$ (1, 1)\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -1\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(s\bar{d}\rangle \pm \bar{d}s\rangle)$
$K^-(K^{*-})$	$ (1, 1)\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -1\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(s\bar{u}\rangle \pm \bar{u}s\rangle)$

los subíndices denotan las propiedades de simetría bajo el intercambio de las etiquetas 1 y 2, las cuales denotan el orden de los quarks en los estados, por lo tanto

$$|\phi_{S/A}\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}|u\bar{d} \pm \bar{d}u\rangle, \quad (1.56)$$

Esos dos estados son distinguibles por su paridad-G ($G \equiv Ce^{i\pi T_2}$). Con $T_2 \equiv \frac{1}{2}\tau_2$ entonces de la ecuación (1.40) se tiene $G = Ci\tau_2 \equiv C \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ donde C es el operador de conjugación de carga [15]. Por lo tanto al aplicar sucesivamente G se tiene consecuentemente,

$$u \rightarrow \bar{d} \rightarrow -u \quad ; \quad d \rightarrow -\bar{u} \rightarrow -d \quad (1.57)$$

$$G\phi_S \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(-|\bar{d}u\rangle - |u\bar{d}\rangle) \equiv -\phi_S, \quad G\phi_A \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(-|\bar{d}u\rangle + |u\bar{d}\rangle) \equiv +\phi_A \quad (1.58)$$

$$\phi_S \rightarrow G = -1(\pi^+)y \quad , \quad \phi_A \rightarrow G = +(\rho^+). \quad (1.59)$$

Las funciones de onda de los bariones pueden hallarse en la Tabla 1.9.

Así, las parejas neutrales son

$$\begin{aligned}\phi_S &: \frac{1}{2}[(|d\bar{d}\rangle - |u\bar{u}\rangle) + (|\bar{d}d\rangle - |\bar{u}u\rangle)] = \pi^0 \\ \phi_A &: \frac{1}{2}[(|d\bar{d}\rangle - |u\bar{u}\rangle) - (|\bar{d}d\rangle - |\bar{u}u\rangle)] = \rho^0,\end{aligned}\quad (1.60)$$

los cuales son eigenestados del operador de conjugación de carga.

1.4.4. Singulete

Finalmente, debido a que el álgebra de color es igual a la de sabor, la funciones de onda de color de los mesones, estarán dadas por el producto totalmente simétrico

$$|\psi_{color}\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} (|r\bar{r}\rangle + |g\bar{g}\rangle + |b\bar{b}\rangle) \quad (1.61)$$

1.5. Decaimientos beta de bariones

El modelo de quarks implementa la conservación del vector de corriente (CVC) cuya hipótesis a nivel de quarks es esencialmente consistente con la corriente electromagnética excepto por la estructura de SU(3). La expresión de la corriente débil J_μ de acuerdo a la hipótesis de Cabibbo de que la corriente pertenece a un octete de SU(3) está dada por $J_\mu = V_\mu^i + A_\mu^i$, donde V_μ^i y A_μ^i son octetes de corrientes vectoriales y axiales [19].

Espresada en términos de los quarks, los elementos de matriz de transición para el proceso de decaimiento beta de los bariones $B_2 \rightarrow B_1 + e^- + \bar{\nu}_e$ de la corriente débil de Cabibbo puede escribirse en la forma:

$$\begin{aligned}\langle B_1 | J_\mu | B_2 \rangle &= \langle B_1 | V_\mu + A_\mu | B_2 \rangle \\ &= C \bar{u}_{B_1} \left[f_1(q^2) \gamma_\mu + i \frac{f_2(q^2)}{m_1 + m_2} \sigma_{\mu\nu} q^\nu + \frac{f_3(q^2)}{m_1 + m_2} q_\mu \right. \\ &\quad \left. + g_1(q^2) \gamma_\mu \gamma^5 + i \frac{g_2(q^2)}{m_1 + m_2} \sigma_{\mu\nu} q^\nu \gamma^5 + \frac{g_3(q^2)}{m_1 + m_2} q_\mu \gamma^5 \right] u_{B_2}.\end{aligned}\quad (1.62)$$

Donde \bar{u}_{B_1} y u_{B_2} son los espinores de Dirac

$$\bar{u}_{B_1} = u_{B_1}^\dagger \gamma^0, \quad u_{B_1} = \left(\frac{\chi_s}{E+m} \right), \quad u_{B_2} = \left(\frac{\chi_s}{E+m} \right) \quad (1.63)$$

B_2 y B_1 son los estados de los bariones iniciales y finales, el factor C aquí es el factor de Cabbibo. A baja transferencia de momento solo hay dos términos, f_1 (vector) y g_1 (vector axial) importantes. Es costumbre extraer de los experimentos la cantidad $g_A/g_V = g_1(0)/f_1(0)$ [20].

En general $q^\mu = (p_e + p_{\nu_e})^\mu = (p_{B_2} - p_{B_1})^\mu$, sin embargo debido a que de las constantes de acoplamiento g_A y g_V evaluadas en cero (cuya razón puede obtenerse de manera experimental considerando $q = 0$) conducen a la reducción de la expresión general para los decaimientos beta a solo dos términos, correspondientes a los acoplamientos axiales y vectoriales. Los operadores vectorial y axial son los siguientes

$$\begin{aligned} V_\mu^i &= \bar{q} \frac{\lambda^i}{2} \gamma_\mu q \\ A_\mu^i &= \bar{q} \frac{\lambda^i}{2} \gamma_\mu \gamma^5 q, \end{aligned} \quad (1.64)$$

En esta tesis, se calcularán los acoplamientos axiales A_μ de las 8 corrientes (generadas debido a las λ^i) pertenecientes al octete de bariones. Aquí $q \equiv \begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix}$ y $\bar{q} \equiv (\bar{u}, \bar{d}, \bar{s})$ corresponden a los quarks y anti-quarks.

Los decaimientos beta pueden ser bien descritos a través de la simetría de SU(3). Con este modelo los operadores de corriente axial para las transiciones $d \rightarrow u$ y $s \rightarrow u$ pueden ser expresados en términos de los generadores de grupo de SU(3)

$$\begin{aligned} d \rightarrow u, \quad A_\mu &= \bar{q} \gamma_\mu \gamma^5 (T^1 + iT^2) q = \bar{u} \gamma_\mu \gamma^5 d \\ s \rightarrow u, \quad A'_\mu &= \bar{q} \gamma_\mu \gamma^5 (T^4 + iT^5) q = \bar{u} \gamma_\mu \gamma^5 s \end{aligned} \quad (1.65)$$

los cuales están relacionados con las matrices de Gell-Mann $T^k = \frac{1}{2} \lambda^k$, como generadores de SU(3).

1.5.1. Simetrías del CQM en los decaimientos beta

Las configuraciones de estado de los bariónes obedecen las reglas de simetría del álgebra de los grupos SU(2)-isoespín, SU(3)-sabor y SU(6)-espín-sabor de acuerdo a sus números cuánticos. Las propiedades más importantes de estos grupos son brevemente revisadas en el apéndice de esta tesis.

Bajo estas simetrías, los procesos de decaimiento de las partículas del octete de bariones en modelo de quarks se pueden reescribir como la suma de los elementos de matriz diagonales del protón.

Para ver esto se considera el decaimiento $n \rightarrow p$; su estado inicial corresponde al $|n\rangle$ y el final al estado a $|p\rangle$. El operador encargado de medir el proceso a través de su valor esperado es el operador de corriente A_μ ,

$$\begin{aligned}
\langle p|A|n\rangle &= \langle p|AI_-|p\rangle = \langle p|I_-A|p\rangle + \langle p|[A, I_-]|p\rangle = \langle p|[A, I_-]|p\rangle \\
&= \langle p|\bar{u}\gamma_\mu\gamma^5u - \bar{d}\gamma_\mu\gamma^5d|p\rangle \\
&= (\Delta u - \Delta d)_p
\end{aligned} \tag{1.66}$$

Un segundo ejemplo, pero esta vez para notar un cambio de extrañeza en el proceso, se tiene al tomar un segundo operador del conjunto de operadores del octete de corrientes axiales denotado A' , para un decaimiento del tipo $\Sigma^- \rightarrow n$, resulta

$$\begin{aligned}
\langle n|A'|\Sigma^- \rangle &= \langle n|A'V_-|n\rangle = \langle n|V_-A'|n\rangle + \langle n|[A', V_-]|n\rangle \\
&= \langle n|[A', V_-]|n\rangle = \langle n|\bar{u}\gamma_\mu\gamma^5u - \bar{s}\gamma_\mu\gamma^5s|n\rangle \\
&= \langle p|\bar{d}\gamma_\mu\gamma^5d - \bar{s}\gamma_\mu\gamma^5s|p\rangle \\
&= (\Delta d - \Delta s)_p,
\end{aligned} \tag{1.67}$$

ya que el operador de corriente axial con cambio de extrañeza es $A' = \bar{u}\gamma^\mu\gamma_5s$. El mismo análisis se puede expandir para todos los procesos de decaimiento beta del octete de bariones para obtenerse así las contribuciones de u , d y s como elementos de matriz del protón. La Tabla 1.10 contiene todas estas contribuciones,

1.5.2. Parámetros F y D

Observando los resultados de la Tabla 1.10 se puede inferir que cada uno de los decaimientos beta semileptónicos se pueden reescribir como combinaciones lineales de sólo dos términos los cuales se conocen como parámetros D y F .

De esta forma, todos los decaimientos beta obtenidos con sus elementos de matriz diagonales del protón, se pueden reescribir en términos de dos parámetros D y F los cuales se definen como:

$$\begin{aligned}
F &\equiv \frac{1}{2}(\Delta u - \Delta s)_p \\
D &\equiv \frac{1}{2}(\Delta u - 2\Delta d + \Delta s)_p.
\end{aligned} \tag{1.68}$$

Así, los decaimientos de la Tabla 1.10 se pueden reescribir como combinaciones lineales de estos nuevos valores tabulados en la segunda columna g_A de la Tabla 1.11,

Tabla 1.10: Elementos de matriz de los decaimientos beta de bariones *octete* – *octete* ($J^P = \frac{1}{2}^+$), en términos de los 3 elementos de matriz diagonales e independientes del protón con su contribución $(\Delta q)_p = \langle p | \bar{q} \gamma_\mu \gamma^5 q | p \rangle$ donde $q = u, d, s$. El decaimiento $: n \rightarrow p$, se lee $\langle p \frac{1}{2} | A | n \frac{1}{2} \rangle = \langle p | \bar{u} \gamma_\mu \gamma^5 u - \bar{d} \gamma_\mu \gamma^5 d | p \rangle$ y de manera similar la lista completa.

<i>Decaimiento</i> – β	$\langle p \bar{u} \gamma_\mu \gamma^5 u p \rangle$	$\langle p \bar{d} \gamma_\mu \gamma^5 d p \rangle$	$\langle p \bar{s} \gamma_\mu \gamma^5 s p \rangle$
$\langle p \frac{1}{2} A n \frac{1}{2} \rangle$	1	-1	0
$\langle \Sigma^0 \frac{1}{2} A \Sigma^{-\frac{1}{2}} \rangle$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	0	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$
$\langle \Sigma^+ \frac{1}{2} A \Sigma^0 \frac{1}{2} \rangle$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	0	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$
$\langle \Xi^0 \frac{1}{2} A \Xi^{-\frac{1}{2}} \rangle$	0	1	-1
$\langle \Sigma^+ \frac{1}{2} A \Lambda^0 \frac{1}{2} \rangle$	$-\frac{1}{\sqrt{6}}$	$\sqrt{\frac{2}{3}}$	$-\frac{1}{\sqrt{6}}$
$\langle \Lambda^0 \frac{1}{2} A \Sigma^{-\frac{1}{2}} \rangle$	$\frac{1}{\sqrt{6}}$	$-\sqrt{\frac{2}{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{6}}$
$\langle p \frac{1}{2} A \Sigma^0 \frac{1}{2} \rangle$	0	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$
$\langle n \frac{1}{2} A \Sigma^{-\frac{1}{2}} \rangle$	0	1	-1
$\langle p \frac{1}{2} A \Lambda^0 \frac{1}{2} \rangle$	$\sqrt{\frac{2}{3}}$	$-\frac{1}{\sqrt{6}}$	$-\frac{1}{\sqrt{6}}$
$\langle \Lambda^0 \frac{1}{2} A \Xi^{-\frac{1}{2}} \rangle$	$\frac{1}{\sqrt{6}}$	$\frac{\sqrt{2}}{3}$	$-\sqrt{\frac{2}{3}}$
$\langle \Sigma^+ \frac{1}{2} A \Xi^0 \frac{1}{2} \rangle$	1	-1	0
$\langle \Sigma^0 \frac{1}{2} A \Xi^{-\frac{1}{2}} \rangle$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	0

donde $(\Delta q)_p = \langle p|\bar{q}\gamma^\mu\gamma_5q|p\rangle$ con $q = u, d, s$.

Por ejemplo, $n \rightarrow p$;

$$\langle p|\frac{1}{2}|A|n\frac{1}{2}\rangle = \langle p|\bar{u}\gamma^\mu\gamma_5u - \bar{d}\gamma^\mu\gamma_5d|p\rangle = (\Delta u - \Delta d)_p = F + D \quad (1.69)$$

o para el decaimiento $\Sigma^- \rightarrow n$,

$$\langle n|\frac{1}{2}|A'|\Sigma^-\frac{1}{2}\rangle = \langle p|\bar{d}\gamma^\mu\gamma_5d - \bar{s}\gamma^\mu\gamma_5s|p\rangle = (\Delta d - \Delta s)_p = F - D. \quad (1.70)$$

Siquiendo este razonamiento de manera análoga se puede generar la lista de los 12 decaimientos beta con sus constantes de acoplamiento axial g_A de la segunda columna de la Tabla 1.11. Puede notarse que los acoplamientos axiales sólo son simples combinaciones de F y D , así que si se conocen estas dos cantidades, en principio se obtendrían la lista completa de los decaimientos beta.

1.6. Decaimientos beta en el modelo CQM

Con la finalidad de obtener los acoplamientos axiales de los decaimientos semileptónicos para el Modelo de Quarks Constituyentes, se analizan sus simetrías y contenidos de manera sistemática.

De acuerdo con el modelo de quarks, usando la simetría de isoespín y los operadores escalón V_\pm podemos escribir los decaimientos beta en términos de los elementos de matriz en la base del protón. Los resultados de estos cálculos se encuentran en la Tabla 1.10 y son proporcionales a $(\Delta u)_p = \langle p|\bar{u}\gamma_\mu\gamma^5u|p\rangle$, $(\Delta d)_p = \langle p|\bar{d}\gamma_\mu\gamma^5d|p\rangle$ y $(\Delta s)_p = \langle p|\bar{s}\gamma_\mu\gamma^5s|p\rangle$.

Se puede demostrar que *en el límite no relativista* $\Delta q \approx 2S_z(q)$, con $q = \{u, d, s\}$.

Demostración. Por definición

$$\bar{q}\gamma_\mu\gamma^5q = q^\dagger\gamma^0\gamma_\mu\gamma^5q \quad (1.71)$$

donde

$$q \sim \left(\begin{array}{c} \chi_s \\ \frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{E+m}\chi_s \end{array} \right) \quad (1.72)$$

y el producto

$$\begin{aligned}
\gamma^0 \gamma_z \gamma^5 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \sigma_z \\ -\sigma_z & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_z & 0 \\ 0 & -\sigma_z \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} \sigma_z & 0 \\ 0 & \sigma_z \end{pmatrix}, \tag{1.73}
\end{aligned}$$

entonces

$$q^\dagger \gamma^0 \gamma_z \gamma^5 q = \left(\chi_s^\dagger \quad \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E+m} \chi_s^\dagger \right) \begin{pmatrix} \sigma_z & 0 \\ 0 & \sigma_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi_s \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E+m} \chi_s \end{pmatrix}. \tag{1.74}$$

Esta expresión se reduce al tomar el *límite no-relativista* (donde se considera $p \approx 0$) a la componente superior

$$\chi_s^\dagger \sigma_z \chi_s, \tag{1.75}$$

$$\chi_s^\dagger \sigma_z \chi_s = 2 \langle S_z \rangle \tag{1.76}$$

cuyo resultado contiene explícitamente la matriz σ_z , es decir, la proyección de espín S_z con los espinores χ_s de Pauli. Por lo tanto $\Delta q \approx 2S_z(q)$ [21].

Finalmente se pueden calcular los decaimientos beta, ya que al considerar la aproximación anterior y la simetría de espín-sabor del modelo de quarks para la ecuación del protón,

$$\begin{aligned}
|p_{\frac{1}{2}}\rangle &= \frac{1}{3\sqrt{2}} [uud(2 \uparrow\uparrow\downarrow - \uparrow\downarrow\uparrow - \downarrow\uparrow\uparrow) + udu(2 \uparrow\downarrow\uparrow - \downarrow\uparrow\uparrow - \uparrow\uparrow\downarrow) \\
&\quad + duu(2 \downarrow\uparrow\uparrow - \uparrow\uparrow\downarrow - \uparrow\downarrow\uparrow)], \tag{1.77}
\end{aligned}$$

se pueden obtener los siguientes resultados

$$\begin{aligned}
(\Delta u)_p &= \langle p, \frac{1}{2} | \bar{u} \gamma^z \gamma_5 u | p, \frac{1}{2} \rangle \longrightarrow \langle p, \frac{1}{2} | 2S_z(u) | p, \frac{1}{2} \rangle = \frac{4}{3} \\
(\Delta d)_p &= \langle p, \frac{1}{2} | \bar{d} \gamma^z \gamma_5 d | p, \frac{1}{2} \rangle \longrightarrow \langle p, \frac{1}{2} | 2S_z(d) | p, \frac{1}{2} \rangle = -\frac{1}{3} \\
(\Delta s)_p &= \langle p, \frac{1}{2} | \bar{s} \gamma^z \gamma_5 s | p, \frac{1}{2} \rangle \longrightarrow \langle p, \frac{1}{2} | 2S_z(s) | p, \frac{1}{2} \rangle = 0. \tag{1.78}
\end{aligned}$$

De esta manera se tienen todos los elementos para el cálculo de los decaimientos pues tomando los parámetros F y D como se definieron en la ecuación (1.68) y los valores calculados de $(\Delta u)_p$, $(\Delta d)_p$ y $(\Delta s)_p$ se obtiene $F = \frac{2}{3}$ y $D = 1$. Así los decaimientos beta de la Tabla 1.11 se pueden evaluar. Los resultados de este cálculo son etiquetados como *CQM* en la misma tabla.

1.6.1. Cálculo de Cabibbo

En la teoría de Cabibbo se usa la simetría de sabor en combinación con valores efectivos de D y F . Estos datos están reportados actualmente como $D = 0.805$ y $F = 0.465$. De esta manera quedan determinados todos los decaimientos beta en términos de sus valores experimentales, los resultados son tabulados en la cuarta columna de la Tabla 1.11.

La motivación de este trabajo es investigar en lo siguiente a los decaimientos beta, tomando en cuenta las interacciones de los hadrones con el mar de quarks. Para este fin se ha implementando el Modelo de Quarks Unquenched (UQM) basado en un modelo 3P_0 de creación de pares $q\bar{q}$ que son agregados como una perturbación. En este modelo las funciones de onda de los bariones consisten de una configuración de tres quarks representando los quarks constituyentes más la suma de todos los posibles acoplamientos del tipo barión-mesón, debidos a la creación de pares $q\bar{q}$.

Tabla 1.11: Decaimientos beta en términos de los parámetros D y F de los acoplamientos axiales g_A . $D = 1$, $F = \frac{2}{3}$ corresponden a CQM y los valores efectivos $D = 0.805$, $F = 0.465$ corresponden al cálculo de los decaimientos por *Cabibbo*. Ambos comparados con los valores experimentales.

Decaimiento $-\beta$	g_A	CQM	<i>Cabibbo</i>	Exp
$n \rightarrow p$	$F + D$	1.67	1.27	1.2701 ± 0.0025
$\Sigma^0 \rightarrow \Sigma^+$	$\sqrt{2}F$	0.94	0.66	
$\Xi^- \rightarrow \Xi^0$	$F - D$	-0.33	-0.34	
$\Sigma^- \rightarrow n$	$F - D$	-0.33	-0.34	-0.340 ± 0.017
$\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+$	$F + D$	1.67	1.27	1.21 ± 0.05
$\Lambda^0 \rightarrow p$	$\frac{1}{\sqrt{6}}(3F + D)$	1.22	0.90	0.879 ± 0.018
$\Sigma^0 \rightarrow p$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(F - D)$	-0.24	-0.24	
$\Sigma^- \rightarrow \Lambda^0$	$\sqrt{\frac{2}{3}}D$	0.82	0.66	0.60 ± 0.03
$\Sigma^- \rightarrow \Sigma^0$	$\sqrt{2}F$	0.94	0.66	
$\Lambda^0 \rightarrow \Sigma^+$	$-\sqrt{\frac{2}{3}}D$	-0.82	-0.66	
$\Xi^- \rightarrow \Lambda^0$	$\frac{1}{\sqrt{6}}(3F - D)$	0.41	0.24	0.31 ± 0.06
$\Xi^- \rightarrow \Sigma^0$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(F + D)$	1.18	0.90	

Capítulo 2

Decaimientos beta: nube mesónica

El interés en la nube mesónica viene del hecho que provee una explicación natural de la asimetría $\bar{d} - \bar{u}$, como una consecuencia de la violación de la regla de suma de Gottfried dada por la expresión

$$S_G = \int_0^1 \frac{F_2^p(x) - F_2^n(x)}{x} dx = \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \int_0^1 [\bar{d}_p(x) - \bar{u}_p(x)] dx = 0.24 \pm 0.016, \quad (2.1)$$

$F_2^p(x)$ y $F_2^n(x)$ son las funciones de estructura electromagnética del protón y el neutrón respectivamente, y x es la variable de Bjorken que mide la fracción de momento que lleva el quark, en relación con el momento del hadrón. El resultado de esta integral muestra que el mar del nucleón no es simétrico de sabor, ya que bajo la suposición de un mar de quarks simétrico en sabor, se obtendría $S_G = 1/3$ [22], por lo que cualquier desviación de este valor implicaría una asimetría \bar{d}/\bar{u} en el mar de quarks. Existen resultados experimentales sobre la dispersión inelástica profunda del neutrino en el experimento CDHS del CERN que confirman la asimetría [23].

Debido a la existencia de esta asimetría se propone como solución alternativa extensiones del *CQM*; modelos efectivos hadrónicos, como el Modelo de los Solitones, Modelo de Quarks Quirales (χQM), el Modelo de Quarks Unquenched (*UQM*) y el Modelo de la Nube Mesónica (*MCM*). Esta tesis se desarrollará en el marco de los modelos *MCM* y *UQM*.

2.1. Modelo de la nube mesónica, MCM

En este modelo el barión es un núcleo de quarks de valencia, el cual se denomina "barión puro", rodeado por una nube mesónica que es generada por la emisión de mesones virtuales por el barión en cuestión Figura 2.1 [24]. La configuración del barión puro es simplemente de quarks de valencia qqq como la descrita por el modelo de quarks constituyentes. Se supone que la distribución del mar de los quarks de estos estados es simétrica, por lo tanto la asimetría esta relacionada con los mesones de la nube. La función de onda de los bariones en general se puede expresar como una

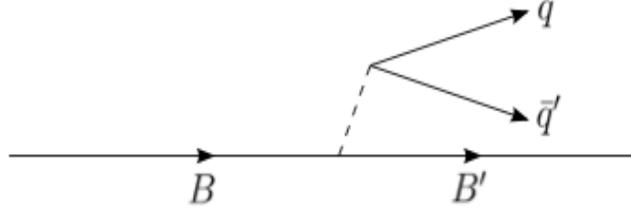


Figura 2.1: Proceso de emisión de un mesón por un barión B en el MCM.

combinación lineal del estado puro más los estados barión-mesón, tomando acoplamientos del octete de bariones al decuple y octete de mesones pseudoescalares como $\mathbf{8} \rightarrow \mathbf{10} \otimes \mathbf{8}$, $\mathbf{8} \rightarrow \mathbf{8} \otimes \mathbf{8}$ y $\mathbf{8} \rightarrow \mathbf{8} \otimes \mathbf{1}$. Así se postula la función de onda de los bariones las cuales se utilizarán posteriormente con su parte explícita de espín-sabor para calcular los decaimientos semileptónicos de los bariones del octete.

2.2. Funciones de onda

Tomando en cuenta las fluctuaciones mesónicas del MCM en el núcleo con acoplamientos del tipo B_8C_8 , B_8C_1 y $B_{10}C_8$; se obtiene una extensión del modelo de quarks constituyentes. Las nuevas funciones de onda para los bariones del octete serán una combinación lineal del estado del barión en el modelo de quarks equivalentes, más los estados *barión-mesón*.

$$\begin{aligned}
|\Psi_N\rangle &= \mathcal{N}_N [|N\rangle + a_{N \rightarrow N\pi} |N\pi\rangle + a_{N \rightarrow N\eta_8} |N\eta_8\rangle + a_{N \rightarrow \Sigma K} |\Sigma K\rangle + a_{N \rightarrow \Lambda K} |\Lambda K\rangle \\
&\quad + b_{N \rightarrow \Delta\pi} |\Delta\pi\rangle + b_{N \rightarrow \Sigma^* K} |\Sigma^* K\rangle + c_{N \rightarrow N\eta_1} |N\eta_1\rangle] \\
|\Psi_\Sigma\rangle &= \mathcal{N}_\Sigma [|\Sigma\rangle + a_{\Sigma \rightarrow \Sigma\pi} |\Sigma\pi\rangle + a_{\Sigma \rightarrow \Lambda\pi} |\Lambda\pi\rangle + a_{\Sigma \rightarrow N\bar{K}} |N\bar{K}\rangle + a_{\Sigma \rightarrow \Xi K} |\Xi K\rangle \\
&\quad + b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^*\pi} |\Sigma^*\pi\rangle + b_{\Sigma \rightarrow \Delta\bar{K}} |\Delta\bar{K}\rangle + a_{\Sigma \rightarrow \Sigma\eta_8} |\Sigma^*\eta_8\rangle + b_{\Sigma \rightarrow \Xi^* K} |\Xi^* K\rangle \\
&\quad + b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^*\eta_8} |\Sigma^*\eta_8\rangle + c_{\Sigma \rightarrow \Sigma\eta_1} |\Sigma\eta_1\rangle] \\
|\Psi_\Lambda\rangle &= \mathcal{N}_\Lambda [|\Lambda\rangle + a_{\Lambda \rightarrow \Sigma\pi} |\Sigma\pi\rangle + a_{\Lambda \rightarrow N\bar{K}} |N\bar{K}\rangle + a_{\Lambda \rightarrow \Xi K} |\Xi K\rangle \\
&\quad + b_{\Lambda \rightarrow \Sigma^*\pi} |\Sigma^*\pi\rangle + b_{\Lambda \rightarrow \Xi^* K} |\Xi^* K\rangle + a_{\Lambda \rightarrow \Lambda\eta_8} |\Lambda\eta_8\rangle + c_{\Lambda \rightarrow \Lambda\eta_1} |\Lambda\eta_1\rangle] \\
|\Psi_\Xi\rangle &= \mathcal{N}_\Xi [|\Xi\rangle + a_{\Xi \rightarrow \Xi\pi} |\Xi\pi\rangle + a_{\Xi \rightarrow \Sigma\bar{K}} |\Sigma\bar{K}\rangle + a_{\Xi \rightarrow \Lambda\bar{K}} |\Lambda\bar{K}\rangle + b_{\Xi \rightarrow \Xi^*\pi} |\Xi^*\pi\rangle \\
&\quad + b_{\Xi \rightarrow \Sigma^*\bar{K}} |\Sigma^*\bar{K}\rangle + a_{\Xi \rightarrow \Xi\eta_8} |\Xi^*\eta_8\rangle + b_{\Xi \rightarrow \Xi^*\eta_8} |\Xi^*\eta_8\rangle + b_{\Xi \rightarrow \Omega K} |\Omega K\rangle \\
&\quad + c_{\Xi \rightarrow \Xi\eta_1} |\Xi\eta_1\rangle] .
\end{aligned} \tag{2.2}$$

Con sus respectivos factores de normalización.

$$\begin{aligned}
\mathcal{N}_N &= \frac{1}{\sqrt{1 + a_{N \rightarrow N\pi}^2 + a_{N \rightarrow N\eta_8}^2 + a_{N \rightarrow \Sigma K}^2 + a_{N \rightarrow \Lambda K}^2 + b_{N \rightarrow \Delta\pi}^2 + b_{N \rightarrow \Sigma^* K}^2 + c_{N \rightarrow N\eta_1}^2}} \\
\mathcal{N}_\Sigma &= \frac{1}{\sqrt{1 + a_{\Sigma \rightarrow \Sigma\pi}^2 + a_{\Sigma \rightarrow \Lambda\pi}^2 + a_{\Sigma \rightarrow N\bar{K}}^2 + a_{\Sigma \rightarrow \Xi K}^2 + b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^*\pi}^2 + b_{\Sigma \rightarrow \Delta\bar{K}}^2 + b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^*\eta_8}^2 + b_{\Sigma \rightarrow \Xi^* K}^2 + c_{\Sigma \rightarrow \Sigma\eta_1}^2}} \\
\mathcal{N}_\Lambda &= \frac{1}{\sqrt{1 + a_{\Lambda \rightarrow \Sigma\pi}^2 + a_{\Lambda \rightarrow N\bar{K}}^2 + a_{\Lambda \rightarrow \Xi K}^2 + b_{\Lambda \rightarrow \Sigma^*\pi}^2 + b_{\Lambda \rightarrow \Xi^* K}^2 + c_{\Lambda \rightarrow \Lambda\eta_1}^2}} \\
\mathcal{N}_\Xi &= \frac{1}{\sqrt{1 + a_{\Xi \rightarrow \Xi\pi}^2 + a_{\Xi \rightarrow \Sigma\bar{K}}^2 + a_{\Xi \rightarrow \Lambda\bar{K}}^2 + b_{\Xi \rightarrow \Xi^*\pi}^2 + b_{\Xi \rightarrow \Sigma^* K}^2 + b_{\Xi \rightarrow \Xi^*\eta_8}^2 + b_{\Xi \rightarrow \Omega K}^2 + c_{\Xi \rightarrow \Xi\eta_1}^2}},
\end{aligned} \tag{2.3}$$

donde los parámetros $a_{B_8 \rightarrow B_8 C_8}$, $b_{B_8 \rightarrow B_{10} C_8}$ y $c_{B_8 \rightarrow B_8 C_1}$ son los coeficientes relativos a las términos de la función de onda del barión B_8 del octete, con los acoplamientos barión mesón $B_8 C_8$ octete-octete y barión mesón $B_{10} C_8$ decuplete-octete también del octete.

Para obtener los decaimientos beta de las partículas del octete de bariones es necesario desarrollar sus funciones de onda en términos de su parte explícita de espín e isospín. Para este fin, se calculan los coeficientes de Clebsch-Gordan [13] para los acoplamientos de isospín.

2.2.1. Coeficientes de isospín

Se pueden derivar los coeficientes de isospín para las funciones de onda de los hadrones del octete (2.2). Como un ejemplo se calculan estos coeficientes de Clebsch-Gordan para todos los acoplamientos del protón $|N\pi\rangle$, $|N\eta_8\rangle$, $|\Sigma K\rangle$, $|\Lambda K\rangle$, $|\Delta\pi\rangle$, $|\Sigma^* K\rangle$.

En el caso de los nucleones como el protón, se tienen las combinaciones de estados $|p\pi^0\rangle$, $|n\pi^+\rangle$ del término $|N\pi\rangle$ y $|p\eta_8\rangle$ para $|N\eta_8\rangle$,

$$\begin{aligned}
\langle p\pi^0 | p \rangle &= \left\langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} 10 \middle| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle = \sqrt{\frac{1}{3}} \\
\langle n\pi^+ | p \rangle &= \left\langle \frac{1}{2} - \frac{1}{2} 11 \middle| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle = -\sqrt{\frac{2}{3}} \\
\langle p\eta_8 | p \rangle &= \left\langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} 00 \middle| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle = 1 \\
\langle p\eta_1 | p \rangle &= \left\langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} 00 \middle| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle = 1,
\end{aligned} \tag{2.4}$$

para los acoplamientos $|\Sigma K\rangle$ y $|\Lambda K\rangle$, se tiene los estados $|\Sigma^+ K^0\rangle$, $|\Sigma^0 K^+\rangle$ y $|\Lambda^0 K^+\rangle$, con sus respectivos coeficientes de isospín.

$$\begin{aligned}
\langle \Sigma^+ K^0 | p \rangle &= \langle 11 \frac{1}{2} - \frac{1}{2} | \frac{1}{2} \frac{1}{2} \rangle = \sqrt{\frac{2}{3}} \\
\langle \Sigma^0 K^+ | p \rangle &= \langle 10 \frac{1}{2} \frac{1}{2} | \frac{1}{2} \frac{1}{2} \rangle = -\sqrt{\frac{1}{3}} \\
\langle \Lambda^0 K^+ | p \rangle &= \langle 00 \frac{1}{2} \frac{1}{2} | \frac{1}{2} \frac{1}{2} \rangle = 1.
\end{aligned} \tag{2.5}$$

Para el caso de los acoplamientos decuplete-octete $B_{10}C_8$, se tiene $|\Sigma^* K\rangle$, con los posibles estados $|\Sigma^{*+} K^0\rangle$ y $|\Sigma^{*0} K^+\rangle$, los coeficientes de isospín son

$$\begin{aligned}
\langle \Sigma^{*+} K^0 | p \rangle &= \langle 11 \frac{1}{2} - \frac{1}{2} | \frac{1}{2} \frac{1}{2} \rangle = \sqrt{\frac{2}{3}} \\
\langle \Sigma^{*0} K^+ | p \rangle &= \langle 10 \frac{1}{2} \frac{1}{2} | \frac{1}{2} \frac{1}{2} \rangle = -\sqrt{\frac{1}{3}}
\end{aligned} \tag{2.6}$$

y finalmente para el término $|\Delta\pi\rangle$ se tienen: $|\Delta^{++}\pi^-\rangle, |\Delta^+\pi^0\rangle, |\Delta^0\pi^+\rangle$. Donde es evidente que todas las posibles combinaciones de cada estado conservan la carga positiva del protón. La derivación de estos coeficientes es análoga a la del espín, la cual se presentará con mas detalle en la siguiente sección.

$$\begin{aligned}
\langle \Delta^{++}\pi^- | p \rangle &= \langle \frac{3}{2} \frac{3}{2} 1 - 1 | \frac{1}{2} \frac{1}{2} \rangle = \sqrt{\frac{1}{2}} \\
\langle \Delta^+\pi^0 | p \rangle &= \langle \frac{3}{2} \frac{1}{2} 10 | \frac{1}{2} \frac{1}{2} \rangle = -\sqrt{\frac{1}{3}} \\
\langle \Delta^0\pi^+ | p \rangle &= \langle \frac{3}{2} - \frac{1}{2} 11 | \frac{1}{2} \frac{1}{2} \rangle = \sqrt{\frac{1}{6}}.
\end{aligned} \tag{2.7}$$

La función de onda (2.2) para el protón con sus coeficientes de isospín, se reescribirá como:

$$\begin{aligned}
|\psi_p\rangle &= \mathcal{N}_N \left[|p\rangle + a_{N \rightarrow N\pi} \left(\sqrt{\frac{1}{3}} |p\pi^0\rangle - \sqrt{\frac{2}{3}} |n\pi^+\rangle \right) + a_{N \rightarrow N\eta} (|p\eta_8\rangle \cos\phi - |p\eta_1\rangle \sin\phi) \right. \\
&\quad + a_{N \rightarrow \Sigma K} \left(\sqrt{\frac{2}{3}} |\Sigma^+ K^0\rangle - \sqrt{\frac{1}{3}} |\Sigma^0 K^+\rangle \right) + a_{N \rightarrow N\eta'} (|p\eta_8\rangle \sin\phi + |p\eta_1\rangle \cos\phi) \\
&\quad + b_{N \rightarrow \Delta\pi} \left(\sqrt{\frac{1}{2}} |\Delta^{++}\pi^-\rangle - \sqrt{\frac{1}{3}} |\Delta^+\pi^0\rangle + \sqrt{\frac{1}{6}} |\Delta^0\pi^+\rangle \right) + a_{N \rightarrow \Lambda K} |\Lambda^0 K^+\rangle \\
&\quad \left. + b_{N \rightarrow \Sigma^* K} \left(\sqrt{\frac{2}{3}} |\Sigma^{*+} K^0\rangle - \sqrt{\frac{1}{3}} |\Sigma^{*0} K^+\rangle \right) \right], \tag{2.8}
\end{aligned}$$

donde se introducen los estados físicos de la mezcla de los lazos η y η' mencionados en el capítulo 1.

$$\begin{aligned} |\eta\rangle &= \cos\phi|\eta_8\rangle - \text{sen}\phi|\eta_1\rangle \\ |\eta'\rangle &= \text{sen}\phi|\eta_8\rangle + \cos\phi|\eta_1\rangle \end{aligned} \quad (2.9)$$

con ángulo de mezcla $\phi = -18^\circ$ [13]. Esta nueva mezcla de estados introduce nuevos términos en los factores de normalización¹ de las ecuaciones (2.3).

De manera analoga se obtiene la función de onda para el neutrón.

$$\begin{aligned} |\psi_n\rangle &= \mathcal{N}_N \left[|n\rangle + a_{N \rightarrow N\pi} \left(-\sqrt{\frac{1}{3}}|n\pi^0\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}}|p\pi^-\rangle \right) + a_{N \rightarrow \Lambda K} |\Lambda^0 K^+\rangle \right. \\ &\quad + a_{N \rightarrow N\eta} (|n\eta_8\rangle \cos\phi - |n\eta_1\rangle \text{sen}\phi) + a_{N \rightarrow N\eta'} (|n\eta_8\rangle \text{sen}\phi + |n\eta_1\rangle \cos\phi) \\ &\quad + a_{N \rightarrow \Sigma K} \left(-\sqrt{\frac{2}{3}}|\Sigma^- K^+\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}}|\Sigma^0 K^0\rangle \right) \\ &\quad + b_{N \rightarrow \Delta\pi} \left(\sqrt{\frac{1}{6}}|\Delta^+ \pi^-\rangle - \sqrt{\frac{1}{3}}|\Delta^0 \pi^0\rangle + \sqrt{\frac{1}{2}}|\Delta^- \pi^+\rangle \right) \\ &\quad \left. + b_{N \rightarrow \Sigma^* K} \left(-\sqrt{\frac{2}{3}}|\Sigma^{*-} K^+\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}}|\Sigma^{*0} K^0\rangle \right) \right] \end{aligned} \quad (2.10)$$

2.2.2. Coeficientes de espín

El proceso dominante en el Meson Cloud Model que estamos considerando debido a la presencia de la nube mesónica alrededor del núcleo, es la fluctuación de un barión A en otro barión B más un mesón C (en este caso π, K, \bar{K} y η). Los términos $|BC\rangle$ en la función de onda son los responsables de generar el mar de quarks, y por tanto es necesario determinar su cantidad de momento angular que aportan al espín total del barión. El momento angular total de estas componentes estará dado por

$$\vec{J}_{BC} = \vec{J}_B + \vec{J}_C + \vec{l}, \quad (2.11)$$

donde \vec{J}_B y \vec{J}_C son los momentos angulares del barión B y el mesón C respectivamente y \vec{l} el momento angular orbital entre B y C . Bajo la suposición de que B y C son estados base, y además tomando mesones pseudoescalares (con momento angular y paridad $J^P = 0^-$) se tiene que $J_C = S_C = 0$ y $J_B = S_B = \frac{1}{2}$ para los bariones del octete y $\frac{3}{2}$ para los del decuplete. La conservación de paridad $P_A = P_B P_C (-1)^l$

¹Por ejemplo, la mezcla de estados η y η' redefine el factor de normalización de los nucleones, simplemente a $\mathcal{N}_N = \frac{1}{\sqrt{1+a_{N \rightarrow N\pi}^2+a_{N \rightarrow N\eta}^2+a_{N \rightarrow N\eta'}^2+a_{N \rightarrow \Sigma K}^2+a_{N \rightarrow \Lambda K}^2+b_{N \rightarrow \Delta\pi}^2+b_{N \rightarrow \Sigma^* K}^2}}$

determina que el momento angular orbital l debe ser impar; sin embargo si el estado físico A pertenece al octete o decuplete de bariones, entonces $l = 1$.

Así el estado $|p\pi^0\rangle$ en la base del momento angular total $\vec{J} = \vec{J}_B + \vec{J}_C$ (correspondiente a la máxima proyección de la función de onda del protón $J = \frac{1}{2}$) se puede acoplar a la base de $\vec{J}_{BC} = \vec{J}_B + \vec{J}_C + \vec{l}$ con el momento angular l relativo entre B y C , mediante los coeficientes de Clebsch-Gordan,

$$\begin{aligned}
|p\pi^0; J = M = \frac{1}{2}\rangle &= \sum_{mm_p} \langle \frac{1}{2} m_p 1 m | \frac{1}{2} \frac{1}{2} \rangle |pm_p\pi^0\rangle_{l=1,m} \\
&= \langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} 1 0 | \frac{1}{2} \frac{1}{2} \rangle |p, \frac{1}{2}\pi^0\rangle_{10} + \langle \frac{1}{2} - \frac{1}{2} 1 1 | \frac{1}{2} \frac{1}{2} \rangle |p, -\frac{1}{2}\pi^0\rangle_{11} \\
&= \sqrt{\frac{1}{3}} |p, \frac{1}{2}\pi^0\rangle_{10} - \sqrt{\frac{2}{3}} |p, -\frac{1}{2}\pi^0\rangle_{11}.
\end{aligned} \tag{2.12}$$

Para el estado $|n\pi^+\rangle$ se tienen también la combinación de estados en la base acoplada de barión-mesón $|BC, J, M; l, m\rangle$:

$$\begin{aligned}
|n\pi^+; J = M = \frac{1}{2}\rangle &= \sum_{mm_n} \langle \frac{1}{2} m_n 1 m | \frac{1}{2} \frac{1}{2} \rangle |nm_n\pi^+\rangle_{l=1,m} \\
&= \langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} 1 0 | \frac{1}{2} \frac{1}{2} \rangle |n, \frac{1}{2}\pi^+\rangle_{10} + \langle \frac{1}{2} - \frac{1}{2} 1 1 | \frac{1}{2} \frac{1}{2} \rangle |n, -\frac{1}{2}\pi^+\rangle_{11} \\
&= \sqrt{\frac{1}{3}} |n, \frac{1}{2}\pi^+\rangle_{10} - \sqrt{\frac{2}{3}} |n, -\frac{1}{2}\pi^+\rangle_{11}.
\end{aligned} \tag{2.13}$$

Como un último ejemplo, para un estado que involucra un barión del decuplete se calcula $|\Delta^{++}\pi^-\rangle$

$$\begin{aligned}
|\Delta^{++}\pi^-; J = M = \frac{1}{2}\rangle &= \sum_{mm_n} \langle \frac{3}{2} m_{\Delta^{++}} 1 m | \frac{1}{2} \frac{1}{2} \rangle |\Delta^{++} m_{\Delta^{++}} \pi^-\rangle_{l=1,m} \\
&= \langle \frac{3}{2} \frac{3}{2} 1 - 1 | \frac{1}{2} \frac{1}{2} \rangle |\Delta^{++}, \frac{3}{2}\pi^-\rangle_{1-1} + \\
&\quad \langle \frac{3}{2} \frac{1}{2} 1 0 | \frac{1}{2} \frac{1}{2} \rangle |\Delta^{++}, \frac{1}{2}\pi^-\rangle_{10} + \langle \frac{3}{2} - \frac{1}{2} 1 1 | \frac{1}{2} \frac{1}{2} \rangle |\Delta^{++}, -\frac{1}{2}\pi^-\rangle_{11} \\
&= \sqrt{\frac{1}{2}} |\Delta^{++}, \frac{3}{2}\pi^-\rangle_{1-1} - \sqrt{\frac{1}{3}} |\Delta^{++}, \frac{1}{2}\pi^-\rangle_{10} + \\
&\quad \sqrt{\frac{1}{6}} |\Delta^{++}, -\frac{1}{2}\pi^-\rangle_{11}.
\end{aligned} \tag{2.14}$$

De la misma manera como se obtuvieron los coeficientes de espín e isoespín para los acoplamientos anteriores, se pueden obtener para $|p\eta\rangle, |p\eta'\rangle, |\Sigma^+K^0\rangle, |\Sigma^0K^+\rangle, |\Lambda^0K^+\rangle, |\Sigma^{*+}K^0\rangle, |\Sigma^{*0}K^+\rangle, |\Delta^+\pi^0\rangle$ y $|\Delta^0\pi^+\rangle$. La forma explícita de la función de onda del protón y neutrón con $J = M = \frac{1}{2}$ y sus factores de espín e isoespín estarán dadas por

$$\begin{aligned}
|\psi_{p,J=\frac{1}{2}}\rangle = & \mathcal{N}_N \left[|p\frac{1}{2}\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}}a_{N\rightarrow N\pi} \left(\sqrt{\frac{1}{3}}|p\frac{1}{2}\pi^0\rangle_{1,0} - \sqrt{\frac{2}{3}}|p - \frac{1}{2}\pi^0\rangle_{1,1} \right) \right. \\
& - \sqrt{\frac{2}{3}}a_{N\rightarrow N\pi} \left(\sqrt{\frac{1}{3}}|n\frac{1}{2}\pi^+\rangle_{1,0} - \sqrt{\frac{2}{3}}|n - \frac{1}{2}\pi^+\rangle_{1,1} \right) \\
& + \sqrt{\frac{2}{3}}a_{N\rightarrow \Sigma K} \left(\sqrt{\frac{1}{3}}|\Sigma^+\frac{1}{2}K^0\rangle_{1,0} - \sqrt{\frac{2}{3}}|\Sigma^+ - \frac{1}{2}K^0\rangle_{1,1} \right) \\
& - \sqrt{\frac{1}{3}}a_{N\rightarrow \Sigma K} \left(\sqrt{\frac{1}{3}}|\Sigma^0\frac{1}{2}K^+\rangle_{1,0} - \sqrt{\frac{2}{3}}|\Sigma^0 - \frac{1}{2}K^+\rangle_{1,1} \right) \\
& + a_{N\rightarrow \Lambda K} \left(\sqrt{\frac{1}{3}}|\Lambda^0\frac{1}{2}K^+\rangle_{1,0} - \sqrt{\frac{2}{3}}|\Lambda^0 - \frac{1}{2}K^+\rangle_{1,1} \right) \\
& + a_{N\rightarrow N\eta} \left(\sqrt{\frac{1}{3}}|p\frac{1}{2}\eta_8\rangle_{1,0} - \sqrt{\frac{2}{3}}|p - \frac{1}{2}\eta_8\rangle_{1,1} \right) \cos\phi \\
& - a_{N\rightarrow N\eta} \left(\sqrt{\frac{1}{3}}|p\frac{1}{2}\eta_1\rangle_{1,0} - \sqrt{\frac{2}{3}}|p - \frac{1}{2}\eta_1\rangle_{1,1} \right) \sen\phi \\
& + a_{N\rightarrow N\eta'} \left(\sqrt{\frac{1}{3}}|p\frac{1}{2}\eta_8\rangle_{1,0} - \sqrt{\frac{2}{3}}|p - \frac{1}{2}\eta_8\rangle_{1,1} \right) \sen\phi \\
& + a_{N\rightarrow N\eta'} \left(\sqrt{\frac{1}{3}}|p\frac{1}{2}\eta_1\rangle_{1,0} - \sqrt{\frac{2}{3}}|p - \frac{1}{2}\eta_1\rangle_{1,1} \right) \cos\phi \\
& + \sqrt{\frac{1}{2}}b_{N\rightarrow \Delta\pi} \left(\sqrt{\frac{1}{2}}|\Delta^{++}\frac{3}{2}\pi^-\rangle_{1,-1} - \sqrt{\frac{1}{3}}|\Delta^{++}\frac{1}{2}\pi^-\rangle_{1,0} + \sqrt{\frac{1}{6}}|\Delta^{++} - \frac{1}{2}\pi^-\rangle_{1,1} \right) \\
& - \sqrt{\frac{1}{3}}b_{N\rightarrow \Delta\pi} \left(\sqrt{\frac{1}{2}}|\Delta^+\frac{3}{2}\pi^0\rangle_{1,-1} - \sqrt{\frac{1}{3}}|\Delta^+\frac{1}{2}\pi^0\rangle_{1,0} + \sqrt{\frac{1}{6}}|\Delta^+ - \frac{1}{2}\pi^0\rangle_{1,1} \right) \\
& + \sqrt{\frac{1}{6}}b_{N\rightarrow \Delta\pi} \left(\sqrt{\frac{1}{2}}|\Delta^0\frac{3}{2}\pi^+\rangle_{1,-1} - \sqrt{\frac{1}{3}}|\Delta^0\frac{1}{2}\pi^+\rangle_{1,0} + \sqrt{\frac{1}{6}}|\Delta^0 - \frac{1}{2}\pi^+\rangle_{1,1} \right) \\
& + \sqrt{\frac{2}{3}}b_{N\rightarrow \Sigma^*K} \left(\sqrt{\frac{1}{2}}|\Sigma^{*+}\frac{3}{2}K^0\rangle_{1,-1} - \sqrt{\frac{1}{3}}|\Sigma^{*+}\frac{1}{2}K^0\rangle_{1,0} + \sqrt{\frac{1}{6}}|\Sigma^{*+} - \frac{1}{2}K^0\rangle_{1,1} \right) \\
& \left. - \sqrt{\frac{1}{3}}b_{N\rightarrow \Sigma^*K} \left(\sqrt{\frac{1}{2}}|\Sigma^{*0}\frac{3}{2}K^+\rangle_{1,-1} - \sqrt{\frac{1}{3}}|\Sigma^{*0}\frac{1}{2}K^+\rangle_{1,0} + \sqrt{\frac{1}{6}}|\Sigma^{*0} - \frac{1}{2}K^+\rangle_{1,1} \right) \right]
\end{aligned} \tag{2.15}$$

$$\begin{aligned}
|\psi_{n,J=\frac{1}{2}}\rangle = & \mathcal{N}_N \left[|n\frac{1}{2}\rangle - \sqrt{\frac{1}{3}}a_{N\rightarrow N\pi} \left(\sqrt{\frac{1}{3}}|n\frac{1}{2}\pi^0\rangle_{1,0} - \sqrt{\frac{2}{3}}|n - \frac{1}{2}\pi^0\rangle_{1,1} \right) \right. \\
& + \sqrt{\frac{2}{3}}a_{N\rightarrow N\pi} \left(\sqrt{\frac{1}{3}}|p\frac{1}{2}\pi^-\rangle_{1,0} - \sqrt{\frac{2}{3}}|p - \frac{1}{2}\pi^-\rangle_{1,1} \right) \\
& - \sqrt{\frac{2}{3}}a_{N\rightarrow \Sigma K} \left(\sqrt{\frac{1}{3}}|\Sigma^-\frac{1}{2}K^+\rangle_{1,0} - \sqrt{\frac{2}{3}}|\Sigma^- - \frac{1}{2}K^+\rangle_{1,1} \right) \\
& + \sqrt{\frac{1}{3}}a_{N\rightarrow \Sigma K} \left(\sqrt{\frac{1}{3}}|\Sigma^0\frac{1}{2}K^0\rangle_{1,0} - \sqrt{\frac{2}{3}}|\Sigma^0 - \frac{1}{2}K^0\rangle_{1,1} \right) \\
& + a_{N\rightarrow \Lambda K} \left(\sqrt{\frac{1}{3}}|\Lambda^0\frac{1}{2}K^0\rangle_{1,0} - \sqrt{\frac{2}{3}}|\Lambda^0 - \frac{1}{2}K^0\rangle_{1,1} \right) \\
& + a_{N\rightarrow N\eta} \left(\sqrt{\frac{1}{3}}|n\frac{1}{2}\eta_8\rangle_{1,0} - \sqrt{\frac{2}{3}}|n - \frac{1}{2}\eta_8\rangle_{1,1} \right) \cos\phi \\
& - a_{N\rightarrow N\eta} \left(\sqrt{\frac{1}{3}}|n\frac{1}{2}\eta_1\rangle_{1,0} - \sqrt{\frac{2}{3}}|n - \frac{1}{2}\eta_1\rangle_{1,1} \right) \sen\phi \\
& + a_{N\rightarrow N\eta'} \left(\sqrt{\frac{1}{3}}|n\frac{1}{2}\eta_8\rangle_{1,0} - \sqrt{\frac{2}{3}}|n - \frac{1}{2}\eta_8\rangle_{1,1} \right) \sen\phi \\
& + a_{N\rightarrow N\eta'} \left(\sqrt{\frac{1}{3}}|n\frac{1}{2}\eta_1\rangle_{1,0} - \sqrt{\frac{2}{3}}|n - \frac{1}{2}\eta_1\rangle_{1,1} \right) \cos\phi \\
& + \sqrt{\frac{1}{6}}b_{N\rightarrow \Delta\pi} \left(\sqrt{\frac{1}{2}}|\Delta^+\frac{3}{2}\pi^-\rangle_{1,-1} - \sqrt{\frac{1}{3}}|\Delta^+\frac{1}{2}\pi^-\rangle_{1,0} + \sqrt{\frac{1}{6}}|\Delta^+ - \frac{1}{2}\pi^-\rangle_{1,1} \right) \\
& - \sqrt{\frac{1}{3}}b_{N\rightarrow \Delta\pi} \left(\sqrt{\frac{1}{2}}|\Delta^0\frac{3}{2}\pi^0\rangle_{1,-1} - \sqrt{\frac{1}{3}}|\Delta^0\frac{1}{2}\pi^0\rangle_{1,0} + \sqrt{\frac{1}{6}}|\Delta^0 - \frac{1}{2}\pi^0\rangle_{1,1} \right) \\
& + \sqrt{\frac{1}{2}}b_{N\rightarrow \Delta\pi} \left(\sqrt{\frac{1}{2}}|\Delta^-\frac{3}{2}\pi^+\rangle_{1,-1} - \sqrt{\frac{1}{3}}|\Delta^-\frac{1}{2}\pi^+\rangle_{1,0} + \sqrt{\frac{1}{6}}|\Delta^- - \frac{1}{2}\pi^+\rangle_{1,1} \right) \\
& - \sqrt{\frac{2}{3}}b_{N\rightarrow \Sigma^*K} \left(\sqrt{\frac{1}{2}}|\Sigma^{*0}\frac{3}{2}K^+\rangle_{1,-1} - \sqrt{\frac{1}{3}}|\Sigma^{*0}\frac{1}{2}K^+\rangle_{1,0} + \sqrt{\frac{1}{6}}|\Sigma^{*0} - \frac{1}{2}K^+\rangle_{1,1} \right) \\
& \left. + \sqrt{\frac{1}{3}}b_{N\rightarrow \Sigma^*K} \left(\sqrt{\frac{1}{2}}|\Sigma^{*0}\frac{3}{2}K^0\rangle_{1,-1} - \sqrt{\frac{1}{3}}|\Sigma^{*0}\frac{1}{2}K^0\rangle_{1,0} + \sqrt{\frac{1}{6}}|\Sigma^{*0} - \frac{1}{2}K^0\rangle_{1,1} \right) \right]
\end{aligned} \tag{2.16}$$

$$\begin{aligned}
\langle \psi_{p\frac{1}{2}} | A | \psi_{n\frac{1}{2}} \rangle &= \mathcal{N}_N^2 \left[\langle p\frac{1}{2} | A | n\frac{1}{2} \rangle - \frac{1}{3} a_{N \rightarrow N\pi}^2 \left(\frac{1}{3} \langle p\frac{1}{2} | A | n\frac{1}{2} \rangle + \frac{2}{3} \langle p - \frac{1}{2} | A | n - \frac{1}{2} \rangle \right) + \right. \\
&\quad \frac{\sqrt{3}}{6} b_{N \rightarrow \Delta\pi}^2 \left(\frac{1}{2} \langle \Delta^{++} \frac{3}{2} | A | \Delta^+ \frac{3}{2} \rangle + \frac{1}{3} \langle \Delta^{++} \frac{1}{2} | A | \Delta^+ \frac{1}{2} \rangle + \frac{1}{6} \langle \Delta^{++} - \frac{1}{2} | A | \Delta^+ - \frac{1}{2} \rangle \right) \\
&\quad + \frac{1}{3} b_{N \rightarrow \Delta\pi}^2 \left(\frac{1}{2} \langle \Delta^+ \frac{3}{2} | A | \Delta^0 \frac{3}{2} \rangle + \frac{1}{3} \langle \Delta^+ \frac{1}{2} | A | \Delta^0 \frac{1}{2} \rangle + \frac{1}{6} \langle \Delta^+ - \frac{1}{2} | A | \Delta^0 - \frac{1}{2} \rangle \right) \\
&\quad + \frac{1}{2\sqrt{3}} b_{N \rightarrow \Delta\pi}^2 \left(\frac{1}{2} \langle \Delta^0 \frac{3}{2} | A | \Delta^- \frac{3}{2} \rangle + \frac{1}{3} \langle \Delta^0 \frac{1}{2} | A | \Delta^- \frac{1}{2} \rangle + \frac{1}{6} \langle \Delta^0 - \frac{1}{2} | A | \Delta^- - \frac{1}{2} \rangle \right) \\
&\quad + \frac{1}{9} a_{N \rightarrow N\pi} b_{N \rightarrow \Delta\pi} \left(\langle p\frac{1}{2} | A | \Delta^0 \frac{1}{2} \rangle + \langle p - \frac{1}{2} | A | \Delta^0 - \frac{1}{2} \rangle - \langle \Delta^+ \frac{1}{2} | A | n\frac{1}{2} \rangle \right. \\
&\quad \left. - \langle \Delta^+ - \frac{1}{2} | A | n - \frac{1}{2} \rangle \right) + \frac{1}{3\sqrt{3}} a_{N \rightarrow N\pi} b_{N \rightarrow \Delta\pi} \left(\langle n\frac{1}{2} | A | \Delta^- \frac{1}{2} \rangle + \langle n - \frac{1}{2} | A | \Delta^- - \frac{1}{2} \rangle \right. \\
&\quad \left. - \langle \Delta^{++} \frac{1}{2} | A | p\frac{1}{2} \rangle - \langle \Delta^{++} - \frac{1}{2} | A | p - \frac{1}{2} \rangle \right) + \frac{\sqrt{2}}{3} a_{N \rightarrow \Sigma K}^2 \left(\frac{1}{3} \langle \Sigma^+ \frac{1}{2} | A | \Sigma^0 \frac{1}{2} \rangle + \right. \\
&\quad \frac{2}{3} \langle \Sigma^+ - \frac{1}{2} | A | \Sigma^0 - \frac{1}{2} \rangle \left. \right) + \frac{\sqrt{2}}{3} a_{N \rightarrow \Sigma K}^2 \left(\frac{1}{3} \langle \Sigma^0 \frac{1}{2} | A | \Sigma^- \frac{1}{2} \rangle + \frac{2}{3} \langle \Sigma^0 - \frac{1}{2} | A | \Sigma^- - \frac{1}{2} \rangle \right) \\
&\quad + \frac{\sqrt{2}}{3} b_{N \rightarrow \Sigma^* K}^2 \left(\frac{1}{2} \langle \Sigma^{*+} \frac{3}{2} | A | \Sigma^{*0} \frac{3}{2} \rangle + \frac{1}{3} \langle \Sigma^{*+} \frac{1}{2} | A | \Sigma^{*0} \frac{1}{2} \rangle + \frac{1}{6} \langle \Sigma^{*+} - \frac{1}{2} | A | \Sigma^{*0} - \frac{1}{2} \rangle \right) \\
&\quad + \frac{\sqrt{2}}{3} b_{N \rightarrow \Sigma^* K}^2 \left(\frac{1}{2} \langle \Sigma^{*0} \frac{3}{2} | A | \Sigma^{*-} \frac{3}{2} \rangle + \frac{1}{3} \langle \Sigma^{*0} \frac{1}{2} | A | \Sigma^{*-} \frac{1}{2} \rangle + \frac{1}{6} \langle \Sigma^{*0} - \frac{1}{2} | A | \Sigma^{*-} - \frac{1}{2} \rangle \right) \\
&\quad - \frac{\sqrt{2}}{3} a_{N \rightarrow \Sigma K} b_{N \rightarrow \Sigma^* K} \left(\frac{1}{3} \langle \Sigma^{*+} \frac{1}{2} | A | \Sigma^0 \frac{1}{2} \rangle + \frac{1}{3} \langle \Sigma^{*+} - \frac{1}{2} | A | \Sigma^0 - \frac{1}{2} \rangle \right) \\
&\quad - \sqrt{\frac{2}{3}} a_{N \rightarrow \Sigma K} a_{N \rightarrow \Lambda K} \left(\frac{1}{3} \langle \Lambda^0 \frac{1}{2} | A | \Sigma^- \frac{1}{2} \rangle + \frac{2}{3} \langle \Lambda^0 - \frac{1}{2} | A | \Sigma^- - \frac{1}{2} \rangle \right) \\
&\quad - \frac{\sqrt{2}}{3} a_{N \rightarrow \Sigma K} b_{N \rightarrow \Sigma^* K} \left(\frac{1}{3} \langle \Sigma^{*0} \frac{1}{2} | A | \Sigma^- \frac{1}{2} \rangle + \frac{1}{3} \langle \Sigma^{*0} - \frac{1}{2} | A | \Sigma^- - \frac{1}{2} \rangle \right) \\
&\quad + \sqrt{\frac{2}{3}} a_{N \rightarrow \Lambda K} a_{N \rightarrow \Sigma K} \left(\frac{1}{3} \langle \Sigma^+ \frac{1}{2} | A | \Lambda^0 \frac{1}{2} \rangle + \frac{2}{3} \langle \Sigma^+ - \frac{1}{2} | A | \Lambda^0 - \frac{1}{2} \rangle \right) \\
&\quad - \sqrt{\frac{2}{3}} a_{N \rightarrow \Lambda K} b_{N \rightarrow \Sigma^* K} \left(\frac{1}{3} \langle \Sigma^{*+} \frac{1}{2} | A | \Lambda^0 \frac{1}{2} \rangle + \frac{1}{3} \langle \Sigma^{*+} - \frac{1}{2} | A | \Lambda^0 - \frac{1}{2} \rangle \right) \\
&\quad - \frac{\sqrt{2}}{3} a_{N \rightarrow \Sigma K} b_{N \rightarrow \Sigma^* K} \left(\frac{1}{3} \langle \Sigma^+ \frac{1}{2} | A | \Sigma^{*0} \frac{1}{2} \rangle + \frac{1}{3} \langle \Sigma^+ - \frac{1}{2} | A | \Sigma^{*0} - \frac{1}{2} \rangle \right) \\
&\quad - \frac{\sqrt{2}}{3} a_{N \rightarrow \Sigma K} b_{N \rightarrow \Sigma^* K} \left(\frac{1}{3} \langle \Sigma^0 \frac{1}{2} | A | \Sigma^{*-} \frac{1}{2} \rangle + \frac{1}{3} \langle \Sigma^0 - \frac{1}{2} | A | \Sigma^{*-} - \frac{1}{2} \rangle \right) \\
&\quad + \sqrt{\frac{2}{3}} a_{N \rightarrow \Lambda K} b_{N \rightarrow \Sigma^* K} \left(\frac{1}{3} \langle \Lambda^0 \frac{1}{2} | A | \Sigma^{*-} \frac{1}{2} \rangle + \frac{1}{3} \langle \Lambda^0 - \frac{1}{2} | A | \Sigma^{*-} - \frac{1}{2} \rangle \right) \\
&\quad + a_{N \rightarrow N\eta}^2 \left(\frac{1}{3} \langle p\frac{1}{2} | A | n\frac{1}{2} \rangle + \frac{2}{3} \langle p - \frac{1}{2} | A | n - \frac{1}{2} \rangle \right) \\
&\quad \left. + a_{N \rightarrow N\eta'}^2 \left(\frac{1}{3} \langle p\frac{1}{2} | A | n\frac{1}{2} \rangle + \frac{2}{3} \langle p - \frac{1}{2} | A | n - \frac{1}{2} \rangle \right) \right] \tag{2.17}
\end{aligned}$$

2.2.3. Expresiones de los decaimientos beta

El decaimiento beta semileptónico $B_1 \rightarrow B_2 + e^- + \bar{\nu}_e$ es calculado en la ecuación (2.17) mediante el operador de corriente axial para un proceso sin cambio de extrañeza $A = \bar{u}\gamma_\mu\gamma^5 d$, donde B_1 y B_2 son el barión inicial y final, respectivamente. Debido a que no todos los elementos de matriz del operador de corriente A son independientes, el cálculo se puede simplificar significativamente si se factorizan los valores esperados de los paréntesis a una sola proyección de espín. Por ejemplo

$$\langle p, -\frac{1}{2} | A | n, -\frac{1}{2} \rangle = -\langle p, \frac{1}{2} | A | n, \frac{1}{2} \rangle. \quad (2.18)$$

En general para dos estados bariónicos del octete (B_8) con proyección de espín $S=\frac{1}{2} := \uparrow$ y dos con $S=-\frac{1}{2} := \downarrow$ se cumple la relación anterior.

Demostración. Los operadores S_+ y S_- tienen el efecto de subir y bajar la proyección de espín ($S = \pm\frac{1}{2}$); de los estados de una configuración dada. Los operadores de ascenso y descenso de espín y el operador de corriente axial A , en términos de su contenido de *espín-sabor* se definen como:

$$S_+ = \sum_q q_\uparrow^\dagger q_\downarrow, \quad S_- = \sum_q q_\downarrow^\dagger q_\uparrow, \quad (2.19)$$

$$A = \bar{u}_\uparrow \gamma_\mu \gamma^5 d_\uparrow - \bar{u}_\downarrow \gamma_\mu \gamma^5 d_\downarrow. \quad (2.20)$$

Así se calcula el elemento de matriz del decaimiento beta menos, con proyección de espín hacia abajo

$$\begin{aligned} \langle B_8 \downarrow | A | B'_8 \downarrow \rangle &= \langle B_8 \downarrow | A S_- | B'_8 \uparrow \rangle \\ &= \langle B_8 \downarrow | S_- A + [A, S_-] | B'_8 \uparrow \rangle \\ &= \langle B_8 \uparrow | A | B'_8 \uparrow \rangle + \langle B_8 \uparrow | [S_+, [A, S_-]] | B'_8 \uparrow \rangle. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Evaluando el conmutador $[A, S_-]$,

$$\begin{aligned} [A, S_-] &= \left[\bar{u}_\uparrow \gamma_\mu \gamma^5 d_\uparrow - \bar{u}_\downarrow \gamma_\mu \gamma^5 d_\downarrow, \sum_q q_\downarrow^\dagger q_\uparrow \right] = -\bar{q}_\downarrow \gamma_\mu \gamma^5 d_\uparrow \delta q u - \bar{u}_\downarrow \gamma_\mu \gamma^5 q_\uparrow \delta q d \\ &= -\bar{u}_\downarrow \gamma_\mu \gamma^5 d_\uparrow - \bar{u}_\downarrow \gamma_\mu \gamma^5 d_\uparrow = -2\bar{u}_\downarrow \gamma_\mu \gamma^5 d_\uparrow, \end{aligned} \quad (2.22)$$

entonces

$$\begin{aligned} [S_+, [A, S_-]] &= \left[\sum_q q_\uparrow^\dagger q_\downarrow, -2\bar{u}_\downarrow \gamma_\mu \gamma^5 d_\uparrow \right] \\ &= -2 \sum q \bar{q}_\uparrow \gamma_\mu \gamma^5 d_\uparrow \delta q u + 2 \sum u \bar{q}_\uparrow \gamma_\mu \gamma^5 q_\uparrow \delta q d \\ &= -2\bar{u}_\uparrow \gamma_\mu \gamma^5 d_\uparrow + 2\bar{u}_\downarrow \gamma_\mu \gamma^5 d_\downarrow \\ &= 2(\bar{u}_\uparrow \gamma_\mu \gamma^5 d_\uparrow - \bar{u}_\downarrow \gamma_\mu \gamma^5 d_\downarrow) \\ &= -2A, \end{aligned} \quad (2.23)$$

por lo tanto

$$\langle B_8 \downarrow | A | B'_8 \downarrow \rangle = - \langle B_8 \uparrow | A | B'_8 \uparrow \rangle. \quad (2.24)$$

De la misma manera se puede demostrar $\langle \Delta^{++\frac{1}{2}} | A | \Delta^{+\frac{1}{2}} \rangle = \frac{1}{3} \langle \Delta^{++\frac{3}{2}} | A | \Delta^{+\frac{3}{2}} \rangle$, $\langle \Delta^{++ - \frac{1}{2}} | A | \Delta^{+ - \frac{1}{2}} \rangle = -\frac{1}{3} \langle \Delta^{++\frac{3}{2}} | A | \Delta^{+\frac{3}{2}} \rangle$, $\langle p - \frac{1}{2} | A | \Delta^0 - \frac{1}{2} \rangle = \langle p \frac{1}{2} | A | \Delta^0 \frac{1}{2} \rangle$ y los valores esperados semejantes de (2.17) para simplificar esta ecuación. Las relaciones generales se puede tratar con los mismos métodos, y los resultados se resumen en la Tabla 2.1.

El valor esperado del operador de corriente axial para el decaimiento $\beta: n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_{e^-}$ se reduce entonces a la siguiente expresión.

$$\begin{aligned} \langle \psi_{p\frac{1}{2}} | A | \psi_{n\frac{1}{2}} \rangle &= \mathcal{N}_N^2 \left[\frac{5}{3} + \frac{1}{9} a_{N \rightarrow N\pi}^2 \langle p \frac{1}{2} | A | n \frac{1}{2} \rangle + \frac{5}{18\sqrt{3}} b_{N \rightarrow \Delta\pi}^2 \langle \Delta^{++\frac{3}{2}} | A | \Delta^{+\frac{3}{2}} \rangle \right. \\ &+ \frac{5}{27} b_{N \rightarrow \Delta\pi}^2 \langle \Delta^{+\frac{3}{2}} | A | \Delta^0 \frac{3}{2} \rangle + \frac{5}{18\sqrt{3}} b_{N \rightarrow \Delta\pi}^2 \langle \Delta^0 \frac{3}{2} | A | \Delta^{-\frac{3}{2}} \rangle \\ &+ \frac{2}{9} a_{N \rightarrow N\pi} b_{N \rightarrow \Delta\pi} \left(\langle p \frac{1}{2} | A | \Delta^0 \frac{1}{2} \rangle - \langle \Delta^{+\frac{1}{2}} | A | n \frac{1}{2} \rangle \right) \\ &+ \frac{2}{3\sqrt{3}} a_{N \rightarrow N\pi} b_{N \rightarrow \Delta\pi} \left(\langle n \frac{1}{2} | A | \Delta^{-\frac{1}{2}} \rangle - \langle \Delta^{++\frac{1}{2}} | A | p \frac{1}{2} \rangle \right) \\ &- \frac{\sqrt{2}}{9} a_{N \rightarrow \Sigma K}^2 \left(\langle \Sigma^{+\frac{1}{2}} | A | \Sigma^0 \frac{1}{2} \rangle - \langle \Sigma^0 \frac{1}{2} | A | \Sigma^{-\frac{1}{2}} \rangle \right) \\ &+ \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2}{3}} a_{N \rightarrow \Sigma K} a_{N \rightarrow \Lambda K} \left(\langle \Lambda^0 \frac{1}{2} | A | \Sigma^{-\frac{1}{2}} \rangle - \langle \Sigma^0 \frac{1}{2} | A | \Lambda^0 \frac{1}{2} \rangle \right) \\ &+ \frac{5\sqrt{2}}{27} b_{N \rightarrow \Sigma^* K}^2 \left(\langle \Sigma^{*+\frac{3}{2}} | A | \Sigma^{*0} \frac{3}{2} \rangle + \langle \Sigma^{*0} \frac{3}{2} | A | \Sigma^{*-\frac{3}{2}} \rangle \right) \\ &- \frac{2\sqrt{2}}{9} a_{N \rightarrow \Sigma K} b_{N \rightarrow \Sigma^* K} \left(\langle \Sigma^{*+\frac{1}{2}} | A | \Sigma^0 \frac{1}{2} \rangle + \langle \Sigma^{*0} \frac{1}{2} | A | \Sigma^{-\frac{1}{2}} \rangle \right) \\ &- \frac{2\sqrt{2}}{9} a_{N \rightarrow \Sigma K} b_{N \rightarrow \Sigma^* K} \left(\langle \Sigma^{+\frac{1}{2}} | A | \Sigma^{*0} \frac{1}{2} \rangle + \langle \Sigma^0 \frac{1}{2} | A | \Sigma^{*-\frac{1}{2}} \rangle \right) \\ &- \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2}{3}} a_{N \rightarrow \Lambda K} b_{N \rightarrow \Sigma^* K} \left(\langle \Lambda^0 \frac{1}{2} | A | \Sigma^{*-\frac{1}{2}} \rangle + \langle \Sigma^{*+\frac{1}{2}} | A | \Lambda^0 \frac{1}{2} \rangle \right) \\ &\left. - \frac{1}{3} a_{N \rightarrow N\eta}^2 \langle p \frac{1}{2} | A | n \frac{1}{2} \rangle - \frac{1}{3} a_{N \rightarrow N\eta'}^2 \langle p \frac{1}{2} | A | n \frac{1}{2} \rangle \right]. \quad (2.25) \end{aligned}$$

Entre paréntesis están simplificados los elementos de matriz correspondientes a las máximas proyecciones de espín. Solo falta calcular *numéricamente* los valores esperados restantes entre estados inicial y final correspondientes al *octete-octete*, *decuplete-decuplete* y *octete-decuplete*. De las Tablas 1.10 y A.2 del Apéndice pueden encontrarse

Tabla 2.1: Relaciones de los elementos de matriz del operador $\theta = \{A, A'\}$ entre estados de espín: *decuplete* – *decuplete* ($J^P = \frac{3}{2}^+$), *octete* – *octete* ($J^P = \frac{1}{2}^+$) y estados mixtos *decuplete* – *octete*. Todos con su máxima proyección de espín en términos de sus proyecciones de espín restantes.

	$\langle B_{10}, \frac{3}{2} \theta B'_{10}, \frac{3}{2} \rangle$	$\langle B'_8, \frac{1}{2} \theta B_8, \frac{1}{2} \rangle$	$\langle B_{10}, \frac{1}{2} \theta B_8, \frac{1}{2} \rangle$
$\langle B_{10}, \pm \frac{1}{2} \theta B'_{10}, \pm \frac{1}{2} \rangle$	$\pm \frac{1}{3}$	0	0
$\langle B_{10}, -\frac{3}{2} \theta B'_{10}, -\frac{3}{2} \rangle$	-1	0	0
$\langle B_8, \frac{1}{2} \theta B'_8, \frac{1}{2} \rangle$	0	-1	0
$\langle B_{10}, -\frac{1}{2} \theta B_8, -\frac{1}{2} \rangle$	0	0	1

los acoplamientos de la corriente axial en función de $\Delta u, \Delta d, \Delta s$ y de los elementos de matriz diagonales de los estados $|p\rangle$ y $|\Delta^{++}\rangle$. Los elementos de matriz cruzados decuplete-octete son evaluados para $\Delta u, \Delta d$ y Δs en la Tabla A.3.

De la Tabla 1.10, todos los decaimientos beta se pueden escribir en términos de sólo dos combinaciones de parámetros independientes. Para $\langle p_{\frac{1}{2}} | A | n_{\frac{1}{2}} \rangle$:

$$\langle p_{\frac{1}{2}} | A | n_{\frac{1}{2}} \rangle = (\Delta u)_p - (\Delta d)_p = \frac{5}{3}. \quad (2.26)$$

Ya que en el modelo de quarks equivalentes, $(\Delta u)_p = \frac{4}{3}$, $(\Delta d)_p = -\frac{1}{3}$ y $(\Delta s)_p = 0$, esto puede resolverse directamente estudiando la función de onda del protón con su contenido explícito de espín-sabor.

$$|p_{\frac{1}{2}}\rangle = \frac{1}{3\sqrt{2}} [uud(2 \uparrow\uparrow\downarrow - \uparrow\downarrow\uparrow - \downarrow\uparrow\uparrow) + udu(2 \uparrow\downarrow\uparrow - \downarrow\uparrow\uparrow - \uparrow\uparrow\downarrow) + duu(2 \downarrow\uparrow\uparrow - \uparrow\uparrow\downarrow - \uparrow\downarrow\uparrow)]. \quad (2.27)$$

Este valor puede sustituirse en (2.25) al igual que $\langle \Delta^{++\frac{3}{2}} | A | \Delta^{+\frac{3}{2}} \rangle = \sqrt{3}$, lo cual puede derivarse al hacer el producto directo de su función de onda explícita de espín $S = \frac{3}{2}$ con su parte de sabor.

$$|\Delta^{++}, \frac{3}{2}\rangle = uuu \uparrow\uparrow\uparrow, \quad (2.28)$$

donde $(\Delta u)_{\Delta^{++}, \frac{3}{2}} = 3$ y $(\Delta d)_{\Delta^{++}, \frac{3}{2}} = (\Delta s)_{\Delta^{++}, \frac{3}{2}} = 0$

$$\begin{aligned} \langle \Delta^{++\frac{3}{2}} | A | \Delta^{+\frac{3}{2}} \rangle &= \langle \Delta^{++\frac{3}{2}} | \bar{u}\gamma_\mu\gamma^5 u - \bar{d}\gamma_\mu\gamma^5 d | \Delta^{+\frac{3}{2}} \rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}}(\Delta u)_{\Delta^{++}} - \frac{1}{\sqrt{3}}(\Delta d)_{\Delta^{++}} = \sqrt{3}. \end{aligned} \quad (2.29)$$

Haciendo exactamente el mismo análisis se pueden encontrar los demás elementos de matriz de (2.25). Una vez sustituidos dichos valores, el decaimiento beta se puede reducir a la siguiente expresión

$$\begin{aligned} \langle \psi_{p\frac{1}{2}} | A | \psi_{n\frac{1}{2}} \rangle &= \mathcal{N}_N^2 \left[\frac{5}{3} + \frac{5}{27} a_{N \rightarrow N\pi}^2 - \frac{8}{27} a_{N \rightarrow \Sigma K}^2 - \frac{5}{9} a_{N \rightarrow N\eta}^2 + \frac{20}{27} b_{N \rightarrow \Sigma^* K}^2 \right. \\ &\quad + \frac{25}{27} b_{N \rightarrow \Delta\pi}^2 + \frac{32\sqrt{2}}{27} a_{N \rightarrow N\pi} b_{N \rightarrow \Delta\pi} + \frac{4}{9} a_{N \rightarrow \Sigma K} a_{N \rightarrow \Lambda K} \\ &\quad \left. + \frac{8\sqrt{2}}{9} a_{N \rightarrow \Lambda K} b_{N \rightarrow \Sigma^* K} + \frac{16\sqrt{2}}{27} a_{N \rightarrow \Sigma K} b_{N \rightarrow \Sigma^* K} - \frac{5}{9} a_{N \rightarrow N\eta'}^2 \right]. \end{aligned} \quad (2.30)$$

El resultado en este decaimiento solo dependerá de los parámetros $a_{B_8 \rightarrow B_8 C_8}$, $b_{B_8 \rightarrow B_{10} C_8}$, $c_{B_8 \rightarrow B_{10} C_1}$ y productos de estos, los cuales se deribarán en el siguiente capítulo, bajo la suposición del resultado experimental de la distribución de probabilidad de encontrar quarks \bar{d} y \bar{u} en el protón.

Los demás decaimientos beta del octete de bariones, con y sin cambio de extrañeza se calculan directamente de manera analoga al decaimiento $p \rightarrow n$. La única diferencia estará en el operador de corriente axial, cuya definición para una transición de un quark $s \rightarrow u$ estará definido de la siguiente manera,

$$A' = \bar{u} \gamma_\mu \gamma^5 s. \quad (2.31)$$

Los resultados obtenidos para los seis decaimientos beta que conservan la extrañeza dentro del octete de bariones son los siguientes:

$$\begin{aligned} A(n \rightarrow p) &= \mathcal{N}_N^2 \left(\frac{5}{3} + \frac{5}{27} a_{N \rightarrow N\pi}^2 + \frac{25}{27} b_{N \rightarrow \Delta\pi}^2 + \frac{32\sqrt{2}}{27} a_{N \rightarrow N\pi} b_{N \rightarrow \Delta\pi} \right. \\ &\quad - \frac{8}{27} a_{N \rightarrow \Sigma K}^2 - \frac{5}{9} a_{N \rightarrow N\eta}^2 + \frac{20}{27} b_{N \rightarrow \Sigma^* K}^2 - \frac{4}{9} a_{N \rightarrow \Sigma K} a_{N \rightarrow \Lambda K} \\ &\quad \left. + \frac{8\sqrt{2}}{9} a_{N \rightarrow \Lambda K} b_{N \rightarrow \Sigma^* K} + \frac{16\sqrt{2}}{27} a_{N \rightarrow \Sigma K} b_{N \rightarrow \Sigma^* K} - \frac{5}{9} a_{N \rightarrow N\eta'}^2 \right) \end{aligned} \quad (2.32)$$

$$\begin{aligned} A(\Sigma^0 \rightarrow \Sigma^+) &= \mathcal{N}_\Sigma^2 \left(\frac{2\sqrt{2}}{3} - \frac{\sqrt{2}}{9} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma\pi}^2 + \frac{2}{3\sqrt{3}} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma\pi} a_{\Sigma \rightarrow \Lambda\pi} + \frac{5}{9\sqrt{2}} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^*\pi}^2 \right. \\ &\quad + \frac{4}{9} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma\pi} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^*\pi} + \frac{4}{3} \sqrt{\frac{2}{3}} a_{\Sigma \rightarrow \Lambda\pi} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^*\pi} - \frac{2\sqrt{2}}{9} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma\eta}^2 \\ &\quad - \frac{5}{9\sqrt{2}} a_{\Sigma \rightarrow N\bar{K}}^2 + \frac{1}{9\sqrt{2}} a_{\Sigma \rightarrow \Xi K}^2 + \frac{5\sqrt{2}}{9} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^*\eta}^2 - \frac{2\sqrt{2}}{9} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma\eta'}^2 \\ &\quad + \frac{25}{18\sqrt{2}} b_{\Sigma \rightarrow \Delta\bar{K}}^2 + \frac{5}{9\sqrt{2}} b_{\Sigma \rightarrow \Xi^* K}^2 + \frac{8}{9} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma\eta} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^*\eta} + \frac{5\sqrt{2}}{9} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^*\eta}^2 \\ &\quad \left. + \frac{8}{9} a_{\Sigma \rightarrow N\bar{K}} b_{\Sigma \rightarrow \Delta\bar{K}} + \frac{8}{9} a_{\Sigma \rightarrow \Xi K} b_{\Sigma \rightarrow \Xi^* K} + \frac{8}{9} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma\eta'} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^*\eta'} \right). \end{aligned} \quad (2.33)$$

Estas relaciones simplifican significativamente los cálculos. En el siguiente capítulo se calcularán con el modelo UQM las constantes $a_{B_8 \rightarrow B_8 C_8}^2$, $b_{B_8 \rightarrow B_{10} C_8}^2$ y $c_{B_8 \rightarrow B_8 C_1}^2$ y las expresiones de los coeficientes de productos para obtener los decaimientos semileptónicos finales.

$$\begin{aligned}
A(\Xi^- \rightarrow \Xi^0) = & \mathcal{N}_\Xi^2 \left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{27} a_{\Xi^- \rightarrow \Xi \pi}^2 - \frac{5}{27} b_{\Xi^- \rightarrow \Xi^* \pi}^2 - \frac{8\sqrt{2}}{27} a_{\Xi^- \rightarrow \Xi \pi} b_{\Xi^- \rightarrow \Xi^* \pi} \right. \\
& - \frac{8}{27} a_{\Xi^- \rightarrow \Sigma \bar{K}}^2 + \frac{1}{9} a_{\Xi^- \rightarrow \Xi \eta}^2 + \frac{20}{27} b_{\Xi^- \rightarrow \Sigma^* \bar{K}}^2 + \frac{5}{9} b_{\Xi^- \rightarrow \Xi^* \eta}^2 \\
& + \frac{16\sqrt{2}}{27} a_{\Xi^- \rightarrow \Sigma \bar{K}} b_{\Xi^- \rightarrow \Sigma^* \bar{K}} + \frac{4}{9} a_{\Xi^- \rightarrow \Sigma K} b_{\Xi^- \rightarrow \Lambda \bar{K}} \\
& \left. + \frac{8\sqrt{2}}{9} a_{\Xi^- \rightarrow \Lambda \bar{K}} b_{\Xi^- \rightarrow \Sigma^* \bar{K}} + \frac{8\sqrt{2}}{9} a_{\Xi^- \rightarrow \Xi \eta} b_{\Xi^- \rightarrow \Xi^* \eta} \right) \quad (2.34)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A(\Sigma^- \rightarrow \Lambda^0) = & \mathcal{N}_\Sigma \mathcal{N}_\Lambda \left(\sqrt{\frac{2}{3}} - \frac{4}{9\sqrt{3}} a_{\Sigma^- \rightarrow \Sigma \pi} a_{\Lambda^- \rightarrow \Sigma \pi} + \frac{\sqrt{2}}{9} a_{\Sigma^- \rightarrow \Lambda \pi} a_{\Lambda^- \rightarrow \Sigma \pi} \right. \\
& + \frac{10}{9\sqrt{3}} b_{\Sigma^- \rightarrow \Sigma^* \pi} b_{\Lambda^- \rightarrow \Sigma^* \pi} + \frac{4}{9} \sqrt{\frac{2}{3}} a_{\Sigma^- \rightarrow \Sigma \pi} b_{\Lambda^- \rightarrow \Sigma^* \pi} \\
& + \frac{4}{9} a_{\Sigma^- \rightarrow \Lambda \pi} b_{\Lambda^- \rightarrow \Sigma^* \pi} + \frac{4}{9} \sqrt{\frac{2}{3}} a_{\Lambda^- \rightarrow \Sigma \pi} b_{\Sigma^- \rightarrow \Sigma^* \pi} - \frac{8}{9} a_{\Lambda^- \rightarrow N \bar{K}} b_{\Sigma^- \rightarrow \Delta K} \\
& - \frac{6}{9\sqrt{6}} a_{\Lambda^- \rightarrow \Lambda \eta} a_{\Sigma^- \rightarrow \Sigma \eta} + \frac{4}{9} a_{\Sigma^- \rightarrow \Xi K} b_{\Lambda^- \rightarrow \Xi^* K} - \frac{4}{3\sqrt{3}} a_{\Lambda^- \rightarrow \Lambda \eta} b_{\Sigma^- \rightarrow \Sigma^* \eta} \\
& + \frac{4}{9} a_{\Lambda^- \rightarrow \Xi K} b_{\Sigma^- \rightarrow \Xi^* K} + \frac{1}{9\sqrt{2}} a_{\Lambda^- \rightarrow \Xi K} a_{\Sigma^- \rightarrow \Xi K} \\
& \left. - \frac{5}{9\sqrt{2}} a_{\Lambda^- \rightarrow N \bar{K}} a_{\Sigma^- \rightarrow N \bar{K}} + \frac{5}{9\sqrt{2}} b_{\Lambda^- \rightarrow \Xi^* K} b_{\Sigma^- \rightarrow \Xi^* K} \right) \quad (2.35)
\end{aligned}$$

Como resultado de la simetría de isospín, los siguientes elementos de matriz de los decaimientos beta están relacionados

$$A(\Sigma^- \rightarrow \Sigma^0) = A(\Sigma^0 \rightarrow \Sigma^+), \quad (2.36)$$

$$A(\Lambda^0 \rightarrow \Sigma^+) = -A(\Sigma^- \rightarrow \Lambda^0). \quad (2.37)$$

² Para los otros seis decaimientos axiales con cambio de extrañeza se tiene las siguientes

²El decaimiento $A(\Sigma^- \rightarrow \Lambda^0)$ puede ser calculado analíticamente, sin embargo esta prohibido debido a que viola la conservación de la energía.

tes expresiones

$$\begin{aligned}
A'(\Sigma^0 \rightarrow p) = & \mathcal{N}_\Sigma \mathcal{N}_N \left(-\frac{1}{3\sqrt{2}} - \frac{1}{3\sqrt{2}} a_{N \rightarrow N\pi} a_{\Sigma \rightarrow \Lambda\pi} + \frac{1}{9\sqrt{3}} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma\pi} a_{N \rightarrow N\pi} \right. \\
& + \frac{5}{9\sqrt{3}} b_{N \rightarrow \Delta\pi} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^*\pi} - \frac{4}{9} \sqrt{\frac{2}{3}} a_{N \rightarrow N\pi} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^*\pi} - \frac{5}{9\sqrt{3}} b_{N \rightarrow \Sigma^*K} b_{\Sigma \rightarrow \Xi^*K} \\
& - \frac{4}{9} \sqrt{\frac{2}{3}} b_{N \rightarrow \Delta\pi} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma\pi} + \frac{5}{18\sqrt{3}} a_{N \rightarrow \Sigma K} a_{\Sigma \rightarrow \Xi K} + \frac{4}{9} a_{N \rightarrow N\eta} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^*\eta} \\
& - \frac{4}{9\sqrt{6}} a_{N \rightarrow \Sigma K} b_{\Sigma \rightarrow \Xi^*K} + \frac{1}{6\sqrt{3}} a_{N \rightarrow \Lambda K} a_{\Sigma \rightarrow \Xi K} + \frac{4}{9\sqrt{6}} a_{\Sigma \rightarrow \Xi K} b_{N \rightarrow \Sigma^*K} \\
& + \frac{4}{3\sqrt{6}} a_{N \rightarrow \Lambda K} b_{\Sigma \rightarrow \Xi^*K} - \frac{1}{9\sqrt{2}} a_{N \rightarrow N\eta} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma\eta} + \frac{4}{9} a_{N \rightarrow N\eta'} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^*\eta'} \\
& \left. - \frac{1}{9\sqrt{2}} a_{N \rightarrow N\eta'} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma\eta'} \right). \tag{2.38}
\end{aligned}$$

De la simetría de sabor $SU(3)$ se pueden extraer las relaciones siguientes.

$$A'(\Sigma^- \rightarrow n) = \sqrt{2} A'(\Sigma^0 \rightarrow p), \tag{2.39}$$

$$A'(\Xi^- \rightarrow \Sigma^0) = \frac{1}{\sqrt{2}} A'(\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+). \tag{2.40}$$

Entonces sólo basta con calcular los siguientes acoplamientos axiales para obtener todos los decaimientos beta del octete de bariones.

$$\begin{aligned}
A'(\Lambda^0 \rightarrow p) = & \mathcal{N}_\Lambda \mathcal{N}_N \left(\sqrt{\frac{3}{2}} - \frac{1}{9\sqrt{2}} a_{N \rightarrow N\pi} a_{\Lambda \rightarrow \Sigma\pi} + \frac{5\sqrt{2}}{9} b_{N \rightarrow \Delta\pi} b_{\Lambda \rightarrow \Sigma^*\pi} \right. \\
& + \frac{4}{9} a_{N \rightarrow N\pi} b_{\Lambda \rightarrow \Sigma^*\pi} - \frac{8}{9} a_{\Lambda \rightarrow \Sigma\pi} b_{N \rightarrow \Delta\pi} - \frac{5}{6\sqrt{3}} a_{N \rightarrow \Sigma K} a_{\Lambda \rightarrow \Xi K} \\
& + \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} a_{N \rightarrow \Sigma K} b_{\Lambda \rightarrow \Xi^*K} + \frac{1}{6\sqrt{3}} a_{N \rightarrow \Lambda K} a_{\Lambda \rightarrow \Xi K} \\
& + \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} a_{N \rightarrow \Lambda K} b_{\Lambda \rightarrow \Xi^*K} - \frac{1}{\sqrt{6}} a_{N \rightarrow N\eta} a_{\Lambda \rightarrow \Lambda\eta} - \frac{1}{\sqrt{6}} a_{N \rightarrow N\eta'} a_{\Lambda \rightarrow \Lambda\eta'} \\
& \left. - \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} a_{\Lambda \rightarrow \Xi K} b_{N \rightarrow \Sigma^*K} + \frac{5}{3\sqrt{3}} b_{N \rightarrow \Sigma^*K} b_{\Lambda \rightarrow \Xi^*K} \right) \tag{2.41}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A'(\Xi^- \rightarrow \Lambda^0) = & \mathcal{N}_\Xi \mathcal{N}_\Lambda \left(\frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{5}{9\sqrt{2}} a_{\Lambda \rightarrow \Sigma \pi} a_{\Xi \rightarrow \Xi \pi} + \frac{5\sqrt{2}}{9} b_{\Lambda \rightarrow \Sigma^* \pi} b_{\Xi \rightarrow \Xi^* \pi} \right. \\
& - \frac{1}{2\sqrt{3}} a_{\Lambda \rightarrow N\bar{K}} a_{\Xi \rightarrow \Lambda\bar{K}} + \frac{1}{6\sqrt{3}} a_{\Lambda \rightarrow N\bar{K}} a_{\Xi \rightarrow \Sigma\bar{K}} + \frac{5}{3\sqrt{6}} b_{\Lambda \rightarrow \Xi^* K} b_{\Xi \rightarrow \Omega K} \\
& - \frac{4}{3\sqrt{3}} a_{\Lambda \rightarrow \Lambda \eta} b_{\Xi \rightarrow \Xi^* \eta} + \frac{4}{3\sqrt{3}} a_{\Lambda \rightarrow \Xi K} b_{\Xi \rightarrow \Omega K} - \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} a_{\Lambda \rightarrow N\bar{K}} b_{\Xi \rightarrow \Sigma^* \bar{K}} \\
& + \frac{4}{9} a_{\Lambda \rightarrow \Sigma \pi} b_{\Xi \rightarrow \Xi^* \pi} - \frac{4}{9} a_{\Xi \rightarrow \Xi \pi} b_{\Lambda \rightarrow \Sigma^* \pi} - \frac{1}{3\sqrt{6}} a_{\Lambda \rightarrow \Lambda \eta} a_{\Xi \rightarrow \Xi \eta} \\
& \left. - \frac{4}{3\sqrt{3}} a_{\Lambda \rightarrow \Lambda \eta'} b_{\Xi \rightarrow \Xi^* \eta'} - \frac{1}{3\sqrt{6}} a_{\Lambda \rightarrow \Lambda \eta'} a_{\Xi \rightarrow \Xi \eta'} \right) \quad (2.42)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A'(\Xi^- \rightarrow \Sigma^0) = & \mathcal{N}_\Xi \mathcal{N}_\Sigma \left(\frac{5}{3\sqrt{2}} + \frac{10}{9\sqrt{3}} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^* \pi} b_{\Xi \rightarrow \Xi^* \pi} + \frac{4}{9} \sqrt{\frac{2}{3}} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma \pi} b_{\Xi \rightarrow \Xi^* \pi} \right. \\
& + \frac{4}{9} a_{\Sigma \rightarrow \Lambda \pi} b_{\Xi \rightarrow \Xi^* \pi} - \frac{5}{9\sqrt{3}} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma \pi} a_{\Xi \rightarrow \Xi \pi} + \frac{1}{9\sqrt{2}} a_{\Sigma \rightarrow \Lambda \pi} a_{\Xi \rightarrow \Xi \pi} \\
& - \frac{4}{9} \sqrt{\frac{2}{3}} a_{\Xi \rightarrow \Xi \pi} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^* \pi} - \frac{5}{9\sqrt{2}} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma \eta} a_{\Xi \rightarrow \Xi \eta} + \frac{4}{3\sqrt{3}} a_{\Sigma \rightarrow \Xi K} b_{\Xi \rightarrow \Omega K} \\
& - \frac{4}{9} a_{\Xi \rightarrow \Xi \eta} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^* \eta} + \frac{5\sqrt{2}}{9} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^* \eta} b_{\Xi \rightarrow \Xi^* \eta} + \frac{10}{9\sqrt{3}} b_{\Sigma \rightarrow \Delta \bar{K}} b_{\Xi \rightarrow \Sigma^* \bar{K}} \\
& + \frac{5}{9} \sqrt{\frac{3}{2}} b_{\Sigma \rightarrow \Xi^* K} b_{\Xi \rightarrow \Omega K} - \frac{8\sqrt{2}}{9\sqrt{3}} a_{\Xi \rightarrow \Sigma \bar{K}} b_{\Sigma \rightarrow \Delta \bar{K}} - \frac{1}{2\sqrt{3}} a_{\Sigma \rightarrow N\bar{K}} a_{\Xi \rightarrow \Lambda \bar{K}} \\
& - \frac{1}{18\sqrt{3}} a_{\Sigma \rightarrow N\bar{K}} a_{\Xi \rightarrow \Sigma \bar{K}} + \frac{2}{9} \sqrt{\frac{2}{3}} a_{\Sigma \rightarrow N\bar{K}} b_{\Xi \rightarrow \Sigma^* \bar{K}} + \frac{4}{9} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma \eta} b_{\Xi \rightarrow \Xi^* \eta} \\
& - \frac{5}{9\sqrt{2}} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma \eta'} a_{\Xi \rightarrow \Xi \eta'} - \frac{4}{9} a_{\Xi \rightarrow \Xi \eta'} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^* \eta'} + \frac{5\sqrt{2}}{9} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^* \eta'} b_{\Xi \rightarrow \Xi^* \eta'} \\
& \left. + \frac{4}{9} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma \eta'} b_{\Xi \rightarrow \Xi^* \eta'} \right). \quad (2.43)
\end{aligned}$$

Capítulo 3

Acoplamiento axiales: CQM y UQM

A pesar del éxito del modelo de quarks hay fuerte evidencia de la existencia de grados de libertad exóticos en los hadrones [25] (distintos a los quarks de valencia) además de los resultados experimentales del LHC sobre la espectroscopía de los mesones isoescalares, la contribución de las resonancias $J/\psi p$ a los decaimientos $\lambda_b^0 \rightarrow J/\psi K^- p$ y el experimento Belle [26, 27, 28]. Este hecho se ve reflejado al considerar resultados comunes del modelo de quarks constituyentes como los grados de libertad de los quarks de valencia qqq , la simetría $SU(6)$ de espín-sabor y el confinamiento del potencial a largo rango. Cada uno de esos modelos reproduce el espectro de masas de las resonancias de los bariones razonablemente bien, sin embargo ellos muestran desviaciones muy similares para otras observables como fotoacoplamiento, amplitudes de helicidad [29] y decaimientos fuertes [30, 31]. En este capítulo se presenta el modelo central en el cual se fundamenta este trabajo; el Modelo de Quarks Unquenched (UQM) y se calculan las constantes de acoplamiento de los decaimientos beta; cuyas expresiones relacionan a los mesones pseudoescalares en combinación con los bariones del octete y decuplete.

3.1. Modelo de quarks unquenched, UQM

El modelo de quarks unquenched está basado en el modelo de quarks constituyentes para el cual las parejas quark-antiquark con sus respectivos números cuánticos son agregados como una perturbación, empleando un modelo 3P_0 [35] para la creación de pares $q\bar{q}$. El mecanismo de creación de pares es introducido al nivel de quarks y se estudia de acuerdo a un modelo de "flux-tube breaking" propuesto por Geiger e Isgur [36]. En este modelo como una aplicación a los bariones se estudiaron los "loops" de $s\bar{s}$ en el protón, tomando en cuenta la contribución de seis diagramas como se observan en la Figura 3.1. El mecanismo de creación de pares se introduce a nivel de quarks y los diagramas a un "loop" son calculados mediante la suma sobre un conjunto completo de estados intermedios barion meson ($|BC\rangle$) Figura 3.2. Bajo estas condiciones las funciones de onda de los bariones consisten de una configuración de tres quarks de orden cero $|A\rangle$, más la suma sobre todos los posibles componentes de Fock de orden

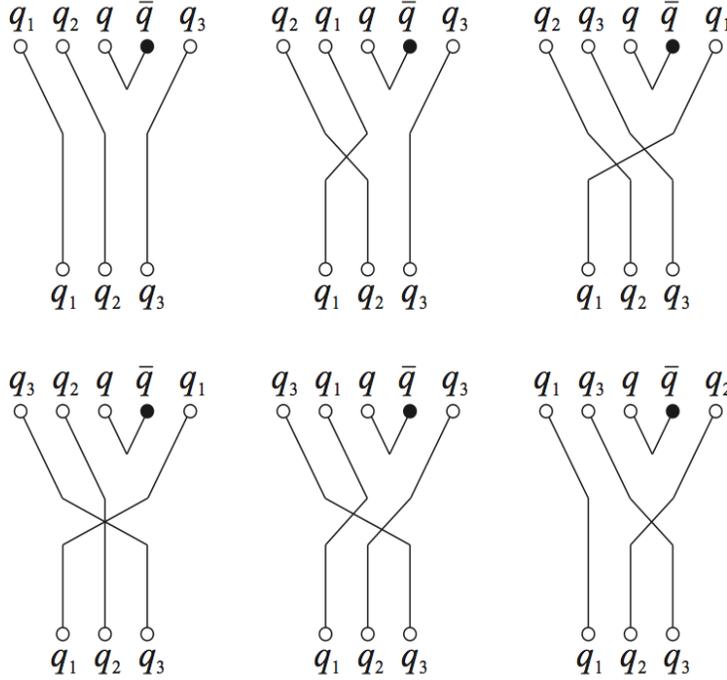


Figura 3.1: Diagrama de línea para $A \rightarrow B$ de la creación de un par quark-antiquark a través del mecanismo 3P_0 . Con $q\bar{q} = s\bar{s}$ y $q_1q_2q_3 = uud$

mayor, debido a la creación de pares $q\bar{q}$ [32]. Así la función de onda de los bariones es

$$|\Psi_A\rangle = \mathcal{N} \left[|A\rangle + \sum_{BCJ_bJ_cJ_{bc}l} \int d\vec{K}_0 k_0^2 dk_0 |BC, (J_bJ_c)J_{bc}, l; J_a M_a; \vec{K}_0 k_0\rangle \times \frac{\langle BC, (J_bJ_c)J_{bc}, l; J_a M_a; \vec{K}_0 k_0 | T^\dagger | A \rangle}{\Delta E_{bc}(k_0)} \right] \quad (3.1)$$

A denota el barion inicial, B y C representan los bariones y mesones intermedios m_a , $E_b(k_0) = \sqrt{m_b^2 + k_0^2}$ y $E_c(k_0) = \sqrt{m_c^2 + k_0^2}$ son sus respectivas energías calculadas en el marco en reposo del barion inicial A , $\Delta E_{bc} = M_A - E_b(k_0) - E_c(k_0)$, \vec{k}_0 y l son el momento radial relativo y el momento angular orbital de B y C, J_a es el momento angular total $\vec{J}_a = \vec{J}_b + \vec{J}_c + \vec{l} = \vec{J}_{bc} + \vec{l}$; J_b y J_c son los momentos totales del barión y mesón intermedio. En el estado 3P_0 con los números cuánticos de el vacío: $L = S = 1$ y $J = 0$. El operador T^\dagger que crea un par $q\bar{q}$ en el estado 3P_0 , con los números cuánticos del vacío: $L = S = 1$ y $J = 0$ [33] es

$$T^\dagger = -3\gamma \int d\vec{p}_4 d\vec{p}_5 \delta(\vec{p}_4 + \vec{p}_5) C_{45} F_{45} e^{-\alpha a^2 (\vec{p}_4 - \vec{p}_5)^2 / 8} \times [\chi_{45} \times \mathcal{Y}_1(\vec{p}_4 - \vec{p}_5)]_0^{(0)} b_4^\dagger(\vec{p}_4) d_5^\dagger(\vec{p}_5), \quad (3.2)$$



Figura 3.2: Diagrama de línea para $A \rightarrow B$ de la creación de un par quark-antiquark a través del mecanismo 3P_0 . Con $q\bar{q} = s\bar{s}$ y $q_1q_2q_3 = uud$

donde $b_4^\dagger(\vec{p}_4)$ y $d_5^\dagger(\vec{p}_5)$, son los operadores de creación para un quark y un antiquark, con momento \vec{p}_4 y \vec{p}_5 respectivamente.

El par quark-antiquark está caracterizado por la función de onda de un singulete de color C_{45} , una función de onda de un singulete de sabor F_{45} , una función de onda triplete de espín χ_{45} con espín $S=1$ y un harmonico esférico $\mathcal{Y}_1(\vec{p}_4 - p_5)$, eso indica que los quarks y antiquarks relativos están en una onda P relativa. El operador T^\dagger crea un par de quarks constituyentes con un tamaño efectivo. Este operador puede ser derivado de primeros principios [34]. La amplitud de transición 3P_0 puede ser expresada como

$$\langle BC, (J_b J_c) J_{bc}, l; J_a M_a; \vec{K}_0 k_0 | T^\dagger | A \rangle = \delta(\vec{K}_0) M_{A \rightarrow BC}(k_0). \quad (3.3)$$

y calculado de forma explícita en la base del oscilador armónico.

El factor de normalización puede ser calculado de la siguiente expresión

$$1 = \mathcal{N}^2 \left(1 + \sum_{BC J_b J_c J_{bc} l} \int k_0^2 dk_0 \frac{|M_{A \rightarrow BC}(k_0)|^2}{\Delta E_{bc}^2(k_0)} \right) \quad (3.4)$$

donde se usó la siguiente igualdad del trabajo de Roberts y Silvestre-Brac [34]

$$\int d\vec{K}_0 |\langle BC, (J_b J_c) J_{bc}, l; J_a M_a; \vec{K}_0 k_0 | T^\dagger | A \rangle|^2 = |M_{A \rightarrow BC}(k_0)|^2. \quad (3.5)$$

La finalidad principal es obtener las funciones de onda de los bariones de modo que así se puedan calcular las diferentes aproximaciones a determinadas magnitudes físicas en el marco de este modelo. Siendo así se calculan los elementos de matriz del operador T^\dagger . La expresión general para la amplitud de transición, puede ser expresada como

$$M_{A \rightarrow BC}(k_0) = 6 \gamma \theta_{A \rightarrow BC} \epsilon(l_{\lambda_b}, l_c, L_{bc}, l, l_{\lambda_a}, L, k_0), \quad (3.6)$$

donde $\theta_{A \rightarrow BC}$ contiene la dependencia de la parte de color-espín-sabor, y $\epsilon(l_{\lambda_b}, l_c, L_{bc}, l, l_{\lambda_a}, L, k_0)$ representa la contribución espacial.

Para el caso especial donde los mesones pseudoescalares y bariones se encuentran en el estado base, el momento angular orbital es $l_{\lambda_a} = l_{\lambda_b} = l_c = L_{bc} = 0$ por lo tanto no habrá contribución al momento angular total, lo que implica que $J_a = S_a, J_b = S_b, J_c = S_c = 0$ y $J_{bc} = S_{bc} = J_b$. Además por la conservación del momento angular y paridad, el momento angular orbital relativo entre el barión B y el mesón C es igual a $l = L = 1$. Como un resultado, la expresión general para la amplitud 3P_0 de transición se simplifica considerablemente. Primero que todo la parte de color-espín-sabor $\theta_{A \rightarrow BC}$ se reduce a

$$\theta_{A \rightarrow BC} = -\frac{1}{3} \sqrt{\frac{2J_b + 1}{2}} (-1)^{J_\rho + J_a - \frac{1}{2}} \left\{ \begin{matrix} J_a & 1 & J_b \\ \frac{1}{2} & J_\rho & \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} \mathcal{F}_{A \rightarrow BC} \quad (3.7)$$

donde J_ρ es el momento angular total de los primeros dos quarks. El coeficiente $\mathcal{F}_{A \rightarrow BC}$ contiene los acoplamientos de sabor.

En lo siguiente se dan los coeficientes de color-espín-sabor para el caso del estado base de los bariones del octete y decuplete combinados con mesones pseudoescalares.

Coefficientes de color-espín-sabor para acoplamientos $A_8 \rightarrow B_8 + C_8$

$$\begin{pmatrix} N \\ \Sigma \\ \Lambda \\ \Xi \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} N\pi & N\eta & \Sigma K & \Lambda K & \\ N\bar{K} & \Sigma\pi & \Lambda\pi & \Sigma\eta & \Xi K \\ N\bar{K} & \Sigma\pi & \Lambda\eta & \Xi K & \\ \Sigma\bar{K} & \Lambda\bar{K} & \Xi\pi & \Xi\eta & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{5}{18\sqrt{3}} & -\frac{1}{18\sqrt{3}} & \frac{1}{18\sqrt{3}} & \frac{1}{6\sqrt{3}} & \\ \frac{1}{27\sqrt{2}} & -\frac{2\sqrt{2}}{27} & -\frac{1}{9\sqrt{3}} & -\frac{1}{9\sqrt{3}} & -\frac{5}{27\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{3\sqrt{6}} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9\sqrt{3}} & -\frac{1}{9\sqrt{6}} & \\ -\frac{5}{18\sqrt{3}} & -\frac{1}{18\sqrt{3}} & \frac{1}{18\sqrt{3}} & \frac{1}{6\sqrt{3}} & \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

Coefficientes de color-espín-sabor para acoplamientos $A_8 \rightarrow B_8 + C_1$

$$\begin{pmatrix} N \\ \Sigma \\ \Lambda \\ \Xi \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} N\eta_1 \\ \Sigma\eta_1 \\ \Lambda\eta_1 \\ \Xi\eta_1 \end{pmatrix} = -\frac{1}{9\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

Coefficientes de color-espín-sabor para acoplamientos $A_8 \rightarrow B_{10} + C_8$

$$\begin{pmatrix} N \\ \Sigma \\ \Lambda \\ \Xi \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \Delta\pi & \Sigma^* K & \\ \Delta\bar{K} & \Sigma\pi & \Sigma\eta & \Xi^* K \\ \Sigma^*\pi & \Xi^* K & \\ \Sigma^*\bar{K} & \Xi^*\pi & \Xi^*\eta & \Omega K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2\sqrt{2}}{9\sqrt{3}} & -\frac{\sqrt{2}}{9\sqrt{3}} & \\ \frac{4}{27} & -\frac{2}{27} & -\frac{\sqrt{2}}{9\sqrt{3}} & \frac{2}{27} \\ -\frac{\sqrt{2}}{9} & \frac{2}{9\sqrt{3}} & \\ \frac{\sqrt{2}}{9\sqrt{3}} & -\frac{\sqrt{2}}{9\sqrt{3}} & -\frac{\sqrt{2}}{9\sqrt{3}} & \frac{2}{9\sqrt{3}} \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

La contribución espacial $\epsilon(k_0)$, se puede escribir como:

$$\epsilon(k_0) = -\frac{1}{2} \left(\frac{9\alpha_b^4 \alpha_c^2}{\pi} \right)^{3/4} \frac{4\alpha_b^2 + \alpha_c^2}{(3\alpha_b^2 + \alpha_c^2 + \alpha_d^2)^{5/2}} k_0 e^{-F^2 k_0^2} \quad (3.11)$$

$$F^2 = \frac{\alpha_b^2(12\alpha_b^2 + 5\alpha_c^2) + \alpha_d^2(20\alpha_b^2 + 3\alpha_c^2)}{24(3\alpha_b^2 + \alpha_c^2 + \alpha_d^2)} \quad (3.12)$$

donde las α 's son el ancho de la gaussiana considerada en la definición del operador T^\dagger .

3.2. Decaimientos beta en el modelo UQM

Se puede medir el efecto que tiene el mar de quarks en los decaimientos beta mediante el análisis del mecanismo de creación de pares quark-antiquark 3P_0 .

Con la descripción que ya se dio para construir las funciones de onda de los bariones en el Modelo de Quarks "Unquenched", se escribe la función de onda para el nucleón, tomando como ejemplo únicamente las fluctuaciones piónicas, la inclusión de el resto de los mesones pseudoescalares se obtiene de manera análoga.

$$|\Psi_N\rangle = \mathcal{N} \left[|N\rangle + \int d\vec{K}_0 k_0^2 dk_0 \delta(\vec{K}_0) \left\{ \frac{M_{N \rightarrow N\pi}(k_0)}{\Delta E_{N\pi}(k_0)} |N\pi; \vec{K}_0 k_0\rangle + \frac{M_{N \rightarrow \Delta\pi}(k_0)}{\Delta E_{\Delta\pi}(k_0)} |\Delta\pi; \vec{K}_0 k_0\rangle \right\} \right]$$

como una expresión más explícita

$$|\Psi_N\rangle = \mathcal{N} \left[|N\rangle + 6\gamma \int d\vec{K}_0 k_0^2 dk_0 \delta(\vec{K}_0) \left\{ -\frac{5}{18\sqrt{3}} \frac{\epsilon(k_0)}{m_N - E_N(k_0) - E_\pi(k_0)} |N\pi; \vec{K}_0 k_0\rangle - \frac{2\sqrt{2}}{9\sqrt{3}} \frac{\epsilon(k_0)}{m_N - E_\Delta(k_0) - E_\pi(k_0)} |\Delta\pi; \vec{K}_0 k_0\rangle \right\} \right] \quad (3.13)$$

donde existe una relación entre los coeficientes a_N , b_N y los factores que dependen de la integral sobre k_0 . De la ecuación (3.13) se puede obtener la probabilidad de tener cada uno de los estados acoplados de la función de onda al tomar el producto escalar del módulo cuadrado de $|\Psi_N\rangle$ con cada uno de los estados acoplados. Comparando este resultado con el desarrollo lineal de $|\Psi_N\rangle$ del Capítulo 3, en la primera ecuación del conjunto (2.2), se obtienen los coeficientes

$$a_{N \rightarrow N\pi}^2 = \int k_0^2 dk_0 \frac{|M_{N \rightarrow N\pi}(k_0)|^2}{\Delta E_{N\pi}^2(k_0)} \quad (3.14)$$

$$b_{N \rightarrow \Delta\pi}^2 = \int k_0^2 dk_0 \frac{|M_{N \rightarrow \Delta\pi}(k_0)|^2}{\Delta E_{\Delta\pi}^2(k_0)} \quad (3.15)$$

$$a_{N \rightarrow N\pi} b_{N \rightarrow \Delta\pi} = \text{Re} \left(\int k_0^2 dk_0 \frac{M_{N \rightarrow N\pi}^*(k_0)}{\Delta E_{N\pi}(k_0)} \frac{M_{N \rightarrow \Delta\pi}(k_0)}{\Delta E_{\Delta\pi}(k_0)} \right). \quad (3.16)$$

Aquí se encuentra la conexión entre los dos modelos UQM Y MCM. Esta conexión son los coeficientes que faltaban por evaluar para obtener finalmente los acoplamientos axiales de los decaimientos semileptónicos. Estos coeficientes se pueden evaluar fácilmente, ya que se conoce la masa de los bariones en las expresiones: $\Delta E_{\Delta\pi}(k_0)$ y $\Delta E_{N\pi}(k_0)$ y las amplitudes de transición $M_{A \rightarrow BC}(k_0) = 6 \gamma \theta_{A \rightarrow BC} \epsilon(k_0)$ sólo depende del parámetro constante adimensional γ del modelo UQM, (calculado como $\gamma = 49.924$, determinado por del cálculo de la asimetría del protón y el cual también puede ser ajustado a partir de resultados experimentales de los momentos magnéticos del protón, neutrón y lambda en términos de los momentos magnéticos de los quarks μ_u, μ_d y μ_s), de las constantes $\epsilon(k_0)$ y los coeficientes de color-espín-sabor $\theta_{A \rightarrow BC}$ dados en el Capítulo 2. Los coeficientes estimados numéricamente son:

$$a_{N \rightarrow N\pi}^2 = 1.173, \quad b_{N \rightarrow \Delta\pi}^2 = 0.806, \quad a_{N \rightarrow N\pi} b_{N \rightarrow \Delta\pi} = 0.961. \quad (3.17)$$

El procedimiento se pueden generalizar para obtener los demás coeficientes de los bariones. Los resultados de estos cálculos considerando la mezcla de estados $|\eta\rangle$ y $|\eta'\rangle$ se dan en las siguientes Tablas 3.1 - 3.8.

Acoplamientos axiales

Utilizando los coeficientes calculados con el modelo UQM, se obtienen los decaimientos semileptónicos de los bariones con la contribución de los mesones K, π, η, \bar{K} .

Para el decaimiento $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$.

Considerando únicamente fluctuaciones piónicas en las funciones de onda del protón y neutrón se tiene:

$$\begin{aligned} \langle \psi_{p\frac{1}{2}} | A | \psi_{n\frac{1}{2}} \rangle &= \mathcal{N}_N^2 \left(\frac{5}{3} + \frac{5}{27} a_{N \rightarrow N\pi}^2 + \frac{25}{27} b_{N \rightarrow \Delta\pi}^2 + \frac{32\sqrt{2}}{27} a_{N \rightarrow N\pi} b_{N \rightarrow \Delta\pi} \right) \\ &= 1.50 \end{aligned} \quad (3.18)$$

Al tomar en cuenta los mesones K, η_8 y \bar{K} ,

$$\begin{aligned} \langle \psi_{p\frac{1}{2}} | A | \psi_{n\frac{1}{2}} \rangle &= \mathcal{N}_N^2 \left[\frac{5}{3} + \frac{5}{27} a_{N \rightarrow N\pi}^2 - \frac{8}{27} a_{N \rightarrow \Sigma K}^2 - \frac{5}{9} a_{N \rightarrow N\eta_8}^2 \right. \\ &\quad + \frac{20}{27} b_{N \rightarrow \Sigma^* K}^2 + \frac{25}{27} b_{N \rightarrow \Delta\pi}^2 + \frac{32\sqrt{2}}{27} a_{N \rightarrow N\pi} b_{N \rightarrow \Delta\pi} + \frac{4}{9} a_{N \rightarrow \Sigma K} a_{N \rightarrow \Lambda K} \\ &\quad \left. + \frac{8\sqrt{2}}{9} a_{N \rightarrow \Lambda K} b_{N \rightarrow \Sigma^* K} + \frac{16\sqrt{2}}{27} a_{N \rightarrow \Sigma K} b_{N \rightarrow \Sigma^* K} \right] = 1.37 \end{aligned} \quad (3.19)$$

Tabla 3.1: Coeficientes del modelo UQM correspondientes a $n \rightarrow p$.

Parámetros	UQM
$a_{N \rightarrow N\pi}^2$	1.173
$a_{N \rightarrow \Sigma K}^2$	0.020
$a_{N \rightarrow \Lambda K}^2$	0.200
$a_{N \rightarrow N\eta}^2$	0.053
$a_{N \rightarrow N\eta'}^2$	0.018
$b_{N \rightarrow \Delta\pi}^2$	0.806
$b_{N \rightarrow \Sigma^* K}^2$	0.124
$a_{N \rightarrow \Sigma K} a_{N \rightarrow \Lambda K}$	0.063
$a_{N \rightarrow N\pi} b_{N \rightarrow \Delta\pi}$	0.961
$a_{N \rightarrow \Lambda K} b_{N \rightarrow \Sigma^* K}$	0.157
$a_{N \rightarrow \Sigma K} b_{N \rightarrow \Sigma^* K}$	0.049

Tabla 3.2: Coeficientes del modelo UQM correspondientes a $\Xi^- \rightarrow \Xi^0$.

Parámetros	UQM
$a_{\Xi^- \rightarrow \Xi\pi}^2$	0.052
$a_{\Xi^- \rightarrow \Sigma\bar{K}}^2$	1.056
$a_{\Xi^- \rightarrow \Xi\eta}^2$	0.177
$a_{\Xi^- \rightarrow \Xi\eta'}^2$	0.092
$b_{\Xi^- \rightarrow \Xi^*\pi}^2$	0.249
$b_{\Xi^- \rightarrow \Sigma^*\bar{K}}^2$	0.230
$b_{\Xi^- \rightarrow \Xi^*\eta}^2$	0.154
$b_{\Xi^- \rightarrow \Xi^*\eta'}^2$	0.011
$a_{\Xi^- \rightarrow \Xi\pi} b_{\Xi^- \rightarrow \Xi^*\pi}$	-0.113
$a_{\Xi^- \rightarrow \Sigma\bar{K}} b_{\Xi^- \rightarrow \Sigma^*\bar{K}}$	-0.491
$a_{\Xi^- \rightarrow \Sigma\bar{K}} b_{\Xi^- \rightarrow \Lambda\bar{K}}$	0.232
$a_{\Xi^- \rightarrow \Lambda\bar{K}} b_{\Xi^- \rightarrow \Sigma^*\bar{K}}$	-0.108
$a_{\Xi^- \rightarrow \Xi\eta} b_{\Xi^- \rightarrow \Xi^*\eta}$	-0.165
$a_{\Xi^- \rightarrow \Xi\eta'} b_{\Xi^- \rightarrow \Xi^*\eta'}$	-0.031

Tabla 3.3: Coeficientes del modelo UQM correspondientes a $\Sigma^- \rightarrow \Sigma^0$ y $\Sigma^0 \rightarrow \Sigma^+$.

Parámetros	UQM
$a_{\Sigma^- \rightarrow \Sigma\pi}^2$	0.541
$a_{\Sigma^- \rightarrow \Sigma\eta}^2$	0.161
$a_{\Sigma^- \rightarrow \Sigma\eta'}^2$	0.009
$a_{\Sigma^- \rightarrow N\bar{K}}^2$	0.037
$a_{\Sigma^- \rightarrow \Xi K}^2$	0.423
$b_{\Sigma^- \rightarrow \Sigma^*\pi}^2$	0.170
$b_{\Sigma^- \rightarrow \Sigma^*\eta}^2$	0.156
$b_{\Sigma^- \rightarrow \Sigma^*\eta'}^2$	0.011
$b_{\Sigma^- \rightarrow \Delta\bar{K}}^2$	0.629
$b_{\Sigma^- \rightarrow \Xi^* K}^2$	0.098
$a_{\Sigma^- \rightarrow \Sigma\pi} a_{\Sigma^- \rightarrow \Lambda\pi}$	0.376
$a_{\Sigma^- \rightarrow \Sigma\pi} b_{\Sigma^- \rightarrow \Sigma^*\pi}$	0.301
$a_{\Sigma^- \rightarrow \Lambda\pi} b_{\Sigma^- \rightarrow \Sigma^*\pi}$	0.208
$a_{\Sigma^- \rightarrow \Sigma\eta} b_{\Sigma^- \rightarrow \Sigma^*\eta}$	0.158
$a_{\Sigma^- \rightarrow \Sigma\eta'} b_{\Sigma^- \rightarrow \Sigma^*\eta'}$	-0.010
$a_{\Sigma^- \rightarrow N\bar{K}} b_{\Sigma^- \rightarrow \Delta\bar{K}}$	0.152
$a_{\Sigma^- \rightarrow \Xi K} b_{\Sigma^- \rightarrow \Xi^* K}$	0.203

Tabla 3.4: Coeficientes del modelo UQM correspondientes a $\Lambda^0 \rightarrow \Sigma^+$ y $\Sigma^- \rightarrow \Lambda^0$.

Parámetros	UQM
$a_{\Sigma^- \rightarrow \Sigma\pi} a_{\Lambda^0 \rightarrow \Sigma\pi}$	-0.512
$a_{\Sigma^- \rightarrow \Lambda\pi} a_{\Lambda^0 \rightarrow \Sigma\pi}$	-0.355
$b_{\Sigma^- \rightarrow \Sigma^*\pi} b_{\Lambda^0 \rightarrow \Sigma^*\pi}$	0.333
$a_{\Sigma^- \rightarrow \Sigma\pi} b_{\Lambda^0 \rightarrow \Sigma^*\pi}$	0.588
$a_{\Sigma^- \rightarrow \Lambda\pi} b_{\Lambda^0 \rightarrow \Sigma^*\pi}$	0.404
$a_{\Lambda^0 \rightarrow \Sigma\pi} b_{\Sigma^- \rightarrow \Sigma^*\pi}$	-0.287
$a_{\Lambda^0 \rightarrow N\bar{K}} b_{\Sigma^- \rightarrow \Delta\bar{K}}$	-0.708
$a_{\Lambda^0 \rightarrow \Lambda\eta} a_{\Sigma^- \rightarrow \Sigma\eta}$	-0.100
$a_{\Lambda^0 \rightarrow \Lambda\eta'} a_{\Sigma^- \rightarrow \Sigma\eta'}$	0.025
$a_{\Sigma^- \rightarrow \Xi K} b_{\Lambda^0 \rightarrow \Xi^* K}$	0.330
$a_{\Lambda^0 \rightarrow \Lambda\eta} b_{\Sigma^- \rightarrow \Sigma^*\eta}$	-0.098
$a_{\Lambda^0 \rightarrow \Lambda\eta'} b_{\Sigma^- \rightarrow \Sigma^*\eta'}$	-0.026
$a_{\Lambda^0 \rightarrow \Xi K} b_{\Sigma^- \rightarrow \Xi^* K}$	-0.066
$a_{\Lambda^0 \rightarrow \Xi K} a_{\Sigma^- \rightarrow \Xi K}$	-0.137
$a_{\Lambda^0 \rightarrow N\bar{K}} a_{\Sigma^- \rightarrow N\bar{K}}$	-0.173
$b_{\Lambda^0 \rightarrow \Xi^* K} b_{\Sigma^- \rightarrow \Xi^* K}$	0.160

Tabla 3.5: Coeficientes del modelo UQM correspondientes a $\Xi^- \rightarrow \Lambda^0$.

Parámetros	UQM
$a_{\Lambda \rightarrow \Sigma \pi} a_{\Xi \rightarrow \Xi \pi}$	0.159
$b_{\Lambda \rightarrow \Sigma^* \pi} b_{\Xi \rightarrow \Xi^* \pi}$	0.402
$a_{\Lambda \rightarrow \Sigma \pi} b_{\Xi \rightarrow \Xi^* \pi}$	-0.347
$a_{\Xi \rightarrow \Xi \pi} b_{\Lambda \rightarrow \Sigma^* \pi}$	-0.183
$a_{\Lambda \rightarrow \Lambda \eta} a_{\Xi \rightarrow \Xi \eta}$	0.105
$a_{\Lambda \rightarrow \Lambda \eta'} a_{\Xi \rightarrow \Xi \eta'}$	0.078
$a_{\Lambda \rightarrow N \bar{K}} a_{\Xi \rightarrow \Lambda \bar{K}}$	0.203
$a_{\Lambda \rightarrow N \bar{K}} a_{\Xi \rightarrow \Sigma \bar{K}}$	0.921
$a_{\Lambda \rightarrow \Lambda \eta} b_{\Xi \rightarrow \Xi^* \eta}$	-0.098
$a_{\Lambda \rightarrow \Lambda \eta'} b_{\Xi \rightarrow \Xi^* \eta'}$	-0.026
$a_{\Lambda \rightarrow \Xi K} b_{\Xi \rightarrow \Omega K}$	-0.114
$a_{\Lambda \rightarrow N \bar{K}} b_{\Xi \rightarrow \Sigma^* \bar{K}}$	-0.428
$b_{\Lambda \rightarrow \Xi^* K} b_{\Xi \rightarrow \Omega K}$	0.277

Tabla 3.6: Coeficientes del modelo UQM correspondientes a $\Lambda^0 \rightarrow p$.

Parámetros	UQM
$a_{N \rightarrow N \pi} a_{\Lambda \rightarrow \Sigma \pi}$	-0.753
$b_{N \rightarrow \Delta \pi} b_{\Lambda \rightarrow \Sigma^* \pi}$	0.725
$a_{N \rightarrow N \pi} b_{\Lambda \rightarrow \Sigma^* \pi}$	0.865
$a_{\Lambda \rightarrow \Sigma \pi} b_{N \rightarrow \Delta \pi}$	-0.624
$a_{N \rightarrow \Sigma K} a_{\Lambda \rightarrow \Xi K}$	-0.030
$a_{N \rightarrow \Sigma K} b_{\Lambda \rightarrow \Xi^* K}$	0.072
$a_{N \rightarrow \Lambda K} a_{\Lambda \rightarrow \Xi K}$	-0.094
$a_{N \rightarrow \Lambda K} b_{\Lambda \rightarrow \Xi^* K}$	0.229
$a_{N \rightarrow N \eta} a_{\Lambda \rightarrow \Lambda \eta}$	-0.057
$a_{N \rightarrow N \eta'} a_{\Lambda \rightarrow \Lambda \eta'}$	0.034
$a_{\Lambda \rightarrow \Xi K} b_{N \rightarrow \Sigma^* K}$	-0.074
$b_{N \rightarrow \Sigma^* K} b_{\Lambda \rightarrow \Xi^* K}$	0.180

Tabla 3.7: Coeficientes del modelo UQM correspondientes a $\Xi^- \rightarrow \Sigma^0$ y $\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+$.

Parámetros	UQM
$b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^* \pi} b_{\Xi \rightarrow \Xi^* \pi}$	0.206
$a_{\Sigma \rightarrow \Sigma \pi} b_{\Xi \rightarrow \Xi^* \pi}$	0.364
$a_{\Sigma \rightarrow \Lambda \pi} b_{\Xi \rightarrow \Xi^* \pi}$	0.250
$a_{\Sigma \rightarrow \Sigma \pi} a_{\Xi \rightarrow \Xi \pi}$	-0.168
$a_{\Sigma \rightarrow \Lambda \pi} a_{\Xi \rightarrow \Xi \pi}$	-0.117
$a_{\Xi \rightarrow \Xi \pi} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^* \pi}$	-0.094
$a_{\Sigma \rightarrow \Sigma \eta} a_{\Xi \rightarrow \Xi \eta}$	-0.169
$a_{\Sigma \rightarrow \Sigma \eta'} a_{\Xi \rightarrow \Xi \eta'}$	0.029
$a_{\Sigma \rightarrow \Sigma \eta} b_{\Xi \rightarrow \Xi^* \eta}$	0.157
$a_{\Sigma \rightarrow \Sigma \eta'} b_{\Xi \rightarrow \Xi^* \eta'}$	-0.010
$a_{\Xi \rightarrow \Xi \eta} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^* \eta}$	-0.166
$a_{\Xi \rightarrow \Xi \eta'} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^* \eta'}$	-0.031
$b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^* \eta} b_{\Xi \rightarrow \Xi^* \eta}$	0.155
$b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^* \eta'} b_{\Xi \rightarrow \Xi^* \eta'}$	0.011
$b_{\Sigma \rightarrow \Delta \bar{K}} b_{\Xi \rightarrow \Sigma^* \bar{K}}$	0.380
$b_{\Sigma \rightarrow \Xi^* K} b_{\Xi \rightarrow \Omega K}$	0.169
$a_{\Xi \rightarrow \Sigma \bar{K}} b_{\Sigma \rightarrow \Delta \bar{K}}$	-0.814
$a_{\Sigma \rightarrow N \bar{K}} a_{\Xi \rightarrow \Sigma \bar{K}}$	-0.198
$a_{\Sigma \rightarrow N \bar{K}} b_{\Xi \rightarrow \Sigma^* \bar{K}}$	0.092
$a_{\Sigma \rightarrow N \bar{K}} a_{\Xi \rightarrow \Lambda \bar{K}}$	-0.044
$a_{\Sigma \rightarrow \Xi K} b_{\Xi \rightarrow \Omega K}$	0.352

Tabla 3.8: Coeficientes del modelo UQM correspondientes a $\Sigma^- \rightarrow n$ y $\Sigma^0 \rightarrow p$.

Parámetros	UQM
$a_{N \rightarrow N \pi} a_{\Sigma \rightarrow \Lambda \pi}$	0.555
$a_{\Sigma \rightarrow \Sigma \pi} a_{N \rightarrow N \pi}$	0.797
$b_{N \rightarrow \Delta \pi} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^* \pi}$	0.370
$a_{N \rightarrow N \pi} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^* \pi}$	0.443
$b_{N \rightarrow \Delta \pi} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma \pi}$	0.654
$a_{N \rightarrow \Sigma K} a_{\Sigma \rightarrow \Xi K}$	0.092
$a_{N \rightarrow \Sigma K} b_{\Sigma \rightarrow \Xi^* K}$	0.044
$a_{N \rightarrow \Lambda K} a_{\Sigma \rightarrow \Xi K}$	-0.291
$a_{N \rightarrow \Lambda K} b_{\Sigma \rightarrow \Xi^* K}$	-0.140
$a_{N \rightarrow N \eta} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma \eta}$	0.093
$a_{N \rightarrow N \eta'} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma \eta'}$	0.013
$a_{N \rightarrow N \eta} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^* \eta}$	0.091
$a_{N \rightarrow N \eta'} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^* \eta'}$	-0.014
$a_{\Sigma \rightarrow \Xi K} b_{N \rightarrow \Sigma^* K}$	-0.228
$b_{N \rightarrow \Sigma^* K} b_{\Sigma \rightarrow \Xi^* K}$	-0.110

Si además se introduce la contribución de la η física de los estados mezcla $|\eta\rangle = \cos\phi|\eta_8\rangle - \sin\phi|\eta_1\rangle$, con ángulo de mezcla $\phi = -18^\circ$, se obtiene

$$\begin{aligned} \langle\psi_{p\frac{1}{2}}|A|\psi_{n\frac{1}{2}}\rangle &= \mathcal{N}_N^2 \left[\frac{5}{3} + \frac{5}{27}a_{N\rightarrow N\pi}^2 - \frac{8}{27}a_{N\rightarrow\Sigma K}^2 - \frac{5}{9}a_{N\rightarrow N\eta}^2 \right. \\ &\quad + \frac{20}{27}b_{N\rightarrow\Sigma^*K}^2 + \frac{25}{27}b_{N\rightarrow\Delta\pi}^2 + \frac{32\sqrt{2}}{27}a_{N\rightarrow N\pi}b_{N\rightarrow\Delta\pi} + \frac{4}{9}a_{N\rightarrow\Sigma K}a_{N\rightarrow\Lambda K} \\ &\quad \left. + \frac{8\sqrt{2}}{9}a_{N\rightarrow\Lambda K}b_{N\rightarrow\Sigma^*K} + \frac{16\sqrt{2}}{27}a_{N\rightarrow\Sigma K}b_{N\rightarrow\Sigma^*K} \right] = 1.35 \end{aligned} \quad (3.20)$$

Finalmente, considerando la nube mesónica completa de los mesones pseudoescalares, con la inclusión de la mezclas de η y η' , con $|\eta'\rangle = \sin\phi|\eta_8\rangle + \cos\phi|\eta_1\rangle$, el acoplamiento axial es

$$\begin{aligned} \langle\psi_{p\frac{1}{2}}|A|\psi_{n\frac{1}{2}}\rangle &= \mathcal{N}_N^2 \left[\frac{5}{3} + \frac{5}{27}a_{N\rightarrow N\pi}^2 - \frac{8}{27}a_{N\rightarrow\Sigma K}^2 - \frac{5}{9}a_{N\rightarrow N\eta}^2 - \frac{5}{9}a_{N\rightarrow N\eta'}^2 \right. \\ &\quad + \frac{20}{27}b_{N\rightarrow\Sigma^*K}^2 + \frac{25}{27}b_{N\rightarrow\Delta\pi}^2 + \frac{32\sqrt{2}}{27}a_{N\rightarrow N\pi}b_{N\rightarrow\Delta\pi} + \frac{4}{9}a_{N\rightarrow\Sigma K}a_{N\rightarrow\Lambda K} \\ &\quad \left. + \frac{8\sqrt{2}}{9}a_{N\rightarrow\Lambda K}b_{N\rightarrow\Sigma^*K} + \frac{16\sqrt{2}}{27}a_{N\rightarrow\Sigma K}b_{N\rightarrow\Sigma^*K} \right] = 1.34 \end{aligned} \quad (3.21)$$

De la misma manera se pueden derivar los once decaimientos beta restantes, seis de los cuales exhiben un cambio de extrañeza en el proceso electrodébil, debido al operador de acoplamiento axial $A' = u\gamma_\mu\gamma^5 s$ en contraste con el operador $A = u\gamma_\mu\gamma^5 d$.

Los resultados completos de los decaimientos permitidos en el octete de bariones se muestran en la Tabla 3.9. El orden de los decaimientos fue organizado de tal forma que primero se muestran los resultados en el modelo de quarks CQM, con los tres quarks de valencia para cada barión inicial. Después se toman en cuenta los piones de acuerdo al modelo de creación de pares UQM y sucesivamente se incluyen los acoplamientos posibles del octete de mesones pseudoescalares: kaónes K , eta teórica η_8 y los estados físicos η y η' . Estos resultados son comparados finalmente con los valores experimentales que se han encontrado.

Es interesante estudiar el comportamiento que muestran los resultados para cada decaimiento; por ejemplo para los procesos sin cambio de extrañeza (operador A) sólo se conocen dos valores efectivos con los que se puede comparar los cálculos, a saber $n \rightarrow p$ y $\Sigma^- \rightarrow \Lambda^0$. Para ambos casos la tendencia de los acoplamientos se ve reducida desde el valor inicial dado por el modelo de quarks, a un valor cada vez más cercano al valor experimental. En cuanto a los procesos que involucran un cambio de extrañeza (operador A'), experimentalmente se conocen: $\Sigma^- \rightarrow n$, $\Lambda^0 \rightarrow p$, $\Xi^- \rightarrow \Lambda^0$ y $\Xi^- \rightarrow \Sigma^0$, de los cuales todos muestran la misma tendencia que el caso anterior salvo $\Sigma^- \rightarrow n$, cuyos resultados parecen ser relativamente invariantes respecto a la escala del valor efectivo, ya que parecen mantenerse constantes.

Tabla 3.9: Lista de todos los posibles decaimientos beta, en el marco del Modelo de Quarks Unquenched UQM , comparado con el Modelo de Quarks Constituyentes CQM , y los valores efectivos experimentales registrados.

	CQM uds	UQM π	UQM $\pi K \eta_8$	UQM $\pi K \eta$	UQM $\pi K \eta \eta'$	Exp.
$\langle p_{\frac{1}{2}} A n_{\frac{1}{2}} \rangle$	1.67	1.50	1.37	1.35	1.34	1.2701 ± 0.0025
$\langle \Sigma^{0\frac{1}{2}} A \Sigma^{-\frac{1}{2}} \rangle$	0.94	0.82	0.77	0.76	0.75	
$\langle \Sigma^{+\frac{1}{2}} A \Sigma^{0\frac{1}{2}} \rangle$	0.94	0.82	0.77	0.76	0.75	
$\langle \Xi^{0\frac{1}{2}} A \Xi^{-\frac{1}{2}} \rangle$	-0.33	-0.30	-0.32	-0.31	-0.31	
$\langle \Lambda^{0\frac{1}{2}} A \Sigma^{-\frac{1}{2}} \rangle$	0.82	0.74	0.71	0.70	0.69	0.60 ± 0.03
$\langle p_{\frac{1}{2}} A' \Sigma^{0\frac{1}{2}} \rangle$	-0.24	-0.24	-0.22	-0.22	-0.21	
$\langle n_{\frac{1}{2}} A' \Sigma^{-\frac{1}{2}} \rangle$	-0.33	-0.34	-0.31	-0.31	-0.30	-0.340 ± 0.017
$\langle p_{\frac{1}{2}} A' \Lambda^{0\frac{1}{2}} \rangle$	1.22	1.15	0.95	0.96	0.94	0.879 ± 0.018
$\langle \Lambda^{0\frac{1}{2}} A' \Xi^{-\frac{1}{2}} \rangle$	0.41	0.38	0.31	0.31	0.30	0.31 ± 0.06
$\langle \Sigma^{+\frac{1}{2}} A' \Xi^{0\frac{1}{2}} \rangle$	1.67	1.54	1.35	1.35	1.33	1.21 ± 0.05
$\langle \Sigma^{0\frac{1}{2}} A' \Xi^{-\frac{1}{2}} \rangle$	1.18	1.09	0.95	0.96	0.94	

Estos comportamientos dan lugar a interpretar los decaimientos beta del UQM como procesos que dan una buena aproximación a los valores experimentales, esto indica que es una hipótesis correcta considerar el mar de quarks en el modelo de creación de pares. Además como puede observarse de los datos de la Tabla 3.9, el Modelo de Quarks Unquenched preserva los buenos resultados de Modelo de Quarks y mas aún mejora la aproximación a la correspondencia con los valores experimentales.

Es importante mencionar que para estos cálculos, no se implemento ninguna técnica de renormalización para vincular los valores experimentales a los teóricos, ni fue necesario introducir los parámetros F y D del modelo de Cabibbo para obtener los acoplamiento axiales. Sin embargo sí se conservó la suposición de tomar el límite no relativista y baja transferencia de momento para los procesos.

Con el fin de observar la tendencia de los resultados, en las Figuras 3.3 y 3.4 se muestran las gráficas de los acoplamiento axiales para cada proceso con cambio y sin

cambio de extrañeza. Las primeras seis gráficas corresponden a los decaimientos que contienen los valores experimentales (con sus barras de incertidumbre) de los cuales se tiene conocimiento y las últimas seis gráficas, son predicciones. En estos esquemas puede verse claramente en todos los casos, ya sea la reducción desde el valor del modelo de quarks hasta acercarse a los valores efectivos (al ir incluyendo mesones π, K, η_8, η y η') o el comportamiento constante de los decaimientos semileptónicos en concordancia con el modelo de quarks y en su caso con el valor experimental.

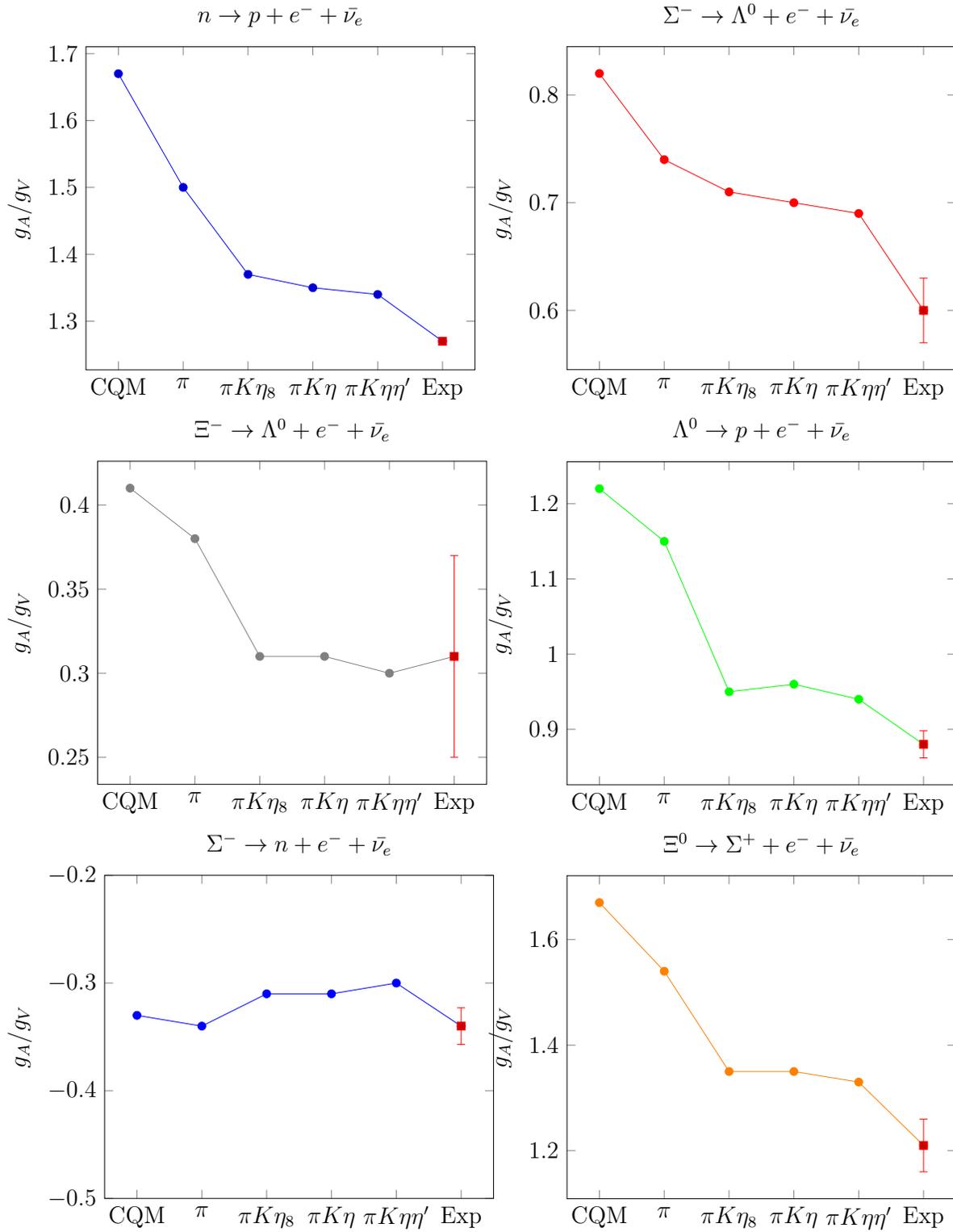


Figura 3.3: Gráficas de los acoplamiento axiales g_A/g_V para el modelo CQM y UQM con la inclusión de los mesones y sus valores experimentales.

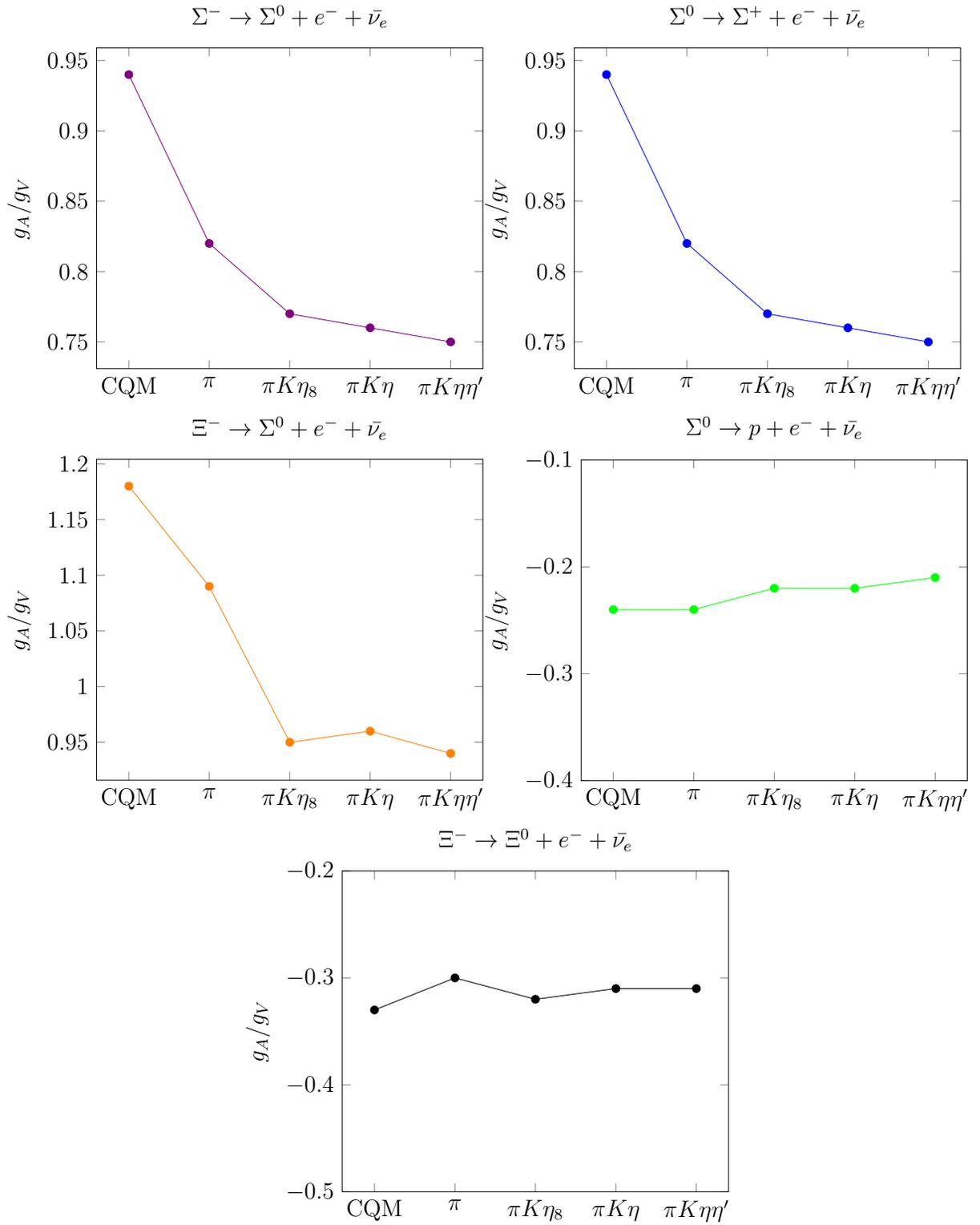


Figura 3.4: Gráficas de los acoplamientos axiales g_A/g_V para el modelo CQM y UQM con la inclusión de los mesones.

Capítulo 4

Momentos Magnéticos

Los momentos magnéticos, son otro de los grande éxitos del modelo de quarks. Como otro ejemplo de las predicciones del modelo UQM, se pueden calcular los momentos magnéticos tomando en cuenta al igual que en los decaimientos beta. La inclusión de los mesones pseudoescalares tomando en cuenta los pares de quark antiquark no destruye los buenos resultados de CQM [36].

4.1. Momentos magnéticos en el modelo de quarks

El momento magnético de un barión B esta definido como el valor esperado de la componente z del operador de momento magnético con máxima proyección de espín a lo largo del eje z

$$\mu(B) = \langle \psi_B, J, J_z = J | \vec{\mu}_z | \psi_B, J, J_z = J \rangle. \quad (4.1)$$

En ausencia de excitaciones orbitales $J_z = S_z$ y denotando $\vec{\mu}_z = \vec{\mu}$

$$\mu(B) = \langle \psi_B, S_z | \vec{\mu} | \psi_B, S_z \rangle, \quad (4.2)$$

donde el operador de momento magnético es

$$\vec{\mu} = \sum_i 2\mu_i \vec{s}_i + \sum_i \mu_i \vec{l}_i = \vec{\mu}_{spin} + \vec{\mu}_{orbital} = \vec{\mu}_{spin} \quad (4.3)$$

ya que $\vec{\mu}_{orbital} = 0$, los índices i se refieren a los quarks constituyentes del barión. La ecuación (4.1) también puede escribirse como

$$\mu(B) = \sum_i \langle \psi_B | 2\mu_i \vec{s}_i | \psi_B \rangle = \sum_{q=u,d,s} \langle \psi_B | \mu_q \sigma_z^q | \psi_B \rangle \quad (4.4)$$

donde

$$\mu_q = \frac{e_q g_q}{4m_q} \quad (4.5)$$

es el momento magnético de el quark q y σ_z^q es la matriz de espín de Pauli del quark q , trabajando con $\hbar = c = 1$. Los parámetros e_q , g_q y m_q , son la carga eléctrica, el factor

giromagnético, y la masa para el quark q respectivamente. Para los quarks $e_u = \frac{2}{3}$ y $e_d = e_s = -\frac{1}{3}$. El factor giromagnético para los quarks es alrededor de 2, ya que un quark tiene espín $\frac{1}{2}$.

Como ejemplo, se calcula el momento magnético del protón. Experimentalmente se midieron los valores experimentales del momento magnético anómalo del protón y neutrón, los cuales son $2.793\mu_N$ y $-1.913\mu_N$ respectivamente, donde μ_N es el magnetón nuclear definido como

$$\mu_N = \frac{e}{2m_p}. \quad (4.6)$$

El origen de el momento magnético anómalo del protón y neutrón puede ser estudiado en terminos de los momentos magnéticos de los quarks individuales y las funciones de onda de los bariones.

Ya que los quarks son fermiones fundamentalmente, los operadores para el momento magnético total y la componente z del momento magnético de los quarks arriba y abajo son

$$\vec{\mu} = Q \frac{e}{m} \vec{S} \quad , \quad \vec{\mu}_z = Q \frac{e}{m} S_z. \quad (4.7)$$

Para quarks de espín arriba ($m_s = +\frac{1}{2}$), el valor esperado de la componente z del momento magnético de los quarks arriba y abajo son

$$\begin{aligned} \mu_u &= \langle u \uparrow | \vec{\mu}_z | u \uparrow \rangle = \left(\frac{2}{3} \right) \frac{e}{2m_u} = \frac{2m_p}{3m_u} \mu_N, \\ \mu_d &= \langle d \uparrow | \vec{\mu}_z | d \uparrow \rangle = \left(-\frac{1}{3} \right) \frac{e}{2m_d} = -\frac{m_p}{3m_d} \mu_N. \end{aligned} \quad (4.8)$$

Las correspondientes expresiones para espín abajo son

$$\langle u \downarrow | \vec{\mu}_z | u \downarrow \rangle = -\mu_u \quad , \quad \langle d \downarrow | \vec{\mu}_z | d \downarrow \rangle = -\mu_d. \quad (4.9)$$

El momento magnético de un barion segun la ecuación (4.4) es la suma de los momentos magnéticos de sus quarks constituyentes

$$\vec{\mu} = \vec{\mu}(1) + \vec{\mu}(2) + \vec{\mu}(3), \quad (4.10)$$

donde $\mu(i)$ es el operador de momento magnético el cual actua en el quark i -ésimo. Por lo tanto el momento magnético de el protón puede ser escrito

$$\mu_p = \langle \vec{\mu}_z \rangle = \langle p \uparrow | \vec{\mu}(1) + \vec{\mu}(2) + \vec{\mu}(3) | p \uparrow \rangle. \quad (4.11)$$

Las funciones de onda de espín-sabor de los bariones se encuentran en el Apéndice A.1, así para el protón

$$\begin{aligned} |p \uparrow \rangle = \frac{1}{3\sqrt{2}} [& uud(2 \uparrow\uparrow\downarrow - \uparrow\downarrow\uparrow - \downarrow\uparrow\uparrow) + dud(2 \uparrow\downarrow\uparrow - \uparrow\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow\uparrow) \\ & + duu(2 \downarrow\uparrow\uparrow - \uparrow\downarrow\uparrow - \uparrow\uparrow\downarrow)] \end{aligned} \quad (4.12)$$

Usando las relaciones de eigenvalores de los quarks

$$\begin{aligned}\vec{\mu}|u \uparrow\rangle &= \mu_u|u \uparrow\rangle & , & & \vec{\mu}|u \downarrow\rangle &= -\mu_u|u \downarrow\rangle \\ \vec{\mu}|d \uparrow\rangle &= \mu_d|d \uparrow\rangle & , & & \vec{\mu}|d \downarrow\rangle &= -\mu_d|d \downarrow\rangle\end{aligned}\quad (4.13)$$

se puede evaluar el momento magnético del protón, ecuación (4.11),

$$\mu(p) = \frac{4\mu_u - \mu_d}{3}. \quad (4.14)$$

La predicción de momento magnético del neutrón puede ser escrito al reemplazar $u \rightarrow d$ y viceversa

$$\mu(n) = \frac{4\mu_d - \mu_u}{3}, \quad (4.15)$$

de manera similar se calcula el momento magnético de Λ^0 con $S_z = \frac{1}{2}$,

$$\mu(\Lambda^0) = \mu_s \quad (4.16)$$

consecuentemente, el radio del momento magnético del protón y el neutrón en el límite de simetría de isoespín ($m_u = m_d$) es [37]

$$\frac{\mu_p}{\mu_n} = \frac{4\mu_u - \mu_d}{4\mu_d - \mu_u} = -\frac{3}{2}, \quad (4.17)$$

el cual esta en razonable acuerdo con el valor medido experimentalmente de -1.46 . En general a partir de los datos experimentales de $\mu(p)$, $\mu(n)$ y $\mu(\Lambda^0)$ y sus expresiones en términos de los momentos magnéticos de los quarks, puede determinarse los valores de μ_u , μ_d y μ_s al invertir y resolver el sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas. En este caso, para el modelo de quarks sus valores se encuentran en la Tabla 4.1.

Tabla 4.1: Momentos magnéticos para los quarks u , d y s [13].

μ_u	$1.852\mu_N$
μ_d	$-0.972\mu_N$
μ_s	$-0.613\mu_N$

Los momentos magneticos restantes de los estados del octete de bariones pueden ser derivados de manera análoga con el modelo de quarks, los resultados se encuentran en la Tabla (4.2).

4.2. Momentos magnéticos en el Modelo de Quarks Unquenched

Para el UQM existen contribuciones del tipo barión-meson y por ende antiquarks, así como momentos angulares relativos \vec{l}_i debido a a los acoplamientos. El momento

Tabla 4.2: Momentos magnéticos de los bariones del octete

Barión	μ	$\mu_{CQM}(\mu_N)$	$\mu_{exp}(\mu_N)$
p	$\frac{4\mu_u - \mu_d}{3}$	2.793*	2.973
n	$\frac{4\mu_d - \mu_u}{3}$	-1.913*	-1.913
Σ^+	$\frac{4\mu_u - \mu_s}{3}$	2.673	2.458 \pm 0.010
Σ^0	$\frac{2\mu_u + 2\mu_d - \mu_s}{3}$	0.791	
Σ^-	$\frac{4\mu_d - \mu_s}{3}$	-1.091	-1.160 \pm 0.025
Λ^0	μ_s	-0.613*	-0.613 \pm 0.004
Ξ^0	$\frac{4\mu_s - \mu_u}{3}$	-1.435	-1.250 \pm 0.014
Ξ^-	$\frac{4\mu_s - \mu_d}{3}$	-0.493	-0.651 \pm 0.003
Ξ^0/Λ^0	$\frac{\mu_u - \mu_d}{\sqrt{3}}$	1.620	1.610 \pm 0.080

magnético de está definido como (4.18)

$$\vec{\mu} = \sum_i 2\mu_i \vec{s}_i + \sum_i \mu_i \vec{l}_i = \vec{\mu}_{spin} + \vec{\mu}_{orbital} = \vec{\mu}_{spin} \quad (4.18)$$

donde el índice q corre sobre los quarks y antiquarks.

Contribución del espín al momento magnético

El operador de momento magnético para la parte de espín puede escribirse como

$$\vec{\mu} = \sum_q 2\mu_q \vec{s}_q = 2S_z(u)\mu_u + 2S_z(d)\mu_d + 2S_z(s)\mu_s = \Delta u \mu_u + \Delta d \mu_d + \Delta s \mu_s \quad (4.19)$$

Ya que, como se demostró en el Capítulo 1, *en el límite no relativista* $(\Delta q)_p \approx \langle p, \frac{1}{2} | 2S_z(q) | p, \frac{1}{2} \rangle$, por tanto

$$\Delta q \approx 2S_z(q). \quad (4.20)$$

Es decir de esta manera solo es necesario calcular el valor esperado de $\Delta u, \Delta d$ y Δs para obtener la contribución del espín en el momento magnético de los bariones en términos de los momento magnéticos de los quarks. Para este fin, se calcula el contenido de sabor del protón, obteniendo el siguiente resultado:

$$\begin{aligned}
 \langle \psi_p | \Delta u | \psi_p \rangle &= \mathcal{N}_N^2 \left[\frac{4}{3} - \frac{2}{27} a_{N \rightarrow N\pi}^2 + \frac{35}{27} b_{N \rightarrow \Delta\pi}^2 + \frac{16\sqrt{2}}{27} a_{N \rightarrow N\pi} b_{N \rightarrow \Delta\pi} - \frac{10}{27} a_{N \rightarrow \Sigma K}^2 \right. \\
 &\quad - \frac{4}{9} a_{N \rightarrow N\eta}^2 + \frac{2}{9} a_{N \rightarrow \Sigma K} a_{N \rightarrow \Lambda K} + \frac{4\sqrt{2}}{9} a_{N \rightarrow \Lambda K} b_{N \rightarrow \Sigma^* K} + \frac{25}{27} b_{N \rightarrow \Sigma^* K}^2 \\
 &\quad \left. + \frac{20\sqrt{2}}{27} a_{N \rightarrow \Sigma K} b_{N \rightarrow \Sigma^* K} \right], \\
 \langle \psi_p | \Delta d | \psi_p \rangle &= \mathcal{N}_N^2 \left[-\frac{1}{3} - \frac{7}{27} a_{N \rightarrow N\pi}^2 + \frac{10}{27} b_{N \rightarrow \Delta\pi}^2 - \frac{16\sqrt{2}}{27} a_{N \rightarrow N\pi} b_{N \rightarrow \Delta\pi} - \frac{2}{27} a_{N \rightarrow \Sigma K}^2 \right. \\
 &\quad + \frac{1}{9} a_{N \rightarrow N\eta}^2 - \frac{2}{9} a_{N \rightarrow \Sigma K} a_{N \rightarrow \Lambda K} - \frac{4\sqrt{2}}{9} a_{N \rightarrow \Lambda K} b_{N \rightarrow \Sigma^* K} + \frac{5}{27} b_{N \rightarrow \Sigma^* K}^2 \\
 &\quad \left. + \frac{4\sqrt{2}}{27} a_{N \rightarrow \Sigma K} b_{N \rightarrow \Sigma^* K} \right], \\
 \langle \psi_p | \Delta s | \psi_p \rangle &= \mathcal{N}_N^2 \left[\frac{1}{9} a_{N \rightarrow \Sigma K}^2 - \frac{1}{3} a_{N \rightarrow \Lambda K}^2 + \frac{5}{9} b_{N \rightarrow \Sigma^* K}^2 - \frac{8\sqrt{2}}{9} a_{N \rightarrow \Sigma K} b_{N \rightarrow \Sigma^* K} \right]. \quad (4.21)
 \end{aligned}$$

donde las cargas axiales Δq , denotan la fracción de espín del protón con la que contribuyen los quarks. De manera similar se puede calcular el contenido de sabor para las partículas del octete. Los resultados de este cálculo se muestran en el Apéndice A.3. Con el contenido de sabor y la ecuación (4.19) se puede calcular finalmente la contribución del espín al momento magnético del protón

$$\begin{aligned}
 \langle p_{\frac{1}{2}} | \vec{\mu}_s | p_{\frac{1}{2}} \rangle &= \mathcal{N}_N^2 \left[\frac{4\mu_u - \mu_d}{3} - \frac{2\mu_u + 7\mu_d}{27} a_{N \rightarrow N\pi}^2 + \frac{16\sqrt{2}}{27} (\mu_u - \mu_d) a_{N \rightarrow N\pi} b_{N \rightarrow \Delta\pi} \right. \\
 &\quad + \frac{5}{27} (7\mu_u + 2\mu_d) b_{N \rightarrow \Delta\pi}^2 - \frac{10\mu_u + 2\mu_d - 3\mu_s}{27} a_{N \rightarrow \Sigma K}^2 \\
 &\quad + \frac{\mu_d - 4\mu_u}{9} a_{N \rightarrow N\eta}^2 - \frac{1}{3} \mu_s a_{N \rightarrow \Delta K}^2 + \frac{\mu_d - 4\mu_u}{9} a_{N \rightarrow N\eta}^2 \\
 &\quad + \frac{\sqrt{2}}{27} (20\mu_u + 4\mu_d - 24\mu_s) a_{N \rightarrow \Sigma K} b_{N \rightarrow \Sigma^* K} + \frac{2}{9} (\mu_u - \mu_d) a_{N \rightarrow \Sigma K} a_{N \rightarrow \Lambda K} \\
 &\quad \left. + \frac{4\sqrt{2}}{9} (\mu_u - \mu_d) a_{N \rightarrow \Delta K} b_{N \rightarrow \Sigma^* K} + \frac{1}{27} (25\mu_u + 5\mu_d + 15\mu_s) b_{N \rightarrow \Sigma^* K}^2 \right]. \quad (4.22)
 \end{aligned}$$

Contribución del momento angular orbital relativo

El operador de momento magnético para la parte orbital se puede escribir clásicamente como

$$\vec{\mu}_{orbital} = \sum_i \mu_i \vec{l}_i = \sum_i \mu_i \vec{r}_i \times \vec{p}_i \quad (4.23)$$

donde el índice i corre para los quarks y antiquarks debido a la consideración de los mesones. Esta descripción dinámica se puede hacer en términos de las coordenadas de Jacobi ρ y λ que consideran el movimiento relativo de los tres quarks constituyentes del barión como partículas idénticas. Además se consideran las coordenadas del centro de masa del barión \vec{R}_B , meson \vec{R}_C y la coordenada del centro de más del sistema barión-mesón \vec{R} . Finalmente se consideran el vector del movimiento relativo del quark-antiquark del mesón \vec{r}_C y el vector relativo entre el barión-mesón \vec{r} . Todos estos vectores están en función de los vectores de posición de los tres quarks constituyentes del barión $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3$, y/o de los vectores de posición, \vec{r}_4 y \vec{r}_5 , del quark y antiquark del mesón. Estos respecto al origen del sistema de referencia que considera al sistema barión-mesón completo. Las coordenadas con su respectivas transformaciones de coordenadas son

$$\begin{aligned}\vec{\rho} &\equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) & \vec{r}_1 &= \frac{1}{\sqrt{6}}\vec{\lambda} + \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{\rho} + \vec{R}_B \\ \vec{\lambda} &\equiv \frac{1}{\sqrt{6}}(\vec{r}_1 + \vec{r}_2 - 2\vec{r}_3) & \vec{r}_2 &= \frac{1}{\sqrt{6}}\vec{\lambda} - \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{\rho} + \vec{R}_B \\ \vec{R}_B &\equiv \frac{1}{3}(\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3) & \vec{r}_3 &= \vec{R}_B - \frac{\sqrt{6}}{3}\vec{\lambda}\end{aligned}\quad (4.24)$$

$$\begin{aligned}\vec{r}_C &= \vec{r}_4 - \vec{r}_5 & \vec{r}_4 &= \vec{R}_C + \frac{1}{2}\vec{r}_C \\ \vec{R}_C &= \frac{1}{2}(\vec{r}_4 + \vec{r}_5) & \vec{r}_5 &= \vec{R}_C - \frac{1}{2}\vec{r}_C.\end{aligned}\quad (4.25)$$

Aún se puede hacer un cambio de coordenadas para dejar las coordenadas de los quarks individuales en términos de las coordenadas del centro de masa \vec{R} del sistema completo barión B y meson C , y el vector relativo entre el barion-meson \vec{r} ,

$$\begin{aligned}\vec{r} &= \vec{R}_B - \vec{R}_C & \vec{R}_B &= \vec{R} + \frac{m_C}{m_B + m_C}\vec{r} \\ \vec{R} &= \frac{m_B\vec{R}_B + m_C\vec{R}_C}{m_B + m_C} & \vec{R}_C &= \vec{R} - \frac{m_B}{m_B + m_C}\vec{r}.\end{aligned}\quad (4.26)$$

Así las coordenadas \vec{r}_i quedan finalmente transformadas como

$$\begin{aligned}\vec{r}_1 &= \frac{1}{\sqrt{6}}\vec{\lambda} + \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{\rho} + \vec{R} + \frac{m_C}{m_B + m_C}\vec{r} \\ \vec{r}_2 &= \frac{1}{\sqrt{6}}\vec{\lambda} - \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{\rho} + \vec{R} + \frac{m_C}{m_B + m_C}\vec{r} \\ \vec{r}_3 &= \vec{R} + \frac{m_C}{m_B + m_C}\vec{r} - \frac{\sqrt{6}}{3}\vec{\lambda} \\ \vec{r}_4 &= \vec{R} - \frac{m_B}{m_B + m_C}\vec{r} + \frac{1}{2}\vec{r}_C \\ \vec{r}_5 &= \vec{R} - \frac{m_B}{m_B + m_C}\vec{r} - \frac{1}{2}\vec{r}_C.\end{aligned}\quad (4.27)$$

La transformación de coordenadas de momento correspondientes a las coordenadas

de (4.27) serán

$$\begin{aligned}
 \vec{p}_\rho &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{p}_1 - \vec{p}_2) \\
 \vec{p}_\lambda &= \frac{1}{\sqrt{6}}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - 2\vec{p}_3) \\
 \vec{P}_B &= \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 \\
 \vec{p}_C &= \frac{1}{2}(\vec{p}_4 - \vec{p}_5) \\
 \vec{P}_C &= \vec{p}_4 + \vec{p}_5 \\
 \vec{P} &= \vec{P}_B + \vec{P}_C \\
 \vec{p} &= \frac{m_C \vec{P}_B - m_B \vec{P}_C}{m_C + m_B}.
 \end{aligned} \tag{4.28}$$

Al igual que para las coordenadas del centro de masa del barión y mesón de (4.24, 4.25), se puede hacer transformación para \vec{P} y \vec{p}

$$\begin{aligned}
 \vec{P} &= \vec{P}_B + \vec{P}_C & \vec{P}_B &= \frac{m_B}{m_C + m_B} \vec{P} + \vec{p} \\
 \vec{p} &= \frac{m_C \vec{P}_B - m_B \vec{P}_C}{m_C + m_B} & \vec{P}_C &= \frac{m_C}{m_C + m_B} \vec{P} - \vec{p}
 \end{aligned} \tag{4.29}$$

donde se puede simplificar la notación definiendo

$$\alpha_{BC} = \frac{m_C}{m_C + m_B} \quad y \quad 1 - \alpha_{BC} = \frac{m_B}{m_C + m_B}. \tag{4.30}$$

Con estas nuevas transformaciones se puede desarrollar la ecuación (4.23), para obtener la contribución orbital del momento magnético

$$\begin{aligned}
 \sum_i \mu_i \vec{r}_i \times \vec{p}_i &= \frac{1}{2}(\mu_4 + \mu_5) \vec{r}_C \times \vec{p}_C + \frac{1}{6}(\mu_1 + \mu_2 + 4\mu_3) \vec{\lambda} \times \vec{p}_\lambda + \frac{1}{2}(\mu_1 + \mu_2) \vec{\rho} \times \vec{p}_\rho \\
 &+ ((1 - \alpha_{BC})\mu_B + \alpha_{BC}\mu_C) \vec{\mathbf{R}} \times \vec{\mathbf{P}} + (\alpha_{BC}\mu_B + (1 - \alpha_{BC})\mu_C) \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{p}} \\
 &+ \alpha_{BC}(1 - \alpha_{BC})(\mu_B - \mu_C) \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{P}} + (\mu_B - \mu_C) \vec{\mathbf{R}} \times \vec{\mathbf{p}} \\
 &+ \frac{1}{3\sqrt{6}}(\mu_1 + \mu_2 - 2\mu_3) \vec{\lambda} \times \vec{\mathbf{P}}_B + \frac{1}{3\sqrt{2}}(\mu_1 - \mu_2) \vec{\rho} \times \vec{\mathbf{P}}_B \\
 &+ \frac{1}{\sqrt{6}}(\mu_1 + \mu_2 - 2\mu_3) \vec{\mathbf{R}}_B \times \vec{p}_\lambda + \frac{1}{2\sqrt{3}}(\mu_1 - \mu_2) \vec{\rho} \times \vec{p}_\lambda \\
 &+ \frac{1}{\sqrt{2}}(\mu_1 - \mu_2) (\vec{\mathbf{R}}_B + \frac{1}{\sqrt{6}} \vec{\lambda}) \times \vec{p}_\rho + (\mu_4 - \mu_5) \vec{\mathbf{R}}_C \times \vec{p}_C \\
 &+ \frac{1}{4}(\mu_4 - \mu_5) \vec{r}_C \times \vec{\mathbf{P}}_C
 \end{aligned} \tag{4.31}$$

donde la suma de los momentos magnéticos de los quarks que contribuyen al sistema y que justamente son iguales a los momentos magnéticos del barión B y del mesón C

$$\mu_B = \frac{1}{3}(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3) \quad , \quad \mu_C = \frac{1}{2}(\mu_4 + \mu_5). \tag{4.32}$$

Analizando la ecuación (4.31); los términos $\vec{l}_\lambda = \vec{\lambda} \times \vec{p}_\lambda$ y $\vec{l}_\rho = \vec{\rho} \times \vec{p}_\rho$ corresponden al momento angular orbital del barión $\vec{l}_B = \vec{l}_\lambda + \vec{l}_\rho$. El momento angular orbital del mesón es $\vec{l}_C = \vec{r}_C \times \vec{p}_C$. Estos términos se anulan porque se considera el sistema en el estado base.

En cuanto al momento angular del centro de masa $\vec{L} = \vec{R} \times \vec{P}$ por definición no contribuirá a la parte orbital. Los términos cruzados aportan pequeñas contribuciones al momento magnético, por lo que pueden ser despreciados. Por lo tanto, el único término que contribuye de manera significativa, corresponde al momento angular relativo entre el barión B y el mesón C : $\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p}$,

$$\langle p_{\frac{1}{2}} | \vec{\mu} | p_{\frac{1}{2}} \rangle = \langle p_{\frac{1}{2}} | (\alpha_{BC} \mu_B + (1 - \alpha_{BC}) \mu_C) | p_{\frac{1}{2}} \rangle, \quad (4.33)$$

entonces,

$$\begin{aligned} \langle p_{\frac{1}{2}} | \vec{\mu} | p_{\frac{1}{2}} \rangle &= \mathcal{N}_N^2 \left\{ \left[\frac{2}{9} \alpha_{N\pi} \frac{1}{3} (2\mu_u + \mu_d) + \frac{4}{9} \left(\alpha_{N\pi} \frac{1}{3} (2\mu_d + \mu_u) \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. + (1 - \alpha_{N\pi}) \frac{1}{2} (\mu_u - \mu_d) \right) a_{N \rightarrow N\pi}^2 \right] + \left[\frac{4}{9} \left(\alpha_{\Sigma K} \frac{1}{3} (2\mu_d + \mu_s) \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. + (1 - \alpha_{\Sigma K}) \frac{1}{2} (\mu_d - \mu_s) \right) + \frac{2}{9} \left(\alpha_{\Sigma K} \frac{1}{3} (\mu_u + \mu_d + \mu_s) \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. + (1 - \alpha_{\Sigma K}) \frac{1}{2} (\mu_u - \mu_s) \right) \right] a_{N \rightarrow \Sigma K}^2 + \left[\frac{2}{3} \left(\alpha_{\Lambda K} \frac{1}{3} (\mu_u + \mu_d + \mu_s) \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. + (1 - \alpha_{\Lambda K}) \frac{1}{2} (\mu_u - \mu_s) \right) \right] a_{N \rightarrow \Lambda K}^2 + \frac{2}{3} \left(\alpha_{N\eta} \frac{1}{3} (2\mu_u + \mu_d) \right) a_{N \rightarrow \Lambda\eta}^2 \right. \\ &\quad - \left[\frac{1}{6} \left(\alpha_{\Delta\pi} \mu_u + (1 - \alpha_{\Delta\pi}) \frac{1}{2} (\mu_d - \mu_u) \right) + \frac{1}{9} \alpha_{\Delta\pi} \frac{1}{3} (2\mu_u + \mu_d) \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{18} \left(\alpha_{\Delta\pi} \frac{1}{3} (\mu_u + 2\mu_d) + (1 - \alpha_{\Delta\pi}) \frac{1}{2} (\mu_u - \mu_d) \right) \right] b_{N \rightarrow \Delta\pi}^2 \right. \\ &\quad - \frac{2}{9} \left(\alpha_{\Sigma^* K} \frac{1}{3} (2\mu_u + \mu_s) + (1 - \alpha_{\Sigma^* K}) \frac{1}{2} (\mu_d - \mu_s) \right) b_{N \rightarrow \Sigma^* K}^2 \\ &\quad - \frac{1}{9} \left(\alpha_{\Sigma^* K} \frac{1}{3} (\mu_u + \mu_d + \mu_s) + (1 - \alpha_{\Sigma^* K}) \frac{1}{2} (\mu_u - \mu_s) \right) b_{N \rightarrow \Sigma^* K}^2 \\ &\quad \left. + \frac{2}{3} \left(\alpha_{N\eta'} \frac{1}{3} (2\mu_u + \mu_d) \right) a_{N \rightarrow \Lambda\eta'}^2 \right\}. \quad (4.34) \end{aligned}$$

Por tanto, el momento magnético total será la suma de las ecuaciones (4.22) y (4.34),

$$\langle p_{\frac{1}{2}} | \vec{\mu} | p_{\frac{1}{2}} \rangle = \langle p_{\frac{1}{2}} | \vec{\mu}_{spin} + \vec{\mu}_{orbital} | p_{\frac{1}{2}} \rangle \quad (4.35)$$

Los resultados de este cálculo para el momento magnético del protón y los bariones restantes del octete, se encuentran tabulados en la Tabla 4.3, junto con la inclusión de los mesones pseudoescalares de η_8 y η . Aquí también se incluyen los resultados de modelo de quarks y se contrasta todo con los datos experimentales.

Tabla 4.3: Lista de todos los momentos magnéticos, en el marco del Modelo de Quarks Unquenched UQM , comparado con el Modelo de Quarks Constituyentes CQM , y los valores experimentales registrados. Todos los valores en términos del magnetón nuclear (μ_N). Los valores experimentales fueron tomado de [13].

<i>Momentos magnéticos</i>	<i>CQM</i> uds	<i>UQM</i> $\pi K \eta_8$	<i>UQM</i> $\pi K \eta$	<i>UQM</i> $\pi K \eta \eta'$	<i>Exp.</i>
$\langle p_{\frac{1}{2}} \mu p_{\frac{1}{2}} \rangle$	2.793	2.793	2.766	2.748	2.793
$\langle n_{\frac{1}{2}} \mu n_{\frac{1}{2}} \rangle$	-1.913	-1.913	-1.893	-1.880	-1.913
$\langle \Lambda^{0\frac{1}{2}} \mu \Lambda^{0\frac{1}{2}} \rangle$	-0.613	-0.613	-0.628	-0.610	-0.613 ± 0.004
$\langle \Sigma^{+\frac{1}{2}} \mu \Sigma^{+\frac{1}{2}} \rangle$	2.673	2.710	2.687	2.665	2.458 ± 0.010
$\langle \Sigma^{0\frac{1}{2}} \mu \Sigma^{0\frac{1}{2}} \rangle$	0.791	0.860	0.856	0.846	
$\langle \Sigma^{-\frac{1}{2}} \mu \Sigma^{-\frac{1}{2}} \rangle$	-1.091	-0.989	-0.975	-0.972	-1.160 ± 0.025
$\langle \Xi^{0\frac{1}{2}} \mu \Xi^{0\frac{1}{2}} \rangle$	-1.435	-1.503	-1.519	-1.487	-1.250 ± 0.014
$\langle \Xi^{-\frac{1}{2}} \mu \Xi^{-\frac{1}{2}} \rangle$	-0.493	-0.503	-0.520	-0.505	-0.651 ± 0.003
$\langle \Sigma^{0\frac{1}{2}} \mu \Lambda^{0\frac{1}{2}} \rangle$	1.620	1.698	1.681	1.669	1.610 ± 0.080

Capítulo 5

Resumen y Conclusiones

En este trabajo se calcularon los decaimientos beta entre bariones del octete desde un enfoque del Modelo de Quarks Unquenched (UQM), para este fin, inicialmente se hizo una revision general de Modelo de Quarks, desde los números cuánticos de los quarks, hasta los grupos y el álgebra que los describe. Se derivaron las funciones de onda en términos de sus grados de libertad de color, espín y sabor de los hadrones. Se introdujo la teoría de los decaimientos beta al considerar los acoplamientos axiales con y sin cambio de extrañeza en su contenido de sabor de quarks y se obtuvieron las predicciones teóricas de los decaimientos beta propuestos por Cabibbo. Estos cálculos dependen de los parámetros D y F , cuyos valores en el límite no relativista son $D = 1$ y $F = \frac{2}{3}$. También se tiene información experimental actualizada de estos parámetros, a saber $D = 0.805$ y $F = 0.465$. A partir de estos valores efectivos Cabibbo recalculó los decaimientos beta, parametrizando los valores efectivos de D y F en términos dos decaimientos $n \rightarrow p$ y $\Sigma^- \rightarrow n$ cuyos acoplamientos axiales son bien conocidos experimentalmente. Los resultados de estos cálculos son resumidos en la Tabla 1.11 del Capítulo 1.

Se consideraron los términos procedentes de la contribución de la nube mesónica a la función de onda de los bariones; estos términos incluyen los acoplamientos del tipo barión-mesón, debido a que estos están relacionados directamente con la justificación de la asimetría de sabor. Esta extensión del Modelo de Quarks es llamado el Modelo de la Nube Mesonica (MCM, por sus siglas en inglés). En este modelo las nuevas expresiones de las funciones de onda de los bariones tienen dependencia lineal de los acoplamientos barión-mesón. Estas constantes de proporcionalidad relacionan a los mesones pseudoescalares en combinación con los bariones del octete y decuplete. Así, con esta nueva construcción se calcularón los decaimientos beta en el marco del modelo MCM. Sin embargo las expresiones finales de estos decaimientos beta aun tenían la dependencia explícita de los coeficientes de proporcionalidad de las funciones de onda mencionados.

La parte fundamental de este trabajo se centra en calcular los acoplamientos axiales al tomar en cuenta las fluctuaciones mesónicas consideradas dentro del modelo UQM, cuyo mecanismo esta basado en un modelo 3P_0 de creación de pares $q\bar{q}$ a partir

del vacío. Estas parejas de quark-antiquark, son agregadas como una perturbación a la función de onda de los bariónes, la cual entonces consiste de una configuración de tres quarks de orden cero (correspondientes al modelo de quarks) más la suma sobre todos los componentes de orden mayor de Fock. En el marco de este modelo unquenched con sus funciones de onda, es posible calcular los coeficientes de los cuales dependían las expresiones de los decaimientos beta derivados con el MCM y por tanto se pueden calcular finalmente los acoplamientos axiales de los decaimientos beta. Los resultados se encuentran en la Tabla 3.9 y esquematizados en las gráficas de las Figuras 3.3 y 3.4 del Capítulo 3. Los momentos magnéticos son otro de los éxitos del Modelo de Quarks y por tanto también pueden ser calculados como con la misma consideración de las interacciones de los quarks del mar como otra de las aplicaciones del modelo UQM. Los resultados de estos cálculos se encuentran en la Tabla 4.3.

Como conclusión, los resultados anteriormente presentados para los decaimientos beta calculados en el marco del modelo Unquenched conservan los buenos resultados del modelo de quarks y la teoría de Cabibbo, pero además al incluir los efectos del mar de quarks se obtiene una mejor aproximación y por tanto un buen acuerdo con los valores experimentales de los acoplamientos axiales, como se puede apreciar en las gráficas de las Figuras 3.3 y 3.4. Es importante hacer notar la tendencia de los resultados de los decaimientos beta al incluir mesones pseudoescalares, ya que, desde que se consideran los efectos de los piones al cálculo, los resultados contribuyen positivamente a aproximar a los valores efectivos. Incluyendo los kaones la tendencia mejora aún más y finalmente considerando todos los mesones pseudoescalares del octete con la mezcla de lazos η y η' el resultado es muy cercano al valor experimental, por más de un 60% de su valor inicial del modelo de quarks al valor efectivo. Estos resultados dan sustento a la proposición de considerar extensiones del modelo de quarks equivalentes para garantizar mejores aproximaciones en los cálculos que este modelo describe. Además de que justifica la asimetría del modelo de quarks para dar solución a problemas dentro del régimen perturbativo de QCD.

En cuanto a los valores efectivos de los acoplamientos D y F usados en el modelo de Cabibbo para calcular los decaimientos beta, estos se pueden entender en la aproximación "quenched" del modelo de quarks: donde no se toman en cuenta de manera explícita los efectos de los quarks del mar.

Respecto a los resultados de los momentos magnéticos calculados con el modelo unquenched se tiene una similitud relativamente cercana al CQM , las diferencias más grandes son observadas en los bariones Σ : $\mu(\Sigma^0) = [\mu(\Sigma^+) + \mu(\Sigma^-)]/2$. Al tomar en cuenta las contribuciones del mar de quarks se obtienen diferentes valores para los momentos magnéticos de los quarks, $\mu_u = 2.159$, $\mu_d = -0.910$ y $\mu_s = -0.665\mu_N$ como los del modelo de quarks. Los resultados en el modelo de quarks unquenched son muy parecidos al modelo de quarks, lo cual muestra que al considerar pares de quark-antiquark se preservan los buenos resultados de CQM para los momentos magnéticos de los bariones.

Apéndice A

Funciones de onda y Relaciones entre elementos de matriz

A.1. Funciones de onda de espín-sabor del octete de bariones en el modelo de quarks

Para los bariones del octete, sus funciones de onda de espín sabor son:

$$|p, \frac{1}{2}\rangle = \frac{1}{3\sqrt{2}}[uud(2\uparrow\uparrow\downarrow - \uparrow\downarrow\uparrow - \downarrow\uparrow\uparrow) + dud(2\uparrow\downarrow\uparrow - \uparrow\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow\uparrow) + duu(2\downarrow\uparrow\uparrow - \uparrow\downarrow\uparrow - \uparrow\uparrow\downarrow)] \quad (\text{A.1})$$

$$|n, \frac{1}{2}\rangle = -\frac{1}{3\sqrt{2}}[ddu(2\uparrow\uparrow\downarrow - \uparrow\downarrow\uparrow - \downarrow\uparrow\uparrow) + udu(2\uparrow\downarrow\uparrow - \uparrow\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow\uparrow) + udd(2\downarrow\uparrow\uparrow - \uparrow\downarrow\uparrow - \uparrow\uparrow\downarrow)] \quad (\text{A.2})$$

$$|\Sigma^+, \frac{1}{2}\rangle = -\frac{1}{3\sqrt{2}}[uus(2\uparrow\uparrow\downarrow - \uparrow\downarrow\uparrow - \downarrow\uparrow\uparrow) + usu(2\uparrow\downarrow\uparrow - \uparrow\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow\uparrow) + suu(2\downarrow\uparrow\uparrow - \uparrow\downarrow\uparrow - \uparrow\uparrow\downarrow)] \quad (\text{A.3})$$

$$|\Sigma^-, \frac{1}{2}\rangle = -\frac{1}{3\sqrt{2}}[dds(2\uparrow\uparrow\downarrow - \uparrow\downarrow\uparrow - \downarrow\uparrow\uparrow) + dsd(2\uparrow\downarrow\uparrow - \uparrow\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow\uparrow) + sdd(2\downarrow\uparrow\uparrow - \uparrow\downarrow\uparrow - \uparrow\uparrow\downarrow)] \quad (\text{A.4})$$

$$|\Lambda^0, \frac{1}{2}\rangle = \frac{1}{2\sqrt{3}}[(sud - sdu)(\uparrow\uparrow\downarrow - \uparrow\downarrow\uparrow) + (usd - dsu)(\uparrow\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow\uparrow) + (uds - dus)(\uparrow\downarrow\uparrow - \downarrow\uparrow\uparrow)] \quad (\text{A.5})$$

$$\begin{aligned}
|\Xi^0, \frac{1}{2}\rangle &= \frac{1}{3\sqrt{2}}[ssu(2\uparrow\uparrow\downarrow - \uparrow\downarrow\uparrow - \downarrow\uparrow\uparrow) + sus(2\uparrow\downarrow\uparrow - \uparrow\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow\uparrow) \\
&\quad + uss(2\downarrow\uparrow\uparrow - \uparrow\downarrow\uparrow - \uparrow\uparrow\downarrow)] \tag{A.6}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
|\Xi^-, \frac{1}{2}\rangle &= \frac{1}{3\sqrt{2}}[ssd(2\uparrow\uparrow\downarrow - \uparrow\downarrow\uparrow - \downarrow\uparrow\uparrow) + sds(2\uparrow\downarrow\uparrow - \uparrow\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow\uparrow) \\
&\quad + dss(2\downarrow\uparrow\uparrow - \uparrow\downarrow\uparrow - \uparrow\uparrow\downarrow)] \tag{A.7}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
|\Sigma^0, \frac{1}{2}\rangle &= \frac{-1}{6}[(dus + uds)(2\uparrow\uparrow\downarrow - \uparrow\downarrow\uparrow - \downarrow\uparrow\uparrow) \\
&\quad + (dsu + usd)(2\uparrow\downarrow\uparrow - \uparrow\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow\uparrow) \\
&\quad + (sdu + sud)(2\downarrow\uparrow\uparrow - \uparrow\downarrow\uparrow - \uparrow\uparrow\downarrow)] \tag{A.8}
\end{aligned}$$

A.2. Relaciones entre elementos de matriz

Tabla A.1: Relaciones entre elementos de matriz de los bariones para los operadores Δu , Δd y Δs , donde $\Delta q(p)$ se refiere al valor esperado $\langle \psi_p | \Delta q | \psi_p \rangle$.

B	$\langle \psi_B \Delta u \psi_B \rangle$	$\langle \psi_B \Delta d \psi_B \rangle$	$\langle \psi_B \Delta s \psi_B \rangle$
p	$\Delta u(p)$	$\Delta d(p)$	$\Delta s(p)$
n	$\Delta d(p)$	$\Delta u(p)$	$\Delta s(p)$
Σ^+	$\Delta u(p)$	$\Delta s(p)$	$\Delta d(p)$
Σ^0	$\frac{1}{2}(\Delta u(p) + \Delta s(p))$	$\frac{1}{2}(\Delta u(p) + \Delta s(p))$	$\Delta d(p)$
Σ^-	$\Delta s(p)$	$\Delta u(p)$	$\Delta d(p)$
Λ^0	$\frac{1}{6}(\Delta u(p) + 4\Delta d(p) + \Delta s(p))$	$\frac{1}{6}(\Delta u(p) + 4\Delta d(p) + \Delta s(p))$	$\frac{1}{6}(4\Delta u(p) - 2\Delta d(p) + 4\Delta s(p))$
Ξ^-	$\Delta s(p)$	$\Delta d(p)$	$\Delta u(p)$
Ξ^0	$\Delta d(p)$	$\Delta s(p)$	$\Delta u(p)$

Para el caso de los decaimientos beta de bariones entre miembros *decuplete* – *decuplete*, se puede hacer una reducción a sus términos dependientes de Δu , Δd y Δs .

A.3. Contenido de Sabor de las funciones de onda del octete

$$\begin{aligned}
\langle \psi_{\Sigma^+} | \Delta u | \psi_{\Sigma^+} \rangle &= \mathcal{N}_{\Sigma}^2 \left[\frac{4}{3} - \frac{1}{3} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma \pi}^2 - \frac{4}{9} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma \eta}^2 - \frac{4}{9} a_{\Sigma \rightarrow N \bar{K}}^2 + \frac{1}{9} a_{\Sigma \rightarrow \Xi K}^2 + \frac{55}{36} b_{\Sigma \rightarrow \Delta \bar{K}}^2 \right. \\
&\quad + \frac{5}{6} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^* \pi}^2 + \frac{5}{9} b_{\Sigma \rightarrow \Xi^* K}^2 + \frac{10}{9} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^* \eta}^2 + \frac{4}{3\sqrt{3}} a_{\Sigma \rightarrow \Lambda \pi} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^* \pi} \\
&\quad + \frac{2\sqrt{2}}{3} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma \pi} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^* \pi} + \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} a_{\Sigma \rightarrow \Lambda \pi} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma \pi} + \frac{8\sqrt{2}}{9} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma \eta} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^* \eta} \\
&\quad \left. + \frac{4\sqrt{2}}{9} a_{\Sigma \rightarrow N \bar{K}} b_{\Sigma \rightarrow \Delta \bar{K}} + \frac{8\sqrt{2}}{9} a_{\Sigma \rightarrow \Xi K} b_{\Sigma \rightarrow \Xi^* K} \right], \\
\langle \psi_{\Sigma^+} | \Delta d | \psi_{\Sigma^+} \rangle &= \mathcal{N}_{\Sigma}^2 \left[-\frac{1}{9} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma \pi}^2 - \frac{1}{9} a_{\Sigma \rightarrow N \bar{K}}^2 + \frac{5}{36} b_{\Sigma \rightarrow \Delta \bar{K}}^2 + \frac{5}{18} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^* \pi}^2 \right. \\
&\quad - \frac{4}{3\sqrt{3}} a_{\Sigma \rightarrow \Lambda \pi} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^* \pi} + \frac{2\sqrt{2}}{9} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma \pi} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^* \pi} \\
&\quad \left. - \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} a_{\Sigma \rightarrow \Lambda \pi} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma \pi} - \frac{4\sqrt{2}}{9} a_{\Sigma \rightarrow N \bar{K}} b_{\Sigma \rightarrow \Delta \bar{K}} \right], \\
\langle \psi_{\Sigma^+} | \Delta s | \psi_{\Sigma^+} \rangle &= \mathcal{N}_{\Sigma}^2 \left[-\frac{1}{3} - \frac{1}{3} a_{\Sigma \rightarrow \Lambda \pi}^2 + \frac{1}{9} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma \pi}^2 + \frac{1}{9} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma \eta}^2 - \frac{4}{9} a_{\Sigma \rightarrow \Xi K}^2 \right. \\
&\quad + \frac{5}{9} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^* \pi}^2 + \frac{10}{9} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^* K}^2 + \frac{5}{9} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^* \eta}^2 - \frac{8\sqrt{2}}{9} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma \pi} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^* \pi} \\
&\quad \left. + \frac{8\sqrt{2}}{9} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma \eta} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^* \eta} - \frac{8\sqrt{2}}{9} a_{\Sigma \rightarrow \Xi K} b_{\Sigma \rightarrow \Xi^* K} \right]. \tag{A.9}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle \psi_{\Lambda^0} | \Delta u | \psi_{\Lambda^0} \rangle &= \mathcal{N}_{\Lambda}^2 \left[-\frac{1}{3} a_{\Lambda \rightarrow N \bar{K}}^2 - \frac{2}{9} a_{\Lambda \rightarrow \Sigma \pi}^2 + \frac{1}{18} a_{\Lambda \rightarrow \Xi K}^2 + \frac{5}{9} b_{\Lambda \rightarrow \Sigma^* \pi}^2 \right. \\
&\quad \left. + \frac{5}{18} b_{\Lambda \rightarrow \Xi^* K}^2 + \frac{4\sqrt{2}}{9} a_{\Lambda \rightarrow \Sigma \pi} b_{\Lambda \rightarrow \Sigma^* \pi} + \frac{4\sqrt{2}}{9} a_{\Lambda \rightarrow \Xi K} b_{\Lambda \rightarrow \Xi^* K} \right], \\
\langle \psi_{\Lambda^0} | \Delta d | \psi_{\Lambda^0} \rangle &= \mathcal{N}_{\Lambda}^2 \left[-\frac{1}{3} a_{\Lambda \rightarrow N \bar{K}}^2 - \frac{2}{9} a_{\Lambda \rightarrow \Sigma \pi}^2 + \frac{1}{18} a_{\Lambda \rightarrow \Xi K}^2 + \frac{5}{9} b_{\Lambda \rightarrow \Sigma^* \pi}^2 \right. \\
&\quad \left. + \frac{5}{18} b_{\Lambda \rightarrow \Xi^* K}^2 + \frac{4\sqrt{2}}{9} a_{\Lambda \rightarrow \Sigma \pi} b_{\Lambda \rightarrow \Sigma^* \pi} + \frac{4\sqrt{2}}{9} a_{\Lambda \rightarrow \Xi K} b_{\Lambda \rightarrow \Xi^* K} \right], \\
\langle \psi_{\Lambda^0} | \Delta s | \psi_{\Lambda^0} \rangle &= \mathcal{N}_{\Lambda}^2 \left[1 + \frac{1}{9} a_{\Lambda \rightarrow \Sigma \pi}^2 - \frac{1}{3} a_{\Lambda \rightarrow \Lambda \eta}^2 - \frac{4}{9} a_{\Lambda \rightarrow \Xi K}^2 + \frac{5}{9} b_{\Lambda \rightarrow \Sigma^* \pi}^2 \right. \\
&\quad \left. + \frac{10}{9} b_{\Lambda \rightarrow \Xi^* K}^2 - \frac{8\sqrt{2}}{9} a_{\Lambda \rightarrow \Sigma \pi} b_{\Lambda \rightarrow \Sigma^* \pi} - \frac{8\sqrt{2}}{9} a_{\Lambda \rightarrow \Xi K} b_{\Lambda \rightarrow \Xi^* K} \right]. \tag{A.10}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle \psi_{\Xi^0} | \Delta u | \psi_{\Xi^0} \rangle &= \mathcal{N}_{\Xi}^2 \left[-\frac{1}{3} - \frac{10}{27} a_{\Xi \rightarrow \Sigma \bar{K}}^2 + \frac{1}{27} a_{\Xi \rightarrow \Xi \pi}^2 + \frac{1}{9} a_{\Xi \rightarrow \Xi \eta}^2 + \frac{25}{27} b_{\Xi \rightarrow \Sigma^* \bar{K}}^2 \right. \\
&\quad + \frac{5}{27} b_{\Xi \rightarrow \Xi^* \pi}^2 + \frac{5}{9} b_{\Xi \rightarrow \Xi^* \eta}^2 + \frac{20\sqrt{2}}{27} a_{\Xi \rightarrow \Sigma \bar{K}} b_{\Xi \rightarrow \Sigma^* \bar{K}} + \frac{2}{9} a_{\Xi \rightarrow \Sigma \bar{K}} a_{\Xi \rightarrow \Lambda \bar{K}} \\
&\quad \left. + \frac{4\sqrt{2}}{9} a_{\Xi \rightarrow \Lambda \bar{K}} b_{\Xi \rightarrow \Sigma^* \bar{K}} + \frac{8\sqrt{2}}{27} a_{\Xi \rightarrow \Xi \pi} b_{\Xi \rightarrow \Xi^* \pi} + \frac{8\sqrt{2}}{9} a_{\Xi \rightarrow \Xi \eta} b_{\Xi \rightarrow \Xi^* \eta} \right], \\
\langle \psi_{\Xi^0} | \Delta d | \psi_{\Xi^0} \rangle &= \mathcal{N}_{\Xi}^2 \left[-\frac{2}{27} a_{\Xi \rightarrow \Sigma \bar{K}}^2 + \frac{2}{27} a_{\Xi \rightarrow \Xi \pi}^2 + \frac{2}{27} b_{\Xi \rightarrow \Sigma^* \bar{K}}^2 + \frac{10}{27} b_{\Xi \rightarrow \Xi^* \pi}^2 \right. \\
&\quad \left. + \frac{4\sqrt{2}}{27} a_{\Xi \rightarrow \Sigma \bar{K}} b_{\Xi \rightarrow \Sigma^* \bar{K}} - \frac{4\sqrt{2}}{9} a_{\Xi \rightarrow \Lambda \bar{K}} b_{\Xi \rightarrow \Sigma^* \bar{K}} + \frac{16\sqrt{2}}{27} a_{\Xi \rightarrow \Xi \pi} b_{\Xi \rightarrow \Xi^* \pi} \right], \\
\langle \psi_{\Xi^0} | \Delta s | \psi_{\Xi^0} \rangle &= \mathcal{N}_{\Xi}^2 \left[-\frac{4}{3} + \frac{1}{9} a_{\Xi \rightarrow \Sigma \bar{K}}^2 - \frac{1}{3} a_{\Xi \rightarrow \Lambda \bar{K}}^2 - \frac{4}{9} a_{\Xi \rightarrow \Xi \pi}^2 - \frac{4}{9} a_{\Xi \rightarrow \Xi \eta}^2 + \frac{5}{9} b_{\Xi \rightarrow \Sigma^* \bar{K}}^2 \right. \\
&\quad + \frac{10}{9} b_{\Xi \rightarrow \Xi^* \pi}^2 + \frac{5}{3} b_{\Xi \rightarrow \Omega K}^2 + \frac{10}{9} b_{\Xi \rightarrow \Xi^* \eta}^2 - \frac{8\sqrt{2}}{9} a_{\Xi \rightarrow \Sigma \bar{K}} b_{\Xi \rightarrow \Sigma^* \bar{K}} \\
&\quad \left. - \frac{8\sqrt{2}}{9} a_{\Xi \rightarrow \Xi \pi} b_{\Xi \rightarrow \Xi^* \pi} - \frac{8\sqrt{2}}{9} a_{\Xi \rightarrow \Xi \eta} b_{\Xi \rightarrow \Xi^* \eta} \right]. \tag{A.11}
\end{aligned}$$

Mediante simetría de isospín se pueden obtener las relaciones del contenido de sabor entre los bariones, además $\langle \psi_{\Sigma^0} | \Delta q | \psi_{\Sigma^0} \rangle = \frac{1}{2} (\langle \psi_{\Sigma^+} | \Delta q | \psi_{\Sigma^+} \rangle + \langle \psi_{\Sigma^-} | \Delta q | \psi_{\Sigma^-} \rangle)$ [38].

Tabla A.2: Elementos de matriz de los decaimientos beta de bariones *decuplete* – *decuplete* ($J^P = \frac{3}{2}^+$), en términos de los elementos de matriz diagonales del hiperón Δ^{++} . El decaimiento: $\Delta^+ \rightarrow \Delta^{++}$, se lee $\langle \Delta^{++} \frac{3}{2} | A | \Delta^+ \frac{3}{2} \rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} \langle \Delta^{++} | \bar{u} \gamma^\mu \gamma_5 u - \bar{d} \gamma^\mu \gamma_5 d | \Delta^{++} \rangle$. En este tipo de configuraciones, solo dos elementos de matriz son independientes; elegidos como Δu y $\Delta d = \Delta s$

Decaimiento – β	$\langle \Delta^{++} \bar{u} \gamma^\mu \gamma_5 u \Delta^{++} \rangle$	$\langle \Delta^{++} \bar{d} \gamma^\mu \gamma_5 d \Delta^{++} \rangle$	$\langle \Delta^{++} \bar{s} \gamma^\mu \gamma_5 s \Delta^{++} \rangle$
$\langle \Delta^{++} \frac{3}{2} A \Delta^+ \frac{3}{2} \rangle$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
$\langle \Delta^+ \frac{3}{2} A \Delta^0 \frac{3}{2} \rangle$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{2}{3}$	0
$\langle \Delta^0 \frac{3}{2} A \Delta^- \frac{3}{2} \rangle$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
$\langle \Sigma^{*+} \frac{3}{2} A \Sigma^{*0} \frac{3}{2} \rangle$	$\frac{2}{3\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{3\sqrt{2}}$
$\langle \Sigma^{*0} \frac{3}{2} A \Sigma^{*-} \frac{3}{2} \rangle$	$\frac{\sqrt{2}}{3}$	$-\frac{\sqrt{2}}{3}$	0
$\langle \Xi^{*0} \frac{3}{2} A \Xi^{*-} \frac{3}{2} \rangle$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0
$\langle \Delta^{++} \frac{3}{2} A' \Sigma^{*+} \frac{3}{2} \rangle$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
$\langle \Sigma^{*+} \frac{3}{2} A' \Xi^{*0} \frac{3}{2} \rangle$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{2}$
$\langle \Xi^{*0} \frac{3}{2} A' \Omega^- \frac{3}{2} \rangle$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$
$\langle \Delta^+ \frac{3}{2} A' \Sigma^{*0} \frac{3}{2} \rangle$	$\frac{2}{3\sqrt{2}}$	$\frac{1}{3\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$
$\langle \Sigma^{*0} \frac{3}{2} A' \Xi^{*-} \frac{3}{2} \rangle$	$\frac{2}{3\sqrt{2}}$	$-\frac{2}{3\sqrt{2}}$	0
$\langle \Delta^0 \frac{3}{2} A' \Sigma^{*-} \frac{3}{2} \rangle$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0

Tabla A.3: Elementos de matriz de la relación entre estados de bariones *decuplete* – *octete* para los operadores $\Delta q = 2S_z(q)$ (en el límite no relativista), obtenidos a partir de tomar explícitamente los estados de espín-sabor.

	$\theta = \Delta u$	$\theta = \Delta d$	$\theta = \Delta s$
$\langle \Delta^+ \uparrow \theta p \uparrow \rangle$	$\frac{2\sqrt{2}}{3}$	$-\frac{2\sqrt{2}}{3}$	0
$\langle \Delta^0 \uparrow \theta n \uparrow \rangle$	$\frac{2\sqrt{2}}{3}$	$-\frac{2\sqrt{2}}{3}$	0
$\langle \Sigma^{*+} \uparrow \theta \Sigma^+ \uparrow \rangle$	$-\frac{2\sqrt{2}}{3}$	0	$\frac{2\sqrt{2}}{3}$
$\langle \Sigma^{*0} \uparrow \theta \Sigma^0 \uparrow \rangle$	$-\frac{\sqrt{2}}{3}$	$-\frac{\sqrt{2}}{3}$	$\frac{2\sqrt{2}}{3}$
$\langle \Sigma^{*-} \uparrow \theta \Sigma^- \uparrow \rangle$	0	$-\frac{2\sqrt{2}}{3}$	$\frac{2\sqrt{2}}{3}$
$\langle \Sigma^{*0} \uparrow \theta \Lambda^0 \uparrow \rangle$	$\sqrt{\frac{2}{3}}$	$-\sqrt{\frac{2}{3}}$	0
$\langle \Xi^{*0} \uparrow \theta \Xi^0 \uparrow \rangle$	$-\frac{2\sqrt{2}}{3}$	0	$\frac{2\sqrt{2}}{3}$
$\langle \Xi^{*-} \uparrow \theta \Xi^- \uparrow \rangle$	0	$-\frac{2\sqrt{2}}{3}$	$\frac{2\sqrt{2}}{3}$

Bibliografía

- [1] N. Cabibbo Phys. Rev. Lett. **10:531** (1963)
- [2] M. Kobayashi and T. Maskawa. Prog. Theor. Phys. **49:652** (1973)
- [3] P. Amaudruz et al., Phys. Rev. Lett. **66**, 2712 (1961).
- [4] E.A Hawker et al. (E866/NuSea Collaboration), Phys. Rev. Lett. **80**, 3715 (1998); J.C. Peng et al., Phys. Rev. D **58**, 092004 (1998); R.S. Towell et al., Phys. Rev. D **64**, 052002 (2001).
- [5] NA51 Collaboration, A. Baldit et al., Phys. Lett. B **332**, 244 (1994).
- [6] W.-Y.P. Hwang and J. Speth, Chin. J. Phys. **A 570**, 765 (1994) .
- [7] A. Szczurek and J. Speth, Nucl. Phys. A **555**, 249 (1993).
- [8] V.R. Zoller, Z. Phys. **C 53**, 443 (1992).
- [9] S. Kumano, Phys. Rev. **D 43**, 3067 (1991).
- [10] E. Jenkins, Phys. Rev. **85**, 65007 (2012).
- [11] L. S. Geng, J. M Camalich, and M. J. V. Vacas, Phys. Rev **80**, 34027 (2009).
- [12] N. Cabibbo, Phys. Rev. Lett. **10:531**, (1963).
- [13] K.A. Olive et al. (Particle Data Group), Chin. Phys. C, **38**, 090001 (2014) and 2015 update.
- [14] R. Bijker, *Quark models of the nucleon*, Lecture notes: “VIII Escuela Mexicana de Física Nuclear”, (2013).
- [15] F.E. Close, *An Introduction to Quarks and Partons*, (Academic Press. 1982).
- [16] B. Martin, *Nuclear and Particle Physics, An Introduction* , (Wiley. 2006)
- [17] F. Halzen and A.D. Martin, *Quarks and Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics*, (John Wiley & Sons, 1986).
- [18] Fl. Stancu, *Group Theory in Subnuclear Physics*, (Oxford University Press, 1996).

- [19] N. Cabibbo, E. C. Swallow, and R. Winston, *Ann.Rev.Nucl.Part.Sci.*, **53**, 39-75, (2003), [arXiv:hep-ph/0307298].
- [20] N. Cabibbo, E. C. Swallow and, R. Winston, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 251803 (2004).
- [21] N. Isgur, Spin structure of the proton: A Quark modeler's view, Jefferson Lab, 10-13 (1996), [JLAB-THY-96-14].
- [22] K. Gottfried, *Phys. Rev. Lett.* **18**, 1174 (1967).
- [23] J. G. H. de Groot et al., CDHS collab., *Z Phys. C1* **143** (1979).
- [24] J.D. Sullivan, *Phys. Rev. D* **5**, 1732(1972).
- [25] J. J. Dudek, R. G. Edwards, B. Joo, M. J. Peardon, D. G. Richards, and C. E. Thomas, *Phys. Rev. D* **83**, 111502 (2011), [arXiv:1102.4299 [hep-lat]];
- [26] R. Aaij *et al.*(LHCb Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **115**, 072001 (2015), [arXiv:1507.03414 [hep-ex]]; R. Aaij *et al.*(LHCb Collaboration), arXiv:1604.05708 [hep-ex].
- [27] S. Choi et al. (Belle collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **100**, 142001 (2008).
- [28] R. Aaij et al. (LHCb collaboration) *Phys. Rev. Lett.* **112**, 222002 (2014).
- [29] I.G. Aznauryan et al, *Phys. Rev. C* **78**, 045209 (2008);
I.G. Aznauryan et al, *Phys. Rev. C* **80** 055203, (2009).
- [30] R. Bijker, F. Iachello and A. Leviatan, *Ann. Phys. (N.Y.)* 284, 89 (2000).
R. Bijker, F. Iachello and A. Leviatan, *Phys. Rev. D* **55**, 2862 (1997).
- [31] S. Capstick and W. Roberts, *Phys. Rev. D* **49**, 4570 (1994).
- [32] R. Bijker and E. Santopinto *Phys. Rev. C* **80**, 065210 (2009)
- [33] A. Le Yaouanc, Ll. Oliver, O. P'ene and J.-C. Raynal, *Hadron Transitions in the Quark Model*.Gordon and Breach Science Publishers (1988).
- [34] W. Roberts and Silvestre-Brac, *Few-Body Syst.***11**, 171 (1992)
- [35] P. Geiger and N. Isgur, *Phys. Rev. D* **47**, 5050 (1993).
- [36] P. Geiger and N. Isgur, *Phys. Rev. D* **41**, 1595 (1990). S. Coleman and S.L. Glashow, *Phys. Rev. Lett.* **6**, 423 (1961).
- [37] M.A.B. Bég, B.W. Lee and A. Pais, *Phys. Rev. Lett.* **13**, 514 (1964).
- [38] R. Marshak, S. Okubo, and G. Sudarshan, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 599 (1957);
- [39] E. Santopinto and R. Bijker *Phys. Rev. C* **82**, 062202 (2010)

- [40] Ulf-G. Meißner, S. Steininger, Nucl. Phys. B **499**, 349-367, (1997).
- [41] H. Holtmann, A. Szczurek, and J. Speth, Nucl. Phys. A **596**, 631-669 (1996).
- [42] E.A Hawker et al. (E866/NuSea Collaboration), Phys. Rev. Lett. **80**, 3715 (1998); J.C. Peng et al., Phys. Rev. D **58**, 092004 (1998); R.S. Towell et al., Phys. Rev. D **64**, 052002 (2001).
- [43] H. Kim, M. Praszalowicz, and K. Goeke, Phys. Rev. D **61**, 114006 (2000).
- [44] G. Garvey Phys. Rev. C **81**, 055212 (2010)
- [45] A. Le Yaouanc, *Hadron Transitions of the Quark Model*, (Gordon and Breach Science Publishers. 1988).
- [46] M. Gell-mann and Y. Ne'eman, New York, (1964) *The Eightfold Way*,
- [47] R. Bijker, J. Ferretti, and H. García, 3P_0 *Amplitudes*, Lecture notes: Instituto de Ciencias Nucleares, UNAM.
- [48] D. Griffiths, *Introduction to Elementary Particles*, (2nd Revised Edition. WILEY- VCH. 2010).
- [49] W.C. Chang and J.C. Peng, Phys. Rev. Lett. **106**, 252002 (2011).
- [50] S.J. Brodsky, P. Hoyer, C. Peterson, and N. Sakai, Phys. Lett. B **93**, 451 (1980); S.J. Brodsky, C. Peterson, and N. Sakai, Phys. Rev. D **23**, 2745 (1981).
- [51] T.P. Cheng and L.F. Li, *Gauge theory of elementary particle physics*, (Oxford University Press, 1988).
- [52] H. Georgi, *Lie Algebras in Particle Physics*, (Westview Press, 1999).
- [53] K. Huang, *Quarks, leptons and gauge fields*, (Word Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2nd Edition, 1992).
- [54] V.Y. Alexakhin et al., Phys. Lett. B **647**, 8 (2007).
- [55] S. Weinberg, Physica A **96**, 327 (1979).
- [56] S.Coleman and S. L. Glasow, Phys Rev. Lett. **6**, 423 (1961); Jerrold Franklin, Phys Rev **182**, 1607 (1969).
- [57] W. Heisenberg and Z. Physik **77**, 1 (1932)
- [58] EP Wigner, Phys Rev **51**, 106 (1937)